Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas

Yuly Marsela Vanegas Muñoz

UNIVERSITAT DE BARCELONA

FACULTAD DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LES CIENCIAS EXPERIMENTALES Y LA MATEMÁTICA

Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas

Tesis para la obtención del título de doctora, realizada por:

YULY MARSELA VANEGAS MUÑOZ

Directores:
Dr. Joaquin Giménez Rodríguez (UB)
Dr. Ubiratan D'Ambrosio (Univ. Campinas, Brasil)

Programa de Doctorado: Formació del Professorat: Práctica Educativa y Comunicació

Línea de Investigación: Didáctica de la Matemática

Barcelona, 2013

Este trabajo ha sido realizado en el marco de la beca de Personal Investigador Novell (FI–DGR) concedida por la Agència de Gestió d'ajuts Universitaris i de Recerca – AGAUR de la Generalitat de Catalunya, con resolución: IUE/2365/2009, la cual ha sido tutorizada por el profesor Dr. Joaquin Giménez en el Departamento DCEM de la Universitat de Barcelona.

Esta memoria se ha desarrollado en el marco de los Proyectos: "*Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato*", EDU 2009 - 08120 del Ministerio de economía y competitividad y "*Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas*", REDICE-10-1001-13. Subvencionado por el Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat de Barcelona. Ambos proyectos dirigidos por el Dr. Vicenç Font.

Este trabajo también ha tenido el soporte dado por el Comissionat per a Universitats i Recerca del DIUE de la Generalitat de Catalunya al grup de recerca consolidat 2009 SGR 485 "Grup de recerca ensenyament i aprenentage virtual- GREAV" del cual soy miembro (Resolución 6 de junio de 2011).

AGRADECIMIENTOS

A Juliana y Natalia

Es un honor haber tenido como codirector de esta tesis al profesor Ubiratan. Le agradezco su paciencia, su coraje, sus palabras, sus documentos, videos, presentaciones, sus anotaciones, sus múltiples mensajes, su tiempo y todos los detalles que me enseñaron el valor de la investigación sociocultural, el valor de la ética de la diversidad y la importancia de la transdisciplinariedad. Mil gracias. Junto al profesor, también quiero agradecer a María José, su delicadeza, sus ánimos, su saber estar, y su gran comprensión al compartir mi proceso de investigación y compartir con nosotros ideas sobre una educación que permita promover el valor de las personas.

Al profesor Vicenç Font, y su incansable colaboración científica, sus discusiones, su lucidez y su profundidad, y sus recomendaciones para que las cosas fueran cada vez mejores. Gracias también por sus palabras de ánimo en diferentes momentos de este proceso.

A mí querido profe Jorge Rodríguez, que aunque no hizo parte de forma "directa" en este proceso, siempre me ha acompañado con sus ideas. Gracias por enseñarme a ver la necesidad de una formación matemática diferente. Por enseñarme a reconocer "otras" Matemáticas, su historia y el valor de la ética indígena en comparación con la matemática occidental.

Quiero también agradecer su afecto, colaboración y dedicación a los profesores del Grupo Vilatzara con los que he compartido unos años especiales de formación matemática y de construcción de vida aquí en Cataluña, compañía que espero poder seguir compartiendo. Gracias especialmente a Xavi, por su tiempo, por permitirme compartir con sus estudiantes, y por mostrarme desde su práctica maneras de enseñar y hacer matemáticas respetuosas con todos. Gracias por ser un gran formador, y especialmente por ser un bonito ser humano.

A los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, de la Universidad Distrital "Francisco José de Caldas" que han colaborado en los primeros cuestionarios de posicionamientos iniciales, por dejarme entender una parte de sus preocupaciones, que han llenado mi corazón y han aumentado mis ganas de seguir trabajando en la formación de profesores. Gracias también a mis compañeros del grupo de investigación Crisálida, por su apoyo, las jornadas de discusión, y especialmente por compartir la ilusión por generar nuevas y mejores propuestas para la formación inicial y permanente de profesores de matemáticas.

A las estudiantes del Grado de Educación Infantil y Primaria de la Universitat de Barcelona, que siguieron los cuestionarios y a los colegas que validaron los cuestionarios de posicionamientos iniciales. A los estudiantes del Master de Formación de Profesores de Matemáticas, en todo lo que han apoyado las tareas de formación que se han ido renovando en los tres años que ha durado la experiencia de formación a la que se alude en este trabajo.

Agradezco también a los profesores y compañeros del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática, su ayuda y sus sugerencias durante el tiempo de formación en el Máster de Investigación en Didácticas Específicas y durante el tiempo que ha durado mi beca de investigadora en formación (FI). Gracias por lo que he podido compartir con todos y todas como educadora matemática.

Finalmente, agradezco a Joaquim, todo su trabajo como director, las horas de reflexión y discusión, las lecturas compartidas, sus sugerencias metodológicas, sus preguntas. Gracias por mostrarme con tu hacer, la importancia de construir las matemáticas como un instrumento que permite empoderar a las personas y la necesidad de pensar que los profesores de matemáticas tenemos unas responsabilidades sociales que van más allá del aula.

Gracias especialmente por tu afecto, por dejarme reconocer el corazón de uno de los mejores Educadores Matemáticos.

Sumario

Capitulo 1
Presentación

RESUMEN

En este capítulo, se muestran los precedentes e interés del trabajo presentado (1.1.). Se justifica la problemática en la línea de investigación sobre el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Específicamente, se estudian aspectos relacionados con el análisis y desarrollo de competencias profesionales de tipo transversal y su relación con la educación matemática como formación especializada (1.2).

En el siguiente apartado (1.3), se enuncian las preguntas de investigación (1.3.1), así como los objetivos (1.3.2.) y las hipótesis (1.3.3.). Por último se presenta la estructura de la memoria planteada (1.4.).

1.1. Problemática e Interés del estudio.

> *A importancia da escola não se restringe à preparação dos individuos para se integrarem no sistema de produção, seja como pesquisador ou como Professional. A escola tem como objetivo maior moldar futuros cidadãos.*
>
> *Ao professor deve ser dado apoio para que ele adote uma nova atitude e assuma sua responsabilidade perante o futuro. Isso depende esencialmente de sua própia transformação, conhecendo-se como um indivíduo e como um ser social, inserido numa realidade planetária e cósmica.*
>
> Ubiratan D'Ambrosio, 2011

En estos momentos nadie duda que en las sociedades del siglo XXI debemos propender por una formación que posibilite la construcción de ciudadanos democráticos. Y nadie duda de la importancia de investigar sobre cómo debe ser el desarrollo de esta formación. Vivimos en un mundo marcado por la globalización económica, social, cultural y ambiental que condiciona nuestra identidad cultural, nuestras relaciones -ahora planetarias- y que por la misma globalización está generando conflictos y desigualdades insuperables que afectan a una gran parte de la población humana.

Sabemos que nos encontramos en una nueva sociedad caracterizada por diversos tipos de cambios a los que debemos dar respuesta:

(a) transformaciones demográficas (el aumento de la expectativa de vida, la postergación de los procesos de emancipación familiar de las nuevas generaciones, etc.),

(b) sociales (los cambios en las estructuras familiares[1], el aumento de las brechas de inequidad, la aparición de nuevos procesos de exclusión social, los procesos migratorios, etc.) (Castells, 1997)

---

[1] Sobre este punto se puede consultar, entre otros: Filgueira, C.H. (1996): *Sobre revoluciones ocultas: la familia en el Uruguay*, CEPAL, Montevideo.

(c) económicos (la inestabilidad del mercado laboral, la incorporación cada vez más tardía de los jóvenes al mundo del trabajo, los resultados de las crisis recientes, etc.),

(d) políticos, como el hecho que el estado nación ha dejado de ser el único centro de autoridad (O'Shea, 2003) y

(e) culturales (crisis de valores colectivos, aumento del individualismo, etc.).

Estos cambios, han ido redefiniendo el sentido y la función social de la educación en general, y de la enseñanza en particular. Formar en ciudadanía, implica sin duda aprender a reconocer dichos cambios, y aprender a tomar posiciones ante los mismos mediante el uso de los instrumentos sociales al alcance.

Nos encontramos en un contexto curricular, tanto a nivel de la formación básica escolar como en la formación profesional, en el que se habla de la pertinencia de la formación por competencias (Garagorri, 2007). Así, se plantea que para que una formación tenga calidad, se requiere un docente que asuma competencias profesionales reflexivas sobre su práctica, de manera que sepa reconocer los cambios y adaptaciones a la sociedad en la que se inserta (Bar, 1999; Fernández, 2003). Pero, *¿cómo se hace desde la educación matemática?* y *¿Por qué es importante en el momento social curricular actual hablar de ciudadanía desde las matemáticas?*

Ante todo, autores como Ernest (2008) hablan de la necesidad de tener una visión más amplia de la filosofía de las matemáticas para hacer emerger, incluyendo la relevancia de un alto rango de dimensiones tradicionalmente excluidas como cultura, valores, y responsabilidad social; aplicaciones de las matemáticas y su efectividad en la ciencia, tecnología y otros reinos del conocimiento y el funcionamiento social; así como el aprendizaje de las matemáticas, su rol en la transmisión del conocimiento matemático, y la formación de individuos matemáticos (Mellin-Olsen, 1987; Skovsmose, 1989a, 1994; Restivo et al. 1993).

Por otra parte, sabemos que la formación de los futuros profesores de matemáticas constituye un campo de investigación relevante, y que el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes depende, de manera notable, de la formación de sus profesores. Es por ello que, actualmente han aumentado las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas. Se puede ver a nivel internacional en las revisiones publicadas en los "handbooks" de investigación en educación matemática (Bishop et. al., 2003; Llinares y Krainer, 2006; Brown, Giménez et al, 2010), y en la publicación de revistas como *Journal of Mathematics Teacher Education*. A nivel nacional, se puede ver en la publicación de: a) monografías sobre temas de Didáctica de las Matemáticas (por ejemplo, Giménez, Llinares y Sánchez, 1996), b) la colección de monografías editadas por Rico, Fortuny y Puig (1988-1991); c) manuales para la formación matemática y didáctica de maestros de Primaria y e) la colección "Formación del Profesorado de Educación Secundaria" coeditada por la Editorial Graó y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España .

En las últimas décadas, las propuestas realizadas para la formación de docentes especialistas en matemáticas para la educación secundaria se han encaminado fundamentalmente hacia el desarrollo de procesos de transformación en la propia dinámica formativa, destacando la importancia del profesor como profesional reflexivo (Llinares & Krainer, 2006). Sin embargo, tal y como lo plantea Rico (2004), muchos de los planes de formación de profesores de matemáticas de secundaria no contemplan los nuevos avances sobre el currículo de matemáticas, la incorporación de nuevas tecnologías y los procesos de aprendizaje basados en competencias.

La investigación en España se ha focalizado, sobre todo, en la formación inicial de maestros de primaria y hay pocas investigaciones sobre la formación inicial de profesores de secundaria, entre las que se encuentran podemos resaltar el papel que tiene el Grupo "Conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas" de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), las desarrolladas por Font, Rubio, Giménez, Planas (2009); Font y Godino, (2010); Llinares (2011), entre otros.

Como se ha mencionado en párrafos anteriores las actuales propuestas curriculares tanto de primaria como de secundaria están centradas el desarrollo de competencias. Se trata de currículos ambiciosos, puesto que desarrollar y evaluar competencias es una tarea compleja que exige al profesor una formación muy calificada. Para conseguir este tipo de formación se ha modificado tanto la formación inicial de maestros de primaria como la de profesores de secundaria. La revisión de la formación inicial necesaria para el ejercicio de la profesión de profesor de secundaria, que se ha concretado en el Máster de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas (MFPSM), abre nuevas posibilidades para mejorar dicha formación, en matemáticas y en su didáctica. Esta mejora debería estar orientada por investigaciones sobre la puesta la implementación y evaluación de estos nuevos estudios. Para así, reconocer las especificades de los procesos en los que el profesor de matemáticas se afianza como profesional reflexivo.

Ahora bien, no queda claro qué relación tiene ese ser reflexivo en una formación educativa que complemente lo específico del conocimiento matemático y didáctico con la formación del educador como persona humana. Este es un problema actual, entre otras razones, porque cuando se analizan los perfiles profesionales de los docentes, definidos en los documentos oficiales, por ejemplo los de infantil y primaria en España, se dice que los profesores, deben formarse en competencias genéricas básicas, transversales y específicas.

> *Los objetivos formativos de las enseñanzas oficiales de nivel de grado tendrán, con carácter general, una orientación profesional, es decir, deberán proporcionar una formación universitaria en la que se integren armónicamente las competencias genéricas básicas, las competencias transversales relacionadas con la formación integral de las personas y las competencias más específicas que posibiliten una orientación profesional que permita a los titulados una integración en el mercado de trabajo.* (ANECA, 2005).

En este sentido, es pertinente preguntarnos, por cómo podemos desarrollar propuestas de formación que consideren dichas compentencias, en particular las competencias transversales. Por ejemplo, la noción de competencia ciudadana parece estar "acuñada" en la formación básica escolar, pero no está claro como desarrollar dicha competencia en la formación docente. Y, si consideramos que el concepto de ciudadanía se ha convertido en uno de los términos clave de la sociedad actual, y asumimos que el concepto se halla en plena transformación, Y también consideramos que el profesorado no puede ser ajeno a todo ello. Se nos plantea un reto complejo: Afrontar desde la formación de profesores, en nuestro caso, de matemáticas, el desarrollo de un competencia ciudadanía que enfrente los retos de la inclusión frente a la exclusión, de la diversidad frente a la heterogeneidad, de los "derechos naturales" frente a los privilegios, entre otros aspectos.

1.2. Justificación

> *O estado das coisas hoje não advém da vontade dos professores, mas das características do próprio sistema. Para superar esse modelo é preciso enxergar com clareza que o modelo acadêmico/não acadêmico, abstrato, teórico não passa de um mito criado. É preciso reconhecer que boa parte do aprendizado acontece em grupos que colaboram.*
>
> Sir Ken Robinson, citado por Ubiratan D'ambrosio

No existen programas de estudio consolidados realmente centrados en el trabajo por competencias (Rico, 2004), como tampoco para abordar la transversalidad desde la especialización. Una de las problemáticas que más ha interesado en el área de educación matemática en las últimas décadas, es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesorado requerido para enseñar matemáticas. Diversos autores han dado respuestas diferentes: «conocimiento pedagógico» (Moore, 1974), «Conocimiento pedagógico del contenido» (Shulman, 1986) y «Conocimiento matemático para la enseñanza» (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Ball,Thames y Phelps, 2008), entre otras.

Estas respuestas coinciden al considerar como una de las competencias profesionales que debe tener un profesor, es aquella que le permite describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza y de aprendizaje, pero difieren, entre otros aspectos, en cuáles son las herramientas necesarias para realizar este tipo de análisis didáctico. Por ejemplo, si se debe describir, explicar, valorar y mejorar las competencias matemáticas de los alumnos ¿de qué herramientas dispone el profesorado y cuáles necesitaría adquirir? Planteado de otra manera, dada la respuesta de un alumno a un problema (INECSE, 2005: 37), propuesto en las pruebas PISA 2003 (OECD, 2003), ¿cómo puede evaluar el profesor las competencias matemáticas del alumno de manera que sea autónomo y creativo? Y, en nuestro caso, ¿qué debemos pensar respecto la competencia de formar en ciudadanía?

Gran parte de las investigaciones recientes en educación matemática, se han centrado en el análisis de las competencias asociadas al contenido matemático, y se asume que ello es parte clave de las competencias profesionales especificas (Llinares, 2009). Pero *mucho menos se ha investigado sobre el análisis de la formación del profesor como sujeto social de sus acciones* (Domite, 2004) y el papel de la educación matemática en el desarrollo de las competencias transversales. De las diversas competencias transversales profesionales, en nuestro caso, *nos interesamos en la formación por competencias relacionada con la formación en ciudadanía*.

A pesar de ello, no podemos decir que no se ha discutido sobre el tema. La problemática de formar ciudadanos democráticos a través de las matemáticas es actual. En efecto va más allá de la noción de *participación*, esta problemática genera investigaciones y es la fuente de congresos como CIEAEM 64 celebrado recientemente en 2012, donde se constituía en el tema central de la conferencia. Así, debemos considerar que el desarrollo de competencias profesionales transversales, en el contexto de la educación matemática, debe reformular la llamada educación pluridimensional en valores (Bishop, 2005).

Tal y como lo plantea Perrenoud (2005), la propia noción de *competencia* se asocia a *la formación en ciudadanía*, si se asume la idea de competencia como la capacidad de actuar en un tipo definido de situaciones. Parece que no se discute la pertinencia del desarrollo de la competencia ciudadana y su vínculo con otras competencias, sin embargo se tienen diversas interpretaciones. En muchos de los currículos actuales, se justifica la enseñanza de las matemáticas, por sus aportes para preparar al individuo para la ciudadanía. Pero, esta preparación se asocia a menudo a una visión mercantilista, por servir de base para desarrollar los conocimientos base que luego permitirán acceder a una carrera de ciencia o tecnología.

En otras propuestas curriculares, como en el programa de Quebec, se habla de competencia crítica, la cual se basa en la idea de la necesidad de transferibilidad del conocimiento que no se tiene en cuenta en muchas prácticas habituales escolares. En la formulación de esta propuesta, la competencia crítica exige conciencia histórica, formación en y para la participación, y formas de organización para prepararse para el cambio. *¿Es eso lo que deberíamos considerar como formación en la ciudadanía?*

Para algunos autores, la formación en ciudadanía en el aula de matemáticas, involucra varios aspectos: lo crítico, lo comunicativo, lo emocional, lo cibernético, la resolución de conflictos, y la construcción de identidad europea (Aguilar, Callejo, Gómez-Chacón y Marco, 2005). Ahora bien, *¿cómo reinterpretar estas reflexiones cuando se da a la competencia profesional del docente sobre formar en ciudadanía un status diferenciado respecto a las otras competencias profesionales transversales de comunicación, aprender a aprender, competencia digital, etc.?*

Parece indiscutible que la competencia sobre formar en ciudadanía, claramente incluye la valoración de una formación crítica y democrática (D'Ambrosio, 1990; Niss 1991; Skovsmose 2001, Valero, 2004, 2007). Lo que no está claro es *qué elementos deben ser considerados en la práctica profesional de los profesores de matemáticas, para que ellos promuevan su desarrollo en sus respectivos alumnos.* Para Narváez (2001), incluye considerar: actitud cuestionadora, fomento de habilidades de análisis, lectura, interpretación y construcción, colaborar a convivir y resolver conflictos asumiendo capacidad de equivocarse, evitar abusos de autoridad, evitar discriminación y superar prejuicios.

El Consejo para la Cooperación Cultural de Europa, en su documento "Education for democratic citizenship" (Audigier, 2000)[2] plantea que formarse en ciudadanía, incluye: (a) preparación para la vida política y social, (b) capacidad para usar la matemática como instrumento para analizar aspectos críticos de la sociedad que tengan a ver con lo global o el entorno próximo del alumnado, (c) superar el puro reconocer transformaciones de conocimiento e interpretar la práctica en términos de acción, (d) tratar problemas y conflictos que superen discriminaciones para superar desigualdades, (e) incorporar la idea de que las matemáticas son parte integrante de la construcción tecnológica siendo no sólo elemento para la critica sino también objeto de crítica, (f) reconocer que la educación crítica se concentra en la vida de la clase y el reconocimiento de las posibles relaciones de poder en las interacciones de clase.

¿Qué tiene a ofrecer la formación matemática a la ciudadanía democrática? Por una parte si pensamos que las matemáticas no tienen a ver con el mundo en la que se insertan responderíamos que la educación matemática no tiene ningún papel activo en la educación cívica además de ofrecer alguna forma de estimulación o ejercicio mental. Sin embargo, incluso los llamados matemáticos puros coinciden en decir que las matemáticas son parte de la experiencia humana (Hardy, 1967; Davis and Hersh, 1988). Por otro lado, los matemáticos aplicados sugieren que el rol de las matemáticas en la sociedad ha crecido y más significativamente en las últimas décadas (D'Ambrosio, 1999). Al mismo tiempo, otros plantean que la matematización de la sociedad es cada vez más invisible (Devlin, 1998). En cualquier caso, la formación en matemáticas nos ayuda a entendernos a nosotros mismos y/o entender el mundo en el que participamos. Y tal y como lo señala Gutstein (2006), las metas de la enseñanza y el aprendizaje para la justicia social incluyen que los estudiantes sean competentes en matemáticas.

---

[2] Audigier, F. (2000) *Basic Concepts and core competencies for education for democratic citizenship*. UE. Geneva.

Una educación matemática comprometida con la democracia no puede basarse simplemente en las cualidades intrínsecas de las matemáticas o en los constructos conceptuales de la misma. En lugar de ello, hay que considerar que muchos factores sociales, políticos, económicos y culturales dirigen y redirigen constantemente su desarrollo (Valero, 2012).

En el contexto descrito en los párrafos anteriores, esta investigación pretende dar respuesta al desafío que planteó el profesor Ubiratan D'Ambrosio en el 15th ICMI Study (2005)[3], *relacionado con analizar cuáles son las posibilidades y responsabilidades de los docentes de construir conocimiento matemático para una educación democrática y la necesidad de reflexionar sobre ello (D'Ambrosio, 2005:op.cit.).* Este desafío, se relaciona con la preocupación por una formación de calidad, tanto en la formación matemática básica como en la formación de profesores de matemáticas. Hablar de formación de calidad, implica considerar tres grandes objetivos (D'Ambrosio, 2002), señalados ya en la Declaración de los Derechos humanos en 1948: (a) Derecho a una educación gratuita , (b) Obligatoria y (c) Orientada, al desarrollo pleno de la persona, a reforzar el respeto por los derechos humanos y por las libertades fundamentales, la cual debe promover la comprensión, tolerancia y amistad entre todas las naciones, grupos raciales y religiosos y debe hacer avanzar los esfuerzos para alcanzar la paz universal y duradera.

En este sentido, uno de los retos que se presenta para los educadores matemáticos es reconocer cómo la enseñanza de las matemáticas está contribuyendo al logro de esas metas mayores de la educación. Metas que responden a una filosofía de educación muy diferente de la que prevalecía a mediados del siglo XIX, cuando gran parte de los contenidos que aún se enseñan hoy, se incorporaron a los sistemas escolares. La educación no era para todos y los grandes objetivos de los sistemas educativos buscaban la consolidación de una elite dominante

[3] D'Ambrosio,U (2005) The 15th ICMI Study: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics Study Conference held in Aguas de Lindóia, Brazil.

(D'Ambrosio, 2002). Ahora el problema es otro, porque en países como España, la educación es gratuita y obligatoria de los 3 a los 16 años, pero no conseguimos superar las diferencias y desigualdades.

Consideramos que la ciudadanía tiene que ver, con la capacidad para enfrentar nuevas situaciones, y con la toma de decisiones en situaciones imprevistas e inesperadas, las cuales son cada vez más frecuentes en la actualidad. Y se reconoce que las matemáticas son un instrumento importante en el desarrollo de dichas acciones, dado que fomentan la creatividad y al mismo tiempo ofrecen instrumentos necesarios para la evaluación de las consecuencias de las decisiones asumidas. Así, desde la perspectiva de la formación de futuros profesores de matemáticas, aparecen cuestiones relevantes a ser estudiadas y discutidas:

¿Cómo debe entenderse la competencia profesional que permita a los futuros docentes de matemáticas educar en la ciudadanía? ¿En qué sentido las matemáticas son elementos distinguidos y especiales o no en el desarrollo de la competencia de ciudadanía en el aprendizaje escolar? ¿Qué relaciones hay entre una formación para saber hacer análisis de la propia práctica, formar una actitud crítica e investigadora y aprender a formar y formarse para la ciudadanía a través de la matemática? ¿Qué posicionamientos adoptar para facilitar esos procesos formativos en la formación inicial del profesorado de Matemáticas de Secundaria, en el contexto del nuevo programa de Master de Formación? Y consecuentemente *¿Qué competencias poseen ya los futuros docentes al iniciar sus estudios universitarios de formación vinculadas a las relaciones entre matemáticas y ciudadanía?* Y asociado a ella, *¿Cuál es el conocimiento didáctico-matemático que muestra el estudiante para profesor y qué significado otorga a la competencia ciudadana y su relación con la educación matemática?*

1.3. Preguntas. Objetivos. Hipótesis.

> *La matemática es una construcción social y, por lo tanto está impregnada de valores como cualquier otro producto del pensamiento humano. Para facilitar al alumnado de este tipo de experiencia, necesitamos proporcionarles actividades próximas al quehacer del matemático, transformando la clase en una pequeña comunidad matemática.*
>
> *Schoenfeld, A. 1992*[4]

En efecto, a partir de lo analizado en la justificación inicial y nuestra reflexión actual (en el momento de escribir esta memoria) hemos reconocido una problemática importante para la comunidad de investigación en educación matemática y con una componente social que nos parece pertinente e interesante. A continuación, se formularán las preguntas de investigación que nos hemos propuesto abordar, así como los objetivos que se derivan de las mismas y nuestras hipótesis del estudio.

1.3.1 Preguntas de investigación.

En nuestro trabajo, hemos considerado que queremos responder a las siguientes preguntas clave: *¿Cómo debe entenderse la competencia profesional que permite a los futuros docentes de matemáticas de secundaria, formados en lo específico, educar en la ciudadanía como competencia transversal? Y ¿Qué actividades profesionales podrían ayudar a desarrollar esa competencia?*

Estas preguntas, se especifícan en dos preguntas, las preguntas de investigación 1 y 2. Dada la complejidad de estas preguntas y la diversidad de variables y aspectos que involucran, intentamos diferenciarlos, formulando para cada una de ellas tres subpreguntas como se indica a continuación:

---

[4] Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. In D. Grows (Ed), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning pp 334-370 New York, McMillan.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN *1*

¿Cómo se define y caracteriza la práctica profesional escolar de formar en la ciudadanía, como competencia transversal, y cómo se observa en la práctica y en la formación inicial de los docentes de matemáticas?

Subpreguntas:

P11 ¿Qué planteamiento teórico es pertinente para definir prácticas escolares de los docentes de matemáticas en cuanto conducen al desarrollo de competencia ciudadana en la educación Secundaria?

P12 ¿Qué caracteriza la práctica de un profesor de matemáticas que promueve competencias ciudadanas en el desarrollo de conocimiento matemático, en un aula multicultural?

P13 ¿Cómo podemos reconocer posicionamientos de profesores y futuros profesores en base a lo que consideran como prácticas matemáticas, que fomentan ciudadanía?

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN 2

¿Qué elementos son importantes para el diseño y construcción de actividades profesionales de formación inicial de docentes de matemáticas en Secundaria que constituyan buenas prácticas para el desarrollo de la compentencia: "aprender a formar en la ciudadanía a través de las matemáticas" como competencia profesional transversal?

Subpreguntas:

P21. ¿Cómo caracterizar teóricamente la competencia profesional sobre aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, como competencia transversal en la formación inicial de docentes de matemática en secundaria?.

P22. ¿Qué elementos deben ser considerados en una propuesta para el desarrollo de prácticas profesionales de formación inicial de docentes de secundaria. ¿Qué aportes proporciona la implementación de dicho diseño?

P23. ¿Cómo sintetizar y estructurar los resultados obtenidos como rediseño de la propuesta de formación?

1.3.2. Objetivos.

Las preguntas recientemente expuestas, nos llevan a escribir un conjunto de objetivos para nuestro trabajo, que se concretan a continuación.

1. Reconocer indicadores de la competencia de formar para la ciudadanía a través de las matemáticas en el contexto escolar, y mostrar prácticas escolares en las que se desarrolla dicha competencia.
2. Caracterizar teóricamente la competencia profesional de aprender a formar en ciudadanía, como competencia transversal en la formación inicial de los docentes de matemáticas, de manera que se justifique un diseño apropiado de formación de profesorado de matemáticas en Secundaria.
3. Caracterizar un diseño de formación de profesorado de Matemáticas para Secundaria, que desarrolle la competencia de aprender a formar en ciudadanía democrática a través de las matemáticas.
4. Reconocer en qué sentido algunas prácticas de análisis didáctico en un proceso de formación inicial de profesores de Secundaria de Matemáticas, promueven el desarrollo de la competencia profesional transversal de formar en ciudadanía.

1.3.3. Hipótesis:

Una vez enunciados los objetivos, fundamentándonos en nuestro estudio, así como la experiencia de investigación desarrollada, nos hace formular las siguientes hipótesis de investigación:

H1. Es posible conceptualizar una práctica matemática democrática que se asocia a desarrollar elementos de ciudadanía en el alumnado, y se pueden encontrar y caracterizar prácticas profesionales escolares, que forman en dicha ciudadanía democrática.

H2. Los futuros profesores de matemáticas de Secundaria, no tienen formada en general una noción clara de lo que significan las prácticas profesionales que forman en ciudadanía a través de las matemáticas, y no reconocen qué elementos son clave en su desarrollo.

H3. La mejora de las competencias didácticas profesionales, y la evolución de las concepciones sobre la instrucción matemática, se favorecen mediante el análisis didáctico de procesos de enseñanza y de aprendizaje. En dichos análisis son claves los desarrollos: epistémico, cognitivo, instruccional, normativo y ecológico. Aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas puede favorecerse desde la integración de dichos análisis.

H4. Es posible constatar éxitos en la formación de futuros docentes sobre aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, al desarrollar críticamente las concepciones del estudiante del futuro docente de matemáticas; integrando los valores éticos al desarrollo profesional matemático a través del análisis didáctico estructurado transversalmente.

1.4. Estructura de la memoria.

> *Se hace necesario, en la actualidad, una nueva redefinición de ciudadanía que se realice desde una triple perspectiva: i) los sujetos ciudadanos, ii) los derechos que nos dan los atributos de la ciudadanía, y iii) las instituciones que hacen posible el ejercicio de esos derechos.*
>
> Borja, J., Dourthe, G. y Peutgeot, V., 2001[5]

Los fundamentos teóricos del trabajo que nos proponemos desarrollar, se enmarcan en diversos cuadros que se intentarán enlazar en una construcción teórica en la que aparecen tres ejes teóricos: Eje 1. Sobre Ciudadanía y Educación matemática. Eje 2. Bases teóricas de la construcción de una práctica matemática y profesional. (práctica, comunidad, identidad). Eje 3. Sobre desarrollo profesional del docente de matemáticas.

El capítulo 1, representa la abertura a la problemática, y es donde se presentan los objetivos y justificación del interés del estudio. En los capítulos 2 y 3, se describen los elementos teóricos citados asociados al objetivo 1 y 2. En el capítulo 4, se aborda la metodología de los estudios que componen la parte experimental, y cómo se desarrollan los objetivos.

En el capítulo 5, se aborda la problemàtica escolar y se reconocen prácticas matemáticas democráticas, correspondientes al objetivo 1. Se hacen propuestas para una educación para la ciudadanía en las clases de matemáticas, y se muestran características de una práctica matemàtica democràtica de un profesor de Secundaria como teorema de existencia.

En el capítulo 6, se analiza con detalle las concepciones de los futuros docentes.

En los capítulos 7 y 8, se muestran respuestas al objetivo de caracterizar elementos de la ciudadanía en las aulas de formación de profesorado de Matemáticas de Secundaria, mediante un experimento de

[5] Borja, J., Dourthe, G. y Peutgeot, V., (2001). *La Ciudadanía Europea*. Península, Barcelona. pp. 170.

formación. Especificamente, en el capítulo 7, se justifica y muestra la construcción de un proceso de diseño y primeras observaciones de prácticas profesionales Se describe también el rediseño en la formación inicial docente (Objetivo 3). En el capítulo 8, se analiza el proceso y se muestran las evidencias del impacto del trabajo realizado sobre los propios estudiantes en sus respuestas a las tareas realizadas (Objetivo 4)

Finalmente, en el capítulo 9, se establecen las conclusiones, limitaciones y perspectivas del estudio, así como las publicaciones que se han realizado en relación con la tesis.

Capitulo 2

Ciudadanía crítica y desarrollo profesional.

RESUMEN

En este capítulo se busca comenzar a responder al objetivo 1 de la tesis, caracterizando teóricamente las competencias que desarrollan ciudadanía en la escuela a través de las matemáticas. Para la construcción teórica en cuanto la noción de ciudadanía, como primer eje teórico, consideramos varios elementos que nos deben permitir construir un modelo de referencia.

Conceptualizamos un desarrollo de ciudadanía en educación, que incluye una educación en valores[6] *transversales y transdisciplinares (2.1). Incluimos una Idea de ciudadanía, en cuanto toma de conciencia política y de responsabilidad en la construcción de identidad y cohesión en los objetivos curriculare**s** (2.2)**.** Un tercer elemento alude a la construcción de ciudadanía desde una ética comunicativa democràtica (2.3), desde el diálogo transformador y liberador (2.4), que lleva a una ciudadanía democràtica mediante prácticas matemáticas participativas solidarias (2.5).*

La competencia del futuro docente se forma en una propuesta de desarrollo de un profesional investigador que considera aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas (2.6) ***mediante prácticas matemáticas que buscan una construcción humanista de la matemàtica y su enseñanza.*** *Para ello, el futuro docente debe colocar su mirada sobre el currículo , la calidad de las propuestas, la transversalidad (2.6.1) y el anàlisis didáctico (2.6.2) Finalmente, se explicitan posibles indicadores competenciales para una formación de docentes, que considera las competencias transversales (2.7).*

[6] Muy diversos autores interpretan democracia y ciudadanía como valores. Por ejemplo, Bishop, 2002.

2.1. Ciudadanía, educación y transdisciplinariedad.

> *La Etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros tantos grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos.*
>
> Ubiratan D'Ambrosio, 2001

Nos proponemos una apropiación de saberes que permita la realización de propuestas de formación, que integre de forma competencial las matemáticas de la ciudadanía y la ciudadanía *en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Como ya se dijo en la introducción, la educación para la ciudadanía, pretende orientar a los alumnos en cuatro aspectos: (a) la cultura política, (b) el pensamiento crítico, (c) el desarrollo de ciertas actitudes y valores, y (d) la participación activa.

Hablar de **cultura política** implica: (a) el conocimiento de las instituciones sociales, políticas y cívicas, así como los derechos humanos; (b) el estudio de las condiciones bajo las cuales las personas pueden vivir en armonía, los temas sociales y los problemas sociales actuales; (c) la enseñanza a los jóvenes de sus constituciones nacionales, con el fin de que estén mejor preparados para ejercer sus derechos y responsabilidades; (d) la promoción del reconocimiento del patrimonio cultural e histórico; (e) la promoción del reconocimiento de la diversidad cultural y lingüística de la sociedad.

El desarrollo del **pensamiento crítico** y de ciertas **actitudes y valores** supone: (a) la adquisición de las competencias necesarias para participar activamente en la vida publica; (b) el desarrollo del reconocimiento y respeto por uno mismo y por los demás para favorecer la comprensión mutua; (c) la adquisición de la responsabilidad social y moral, que incluye la confianza en si mismo y el aprender a comportarse de manera responsable con los demás; (d) la consolidación de un espíritu solidario; (e) la construcción de valores prestando la debida atención a los distintos puntos de vista y perspectivas sociales; (f) el aprendizaje de la escucha y resolución de conflictos de forma pacífica; (g) el aprendizaje para contribuir a un entorno seguro; (h) el desarrollo de estrategias más eficaces para combatir el racismo y la xenofobia.

Por ultimo, la **participación activa** de los alumnos se puede promover: (a) permitiéndoles implicarse mas en la comunidad en general (a) escala internacional, nacional, local y escolar; (b) ofreciéndoles una experiencia practica de democracia en el centro docente desarrollando su capacidad de compromiso con los demás; (c) animando a los alumnos a desarrollar iniciativas conjuntas con otras organizaciones (por ejemplo asociaciones de la comunidad, organismos públicos y organizaciones internacionales), axial como proyectos que impliquen a otras comunidades.

Pero, ¿en qué las matemáticas pueden colaborar a todo ello? ¿Qué características podríamos fomentar desde la formación matemática a los futuros docentes? ¿Hasta qué punto se trata de valores adyacentes o inherentes al conocimiento científico/ matemático?

El quehacer académico es diverso en su carácter disciplinar y necesariamente pone en evidencia la discusión sobre la aplicabilidad de las competencias y las relaciones entre las exigencias disciplinares y generales. Desde el punto de vista de los estudiantes y su formación superior, tal parece que la *competencia científica y técnica* resultan tener una mayor especificidad, aunque Neave (2001) las considera más bien transversales en algunas áreas como: economía, ingeniería, farmacia, medicina, computación y tecnología principalmente, pues el conocimiento de estas disciplinas se basa en principios universales. Por tal razón y, especialmente en esas áreas, en Europa se plantea la movilidad laboral basada en certificaciones o acreditaciones otorgadas en coordinación entre Universidad y Estado de manera tal que permitan a los profesionales ejercer en cualquier país comunitario (Castells, 1997).

También en España, el artículo 238 de la LOE (Ley Orgánica de Ordenación de la Educación, 3 de Mayo de 2006), que establece los fines del sistema educativo, enuncia el siguiente fin: *"La preparación para el ejercicio de la ciudadanía y para la participación activa en la vida económica, social y cultural, con actitud crítica y responsable y con capacidad de adaptación a las situaciones cambiantes de la sociedad del conocimiento"*.

Sin embargo, las competencias de carácter social son transversales en todo su sentido, dado que por su naturaleza, permiten a la persona desenvolverse en el mundo del trabajo independientemente del campo disciplinar. Ya se vio antes que el empleo es considerado como una comunidad de producción y desarrollo que se enfrenta al desafío de subsistir en un mercado altamente competitivo y agresivo. Frente a esa situación las competencias personal y social no solamente son complementarias a las competencias disciplinares, sino que son consideradas tan importantes como éstas. *El reconocimiento del "otro" y la búsqueda del "otro común" lleva naturalmente a la creación de mitos y símbolos, de tradiciones y normas, de sabiduría y conocimiento, de cultura en su sentido más amplio.* (D'Ambrosio, 2011).

2.2. Ciudadanía: responsabilidad, cohesión e identidad.

> *El empoderamiento no surge de la posesión de las matemáticas, sino de la posición que los estdiantes adoptan para influir en las prácticas sociales donde enseñan y aprenden las matemáticas.*
>
> Paola Valero, 2012 [7]

En Europa, el concepto de ciudadanía responsable forma parte del proceso de construcción de una identidad común, en una sociedad democrática, que busca la cohesión social. Ello implica, una posición activa en "la promoción eficaz del aprendizaje de valores democráticos y la participación democrática de todos los miembros de la escuela…" Desde el punto de vista educativo, los comentarios más frecuentes ante la

[7] Valero, P. (2012) Posmodernismo como una actitud de critica. Hacia la investigación dominante en Educación Matemática. En Valero,P; Skovsmose,O. (Eds.) *Educación matemàtica critica. Una visión sociopolitica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* pp 173-192. Bogotá. Una Empresa Docente.

situación actual, es que el nivel de educación, sobre todo en ciencias, matemáticas y tecnología está por debajo de lo esperado. Hay siempre un llamado para mejorar la calidad de enseñanza en base a formar en ciudadanía. ¿Pero qué tipo de calidad? ¿Y todo el mundo entiende la educación como un valor que deba cuidarse para formarse como persona y como ciudadanos? ¿Y qué decir respecto la responsabilidad de los agentes educativos en un aumento de la calidad basado en formar en ciudadanía a través de lo disciplinar matemático?

El analisis de los objetivos de la educación para la ciudadanía establecidos en los documentos oficiales (como es el caso de España en particular), permite identificar una amplia gama de expresiones y términos que se utilizan para incluir esta "materia" en el currículo. No obstante, también revela referencias mas explícitas a determinados conceptos, como por ejemplo los derechos humanos, la diversidad cultural, la tolerancia, el compromiso, los valores, etc. Estos conceptos que ya se han enunciado en párrafos anteriores, se han agrupado en tres grandes "categorías" de objetivos que se describirán desde varias miradas en los apartados siguientes:

- Objetivos dirigidos a desarrollar en los alumnos una **cultura política** (adquirir conocimientos teóricos sobre los derechos humanos y la democracia, familiarizarse con el funcionamiento de las instituciones politicas y sociales, apreciar la diversidad cultural e histórica, etc.);
- Objetivos relativos al desarrollo de las **actitudes** y **valores** necesarios ***para una ciudadanía responsable*** (aprender a respetarse y a respetar a los demas, escuchar y resolver conflictos de forma pacifica, contribuir a que los individuos convivan en armonia, desarrollar valores acordes con una sociedad plural, construir una imagen de si mismo positiva, etc.);
- Objetivos para estimular la **participación activa** de los alumnos, que les permitan implicarse en la vida de la comunidad escolar y local, y adquirir las competencias necesarias para participar en la

vida publica de forma responsable, constructiva y critica. Se debe dar a los alumnos la oportunidad de experimentar de manera práctica con los principios democraticos. Asimismo, también debe promoverse su capacidad para actuar los unos a favor de los otros y para participar en otras iniciativas pertinentes.

Estas tres categorías de objetivos son interdependientes y se articulan en una secuencia lógica continua, que abarca desde el grado de especificación formal de estos aspectos del aprendizaje hasta el nivel de implicación de los alumnos en los mismos.

La primera categoría se asocia a los saberes. Se refiere a la adquisición formal de conocimientos teóricos, que implica la comprensión de ideas asociadas a la ciudadanía. En concreto, los objetivos relativos a la adquisición de conocimientos y al desarrollo de la cultura política se centran, sobre todo, en la transmisión de información y de conocimientos relacionados con la historia y la geografía del país correspondiente, los principios en los que se basa su constitución, sus principales modelos organizativos y su sistema político. El rendimiento de los alumnos en estas áreas se puede evaluar fácilmente por medio de pruebas o exámenes escritos u orales.

En relación a la segunda categoría, se pretende desarrollar en los jóvenes la conciencia y las actitudes necesarias para actuar en la sociedad como ciudadanos bien informados y responsables. Los mismos objetivos también están relacionados con las actitudes personales de los alumnos y con un sistema de valores aceptado y compartido por la sociedad. Por tanto, los objetivos son menos "neutros" y más difíciles de evaluar que la adquisición de los conocimientos formalmente definidos, exige una mayor participación de éstos en materia de opiniones y actitudes.

Con respecto a la tercera, se espera que los estudiantes se movilicen y participen plenamente en la vida política, social y cultural de la comunidad. Los objetivos de la tercera y última categoría engloban un concepto más amplio de la educación para la ciudadanía activa. Estos objetivos tratan de proporcionar a los alumnos oportunidades para que lleven adelante su compromiso de portarse cívicamente durante el trabajo en clase y fuera de ella, y de animarlos a que tomen distintas iniciativas. Por tanto, su finalidad última es alentarlos para que exploten activamente lo que han aprendido en las dos categorías anteriores. La información de la que disponen pretende ayudarles a comprender y a mejorar su capacidad de participación activa. Los valores y actitudes que han adquirido deben servir de marco de referencia para una participación responsable basada en los derechos y deberes de los ciudadanos.

2.3. Ciudadanía y ética comunicativa democrática.

What if the student teachers and the pupils could participate in an inquiring dialogue with factory professionals in order to examine things that have not yet been investigated sufficiently? I know that this is not easily done. But that would be the ultimate situation.

Comentario en Alro & Johnsen-Hoines, 2010[8]

La ciudadanía se alcanza mediante la toma de conciencia del valor del uso de lenguaje y la comunicación, la construcción de pensamiento crítico y fomento de participación desde una perspectiva ética.

La **toma de *conciencia política*** (en cuanto la capacidad de elaborar en forma autónoma juicios de valor, expresar posiciones y reconocer, como diría Jurgen Habermas[9], la "pretensión de validez" de los enunciados que formulan quienes participan en un proceso dialógico) implica apostar a una ética comunicativa universal entre estudiantes y profesores para constituir ciudadanía a través de cualquier disciplina, incluso las matemáticas.

---

8 Alro, H. & Johnsen-Hoines, O. (2010) Critical dialogues in Matheatics Education, In H.Alro, O. Rawen, P.Valero (eds.). *Critical Mathematics Education: Past, present and future* pp 12-22. Rotterdam : Sense Publishers.

9 Habermas, J. (1975): *Problemas de legitimación en el capitalismo tardío*, Amorrortu editores, Buenos Aires, p.111.

Sólo la ética comunicativa asegura la universalidad de las normas admitidas y la autonomía de los sujetos actuantes por tanto recurre exclusivamente a la corroboración discursiva de las pretensiones de validez de las normas: sólo pueden reclamar validez aquellas normas en que todos los interesados se ponen de acuerdo (o podrían ponerse de acuerdo), sin coacción, como participantes en un discurso, cuando entran (o podrían entrar) en una formación discursiva de la voluntad (...) Sólo la ética comunicativa es universal (...) sólo ella asegura la autonomía..." (Alro & Johnsen-Hoines, 2010)

El lenguaje común en cuanto vehículo de comunicación científica, es un elemento de la época colonial que debe ser apreciado, por lo que permite el acercamiento de los pueblos, aunque a veces aparezca como un obstáculo (D'Ambrosio, 2001). La lengua es un factor de globalización que da oportunidades a la liberación y facilita el "desprenderse" de las influencias del exterior. Esto es particularmente importante en América latina para salir del colonialismo, pero también a veces en España. Por ende, es importante que los docentes sean conscientes de este hecho.

En cuanto al ***pensamiento crítico***, parece que nadie duda que la educación en valores y prácticas democráticas represente uno de los aspectos principales de los nuevos modelos de enseñanza y de aprendizaje, que los sistemas educativos del mundo estamos construyendo, ante los profundos cambios que enfrentan las sociedades contemporáneas. Esta idea se fundamenta en la consideración de que no es posible concebir los procesos de enseñanza y de aprendizaje exentos de valores morales o éticos, por lo cual toda práctica educativa involucra necesariamente la puesta en juego de un repertorio de valores que definen las sociedades -en un marco de conflictos y consensos-.

El ***análisis de procesos de participación*** (Wenger, 2001) en las prácticas de ciudadanía democrática en la clase de matemáticas, significa reconocer el valor de la modelización, así como el significado otorgado a la aplicación del conocimiento matemático y la necesidad de reflexión metacognitiva sobre la acción. Al mismo tiempo, implica ***incorporar prácticas escolares y sociales*** de cultura política democrática (tolerancia, respeto a los derechos humanos, compromiso ciudadano), en el caso de la educación matemática, se traduce en las formulaciones del *desarrollo de* *ciudadanía en la línea de educación en valores* (Bishop, 2005). Desde esta perspectiva, la educación para la democracia a través de las matemáticas, debe ubicarse entonces en un contexto de fomento de pluralismo, en donde se consideren las crisis de las certezas y las verdades inmutables como las que se observan en las tesis de corte lakatosiano.

2.4. Ciudadanía, diálogo y liberación.

> *Que algunas dictaduras hayan podido prohibir la enseñanza de la matemática moderna muestra el poder de liberación que tiene el conocimiento científico.*
>
> *Lizarzaburu y Zapata 2001: 61* [10]

La ciudadanía que se interpreta desde una epistemologia liberadora, que busca la superación de desigualdades sociales (Keitel, 2000a), o lo que llamaremos ***ciudadanía crítica*** se basa en los principios siguientes:

(a) conciencia de ***identidad política*** (Valero, 2009)**,** desde la superación, de desigualdades sociales y de la exclusión (Keitel, 2000b, Giménez, Civil y Díez, 2008), y el reconocimiento de las implicaciones de un curriculum oculto (Shaw, 2009),

(b) ***práctica del diálogo*** como forma de comunicación y reconocimiento de la alteridad como construcción social crítica (Freire 1998b, Alro y Skovmose, 2002), que se acompaña de un análisis del discurso de la práctica matemática y del papel de la familia (Civil y Quintos, 2009, Moschkovich, 2009);

(c) la asunción de ***una acción participativa*** desde una epistemología de liberación moderna, en la que el papel del estudiante ya no es escuchar, sino hacer y (d) el desarrollo de ***prácticas socioculturales***. donde la clase no es un espacio de transmisión de conocimiento, sino de construcción de saber (Radford, 2009) y de encuentros culturales (D'Ambrosio, 2007).

[10] *Lizarzaburu,A. y Zapata,G. (2001) Pluralidad y aprendizaje de la matemática .* Madrid. Morata

En cuanto lo político, es importante considerar la superación del eurocentrismo desde una perspectiva de responsabilidad cultural (Mukhopadhyay, Powell y Frankenstein, 2009) compatible con hacer matemática desde los principios de interpretación del programa Etnomatemática en el sentido de otorgar poder a los aprendices (D'Ambrosio, 2005.a). Estas posiciones se basan en la idea de que debemos superar el hecho común que se da en la educación matemática de una neutralidad aparente. Ese tipo de "neutralidad pasiva" implica (según diversos autores), una actitud de abstención, de inhibición ante diversas situaciones temáticas, las que son excluidas del aula y en virtud de la cual se silencia el tratamiento de determinados conflictos de valor o situaciones humanas sujetas a controversia.

Un posicionamiento crítico implica adentrarse en el valor de la lectura y el conocimiento del otro. En un proceso liberador, que se produce en la medida en que se petmite interpretar y reconocer la realidad de manera que se superen los mitos en actos de transformación de conocimiento (Freire, 1998a). Si bien Freire situaba estos procesos en la alfabetización de adultos, podemos reinterpretar ese pensamiento en la postmodernidad de las sociedades urbanas europeas.

En ese sentido, en educación matemática pueden desarrollarse estrategias liberadoras (Lurduy, 2009) como las siguientes:

(a) La autoafirmación, y aceptación los legados personales y culturales como propios y no sólo como dados y además convenientemente desacreditados.
(b) La crítica de mi propia existencialidad y forma de ser.
(c) Resistir, acumular fuerzas y ser maleable, para superar temores e interpretar y analizar.
(d) Usar el poder del diálogo creativo, sin límites, siendo informacionalmente abiertos y organizacionalmente cerrados

En cuanto al diálogo, Valero (1999) indica que para desarrollar una competencia de crítica y de acción colectiva, debe ser caracterizado por tres componentes:

- La *deliberación* como un proceso comunicativo colectivo que permite a un grupo considerar atenta y cuidadosamente, en primer lugar, las razones o falta de razones de sus opiniones y juicios preliminares; en segundo lugar las ventajas y desventajas de posibles decisiones antes de tomarlas; y en tercer lugar, los beneficios y perjuicios de posibles alternativas de acción antes de emprenderlas.
- La *coflexión* como proceso colectivo de conocer reflexivo en el que los miembros de un grupo de manera consciente hacen de su objeto de pensamiento y comprensión las reflexiones de los otros sobre sí mismos y, en especial, sobre sus acciones conjuntas.
- La *transformación* como centro de una intencionalidad colectiva encaminada hacia el mejoramiento continúo de las condiciones sociales y materiales del grupo.

En esta forma de plantear la ciudadanía, la comunicación y el lenguaje como herramientas liberadoras se identifica con considerar puentes que llevan a los individuos hacia los demás y al mundo en su marcha hacia la práctica social[11]. El lenguaje se entiende como un sistema dinámico en que cada uno de los humanos se siente "apretado" en el sentido de las palabras que se han forjado por las manos de generaciones precedentes (Mikhailov, 1980:199). A nivel de la escuela, más que animar a los estudiantes a elaborar construcciones personales autónomas, debemos animarlos a hablar entre ellos, tratar de que se comprendan, construir proyectos conjuntos, y llegar a ser críticos sobre sus propósitos y los de los otros (Radford y Demers, 2004).

[11] Para una profundización leer con cuidado "Me llamo Rigoberta Menchú y así me nació la conciencia", (1985), Guatemala

Hablar y escuchar al otro, da poder a las personas en la escuela, y las forma para su futuro. El poder de las matemáticas supone ganar poder sobre el lenguaje, las habilidades y prácticas de usar y aplicar las matemáticas. Conseguir poder tiene que ver con el papel que juegan las matemáticas en los aprendices, así como su impacto en su vida particular y social. Empoderarse socialmente a través de las matemáticas implica desarrollar la habilidad de usar las matemáticas lo mejor posible para ganar posibilidades de vida, de estudio y trabajo, así como participar lo más plenamente posible en la sociedad a través de una ciudadanía crítica matemática (Ernest, 2004)

Empoderarse epistemológicamente está relacionado con el crecimiento de confianza en uno mismo en cuanto a creación y validación del conocimiento para influir en prácticas sociales. El desarrollo de la identidad personal asociada da poder, porque genera confianza y crecimiento en los dos sentidos social y personal. El empoderamiento pasa por superar la neutralidad política y debe definirse en términos de potencialidades para participar en prácticas de las matemáticas escolares (Valero, 2012), y en la toma de posición para influir sobre diversas situaciones con herramientas diversas (Foucault, 1989).

2.5. Competencias ciudadanas y prácticas matemàticas

"no se trata de "partir de la cultura dominada", sino de interrogarla, cuestionarla, historiarla, de la misma manera en que se debe hacer con la cultura dominante.
Silva, 1995[12]

Matemáticas para la democracia aparentemente significa preparar para las elecciones y para algunos, preparar para el consumo y la sostenibilidad, pero ello significa asumir una perspectiva en donde no se considera la transformación de prácticas competetitivas, en las que las matemáticas siguen seleccionando. ¿Cuándo vamos a salir de una práctica

[12] Silva,T. (1995). Os novos mapas culturais e o lugar do currículo numa paisagem pós-moderna. Tomaz, S. y A. Moreira (Eds.). Territórios contestados: o currículo e os novos mapas políticos e culturais, Petropolis. Vozes.

de competición hacia una práctica de cooperación y de solidaridad? Matemáticas para la democracia implica actuar en cada lugar que es microsociedad, como los salones de clase.

Entre las propuestas para la ciudadanía democrática, cobra importancia la idea de una *ciudadanía planetaria*, que propone llevar al individuo a través de la reincorporación de la ética a las ciencias (D'Ambrosio, 1994a) a la adquisición de una conciencia de dicha ciudadanía. Sabemos que la participación en la escuela es un marco importante que sirve de base para el significado individual de responsabilidad hacia la comunidad. Wenger (1998), conceptualizó el aprendizaje a través de la participación en una comunidad de práctica, que considera cuatro componentes: práctica, significado, identidad y comunidad. Y dio elementos para considerar el aprendizaje como una entidad social (Wenger, 1998:12).

Para muchos investigadores, el uso de tareas ricas y poderosas es el elemento más fuerte que puede desarrollar un entorno que promueve ciudadanía. Y, en ese sentido, tareas que promuevan contextualización que supere el paradigma metafísico del ejercicio (Valero 2012: 59). Pero sabemos que un buen entorno y una situación problemática puede destrozarse, si no se acompaña de unas formas de gestión del aula adecuadas. Para fomentar ciudadanía democrática, la tarea debe promover discusiones conceptuales, reflexión, exploraciones, análisis, etc. Debe concluir con explicaciones, argumentos, razonamientos matemáticos e interaccion por pares sobre las ideas matemáticas. En ese contexto, la gestión de las propuestas de aula debe considerarse como facilitadora de la interacción con la que se consigue mejorar las habilidades de los estudiantes.

Observando los trabajos de CIEAEM 64 (S. Kaffoussi, C. Skoumpourdi, Kalavassis, F. (Eds.) *International Journal for Mathematics Education vol.4 Hellenic Mathematical Society.* Rhodas. 2012), entre las muchas respuestas que se dan a las relaciones entre democracia y educación matemática, específicamente en la formación de docentes, se constata la importancia de promover tareas investigativas y la formulación de preguntas (Menezes, Cannavaro y Oliveira, 2012) así como el seguimiento de las mismas (Serradó, 2012) para promover democracia.

2.6. Desarrollo profesional y ciudadanía.

> *El respeto en la cultura aborigen se considera un elemento cultural asociado a las siete enseñanzas : amor, valentía, sabiduría, honestidad, humildad, fe y respeto. Incluye respeto por la dignidad y libertad de los demás, por la calidad de vida y espíritu, y respeto por lo misterioso*
>
> Newhouse, 2000[13]

El profesor investigador es más que un profesor reflexivo en un proceso de investigación acción, en cuanto se considera que combina las teorías globales y locales para desarrollar la teoría de instrucción en el tópico. Visto así, el desarrollo profesional es un proceso que introduce un nuevo marco de interpretación del valor de las prácticas de construcción de significados como prácticas liberadoras y de desarrollo ciudadano.

Nos interesa especificamente ver como el docente se apropia de la idea de cómo se construye ciudadanía en relación con la **construcción de conocimiento matemático** (D'Ambrosio, 2005 b), teniendo en cuenta que en nuestro contexto social europeo, no se dan los conflictos que se observan en comunidades que luchan por la supervivencia (Knijnik, Alekseev, Barton, 2006; Civil, 2007). Por un lado, consideramos que el conocimiento matemático puede ser utilizado para entender dimensiones del mundo relevantes para la ciudadanía, y por otro lado se pretende que el aprendizaje se de mediante estrategias pedagógicas que permitan a los estudiantes y al profesor poner en práctica acciones consideradas propias de un ciudadano competente (Frankenstein, 1998), que sepa manejar conflictos. Por ejemplo, escuchar al otro en el quehacer matemático.

---

[13] Newhouse, D. (2000) Modern aboriginal economies. Caspitalism with a red face. The *Journal for Aboriginal economic development* 1,55-61

En nuestro trabajo, entendemos la **competencia profesional** en el contexto de la formación de los profesores de matemáticas, en cuanto al significado que otorgamos a las competencias, tareas profesionales, lo específico y lo transversal, etc. (Rico, 2004, 2009; Perrenoud, 2005).

Como ya se mencionó en la justificación, consideramos *que formar para la ciudadanía tiene que ver, con el fomento de la capacidad para enfrentar nuevas situaciones, y con la toma de decisiones en situaciones imprevistas*. Esto implica en el contexto de la formación de profesores, reconocer la multiplicidad de variables que se involucran en las competencias profesionales. Es necesario que se asuma la importancia del desarrollo de competencias específicas (por ejemplo, las competencias científica y técnica), así como la importancia y necesidad del desarrollo de competencias transversales como la personal y social, porque más allá del campo disciplinar su desarrollo profesional se realiza a partir de cualidades sociopersonales que le impulsan y facilitan ese progreso. Además su labor formativa le exige potenciar el desarrollo de dichas competencias en los estudiantes. La diferenciación de las competencias (genericas, específicas, transversales, etc.) es necesaria para la organización de los currículos y propuestas de formación, pero más allá de dicha diferenciación, resulta fundamental analizar su complementariedad.

A continuación procuraremos distinguir planteamientos teóricos que se han desarrollado sobre la idea de formar en ciudadanía a través de las matemáticas, en la formación de docentes en cuanto promoción de su desarrollo profesional, que justificarán el estudio empirico que desarrollaremos en el capítulo 6.

2.6.1. Análisis didáctico y competencia ciudadana.

Entendemos que el profesor debe ser competente en la gestión de su conocimiento matemático y también didáctico. Por competencia profesional en matemáticas y su didáctica entendemos la competencia en el análisis didáctico que le permite planificar, implementar, describir, explicar, valorar y mejorar procesos de instrucción de matemáticas. El desarrollo de la competencia en análisis didáctico es un desafío complejo para los formadores de profesores por la diversidad de dimensiones y componentes a tener en cuenta. Esta competencia se debe descomponer en competencias específicas. Además de la competencia de planificar diseñar e implementar secuencias didácticas, los futuros profesores han de ser competentes en el análisis didáctico de procesos de instrucción (planificados o ya realizados).

En diversos trabajos realizados en el marco del Enfoque Ontosemiótico -EOS (Font, Planas y Godino, 2010) se han propuesto cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio, cada uno de ellos con sus respectivas herramientas: 1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas. 2) Análisis de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos. 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas. 4) Identificación del sistema de normas y metanormas. 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio. Estos niveles son el resultado de un trabajo de síntesis teórica de diferentes análisis parciales consolidados en el Área de Didáctica de la Matemática e incluye el uso de trayectorias de formación basadas en enfoques socioculturales.

Este tipo de análisis didáctico tiene por objetivo realizar un análisis completo de los procesos de enseñanza-aprendizaje que permita describir, explicar y valorar dichos procesos. Para ello, es necesario desarrollar y aplicar, por una parte, herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa que sirva para comprender y responder a la pregunta "¿qué ha ocurrido aquí y por qué?". Por otra parte, es necesario desarrollar y aplicar criterios de "idoneidad" o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y "guiar" su mejora.

Un supuesto básico es que la matemática, desde el punto de vista institucional y personal, se concibe básicamente como una actividad humana centrada en la resolución de problemas, esto es, en términos de sistemas de prácticas matemáticas, en las cuales intervienen y emergen los objetos matemáticos primarios: situaciones problemas, lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc.), conceptos-definición, proposiciones, procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.) y argumentos (usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos). Los objetos matemáticos y los procesos de los cuales emergen (representación, argumentación, generalización...) están relacionados entre sí formando configuraciones, relativas a los situaciones – problemas que motivan la actividad matemática. De esta manera, se propone un modelo epistémico – cognitivo de análisis de la práctica matemática con grandes posibilidades descriptivas y explicativas de la misma, que no pierde de vista la componente sociocognitiva y cultural. Se supera de este modo una concepción restrictiva de la matemática reducida a los componentes conceptuales y procedimentales.

A partir de nuestro análisis, consideramos que hay un núcleo de la macro competencia en análisis didáctico que entendemos como: *"Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora" (Font et al. 2012).* Y suponemos que podemos encontrar criterios e indicios del desarrollo de esta competencia y cómo se relaciona con las llamadas transversales profesionales entre las que está el aprender a formar en ciudadanía. Asimismo, a continuación, describiremos posibles indicadores que permiten evaluarla en términos de idoneidad.

2.7. Indicadores según ejes competenciales sobre aprender a formar en ciudadanía.

La ancha avenida de la matematización está llena de socavones en los que podemos quedar atrapados si no caminamos suficientemente atentos.

Miguel De Guzman, 1988 [14]

A modo de conclusión que cumpla con nuestro primer objetivo de la tesis, proponemos una definición de la competencia profesional de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, y posterior-

[14] De Guzman, M. (1988). *La matematización de la cultura*. Saber –Leer, Revista crítica de libros. 16, http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/07leyendolibros/descartessueno/descartessueno.html

mente, un listado de indicadores competenciales sobre aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, que surgen de un sistema de categorías coherente con nuestra reflexión.

En nuestro trabajo, diremos que como docentes promovemos la competencia ***ciudadana a través de las matemáticas*** en cuanto fomentamos (docentes y estudiantes) un conjunto *de saberes y prácticas matemáticas reflexivas comprometidas, responsables y solidarias (OBJETIVO), mediante el desarrollo de un pensamiento matemático crítico y toma de conciencia del papel ético de hacer matemáticas (CONTENIDO matemático y didáctico), con el fin de aprender a reconocer el valor* de construir *matemáticas para interpretar hechos y cambios sociales, y aprender participar democráticamente en procesos decisorios comunitarios (FINALIDAD).*

Así, llegamos a la conclusión de que sería bueno considerar tres componentes de dicha competencia asociadas a los tres elementos fundamentales que se han desarrollado en apartados anteriores: cultura política, pensamiento crítico y participación activa. Ahora bien, consideramos que es importante distinguir en esta participación, una componente asociada al valor del diálogo y otra componente asociada al desarrollo de prácticas.

Justificamos esta subdivisión en las dos categorías últimas desde la consideración del ser humano como hombre como ser que actúa, que proyecta, que toma decisiones y que valora, e identificamos las acciones de los profesores en la clase como acciones complejas de cualquier ser humano. No vienen sólo determinadas por sus creencias y conocimiento acerca de las matemáticas (Skovsmose y Valero, 2002). Consideramos que Interpretamos las concepciones como conjunto o sistema de creencias (D'Amore, 2005) reconocidas a partir de manifestaciones discursivas de los sujetos. Sabemos que éstas se complementarán con las observaciones de sus prácticas. Y vamos a considerar las prácticas como conjunto de acciones mediante elementos observables de los sujetos humanos con sus intenciones.

Por todo ello, consideramos una caracterización a priori en base a cuatro ejes del desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía, que se corresponden con los aspectos citados (tablas 1 a 4). Los ejes que consideramos son:

(1) Apropiación política, activa y crítica de saberes;
(2) Participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales;
(3) Apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático,
(4) Práctica de la convivencia, democracia y la responsabilidad.

A cada eje se asocian unas categorías que surgen de los desarrollos teóricos y prácticas sobre competencia ciudadanas[15]. Para cada una de las categorías se establecen indicadores que se agrupan en tres columnas que se corresponden con tres tipos de conocimiento profesional (Matemático, didáctico y actitud profesional) que se codifican como se observa en las tablas. Estos indicadores no sólo se convertirán en descriptores que nos permitirán analizar prácticas o textos narrativos de los docentes o futuros docentes, sino que se convierten en descriptores de nuestro constructo teórico.

El primero de los ejes, que llamamos de ***apropiación política, activa y crítica de saberes***, tiene a ver no sólo con la aprehensión de las realidades próximas y generales sobre ciudadanía y matemáticas, sino en saber asignar un valor a las matemáticas para que puedan empoderar al alumnado. Y ello, implica tener claro qué sentido se da a la naturaleza de los saberes matemáticos que van a ser usados en el aula, implica desarrollar actitudes y pensamientos, los recursos, las posibilidades de las matemáticas de transformación del mundo que nos rodea. Se trata de identificar, admitir y contrastar los saberes personales, como saberes "indígenas" que lleva consigo superar la noción de las matemáticas como secreto (Jaramillo, 2009) . Interpretando en sentido amplio como valorizar

[15] Consideramos entre otros: M.E.N. (2006). *Estándares básicos de competencia ciudadana*. Bogotá. www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf
Hernando, C. (2008). *Competencia social y ciudadana en la LOE* Recuperado de: http://adide.org/revista/index.php?option=com_content&task=view&id=288&Itemid=62

los saberes propios del alumnado. Se trata de reconocer que el modo en que la gente usa las matemáticas no es siempre igual, y saber analizar su funcionalidad, para construir identidad colectiva.

La privatización de los saberes y la idea de que las matemáticas sólo están al alcance de unos pocos, hace a menudo que en sociedades a no democráticas, no se tengan en cuenta el conocimiento de grupos llamados marginales o propios. Y eso lleva a que en la escuela, se menosprecie el conocimiento etnomatemático, dentro del cual se encuentra el conocimiento intuitivo de los estudiantes en nuestras sociedades postmodernas del primer mundo. Este planteamiento epistemológico del valor del saber, a veces es olvidado en las aulas de matemáticas. Significa una reapropiación de valores culturales olvidados en nuevos proyectos culturales para el bien común. Este tipo de reflexión se hace desde hace tiempo en ciencias experimentales, cuando se dice que debemos ser conscientes de los usos indebidos de las pruebas farmacéuticas (Leff, 2004). En este eje, decidimos incluir aspectos e indicadores relacionados con la dimensión ética del conocimiento matemático y el desarrollo profesional del profesor asociado. Eso significa preocupación por el quehacer matemático, que piensa en el hombre y la especie humana por encima de la matemática misma. Consideramos cinco aspectos: (a) problematización humanizada; (b) Convivencia, identidad, solidaridad y cohesión social, (c) identidad colectiva en cuanto apertura al otro, (c) identidad democrática en tolerancia, respeto y negociación, (d) amistad y reconocimiento de pueblos y culturas en cuanto a sus valores científicos. En las tablas se muestran indicadores correspondientes a tres tipos de conocimiento en las aulas de matemáticas (matemático, didáctico y profesional) (Giménez, Bairral y Togashi, 2001).

Hablar de ***problematización humanizada***, significa plantear unas matemáticas para la construcción de una sociedad justa y humana, que pasa por no repetir currículos preestablecidos y conceptos impuestos que no tienen sentido quizás para el alumnado, y adaptarse a las realidades sociales y culturales. Las matemáticas que se enseñaban en las escuelas se limitaban a las destrezas de cálculo y sus aplicaciones y algunas nociones básicas de geometría con énfasis en las cuestiones de medida, pero la globalización y la mirada hacia la democracia, hace que se piense ahora en la resolución de problemas como algo que abre a las personas hacia la libertad. En efecto, los partidarios de estas nuevas matemáticas han subrayado que la sociedad moderna requería individuos, ciudadanos y trabajadores que debían poseer una amplia variedad de capacidades personales generales de una naturaleza formativa, tanto en lo relativo a la formación del carácter (concentración, observación, exactitud y perseverancia), como al desarrollo de la capacidad intelectual (poder de abstracción, generalización, pensamiento lógico, actitudes analíticas y de investigación).

Por otro lado, consideramos que no puede ser una problematización cualquiera desvinculada de un enfoque humanista parte del conocimiento del estudiante como un ser humano integral. Así, en esa visión de sí mismo, de los otros y del universo va a incidir de manera directa en su interés. Interpretamos que justamente a través de la ciencia y de la informática, que representan la síntesis del comportamiento del futuro, debemos reintroducir una ética en el pensamiento y en las prácticas del día a día. actitudes y valores puestos en juego durante su proceso de aprendizaje (D'Ambrosio, 2011). Todo ello, hace que consideremos la problematización como un elemento clave.

Matemáticas para cooperación (convivencia), respeto y solidaridad, significa mirar la historia y la epistemología desde una visión amplia, para evitar excluir a culturas, como ha sido habitual en los procesos coloniales que aún prevalecen en la sociedad moderna. Los docentes y futuros docentes somos responsables en reconocer la historia, para no caer en errores del pasado, en la construcción de modelos matemáticos para el futuro. Los elementos citados son elementos de la ética de la diversidad (D'Ambrosio, 1990).

Pensamos en una subcategoría que explicita la mirada de las matemáticas como ***identificar identidades colectivas como apertura al otro***, en cuanto reconocimiento de la igualdad y diversidad de conocimiento construido por personas humanas diferentes desde y para la fraternidad universal. Eso incluye huir de un rigor perverso y equivocado de las propias matemáticas, y cuidar la reflexión sobre las consecuencias éticas de determinado tipo de desarrollo para efectos militares, por ejemplo (D'Ambrosio, 1994b).

Incluye la reflexión sobre los comportamientos abiertos ante la investigación misma, el respeto ante los sujetos llamados "investigados", escuchando sus voces. La conciencia del ***valor de las construcciones matemáticas como identidad colectiva***, como procesos interpretativos, en donde es difícil hablar de objetividad y es muy importante la conjetura de construcción social (Restivo, 2009). En este sentido, superar la imagen que aún persiste de las matemáticas como algo ajeno y extrínseco a lo humano (Chronaki and Pechtelidis, 2012). Así, se ha conectado tradicionalmente a la razón pura, al absolutismo…, y puntos de vista trascedentales y supernaturales (Restivo, 2009).

El aspecto que hemos denominado **Identidad democrática de las matemáticas en tolerancia, respeto y negociación** implica valorar nuevos escenarios de aprendizaje que favorezcan la pluralidad de tiempos, idiomas, recursos, nuevas formas de expresión**…** (D'Ambrosio, 2007) una racionalidad abierta que se basa en la complementariedad de los procesos e interconexiones. Ello incluye lo que algunos autores denominan personalización, que rompe la neutralidad de los discursos académicos tradicionales (Knijnik, 2004). También consideramos en esta subcategoría las reflexiones o indicadores que apuntan a actitudes frente a una visión puramente unívoca de la propia historia de las matemáticas, en cuanto se huye de la reflexión transdisciplinar o se elimina la reflexión sobre lo semiótico. Estamos dejando para el eje 2, las alusiones específicas al establecimiento de posturas dialogales o debates igualitarios.

En cuanto la subcategoría que denominamos "**reconocimiento de las matemáticas presentes en pueblos y culturas**", está la base de la idea etnomatemática en si misma. Identificar las matemáticas como conjunto de valores y significados sociales y culturales que hacen emerger objetos de estudio quizás diferentes (Popkewitz, 2004).

	CONOCIMIENTO MATEMÁTICO		CONOCIMIENTO DIDÁCTICO		ACTITUD PROFESIONAL	
Problematización humanizada	Adoptar una lógica de planteamiento y resolución de problemas humanos (Políticas y problemáticas de los gobiernos, economía; bienestar de las personas; relación entre clases sociales, etc.)	**PHM**	Contribuir a la construcción de ideas matemáticas aue ayuden al alumno a empoderarse (Reconocer y asumir un curriculo abierto, dar valor al contexto, reconocer la diversidad de procesos, y formas de construcción, etc.)	**PHD**	Valorar conocimiento y pensamiento matemático de forma humanista	**PHP**
Convivencia, identidad, solidaridad y cohesión social	Saber reconocer diferentes maneras de resolver problemas, y pensar matemáticamente	**CIM**	Reconocer ideas y emociones de otros. Construir identidad por medio de autonomía y cohesión	**CID**	Identificar/rechazar o hacer valer recursos, derechos y necesidades	**CIP**
Reconocimiento de identidades colectivas, en cuanto apertura al otro	Reconocer el valor del conocimiento académico siendo etnomatemático. Identificar los diferentes roles y posibles funciones sociales de las matemáticas en la sociedad cambiante y compleja.	**IIM**	Conocer y valorar la importancia de modelos de enfoque investigativo y colaborativo. Reconocer la importancia de plantear actividades matemáticas que se relacionen con fenómenos sociales 7 tengan sentido para el alumnado	**IID**	Identificar y reconocer situaciones de exclusión. Cuestionar el poder de las matemáticas y de la educación matemática en la sociedad y cómo se ejerce ese poder	**IIP**
Identidad democrática en tolerancia, respeto y negociación	Identificar el valor de la igualdad, el equilibrio y la equivalencia en matemáticas, así como su sentido histórico. Reconocer el valor de modelos multivariantes (en contextos económicos, culturales, políticos o sociales)	**IDM**	Tratar problemas y conflictos que superen discriminaciones y desigualdades	**IDD**	Identificar tipos de pregunta que pueden dar lugar a una comunicación negociada.	**IDP**
Reconocimiento de las construcciones matemáticas de pueblos y culturas	Conocer formas de resolver problemas asociados a culturas diferentes, reconocer cómo son o fueron sus modos de pensamiento para resolver problemas sociales Reconocer el papel de las matemáticas en la sociedad y en la cultura	**RCM**	Organizar herramientas que permitan discutir sobre el valor de experiencias multiculturales. Destacar concpeciones alternativas y representaciones sociales de orígen cultural	**RCD**	Reconocer elementos de identidad y deferencia cultural	**RCP**

Figura 2.7.1.   Categorías e indicadores competenciales del Eje 1.

Tiene a ver con la reflexión del valor del conocimiento producido por una comunidad o con el respeto ético que implica que debemos ser respetuosos con ese mismo conocimiento y los mitos que se asocian a él (Aroca, 2008). Con estos indicadores, hemos agrupado una buena parte de los aspectos asociados a la ética del diálogo liberador (D'Ambrosio, 2011).

Como segundo elemento, se pretende el fomento de un diálogo desde la superación de exclusión (Giménez, Civil y Diez, 2008), que considere la perspectiva de curriculum oculto (Shaw, 2009), la deliberación y la comunicación crítica (Freire, 1998a; Alro y Skovmose, 2002) asi como el papel que juega el análisis del discurso de la práctica matemática (Moschkovich, 2009). Para caracterizar este segundo eje, pensamos en el desarrollo de unas matemáticas que se construyen desde la colaboración. Por ello, identificamos varios elementos: (a) accesibilidad, (b) sostenibilidad, (c) liderazgo deliberativo, (d) coherencia y compromiso, (e) coflexión, (f) transformación y movilización.

Las categorías (a), (b) y (d) se asocian a lo que otros autores llaman colectividad (Valero y Skovsmose, 2012), en el sentido que la democracia requiere que las personas compartan la conciencia de la necesidad de cooperar para tomar decisiones y generar condiciones de vida apropiadas para todos (Valero & Skovsmose, 2012).

La vertiente participativa/deliberativa de construcción las matemáticas mismas como construcción social, pasa por considerar la consciencia de cómo se produjo las matemáticas en las distintas sociedades, para aprender de las situaciones en las que este progreso consrtructivo , no generó bien común, y aprendiendo de dicha situación, generar nuevas ideas que en lugar de reproducir estereotipos, ayude a identificar un papel social de las matemáticas en donde todos puedan beneficiarse, y no sólo algunos.

Es importante, por lo tanto, interpretar el acceso democrático a las matemáticas como nuestra comprensión e investigación de nuevas maneras de pensar acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que tiene un compromiso moral con el bien común, lo mismo que con las necesidades individuales…para tratar enfermedades de nuestra sociedad (Malloy, 2002). El acceso no sólo debe centrarse en el uso de un lenguaje de lo científico y/o tecnológico, sino la consciencia de los momentos de eficacia y responsabilidad (Brodie, 1997) que pretendemos promover para todos sobre el significado y valor de lo científico y tecnológico. Por ejemplo, no se trata de que vamos a discutir de álgebra porque está obligado para todos, y nos centramos en que se sepan hacer ecuaciones, sino reconocer por ejemplo, que en cierto momento que se usaron las letras, se consiguió unir la idea geométrica con la funcional para mostrar la noción de variable. Facilitar las decisiones creativas, pasa por rediscutir **con todo el alumnado** momentos históricos clave de la construcción matemática.

Respecto la deliberación que forma a la ciudadanía, consideramos : (a) aprender a enunciar razones para hacerse opiniones propias y entender las ajenas, estableciendo pros y contras (b) saber hacer juicios previos a las afirmaciones de verdad asociadas a consensos o verdades, (c) beneficios y pérdidas de posibles modos de acción consecuentes, antes de comprometerse en ellos. La deliberación es una clase particular de diálogo social que fortalece a la gente para comprometerse en la formulación de problemas en la toma de decisiones y procesos de resolución de problemas (Valero & Skovsmose, 2012).

Respecto lo que denominamos coherencia y compromiso, consideramos que en un proceso de conocer solidario, las personas no se dejan al arbitrio de las decisiones tomadas, sino que se enfrentan con su futuro cambiado a través de dichas decisiones. En la coflexión, queremos indicar cómo se contribuye críticamente a un esfuerzo colectivo, generando comprensión profunda de situaciones, de tal manera que podamos transformarlas.

En la idea de transformación, consideramos las acciones que nos permiten modificar y mejorar las condiciones iniciales naturales o sociales, a través de las matemáticas. Con ello, se haga uno consciente de lo que le falta (Freire, 1990) en un posicionamiento de dar el máximo de valor social a la construcción de significados matemáticos, para que reviertan en la propia comunidad.

	CONOCIMIENTO MATEMÁTICO		CONOCIMIENTO DIDÁCTICO		ACTITUD PROFESIONAL	
Accesibilidad creativa y ubicación en el medio	Promover discusiones sobre el papel de las matemáticas en la conservación de la especie humana como construcción social.	**ACM**	Dar oportunidades para reconocer información científica relevante asociada a fenómenos en la toma de decisiones sobre el entorno.	**ACD**	Construir una actitud investigadora sobre su propia práctica.	**ACP**
Interpretar el valor de la sostenibilidad en el quehacer matemático	Valorar el debate sobre el uso de las matemáticas en la construcción de modelos que ayudan en la interpretación y transformación de de los recursos naturales y del patrimonio.	**ISM**	Construir colectivamente mapas de acciones para promover conciencia sobre el impacto social del uso de las matemáticas	**ISD**	Tener conciencia del impacto de las decisiones docentes, en cuanto al desarrollo de una educación matemática con funciones de diferenciación y exclusión. (usar las matemáticas como filtros sociales , prestigio académico, etc.)	**ISP**
Consideración abierta de liderazgos deliberativos	Contribuir a la construcción de creaciones matemáticas con argumentos deliberativos.	**LDM**	Fomentar situaciones en las que se usen argumentos matemáticos para la toma de decisiones. Análizar beneficios y pérdidas posibles en dicho proceso.	**LDD**	Intervenir y desarrollar proyectos sociales matemáticos que fomenten la cooperación y el diálogo igualitario.	**LDP**
Coherencia y compromiso	Resolver problemas discutiendo colectivamente y asumiendo un análisis epistémico, para realizar una toma de decisiones responsable.	**CCM**	Promover gestión que lleve a reflexión comprometida	**CCD**	Reconocer la importancia de la implicación en la construcción colectiva en los procesos de resolución de problemas	**CCP**
Coflexión	Discutir sobre la matemática como un saber construido socialmente.	**DCM**	Generar procesos colectivos de reflexión e interrogación grupal en el desarrollo de prácticas matemáticas.	**DCD**	Considerar los pensamientos, acciones y experiencias de los demás, en la toma de decisiones de la comunidad.	**DCP**
Transformación y movilización	Dialogar sobre procesos matemáticos que contribuyan a interpretar y mejorar relaciones sociales.	**TMM**	Implementar, procesos reguladores de evaluación y transformación del conocimiento	**TMD**	Asumir intencionalidad colectiva encaminada a mejoras grupales	**TMP**

Figura 2.7.2. . Categorías e indicadores competenciales del Eje 2.

Por ello, en esta subcomponente, queremos reconocer la conciencia del valor de la propia construcción (matemática , en nuestro caso) y sus efectos.

En un tercer eje , consideramos la formación para que todos puedan acceder a ser ciudadanos críticos en un sistema democrático. Consideramos que las sociedades que manifiestan tradiciones autoritarias, tienden a descuidar o desechar (o incluso a combatir activamente) el pensamiento crítico, la capacidad de tomar decisiones independientes y el poder de actuación de la población en general para una ciudadanía democrática, lo que afecta también a la educación matemática y el propio pensar sobre la matemática misma.

Como telón de fondo está el valor de la modelización, así como significado otorgado a la aplicación del conocimiento matemático (Niss 1991), la reflexión sobre la acción problemàtica, superación del euro centrismo desde una perspectiva de responsabilidad cultural (Frankenstein 1998, 2005), y la necesidad de reconocer implicaciones del uso de las matemáticas.

Este eje se relaciona con la contribución de todos a la educación matemática de calidad, al desarrollo tecnológico y socioeconómico de la sociedad y suele venir acompañada de la contribución de la educación matemática a la conservación y mantenimiento del poder político e ideológico (Niss, 1996 :24).

En este eje, se contemplan varias subcategorías:

(a) promover el acceso al conocimiento de las matemáticas de calidad en cuanto la contribución crítica de las mismas
(b) Uso de la matemática para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo del alumnado);
(c) Reconocimiento de evolución crítica de las matemáticas en sí mismas;
(d) Valoración de la educación matemática para ser ciudadanos informados;

(e) Mantenimiento de legitimidad de la creación de conocimiento matemático.

Implica desarrollar una comprensión de la interconexión de relaciones entre ideología, poder y cultura, rechazando cualquier llamado a fundaciones sobre la verdad y la cultura establecidas a priori, asi como la búsqueda sobre una falsa objetividad (Leistyna & Woodrum, 1996). Enseñar matemáticas para la justicia social y la crítica a veces es contradictorio (North, 2006), e implica trabajar para la diversidad y la preparación multicultural (McDonald, 2007). Es algo complejo, porque implica tener en cuenta dos fines interdependientes: la propia matemática y lo social para cambiar el mundo (Gustein, 2006). Por ello, en ésta y otras categorías de este eje, consideramos la criticidad en la mirada hacia las matemáticas mismas (introspección y metacognición crítica en lo social), de las matemáticas hacia fuera (aplicabilidad), y de fuera hacia dentro (modelización) (Niss, 2003).

La primera subcategoría se basa en la idea de que las matemáticas nos brindan herramientas para interpretar la realidad, al interpretarlas como actividad fundamental de modelización y anàlisis.

La segunda subcategoría, nos hace pensar en la idea de definir las matemàticas y sus problemas, de forma que ejerza su misión crítica ante el mundo en relación con el contexto social en el que opera y con los fenómenos educativos en los que están inmersos dichos problemas (Valero y Skovsmose, 2012: 216).

En una tercera categoría, hablamos de la necesaria reflexión crítica sobre la propia evolución de las matemáticas en cuanto colaboró o no en superación de injusticias. Ahí, consideramos las reflexiones en las que asociamos el trabajo con ideas matemáticas con el reconocimiento de los cambios en los procesos de refutación y cambio, superando el énfasis en los resultados de los grupos dominantes.

Así, pensamos que es importante conocer momentos en los que se producen rupturas en las ideas matemáticas, como la idea de integral, de covariación en las ideas funcionales, de incertidumbre y noción de probabilidad, de la idea de decimal como noción integradora de la idea de número, medida, o proporción, la propia idea de geometria analítica, y un largo etcétera.

En una cuarta categoría, pensamos en los elementos en que las matemáticas permiten hacer reflexiones sobre procesos y problemas, aunque mejor si se trata de problemas sociales. A menudo los estudiantes creen que sólo deben aplicar razonamientos deductivos propios de las matemáticas sólo a problemas aritméticos y geométricos desprovistos de contexto social. O se olvida el manejo y comprensión de problemas históricos dela ciencia experimental o matemáticas sin reconocer las discusiones sobre juicios de validez y modos de control.

Sabemos que desgraciadamente pocos profesores discuten sobre modelos de elecciones, intenciones de voto, problemas vinculados con la búsqueda de trabajo, promesas electorales, crecimiento poblacional, etc. usando tratamiento de datos, analizando argumentaciones políticas incoherentes. Con ello, se defiende la idea de que lo que va a ser auténticamente significativo es sólo aquello que incide directamente en tu propia vida.

Hemos pensado en una categoría especifica que considera la contribución de las matemáticas para se ciudadanos informados frente problemas sociales como el racismo, posiciones intransigentes sobre género, corrupción, etc. Por último, dar legitimidad a posiciones creativas, significa asumir una postura concientizadora, a través de la cual los hombres y mujeres se vuelven agentes de la curiosidad, se vuelven investigadores, sujetos de un proceso en acción, de preguntarse sobre la revelación del por qué de las cosas y los hechos, para reescribir el mundo (Freire, 1994: 105). Por ello hablamos de identificar el poder de las generalizaciones y construcciones creativas e interdisciplinarias, y percibir las matemáticas como herramienta para una crítica sociopolítica (Gutstein, 2003, 2006).

	CONOCIMIENTO MATEMÁTICO		CONOCIMIENTO DIDÁCTICO		ACTITUD PROFESIONAL	
Reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción del pensamiento crítico.	Interpretar y reconocer la modelización y aplicaciones matemáticas. Valorizar sistemas simbólicos Análizar y sintetizar informaciones	**PCM**	Reconocer actividades y acciones encaminadas a desarrollar la capacidad de análisis en el alumnado Desarrollar pruebas y refutaciones	**PCD**	Construir una actitud cuestionadora. Superar el reconocimento de transformaciones de conocimiento	**PCP**
Uso de las matemáticas para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo del alumnado)	Construir las matemáticas en conexión con el contexto social en el que operan. Leer críticamente elementos de la historia de la matemática	**ACM**	Establecer criterios de construcción y de análisis de secuencias didácticas y justificaciones de contenido	**ACD**	Asumir la capacidad de equivocarse. Interpretar el error de “otros” de forma positiva	**ACP**
Reconocimiento de evolución crítica de las matemáticas en sí mismas	Reconocer conexiones en la historia de las ideas científicas	**ECM**	Reconocer que la confrontación en el aula ayuda a cosntruir conocimiento	**ECD**	Reconocer el valor de procesos críticos y reflexivos en la historia científica	**ECP**
Valoración de la educación matematica para ser ciudadanos informados	Leer, interpretar y construir para elaborar conclusiones y decisiones. Establecer relaciones que permiten contrastes	**MIM**	Ayudar a Identificar normas y metanormas	**MID**	Colaborar a convivir y resolver conflictos	**MIP**
Mantenimiento de legitimidad de la creación de conocimiento matemático	Incorporar la idea de que las matemáticas son parte integrante de la construcción tecnológica.	**LCM**	Interpretar y devolver construcciones del alumnado, dando legitimidad al alumno	**LCD**	Promover la preparación para la vida política y social Incorporar a lo familiar, y en todo lo vivencial	**LCP**

Figura 2.7.3. Categorías e indicadores competenciales del Eje 3 sobre criticidad.

En cuanto al eje 4, que llamamos de ciudadanía y práctica, consideramos (figura 2.7.4) subcategorías asociadas a (a) responsabilidad, (b) transparencia y justicia, (c) participación y (d) pluralidad.

Si bien estas componentes son difíciles de asumir en una práctica inicial de un futuro profesor, o estudiamnte universitario, en la que hay poca experiencia escolar, pueden mostrarse actitudes o posicones abiertas a dicho posicionamiento. En los indicadores de los tres grandes tipos de conocimiento, pensamos que se identificarán prácticas matemáticas que se asocian a la construcción de identidades culturales.

Como primera y categoría más importante, se habla siempre de responsabilidad asociada a la libertad. En los estándares se pide que el alumnado exprese, de manera asertiva e involucrándose en la toma de decisiones, propuestas encaminadas a resolver las situaciones problema planteadas; de manera semejante escucha respetuosamente las de los demás (NCTM, 2000).

La categoría que hemos denominado transparencia y justicia, evoca el valor para que las decisiones sobre el quehacer matemático que se tomen sean justas, basadas en posiciones plebiscitarias (Savater, 1992).

Como tercera subcategoria, la participación en una sociedad democràtica, significa la superación de autoritarismo y el proteccionismo. En la formación de ciudadanos democráticos, se demanda formar y defender opiniones. A ese proceso se denomina participación activa. En la escuela, el alumnado en muchas ocasiones sólo interviene en los procesos de formación siguiendo instrucciones, así que nos toca formar para que se produzca participación.

El pluralismo de la etnomatemática, en cuanto enriquecimiento o mestizaje cultural (Oliveras, 1996) significa reconocer el valor de las aportaciones de los demás, y sentir que ello constituye la identidad democrática.

	CONOCIMIENTO MATEMÁTICO		DIDÁCTICOS (E/A)		ACTITUD PROFESIONAL	
Responsabilidad cultural, en cuanto alcance lo más amplio posible.	Intervenir en proyectos de alcance ciudadano Interpretación de manipulaciones matemáticas en noticias	**ICM**	Incidir en las posibles relaciones de poder en las interacciones de clase	**RCD**	Asumir , identidad responsable Participación Intervención en comunidad de investigación y aprendizaje	**RCP**
Apertura Identificar educación para la justicia y la paz.	Reconocer elementos de la construcción de historia y actualidad así como sus alcances respecto a lo que permiten entender.	**EJM**	Distinguir ejemplos que ayudan como instrumentos intelectuales	**EJD**	Identificar elementos estéticos, y distinguirlos de lo utilitario	**EJP**
Participación constructiva efectiva	Presentación creativa de ideas o procesos investigativos	**PCM**	Planificar, organizar procesos participativos y discutir sus éxitos o fracasos	**PCD**	Potenciar la intervención, desarrollo de iniciativas, dar aportes, relevantes	**PAP**
Pluralidad, identidad y valoración de diferencias	Realizar análisis crítico de las mismas, explicitar antidiscriminación	**PIM**	Asumir reglas, establecer acuerdos superarlas, elaborarlas.	**PID**	Identificar y respetar, rechazar situaciones de exclusión, discriminación.	**PIP**
Reconocimiento de construcción de relaciones pacíficas	Identificar la contribución de descubrimientos científicos asociados a lo pacífico o no	**RPM**	Exponer ideas propias, asumir conflictos, respeto, construyo relaciones que contribuyen a la convivencia comunitaria	**RPD**	Mantener actitudes pacificadoras	**RPP**

Figura 2.7.4. Categorías e indicadores del Eje 4.

A modo de conclusión del capítulo, en la figura 2.7.5. se muestran las interrelaciones entre los elementos reflexivos que caracterizan el valor de la ciudadanía en el ámbito escolar, y las implicaciones correspondientes para la formación docente, en cuanto se define la competencia de "aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas" que relaciona lo excplicado en este capítulo.

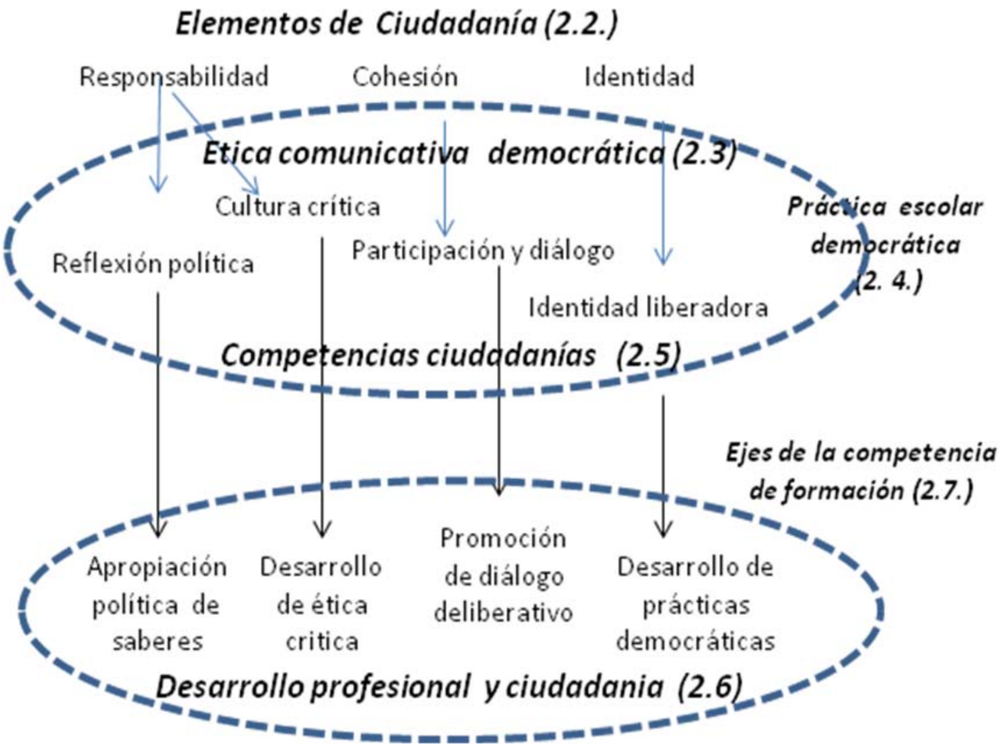


Figura 2.7.5. Esquema de nociones que constituyen ciudadanía democràtica y correspondientes indicadores de competencia profesional.

Capitulo 3

Prácticas matemàticas democràticas y desarrollo profesional

RESUMEN

En este capítulo, se busca reconocer qué tipo de práctica matemática desdarrolla ciudadanía democràtica tanto en la escuela como en la formación de profesores. Por lo tanto, se pretende explicitar inicialmente la epistemología de la noción de práctica matemática y práctica profesional (3.1.) .

Explicitamos características de las prácticas profesionales de los docentes de matemáticas para determinar el valor de prácticas que ciudan la ética de la ciudadanía, y son fomentadoras de investigación colaborativa (3.2.). Se visualiza el lugar de las competencias ciudadanas en cuanto transversal en el conjunto de competencias profesionales (3.2.1.), posteriormente se analizan elementos del desarrollo profesional, en cuaanto considera el diálogo y ciudadanía crítica (3.2.2.) y la reflexión crítica /etica que valore y analice prácticas democráticas (3.2.3.) y se describen las características de fomentar y desarollardebate igualitario (3.2.4.). Finalmente, se explican las prácticas escolares de coconstrucción critica (3.2.5.) que sustentarán la idea de práctica matemàtica democràtica (3.3.).

Por último, se analiza cómo encaja el desarrollo de anàlisis de prácticas democráticas en la elaboración de un ciclo formativo en la formación de docentes de Matemáticas (3.4)

3.1. Práctica matemàtica y práctica profesional.

> *Ver la enseñanza de las matemáticas como una práctica social implica asumir que su desarrollo es respuesta a la realización de unas determinadas tareas dirigidas por un objetivo identificado socialmente (objetivo curricular en el sistema educativo), cuya realización implica una actividad.*
>
> Llinares, S., 2000[16]

Consideramos en nuestro estudio ***práctica matemática*** *dentro de la perspectiva EOS,* ***como toda actuación o expresión –verbal, gráfica, etc.– que efectúa alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas*** (Godino y Batanero, 1994). En el estudio de la matemática, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa reparar en los sistemas de prácticas operativas y discursivas que manifiestan las personas cuando actúan ante tipos de situaciones problemáticas. Las prácticas matemáticas se producen mediante representaciones sociales como sistemas sociales de valores, ideas y prácticas, que para Moscovici (1988) poseen cuatro elementos constitutivos: la información, que se relaciona con lo que "yo sé"; la imagen que se relaciona con lo que "veo"; las opiniones, con lo que "creo"; las actitudes, con lo que "siento".

Llamamos ***práctica profesional*** del futuro profesor de matemáticas al ***conjunto de actividades reguladas e intencionales para que realicen análisis didáctico, desarrollen su competencia en análisis didáctico*** y ***aprendan a tomar decisiones éticas profesionales asociadas***.

Se entiende la competencia como: Diseñar, aplicar y evaluar secuencias de aprendizaje por medio de técnicas de anàlisis didáctico y criterios de calidad, con el fin de establecer ciclos adecuados y coherentes de planeamiento escolar, implementación, evaluación y propuestas de mejora. Se supone que podremos identificar criterios e indicadores que

---

[16]Llinares, S (2000) Intentando comprender la práctica del profesor de mnatemáticas. Ponte & Serrazina, L. (Eds) *Educaçao Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verao-1999* (pp. 109-132). Sociedade de Educaçao Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciencias de Educaçao.

tengan en cuenta el desarrollo de dicha competencia y como se relaciona con otras competencias profesionales requeridas por los futuros docentes de matemáticas para la Educación Secundaria. Nos interesa precisamente el desarrollo y análisis de prácticas profesionales que tengan a ver con la formación para aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas.

3.2. Prácticas profesionales y ciudadanía.

> *Desde el enfoque de la educación ciudadana se entiende que la matemática, en los niveles obligatorios de la enseñanza, no puede dirigirse a una minoría que la va a utilizar en su vida profesional o en estudios posteriores; por el contrario, debe llegar a las mayorías que necesitan usarla en su vida cotidiana para ser sujetos activos, críticos y participativos en una sociedad democrática, en la doble dimensión de sujetos autónomos y sujetos sociales.*
>
> Callejo, M. L., 2000[17]

Para muchos formadores y educadores matemáticos, educar en ciudadanía es desarrollar valores que muestren la tolerancia hacia la diversidad de las personas. Desde las matemáticas se puede educar para la paz y los valores democráticos. Y ello se lleva a cabo mediante prácticas participativas contextualizadas que reconozcan el carácter complejo en la construcción del conocimiento. En el caso de las competencias matemáticas, Godino y otros., en diversos trabajos (Godino, 2009; Godino, Batanero y Font, 2007), han atribuido a la noción de *conocimiento* el carácter holístico que el enfoque pedagógico/curricular atribuye a la noción de competencia, considerándolas, por lo tanto, equivalentes. Desde un punto de vista pragmático, *conocer/saber* implica el uso competente de los objetos constituyentes del conocimiento, la capacidad de relacionarlos entre sí, o sea de comprenderlos, y de aplicarlos a la solución de problemas.

---

[17] M.L. Callejo,. (2000). Educación matemática y ciudadanía. Madrid. C Poveda.

Entre las diversas competencias profesionales nos centraremos especialmente en la de seleccionar y reelaborar problemas matemáticos idóneos para la enseñanza en distintos niveles y organizarlos adecuadamente en secuencias que disminuyan los conflictos epistémicos, cognitivos y semióticos. Por otro lado, saber gestionar formas de debate que promueva construcción colaborativa de significados, se considere estabilidad emocional y afectiva, y se consiga promover un pensamiento crítico. Y todo ello, contemplando lo sociocultural no sólo como una variable, sino como la conciencia de las reglas que subyacen en una formación de calidad que ofrezca igualdad /equidad y se enfoque hacia la justicia, el compromiso y la transformación. Esta perspectiva es la que algunos denominan ecológica e integradora.

3.2.1. Aprender a formar en ciudadanía

La elección de las competencias como puntos dinámicos de referencia aporta muchas ventajas, ya que: (a) fomenta la transparencia en los perfiles profesionales y académicos de las titulaciones y programas de estudio y favorece un énfasis cada vez mayor en los resultados. Contribuye además al desarrollo del nuevo paradigma de educación primordialmente centrada en el estudiante y la necesidad de encauzarse hacia la gestión del conocimiento (Gomez-Chacón y Planchart, 2005).

La investigación reciente sobre la formación y el pensamiento del profesor, contempla que una de las competencias profesionales que debe tener un profesor, es aquella que le permite describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje (análisis didáctico). Aunque hay acuerdo sobre dicha competencia, no hay el mismo acuerdo sobre cuáles son las herramientas necesarias para realizar este tipo de análisis didáctico. Se suele considerar que el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar un completo desarrollo profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole extra-matemático (didáctico, epistemológico, psicológico, antropológico, sociocultural, emocional, etc) que le permitan organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, interpretar y adaptar el entorno sociocultural, y comprender los factores que condicionan la enseñanza y aprendizaje.

Por ello, en nuestro trabajo de investigación, consideramos que la formación del profesor de secundaria en matemáticas, debe estructurarse entorno a tres bloques integrados de competencias (Font, Rubio, Giménez y Planas, 2011):

(1) competencias genéricas de desarrollo ético-profesional,

(2) competencia matemática y

(3) competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática

Y dado el carácter secuencial de la propuesta de formación, consideramos que el núcleo de la competencia profesional del futuro profesor de secundaria del estado español debería de ser la competencia en el análisis didáctico, que integraría los dos ejes de competencias anteriores.

Ahora bien, ha habido pocas reflexiones sobre cómo debería desarrollarse la competencia genérica ética-profesional. Necesitamos maestros que estén dispuestos a pensar la enseñanza como un proceso creativo y no repetitivo (Shulman & Shulman, 2004). Maestros que tengan la capacidad de organizar y gestionar la actividad matemática a través de la ética de la implicación profesional que considere las matemáticas como práctica compleja (Baker, 1996) que forma no sólo en matemáticas, sino "a través de construir y activar matemáticas".

El presente trabajo forma parte de la categoría de estudios de *investigación en el contexto de formación del profesorado* (Krainer & Gofree, 1999) En esta categoría de estudios, se incorporan aspectos como: el aprendizaje a través del desarrollo profesional, enfrenta la discontinuidad entre la formación inicial del profesorado y la actividad profesional que deberá desarrollar en escuela y los cambios que el profesor experimenta en sus creencias y en sus prácticas. En esta categoría el uso de la investigación para la formación del profesorado afecta directamente al profesor y pretende el cambio de posiciones que normalmente no consideran la práctica matemática integrada con la educación integral de las personas.

3.2.2. Desarrollo profesional, diálogo y ciudadanía crítica.

Para interpretar, en el desarrollo profesional, la formación para la ciudadanía a través de las matemáticas en la formación inicial de docentes de matemáticas, nos posicionamos en la reflexión sobre la educación matemática critica (Skovsmose, 2002) y en cuanto la interpredtación del diálogo, y los planteamientos humanistas de la ética de la solidaridad, el respeto y la colaboración (D'Ambrosio, 2011). En esta visión, el diálogo del respeto va más allá de la búsqueda de conocimiento y el fomento de una cultura matemática alienadora (en el extremo de que está despreocupada de lo social, y centrada en un valor sólo intrínseco de la ciencia), o artesanal (en el sentido que se queda en simples prácticas no reflexivas, que no busca los modelos o las abstracciones propios de las teorías científicas). En la integración educativa no exclusiva del modelo postmoderno, no nos conformamos con decir que todos los estudiantes son iguales porque tienen igualdad de oportunidades en un turno de palabras, por ejemplo. En ese sentido, el desarrollo ciudadano de los estudiantes, pasa por establecer oportunidades para la construcción de matemáticas, además de reconocer matemáticas. Y en el desarrollo de la ciudadanía a través de las matemáticas, se tiene en cuenta integrar diversas dialécticas (construcción, deconstrucción) ; (particularización – generalización) (contextualización –descontextualización) (cultura propia- cultura global) (continuidad normativa- conflicto) (visualización unirepresentacional- multirepresentacional) (análisis-síntesis) (invariancia – cambio o transformación). La formación de los futuros docentes debe considerar estos aspectos.

La formación escolar matemática puede aportar privación o potenciación. Y debemos considerar cómo el desarrollo profesional enfoca las consecuencias de optar por una u otra de dichas opciones. Así, reconocemos que la educación matemática puede y debe contribuir a la creación de una ciudadanía crítica y apoyar los ideales democráticos. Los roles socio-políticos de las matemáticas no se fijan ni se determinan a priori. La educación matemática crítica se refiere a las preocupaciones que tienen que ver con la investigación y la práctica y una preocupación por la equidad y la justicia social que el futuro docente deberá promover.

En nuestra propuesta de formar para aprender a desarrollar la competencia ciudadana, nos referiremos a los siguientes desafíos:

(a) ¿Cómo desde el desarrollo profesional, se enfocan los procesos de globalización/ gethoización enmarcan la educación matemática?

(b) ¿Qué implica asumir posicionamientos postmodernistas en la formación de docentes en matemáticas y cómo se concreta en desarrollos específicos de formación?

(c) Al desarrollar programas de formación sobre matemáticas en acción, ¿qué deberían incluir en cuanto cómo debería interpretarse la mezcla de poder y matemáticas?

(d) ¿Cómo planteamos con los futuros docentes , que desde las matemáticas pueden proponerse formas de exclusión que se ejercitan a través de las matemáticas y la educación matemática?

(e) ¿Cómo desarrollamos capacidad de análisis sobre la problemática ética , con cuestiones como ¿en qué sentido la educación matemática empodera la comunidad de las aulas? En particular, ¿cómo romper el monopolio tradicional de que los recorridos de Formación se ha desarrollado mediante temas del programa específico? Y ¿cómo plantear un programa de formación que recoja estas preocupaciones en las condiciones de brevedad que tenemos actualmente, y desarrolle una formación para el cambio?

A continuación, tratamos de responder a estos interrogantes , con nuestra toma de posicionamiento teórica al respecto.

3.2.3. Desarrollo profesional, crítica y ciudadanía.

Partimos de los planteamientos del enfoque sociocultural, en los que se considera que el análisis de la práctica del profesor se centra en modelizar la manera en la que éste modifica las formas de participación de los estudiantes en el desarrollo de la actividad matemática desde una perspectiva social, para dotar de significado a las nociones matemáticas a partir de una perspectiva individual (Gavilán, García y Llinares, 2007). Asi mismo, reconocemos el valor de los análisis de interacciones socioconstructivistas (Bartolini-Bussi, 1991), y de las investigaciones sobre los fenómenos de participación y normas sociomatemáticas (Font & Planas, 2008). Ahora bien, dado que nos interesa reconocer un tipo de práctica que no sólo se centra en la construcción de significados matemáticos, sino que se busca también reconocer la ética del respeto, la solidaridad y la colaboración, integramos la perspectiva educativa democrática de la etnomatemática (D'Ambrosio, 2011) con la perspectiva de construcción colaborativa (Coll y Sanchez, 2008) y crítica de significados.

Ahora bien, desde la perspectiva reflexiva más amplia, quizás para algunos el profesor en su búsqueda de ser reflexivo y crítico, está ya asumiendo la competencia para formar en ciudadanía. Llinares y Kainer (2006) destacan que, "la práctica reflexiva ofrece una perspectiva de cómo los estudiantes para profesor aprenden sobre la enseñanza y proporciona información sobre los cambios en su enseñanza de las matemáticas. La reflexión de los estudiantes para profesor es un componente clave en esta visión del aprendizaje y se asume que uno aprende mediante la reflexión sobre la propia experiencia" (Llinares & Krainer, 2006:437). En nuestra propuesta, se propone un proceso de reflexión guiada como un proceso de indagación innovador en el que lo práctico es asistido por un mentor (o "guía") mediante un proceso de auto-indagación, desarrollo, y aprendizaje a través de la reflexión, con el fin de llegar a ser enteramente efectivo (Johns, 2002) es una condición necesaria, pero nos parece que no es suficiente.

Poder describir la perspectiva ética junto al conocimiento matemático, pedagógico y didáctico que los futuros docentes necesitan para su desarrollo profesional es un elemento importante de investigación, sabiendo que aún tenemos una idea limitada sobre estos aspectos (Silverman & Thompson, 2008). Las nociones conocimiento matemático para enseñar han sido útiles (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). Pero, se trata de modelos estáticos para poder analizar situaciones dinámicas y en cambio constante en las que deben aplicar ese conocimiento para desarrollar tareas profesionales que les sirvan de referencia de profesores cualificados y referencias de la investigación en educación matemática en particular. Consideramos que la formación inicial de docentes basada en la reflexión debe hacerlos competentes para analizar prácticas de clase, e identificar los aspectos de la enseñanza y aprendizaje con la mayor calidad posible. En particular, identificar las formas en que los futuros docentes se apropian del valor de un planteamiento crítico del contenido matemático a ser enseñado, para reconocer el desarrollo de competencias transversales como la formación para la ciudadanía democrática a través de las matemáticas. Y ello lo conseguiremos fomentando el respeto, la solidaridad y la colaboración.

Entendemos el respeto como la consideración de las diferencias individuales, la solidaridad como la satisfacción de las necesidades básicas de supervivencia de los individuos, y la colaboración en el sentido de preservar el patrimonio cultural y natural común. Ello se refleja en la ética de la comprensión, la reflexividad y la autocrítica (D'Ambrosio, 2011). Nuestra idea sobre solidaridad se basa en el hecho de que las expectativas de éxito en matemáticas se pueden modificar desde una perspectiva ecológica , usando actividades abiertas que permiten valorar diferentes habilidades. Interpretamos también el respeto en términos de aprender de ejemplos relevantes culturalmente que consideran la historia de diferentes culturas en equidad (Boaler, 2008).

Una de las tareas clave del profesor de matemáticas es la selección y adaptación de situaciones–problema que promuevan la contextualización de los contenidos matemáticos, su aplicación y ejercitación. Los problemas no pueden ser excesivamente puntuales/aislados, sino que deben permitir la articulación de las distintas competencias matemáticas, y por tanto, tener un carácter globalizador. Pero no es suficiente disponer de "situaciones ricas", se requiere avanzar hacia la organización de configuraciones y trayectorias didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006) idóneas desde el punto de vista epistémico, cognitivo e instruccional. En investigaciones recientes se han desarrollado ciclos y tareas profesionales para el desarrollo de competencia de análisis didáctico basadas en actividades que pongan de manifiesto el conocimiento matemático para ser enseñado. En nuestro trabajo, sin embargo, nos proponemos enfrentar una competencia profesional asociada al desarrollo futuro de competencias transversales a través de las matemáticas. Y por ello, pensamos que lo más adecuado es elaborar un ciclo transversal que se trabaje en las diferentes asignaturas del Máster.

El estudio que realizamos contribuye al desarrollo de una parte a veces olvidada del análisis didáctico en la búsqueda de herramientas para la idoneidad ecológica de los procesos de estudio en cuanto valorar de forma holística la idoneidad didáctica de los procesos de estudio planificados o implementados en sus distintas dimensiones (*epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica*), teniendo en cuenta el conocimiento descrito anteriormente. Consideramos también fundamental desarrollar una actitud positiva hacia la enseñanza de las matemáticas, de modo que valore tanto su papel formativo como su utilidad en la educación de los ciudadanos y profesionales. (Godino y Batanero, 2008).

En efecto, desde hace varios años se ha planteado que es necesario defender la escuela como un servicio público importante que eduque a los estudiantes para ser ciudadanos críticos que puedan pensar, desafiar, correr riesgos y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad en general (Giroux, 1989; D'Ambrosio, 1997, 2002; Skovsmose, 1999). Se considera que uno de los grandes desafíos que tenemos los educadores matemáticos es reconocer cómo la enseñanza de las matemáticas hace parte y contribuye al desarrollo de objetivos amplios de la educación, como los enunciados en la Declaración de Derechos Humanos de 1948. Y que la educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática (Skovsmose, 2002). Estos planteamientos junto con serias reflexiones y discusiones sobre los fines de la educación han motivado que en las propuestas de los nuevos planes de estudios en diferentes países, se exprese, la necesidad de desarrollar competencias transversales en la formación matemática escolar y la necesidad de revalorizar la construcción de un sentido ético de la responsabilidad profesional del docente (Font, Rubio, Giménez y Planas, 2009).

Desde la perspectiva socioconstructivista de la enseñanza y aprendizaje escolar se insiste en propiciar una atmosfera cooperativa que conduzca a una evolución favorable de los mecanismos de influencia educativa que tienen lugar en el aula. Estos mecanismos son de dos tipos: construcción progresiva de los sistemas de significados compartidos y traspaso del control y responsabilidad en el aprendizaje del profesor a los estudiantes (Colomina, Onrubia y Rochera, 2001). En el contexto de la Educación Matemática diversas investigaciones han reflejado la preocupación por el estudio de procesos de construcción de significados y la relevancia del análisis de la participación en la clase de matemáticas (Popkevitz, 2004).

En este sentido, consideramos que deben valorarse prácticas de participación deliberativa matemática. Se interpreta como un caso paradigmático para la caracterización de lo que llamaremos prácticas profesionales matemáticas democráticas, a partir del análisis de debates en el aula, en los que observamos que se consigue negociar exitosamente significados matemáticos.

Asumimos que este tipo de prácticas deben producirse mediante el uso de formas de participación e interacción que utilice diálogos igualitarios deliberativos (Skovsmose & Valero, 2002; Alrϕ y Skovsmose, 2004) y deben proporcionar a los docentes y futuros docentes herramientas para valorar formas de trabajo adecuadas a las necesidades de grupos heterogéneos y multiculturales en entornos urbanos (Weber, Maher, PowellL & Lee, 2008). Para elaborar este tipo de propuestas, un primer paso es reconocer prácticas existentes que cumplan con esas condiciones. Este estudio forma parte de un proyecto más amplio que pretende analizar el desarrollo de la competencia de los futuros profesores de matemáticas en la etapa 12-16 años (Font, Rubio, Giménez y Planas. 2009).

3.2.4. Prácticas escolares de debate igualitario.

Interpretamos la matemática desde una dimensión política de la educación, en la que se manifiesta que nuestra responsabilidad como matemáticos y educadores matemáticos es saber como orientar un pensamiento crítico a través del diálogo. Esta dimensión nos obliga a tratar en las aulas de matemáticas los problemas y las políticas del gobierno, la economía, las relaciones entre naciones y entre las clases sociales, el bienestar de las personas, la preservación de recursos naturales y culturales, etc. (D'Ambrosio, 2001). En cuanto a las formas de intervención, consideramos la acción educativa como integración de techné, praxis y episteme (Habermás, citado por D' Ambrosio, 1986) y el currículo matemático escolar como un sistema de condiciones socioculturales, que debe incluir prácticas discursivas construidas no coloniales, es decir, prácticas etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1986), a través de un discurso igualitario (Freire, 1997a)

Un lugar privilegiado en donde se produce un discurso igualitario democrático son las situaciones de debate. En estas situaciones el profesor asume un papel secundario dejando que se escuche la voz de los estudiantes. En él, todo el mundo tiene las mismas oportunidades de compartir su particular aproximación a las ideas matemáticas (D' Ambrosio, 1985a; Giménez, Diez y Civil, 2008). La componente ética, en el análisis de dicho discurso en la clase de matemáticas, se vehicula mediante tres características que implica la ciudadanía democrática: respeto, solidaridad y colaboración (Morin, 1999; D'Ambrosio, 2011).

Entendemos el respeto como la consideración de las diferencias individuales, la solidaridad como la satisfacción de las necesidades básicas de supervivencia de los individuos. Colaboración no es aquí sinónimo de diálogo como forma de discurso, sino en el sentido de preservar el patrimonio cultural y natural común. Ello se refleja en la ética de la comprensión, la reflexividad y la autocrítica (D' Ambrosio, 2011). Otros autores plantean constructos semejantes en relación a este tipos de prácticas discursivas, como las nociones de equidad relacional (Boaler, 2004), práctica investigativa (Adler & Confer, 1998), diálogo colaborativo investigador (Alrϕ y Skovsmose, 2004). En estas propuestas, se considera un nuevo rol del profesor, que le exige asumir responsabilidad en la transformación de un currículo tecnocrático, hacia planteamientos dinámicos y creativos (D' Ambrosio, 2011).

3.2.5. Prácticas de co-construcción crítica.

El posicionamiento socioconstructivista, incorpora la idea de co-construcción, en la que el lenguaje y la participación dialogada se consideran instrumentos mediadores del desarrollo cognitivo por excelencia (Lantolf, 2006). Una participación de este tipo incorpora el contraste y el conflicto, en donde se comparten, contrastan y desarrollan reflexiones y conocimiento de una forma sistemática y eficaz. Busca que los participantes se sientan "involucrados" y "escuchados", por ende "implicados" como miembros del grupo, en una interacción en la que se comparten deberes y responsabilidades (Engeström, 1999). De esta manera, propiciamos que los miembros de un grupo vean cómo las reflexiones propias son compartidas por otras personas iguales y que al mismo tiempo sean considerados como 'expertos potenciales' (Donato, y Brooks, 2004), donde "se aboca al pasado para construir el futuro" (Mercer, 2000). Añadir el apelativo de critico, implica no sólo situarse en el análisis de la interacción y la participación lingüística, sino reconocer la construcción de significados en la zona de riesgo investigador (Alrϕ y Skovsmose, 2002) para identificar los movimientos discursivos de justificación y negociación (Crook, 1994) que los han permitido construir.

Así, las prácticas de co-construcción crítica se entienden como aquellas que se generan a partir de tres procesos dialógicos principales: la articulación, el conflicto y la co-construcción (Crook, 1994). La articulación, consiste en la justificación y declaración explícita pública de ideas logradas, a través del pensamiento organizado e interpretado. El conflicto, surge de los desacuerdos de los participantes cuando tratan de justificar sus puntos de vista y se hacen intentos para resolver opiniones divergentes, lo que requiere procesos de replanteamiento y reestructuración cognitiva. Por último, la co-construcción puede ser vista como la producción de conocimiento que se construye en forma conjunta en la articulación y cruce de argumentos durante el intercambio de textos dirigido al pensamiento colectivo (Crook, 1994). Significación que tiene el hecho de compartir objetivos cognitivos comunes, ya que el resultado alcanzado no es la simple yuxtaposición de información sino su elaboración, reformulación y construcción conjunta entre los participantes. En el caso que describimos aquí, este proceso de reinvención se produce en unos momentos o escenarios, y no está orientado solamente por un lenguaje formal, sino que prospera en el diálogo intra-grupo.

3.3. Práctica matemática democrática

> *La educación matemática contribuye a la democracia si se promueve y califica una orientación critica en los estudiantes a través del uso o desuso de las matemáticas en contextos extramatemáticos. Y en la medida que se prepara a los estudiantes para ser capaces de practicar aplicaciones y modelaje en otros tópicos nomatemáticos; como ciudadanos privados en el presente y futuras profesiones.*
>
> IChristiansen, I., (2007)[18]

Una manera de conceptualizar las prácticas matemáticas realizadas en el aula por los alumnos es considerarlas como una secuencia de acciones que permite la lectura y producción reflexiva de textos matemáticos, la cual es reconocida como matemática por un interlocutor

---

[18] Christiansen, I. (2007). *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 1, pp. 49-62

experto (el profesor). Esta manera de entender la práctica matemática implica considerar las facetas personal e institucional, entre las cuales se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática (Godino y Batanero, 1994). Hay que distinguir entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que en tanto que acción humana orientada a una finalidad tiene un sentido, tanto para quien la realiza como para quien la interpreta. En el caso de las prácticas matemáticas realizadas en el aula, su sentido viene determinado por la función que esta práctica desempeña en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

Hay que resaltar que esta manera de entender el sentido de las prácticas matemáticas implica que se las considera como una secuencia de acciones sujetas a reglas matemáticas (Font, Godino y Gallardo, 2013). Si bien la práctica matemática realizada en el aula por los alumnos está sujeta a reglas matemáticas (por ejemplo la regla que indica cómo se debe hacer la construcción de la mediatriz de un segmento), el hecho de que ésta se realice en una educación escolar lleva a considerar que no se pueden tener en cuenta sólo reglas matemáticas para caracterizar la práctica matemática realizada en el aula (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009).

La sociedad organiza la escuela con el fin, entre otros, de formar o educar a sus miembros (ciudadanos) para hacer de ellos miembros activos, responsables, competentes en la solución de los problemas actuales o futuros que se presenten a la sociedad. Hay pues una primera y básica regla del contrato educativo: la escuela debe educar para la ciudadanía y el desempeño profesional. Pero la escuela es un ente abstracto que se personaliza en los sujetos (profesores, estudiantes, directores, administradores, etc.). La obligación de educar se concreta en la obligación de enseñar por parte de los profesores y de aprender para los estudiantes; asimismo, la sociedad en su conjunto tiene la obligación de proporcionar los medios necesarios y los padres la obligación de contribuir en algunas esferas específicas.

La noción genérica de "contrato", heredada del mundo jurídico, busca especificar esas reglas. En las relaciones pedagógicas y didácticas que se establecen en las instituciones escolares, intervienen diversos agentes y facetas. Esto hace que no todas las reglas, que determinan dichas relaciones, sean de la misma naturaleza. Por ello se habla de contratos: *social, educativo, institucional, pedagógico* o *didáctico*, según sea su ámbito de aplicación (y agentes intervinientes): la sociedad, el conjunto de personas y de grupos interesados en la creación y comunicación de saberes de un cierto campo, la institución, la clase, o la clase de matemáticas. Las reglas en la clase de matemáticas son la concreción de las reglas en el aula de las reglas que constituyen los cinco contratos mencionados.

Cuando se realiza el análisis de la actividad matemática realizada en un aula podemos ver cómo aparecen en el curso temporal de la clase determinadas reglas matemáticas (por ejemplo cuando se institucionaliza una definición, un procedimiento, etc.), pero también podemos ver como se repiten ciertos patrones de interacción que explícita o implícitamente están generando normas socioculturales, sociales, etc. y también valoraciones, explícitas o implícitas, de los alumnos sobre dichas normas (D'Amore, Font y Godino, 2007; Planas y Civil, 2011).

La cantidad de reglas que regulan la realización de la práctica matemática de los alumnos en el aula da pie a combinaciones diferentes, que producen tipos de prácticas matemáticas diferentes. En un extremo se tiene una práctica matemática no significativa (Pochulu y Font, 2011), mientra que en el otro tenemos la que nos interesa en esta investigación, aquella que consiste en acciones que no preestablecen un contenido a priori, sino que dan a los sujetos la capacidad de crear y construir matemáticas. A este tipo de práctica la llamaremos práctica matemática democrática.

Identificamos la ***práctica matemàtica como democrática cuando mediante tareas adcuadas y el diálogo, proporciona al alumnado poderes sociales y ejercicio pleno de la ciudadanía a través de las matemáticas.***

Se desarrolla práctica matemàtica democràtica en la medida que el alumnado hace juicios críticos de decisiones sociales a través de las matemáticas con la mediación docente, y cuestiona las afirmaciones de la matemática como ideología de la certeza acabada y totalmente definida (Skovsmose, 2001).

En resumen, como síntesis de las dos perspectivas teóricas enunciadas, entendemos la práctica democrática matemática como un sistema de interacciones dialogadas en el aula que tienen por fin la co-construcción critica de significados matemáticos, integrando la componente ética de la reflexividad para conseguir desarrollar herramientas que permitan enfrentar la complejidad y la ciudadanía. Para caracterizar este tipo de prácticas, consideramos el cruce de la componente ética y la co-construcción crítica, discutidas en párrafos anteriores.

		ÉTICA DE LA CIUDADANÍA DEMOCRÁTICA		
		Respeto	**Solidaridad**	**Colaboración**
CO-CONSTRUCCIÓN CRÍTICA DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS	**Articulación**	Articulación respetuosa	Articulación solidaria	Articulación colaborativa
	Conflicto	Generación respetuosa de conflictos	Conflicto solidario	Colaboración ante los conflictos
	Co-construcción	Co-construcción respetuosa	Co-construcción solidaria	Co-construcción colaborativa

Figura 3.3.1. Tipos de prácticas democráticas matemáticas

Así, identificamos diversos tipos de prácticas democráticas matemáticas que se corresponden con las nueve formas que se obtienen de cruzar los tres aspectos de co-construcción crítica, con los tres elementos de la ética de la ciudadanía democrática (Cuadro 1). En el capítulo 5, se analizará la práctica de un profesor desde esta perspectiva, y usando dichos constructos que acabamos de definir.

3.3.1. Prácticas matemáticas y creencias desde EOS.

Observar el desarrrollo profesional de futuros profesores, nos lleva a pensar en cómo controlamos aspectos de su sistema de creencias o concepciones iniciales. Para ello, trataremos ante todo de explicar los trabajos realizados.

Según Ernest (1989b, 1991a), se pueden diferenciar cinco tipologías de sistemas de creencias del profesorado: el entrenador, el tecnólogo, el humanista, el progresista y el crítico. Cada uno de ellos tiene un sistema de creencias que permite distinguirlo de los demás. Por su parte, Khus y Ball (citado en Ramos, 2006) caracterizaron tres concepciones dominantes entre el profesorado sobre el proceso ideal de instrucción (la primera focaliza la atención sobre el aprendiz, la segunda sobre el contenido pero hace énfasis sobre su comprensión, y la tercera también sobre el contenido, pero hace énfasis sobre las reglas y los procedimientos). Otra clasificación fue la propuesta por Renne (citado en Ramos, 2006), dicho autor consideró dos tipologías de profesores, la primera está orientada hacia el conocimiento escolar, mientras que la segunda está orientada al desarrollo de los alumnos. En otros trabajos, identifican tres tipos de profesores según su implicación profesional: tradicional, crítico, implicado (Burgués, 2006).

En éstas y otras muchas ideas que se han propuesto, han permitido llegar a un acuerdo bastante generalizado sobre el hecho de que el sistema de creencias en la formación del profesorado es un sistema complejo (Foss & Kleinsasser, 1996; Kagan, 1992; Font, 2005; Llinares, Sánchez, García & Escudero, 1995; Nisbet &Warren, 2000). en el cual se pueden considerar subsistemas conectados en forma de red y que operan en función del contexto, y hay un cierto acuerdo de fondo en considerar que las creencias serían el filtro a través del cual los profesores toman sus decisiones. Por otra parte el sistema de creencias se desarrolla en su práctica profesional (Escudero, García, Llinares y Sánchez, 1993; Llinares, 1995). Las investigaciones sobre la relación entre creencias y práctica profesional han mostrado las divergencias entre las creencias y la práctica de los futuros profesores (Perry, Southwell & Howard, 2000; Martínez Padros, 2003). Las creencias se interpretan también como disposiciones para la acción (Brown & Cooney, 1985; Wilson, 1994). En Ramos (2006) se realiza un encaje de los constructos creencias y concepciones en el marco del EOS, en concreto se relacionan dichos constructos con el de objeto personal. Al considerar a los objetos personales como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas , las concepciones se derivan de dichas prácticas, entendidas en términos de brecha (Ramos, 2006).

En el EOS se considera que no podemos interpretar las conductas observables de los alumnos si no les atribuimos una finalidad. Por tanto, se distingue entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que, en tanto que acción humana orientada a una finalidad, tiene una razón de ser.

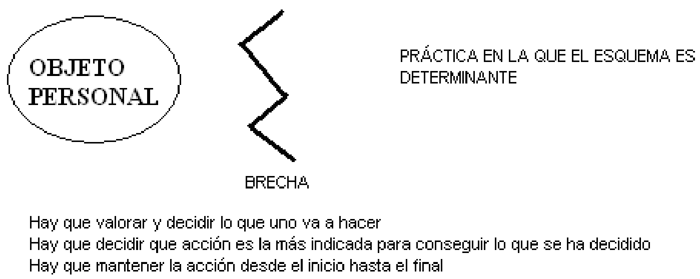


Figura 3.3.1.1. Objetos personales y prácticas en EOS .

Esta idea no se aleja de la que explica la noción de prática como desarrollo intencional (D'Ambrosio 2002, 2011). Ahora bien, en EOS se distingue entre las prácticas en las que prima el componente operatorio o actuativo nos permiten realizar "acciones" y "argumentaciones" cuya finalidad es la resolución de "situaciones problemas". Las prácticas discursivas (comunicativas) están relacionadas con el dominio y la creación del "lenguaje" así como en su uso para la realización de "argumentaciones" que permitan dar una justificación de la validez de las acciones realizadas. Las prácticas regulativas (normativas) están orientadas básicamente a conseguir establecer "propiedades" (proposiciones) y definiciones o "conceptos". Al conglomerado, necesario para la realización y evaluación de prácticas, en el EOS se le llama configuración de objetos primarios. En el EOS, además de considerar las prácticas se considera un constructo, el objeto personal, que es "aquello que posibilita la práctica".

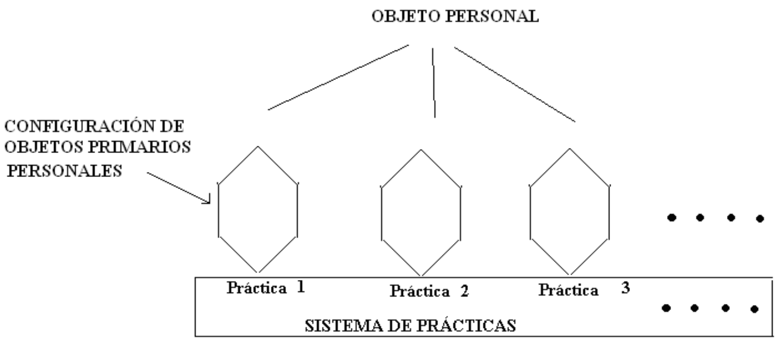


Figura 3.3.1.2. Esquema de sistema de prácticas según EOS

En este ámbito de ideas, la concepción se puede entender como asociado íntimamente a la acción (Peirce, citado en Faerna, 2006), en el sentido que el sujeto, ante "situaciones-problema", genera un proceso de "investigación" y argumentación para establecer la creencia (Yo creo P). La práctica realizada por un sujeto, que genera (o está de acuerdo con) una determinada "creencia", se puede considerar como el resultado de la activación de algo parecido a lo que en el EOS se ha llamado "configuración cognitiva".

3.3.2. Configuración didáctica y ciclo formativo.

Para el desarrollo de un ciclo formativo, consideramos clave el análisis de las configuraciones didácticas efectivamente implementadas en un proceso instruccional, y de las que potencialmente pueden diseñarse para su implementación, se verá facilitado si disponemos de algunos modelos teóricos que nos sirvan de referencia. En esta sección vamos a describir cuatro tipos de configuraciones teóricas que pueden desempeñar ese papel y que designamos como configuración *magistral*, *adidáctica*, *personal* y *dialógica*.

La Teoría de Situaciones Didácticas proponía una manera de organizar el trabajo del profesor y los alumnos a propósito de un saber matemático pretendido, que se considera óptima en términos del aprendizaje de los alumnos. La secuencia de situaciones adidácticas de acción, formulación, validación, y la situación didáctica de institucionalización especifican los papeles del estudiante en interacción con el medio (en el que se incluye el profesor, unos conocimientos pretendidos y unos recursos materiales y cognitivos específicos) que podemos interpretar como un tipo de configuración didáctica de naturaleza teórica.

Pero sabemos que este no es el único tipo de configuración didáctica que puede implementarse y que de hecho se implementa. Ni siquiera en el marco de la TSD se afirma que todos los saberes matemáticos pueden, ni deben, ser estudiados de esa manera. Todos tenemos en mente la manera tradicional o clásica de enseñar matemáticas basada en la presentación magistral, seguida de ejercicios de aplicación de los conocimientos y saberes presentados. Primero se presenta el componente discursivo del significado de los objetos matemáticos (definiciones, enunciados, demostraciones), y se deja la responsabilidad de dar sentido al discurso a los propios estudiantes por medio de los ejemplos, ejercicios y aplicaciones que se proponen. Se trata de una decisión topogenética: "primero, yo, el profesor, te doy las reglas generales, después tú las aplicas". En realidad, en este tipo de configuración didáctica no se suprimen los momentos de exploración, de formulación y validación, sino que quedan bajo la responsabilidad del estudiante, o bien se ponen en juego en momentos aislados de evaluación.

Una variante intermedia entre los tipos de configuraciones descritos (que designaremos como adidáctica y magistral, respectivamente) puede definirse respetando el momento de exploración, pero asumiendo el profesor básicamente la formulación y validación. La institucionalización (regulación) tiene lugar mediante un *diálogo contextualizado* entre el docente y los alumnos, quienes han tenido ocasión de asumir la tarea, familiarizarse con ella y posiblemente de esbozar alguna técnica de solución.

Otro tipo básico de configuración didáctica se tiene cuando la resolución de la situación-problema (o la realización de una tarea) se realiza por el estudiante sin una intervención directa del docente. En la práctica esto es lo que ocurre cuando los alumnos resuelven ejercicios propuestos por el profesor, o están incluidos en el libro de texto y están capacitados para resolverlos. Se trata de un tipo de configuración didáctica en la que básicamente predomina el *estudio personal*. En la figura 3 3.2.1 representamos en los cuatro vértices de un cuadrado los cuatro tipos de configuraciones didácticas teóricas descritos. Las configuraciones didácticas empíricas que acontecen en las trayectorias didácticas pueden representarse mediante un punto interior del cuadrado y estar más o menos próximas a estas configuraciones teóricas.

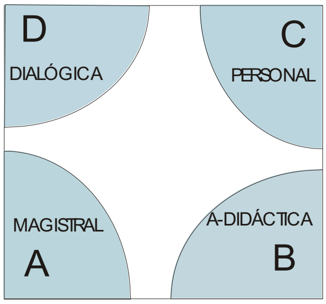


Figura 3.3.2.1. Esquema de configuraciones didácticas teóricas según Godino, Batanero y Font, 2007

A lo largo de un proceso de instrucción matemática las configuraciones empíricas oscilarán en torno a estos tipos teóricos.

3.3.3. Trayectorias epistémica, docente, discente. Lo mediacional y afectivo.

En cada realización del proceso instruccional (cada experiencia particular de enseñanza de un contenido matemático) se produce una trayectoria de configuraciones didácticas, la cual a su vez se puede descomponer en trayectorías más específicas. Distinguiremos seis tipos de trayectorías específicas:

1. Trayectoria epistémica, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional

implementado. Estos componentes son prácticas, objetos (problemas, procedimientos, lenguaje, definiciones, propiedades y argumentos) y procesos se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción.

2. Trayectoria docente: distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.
3. Trayectorias discentes: distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).
4. Trayectoria mediacional, que representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
5. Trayectorias cognitivas: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.
6. Trayectorias emocionales: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

A su vez, estas seis trayectorias se pueden agrupar en tres: la trayectoria epistémica, la instruccional (trayectorias docente, discente y mediacional) y la cognitiva-afectiva (trayectorías cognitiva y emocional).

3.4. Ciclo formativo profesional y ciudadanía.

> *En general, los científicos sociales que estudian el aprendizaje tratan la tecnología como dada y no adoptan una perspectiva analítica sobre sus interrelaciones con otros aspectos de una comunidad de práctica. Llegar a ser un participante completo seguramente incluye implicarse con las* ***tecnologías de la práctica diaria****, así como participar en las relaciones sociales, los procesos de producción y otras actividades de las comunidades de práctica*
>
> *Lave & Wenger 1991: 101*

Para desarrollar prácticas profesionales que fomenten determinadas competencias profesionales en los futuros profesores de matemáticas, uno de los elementos clave es el anàlisis de prácticas de aula, y para ello, se trata de analizar formas específicas de participación en las prácticas matemáticas constituidas interactivamente en el aula. La intención es generar ciclos de enseñanza como oportunidades para que los estudiantes para maestro y puedan desarrollar destrezas que les permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida profesional (Valls, 2011). Para ello, se propone la generación de experimentos de enseñanza que promueven prácticas profesionales que sitúen a los futuros docentes a enfrentarse con competencias profesionales lo más cerca posible de las prácticas de profesores en ejercicio.

3.4.1. Principios del diseño de ciclos de formación.

Para diseñar y construir ciclos de formación, consideramos los principios siguientes:

(a) La ***enseñanza es una práctica*** que debe ser comprendida y desde la cual derivar los dominios de conocimiento y características de uso del conocimiento que ayuden al desarrollo de competencias profesionales generales y específicas.

(b) El ***aprendizaje profesional, se interpreta como un proceso a lo largo de la vida***, lo que implica conseguir identidad profesional en base a desarrollos sucesivamente más complejos y reflexivos de interpretación de procesos y prácticas de estudio de manera que se usen criterios de calidad para la revisión de los mismos.

(c) ***Las prácticas profesionales contienen intencionalidad*** en cuanto que promueven desarrollo de un sentido ético que permite interpretar las situaciones de formación y profesionales como situaciones etnoeducativas, pero que en el caso de la formación del profesor de matemáticas, deberían considerarse también etnocientificas.

Ya hemos indicado que consideramos que para el desarrollo de prácticas de análisis didáctico, en el desarrollo de competencias profesionales del profesor de matemáticas (Gómez, 2002; D'Amore, 2005; Godino, Bencomo y Font, 2007; Flores, 2007) y que para el caso especifico de prácticas que desarrollen la competencia de aprender a formar en ciudadanía, es preciso:

(1) Reconocer elementos que influyen en los desarrollos matemáticos escolares, que contribuyen a aumentar las bases específicas de la profesión, y se relacionan con la planificación, desarrollo de tareas y secuencias adecuadas, así como la gestión y anàlisis de las mismas para darle sentido (Competencias profesionales en lo matemático/ epistémico).

(2) identificar elementos especificos en el análisis de las prácticas fundamentalmente discursivas (Moschkovich, 2009) que promueven debate democrático, de manera que permita "aprender modelos de anàlisis" así como Identificar y desarrollar instrumentos y técnicas que permiten desarrollos de procesos de interpretaciñon de la práctica construcciones teóricas que los sustentan. (competencias en lo didáctico-matemático y transversal).

(3) Reconocer y construir buenas prácticas (Alsina y Planas, 2009), que construyen trabajo en ciudadanía en el ámbito escolar, de manera que permitan ser reconocidas, observadas y analizadas (competencias asociadas con el dar sentido profesional específico).

(4) Ofrecer propuestas abiertas y dialogales que permitan reconocer lo que interpreta el futuro profesor, y así hacer de la formación profesional una experiencia inolvidable (Competencias transversales desde lo específico) que permita interpretar los dilemas éticos de la profesión (Perrenoud, 2011) para tomar sabias decisiones profesionales.

La incorporación de experimentos de enseñanza, no es sólo una propuesta metodologica, aunque también contenga este elemento. En efecto tiene el objetivo fundamerntal de desarrollar el pensamiento reflexivo en los futuros profesores.

3.4.2. Desarrollando prácticas didácticas a través de las matemáticas

En el desarrollo de la propuesta, nos basamos en que se desarrollen niveles de anàlisis de procesos de estudio matemático (Godino, Font y

Wilheimi, 2007). Pero, asimismo, debemos considerar el reconocimiento de elementos intencionales y socioeducativos en cuanto su influencia en los desarrollos de normas y contrato didáctico, y anàlisis del valor de las tareas matemáticas para el desarrollo de competencias de tipo ético e implicativo. Estos elementos van más allá del mirar con sentido (Jacobs, Lamb & Phillipp, 2010; Llinares, 2011). Aunque si es cierto, que esta competencia enfatiza que es en la interacción donde se puede producir progreso en el sentido de que, compartir, cuestionar y revisar opiniones puede conducir a una nueva comprensión de todos los que participan.

Una manera de analizar prácticas matemáticas generadas en el aula es estudiar (a) cómo el uso de unos instrumentos ayudan a caracterizar unas determinadas prácticas matemáticas en el aula (Lampert, 1989), (b) cómo se generan los patrones de conducta entre profesor y alumnos vinculados al contenido matemático (Escudero & Sánchez, 1999b), y cómo evolucionan a través de una determinada práctica; (c) como se establecen normas socio-matemáticas y patrones temáticos que definen la prácticamatemática en el aula (Voigt, 1996); y como son muestras de identidad profesional.

En efecto, el profesor de matemáticas debe poder ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional integrando no sólo la *identificación de* los aspectos relevantes de la situación de enseñanza; *usar* el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula, sino realizar *conexiones entre sucesos específicos o generales profesionales y principios e ideas más generales* sobre la educación en general. Y si coincidimos con Llinares (2011) con que esta forma de concebir el proceso de formación del futuro profesor de matemáticas se apoya en la generación de destrezas y conocimiento vinculados a ver, interpretar, escuchar, y diseñar perspectivas de acción vinculadas a la práctica de enseñar matemáticas. Pero le damos un sentido ético-político en cuanto que el futuro docente debe ser capaz de teber posiciones éticas ligadas a la profesión.

Ello implica aprender a saber tomar decisiones sobre aspectos como:

(a) propuestas de intervención grupal y de gestión, en trabajos de aplicación matemática a otras disciplinas, y propuestas interdisciplinares en el Centro Educativo,

(b) desarrollos de evaluación matemática en un contexto multidisciplinar que genera criterios en donde las matemáticas deben tener su lugar,

(c) decisiones de promoción de estudiantes en base a considerar elementos extramatemáticos, fuera de las prácticas de aula;

(d) intervención en procesos de selección de alumnado en cuanto al desarrollo de prácticas matemáticas extraescolares que les fueran beneficiosas en función de sus características personales,

(e) decisiones sobre incorporación del alumnado en procesos sociales, como grupos de investigación o propuestas de ayuda solidaria, intervención en programas de colaboración con las familias, etc

(f) decisiones de elaboración de propuestas basadas en diseños interculturales,

(g) decisiones en cuanto al desarrollo de propuestas colaborativas y asociativas profesionales, etc.

Este planteamiento es compatible con el desarrollo planteado por EOS.

3.4.3. Componentes del anàlisis didáctico en la formación.

Se considera que debemos potenciar ante todo el anàlisis didáctico en sus cinco niveles :

(1) ***Análisis de Sistemas de prácticas y objetos matemáticos*** *(previos y emergentes)*. Este nivel de análisis: Se aplica, sobre todo, a la planificación y a la implementación de un proceso de estudio y pretende estudiar las prácticas matemáticas planificadas y realizadas

en dicho proceso. Permite descomponer el proceso de estudio en una secuencia de episodios y, para cada uno de ellos, describir las prácticas realizadas siguiendo su curso temporal. Permite describir una configuración epistémica global (previa y emergente) que determina las prácticas planificadas y realizadas.

(2) **Análisis de Procesos matemáticos y conflictos semióticos**. En toda práctica se identifica un *sujeto agente* (institución o persona) y un *medio* en el que dicha práctica se realiza (que puede contener otros sujetos u objetos). Puesto que el sujeto agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones-problema es necesario considerar también los objetos, procesos y significados matemáticos involucrados.

(3) **Análisis de *Configuraciones y trayectorias didácticas***. Contempla el estudio de las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas, puesto que el estudio de las matemáticas tiene lugar bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes. Se orienta, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción y su puesta en relación con los aprendizajes de los estudiantes (trayectorias cognitivas).

(4) **Análisis del *sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio.*** Este nivel de análisis: estudia la compleja trama de normas que soportan y condicionan las configuraciones didácticas, así como su articulación en trayectorias didácticas (según las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica). Se intenta dar explicaciones plausibles del porqué un sistema didáctico funciona de una forma y no de otra.

(5) **Análisis de la idoneidad didáctica.** La aplicación de la noción de idoneidad didáctica requiere la reconstrucción de un significado de referencia para los objetos matemáticos y didácticos pretendidos, *¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de estudio planificado/ implementado en cada una de sus dimensiones?* Una vez descrita la idoneidad de cada una de las dimensiones, es necesario preguntarse por la "mejora del proceso", esto es, ¿se puede

modificar algún aspecto de las dimensiones para hacer el proceso más idóneo?

Ahora bien, el análisis de objetos didácticos, hace ver nuevos elementos componente nueva que considera

(6) **Análisis del desarrollo de objetos y procesos didácticos** y el significado que se otorga a las matemáticas en dicho desarrollo personal. Comprende en particular, el análisis de procesos de denotación y reflexión asociados. Entre ellos la regulación sobre las tareas de confrontación entre estudiantes en formación. En efecto, mediante la inclusión de diseños iterativos, que se mejoran de un año a otro, se refinan los diseños iniciales que se basan en un modelo teórico del aprendizaje del profesor (aprendizaje inicial y a lo largo de toda la vida) combinado con la experiencia de formación de profesores e investigación sobre dichos procesos formativos reunida durante las últimas décadas (Llinares, 2011).

(7) Y **además desarrollar la propia gestión de la formación mediante el análisis de tareas educativas, en las que se discutan valor y papel de las matemáticas en ellas**. Y en ese sentido se encuentra la transversalidad de formar para una ciudadanía democrática. En particular proponer tareas en los que se discutan fenómenos educativos como el tratamiento de la diversidad cognitiva y cultural, el propio papel de lo etnomatemático, los problemas de evaluación y regulación del aprendizaje matemático, el desarrollo crítico, fomento de trabajo reflexivo, colaborativo y asociativo, etc.

(8) En particular, un tipo de tarea profesional de análisis que debemos desarrollar, son los debates que interpretan las voces de los otros, que pueden ser otros estudiantes como ellos de cursos anteriores, participación en foros de discusión en red, o debates con profesores en ejercicio, o participación en jornadas con otros estudiantes que no han trabajado con las mismas tareas, o la participación en propuestas de escritos de trabajos para ser publicados, etc

La competencia de aprender a formar en ciudadanía, tiene una doble significación: (a) de una parte indica que el futuro docente debe tener herramientas para desarrollar algo que el currículo le marca en general, y deba saber como puede hacerlo desde el aula de matemáticas, y (b) al mismo tiempo se forma como persona profesional mediante la participación creciente en "prácticas sociales no estrictamente matemáticas" en función de que se tienen elementos para emitir juicios críticos sobre el valor de la naturaleza de las tareas y actividades que resuelven.

3.5. Tareas profesionales que analizan ciudadanía.

> *El aprendizaje tiene aspectos individuales pero también aspectos sociales ya que los profesores y estudiantes para profesor deben llegar a participar en el discurso de la enseñanza como una manifestación del proceso de enculturización en la práctica de enseñar matemáticas. Este último aspecto es el que subraya la importancia de construir contextos que apoyen la interacción*
>
> Llinares, S., 2007[19]

La actividad escolar depende ampliamente de la naturaleza de las tareas matemáticas que se diseñen y la organización de la clase que gestiona el docente (Ponte, Segurado y Oliveira, 2003). Así, las clases en las que los docentes trabajan con investigaciones y proyectos, trabajan colaborativamente en pequeños grupos y realizan discusiones en la clase o bien las clases en las que el alumnado resuelve sólo ejercicios, no transcurren igual. La actividad matemàtica se relaciona con la naturaleza del entorno de aprendizaje así como con la cultura de la clase viene influïda por cómo el docente introduce las diferentes tareas y mantiene el trabajo del alumnado con ello. Muchos otros factores influyen por supuesto, incluyendo lo que se relaciona con el propio alumnado, sus concepciones y actitudes frente las matemáticas, conocimiento previo, y experiencias

[19] Llinares, S. (2007). Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional. *Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM*. Granada, Julio.

realizadas, expectativas, cultura de las familias, etc. Muchas de estas variables no se analizan en nuestro trabajo, y sólo consideramos aquellos elementos en los que el docente tiene una influencia más o menos directa sobre el aprendizaje (Ponte, Segurado & Oliveira, 2003).

Las buenas tareas son un ingrediente esencial en la clase de matemáticas, pero es necesario considerar aspectos tan importantes como las preguntas, que son las interacciones. Si las aulas son comunidades de aprendiazje en las que se habla, discute y comunica matemáticas, los argumentos y razonamientos son de mayor calidad.

3.5.1. Elementos constituyentes de las tareas profesionales.

En las propuestas de educación matemática que reflexionan sobre ciudadanía, podemos percibir que hay cuatro elementos comunes:

(a) el tratamiento de determinadas actividades temas o aspectos matemáticos que son importantes en la construcción de prácticas adecuadas, en. particular, las prácticas matemáticas democráticas

(b) Reconocer y experimentar formas de tratamiento ético en el desarrollo matemático que incluyen desarrollar valores que favorezcan la maduración de los alumnos como personas íntegras y en sus relaciones con los demás, así como potenciar una matemática basada en la educación en valores sociales que permitan a los jóvenes la participación activa en la sociedad democrática, solidaria e intercultural.

(c)   Desarrollar prácticas que impliquen el desarrollo de competencias para que los alumnos aprendan por sí mismos a convivir como ciudadanos críticos, libres, justos y solidarios, capaces de desenvolverse en una sociedad plural y dinámica mediante formas de comportamiento docente que fomentan la participación y

(d) Vivir prácticas matemáticas cooperativas y de diálogo, como formas actuales de no discriminación y no exclusión, basadas en el no aprovechamiento del poder clásico docente y/o institucional y el desarrollo de objetos científicos personales y no sólo institucionales.

Entendemos que la educación para la ciudadanía democrática debería hacer posible una interacción en la clase que apoya el diálogo y la negociación de significados mediante una interacción deliberativa basada en un proceso investigativo que el docente debe saber incorporar (Ponte, 2007) a través de prácticas adecuadas (Goos, 2005; 2008).

Pero al mismo tiempo, reconocer la capacidad de construcción de tareas que permitan identificar problemáticas sociales a las que se le da respuesta desde las matemáticas.

Para muchos educadores matemáticos, educar en ciudadanía es desarrollar valores que muestren la tolerancia hacia la diversidad de las personas. Desde las matemáticas se puede educar para la paz y los valores democráticos Y ello se lleva a cabo mediante prácticas participativas contextualizadas, que consideren la complejidad, basadas en facilitar el uso de los ostensivos en la construcción de ideas matemáticas y de manera que se reconozca una matemática liberadora.

En el caso de las competencias matemáticas, en diversos trabajos Godino y colaboradores (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) han atribuido a la noción de *conocimiento* el carácter holístico que el enfoque pedagógico/curricular atribuye a la noción de competencia, siendo, por tanto, nociones equivalentes. Desde un punto de vista pragmático, conocer/saber implica el uso competente de los objetos constituyentes del conocimiento, la capacidad de relacionar entre sí dichos objetos, o sea, comprender, y de aplicarlos a la solución de problemas. Y entre las competencias profesionales nos interesamos especialmente en la de: Seleccionar y reelaborar los *problemas matemáticos* idóneos para los alumnos de los distintos niveles, usando los recursos lingüísticos y medios apropiados en cada circunstancia. Y en ese marco, buscamos cuáles son las relaciones que podemos establecer entre esa competencia y la que supone que el futuro docente debe aprender a desarrollar la competencia ciudadana. ¿Qué tipo de tareas profesionales son idóneas para promover esa competencia profesional?

Para desarrollar las competencias profesionales citadas, se realiza una experiencia de formación basada en que el futuro docente sea protagonista de su proceso de formación. En la formación inicial de profesores, que trata de poner en contacto a los estudiantes para profesor con la problemática profesional de la tarea docente, tenemos la dificultad de hacer que los problemas profesionales del profesor, que aun no han sido vividos por el estudiante, sean significativos para él (Flores, 1998).

El objetivo que pretendemos con ellas es que los estudiantes reflexionen, de manera sistemática, partiendo para ello de tareas que promueven planificación, acción y provocación de cuestiones que han surgido durante las prácticas profesionales.

Para resolver una y otra tarea profesional, los estudiantes trabajan sobre las propuestas realizadas durante el proceso de reflexión inicial. Las posiciones iniciales, se consideran como objetos personales construidos a los cuales se le otorgan significados matemáticos y didácticos del profesorado, como emergentes de un sistema de prácticas profesionales significativas asociadas a un campo de problemas profesionales. Posteriormente, se realizan prácticas docentes, en las que se analizan elementos de la práctica.

3.5.2. Ejemplos de tareas profesionales.

A continuación se presentan actividades/tareas profesionales que desarrollan la competencia de saber planificar, analizar y regular tareas escolares que permitan el desarrollo de relaciones entre la competencia ciudadana, anàlisis didáctico y a través del desarrollo conjunto de la competencia matemática. Para ello se usan los ejes de desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadania descritos en el capítulo 2.

En la tabla 1, se comparan las competencias generales de la educación para la ciudadanía con aspectos del eje 1 de apropiación política de saberes, que relaciona principios éticos profesionales con la construcción del conocimiento matemático.

Aspectos sobre aprender a formar en ciudadanía	Aspectos generales de la ciudadanía (según diversos autores)	Tipos de tareas profesionales con énfasis en lo matemático
Problematización humanizada.	Interpretar críticamente la realidad socio-comunicativa de la sociedad y participar responsablemente y con sentido ético en los procesos comunicativos de su entorno, utilizando medios de comunicación y las TIC de forma reflexiva y autónoma.	Discusión de estrategias diversas posibles en procesos de resolución y propuesta de problemas y situaciones modelizadoras simples en contextos próximos del mundo geográfico, humano y natural.
Convivencia, identidad, solidaridad y cohesión social.	Conocimiento de los derechos civiles y de la constitución del país en el que se convive, y el alcance de su gobierno.	Saber usar ejemplos de situaciones estadísticas mediante informes de prensa.
Identificar identidades colectivas, en cuanto apertura al otro.	Comprensión de conceptos tales como democracia, ciudadanía y declaraciones internacionales donde estén reflejados dichos términos.	Proponer y resolver situaciones de interpretación y distinción matemática de los sistemas democráticos mediante análisis comparativo de modelos de asignación parlamentaria en elecciones.
Identidad democrática en tolerancia respeto y negociación	Encontrar soluciones no violentas en aquellas situaciones en que "al menos una de las partes experimenta frustración ante la obstrucción o irritación causada por la otra parte" a través del diálogo y negociación.	Participación de clase en procesos de construcción colectiva y negociada de significados matemáticos de manera genérica y aplicando a ejemplos de situaciones vividas, haciendo análisis individuales y colectivos.
Amistad y reconocimiento de pueblos y culturas con sus valores científicos	Comprensión de los papeles y responsabilidades desempeñadas por las instituciones relevantes al proceso de la adopción de políticas a nivel local, regional, nacional, europeo e internacional	Identificar los elementos estadísticos asociados a análisis de procesos migratorios, de cambios de moneda, de problemáticas laborales, evolución de empleo., etc Discusión de los modelos que permiten identificar crecimientos y decrecimientos funcionales como tendencias para efectuar predicciones.

Figura 3.5.2.1. Competencias y tareas profesionales asociadas a las relaciones ética-disciplina. (Elaboración propia)

En la figura 3.5.2.2., se comparan los principios y competencias generales de la educación para la ciudadanía con el eje 2 de desarrollo de una participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales.

En efecto, entendemos que el desarrollo matemático permite enfrentar nuevas situaciones, con la toma de decisiones en situaciones imprevistas e inesperadas (las cuales son cada vez más frecuentes en la actualidad). En el desarrollo de competencias profesionales asociadas a este eje, se encuentran las tareas en las que el futuro docente debería saber interpretar contextos sociales para mantener la sostenibilidad, mantener liderazgos deliberativos, reconocer valores críticos relacionados con el medio ambiente, salud, consumo, etc.

Aspectos sobre aprender a formar en ciudadanía	Aspectos generales de la ciudadanía según diversos autores	Tipos de tareas profesionales con énfasis en lo matemático
Accesibilidad creativa y ubicación en el medio,	Valorar la diversidad social, cultural y de género como una riqueza para todos. Usar el pensamiento social crítico y alternativo para comprender la complejidad de hechos y fenómenos, analizar las causas y prever consecuencias.	Analizar situaciones que relacionan género y matemática. Estudiar fenómenos complejos para tratar de modelizarlos matemáticamente. Usar modelos de compraventa clásicos., medida de áreas para interpretar problemas inmobiliarios Saber analizar tareas escolares en las que se desarrollan tomas de decisiones sobre artículos de rebajas… Identificar estructuras de adición y producto problemas de gasto familiar
Consideración abierta de liderazgos deliberativos. Iniciación a valores democráticos y sistemas participativos.	Aprender a votar e identificar procesos electorales Significado científico de liderazgo, sufragio universal, fiscalización electoral, proceso, participación ciudadana, etc Reconocer el valor de los compañeros que son diferentes a sí mismo.	Identificar reglas diferentes de procesos electorales (proporcional, Hondt, etc) Evidencia y racionalización de los sistemas proporcionales o no. Toma de conciencia de temas y estrategias diferentes que son propias de culturas diferentes.

Figura 3.5.2.2. Competencias y tareas profesionales asociadas al desarrollo de una participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales (parte 1)

Aspectos sobre aprender a formar en ciudadanía	Aspectos generales de la ciudadanía según diversos autores	Tipos de tareas profesionales con énfasis en lo matemático
Interpretar el valor de la Sostenibilidad	Saber interpretar y denunciar los atentados contra la sostenibilidad que se producen en el entorno próximo y en el mundo en ámbitos como gobernabilidad: salud, seguridad, desarrollo económico y organización de bases comunitarias.	Interpretar elementos de gestión pública. Ponderación de gastos sociales en ayuntamientos, comunidades o estados. Saber los principios matemáticos elementales de políticas intervencionistas. Saber plantear y resolver problemas sobre sistemas de gastos e impuestos. Valorar la resolución de problemas en pareja o equipo, considerando las aportaciones de cada miembro del grupo.
Reconocimiento de valores asociados a consumo y medio ambiente sostenibles	Hacer un uso responsable y racional de los recursos naturales y actuar en situaciones cotidianas para la conservación del medio ambiente y su sostenibilidad.	Análisis matemático de contenidos como IPC., costos de vivienda, intereses bancarios, herencias, etc
Coherencia y compromiso	Implicarse de forma activa y responsable en las distintas actividades que se lleven a cabo tanto dentro de la institución escolar como de su barrio. Participar en proyectos de conservación de patrimonio.	Interpretar y denunciar conflictos sociales mediante instrumentos matemáticos. Interpretar el valor de diseños industriales, reconocer relaciones en investigaciones arqueológicas, etc.
Coflexión , en cuanto generar procesos de reflexión social intergrupal	Ser capaz de utilizar el diálogo tanto para expresar sus propias ideas como para promover la participación de todos los miembros del grupo.	Usar y analizar actividades de coflexión ante situaciones matematizables diversas.
Transformación y movilización	Participar de manera activa tanto dentro como fuera del contexto escolar a través de la distribución del protagonismo para desarrollar mayores cotas de cohesión social y luchar contra la exclusión.	Saber proponer y resolver simulaciones y juegos de rol, analizando las estrategias ganadoras o no, y sus diferencias.

Figura 3.5.2.2. Competencias y tareas profesionales asociadas al desarrollo de una participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales (parte 2)

Además de ello, entendemos que en el desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía, un tercer eje es el del desarrollo del pensamiento crítico. Y en él, la comunicación y el lenguaje son puentes que llevan a los individuos hacia los demás y al mundo en su marcha hacia la práctica social.

El lenguaje se entiende como un sistema dinámico en que cada uno de los humanos se siente apretado en el sentido de las palabras que se han forjado por las manos de generaciones precedentes (Mikhailov, 1980, p. 199). Así, en la tabla 3, se comparan las Competencias y tareas asociadas al desarrollo de pensamiento crítico.

Aspectos sobre aprender a formar en ciudadanía	**Aspectos generales de la ciudadanía**	**Tipos de tareas profesionales con énfasis en lo matemático**
Valoración de la educación matemática para ser ciudadanos informados	Analizar críticamente todo tipo de informaciones procedentes de los medios de comunicación social	Análisis de procesos de información, tratamiento de imágenes asociadas a datos.
Reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción de pensamiento crítico Reconocimiento de evolución crítica de las matemáticas en sí mismas	Conocimiento de acontecimientos principales, tendencias y agentes de cambio en la historia nacional, europea y mundial; situación actual de Europa y países colindantes.	Identificación de formas de razonamiento asociadas a la comprensión de fenómenos naturales como movimientos económicos, de los astros. La genética, etc.
Uso de la matemática para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo del alumnado)	Ser crítico y manifestar su desacuerdo cuando se discrimina a alguien por ser diferente. Reconocer el derecho a discrepar de las demás personas y respeta su dignidad.	Análisis de procesos variacionales en contextos sociales, demográficos, etc.
Mantenimiento de legitimidad de la creación de conocimiento matemático	Tener opiniones propias argumentadas ante cualquier tipo de situación, problema o injusticia del pasado y del presente.	Conocer y analizar desarrollos históricos apropiados y construidos sobre las ideas científicas básicas (orden de magnitud, medida, proporcionalidad, ajuste, equiprobabilidad)

Figura 3.5.2.3. Competencias y tareas asociadas al desarrollo de pensamiento crítico

Y, por último, consideramos en un cuarto eje, los aspectos y tareas asociadas al desarrollo de elementos de la práctica de la convivencia, democracia y la responsabilidad. En este tipo de tareas profesionales, querríamos que se privilegiaran los procesos de discusión por encima del propio tema. Es decir, no importa cuál sea el tema escogido o la situación contextualizada correspondiente. Lo que valoramos es el estilo de organización de aula en donde el/la docente colabore a hacer sentir a todos los componentes del grupo como capaz de intervenir y desarrollar respuestas en base a los cálculos, observaciones o modelos que se trabajen.

En realidad en este eje, deberíamos observar en las situaciones de la práctica profesional, qué se aplica de lo que se ha aprendido, y si se sabe analizar las situaciones contextualizadas, en clave de desarrollo de la competencia de saber valorar la idoneidad (calidad) del proceso de clase planificado, mediante una reflexión que contemple lo ecológico. Así, se tienen elementos para fomentar ciudadanía en sus futuros estudiantes.

Aspectos sobre aprender a formar en ciudadanía	**Aspectos generales de la ciudadanía**	**Tipos de tareas (o actitudes profesionales) con énfasis en lo matemático**
Responsabilidad cultural	Gestionar i expresar los propios sentimientos y emociones para tener consciencia de uno mismo y relacionarse mejor con los demás. Conocer los antecedentes y causas de los problemas actuales i de cualquier problema o situación histórica y científica.	Identificación del valor de las matemática en la construcción de procesos de transformación cultural en ámbitos diversos (diseño y artesanía, juegos populares, danza, música, teatro, etc.).
Apertura Identificar educación para la justicia y la paz.	Ser tolerante y reconocer el derecho a discrepar de las demás personas y respetar su dignidad. Comprometerse activamente en la defensa de la igualdad de derechos y oportunidades, las libertades individuales y colectivas y la construcción de la paz.	Conocimiento y análisis de procesos de intervención matemática en construcción de armamento, cañones, mecanismos de defensa, etc.
Participación constructiva efectiva	Conciencia de la diversidad cultural y lingüística. Desarrollar y compartir las distintas actividades que se realizan en el grupo tanto dentro como fuera del contexto escolar.	Identificar tareas con contenido social en propuestas curriculares de otros países. Constatar intereses comunes. Saber proponer y trabajar propuestas etnomatemáticas en contextos diferentes.

Pluralidad, identidad y valoración de diferencias	Respetar las diferentes maneras y estilos de trabajar para la consecución de logros comunes	Proponer conclusiones a trabajos de proyectos matemáticos realistas. Hacer escritos asociados a los impactos sociales de determinadas conclusiones o trabajos Efectuar evaluaciones y reflexiones de procesos de estudio desde perspectiva global/ecológica.
Reconocimiento de construcción de relaciones pacíficas y solidarias	Saber ayudar a los miembros de su grupo y de su comunidad.	Identificar situaciones de inversiones de armamento y desarrollo pacifico en diversos países. Comparar las inversiones en las ONG en función de sus funciones. Reconocer porcentajes y evolución de gastos en proyectos sociales de entidades públicas y privadas.

Figura 3.5.2.4. Competencias y tareas asociadas al desarrollo de elementos de la práctica de la convivencia, democracia y la responsabilidad.

3.6. Desarrollo reflexivo en un ciclo formativo sobre ciudadanía.

> Hacer de la Matemática una disciplina que preserve la diversidad y elimine la desigualdad discriminatoria es la propuesta mayor de una Matemática Humanística. El Programa Etnomatemática tiene ese objetivo mayor.
>
> D'Ambrosio, U., 2006 b

Llinares y Kainer (2006) destacan que, "la práctica reflexiva ofrece una perspectiva de cómo los estudiantes para profesor aprenden sobre la enseñanza y proporciona información sobre los cambios en su enseñanza de las matemáticas. La reflexión de los estudiantes para profesor es un componente clave en esta visión del aprendizaje y se asume que uno aprende mediante la reflexión sobre la propia experiencia" (p. 437). En nuestra propuesta, se propone un proceso de reflexión guiada como un proceso de indagación innovador en el que lo práctico es asistido por un mentor (o "guía") mediante un proceso de auto-indagación, desarrollo, y aprendizaje a través de la reflexión, con el fin de llegar a ser enteramente efectivo (Johns, 2002).

Una de las tareas clave del profesor de matemáticas en cuanto aprender a formar para la ciudadanía, es la selección y adaptación de situaciones–problema que promuevan la contextualización de los contenidos matemáticos, su aplicación y ejercitación. Los problemas no pueden ser excesivamente puntuales/aislados, sino que deben permitir la articulación de las distintas competencias matemáticas, y por tanto, tener un carácter globalizador.

Pero no es suficiente disponer de "situaciones ricas", se requiere avanzar hacia la organización de configuraciones y trayectorias didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006) idóneas desde el punto de vista epistémico, cognitivo e instruccional. En investigaciones recientes se han desarrollado ciclos y tareas profesionales para el desarrollo de competencia de análisis didáctico basadas en actividades que pongan de manifiesto el conocimiento matemático para ser enseñado.

Hay tres características del conocer reflexivo (Skovsmose, 1999): (1) debe tratar de explicitar las precondiciones del proceso de modelaje que se esconden cuando el lenguaje matemático les aplica un maquillaje de neutralidad. (2) abordar los problemas y las incertidumbres asociadas con las transiciones entre los diferentes tipos de lenguajes involucrados en el proceso de modelaje matemático, (3) dar a la alfabetización matemática un carácter potenciador.

En nuestro trabajo, sin embargo, no nos decantamos por organizar respecto los elementos reflexivos, aunque se tengan en cuenta, sino que nos proponemos organizar respecto la competencia profesional asociada al desarrollo futuro de competencias transversales a través de las matemáticas cuando sean docentes. Y por ello, pensamos que lo más adecuado es elaborar un ciclo transversal que se trabaje en las diferentes asignaturas del Programa de Formación.

Diversos autores, inspirados en la visión de Habermas (Contreras 1997), y fijando su atención en las expectativas que tienen los profesionales al afrontar los problemas así como en sobre que reflexionan: i) *Racionalidad técnica* (Nivel empírico-analítico), en el que la reflexión se basa en examinar cómo se lleva a cabo la aplicación eficaz de las habilidades y conocimientos técnicos, así como en la selección y el uso adecuado de estrategias didácticas; ii) *Acción práctica* (Nivel hermenéutico-fenomenológico) en el que la reflexión pretende comprender la interacción entre los individuos, en nuestro caso, el profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales; iii) *Reflexión crítica* (Nivel crítico-teórico), en la que llega a cuestionar los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula y atañe a los supuestos que limitan o modelan la práctica, empleando una teoría emancipatoria de la verdad.

3.6.1. Principios de formación y competencias asociadas.

El programa de maestría se articula con dos grandes bloques de competencias profesionales:

(a) *Respecto al desarrollo de prácticas reflexivas con respeto y colaboración. —Competencias colaborativas*: capacidad para colaborar con los distintos colegas dentro y fuera del marco escolar, así mismo como con la comunidad educativa como con los implicados en la educación (autoridades políticas, etc.).
Asimismo, para desarrollar su propia capacidad como profesor de las matemáticas (una meta-capacidad). Esto conlleva la participación en actividades que favorezcan su desarrollo profesional, tales como cursos, proyectos, conferencias; etc. Mantenerse al día respecto a las tendencias e investigaciones que puedan favorecer el mejoramiento de su práctica profesional.

(b) *Competencia de análisis didáctico. Incluye* ***desarrollo planificador*** *que permita* analizar, determinar, establecer relaciones, valorar y ejecutar los planes de estudios y los programas existentes de matemáticas o la capacidad de construir otros nuevos. ***Análisis de procesos de enseñanza:*** capacidad para idear, planificar, organizar, dirigir y realizar la enseñanza de las matemáticas, teniendo en cuenta las transformaciones que sufre un saber científico con el fin de ser enseñado (transposición didáctica). Esto conlleva: crear un rico espectro de situaciones de enseñanza /aprendizaje; determinar seleccionar y crear materiales didácticos; motivar a los estudiantes; discutir los planes de estudios y justificar las actividades de enseñanza de los estudiantes. Análisis de dificultades y conflictos *de aprendizaje* de los estudiantes., en cuanto poder descubrir, interpretar y analizar las situaciones de aprendizaje de los estudiantes, así como sus conocimientos previos y su creencia y actitudes hacia las matemáticas. Y finalmente, análisis de procesos de regulación y evaluación. Que debe permitir identificar, determinar, caracterizar, y comunicar los resultados y competencias del aprendizaje de los estudiantes. Informar al estudiante individual, y a otras partes implicadas. Esto exige seleccionar, modificación, elaborar análisis críticos, implementar distintas formas e instrumentos de valoración. Realizar evaluaciones formativas y sumativas.

3.6.2. Versatilidad reflexiva en el análisis de prácticas.

La preocupación por la reflexión crítica del futuro docente se concreta en nuestro caso, en tratar de dar respuesta a diversas preguntas: ¿Qué relación tiene ese ser reflexivo con ser critico y formador en ciudadanía? ¿Qué elementos comunes hay en ambas ideas, y que aspectos distinguidos deben considerarse? ¿Qué importancia tiene ser consciente de la reflexión para que esa reflexión ayude a formar en ciudadanía? ¿Qué aspectos tienen a ver en que se deba reflexionar sobre una toma decisiones inmediata, que suele ser la que ejerce un docente?

Desde un enfoque ontosemiótico, en donde las prácticas reflexivas se interpretan como enlaces entre configuraciones de significado (Font y Godino, 2006) interpretamos la versatilidad como la habilidad que proviene de tener elementos que permitan cambiar las representaciones, las mediaciones, los grupos de interacción, los modelos de situaciones, los cambios curriculares, etc. En efecto, pensamos que la versatilidad en cuanto la propuesta de contribuir a formar en ciudadanía, pasa por aceptar un sentido de pertenencia a una comunidad de práctica que reflexiona sobre las idoneidades de los procesos de estudio, en cuanto lo epistémico-cognitivo (el papel de considerar una enseñanza inquisitiva, la superación de los planteamientos simplemente positivistas, la reflexión sobre alfabetización científica-matemática, el reconocimiento de los procesos de contextualización y descontextualización, la aproximación multimodal, valoración de estrategias que superen conflictos epistémicos, etc.); lo interaccional (valor de interacción participativa, adaptación a diversos tipos de estudiantes, ajuste a propuestas internacionales, el respeto al otro y el diálogo coflexivo), lo mediacional (ofrecer oportunidades de integración de recursos y materiales diversos identificando sus potencialidades, establecer formas discursivas diferentes como teatrales, videograbaciones, etc.) e integraciones ecológicas (interpretación multidimensionada de los propios currículos, evaluación anticipativa y proactva, regulación, trabajo de síntesis reflexiva, etc.).

El docente actúa, y su conocimiento no precede la acción, sino que está implicado en la acción misma. La valoración de su práctica pasa sin duda por ser consciente de sus propias ideas, y a ellas nos vamos a centrar, en cuanto analizamos la epistemología de la práctica profesional del profesor (la racionalidad práctica), para estudiar la formación de estos profesionales, que en muchos casos provienen de paradigmas tecnológicos (Contreras, 1997). Sabemos que las intencionalidades son claves en la reflexión anticipada sobre prácticas de formar en ciudadanía en cuanto lo que se piensa a priori y se tiene como expectativa sobre el valor de dichas prácticas.

Cuando se está analizando mediante criterios de idoneidad la práctica matemática en procesos de estudio a un nivel fenomenológico), el profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales (Flores, 2004b, 2007) y pone en funcionamiento juicios y valores que sitúan lo que piensa en cuanto sistemas de creencias (Green, 1971). Metodológicamente, sustentamos que para reconocer de alguna manera los sistemas de creencias y expectativas, usaremos situaciones que impliquen un cierto distanciamiento de la realidad (Glaserfeld & Steeffe, 1991) que permite poner en evidencia las propias creencias sobre la cuestión para poder confrontarlas. En nuestro trabajo, se analizan practicas iniciales reflexivas que enfocan la necesidad de reconocer el propio pensar sobre la formación en ciudadanía como practica de participación e intervención reflexiva versátil que trata de percibir características de desarrollo profesional (Tzur, 2001) de un docente considerado experto en reflexionar en ciudadanía.

Pensamos que constatamos una reflexión crítica versátil (siguiendo a Peñas 2002) si encontramos evidencias de que los docentes o futuros docentes consiguen:

♦ *percibir situaciones* del entorno
♦ *distanciarse* de ellas para poder analizar sus elementos.
♦ *explicitar* y *examinar* los elementos que condicionan esas situaciones,
♦ *recurrir a otras fuentes* (a compartir con iguales, a aportes externos, a fuentes profesionales, etc.) para buscar otras formas de interpretar las situaciones y de responder a las mismas.

Y además, consideramos que la versatilidad se asocia a la competencia de ser capaz de investigar sobre la propia práctica en la que deberíamos distinguir (Ponte, 2002:16) cuatro momentos o etapas: definición de un problema de investigación, recogida de elementos que permitan responder al problema, interpretación de la información con vista a sacar conclusiones y divulgación de los resultados.

En nuestro estudio, nos interesa mostrar las características de un docente reflexivo que analiza su practica, y considera los fenómenos interculturales, la participación y lo ciudadano como un elemento clave de su quehacer profesional que muestra versatilidad. Asimismo, queremos mostrar como se desarrolla en un proceso de formación inicial.

3.6.3. Experimento de enseñanza.

Interpretamos el proceso de enseñanza-aprendizaje como un proceso cíclico parecido al que describe Simon (1995) en el que los microciclos se conciben en relación a una o dos sesiones de clase e incluyen las actividades, la experimentación-puesta en práctica de las mismas y la posterior reflexión y discusión por parte de los investigadores sobre los elementos a replantear y las posibles modificaciones de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje. Interpretamos el experimento de enseñanza como un proceso que contempla un "ciclo de investigación" en tres fases (Gravemeijer, 2004; Simon, 1995; Simon & Tzur, 1999).

Fase 1: Diseño y planificación de la instrucción que comprende (Simon, 1995): Contempla : 1.1. La definición de los objetivos de aprendizaje que delimitan las metas a alcanzar. 1.2. El diseño de tareas. 1.3. La explicitación de trayectorias hipotética de aprendizaje o predicción de cómo el pensamiento y la comprensión de los estudiantes pueden evolucionar cuando resuelven las tareas propuestas.

Fase 2: Experimentación en el aula o en un entorno virtual de las tareas diseñadas.

Fase 3: Análisis retrospectivo.

En la primera fase, se diseñaron diez entornos de enseñanza/aprendizaje: ocho de ellos presenciales y dos virtuales. Dichos entornos tenían como objetivo el desarrollo de competencias profesionales en un marco de aprendizaje colaborativo y venían determinados por los contextos del aula o del campus virtual, la información teórica proporcionada, las características de la tutorización generada y la naturaleza de las interacciones entre los alumnos, y entre los alumnos y el profesor.

En los experimentos de enseñanza planificados e implementados, los profesores e investigadores observan y analizan la experiencia, apoyando los análisis desde las referencias teóricas que fundamentan la trayectoria hipotética de aprendizaje. En esta fase se trata de investigar si los materiales docentes diseñados permiten generar la actividad esperada en los estudiantes, y la actividad cognitiva y social desarrollada por los estudiantes se corresponde o no con lo que habíamos previsto en la primera fase. El desarrollo de los diferentes ciclos de investigación en los que se apoyan los "experimentos de enseñanza" que se articulan a través de la coordinación del Proyecto general de formación.

El *ciclo formativo* que describiremos se describe y analiza en términos del enfoque ontosemiótico (EOS). Contempla una etapa de reflexión individual y colectiva en la que se implementa un modelo didáctico específico que los profesores en formación pueden adaptar de manera crítica a su futura enseñanza, y otra etapa de estudio didáctico en la que tienen oportunidad de aplicar las "guías de análisis y reflexión didáctica" a la experiencia de estudio matemático experimentada3. Así mismo, se trata de aplicar la estrategia metodológica y de indagación descrita por Ball (2000) como de "trabajar desde dentro", esto es, de usar la propia práctica como lugar para estudiar la enseñanza y el aprendizaje. Además, compartimos las ideas de Jaworski y Gellert (2003) cuando afirman, "es valioso considerar la teoría y la práctica no como polos distantes sino elementos de actividad cognitiva reflexivamente conectados. La teoría psicológica, sociológica y educativa, aunque no esté empíricamente apoyada de manera explícita, se trata de una reflexión humana sobre la práctica" (p. 832).

3.6.4. Construcción de identidad profesional para la ciudadanía.

Por último, conceptualizamos lo que significa construir una identidad profesional en cuanto aprender a formar en ciudadanía, basándonos en como Wenger (1998) conceptualiza la idea de participación en una comunidad de práctica, en cuanto implica cuatro componentes: práctica, significado, identidad, y comunidad. Proporciona un marco conceptual para analizar el aprendizaje como una entidad social usando la identidad y la comunidad de práctica " como los puntos de entrada principales en una teoría social de aprendizaje " (Wenger, 1998:12).

Graven (2002:144) mantiene esta perspectiva en cuanto enfatiza la interacción y la variedad de roles que juegan los participantes durante dicha interacción como actores importantes de una experiencia de aprendizaje efectiva. Wenger considera que la forma que una persona habla sobre una experiencia de aprendizaje es como reflexión de cambios en la identidad personal y/o profesional, en cuanto un significado adjunto a experiencias forma identidad. Esto se relaciona con los docentes que aprenden a ser profesionales a través de un proceso de transformación en que su identidad cambia (Dall'Alba, 2009:37).

Diversos autores tratan de definir la identidad del profesor. Jansen (2001:242) dice que es "su sentido como su conocimiento y creencias, disposiciones, intereses y orientación hacia los cambios y su trabajo. En particular, su sentido de entender la ciudadanía a través de las matemáticas. La preocupación para la educación de profesor es si la identidad tal como se proyecta en el plan de estudios involucra a los futuros docentes que participan del programa de formación y se considera que las identidades de profesor y políticas contrarias a ello, pueden crear una barrera a la puesta en práctica eficaz y por lo tanto obstaculizan la reforma educativa (Jansen, 2001:242).

La participación, entendida como desarrollo de identidad, es más que simplemente animarse en sucesos especiales (Wenger 1998: 4), y significa un proceso que involucra querer ser participantes activos en comunidades sociales de prácticas, y construir identidades en dichas comunidades, mediante acciones y posicionamientos de implicación. En estos procesos se producen trayectorias de aprendizaje (De Saint-Georges & Filliettaz 2008: 220). No depende sólo de las actividades bien colocadas en la formación, sino que depende de los propios participantes.

En la figura 3.6.4.1. Se puede ver resumidas las implicaciones entre las nociones de práctica escolar, social y profesional que se han desarrollado en este capítulo, junto con las nociones vinculadas a la ciudadanía del capítulo anterior.

Estas relaciones establecen un entramado conceptual que hemos definido en los dos capítulos, y consideramos que contribuye al objetivo de caracterizar los constructos teóricos que fundamentan nuestra propuesta de análisis y de formación.

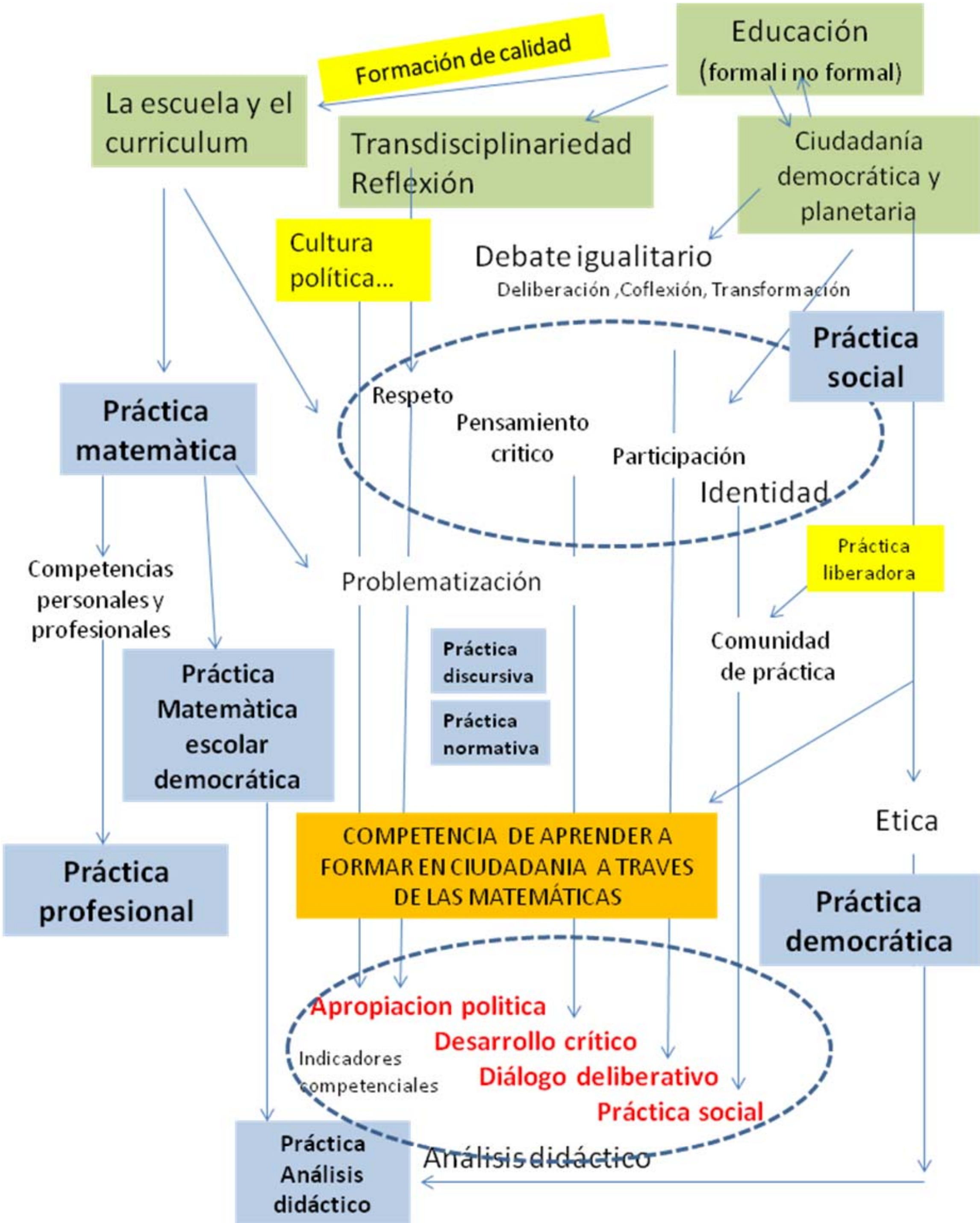


Figura 3.6.4.1. Nociones e ideas de práctica matemática, asociadas a las de ciudadanía, formación para la ciudadanía, y aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas

Capítulo 4
Estudios empíricos. Metodología.

RESUMEN

En este capítulo, se justifica el diseño y método de trabajo, así como se muestran las herramientas que se utilizan para cumplir nuestros objetivos. Se justifican en base a nuestro modelo teórico, los diversos estudios que se deciden hacer para cumplir con los objetivos, haciendo énfasis en cada uno de los formatos de recogida de datos, análisis de los mismos, propuestas teóricas asociadas, y muestras intencionales usadas en cada caso.

Como ya se ha indicado en los objetivos del trabajo, en nuestros objetivos se encuentra hacer siete mini estudios diferentes:

Inicialmente se busca analizar una practica escolar que cuida la ciudadanía en un grupo de innovación (4.2) , del que se selecciona un docente al que se le aplica (2) un estudio piloto para analizar su practica desde la perspectiva de EOS y Scott y Mortimer (4.3). A partir de reconocer los elementos metodológicos de ese estudio, se presentan las características del un nuevo estudio sobre practicas matemáticas democráticas, que ofrece perspectivas complementarias a los anteriores (4.4).

Por otro lado se realizan diversos estudios para desarrollar un ciclo formativo profesional. Se separa en tres partes : una dedicada a la detección de creencias o concepciones previas iniciales de los futuros docentes, a partir de un análisis piloto a una muestra de futuros profesores, y otra muestra intencional a profesores de infantil y Primaria (4.5) . A continuación se explican las características del un nuevo estudio llamado "diseño de un experimento de enseñanza basado en la metodología DBR" (4.6), y el análisis correspondiente de una trayectoria de formación sobre aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas (4.7)

Los procesos de toma de datos, análisis y establecer perspectivas metodológicas en general en forma esquemática, asociando tareas a las diferentes fases del trabajo de tesis (4.8).

4.1. Presentación metodológica.

> Deben contemplarse experimentos de confirmación: describir como sucede el aprendizaje bajo ciertas condiciones y experimentos de enseñanza: intervención del investigador: partiendo de una hipótesis acerca de la manera óptima de aprendizaje, se diseña un ambiente d aprendizaje/enseñanza que busca provocar este tipo de aprendizaje
>
> I.Kalmykova, 1966[20]

Ante todo, hemos situado en los capítulos anteriores la base epistemológica que ha caracterizado al conocimiento producido en este trabajo. Desde esta perspectiva, la investigación ha supuesto el desafío de reflexionar sobre una amplia revisión documental para generar conceptos orientados a establecer un modelo de los principios que generan competencias del profesorado asociadas a la formación para la ciudadanía. Por ello, para cumplir con nuestros objetivos y responder a nuestras preguntas de investigación, decidimos dos líneas metodológicas básicas: (a) La revisión documental inicial y desarrollo conceptual (capítulos 2 y 3 de esta memoria) con un desarrollo de tipo teórico, y (b) la realización de varios estudios empíricos que sustenten nuestra propuesta final de ciclo formativo como experimento de enseñanza.

Consideramos que los capítulos 2 y 3 metodológicamente responden al primer objetivo de nuestra tesis en cuanto la construcción de indicadores generales a priori que ayudan a caracterizar la competencia de formar en ciudadanía a través de las matemáticas y aprender a formar en ciudadanía como objetivo profesional con futuros docentes. A continuación, nos proponemos desarrollar tres estudios empíricos que responderán al segundo y tercer objetivo, y a lo largo de este capítulo, justificarán los diseños metodológicos correspondientes.

Iniciamos nuestra descripción metodológica, diciendo que, sobre el objeto de estudio, su naturaleza y estado se definió una metodología

[20] Kalmykova, I. (1966) Methods of Scientific Research in the Psychology of Instruction**,** *Russian Education* & *Society* Volume 8, Number 6 / April 1966 pp 13-23

Empírica Analítica como la más adecuada para iniciar esta investigación, teniendo en cuenta que era necesaria una construcción teórica a priori como condición para aproximarse a la realidad. No quiere decir que nos consideremos a favor de una posición positivista, sino que pensamos que es importante *identificar claramente los aspectos específicos que interesan estudiar, de tal manera que el contacto posterior con la realidad permita confirmar, refutar o modificar los supuestos teóricos previos.*

4.1. 1. Contexto de la investigación

El trabajo de la tesis, globalmente considerado, se ha orientado bajo las características de una ***Investigación Etnográfica***, que Goetz y Lecompte (1988:36) definen como *"una descripción o reconstrucción analítica de escenarios y de grupos culturales intactos".* Este tipo de metodología, según Oliveras (1996: 25) "*consiste en algo más que un conjunto de técnicas para recoger datos. Es un modo de encarar el mundo empírico*" donde el investigador *"busca la comprensión en el nivel personal de los motivos y creencias que están detrás de las acciones de la gente" (p. 25).*

Cada uno de los estudios tiene unas características determinadas, y por ello se decide no establecer una descripción inicial global. Comenzaremos por explicar y justificar el primer estudio.

El estudio 1, se establece como un ***estudio de caso*** de análisis de un proceso escolar de práctica matemática que fomenta ciudadanía. Dicho estudio, permitirá sustentar la hipótesis 2, sobre la existencia de experiencias escolares en las que se fomenta ciudadanía a través de las matemáticas y existencia de un desarrollo profesional que lo sustenta. Para ello, se ejecutan las siguientes fases, con características especificas metodológicas:

Estudio 1. Fase 1. Se analiza las características de un grupo de innovación docente en el que se muestran profesores que desarrollan prácticas matemáticas escolares reflexivas, con componentes de valoración de la ciudadanía. Se escoge un miembro de ese grupo para analizar sus prácticas como estudio de caso. (Llamaremos a este proceso, Análisis etnomatemática GI).

Estudio 1. Fase 2. Se realiza un breve estudio de apropiación política de saberes con el docente (que llamaremos X) a partir de objetivaciones de sus prácticas y pensamientos orientados expresados en sus escritos, publicaciones y entrevistas con el docente. (Estudio saberes DX).

Estudio 1. Fase 3. Exploración piloto inicial de prácticas matemáticas que consideran ciudadanía en aulas del profesor X , que se realiza con un grupo de 12-13 años en 2007 (Estudio piloto de análisis de prácticas)

Estudio 1. Fase 4. Se realiza un proceso de investigación –acción, mediante un análisis de clases con el profesor X, la profesora doctoranda y el equipo de investigación. Se realiza un Análisis de Prácticas Matemáticas Escolares Democráticas (Estudio PMD)

Realizamos dos estudios más, que tienen como fin generar un experimento de enseñanza, en el que podemos diseñar, implementar y rediseñar un ciclo de formación de docentes para desarrollar la competencia de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, y así responder a nuestro objetivo 4 de investigación. Para ello, se realizan diversas fases:

Estudio 2. Se realiza un Estudio de concepciones iniciales de futuros profesores en 2008. (Estudio CI1) a una muestra piloto. Los primeros resultados con dos grupos de futuros docentes de matemáticas en Secundaria se recogen en el capitulo 6. Se tienen resultados más amplios con una muestra de futuros docentes de Primaria e infantil (Estudio CI2)

Estudio 3.Fase 1. Se diseña un Ciclo de formación como experimento de enseñanza. Se implementa un nuevo estudio de concepciones iniciales. (Estudio CI,3)

Estudio 3. Fase 2. Se observa a un profesor formador de futuros docentes en el Master de Formación de Profesores de Secundaria desde dentro en el periodo de 2009-2011. (Experimento enseñanza, fase 1)

Estudio 3. Fase 3. Se realizan dos análisis sucesivos de la información, y se elaboran conclusiones durante el curso 2011-2012. Se analizan los resultados. (Experimento enseñanza, fase 2).

El mayor lugar de la investigación en la formación de docentes sobre se centró en las experiencias recogidas en Cataluña , donde desde 2009 hasta 2011 se realiza una formación inicial del Profesorado de Matemáticas de Secundaria. Asimismo en 2008, se realiza un estudio piloto comparativo, para detectar opiniones iniciales del futuro profesorado con dos muestras intencionales, que se explicará más tarde con detalle.

4.1.2. Sobre el análisis teórico inicial.

Para responder a la pregunta inicial P11 , la metodología consiste, básicamente, en un ***análisis documental*** de diversas fuentes (epistemológicas, didácticas, cognitivas, etc.), de las cuales se definirá el posicionamiento que consideramos pertinente, de acuerdo con los objetivos de nuestra investigación.

Este posicionamiento se construirá simultáneamente con el ***análisis contrastado de narrativas*** *(Ponte,2001; Moschkovich, 2009)***,** que se realiza a partir de las discusiones y entrevistas con los profesores Ubiratan D'ambrosio y Joaquin Giménez, directores de este trabajo. Las continuas discusiones en el desarrollo de la tesis, no se describen en totalidad, pero son la base de un posicionamiento que se ha defendido en los capítulos 2 y 3 de este trabajo. En este proceso, se cuenta con la discusión con las profesoras Paola Valero y Gelsa Knijnik, que sirven para contrastar posicionamientos comunes y no comunes respecto la visión crítica en educación matemática. Las aportaciones que diversos árbitros han realizado de los artículos y otras publicaciones relacionados con la parte teórica, se consideran de gran valor para el contraste metodológico que sustenta la originalidad del trabajo teórico realizado. La construcción teórica servirá de base para el diseño de instrumentos de observación y análisis de las clases de profesores de matemáticas.

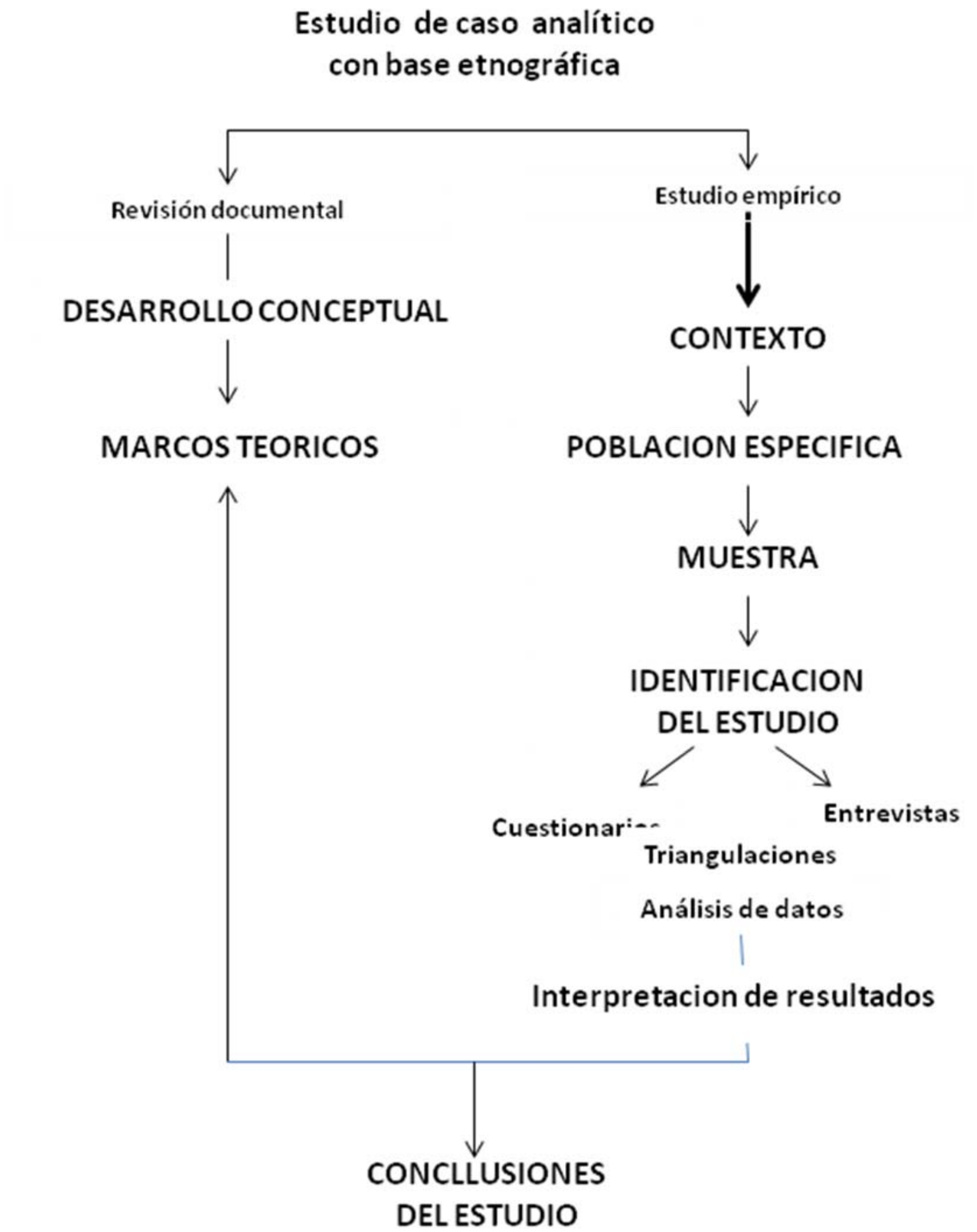


Figura 4.1.2.1. Diseño general metodológico de la parte inicial de la tesis.

A continuación se explican y justifican cada uno de los procesos metodológicos específicos, con metodologías particulares.

4.2. Elementos para el análisis etnomatemático GI.

> *Tratar de conocer la realidad en la que viven nuestros alumnos es un deber que la práctica educativa nos impone: sin esto, no tenemos acceso a su modo de pensar y difícilmente podremos, entonces, percibir lo que se saben y cómo lo saben*
>
> Freire (2002, p. 86)[21]

En un primer estudio empírico, pretendemos reconocer que se dan prácticas escolares que vigilan por la ciudadanía democrática, porque están apoyadas en los cuatro ejes de desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas que hemos mencionad ya en capítulos anteriores. Para ello, decidimos escoger un grupo de innovación y analizar cómo son sus prácticas. Y lo haremos desde la mirada etnomatemática. Posteriormente, eligiremos un docente de este grupo. Este docente desarrolla acción y práctica investigativa matemática escolar y valora que sus prácticas fomentan ciudadanía.

Aunque nuestro trabajo tenga raíces en la teoría crítica, la opción teórico-metodológica de las investigaciones en etnomatemática construyen un conocimiento fundado en la **experiencia etnográfica** en el sentido de *una descripción o reconstrucción analítica de escenarios y de grupos culturales intactos* (Goetz y Lecompt, 1988: 36). Con ello el investigador pasa todo el tiempo posible con los individuos que estudia, viviendo del mismo modo, y actuando de acuerdo al grupo investigado… (Goetz y Lecompte , 1988: 126) haciendo que el proceso de implicación sea más que una simple toma de datos (Oliveras, 1996) en la percepción de "otro grupo", para reconocer su lógica, intentando comprender su propia racionalidad. En un ambiente cultural determinado, los miembros de dicha cultura dan iguales explicaciones y utilizan iguales instrumentos materiales e intelectuales en su cotidiano (D'Ambrosio, 2001: 35). Por ello, la investigadora se integra en el grupo durante dos años (2007-2008), y sigue participando posteriormente en los tres siguientes (2009-2012).

---

[21] Freire, P. (2002). *Cartas a quien pretende enseñar*. México D.F.: Siglo veintiuno editores.

Para ser fiel con esta metodología, se requiere un proceso de resignificación y análisis de aquellos aspectos observados (aparentemente desarticulados) que piden la **creación de categorías de interpretación y análisis** que involucran **articulaciones** entre la matemática y otras áreas de conocimiento: articulaciones que se dan en una dimensión no disciplinar del conocimiento, que llamamos transdisciplinar (Domite, 2004).

Para tomar los datos, pensamos que es importante acudir a sus prácticas profesionales habituales como profesores de matemáticas: planificar aulas, gestionar, decidir sobre las matemáticas que van a ser construidas, etc. Pero, además, en un grupo de innovación se dan aportes externos, producciones, reflexiones de investigación, etc. Y como Interpretamos las matemáticas como prácticas sociales participativas, nos interesa encontrar las reglas especificas que constituyen dichas prácticas que fomentan ciudadanía, y que hemos llamado democráticas.

Nos preocupa describir las diversas acciones intencionales, en un tiempo, por un conjunto de individuos, sobre el mundo material o humano, y/o cultural (situar el contexto de desarrollo de esas prácticas), explicitación de la multiplicidad de sentidos atribuidos por quienes participan. Así, describimos la inquietud etnomatemática hacia la ciudadanía mediante normas educativas (Planas, 2001) como:

(a) Favorecer la entrada de conocimientos y procedimientos matemáticos de fuera de la escuela, para no discriminar al alumnado alejado del sistema escolar.

(b) Reconocer y habilitar el conocimiento matemático de culturas diversas, para mantener la supervivencia de modelos matemáticos.

(c) Asumir los retos de una diversidad cultural, para promover compatibilidad cultural.

Interpretamos estas características en cuanto reconocer como el grupo y sus miembros asumen y enfrentan desafíos de contextualización, conexión, enculturación y diversidad cultural.

4.2.1. Población del estudio 1.

Dado que nuestro interés es reconocer prácticas que permitan el desarrollo de la competencia de "aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas", se decide analizar un grupo intencional de profesores de matemáticas que se constituye como grupo de innovación. Los integrantes son docentes de matemáticas con formaciones diversas (no todos estudiaron licenciatura en Matemáticas) provinentes de diferentes instituciones educativas Públicas de Catalunya.

No es un grupo de la primera generación de los años 70 (asociada temporalmente a la constitución de los Departamentos de Didáctica de las Matemáticas), sino de los que se consolidan en el periodo de la década de los 90, con la característica de la preocupación de autoformación en la investigación en didáctica de las matemáticas.

Un interés particular de analizar este grupo, radica en que es un grupo que además de cuestionarse permanentemente sobre la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, también se interesa por reflexionar y discutir sobre el papel de la matemática en la sociedad. También que se propone, además de fomentar el pensamiento matemático de los estudiantes, aportar elementos en el desarrollo de competencias transversales, y en particular, la competencia ciudadana.

4.2.2. Tratamiento de datos.

Se ilustran las justificaciones a las afirmaciones realizadas con evidencias etnográficas correspondientes en cada caso. Por ejemplo, los siguientes fragmentos de entrevista sirven para reconocer el momento y las intenciones de consolidación del grupo que acabamos de expresar en el párrafo anterior.

> *El grupo GV se funda en 1994…y se consolida en 1995. Miramos quién estaba diciendo cosas interesantes, y encontramos buenos materiales del Grupo Zero, Periódica y el Proyecto Bon Dia Mates 12-16. Supimos que se había hecho un trabajo por el ICMI, en el que se había mostrado propuestas de evaluación de las matemáticas diferentes de lo clásico…*

> *Nos dábamos cuenta que no se trataba sólo de una preocupación por el cómo hacer mates, sino el valor que le dábamos a las mates… Habíamos leído cosas de Freudenthal y lo que se llamaba planteamiento realista y nos gustaba. Pero no sabíamos como evaluarlo. Leímos lo que habían escrito Claudi Alsina, Fortuny y Joaquin sobre trabajo de proyectos, y que se analizaba el trabajo no en general sino desde las mates.*
>
> *Una de las primeras preocupaciones del grupo es la evaluación, y las formas innovadoras de hacer matemáticas y evaluarlas, y por ello, buscamos a alguien que nos ayudara en la reflexión sobre ese tema entre los autores citados. (Entrevista a XV y MS, abril de 2007).*

Pero también sustenta la afirmación anterior el escrito que el propio grupo hace en su página web cuando dice: "*…Nos estábamos preocupando por responder a problemas que teníamos en la clase y ver qué soluciones le dábamos, pero no como una reflexión de nosotros solos sino de Seminario…"*

A partir de estas evidencias, y otras que no desarrollamos en detalle en esta memoria, se decide observar al grupo en varias fases como se explicará a continuación.

4.2.3. Las fases del estudio sobre el grupo GI.

Se realiza el trabajo de campo en tres fases: (a) Exploración y recolección de ideas iniciales; (b) Inmersión en el grupo y entrevistas a miembros del grupo; (c) organización de protocolos sobre inputs escritos y análisis de la información escrita (d) Elaboración de síntesis en formato de resultados que se justifican con evidencias.

Para la primera fase, tomamos como datos los resultados de entrevistas iniciales o posteriores a algunos de sus miembros, búsqueda en el sitio web del grupo (2006- 2008) y búsquedas en publicaciones realizadas por sus miembros y escritos firmados como grupo. En este tratamiento de datos, nos proponemos responder a preguntas generales como ¿En qué actividades grupales se evidencian situaciones matemáticas? ¿De qué manera llegar a hacer contacto con ellos? etc. Nos facilita la cuestión el hecho de que uno de los orientadores de este estudio es miembro del propio grupo. Posteriormente hemos refinado el análisis para llegar a la versión que mostramos aquí, con el apoyo del profesor Pedro Palhares de la Universidade do Minho. Este desarrollo, forma parte de dos estadías de investigación en junio de 2009 y el análisis es posteriormente revisado en una estadía en septiembre-octubre de 2012.

En una segunda fase, se ha acompañado las sesiones del grupo, en el periodo 2007-2010, en donde se han registrado protocolos de observación y entrevistas no estructuradas informales a varios de los docentes del grupo. Los protocolos de observación que hemos realizado, son pequeños relatos, que hacen parte de la sistematización y son insumos para el análisis de la información, ya que consignan descripciones del contexto profesional del grupo de manera que visualizan formas de pensar la construcción matemática y prácticas matemáticas realizadas. En los protocolos se han unido (a) imágenes y escaneados para describir las acciones realizadas, (b) Soportes de las afirmaciones y (c) Análisis de la información en la organización del documento.

Para la tercera fase, se tendrán en cuenta como inputs las publicaciones y hojas de vida de los miembros y nuevas entrevistas de contraste con algunos de ellos.

4.2.4. Evidencias, datos de referencia e instrumentos de recogida.

Se considera para el análisis de GI, las producciones del grupo, entrevistas a algunos de sus miembros, protocolos de observación y diarios de campo. A continuación se muestran los fines y formatos de cada uno de estos instrumentos.

Notas-Diario de campo. Registros auditivos

En los días que se participa del grupo, se llenan registros escritos en los que se muestran características observadas. El propósito es identificar y describir lo que se observó, en cuanto investigación-acción participativa, en la que la investigadora se involucra con la comunidad y hace parte de ella. El uso de videocámara y grabadora de audio permite tener gran cantidad de información que se escapa de la descripción escrita realizada en las notas de campo. A continuación, se explican los formatos usados en cada uno de los instrumentos utilizados. Así, se explican los tipos de entrevistas, protocolos intermedios, etc.

Sobre las Entrevistas.

Sabemos que la entrevista es la mejor manera de acceder al mundo de los individuos y sus acciones (Jones, 1985: 46).

ENTREVISTA INFORMAL Y SEMI ESTRUCTURADA a los profesores del grupo	
Objetivo: Identificar intenciones y contrastes	
Tipo de preguntas	**Justificación**
¿Cómo es la situación actual de tu trabajo?	Reconocer el estatus del profesor
¿Por qué estás ejerciendo de profesor de matemáticas, siendo físico/historiador…?	Buscar argumentos que justifiquen la situación actual en la profesión, para que diagnostiquen su desempeño actual, dependiendo de variables, las cuales pueden llegar a generalizarse, o son aleatorias.
¿Por qué dices en tal artículo	Buscar argumentos que soportan el planteamiento matemático/didáctico de afirmaciones realizadas
¿Estás de acuerdo con que ... ?	Contrastar el planteamiento matemático/didáctico de afirmaciones realizadas
¿Por qué pensaron que ... cuando escribieron .... ¿Tuvieron presente .... ?	Buscar el planteamiento especifico de los docentes respecto las conexiones matemáticas
¿Qué actividad matemática se asocia a ... ? ¿Cuando planearon la actividad ... por qué hicieron ... ? ¿Pensaron en las dificultades del alumnado o en que matemáticamente era importante ... ? ¿Por qué?	Evidenciar elementos de justificación de significado asociado a las ideas matemáticas que se construyen en las planificaciones
¿En qué sentido ciertas ideas matemáticas han tenido en cuenta la diversidad del alumnado al proponer esta tarea? ¿En qué piensas que esta actividad contribuirá a formar a los estudiantes para que mate maticen cuando salgan de la escuela?	Buscar evidencias de preocupación intercultural y ciudadana, y establecer las relaciones que se dan entre matemáticas escolares e informales
¿Qué recuerdas haber estudiado de .... que te has apoyado para decidir hacer este tipo de actividad y no otro que aparece en los libros?	Evidenciar conexiones con conocimientos previos para justificar las ideas matemáticas que se construyen en las planificaciones

Figura 4.1.4.1. Ejemplos de observaciones en entrevistas

Sabemos de las dificultades de usar este tipos de instrumentos y por ello, tratamos de tener cuidado en el tratamiento de los datos.

Sobre los protocolos intermedios.

Para visualizar lo que el grupo desarrolla y piensa sobre las conexiones, mostramos dos cuadros correspondientes a lo que se hace en cuanto las tareas matemáticas y la gestión de las mismas, como elementos clave de la acción docente (Ponte et al., 1998). En cuanto las tareas matemáticas, se muestra un ejemplo de posicionamiento en el cuadro siguiente 4.2.4.1., y se da un protocolo de ejemplo en la figura 4.2.4.2.

Lo que se dice sobre matemáticas	**Lo que se hace en el aula como actividad matemática**	**Lo que parece que se piensa de las matemáticas**
"trabajar las matemáticas con alumnado de 12-14 años. como investigación" "el alumnado ponga en funcionamiento el conocimiento que posee"	Se trabaja 70% mediante problemas e investigaciones Se trabajan proyectos de investigación con sentido modelizador (30%) Se organizan debates alrededor de los problemas de fracciones, para reconocer diferentes significados de la idea de fracción	Hacer matemática entendida como producir matemáticas a partir de la complejidad de forma que se construyan sus propios modelos, se trabaje la comunicación, la argumentación y el razonamiento. Y considerar que cada alumno produce matemáticas diferentes.
Las matemáticas como modelo de situaciones	Se simula una actividad con depósitos con cubos encajables (CP) Se observan variables en situaciones económicas y se intenta reconocer una predicción (CSC)	Son importantes en la actividad matemática tanto trabajar procesos como la generalización y el reconocimiento de propiedades
Identificación de elementos matemáticos con contenido social-cultural	Se analizan las medidas antropométricas catalanas y españolas (CP). Se trabaja con sistemas de numeración diferentes para reconocer estructuras comunes (CS)	Hacer matemática como reconocer la historia/ cultura propia de ideas matemáticas como estructura y resolución de problemas
Preocupación didáctica en el tratamiento del contenido matemático, a partir de situaciones investigativas		La idea que subyace es la de establecer oportunidades y entornos de aprendizaje basados en situaciones provocadoras e investigadoras.

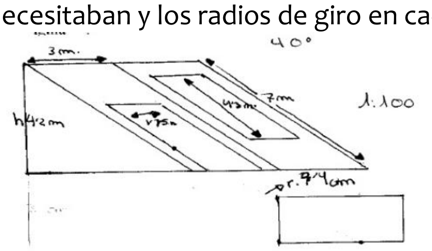
Figura 4.2.4.1. Ejemplo de evolución en el tratamiento de datos sobre el grupo GI

Y, a continuación se muestra un ejemplo de protocolo que surge de la observación de registros de evidencias /resumen y apuntes o conclusiones hipotéticas que se interpretan sobre dichas evidencias.

EJEMPLO DE PROTOCOLO DE REGISTRO DE EVIDENCIAS
Sobre la matemática que se desprende del trabajo de Proyectos .

Los proyectos ***ponen énfasis en los procedimientos*** y en la funcionalidad de contenidos matemáticos. Al relacionarlos con la vida real, desde los intereses del alumnado, se identifica las matemáticas ***como una herramienta útil para conocer el entorno social del alumnado*** (Vilatzara, 2001: 30). En el ejemplo siguiente reconocemos la interpretación del grupo sobre el trabajo desarrollado por algunos de sus estudiantes.

Lo clave de los Proyectos desde los inicios, no es la aplicación de un conocimiento matemático dirigido desde la presentación del profesor, sino que el profesor y docentes trabajan juntos para enfrentar un tema a partir del conocimiento que se posee. El grupo considera que el papel de la tutorización se centra fundamentalmente en ayudar al alumnado en la parte más compleja, como es el planteamiento del problema. Se busca que el alumnado reconozca problemas importantes a ser analizados, con la idea de que mejoremos la realidad y en cuanto sea necesario, busquemos herramientas nuevas en las matemáticas o procuremos usar las que se tienen.

<table>
<tr><th>Texto del grupo (tomado de la publicación Sol y Gimenez, 2004)</th><th>Matemáticas visibles</th></tr>
<tr><td>EL ESTACIONAMIENTO
Ida y Helena /de 12 años de edad) querían trabajar sobre los nuevos aparcamientos que se habían creado alrededor del mercado municipal).</td><td>El alumnado reconoce problemática en el mundo de lo real</td></tr>
<tr><td>Al ver una zona de aparcamiento en batería, una de sus preocupaciones fue <u>estudiar como afectaba el ángulo que formaba el coche con la acera en relación con la anchura que dejaba en la calle</u> y a partir de ahí, explicar la mayor o menor facilidad del giro necesario para estacionarlo.</td><td>Formulación de problema de contexto CSC</td></tr>
<tr><td>Para responder, decidieron hacer dibujos a escala y a partir de ellos, calcularon los espacios que necesitaban y los radios de giro en cada caso.

</td><td>Por parte de los estudiantes usa un dibujo a escala para representar el fenómeno.
Por parte del profesor se reconoce que el dibujo a escala es una buena forma de modelizar con herramientas simples.</td></tr>
</table>

	El estudiante reconoce como útil establecer una relación entre ángulos de inclinación y superficie utilizada, usando el recurso del dibujo. El profesor interpreta como positivo el modelo utilizado. Reconoce la debilidad de la representación usada por los estudiantes, porque no se llega a generaliza r, pero permite que eso ocurra.

INTERPRETACION DE LAS ACCIONES Y DESARROLLOS.

En este ejemplo, los autores indican que se muestra el conocimiento práctico del dibujo a escala, caracterización de un elemento genérico en el dibujo, toma de medidas en el dibujo, y correspondientes medidas en la realidad, etc. El artículo resalta que repetir este tipo de dibujos, les permite a los estudiantes obtener una cierta regla general, sobre el espacio ocupado, en función del ángulo en el que se colocan los coches mediante el uso de tablas de valores. "

A partir de los datos, los estudiantes muestran tener claro una primera idea relacional y las variables que intervienen en el fenómeno" (Sol y Gimenez, 2004). Son capaces de interpretar la tabla, porque a partir de ella los alumnos enuncian sus conclusiones: "En conclusión a estos datos y estas imágenes podemos decir que por un lado cuanto más grande sea el ángulo más plazas se podrán colocar, este punto es muy bueno, pero por otro lado también sabemos que cuanto más pequeño sea el ángulo más pequeño es el radio de giro y más pequeño es el espacio necesario mínimo para girar".

CONCLUSIÓN DEL PROTOCOLO.

El trabajo de proyectos se identifica por parte del grupo como un ejemplo idiosincrático de cómo se reconoce el valor de la contextualización en la construcción de procesos de modelización como idea matemática.

Figura 4.2.4.2. Ejemplo de protocolo de registro de evidencias e interpretaciones

En la figura 4.2.4.3., se observa esquemáticamente el proceso de tratamiento de datos decidido, y cómo estos datos generan hipótesis sobre las evidencias empíricas. Se especifica también cómo sirve para la fase posterior de búsqueda del docente adecuado para el estudio de aula.

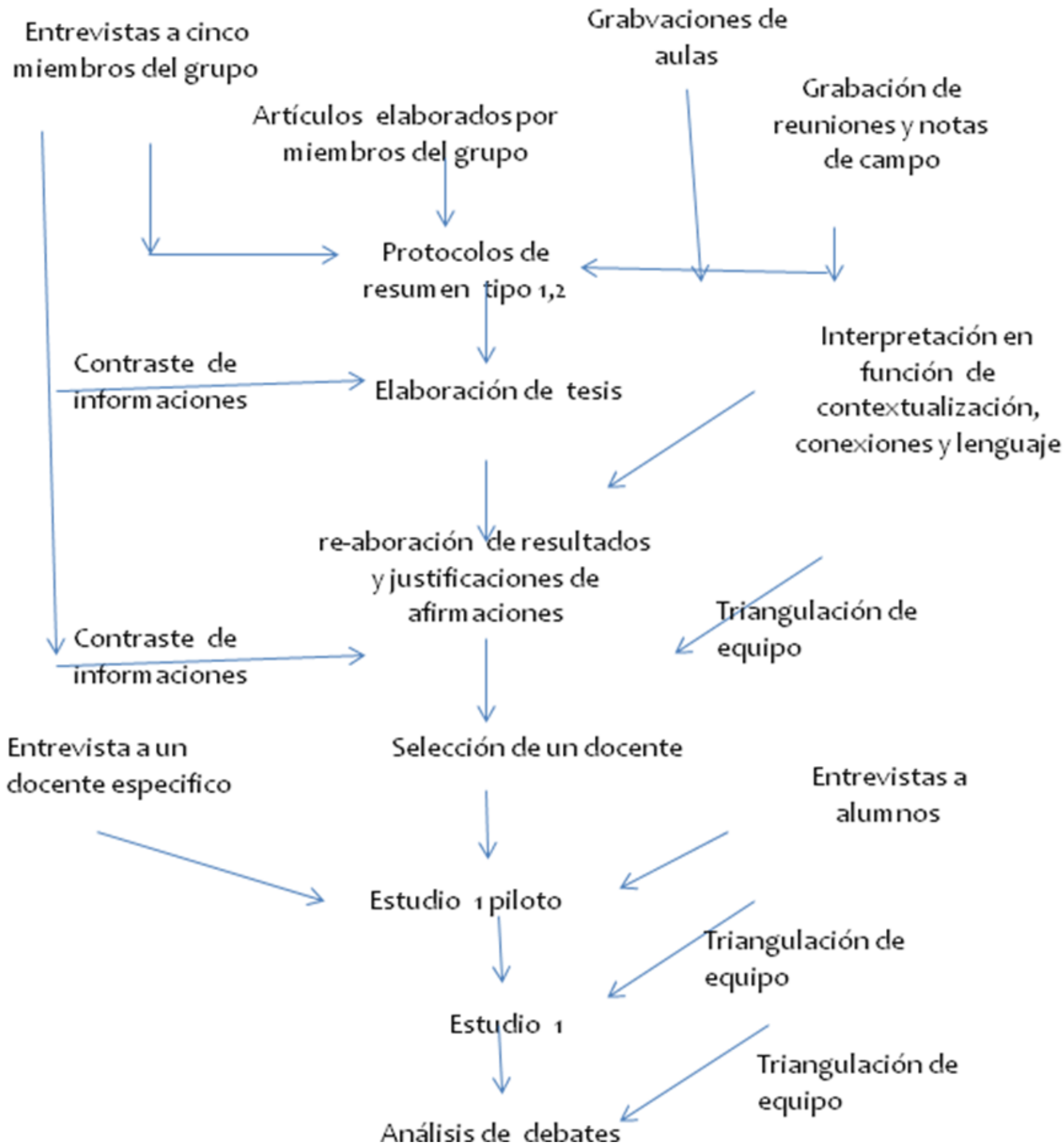


Figura 4.5.2.3. Estructura del tratamiento de datos en el estudio 1.

Como se observa en la figura, **los resultados son afirmaciones** que se conjeturan y se justifican mediante evidencias contrastadas. Se interpretan como formando parte de la construcción de identidad colectiva del grupo, que permite justificar la elección de un docente para ser analizadas sus practicas en profundidad.

4.3 Estudio piloto sobre el análisis de prácticas escolares.

La reflexión de los profesores sobre su propia práctica docente es un requisito importante para la mejora efectiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Schön, 1983

Dada la heterogeneidad de las propuestas metodológicas de análisis didáctico que se han desarrollado en investigaciones educativas, se considera pertinente identificar diferencias y semejanzas entre propuestas metodológicas para el análisis de prácticas y/o procesos de estudio (Coll y Sanchez, 2008), de manera que se posibilite elaborar un mapa que permita ubicar unos modelos en relación con los otros. Es en este sentido comparativo que en este artículo se presentan herramientas de análisis de dos modelos: la propuesta de Scott y Mortimer para el análisis de las interacciones y la producción de significado (Scott y Mortimer, 2002) y el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007), centrándonos en aquellas herramientas que permiten realizar un análisis específico de las interacciones en el aula en cuanto la construcción de significado.

La estructura analítica que se plantea desde el modelo de Scott y Mortimer (SM) está basada en cinco aspectos interrelacionados que focalizan el papel del profesor y son agrupadas en términos de *focos* (propósitos de enseñanza y contenido), *enfoque comunicativo* y *acciones* (patrones de interacción y formas de intervención). Dado que nuestro interés es el análisis de las interacciones en el aula, nos centraremos en este último aspecto.

Los ***patrones de interacción,*** como herramienta de análisis, permiten reconocer y caracterizar la estructura de las interacciones entre el profesor y los estudiantes en el aula, las cuales emergen en la medida que el profesor y los estudiantes intercambian turnos de conversación en la clase. El patrón más distintivo de interacción relatado en la literatura es el de estructura de intercambio de tres partes que algunos autores llaman como el *diálogo triádico*. En este modelo se consideran los patrones triádicos *IRE* (iniciación-respuesta-evaluación) y las cadenas de interacción que se generan cuando el tercer movimiento de la interacción no se realiza con el fin de hacer una evaluación de la respuesta del estudiante, sino con la intención de promover la elaboración de su punto de vista (feedback), generando así cadenas cerradas del tipo IRFRE o cadenas abiertas del tipo IRFRFR…

Analizar ***formas de intervención*** es otra herramienta de análisis de la propuesta de Scott y Mortimer, que puntualiza en las intervenciones pedagógicas de los profesores. Estas se basan en un esquema planteado inicialmente por Scott (1998), en el que fueron identificadas seis formas de intervención. Las tres primeras se refieren a la forma en que el profesor actúa para desarrollar la historia científica y las tres siguientes hacen referencia a cómo el docente hace asequible el conocimiento a todos los estudiantes. En la tabla 1 se relacionan estas seis formas, especificando el foco y las acciones del profesor que caracterizan cada una.

<table>
<tr><th>INTERVENCIÓN DEL PROFESOR</th><th>FOCO</th><th>ACCIÓN</th></tr>
<tr><td>1. Dando forma a los significados</td><td rowspan="3">*Explorar las ideas de los estudiantes.
*Trabajar los significados en el desarrollo de la historia científica.</td><td>Introduce un término nuevo; parafrasea una respuesta de un estudiante; muestra diferencias entre significados</td></tr>
<tr><td>2.Seleccionado significados</td><td>Considera la respuesta de un estudiante; ignora la respuesta de un estudiante</td></tr>
<tr><td>3. Marcando significados claves</td><td>Repite enunciados, pide a los estudiantes que repitan un enunciado; establece una secuencia IRE con un estudiantes para confirmar una idea; usa un tono de voz particular, para recalcar parte del enunciado</td></tr>
<tr><td>4.Organizando significados</td><td rowspan="3">*Hacer los significados disponibles para todos los estudiantes.
*Verificar los significados que los estudiantes están atribuyendo en situaciones específicas.
* Recapitular y anticipar significados</td><td>Repite las ideas de algún estudiante para toda la clase, pide a algún estudiante que repita un enunciado para sus otros compañeros; clasifica los resultados de diferentes grupos con toda la clase; pide a los estudiantes que organicen sus ideas o los datos de experimentos para exponer a la clase.</td></tr>
<tr><td>5.Chequeando la comprensión de los estudiantes</td><td>Pide a un estudiante que explique mejor su idea; solicita a los estudiantes que escriban sus explicaciones; verifica si hay consenso en la clase sobre determinados significados</td></tr>
<tr><td>6.Reviviendo el progreso de la historia científica</td><td>Sintetiza los resultados de un experimento específico, recapitula las actividades de una clase anterior; revisa el progreso de la historia científica desarrollado hasta entonces</td></tr>
</table>

Figura 4.3.1. : Formas de intervención del profesor

El enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS) desde un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico propone herramientas de análisis que buscan describir, explicar y valorar diversos fenómenos que se producen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La propuesta de análisis de los procesos de estudio en este modelo se ha estructurado en cinco niveles: 1. *Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas*, 2. *Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos*, 3. *Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas*, 4. *Identificación del sistema de normas y metanormas* y 5. *Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.* De acuerdo con la intencionalidad de este artículo nos centraremos en los niveles 3 y 4.

En el EOS, se considera que, dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección de un profesor y en interacción con estudiantes, el análisis didáctico debiera progresar desde la situación-problema y las prácticas matemáticas necesarias para su resolución (nivel 1) a las configuraciones de objetos y procesos matemáticos que posibilitan dichas prácticas (nivel 2), que a su vez debe progresar hacia el estudio de las interacciones entre profesor y estudiantes (nivel 3). Así, el tercer nivel de análisis está orientado, especialmente, a la descripción de las formas de interacción y su relación con los aprendizajes, planteando como herramientas: la identificación de ***conflictos*** (epistémicos e interacciónales, entre otros) y el reconocimiento de los tipos de ***configuración didáctica*** (magistral, a-didáctica, personal y dialógica) (Godino, 2003).

Por otra parte, se asume, que la actividad matemática en el aula tiene una dimensión social y que las configuraciones didácticas están condicionadas y soportadas por una trama de ***normas*** y ***metanormas*** que regulan las acciones. En este sentido, el cuarto nivel de análisis pretende estudiar dicha trama reconociendo y categorizando diferentes tipos de normas ligadas a las facetas en las que se desarrollan los procesos de instrucción matemática (epistémicas, cognitivas, metaepistémicas, mediacionales, e interactivas) (Font ,Planas y Godino, 2010).

4.3.1. Análisis de participación y sistema normativo.

Este estudio forma parte de un trabajo más amplio, que se ha desarrollado fundamentalmente en tres fases: (I) *Revisión de diferentes fuentes documentales relativas a los dos enfoques, explicada en el apartado anterior.* (II) *La aplicación de las herramientas de análisis* a diferentes episodios de una clase, en donde se define un primer nivel de análisis que corresponde a la descripción y explicación de la clase desde las categorías propuestas en los dos modelos y (III) *La producción de conclusiones* en donde se define un segundo nivel de análisis el cual corresponde al contraste de herramientas planteadas por los dos enfoques para determinar sus posibilidades de integración.

El contexto.

Las clases que fueron objeto de nuestro análisis es una clase de matemáticas sobre la medida que se desarrolla con 25 estudiantes de 12 y 13 años de primer año de enseñanza obligatoria, en un Instituto de Educación Secundaria de la población de Vilassar de Mar, provincia de Barcelona. Xavier, el profesor, tiene 25 años de experiencia docente, los 13 últimos en la escuela actual. La clase hace parte de una secuencia de sesiones orientadas al estudio de la medida. Con esta secuencia el profesor tiene como intencionalidad que se relacione el significado de *medir*, inicialmente con la idea de *comparar*, buscando con esto "alejar" a los estudiantes de la concepción usual que medir es *calcular*. Las primeras actividades de la secuencia se centran, en la identificación de unidades arbitrarias tradicionales no decimales asociadas al cuerpo humano (palmos, codos, brazadas, etc.) y en el cambio de unidades. Las actividades siguientes se refieren, al deseo europeo de llegar a una *unidad de medida común* para todos, y finalmente, a la sesión de cómo se llegó a determinar *la medida del metro.*

Para cada uno de los episodios en un primer momento, se identificaron, desde el EOS: las prácticas, objetos y procesos matemáticos, la trayectoria epistémica, los conflictos y las normas y desde el modelo de SM: los propósitos de enseñanza, el contenido, el enfoque, los patrones de interacción y las formas de intervención. En otro momento, se realizó el contraste y análisis de las posibilidades de integración de las diferentes herramientas que los modelos nos plantean. Para ello se tiene en cuenta, los resultados del primer nivel de análisis y la revisión teórica inicial, en donde se pudo reconocer, que en las dos propuestas se asume la complejidad del análisis didáctico y que hay aspectos de análisis de interés común (el conocimiento y significado asociado a éste, la acción docente, la acción del estudiante, la interacción que surge en la clase y las reglas sociales que caracterizan el entorno de la misma), para los cuales se proponen diferentes herramientas en cada modelo, dado que cada uno persigue objetivos diferentes. De esta manera se ha diseñado un instrumento que denominamos *cuadro integrador.*

Cómo se hace el análisis de interacciones y participación.

Para ejemplificar el análisis de las interacciones y por cuestiones de espacio, a continuación se presenta uno de los episodios de la clase y la referencia a las herramientas usadas desde cada uno de los modelos. Este episodio, está centrado en la realización de comparaciones entre medidas, mediante comparaciones numéricas con la misma unidad.

125 (X) Fijaros bien todos, trescientos cuarenta canas son quinientos y pico metros.
126 (X) **¿Qué es más grande la cama de Arenys o el metro?**
127 (E, E) La cana de Arenys, mirando la hoja
128 (X) No vale mirar. Hay que estar atentos.
129 (X) Si trescientos cuarenta canas de Arenys son quinientos y pico metros, ¿Qué es mayor? ¿La cana de Arenys o el metro?
130 (E, E) Metro (E, E) La cana de Arenys (Opiniones divididas en el grupo)
131 (X) Habéis dicho dos cosas diferentes, unos dicen el metro, otros dicen la cana
132 (X) Por favor, por favor no tiene razón quien lo dice más veces. Sino el que lo argumenta bien
133 (X) ¿Tú cómo lo argumentas?
134 (X) Por favor escuchemos
135 (E) El metro hace un metro, ya está. La cana de Arenys hace 1,56.
136 (X) ¿Y por lo tanto?
137 (E - otro) Es mayor
138 (E) Es mayor
139 (X) ¿Qué es mayor?
140 (E) Sería como un metro y medio la cana
141 (X) Sería como un metro y medio la cana. Por lo tanto es mayor la cana,
142 (E, E) Bien…

De acuerdo con lo mencionado en párrafos anteriores, respecto a nuestro interés de análisis, en la parte del cuadro integrador que se muestra a continuación, se ubican las herramientas propuestas para el análisis de dos de los aspectos de interés común en los dos modelos: **la interacción en el aula** y **las reglas sociales**.

En las filas del cuadro se han ubicado agrupaciones de líneas del episodio, en donde se enfatiza en aspectos distintos, relacionados con los propósitos de la clase. Las columnas sombreadas indican los aspectos que se caracterizan desde el EOS y las no sombreadas los que se caracterizan desde el modelo de Scott y Mortimer. En algunas de las columnas por efectos de extensión y organización se han utilizado notaciones para indicar los objetos y procesos matemáticos asociados a las normas epistémicas, los tipos de conflictos y de patrón de interacción., tal como se indica en la parte inferior del cuadro.

A partir de cuadros como el de la figura, podemos reconocer como la *interacción* puede, describirse y caracterizarse con diferentes variables y al complementar las herramientas de los dos modelos puede enriquecerse su interpretación. Por ejemplo, al realizar una lectura vertical, podemos afirmar que la configuración didáctica en este episodio es más dialógica que magistral, sin embargo esto sólo no describe de forma detallada el tipo de interacción.

Al complementar el análisis con los patrones de interacción, podemos caracterizar la conversación como una secuencia del tipo IRFRE. La cual nos permite evidenciar cómo el profesor explora las ideas de los estudiantes a través de preguntas (125-129), centra la atención de la clase en el diálogo con uno de los estudiantes (131–134), les da soporte para que mejoren sus explicaciones formulando nuevas preguntas (136,139) y finalmente cierra la secuencia, repitiendo las conclusiones de algunos estudiantes validándolas, buscando a la vez el consenso de toda la clase (139-142).

	Sobre la Interacción en el aula				Reglas sociales	
Líneas	**Configuración Didáctica**	**Conflictos**	**Patrones de Interacción**	**Enfoque comunicativo**	**Normas según faceta del proceso**	**Formas de intervención**
125 – 130	Dialógica - Personal	CIR	Inicia la cadena de interacción	Interactivo/ Dialógico	Epistémica: P1, P2, P3, C1, C2, C3, L1, M1 Metaepistémica: N1, N10 Interactivas: N11	Explorar los puntos de vista de los estudiantes
131-134	Magistral	CE	"feedback"	Interactivo Dialógico	Epistémica: P2, P3, L1 Metaepistémicas: N2, N3, N10 Interactiva: N5, N7, N8, N12	Guía a los estudiantes en el proceso de argumentación
135-142	Dialógica		IRFRE	Interactivo / Dialógico Interactivo / de autoridad	Epistémica: P4, P5, M1, P2 Metaepistémica: N4, N10 Interactivas: N9, N11 Afectiva: N13	Repite las ideas de algún estudiante para toda la clase
CIR: Conflicto Interaccional; CEI: Conflicto Epistémico; P: Proposiciones; C: Conceptos; L: Lenguajes; M: Procedimientos y Ni: Otros tipos de normas						

Figura 4.3.1.1. Cuadro integrador de los modelos de análisis de episodios

Otro aspecto que podemos considerar para complementar la caracterización de las interacciones, es el reconocimiento de los tipos de conflictos, que para este episodio son de tipo interaccional representacional (CIR) y epistémico (CE), que permiten identificar momentos en donde puede haber "disparidad" de interpretaciones (130, 131), que requieren procesos de negociación de significados y cambios en la secuencia de conversación (132, 133, 134).

De forma similar, al contrastar las formas de intervención y las normas, las relaciones entre estas amplían lo que cada una aporta para el análisis de las interacciones. En este caso al entender las normas como objetos que influyen en la participación dentro de la clase y su estructura interactiva, entre otros aspectos, consideramos que éstas dan cuenta de cómo se desarrollan, por ejemplo, procesos de institucionalización y personalización.

En efecto, al decir que el profesor explora los puntos de vista de los estudiantes, no sabemos cómo se interviene realmente y cuál es la interpretación que los estudiantes otorgan a los diferentes tipos de prácticas que surgen en la clase. Las normas en este episodio son de diferente tipo: *Epistémicas*, relacionadas con la unidad de longitud convencional de tipo local (C1), la unidad estándar (C2), la comparación (M1) y el lenguaje verbal (L1); *Metaepistémicas* que se relacionan con el valor de la argumentación (N2, N3), la idea de que hay que prestar atención cuando se formulan las tareas a realizar (N1); con la importancia de reafirmar la respuesta y explicaciones de los estudiantes para que sean validadas por toda la clase (N4) y con el hecho de que los estudiantes construyen respuestas a las tareas matemáticas que plantea el profesor (N10); *Interactivas* que reconocen el papel del docente y los estudiantes en el inicio distribución y finalización de las intervenciones (N6, N11) y la importancia de escuchar a los compañeros (N12) y *Afectivas* que refieren la motivación de los estudiantes cuando se distinguen sus propuestas y se comparten con sus compañeros (N13).

Al reconocer y explicitar las normas, podemos construir un panorama de la clase, en donde a la vez que se enuncian las acciones globales del profesor (formas de intervención), se describen reglas, hábitos, acuerdos, tradiciones y compromisos implícitos o explícitos (normas), que regulan los modos de interacción entre las personas que intervienen en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Ante todo, la diversidad de herramientas propuestas en cada uno de los modelos para analizar la clase, refleja la complejidad del análisis de procesos de estudio, en tanto es posible distinguir elementos de diferente naturaleza, puestos en relación en cada unidad dentro de un episodio.

El instrumento metodológico comparativo que se ha usado para analizar los aspectos del proceso con ambos modelos, permite caracterizar de forma amplia la interacción.

Una característica integradora, que se reconoce en el instrumento diseñado, es que se pueden realizar tanto lecturas horizontales como verticales, dependiendo del aspecto que interese estudiar y la profundidad que implique dicho estudio.

Así, por ejemplo, un análisis horizontal permitiría ver la estructura semántica de un episodio de clase, mientras que el análisis vertical permitiría ver la cronogénesis del mismo (desarrollo temporal).

Se reafirma la relación existente entre las herramientas de análisis de un modelo al interior del mismo y se constata cómo las herramientas de uno complementan a las otras del otro, ya que, engloban, amplían o detallan la caracterización de los diferentes aspectos estudiados. Tal como se mostró los patrones de interacción, del modelo de Scott y Mortimer, permiten reconocer mejor como se produce la interacción complementando la idea de configuración didáctica en el enfoque ontosemiótico. Y a su vez, pudimos reconocer como las normas permiten detallar y caracterizar mejor las formas de intervención del profesor.

Se considera que cada modelo ofrece un conjunto de herramientas, que pueden ser provechosas a los profesores dado que les permite reflexionar sobre el desarrollo de sus prácticas de enseñanza.

Así mismo se espera que la interpretación de resultados facilite la adquisición de competencias profesionales relativas a la interpretación de la propia práctica docente y al diseño de actividades de formación del profesorado de Ciencias y Matemáticas.

4.4. Estudio de prácticas matemáticas democráticas.

Aprender de prácticas de otros es una forma poderosa de mejorar la enseñanza.

Common core Standards, 2012

Para responder a la pregunta P12 que nos formulamos en nuestra memoria de tesis, la metodología que usamos es la de **estudio instrumental de caso etnográfico, con observación y triangulación participante** (Stake, 1988), ya que se busca analizar las prácticas profesionales **de un profesor experimentado que se propone trabajar las competencias ciudadanas en la clase de matemáticas en educación Secundaria.**

Nuestro principio metodológico, es clarificar las descripciones y dar solidez a las interpretaciones. En efecto, aceptar una visión constructivista del conocimiento no obliga al investigador a abstenerse de ofrecer generalizaciones. Por el contrario, él puede ofrecer a los lectores una buena materia-prima para su propio proceso de generalización. La triangulación permite al investigador usar varios métodos con diferentes combinaciones. La triangulación puede ser entendida aquí, como un proceso de múltiples percepciones para clarificar el sentido, verificándose la repetición de la observación o interpretación triangulada (Flick, 1992, 2004) superando desigualdades metodológicas. (Flecha, 1999)

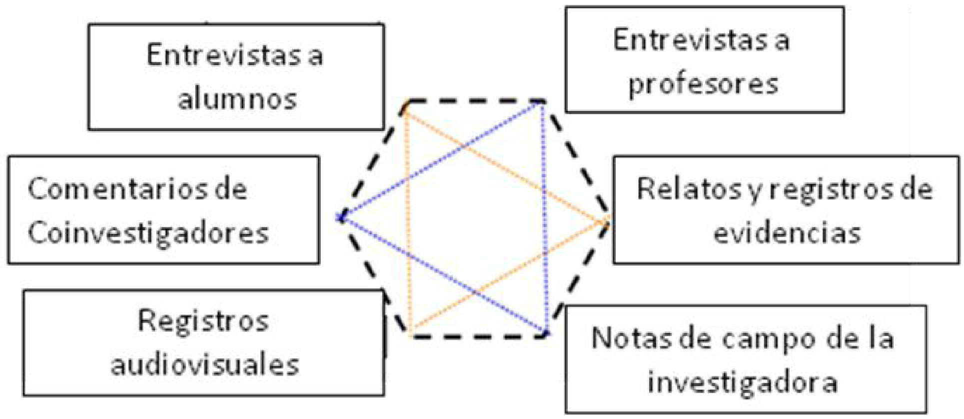


Figura 4.4.1. Esquema de interrelación de fuentes de información del estudio.

En la figura 4.4.1. se muestran los diversos elementos que constituyen la triangulación entre datos y agentes, considerando el docente, tutores y la investigadora .

Para Identificar competencias ciudadanas en la construcción de conocimiento matemático, en el desarrollo de prácticas matemáticas escolares en la educación secundaria, nos proponemos escoger un conjunto de prácticas del profesor citado, videograbamos y transcribimos dichas prácticas. Para caracterizar los aspectos que se promueven en la clase de matemáticas o fuera de ella, que posibilitan el desarrollo de competencias ciudadanas, se contrasta: la información recogida de las aulas, con la planificación previa del docente y sus expectativas.

Para contrastar los datos, se entrevista a algunos estudiantes en tres momentos diferentes: inmediatamente antes de entrar en la escuela, inmediatamente después de alguna aula, y en momentos del recreo de los estudiantes. Las categorías usadas surgirán del análisis teórico anterior. Para el análisis de esas informaciones no definimos categorías *a priori*. Buscamos construirlas a partir de las reflexiones sobre el material empírico, considerando el papel fundamental que la teoría ejerce en ese proceso de construcción. Encontramos afinidad metodológica con lo que proponen Ponte y otros (1998) para discutir las prácticas lectivas en un contexto de reforma curricular.

En diversos momentos se discute con el propio docente sobre la interpretación de su propia práctica. De hecho, se elabora una comunicación a un evento internacional en la que firma el propio profesor que ha colaborado en el análisis de su propia práctica. En el proceso de aceptación de publicación correspondiente a este análisis, los jueces del artículo nos confirman el interés, profundidad y originalidad del trabajo realizado (Vanegas, Giménez y Vilella, 2011), basado a su vez como punto de partida en un trabajo anterior (Vilella y Giménez, 2010) del que este análisis significa una versión muy mejorada que insiste en el debate democrático. La explicación en detalle de cómo se recogen los elementos teóricos en la metodología de este estudio se ve en el capítulo 5.

4.5. Sobre el estudio de concepciones iniciales (CI1).

> *Desde una perspectiva constructivista , se sostiene que los profesores construyen su conocimiento profesional simultáneamente desde sus conocimientos teóricos y desde su propia práctica*
>
> Perez y Gimeno, 1988[22]

Como se ha dicho, se realiza un segundo estudio empírico, en el que se busca una muestra intencional en dos poblaciones para reconocer si es posible discriminar mediante el instrumento que se va a formular, el fin que tenemos de tratar de reconocer el valor de opinión atribuido a las tareas matemáticas para la formación de ciudadanía. No queremos llamar concepciones, puesto que ello sería mucho más ambicioso.

Para analizar la reflexión sobre la propia práctica del profesor en cuanto refleja el desarrollo de competencias profesionales de formación en la ciudadanía, se contrastará: la información recogida en las aulas, mediante narrativas o entrevistas con el docente. Usaremos un diseño semejante al que se muestra en Carrillo et al (2008).

Para el desarrollo, se efectúan entrevistas informales y semi estructuradas: Según Jones (1985) la entrevista es la mejor manera de acceder al mundo del individuo: *"Para comprender las concepciones de la realidad de otras personas lo mejor que podemos hacer es preguntarles y preguntarles, de tal manera que puedan hablarnos con sus palabras" (Jones 1985:46).* Concebimos específicamente el análisis de inferencia de normas de forma principalmente interpretativa, ya que partimos de los textos durante el aula, pero se consideran otros que se enuncian, y que pueden observarse con base al conocimiento de la situación didáctica y la interacción (Planas e Iranzo, 2009).

---

[22] Perez y Gimeno 1988 Pensamiento y acción en el profesor de los estudios sobre planificación al pensamiento práctico Infancia y Aprendizaje 42, 37-61

Nuestro estudio está en la línea del análisis Adler y Confer (1998) en el sentido de buscar los elementos del contenido profesional que apoyan formación para la democracia y ciudadanía. Seguimos los principios de los trabajos realizados en el marco de las ciencias experimentales (Hewson y Hewson, 1989) sobre el análisis de concepciones iniciales a partir de posicionamientos ante situaciones.

Se interpretan las opiniones de los futuros docentes, como tomas de decisiones y valoraciones "Las acciones de los profesores en la clase son tan complejas como las acciones de cualquier ser humano. No vienen sólo determinadas por sus creencias y conocimiento acerca de las matemáticas" (Skovsmose y Valero, 2002) sino que se implica una forma de interpretar la identidad profesional. Interpretamos las concepciones como conjunto o sistema de creencias (D'Amore, 2005) reconocidas a partir de *manifestaciones discursivas de los sujetos*. Sabemos que éstas se complementarán con las observaciones de sus prácticas. Consideramos las prácticas como conjunto de acciones mediante elementos observables de los sujetos humanos con sus intenciones. y considera los principios de formación de docentes en los que analizamos los inicios de las trayectorias profesionales de formación (Burgués y Giménez, 2007).

4.5.1. Instrumentos y análisis de datos

Pata tratar y analizar los datos correspondientes del futuro profesor, nos focalizamos en herramientas que nos permitan un análisis de las prácticas como procesos de estudio. El interés por desarrollar herramientas para el análisis didáctico de procesos de estudio está relacionado con la necesidad de caracterizar competencias profesionales que permitan a los docentes desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de ciencias experimentales o matemáticas, que establece el currículum escolar. En el caso de las matemáticas, estudios recientes sobre el conocimiento profesional del profesor resaltan la importancia de tener herramientas de análisis que permitan hacer una mirada más compleja de la clase y coinciden en que una de las competencias profesionales que debe tener un profesor es la que le permite describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza y aprendizaje, pero difieren, entre otros aspectos, en cuáles son las herramientas que necesitan los profesores para realizar este tipo de análisis didáctico (Ball, Bass, Sleep, Thames, 2005).

Para la realización de nuestro estudio, ***se diseña un cuestionario estructurado específico basado en afirmaciones*** como se usó desde hace tiempo en trabajos de concepciones en ciencias (Hewson and Hewson, 1989), basado a su vez en una idea de Osborne y Gilbert años atrás. En nuestro caso son enunciados de tareas escolares para que los futuros docentes se posicionen en lo que nos interesa específicamente y de forma indirecta. Aún así en este documento no se analizarán sus prácticas sino sólo sus respuestas iniciales. Se escogen dos grupos diferentes de 24 futuros docentes en Matemáticas de 3er semestre de la Universidad Distrital "Francisco José de Caldas" de Bogotá y un grupo de y 26 alumnos de la Universidad de Barcelona en España. En una primera fase, se desarrolla el cuestionario abierto con estos 50 estudiantes. El objetivo de este cuestionario es provocar posicionamientos de forma indirecta de manera que emerjan posicionamientos. En una segunda fase se desarrollan entrevistas con un grupo de 5 estudiantes en cada una de las Universidades. En el capítulo 6 se muestra en detalle la tarea propuesta.

Hemos comenzado por presentar a los futuros docentes tres actividades diferentes considerando que en cada una de ellas se presentan características de la ciudadanía diferentes. En la primera situación, se muestra un trabajo artístico que parte de un cuadro de Paul Klee, al que se añade el diálogo de los estudiantes en la construcción de ideas matemáticas, sobre figuras geométricas. En la segunda se plantea un problema asociado a la escasez de agua en donde se les dice que existe una cantidad relativamente fija en el planeta estimada en 1.400.000.000 Km3. El 97,2 % es agua salada, un 2,5% se encuentra entre los casquetes de hielo y glaciales. El resto no mucha es agua dulce. Y se pide que analice y responda las siguientes preguntas: (a) ¿Qué cantidad de agua salada hay en el planeta y que cantidad de agua dulce. (b) El agua dulce se encuentra superficialmente o subterránea. Si la primera representa el 0,7 % de todas las aguas dulces. ¿Cuántos Km3 de agua dulce superficial existe en el planeta? (c) Exprese los datos relativos a la cantidad de agua salada, dulce superficial y dulce subterránea en notación exponencial o científica. (d) ¿Cuáles son las principales cuencas hidrográficas de nuestro país? Localícelas en un mapa. (e) Valore por qué es importante el ahorro de este recurso. La tercera situación, es un problema típico de los libros sobre la experimentación de la Ley de Hooke como alargamiento de un muelle. Ante estas tareas, les pedimos que se posicionen según potencian más o menos la formación ciudadana.

Les hemos pedido que nos justifiquen sus respuestas. A continuación les preguntamos: ¿en qué sentido consideran que estas actividades están formando a los estudiantes como ciudadanos? ¿Por qué consideras que la formación matemática en la escuela puede ayudar a la formación ciudadana?

Para el análisis de los posicionamientos y creencias, nos hemos propuesto reconocer elementos de la complejidad del fenómeno discursivo que explicita posiciones respecto al papel de las tareas matemáticas que se consideran fomentan ciudadanía. Realizamos una caracterización a priori de los posicionamientos sobre aprender a formar en ciudadanía en base a los cuatro ejes del desarrollo de la competencia. Los ejes que consideramos son: (1) Apropiación política, activa y crítica de saberes; (2) Participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales; (3) Apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático, (4) Elementos de la práctica de la convivencia, democracia y la responsabilidad.

A cada uno de los cuatro ejes se asocian un conjunto de indicadores y subcategorías que surgen de los desarrollos teóricos (curriculares o no) sobre competencia ciudadana a nivel escolar y profesional. Los indicadores se agrupan en tres columnas que se corresponden con tres tipos de conocimiento profesional (matemático, didáctico y comportamental social como establecemos en Burgués y Giménez, 2007). En base a sus respuestas, asociamos sus frases a ciertas categorías de respuestas de acuerdo con los cuatro ejes expuestos anteriormente. Vemos un ejemplo en la figura 4.5.1.1

Tipo de respuesta Frases	Indicadores asociados	Categ
- "„,que ***pongan a pensar a los niños*** no sólo en *resolver problemas matemáticos* sino que ***se den cuenta de la realidad*** en la que *estamos*, ***que desarrollen también su parte humana"***. -"Logran *captar problemas* como ciudadanos de este planeta, colocan al estudiante en *contextos reales del mundo*".	Conseguir hacerse opiniones. Promover un Valor humanista del conocimiento.	PHP
- "Las que nos ***presentan datos*** reales, con los cuales ***podemos apreciar*** los recursos de nuestro planeta y ***diferentes avances*** científicos, artísticos, etc."	Fomentar reconocimiento de avance científico sobre problemas reales	PHM
- "***Permite concienciar*** al estudiante sobre su *realidad*, necesidad de *tomar posición* al respecto" - "Aquellas en las que se pueden enseñar a *respetar opiniones diferentes*"	Permitir tomas de posicionamiento Reconocimiento de las ideas de otros.	CID
- "Aquellas donde los estudiantes **entren en *discusión*** por *temas* ***que les interesen***"	Identificar necesidades	CIP

Figura. 4.5.1.1. Ejemplo de asociación de frases a categorías a priori.

En nuestro estudio adaptamos un trabajo de Cooney (2001) que caracterizó las tipologías de profesor según su nivel de destreza en lo reflexivo en varios perfiles: *Aislacionista, Idealista ingenuo, Conexionista Ingenuo y Conexionista reflexivo*. Por medio de análisis de contenido de las producciones de los estudiantes para profesor, se pretende analizar sus visiones, marcadas por sus ideas previas. En nuestro estudio previo que se muestra en el capítulo 6, se caracterizan tres perfiles de profesor más adecuados a nuestro objetivo: transformador, ético/ecológico y tradicionalista que se parecen a las enunciadas por Cooney.

Llamamos un posicionamiento tradicionalista al que da poco valor al diálogo crítico de saberes, y construcción compartida de significados, y separa la tarea matemática de la visión ética-política. Llamaremos transformador/comprometido, al que manifiesta mayor variedad de indicadores asociados a categorías y subcategorías diferentes de ciudadanía. Y posicionamiento intermedio o ecológico, de forma metafórica, al que asocia la ciudadanía al uso de tareas sociales sólo explicitas, y se muestra débilmente los posicionamientos críticos sobre lo social y el valor del diálogo reflexivo y grupal.

4.6. Diseño y análisis de un ciclo de formación.

> *El conocimiento necesario para enseñar matemáticas es un constructo multidimensional (Azcarate, 2000; Pontey Chapman, 2006) que integra conocimiento sobre las matemáticas, los aprendices y la enseñanza en contextos institucionales que está vinculado al sistema de actividades que configura la práctica de enseñar matemáticas*
>
> Llinares, Valls i Roig , 2008[23]

Para responder a la pregunta P21 que nos habíamos formulado, la metodología consistirá, inicialmente, en un ***análisis documental*** de ***diversas fuentes*** (epistemológicas, didácticas, cognitivas, etc.), de las cuales se definirá el posicionamiento que consideramos pertinente, para caracterizar la competencia de "aprender a formar en ciudadanía, a través de las matemáticas". Este estudio, debe permitirnos desarrollar un sistema de categorías que usaremos en la tarea siguiente. Esta tarea de investigación, se presentó en el capitulo 2 fundamentalmente, y se justifican principios para el diseño de un ciclo de formación en el capítulo 3 de esta memoria.

Se asume la realización del ***estudio piloto*** sobre análisis de competencias iniciales de futuros profesores sobre "matemáticas y formación para la ciudadanía. Se diseña un **cuestionario estructurado específico**, que se aplica a un grupo de estudiantes futuros docentes de Secundaria. Se analizan las respuestas según categorías obtenidas a priori. Los resultados nos permitirán redefinir dichas categorías. Dicho estudio se ha iniciado con dos grupos diferentes de estudiantes de 3er

---

[23] Llinares, Valls i Roig , 2008. Educación Matemática, vol. 20, núm. 3, diciembre de 2008, pp. 31-54

semestre de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá en el marco de una materia de Educación Matemática que entre sus objetivos está el reconocimiento y desarrollo de las variables que influyen en la educación matemática como objeto de investigación.

En nuestro caso, se observa la **validez interna,** por su parte, es de tres tipos: (a) **Validez de Contenido**; representa a la congruencia existente entre los aspectos considerados en el cuestionario y los aspectos teórico/conceptuales que fundamentan el objeto de estudio; cuando por ejemplo los aspectos considerados para evaluar la docencia son verdaderamente representativos de lo que implica la actividad docente. (b). **Validez de Criterio**; alude al grado de relación que existe entre los resultados de la medición y la(s) hipótesis previas que se han formulado sobre el comportamiento del constructo y sus aspectos que se desean medir. (c). **Validez de Constructo***;* se refiere al grado de congruencia que existe entre las agrupaciones de respuestas que emergen del análisis de datos y la organización estructural de las preguntas del cuestionario (por ejemplo, si las respuestas sobre la interacción en clase se agrupan y corresponden con el grupo de preguntas que evalúan la interacción en clase) . La validez de constructo es convergente cuando existe una cierta relación entre lo esperado teóricamente y lo encontrado empíricamente; será divergente si esta correspondencia no se produce, lo cual a su vez, supone revisar nuevamente los conceptos fundamentales del objeto de estudio y la secuencia de operativización realizada. (Bedggood & Pollard, 1999).

Para responder a la pregunta P22, la realización global que nos proponemos sigue ***el modelo Investigación basada en desarrollo desde la perspectiva de Gravemeijer*** (2004). Aunque se interpreta también como estudio experimental (Stake, 1998). Acordamos con Habermas (1987) en considerar que hay que tener en cuenta tanto los aspectos institucionales como a los sujetos que encarnan estas instituciones. A partir de nuestra experiencia, los resultados de la primera fase, y lo dicho por diversos autores, pretendemos diseñar una propuesta de talleres a priori para el desarrollo de prácticas profesionales sobre ciudadanía y educación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas de Secundaria . Esto incluye: reconocer el nivel de competencia inicial (profesional) y significados personales asociados a la evaluación de las competencias matemáticas ciudadanas respecto del currículum escolar de secundaria/bachillerato, y analizar la práctica asociada a esa propuesta de formación en un curso de formación inicial. En el análisis se trata de alcanzar una mayor comprensión de un caso particular cuando se plantea el desarrollo de competencias profesionales de análisis didáctico, en concreto el análisis de prácticas, objetos, procesos matemáticos como paso previo al desarrollo de competencias profesionales en el análisis de competencias matemáticas.

En el diseño de esta parte, nos proponemos la realización de prácticas profesionales en las que fundamentalmente se les propondrá episodios de aula y se preguntará a los participantes que lo analicen sin dar ninguna instrucción previa (se pretende que utilicen su conocimiento previo). Se trata de observar si ponen el énfasis en la valoración o en la descripción y, con respecto a esta última, si son capaces de describir prácticas matemáticas y objetos y procesos activados en dichas prácticas (análisis del otro) en base al papel que tienen las competencias ciudadanas. Así mismo, se les propondrán problemas que tendrán que resolver y se les preguntará que analicen las prácticas y procesos activados en su resolución (análisis de uno mismo). Así mismo, se les propondrán problemas que tendrán que resolver y se les preguntará que analicen las prácticas y procesos activados en su resolución (análisis de uno mismo).

Para describir la complejidad de las tareas que pretenden generar un proceso de comunicación matemática y su relación con el proceso de comunicación y formación crítica ciudadana, además de los constructos teóricos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática se utilizarán herramientas de la Teoría de la Acción Comunicativa y los principios de materacía, literacía y tecnoracía de la Etnomatemática. En concreto se observa la coherencia entre la racionalidad epistémica y las racionalidades estratégica y comunicativa. En particular, se utilizará la técnica de análisis didáctico semiótico puesta a punto en otros trabajos realizados en el marco del enfoque ontosemiótico.

4.6.1. Criterios para el estudio de la idoneidad.

Para indagar los criterios de idoneidad que se usaron en sus prácticas discursivas realistas/contextualizadas o no, se discute entre varios investigadores sobre los relatos aportados y las posibles consciencias emergentes de procesos de contextualización y cuáles eran posiblemente superficiales.

Para ello, se recogen las producciones de varios futuros docentes y se escogen entre ellos algunos que se consideran paradigmáticos. En dicho proceso se decide hacer observación participante interpretativa (Witrock 1989: 196). La metodología de análisis fue la observación de los criterios de idoneidad en el marco de EOS. En este proceso se decidió que un investigador fuera el docente del curso de formación como se ha realizado en otras investigaciones (Martinez Padrós, 2003). Se consideró la teoría de la acción comunicativa de Habermás como un referente para que se desarrollara una buena comunicación en el proceso de formación.

Buena parte de los textos producidos se mandaron en línea a una plataforma comunicativa moodle para facilitar la posible intervención de otros colegas y las respuestas de retroalimentación del formador correspondientes. De este modo se trató de constituir una comunidad de práctica que comparte las acciones desarrolladas.

Nos proponemos Implementar y analizar la propuesta para el futuro posible rediseño. El análisis de los datos se hará mediante las herramientas teóricas desarrolladas en el primer objetivo. Para el análisis especifico de la comunicación consideraremos la deliberación, colección y transformación (Valero, 1999). También se realizará una triangulación de expertos.

El detalle organizativo se presenta en el capítulo 7.

4.7. Análisis de trayectorias hipotéticas de formación.

> *Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes*
>
> *Simon, 1995*

La noción de Trayectoria Hipotética de formación o de aprendizaje explicada por Simon, la adaptamos para la formación inicial de docentes (Burgués y Giménez, 2006). Implica que el formador ha de prever o conjeturar como será el aprendizaje de los alumnos cuando participan en las actividades instruccionales preparadas en función de cumplir los objetivos de formación escogidos. El formador y la investigadora analizan si el pensamiento del alumnado evoluciona tal y como se había previsto para poder revisar y ajustar la trayectoria de aprendizaje basándonos en observaciones, y continuar el ciclo de enseñanza o formación.

La utilización del constructo trayectoria de formación *Este constructo se fundamenta en los siguientes supuestos:*

(a) *La construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje se basa en la comprensión del conocimiento actual de los estudiantes que recibirá la instrucción.*
(b) *Una trayectoria hipotética de aprendizaje es el vehículo para planificar,*
(c) el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos.
(d) *Las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción.*
(e) Dada la naturaleza hipotética e inherentemente incierta de este proceso, el profesor se verá obligado a modificar sistemáticamente cada aspecto de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

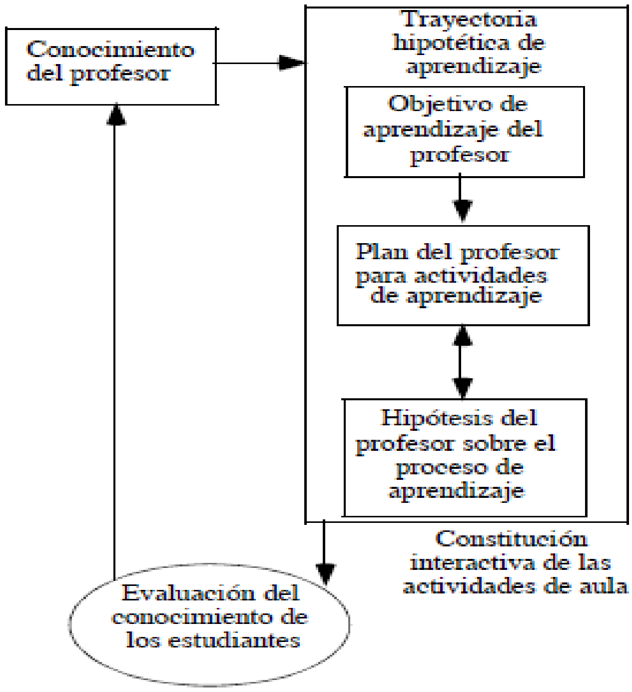


Figura 4.7.1. Ciclo de la enseñanza de las matemáticas abreviado
Según Simon, 1995, p. 136

Asociado al diseño, se elaboran unidades didácticas. En el diseño de estas unidades didácticas, esperamos que los futuros profesores pongan en juego un procedimiento, que denominamos *análisis didáctico* (Gómez, 2002:262-285). El análisis didáctico es un procedimiento cíclico que describe cómo el profesor debería idealmente diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

Esta investigación observa el desarrollo de la secuencia de actividades prototípicas (que responden a las conjecturas del docente), con los sucesivos ajustes que sean necesarios para que resulte una nueva secuencia mejor que la anterior, como resultado del proceso de reflexión y viendo el efecto que produce sobre el rediseño correspondiente de las actividades planeadas.

Se pretende por un lado proporcionar conocimiento detallado sobre el estado actual de la formación de futuros profesores de secundaria/bachillerato y la identificación de los factores condicionantes de la misma, y por otro lado se elaborarán recursos didácticos específicos para mejorar la formación matemática y didáctica de estos profesores. La investigación es primordialmente cualitativa, puesto que estamos interesados en describir el desarrollo de la competencia en análisis didáctico de los futuros profesores de secundaria/bachillerato. Las muestras serán intencionales.

La naturaleza participativa y el carácter colaborativo de la investigación por diseño, es semejante a la de la investigación-acción lo explica Kemmis & Wilkinson (1998): La investigación-acción es una investigación sobre la práctica, realizada por y para los prácticos, en este caso por el profesorado. Los agentes involucrados en el proceso de investigación son participantes iguales, y deben implicarse en cada una de las fases de la investigación. La implicación es de tipo colaborativo. Supone el diálogo con otras u otros profesionales.

En la medida en que el profesorado trata de poner en práctica sus valores profesionales mediante la investigación-acción, se hace responsable de los resultados ante sus compañeros. Esa responsabilidad se expresa en la elaboración de expedientes que documenten los cambios habidos en la práctica y los procesos de deliberación y reflexión que dan lugar a esos cambios.

4.7.1. Muestra del estudio sobre el Ciclo de Formación.

El trabajo de análisis didáctico se desarrolla con futuros profesores en la Universidad de Barcelona, desde el curso 2008. Son alumnos con un conocimiento variado sobre matemáticas y concepciones sesgadas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La implementación seguirá un proceso en que primero se usan los dos primeros niveles de idoneidad, y posteriormente los tres siguientes (interacciones, normas e idoneidad didáctica), se explicarán las herramientas teóricas y se pondrán ejemplos de su aplicación. A continuación se valorarán las posibles mejoras de la secuencia didáctica y los alumnos diseñarán una nueva secuencia que mejore la analizada. Como contexto de reflexión se utilizarán los contenidos de análisis matemático y de geometría. Para el diseño y la implementación de los ciclos formativos contemplados aplicaremos también la estrategia metodológica y de indagación descrita por Ball como de "trabajar desde dentro" o descrita como "discurso en primera, segunda y tercera persona" (Font, 2002), esto es, de usar la propia práctica del profesor formador como lugar para estudiar la enseñanza y el aprendizaje.

En concreto, se trata de realizar un trabajo de "reflexión guiada", entendido como un proceso de indagación innovador donde el futuro maestro es guiado en su reflexión sobre su futura práctica profesional por la autoreflexión realizada por su profesor sobre el proceso de enseñanza/aprendizaje del cual él es alumno. Se trata pues de considerar que el trabajo del profesor formador consiste en iniciar al "futuro maestro" en la práctica profesional y en el tipo de "discurso" que realiza el "maestro en ejercicio" sobre dicha práctica profesional, mediante la reflexión realizada sobre su propio trabajo como profesor.

Esta valoración, supone una reflexión simultánea sobre los medios y los fines. Como fines, los valores educativos se definen por las acciones concretas que selecciona el profesorado como medio para realizarlos. Las actividades de enseñanza constituyen interpretaciones prácticas de los valores. Por lo tanto, al reflexionar sobre la calidad de su enseñanza, el profesorado debe hacerlo sobre los conceptos de valor que la configuran y moldean.

Aunque consideramos que en el desarrollo de las prácticas de formación se produjeron procesos de coconstrucción de discursos y significados, en nuestro análisis nos centramos en la autoregulación individual de los futuros docentes cuando analizan su práctica escolar.

4.7.2. Síntesis final de aportes.

Para responder a la pregunta P23., finalmente, nos proponemos realizar una síntesis de todos los aportes, a modo de conclusión y perspectivas y así, reconocer específicamente qué elementos de la complejidad del fenómeno discursivo explicitan posiciones respecto la competencia ciudadana y su relación con la educación matemática.

4.8. Fases de la tesis. Resumen.

> *An analysis of mathematics, mathematics education and democracy is essential to an interpretation of social development and to a discussion of, for instance, modernity, and reflexive modernisation.*
>
> Skovsmose. O., 1998

Se propone una subdivisión del trabajo en fases, a las que se asignan las tareas propuestas definidas para cada una de las preguntas de investigación. Con todo, las fases no tienen una correspondencia temporal secuencial, porque algunas tareas se desarrollan simultáneamente y requieren tiempos para la revisión y redacción correspondientes.

Fase 1: Se dedicará fundamentalmente a la ejecución de tareas para la consecución del primer objetivo, es decir, tareas centradas en la caracterización teórica de la idea de formar en competencia ciudadana y su relación con el desarrollo profesional del profesor de matemáticas y las competencias profesionales definidas para la formación inicial de los profesores de matemáticas (T1, T2, T3). Asimismo se busca definir teóricamente los elementos vinculados al desarrollo profesional (T7) En esta fase también se iniciará la observación y análisis de las clases de profesores de matemáticas (T4) así como el estudio piloto (T8).

Fase 2: Se analizan las aulas para caracterizar la práctica del profesor de matemáticas que promueve el desarrollo de competencias ciudadanas en la clase de matemáticas así como la propia práctica (T5, T6). Se prepara el diseño de la propuesta de formación (T9).

Fase 3: Se revisa el diseño de la propuesta de formación y se implementa (T9, T10). También se aprovecha para refinar las categorías de análisis previstas a priori.

Fase 4. Análisis de la implementación (T11). Redacción de la memoria final.

A continuación se presenta una *tabla-resumen*, con el detalle de todas las fases de la investigación, las dimensiones a les que se hace referencia, los objetivos específicos y los instrumentos que se utilizaran para llevarlos a cabo.

Subpreguntas de P1	Tareas para la investigación
P11 ¿Qué planteamiento teórico es pertinente para definir prácticas profesionales de los docentes de matemáticas en cuanto conduzcan al desarrollo de competencia ciudadana en la educación Secundaria?	T1. Estudiar diferentes referentes teóricos para el análisis de la práctica del profesor, su desarrollo profesional y el concepto de competencia ciudadana. T2. Sistematizar fundamentos teóricos en la investigación en educación matemática sobre competencia profesional del docente y el desarrollo de competencia ciudadana. T3. Analizar y contrastar las perspectivas desarrolladas desde la etnomatemática y la educación matemática crítica.
P12 ¿Qué caracteriza la práctica de un profesor de matemáticas que promueve competencias ciudadanas en el desarrollo de conocimiento matemático, en un aula multicultural?	T4 Identificar competencias ciudadanas en la construcción de conocimiento matemático, en el desarrollo de prácticas matemáticas escolares en la educación secundaria. T5 Caracterizar los aspectos que se promueven en la clase de matemáticas o fuera de ella, que posibilitan el desarrollo de competencias ciudadanas. T6 Analizar la reflexión sobre la propia práctica del profesor en cuanto refleja el desarrollo de competencias profesionales de formación en la ciudadanía.

Y a continuación, se muestran las correspondientes tareas a las subpreguntas correspondientes a la pregunta 2.

Sub-preguntas de P2	Tareas para la investigación
P21.¿Cómo caracterizar teóricamente la competencia profesional sobre formación en la ciudadanía, como	T7. Reconocer teóricamente elementos que permitan caracterizar el estatus curricular, epistemológico y pedagógico de la competencia de “formación en ciudadanía“.

competencia transversal en la formación inicial de docentes de matemática en secundaria.	T8 Estudio piloto sobre análisis de competencias iniciales de futuros profesores sobre "matemáticas y formación para la ciudadanía".
P22. ¿Qué elementos deben ser considerados en una propuesta para el desarrollo de prácticas profesionales de formación inicial de docentes de secundaria. ¿Qué aportes proporciona la implementación de dicho diseño?	T9. Diseñar una propuesta a priori para el desarrollo de prácticas profesionales que incidan sobre ciudadanía y educación matemática en la formación de futuros profesores de secundaria. T10. Implementar y analizar la propuesta. Esto incluye: reconocer el nivel de competencia inicial (profesional) y significados personales asociados a la evaluación de las competencias matemáticas ciudadanas respecto del currículum escolar de secundaria/bachillerato, y analizar la práctica asociada a esa propuesta de formación en un curso de formación inicial.
P23. ¿Cómo sintetizar y estructurar los resultados obtenidos como rediseño de la propuesta de formación.?	T11. Reconocer específicamente qué elementos de la complejidad del fenómeno discursivo explicitan posiciones respecto la competencia ciudadana y su relación con la educación matemática.

Capitulo 5

Análisis de prácticas escolares matemáticas democráticas

RESUMEN

Una forma de evidenciar que existen prácticas matemáticas democráticas, es constatar que hay experiencias docentes que las ponen de manifiesto. En este capítulo, se comienza por evidenciar el sentido de observar prácticas de participación y preocupación por la ciudadanía (5.1.). Se explica la realización de prácticas matemáticas en un grupo de innovación (5.2).

Se mostrará algunos trazos del trabajo de un profesor X, que caracterizaremos como promotor de ciudadanía a través de las matemáticas. Se justifica inicialmente la elección, porque forma parte de un grupo de innovación que es productor de matemática, en el que se encuentran trazos de visión intercultural y ciudadana.

Se caracterizan los desarrollos interactivos de sus debates democráticos[24], se analiza su forma de intervención igualitaria-participativa, y se muestra sus efectos en un grupo de alumnado, mostrando como cambian sus expectativas.

[24] Un primer anàlisis para testar el uso de los instrumentos metodológicos se presenta en el documento: Giménez, J., Vanegas,Y. M., Vilella, X. (2012). Intercultural mathematical debates and citizenship, Quaderni di ricerca in Didatica dela Matematica. Palermo.
El análisis que se refleja aquí da lugar a una presentación en ICME 12 en Seoul –Corea, en el grupo TSG 21 de Classroom practices en 2012.

5.1. Participación, matemática y ciudadanía.

> *Destacamos el impacto de la diversidad de interpretaciones de las normas matemáticas y sociales del aula en las trayectorias de participación de los alumnos, muy especialmente en el caso de las normas sociales.*
>
> Planas, n., 2010[25]

En este apartado describimos el proceso y fines de una experiencia de participación a través de una intervención responsable educativa. En términos generales la educación matemática para la ciudadanía, (McLaughlin, 1992) incorpora tres aspectos sobre: (a) comprensión sobre lo que significa ser ciudadanos informados, (b) desarrollar habilidades de investigación y comunicación, (c) desarrollar habilidades de participación y acciones responsables. Hay un común acuerdo de que cierto tipo de tareas y participación influencia una construcción común de significados matemáticos. Sin embargo, no está claro el papel del diálogo en tal proceso de co-construcción para dar a todos los estudiantes acceso al poder del conocimiento matemático. Nos proponemos reconocer que podemos reconocer el uso de debates enculturados como herramientas poderosas si el profesor reflexiona sobre ello e infunde posicionamiento crítico.

En efecto, las nuevas propuestas curriculares explican la importancia de que los profesores promuevan la fuerza del razonamiento y pensamiento matemático para analizar situaciones reales empleando modelos en la mayor parte de niveles educativos así como la importancia de la comunicación matemática.

Esas habilidades se pueden conseguir a través de la enculturación como un proceso que invita a los estudiantes con tareas desafiantes y ricas promoviendo la gestión de conocimiento critico mediante tareas contextualizadas (Masingila, Davidenko, Prus-Wisniowoska, 1996) con

---

[25] Planas, N (2010) De la participación a la no participación. Estudio microetnográfico en tres aulas de matemáticas. I Reunión cientifica internacional sobre Etnografía y Educación. Recuperado de: http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat.nuria_planas/files/ETNOGRAFIA-1.pdf

las siguientes características (a) alto nivel matemático, con prácticas que incidan en contenidos no simplistas; (b) adaptadas a lo que los estudiantes ya conocen; (c) que todos sean capaces de participar; (d) que se usen materiales que faciliten la resolución de problemas y provoquen la reflexión; (e) que generen preguntas inteligentes; (f) que permitan graduar los ritmos de aprendizaje; (g) que promuevan la toma de decisiones; (h) desarrollen los modelos personales; (i) animen al trabajo en grupo; (j) promueva la actitud de descubrimiento y reflexión ; y (k) conectando tipos diferentes de conocimiento matemático. En tal marco diversos autores sugieren que necesitamos intervenciones globales que promuevan un sentido profundo de la ciudadanía en los estudiantes. Tales intervenciones persiguen ayudar a los estudiantes explícitamente a identificar sus jerarquías de valores, enseñar a los estudiantes a comprender el contexto, establecer interconexiones y cooperación, de forma que se promuevan cambios de pensamiento, sentimientos y acciones. Para ello, se propone el uso de descripciones cualitativas y textos evocadores

Nuestro análisis del caso del profesor que forma para la ciudadanía, se hace desde las evidencias de construcción social de significados matemáticos en la participación igualitaria. Para ello analizamos publicaciones de dicho profesor en el ámbito del álgebra. Desde la perspectiva social, la construcción de significados se realiza como un conjunto de procesos cognitivos de construcción, revisión, especialización, análisis, entre otros. Nos interesa caracterizar evidencias que surgen de las intenciones escritas del profesor, discutidas en entrevistas con él y análisis de algunas de sus clases.

Para ello, se utiliza el esquema siguiente, que implica la realización de varios miniestudios :

(1) Constatar prácticas de un grupo de innovación.

(2) Recogida de información y análisis de propuestas intencionales del profesor en cuanto la formación

intercultural y ciudadana, así como elementos de participación democrática.

(3) Realización un análisis piloto con dos clases del profesor, para reconocer patrones de interacción y establecimiento de normas asociadas.

(4) Aplicación de este tipo de análisis con dos clases más, para reconocer elementos comunes.

(5) Análisis de confirmación en una aula de síntesis regulación postactiva después de una evaluación.

(6) Análisis de debates en varias clases de iniciación al algebra.

(7) Análisis de expectativas del alumnado de dicho profesor para analizar el impacto de lo establecido.

5.2. Análisis de prácticas en un grupo de innovación

> *Las disparidades de significados atribuidos por los distintos participantes en un momento de tareas matemáticas puede indicar discrepancias entre prácticas matemáticas, y el uso de las normas puestas en juego. Eso ocurre porque los conflictos semióticos pueden tener su origen en la diversidad de normas suscitadas.*
>
> Planas e Iranzo, 2009

Describimos ante todo un grupo de innovación llamado GI, a partir de observar sus posicionamientos frente la contextualización como forma de interpretar la matemática.

5.2.1. Interpretando la contextualización en GI

En el grupo, se interpreta la contextualización en el sentido que para trabajar con las ideas matemáticas se parte de lo concreto de la realidad o representaciones manipulativas, para que se construyan imágenes suficientes que generen conocimiento. Al contextualizar se aumenta y refuerza las posibilidades de establecer relaciones entre significados diferentes (ideas iniciales) mediante mediadores que sitúan el conocimiento. Una característica de los grupos de innovación es que consideran que es importante la construcción de dichas imágenes, la explicación de las mismas y una forma de secuencia de organización del contenido que ofrezca oportunidades a construirlo de forma cada vez más abstracta. Otra característica común es que se considera la actividad matemática investigadora como fundamental, en cuanto promueve la búsqueda de regularidades, formular problemas, testar, probar y justificar conjeturas, reflexionar y generalizar entre otros. Y se hace el análisis de esas situaciones de forma colaborativa (como se observa en Ponte, Segurado y Oliveira, 2003).

En la figura 4.2.4.3. habíamos mostrado el proceso de trabajo desde las fuentes hasta el análisis realizado, en el que se observan patrones de fenómenos de grupo que denominamos tesis, que ilustraremos en cada uno de los ejes de categorías citados, mediante evidencias surgidas de la toma de datos correspondiente. Posteriormente a partir de estas confirmaciones, podemos justificar que escojamos un profesor del grupo que fue quien se prestó a un cierto número de grabaciones. Además ya había sido objeto de observación en dos tesis doctorales más por su enfoque participativo (Rojas, 2010).

5.2.2. Interpretando la diversidad matemática *en GI.*

En una etapa del grupo, el contenido matemático que se visualiza en las prácticas profesionales de los docentes del grupo, mediante formas diferentes de contextualizar y descontextualizar para conseguir mostrar significados diferentes de objetos y procesos. A ese movimiento le llamamos diversidad matemática.

Resultado 5.2.2.1. ***El grupo V construye muchos temas diferentes de matemáticas con el alumnado, manifestando una doble visión de las matemáticas como actividad en creación, y como producto a ser recreado con base al uso de temas matemáticos curriculares, fuera de posiciones formalistas o simplemente cumplidoras del curriculum oficial imperante.***

El grupo considera que las matemáticas a ser recreadas comprenden los números, el estudio del espacio, algebra, funciones… y la resolución de problemas es la forma de acción matemática desarrollada. Pero en las conversaciones de grupo aparecen creaciones matemáticas no usuales, que se constatan al considerar otros temas matemáticos no curriculares como la historia de las ideas científicas, modelos de ecuaciones en diferencias, grafos, etc.

La matemática creada, se evidencia, en la formulación que el grupo hace en los trabajos de investigación de Bachillerato[26],

> En los trabajos de investigación, se desarrollan con estudiantes estudios como la sucesión. de Fibonacci, y Programación de métodos numéricos (publicados por CIRIT, 1999), y trabajos como matemáticas y astronomía, o música digital, fotografía i matemáticas (2000-2001), Fractales. El lenguaje adecuado para describir la naturaleza; Los relojes de sol; Sobre la matemática egipcia y mesopotámica; La cartografía i los sistemas de representación ; Abu Simbel, encanto y misterio egipcio (2002-2003)… En dichos trabajos, se reconoce que todos pueden construir matemáticas, y se desarrollan matemáticas no oficiales buscando un sentido holístico. (Página web de materiales del grupo)

En dichos trabajos los docentes asumen que se formulan preguntas, y otorgan a las prácticas matemáticas el valor de modelizar e investigar sobre realidades, construyendo objetos y procesos matemáticos específicos.

Hay evidencias de que ***el grupo interpreta las matemáticas recreadas como acción basada en la enculturación y resolución de problemas y como desarrollo de un devenir histórico***.

> "se hacen matemáticas investigando sobre problemas sociales, culturales, etc. como contextos en los que se reconocen objetos y procesos que ayudan a entender los problemas e intentar resolverlos" (Entrevista a JS, 2008).

[26] Los trabajos de investigación en Secundaria se explican en el artículo Vilatzara (2005) Trabajo de investigación en ESO y Bachillerato SUMA.

En cuanto la geometría, el grupo desarrolla una geometría intuitiva, aunque dice no separarse de las ideas de Euclides y de la métrica, que se consideran importantes. Realmente no se parte de formas artesanales, o personales excepto en algunos pocos trabajos, sino que se proponen situaciones preestablecidas, a partir de las cuales se quiere "llegar" a reglas matemáticas tradicionales (o curriculares). No se desarrollan los principios teóricos de la geometría euclidiana. Se podría pensar que es porque el currículo así lo propone, pero es el mismo grupo el que justifica en sus planeaciones y desarrollos que no es oportuno trabajar los principios de la geometría (ni los euclidianos, ni los hilbertianos ni los de la geometría métrica) sino hacer una aproximación fenomenológica, en donde se acentúen procesos de visualización, clasificación, diseño, construcción, etc. según los principios de Freudenthal.

> *Desde el inicio, se discute que se quiere trabajar las ideas de la geometría de Klein, en cuanto a valorar las transformaciones, pero los alumnos no pueden quedarse con la idea teórica de grupo de transformaciones. Y por lo tanto se decide que se requiere que el estudiante reconozca las transformaciones, aunque no les asocie una estructura de grupo* (entrevista a JS; 2007).

Los contextos reales históricos aparecen como aplicaciones o incluso como ilustración. A través de contextos manipulativos, o históricos se introducen las formas, transformaciones, relaciones, propiedades, etc. Las TIC se usan para el reconocimiento explícito de las propiedades como invariantes. Con algunos objetos y procesos matemáticos, como la semejanza, se sigue un esquema matemático basado en el reconocimiento de reglas euclidianas como las congruencias en un análisis de la transformación.

> *Para el trabajo de la semejanza, se pide reconocer rectángulos semejantes, y relacionar la ausencia de semejanza con que las imágenes quedan deformadas. Y en una versión posterior, se pide que capturen la imagen y la pongan de fondo en GeoGebra (en donde medirán). "Proponemos que les medidas que vayan tomando se coloquen en una hoja de cálculo y que los cálculos se hagan aplicando las fórmulas del software, reconociendo la opción de repetición" (Hoja explicaciones JS 2010). Posteriormente (b) se pide dibujar figuras semejantes a una dada. Se propone hacer una*

ampliación y una reducción de una figura dada. "En principio, se pensó para hacerla sobre el papel, sería bueno con GeoGebra, usando la función Homotecia aplicada a los argumentos objeto, centro, razón" (Explicación de JS, 2010).

Se encuentran criterios de semejanza, y se aplican a triángulos dibujados, como se percibe en la figura 5.2.2.1.

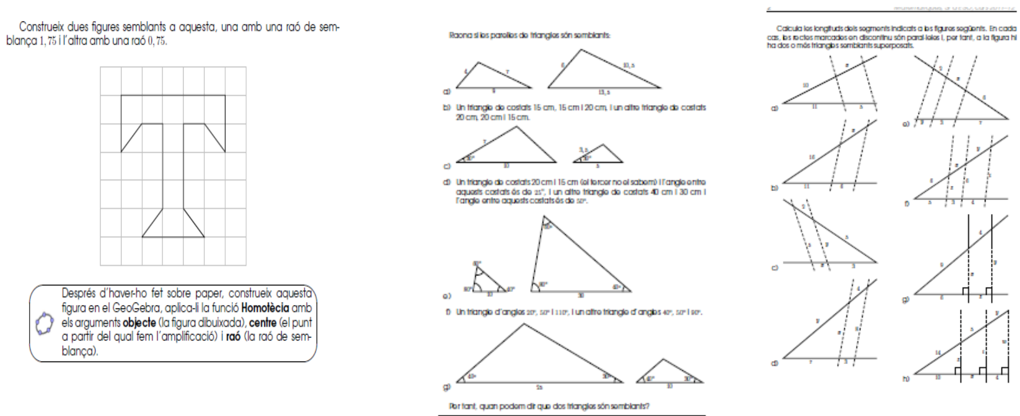


Figura 5.2.2.1. Ejemplo de tarea del grupo GI

Al hablar de reconocer las propiedades, se proponen situaciones en las que se habla de "aplicar una razón de semejanza", de "sin hacer más dibujos, deducir los perímetros y las áreas de figuras semejantes a la inicial, aplicando las razones de semejanza" (materiales de JS 2010: 3º ficha 11).

Entre las aplicaciones, destacan los cálculos chinos y renacentistas de medidas inaccesibles mediante espejos, o el uso de artefactos movibles o la cruz del leñador (fig 5.2.2.2) así como el uso de sombras. ***Así, podemos decir que los objetos matemáticos culturales aparecen como contextos*** en algunos momentos.

Figura 5.2.2.2. Ejemplo de tarea del grupo GI

Aunque la comparación de métodos puede parecer que introduce un elemento matemático surgido de lo cultural, no se visibiliza lo cultural como el origen de la comparación.

> *Se podría haber dicho: "Vean los procedimientos históricos, y como se relacionan con formas y utensilios diferentes en diferentes momentos. Reconozcan cambios en las propuestas culturales diferentes", pero no se hizo eso. Se usaron ejemplos de la historia y la cultura catalanas (Entrevista a JG , 2009)*

Al pedir que "se comparen los métodos" se está reconociendo el significado matemático de los procesos de comparación, que se basan en dos formas diferentes históricamente asincrónicas de usar el Teorema de Tales y la congruencia de triángulos.

> *Así, con el uso de espejos, la igualdad de los ángulos es debido a la simetría de los rayos de luz en el fenómeno espejo, y en la cruz del leñador, el eje movible deja establecer la relación de dos triángulos con el mismo ángulo porque así se coloca la posición del observador. Se introduce el Teorema de Thales y se muestra el final lúdico del disco de Les Luthiers. Se reconoce el trabajo con áreas y volúmenes en formas semejantes, utilizando cubos encajables multilink.*
>
> *(Entrevista a JS, 2009)*

Preguntados sobre el por qué del uso de los manipulativos en situaciones de semejanza, se dice que "con ellos, se puede visualizar aquello que los arquitectos han hecho a lo largo de los tiempos, haciendo maquetas, o los productores de cine hacen con sus modelos maquetados. Eso lo aprendí de los videos de Carl Sagan cuando hablaba de la película de King Kong" (Entrevista con J, 2007). "Y la idea que se había usado en Bon Dia Mates era muy buena, y permitía a los estudiantes identificar métodos matemáticos usados en la historia y ver la evolución" (Entrevista con M, 2008). Pero debemos reconocer que realmente les hacemos ver a los estudiantes estas cosas, y casi nunca les hacemos construirlas a ellos sin ayudas (Entrevista a JS, 2009).

Para terminar la secuencia, se analiza un problema de cálculo de la escala en un apartamento. Y se finaliza con un análisis del uso de la semejanza en el trabajo de los escultores y arquitectos con maquetas previas al desarrollo de sus obras. Se problematiza sobre un constructor de piscinas (figura 5.2.2.3. izquierda) y en este momento se habla de las maquetas en barro de las esculturas de Henry Moore,

En el format petit, la piscina fa 150 cm de fondària màxima, 230 cm d'amplada, 560 cm de llarg, té 12 m2 de làmina d'aigua i 16,5 m3 de capacitat.
Sabem que en el format mitjà la làmina d'aigua és el triple que en el format petit, i que en el format gran la capacitat és sis vegades que en el format petit. Dedueix totes les característiques dels formats mitjà i gran.

Quan Moore l'estava projectant va treballar amb diversos models fets amb fang. El projecte definitiu era relativament petit, ocupava un volum d'uns 4500 cm3, i va decidir que l'obra la faria 12 vegades més gran.
Quin volum de coure va caler per construir l'obra?

Figura 5.2.2.3. Ejemplo de tareas del grupo GI

Uno de los ejemplos simples en los que parece que hay una mirada de las matemáticas como instrumento cultural es el valor que se da al uso de representaciones que provienen de la historia de las ideas matemáticas de la comunidad. Así, por ejemplo, se considera que los poliedros deben ser construidos, trabajados, así como visualizados (figuras obtenidas de http://www.xtec.cat/~jserra12/omnipoliedre/om-constr.html) y hay que dar valor a las relaciones métricas y sus generalizaciones a partir de dichas visualizaciones. Por eso en un cierto momento se decide construir un omnipoliedro, homenajeando a Puig Adam, que lo había hecho en los años 1955. Y se cuelga del patio del Centro escolar el curso 2005-2006.

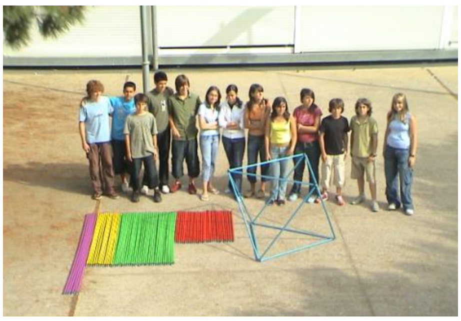


Figura 5.2.2.4. Construcción de omnipoliedro del grupo GI

No se trata de hacerlo, sino establecer y analizar las relaciones entre medidas, y descubrir las relaciones áureas que existen entre las aristas respecto a las diagonales. Aunque sí se considera su posibilidad de que los contextos reales, contribuyen a la construcción propia de conocimiento.

Resultado 5.2.2.2. Sobre la MODELIZACION MATEMATICA. ***El trabajo de proyectos se identifica por parte del grupo como un ejemplo idiosincrático de cómo se reconoce el valor de la contextualización y la generalización en la construcción de procesos de modelización como actividad matemática compartida desde la matemática informal.***

Los docentes del grupo son conscientes de que ciertas relaciones se quedan en observaciones puntuales, y las relaciones algebraicas o funcionales no son siempre visibles en fenómenos cotidianos (Entrevista a J, y entrevista a M).

> *Uno de los ejemplos más claros del uso de matemática informal se encuentra en los problemas de construcción de reglas y comparaciones matemáticas asociadas a fenómenos sociales, que no siempre se desarrollan mediante las funciones*. (Entrevista a XV)

Las contextualizaciones que se constatan se asocian a fenómenos del entorno físico o natural y en algunos casos al entorno social-cultural para interpretar fenómenos, aunque siempre con formas propias. Los docentes en su decisión de compartir con los estudiantes sus posibilidades y su conocimiento matemático, comparten la actividad matemática de los mismos y podemos decir que ello se convierte en muestra de su apropiación de la matemática informal en ese momento profesional.

Un ejemplo interesante entre otros, se da cuando el grupo explica un proyecto de trabajo realizado con alumnado. Se cita el valor del dibujo a escala para resolver comparaciones particulares entre situaciones diferentes. Los docentes indican que se muestra una caracterización de un elemento genérico en el dibujo, toma de medidas en el dibujo, y correspondientes medidas en la realidad, etc. El artículo resalta que repetir este tipo de dibujos, les permite a los estudiantes obtener una cierta regla general, sobre el espacio ocupado, en función del ángulo en el que se colocan los coches mediante el uso de tablas de valores.

> *"A partir de los datos, los estudiantes muestran tener claro una primera idea relacional y las variables que intervienen en el fenómeno" Son capaces de interpretar la tabla, porque a partir de ella los alumnos enuncian sus conclusiones: "**En conclusión a estos datos y estas imágenes podemos decir que por un lado cuanto más grande sea el ángulo más plazas se podrán colocar, este punto es muy bueno, pero por otro lado también sabemos que cuanto más pequeño sea el ángulo más pequeño es el radio de giro y más pequeño es el espacio necesario mínimo para girar**"(palabras del alumnado).* (Sol y Gimenez, 2004).

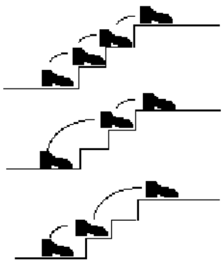
5.2.3. Diversidad cultural matemática en GI.

En un momento posterior, el grupo muestra evidencias de considerar la contextualización como un elemento de valorizar las culturas propias para resignificar el contenido matemático. Podemos afirmar que en una primera fase temporal (1994-2000) en el grupo no hay preocupación etnomatemática en tanto no se observa en las producciones que en las planeaciones se parta de las culturas extraescolares o extracurriculares o propias de los alumnos. Posteriormente la situación cambia y se integra dicha preocupación.

Resultado 5.2.3.1. ***El grupo adopta un posicionamiento crítico y de diversidad cultural en cuanto al significado que se otorga a la actividad matemática, y se interpreta las matemáticas como una producción humana cultural que se asocia a valorar los métodos y contextualizaciones del trabajo del alumnado. Se reconoce el uso de significados personales desde una visión intercultural.***

En efecto, se formulan conclusiones/afirmaciones como la siguiente: "El trabajo por proyectos viene a contribuir a descubrir la presencia de las matemáticas en situaciones cotidianas".

“Este tipo de trabajo, nos ha de permitir identificar las variables y descubrir las relaciones que hay entre ellas y si es posible descubrir y explicar el modelo de la situación” (Sol y Gimenez, 2004).



Les passes de Leonardo.

Aquesta curiositat és molt semblant a la del pla de la marella, tot i això presenta una petita diferència i és que enlloc de presentar el problema en un pla el presenta en unes escales. Aquí ens preguntem de quantes maneres podem per exemple arribar al tercer esglaó tenint en compte que només podem pujar d’un a un o bé de dos en dos. La resposta a aquesta pregunta torna a ser altra vegada la successió de Fibonacci ...

Comentario del grupo

La profundidad de las reflexiones matemáticas, así como la amplitud de la recopilación de aplicaciones de la sucesión de Fibonacci y la rigurosidad de las explicaciones sobre ellas, ...

Figura 5.2.3.1. Ejemplo de tarea del grupo GI

Además, en diversas situaciones se consideran planteamientos matemáticos alternativos a los usuales, que se observa en cuanto se valoran los planteamientos de los estudiantes. En otros comentarios y trabajos de investigación que tutores del grupo han compartido con el alumnado, se muestra que se piensa que el contenido matemático se activa en el desarrollo de situaciones culturales como la música. En efecto, en estos trabajos se identifica el uso de las isometrías en la producción musical que se ha creado, y el uso de funciones escalonadas en la representación de una composición musical. Los profesores dicen haber reflexionado a partir de un artículo que apareció en la revista UNO.

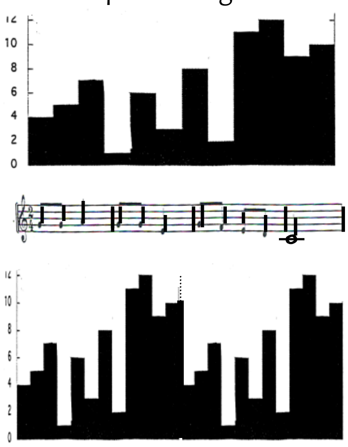
Trabajo producido	Interpretación gráfica	**Comentario del docente**.
		En esencia, el fundamento matemático del trabajo de Xavier es la utilización que O’Shea (1972) hace de la representación gráfica —mediante funciones escalonadas— de una sucesión de notas musicales de la siguiente forma: divide las teclas del piano en clases de equivalencia (cada clase es una octava) y asigna un número a cada nota, por ejemplo el 0 al Do3, el 12 al Do4, el -12 al Do2, etc., y representa en unos ejes de coordenadas tiempo/notas la sucesión de notas musicales, tomando como unidad de tiempo en el eje de abscisas la longitud de una nota típica de la melodía.

Figura 5.2.3.2. Ejemplo de tarea del grupo GI

Sin prescindir del hecho de que la matemática contribuye a interpretar relaciones y análisis sociales, la civilización occidental privilegia el tratamiento de los datos, de manera que parece que sea necesaria una comprensión de matemáticas básicas. El problema es que con ello, se pierden todos los procesos que parten de lo intuitivo y se proponen la crítica.

5.2.4. Conexiones intra y extramatemáticas.

No todos los autores hablan de conexiones de la misma manera. Convenimos con Font y Ramos (2005) que se establecen conexiones entre acciones potenciales y fines en vista a considerar objetos personales emergentes de prácticas. En el lenguaje de PISA, se habla de problemas de conexión como aquellos que presentan situaciones no rutinarias, en el sentido de establecer análisis e integración de informaciones. Para otros, conexión indica las relaciones entre las matemáticas y el mundo tecnológico o mediadores en general.

Podemos considerar que el grupo GI ha ido consolidando un valor para las conexiones intra y extramatemáticas que se ajusta a las diferentes ideas de conexión, y se preocupa por el sentido que tienen en la construcción matemática escolar.

Resultado 5.2.4.1. ***La preocupación de GI por las conexiones extramatemáticas, se dan desde el inicio, en cuanto se trabajan los proyectos matemáticos, pero también en general se consideran en las conversaciones y los textos. Se incide fundamentalmente en el trabajo con funciones asociadas a fenómenos económicos, isometrías en lo cultural, etc.***

Si es cierto, que no se explicita hasta que se escribe mucho más adelante. Se asocia al trabajo de proyectos como superproblemas, en los que se reconoce un orden de complejidad creciente … "que se refieren a situaciones reales"… que evocan una preocupación modelizadora y se trabaja con la idea de proyección y creación (Sol y Giménez, 2004).

Se interpretan como una actividad productiva, y se explicita que forman al alumnado como ciudadanos democráticos "ayudándoles a ser progresivamente más competentes en la modelización de múltiples situaciones reales en donde las matemáticas intervienen directa o indirectamente" (Sol y Giménez 2004).

En situaciones donde interviene la economía o la estadística es fácil pensarlo, pero hay multitud de otras situaciones en donde se hace aflorar las matemáticas que están presentes en situaciones próximas y su interpretación crítica y les permite un mejor conocimiento de ellas, adaptada a sus conocimientos.

Se habla de los proyectos como actividades que "fomenta la construcción de conexiones, al aplicar y utilizar los conceptos y procedimientos en contextos diferentes a los empleados en el aula. De este modo, aumenta y refuerza las construcciones mentales de relaciones entre contenidos y se aumenta el significado de los conocimientos teóricos" (Sol y Gimenez, 2004).

Un ejemplo de trabajo que se presenta combina conocimientos de geometría, semejanza y proporcionalidad que permite encontrar una solución al problema del calor que tenían los alumnos que se sentaban junto a la ventana durante los meses de final de curso.

En diversos textos y momentos, el grupo interpreta las conexiones extramatemáticas en relación con los intereses particulares del alumnado para identificar matemáticas en fenómenos musicales, artisticos, naturales, etc.

> *… las reflexiones con cualquier otro alumno/a podrían haber continuado en términos más concretos de la siguiente forma: ¿has pensado que las simetrías y las composiciones musicales pueden estar relacionadas?, ¿sabías que los logaritmos están relacionados con la construcción de las escalas musicales?, ¿has pensado que las medidas de las cuerdas de una guitarra están relacionadas con las notas musicales?, ¿te interesa el piano?, ¿quieres investigar los matemáticos que tocan y/o tocaban el piano?, ¿eres un fanático del órgano?, ¿quieres analizar matemáticamente el órgano de tu pueblo?, (GV Proy investigación en la ESO).*

Resultado 5.2.4.2. ***Al trabajar la conexión en la propuesta de medidas, se usan matemáticas personales propias de la antropometría, en el***

camino hacia interpretar las matemáticas convencionales occidentales de la medida como comparación respecto un sistema de unidades.

Los docentes del grupo reconocen que con esa forma de hacer, el alumnado se hará consciente de cómo son las reglas de la medida. No se hace una teoría de la medida de forma consciente. Se reconocen sin embargo técnicas intuitivas en el desarrollo de la superficie, que no se trabajan del mismo modo con volúmenes. Así, para trabajar las medidas, se parte de lo antropométrico, se reconoce los palmos diferentes que se usaban en Catalunya, se analizan las medidas de los puntos de los zapatos, etc. Así, en el momento de describir un viaje por la cultura en la que vive el alumnado, se evoca no sólo de forma anecdótica la cana usada para medir en Catalunya que se encuentra en la calle Portaferrissa de Barcelona.

Resultado 5.2.4.3. ***El grupo GI desarrolla conexiones intramatemáticas en el sentido que se interpretan contenidos y significados matemáticos nuevos con otros ya conocidos del ámbito matemático. Fundamentalmente se usan medios tecnológicos para contribuir a la interconexión. Pero , en otras ocasiones, las conexiones son analogías y metáforas.***

En diversas ocasiones desconocemos exactamente si lo que se está trabajando son matemáticas o no en cuanto se explicitan muchas conexiones como formas didácticas / pedagógicas más que como construcciones matemáticas.

En el grupo se pretende innovar con el uso de tecnología y recuperar mediante conexiones implícitas los usos formales de la geometría sintética (por ejemplo) con los elementos curriculares habituales de las formas analíticas. Así, por ejemplo en una unidad de Bachillerato con cónicas, en lugar de iniciar con lo intuitivo, se organizan propiedades a partir de la observación de esferas tangentes en un cono.

Así, se reconocen propiedades de las sumas de distancias constantes que definen la elipse con un formato que se asemeja a las construcciones de Apolonio. Y posteriormente se introducen las visiones de la cónica por el método de las cuerdas (del jardinero). Si bien parece que la conexión es voluntariamente organizada, parece más bien que es fruto de una reflexión de innovación, que posteriormente se reflexiona en su poder, pero no hay evidencias de la conciencia de la conexión estructural semiótica. En efecto, Cabri 3D permite una visualización que permitiría generalizar la propiedad de distancias.

En el esquema de la unidad de trabajo llamada superficie cónica, ya se percibe un ajuste de secuencia de enseñanza que pretende conectar intramatemáticamente. (*Generant la superfície cònica; seccionant la superficie cònica; les relacios mètriques de les seccions còniques; propietats de les còniques; generant les còniques amb cordill; les expressions analítiques; classificació de còniques*). Y en la descripción de la actividad 2, en concreto se puede ver lo que indicamos.

> *Considerem que A és el punt de tall entre l'eix i la generatriu, b és l'angle entre l'eix i la generatriu. Si el pla talla perpendicularment a l'eix, i ho fa pel punt C, per simetria, tots els punts P de la circumferència verifiquen que AC · tan b és constant, valor que es coneix com* radi. *Per això es pot definir una circumferència com el lloc geomètric dels punts que estan a una distància constant d'un punt fix.* Si el pla ja no és perpendicular a l'eix, i l'angle que fa amb l'eix és major que l'obertura de la cònica, generem una el·lipse. Considerem dues esferes tangents interiors a la superfície cònica. Els centres d'aquestes esferes estan sobre l'eix, per la qual cosa la tangència entre cada esfera i la superfície cònica és una circumferència perpendicular a l'eix. (Actividades sobre cónicas JS, 2007).

En la construcción siguiente, se indica que si P es un punto de la elipse (marcado en amarillo). Llamamos A al punto de la circunferencia de tangencia entre la superficie cónica y la esfera grande que está en la misma generatriz que P (marcado en azul oscuro). En esta construcción el punto puede ser variable y el movimiento de ese punto ha de poder permitir generalizar la propiedad y visualizar la propiedad que se cuenta a continuación de suma de distancias constante.

Llamemos B el punto de la circunferencia de tangencia entre la superfície cònica y la esfera pequeña que está en la misma generatriz que P. Llamemos Fy F' los puntos de tangencia del plano con las esferas (grande y pequeña, respectivamente, y los marcamos en blanco).Entonces la distancia PF (en color amarillo) és igual a PA (en color rojo), porque PF y PA són segmentos tangentes a una misma esfera que tienen un extremo común. Por el mismo motivo, la distancia PF' (color verde) es igual a PB (color azul).

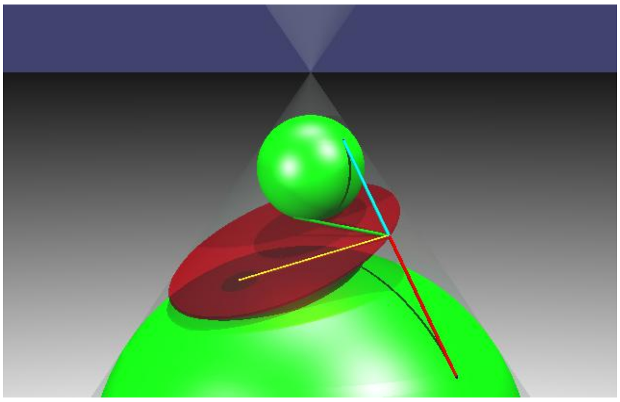


Figura 5.2.4.1. Ejemplo de tarea del grupo GI

Sea o no consciente el grupo y sus profesores del potencial de conexión de este tipo de actividad, es cierto que muestra el conocimiento matemático de los autores para producir esa propuesta. Así. Se promueve analogía con la situación de la hipérbola, en donde se observa una propiedad parecida. Y también con la parábola,

Considerem la circumferència perpendicular a l'eix, que està sobre la superfície cònica i que passa per P (en color blanc). Considerem la posició de la generatriu que és paral·lela al pla que genera la paràbola. Sigui M el punt d'aquesta generatriu que està sobre aquesta circumferència. Sigui N el punt que està sobre aquesta generatriu que està sobre la circumferència de tangència.

Aleshores PA coincideix amb MN (en negre, mig amagat per l'esfera ...

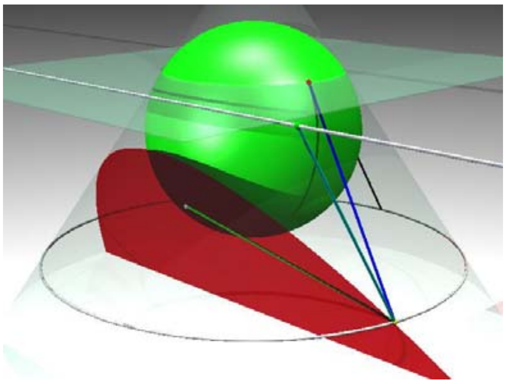


Figura 5.2.4.2. Ejemplo de tarea del grupo GI

Lo interesante es que se usa y se pide el lenguaje formal de las matemáticas en formato escrito para indicar la propiedad, que más adelante se discutirá de forma analítica. .

> Resumint, que PF coincideix amb PP', o, el que és el mateix, la distància entre P i F coincideix amb la distància entre P i d. Per això es pot definir una paràbola com el lloc geomètric dels punts tals que la distància a un punt fix (el focus) és igual a la distància a una recta fixa (la recta directriu).

En otros ejemplos, al trabajar con problemas geométricos de maximización, como es el caso de ver como encontramos el mejor lugar desde el que podemos marcar en un tiro de una falta. En un diálogo inicial simulado, se observa que las primeras buenas respuestas ante los problemas, pasan por reconocer las variables que intervienen y juzgar la validez de afirmaciones. Así mismo, identificar variables importantes en el proceso.

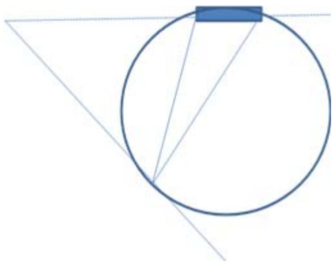
> Comença parlant-nos de la posició en la frontal de l'àrea i compara la situació amb l'entrada pels extrems: vol que reflexionem referent a dues variables, a dos aspectes: l'angle de tir i la distància a la porteria. En *Lolo* li ha replicat que això és una tonteria perquè tots sabem que la millor posició és la que quedi més a prop de la porteria.
>
> (Activitats de Geometría Plana amb Cabri, Jaume Serra, 2003)

Para analizar la situación, se formulan las preguntas correspondientes para desarrollar estrategias de solución:

> Quina serà la millor posició de tir, si ens fixem en la distància que està el jugador de la porteria? Quina serà la millor posició de tir, si ens fixem en l'angle de tir que té el jugador? Quina serà la millor posició de tir, si ens fixem tant en la distància jugador-porteria com en l'angle de tir?
>
> (Activitats de Geometría Plana amb Cabri, Jaume Serra, 2003)

Al proponer la solución al problema, se muestra una técnica basada en la aproximación y se ayuda a los estudiantes, dando valor a un procedimiento, que puede ser visualizado en Geogebra. En ese momento, la propuesta pretende conectar con propiedades de la circunferencia, y el diámetro de la misma, como segmento de cuerda de mayor distancia. Y la propiedad de la circunferencia tangente, de tener el ángulo mayor.

La gràfica de l'angle de com el jugador veu la porteria respecte la distància jugador-còrner, és simètrica? Per què creus que passa això? Fes una circumferència que passi pels punts A, B i J. Mou el punt J. Com és la circumferència quan l'angle de tir és major?



Amb les dades recollides i tabulades, dibuixa una gràfica. Representa la distància CJ en l'eix horitzontal i la distància JP en el vertical. El punt on la distància a la porteria és menor, està a la perpendicular de la porteria? La gràfica de la distància jugador-porteria respecte la distància jugador-còrner, és simètrica? Per què creus que passa això? Uneix el punt J i el mig de la porteria amb un segment. Com és el segment que acabes de dibuixar quan J està més a prop de la porteria? En quines condicions es dóna la distància mínima? (JS, XV. 2003)

En las preguntas se observa el énfasis que se quiere dar al reconocimiento de propiedades mediante justificaciones, como el proceso importante para llegar a un conocimiento, que en este caso se conduce.

Resultado 5.2.4.4. ***En el desarrollo de problemas y estrategias de razonamiento matemático se interpretan conexiones intramatemáticas también observando los métodos algebraicos, como equivalentes a los métodos gráficos y de aproximación, junto a procesos de ensayo y error. Al darles un valor equivalente, se identifica el poder de este tipo de conexión intramatemática***.

Se usan estrategias y métodos matemáticos como el tanteo para interpretar relaciones de aproximación, y se justifica que es debido a las contextualizaciones realizadas, en las que se ha usado pizzas y ensaladas para resolver ecuaciones. Si bien es cierto que se pedía en el enunciado que se usaran dos métodos, lo clave es que se ha conseguido que la tarea los fomentara y se relacionaran desde el interior de las matemáticas.

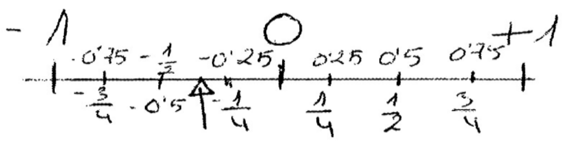
La resposta de la Clara és completa i d'alt nivell: en primer lloc, va temptejant possibles solucions de l'equació. Comença pel valor x=0 i comprova el resultat de cada membre de l'equació; va augmentant el valor possible -arriba a probar x=1000-, tot veient que cada vegada el valor d'un membre de la igualtat s'allunya de l'altra. Llavors s'adona que el valor de la variable x ha de ser necessàriament negatiu, i prova amb els valors -2 i -1. La Clara observa que els valors dels dos membres de la igualtat es van acostant, i descobreix que la solució de l'equació ha de ser un nombre decimal negatiu.

(Grup Vilatzara, 2005)

Figura 5.2.4.3. Ejemplo de tarea del grupo GI

En la figura, aunque se muestra la respuesta de la alumna Clara, se demuestra que en la acción del grupo se fomentó el desarrollo del conocimiento sobre la igualdad que posee previamente para poder resolver el problema mediante pruebas. Utiliza la observación de los resultados dando valores, para concluir que el resultado debe ser negativo.

Vemos como se establecen conexiones entre las representaciones algebraicas con la representación lineal de los números que se asemeja a una idea de sucesión en la que buscamos el límite. Realmente, aunque no se explicite en el artículo, el procedimiento que se apoya es potente matemáticamente. En este razonamiento, se valora el conocimiento griego de las aproximaciones para encontrar resultados a problemas. Cuando el docente valora la respuesta, reconoce un proceso de tanteo organizado como proceso de alto nivel. No se trata de buscar números al azar, sino que el proceso se asemeja a un análisis de incrementos, en donde el resultado está en un intervalo cada vez menor (-0,25, -0,5).



Existe, pues, una consciencia de que dichos procesos de particiones sucesivas fraccionarias son claves en el desarrollo matemático. Además lo interesante de este ejemplo, es que se comparte en el momento que uno de los docentes llamado X, le ofrece el ejemplo al grupo para ser colocado en el artículo citado. En otros momentos se utilizan procesos semejantes para encontrar soluciones de raíces cuadradas.

5.2.5. Un lenguaje matemático propio

Es difícil identificar un lenguaje matemático propio construido por el profesor de matemáticas o un grupo de innovación particular, porque suele ser el lenguaje verbal en las reuniones, o el de las explicaciones didáctica. Y el grupo no se identifica con un lenguaje formal abstracto en la mayoría de las conversaciones. Se valora la profundidad de las reflexiones matemáticas, y la rigurosidad de las explicaciones sobre ellas (Vilatzara 2001:44).

RESULTADO 5.2.5.1. ***El grupo considera importante las representaciones precisas, coherentes y ajustadas del trabajo matemático sin que deban ser las institucionalmente usuales.***

En el respeto hacia elementos formales de los estudiantes, se percibe la consideración de tablas, o hojas de cálculo para representar fenómenos cotidianos. Se consideran situaciones matemáticas de comparación de medidas de perímetros de islas…

> *El segundo problema consiste en medir la costa de una isla, tal como indica el titulo de la actividad sobre el perímetro de costa de las islas. Se pregunta al alumnado cómo lo podríamos hacer e, inicialmente, Marìa responde: primero, tomando una medida adecuada ó km 2 ó; luego, midiendo el ancho y el largo y multiplicando. Sin embargo, en un segundo escrito, después de haber discutido su propuesta con el resto de compañeras de grupo, propone lo siguiente: Se suman todos los lados y obtienes el resultado; o bien coges un hilo. Lo pones de modo que coincida con las líneas, lo sacas y lo mides. En este caso podemos señalar lo siguiente: Todavía se observa la confusión entre perímetro y área, pero esta vez el debate y el contraste de opiniones ha hecho que María rectifique y busque una solución más apropiada para resolver el cálculo del perímetro.*
>
> Grup Vilatzara (2003)

Así se muestran también las coordenadas polares asociadas a la representación plana de la Tierra que haremos en la playa, simulando como se ve desde el Polo hasta el Ecuador. Se identifican los segmentos como meridianos, se pasa de una representación sobre la esfera a la representación polar, etc.

Resultado 5.2.5.2. ***Cuando se habla de resolución de problemas se usa un lenguaje habitualmente asociado a planteamientos lakatosianos, en cuanto estrategias y pruebas que se constatan o se refutan en el diálogo deliberativo.***

Los alumnos se vieron obligados a tener que calcular la escala del plano del pueblo, puesto que no estaba indicada. Usaron la estadística para estimar el número de viviendas y llegar a la conclusión de que hay 1,2 coches por vivienda. Como cada vivienda tiene una plaza de aparcamiento en el mismo bloque, esto permite calcular que hay unos 54 coches de los vecinos residentes que han de aparcarse en la calle. Por otro lado, han hecho un cálculo estimado de los ingresos que genera esta zona de pago. Primero estiman el número de plazas ocupadas y luego lo que pagan. Lo han hecho diferenciando los días de la semana de los fines de semana, cuando la ocupación es más alta, y en cada caso han diferenciado la mañana de la tarde. Al final llegan a la conclusión de que se recaudan unos 29 millones de pesetas al año. A todo ello han añadido un razonamiento que justifica los cálculos y exponen las limitaciones que pueden tener. En este sentido es interesante ver como han analizado las posibles situaciones que podrían introducir errores (Vilatzara, 2005).

Se contagia a los estudiantes el significado de los métodos y estrategias, pero no siempre se valora un discurso matemático no descriptivo. Pero se identifican expresiones como "Se reconoce el uso de medias aritméticas, en la encuesta que hicimos a cincuenta vecinos de la zona estudiada... "usamos Pitágoras para encontrar la hipotenusa del triángulo que formaba el ángulo de giro; hemos pasado dibujos a escala, entre otras cosas …"

En muchos casos, se considera el control de las ideas matemáticas en contraste con la realidad de donde surgió el problema. Así, en la tarea comentada del tiro del futbol se pregunta " *¿Has visto alguna cosa que se propuso en la tarea que no se ajuste a la realidad? Indica cuál, y como se analizaría el problema si tuviéramos en cuenta tus observaciones, y como se modificarían las conclusiones" (JS, XV, Geometría con ordenador: La jugada perfecta).*

Resultado 5.2.5.3. ***En el grupo se valora la comunicación matemática de las ideas más allá de los principios curriculares. Pero, se utilizan formatos de informe más ligados a las ciencias sociales y en proyectos de ingeniería, más que usar el lenguaje formal de los libros universitarios de matemáticas.***

5.2.6. Ciudadanía matemática del grupo GI.

La reciente aparición del concepto de etnomatemática, como campo de investigación transdisciplinario, relacionado con la educación matemática y la formación docente, la epistemología, la antropología, la historia social y la historia de las matemáticas, constituye un punto de partida y eje fundamental para realizar reflexiones acerca de la construcción de identidad de un grupo profesional a través del análisis de prácticas de docentes que valoran la enseñanza de la matemática en respuesta a necesidades y estímulos ambientales, sociales y culturales. Este análisis nos ha permitido visualizar desde la etnomatemática estas prácticas en cuanto tres grandes aspectos: enfrentamiento de la contextualización, tratamiento de conexiones matemáticas y desarrollo de un lenguaje propio.

Estas tres componentes nos han permitido ver trazos de las matemáticas que usa un grupo de innovación. Entre las características de este tipo de prácticas matemáticas se encuentra una visión diversificada de las matemáticas mismas, un enfoque abierto e investigativo de las matemáticas mismas, y una conciencia de progreso en la propia visión de la construcción matemática en su actividad profesional.

Resultado 5.2.6.1. ***El grupo asume el valor de la literacía matemática como capacidad de identificar y comprender el papel que juegan las matemáticas en el mundo real para establecer juicios fundamentados y animar con las matemáticas mediante formas que enfrenten las necesidades de vida de los individuos como construyendo una ciudadanía reflexiva.***

En la propia declaración de principios del grupo, se dice que "*el contexto real y próximo al alumnado, enfrentando problemas cotidianos es una cuestión primordial en nuestros trabajos. Queremos enseñar unas matemáticas para formar docentes reflexivos y críticos*" (*blogs.uab.cat, informe-0809 en la página de Josep Masalles*).

5.3. Elección de un docente apropiado.

> *El discurso horizontal incluye un conjunto de estrategias que son locales, organizadas con segmentos, contextos específicos y dependientes, para maximizar encuentros con personas y hábitats.*
>
> Bernstein, 1999[27]

En lo que sigue, vamos a caracterizar un docente del grupo de innovación, en cuanto piensa en la formación para la ciudadanía. Para ello, se buscarán evidencias de sus pensamientos y acciones en los diferentes ejes y categorías propuestos ya desde el capítulo 2. Posteriormente se analizarán sus prácticas en cuanto su gestión siguiendo dos cuadros teóricos EOS y Scott y Mortimer (como se ha explicado en la metodología) y como prácticas democráticas.

El profesor X es miembro del grupo de práctica reflexiva del Departament d'Ensenyament de Catalunya, del grupo F9 de la Unión Europea, del MUMA (CV del profesor), de la red de investigación EMICS (Educación Matemática y Contexto Sociocultural). Se dedica intensamente a la formación en centros realizando asesorías para trabajo competencial en claustros escolares.

Sobre el análisis etnográfico realizado. Para poder mostrar la postura del docente, nos apoyamos en entrevistas realizadas, observaciones de clases, análisis realizados de sus escritos sobre interculturalidad y juegos, así como posicionamiento en sus artículos publicados sobre matemática educativa.

---

[27] Bernstein, B. (1999). Vertical and Horizontal Discourse: An Essay. *British Journal of Sociology of Education*, 20(2), 157-173.

Para ello, indicaremos mediante ejemplos las evidencias correspondientes asociadas a las diferentes categorías de formar en ciudadanía que se explicaron en el capítulo 2 de esta memoria, junto a los resultados que podemos concluir de los mismos. Los comentarios asociados a las categorías correspondientes a las evidencias mostradas, se entienden como justificaciones argumentales cualitativas correspondientes de los resultados observados.

5.3.1. El docente y la apropiación política de saberes.

Se puede evidenciar que en muchos escritos del profesor se hace alusión a la importancia de tomar posicionamientos críticos frente a la actividad matemática. Veremos en dichas evidencias que mantiene un posicionamiento personal sobre lo que es hacer matemáticas, que no se corresponde con un conjunto de reglas, y que se construye a partir de las concepciones e historias de los sujetos. En efecto, Interpreta como algo importante la valoración de las matemáticas culturalmente elaboradas por los alumnos.

En muy diversos escritos identifica la problemática de la no tan evidente universalidad y unicidad de las matemáticas, y la necesidad de reconocer modelos culturales diferentes (Vilella, 2010: 750[28]). Reconoce que existen diversas matemáticas, en las que las técnicas matemáticas es el resultado de un conjunto de interacciones culturales y de desarrollos sociales determinados.

Asume que otras culturas han generado y, seguramente, seguirán generando diferentes tecnologías simbólicas, es decir, otras Matemáticas. Y considera que existe una relación potente entre matemáticas y cultura, asumiendo las matemáticas como una cultura propia. Interpreta la universalidad de las matemáticas no es uniformismo ni homogeneidad. Piensa que cada cultura desarrolla unas matemáticas ligadas: al contexto la realidad, a las necesidades y a los problemas que han de resolver. Considera cómo pueden influir las

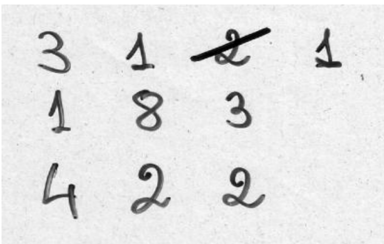
---

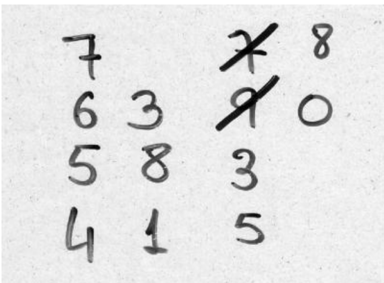
[28] Vilella, X (2010) Matemáticas en las aulas de Secundaria *La Gaceta de la RSME*, Vol. 13 (2010), Núm. 4, 747–767

expectativas del profesor en el desarrollo de una clase de matemáticas con alumnos culturalmente diversos, e indica que los docentes, a menudo, muestran posiciones negativas y despreciativas, poniendo en duda la competencia del alumno.

En diversos momentos reconoce las matemáticas como un saber construido socialmente y cree en la convivencia y la cohesión social como algo que promovemos con las matemáticas. Veámoslo en un ejemplo paradigmático.

– *Profesor*: ¿Cómo va? ¿Necesitáis más tiempo para hacer el problema?
– *Mourad*: Yo creo que el problema se puede hacer de muchas maneras.
– *Profesor*: ¿Lo has hecho por lo menos de una manera?
– *Mourad*: Bueno, aún no lo he acabado, me falta repasarlo.
– *Profesor*: Mourad, si lo necesitas, pídele ayuda a los compañeros y recuerda que tienes que anotarlo todo bien en el cuaderno.





Les presento dos restas efectuadas por un alumno marroquí que se pasó un año aprendiendo las tablas, y a sumar y restar, en el aula de educación especial de una escuela porque sus maestros que lo acogieron cuando llegó a nuestro país no fueron capaces de establecer correctamente lo que sabía. El restaba así como se ve en la figura.

Una decisión errónea que hizo perder en parte a este alumno un año de formación.

El hecho de que existan algoritmos diferentes para realizar las mismas operaciones nos indica que debemos tener en cuenta e incluso presentar al alumnado algunas de estas realidades, dado que modelan su pensamiento

5.3.2. Un primer análisis de prácticas del docente.

Para reconocer los rasgos normativos y de construcción de significados del profesor X, realizamos un estudio amplio basado en el análisis pormenorizado de tres sesiones del trabajo de medida en el paso de las unidades antropométricas a las medidas tradicionales y luego convencionales. La descripción metodológica se explicó en el capítulo 4 de esta memoria. En este ejemplo, el tipo de situaciones matemáticas, desde el punto de vista epistémico promueve el desarrollo de proporciones aritméticas simples en el cambio de unidades. Se realiza desde dos constructos teóricos Scott y Mortimer y EOS, como se explicó en el capítulo de metodología. Se escoge estos episodios, además de por la disponibilidad del material videograbado del momento, porque pensamos que implican una puesta en práctica de su pensamiento sobre el tratamiento de un tema interdisciplinar como es la medida.

El trabajo de aula tiene lugar en una clase de Matemáticas con estudiantes de 12 y 13 años de primer año de enseñanza obligatoria, en un IES de la población de Vilassar, provincia de Barcelona. El profesor tiene 25 años de experiencia docente, los 13 últimos en la escuela actual. En la clase hay 25 estudiantes. La clase de tiene una duración de 45 minutos y fue realizada el 23 de Noviembre de 2005. Para esta sesión el docente tenía planeado realizar otra actividad, pero debido a inconvenientes con los recursos visuales que quería usar, decide aplazarla y hacer una actividad diferente, la que seguía en la secuencia que construyó para el trabajo sobre medición. En esta actividad se busca que los estudiantes aborden reconozcan la inconveniencia del uso de instrumentos de medida con diferentes unidades de medida. Se trabaja fundamentalmente con medidas de longitud y se contextualiza la situación con el contexto histórico que dio lugar a la creación del metro.

Ante todo, analizamos los *propósitos de enseñanza* reconociendo en un primer episodio como se hace una Introducción a la historia científica.

		Diálogo	Gestos del profesor	Observaciones del video de la clase
7.09	1	[Los estudiantes han tomado su cuaderno, para escribir preguntas y los datos que les va dando el profesor El profesor ha dado unas hojas con las preguntas a trabajar.]		
7:19	2	(X)- Antes que nada voy a daros unos datos para poder hacer el problema. ¿Estáis preparados?		
7:27	3	(X)- La Cana de Montpeller (Montpellier es una población del sur de Francia actualmente, que los franceses llaman Montpellier, en catalán la llamamos Montpellier), media:		
7:52	4	(X) -Atención al número, todos a la vez		
7:54	5 6 7 8 9 10 11	(X)- Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros (X)- Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros (E1)- ¿Y qué ? (X) Y que nada (E2)- ¿Uno cómo ?… (X) –Todos a la vez (E3) - ¿Cómo?		Otro compañero le responde sobre el dato que pregunta a E2
8:13	12 13 14	(X) Por lo tanto fijaros que la cana de Montpellier es uno como nueve. Quiere decir que casi… ¿Casi qué? (E) (A coro) Dos metros (X) – ¡Casi dos metros !		El profesor enfatiza cambiando el tono de voz
8:21	15 16	(X)- Era una cana muy larga. Una cana más o menos así… Sabéis que dos metros sería, más o menos la altura de una persona con la mano levantada. O si queréis la altura de un jugador de baloncesto (X)- Unos dos metros		Las caras de los estudiantes miran al profesor con atención El profesor señala con los brazos y la mano, indicando una altura superior a la de él. Se escuchan sonrisas de los estudiantes
8:43	17 18 19 20	(X) - La cana del Baix Camp (sabéis que es una comarca de Catalunya). La cana del Baix Camp hacía (todos juntos) uno coma cinco, cinco, cinco metros. Uno coma cinco, cinco, cinco metros. (X)- Atención, fijáros que uno coma cinco (E) – Más que un metro (E) – Mucho más pequeño		Se escuchan a algunos estudiantes en voz baja Profesor enfatiza, cambiando el tono.

	21 22	(X) – Mucho más pequeño (X) - La diferencia era muy grande. No era una diferencia pequeña. La diferencia es de trozos enormes		
9:20	23 24 25 26 27 28 29 30 31	(X) Esta cana se usaba también en Barcelona (E) ….(Varios alumnos simultáneamente) (X) Esta cana se usaba en Barcelona y en el Maresme, pero no en Arenys. (Pausa 4 segundos), pero no Arenys. Donde su cana era (Pausa 5 segundos) (X) Donde su cana era de (Pausa) y ahora todos juntos (X) uno coma cinco, seis, cuatro, metros (E) Murmullos (X) uno coma cinco, seis, cuatro, metros (Pausa 8 segundos) (E) ¿Cinco, seis, cuatro? (X) metros		El profesor mira si los estudiantes han terminado de copiar y hace pausa Murmullos de los estudiantes El estudiante pregunta en medio de la pausa.
10:31	32	(X) - Si os fijáis en el Mareseme se utilizaba la misma cana pero no en Arenys que es un población del Maresme incluso estando en la misma comarca.		El profesor hace un gesto con la mano, describiendo un círculo, indicando que el lugar al que se refiere es en el que está ubicada la escuela y por tanto donde están los estudiantes y él. Y también señala el lugar diferente extendiendo el brazo e indicando no con el dedo.
	33	(X)- Fijaros hasta qué punto el enredijo era enorme	 	El profesor estaba con la cabeza agachada mirando un papel, levanta el cuerpo y con la mano derecha indica una altura entre la mano y el piso, Pero con el mismo brazo hace un movimiento con el que busca indicar que no es la misma cana que la que había señalado anteriormente. El profesor hace un nuevo gesto para llamar la atención de la diferencia de lugares
10:43	34	(X) Si un comerciante de Arenys con uno de Mataró tenían canas diferentes o con uno Blanes		Un estudiante levanta la mano queriendo preguntar, pero el profesor no lo ve El profesor está indicando con la mano dos lugares diferentes extendiéndola y luego acercándola al cuerpo
10:53	35 36 37 38	(E) ¿Pero si lo hubieran medido con palmos? por qué no…? (X) Porque los palmos no son iguales. Tú sabes que los palmos, ya lo habéis probado con los pasos… (E) Aquel señor…(no se entiende en el video) (X) Este es el acuerdo al que no habían llegado hasta entonces. Es lo que la revolución francesa propone. Los revolucionarios franceses, proponen que se termine con ese enredo de canas diferentes y que hay que unificar todas las medidas en una sola.		El profesor hace un gesto dándole la palabra al estudiante que había levantado la mano

El profesor inicia la clase contando a los estudiantes la actividad que van a realizar y les solicita que tomen nota de unos datos. Mientras les va dictando los datos el profesor aprovecha para ir construyendo la historia científica, en este caso incluye aspectos conceptuales y sociales relacionados con un instrumento de medida usado hace más o menos 350 años: las canas. También señala aspectos de las regiones en las que dicho instrumento era usado, relativos a la ubicación geográfica y a algunas actividades económicas y sociales en las que estas se involucraban [3,17, 23, 25, 32, 33, 34], a la vez que enfatiza sobre el tamaño de las canas y con gestos busca que los estudiantes se hagan una idea de las cifras que les está dictando, cambia la entonación y plantea comparaciones con otros referentes de los que los estudiantes pueden apreciar mejor la longitud y la diferencia de tamaño entre una cana y otra [12, 13, 14, 18, 19, 20, 21, 22].

Podemos reconocer en este episodio de clase que se busca implicar intelectual y emocionalmente a los estudiantes en la etapa inicial de la historia, así como verificar algunas ideas y comprensiones que tienen acerca de la situación que se les está contando respecto a un instrumento de medida de longitud, sus tamaños y las diferencias entre estos.

Al enfatizar en estas diferencias y dar ejemplos de referencia para el contraste de los tamaños está brindando soporte a los estudiantes en la internalización de la historia científica [15, 36, 38]. En las líneas 35 y 36 podemos ver un ejemplo de cómo el docente invita a los estudiantes a usar ideas ya enseñadas y en la parte final de este episodio de clase también podemos evidenciar como el profesor busca mantener lo que desde el modelo de Scott y Mortimer se denomina mantenimiento de la narrativa de enseñanza, haciendo un comentario para centrar la atención sobre la problemática que generaba no tener una unidad de medida común y de esta manera ayudar a los estudiantes a seguir en el desarrollo de la historia.

En las clases, la interacción entre el profesor y los estudiantes pueden relacionarse con el contenido en a trabajar en la clase. En nuestro caso, esto puede incluir: la historia científica que se enseña; aspectos de procedimiento de hacer matemáticas; de gestión y de organización. Cada una de estos (y otros) de los aspectos del contenido de la clase con los que se “habla”, son evidentemente importantes para la enseñanza, pero aquí vamos a centrar nuestra atención en el contenido, ya que se refiere a la "historia científica" que se enseña. El marco para el análisis del contenido científico de las interacciones que se proponen desde el modelo se da en términos de categorías, que son características fundamentales del lenguaje social de la ciencia en la escuela.

Para caracterizar el lenguaje social de la ciencia en la escuela se ha realizado una distinción entre la descripción, la explicación y la generalización.

- Descripción: incluye declaraciones que dan cuenta de un sistema, un objeto o un fenómeno en términos de sus componentes, o los desplazamientos espacio-temporales de los mismos.
- Explicación: consiste en la importación de algún tipo de mecanismo o modelo teórico a la cuenta de un determinado fenómeno.
- Generalización: implica la realización de la descripción o explicación, que es independiente de cualquier contexto específico.

A lo largo de la clase podemos ver como el lenguaje científico usado refiere a estas categorías, así por ejemplo, en el episodio pueden reconocerse elementos de *descripción* en donde se hace referencia a la utilización de las canas en relación con aspectos espacio-temporales. Del mismo modo, podemos caracterizar el lenguaje de la clase en términos de la categoría de *explicación*, en el momento que se hace “ver” como una problemática social (la diversidad de medidas), genera preguntas en el campo de las matemáticas (¿es necesario unificar las medidas?, ¿qué unidad de medida usar?, qué instrumento de medida, permitirá esto?...), lo que provoca acudir al modelo de medición que se tenía hasta el momento para ampliarlo, realizando inicialmente procedimientos de equivalencias, estableciendo comparaciones entre el tamaño de las canas, hasta llegar a la idea de la unificación de medidas, la búsqueda de un patrón común, el metro, caracterizándose así el lenguaje científico de una forma *generalizada* .

Episodio: La cana como medida.

El profesor evoca el recuerdo de la clase anterior en que se reconocieron tipos de unidades no convencionales para la medida de longitud que se usaban en Catalunya en los siglos XVI – XVIII. Se había hablado de un patrón llamado *cana,* al que se le asignaba un valor diferente dependiendo de la población. En el momento inmediatamente anterior el profesor recuerda los inconvenientes de la ausencia de la medida común. En este episodio se hace una introducción al contenido del uso de medidas convencionales de tipo local. Así, se toma el ejemplo de la cana como medida que se materializa mediante datos numéricos que son distintos en lugares diferentes.

L	Diálogo	Imágenes del video	Observaciones del video
1	[Los estudiantes han tomado su cuaderno, para escribir preguntas y los datos que les va dando el profesor. El profesor ha dado unas hojas con las preguntas a trabajar.]		
2	(X)- Antes que nada voy a daros unos datos para poder hacer el problema. ¿Estáis preparados?		
3	(X)- La Cana de Montpellier (Montpellier es una población del sur de Francia actualmente, que los franceses llaman Montpellier, en catalán la llamamos Montpellier), media:		
4	(X) -Atención al número, todos a la vez		
5	(X)- Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros		Otro compañero le responde sobre el dato que pregunta a E2
6	(X)- Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros		
7	(E1)- ¿Y qué?		
8	(X) Y que nada		
9	(E2)- ¿Uno cómo ?…		
10	(X) –Todos a la vez		
11	(E3) - ¿Cómo?		
12	(X) Por lo tanto fijaros que la cana de Montpellier es uno como nueve. Quiere decir que casi… ¿Casi qué?		El profesor enfatiza cambiando el tono de voz
13	(E) (A coro) Dos metros		
14	(X) – ¡Casi dos metros !		
15	(X)- Era una cana muy larga. Una cana más o menos así… Sabéis que dos metros sería, más o menos la altura de una persona con la mano levantada. O si queréis la altura de un jugador de baloncesto		Las caras de los estudiantes miran al profesor con atención. El profesor señala con los brazos y la mano, indicando una altura superior a la de él. Se escuchan sonrisas de los estudiantes
16	(X)- Unos dos metros		
17	(X) - La cana del Baix Camp (sabéis que es una comarca de Catalunya).		Se escuchan a algunos estudiantes en voz baja

	La cana del Baix Camp hacía (todos juntos) uno coma cinco, cinco, cinco metros. Uno coma cinco, cinco, cinco metros.		Profesor enfatiza, cambiando el tono.
18	(X)- Atención, fijaros que uno coma cinco		
19	(E) – Más que un metro		
20	(E) – Mucho más pequeño		
21	(X) – Mucho más pequeño		
22	(X) - La diferencia era muy grande. No era una diferencia pequeña. La diferencia es de trozos enormes		
23	(X) Esta cana se usaba también en Barcelona		El profesor mira si los estudiantes han terminado de copiar y hace pausa
24	(E) ….(Varios alumnos simultáneamente)		
25	(X) Esta cana se usaba en Barcelona y en el Maresme, pero no en Arenys. (Pausa 4 segundos), pero no Arenys. Donde su cana era (Pausa 5 segundos)		Murmullos de los estudiantes
26	(X) Donde su cana era de (Pausa) y ahora todos juntos		El estudiante pregunta en medio de la pausa.
27	(X) uno coma cinco, seis, cuatro, metros		
28	(E) Murmulos		El profesor hace un gesto con la mano, describiendo un circulo, indicando que el lugar al que se refiere es en el que está ubicada la escuela y por tanto donde están los estudiantes y él. Y también señala el lugar diferente extendiendo el brazo e indicando no con el dedo.
29	(X) uno coma cinco, seis, cuatro, metros (Pausa 8 segundos)		
30	(E) cinco, seis, cuatro?		
31	(X) metros		
32	(X) - Si os fijais en el Mareseme se utilizaba la misma cana pero no en Arenys que es un población del Maresme incluso estando en la misma comarca.		
33	(X)- Fijaros hasta qué punto el enredijo era enorme	 	El profesor estaba con la cabeza agachada mirando un papel, levanta el cuerpo y con la mano derecha indica una altura entre la mano y el piso, Pero con el mismo brazo hace un movimiento con el que busca indicar que no es la misma cana que la que había señalado anteriormente. El profesor hace un nuevo gesto para llamar la atención de la diferencia de lugares
34	(X) Si un comerciante de Arenys con uno de Mataró tenían canas diferentes o con uno Blanes		Un estudiante levanta la mano queriendo preguntar, pero el profesor no lo ve El profesor está indicando con la mano dos lugares diferentes extendiéndola y luego acercándola al cuerpo
35	(E) Pero si lo hubieran medido con palmos ? por qué no… ?		El profesor hace un gesto dándole la palabra al estudiante que había levantado la mano
36	(X) Porque los palmos no son iguales. Tú sabes que los palmos, ya lo habeís probado con los pasos…		
37	(E) Aquel señor…(no se entiende en el video)		
38	(X) Este es el acuerdo al que no habían llegado hasta entonces. Es lo que la revolución francesa propone. Los revolucionarios franceses, proponen que se termine con ese enredo de canas diferentes y que hay que unificar todas las medidas en una sola.		

Figura 5.3.2.1. Transcripción de un episodio 1

5.3. 3. Análisis de prácticas deliberativas según EOS.

Para este análisis se identifican las prácticas, objetos y procesos matemáticos, la trayectoria epistémica, los conflictos y las normas. Se decide que con ello es suficiente para conseguir nuestros objetivos.

Identificación de las prácticas matemáticas en el episodio.

En este nivel se pretende identificar prácticas matemáticas (según EOS) realizadas en el episodio 1. En dicho episodio se hace una introducción al uso de medidas de longitud convencionales de tipo local, las *canas* como unidad de medida de longitud y se muestra posteriormente el inconveniente que generó dicha diversidad de medidas y la necesidad de construir una unidad de medida de longitud universal: el metro. Se recoge en la figura 5.3.3.1.

	PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	Sujeto
PP1	*Lee y enuncia la medida de la cana de Montpellier, la cana de Baix camp; la cana de Arenys. Indicando en cada caso un número decimal.	Profesor
PP2	*Contextualiza cada dato que enuncia, indicando la(s) población(es) en la que eran utilizadas cada una de las canas.	
PP3	*Realiza una aproximación de la medida de la cana de Montpellier.	
PP4	*Realiza comparaciones entre las medidas de las canas, para resaltar las diferencias de tamaños.	
PP5	*Relaciona el tamaño de las canas con referentes cotidianos	
PP6	*Plantea el problema de no tener una unidad de medida de longitud convencional universal	
PP7	*Interviene para aclarar la duda de un estudiante sobre el uso de una unidad de medida de longitud no convencional: los palmos y explica porque esta no resolvería el problema de tener una unidad de medida común.	
PP8	*Considera el valor del contexto histórico en la definición de actividades para la clase de matemáticas.	
PE1	*Atienden y registran las cantidades numéricas (números decimales) que indican el tamaño de cada una de las canas.	Estudiantes
PE2	*Siguen los aspectos que relacionan las canas y los lugares en los que eran usadas	
PE3	*Realizan un procedimiento de redondeo	
PE4	*Realizan comparaciones entre cantidades numéricas, para determinar qué cana es mayor o menor.	
PE5	*Proponen el uso de una unidad de medida no convencional	

Figura 5.3.3.1. Prácticas matemáticas en episodio 1 analizado

El profesor es quien realiza mayoritariamente las prácticas matemáticas de este episodio dado que está contextualizando el problemática de la sesión. Los estudiantes, a petición del docente, realizan pequeñas intervenciones fundamentalmente procedimentales y de registro.

Configuración de objetos y procesos matemáticos.

Es importante tener en cuenta que la actividad matemática es modelada en términos de sistemas de prácticas actuativas y discursivas.

PROBLEMA: ¿Cómo llegar a una unidad de medida de longitud estándar aceptada por todo el mundo?	Profesor
PROPOSICIONES: **P1:** La cana de Montpellier mide uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros **P2**: La cana de Baix Camp mide uno coma cinco, cinco, cinco metros **P3:** La cana de Arenys mide uno coma cinco, seis, cuatro metros	 Profesor Profesor Profesor
CONCEPTOS: **C1** Unidad de medida de longitud convencional de tipo local (Cana de Montpellier, Baix Camp, Arenys) **C2** Unidad de medida de longitud estándar (Metro) **C3**: Unidad de medida no convencional: Palmos	 Profesor Profesor Estudiantes
PROCEDIMIENTOS **M1**: Redondeo **M2**: Comparación	 Estudiantes, profesor
LENGUAJE **L1**: *Verbal oral* [Cana de Montpellier; cana de Baix camp; cana de Arenys, Metro; Palmos, casi, que; dos metros; mucho más pequeño; diferencia; uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros; uno coma cinco, cinco, cinco metros; uno coma cinco, seis, cuatro metros] **L2**: *Verbal escrito* [**L3**: *Gestual* [Indicaciones del tamaño de las canas con los brazos y el cuerpo, mostrando una altura del piso a la mano]	 Profesor, Estudiantes Profesor
ARGUMENTOS **A1**: Se había podido medir con palmos **A2**: *Tesis:* Los palmos no pueden ser. *Razón*: Los palmos no son iguales **A3**: Tiene que ser una nueva unidad de medida de longitud (metro), que sea igual para todos	 Alumnos Profesor Profesor

Figura 5.3.3.2. Objetos matemáticos en el episodio

De estas prácticas emergen diferentes tipos de objetos matemáticos: Lenguaje, situaciones – problema, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos y procesos: los asociados a las dimensiones duales: generalización-particularización; institucionalización-personalización;representación-significación; decomposición/ reificación; idealización-materialización y los procesos asociados a los objetos matemáticos: comunicación, definición, enunciación, argumentación. En la anterior tabla (figura 3.5.2.2.) se han detallado aspectos relacionados con la actividad matemática desarrollada en el episodio inicial de la clase, estos seis tipos de objetos se articulan formando *configuraciones epistémicas* cuyo análisis nos informa como lo plantea Font y Godino de la "anatomía de un texto matemático" (Font y Godino, 2006).

En la configuración epistémica la situación-problema que la motiva, aunque no aparece en la transcripción de manera explícita, se podría expresar del siguiente modo: *¿Cómo llegar a una unidad de medida de longitud, aceptada por todo el mundo?*

Análisis de los procesos matemáticos

En la siguiente se describirán los procesos matemáticos, con lo que se busca reconocer el "funcionamiento" de la actividad matemática, es decir, como interactúan los objetos en una perspectiva temporal y dinámica.

No se da un proceso de institucionalización bien definido (en el sentido de Brousseau, 1997), puesto que el docente busca fundamentalmente mostrar la problemática, acudiendo a los elementos históricos como medio. Dominan los elementos de enunciación y comunicación por parte del docente y sólo se argumenta ante una breve intervención de un estudiante.

PROCESOS MATEMÁTICOS	Sujetos
ENUNCIACIÓN / PARTICULARIZACIÓN: Al detallar los datos de las medidas de las canas (3, 5, 17, 26, 27, 29)	Profesor
DESCOMPOSICIÓN/REIFICACIÓN: aproximaciones de una medida en relación con la aproximación de un número (12,13, 14, 18, 19)	Profesor, Alumnos
REPRESENTACIÓN y **MATERIALIZACIÓN**: Al mostrar el tamaño de la cana con un gesto, indicando una altura, aludiendo a referentes de la vida cotidiana para que los estudiantes se hagan una idea del tamaño de la cana en relación con la cantidad que indica los números que está dictando (15, 18, 19)	Profesor, Alumnos
ENUNCIACIÓN: Proposiciones que indican comparaciones sobre el tamaño de las canas (15, 22)	Profesor, Alumnos
COMUNICACIÓN: Al explicitar las relaciones que deben interpretarse del enunciado por el hecho que el profesor está tomando la información de un texto externo (Interpretación del lenguaje) (23, 25). También se da un proceso de comunicación cuando busca llamar la atención sobre la problemática que generaba en el contexto social el que no hubiese una unidad de medida común en lugares geográficamente cercanos (32, 33, 34, 38)	Profesor, Alumnos
Otro proceso de comunicación surge cuando un estudiante plantea la posibilidad de resolver la problemática usando otra unidad de medida (35)	Profesor
ARGUMENTACIÓN: para resolver la duda de un estudiante (36)	Profesor
INSTITUCIONALIZACIÓN: Al resaltar la importancia del proceso de unificación de la unidad de medida pasando de lo convencional local a lo universal.	

Figura 5.3.3.3. Procesos matemáticos en el episodio 1

Trayectoria epistémica en el episodio.

Se considera la trayectoria epistémica, como la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. El profesor es quien decide el orden en que se tratan los distintos objetos (y distintos elementos que componen su significado sistémico) y va introduciendo progresivamente nuevos objetos a medida que progresa el tiempo didáctico. La trayectoria epistémica es la distribución en el tiempo de las entidades primarias de los sistemas de prácticas (lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos) en un proceso de estudio. Distinguiremos en ella, por tanto, seis estados posibles, según el tipo de entidad que se estudia en cada momento, según los elementos de la configuración:

E1: *Situacional*: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.

E2: *Actuativo*: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas

E3: *Lingüístico*: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.

E4: *Conceptual*: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.

E5: *Proposicional*: se enuncian e interpretan propiedades.

E6: *Argumentativo*: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.

El análisis de la trayectoria epistémica de un proceso instruccional permite caracterizar el significado institucional efectivamente implementado y su complejidad onto-semiótica.

Líneas	**Conf. Epist.**	**Unidad epistémica**	**Elemento- Objeto-Proceso**	**Tipo**
0-2	C1	UE1	Estudio de medidas convencionales no institucionales locales	E1
3-6		UE2	La cana como ejemplo 1 de medida en relación al metro	E1
7-11			Dictado de números en forma lexicográfica	E3
12-16			Reconocimiento de aproximación de medida mediante redondeo por truncamiento	E2
17		UE3	Ejemplo 2 de medida convencional para mostrar diferencias	E1
18-22			Aproximación de la medida para establecer comparaciones y distinciones	E5
23-31			Ejemplo 3 de medida convencional	E1
32-33		UE4	Explicitación de diferencias entre unidades de medida	E3

Figura 5.3.3.4. Trayectoria epistémica en el episodio 1

El proceso de estudio se inicia, como suele ser, con un estado "situacional", esto es, con el planteamiento de un *ejemplo* de un *tipo de problema* ejemplificación sobre la idea de medida convencional local. De la entrevista con él, sabemos que se hace con el objetivo de distinguir con lo realizado en la clase anterior con el uso de medidas antropométricas no convencionales. La realización de la tarea requiere, en primer lugar, una acción de conceptualización, lo que implica establecer una correspondencia entre dos sistemas de prácticas: la correspondiente a las canas como unidades de medida en relación al metro. Y la idea de comparación entre medidas convencionales cuando para comparar se considera la misma unidad de medida. Se supone una función semiótica entre la observación de las canas y su representación, así como la relación entre los ejemplos y lo que se pretende institucionalizar (aunque no se explicita) que La medida se caracteriza por un número y una unidad. Y se reconoce una segunda función entre la comparación de las canas y la pretendida comparación entre medidas en general. Eso es lo que se observa en la reflexión conclusiva de la unidad final epistémica. La gran cantidad de tiempo dedicado a esta primera configuración permite reconocer el problema de no haber usado un medio que hubiera sido el dar el texto escrito sin necesidad de dictado.

Las interacciones a través del reconocimiento de conflictos.

El principal conflicto evidenciado en este episodio se manifiesta al final, cuando después de explicitarse la problemática de las diferentes unidades de medida, un estudiante enuncia como posible solución el uso de otra unidad de medida convencional arbitraria. Ello evidencia un conflicto epistémico potencial anterior no resuelto sobre el uso del objeto cana como representante de la "clase de medidas" convencionales locales no arbitrarias, que no resuelve el problema de universalidad de la medida.

Pero aparecen además otros tipos de conflictos potenciales que se mostrarán en la figura 5.3.3.5. Dichos conflictos tienen a ver con los que surgen de la faceta extensiva intensiva de la representación del conocimiento matemático del episodio, Más precisamente en cuanto al uso del binomio particular / ejemplar-tipo. A lo largo de la clase estudiada, el docente muestra ejemplos de medidas y proposiciones sobre ellos. Así, consideramos que es oportuno usar las clasificaciones de las funciones semióticas explicadas teóricamente en el capítulo 2, en cuanto son explicativas de posibles conflictos potenciales, y usaremos las nomenclaturas que se han dado en ese momento.

Líneas	**Función semiótica implementada**	**Conflicto potencial observado**
1-9		CIT (D/A)
4	FS41	CE41
3-4	FS32	CE32
10-14	FS12	CE12
12		Deja CIT sin resolver, saltando a otro aspecto
12-14	FS12	CE12
15-16	FS31	CE31
12-22		CIR (D/A)
17	FS31	CE31
18-22		CIT (A/A)
21-23	FS11	CE11
24		CIT (A/A)
25-31	FS31	CE31
31		Resuelve parcialmente el conflicto FS41 anterior
32	FS32	CE32
33-37	FS31	CE31
32-38	FS11	CE11
38		Resuelve con autoridad el posible conflicto CE31

Figura 5.3.3.5. Conflictos a lo largo del episodio 1

De los conflictos observados en la tabla, comentaremos a continuación los de tipo epistémico, en cuanto se relacionan con funciones semióticas particulares. La función semiótica inicial FS31, refleja que, de la clase de todas las medidas convencionales, se considera una unidad de medida concreta (la cana) como ejemplo. A ella se asocia el conflicto CE31 en el momento que el docente, pretende que la evocación de las medidas de las canas se identifique como que cualquier medida se caracteriza como un par número y unidad. En otro momento una función de ese mismo tipo asocia la clase de las comparaciones con las comparaciones entre medidas del mismo género (la misma unidad). Esta lectura explica de modo más profundo la observación inicial que habíamos realizado. La función semiótica de tipo FS32 que expresaría la relación entre clases del tipo medida como número y unidad y objeto medida en general, no se encuentra explícitamente, porque en ningún momento se institucionaliza la referencia de clase de las medidas convencionales.

La función FS12 de tipo representacional, relaciona un extensivo (la representación ce la medida como número dictado de un modo) con otro extensivo; Así, se establece en diversos momentos que la lectura de números-medida se puede hacer lexicográficamente, compatible con el truncamiento perdiendo de vista que, con ello, se puede generar problemas de comparación y aproximación con los números decimales. En efecto, al truncar no siempre se aproxima al redondeo más cercano. La función FS22 que hemos detectado, relaciona un objeto (la medida convencional) con una clase a la cual no pertenece (el redondeo). La función FS41 relaciona inicialmente el objeto medida con el objeto número que no se corresponde. No detectamos funciones del tipo FS42, puesto que no se comparan en ningún momento dos visiones diferentes sobre la comparación de medidas. Las funciones del tipo FS11 se pueden suponer como las que se dan en situaciones de comparación, cuando se relacionan canas diferentes para reconocer sus semejanzas y diferencias, y poder interpretarlas como pertenecientes a la clase de las medidas convencionales locales.

A lo largo del episodio se reconocen diversos conflictos potenciales interaccionales, como es el hecho de que al usar de forma no continuada lo cotidiano para identificar las medidas de las canas, puede hacer pensar que sólo interesa cuando se realizan aproximaciones en la medida. En este episodio, percibimos que el docente no resuelve algunos de los conflictos generados.

5.4. Fomento de criticidad y participación

> *"las matemáticas y la educación matemática pueden tanto abrir como cerrar puertas para la construcción de unas relaciones sociales más democráticas. Todo depende de cómo los actores sociales que participan en estas prácticas se posicionen en la construcción de su significado"*
>
> Skovsmose & Valero, 2007[29]

En este apartado queremos constatar las experiencias y evidencias que se refieren a los ejes 2 y 3 de aprender a formar en ciudadanía. Para reconocer la criticidad y participación del profesor X, Interpretamos el análisis de la práctica (desde la perspectiva integradora) como reconocimiento de las intenciones educativas que se reflejan en las normas asociadas de tipo epistémico fundamentalmente. Recordemos que entendemos por normas epistémicas las configuraciones de objetos que regulan la práctica matemática en un marco institucional. Cada componente de la configuración de objetos está relacionado con normas metaepistémicas, denominadas normas sociomatemáticas.

El análisis piloto permitió ver que el docente incorporaba formatos de intervención de tipo autoritario dialógico. ¿Es así en diferentes momentos en cuanto al fomento de normas asociadas a lo democrático? ¿Cómo son las normas que establece el profesor en cuanto a participación y fomento de criticidad?

En la tabla siguiente (Figura 5.4.1.) se muestran los tipos de normas que fueron identificados en este episodio. De los seis tipos de normas propuestas en el enfoque EOS (Godino, Contreras y Font, 2006), sólo aparecen las que se refieren a la implementación del proceso de

---

[29] Skovsmose, O. y Valero, P. (2001) "Breaking political neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy". En B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education. An international perspective*. Mahwah, NJ: Erlbaum. p. 37-55.

estudio. Se separan en dos grupos: las que se centran en el docente, y las centradas en los estudiantes.

NORMAS	Sujeto
METAEPISTÉMICAS: **N1**: Los enunciados de los problemas se pueden modificar, para hacer una mejor interpretación de los mismos. Es importante hacer una aproximación de las medidas para hacer una mejor interpretación del tamaño que nos indican. (12, 14, 18) **N2**: Hay elementos, referentes en lo "cotidiano" que nos ayudan a comprender lo matemático y establecer relaciones (15) **N3**: Hay problemáticas sociales que conducen a la construcción de conceptos matemáticos (33, 34, 38) **N4:** La contextualización es fundamental para la introducción y desarrollo de conceptos matemáticos **INTERACTIVAS:** **N5**: El profesor tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de las intervenciones. (10, 12) **N6**: Hay que prestar atención cuando se está tomando nota de la información con la que se va a desarrollar el problema, es importante reconocer los elementos matemáticos cuando se lee un texto (2, 4, 8, 10, 17, 18, 26,) **N7**: El profesor interviene para resolver dudas de los estudiantes (31, 36) **AFECTIVAS:** **N8**: Se usa el contexto histórico para motivar e implicar a los estudiantes en la clase (3, 17, 23, 25, 32, 33, 34, 38)	Profesor
INTERACTIVAS: **N9**: Los estudiantes intervienen cuando tienen dudas (7, 9, 11, 30, 35) **N10**: Hay que prestar atención cuando el profesor llama la atención sobre algún aspecto concreto de la información que está dictando. (11,13, 19, 20) **N11**: Los estudiantes responden a las preguntas y observaciones del profesor (13, 19, 20,37)	Alumnos

Figura 5.4.1.Normas observadas en el episodio 1.

En el episodio analizado, el profesor pretende situar a los estudiantes, en relación con aspectos sociales que motivaron la necesidad de la unificación de medidas (longitudinales) en un momento histórico determinado, como puede evidenciarse en las intervenciones (3, 17, 23, 25, 32, 34, 38), de las cuales se infieren normas que regulan dicha práctica:

N3: Hay problemáticas sociales que conducen a la construcción de conceptos matemáticos

N2: Hay elementos, referentes en lo "cotidiano" que nos ayudan a comprender algunas nociones matemáticas

Con ello se facilita y motiva la inclusión de los estudiantes en la actividad matemática definida para esa sesión.

5.4.1. Análisis según el modelo de Scott y Mortimer

Para realizar este análisis, se comienza con la identificación de propósitos de enseñanza y formas de intervención. Posteriormente, se describen los patrones de interacción y se caracteriza el enfoque comunicativo.

Propósitos de enseñanza y formas de intervención.

Ante todo veamos los propósitos de enseñanza. El profesor inicia la clase contando a los estudiantes la actividad que van a realizar y les solicita que tomen nota de unos datos. Mientras va dictando dichos datos el profesor aprovecha para *desarrollar la historia científica*, en este caso, incluye aspectos conceptuales y sociales relacionados con un instrumento de medida usado hace más o menos 350 años: las canas. También señala aspectos de las regiones en las que dicho instrumento era usado, relativos a la ubicación geográfica y a algunas actividades económicas y sociales en las que estas se involucraban [3,17, 23, 25, 32, 33, 34], a la vez que enfatiza sobre el tamaño de las canas y con gestos busca que los estudiantes se hagan una idea de las cantidades que les está dictando, cambia la entonación y plantea comparaciones con otros referentes de los que los estudiantes pueden apreciar mejor la longitud y la diferencia de tamaño entre una cana y otra [12, 13, 14, 18, 19, 20, 21, 22].

Podemos reconocer en este episodio de clase que se busca implicar intelectual y emocionalmente a los estudiantes en la etapa inicial previa a la convencionalidad así como verificar algunas ideas y comprensiones que tienen acerca de la situación que se les está contando respecto a unos instrumentos de medida de longitud, sus tamaños y las diferencias entre estos. Según Scott y Mortimer eso es *plantear un problema*. Al enfatizar en estas diferencias y dar ejemplos de referencia para el contraste de los tamaños está *brindando soporte a los estudiantes en la internalización* de la historia científica [15, 36, 38].

En las líneas 35 y 36 podemos ver un ejemplo de cómo el docente invita a los estudiantes a usar ideas ya enseñadas y en la parte final de este episodio de clase también podemos evidenciar como el profesor busca mantener lo que desde el modelo de Scott y Mortimer se denomina *mantenimiento de la narrativa de enseñanza*, haciendo un comentario para centrar la atención sobre la problemática que generaba no tener una unidad de medida común y de esta manera ayudar a los estudiantes a seguir en el desarrollo de la historia.

Observemos ahora las formas de intervención identificadas en el episodio según los dos tipos que citan los autores.

a. Intervenciones orientadas a hacer el conocimiento científico asequible en el plano social de la clase

   Da forma a los significados: En el desarrollo del episodio es posible reconocer como el profesor busca introducir diferentes unidades de medida [3, 17, 25], y muestra diferencias entre el tamaño de dichas unidades [22, 23, 25, 32]

   Marca significados clave: El profesor repite enunciados, usando un tono de voz particular, relacionados con la aproximación numérica y la comparación de los tamaños de las canas [14, 21, 22, 32, 33]

b. Intervenciones orientadas a hacer alcanzable el punto de vista científico a todos los estudiantes y a contrastar los significados y comprensiones que ellos van desarrollando

Chequea entendimiento de los estudiantes: El profesor solicita que los estudiantes escriban las informaciones que está enunciando y verifica el consenso de la clase sobre el tamaño de las canas y su relación con referentes cotidianos [2, 12,18, 26]

Revive el progreso de la historia científica: En la parte final del episodio el profesor puntualiza sobre la problemática que implicaba la diversidad de unidades de medida de longitud, para así mostrar las razones que llevaron a la construcción de una unidad de medida común [33, 34, 38]

Patrones de interacción en el episodio.

Los patrones de interacción que se determinan a partir de como el profesor trabaja con los alumnos y el análisis de éstos se hace en términos de los patrones de discurso, que emergen cuando profesor y estudiantes se comunican en las aulas.

En este episodio, podemos reconocer diferentes momentos en que el patrón triádico IRE, caracteriza las interacciones producidas. El profesor *inicia* estas interacciones solicitando a toda la clase a que realice una aproximación numérica -aunque esto no es planteado explícitamente- [12, 18], los estudiantes *responden* [13, 19, 20] y el profesor *evalúa* corroborando, repitiendo las respuestas ya dadas por los estudiantes [14, 21]. Produciéndose así, *interacciones confirmatorias*, cuya función es marcar una idea clave a toda la clase (1,9879 es casi 2. Al redondear el valor que indica la medida de la cana, podemos tener un mejor referente de su tamaño).

Otro patrón del tipo IRE, se produce al final del episodio, cuando el profesor al plantear la dificultad que tenían los comerciantes de diferentes regiones al medir, si en cada una se tenía una unidad de medida diferente [34], es interrumpido por un estudiante que lanza una propuesta en forma de pregunta, en la que plantea que el cambio de unidad de medida superaría dicha dificultad [35], propuesta que es descartada por el profesor [36] que explica porque no es adecuada, acudiendo al recuerdo de aspectos trabajados en sesiones anteriores.

Enfoque comunicativo

En este episodio, es posible reconocer como el profesor direcciona la clase, produciéndose pocos momentos de interacción con los estudiantes, esta forma de intervención inicial de profesor se relaciona con el propósito de enseñanza que tiene fijado para ese momento: *la introducción de la historia científica*, historia que en este caso está centrada en el problema de la diversidad de medidas de longitud existentes en un momento determinado. La introducción a esta historia es la manera que el profesor considera para *crear y plantear un problema* a los estudiantes: La necesidad de la unificación de medidas. En este sentido podemos decir que el discurso del docente en este episodio en su mayoría es *no interactivo*, pero más próximo a la dimensión *dialógica*, pues muestra diferentes puntos de vista en relación con las unidades de medida de longitud, resaltando sus similitudes y diferencias. Ahora bien, a pesar de la tendencia anteriormente descrita, podemos reconocer momentos en que el profesor invita a la participación de los estudiantes por medio de una secuencia de preguntas y respuestas, cuya intención es marcar ideas clave: redondeo de las cantidades que indican el tamaño de las canas y la comparación numérica, como referente para la comparación del tamaño de las canas.

Así mismo, al final del episodio, vemos como se produce una secuencia IRE, cuando la propuesta dudosa de uno de los estudiantes, es valorada por el profesor como errada. Vemos entonces como el discurso de profesor en estos momentos se caracteriza por ser *interactivo/ de autoridad.*

Los aspectos claves del episodio pueden ser sintetizados tomando en consideración los cinco aspectos del análisis, como se ve en la siguiente tabla (figura 5.4.2.1.):

Propósitos de Enseñanza	* Introducir la historia científica, planteando el problema de la diversidad de unidades de medidas de longitud y la necesidad de la unificación de medidas como problema social
Contenido	* Descripciones del tamaño relativo de diferentes canas, referencias cotidianas y descripciones de los lugares en donde éstas eran usadas, * Explicaciones sobre la diferencia de tamaño de las canas, la problemática que esto causaba y por tanto la necesidad de crear una unidad de medida de longitud común
Enfoque	No interactivo /dialógico --- Interactivo/de autoridad
Patrones de interacción	* Inicialmente no hay interacción * I-R-E
Formas de Intervención	*Da forma a los significados *Marca significados clave *Chequea el entendimiento *Revive el progreso de la historia científica

Figura 5.4.1. Resumen de los aspectos analizados en el episodio 1, según la propuesta de Scott y Mortimer

El estudio de Rojas (2010) desveló rasgos de fomentar participación usando el análisis de factores discursivos (preguntas y contribuciones declarativas). En nuestro estudio reinterpretamos este resultado en cuanto permite observar comportamientos que fomentan la ciudadanía. La diversidad de herramientas propuestas en cada uno de los modelos para analizar la clase, refleja la complejidad del análisis de procesos de estudio, en tanto es posible distinguir elementos de diferente naturaleza, puestos en relación en cada unidad dentro de un episodio. Esta percepción no solo sirve al investigador que realiza el análisis, sino al docente mismo a quien se le devuelve, ya que puede reconocer elementos que le habían pasado desapercibidos. Asimismo, permite identificar momentos que complementan la trayectoria docente.

El instrumento metodológico que se ha usado para comparar los elementos del proceso en ambos modelos, permite caracterizar el tipo de configuración didáctica y la complejidad de los procesos instructivos. El análisis permite hacer lecturas horizontales como verticales, dependiendo de lo que se quiera describir o estudiar. Lo horizontal permite ver como la estructura semántica de los episodios, mientras que la verticalidad permite ver la cronogénesis (desarrollo temporal).

Las categorías de los propósitos de enseñanza en SM se constata que se amplían y detallan con las categorías de análisis propuestas por EOS en el sentido que quedan caracterizadas mediante normas diversas de tipo epistémico, interactivo y afectivo, y se relacionan con la configuración correspondiente. Lo normativo es más amplio, aunque los propósitos de enseñanza caracterizan más lo intencional del proceso. Las categorías que consideran los patrones de interacción en el modelo de SM permiten caracterizar mejor como se produce la interacción que el modelo EOS. Sin embargo, la aplicación de las herramientas nos permite conjeturar que quizás una reformulación de los llamados patrones de interacción didáctica, entendidos como regularidades en trayectorias didácticas, que aceptara que se producen regularidades de tipos distintos, podría llegar a incluir los patrones de SM como caso particular. Las configuraciones docentes en EOS tienen un estatus equivalente a las formas de intervención de SM. Sin embargo, su caracterización podría enriquecerse más en el análisis EOS mediante el análisis de las idoneidades, aunque no se ha realizado en nuestro estudio empírico. Los procesos matemáticos en EOS se constituyen como en la anatomía de los procesos en Scott y Mortimer, aunque estos últimos engloban para caracterizar momentos en los análisis de episodios.

Los instrumentos usados, permiten decir mucho de las prácticas y las valoraciones que el docente hace de las mismas. Así, al cruzar los resultados con las entrevistas realizadas con el docente, podemos afirmar que nuestro profesor prefiere evaluar las trayectorias cognitivas de manera genérica con preguntas colectivas, en las que las respuestas individuales son representativas del colectivo. Al observar los gestos del alumnado, percibimos que se trata de una forma dialógica y no tan magistral como se podría pensar inicialmente.

A modo de conclusión, podemos decir que el docente X sostiene prácticas matemáticas dialogadas, aunque en algunos casos asume posiciones autoritarias. En el punto siguiente mostraremos que usa debates democráticos como momentos de diálogo constructivo, y genera prácticas que fomentan la ética de la ciudadanía.

5.5. Análisis de debates matemáticos democráticos escolares.

> *Los distintos posicionamientos que se generan dentro del discurso tienen que ver con el grado de ajuste de los participantes a las normas del aula. El discurso incluye definiciones de lo aceptable, valoraciones y modelos. Por ello, el estudio de las normas es un modo razonable de acceder a rasgos distintivos de un discurso.*
>
> Nuria Planas, 2003 [30]

Como hemos explicado, queremos obtener evidencias de construcción de significados matemáticos de forma que se contemple la ética del respeto, solidaridad y colaboración,

Lo hacemos analizando tareas de iniciación al algebra del profesor X con un grupo de 25 estudiantes de 12-13 años, a través de las reflexiones que hace el profesor investigador X cuando discutimos como equipo de investigación sus desarrollos. Decidimos analizar en particular 8 sesiones (Vilatzara, 2005) que se videograban y analizan desde la co-construcción de hipótesis y significados. Se analizan los debates que el docente organiza para detectar acciones y normas desde la perspectiva de EOS que se combina con los principios de la ética del respeto, solidaridad y colaboración de D'Ambrosio. Explicamos brevemente el marco de las tareas.

Durante el primer debate, el objetivo fue compartir el trabajo en el grupo y comparar cada uno de sus propósitos personales. El debate genera dos tipos de negociación. Una es puramente cognitiva y la segunda basada en las normas sociales. El primer objetivo fue asegurar que una relación contextual puede expresarse mediante la relación aritmética ampliamente usada (esto es, una ecuación con dos incógnitas) y que consecuentemente sólo un par de valores que cumplan la condición.

---

[30] Planas, N. (2004). Análisis discursivo de interacciones sociales en un aula de matemáticas multiétnica Revista de Educación. 334, pp. 59-74

El segundo objetivo del docente era negociar los significados sociales que los estudiantes añaden a las relaciones aritméticas, como relaciones que tienen una solución única que puede verificarse ya que da un cierto número de resultados numéricos.

Un segundo debate se dirigió a negociar la idea de sistema incompatible. En este caso, el debate se plantea por razones epistémicas. Un estudiante que responde se usa para desafiar al grupo completo.

La motivación intrínseca del **tercer debate** es la de un juego que promueve autorregulación y perseverancia ya que todos quieren resolver el problema por ellos mismos. En el debate dialógico siguiente, los significados se negocian y los estudiantes tienen la oportunidad de pedir ayuda a un colega.

Durante el **cuarto debate**, observamos las diferentes necesidades de procesos de contextualización y descontextualización para comprender lo que hace un estudiante, y como parte de la comprensión de los procesos de matematización-desmatematización (Gellert & Jablonka, 2007). En nuestro estudio nos preguntamos en particular cómo el debate dialógico da oportunidades para trabajar colaborativamente en tales procesos. Es posible conseguir soluciones formales, incluidas en las "expectativas de los estudiantes" en cuanto resolver ecuaciones, por ejemplo. Este camino se indica a partir de prácticas de profesores-investigadores en constante interacción con el profesor formador.

Esta aproximación que hemos desarrollado desde hace algunos años en equipo de investigación, implicó el enriquecimiento del trabajo de los profesores investigadores en la clase. Observando ahora lo que sucede en la clase esperamos obtener claves que se complementen con las reflexiones de expertos que contribuyen a realzar análisis críticos para conseguir que sean más rigurosos (Powell, 2006). La reflexión se combina con la observación continuada de expertos externos. De forma casi natural, surge la necesidad de observar los procesos, para constatar los puntos Fuertes que se han producido y cómo emergen los objetos y procesos matemáticos en el aula, y el papel que juegan los debates en la construcción de las ideas matemáticas.

Un segundo aspecto de importancia en nuestro estudio es el valor del diálogo en sentido liberador. Aunque sea habitual, es cierto que no siempre se interpreta del mismo modo según lo que se trabaja matemáticamente- Por otro lado, el valor que se le da al diálogo actualmente, ha cambiado. No se trata de una simple negociación de significados, sino que garantiza el desarrollo de una comunidad de práctica, de manera que el aprendizaje ya no es simplemente la suma de los aprendizajes individuales. Los desarrollos reflexivos, dan además oportunidades de impactar en la vida cotidiana del alumnado.

Lo más importante en términos de ciudadanía es la introducción en el aula de debates interculturales que contribuyan a la igualdad en términos de implicar a los colegas en la construcción de conocimiento matemático que sea exitoso en el momento. Así, tal conducta ayuda al grupo a crecer en confianza y disposición a preguntarse e investigar.

5.5.1. Los tipos de prácticas democráticas encontrados.

Los resultados obtenidos nos permiten contrastar las conexiones temáticas que se establecieron entre los enunciados /afirmaciones en los distintos segmentos de interactividad, de manera que nos ayudan a caracterizar los diferentes tipos de práctica democrática matemática según la clasificación pensada a priori. A continuación, se ejemplifican diferentes momentos en los que se observa cada una de dichas prácticas en los debates analizados y se explican algunas de sus características.

Prácticas de articulación respetuosa.

Este tipo de prácticas hacen referencia a las acciones de declaración personal de ideas, significados, estrategias, o formas de razonamiento diferentes, que posteriormente llevan a una reflexión personal y/o colectiva. En estos casos el docente hace preguntas provocadoras (Martino & Maher, 1999) habitualmente de tipo interpretativo inicial que buscan establecer contacto con los significados (Alrϕ & Skovsmose, 2004).

Esta práctica suele darse en los debates iniciales ante una construcción matemática. En las clases observadas, se inicia con un cuestionario que parte de un contexto cercano y que se considera está al alcance de todos los estudiantes respecto al nivel de exigencia cognitiva. Con esta primera tarea se busca construir la idea de expresiones consecuentes o equivalentes.

En el cuestionario, el docente formula preguntas del tipo: "Si dos pizzas y tres ensaladas cuestan 19,90 euros, ¿puedes saber cuánto cuesta 1 pizza y dos ensaladas?... Explica qué más puedo saber con estos datos". El alumnado se interesa en la tarea, porque considera que puede abordarla, y por lo tanto se atreve a contestar.

Durante un primer debate, se discute sobre las diferentes respuestas dadas. Se comparte el trabajo individual en el seno del grupo para comparar cada una de las respuestas personales. Los estudiantes reconocen que un tipo de relación precio/consumo se puede expresar mediante una expresión aritmética con dos incógnitas $ax + by = c$, donde a y b son las cantidades (de productos) y x, y y c son los precios, y que, en consecuencia, muchos de los valores de par (x, y) cumplen con las condiciones. Durante este debate, también se reconoce un conjunto de propiedades de las igualdades.

Prácticas de articulación solidaria

Hacen referencia a las acciones que buscan contraste y constatación de error o dificultad, y un consiguiente momento de actuación para tratar de superar la dificultad con la ayuda del compañero. Este tipo de práctica se reconoce en el debate inicial cuando además de dar la oportunidad de exponer las ideas diferentes, se introduce la idea de revisar las respuestas entre todos. A continuación se presenta un fragmento breve de una de las sesiones como ejemplificación.

Profesor:	¿Quién tuvo dificultades con alguna de las preguntas de la tarea?
Jaime:	Yo no entendí la pregunta 3. (Y otros dicen lo mismo)
Profesor:	[Dirigiéndose a todos] Hay un compañero que necesita ayuda, ¿quién quiere ayudarle? …Varios estudiantes levantan la mano.
Ruth:	Voy a ver.
Profesor:	Jaime, explica a todos donde te perdiste.

Los estudiantes reconocen que hay un momento importante, y todos hacen silencio. Si la explicación no es convincente, otro estudiante interviene para tratar de explicarlo. Dani, indica en voz alta que no sabía qué responder a la pregunta: "¿qué más podemos saber con estos datos?". Siete manos se levantan, pero Dani le da la palabra a Paula. Ella intenta explicar mediante dibujos que si tienes una información, puedes saber la mitad, o el precio de una parte, o el precio de un trozo de pizza más una bebida. Paula, le pregunta si lo entiende, y Dani le dice que si. Paula se da cuenta por la cara que puso Dani, que aún no lo tiene claro, y le insiste. Paula le indica "Dani, si no lo acabas de entender, me dices. No te quedes con dudas". Y Dani le sugiere "Sí, ¿puedes explicármelo otra vez?". Paula trata de cambiar el discurso usando números junto con los dibujos. Pero Dani no parece entenderle del todo. Este tipo de discurso, tiene en cuenta que el alumnado piensa en voz alta, y reformula sus afirmaciones. Este tipo de práctica se produce también fuera de las situaciones de debate.

El docente manifiesta que en un proceso solidario, "*la idea es que los alumnos ayuden a los demás, nunca los menosprecien, se preocupen de lo que se ha argumentado y no de la persona que lo ha dicho, y siempre para rebatir el error*".

Prácticas de articulación colaborativa.

Hace referencia a las acciones en las que se reconoce la identidad del grupo como institución que colabora a la generación de conocimiento matemático en las primeras fases de construcción de significado. Para ello, el docente promueve discusión de síntesis ante un conjunto de preguntas que tenían como finalidad reconocer un aspecto matemático concreto.

En la continuación del debate algebraico inicial, se pueden ver indicios de esta colaboración, en la intervención que se produce por Mariona, que interpreta que se puede dar una explicación más profunda a la idea de expresiones equivalentes. Pide la palabra, y enfoca su comentario hablando de proporcionalidad. "Mira, cuando tenemos el precio de pizzas y ensaladas de 12 euros, por ejemplo, sabemos que por la aritmética, la mitad son 6 euros. Eso quiere decir que puedo saber que tal cosa, es la mitad de lo de antes. Es una proporción y valdrá 6 euros. O sea que no sólo se multiplica por dos o tres, sino que se puede dividir. ¿Si?"

En ese tipo de intervenciones, el alumnado con más recursos intelectuales, reconoce públicamente elementos que no habían sido explícitos en su respuesta de la tarea. En este tipo de situaciones, todos aprenden la importancia de comunicar y argumentar que sus ejemplos se basan en la particularización de una regla (que no se hizo explícita) de las igualdades equivalentes. Además, entre todos han aprendido una idea matemática normativa: que los ejemplos aritméticos de los precios no son la regla o expresión algebraica, sino una particularización de la misma.

Prácticas de generación respetuosa de conflictos

Las *prácticas de generación respetuosa de conflictos* hacen referencia a manifestaciones de los esfuerzos del grupo por resolver desacuerdos, reconocer interpretaciones diferentes, y desarrollar argumentaciones y justificaciones personales que el grupo valida y respeta. El docente es un facilitador privilegiado en ese momento, porque tiene pensados algunos conflictos cognitivos, semióticos, etc., que suelen ocurrir y los provoca a través de los propios enunciados de las tareas para conseguir que se den esos diálogos. Entre otras formas de discurso aparecen posicionamiento, reflexión y regulación. Ello se asemeja a la idea de desafío cualificado (Alrϕ & Skovsmose, 2004).

Un ejemplo de este tipo de práctica se da en un segundo debate, en el que se sigue discutiendo sobre cómo se formulan expresiones equivalentes y se discute sobre expresiones indeterminadas, para negociar el significado de una ecuación de primer grado con dos incógnitas con infinitas soluciones. En efecto, el docente dice establecer el debate como forma de oportunidad para que se genere un conflicto sobre el significado de las relaciones aritméticas. Cuando el docente expresa colectivamente las posibles respuestas de los estudiantes a la expresión $ax + by = c$, no coinciden. Para unos el precio de una pizza es 5, para otros de 4,47, etc. La situación enseguida sorprende a todos, porque cada uno de los estudiantes dice haberlo comprobado, y lo verifican con las condiciones iniciales del problema. No es fácil aceptar que hay infinitos valores que cumplan una relación con dos variables, porque su referencia aritmética, es que las relaciones aritméticas tienen una única solución

Prácticas de conflicto solidario

Asociado a las prácticas anteriores, se dan acciones en las que se busca ayuda para: superar posiciones que quizás alguien tiene inadecuadas; ganar en coherencia y profundidad; mejorar el nivel de expresión matemática; entender una respuesta o estrategia de solución con mayor eficiencia y originalidad; mejorar la intuición, etc. En esos momentos, el docente provoca que varias personas expliquen su posicionamiento y se impliquen en la defensa de sus argumentos en el gran grupo para ayudar a otros que no tienen el mismo nivel.

El grupo heterogéneo genera reflexiones en la búsqueda de soluciones que se pueden institucionalizar en la clase, con la mediación del docente.

En este tipo de práctica los estudiantes aprenden a reconocer la ayuda como una responsabilidad, ayudando a quien lo solicita y reconociendo quien lo necesita aunque no lo solicite. Esto es muy parecido a lo que algunos autores llaman responsabilizarse del aprendizaje de los otros (Boaler, 2004) en cuanto modo de interacción.

Prácticas de colaboración ante los conflictos

Estas prácticas hacen referencia a las acciones comunes en la búsqueda de acuerdos para resolver un conflicto planteado, que busca la transformación de significados mediante una forma de expresión institucional negociada. La discusión hace explicitas las respuestas de los estudiantes que animan la construcción de significado a través de la negociación de las ideas de los demás. El papel fundamental del docente en este tipo de práctica es animar la discusión con intervenciones de tipo análisis/síntesis, procurando focalizar el objeto o proceso matemático que se quiere resaltar. Se enfatizan procesos de comprobación, conjetura, refutación, control y validez. En estos momentos, se evidencian procesos duales de contextualización /descontextualización, particularización/ generalización entre otros.

Se muestra este tipo de práctica en un tercer y cuarto debates en los que se consensúan las justificaciones, y no sólo las soluciones de una situación de ecuación indeterminada. Los estudiantes aprenden además que sólo una situación de los precios de la comida en donde aparezcan dos variables (por ejemplo $2p + 3e = 20$), no es suficiente para entender el principio de indeterminación. Constatamos que en la discusión se dan cuenta que hace falta ver otros casos, como $5p + 4e = 30$ y más, para poder generalizar la regla. También descubren que tampoco es suficiente tener dos ecuaciones con dos incógnitas para encontrar una solución única de precios y saber que hay un único valor de lo desconocido. Se podría tener dos relaciones equivalentes, y no hay sólo una única solución.

Prácticas de co-construcción respetuosa

Hace referencia a acciones que buscan mostrar posibles organizaciones y estructuras sistémicas de objetos y procesos matemáticos, tomando como base los significados construidos a partir del reconocimiento de conflictos. En este tipo de práctica, el docente:

anima debates en los que se analizan diferentes tipos de propuestas para reconocer estructuras comunes, utiliza técnicas de síntesis (esquemas, mapas conceptuales, V de Gowin, etc.) para enfatizar sistemas conceptuales, se promueven tareas en las que se transfieren significados a contextos diferentes, entre otras.

En nuestro caso, se observa este tipo de práctica cuando se transfiere la idea de ecuación que se había asociado a cantidades y precios, a un contexto diferente de coordenadas. O bien después de que se introdujeron situaciones simbólicas de dos ecuaciones con dos incógnitas, utilizando "la representación china" (Streefland y Ameron, 1996) para identificar de un modo más abstracto el "método de reducción" o "método de Gauss" como un juego. Veamos una parte del quinto debate, donde se desarrollan algunos de estos aspectos.

Jordi: El tercero es como el primero y el cuarto es la mitad del segundo
Profesor: Andrea, ¿Es posible dividir un paquete en dos?
Andrea: Si. ¡Y el precio también!
Sandra: En la fila siguiente, sabemos el precio de una bebida.
Jordi : En un paquete hay 4 snacks y 3 bebidas y en el otro 4 snacks y 2 bebidas. La diferencia de precio debe ser uma bebida.
Yousef: En la sexta fila hay 4 snacks y 3 bebidas multiplicadas por su precio.
Profesor: ¿Qué piensas de la interpretación de Yousef?
Raquel: Es 1.5 veces 3, que es el coste de 3 bebidas.
Jordi: En la fila siguiente, 4.5 es el precio de las bebidas, es igual a 12.5 que es el precio total, y tienes 8 ...
Profesor: Esto es 8. Algunos estudiantes no entienden ... Veamos donde aparece el 8 abajo…
Laia: Viene de restar, 12.5 menos 4.5.

Andrea Yasmine se alegró de ver que el precio también puede ser dividido por el mismo número que el número de elementos en una bolsa determinada. Esto se puede realizar a partir del contexto, como la compra de un paquete de pizzas de un supermercado. Sandra llegó a la conclusión de que en la siguiente etapa podría determinar el precio de una de las dos incógnitas aplicando el método de reducción. Yousef se animó a interpretar una de las líneas, algo muy inusual dado que normalmente no participan en absoluto en la clase de matemáticas, y fue un éxito en su comentario. Raquel identifica la relación inversa. Las intervenciones de Jordi muestran un interés en bajar el nivel para facilitar la comprensión de sus compañeros, utilizando el contexto.

Observamos en este diálogo, más que un ambiente de auto-estima y respeto mutuo, de modo que los estudiantes se sienten cómodos de participar en la actividad de aula, vemos al maestro guiar una comunidad en la que todo el mundo asume una función común. Hemos observado algunos otros diálogos en los cuales los estudiantes como Yousef se sienten cómodos y libres de hacer interpretaciones matemáticas, sin preguntar a los demás como resolver las actividades propuestas.

Prácticas de solidaridad en la co-construcción.

En este tipo de prácticas se consideran las acciones en las que se busca el apoyo del grupo para conseguir recapitular o transferir de forma consistente acuerdos sobre los objetos y procesos matemáticos que se están estudiando para estructurarlos. Con ello, se busca que todos puedan tener oportunidad de reconocer los aspectos esenciales de las estructuras abordadas.

Con estas acciones, se pretende que el estudiante busque y/o proporcione ayuda a otros para superar dificultades en la síntesis, recapitulación, generación de nuevas hipótesis, etc. El docente es protagonista especial en este momento, con intervenciones en las que busca, repetir ideas y mejorar las formas de expresión, ayudar a clasificar y organizar informaciones, facilitar la asunción de roles diferentes en el grupo, gestionando emociones y considerando las potencialidades de cada alumno. En efecto, no todos los estudiantes son igualmente hábiles en la formulación de conjeturas, en hacer una buena síntesis, en construir una buena definición, en recoger información y hacer un buen resumen, en elaborar un presentación, sacar una buena imagen o foto de lo que se ha desarrollado para mostrar a los demás, etc.

En la propuesta algebraica que discutimos, nos pareció que el impacto intrínseco del tercer debate, daba lugar a fomentar autonomía, autosuficiencia, perseverancia, y ser solidario con los demás. En un debate posterior, los estudiantes tuvieron la oportunidad de solicitar la ayuda de otro compañero (aquel con el que se tiene más confianza). En el diálogo citado como ejemplo en un apartado anterior, algunos estudiantes revelan una necesidad de contextualización. En otros casos, la demanda es para entender un ejemplo, etc. Constatamos en las entrevistas que los estudiantes también explican que "con estos métodos, podemos entender las situaciones algebraicas, ya que podemos cometer errores...y podemos aprender de los demás"

Prácticas de co-construcción colaborativa

Se consideran las acciones en las que se busca compartir, disponibilizar y verificar consensos sobre las ideas matemáticas, más allá de la simple yuxtaposición de las mismas. Por otro lado se busca reconocer y definir estrategias de acción común para interpretar el valor social de la construcción matemática como forma de generar significados matemáticos a través del intercambio. Se busca que el estudiante identifique la práctica matemática como conservación de la cultura matemática del grupo (patrimonio colectivo).

El docente, adopta el papel de moderador y animador de debates dialógicos de síntesis, en el que los estudiantes reconocen el valor de realizar síntesis procedimentales o conceptuales. Encontramos ejemplos en debates posteriores en los que se establece síntesis de lo aprendido sobre la resolución de ecuaciones.

5.5.2. Algunas observaciones conclusivas

La caracterización de los nueve tipos de prácticas matemáticas democráticas permite estructurar la descripción de la experiencia en cuanto a participación deliberativa matemática, que deja oír las voces de los estudiantes y potencia su implicación en el aprendizaje. También permite reconocer el debate como una herramienta para describir cómo se transforman colaborativamente significados algebraicos fundamentales. Al mismo tiempo permite reconocerlo como una herramienta para el desarrollo de una actitud reflexiva responsable que enfrenta la complejidad de la transición de la aritmética al álgebra. En efecto, casi todos los estudiantes reconocen el valor del lenguaje simbólico de las ecuaciones, la multiplicidad de soluciones, la idea de ecuaciones equivalentes, y el planteamiento de situaciones de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. No todos los tipos de prácticas aparecen en cada debate, por ejemplo, hay más articulación en los primeros debates, y co-construcción durante los últimos. Los conflictos están presentes en todos los debates, estimulando el razonamiento de los alumnos, el descubrimiento y la crítica, y generando espacios para superar los conflictos epistémicos.

El papel del docente en este tipo de prácticas, implica: planificar secuencias organizadas a partir de contextos motivadores, regular el respeto en el discurso de aula, considerar la naturaleza de las preguntas que provocan conflicto, gestionar sistemas de ayudas responsables y generar oportunidades para la participación colaborativa de los alumnos. En este tipo de prácticas, el alumnado adquiere una identidad de grupo que desarrolla estrategias interactivas basadas en el respeto, la solidaridad y la colaboración.

Disponemos de evidencias de cómo la solidaridad responsable, hace que el grupo aumente su confianza y disposición para mejorar el cuestionamiento y la indagación en otras actividades no descritas aquí. Este tipo de aprendizaje promueve retención y procesamiento en profundidad asociado con la manipulación cognitiva de información. A partir de nuestras observaciones, consideramos que los debates matemáticos democráticos sean largos o cortos, promueven oportunidades para ejercitar autoregulación, autodeterminación, y deseos de perseverar con las tareas (Matsumura, Slater & Crosson, 2008). Las prácticas matemáticas democráticas contribuyen a potenciar la equidad en grupos heterogéneos, mediante el desarrollo de debates que sirven como experiencia y ejemplo de lo que deseamos se dé en la vida futura de nuestros estudiantes.

La reflexión que realiza el equipo de investigadores expertos con el docente, permite que se lleven a cabo análisis paralelos y rigurosos, que contribuyen a encontrar pistas sobre el camino a seguir en la mejora de la enseñanza de las matemáticas (Weber et al., 2008). En particular, el análisis didáctico realizado por el equipo de investigación ayuda a explorar: las experiencias de construcción de significado, los conflictos, y las formas de resolución pública de los mismos, desde la perspectiva de las normas involucradas.

Muchos docentes consideran que este tipo de prácticas democráticas matemáticas son casi imposibles de que se lleven a cabo en nuestras aulas regulares con grupos heterogéneas multiculturales. Por ello, la experiencia descrita, unida a la reflexión sobre la misma, se constituye en un ejemplo potente a seguir por futuros docentes. Además, reconocer este tipo de ejemplo de investigación colaborativa, posibilita desarrollar competencias en el análisis de prácticas reflexivas, especialmente, en el caso de futuros docentes que no tienen experiencias propias como docentes. A partir de este estudio, nuestro paso siguiente es la construcción de tareas profesionales adecuadas (tanto para la formación inicial como permanente), que tengan en cuenta el análisis didáctico-matemático conectado con la componente ética profesional en donde se analice la complejidad (Morin, 1999) y se desarrollen prácticas matemáticas que respondan a estas expectativas. Que les permita a los futuros docentes tener una visión amplia, que se fundamente en la práctica reflexiva, la implicación crítica y la construcción de una identidad profesional (Perrenoud, 2004). En el contexto de la investigación en educación matemática diversos estudios sobre el desarrollo profesional del profesor, se han centrado en el análisis de competencias asociadas al contenido matemático, y se asume que ello es parte clave de las competencias profesionales especificas (Llinares, 2009). Con ello se contribuirá al análisis de la formación del profesor como sujeto social de sus acciones (Domite,

2004) y el papel de la educación matemática en el desarrollo de las competencias transversales.

En la figura 5.5.2.1. se muestra nueve posibles características y normas asociadas a cada una de las nueve prácticas.

Articulación con respeto.	Articulación y solidaridad	Articulación colaborativa
N1 Se produce declaración de ideas , significados, estrategias, y formas de razonamiento, diferentes, reflexión personal y colectiva. N2 Necesidad de interpretación colectiva en el reconocimiento de diferencias.	N1 Contraste y constatación de error o dificultad N2 Actuación para tratar de superar la dificultad	N1 Generación grupal creativa de reflexión N2 Reconocimiento de identidad del grupo como institución.
Conflictos con respeto	**Solidaridad en el conflicto**	**Conflicto claborativo**
N1 Esfuerzos por resolver desacuerdos, interpretaciones, argumentaciones y justificaciones.	N1 Superar posiciones inadecuadas, con cierto grado de coherencia, ganar nivel de expresión, eficiencia, intuición, originalidad.	N1 Reconocimiento institucionalizado de construcción negociada.
Co-construcción respetuosa	**Co-construccion Solidaria**	**Co-construcción colaborativa**
N1 Organización de objetos, significados, procesos	N1 Recapitular y anticipar consensuadamente reptiendo mejor, clasificando N2 Asunción de roles y emociones	N1 Compartir, disponibilizar y verificar consensos, más allá de yuxtaposición. N2 Conservación de patrimonio colectivo (cultura matemática del grupo)

Figura 5.5.2.1. Asociación de prácticas y normas sociales

5.6. Expectativas de los estudiantes.

No es de extrañar que sea muy difícil para muchos estudiantes transferir lo aprendido en la escuela a la vida diaria puesto que lo que se aprende en la escuela es, en principio, conocimiento y competencia que tiene validez y existencia dentro de las prácticas y situaciones propias de la escuela, y no dentro de las situaciones y prácticas fuera de ellas...

Valero, 2006[31]

Actualmente es bien sabido, que uno de los factores importantes a tener en cuenta cuando se piensa en una educación matemática que se preocupa por la formación para la ciudadanía, es la diversidad

---

[31] Valero, P. (2006). De carne y hueso. Conferencia *Foro Nacional de Competencias Matemáticas.* Ministerio de Educación Nacional. Bogotá. Colombia. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles 113423_archivo.pdf

cultural de los estudiantes. No basta con reconocer sus comprensiones de conceptos matemáticos o los niveles de competencia desarrollados, sino tal y como lo plantean Skovsmose y otros (2009), se ha de reconocer la percepción que tienen los estudiantes de sus posibilidades futuras en la vida, tal y como van surgiendo en su contexto sociopolítico, es decir, reconocer su *porvenir*. Por tanto, es pertinente indagar el porvenir de los estudiantes para clarificar los motivos que tienen para el aprendizaje de las matemáticas.

Uno de los objetivos que nos hemos propuesto con esta investigación es caracterizar la práctica de un profesor de matemáticas que promueve competencias ciudadanas en el desarrollo de conocimiento matemático, en un aula multicultural. Para esto consideramos pertinente y fundamental la realización de una serie de entrevistas a diferentes estudiantes en distintos momentos del curso escolar (2009-2010). Con estas entrevistas, buscamos responder a dos preguntas concretas: i) ¿En qué medida los estudiantes reconocen que en las clases de matemáticas propuestas por el profesor se está fomentando ciudadanía? Y ii) ¿Qué indicios tenemos que esta formación se "transfiere" fuera del ámbito de la clase a otras disciplinas y fuera de la escuela? Buscamos identificar diferentes razones e intenciones que los llevan a comprometerse con el aprendizaje de las matemáticas y cómo esto puede estar relacionado con unas determinadas prácticas y actividades que el profesor ha considerado fundamentales para desarrollar la clase de matemáticas. Y así, caracterizar, diferentes tipos de significación que los estudiantes tienen de la misma, en relación con las consideraciones que expresan acerca de cómo en ella se fomenta ciudadanía.

Los estudiantes entrevistados buscamos que representaran la diversidad del alumnado de la clase. Son de diferente procedencia cultural, de un nivel socio-económico medio y medio-bajo, diferente rendimiento académico, inclusive algún estudiante repitente, con una experiencia negativa en la clase de matemáticas de años anteriores. A partir de las entrevistas realizadas, podemos afirmar que el alumnado tiene dificultades en expresar explícitamente los argumentos de sus posicionamientos, y actúan inicialmente con "recelo" ante la investigadora externa. En el anexo 3, se muestra cómo hemos caracterizado sus respuestas en términos de categorías de implicación y práctica matemática, e interpretación de las normas.

Confirmamos respecto a la pregunta i) que los estudiantes reconocen que en las clases de matemáticas propuestas por el profesor se está fomentando ciudadanía, ya que identifican cualidades del profesor, vinculadas a prácticas profesionales. En sus respuestas identificamos, indicadores asociados a diferentes categorías de los ejes formulados en el capítulo 2, tales como: Identificación de identidades colectivas, en cuanto apertura al otro; reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción de pensamiento crítico, uso de las matemáticas para analizar aspectos críticos de la sociedad, coherencia y compromiso, y convivencia, identidad, solidaridad y cohesión social.

Respecto a la pregunta ii), los indicios que logramos constatar sobre si la formación se "transfiere" fuera del ámbito de la clase, están relacionados con las "conexiones" que los estudiantes reconocen/manifiestan con situaciones de la vida cotidiana (Compra, ofertas, planes telefónicos, actividades deportivas, entre otras) y la posibilidad que las matemáticas ofrecen para interpretarlas mejor. También en otros momentos aluden a la importancia del trabajo en equipo y del trabajo colaborativo y como ello es fundamental en el momento actual, porque les ayuda a aprender mejor y en el futuro en el contexto laboral.

Las expectativas por el aprendizaje de las matemáticas fundamentalmente están marcadas por el hecho de que consideran que esto les hará "más competitivos", especialmente cuando aluden su futura vida profesional y laboral.

Capitulo 6

Concepciones iniciales de futuros docentes

RESUMEN

En este capítulo, queremos mostrar los resultados de un estudio, en el que analizamos cómo son las afirmaciones de los futuros docentes interpretándolas como una forma de reconocer y juzgar los valores de la educación matemática para formar en ciudadanía a través de las tareas. Para saber lo que piensan los futuros docentes, realizamos un estudio empírico que explicamos a continuación. Con ello podemos ver qué hace falta en un proceso de formación en competencias transversales, dado que se supone que venimos de un tratamiento de formación centrado en el contenido matemático. Los resultados que obtengamos nos permitirán además contribuir a hacer un diseño de actividades profesionales.

Para identificarlo, nos hemos propuesto reconocer elementos de la complejidad del fenómeno discursivo que explicita posiciones respecto el papel de las tareas matemáticas y su desarrollo sobre la competencia ciudadana. Iniciamos con una reflexión sobre el significado de las tareas profesionales (6.1.). Mostramos a continuación las bases de un estudio piloto (6.2) comparando los resultados de un grupo en Colombia y otro en España. Posteriormente mostramos los resultados de un estudio más amplio con estudiantes en la Universitat de Barcelona (6.3).

6.1. Tareas profesionales y aprender a formar en ciudadanía.

Llegar a ser un profesor de matemáticas significa llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas y aprender a realizar las tareas y usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional.

Llinares, S., 2005[32]

Entendemos que la educación para una ciudadanía democrática debería hacer posible una interacción en la clase que apoya el diálogo y la negociación de significados mediante una interacción deliberativa, basada en procesos investigativos que el docente debe saber incorporar (Ponte, 2007), y al mismo tiempo, reconocer la capacidad de construcción de tareas que permitan identificar problemáticas sociales a las que se le da respuesta desde las matemáticas. La formación para la ciudadanía desde la educación matemática implica (según Vanegas y Giménez, 2010), desarrollar una identidad profesional que interprete la *actividad matemática* como:

(a) ***Transformadora y crítica***, de tal forma que se posibilite el reconocimiento de la matemática como una herramienta intelectual, que ayuda a los ciudadanos en la comprensión y el análisis abierto del desarrollo científico y tecnológico.
(b) ***Inclusiva intercultural***, en cuanto permite el reconocimiento del valor de la colaboración, participación y el diálogo como modos fundamentales en la resolución de problemas y conflictos, basados en la multiplicidad de soluciones en culturas y ambientes diferentes.
(c) ***Abierta para la formación en la autonomía y creatividad científica***, que incluye identificar la belleza, y la posibilidad de diversión que subyace la actividad matemática.

Cuando hablamos de formar en ciudadanía, consideramos que es imprescindible un conjunto de cualidades formativas basadas en

---

[32] S Llinares (2005) Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje *Conferencia invitada presentada en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática- CIBEM Oporto, Portugal. Julio, 2005*

aprender a: (a) reconocer cambios sociales, y aprender a tomar posiciones ante los mismos mediante el uso de los instrumentos sociales y matemáticos al alcance y (b) vivir democráticamente desde la experiencia práctica educativa en la participación y el diálogo. Entre las características que han de tener las tareas profesionales matemáticas que potencien la formación ciudadana, señalamos las siguientes:

(a) Ayudan a valorar la construcción de conocimiento matemático basado en la problematización y la interdisciplinariedad, y fomentan reconocer los procesos de contextualización y descontextualización en la construcción de significados matemáticos desde prácticas inquisitivas (Adler y Confer, 1998). Reconocen los valores profesionales de una ética de la responsabilidad ante la diversidad cognitiva, que no excluye al alumnado, sino que lo integra en grupos flexibles. (D'Amore, 2004).

(b) Tienen en cuenta la historia de la construcción de las ideas científicas/ matemáticas como producción humana que reconoce la alteridad, e identifica lo crítico desde la perspectiva política y pedagógica (Skovsmose y Valero, 2002).

(c) Promueven la intervención en procesos de construcción de las propias identidades culturales y reconocimiento de las de los demás, mediante procesos de interacción deliberativa e integran prácticas de análisis individual y colaborativo de fenómenos complejos. (Skovmose, 1998).

(d) Fomentan el valor de la participación activa en prácticas de pacificación, basadas en el reconocimiento de los usos no pacíficos de las matemáticas (D'Ambrosio, 2005).

(e) Fomentan el desarrollo de proyectos de trabajo colaborativo y solidario y desarrollan destrezas de análisis sobre tareas realizadas por otros, sustentando el análisis en principios sólidos de la disciplina y el sentido común (Burgués y Giménez, 2007)

(f) Proporcionan elementos para saber seleccionar, utilizar, diseñar y producir materiales que promuevan la adquisición de aprendizajes significativos que conviertan el aula en un laboratorio desde el que fomentar el protagonismo y la responsabilidad en los alumnos Ponte, 2007).

(k) Colaboran con la alfabetización emocional y la responsabilidad de los estudiantes en la formación matemática. La persona alfabetizada emocionalmente es aquélla que ha desarrollado la inteligencia emocional y las competencias afectivas y que tiene muy en cuenta los sentimientos y emociones propias y ajenas (Gómez-Chacón, 2007)

(m) Movilizan la reflexión basada en el análisis de situaciones didácticas centradas en problemas escolares profesionales en el contenido didáctico (Gómez, 2002).

Aunque se hayan desarrollado investigaciones sobre un posicionamiento crítico en matemáticas, que influye sobre lo que significa formar en ciudadanía, hay muy pocas investigaciones que se planteen el problema desde la formación inicial docente.

6.2. Un estudio piloto.

Hay profesores que se preocupan del orden de la sala y también de que nos escuchemos y nos respetemos. Por otra parte hay profesores que solo hacen la clase en la pizarra y con eso se resume todo.

Estudiante 6 en el estudio de Carcamo 2008: 257[33]

Nos proponemos cumplir con el objetivo 3 de nuestra tesis, en cuanto caracterizar un diseño de formación de profesorado de Matemáticas para Secundaria, que desarrolle la competencia de aprender a formar en ciudadanía democràtica a través de las matemáticas. Y, en particular, para ello, pensamos que debemos cponocer la situación previa de los docentes. Así, poder responder a la subpregunta P13 ¿Cómo podemos reconocer posicionamientos de

[33] Carcamo, H. (2008) Ciudadanía, y formación inicial docente: Explorando las representaciones sociales de académicos y estudiantes. *Revista de Pedagogía* vol.29 num 85. Universidad Central de Venezuela pp 245-268.

profesores y futuros profesores en base a lo que consideran de las prácticas matemáticas, *que fomenta ciudadanía? ¿Son las buenas tareas lo más importante? ¿La forma de gestión?*

Aún más en concreto, nos preguntamos ¿Cuál es el valor que otorgan los futuros docentes a las tareas escolares matemáticas para que ayuden a aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas? ¿Piensan que los enunciados de las tareas son tan importantes como su desarrollo interactivo en tanto lo consideramos una práctica de aula?

El estudio de Carcamo (2008) había analizado las representaciones sociales de los futuros profesores sobre ciudadanía y llega a la conclusión de que la ciudadanía está asociada a tres dimensiones: ética, valórica y 'legal'. En cuanto lo político se vincula a derechos y deberes; en cuanto lo social se vincula a la idea de pertenencia a una comunidad. Ahí se pudo constatar las concepciones de ciudadanía, a partir de un análisis semántico estructural.

En dicho estudio se observaban planteamientos en los que los estudiantes futuros profesores identifican como ciudadano la *persona que es parte de una comunidad, del entorno, que tenga que ver con todo lo que lo rodea. Ser participe de la sociedad. Por ejemplo para mí es ciudadano el que está inscrito en los registros electorales.* Y otros estudiantes reflejan las dificultades de promover los procesos participativos: *"Creo que hay de todo, hay profesores que participan en forma activa con nosotros. Nos entienden y nos ayudan, pero también está el lado opuesto, dondea uno ni siquiera le dan deseos de ir a pedir que le expliquen un ejercicio"* Según indica el propio autor, el principal hallazgo es que los estudiantes para profesor tienen una idea de ciudadanía con énfasis en el civismo y una visión de educación mediada por las dimensiones instrumental y convencional, lo que en conjunto puede modelar la forma en que estos futuros maestros promuevan la ciudadanía en la escuela (Carcamo, 2011).

Ya en ese estudio se constataba que hay diferencias de posicionamiento dependiendo de las asignaturas. En particular, se asocia las enseñanzas técnicas a aquellas que no fomentan ciudadanía, y también se asocia al fomento de la ciudadanía, las propuestas que fomentan el diálogo, mediante tareas no frontales.

Pero no se analizaba desde el punto de vista que nos interesa, que es el valor específico que los futuros docentes dan a las tareas matemáticas, en cuanto si son elementos clave para construir la ciudadanía o bien debemos considerar la gestión de las mismas.

Para conocer la situación específica se decide pasar un cuestionario. El cuestionario, se justificó en el capítulo de metodología y lo presentamos en la figura 6.2.1. Posteriormente se adapta y se formula a un grupo más amplio de estudiantes de Infantil y Primaria, para darle cierto grado de mayor validez de constructo. El formato se encuentra en las páginas siguientes. En efecto, se pregunta a futuros docentes sobre las tres variables principales en las que queremos que se posicionen: (a) la práctica definida por la tarea y su enunciado; (b) la gestión de la tarea, en la medida en que apreece descrita y por lo tanto valorizada; (c) el contenido matemático y significado de la tarea en cuanto se asocia a la formación de ciudadania a través de las cuatro categorías descritas teóricamente.

Primera Muestra del estudio.

Se decide realizar un primer estudio, con dos grupos de 30 docentes, futuros profesores de matemáticas en Bogotá y Barcelona. Se toma esta decisión, para controlar si en dos contextos de formación muy diferentes (formación en la Facultad de Matemáticas de UB, formación integradora didàctica-matemática en UD) . En lo que sigue, se mostrarán los resultados cuantitativos y cualitativamente se constatarán las observaciones principales. Los futuros docentes se forman como profesores generalistas y al mismo tiempo especialistas. Por ello, se decide tomar como tareas una de educación infantil, una de final de educación básica y otra de educación Secundaria.

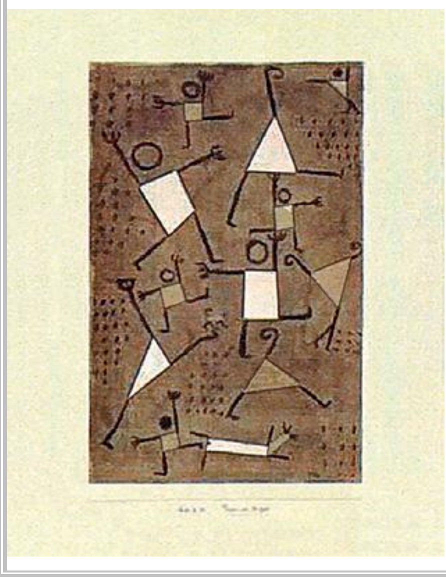
ACTIVIDAD INICIAL

*Nombre:*____

1. Lee con atención las siguientes actividades propuestas y desarrolladas por diferentes profesores de Matemáticas para diferentes niveles escolares. Ordénalas de mayor a menor (1 a 3) según consideras: a) potencian la formación ciudadana. b) potencian del pensamiento variacional

Tarea A.

Bailando por miedo, Paul Klee, 1938



La maestra lleva a clase la reproducción del cuadro de Paul Klee, coloca los niños en semicírculo alrededor de la imagen (actividad que hace a menudo con otras obras de diferentes autores) y pide:

– *¿Qué veis?*

Las primeras respuestas son del estilo:

–*Veo un triángulo*.

La maestra pide

– *¿Cuál?*

La niña lo señala y la maestra pregunta si los compañeros están de acuerdo. Si esta figura es, o no un triangulo. De esta forma se van reconociendo diferentes figuras planas: triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, etc.

¿Esto es, o no, un cuadrado?
– ¿Parece más un rectángulo?
– ¿Como sabemos si es un cuadrado o un rectángulo?
Marc –Veo un cuadrado (lo señala).
Maestra – ¿Esto es un cuadrado? ¿Estáis todos de acuerdo?
Todos – Si
Maestra – ¿Por qué? ¿Como sabemos que es un cuadrado?
Marc – Porque tiene 4 puntas
Maestra – Porque tiene 4 puntas, ¿y qué más Roger?
Roger – Porqué tiene cuatro trozos iguales.
Maestra – ¿Cuatro trozos? ¿Qué trozos?
Maria – Cuatro líneas
Marc – Cuatro Lados.
Maestra –Muy bien, cuatro lados iguales y cuatro puntas iguales. Esto es un cuadrado.

Tarea B

El agua es un recurso limitado finito. Existe una cantidad relativamente fija en el planeta estimada en

1.400 000 000 Km3. El 97,2 % es agua salada, un 2,5% se encuentra entre los casquetes de hielo y glaciales. El resto no mucha es agua dulce.

Analice y responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué cantidad de agua salada hay en el planeta y que cantidad de agua dulce.

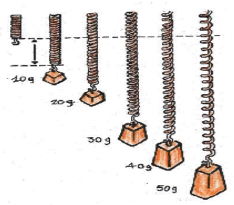
b) El agua dulce se encuentra superficialmente o subterránea. Si la primera representa el 0,7 % de todas las aguas dulces. ¿Cuántos Km3 de agua dulce superficial existe en el planeta?

c) Exprese los datos relativos a la cantidad de agua salada, dulce superficial y dulce subterránea en notación exponencial o científica.8

d) ¿Cuáles son las principales cuencas hidrográficas de nuestro país. ? Localícelas en un mapa.

El alargamiento de un muelle es proporcional a la masa suspendida:

¿Cuál es la longitud de un muelle cuando colgamos una masa de 80 gr?



Con un muelle, pesamos una masa **m** produciendo un alargamiento **a**:

m	50	100	150	200	250	300
a	60	140	190	270	320	400

Dibuja los ejes y los 6 pares de puntos.
Dibuja una recta desde (0,0) que se ***ajuste*** a estos puntos.

Calcula la razón de proporcionalidad para esta recta.

2. ¿En qué sentido consideras tú que estas actividades están formando a los estudiantes como ciudadanos?

3. ¿Qué tipos de actividades fomentan más una formación ciudadana?

4. ¿Por qué consideras que la formación matemática en la escuela puede ayudar a la formación ciudadana?

5. ¿Qué ayuda más a formar en la ciudadanía, una buena tarea, o una buena manera de hacer la clase? Justifica tu respuesta.

6. ¿Por qué la educación matemática debe ocuparse de discutir las relaciones formación ciudadana y formación matemática?

Figura 6.2.1. Cuestionario de opiniones iniciales.

El anàlisis de las respuestas. Las categorías.

En nuestro primer análisis, de las 12 categorías posibles que se explicaron en el capítulo 2 (4-ejes x 3-tipos de conocimiento), consideramos en esta presentación, sólo las 9 primeras (ver tabla 1) de acuerdo con los 3 primeros ejes, dado que entendemos que es difícil que los futuros docentes se posicionen en categorías correspondientes al eje cuatro asociado a sus prácticas.

Organización de categorías en el estudio	**Conocimiento Matemático**	**Didácticos (E/A)**	**Actitud profesional**
Eje 1	1 M	1D	1P
Eje 2	2 M	2D	2P
Eje 3	3 M	3D	3P

Figura 6.2.1. Esquema de categorías analizadas en el cuestionario.

En base a sus respuestas, como ya se explicó en el capítulo 4 de metodología, asociamos aquellas de sus frases que se ajustan a los diversos indicadores de las nueve categorías establecidas a priori, mediante códigos ad hoc (Vanegas y Giménez, 2010), contrastados en coherencia con sus afirmaciones en diversos momentos de su escrito. Se reúnen grupos de argumentos mediante indicadores, agrupados en subcategorías, y en una primera asignación a una submuestra de 10 estudiantes.

Observamos que para una misma subcategoría, en ocasiones se muestran diferentes indicadores en los dos grupos estudiados, como se puede ver en el ejemplo siguiente de la asignación a la subcategoría 1D CI. En la UD se considera el argumento "Permite concienciar al estudiante sobre su realidad, *necesidad de tomar posición* al respecto" que caracterizamos como "ayuda a la toma de posiciones" y en cambio en la UB uno de los estudiantes dice "ayuda a establecer un diálogo, a expresarse oralmente y a respetar los turnos de palabra" que hacemos corresponder al indicador "asume respeto en el diálogo" ambos en la misma subcategoría.

Más adelante se contrastan dichas respuestas con algunas de sus prácticas, en clases posteriores, y en algunos casos se contrasta con entrevistas personalizadas. El equipo de investigación del proyecto discute sobre aproximadamente un 40% de las asignaciones realizadas para dar mayor validez a los resultados y confirmar acuerdos.

Tipologías de profesorado asociadas.

Posteriormente, tal como se justificó en el capítulo 4, se asocian los tipos de respuesta a tres formas de posicionamiento que denominaremos: comprometida o transformadora, ético/ecológica y tradicionalista.

Llamamos un posicionamiento tradicionalista al que da poco valor al diálogo crítico de saberes, y construcción compartida de significados, y separa la tarea matemática de la visión ética-política. En este caso, se insiste en dar algunos indicadores del eje 3, y los que se aluden de los ejes 1 y 2, son los que tienen a ver con lo ético o los valores educativos en general. Llamaremos posicionamiento transformador/ comprometido, al que manifiesta elementos o indicadores correspondientes a una mayor variedad de indicadores asociados a categorías y subcategorías diferentes y en aspectos tanto matemáticos como didácticos, y en particular haya alusiones a todos los ejes, incluido el eje relacionado con la práctica. Llamamos posicionamiento intermedio o ecológico, de forma metafórica, al que alude a indicadores de distintos ejes, con predominio del eje 2 sobre el eje 1 y 3 en el sentido que asocia la ciudadanía al uso de tareas sociales sólo explicitas, y se muestra débilmente los posicionamientos críticos sobre lo social y el valor del diálogo reflexivo y grupal.

La validez de contenido se asegura en cuanto las asignaciones de indicadores discriminan los dos grupos de estudiantes como se observa en el ejemplo de la figura 6.2.1., en donde se puede ver que hay argumentos categorizados en un grupo que no siempre tienen equivalente en el otro grupo.

Diferencias entre las argumentaciones en los grupos del estudio en una cierta categoria	
Argumentos dados en UD	Argumentos dados en UB
Pueden servir para que una persona alcance un cierto nivel de razonamiento y la virtud de valorar y adquirir conocimiento de la importancia que tienen los recursos naturales (2P IS).	-- .
---	No sólo se están trabajando las matemáticas sino que al mismo tiempo se trabaja la cultura y valores, como puede ser el respeto hacia los compañeros, *aceptación de turnos de palabra,* diálogo, *acuerdos* ante controversia... (1D IID)

Figura 6.2.1. Ejemplos de argumentaciones dadas en los dos grupos.

6.3. Resultados del estudio piloto.

Nos basamos en la hipótesis de que sólo dejando expresar sus ideas a los futuros profesores será posible ir a fondo de sus posibles rigideces conceptuales , incomprensiones, ausencias culturales...

Malara, 2005[34]

En el capítulo de metodología hemos explicado las caracteristicas metodológicas de este estudio. Mostraremos ahora algunos resultados de los cuestionarios de la muestra que se realizó con 60 alumnos de Bogotá y Barcelona en 2008. Estos resultados nos permiten dar valor al cuestionario para implementarlo con otras muestras de alumnos.

Resultados en base a elección de las tareas fomentando ciudadanía.

Una gran mayoría de los estudiantes indican que la situación que promueve más ciudadanía es la B (luego A y luego C). Parece que asocian el hecho de que la tarea se vincula según ellos a un contexto ecológico. Alguno de los estudiantes dice que es la única tarea que se asocia a formar en ciudadanía. Y percibimos que no es fácil que nos manifiesten un posicionamiento en cuanto construcción de identidades, formación de identidad democrática y formación para la paz, y si en

[34] Malara, N. (2005). Leading in-service Teachers to approch early algebra. In: L. Santos, et al (eds.) Mathematics Education: Paths and crossroads. Lisbon.pp. 285-304.

cambio surge muy fuertemente la construcción de identidad social y problematización.

De forma semejante en ambos grupos un 86% dice que tanto la tarea propuesta como la manera de hacer la clase son importantes para formar en ciudadanía, y el resto se decantan hacia el valor de la tarea como lo más importante. En el caso de UB, señala como aspectos fundamentales el trabajo en grupo, diálogo, etc pero los argumentos son comportamentales-actitudinales como "*respetar las palabras, saber escuchar,...".*

En la UD se habla también del diálogo, pero más en el sentido de concientización. En el caso de los estudiantes de la Universidad Distrital (UD), una gran mayoría indican como actividad que mejor favorece la formación ciudadana la que se refiere a cálculos sobre el agua. En sus argumentaciones notamos que asocian el hecho de que la tarea se vincula según ellos a un contexto ecológico y se intuye que aunque no se pida explícitamente, en alguna de las preguntas se está opinando sobre un fenómeno de interés social. Algún estudiante incluso dice que esa es la única tarea que se asocia a formar en ciudadanía. Un porcentaje menor elige la primera tarea como más potenciadora de competencia ciudadana. Se alude en primera instancia a que "aunque se habla de pintura, se dialoga y se discute de tal manera que se ve que la forma es una característica de los objetos pictóricos".

En el caso de los estudiantes de la Universidad de Barcelona (UB), la mitad aproximadamente, seleccionan la primera actividad y la otra mitad privilegian la segunda. El argumento mayoritario de la elección en el primer caso, se basa en la importancia que dan al diálogo y en el segundo al hecho que se aborde una problemática social. Nadie indica la tercera como la mejor, en ninguno de los dos grupos. Los argumentos que se dan se basan en que "una ley física es indiscutible", o que "no hay abordaje de problema social". En ambos grupos, identificamos que los futuros profesores se posicionan claramente en que forman en ciudadanía las tareas que se asocian a problemáticas de la sostenibilidad.

Codificación de respuestas según los ejes de aprender a formar en ciudadanía.

Ante todo, en la figura 6.3.1. vemos frases que nos indican sus alusiones al eje 1 sobre apropiación crítica-política de saberes. Y percibimos que no es fácil que nos manifiesten un posicionamiento en cuanto construcción de identidades, formación de identidad democrática y formación para la paz, y si en cambio surge muy fuertemente la construcción de identidad social y problematización.

Tipo de respuesta	Indicadores asociados	Categ.
- "… que ***pongan a pensar a los niños*** no sólo en *resolver problemas matemáticos* sino que ***se den cuenta de la realidad*** en la que *estamos*, ***que desarrollen también su parte humana"***. -"Logran *captar problemas* como ciudadanos de este planeta, colocan al estudiante en *contextos reales del mundo*".	Conseguir hacerse opiniones. Promover un Valor humanista del conocimiento.	PHP
- "Las que nos ***presentan datos*** reales, con los cuales ***podemos apreciar*** los recursos de nuestro planeta y ***diferentes avances*** científicos, artísticos, etc."	Fomentar reconocimiento de avance científico sobre problemas reales	PHM
- "***Permite concienciar*** al estudiante sobre su *realidad*, necesidad de *tomar posición* al respecto" - "Aquellas en las que se pueden enseñar a *respetar opiniones diferentes*"	Permitir tomas de posicionamiento Reconocimiento de las ideas de otros.	CID
- "Aquellas donde los estudiantes **entren en *discusión*** por *temas* ***que les interesen***"	Identificar necesidades	CIP
- "**Construyendo conocimiento matemático** en el cual se aprende a ***trabajar en grupo***, a ***escuchar, tolerar posturas***, ***complementar***, ***construir formas de solucionar***"	Cooperar en la construcción de conocimiento matemático	RND
"el niño *participe*, *exprese*, y tenga **derecho a equivocarse y ser corregido**, .. hechos que les puedan ocurrir" "… que *fomenten valores* y *trabajo en grupo*"	Evitar abusos de autoridad y valorar el trabajo grupal	RNP

Figura 6.3.1. Ejemplo de observaciones relacionadas con el desarrollo crítico de saberes

Respecto al segundo eje considerado, que se refiere a la aproximación dialogal en la participación constructiva y responsable, identificamos que los futuros profesores se posicionan claramente en el valor de las tareas asociado a la sostenibilidad.

Tipo de respuesta	Indicadores asociados	Categ.
"También **culturizan** al estudiante al proponer la ***localización* de fuentes hidrográficas** en el *país* en que *viven*"	Valor de usar las matemáticas en la gestión de recursos y del patrimonio.	ISM
- "… pueden servir para que una persona alcance un cierto *nivel de razonamiento* y la virtud de *valorar* y adquirir conocimiento de la *importancia* que tienen los *recursos naturales*" - "Promueve a *tomar consciencia* del agua como *recurso natural*" "La actividad es una excelente propuesta de *concientización* sobre los *recursos ecológicos*"	Concienciar sobre el impacto de valores sociales y consecuentes decisiones docentes	ISP
- "… permiten *investigación* y *toma de consciencia* de los *recursos* de la naturaleza" - "Forma a los estudiantes sobre el sentido de la *responsabilidad*, con el *cuidado del agua*".	Construir acciones (investigación, …) para la gestión de recursos	ISD
"permite una tolerancia entre los estudiantes y un trabajo en grupo" - "Los *diferentes puntos de vista* de cada estudiante deberán ser aportados de forma *participativa*, trabajar de *forma conjunta* llegando a un común acuerdo"	Fomentar la coordinar grupos, iniciativas, gestionar para superar conflictos	LDD
- "…en su *contenido* reflejarían algún *problema* o *algo necesario para la comunidad*, para que en su *solución* se encuentren ***distintas maneras para evitar la continuidad de este***"	Reconocer el valor de encontrar soluciones pertinentes a problemáticas	CCP
- "En la formación matemática los estudiantes aprenden que *no todos son iguales* y que *esas diferencias son buenas*. Esto lleva a que los niños también aprendan a *trabajar en equipo*".	Fomentar reflexión y toma de decisiones en equipo.	CFD

Figura 6.3.2. Observaciones realizadas en relación al eje 2.

Aunque algunos valoran su preocupación por los elementos del diálogo en si mismos como construcción del conocimiento social, no lo asocian directamente a la construcción social del conocimiento. Tampoco lo asocian a un análisis didáctico de la situación que requiere que el docente tenga un registro del diálogo para ver si realmente favorece dicha construcción del conocimiento. Es decir, miran la acción profesional centrada en la tarea propuesta y no tanto en los elementos de desarrollo de la misma. Quizás se dejan influir por la tarea de corte ecológico, aunque no discuten en casi ningún caso el valor de las posiciones dialogales en la tarea de arte, como construcción compartida. Y sus contribuciones en este eje, no se basan en los ejemplos mostrados, sino en sus ideas/intenciones al respecto. En la tabla , vemos algunas de sus afirmaciones.

En las observaciones que hacemos del tercer eje (figura 6.3.3.) constatamos que sus observaciones sobre el valor de lo crítico, son más genéricas que específicamente reflexivas respecto lo matemático en si mismo. Así, por ejemplo, nadie explicita que la ley de Hooke es un ejemplo concreto que quizás podría experimentarse, aunque sea poco comprometido en su valor social y ciudadano.

Tipo de respuesta	**Indicadores asociados**	**Categ.**
"... matemáticamente hablen sobre *diversas situaciones del país*, por ejemplo *problemas de clasificación* de acuerdo a las *clases sociales* o algunos ejercicios que refieran al *medio ambiente*"	Identificar y reconocer la aplicabilidad de las matemáticas	VMM
- "El ambiente que cree el docente entre el alumnado en la enseñanza les ayuda a *relacionarse*, a tratar con *personas distintas*, *tolerar* a los demás y si se tratan *temas de la cotidianidad* para *construir* los saberes matemáticos hay posibilidad de quedar *reflexión* sobre que son importantes"	Reconocer actividades y acciones encaminadas a desarrollar capacidad de análisis en los estudiantes	VMD
- "Exige que se tenga un *concepto crítico* ante la *situación*".	Promover actitud cuestionadora	VMP
-"Permite *relacionar cantidad de agua* y *necesidad de ahorro* y de *cuidado del medio ambiente*" - "No sólo se *usa el pensamiento matemático* sino que con este podemos *ver* y *conocer* lo que pasa con algunas cosas de *nuestro entorno*".	Establecer relaciones que permiten contrastes, deducciones, y creaciones	RCM

Figura 6.3.3. Frases de los futuros docentes en relación a l eje 3.

Posteriormente se ajustan los indicadores enunciados en el capítulo 3 a las respuedstas que se dan redalmente. Se conservan algunos indicadores que mantienen una validez de contenido, aunque no se encuentren, porque quizás se encontrarán en otra muestra.

6.3.1. Discusión de resultados en el estudio piloto

Realizaremos la discusión cualitativa sobre los resultados considerando cada una de las 9 categorías analizadas. Los datos cuantitativos de alusiones a los distintos ejes y categorías se encuentran en el anexo 27.

Resultado 6.3.1.1. ***Respecto la categoría 1M, podemos decir que es la que más aparece en el eje 1 en las respuestas de la UD con gran diferencia con respecto la UB en donde casi ni aparecen.***

Se caracterizan fundamentalmente en la subcategoría de convivencia y cohesión social (1M CI) con argumentos como los siguientes: "*construyendo conocimiento matemático en el cual se aprende a … tolerar posturas…* c***onstruir formas de solucionar***… (1M CI)". También aparecen algunos argumentos de posiciones humanizadoras (1M PH) "…*nos presentan datos reales con los cuales* ***podemos apreciar*** los recursos de nuestro planeta y diferentes ***avances*** científicos, artísticos, etc.". No hay evidencias de las otras categorías.

En la UB sólo aparece un comentario en esa categoría refiriéndose a que en la tarea del agua "… *no tan sólo se base en cálculos… los alumnos encuentren sentido y así entiendan las matemáticas como* ***una forma diferente y universal de representar problemas*** *que pueden surgir en nuestra vida cotidiana*" (1M PH).

Resultado 6.3.1.2. ***Al analizar con mayor detalle las afirmaciones y justificaciones dadas, podemos decir que en la UB, la mayoría de asignaciones (un 78%) se encuentran en las categorías de corte didáctico 1D, y 2D es decir, en lo didáctico del eje 1 o del eje 2, que llamamos de apropiación política y crítica de saberes. La situación es muy distinta en la UD en donde la mayoría de las argumentaciones se encuentran en posicionamientos del eje 2.***

En la UB, los indicadores más aludidos en la categoría 1D se encuentran en subcategorías que hemos llamado "tratamiento de la convivencia" (1D CI) e "identificación de entidades colectivas en cuanto apertura" (1D II). (Vanegas y Giménez 2010). En cambio en la UD sólo encontramos alusiones a la primera de ellas. Otros indicadores de "identidad democrática (1D ID)" son más difíciles de encontrar.

En efecto varios estudiantes dan argumentos del tipo "en la tarea… *se trabaja el ponerse de acuerdo y enfrentar la controversia*" a lo que hemos asignado la subcategoria anterior, pero no entendemos que se esté refiriendo a la resolución de conflictos en el aula en cuanto identidad democrática, sino más bien a unas buenas normas de comportamiento como normas sociales, no sociomatemáticas.

En muy pocos casos, sí hay alusiones al respeto como identidad democrática "*ya que es una actividad que se presenta el arte como medio para poder observar dialogar y compartir los diferentes puntos de vista (1D II) de los alumnos de tal manera que se llegue a un consenso sobre las formas…(2M CC)".* (siempre de acuerdo con lo explicado en Vanegas y Gimenez, 2010).

Un 17% de frases que aluden a lo profesional en el eje 1 (categoría 1P), que se dan en la UD (y no en UB) con afirmaciones casi siempre del tipo humanizador: "*…que pongan a pensar a los niños no sólo en resolver problemas matemáticos, sino que se den cuenta de la realidad en la que estamos, que desarrollen también su parte humana ".* Y en menor porcentaje, afirmaciones del tipo convivencia (CI) "donde los estudiantes entran en discusión en temas que les interesen". "la actividad... , se puede observar …observando por si mismo en un mapa qué cantidad…y observar las contaminaciones que se han generado… (ID).

Respecto al segundo eje considerado, que se refiere a la *aproximación dialogal en la participación constructiva y responsable* podemos decir que en la categoría 2M no hay alusiones en la UB. En la UD, surgen un 16% de afirmaciones como : "*también culturizan al estudiante al proponer la localización de fuentes hidrográficas en el país* *en que viven*" (2M IS) referidas al valor de uso de las matemáticas en la gestión de recursos. En ambos grupos, identificamos que los futuros profesores se posicionan claramente en que forman en ciudadanía las tareas que se asocian a problemáticas de la sostenibilidad.

En la UB, cuando se alude a recursos se reduce a intencionalidades a las que no podemos asignar la categoría citada. En cuanto la categoría 2D constatamos indicadores de promover gestión dirigida a la reflexión comprometida con argumentos del tipo siguiente "*… el agua como recurso limitado, destacando la pregunta de valorar la importancia del ahorro de los recursos… eso hace que el alumno se deba implicar… y valorar la magnitud*" (2D CC). Esta subcategoría no aparece en UD. Cuando se defiende argumentalmente la actividad del agua en el grupo de UB, se alude a fenómenos sociales como el abastecimiento, lo natural, o incluso a que se usa una nomenclatura técnica para describir complejidad. Sólo en un caso aparece un argumento de contenido social hablando de que el alumnado encontrará sentido a las actividades como forma universal de representar problemas que nos podemos encontrar en nuestra vida. En general se trata de argumentos sobre el valor interdisciplinar más que la implicación social que ejerce el fenómeno en cuanto la contextualización del significado matemático.

Los estudiantes colombianos no discuten en casi ningún caso el valor de las posiciones dialogales en la tarea de arte, como construcción compartida de significados que se situaría en una posición de construcción social inquisitiva. Y sus contribuciones en este eje, no se basan en los ejemplos mostrados, sino en sus ideas/intenciones al respecto.

El grupo de futuros docentes españoles, a diferencia de lo anteriormente expresado, se posicionan mayoritariamente en la opción dialogal respecto lo didáctico. Un ejemplo idiosincrático se encuentra en la subcategoría 2D LD, en donde encontramos alusiones como "*…los diferentes puntos de vista de cada estudiante deberán ser aportados de forma participativa…*" . En algunos casos se alude al impacto social "forma al alumnado en el sentido de responsabilidad (2D IS) que no aparecía en ningún estudiante de la UB. Después del análisis completo, vemos que no aparecen argumentos asociados a procesos evaluadores de regulación, transformación y movilización (2D TM), como tampoco la idea de generar procesos de reflexión colectiva (2D DC).

En la categoría 2P, en la UB aparecen argumentos que interpretamos relacionados con la coflexión (Valero, 1999) en el sentido de construcción de conocimiento grupal que desarrolla actitud profesional de reflexión compartida en la construcción de conocimiento y se ve en afirmaciones del tipo "*la maestra hace reflexionar a sus alumnos de forma práctica oral y en grupo y alude a diferentes figuras planas…*" (2P DC).

Aunque algunos futuros docentes colombianos valoran su preocupación por los elementos del diálogo en si mismos como construcción del conocimiento social, no lo asocian directamente a la construcción social del conocimiento como promoción de ciudadanía. Tampoco lo asocian a un análisis didáctico de la situación que requiere que el docente tenga un registro (real o experiencial) del diálogo para ver si realmente favorece dicha construcción del conocimiento crítico. Sin embargo si aluden a asumir intencionalidad colectiva encaminada a mejoras grupales (2P TM), que se observa en frases como "*en la formación matemática el alumnado aprende que no todos son iguales, y que esas diferencias son buenas. Esto lleva a que … aprendan a trabajar en equipo*". Encontramos algunas alusiones a coherencia y compromiso (2P CC) como "en su contenido reflejan algún problema o algo necesario para la comunidad, para que en su solución se encuentren distintas maneras para evitar la continuidad…" que entendemos como que se reconoce el valor para encontrar soluciones pertinentes a problemáticas.

A partir de lo observado, podemos afirmar que los estudiantes de UB, plantean argumentos mediacionales, que son interesantes, ya que en algún momento se relacionan con la búsqueda de consenso. Pero estos elementos nunca se relacionan directamente con elementos del contenido matemático en sí mismo. Esta posición está cercana a maneras de entender las matemáticas desvinculadas de su entroncamiento con el mundo real. De hecho no se alude casi nunca a la modelización. Al observar los argumentos dados, nos damos cuenta de que se interpreta la ciudadanía como un valor, sin dejar explícito el papel de lo matemático en las argumentaciones dadas. Esta constatación permite imaginar que se trata de un planteamiento básicamente metodológico y no propiamente político. Y el posicionamiento no tiene componente social grupal, sino que tiene un sentido más individual, ligado a un posicionamiento ético de tipo formal "educado" más que comprometido.

Resultado 6.3.1.3. ***En cuanto al uso de las matemáticas para analizar críticamente aspectos de la sociedad (eje 3), se observa una mayor variedad de respuestas en los estudiantes de UD, correspondiendo a las diversas subcategorías, mientras que en UB sólo hay algunos indicios..***

En cuanto al eje 3, de uso de las matemáticas para analizar críticamente aspectos de la sociedad, en UB se muestran sólo indicios de argumentos en la categoría 3M, sólo en cuanto al indicador leer interpretar y construir para elaborar conclusiones y decisiones, "relacionando el pensamiento matemático con … del mundo… se plantea como un problema en el que utilizamos a las matemáticas para…. "(3M, MI). En UD, las reflexiones se amplían a mayor número de constataciones del tipo que forma en ciudadanía las actividades "*que matemáticamente hable sobre diversas situaciones del país, por ejemplo problemas de clasificación de acuerdo a las clases sociales …o medio ambiente*" identificando y reconociendo la aplicabilidad de las matemáticas (3M PC), "no sólo se usa el pensamiento matemático sino que.. ver lo que pasa en las cosas de nuestro entorno" (3M MI).

Parece lógico que no se den argumentos en subcategorías que hacen referencia a constatar el valor de ideas científicas en la historia

(3M EC), o dominar heurísticas en resolución de problemas (3M AC) que implican un desarrollo matemático más profundo. Al analizar con detalle algunas respuestas de la UD, nos damos cuenta que podemos ubicarlas en lo profesional , en la categoría 3P tipo "*el ambiente… les ayude a .. y si se trata de temas de la cotidianidad … para reflexionar cuáles son importantes*" (3P PC). Se observan alusiones que pueden asumirse tendencia crítica en frases como "tareas en que…el estudiante tenga derecho a equivocarse y ser corregido" (3P AC). Este tipo de respuestas no las observamos en UB. Quizás sea precisamente porque no han hecho ningún curso anterior en matemáticas en su formación inicial

Para constatar los tipos de futuro docente, es importante reconocer que la no alusión a cierto tipo de indicadores que implican compromiso hace que pensemos que no se dan realmente en nuestra muestra profesores comprometidos. En cuanto al eje 1, en la categoría 1D, ninguno de los dos grupos de estudiantes no muestran ninguna alusión a indicadores que agrupamos en dos subcategorías que llamamos "amistad y reconocimiento de pueblos y culturas" (1D RC) y "problematización humanizada" (1D PH).

En cuanto al eje 2, vemos que no se dan indicadores de actitud investigadora sobre la propia práctica (2P AC) y tampoco alusiones a cooperación que lleva consigo diálogo igualitario (2P LD) en ninguno de los dos grupos. Y aunque cueste reconocerlo, no encontramos ninguna alusión al componente didáctico el eje 3. Seguramente porque se encuentran en un momento temprano de su formación en aspectos matemáticos, y no han reconocido en su formación previa un desarrollo de procesos de conjeturación y refutación, como forma de enseñar críticamente.

Resultado 6.3.1.4. ***A partir de los resultados analizados, sólo encontramos sólo dos casos encada uno de los grupos (UD y UB) en los que se observan indicios de profesor comprometido. En cuanto a los trazos de profesor ecológico, el estudio muestra un 50 % del grupo de la UD, y un 31% en la UB***

Al tratar de reconocer los cuatro estudiantes, observamos que sus argumentos manifiestan una visión que une las matemáticas con la ciudadanía en distintos aspectos, usando expresiones competenciales que fundamentan finalidades de las matemáticas. Por otra parte es paradigmático que en estos alumnos hay actitudes profesionales en las que el docente es quien toma decisiones respecto la ciudadanía, con manifestaciones del tipo: "*Creo que cualquier actividad y propuesta escolar tiene la intención de formar a los ciudadanos positivamente… se puedan enfrentar a la convivencia, situaciones sociales, problemas ciudadanos, política…*". Los resultados nos confirman que los profesores comprometidos se caracterizan porque son casi los únicos que muestran indicadores correspondientes a las categorías que a priori habíamos considerado que enfrentaban con mayor rigor la relación ciudadanía/matemáticas: 3M MI, 3M PC, 2P DC, 2D LD, 1D II, 1P CI.

En cuanto a los trazos de profesor ecológico, el estudio muestra un 50 % del grupo de la UD, y un 31% en la UB. Una parte importante de los futuros docentes de UB se muestra tradicionalista en cuanto no alcanza a mostrar posicionamientos activos y explícitos en cuanto al papel que juegan las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y sus actitudes en cuanto a ser promotoras de ciudadanía. Conjeturamos que no puede deberse a diferencias simplemente culturales, sino más bien debido al hecho de que ya han recibido un año de formación específica.

6.3.2. Reflexiones sobre los resultados del estudio.

Ha sido importante reconocer las concepciones iniciales de los estudiantes para profesor, porque nos permite ver que no asumen en general muchas de las características de una actividad potencialmente rica en el desarrollo de la ciudadanía. Sus motivos para indicar que una actividad era mejor que otra, no aluden a muchas de las características que suponíamos, sino tan sólo a dos o tres de ellas.

A partir de sus indicaciones, constatamos que casi un 80% de los futuros docentes miran la acción profesional que forma en ciudadanía, centrada en la tarea propuesta junto con sus preguntas y no tanto en los elementos de desarrollo de la misma. Es decir, piensan que la tarea es fundamental para formar en ciudadanía, en la medida que debe proporcionar desafíos cotidianos y ciudadanos, o por lo menos en alguna de sus preguntas, debe llevar explícitamente la demanda de discusión. En el caso de los estudiantes españoles las argumentaciones se fundamentan en el valor del diálogo y la participación en la clase como construcción social, así como los componentes didácticos, mientras que en los colombianos hay más reflexiones sobre los aspectos matemáticos. Analizando según los ejes o dimensiones del tratamiento de la ciudadanía, el que menos se manifiesta es el eje 3, en cuanto apropiación de una perspectiva crítica desde lo matemático.

El estudio mostró que la tendencia crítica se da muy poco y tan sólo la mitad de los estudiantes están en posiciones abiertas ecológicas. Ello coincide con lo que mostraron otros trabajos sobre lo social/matemático, en cuanto lo difícil de superar el profesor conformista (Burgués y Giménez, 2007).

Aunque no fuera objetivo de este trabajo, el estudio realizado deja entrever que los rasgos de profesor tradicionalista se asocian a maneras de ver las matemáticas como conocimiento que permite mediante cálculos resolver problemas sin ir mucho más allá de su valor modelizador y su aporte en el avance de las ideas científicas. En este posicionamiento, la ciudadanía se reduce en muchos casos a comportamientos éticos intencionales independientes de las matemáticas. Estos resultados son coherentes con los que encuentran Gil y otros (2003) hablando de lo cultural.

Se ha puesto de manifiesto que no influye tanto las tradiciones culturales diferentes como el hecho de que los estudiantes colombianos ya han tenido una formación específica en matemáticas y su enseñanza. Los resultados nos permiten incidir en la construcción del conocimiento didáctico (Gómez, 2002) en cuanto se debe trabajar más el análisis didáctico de los procesos de estudio en base a reconocer el potencial de desarrollo de la competencia ciudadana, porque no aparece tan espontáneamente como pudiéramos pensar. Por otro lado, los resultados nos indican la necesidad de trabajar sobre la diversidad de tareas que se proponen en el aula de matemáticas, y específicamente las que contribuyen al desarrollo de competencias transversales.

Una ***consecuencia importante para el diseño de Ciclo Formativo*** que podemos inferir, es lo siguiente. A partir de los resultados, consideramos que es importante trabajar sobre el significado de los contextos intra y extramatemáticos y su valor en la construcción de tareas matemáticas, el papel de las interacciones en la clase en cuanto contribuyen al diálogo, y la necesidad de trabajos interdisciplinares colaborativos en los que se genere y autocontrole la controversia y el debate en cuanto forma ciudadanía más allá de la propia tarea.

Para ganar en fiabilidad, se decide pasar el mismo cuestionario a un grupo mayor de 110 profesores de Infantil y Primaria de la Universidad de Barcelona en dos momentos diferentes; los cursos 2008 y 2009, con una muestra de 120 estudiantes, pero hemos decidido no incluir los resultados en esta memoria para no interferir con los objetivos primordiales del estudio.

Capitulo 7

Diseño de un ciclo formativo de aprender a formar en ciudadanía

RESUMEN

En este capítulo se explica la propuesta de un estudio de investigación-acción siguiendo la metodología DBR, en la que se considera un experimento de enseñanza basado en lo que llamamos un ciclo formativo (7.1). Se explica el contexto institucional y se presentan las competencias profesionales desarrolladas.

Se justifica las características importantes del ciclo formativo como desarrollo de una competencia transversal para los futuros profesores de Secundaria en Matemáticas de Secundaria (7.2). Se explican los formatos de intervención y la recogida de datos del experimento.

Se explica la estructuración inicial del ciclo (7.3.), y las tareas profesionales que se desarrollaron el primer y segundo año, una a una (7.4). Se explica la trayectoria de formación a priori sobre contextualización y modelización, comenzando por el posicionamiento inicial del alumnado en el año 1. A partir del trabajo final de master y sus efectos esperados sobre el ciclo propuesto (7,5,).

Se incorpora la versión final del Ciclo como propuesta de rediseño del experimento de enseñanza en el año 3 (7.6.). Se explican las tareas profesionales una a una mediante la explicitación de objetivos, recursos, situación generadora y expectativas de desarrollo competencial.

7.1. Justificación del estudio. Experimento de enseñanza.

La experiencia sola no implica aprendizaje. El aprendizaje requiere que el alumnado se implique en investigación sistemática y reflexión sobre la práctica.

John Mason, 2002

En base a cumplir con el objetivo 3 de nuestra tesis, justificamos a continuación la necesidad de planear un experimento de enseñanza, para cumplir con los elementos que nos faltan del objetivo 3 de nuestra tesis: "Caracterizar un diseño de formación de profesorado de Matemáticas para Secundaria, que desarrolle la competencia de aprender a formar en ciudadanía democrática a través de las matemáticas".

Y con ello, nos proponemos dar respuesta a las preguntas P22. ¿Qué elementos deben ser considerados en una propuesta para el desarrollo de prácticas profesionales de formación inicial de docentes de secundaria? ¿Qué aportes proporciona la implementación de dicho diseño? Y dar respuesta a la pregunta P23. ¿Cómo sintetizar y estructurar los resultados obtenidos como rediseño de la propuesta de formación?

El origen de nuestra problemática se explicó ya en la introducción de esta memoria. Estamos en un momento de reforma de los currículos de formación inicial de los profesores de matemáticas, en términos de competencias lo cual conlleva un debate sobre los principios que debieran fundamentarlos. Recientemente ha habido un incremento notable de las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas como se refleja en las revisiones incluidas en los "handbooks" de investigación en educación matemática (Llinares y Krainer, 2006; Sowder, 2007; Wood, 2008) entre otros.

Una de las problemáticas que más ha interesado es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesorado requerido para enseñar matemáticas. Un problema persistente en este marco de la educación matemática es cómo diseñar programas de formación que planteen problemas profesionales, que influyan sobre la naturaleza y calidad de la práctica de los profesores. Las prácticas profesionales deben permitir al futuro profesor saber describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza y de aprendizajes situados y contextualizados (Llinares y Krainer, 2006).

Queremos determinar cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias básicas del currículo de Secundaria y qué propuestas de evaluación competencial desarrollamos más allá de los logros (Romainville, 2002). En particular, desarrollar la competencia de aprender a formar en ciudadanía.

Para ello, presentamos en un contexto cultural y curricular, un ciclo formativo-reflexivo en que el formador de futuros profesores de la etapa 12 -18 años, mediante la reflexión realizada sobre su propio trabajo como profesor, consiga iniciar al futuro profesor en la práctica profesional y en el tipo de discurso que realiza el docente en ejercicio sobre dicha práctica profesional.

7.1.1. ¿Por qué un experimento de enseñanza?

Un experimento de enseñanza, como se ha explicado en el capítulo de metodología, contempla un "ciclo de investigación" en tres fases (Gravemeijer, 2004).

Fase 1: Diseño y planificación de la instrucción que comprende (Simon, 1995): (a). La definición de los objetivos de aprendizaje que delimitan las metas a alcanzar. (b) El diseño de tareas. (c) La explicitación de una trayectoria hipotética de aprendizaje o predicción de cómo el pensamiento y la comprensión de los estudiantes pueden evolucionar cuando resuelven las tareas propuestas.

Fase 2: Experimentación en el aula o en un entorno virtual de las tareas diseñadas.

Fase 3: Análisis retrospectivo.

Para iniciar la fase 1, vamos a explicar el contexto institucional de la experiencia (7.1.1.) y posteriormente mostrar las competencias que se propone desarrollar el programa de formación específico (7.1.2).

El *ciclo formativo* se justifica en términos del perfil de profesor deseado (Font et al., 2012), las nuevas competencias de formación de profesores, los cambios curriculares y las propuestas de investigación desarrolladas sobre la idea de practicas matemáticas democráticas (capitulo 3 de esta memoria). El itinerario definitivo del ciclo se organiza inicialmente en torno a los objetivos generales y las tareas profesionales. La explicitación de la trayectoria hipotética sobre aprender a formar en ciudadanía, se hará posteriormente.

Los objetivos propuestos, se entrelazan con las competencias planteadas en la propuesta de formación general que desarrollamos (Font et al 2012).

Una de esas grandes competencias es desarrollar su habilidad de análisis didáctico y otra la asumir criterios éticos y prácticos para valorar situaciones profesionales. En resumen, entendemos que los grandes objetivos a desarrollar en nuestro ciclo de formación son de dos tipos, los que se relacionan con lo transversal, y los específicos.

(1) Desarrollar una identidad profesional sustentada en un conjunto de valores democráticos vinculados a un compromiso ético en su práctica.

(2) Reconocer el valor de las matemáticas para interpretar problemas sociales y argumentar la toma de decisiones del profesor en cuanto la planificación y diseño de prácticas que tengan como propósito dar poder al alumnado mediante las matemáticas.

(3) Saber realizar un análisis didáctico que tenga en cuenta fomentar la capacidad crítica y dialogal de los estudiantes como fomento de ciudadanía democrática.

Proponemos, en una primera versión, el diseño de un Ciclo de formación en relación a la competencia profesional de desarrollar elementos que le permitan al futuro docente planificar tareas en el futuro, y desarrolle su habilidad de análisis didáctico y asumir criterios éticos y prácticos para valorar situaciones profesionales en clave de formar para la ciudadanía democrática.

En nuestro estudio, hemos llamado ***tarea profesional***, a aquellas tareas que se les proponen a los futuros profesores para que ellos desarrollen su competencia en análisis didáctico entendida como habilidad para: diseñar, aplicar y evaluar secuencias de aprendizaje por medio de análisis didáctico, técnicas y criterios de calidad.

El fin de estas tareas, es establecer que los futuros docentes desarrollen ciclos de planeación, implementación, evaluación y propuestas para mejora de manera que pueda identificarse criterios e indicadores para el desarrollo de la competencia y cómo relaciona con otras competencias profesionales requeridas por los futuros docentes de Matemáticas para la Secundaria.

Desde esta perspectiva, las tareas profesionales que los formadores de profesores plantean a sus estudiantes se consideran como instrumentos de una práctica que debe ser comprendida y aprendida para llegar a comprender y mejorar una determinada práctica. (Llinares, 2011). Consideramos en nuestro caso las tareas con el objetivo de promover el desarrollo de competencias específicas de formar en ciudadanía.

Las tareas se configuran por dos momentos distintos: (a) una primera aproximación a la respuesta de la tarea, realizada en el espacio físico del aula y en pequeño grupo, y (b) la intervención en el espacio virtual.

Actividades	Objetivo de aprendizaje específico
Explicación general curricular	Identificar la competencia de ciudadanía como una de las competencias básicas curriculares en la Educación Secundaria.
Cuestionario concepciones iniciales sobre Ciurana a través de prácticas matemáticas	Reflexionar sobre las relaciones entre prácticas matemáticas escolares y desarrollo de competencia ciudadana. Explicitar el tipo de tarea matemática que se considera que fomenta la ciudadanía.
Inicio análisis didáctico Presentación episodio de los barrios	Identificar, a partir del análisis didáctico de una situación, el papel de la problemática social en cuanto dar significado a los objetos matemáticos, y al poder de las matemáticas de interpretar fenómenos sociales como forma epistemológica relacionada con el pensamiento crítico. Elaborar juicios sobre prácticas matemáticas de estudiantes y profesores, a partir del análisis de objetos y procesos emergentes en dichas prácticas. Reconocer el papel específico del docente en prelación a las respuestas de los estudiantes
Discusión sobre los resultados del cuestionario inicial Significado de la competencia transversal	Identificar el posible papel del enunciado, contenido, contextos, mediaciones, e interacciones en la construcción de tareas matemáticas que desarrollan ciudadanía.
Análisis de procesos e Interacciones, deliberación y ciudadanía democrática	Reconocer la necesidad de desarrollar prácticas matemáticas en las que se de la formación para la paz, la justicia, y la equidad, de manera que se generen procesos participativos de reflexión grupal, y se considere la diversidad cultural del alumnado.
Realización de Práctica escolar	Actuar con responsabilidad cultural e histórica. Mostrar implicación y compromiso en la organización de prácticas matemáticas escolares.
Reflexión sobre la práctica. (TFM)	Asumir procesos reflexivos sobre la propia práctica que consideren la emisión de juicios de calidad en los procesos de enseñanza/aprendizaje. En particular, énfasis en lo epistémico, lo cognitivo, y el análisis del sistema de normas que fomenta ciudadanía democrática.

Figura 7.1.1.1. Esquema de tareas profesionales del Ciclo de Formación sobre aprender a formar en ciudadanía y objetivos correspondientes.

Para la fase 2 del ciclo de enseñanza (curso 2010-2011), se elaboró una **guía–moodle** (Godino y Batanero, 2008) detallada en la que se presentaban: los objetivos desde dos categorías: conocimiento y objetivo de acción competencial, así como el temario correspondiente

(Competencias profesionales, materiales de soporte y voces de estudiantes que ya habían realizado una práctica similar) y referencias bibliográficas en educación matemática. Al término del ciclo se explicita la evaluación global que no se detalla aquí. Las actividades realizadas se recogían en un "cuaderno personal de prácticas" que en próximas ediciones se usará como evaluación.

A continuación se presentan los principios que justifican y encuadran el diseño de la primera fase del experimento: Presentación de una trayectoria a priori y contexto de la experiencia.

7.1.2. Contexto institucional del experimento

El ciclo propuesto, se desarrolla en la Universitat de Barcelona, en el Máster de Formación de Profesorado de Secundaria en Matemáticas (MFPSM) en los años 2009-2012. Se trata de un Máster pensado para desarrollar fundamentalmente la competencia de análisis didáctico de los futuros profesores, siendo una de sus componentes el análisis de prácticas matemáticas y de los objetos y procesos activados en dichas prácticas. Así mismo se desarrollan otras competencias que han sido descritas en capítulos anteriores. Forma parte de un desarrollo más amplio, que propone el desarrollo de cuatro ejes fundamentales en base a las competencias que se supone que se van a desarrollar.

Se trata de un Máster en el que los formadores explican los constructos de práctica, objeto matemático y proceso de acuerdo con la caracterización que hace de dichos constructos el EOS, pero que en otros momentos se discute bajo los principios de la teoría crítica y la etnomatemática. Se trataba de realizar un experimento de enseñanza que permitiese poner aprueba la teoría en la práctica, el trabajo con los futuros docentes en la construcción del conocimiento y el reconocimiento de los alcances de las diferentes teorías.

El punto de partida del experimento de enseñanza realizado ha sido el Máster de FPSM de la Universitat de Barcelona. Se trata de un Máster pensado para desarrollar la competencia de análisis didáctico de los futuros profesores, siendo una de sus componentes el análisis de prácticas matemáticas y de los objetos y procesos activados sobre dichas prácticas. Se trata pues de un Máster en el que el profesorado explica los constructos de práctica, objeto matemático y proceso de acuerdo con la caracterización que hace de dichos constructos el EOS.

Para desarrollar las competencias profesionales citadas, en el marco de realización del nuevo Máster de secundaria para futuros docentes de matemáticas en la Universidad de Barcelona, se realiza una experiencia basada en que el futuro docente sea protagonista de su proceso de formación. Para ello se requiere que los procesos educativos se basen en actividades significativas para los estudiantes.

En la formación inicial de profesores, que trata de poner en contacto a los futuros educadores con la problemática profesional de la tarea docente, tenemos la dificultad de conseguir que los problemas del profesor, los cuales aún no han sido vividos por el estudiante, se conviertan en significativos para él (Flores, 1998). El objetivo que pretendemos con estas actividades es que los estudiantes reflexionen, de manera sistemática, sobre el conocimiento profesional del docente de matemáticas, partiendo para ello de tareas que promueven la planificación, la acción y la provocación de cuestiones que han surgido durante las prácticas profesionales.

Para resolver una y otra tarea profesional, los estudiantes trabajan sobre las propuestas realizadas durante el proceso de reflexión inicial. Las posiciones iniciales se consideran como objetos personales construidos, a los cuales se les otorgan significados matemáticos y didácticos del profesorado, como emergentes de un sistema de prácticas profesionales significativas asociadas a un campo de problemas laborales. Posteriormente se realizan prácticas docentes, en las que se analizan elementos de la práctica.

En las nuevas propuestas de formación de profesores de matemáticas de Secundaria domina el modelo secuencial (enseñanza de la disciplina, y posterior mirada profesional), que se organiza además en base a competencias profesionales. Ese es el caso de España que supone un conocimiento previo matemático, y un posterior nivel de maestría que contempla una reflexión sobre la práctica profesional.

Así, un desafío principal en los currículos de Máster profesionales basados en competencias, es cómo asegurar que los futuros profesores adquieran las competencias profesionales necesarias para desarrollar y evaluar las competencias de sus futuros estudiantes, que se exigen en los nuevos currículos. En particular, cómo trabajar la competencia de saber desarrollar competencias transversales curriculares como la comunicación y la ciudadanía, entre otras.

El experimento diseñado se organizó inicialmente sobre tres de las asignaturas del Máster de FPSM de la UB: *Recursos para la enseñanza de las Matemáticas*; *Didáctica de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y en el Bachillerato y Competencias y evaluación.* Se trataba de realizar un experimento de enseñanza que permitiese poner a prueba la teoría en la práctica, el trabajo con los futuros docentes en la construcción del conocimiento y el reconocimiento de los límites de la teoría.

7.1.3. Competencias desarrolladas en el Máster específico.

El marco que sustenta la propuesta se ha explicado en el capítulo 3 de esta memoria. Consideramos cuatro bloques de competencias: (a) Conocimiento contextual, curricular, matemático y didáctico; (b) Análisis didáctico matemático; (c) acción profesional; (d) Desempeño ético Se visualizan en la figura dos aspectos transversales de formación: transformación y trabajo en equipo.

Entendemos que el ciclo de formación que desarrollamos incide en fomentar la competencia de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas. En la figura se observan los diversos ciclos de formación que desarrollamos en el Proyecto de Investigación amplio en el que se inscribe esta tesis.

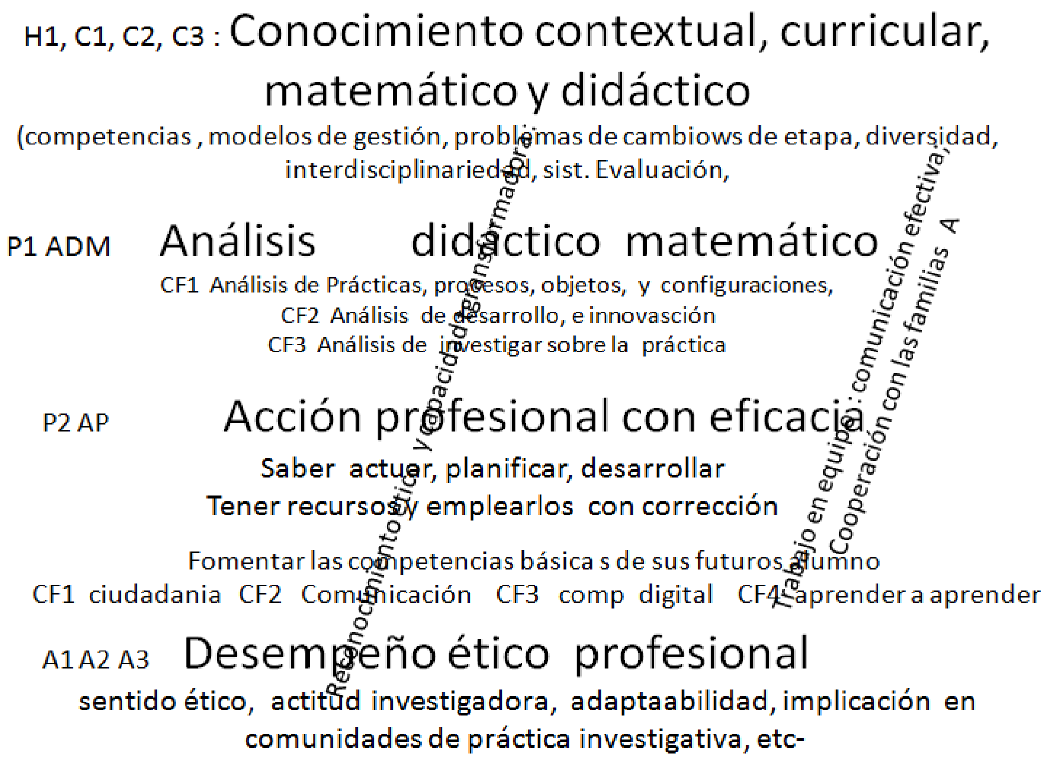


Figura 7.1.3.1. Competencias profesionales en el Master de Formación

En este momento, se trata de investigar si los materiales docentes diseñados permiten generar la actividad esperada en los estudiantes, y la actividad cognitiva y social desarrollada por los estudiantes se corresponde o no con lo que habíamos previsto.

El desarrollo de los diferentes ciclos de investigación en los que se apoyan los “experimentos de enseñanza” se articulan a través de la coordinación del Proyecto general de formación, que se integró en un Proyecto de Investigación subvencionado por el MEC (2010-2012 y 2013-2015) en el trienio 2010-2012 coordinado por el profesor Vicenç Font.

7.2. Bases del experimento en el año 1.

Vemos el diseño de tareas como un elemento crucial de los entornos de aprendizaje y deseamos explorar a fondo el papel que juega en los aprendices

Gravemeijer, et al, 2005

Se diseñan inicialmente siete tareas profesionales, impartidas en el Máster de FPSM de la UB del curso académico 2010-11, dos de ellas correspondientes a la asignatura *Didáctica de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y en el Bachillerato,* dos correspondientes a la asignatura de *Innovación e investigación enseñanza de las matemáticas y* dos sesiones de la asignatura llamada *Competencias y evaluación.* A ellas se añade una presentación curricular que se realiza en la asignatura de *Recursos.*

El entorno de aprendizaje en el que se enmarca la propuesta, se concibe como una "conjunción de las tareas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluido el papel del formador de profesores y los documentos adicionales" (García, 2000) que ayuden a los estudiantes para maestro a construir conocimiento y desarrollar, al mismo tiempo, formas de generarlo. Los entornos de aprendizaje así concebidos se articulan a través de la resolución de tareas en las que los estudiantes para profesor pueden negociar y discutir los significados generados (Llinares, Valls y Roig, 2008).

Para la validación y análisis de los resultados se realizaron triangulaciones de datos y de expertos. Se recolectaron datos en momentos diferentes, se usó las mismas actividades en los dos años sucesivos y se realizaron entrevistas. La triangulación consistió en una opinión de un experto sobre la pertinencia de las tareas, la adecuación a los objetivos de los distintos ciclos que se iban a analizar y el desarrollo de las competencias adecuadas. Se planea y diseña un conjunto de tareas como trayectoria a priori de acuerdo con los planteamientos teóricos, y se pretende rediseñar posteriormente la propuesta en base a los resultados obtenidos.

7.2.1. Formatos de intervención. Recolección de datos.

Contempla una etapa de reflexión individual y colectiva en la que se implementa un modelo didáctico específico que los profesores en formación pueden adaptar de manera crítica a su futura enseñanza, y otra etapa de estudio didáctico en la que tienen oportunidad de aplicar las "guías de análisis y reflexión didáctica" a la experiencia de estudio matemático experimentada. Así mismo, se trata de aplicar la estrategia metodológica y de indagación descrita por Ball (2000) como de "trabajar desde dentro", esto es, de usar la propia práctica como lugar para estudiar la enseñanza y el aprendizaje.

Además, compartimos las ideas de Jaworski y Gellert cuando afirman, que "*es valioso considerar la teoría y la práctica no como polos distantes sino elementos de actividad cognitiva reflexivamente conectados. La teoría psicológica, sociológica y educativa, aunque no esté empíricamente apoyada de manera explícita, se trata de una reflexión humana sobre la práctica*" (Jaworski & Gellert, 2003: 832).

Las clases presenciales fueron, aproximadamente, 10 horas por crédito ECTS de la asignatura (que representan un 40% del trabajo total del alumno). En las sesiones de clases en el primer y segundo año participan los 22-25 alumnos matriculados en las asignaturas citadas. La mayoría de estos alumnos tenían estudios de grado que no aseguraban una competencia matemática de base, debido a que habían cursado pocos créditos de matemáticas en los estudios que les habían permitido acceder al Máster de FPSM. Se desarrolló el ciclo formativo mediante clases presenciales con un uso importante de la plataforma Moodle. El Moodle es un Ambiente Educativo Virtual que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea. Este tipo de plataformas tecnológicas, permite que el alumno tenga acceso remoto a documentos, videos, etc., y que pueda realizar tareas (propuestas en la plataforma), dando sus respuestas a través de la misma plataforma.

El registro de la información fue la grabación en video de las dos primeras horas de clases, la grabación en audio de las restantes, los documentos repartidos por el profesor y las hojas de respuestas de cada uno de los asistentes (por ejemplo, la hoja de conclusiones sobre, los posicionamientos iniciales explicados ya en el capítulo anterior, las prácticas realizadas en relación al problema de densidades, las propuestas curriculares sobre formación para la ciudadanía, la reflexión sobre elementos de crítica y análisis de elementos epistemológicos e históricos, y propuestas de evaluación.

En el trabajo final de prácticas se propone que se justifique el papel de la transversalidad, y se analiza el impacto sobre el trabajo final de Master. En cada uno de los experimentos de enseñanza planificados e implementados, los profesores e investigadores observan y analizan la experiencia, apoyando los análisis desde las referencias teóricas que fundamentan la trayectoria hipotética de aprendizaje.

7.3. Primera Propuesta de Ciclo Formativo

> *El punto crucial es que las actividades, los medios materiales que las mediatizan y sus objetivos están impregnados de valores científicos, estéticos, éticos, etc. que vienen a recubrir las acciones que realizan los individuos y la reflexión que estas acciones exigen […] las acciones que los individuos realizan están sumergidas en modos culturales de actividad*
>
> Radford, L., 2006[35]

En el presente trabajo se justifica y analiza una propuesta para la Formación Inicial de profesores de Secundaria en Matemáticas que tiene en cuenta un enfoque competencial, en donde se discute sobre las relaciones entre lo ético y lo epistémico que permita al futuro docente desarrollar la formación de la ciudadanía a través de las matemáticas.

Tradicionalmente este tipo de discusión se da desde una vertiente generalista, y en este caso, se presenta el trabajo desde la didáctica de

---

[35] Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime*. Número especial. 103 – 129.México.

la disciplina específica. Para conseguir este desarrollo, diseñamos e implementamos ciclos formativos o experimentos de enseñanza (Burgués y Giménez, 2006; Callejo, Valls & Llinares, 2007), en las que se proponen tareas profesionales (Azcarate, Rodríguez, Rivero 2007).

En particular, en nuestra propuesta, implementamos un ciclo de formación, denominado de "Aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas", el cual se estructura a lo largo de diversas materias del Máster: (1) Didáctica de las Matemáticas; (2) Innovación e investigación, (3) Prácticum 2 y Trabajo Final de Máster. Desde el primer año, se considera ciclo transversal a los demás ciclos y por tanto las actividades estarán vinculadas a las actividades planteadas en los demás ciclos.

En este experimento de enseñanza, se diseñaron siete tareas profesionales: cuatro de ellas presenciales y dos virtuales. Los entornos asociados a las tareas, tenían como objetivo el desarrollo de competencias profesionales en un marco de aprendizaje colaborativo y venían determinados por los contextos del aula o del campus virtual, la información teórica proporcionada, las características de la tutorización generada y la naturaleza de las interacciones entre los alumnos, y entre los alumnos y el profesor.

La reflexión y análisis de las prácticas asociadas permitirán observar en cursos posteriores (2010-2011 y 2011-2012) como se reformula y amplia el ciclo, a partir de analizar el nivel de comprensión de los profesores sobre las características que deben tener las situaciones didácticas para el desarrollo de la competencia de formar en ciudadanía a través de las matemáticas. La secuencia de las clases impartidas del ciclo, documentos, tareas, etc., tal como quedó registrado en la plataforma moodle puede verse resumido en la figura 7.5.1. en donde se muestran los títulos de las tareas y situación en las asignaturas del Master.

Se indican también los nexos principales entre ciudadanía y otras competencias de los demás ciclos considerados. Consideramos tres momentos de trabajo: (a) Reflexión inicial, (b) Desarrollo y práctica, (c) Análisis posterior a la práctica.

		Tareas profesionales	**Nexos con objetivos profesionales amplios**	**Materias del master responsables**		
				Competencias y Evaluación	**Análisis didáctico**	**Innovación**
Reflexiión inicial	1	Explicación general curricular	Conocimiento del curriculum oficial	¿Qué dice el curriculum en cuanto la formación competencial?		
	2	Cuestionario concepciones iniciales sobre ciuddanía a través de prácticas matemáticas	Reflexión sobre las competencias transversales y su significado.	¿Qué implica valorar competencias transversales? ¿Qué se propone en las pruebas de compet básicas?		¿Qué significa una práctica matemàtica de calidad? ¿Cómo se analizan prácticas matemáticas?
	3	Inicio anàlisis didáctico Presentación episodio de los barrios	Discusión sobre el significado de la contextualización Contexto extra-matemático y valores ideológicos		¿Qué tipo de objetos y procesos se activan en tareas matemáticas que fomentan la ciudadanía.?	¿Cómo analizamos tareas matemáticas para asumir desarrollo competencial profesional.
Desearrollo y práctica	4	Discusión sobre los resultados del cuestionario inicial Significado de la competencia transversal	Significado de actividad de evaluación Observación en actividades de construcción Actividades de regulación y autocontrol	¿Qué aspectos se privilegian? ¿Se desligan de lo matemático? ¿Tiene sentido proponer una cierta actividad asociada a una competencia para evaluarla?	¿Qué implica cuidar el proceso de contextualización y de idealización ?	
	5	Análisis de procesos e Interacciones, deliberación y ciudadanía democrática	Nexo 3. Significado de la evaluación formativa	¿Con qué criterios se evalúa la competencia ciudadana, comunicativa,etc	¿Qué significan los lementos normativos y qué relación tienen con la transversalidad?	¿Cómo se realiza un anàlisis que considere Idoneidad y complejidad
	6	Planificaciñon y realización de Práctica escolar		¿Cómo evaluar procesos de aula?	¿Qué tipo de tareas fomenta competencias transversales?	Análisis de planificación y desarrollo competencial
Análisis	7	Reflexión sobre la práctica. (TFM)	Análisis de desarrollos y trayectorias didácticas	Autoregulación	¿Cómo fue el desarrollo implementdo?	Reflexión, anàlisis y desarrollo profesional

Figura 7.3.1. Esquema de tareas profesionales y nexos con asignaturas

Sobre el formato de las tareas.

Consideramos que las prácticas instructivas exigen a los futuros profesores que sean más que presentadores del contenido en sus prácticas. Por ello, es preciso que se impliquen activamente e interactúen continuadamente con los estudiantes de la escuela, en la construcción de conceptos matemáticos y formas de razonamiento (Confrey et al., 2008: 107). Las tareas se gestionan de acuerdo con el esquema siguiente:

(a) Presentación de las consignas;
(b) Exploración personal;
(c) Trabajo cooperativo en equipos para elaborar una respuesta compartida;
(d) Presentación y discusión;
(e) Institucionalización por el formador, explicitando los conocimientos pretendidos;
(f) Estudio personal de documentos de trabajo seleccionados, apoyado por las tutorías individuales y grupales.

7.4. Descripción de las tareas del ciclo en el año 1

El estudio de las matemáticas es en ultimo sentido el estudio de la humanidad misma.

Devlin, K., 1998[36]

A continuación se explica cada una de las actividades del Ciclo realizadas en el primer y segundo año de experimentación, se explica el objetivo correspondiente de cada una, así como algunas de las expectativas competenciales pretendidos en nuestro estudio.

[36] K.Devlin, 1998. *The language of mathematics: making the invisible visible* New York: W. H. Freeman & Company. pp 9.

7.4.1. Momento inicial.

A continuación se explican en detalle las tareas profesionales 1, 2 y 3 correspondientes a la fase inicial del ciclo.

Tarea profesional 1. Presentación inicial.

Se inicia el ciclo con una explicación general curricular muy breve que se desarrolla en la asignatura de Recursos para la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria. En dicha explicación se habla de las características generales del currículum, en donde se dice que la formación debe desarrollar competencias básicas, entre las que se encuentra la competencia de ciudadanía. Se describen las explicaciones sobre la competencia ciudadana como ejemplo de las competencias transversales.

El objetivo es que, con esta mirada inicial, se reconozcan algunas variables que inciden sobre una construcción de prácticas matemáticas que fomenten ciudadanía desde el marco institucional. No se pregunta nada específico a los estudiantes, ni ellos hacen preguntas sobre el particular. La versión final mejorada durante el tercer año, se presenta como anexo 12.

Tarea profesional 2. Cuestionario de opiniones iniciales.

La segunda de las tareas profesionales (TP) del ciclo, es el cuestionario de concepciones iniciales, que se justificó en el capitulo anterior de la tesis, para el estudio piloto. Mantenemos una estructura similar, mostrando cuatro situaciones escolares y realizando varias preguntas sobre dichas situaciones, aunque no son exactamente las mismas. Se presenta de forma virtual para ser respondido individualmente.

(a) Se cambia la que se había formulado sobre el agua en el planeta, por otra sobre alimentación (situación A), que introduce la interpretación de sistemas de representación gráfica de datos. El motivo principal es que dicha actividad se propuso en una prueba diagnóstica con alumnos de Andalucía, y permitirá discutir también este aspecto, estableciendo un nexo con el análisis de actividades adecuadas para la evaluación inicial.

(b) Se mantiene la situación B sobre la ley de Hooke como una tarea típica para Secundaria, en la que no se explica un desarrollo de aula, para ver si se echa en falta, y saber si los futuros docentes valorarán el conocimiento histórico y los elementos críticos.

(c) Se cambia la situación sobre las ideas geométricas en la pintura de Paul Klee que era apropiada para la Educación infantil. Se introduce una situación nueva (C) en la que se presenta un fragmento de clase en el que se muestra un diálogo que describe una construcción geométrica con el uso de CABRI, que se considera más adecuada para la Educación Secundaria y que introduce la tecnología.

(d) Se introduce una nueva situación D de tipo funcional que explica un proceso de construcción grupal e investigativo, para provocar que se posicionen sobre el valor de este tipo de tareas como fomento de la reflexión. En ella los niños deben reconocer cuáles de las gráficas corresponden a funciones lineales, o curvas.

En las preguntas se pretende reconocer lo que los futuros docentes consideran que ayuda más a formar en la ciudadanía, una buena actividad o una buena manera de hacer la clase... Se plantea la tarea virtualmente, para dar oportunidad de reflexión.

La intención es que se produzca un nexo con la formulación de tareas de evaluación inicial, en la asignatura de competencias y evaluación y poder hablar del significado de las tareas que realizamos los docentes sobre concepciones iniciales. Así, se explica que algunas de estas situaciones pueden proponerse en la escuela para saber lo que conocen los niños.

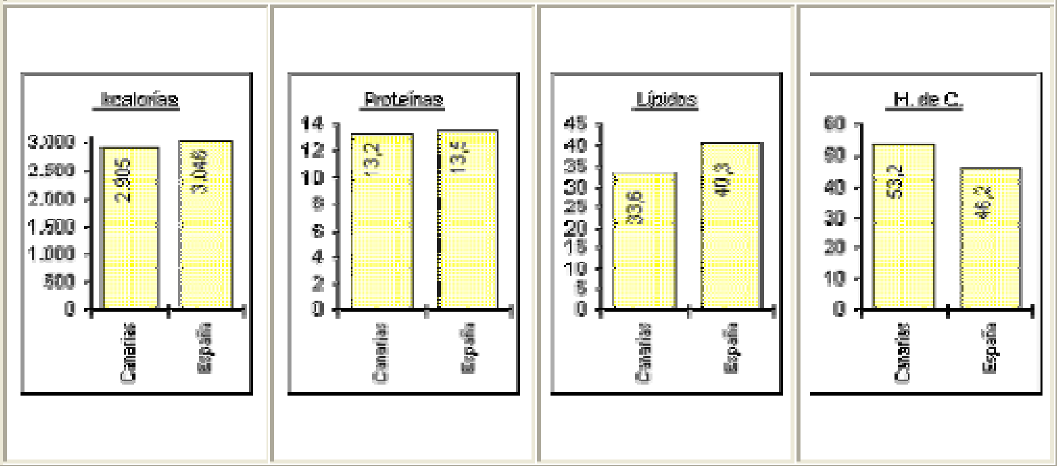
TP 2 Actividad sobre análisis de la aportación de las matemáticas a la competencia ciudadana.

A continuación encontrarás diferentes propuestas realizadas para el trabajo en la clase de matemáticas, para la ESO. En algunas se muestra parte de los desarrollos que han ocurrido cuando se han abordado en clase, otras sólo enuncian la tarea propuesta a los estudiantes.

Actividad A

En la introducción al Plan Canario de Salud se dice que "la alimentación determina en gran medida el grado de salud de las personas y comunidades, incidiendo en la morbilidad y en la mortalidad de las mismas; produciendo, en consecuencia, un elevado coste social y económico"

Gráfico 192. Distribución de la energía según la ingesta de macronutrientes (en porcentajes), por persona y día. Canarias-España.



El gráfico 192 ilustra los patrones alimenticios de Canarias y de España en general:

a) Busca información sobre cuáles son, por término medio, las cantidades que se consideran adecuadas para una dieta equilibrada de los diferentes nutrientes. (Seguramente lo has trabajado en Ciencias Naturales). Infórmate también del número aproximado de kcal por día que necesita un adulto de complexión media y trabajo moderado. Traza, en los gráficos dados, una línea horizontal a la altura de las cantidades consideradas aconsejables, o dos líneas señalando un intervalo en el que estén estas cantidades. Esto te servirá para comparar las cantidades aconsejadas con las que aparecen en el gráfico.

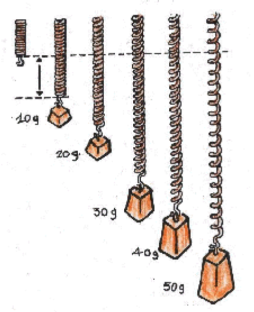
b) ¿Están los datos de Canarias y de España dentro de los límites aconsejados? ¿Cuál es el principal problema que observas?

c) ¿Hay diferencias significativas entre Canarias y España en general? ¿Tienes alguna explicación para la respuesta?

Esta actividad es la primera de una secuencia de actividades titulada "La alimentación y salud. Las matemáticas como herramienta para establecer conexiones", propuesta por la profesora Margarita González del IES Sabino Berthelot de Ravelo en la Isla de Tenerife.

Actividad B
El alargamiento de un muelle es proporcional a la masa suspendida:

¿Cuál es la longitud de un muelle cuando colgamos una masa de 80 gr?



Con un muelle, pesamos una masa **m** produciendo un alargamiento **a**:

m	50	100	150	200	250	300
a	60	140	190	270	320	400

Dibuja los ejes y los 6 pares de puntos.
Dibuja una recta desde (0,0) que se ***ajuste*** a estos puntos.

Calcula la razón de proporcionalidad para esta recta.

Esta actividad es propuesta en un libro de texto para 1º ESO

Actividad C

El profesor Domingo, en la clase de matemáticas (estudiantes de 13 años), usa un programa de construcción dinámica (Cabri) para trabajar geometría. En una de sus clases propone el siguiente problema:

Sea dada una recta t, y puntos P y Q que no pertenecen a t.

1.- Construye la circunferencia que pasa per P y Q y es tangente a t en P.
2.- ¿Cuales son los datos del problema?
3.- ¿Cual es la incógnita?
4.- ¿Cuáles son las condiciones que relacionan entre sí los datos y la incógnita?
5.- Después de haber completado la construcción con Cabri escribe de forma precisa el procedimiento que has usado en la construcción.

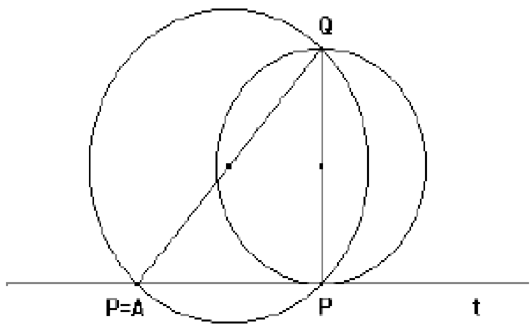
Posteriormente el profesor dice entonces a cada grupo que explique lo que hizo. Algunas de las explicaciones se describen a continuación:

LUCAS- Nosotros habíamos construido Q en la perpendicular por P a la recta t, después hemos tomado el punto medio del segmento PQ como centro de la circunferencia. Pero esto no es exacto porqué Q se puede poner solo encima y abajo y no a la derecha e izquierda. […]

PABLO- Nosotros hemos construido una recta por dos puntos [t] tomamos un punto Q externo a la recta. Habíamos marcado el punto medio del segmento PQ. Luego, hemos construido la circunferencia de centro el punto medio y que pasa por Q y hemos marcado la intersección de esta circunferencia con t. De este modo se forma un triangulo; hemos tomado el punto medio di un cateto del triangulo rectángulo y hemos dibujado la circunferencia de centro este punto e que pase per Q. Hemos dicho crear una semicircunferencia en la que se ha construido un triangulo rectángulo, que tiene un lado perpendicular a la recta t. Hemos llamado P a la intersección del cateto con la recta t.

PROFESOR- Por lo tanto habéis cambiado el punto P.

PABLO- Si, aunque es lo mismo; podíamos llamar a este punto [el punto inicialmente llamado P] A. Esto Es uno de los puntos con los que se ha creado la recta



ALFREDO- Moviendo Q se mueve también P. No si tiene independencia de la construcción precedente. Si bien Q se mueve P se mueve de modo que QP se mantiene perpendicular a t. P ¿no debería estar quieto? […]

Actividad tomada de Paola Robutti (2001): La dimostrazioni alla prova quaderni del del MPI 45, pag.180 http://www.matematica.it/paola/quaderno%20ministerio%20novembre%201998.pdf

Actividad D

En una de sus clases, Sara planteó la siguiente tarea de manera verbal a los alumnos. En la pizarra hay dibujados tres recipientes de forma cilíndrica de la misma altura pero con anchos diferentes. Sara formula las siguientes cuestiones mientras los alumnos están sentados en grupos:

-Dibujar las gráficas para la relación nº de vasos de agua- altura del agua en el recipiente.

- Encontrar la fórmula para esa relación.

Sara se encuentra ante un grupo en el que los alumnos tienen dibujada una línea recta en unos ejes. E indica a los alumnos que pueden dibujar el resto de las gráficas en los mismos ejes. A partir de aquí se produce el siguiente diálogo:

Sara: ¿Por qué son rectas?

A: ...[porque] no tienen ninguna forma (refiriéndose a las vasijas)

Sara: ¿qué estamos relacionando en los ejes?

A:(varios). La altura y el volumen

Sara: (señalando un punto en una gráfica dibujada por un alumno)

¿éste punto qué significa?

A: Por ejemplo, tres vasos tendría esta altura.

Sara: (repite con otros puntos en la recta (gráfica)

A: ... que hemos metido 1 vaso y tiene medio cm de altura

Sara: ¿Y el 2º vaso?

A: 1 cm.

Sara: ¿Y 3 vasos?

A: 1 cm y medio

Sara: ¿Y 20 vasos?

A: 10 cm.

Sara: ¿Por qué?

A(3): ...porque al meter 20 vasos... cada vaso es medio cm.

Sara: ¿Y esto se produciría en una vasija que no tuviera esta forma?

(dibuja una vasija con bordes curvos)

A(1): No.

A(2): No, porque si hechas un vaso, por aquí (señalando la parte

estrecha) tienen menos volumen... (y señalando el otro el

alumno indica que siempre va subiendo lo mismo)

Sara: (sigue con la comparación de la gráfica y la forma de la vasija, señalando el dibujo de una vasija de bordes rectos, pero más estrecha) ¿subiría lo mismo? A(2): No, subiría más. Sara: ¿Podéis encontrar alguna relación en la gráfica entre el número de vasos que metemos y la altura? Pensad esto.
Actividad tomada de: “Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas”. Salvador Llinares. http://sem.spce.org.pt/9900Llinares.pdf

……………………………………. **PREGUNTAS PARA RESPONDER** …………………………………..

1. Ordena las actividades, ubicando en primer lugar la que consideras mejor potencia la competencia ciudadana y en último lugar la que menos, justificando tu decisión. Explica qué aspecto de la competencia ciudadana se podría desarrollar en cada caso teniendo en cuenta como está descrito. .

2. ¿Qué ayuda más a formar en la ciudadanía, una buena tarea, un cierto tipo de tarea, una buena manera de hacer la clase, o las tres cosas? Justifica tu respuesta. Pensando de forma global, ¿qué tipos de actividades fomentan más una formación ciudadana?

Tarea profesional 3. Inicio de análisis didáctico.

Después de ver un posicionamiento inicial, se realiza una actividad para reconocer las capacidades iniciales sobre el análisis didáctico en la asignatura de Investigación e Innovación. El objetivo principal de esta tarea profesional, es que se los futuros docentes profundicen sobre la idea de práctica matemática asociada a objetos, procesos y gestión de los mismos.

En particular se propone un análisis de un "episodio de los barrios", donde aparecen las primeras reflexiones sobre cómo cierto tipo de tareas matemáticas pueden dar lugar a discusiones sobre aspectos que desarrollan la competencia ciudadana. Se busca establecer un nexo entre el análisis didáctico y la Discusión específica sobre el valor de la contextualización y sobre el papel de las competencias vinculadas con aprender a formar para la ciudadanía a través de las matemáticas (Nexo con la reflexión sobre las competencias transversales). Se pretende explícitamente, el análisis entre contexto extra-matemático y valores ideológicos, importante para ver lo que deben tener en cuenta los futuros docentes en la construcción de prácticas matemáticas que desarrollen ciudadanía. Resolución de problemas. Tipos de problemas abiertos /tipos de preguntas/ Globalización/ Valoración de episodio de los barrios, para discutir sobre la idea de interacción y de exclusión.

Inicialmente, el formador analizó las prácticas matemáticas realizadas por Alicia, una de las participantes en el episodio, y propuso a los futuros profesores que en grupos, analizaran las prácticas matemáticas realizadas por los otros participantes (Emilio, Mateo y el profesor) respondiendo a un cuestionario. A continuación se comentaron las respuestas de los diferentes grupos entre sí y se compararon con las que el profesor había elaborado en la presentación con diapositivas de la sesión, que después los futuros docentes podían descargar del moodle de la asignatura.

Esta actividad, se piensa que será provechosa para el análisis de elementos de formación para la ciudadanía, porque espontáneamente en la propia situación se discute sobre un problema social como el de la vivienda que se asocia al razonamiento proporcional. Con todo, se decide que en una próxima versión se introducirán elementos específicos de reflexión sobre las competencias transversales.

En una tarea adyacente, que no consideramos formando parte del ciclo, se realiza una reflexión sobre el significado de los contextos intra-matemáticos y extra-matemáticos, vinculado al análisis de las configuraciones didácticas según EOS, usando una reflexión sobre clases de algebra con flojo enfoque competencial.

7.4.2. Momento 2. Desarrollo competencial .

Componen esta parte las tareas 4, 5, 6 y 7 del Ciclo que se explican a continuación.

Tarea profesional 4. Deliberación y pensamiento crítico.

Se realiza una reflexión sobre los comentarios realizados por los futuros docentes al cuestionario inicial, y se discute sobre los elementos de la competencia ciudadana que aparecen en el currículo oficial. Para ello, el formador indica cómo se ha otorgado poco valor a la gestión de la clase por una gran parte de los estudiantes.

Se desarrolla la idea de pensamiento crítico colectivo en el que hay deliberación como proceso comunicativo colectivo que permite a un grupo considerar atenta y cuidadosamente, en primer lugar, las razones o falta de razones de sus opiniones y juicios preliminares. En segundo lugar las ventajas y desventajas de posibles decisiones antes de tomarlas; y en tercer lugar, los beneficios y perjuicios de posibles alternativas de acción antes de emprenderlas. Se habla de coflexión, proceso colectivo de conocer reflexivo en el que los miembros de un grupo de manera consciente hacen de su objeto de pensamiento y comprensión las reflexiones de los otros sobre sí mismos y, en especial, sobre sus acciones conjuntas. Y se habla de transformación como centro de una intencionalidad colectiva encaminada hacia el mejoramiento continúo de las condiciones sociales y materiales del grupo.

Tarea profesional 5. Análisis de procesos y ciudadanía.

En la asignatura de Análisis didáctico, se propone el estudio de procesos, a partir de analizar tres videos con tres formas de desarrollar la idea de mediatriz. Se indicó que, para poder desarrollar y evaluar las competencias matemáticas prescritas en el currículo de la ESO, el profesorado debía de ser competente en el análisis de las matemáticas presentes en los episodios de aula. También comentó que para justificar esta afirmación era conveniente dedicar un tiempo a leer lo que dice el currículo de la ESO sobre la competencia matemática. Eran episodios de la clase de tres profesoras que mostraban modelos diferentes de configuración de objetos primarios y también de gestión de la clase. Se comentó que eran tres modelos de clase muy diferentes, que la gestión era muy diferente, pero que si nos fijamos en las matemáticas podemos observar que la configuración de objetos que se presenta en cada clase para explicar la mediatriz es muy diferente ya que se dan definiciones diferentes, procedimientos diferentes, se argumenta de manera diferente, etc. Es decir, se dan prácticas matemáticas diferentes.

A partir de otros ejemplos, se discute la interpretación moderna de las Matemáticas como una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos. En especial a los megaprocesos *Resolución de Problemas* y *Modelización*. Como ejemplo paradigmático de esta tendencia se refirió a los principios y estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) en los Estados Unidos de Norteamérica.

Inmediatamente se habla de la modelización, que se puede considerar compuesta de dos fases o subprocesos: la matematización horizontal y la matematización vertical. La *matematización horizontal*, lleva del mundo real al mundo de los símbolos y hace posible el tratar matemáticamente un conjunto de problemas. En este subproceso son característicos los siguientes procesos: 1) *identificar* las matemáticas en situaciones problemas. 2) *esquematizar*. 3) *formular* y *visualizar* un problema de varias maneras. 4) *descubrir* relaciones y regularidades. 5) *reconocer* aspectos isomorfos en diferentes problemas. 6) *transferir* un problema real a uno matemático. 7) *transferir* un problema real a un modelo matemático conocido. La *matematización vertical*, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, son característicos los siguientes procesos: 1) *representar* una relación mediante una fórmula. 2) *utilizar* diferentes modelos. 3) *refinar* y *ajustar* modelos. 4) *combinar* e *integrar* modelos. 5) *probar* regularidades. 6) *formular* un concepto matemático nuevo. 7) *generalizar.*

Se enfrenta a los futuros docentes con la pregunta ¿qué es un proceso? Dicha pregunta fue utilizada por el profesor para comentar que no resulta fácil dar una definición de "proceso" ya que hay muchas clases diferentes de procesos. Se puede hablar de proceso como secuencia de prácticas, se puede hablar de procesos cognitivos, de procesos metacognitivos, de procesos de instrucción, de procesos de cambio, de procesos sociales, etc.

En un momento diferente, en la asignatura de Competencias y evaluación, se retoma el trabajo, y se plantea, como puede desarrollarse un trabajo de Proyectos en Secundaria, de forma que los estudiantes desarrollen competencias asociadas a la modelización, y se insiste en las relaciones con la ciudadanía, en cuanto estos proyectos permiten trabajar de forma investigativa y crítica para resolver problemas sociales. *Después de ello, se identifican procesos en diversas tareas, y se insiste en el proceso dual contextualización/descontextualización y sus implicaciones con la ciudadanía.*

En otra clase de la asignatura de Investigación e Innovación, se explica con detalle un significado de la idea de contexto según EOS. Relacionó el cambio de configuración epistémica con la noción de contexto. Señaló primero que se puede entender un contexto como un caso particular de algo más general e ilustró esta idea con el problema de los pozos del desierto como un caso particular que cae bajo el dominio de una noción más general (diagrama de Voronoi).

Pero el contexto, se podía entender como "entorno". Desde esta perspectiva cada configuración epistémica era un contexto diferente en el que situar la mediatriz (contexto euclidiano, contexto de lugar geométrico o contexto de los diagramas de Voronoi). Desde esta perspectiva se puede hablar de contexto geométrico, numérico, algebraico, etc. Con esa idea se percibe las relaciones entre tareas, y ciudadanía, como más allá una superposición ética, y se interpreta como enlaces entre configuraciones matemáticas.

Tarea profesional 6. Planificación de Prácticas escolares.

Para observar los comportamientos de los futuros docentes, focalizamos específicamente, cuando se planifica secuencias didácticas, se aplican y se reflexiona sobre procesos de contextualización/ descontextualización así como tareas que implican modelación. Nuestro interés u objetivo especifico, es reconocer algunas variables que los futuros docentes consideran cuando analizan competencias matemáticas. Queremos saber qué procesos se privilegian, y como reflexionan sobre su propia práctica cuando se trata de justificar los procesos de contextualizar los objetos matemáticos en su práctica de clase. Y lo vamos a hacer estudiando como describen y analizan dichas prácticas.

Lo hacemos así, porque entendemos que las creencias y concepciones que los futuros docentes construyen se consideran como objetos personales matemáticos y didácticos del futuro profesorado que emergen de prácticas operativas y discursivas (Godino y Batanero 1994: 341) con incorporaciones contextualizadas o no. La idoneidad aparente operada por el futuro docente que se hace consciente de las brechas se verá en el desarrollo consciente de sus prácticas, a partir del análisis de los textos escritos que produce y los verbales que transcribimos. La conciencia se manifiesta en el hecho de que las acciones y la toma de decisiones se verbalizan y se mantienen.

Tarea profesional 7. Reflexión sobre la práctica.

En la parte final de este ciclo, sugerimos a los futuros docentes que en su análisis consideren responder a preguntas como las siguientes: (a) *¿He enseñado unas matemáticas de calidad? ¿Se puede mejorar esta calidad? ¿Cómo? (b) ¿Los alumnos podían aprender con las actividades propuestas? ¿Han aprendido? ¿Por qué no? (c) ¿Se podría mejorar la gestión de la clase? (d) ¿Usé los recursos adecuados? ¿El tiempo estuvo bien gestionado? (e) ¿Cómo se ha considerado una perspectiva ecológica en las condiciones generales del trabajo?* Para responder a estas preguntas en las diferentes asignaturas que intervienen en el ciclo se presentan elementos de valoración de la calidad de los procesos de estudio, en concreto los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el enfoque ontosemiótico, así como la pauta de de análisis de valoración que permite aplicarlos.

Para un análisis de la práctica, se recomienda tener criterios de calidad. Para disponer de un modelo, se explican los cinco criterios de idoneidad. A continuación se reflejan las explicaciones dadas, que no son meras copias de artículos teóricos.

Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas "buenas matemáticas". Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo. Se puede aumentar su grado presentando a los alumnos una muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); procurando el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico, etc.), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; asegurando que se presentan los enunciados y procedimientos básicos del tema y adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; estableciendo relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado, etc.

Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados. Se puede aumentar su grado asegurándonos, por una parte, que los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema y, por otra parte, que los contenidos que se pretenden enseñar se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable); procurando incluir actividades de ampliación y de refuerzo; realizando una evaluación formativa durante el proceso de enseñanza-aprendizaje que nos asegure que los alumnos se han apropiado de los contenidos enseñados.

Idoneidad interaccional, se interpreta como el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. Se puede aumentar su grado asegurándonos que el profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, si se le entiende cuando habla haciendo un uso correcto de la pizarra, poniendo suficiente énfasis en los conceptos clave del tema, etc.); procurando reconocer y resolver los conflictos de significado de los alumnos (interpretando correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, etc.); utilizando diversos recursos retóricos argumentativos para captar, implicar, etc. a los alumnos; procurando facilitar la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión; favoreciendo el diálogo y comunicación entre los estudiantes; contemplando momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación) etc.

Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se puede aumentar su grado usando materiales manipulativos e informáticos; procurando que las definiciones y propiedades sean contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones; procurando invertir el tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema e invirtiendo el tiempo en los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

Se puede aumentar su grado seleccionando tareas de interés para los alumnos, promoviendo la valoración de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional; promoviendo la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.; favoreciendo la argumentación en situaciones de igualdad de manera que el argumento se valore en sí mismo y no por quién lo dice; promoviendo la autoestima evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, etc.

Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc. Se puede aumentar su grado asegurando que los contenidos enseñados se corresponden con las directrices curriculares; asegurando que dichos contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes; procurando que los contenidos que se enseñan se relacionan con otros contenidos matemáticos y de otras disciplinas, etc.

A pesar de explicar estas bases, hay que decir que no se exigió a los estudiantes en el año 1, que se usaran estos criterios de forma explicita en su reflexión final del TFM, y por ello, no todos los estudiantes hicieron análisis pormenorizados con estas características. En el anexo 22, se puede ver un ejemplo de reflexión simple, que enfatiza las tareas y posibles modificaciones. Apenas dos tutores influenciaron en su inclusión.

Por otra parte, estamos interesados en investigar el desarrollo de la competencia en análisis didáctico de los futuros profesores de matemáticas y por ello asumimos el TFM como un escenario clave para el inicio a la formación en la investigación. Nuestra idea es que constatemos en el TFM como la investigación repercuta y promueva mejoras en la formación del propio Máster. Por ello, se contrastan los resultados de las diversas tareas del ciclo formativo; se observan las prácticas de algunos estudiantes y se toman notas de campo de las discusiones posteriores.

La evaluación final del TFM se realiza a partir de la presentación de un documento escrito y de su defensa oral. En esta defensa, los estudiantes presentan su reflexión ante un tribunal (formado por el tutor en didáctica, un profesor de matemáticas, y uno de los especialistas en el ámbito psicosociopedagógico).

Al tratarse de un acto público, se invita a los compañeros. El tribunal asigna una valoración competencial y formal al trabajo escrito, a la presentación oral, y al seguimiento tutorial. Entre los elementos formales del trabajo, consideramos: (a) corrección en la redacción, organización y presentación del trabajo, (b) claridad, precisión, corrección y coherencia en la determinación de los objetivos, (c) adecuación de la metodología utilizada, y (d) profundidad y dominio de los temas y contenidos que se tratan.

En este primer año de experiencia, no hay criterios establecidos claros sobre la evaluación en cuanto los elementos didácticos profesionales.

Después de explicadas cada una de las tareas, a continuación se describen los resultados y los logros, en forma de descripciones interpretativas del proceso desarrollado. Se explican las respuestas de las que tenemos evidencias, y damos resultados cuantitativos en aquellas tareas que el tipo de respuesta lo posibilita, para hacernos una idea lo más completa posible de cómo se desarrolla la competencia de aprender a formar en ciudadanía, a través del análisis didáctico realizado por los futuros profesores. Reconocemos los posicionamientos iniciales, los desarrollos intermedios, y algunos logros, como una trayectoria de formación sobre el valor y significado otorgado a la contextualización.

7.5. Posicionamiento inicial de futuros docentes en el año 1.

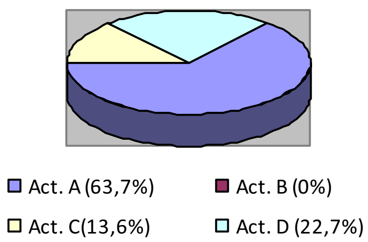
Una práctica particular en el aula determina oportunidades que se ofrecen a los estudiantes para que se animen en la construcción de significados matemáticos.

Franke , Kasemi & Battey, 2007[37]

En base a los objetivos previstos, hemos analizado las respuestas de los estudiantes al cuestionario de posicionamientos iniciales. En efecto, se les propuso un conjunto de tareas para que indicaran cuál(es) de ellas privilegiaban como la(s) que fomentan más la ciudadanía. Ofrecemos los resultados cuantificados en la tabla 7.3.1.

Estudiantes	Tarea1	Tarea2	Tarea3	Tarea4
1	A	C	D	B
2	A	D	C	B
3	D	C	A	B
4	D	C	A	B
5	A	B	C	D
6	A	D	C	B
7	A	D	B	C
8	C	D	A	B
9	D	A	C	B
10	D	C	A	B
11	C	A	D	B
12	A	D	C	B
13	A	B	D	
14	D	A	B	C
15	C	D	A	B
16	A	D	B	C
17	A	D	C	B
18	A	C	D	B
19	A	C	D	B
20	A	C	D	B
21	A	C	D	B
22	A	C	D	B

Actividad que mas potencia ciudadanía:



Actividad que menos potencia ciudadanía:

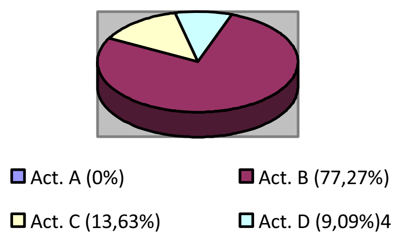


Figura 7.3.1. Resultados del cuestionario inicial, en cuanto elección de tareas que fomentan ciudadanía en el año 1.

[37] Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K.Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age.

Como puede observarse, la mayoría de los estudiantes, eligen la actividad A sobre patrones alimenticios y tratamiento de información, como la actividad que consideran permite fomentar más la ciudadanía. Basan su justificación (como puede verse en el anexo 25) en que dicha actividad permite reflexionar, interpretar y comprender un tema social, y en que las matemáticas se conciben como instrumento para el análisis de situaciones y la toma de decisiones.

En segundo lugar se elige la actividad D sobre los recipientes y volumen, y lo que se resalta es el trabajo en equipo y colaborativo, y que en este tipo de actividades es posible fomentar la autonomía y participación. La actividad B sobre tabla de valores y ley de Hooke, no se considera como una actividad que permite en su formulación fomento de ciudadanía. Las pocas personas que dan argumentos para elegir la actividad C de construcción con CABRI, hacen referencia al trabajo colaborativo, y la interacción.

Así como comentamos en el capítulo 6, la idea nuclear que mostraron, es que las actividades que fomentan ciudadanía deberían introducir a los estudiantes de Secundaria en situaciones de resolución de problemas que se relacionen con la ecología, salud, medio ambiente, etc. y tengan en cuenta la participación (Giménez & Vanegas, 2010). Ninguno de los estudiantes alude explícitamente a la deliberación o el debate igualitario, como tampoco explícitamente a la necesidad de ser ciudadanos críticos.

Seguidamente, para dar respuesta a la pregunta p13 en cuanto reconocer los posicionamientos de los futuros profesores sobre las prácticas matemáticas que fomentan la ciudadanía, explicamos dichos posicionamientos en base a los diferentes ejes que hemos definido parra caracterizar la competencia de aprender a formar en ciudadanía. Así en el cuadro a continuación se muestran ejemplos de la asociación de los datos a los indicadores de los distintos ejes de competencia de aprender a formar en ciudadanía del capitulo 2 de nuestra memoria. En el anexo 24 se encuentra la totalidad de las asignaciones de categorías en cada uno de los ejes.

Observaciones en eje 1	Observaciones en eje 2	Observaciones en el eje 3
La forma de presentar el problema debe potenciar la discusión matemática…(IID) *-(En la tarea A) Se trata de una temática de actualidad que refleja los problemas de salud de muchas personas (IDD)* *-Ser consciente que como profesor eres un ejemplo a seguir constante teniendo en cuenta el alumnado, respetarl (IDP)* *-Porque las matemáticas… constituyen un conjunto de saberes de un gran valor cultural (PHM)* *-Se pide que de una valoración detallada sobre los resultados derivados de la resolución de dicho problema (PHP)*	*- Practicar el diálogo y la negociación parea llegar a acuerdos como forma de resolver conflictos (LDD)* *Expresar las propias ideas y respeta(r las de los demás (LDP)* *- Puesta en común … escuchando las ideas y los resultados de los compañeros (DCP)* *- Aquellas tareas que fomenten juicios morales, la adquisición de valores, el diálogo y el respeto, compartir ideas y escuchar las de los otros (LDP)* *-Se pueden hacer grupos pequeños …realizar una posterior puesta en común (LDP)* *- Falta feedback… el diálogo queda estancado (LDP)..* *-La introducción de algunos temas permite realizar junto a la actividad, opiniones y juicios de valor. (LDD)* *añadiendo nuevos datos y tratando por ejemplo el tema de las "dietas". (ISD)* *-Para mejorar esta actividad fomentaría que el diálogo fuera más abierto y hubiera retroacción por parte del profesor. (LDP) , que el resto de compañeros hagan sus aportaciones a las soluciones de cada grupo. (DCP)* *-Se establece diálogo y compartición de ideas entre los alumnos. Se intercambian opiniones. (DCP)* *-Se establece diálogo y compartición de ideas entre los alumnos. Se intercambian opiniones. De esta forma, trabajaremos la cooperación, el trabajo en equipo, el diálogo y el intercambio de ideas. (DCP)*	*-Comprender la realidad social en la que se vive Establecer juicios morales para tomar decisiones (MIM)* *-Si se relacionan con diferentes aspectos de nuestra realidad, contextualizando el problema, se facilitaran todos los aspectos de dicha competencia (MIM)* *- Es la tarea más contextualizada, ya que trabaja con una serie de datos referentes a la sociedad española. (MIM)* *-Es flojo en cuanto los comentarios respecto el valor del grupo y manipulable (MIM)* *-Trabajar el crecimiento exponencial y relacionarlo con algunos aspectos de la materia de biología. (MIP)* *-Contextualizar problemas de tiro parabólico y relacionarlos con algunos deportes. (MIP)*

Figura 7.5.1. Evidencias observadas en los ejes 1, 2, y 3 por los alumnos del Máster

En la figura 7.5.2. se muestra la cantidad de alusiones a elementos de los distintos ejes de aprender a formar en ciudadanía.

Est.	Eje 1:	Eje 2	Eje 3	Eje 4
1	2	5	8	1
2	0	3	4	0
3	0	11	9	0
4	1	3	1	0
5	3	5	3	0
6	1	3	2	1
7	1	3	2	0
8	0	4	7	0
9	2	6	8	1
10	1	1	5	0
11	3	6	3	0
12	4	9	11	1
13	3	4	7	0
14	7	1	3	0
15	6	5	10	1
16	4	4	9	0
17	2	2	8	1
18	1	5	6	1
19	7	11	12	2
20	5	3	4	0
21	4	2	4	0
total	**57**	**96**	**126**	**9**

Figura 7.5.2. Resultados cuantitativos de los desarrollos de ciudadanía

Puede percibirse inmediatamente los pocos comentarios referidos a la práctica, lo cual era esperable porque la mayoría de los futuros profesores no tiene ninguna experiencia docente. Así mismo, observamos que la mayoría de indicadores se encuentran en el eje 3 de posicionamiento crítico.

De acuerdo a las observaciones realizadas y los datos obtenidos, podemos observar que los posicionamientos de los futuros docentes, reflejan rasgos de las categorías definidas en los cuatro ejes. Sin embargo, la mayor parte de posicionamientos (43,75%) los encontramos en el eje 3, otra gran parte en el eje 2 (33,33%), en menor porcentaje (19,79%) en el eje 1 y la mínima parte en el eje 4 (3.12%)

Respecto al eje 2, en el cual se encuentran caracterizados gran parte de los posicionamientos de los futuros docentes, vemos que una de las categorías más relevantes es la de *reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción de pensamiento crítico*, en las respuestas de los futuros docentes encontramos alusiones a la necesidad de interpretar y reconocer modelizaciones y aplicaciones de las matemáticas, la importancia de reconocer actividades y acciones encaminadas a desarrollar la capacidad de análisis en los alumnos y reflexiones sobre la práctica del profesor en donde se manifiesta la necesidad de tener una actitud cuestionadora. De acuerdo a los resultados del cuadro inicial, podemos ver que la mayor parte de estos posicionamientos son los que aluden a la caracterización de la categoría en relación con el conocimiento didáctico.

Otra de las categorías que resulta importante en los posicionamientos de los futuros docentes en este eje, es la de *valoración de la educación matemática para ser ciudadanos informados*, particularmente refieren a su caracterización en relación con el conocimiento matemático, resaltando como uno de los aspectos fundamentales en la formación ciudadana que las matemáticas deben posibilitar leer, interpretar y construir para elaborar conclusiones y decisiones.

Como podemos ver en el cuadro de resultados cuantitativos, un número bastante alto de los posicionamientos de los futuros docentes en este eje se encuentran en esta sub-categoría. Por otra parte, aunque en menor medida, también encontramos alusiones en las producciones de los futuros profesores, relacionadas con el conocimiento didáctico y de actitud profesional, referidas a la necesidad de ayudar a identificar normas en la clase de matemáticas y la posibilidad de que en ella se desarrollen herramientas que colaboren a convivir y resolver conflictos.

Respecto a las demás categorías que definen el eje 2, de acuerdo a los resultados obtenidos podemos ver que los futuros docentes hacen pocas alusiones en relación con *el reconocimiento de la evolución crítica de las matemáticas en sí mismas*, algunos aluden a la importancia de la confrontación en el aula para ayudar en la construcción del conocimiento y en la necesidad de encontrar conexiones en la matemática misma y con otras áreas. En algún caso se menciona el reconocimiento del valor de procesos críticos y reflexivos en la historia científica.

Por otra parte, sólo hay dos alusiones relacionadas con *el uso de las matemáticas para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo del alumnado)*, una referida al establecimiento de criterios en la construcción y análisis de secuencias didácticas y otra en la posibilidad de dominar diferentes heurísticas en la resolución de problemas. En relación con la última categoría de este eje, *mantenimiento de legitimidad de la creación de conocimiento matemático*, no hay alusiones a las sub-categorías definidas en el conocimiento matemático y en el didáctico, las pocas alusiones que hacen, están referidas a la sub-categoría que refiere a la actitud profesional, en donde se alude a la preparación para la vida política y social.

De las categorías, que no son reconocidas en las respuestas dadas por este grupo de estudiantes, encontramos en el eje 1: IDM, RCM, PHD, RCD, IIP, y RCP, correspondiendo 2 a cada tipo de conocimiento (Matemático, Didáctico, Actitud Profesional), en el eje 2: ACP, LCM y

LCD, correspondiendo cada una a uno de los tipos de conocimiento. Al igual que en el eje 3 con las categorías: LCM, LCD y ACP. Finalmente el eje 4 en donde podemos constatar que la mayoría de categorías no se encuentran evidenciadas en las respuestas dadas por los estudiantes, pensamos que esto se debe a que este eje refiere a aspectos propios de la práctica, que esperamos valorar en el momento que los estudiantes la realicen.

7.6. Aprender a formar en ciudadanía en el año 1.

> *La formación inicial docente que se necesita para formar al ciudadano, requiere de un modelo educativo que establezca una escuela de calidad en la que se promueva el progreso de los estudiantes en una amplia gama de logros intelectuales, morales y emocionales, teniendo en cuenta su nivel socioeconómico, su medio familiar y su aprendizaje previo. Un sistema escolar eficaz es el que maximiza la capacidad de las escuelas para alcanzar esos resultados*
>
> Mortimore, 1998 [38]

No es fácil establecer en un primer año un análisis de trayectorias de aprendizaje de los futuros docentes frente la ciudadanía. Una de las razones, es que en las tareas intermedias, se pudo constatar que los futuros docentes tuvieron dificultades para inferir procesos y reconocer cómo valorar lo ciudadano en las tareas matemáticas, pensando que se trata a veces de algo personal y subjetivo y sólo vinculado a valores.

> *"La complejidad reside en que decidir qué proceso está actuando no es algo inmediato sino que interviene una cierta interpretación personal. Para ello es necesario leer y releer el texto así como los apuntes proporcionados en clase sobre este tema"* (Estudiante 17)
>
> *"Considero que no logro definir o clasificar de un modo claro, todos los procesos. Alguno de ellos lo observo claramente, pero con otros tengo más dificultad"*; *"En concreto la detección de forma correcta de los procesos ya que es un apartado muy amplio y ambiguo que contempla muchas posibles opciones"*. (Estudiante 18)

---

[38] Mortimore, P. (1998) *The road to improvement: Reflections on School Effectiveness*. Lisse and Exton, Penssylvania.

Estas dificultades, hacen que se piense en los procesos comunicativos como simple intervención, y no se reconozca el valor de lo deliberativo. Estos resultados en particular, hacen que pensemos que en ese momento no tenemos suficiente caudal de datos y decidamos usar el trabajo final de Master como elemento clave para nuestro análisis de logros en cuanto la competencia de aprender a formar en ciudadanía. Por todo ello, se decide que se hará un análisis sobre una trayectoria específica relacionada con el eje 2 (capitulo 2 de esta memoria), que tiene a ver a su vez con el significado que se otorga a la contextualización. Y se toma como dato fundamental de análisis, lo observado en su Trabajo Final de Master, para tratar de establecer algunas diferencias respecto las concepciones iniciales.

El problema de investigar la reflexión de los futuros profesores sobre los procesos de contextualización es importante, especialmente en los países que han adoptado un cirrículum por competencias inspirado en las competencias pisa 2003, como es el caso de España. Además, algunos informes internacionales ya han indicado que para el análisis de como los futuros docentes se posicionan frente la contextualización, lo mejor es analizar sus practicas así como la reflexión que realizan sobre las mismas (Ponte & Chapman, 2006; Goos 2007).

Los estudiantes analizados.

Para valorar el desarrollo competencial de los estudiantes, decidimos analizar las producciones de tres estudiantes A; B y C, en cuanto se posicionan frente la contextualización y la ciudadanía. Es importante porque el aprendiz en la escuela debe transferir resultados a las situaciones prácticas de la vida cotidiana. Según De Lange (1996), básicamente se dan cuatro razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum: a) facilitan el aprendizaje de las matemáticas, b) desarrollan las competencias de los ciudadanos, c) desarrollan las competencias y actitudes generales asociadas a la resolución de problemas y d) permiten ver a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver tanto situaciones de otras áreas como situaciones de la vida cotidiana.

De acuerdo con el enfoque ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007), indicamos que contextualizar implica considerar una configuración epistémica de tipo realista del tópico matemático enseñado. Según Font y Godino (2006) este tipo de presentación de las unidades didácticas implican una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales.

A continuación, explicaremos con mayor detalle por qué hemos decidido analizar una trayectoria específica dedicada a la contextualización para cumplir con uno de nuestros objetivos de esta tesis. Hay varias razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum, pero no es tan claro cómo las matemáticas y la contextualización contribuyen a la competencia de aprender a formar en ciudadanía, porque usualmente se interpreta como formar para aplicaciones inmediatas, que en nuestro caso no podemos controlar porque hablamos de futuros docentes sin prácticas docentes previas. Mucha gente siente competente en sus trabajos sin ser capaz de reconocer qué papel juegan las matemáticas en su actividad (Wedege, 2000).

El análisis que hacemos en este momento pretende reconocer como los futuros docentes comprenden el papel de los contextos y procesos de contextualización así como el papel que le otorgan a la contextualización para la formación ciudadana mediante actitudes reflexivas de su propia práctica en cuanto contribuye a la competencia profesional de aprender a lo largo de la vida. De acuerdo con Rubenson (2001), el "aprendizaje para la vida" se introdujo por la UNESCO en los finales de los 60 como un principio utópico-humanista. En ese marco, la reflexión sobre contextualización se entiende en el sentido de buscar la calidad (idoneidad) de los procesos que se desarrollan, para mejorar las situaciones de acción de uno mismo como docente, como medio cultural de enseñanza y de supuestos sobre la enseñanza que se dan por conseguidos (Chapman, 2008).

Aquí hablamos también de reflexión sobre el valor del contexto desde la equidad y la globalización. No es posible disociar las aulas de matemáticas (con prácticas educativas localizadas) de su contexto propio, para ganar una comprensión mayor de los múltiples niveles de acción social implicados en las perspectivas de educación matemática en un sistema educativo globalizado (Valero, 2002).

Promover ciudadanía da poder ya que los aprendices son capaces de participar e influenciar el trabajo de procesos cotidianos a través del uso de recursos matemáticos (Valero, 2009).

Por último, digamos que promover ciudadanía es importante, porque no es fácil que los estudiantes de Secundaria transfieran un conocimiento usado o generado en un contexto a otro contexto diferente y más en concreto, el problema de la transferencia del conocimiento aprendido en la escuela a las situaciones prácticas de la vida cotidiana y viceversa (González, Andrade y Carson, 2001).

Los estudiantes analizados.

Dadas las dificultades en hacer un análisis global de todo el grupo, se decide tomar los trabajos de tres estudiantes que llamamos MG, IT y J, para mostrar las trayectorias, que se considerarán como casos relevantes.

Se recogen los escritos de los estudiantes para profesor. Se toman resultados de las diversas tareas del ciclo formativo para contrastar las respuestas, se observan las prácticas de algunos estudiantes y se toman notas de campo de las discusiones posteriores. Asimismo se consideran las actuaciones en el nuevo prácticum y trabajo final del nuevo Máster para analizar consistencias en constante control y autoreflexión (Glesne, 1999).

Se han recogido también los diarios de prácticum, la memoria de trabajo final de master, y anotaciones de las entrevistas realizadas en el periodo de prácticum de un grupo de los estudiantes para profesor.

7.6.1. Una trayectoria sobre contextualización en el año 1 .

> Mathematics is central to our modern scientific understanding of the natural and social worlds. But our reliance on it is not simply a consequence of its perceived objective validity. Quantification is also a critical element in how we conduct our affairs, exchange goods and services, define and enforce regulations, and communicate knowledge. In all these senses, the world has become much more thoroughly quantitative.
>
> Porter, 1997[39]

En los momentos iniciales, la idea nuclear que manifiestan es que introduciremos a los estudiantes de secundaria usando tareas de problemas aplicados que se relacionen con la ecología, medioambientales, salud, consumo, etc. (Giménez & Vanegas, 2010). Sin embargo, no todos los futuros docentes incluyen dichas ideas en sus planificaciones de actividades.

Analizamos las respuestas de tres futuros docentes en base a su identificación de características de una ética de clase del respeto, la solidaridad y la construcción colaborativa del conocimiento matemático. Asimismo, se analiza la perspectiva otorgada a las tareas en cuanto potencian ciudadanía crítica mediante el diálogo. Se observan sus producciones posteriores al Prácticum 2.

Caso 1 (Estudiante J).

El estudiante J estudió matemática aplicada. Quizás por ello, incluso sin formación didáctica, comprende desde el inicio del curso las prácticas matemáticas como practicas contextualizadas. Le escogemos precisamente por su perfil pedagógico, en el momento de hablar de los estudiantes de Secundaria y cómo ha pensado en ellos al elaborar actividades. Véase el escrito de la memoria del prácticum del estudiante (mpr2).

---

[39] Porter, T. (1997) "The triumph of numbers: civic implications of quantitative literacy," in Lynn Steen, (ed.), *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America* New York, 5-10. The College Entrance Examination Board.

> *Com s'ha esmentat en l'apartat anterior, el grup on s'ha impartit la unitat didàctica és molt heterogeni respecte al nivell competencial de matemàtiques, assolit pels diferents alumnes. És a dir, tot i que la majoria dels alumnes s'esforcen i treballen, hi ha diferències importants en el ritme d'aprenentatge. Aquestes diferències són molt accentuades en el cas d'alguns alumnes especialment dotats per a la matèria. Aquesta circumstància ha estat tinguda present alhora de triar activitats, que sense suposar un repte inabastable per ningú, fossin interessants i motivadores per aquesta tipología d'alumnes (J,m pr2, pag 7)*

Habla inmediatamente sobre ciudadanía como forma de introducir a los muchachos a las actividades de modelización, relacionándolo con experiencias con el mundo real. Durante su análisis inmediato sobre la competencia ciudadana, justifica con cuidado este aspecto desde el punto de vista epistémico.

> *En aquesta línia a la unitat didàctica es proposa als alumnes utilitzar una quadrícula, sobre una fotografia de la Agència Espacial Europea de la taca de petroli al golf de Mèxic; per a tenir una quantificació del problema, poder comparar-lo i entendre'n la problemàtica. Aquesta activitat presenta connexions amb dues competències bàsiques del bloc conviure i habitar el món, a més a més dels continguts propis de la materia que es volen exercitar. (J,mpr2, pag 8)*

También identifica el papel de las representaciones cuando se introduce un cuadriculado en el dibujo y habla del cuadriculado en la figura 7.6.1. Es interesante notar como se hace consciente de la configuración matemática y los fines principales de la secuencia. Usa la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas de áreas.

Utiliza modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas de áreas. También pregunta cuántas cuadrículas tocan la mancha y cuántas se encuentran dentro, con el fin de hacer acotaciones por exceso y por defecto. Después les pide al alumnado que aproximen el área de la mancha de petróleo lo mejor que puedan.

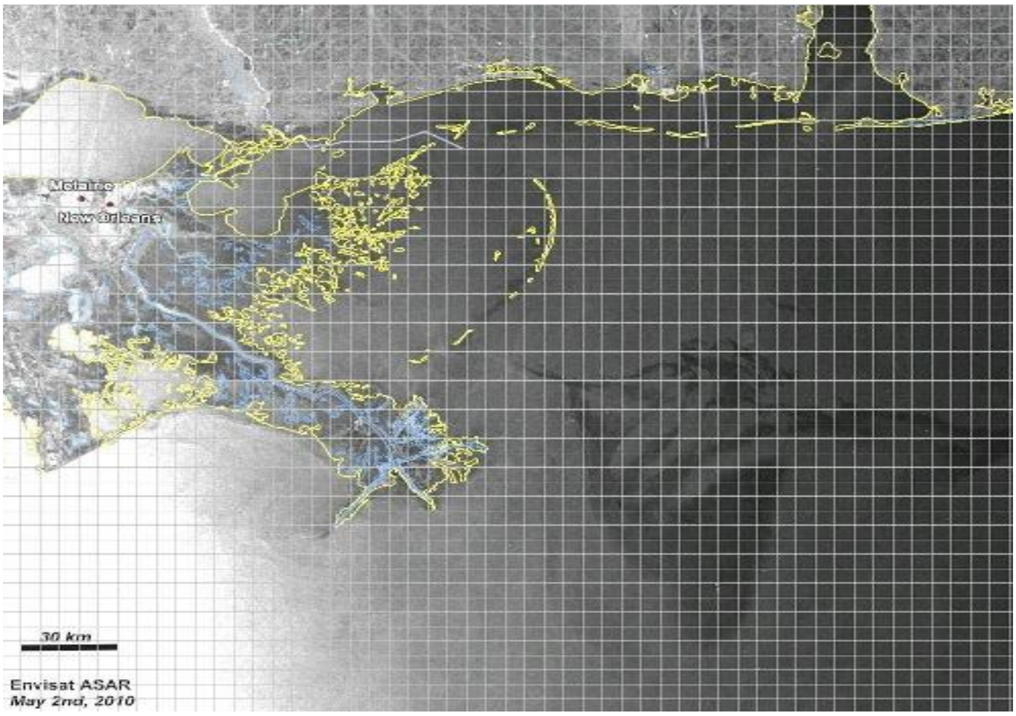


Figura 7.6.1. Imagen de NASA que se usa con los alumnos

Es preciso que los alumnos comparen las dimensiones de la mancha con la dimensión de un objeto conocido, por ejemplo Barcelona (101,4 km^2 según Wikipedia) usando la Agencia Aeroespacial europea y usando una escala en km.

> *També cal destacar l'ús de la calculadora per a fer estimacions d'àrees o bé per a calcular divisors, arrels, ... D'altra banda cal remarcar la introducció del paper mil·limetrat, com a eina de dibuix precís i per a tenir representacions visuals dels canvis de unitat en la mesura d'àrees i longituds.* (J,m pr2, pag 9)

En este ejemplo, el futuro profesor J cuando se ha enfrentado a la práctica de resolver un problema contextualizado se ha pasado de una situación extra matemática a un extensivo (caso particular, ejemplar del uso de las cuadrículas con cierta escala) de un objeto matemático (medida "de Jordan" dé una figura plana), no ha tenido en cuenta marcar una configuración siguiente en la que se vea cómo este extensivo se puede considerar un caso particular de un objeto matemático OM, si OM todavía no se conoce. Indica que "*El docente no ha realizado la correspondiente y necesaria descontextualización a partir de contextos extramatemáticos*", y por lo tanto ha sido débil la transferencia que se haya podido realizar. Alude a que la experiencia de práctica ha resultado “bonita y gratificante” y por ello diremos que se consideró idóneo en cuanto lo intencional y emotivo, pero no se ha asegurado completamente el criterio de idoneidad epistémica. No podemos asegurar que se incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real. Como tampoco podemos asegurar que se ha “comprendido” la metáfora que implica el extensivo. En efecto, el docente cuando habla del papel cuadriculado, hace referencia teórica al deseo de que sea una buena metáfora del recubrimiento de una figura para encontrar el área, pero no se ha asegurado de ello, aplicándolo a otra situación.

Digamos que, como mucho, ha intentado evitar el conflicto semiótico, que podría surgir viniendo de tareas anteriores, en las que se subdividía las figuras en partes, pero nunca se hablaba del recubrimiento. En la clase muestra ser consciente del problema cognitivo, pero no sabe manejarlo globalmente. Así, les dice “*Miren que al buscar los cuadraditos externos a la mancha, y los internos, sabemos que nos estamos acercando al resultado de la superficie de la mancha*”.

En el análisis pormenorizado de los textos de J, observamos que se da una buena parte de lo exigido por una idoneidad epistémica, y el campo de problemas propuesto parece ser un buen diseño planificador para el objetivo propuesto. En efecto, muchos docentes suelen proponer medidas aproximadas de objetos sólo poligonales sin pasar a los ni poligonales por acotamientos superior e inferior respectivamente. Lo que ha hecho Javier es mucho más de lo que suelen considerar muchos profesores habitualmente. Supuestamente, parece que lo “hace” porque tiene conocimiento matemático adecuado para ello.

Ahora bien, en su desarrollo de aula, no se ha tenido en cuenta en buena medida la idoneidad interaccional. En efecto, en el análisis reflexivo de la acción realizada, el futuro docente dice haber visto que “*las caras de los estudiantes no parecían mostrar que estuvieran entendiendo todo, y cuando yo hacía las explicaciones en la pantalla, algunos no estaban tomando atención suficiente*”. No podemos decir que se trata de una mala interacción, sino una interacción que no ha considerado al otro, y no valora al otro (el alumnado) en sentido comunicativo colaborativo (Habermas, 1987: 46). Los argumentos ilocucionarios que J propone son pertinentes, pero no se dialogan con el otro para darle reconocimiento intersubjetivo y que se transforme en saber.

Caso 2. Estudiante MG.

Recién egresada, provinente de otro país, en el que no hay una formación específica del profesorado de Secundaria, con problemas iniciales con la lengua catalana vehicular del curso, y con dominio de la lengua española suficiente que le permite establecer una comunicación estable, aunque sin profundidad. Inicialmente su visión de competencia ciudadana está ligada básicamente al desarrollo de actividades de impacto social. Así, al comentar si tal o cual actividad propuesta fomentan la competencia ciudadana, expresa que debe ser de interés social, y si no es colaborativa no se fomenta una argumentación y construcción social.

> *(El problema a)…propone un problema de alimentación ciudadana que se relaciona a aspectos matemáticos. El estudiante por este ejercicio podrá asociar sus conocimientos matemáticos a un tema de actualidad que interesa todo y que educa a una correcta y equilibrada alimentación. … en cambio B se propone un trabajo individual y por lo tanto no de grupo, dónde no se evidencia a ninguna comunicación entre los alumnos por lo tanto ninguna relación.* (MG act. inicial 1)

Considera que una buena tarea es la base de una formación en ciudadanía, y cuando planifica y desarrolla sus tareas considera la contextualización como algo importante. Al reflexionar sobre la práctica escolar realizada, valora el tema de los porcentajes y función lineal por su impacto

> *… tanto la importancia gracias también a su aplicación muy frecuente en la vida de cada día. (MG, TFM pg 12)*

Y da valor al uso de métodos que permitan la comprensión. Aunque es consciente de las dificultades para llevarlo a cabo. Entre ellas, alude fundamentalmente al hecho de que algunos estudiantes han desarrollado sólo la habilidad técnica del proceso sin reconocer el valor del mismo.

> *(valoro el) empleo de metodologías diferentes de proponerles a los alumnos para que todos puedan comprender de ello los contenidos. ...*
>
> *No se ha ofrecido a todos--- por la falta de ejemplos que de la mejor manera pudieran devolver el tema aplicativo en un contexto real... El resultado ha sido por lo tanto de una comprensión parcial del tema de parte de los alumnos: los que han comprendido técnicamente como aplicar los muchos métodos propuestos para solucionar los ejercicios, pero no han logrado comprender de ello la utilidad. (MG, TFM, pg 13)*

Las situaciones que decide proponer son del tipo siguiente: Si 8 kilos de manzanas valen 16 euros, ¿cuántos euros vale un kilo? Y ¿cuántos kilos podré comprar con un euro? O bien En una granja hay comida para alimentar a 300 conejos durante 60 días. ¿Cuántos conejos hay que vender si se quieren alimentar durante 75 días, dándole la misma ración? MG dice darse cuenta de que los estudiantes reconocían el proceso como algorítmico, e intenta proponer una situación que sea aún más motivadora. Así, introduce la situación de recetas de cocina para *"reforzar aspectos no consolidados y comprendidos de la proporcionalidad".* Y explica que *"Los alumnos se han interesado enseguida en la actividad".*

Considera que lo que los chicos aprendieron durante este ejercicio, fue que para preparar una pizza más grande y por lo tanto, para más personas se necesitó el empleo de una mayor cantidad de ingredientes. En práctica lograron comprender este concepto de relación entre los aumentos de las dos cantidades, también sin una explicación. Además no aplicaron ninguna procedimiento mental detallado por la individuación de las magnitudes, pero las localizaron automáticamente y empleadas por la resolución de los muchas preguntas. Efectivamente por la primera vez los alumnos de misma iniciativa han solucionado un ejercicio, por el razonamiento y utilizando los conceptos desplegados por la resolución del problema.

En su reflexión diferida, un mes más tarde de la ejecución de la experiencia, reconoce que es bueno contextualizar.

> *A este punto me he dado cuenta que para facilitar el aprendizaje de los alumnos en tema de Proporcionalidad, habría sido necesario abandonar la técnica memorista; ofrecerles a los chicos de los muchas alternativas por diferentes materiales didácticos que mejor se acercaran a sus exigencias interpretativas y motivacionales. Luego he creído devolver este tema de la Proporcionalidad más real posible, introduciéndolo en un contexto de la vida cotidiana, evidenciando de ello su utilidad y aplicabilidad en diferentes contextos culturales. (MG , TFM pg 21)*

Pero, al preguntarse por una propuesta de mejora, regresa a una idea inicial y se pregunta *¿Cuál metodología didáctica utilizarías para hacer menos memorista la explicación de la proporcionalidad y facilitar de ello el aprendizaje de los alumnos también teniendo en cuenta de sus intereses*? Al responder, hace una reflexión inicial basada en la idoneidad epistémica y alude a la necesidad *de* un enganche de la didáctica de las matemáticas con la vivencia cotidiana de nuestros alumnos. *Este enganche se podrá garantizar a través de una revisión de sus aspectos epistemológicos, para que tome las distancias de cálculos complejos, procedimientos repetitivos y estereotipados, difíciles para la mayor parte de los estudiantes.* Lo que curiosamente sorprende es que en su propuesta final de clase regresa a visiones formalistas.

> *La primera cosa por hacer es explicarles a los alumnos el concepto de Magnitud en términos de tamaños que son atadas la una a la otra por una relación de dependencia: al aumentar de una cantidad, necesariamente aumenta también la otra cantidad. Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple...** cantidad de la primera corresponde **doble, triple...** cantidad de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**.* (MG TFM pg 14)

Sólo después de eso, propone ejemplos como la elaboración de una tarta, pero sin darse cuenta de que ha "cambiado el ejemplo" hacia otro esquema de problema con significado diferente.

> *Para hacer un postre para 4 personas se necesitan 300 g de harina, 150 g de azúcar, 2 huevos y 200 g de manteca. ¿Qué cantidad de ingredientes se necesitan para preparar el postre para 6 personas, considerando que comerán aproximadamente la misma cantidad? (MG, TFM pg 16)*

Al analizar la práctica discursiva de MG, reconocemos que no se hizo consciente de la diferencia entre contextos intramatemáticos y extramatemáticos, y que la riqueza epistémica que es importante debe verse en la complejidad de significados.

Caso 3. Estudiante IT.

Reconoce que es importante el valor del contexto en cuanto a la realidad de los estudiantes. Es interesante ver que IT usa explícitamente los criterios de idoneidad para discutir su práctica, cuando indica que va a ver si *me he equivocado en las matemáticas que quería enseñar*. Y se justifica ante el enfoque realista que pretendía dar a sus clases.

> *Se han impartido las clases desde un enfoque realísticos, que considero ha sido el adecuado. A partir de problemas contextualizados se han introducido los distintos conceptos matemáticos de estadística.*

Establece que su tentativa inicial era la de usar situaciones simultáneas que a priori se consideraron como actividades potencialmente ricas.

> *- Primero presentar un estudio estadístico ya realizado ("la tierra en miniatura", http://www.youtube.com/watch?v=ss9bea9bFac) para mostrar a los alumnos cuál era nuestro objetivo de aprendizaje. Este estudio daba pie a revelar la utilidad de la estadística en la vida cotidiana y en otras disciplinas tan cercanas como pueden ser la medicina o la economía; (IT, TFM pg 13)*

E incluso indica que los conceptos matemáticos de esta unidad de estadística han sido presentados de forma amplia, clara y correcta, procurando establecer conexiones entre ellos, y con una buena motivación que usa representaciones extrínsecas como es el trabajo con un programa de TV.

> Por ejemplo, para tratar el concepto de media aritmética primero se presentó una situación contextualizada en la que se utilizaba este concepto para resolver el problema planteado. Se hizo mediante la proyección de un capítulo de la serie "Àlia" (http://www.phobos.xtec.cat/creamat). (*IT , TFM pg 17*)

Para el análisis en base a la idoneidad cognitiva, *se plantea si podían aprender los alumnos con las actividades propuestas*. Y también si ¿han aprendido los alumnos? Así, detalla algunos aspectos que se tuvieron en cuenta, cómo se analizaron las representaciones, e incluso el valor de la contextualización. En el análisis de la idoneidad interaccional manifiesta no estar totalmente satisfecha. Y alude a lo poco que escribe el alumnado ante las tareas.

> *En relación a la parte escrita, he observado en la corrección de los ejercicios que, en general, son muy escuetos redactando y que cuando hacen una operación matemática, la mayoría pone el resultado sin explicar la manera en que lo calcula.* (*IT, TFM pg 21*)

En cuanto a lo mediacional, habla del contexto temporal como muy inadecuado.

> *El contexto externo ha influenciado enormemente en el desarrollo de la unidad. Una mejora del mismo, fuera de mi alcance, permitiría que las clases fuesen más fructíferas y permitiría un mejor aprovechamiento de los recursos utilizados… incluiría actividades con hoja la de cálculo* (*IT , TFM pg 21*)

Por último, habla del contexto cotidiano como algo importante al considerar la idoneidad emocional/afectiva.

> *Para abordar este punto, cuidé que los enunciados de los problemas estuviesen contextualizados de manera que los alumnos pudieran relacionar el uso de las matemáticas con la vida cotidiana* (*IT, TFM ag 14*)

Usa el contexto que a priori puede interesar (afecto/motivación) y reconoce el valor de contextualizar, pero le otorga un significado prácticamente privilegiando lo emocional. Y ahí, notamos como en su reflexión diferida indica que hubiera mejorado la calidad del trabajo si se hubiera contextualizado más a partir de datos proporcionados por el propio alumnado.

> *Vista la reacción tan positiva que tuvieron los alumnos en la sesión de presentación de resultados del estudio (fue en la última), creo que hubiese sido muy interesante que ellos lo hubiesen elaborado en su totalidad, o haber utilizado los datos reales recogidos como enunciados de los problemas propuestos, de forma que en la resolución de los mismos hubiesen podido evidenciar conclusiones de su propia realidad, además de revelarse informaciones muy interesantes y enriquecedoras para el grupo-clase (me sorprendió la cantidad de idiomas distintos que conocen los alumnos, por ejemplo).* (*IT , TFM pg 27)*

Lo interesante de esta propuesta, es que nos muestra como al tener como marco los criterios de idoneidad, se justifica con mayor fuerza un deseo de la futura profesora en profundizar en el valor de la contextualización. Y se formula una pregunta importante que no aparece en ningún otro de los trabajos realizados: *¿Cómo la contextualización situada influye en el aprendizaje de los alumnos?, ¿qué se entiende por contexto? ¿Cuál es su alcance?* Después del análisis y lecturas que la futura profesora ha realizado, puede concluir que diversos autores indican que el trabajo situado influye sobre el aprendizaje del alumnado e indica conclusiones que aplicaría a nuevas formulaciones de su propuesta.

> *…Hemos visto: a) que la contextualización situada influye en el aprendizaje de los alumnos; b) que el contexto es aquella situación propia de la vida real y cercana al individuo, pero sobre todo tiene que sentirla como propia (tiene que tener la percepción que es un problema interesante a resolver); y c) que existen distintos tipos de contextos situados (más o menos elaborados o complejos), cuya aplicación en el proceso de aprendizaje dependerá de la fase en que nos encontremos (fase de exploración y desarrollo, o en la de aplicación).* (*IT , TFM pg 25)*

7.6.2. Interpretación de trayectorias como miradas diferentes.

A partir de las observaciones y análisis realizados, podemos distinguir las posiciones con las que se miró el contexto desde los tres casos analizados. Para ello, usamos un octógono de referencia, en donde consideramos 4 dualismos importantes como miradas del contexto: (1) distancia entre la situación generadora y los objetos matemáticos próximo/ lejano; (2) tipo de contexto según la idea que había sido estudiada por Piaget (intra o extramatemático); (3) forma colaborativa de presentación del contexto (pequeño grupo/gran grupo); (4) Tipo de contexto en cuanto alude a la persona o la institución (personal/social).

Representamos dichas miradas diferentes de los tres casos analizados, en el esquema siguiente.

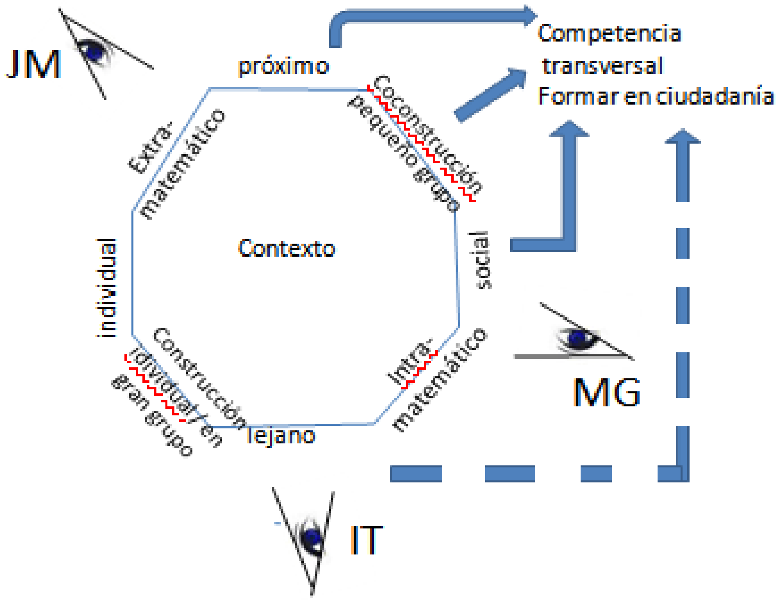


Figura 7.7.1.1. Influencia de contextos sobre lo ciudadano y miradas correspondientes.

En efecto, cada estudiante interpreta su mejora, para acercarse más a la ciudadanía desde perspectivas diferentes. No quiere decir que una sea mejor que otra, o que de mejor resultado que otra. Simplemente se trasluce una forma de enfocar los problemas, en base a incidir en lo que menos fuerte se siente haber desarrollado en la práctica. Dado que no hay acción nueva que desarrolle la práctica de nuevo, no podemos hablar de efectos sobre el alumnado, sino sólo sobre las expectativas del futuro docente, que mejora su reflexión.

7.7. Rediseño del Ciclo en los años 2 y 3.

La retroalimentación facilita el aprendizaje

Thodnike, 1931 Human learning. Nueva York: Century

…si queremos desarrollar una comunidad de estudiosos —en la que los estudiantes busquen en forma natural retroalimentación y critiquen su propio trabajo— entonces es razonable que los maestros modelen el mismo compromiso de usar datos en forma sistemática, ya que esto se aplica a su propio papel en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Shepard, 2000,[40]

Uno de los fines de un experimento de enseñanza, es rediseñar la formación para que se acerque a los objetivos previstos. En base al análisis anterior del Ciclo implementado, del año 1, y después de consolidar la propuesta teórica de los capítulos 2 y 3, se decide ampliar el ciclo a algunas tareas más, profundizando en los aspectos de ciudadanía, y fundamentalmente añadiendo a las propuestas de reflexión sobre las propias ideas, la confrontación con ideas de los otros colegas. Se tiene en cuenta también, que ya se tienen registros de análisis de clases de los propios estudiantes del año anterior, y se han realizado análisis de procesos y objetos matemáticos más finos que en el año anterior.

Además, en este momento de investigación, se ha realizado ya el análisis de evaluación de procesos según EOS (Rubio, 2012), se han definido mejor las competencias profesionales (Font et al. 2012), y en particular se ha realizado un análisis pormenorizado de lo comunicativo (Vargas, 2012). Se han analizado también con detalle progresos de análisis cognitivo específico en temas como proporcionalidad (Rivas, 2013), semejanza (Gualdrón, 2012), trigonometría (Fiallo, 2012), y se reflexiona en el equipo de investigación sobre tareas profesionales que abordan el tema de la derivada (Pino, Godino y Font, 2010).

Nuestro objetivo particular de este momento, es investigar cómo el proceso de construcción de una secuencia de tareas profesionales

---

[40] Shepard, L. (2000). The Role of Assessment in a Learning Culture Journal: *Educational Researcher*, vol. 29, no. 7, pp. 4-14

influye y genera cambios en el desarrollo de la competencia de formación para la ciudadanía en los futuros profesores en el contexto del curso de formación realizado (Clarke, Grevholm, y Millman, 2009). Con ello, cubrir uno de los objetivos de nuestra tesis.

Dicho desarrollo se constata en cuanto los futuros docentes incorporan y desarrollan en la mayor medida posible "pautas de análisis y valoración de la idoneidad o calidad didáctica" (Godino, Bencomo, Font, y Wilhelmi, 2006) no sólo en los aspectos matemáticos y didácticos matemáticos, sino en el tratamiento de la transversalidad.

Mediante el conjunto de tareas diseñadas en el ciclo formativo, no sólo queremos formar en la competencia de análisis didáctico, sino que queremos abrir al futuro docente a la perspectiva de profesor investigador de su propia práctica que considera y analiza el papel de la contextualización y la transversalidad.

7.7.1. Objetivos propuestos para el nuevo ciclo.

En resumen, entendemos que los grandes objetivos a desarrollar en nuestro ciclo de formación en la versión mejorada de los años 2 y 3 son de dos tipos, los que se relacionan con lo transversal, y los específicos.

(1) Desarrollar una identidad profesional sustentada en un conjunto de valores democráticos vinculados a un compromiso ético en su práctica.

(2) Autoaprender y perfeccionarse de manera continua, mediante procesos de reflexión de su propia práctica.

(3) Reconocer el valor de las matemáticas para interpretar problemas sociales y argumentar la toma de decisiones profesionales correspondiente, que tengan como consecuencia dar poder al alumnado mediante las matemáticas.

(4) Planificar, aplicar y analizar diferentes selecciones y organizaciones del contenido matemático a enseñar, para conseguir que el alumnado aprenda en la complejidad, y tenga

en las matemáticas herramientas para la transformación de la sociedad.

(5) Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer planificaciones, implementaciones, valoraciones y plantear propuestas de mejora que fomenten ciudadanía democrática.

(6) Interpretar el diálogo deliberativo como forma privilegiada de construcción de significados matemáticos que contribuyen a generar actitudes democráticas en los procesos de enseñanza/aprendizaje.

(7) Interpretar las prácticas matemáticas escolares como prácticas sociales transformadoras, en donde la actividad matemática repercuta fuera del aula.

7.7.2. Descripción de las actividades del ciclo en los años 2 y 3.

En esta versión, se introducen tres fases: de iniciación, desarrollo y práctica. Se plantean once tareas profesionales que se ejecutan en diversas asignaturas del Master de Formación del profesor de Matemáticas de Secundaria de la Universidad de Barcelona (ver resumen en figura 7.7.1.1.). Para la realización de las tareas profesionales, se han proporcionado documentos con información teórica procedente de Didáctica de la Matemática sobre el tema formulado. Para la descripción de las tareas, se presenta una estructura que permite identificar los elementos del diseño y ayudan a caracterizar las trayectorias a priori de formación (Burgués y Giménez, 2007): (1) pregunta profesional asociada; (2) objetivos de acción; (2) integración competencial y nexos (3) Referencias y recursos; (4) Expectativas de desarrollo de la competencia.

	Tarea	Idea principal	Asignatura
Fase de Iniciación	1. Actividad matemàtica y ciudadanía	Presentación curricular Reflexión sobre contextualización.	Recursos Competencias y evaluación
	2 . Analizando concepciones iniciales	Encuesta sobre el valor de las tareas en el desarrollo de la competencia.	Competencias y evaluación *(Tarea Moodle)*
	3 . Inicio anàlisis didáctico.	Análisis de un episodio sobre los barrios Análisis de configuraciones de Objetos y procesos matemáticos.	Didáctica *(Tarea Moodle)*
Fase de Desarrollo	4 . Análisis didáctico. Idoneidades.	Planteamientos sobre episodios de clase de mediatriz. Análisis de objetos y procesos.	Didáctica *(Tarea Moodle)*
	5 . Competencias transversales.	Análisis de Ciudadanía y comunicación. Desde la evaluación competencial	Competencias y evaluación
	6. Prensa y ciudadanía	Reconocimiento de recursos para el anàlisis de la contextualización extramatemática	Recursos
	7. Gestión, normas, diálogo	Análisis didáctico sobre normas epistémicas y sociomatemáticas en la resolución de problemas algebraicos.	Didáctica
	8. Análisis reflexivo sobre prácticas docentes	Análisis sobre el trabajo de contextualización sobre prácticas de otros. Incorporación de la voz de los futuros docentes.	Competencias y evaluación *(Tarea Moodle)*
Fase de Práctica reflexiva	9. Conexiones y situaciones interdisciplinares	Aprender a planificar con el uso de conexiones interdisciplinares y su papel en la construcción de ciudadanía. **Reflexión proyectiva**	Recursos *(Tarea Moodle)*
	10. Practicum	Desarrollo transversal considerado en la propia práctica y desarrollos asociados a la formación de ciudadanía a través de las matemáticas.	Practicum 2
	11 . Reflexión de la propia práctica como idoneidad ecológica.	Análisis de la propia práctica en clave de idoneidad ecológica, y reflexión sobre ciudadanía.	Trabajo Final Master

Figura 7.8.1.1. Esquema de tareas del ciclo formativo revisado.

A continuación se describen las tareas profesionales del ciclo en su versión final. En la mayoría de las tareas se usa normalmente la metodología de análisis de casos de profesores en ejercicio. En ocasiones se usan las respuestas de otros estudiantes de años anteriores para visualizar mejor sus posicionamientos. Este ciclo será un ciclo transversal a los demás ciclos y por tanto las actividades estarán vinculadas a las actividades planteadas en los demás ciclos.

7.7.3. Fase inicial del ciclo.

En esta primera fase, se desarrollan las tareas 1, 2 y 3, con leves cambios respecto la propuesta inicial del año 1.

Tarea Profesional 1. Actividad matemática y ciudadanía.

Básicamente amplia y desarrolla con algo de profundidad lo que se realizó en la actividad de presentación en los años anteriores. Se da algún tiempo más para que los futuros docentes puedan posicionarse. Se desarrolla una reflexión inicial de las competencias básicas dentro del curriculum (Asignatura de Recursos: 15 min) y contribución de la actividad matemática al planteamiento general de etapa obligatoria. Se analiza la idea de Practica matemática, Referentes legales curriculares, Relación entre competencia Matemática y ciudadanía, así como Competencia Matemática y Comunicación. Y se discute en base a que una de las funciones de la evaluación es el desarrollo de competencias básicas (Asignatura de Competencias y evaluación: 30 min).

En el anexo 12 (ppt TP1) puede verse esta explicitación en la versión mucho más completa de lo que había sido en años anteriores. En esta propuesta, los futuros profesores tienen oportunidad de discutir sobre ejemplos como las matemáticas de la Catedral de Mallorca, en donde se propone la situación de la incidencia de los rayos solares del rosetón en el altar mayor. Ahí se percibe un problema del cambio de posición de ángulos solares, y se habla de la "aplicabilidad de las matemáticas". En otro ejemplo como las medidas convencionales no universales, se habla de la cana, y su observación en la catedral de Barcelona. Al hablar del currículo, se discute- aunque sea poquito- las directrices que hablan de la ética de las matemáticas para interpretar el mundo.

TP 1. ACTIVIDAD MATEMÁTICA Y CIUDADANÍA. PRESENTACIÓN

Propuesta profesional. Nos planteamos inicialmente, desde el punto de vista curricular, *¿Qué debe conocer y hacer el docente de matemáticas en relación con el marco legal? En particular, ¿qué nuevos desafíos se propone el currícula oficial además de promover conocimiento matemático?*

Objetivo de Acción Se desarrolla una reflexión inicial de las competencias básicas dentro del curriculum (Asignatura de Recursos : 10 min) y contribución de la actividad matemática al planteamiento general de etapa obligatoria. Y se discute en base a que una de las funciones de la evaluación es el desarrollo de competencias básicas (Asignatura de Competencias y evaluación: 20 min).

Integración Competencial y nexo con la asignatura.

En la asigntura de Recursos, se habla del Curriculo oficial, y el papel de las competencias transversales. Se interpreta que los recursos extramatemáticos no manipulativos aluden a salidas extraescolares en las que se observa la matemàtica presente, y algunos modelos. *Se busca el* reconocimiento del papel de la actividad matemàtica que forma en ciudadanía.

Situación generadora de reflexión (20 min)

Discusión sobre asignación de lo que se desarrolla de competencias básicas en diversas actividades. Ejemplo de observación de la Medida de longitud en Catedral de BCN y los ángulos en la catedral Mallorca. Reconocimiento de Formas curvilineas en Gugenheim y Gaudi. **Ppt Tasca 1. ciutadania**

Recursos. Otras voces

Ver una propuesta de trabajo escolar de matemáticas para la paz.
http://www.elenamatematicas.info/index.php?option=com_content&view=article&id=48:matematicasparalapaz&catid=67:matematicasparalapaz&Itemid=91

Recursos. Documentos

Documento oficial Curriculum Generalitat. Sobre la ciència matemàtica document MS Word
Presentació competències bàsiques (Recursos): ppt curriculum ESO 1112
Presentació (Avaluació) Ppt Ciudadanía y curriculum ;
Ppt sobre Competencias
http://www.slideshare.net/B03TIC/evaluar-competencias-matemticas-presentation

Recursos. Referencias

Goñi, J. M. (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En J.M .Goñi y M. L .Callejo (coords.) *Educación matemática y ciudadanía.* Barcelona. Graó.
http://www.fisem.org/web/union/images/stories/25/Union_025_019.pdf

Expectativas de desarrollo de la competencia.

Se incide fundamentalmente en el eje 1 y 2 de apropiación política y desarrollo deliberativo en la parte didáctica de conocer las valoraciones curriculares de la competencia ciudadana.

Tarea profesional 2. Analizando posicionamientos iniciales.

Esta actividad tiene dos partes, una de explicación del formador en la que se justifican propuestas de recursos de las Sociedades de profesores para el tratamiento de la ciudadanía y se complementa la reflexión iniciada en la clase inicial. En la asignatura de Competencias y evaluación, se habla del papel de la competencia transversal y como puede contribuir un cierto tipo de actividad matemática a la competencia de ciudadanía. Para ello, se presentan las propuestas de PISA 2012 sobre la competencia matemática, y se justifican los aportes que dan los contextos en la construcción de ciudadanía. Se explican los puntos comunes entre la propuesta de la Generalitat de Catalunya y PISA, en cuanto dar valor a procesos como modelización y resolución de problemas y los ajustes que se hacen en el sentido de evaluar aspectos concretos a través de los problemas contextualizados.

Se propone a los estudiantes el cuestionario inicial que se había presentado ya anteriormente para detectar las concepciones iniciales del futuro docente. No se cambian las situaciones a reflexionar. Se decide añadir dos cuestiones más para fomentar que se establezcan relaciones con el currículo y la planificación personal de práctica matemática. Son las preguntas siguientes.

1. Modifica o añade lo que consideres necesario en las tareas para que se tenga más en cuenta la competencia ciudadana. Considera en las modificaciones los planteamientos del currículum de la Generalitat sobre el desarrollo de la competencia ciudadana. Conserva la idea matemática de las tareas. Añade explicaciones necesarias para justificar tu respuesta.

2. Describe alguna actividad del tema que consideras que vas a desarrollar en el Prácticum II que lleve a trabajar la ciudadanía.

En los anexos 14 a y b se encuentran respuestas de estudiantes.

TP 2. ANALIZANDO POSICIONAMIENTOS INICIALES. (Propuesta de actividad online)

Pregunta profesional. ¿Qué variables debemos considerar al desarrollar prácticas matemáticas que promueven ciudadanía? ¿Qué valor otorgar al contexto? ¿Qué aportó PISA 20123 al planteamiento competencial y evaluación de la competencia matemática? ¿Qué valor otorgar a los enunciados de las tareas? ¿Qué valor otorgar a la gestión del proceso de enseñanza /aprendizaje? ¿Qué consideración tener con los objetos y procesos?

Objetivo de acción asociado. Se pretende que el futuro docente se posicione, mediante una reflexión inicial sobre las relaciones entre ciudadanía y matemáticas tal como se las imagina. Se propone analizar fundamentalmente en qué medida ciertas tareas matemáticas desarrollan más la ciudadanía que otras. (Nexo curricular: Reflexión sobre competencias transversales) (Nexo interno. Discusión sobre el papel de la contextualización y configuraciones de objetos y procesos).

Recursos. Documentos entregados

Durante la presentación de la propuesta de PISA 2012, se constata la necesidad de contemplar el valor del contexto y la contextualización en las perspectivas internacionales de lo que se considera debe valorarse en la actividad matemática. Valor contexto Pisa_2012.ppt .

Recursos.

Resposta_Tasca_1_Que_fem_per_la_ciutadania.pdf
Tarea1_Competencias_HV.pdf

Otras voces sobre ciudadanía y contexto.

Trabajos de estudiantes del curso anterior.

Recursos. Referencias

-Matemáticas y urnas: Pensamientos del profesor Javier Ortiz
http://www.javierortiz.net/voz/pako/matematicas-para-la-ciudadania
http://www.javierortiz.net/voz/pako/matematicas-para-la-ciudadania-ii
-Alsina, C (2010) Matemáticas para la ciudadanía. En J. M. Goñi y M. L. Callejo (coords.) *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona. Graó.

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

Se presenta el sentido del cuestionario inicial en el sentido de apreciar las actividades matemáticas que se desarrollan en las tareas propuestas. Se busca promover la reflexión sobre el sentido que se le da a la actividad matemática. La tarea será respondida online y forma parte de la evaluación de la asignatura.

Situación generadora de la tarea (aportación al blog como tarea no presencial)

Se responde a un cuestionario concepciones iniciales sobre el tipo de tareas matemáticas que fomentan la ciudadanía Aparecen visiones de los estudiantes vinculadas a su idea de competencias asociadas a una tarea matemática, y sobre el valor específico otorgado a la ciudadanía...

tarea_1_Competencias_y_evaluacion.doc

Expectativas de desarrollo de la competencia.

En esta tarea se pretende incidir fundamentalmente en los ejes 1 y 2 de la competencia de aprender a formar en ciudadanía.

Tarea profesional 3. Inicio análisis didáctico. Contextos y ciudadanía.

Se reproduce la actividad de análisis didáctico de la experiencia del curso anterior, en la que se discute el papel del contexto extra-matemático como es el tema de la vivienda y las relaciones de proporcionalidad en el análisis didáctico de un episodio sobre comparación de barrios, a partir de un caso que se analiza a partir de su transcripción. Durante la clase de formación aparecerán las primeras reflexiones sobre cómo cierto tipo de tareas matemáticas pueden dar lugar a discusiones sobre aspectos que desarrollan la competencia ciudadana. Sabiendo que aparece en la reflexión de forma natural en años anteriores, el cambio que se hace es preguntar explícitamente por si ¿consideran que el contexto además de contribuir a trabajar la proporcionalidad con un significado de comparación entre magnitudes, permite desarrollar la competencia de ciudadanía a través del objeto matemático proporcionalidad?

Con ello se pretende explicitar que la configuración epistémica asociada a la práctica matemática, se le asocian normas valorativas que permiten enfocar la ciudadanía a través de las matemáticas. En ese sentido, se contribuye a reflexionar sobre el significado de lo normativo junto los objetos matemáticos. Con todo, este aspecto se tratará con, mayor precisión al hablar de las interacciones y normas más adelante.

Los futuros docentes no tienen experiencia de análisis didáctico por lo que sus explicaciones son superficiales en general sobre lo que es importante constatar en el trabajo de los niños. Sabemos que se fijan más en el trabajo del docente, y por ello, el formador decide explicar con mayor detalle cómo cierto tipo de preguntas promueve una u potra competencia. La proporcionalidad se considera un elemento clave de la Secundaria Obligatoria, y enseguida se dan cuenta de que hablar de los barrios promueve una reflexión sobre lo ciudadano, en donde la proporción juega un papel importante. Se pueden dar cuenta de que la noción de densidad de población, no es una proporción entre magnitudes del mismo tipo sino de tipos diferentes.

TP 3. ANÁLISIS DE OBJETOS, PROCESOS, CONTEXTOS Y CIUDADANIA.

Problema profesional. ¿Qué tipos de contextos podemos considerar en las prácticas matemáticas que fomenten ciudadanía?

Objetivo de acción asociado Se discute la relación entre contexto extra-matemático y valores ideológicos de la enseñanza de matemáticas a partir de un caso que se analiza a partir de su transcripción. Se presenta un episodio sobre los barrios (Nexo Innovación e Investigación), y aparecen las primeras reflexiones sobre cómo cierto tipo de tareas matemáticas pueden dar lugar a discusiones sobre aspectos que desarrollan la competencia ciudadana.

Recursos. Documentos.

Transcripción de un episodio sobre los barrios y contextualización del episodio en cuanto puede permitir reconocer no sólo el desarrollo de la competencia matemática, sino la ciudadanía. Se hace referencia a Font, Godino y Planas (2010)

Recursos. Otras voces.

Algunas respuestas y/o comentarios al cuestionario con estudiantes del curso anterior.

Recursos. Referencias.

Callejo, ML. (2000) *Educación matemática y ciudadanía*. Cuadernos sociedad y educación n.12. Centro Poveda. AECI. Madrid. Documento completo disponible en http://www.centropoveda.org/IMG/pdf/matematicasDDHH.pdf

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

En la asignatura de Investigación e innovación se presenta la actividad matemática y se inicia un análisis didáctico sin referenciales teóricos. El ejemplo xe busca de manera que permita identificar el valor de discutir sobre problemas sociales, para que se interpreten las competencias transversales.

Situación generadora de la Tarea.

Discusión valorativa espontánea de episodio de los barrios, para discutir sobre la idea de interacción y de exclusión. Asimismo, el papel de las matemáticas para desarrollar ciudadanía.

Expectativas de desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía.

En esta tarea, se pretende incidir fundamentalmente en el eje 2 en lo didáctico. Se pretende incidir en tomar posicionamientos críticos sobre los hechos matemáticos y su desarrollo escolar.

En una versión aún mejorada de la actividad del episodio de los barrios, se introduce el cuestionario siguiente posterior al análisis didáctico.

SOBRE EL PROBLEMA DE LAS DENSIDADES I LA COMPETENCIA EN CIUDADANÍA

1. Reflexiona sobre los aspectos generales en que se puede ver desarrollo de la competencia ciudadana en el episodio.

2. Ahora, intentamos hacer un análisis más pormenorizado. Sobre la propuesta del profesor a partir de unos criterios

    2.1. En cuanto la Intencionalidad al proponer un tipo de tarea, ¿cuál es el alcance de la tarea y su potencial para desarrollar ciudadanía CRÍTICA Y REFLEXIVA?

    2.2. En cuanto al Contexto usado y su significado

    2.3. En cuanto la gestión del aula y su influencia (tomas de decisión, beneficios…)

    2.4. Actuación respecto las preguntas/respuestas del estudiante

    2.5. En cuanto al posicionamiento critico en el desarrollo de la tarea... Da la posibilidad de discusión fuera de la escuela? ¿Ofrece alternativas de actuación democrática?

3. Sobre la actuación del alumnado y las posibilidades (o no) que da la tarea para formar en ciudadanía, y por lo tanto evaluar esta competencia.

    3.1. En cuanto ayuda a los procesos de Interpelación (en el caso de noticias …

    3.2. En cuanto fomenta la capacidad de análisis

    3.3. En cuanto se reconoce el valor de la confrontación dialogada

    3.4. En cuanto la fuerza de saber sacar conclusiones argumentadas.

    3.5. En cuanto se muestran relaciones de autocontrol organizadas.

4. Interpreta por último, si puedes distinguir en cuanto las diferentes personas, ¿qué aspectos de competencia ciudadana les asignas como observable?

Alicia	
Emilio	
Mateo	

Añade otros comentarios de interés que juzgues conveniente.

7.7.4. Fase de desarrollo del ciclo.

En esta fase, se desarrollan varias actividades profesionales que tienen como objetivo explicar el significado de la contextualización, el desarrollo de actividades que fomenten competencias transversales y competencia matemática. A continuación se explican las tareas de la secuencia del ciclo de la fase de desarrollo no inicial. El objetivo de esta fase, es mostrar el poder de las configuraciones epistémicas, insistiendo en el papel de las representaciones y definiciones en la construcción de significados matemáticos.

Se presenta una reflexión sobre conexiones e interdisciplinariedad y se observan sus posibles influencias sobre el alumnado, el papel de las representaciones para interpretar relaciones y propiedades generalizables propias de las matemáticas. Se explica el sentido de las propuestas basadas en la etnomatemática. Así, se trabaja las conexiones, la interdisciplinariedad así como la transdisciplinariedad.

Tarea profesional 4. Análisis didáctico. Idoneidades

Esta es una tarea nueva en cuanto a la contribución al ciclo. En efecto, en la asignatura de Recursos, estaba planeada una sesión destinada a discutir sobre recursos asociados a la interdisciplinariedad, y poder establecer el valor del análisis sobre el uso de las representaciones en el desarrollo del conocimiento matemático. Pero ahora, se reelabora, para reflexionar cómo el planteamiento interdisciplinar contribuye a desarrollar ciudadanía a través de las matemáticas. Y se discute como evaluarlo.

Para desarrollarlo, se introduce la reflexión de la idea de Proyecto matemático realista y la visión de lo cultural en el desarrollo matemático (Boero, Dapueto y Parenti, 1996) y los principios de la etnomatemática. Se aprovecha para presentar el Proyecto de Genova "Hombre y naturaleza, Territorio y Aspectos de genética y población" para la escuela media en Italia, correspondiente a la Educación Secundaria

Obligatoria en España. Se presenta el trabajo de licencia de Estudios de Martí Casadevall sobre sombras y movimiento solar así como la insistencia que hace sobre el contexto. El objetivo es que los futuros docentes reconozcan que hay experiencias de prácticas escolares que fomentan relación crítica con el medio para poder conocerlo y tener herramientas para transformarlo.

Esta actividad tiene nexo con otra (que no es específica de este ciclo formativo profesional) en la que se ponen ejemplos sobre como mejorar la calidad epistémica de una secuencia didáctica. Se usa el ejemplo de una secuencia en la que se desarrolla el Teorema de Tales y la estudiante F dice tener en cuenta las conexiones matemáticas. Se razona que no es totalmente cierto, y se ve las ausencias de tal tipo de conexión.

En el desarrollo de esta tarea profesional, se pretende que los futuros profesores puedan reconocer los tipos de contextos diferentes que influyen sobre la actividad matemática y los principios de un desarrollo de las competencias transversales, a través de propuestas inter, pluri y trans disciplinares.

TP 4. CONEXIONES, INTERDISCIPLINARIEDAD Y CIUDADANIA

Problema profesional.

¿Por qué es importante establecer conexiones en nuestras prácticas matemáticas? ¿Qué tipo de situaciones interdisciplinares nos podemos plantear desarrollar en las prácticas matemáticas en la etapa de la Secundaria obligatoria 12-16 años? ¿Qué recursos tienen en cuenta establecer conexiones ¿A qué elementos contribuye desarrollar ese tipo de actividades?

Objetivo de acción a desarrollar.

Se pretende analizar el valor de las conexiones y tareas interdisciplinares, per a desarrollar competencias básicas como fomentar diálogo, la interculturalidad y ciudadanía.

RecursoS. Documentos entregados.

Presentación del tema **CONNEXIONS.pdf**

Recursos. Referencias

Gomez-Chacón, I (2010) Matemáticas: Mente disciplinar, mente creativa, mente ética. Una propuesta de educación ciudadana. En En JM Goñi y ML Callejo (coords) *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona. Graó.

Treball de P Boero fitxer ; Llicència estudis M Casadevall PDF ; exposiciones matemáticas virtuales fitxer; Contextos_en_secundaria.pdf: Matematicas_y_contextos_.pdf

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

En la asignatura de Recursos per a l'activitat matemàtica, se pretende introducir los elementos éticos que influyen sobre la actividad profesional. Por ello, se pretende contribuir al anàlisis didáctico, profundizabdo sobre el papel de los contextos en el desarrollo de la actividad matemàtica, con cariz modelizador. Se relaciona con la subcompetencia de mejorar la calidad epistémica de una secuencia didàctica.

Situación generadora de la Tarea

Anàlisis breve de un caso que trata la sostenibilidad y comprensión del entorno : http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=61802&p_ex=matematiques&p_num=3
Reflexión sobre la tarea 1. Significado_de_las_Competencias.ppt

Expectativas de desarrollo de la competencia.

En esta actividad se pretende fomentar aspectos relacionados con el eje 2 y 3.

Tarea profesional 5. Competencias transversales.

Se analiza la evaluación de la competencia transversal de ciudadanía a nivel escolar, mostrando un sistema de categorías basado en nuestro modelo teórico explicitado en el capítulo 2. En este momento tan sólo se pide a los estudiantes que entiendan el esquema, y realmente no se les pide que ejecuten una reflexión específica.

En la propuesta de observación sobre la mediatriz, se pretende que los estudiantes analicen tres propuestas de profesores diferentes viendo las configuraciones correspondientes. En efecto, los estudiantes identifican una de las propuestas como la que da mayor profundidad al contenido. A partir del análisis, se ven procesos matemáticos diferentes que se han potenciado.

Se explica que muchas situaciones de clase hacen que los estudiantes sean pasivos y no siempre es por una enseñanza llamada autoritaria no dialógica. Es a veces la propia tarea la que hace que no se produzca aprendizaje de calidad, o porque la gestión es sólo pregunta/respuesta y no es inquisitivo.

Junto a estas explicaciones, en la asignatura de recursos, se debate que es importante reconocer niveles de profundidad de la conversación, en cuanto promueven conocimiento matemático más profundo. Se muestran niveles de discurso. Consideramos como Nivel 1: sentado en la provocación a explicar y articular ideas; Nivel 2: en el que los estudiantes empiezan a preguntarse por las propiedades, afirmaciones, etc. La situación provocadora en este caso es si da lo mismo sumar una serie de números por columnas de dígitos de derecha a izquierda o de izquierda a derecha. Nivel 3. El alumnado comienza a cuestionarse y asumir una actitud de investigación.

Los estudiantes se enfrentan con la resolución de problemas como gran proceso, y otros procesos. Se pretende que, con este tipo de análisis se perciba que determinado tipo de procesos aportan más a la formación para la ciudadanía. Con el análisis de las interacciones se complementa el análisis didáctico en la parte del reconocimiento de lo normativo y su influencia sobre el uso de los contextos en las tareas.

TP 5. ANALISIS DE COMPETENCIAS TRANSVERSALES Y PROCESOS

Problema profesional

¿Por qué en una clase se producen debates productivos que generan reconocimiento de normas de tipos diferentes, que influyen en el desarrollo de competencias básicas como la comunicativa y la ciudadana?

Objetivo de acción a desarrollar

Reflexión sobre los contextos intra-matemático y extra-matemáticos, vinculados a la idea de las configuraciones (Ejemplo de la mediatriz). Contribución de los problemas abiertos y Tipos de problemas abiertos /tipos de preguntas/Globalización. Reflexión sobre Evaluación de la competencia transversal (competencia ciudadana).

Recursos. Documentos

Videos 1,2,3 sobre la presentación de la mediatriz. Posibles transcripciones.

Recursos. Otras voces

Trabajos desarrollados por alumnado del curso anterior. .

Recursos. Referencias

Un modelo de cooperación investigativa. Alro, H; Skovmose,O (2006) Dialogo e aprendizagem em educaçao matematica. Belo Horizonte Autentica. Pg 51-75. 77- 118.

Competencia profesional como nexo con la asignatura

En la asignatura de Recursos, se pretende mostrar elementos que sirvan a los futuros docentes para desarrollar aulas participativas, mediante recursos comunicativos. Y en la asignatura competencias y evaluación, pretendemos identificar criterios de evaluación de la actividad matemàtica, y en particular para la evaluación diagnóstica. Así, nos proponemos reflexionar sobre las implicaciones de ambos objetivos respecto al debate democrático.

Situación generadora de la Tarea

Fase 1. Análisis de interacciones en una observación de clase sobre la mediatriz

Fase 2. Una mirada al trabajo algebraico. Estudio de relaciones sociales en un trabajo matemático

Expectativas de desarrollo de la competencia

Análisis didáctico de situaciones de aula, y reconocimiento de normas sociomatemáticas y sus implicaciones para el desarrollo de la ciudadanía.

Tarea Profesional 6. Prensa, actualidad matemática y ciudadanía.

La tarea se presenta en la asignatura de Recursos para la enseñanza de las matemáticas, en donde se quiere ver el papel de recursos extraescolares como exposiciones y prensa. En efecto, la prensa es un recurso que pone en evidencia cómo interpretar la realidad modelando con las matemáticas. Ahí se identifica la interpretación y producción de problemas y enunciados.

Se discute sobre la idea de formación crítica y formación democrática según Skovsmose y Valero. Se habla de un ejemplo sobre construcción de raquetas. En cuanto la visión etnomatemática, se habla de los picapedreros de Granada (Oliveras, 1996).

Se muestra una propuesta pública realizada a nivel escolar en http://www.xtec.es/sgfp/llicencies/200809/memories/1907m.pdf. Hay un posicionamiento teórico, una referencia a la realidad escolar (encaja en el proyecto de la institución, y los referentes competenciales curriculares, se referencian objetivos no sólo matemáticos. En el ejemplo, se muestra el caso del consumo responsable. Hay formatos diferentes para la misma medida de galletas. Se analiza los formatos con preguntas como "¿cuál es el formato más rentable para el fabricante?". Asimismo se quiere reconocer el valor de información relevante e irrelevante. Pregunta cuando es más barato para el consumidor, y para el fabricante. Se discute sobre el valor de los textos de prensa para provocar situaciones matemáticas asociadas a modelos estadísticos simples y finalmente se habla del uso de filmes como Alia para interpretar distribuciones en manifestaciones.

Como tarea de reflexión, se discute sobre los diálogos democráticos en la experiencia del profesor X descrita en el capítulo 5 de esta memoria. Se presenta uno de los diálogos que se analiza de parte del formador usando las 9 categorías teóricas, y se pide a los futuros profesores que analicen otro diálogo. Se discute sobre la ética del respeto, la solidaridad y la colaboración.

TP 6. PRENSA, ACTUALIDAD MATEMATICA Y CIUDADANIA

Problema profesional.

¿Es cierto que podemos trabajar con lo cotidiano de la prensa, en matemáticas, pero no podemos hacerlo en todos los temas? ¿Hay realmente temas más ciudadanos qué otros? ¿Sabemos que muchas ideas están ya pensadas y podemos encontrarlas como recurso en la red?

Objetivo de acción a desarrollar.

Se pretende analizar brevemente, el valor de recursos sobre el uso de la prensa en las prácticas matemáticas para desarrollar competencias básicas como la ciudadanía.

Recursos. Documentos

El periódico con ojos matemáticos.
http://www.blogseitb.com/matematicas/2010/09/15/leer-el-periodico-con-ojos-matematicos/; http://frodriguezdiaz.blogspot.com/2009/02/mas-matematicas-leyendo-el-periodico.html

Recursos. Otras voces

Las propuestas de F Corbalán Prensa y mates http://prensamatematica.wikispaces.com/; Articulos de Corbalán, F. :

Recursos. Referencias

http://search.conduit.com/results.aspx?q=contextualitzaci%C3%B3+matem%C3%A0ticas&Suggest=&stype=Results&FollowOn=True&SelfSearch=1&SearchType=SearchWeb&SearchSource=4&ctid=CT3008653&octid=CT3008653
http://revistasuma.es/arte-y-musica ; http://revistasuma.es/aplicaciones-a-las-ciencias
Ejemplos de situaciones del diario
http://www.educa.madrid.org/portal/c/portal/layout?p_l_id=17010.39
El lenguaje matemático de los periódicos. http://gabrielivorra.com/PDF-Premsa/El%20lenguaje%20matematico%20de%20los%20periodicos.pdf ; Un no matemático lee el periódico http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/05-06/PG-05-06-Ibanez.pdf
Tres profesores de matemáticas en el supermercado SUMA, 39, pg 83-93

Situación generadora de la Tarea

Reflexionar brevemente sobre el valor competencial de tareas que plantean salir de la escuela cuando se planifica una práctica, que tiene una visión sobre la conexión y lo interdisciplinar.

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

La intención de la tarea en la asignatura es promover reflexión sobre el sentido de la conexión intra y extramatemática, en cuanto noción que permite enlazar configuraciones didácticas mediante representaciones, o definiciones, u otros elementos. Con ello, se pretende tener elementos para un análisis didáctico de situaciones de aula en cuanto contribuyen a superar conflictos cognitivos.

Expectativa de desarrollo de la competencia

Se desarrolla básicamente el planteamiento crítico en el eje 3 de la competencia

Tarea profesional 7. Planificación y práctica crítica.

En esta tarea profesional se pide a los estudiantes que comiencen a desarrollar una planificación de una práctica escolar matemática. Junto a ello, se pide a los futuros profesores posicionarse frente los comportamientos que se presentarán en su práctica en cuanto forman en competencias básicas y especialmente el posicionamiento critico, haciendo una reflexión breve, insistiendo en que la reflexión más pormenorizada se haría en el trabajo final del Máster. Para aproximar a los futuros docentes a lo que es una práctica critica, se presenta un cuestionario sobre tres experiencias de estudiantes del curso anterior.

En dicho cuestionario, se pide a los futuros docentes que se posicionen respecto:

(a) Analizar y comparar en qué sentido cada uno de los tres profesores se propone usar representaciones matemáticas adecuadas que permitirán a los estudiantes analizar situaciones reales con perspectiva crítica.

(b) En cada uno de los tres casos explicados, los profesores tratan de usar problemas contextualizados. ¿En qué es bueno que se contextualice? ¿En qué no es tan bueno? ¿Qué dificultades crees que puede provocar en el alumnado no hacer una buena contextualización?

(c) ¿En qué sentido los tres profesores explicados han considerado la diversidad cultural en la forma de presentar las tareas? ;

(d) ¿En qué aspectos de cada caso ves que el alumnado aprenderá a hacer juicios críticos que le formen en ciudadanía con la ayuda de las matemáticas?

(e) ¿El uso de materiales y recursos en cada caso se hace pensando en dar al alumnado posibilidades que les hagan críticos y reflexivos?

(f) ¿El diálogo que se propone en cada uno de los tres casos favorece que el alumnado reflexione críticamente sobre los problemas planteados más que simplemente buscar una solución matemática? ¿En qué?;

(g) La reflexión realizada por cada uno de los profesores ¿en qué aspecto piensas que les ayuda a que la próxima tarea que realicen sea mejor para formar en ciudadanía a través de las matemáticas?

(h) ¿En cuál de los tres casos considerados crees que se fomenta responsabilidad del alumnado? ¿Qué le añadirías a las tareas matemáticas explicadas para que fomentaran más responsabilidad y solidaridad a los estudiantes?

(i) ¿Puedes pensar que en los casos explicados se está fomentando tolerancia y educación para la paz? ¿Qué le añadirías o cambiarias a alguno de los casos para que si se tuviera en cuenta?

En el anexo 17 se ve el texto que se discute en el aula en la tarea en una versión del año 3. Se trata de la reflexión sobre el racismo que se ejecuta en algunas aulas de matemáticas cuando se olvida el conocimiento matemático informal. El la discusión, se pretende potenciar una reflexión sobre el eje 1 de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, en cuanto a la apropiación política de saberes.

En el anexo 18 puede verse una respuesta al cuestionario por uno de los estudiantes.

TP 7. PRACTICA ESCOLAR, CONTEXTO Y CIUDADANIA.

Problema profesional.

¿Qué tipos de comportamientos críticos podemos tener para aprender a formar en ciudadanía con los estudiantes?

Objetivo de acción. Posicionarse frente los comportamientos que se presentan en cuanto forman en competencias básicas. Responder a un cuestionario sobre el tema frente conductas descritas por diversos futuros docentes del curso anterior.

Recursos. Documentos

Callejo, ML (2010) Disfrutar de y luchar por los derechos humanos: Las matemáticas también cuentan. En JM Goñi y ML Callejo (coords) Educación matemática y ciudadanía. Barcelona. Graó.

Recursos. Otras voces, otros profesores

Matemàtiques a l'estany d'Ivars (Ramon Bergadà - INS Terres de Ponent ,Mollerussa) Recurs Web de l'Any Cerdà fitxer; Activitats matemàtiques de la Teresa Ticó per a l'Any Cerdà Tres profesores de matemáticas en el supermercado SUMA num 39 pg 83-93;

Recursos. Referencias

http://www.msri.org/attachments/workshops/388/Open_our_ideas_Boaler.pdf

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

En la asignatura se insiste en el valor del análisis didáctico en lo epistémico, acentuando normas sobre el debate histórico, como fuente de planteamiento critico basado en una visión sociocultural de la matemática...

Situación generadora de la Tarea

Se propone la realización de una tarea, sobre comportamientos de otros docentes frente la contextualización. Se plantea reflexionar virtualmente sobre un cuestionario, y mandar las respuestas al moodle de la asignatura. En la clase, se describen algunas respuestas que han reflexionado con profundidad. Se insiste en los elementos de pensamiento crítico y de debate con confrontación de significados, insistiendo en el valor de lo contextual para que aparezca más fácilmente la competencia. .Se distingue de lo estrictamente metacognitivo, en el sentido del pensamiento matemático, y se acentúa el valor del debate sobre lo histórico, el autocontrol, y los elementos normativos asociados.

Expectativas de desarrollo de la competencia

Fundamentalmente incidimos en el eje 3 de formar a lo crítico a través de las matemáticas.

Tarea profesional 8. Participación, modelización y ciudadanía.

El objetivo principal de esta tarea profesional del ciclo, es interrelacionar la noción de modelización con la formación para la ciudadanía democrática.

En la asignatura se habla del trabajo de proyectos matemáticos realistas, y como con ellos, se trata la diversidad del alumnado. Se relaciona el trabajo de modelización con el tratamiento de la información. Se explica el ciclo de modelización a partir de los ejemplos de la memoria de licencia de estudios de Manel Sol que se adjunta como documento, y se discute sobre los elementos diagnósticos necesarios para un buen trabajo de modelización con alumnado de 12 a 16 años. Se explican los bloques de trabajo sobre modelización y los supuestos 16 subprocesos involucrados (Sol, 2009). Se comenta el valor de la modelización para inspirar la construcción de ideas matemáticas. Durante las explicaciones se discute sobre los grandes bloques de identificación problemática, planificación, resolución y control así como los 16 subprocesos que involucra la construcción del modelo y la reinterpretación y control correspondiente.

Se presenta el ejemplo sobre las mesas del bar, como un ejemplo para observar, en clave de evaluación, como se analizan las expresiones del alumnado que reflejan la incorporación de los subprocesos.

Se presentan los elementos de evaluación de la comunicación en los proyectos matemáticos, a partir de las propuestas de Sol (2009). Se propone a los estudiantes leer los criterios de análisis del discurso en el aula de Montserrat Torra, que pueden permitir saber el desarrollo de la competencia escolar correspondiente.

A posteriori se pide a los estudiantes que describan su propuesta de práctica basada en la modelización. Sabemos de las dificultades en interiorizar estas ideas, porque en las escuelas no son muy habituales.

En el anexo 19 puede verse una propuesta simple de uno de los estudiantes de lo que planea hacer en su práctica.

TP 8. PARTICIPACIÓN, MODELIZACIÓN Y CIUDADANIA

Problema profesional.

¿Qué aspectos de la comunicación de la clase hacen pensar que desarrollamos un diálogo que genera critica, conocimiento y fomenta competencia ciudadana democrática?¿En qué se distingue este tipo de diálogo de un diálogo simplemente matemático? ¿Qué significa formar para la deliberación y ciudadanía democrática?

Recursos. Documentos.

Aumento de la riqueza ciudadana de una actividad.
Ppt como aumentar la riqueza competencial.

Recursos. Referencias

Planas, N; Civil, M (2010) Participación, diversidad lingüística y aprendizaje matemático. En JM Goñi y ML Callejo (coords) Educación matemática y ciudadanía. Barcelona. Graó.

Día escolar de las matemáticas. 2010. Matemática para la paz. Video del encuentro en la UCM.

http://ucinema.sim.ucm.es/video/demandawebct/matematicas/317535_1.htm
http://barcelona.academia.edu/JoaquinGim%C3%A9nez/Papers/403622/TARPROFESIONALES_Y_ESCOLARES_PARA_DESARROLLAR_LA_RELACION_ENTRE_COMPETENCIA_MATEMATICA_Y_CIUDADANIA

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

En la asignatura se insiste en las tareas de evaluación de la participación así como la identificación de normas

Situación generadora de la Tarea

Reconocimiento de por qué decimos que fomentamos ciudadanía cuando establecemos un diálogo participativo productivo. **Procesos per cursos** UN_EPISODIO_DONDE_SE_VE_LA_PARTICIPACION_EN_LA_TAREA_DE_LA_LEY_DE_HOOKE.doc

Expectativas de desarrollo de la competencia

Fundamentalmente incidimos en el eje 3 y 4 de formar a lo crítico a través de las matemáticas.

Tarea profesional 9. Planificación y desarrollo de competencias.

En esta tarea, nos proponemos tener en cuenta para planificar una buena práctica que tenga potencialidad competencial, y en particular, mejorar la competencia ciudadana.

En la tarea se les propone un formato de cuestionario con varios tipos de preguntas sobre la riqueza competencial que van a desarrollar en su práctica. En el diseño inicial se planteó antes de la práctica, pero realmente se acabó planteando esta actividad posterior a la práctica.

Inicialmente se les pide que expliquen como fue su intención comunicativa, y si consideran que han hecho un trabajo constructivo. Posteriormente se les pregunta sobre si consideran que han potenciado competencias transversales como comunicación y ciudadanía.

En la asignatura, además de lo propuesto en el ciclo que se está presentando, se formulan las características que debe tener una buena planificación, y se discute sobre los elementos de evaluación.

En particular se les pide en qué momento de su práctica fomentaron equidad y solidaridad, si han realizado alguna actividad con contenido social o cultural. Se pregunta en particular por lo que quizás hubieran introducido sobre la ciudadanía para formar en democracia. Se pregunta si en algún momento de la práctica se considera haber mostrado el poder de las matemáticas para resolver problemas de la vida y en qué momento han fomentado autocontrol en cuanto a enseñar a aprender a aprender. También se pregunto en qué momento los estudiantes habían hecho reflexión crítica y si piensan que el alumnado se sintió feliz en algún momento. Asimismo se pregunta qué se hizo para conseguir que ello ocurriera.

No se consiguió realmente tener respuestas anteriores, sino sólo al término del prácticum. En el anexo 21 puede verse unas respuestas particulares de un estudiante.

TP 9. PLANIFICACION Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS

Problema profesional.

¿Qué deberíamos tener en cuenta para planificar una buena práctica que tenga potencialidad competencial, y en particular, mejorar la competencia ciudadana?

Objetivo de acción.

Análisis primerizo ante Implementación del Prácticum que se observa en el desarrollo de la memoria presentada.

Recursos. Documentos

Preguntes que poden servir d'indicadors de la riquesa competencial d'una activitat (document de referència editat pel CREAMAT útil per triar les noves activitats que proposeu al TFM) PDF (Assignatura de Recursos)

Recursos. Otras voces

Ejemplo de Memoria de practicum

Recursos. Referencias

Alsina, A; Domingo, M (2010) Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2010) 13 (1): 7-32. Disponible en http://www.clame.org.mx/relime/20100101.pdf

Competencia profesional como nexo con la asignatura.

En la asignatura se insiste en el valor epistémico de la modelización.matemática, asi como las formas de evaluación correspondiente..

Situación generadora de la Tarea

Explicaciones sobre competencias y justificación correspondiente en la Memoria de Practicum 2.

Expectativas de desarrollo de la competencia

Fundamentalmente incidimos en el eje 3 de formar a lo crítico a través de las matemáticas.

Tarea profesional 10. Análisis de una práctica propia.

En esta tarea, se mantienen los objetivos y formato que fue planteado en el curso anterior. Es decir, se propone el desarrollo del Trabajo Final de Máster, en el que se supone hacer un análisis con criterios de calidad del trabajo realizado durante el Prácticum 2. Para disponer de un modelo, se explican los cinco criterios de idoneidad ya descritos en el año anterior. En este momento de rediseño del ciclo, asumimos el trabajo final de Master como un escenario clave para el inicio a la formación en la investigación y el objetivo principal es que el trabajo desarrolle competencia profesional de análisis crítico sobre la propia práctica. Por lo tanto, en cuanto parte del Ciclo de aprender a formar para la ciudadanía a través de las matemáticas, se pretende que los futuros profesores reconozcan el papel de las competencias transversales escolares en sus desarrollos de aula. Fundamentalmente insistimos en cuanto al eje 3 de atención a lo crítico en lo matemático y epistémico y eje 4 de análisis de práctica, aún sabiendo que no va a haber oportunidad de rehacer la propia práctica. No se cambia el formato del trabajo, pero si se insiste a los futuros docentes en que deben desarrollar su autoanálisis en clave de analizar la idoneidad de sus procesos de estudio realizados. Se mantiene también el formato de presentación de una memoria< escrita y presentación pública del trabajo desarrollado.

En cuanto los elementos didácticos profesionales, se definen criterios para la evaluación de sus trabajos, considerando : (e) el grado de originalidad y aportaciones personales, (f) conocimiento y correcta utilización de la bibliografía pertinente para justificar las propuestas de reflexión e innovación; (g) incorporación de elementos de análisis didáctico, (h) evaluación y gestión, así como la discusión competencial y curricular, y finalmente (i) profundidad y originalidad en el autoanálisis de la práctica, incorporando técnicas que han desarrollado en el Máster. Para la evaluación comunicativa, valoramos: (j) la fluidez, concreción, claridad expositiva y expresiva, así como (k) buena integración de las TIC en la defensa oral ante la Comisión Evaluadora.

Capitulo 8
Análisis de la Práctica de formación

RESUMEN

En este capítulo, se estudian las fortalezas y éxitos del ciclo de formación rediseñado e implementado en 2010 y 2011 (ciclo explicado en el capítulo anterior). Se procura reconocer elementos en los que los futuros docentes de Secundaria en Matemáticas desarrollan su competencia para formar y formarse en valorar la ciudadanía a través de las matemáticas como competencia transversal de formación.

Se interpreta la fase de reelaboración del ciclo, como experimento de enseñanza (8.1.). Analizamos la situación inicial de los futuros docentes en cuanto a su posicionamiento respecto a las matemáticas y su relación con la ciudadanía (8.2.). A continuación se explican los desarrollos de la fase intermedia del ciclo, explicando lo acontecido en las diferentes tareas profesionales (8.3.). Se indican algunos resultados en cuanto desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas (8.4). Se valora específicamente una trayectoria de aprendizaje de un estudiante en el tercer año de la experiencia (8.5).

Se constatan los efectos del trabajo realizado, a partir de un análisis discursivo etnográfico de algunas prácticas escolares de los futuros profesores en cuanto al desarrollo de pensamiento crítico (8.6). Finalmente, se muestran los indicadores de evaluación competencial de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas (8.7).

8.1. Análisis de tareas y resultados sobre la tarea 1.

> *Las Matemáticas aplicadas, por ejemplo, en un negocio no consisten en 'dibujos' de la realidad que existe antes e independiente de los procesos de modelación. Los modelos matemáticos de propaganda, marketing, inversiones, etc. Hacen parte de la realidad misma. Sirven como base para la toma de decisiones y para las transacciones económicas. De ese modo, las matemáticas se tornan parte de la realidad económica. Ello no se aplica sólo a los negocios sino a las políticas económicas en general, y no sólo a economía, sino también a categorías como tiempo, espacio, comunicación, transporte, guerra...*
>
> Skovsmose, O. (2000; 4)

Así como en el capítulo anterior, justificamos el diseño, ahora analizamos, a partir de las producciones de los estudiantes, el proceso de desarrollo profesional realizado, y especialmente el aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas. Reflexionamos sobre cómo el proceso de replanificación y rediseño explicado contribuyó a dicho desarrollo profesional.

En un primer momento, queremos constatar como los futuros docentes incorporan y desarrollan una "pauta de análisis y valoración de la idoneidad/o calidad didáctica" (Godino, Bencomo, Font, y Wilhelmi, 2006). Mostramos este desarrollo a partir de algunos ejemplos de tareas y reflexiones de los estudiantes. Reconocemos en particular el trabajo final de Máster (TFM), como el inicio del desarrollo de la competencia investigadora de los futuros docentes, en tanto ha posibilitado que los estudiantes aprendan a reconocer problemas de su contexto profesional, y en particular la consideración de la transversalidad. En algún caso, hay alumnos que manifiestan de forma explícita cómo el TFM ha desarrollado su competencia de análisis de los aportes de las matemáticas a la ciudadanía. A través de actividades profesionales bien organizadas en forma de ciclo formativo, conseguimos orientar la reflexión del futuro profesor hacia las competencias de análisis didáctico, y enlazarlas con las competencias transversales profesionales (Font, V., Rubio, N., Giménez, J. & Planas, N., 2009), que les permitan en un futuro desarrollar competencias transversales con sus estudiantes.

A continuación explicamos qué sucedió en el conjunto de las tareas. En algunas de ellas, hay fundamentalmente presentación del formador y conversación de todo el grupo. Es el caso de las tareas profesionales TP1 (presentación curricular); TP3 (problema de densidades); debate sobre procesos, gestión de la interacción, debate democrático y normas (clase de mediatriz, y de álgebra) (TP5); valor de conexiones y tareas interdisciplinares para promover ciudadanía (TP6).

Se explica con mayor detalle los resultados en las tareas en las que se tienen producciones individuales, en el caso específico que se tienen documentadas. Es el caso de la tarea de Análisis didáctico de prácticas y posicionamiento sobre conexiones (TP4), análisis de prácticas de profesores sobre contextualización (TP7); proceso de modelización y evaluación reguladora de proyectos matemáticos (TP8).

Se da un énfasis especial a las tareas de planificación y descripción de la propia práctica (TP9). Y por último, se considera la memoria de reflexión diferida (que incluye una propuesta de replanificación sobre la práctica) (TP10).

Para describir la complejidad de las tareas que pretenden generar competencia de formación crítica para aprender a formar en ciudadana, además de los constructos teóricos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática se utilizarán herramientas de la Teoría de la Acción Comunicativa y los principios de materacía, literacía y tecnoracía de la etnomatemática (D'Ambrosio 2005). Y en especial, se analiza la coherencia entre la racionalidad epistémica y las racionalidades estratégica y comunicativa (Boero y Morselli, 2010) que permiten ver cómo se produce el desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía.

Se usarán diversas técnicas tanto cualitativas como cuantitativas, dependiendo del momento. Para los datos obtenidos de los cuestionarios iniciales y finales, así como de la encuesta de valoración, se aplicarán técnicas estadísticas estándares, en particular, resúmenes descriptivos. En relación con el estudio de las propuestas de mejora de secuencias didácticas producidas por los profesores, se realiza un análisis cualitativo. En particular, se observará las relaciones entre la competencia de aprender a formar en ciudadanía, con la competencia de análisis didáctico puesta a punto en otros trabajos realizados en el marco del enfoque ontosemiótico. El estudio de la observación de las experiencias de formación, se llevará a cabo, asimismo, mediante herramientas de análisis elaborados por el enfoque ontosemiótico. Se pretende realizar un análisis específico, que cuente con la validación mediante la triangulación correspondiente de los investigadores /formadores que sustentan la propuesta. Se usan como datos los resultados contrastados de sus respuestas a los cuestionarios proporcionados, cuando los ha habido, o evidencias de las respuestas dadas cuando han sido grupales.

8.1.1. Tarea profesional 1. Presentación de la competencia.

Tal como se mencionó en el capítulo anterior, se hace una reflexión inicial sobre las competencias transversales curriculares en la lección inicial de la asignatura de Recursos. El docente presenta en un powerpoint las diferentes competencias del curriculum oficial. Reconoce las 8 subcompetencias de la competencia matemática y explica algunas de las competencias transversales. Se usan imágenes provocadoras para desarrollar la idea de que el docente de matemáticas debe fomentar las competencias transversales. Pero no se hacen preguntas sino que el docente formador hace afirmaciones enfáticas del tipo "¿os queda claro?".

En un segundo momento, en la asignatura de Competencias y evaluación, se hace énfasis en la competencia de formar para la ciudadanía a través de las matemáticas, que se justifica como un ejemplo de competencia transversal importante, con una nueva presentación que insiste en características específicas, y las dificultades en evaluar estas competencias. Se integra en una explicación más amplia sobre la evaluación. Y se relaciona con la actividad posterior de análisis de clases sobre la mediatriz, sobre el análisis didáctico de configuraciones de objetos matemáticos.

En un tercer momento, se usan ejemplos de prácticas del mundo de la geometría en los que se puede desarrollar posicionamiento competencial matemático y transversal. Así, por ejemplo, se habla del trabajo de la Societat Balear de Matemàtiques XEIX, sobre la Seu de Mallorca, y el análisis de por qué el rosetón se hizo de tal manera que el 21 de junio la luz da a la imagen de Cristo.

Se discute brevemente como el conocimiento sobre astronomía permite unir una realidad cotidiana con el mundo científico, reflexionando sobre la necesidad de explicar fenómenos naturales a lo largo de la historia y como eso contribuye a desarrollar el eje 3 de aprender a formar en ciudadanía. En los diversos ejemplos propuestos, se discute sobre el valor de contextualizar, y las posibilidades de la enseñanza realista en cuanto análisis de fenómenos.

8.2. Concepciones iniciales sobre ciudadanía.

> *Gestionar las situaciones de enseñanza de las matemáticas es un aspecto desafiante para el profesor y, por tanto, también genera desafíos a los formadores de profesores al pensar en cómo se deben formar los profesores para actuar en estos contextos.*
>
> *Llinares, Valls y Roig, 2008*

En el segundo año de la experiencia, tal como se explicó en el capítulo anterior, se modifica la versión inicial del cuestionario, para permitir tener más argumentos de los estudiantes en cuanto se han añadido preguntas que hacen reflexionar sobre la competencia matemática en general (pregunta 1), sobre la planeación de tareas que contemplen prácticas matemáticas que promueven ciudadanía (pregunta 5) y la petición de modificar o enriquecer la tarea (pregunta 4).

Consideramos que hacer pensar en el referente curricular (pregunta 1), permite a los estudiantes vincular la idea de ciudadanía a diversos aspectos. Por ejemplo, el de valorar la educación matemática para ser ciudadanos informados, dando relevancia a la incorporación de contextos asociados a problemáticas sociales, en cuanto las matemáticas permiten interpretar mejor dichas problemáticas y asumir responsabilidad.

Los estudiantes, usan el currícula para establecer los criterios asociados a la competencia y no tanto al contenido como hacen muchos aún.

> *Amb aquesta activitat es busca la competència en comunicació lingüística: els alumnes han de fer un resum de la notícia i extreure dades per la qual cosa es treballa la comprensió lectora i la capacitat d'expressar les idees adequadament.*
> *Competència social i ciutadana: les manifestacions es fan per problemes socials de manera que l'anàlisi de la notícia els obliga a fer una reflexió sobre el tema. A més, també es treballa en grup de manera que es fomenta el diàleg i la col·laboració.*(OG 2012, RM, pg 5, l 8-16)

Por otro lado, lo curricular le ayuda a reconocer el valor de lo histórico, por ejemplo para reinterpretar la ley de Hooke u otros contenidos matemáticos.

> *La relación con la competencia ciudadana vendría dada por lo que dice el currículo sobre la "comprensión de la realidad histórica y socvial del mundo, su evolución, sus logros y problemas" en el sentido que es un problema que ha resuelto la humanidad... Pero el problema está presentado fuera de su contexto, y por tanto acaba siendo un ejercicio puramente matemático o físico.* (OG).

Metodológicamente se observan los resultados de las respuestas dadas por cada uno de los alumnos del curso, asociando frases o ideas características a los distintos ejes categoriales a priori explicados en el capítulo teórico. Se construyen tablas de número de evidencias encontradas para cada uno de los estudiantes (anexo 26). En particular para nuestra presentación y análisis, se decide sólo considerar las categorías de los tres primeros ejes, ya que las respuestas de los estudiantes no aluden a una práctica personal desarrollada, y el eje 4 se refiere a elementos propios de la práctica. Inicialmente, se muestran los resultados al cuestionario inicial de forma cuantitativa, siguiendo los ejes de desarrollo de ciudadanía explicados en el capítulo 3 y utilizados ya en muestras anteriores de futuros docentes de matemáticas.

Resultado 8.2.1. ***Se observan algunas contradicciones en las respuestas de los estudiantes sobre lo que piensan y lo que piensan que van a hacer. Asimismo,* reconocemos que reflejan rasgos de las categorías definidas en los cuatro ejes de aprender a formar en ciudadanía**.

En efecto, algunos dicen que tanto las tareas (una buena propuesta de contexto y un cierto tipo de problemática), como la gestión son importantes para fomentar ciudadanía. Pero cuando proponen una actividad, sólo mencionan la participación y diálogo o bien los valores. Respecto al eje 2, eje en el cual se encuentran caracterizados gran parte de los posicionamientos de los futuros docentes, vemos que una de las categorías más relevantes es la de *reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción de pensamiento crítico*, en las respuestas de los futuros docentes encontramos alusiones a la necesidad de interpretar y reconocer modelizaciones y aplicaciones de las matemáticas. En la figura 8.2.1. A continuación, se pueden ver las elecciones priorizadas de las situaciones, según cada estudiante.

De acuerdo a los resultados categorizados (presentados en el anexo 26) podemos ver que la mayor parte de estos posicionamientos son los que aluden a la caracterización de la categoría en relación con el conocimiento didáctico, lo que revela la preocupación por dichas componentes. También se observa la importancia de reconocer actividades y acciones encaminadas a desarrollar la capacidad de análisis en los alumnos y reflexiones sobre la práctica del profesor en donde se manifiesta la necesidad de tener una actitud cuestionadora.

Est.	T1	T2	T3	T4
1	D	A	C	B
2	A	D	C	B
3	D	A	C	B
4	D	C	A	B
5	D	A	C	B
6	D	C	A	B
7	A	D	C	B
8	C	A	D	B
9	A	D	B	C
10	D	A	C	B
11	D	C	A	B
12	C	D	A	B
13	A	D	C	B
14	C	A	D	B
15	A	C	D	B
16	D	C	A	B
17	D	A	C	B
18	A	D	C	B
19	A	B	D	C
20	C	D	A	B
21	C	D	A	B
22	C	A	D	B
23	A	C	D	B
24	A	D	C	B
25	C	D	A	B
26	A	C	D	B
27	A	C	D	B
28	C	D	A	B
29	A	C	D	B
30	D	C	A	B
31	C	D	A	B
32	D	A	C	B
33	C	D	A	B

Cantidad de estudiantes que eligen cada actividad

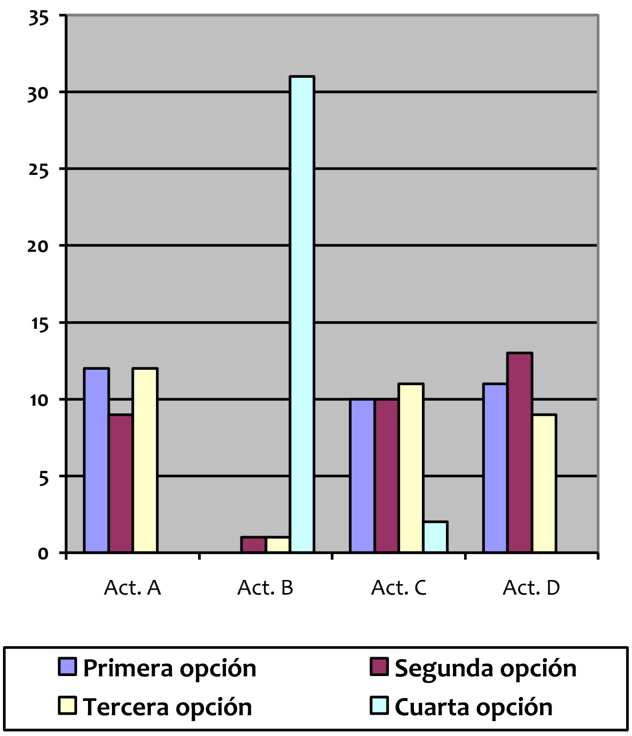


Figura 8.2.1. Priorización de las tareas que más fomentan ciudadanía según cada estudiante

Tarea profesional 3. Inicio de análisis didáctico.

En esta tarea, los futuros profesores debían escribir sus conclusiones y opiniones a partir de la transcripción del análisis didáctico de un episodio de clase en grupo en un establecimiento de secundaria en la ciudad de Barcelona, que fue descrito en Font, Planas y Godino (2010). En este episodio un grupo de tres alumnos de 15-16 años resuelven un problema contextualizado en una clase de cuarto de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) durante diez minutos. Este primer análisis se debía realizar a partir de su experiencia previa sin el apoyo de contenidos teóricos aportado por el formador.

En esta fase de su formación aún no conocían el enfoque EOS y no contaban con un esquema presupuesto teórico sobre cómo se hace un análisis didáctico. Los futuros profesores trabajaron en pequeños grupos de dos y tres personas para esta tarea. Así, por ejemplo, algunos centraron su atención en el hecho de que en el episodio de clase analizado el profesor realizaba un proceso de institucionalización de la resolución de un problema; otros fijaron su atención en algunos objetos matemáticos (proporcionalidad, ecuaciones, etc.) presentes, según ellos, en la transcripción. La mayoría expresó apreciaciones negativas en torno a la práctica profesional del profesor del episodio.

Para argumentarlas, mencionaron, entre otros aspectos, el hecho de que el profesor no había gestionado bien algunas intervenciones de los alumnos o bien que había creado un clima emocional desfavorable para dos de ellos. También sugirieron cómo tendría que haber actuado el profesor del episodio. El profesor en la puesta en común hizo observar que en los análisis realizados por algunos grupos se hacía referencia a las matemáticas del episodio, lo cual le permitió formular la siguiente pregunta: ¿Cómo describir las "matemáticas" del episodio? y propuso, utilizando como ejemplo los análisis realizados por algunos grupos, la siguiente respuesta: "Pues describiendo las prácticas, objetos y procesos matemáticos". Cuando se discuten las prácticas, se insiste en una componente intencional que obliga a distinguir entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que en tanto que acción humana orientada a una finalidad tiene un sentido, tanto para quien la realiza como para quien la interpreta. A partir de ahí, se construyó la idea de objetos matemáticos personales y práctica matemática.

En un cierto momento, los estudiantes espontáneamente empiezan a discutir sobre el sentido ético de la propia tarea y su poder de provocar una discusión en el aula sobre el reparto equitativo o no de la riqueza, y la posesión de viviendas más o menos grandes. En dicha discusión se evidencian una serie de elementos de lo que denominamos componente crítica en lo matemático: una preocupación por el valor del significado otorgado a la proporción en la idea de densidad como cociente de magnitudes; un deseo de influir en la interpretación de fenómenos cotidianos a través de las matemáticas; el valor del debate para identificar los conocimientos distinguidos de uno y otro estudiante; los momentos de respeto al otro, dejándole hablar aunque se equivoque; el valor del diálogo como elemento metacognitivo de reflexión.

Cada grupo explica al gran grupo su análisis, el profesor utiliza las exposiciones de los diferentes grupos para hacerles observar que su análisis tiene un componente descriptivo-explicativo y un componente valorativo y que cada grupo ha priorizado un aspecto diferente a los otros grupos. Una vez que los alumnos conozcan las herramientas teóricas se les propone otros episodios para que desarrollen su competencia en el análisis didáctico del proceso de instrucción. Como conclusión, esperamos reconocer una mayor profundidad en el análisis.

8.3. Desarrollos intermedios de la competencia.

> *Cuando intentamos comprender la práctica profesional del profesor de matemáticas en el aula un objetivo es identificar características de su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje e identificar aspectos de dicha gestión que puedan tener relevancia teórica debido a su capacidad explicativa.*
>
> Llinares, S. 2000: 3[41]

[41] Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas en J. Ponte & Serrazina, L. (eds.). *Educaçao Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verao* (pp. 109-132). Sociedade de Educaçao Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciencias de Educaçao.

En esta sección, se describen las observaciones generales de lo que sucede en las diversas tareas profesionales centrales (TP4 a TP7), para poder mostrar evidencias de las competencias que se están desarrollando. En algunos casos, se trata de la interpretación de los formadores con el filtro de la observación directa, y en algunos casos, se tienen evidencias surgidas de los escritos de los estudiantes. La metodología que se usa es la **etnografia crítica** (Madison, 2005) en el sentido que describimos situaciones sociales con el objetivo de compartir con los agentes los cambios que desarrollan a través de ellas.

8.3. 1. Resultados en la fase de desarrollo.

A continuación, se explican las tareas 4, 5, 6 y 7, en las que se establecen nexos con las diversas asignaturas, y es el momento en que el ciclo se entrelaza con los propósitos propios de cada una de las asignaturas del Master que se está analizando.

Tarea profesional 4. Conexiones, interdisciplinariedad y ciudadanía.

Esta tarea 4, se da en la asignatura de Recursos para la enseñanza de las matemáticas, conscientes de que hay tres tipos de recursos (los materiales manipulativos, los de tipo digital y los que provienen de contextos y representaciones que influyen sobre las conexiones, el entorno y lo interdisciplinar. En dicha tarea se discute sobre el tema de las conexiones a partir de una presentación ppt. Los futuros docentes interpretan con cierta ansia su propio pasado escolar, aludiendo a que "*pocas veces vimos la importancia de conectar distintos aspectos de las matemáticas, o con las aplicaciones de las mismas*" (Est. PH).

Se discuten algunos elementos de las propuestas de la matemática crítica en cuanto tratar de influir sobre el entorno, así como las dificultades en introducir estos elementos en estas edades. Se hace un análisis breve de un caso que trata la sostenibilidad y comprensión del entorno. Se discute también brevemente el significado práctico de interdisciplinariedad, interculturalidad y transdisciplinariedad a partir de un powerpoint con las ideas sobre la ética de la diversidad de Ubiratan D'Ambrosio. Si hay tiempo se presentan trozos seleccionados de video de entrevistas realizadas a Ubiratan D'Ambrosio. Se ha mostrado un trozo de video de la conferencia de Paolo Boero en la Jornada de homenaje a Carlos Gallego. En dicha presentación, se insiste en los ejemplos culturales, en la educación Primaria que hacen ver la universalidad de tareas como el análisis del movimiento solar, la introducción de situaciones de economía, y el fomento de lo emocional /cultural en el desarrollo matemático.

Observando los comentarios de los futuros docentes ante esta tarea nos parece que si bien aceptan las relaciones entre un trabajo contextualizado y lo que implican las conexiones, se fijan más en la contextualización extramatemática sólo como motivación y no tanto como auténtico provocador de conocimiento. Consideran que "*los ejemplos son bonitos, pero difíciles de llevar a la práctica*" (estudiante MG). Y se confunde a menudo el intercambio de representaciones con el auténtico significado de la conexión intramatemática.

Tarea profesional 5. Análisis de procesos.

A partir de transcripciones, se pretende que los futuros docentes realicen una reflexión a partir de sus propias ideas. Para ver lo que ocurre en el nivel 1, preguntamos ¿Dónde vemos aumento de responsabilidad del alumno? ¿Por qué decimos que introducimos una norma socio-matemática? ¿Cuál? ¿Quién construye las ideas matemáticas? ¿Qué idea matemática se ve construida aquí? ¿En qué sentido decimos que los estudiantes ganan poder en este tipo de diálogo? ¿Qué ha aprendido Jaime de Carlos? ¿Y Carlos de Jaime? Para analizar situaciones de nivel 2, efectuamos preguntas como: ¿Qué preguntaríais ahora, para conseguir no sólo buen resultado, sino crecer y compartir pensamiento matemático? ¿Por qué decimos que no es suficiente con una participación, sino que debemos pensar en participación constructiva? ¿Qué matemáticas aprendió cada uno? ¿Por qué decimos que provocó a los estudiantes que se pregunten ellos mismos? Y así para ver el nivel 3, el objetivo reflexivo es respondernos a preguntas ¿Qué podemos decir del pensamiento matemático de los alumnos? ¿Cómo crece la responsabilidad, según el tipo de preguntas que se formulan?

En esta tarea sobre análisis y evaluación de competencias transversales, se presentan categorías de análisis del discurso comunicativo, y análisis de componentes de ciudadanía. Se debate brevemente el papel que juegan las tareas y la gestión en el desarrollo de ciudadanía. Se les muestran posibles criterios para la evaluación. Se trata de que los estudiantes vean la importancia de la considerar la ética de la diversidad: respeto, solidaridad y colaboración (D'Ambrosio, 2011).

Durante el debate con los futuros profesores varios de ellos apuntan que "nadie nos ha hablado de este tipo de cosas" (E1) o "es difícil tener en cuenta siempre tareas sociales" (E2) o "cómo hacer eso con el currículo que dice que debemos hacer ésto y aquello" (E3). Un estudiante interviene: "¿Cómo poner nota de estas cosas? (E4). El formador aprovecha los comentarios para introducir una parrilla de criterios que los alumnos de la ESO irán interiorizando. Explica que "estos elementos deben tenerse en cuenta en la evaluación interna de la propia práctica, y hay que salir de la idea de las notas de actitud, en las que los profesores habitualmente hablan de comportamiento". "Esto se lo digo para que lo tengan en cuenta para analizar su propia práctica, Ustedes decidirán cómo y qué van a hacer, pero deben tener argumentos y propuestas para que eso forme parte de la evaluación". Surge la pregunta sobre si debemos como docentes tomar posiciones políticas ante nuestro alumnado. El argumento es que "quizás están en una edad en la que lo que dice el profesor se lo toman como verdad absoluta" (E5). El formador les responde que "quizás en algún momento no se puede negar una opinión, por ejemplo, ante las situaciones de uso indebido de las matemáticas para tergiversar informaciones. O bien cuando estén hablando de cuestiones científicas como la probabilidad, y se está discutiendo la defensa del juego por parte de la Administración Pública”.

Tarea profesional 6. Prensa, actualidad y ciudadanía.

En esta tarea se plantean recursos asociados a lo cotidiano. El formador explica propuestas de las Sociedades de profesores en las que se desarrolla matemáticas. Así, las exposiciones, programas de radio, fotografía y matemáticas, resolución de problemas (Cangur, problemas a l’esprint, etc.). Se discute sobre los trabajos de Fernando Corbalán, y las propuestas de trabajar matemáticas con el periódico diario.

Se trata de una clase muy expositiva, en la que apenas se discute el valor de las experiencias. Se aprovecha para hablar de las matemáticas del consumo, el diseño, y las matemáticas de los no matemáticos.

Pensamos que con esta actividad, han reconocido el valor de los recursos extraescolares. Sólo en un momento posterior, podemos ver que estas ideas han sido fuertes, aunque depende del tema matemático, siguen teniendo dificultades en reconocer el valor modelizador y no sólo aplicado de las propuestas.

Tarea Profesional 7. Práctica escolar, contexto y ciudadanía

En esta tarea profesional, enfrentamos a los estudiantes ante la observación de los comentarios de sus propios compañeros del año anterior hablando de ciudadanía. Se presentan los casos de J, IT y MG filtrados por el equipo investigador en un preescrito que recoge las ideas principales de los tres estudiantes citados.

Los estudiantes para profesor, deben implementar una unidad planificada a priori, y modificar su planificación en lo que se deba hacer para ajustar el proceso. En la memoria correspondiente, deben indicar estos elementos de cambio epistémico o bien organizativo, y describir lo ocurrido. Entre otros se esperaría que hablaran de las subcompetencias en lo matemático así como lo transversal. Lo cierto es que les cuesta mucho este aspecto. Más aún cuando el análisis que han realizado ha sido fundamentalmente epistémico y no tan normativo ni ecológico. En un apartado especial, se analiza la reflexión sobre contextualización. Además reflexionamos sobre algunas de sus respuestas en cuanto la comunicación y la ciudadanía. Con ello, se pretende discutir sobre cómo evaluar este tipo de tareas desde el pensamiento crítico.

El análisis pormenorizado de las respuestas en algún caso particular, lo explicamos más adelante al observar la trayectoria de formación. Para mostrar los resultados sobre lo dicho en el cuestionario, se usó un esquema como el que se ve a continuación como ejemplo, con respecto a dos estudiantes. Interpretamos lo que pretendemos, las acciones que se identifican como relevantes en relación con las representaciones matemáticas asociadas y nuestras observaciones al respecto.

¿Qué se busca?	Acciones del profesor	Observaciones
* Aproximar l'alumne sentimentalmente; despertar el seu interès . *Interès i assumpció de la utilitat de les matemàtiques fora de les aules	cada professor té el seu sistema o metodologia, que pot donar més o menys resultats segons la **implicació** que desperti en l'alumnat. En el primer cas, els fa treballar sobre la **taca de petroli a Mèxic** i la seva **magnitud**. En el segon, es vol treballar **la proporcionalitat** en base a **receptes de plats** que són del seu gust mentre que s'emfatitza també la importància de seguir una dieta equilibrada. I en el tercer cas es treballa **l'estadística f**ent adonar la continuada presència que té en la **vida real.**	No responden a lo que se pregunta. No realizan comparaciones entre las representaciones, se mencionan los "temas/contextos"
* Utilitzar contextos que considerant la part emocional /afectiva dels alumnes faci que els interessi. *Utilitza situacions de la vida quotidiana que els motivin i els ensenyin la utilitat i aplicació en el seu dia a dia.	* La **visualització** i **modelació** geomètrica serveix per **entendre i resoldre** problemes d'àrees. S'ajuda de l'aproximació (per accés i per defecte). *Posa **una recepta de pizza** per a 8 persones i una altra per a 12 persones de manera que vegin la **proporcionalitat** que hi ha en la quantitat d'ingredients. *Utilitza una simplificació del percentatge de **diferents necessitats bàsiques** de la situació mundial **per explicar posteriorment l'estadísitca**.	Se considera que los contextos ayudan a explicar las mates, no las mates como una manera de interpretar los fenómenos.

Figura 8.3.1.1. Argumentos dados para justificar el uso de representaciones para una perspectiva crítica.

Para ver los argumentos dados respecto los elementos positivos y negativos de la contextualización, usamos cuadros previos para observar los datos, como el de la figura 8.3.1-2- que se muestra a continuación. A partir de las observaciones realizadas podemos establecer un resultado como el siguiente.

Resultado 8.3.1.1. ***Constatamos que se relaciona fuertemente la contextualización con la motivación del alumnado, y no tanto como esperaríamos con argumentos relacionados con el valor epistémico.***

Se preguntaba sobre la consideración de diversidad cultural otorgada en cada uno los casos de profesor que debían analizar. En la figura 8.3.1.3. Se identifica como ejemplo lo que dos estudiantes dicen respecto a los tres relatos de los futuros profesores.

Est.	Ideas sobre la contextualización	Aspectos positivos	Aspectos negativos	Dificultades de no hacer una buena contextualización
E8	Objetivo: plantejar les activitats en **contextos propers** a **l'experiència** quotidiana dels alumnes per així **afavorir** una **disposició positiva** per part seva de cara a l'aprenentatge, **per despertar el seu interès**.	* Favorece la **motivación** i el **interès** de los estudiantes por el contenido a estudiar. *Ayuda **a dar sentido** a lo que están haciendo * Posibilita **ver aplicaciones** de las mates a la vida real. *Permite **contacto con la realidad** de los estudiantes * Propicia la **sensibilización** con los problemas del **entorno.** * Hay estudiantes que son capaces de **resolver ciertos tipos de problemas** en su contexto	*Problemas **disociados** de su contexto **no saben resolverlos**. (Descontextualización) * El **tiempo** con el que se cuenta para realizar las actividades	"No fer una bona contextualització pot ser pitjor que no fer-la". * Puede provocar el **desinterés** de los estudiantes. * es creu que l'ensenyança lligada al context pot esser útil per formar un tècnic que actuarà sobre un camp d'acció relativament restringit, però si es tracta de formar un professional amb profunds coneixements sobre els fonaments de la seva àrea d'actuació, llavors **la seva formació ha de tenir un caràcter general, no contextualitzat.**

E10	els permet a part d'aprendre a calcular àrees, **prendre conciència** de les dimensions d'un desastre natural… **Reconocer efectes** de medi ambient, fauna i flora, a part dels efectes secundaris que causa **globalment**).	*És positiu utilitzar la taca de petroli perquè vegin una situació real que té un **impacte** negatiu a **escala mundial**. *És bo ja que veuen **l'aplicació** i **utilitat** en el seu dia a dia. *l'exemple és molt **fàcil d'entendre,** i per tant fàcil de contextualitzar; s'utilitzen les **matemàtiques** per **entendre la realitat**	*És negatiu concretar tant, ja que després en situacions que no coneixen **no són capaços de generalitzar** i entendre els conceptes. A part, d'aquesta forma sembla que només **s'acostumin a fer exercicis** d'allò que coneixen i que poden saber el resultat	*El fet d'una mala contextualització, els **pot no fer entendre la importància del problema**. *els pot crear més dificultats alhora d'imaginar-se situacions que no coneixin o que siguin molt diferents a les quals estan acostumats/es

Figura 8.3.1.2. Esquema previo a interpretar los argumentos sobre el valor de la contextualización

*Resultado 8.3.1.2. **Los futuros profesores identifican la importancia de la diversidad cultural en su análisis sobre prácticas asociándolo a la motivación.***

En la tabla de la figura 8.3.1.3. se muestran los comentarios de dos estudiantes, en relación a los tres casos presentados, como ejemplo del análisis que hemos realizado con todo el grupo. Los argumentos aportados aluden a la diversidad, aunque de forma muy genérica. Las alusiones interesantes, se refieren a la importancia de la interacción en la construcción de conocimiento matemático, pero no inciden en decir qué significado matemático se está privilegiando en cada uno de los comentarios. Tan sólo en algunos casos se observan reflexiones sobre la influencia de la interacción en un contexto de diversidad cultural. Y son pocos los estudiantes que aluden a las diferencias debidas a los ritmos de aprendizaje.

Est.	Respecto al Profesor 1	Respecto al Profesor 2	Respecto al Profesor 3
E1	*Ha considerado la diversidad, teniendo en cuenta que el **grupo es muy heterogéneo** respecto al **nivel competencial** matemático. *Ha tenido en cuenta los **diferentes ritmos de aprendizaje** *Se resalta que el profesor haya comentado: "… en el momento de escoger actividades, que sin suponer un **reto inalcanzable** por nadie, fueran **interesantes** y **motivadoras** para esta tipología de alumnos".	*Ha enfocado el mismo problema desde **diferentes puntos** de vista para que todos puedan **entender** lo que se está trabajando. *Se resalta que el profesor menciona que se "han utilizado **diferentes metodologías**"	*Ha tenido en cuenta que en el grupo de clase hay personas que saben **idiomas diferentes** y por esta razón se puede fomentar la diversidad cultural. **Interacción entre los estudiantes.**
E12	*Transportar un problema que té lloc en una **altre continent** i veure els **impactes que té mundialmente**, té en compte la diversitat cultural	*No ho toca i ja que s'està basant en temes d'alimentació. Podria aprofitar per parlar de l'educació alimnetària, dels hàbits alhora de menjar, d'una alimentació sana i/o de **les diferents tradicions i costums alimentàries dels països** i **cultures** arreu del món	*Presenta una **visualització general del món**, és el cas que abarca més la diversitat cultural.

Figura 8.3.1.3. Consideraciones de dos profesores sobre diversidad cultural.

A continuación mostramos en la figura 8.3.1.4. los aspectos diferenciales que los estudiantes observan en cada uno de los casos, respecto a la construcción de ciudadanía. Así por ejemplo, el estudiante 7 reconoce posicionamiento crítico en el caso 2 y sorprendentemente no asocia el caso 1, a un posicionamiento crítico. Si en cambio considera un valor a la concientización de un problema real de contaminación, pero considera que el hecho de que se de en un contexto geográfico "lejano", no fomenta la criticidad.

Resultado 8.3.1.3. ***Los futuros docentes aluden al valor de la reflexión crítica y los aportes de los contextos próximos como elementos clave del análisis didáctico, que influyen en el desarrollo de la ciudadanía.***

Est.	Aspectos que se resaltan de la ciudadania	Diferencias observadas en las tres situaciones		
E7	La formación ciudadana abarca habilidades i actitudes para la acción, **participación, asociación, organización, acción colectiva, intercambio de opiniones, expresión de puntos de vista…**	*El professor **utilitza les matemàtiques** perquè els alumnes **siguin conscients d'un problema** molt greu com és la **contaminació dels mars** amb vessaments de petroli. (Se considera un contexto "lejano")	*Els ajuda a ser crítics a l'hora de dur una alimentació equilibrada *la professora argumenta que es una activitat que ajuda a la **participación** ***relacionar** el **problema d'alimentació amb aspectes matemàtics** i educar-los a una correcta i equilibrada alimentación (Asumir actitudes responsables) * **Trabajo en grupo** en donde se la **comunicación** entre los estudiantes	*Ajuda a **interpretar estadísticament** la **realitat**. *Els fa **reflexionar** sobre el fet de que abans de **forjar una opinió** sobre qualsevol tema s'ha de **fer un estudi previ** i no fer-se una opinió equivocada sense saber el que hi ha.
E9	Les **matemàtiques** ens simplifiquen un problema global, ens ajuden **a entendre** fàcilment el **que passa al món** i d'aquesta manera **"tomar consciencia"**	**Comparar gràficament** la gravetat del problema amb la superfície que pren, les pèrdues d'éssers vius que això provocarà, el canvi en el cicle i l'ecosistema. Fer que els alumnes **prenguin consciència** del temps que haurà de passar perquè la zona torni a ser la mateixa abans de la catastrofe.	Es podria treballar i potenciar el que és una **bona alimentació**, les **quantitats** que són **adequades** i **saludables** per menjar.	Les **matemàtiques** ens ajuden a tenir una **visió** global de l'estat del món en diferents **aspectos** (**econòmics, estudis, sanitat, fam**…)

Figura 8.3.1.4. Aspectos que se resaltan de la ciudadanía en las observaciones de los estudiantes sobre los relatos.

Mostramos a continuación en la figura 8.3.1.5. lo que expresan los futuros profesores respecto la influencia del análisis didáctico sobre aprender a formar en ciudadanía.

Est.	Aspectos del análisis didáctico que valoran como importante para mejorar sus futuras actividades	Observaciones
E1	*La **reflexió** ajuda als professors a **millorar** a la pròxima tasca. (Pensar en contextos más próximos a los estudiantes, que ellos escojan el plato a analizar, escoger datos reales de temas que les interese…) *Permite veure si el **context** ha estat **interessant** pels alumnes. ***Contrastar** si ha arribat als **objectius** que s'havia plantejat. *Podrà veure si els **alumnes** han estat **crítics** amb aspectes de les activitats o només han resolt el problema de manera matemàtica. Si han desenvolupat la competència ciutadana i social.	* Las mejoras que ellos puntualizan están orientadas a formular un "Contexto más próximo", entendiendo próximo, como "tema de interés" para los estudiantes, fundamentalmente por la motivación. *No se menciona nada relacionado con la gestión, con el tipo de preguntas, los recursos usados, las mates desarrolladas, las preguntas de los estudiantes, el tipo de participación, el diálogo…
E2	*Fent **participar** més als alumnes per tal que estiguin més **atents** i **entenguin** més els procediments seguits i així també fomentaria més una formació en ciutadania. *Donarlis **materials més propers** a los estudiants per facilitar la **interpretació** i la **motivació**. **Utilitat** de la proporcionalitat en **la vida diària** i la seva **aplicació** en **contexts culturals**. *Millorar l'enteniment del context mitjançant el full de càlcul permetria aprofitar millor els recursos utilitzats. **Treure dades dels propis alumnes** i que així els resultats haurien fet que els alumnes **treiéssin conclusions de** la seva **pròpia realitat**.	Se reconoce en la reflexión como proceso que permite ser consciente de los aspectos que no han funcionado bien. Aspectos a mejorar desde el punto de vista de la ciudadanía: participación; contextualización, aplicación, motivación, implicación

Figura 8-3.1-5- Aspectos del análisis didáctico que se consideran importantes por los futuros docentes.

8.3.2. Especificidad del desarrollo de la práctica.

Esta fase final, viene marcada por el desarrollo de la práctica, su reflexión y análisis posterior en el trabajo TFM.

Tarea profesional 8. Participación, modelización y ciudadanía.

En esta tarea, se propone un breve análisis de lo normativo en el desarrollo de tareas matemáticas. Se parte del análisis del valor histórico de la ley de Hooke, en cuanto a enriquecimiento matemático. Se presenta un powerpoint en el que se insiste en el control de las variables en una situación modelizadora, partiendo del hecho de que en la actividad inicial habían dicho mayoritariamente que la ley de Hooke no es un ejemplo que contribuye a formar ciudadanía. En realidad, entre las componentes que influyen en la ciudadanía se encuentra la potenciación del espíritu crítico. Se lanza la pregunta enfática de si con la Ley de Hooke, ¿se fomenta espíritu crítico? Y respondemos que si, en cuanto seamos capaces de mostrar su valor matemático en el desarrollo de la ideas científicas.

Al insistir en el valor modelizador de las matemáticas, se reconoce un listado de 16 subprocesos implicados en el megaproceso de modelizar. Se discute sobre la necesidad de ideas previas como la interpretación de enunciados, reconocimiento de informaciones, obtención de conclusiones, etc. Se usa como referente el trabajo de Manuel Sol y el grupo Vilatzara sobre Proyectos matemáticos.

Tarea 9. Planificación y desarrollo de competencias.

En cierto momento del seminario de apoyo a la práctica, se habla de dos criterios que deberían introducirse en una reflexión sobre innovación: 1) la falta de errores y 2) el criterio de representatividad. Con relación a este segundo criterio comentó que era necesario tener una referencia a partir de la cual valorar la representatividad de la propuesta innovadora. Si bien no se pidió más que hacer una reflexión breve sobre la práctica realizada, insistiendo en que la reflexión más pormenorizada se haría en el trabajo final del Máster, los estudiantes tuvieron oportunidades de debatir sobre el particular.

Tarea profesional 10. Trabajo final de Master.

En el segundo año de implementación, todos los tutores introdujeron la idea de criterios de idoneidad con sus estudiantes, aunque no todos los alumnos los incorporaron. En el tercer año, se acordó incluir el uso de criterios de calidad/idoneidad en el guión organizativo del trabajo para todos. En este último curso (2012-2013) hemos podido observar que incluso se han planteado propuestas espontáneas de desarrollo y mejora de los criterios de calidad, por parte de los estudiantes. En el segundo y tercer año, se usan las producciones de alumnado de años anteriores para una reflexión que se produce sobre dichas prácticas, antes de su ida a la práctica docente. Se les proporciona el documento de resumen de tres prácticas y se pide que se posicionen frente a la contextualización y como contribuye a la ciudadanía. Con ello, no sólo quieren presentarse algunas prácticas, sino hacer juicios críticos sobre ellas.

8.3.3. Desarrollo sobre ciudadanía y contexto.

Aquí presentamos algunos ejemplos de diálogo y reflexiones que ocurren con algunos miembros del grupo de investigación. Reflexionamos sobre los desafíos, potencial y restricciones que hemos experimentado durante el curso. Nos focalizamos especialmente en el proceso de planificación, implementación y reflexión sobre el valor de la contextualización y modelización. Nuestro objetivo principal es encontrar la forma usada por los futuros docentes cuando analizan competencias matemáticas, observando los procesos que se privilegian y como se reflejan en las prácticas de clase. Se constata el uso de los criterios de idoneidad/calidad de las propuestas realizadas en clave que permita reconocer sus desarrollos sobre ciudadanía democrática.

Para indagar los criterios de idoneidad que se usaron en sus reflexiones sobre su propia práctica se discute entre varios investigadores sobre los relatos aportados y las posibles consciencias emergentes de procesos de contextualización y cuáles eran posiblemente flacos. Para ello, se recogen las producciones de varios futuros docentes y se escogen entre ellos algunos que se consideran paradigmáticos. En dicho proceso se decide hacer observación participante interpretativa (Witrock, 1989: 196). La metodología de análisis fue la observación de los criterios de idoneidad en el marco de EOS. En este proceso se decidió que un investigador fuera el docente del curso de formación como se ha realizado en otras investigaciones

(Martinez, 2003). Se consideró la teoría de la acción comunicativa de Habermás como un referente para que se desarrollara una buena comunicación en el proceso de formación. Buena parte de los textos producidos se mandaron en línea a una plataforma comunicativa moodle para facilitar la posible intervención de otros colegas y las respuestas de retroalimentación del formador correspondientes. De este modo se trató de constituir una comunidad de práctica que comparte las acciones desarrolladas.

Nadie duda del valor de la contextualización para acercar el contenido matemático al alumnado y que éstos vean su valor. Los ejemplos, permiten que haya también unanimidad en reconocer que no sólo trabajar distintos contextos, sino procurar trabajar también la generalización matemática para que entiendan que la herramienta usada en ese contexto concreto, puede usarse para muchos otros contextos.

Sobre el eje 1 de apropiación política de la matemática.

Hacemos referencia fundamental a las respuestas de los futuros docentes a la actividad de reflexión crítica sobre los desarrollos realizados por compañeros. Para ello, se proporciona a los futuros docentes los desarrollos de trabajo final de master de tres estudiantes que fueron analizados en el apartado correspondiente del capítulo anterior.

Resultado 8.3.3.1. ***Las respuestas dejan entrever claramente que lo que se está interpretando por crítico en muchos de los casos no explicita la contribución de lo matemático.***

En diversos casos (por ejemplo Co) explicitan que el alumno debe de ser crítico con lo que la mancha de petróleo puede provocar en el ecosistema. Pero sólo la mitad aproximadamente explicita, que el hecho de que la mancha sea grande en superficie es lo que nos va a permitir hacer esa reflexión. En uno de los comentarios se cita como el recurso del plano y la magnitud de la mancha les permite comparar con otras situaciones semejantes u otros vertidos que hayan pasado anteriormente (ArMa, p2). En esa reflexión se evidencia los instrumentos/herramientas que se asocian al fenómeno para que veamos el poder de las matemáticas. Así, pueden compararlo con otros que ya conocen como el mapa de la ciudad, estado o comunidad autónoma o el país.

Para alguno, la cierta lejanía con la cercanía geográfica del alumnado quizás sea lo que no haya dado el éxito esperado. Alguno de los estudiantes (Go) indica que en la transcripción del caso 1, parece que el análisis del problema no va mucho más allá de un análisis matemático reflexivo de la situación descrita y deja sus implicaciones críticas a una tarea personal e implícita.

En el segundo caso, OG dice que la profesora trabaja el tema de proporciones con diferentes problemas de elaboración de pizzas o tartas, pero no se indica que lo crítico viene del hecho que las proporciones nos permiten analizar y comparar medidas en sistemas de comidas.

En el tercer caso, se percibe que el profesor trabaja la estadística y utiliza un vídeo estadístico sobre el mundo en miniatura, para que los alumnos se den cuenta de la realidad de su mundo, y por lo tanto parece que lo crítico se centra en que enfrenta el mundo real.

Resultado 8.3.3.2. ***Se alude poco al currículo intencional del profesor, y su declaración de intenciones respecto lo transversal y la influencia de lo crítico.***

Algunos indican que en el caso del área de la mancha de petróleo, hay la intención de introducir a los alumnos en la competencia de convivir y habitar en el mundo, mediante unas tareas que contextualizaban a lo cotidiano, pero quizás no fue lo suficientemente cercana a ellos, aunque se tratase de un problema ecológico. Incluso se cita que quizás no se mostraron los auténticos objetivos, y por ello no se fomentó una ciudadanía crítica. En un solo caso detectamos que el futuro profesor analiza una propuesta de mejora, basada en la idea de contextualizar y descontextualizar y los recursos asociados que se utilizan en la ciencia actual.

> *"Sin embargo, se trata de un contexto muy lejano a la vida cotidiana de los alumnos (no lo que respecta a la mancha de petróleo, ya que la mayoría lo habrán escuchado en las noticias) sino por la comprensión de aquello que se les está proponiendo implica ser capaz de hacer abstracción de conceptos y procedimientos como por ejemplo el uso de mapas, el uso de satélites para obtener fotografías, cálculo de áreas o longitudes sobre un mapa, etc. En este sentido, parece que la actividad resultaría adecuada como actividad de ampliación una vez que los alumnos ya dominen el tema, más que usarla como introducción a un nuevo contenido matemático, ya que en este caso el contexto presenta una serie de dificultades añadidas que pueden dificultar la comprensión en lugar de ayudarla* (Estudiante OG).

Pocos estudiantes para profesor reflexionan con la ayuda de referenciales teóricos proporcionados indicando que "el problema de la mancha de petróleo trabaja distintos aspectos de la competencia ciudadana".

> *"El problema presenta una cuestión social a través de un suceso que ha pasado. Por tanto, presenta una problematitzación humanizada (en referencia a Vanegas y Gimenez 2010). Además, el problema da pie fácilmente a hablar sobre la conservación del medio ambiente y la sostenibilidad. Por último, también permite ver una aplicación de la matemática a problemas sociales ya que una estrategia matemática permite calcular la medida de la mancha y compararla con otras medidas de objetos conocidos"* (Estudiante OG).

> *Deberán interpretar el uso de la malla cuadriculada y también establecerán relaciones (dimensiones mancha-dimensiones ciudad Barcelona), que les permitirá realizar un contraste de la información por ende una mejora de la calidad informativa, y por último, podrán analizar los datos y cuestionarse temas como la sostenibilidad del medio ambiente* (Estudiante CG).

En algún caso se comparan las prácticas, para argumentar que "en las prácticas de José y MT trabajan la competencia ciudadana en el sentido de convivir y habitar en el mundo.

> *Se usa las matemáticas para cuantificar las situaciones y poder establecer comparaciones. Es justamente cuando los alumnos comparan los datos obtenidos matemáticamente con otros datos proporcionados por el mismo enunciado del problema que pueden extraer una perspectiva crítica* (Estudiante CP)

…Y, en particular en el caso de la estadística, se habla de "tener cuidado de las informaciones manipuladas" (Estudiante CR).

Resultado 8.3.3.3. ***Casi todos reflejan elementos matemáticos importantes no tan visibles a primera vista como es el análisis de aproximaciones en el cálculo de medidas.***

Se observa en el análisis del profesor primero, el uso del cálculo aproximado por exceso y por defecto en el cálculo de área: "Miren que al buscar los cuadraditos externos a la mancha, y los internos, sabemos que nos estamos acercando al resultado de la superficie de la mancha". Alguno de los futuros profesores alude a que "los estudiantes no siempre tuvieron una perspectiva crítica a la hora de resolver el ejercicio y no consiguieron interiorizar los conceptos matemáticos deseados". No sólo influye por lo tanto lo motivador, sino que debe conseguirse el éxito en la significación matemática.

> *"Para que estos puedan analizar la tarea de forma crítica, hemos visto que la actividad no sólo debe ser motivadora y actual, sino que entendemos que debe ser cercana a ellos, despertando de este modo un interés sincero y verdadero que conlleva a una mayor interiorización de los contenidos" (Estudiante CFS).*

Así, hacer matemáticas no es sólo un resolver mediante cálculos, sino fundamentalmente enfrentar problemas con justificaciones. Y las discrepancias fundamentales están en la interpretación que se hace del uso de herramientas teóricas de las matemáticas.

Resultados sobre el eje 2. Diálogo y ciudadanía.

Los estudiantes en general indican que ninguno de los tres casos analizados, el diálogo propuesto ofrece la posibilidad de ser crítico con el contenido, más allá de las matemáticas. En realidad, los 3 profesores concluyen que deberían haber propuesto la actividad de forma que los alumnos hubieran podido reflexionar e intercambiar opiniones para encarar más profundamente la competencia social y ciudadana.

Resultado 8.3.3.4. ***No es fácil que se posicionen con el valor del diálogo en cuanto contribuye a la reflexión metacognitiva. Y no alude casi nadie a la colaboración investigadora***.

En efecto, les cuesta descubrir el valor dialógico de percibir, pensar alto y reformular, desafiar mediante juegos de preguntas y evaluar (según Alro y Skovsmose, 2002). Son varios los grupos que dicen que en el primer caso, podríamos añadir una pequeña investigación sobre los vertidos de crudo al mar y sus efectos sobre el ecosistema marino. Incluso podríamos incluir un trabajo no sólo de superficie sino también de otras magnitudes, cambios en las unidades de medida (kg, l, m^3,…) y que el alumnado tuviera que redactar un artículo breve, apoyándose en los datos que se han calculado en la actividad, sobre el daño ecológico del vertido.

Resultado 8.3.3.5. ***La casi totalidad de los futuros docentes reconocen el valor del diálogo critico para construir significados matemáticos de calidad.***

En casi todos los comentarios, aparecen alusiones al papel del diálogo como constructor de criticidad.

> *"En general, en los tres casos que se analizaron vemos que el alumnado deberá interpretar analizar y sintetizar información, para mostrar conclusiones, estableciendo también relaciones que permiten contrastar dicha información, lo cual es la base de una actitud crítica"* (Estudiante CG).

> *"El pensamiento crítico, se manifiesta aprendiendo a participar y reflexionar sobre la manera en que se deberían modificar los comportamientos humanos"* (Estudiante CMP).

Es interesante que el tercer caso parece que se identifica por casi todos como el más potente en términos del diálogo.

De los tres casos, este ... es en el que se ve más clara la representación de la diversidad cultural del planeta de manera que cualquier alumno se verá reflejado en alguna de les frases que aparecen en el vídeo. Además, en la última parte del caso se habla de un estudio realizado sobre los intereses de los diferentes alumnos. (OG).

Pero también algún estudiante para profesor considera que la reflexión del caso 2 sobre las dietas es adecuada desde el diálogo que fomenta reflexión crítica. Se indica que, aunque no se tiene suficiente información, contribuye a la resolución de conflictos.

Se supone que la profesora pone mucha atención al trabajo en grupo, la confrontación de ideas desde diferentes puntos de vista de los alumnos, por tal de practicar el diálogo y la negociación para llegar a acuerdos como forma de resolver conflictos (HB).

Un 20% alude a que la diversidad cultural se analiza de manera muy clara en el ejemplo estadístico del tercer caso

En el primer vídeo es hace una radiografía de como estaría compuesta la sociedad si se tratara de cien personas. En consecuencia se observan personas de diferentes procedencias, religiones, sexos, riquezas, etc. Por lo tanto, se intenta promover el respeto a las diferentes identidades, la solidaridad, la cohesión social, la tolerancia y el respeto. (FC)

Asimismo, el papel de la responsabilidad se muestra en muchas de las reflexiones, pero lo asocian mayoritariamente al contexto.

En los dos primeros casos se ve claramente una intención de fomentar algún tipo de responsabilidad en el alumno por parte del profesor en la elección del contexto. En el primero se busca responsabilidad medioambiental. En el segundo, responsabilidad en su alimentación. Sin embargo, no se detalla en el texto si se profundizó en ese sentido a lo largo de la actividad, por lo cual añadiría en ambas una actividad de reflexión que obligara a los alumnos a identificarse con el problema tratado fomentando su interés en resolverlo, lo cual fomentaría la responsabilidad de los alumnos y su solidaridad. Del mismo modo, MT conseguiría ese objetivo eligiendo un contexto que tratara un tema de interés social (economía, inmigración, fracaso escolar, etc.) con el que los alumnos se identificaran, para discutir los resultados promoviendo la reflexión para tratar causas, consecuencias y problemática de los resultados hallados. (Estudiante RI)

Por último, casi todos afirman que añadirían una reflexión conjunta sobre los resultados hallados y sobre el contexto estudiado a través del debate.

> *Del mismo modo, en el caso de MT me reafirmo en la respuesta de la cuestión anterior de usar un contexto adecuado para la actividad, además de su posterior análisis y reflexión a través de un pequeño debate en clase, en el que se practicará la tolerancia, el autocontrol y el respeto además de otras competencias como la argumentación, la expresión, etc. (Estudiante RI)*

Uno de los futuros docentes, resalta la importancia del debate como crecimiento individual, cuando dice que:

> *En los casos en que los alumnos puedan discutir o trabajar en grupo se fomenta mucho más el intercambio de ideas y puntos de vista lo que enriquece la reflexión y el desarrollo al ampliar las fronteras del pensamiento de cada alumno. Si por contra se trabaja en solitario, se fomenta más el pensamiento propio (también importante) y la creación de criterios personales* (Estudiante IZ).

Resultado 8.3.3.6. ***En las observaciones realizadas, podemos afirmar que los futuros profesores integran el discurso de la perspectiva crítica, pero no parecen incorporar la idea de transformación global.***

En realidad, en los análisis se traslucen transformaciones superficiales (Freire, 1970b) que reconocen problemas sociales, pero no tienen el objetivo explicito de transformarlos, y una mayoría parecen tener posiciones de mantener el status del profesor que no cambia su forma de hacer. Las tareas de carácter social aparentemente harán evidente el poder de las matemáticas para enfrentar fenómenos sociales, pero deben ir acompañadas de formas de desarrollo participativo en el aula.

En cualquier caso, según indica uno de los futuros profesores(OG), "no sólo hace falta un tipo de forma de trabajo u otra para que los alumnos vayan más allá de la solución matemática, sino que hace falta que el ejercicio sea lo suficientemente rico como para permitir reflexionar y ser críticos con lo que se trabaja."

La crítica presupone cooperación y desarrollo igualitario (Freire 1970b), que se hace difícil cuando las observaciones no se han compartido del todo, ya que se ven recreadas por el formador al mostrar los casos. Para algunos futuros docentes, las prácticas de los profesores se toman como objetos y se miran desde la barrera. Si bien se ha producido reflexión participativa, en el sentido que los futuros docentes se han hecho coparticipes de las decisiones tomadas (Reason, 1994: 325), realmente, no siempre las convierten en situaciones implementadas en el futuro. Es decir, no todos van quizás a cambiar sus posicionamientos.

A partir del estudio realizado, podemos constatar como la visión postmodernista de llegar a ser profesor de matemáticas, no es sólo un asunto de viaje personal. En los comentarios realizados, observamos que en el proceso de formación hemos conseguido que los estudiantes identifiquen el poder de las matemáticas en superar el simplemente conocer.

Desarrollamos redes de reflexión, diálogo, y relaciones, produciendo construcciones (eso si, individuales) de identidad (Walshau, 2010: 216).

Sobre el eje 3 de planteamiento crítico.

En este eje, podemos sacar también algunos resultados interesantes.

Resultado 8.3.3.7. ***La mayoría de los futuros docentes aluden explícitamente a lo crítico como algo que permite discutir sobre una realidad. Pero sólo un 30% dicen que con ello buscamos que las matemáticas nos permitan transformar dicha realidad, y para empezar, hay que conocerla***.

En efecto, observan el significado de la contextualización, a través del análisis didáctico.

Los alumnos entenderán y comprenderán la información recibida a través de un análisis matemático que les permitirá en el futuro valorar y entender otras realidades y otros contextos más generales (Estudiante CS).

Aluden a que la experiencia en clase muestra que no sólo es importante el material que ofrecemos al alumnado para trabajar, sino también la presentación y explicación que hacemos de él. Algunos estudiantes inciden en el hecho que seria mejor hablar del "Prestige", porque es un accidente más cercano, incluso sabiendo que lo del Golfo era actual en el momento que se produjo. Y proponen preguntas que hubieran ayudado a contextualizar más.

¿Es grande la mancha de petróleo comparada con la ciudad de Barcelona? ¿Y comparada con otros territorios? Tienen a ver con trabajar las conexiones interdisciplinares, podemos plantear a los alumnos preguntas como *¿Cómo influye un vertido de petróleo de esta magnitud en la pesca de la zona? ¿Puede afectar a las exportaciones del país? ¿Se puede ver mermado el potencial económico de España por dicho vertido? ¿Cuáles pueden ser las consecuencias? (Estudiante CV)*

Mediante las matemáticas y relaciones de comparación y proporcionalidad los alumnos pueden crearse sus dietas con las cantidades necesarias para la buena alimentación. Todos coinciden en que los recursos utilizados que promueven ciudadanía crítica se basan en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, y aquellas situaciones que permiten un diálogo argumentativo.

8.3.4. Conclusiones sobre la contextualización.

La contextualización no puede considerarse de forma reduccionista, que puedan obstaculizar el aprendizaje de los objetos matemáticos en juego. No es suficiente con un buen desarrollo matemático de los procesos de estudio como hemos podido observar en el caso de J. A partir de casos como la futura profesora MG aprendemos que desarrollar competencias debe contemplar más que simple aproximación al fenómeno… Debe implicar la necesidad de mostrar la riqueza cultural y social de los objetos matemáticos y sus significados.

Cuando se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, tal como se propone en el enfoque ontosemiótico (Godino y Batanero, 1994), es posible distinguir entre *sentido* y *significado***,** ya que el primero se entiende como un *significado parcial*. El significado de un objeto matemático como la medida de áreas en el caso 1, entendido como sistema de prácticas, basadas en el uso de experiencias de composición, descomposición, uso de papel cuadriculado, cambios de escala en el computador, etc. se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto. Y el futuro docente debe saber de las dificultades en la comprensión de las metáforas asociadas a los extensivos correspondientes.

Así, el docente puede estar pensando que está trabajando aproximaciones de la idea de medida, pero ¡no es fácil que sea percibido por los estudiantes en edades de 12-13 años! Contextualizar la medida puede haber sido importante, y parece que la idoneidad epistémica se ha privilegiado. Pero el proceso de contextualizar puede haber provocado un conflicto semiótico en la medida que se ha realizado un salto desde experiencias en las que la medida se da con números racionales, y ahora se aproxima, sin que los estudiantes tengan claridad de que realmente se está proporcionando un contexto en que no basta la medida racional, y no han tenido ninguna experiencia previa en la que el proceso de aproximación y encaje se "hace" porque no hay posibilidad de medida racional.

Finalmente, digamos que se identifica la importancia del papel del docente como que puede promover un diálogo colaborativo que algunos llaman "integrador". Se interpreta inmediatamente el discurso de otro interpretando que es una justificación de la "no aceptación" de estas estrategias usadas por el otro.

> *"No facilita ejemplos clarificatorios. No anima/invita a Alicia a explicarle al resto de los compañeros la resolución del problema. No promueve el trabajo colaborativo. Hay alumnos interesados en aprender pero el profesor los ignora. Se queda con la alumna "buena". Va a lo fácil que no le supone esfuerzo." (Estudiante BS, T1, l5-9). "Alicia se cierra a explicar sus reflexiones. Se ofusca con su método y no acepta la solución de Mateo" (Estudiante, BM, T1, L2-3)*

8.4. Trayectoria hipotética de un estudiante.

Con ello se describe un posible camino que los estudiantes pueden seguir en el desarrollo de las ideas matemáticas, incorporando modos de soporte y organización del aprendizaje.

C. Burgués, J. Giménez, 2006[42]

Para dar respuesta a uno de nuestros objetivos, y mostrar trazos más definidos de la trayectoria hipotética de aprendizaje/formación en cuanto aprender a formar en ciudadanía, nos fijaremos en la evolución de las respuestas de un alumno significativo del curso 2011-12 que llamaremos DB. Utilizaremos para el análisis sus comentarios a las tareas virtuales, donde sus registros han quedado explícitos. Se elige intencionalmente a DB porque es físico, con una buena formación matemática, interesado, con intervenciones adecuadas en la resolución de problemas. Un tanto débil de carácter cuando se enfrenta con la práctica, y que en sus comentarios demuestra tener un posicionamiento ético crítico. No tiene experiencia escolar previa ni tan sólo de clases particulares. Jamás se había planteado las matemáticas desde un punto de vista ético.

Para reconocer la evolución de su práctica de formación, usamos tres categorías de implicación en la competencia ciudadana: construcción política de saberes relacionados con la ciudadanía (CPS), valoración del debate y diálogos deliberativos (DC), y apropiación crítica (AC) descritas en el capitulo 2. Usando dichas categorías interpretamos cómo sus discursos muestran las categorías anteriores y se asumen.

Estudiante DB en la Tarea profesional 2.

Al hablar de su posicionamiento inicial ante la competencia ciudadana, reconoce que es necesaria una buena tarea que promueva reflexión social a través de las matemáticas y una buena forma de hacer la clase donde aparezca el diálogo y la discusión.

---

[42] Burgués, C., Giménez, J (2007) Formación de maestros en matemáticas: Un análisis desde la investigación. *Gaceta de la RSME* Vol. 10.1 . pp. 129–143

> *En primer lloc, una bona tasca pot incorporar aspectes relacionats amb aquesta competència, com l'activitat A, en la que es comparen les particularitats d'un determinat territori amb el conjunt del país. En segon lloc, el tipus de tasca pot facilitar el seu aprenentatge experimental, mitjançant l'ús de dinàmiques de grup i, finalment, la pròpia manera de fer la classe pot incloure de manera implícita aquesta competència quan el professor mostra empatia amb l'alumne, respecta les seves opinions, és exigent amb l'alumne però alhora el comprèn en el moments de dificultats, etc.* (Estudiante, DB, P3, L8-13)

Y en un momento próximo, explica la importancia de promover liderazgos, colaboración y experimentación.

Estudiante DB en la Tarea profesional 4.

En el análisis de objetos y procesos matemáticos, establece una relación con las conexiones matemáticas.

> *En efecte, la professora tracta els objectes (rectes, segments, arcs de circumferència) com a entitats abstractes, quan el currículum proposa que cal descriure les figures geomètriques a partir de l'observació d'objectes de la realitat. Igualment, tampoc identifica la forma dels objectes en contextos diversos (l'arquitectura, l'art, la naturalesa, el disseny i la vida quotidiana) (Estudiante, DB, P2, L18-24)*

Al hablar de una profesora 3, que introduce a la idea de los diagramas de Voronoi, se cuestiona los problemas de contextualización.

> *Tot i així, caldria comprovar si aquest context real és quotidià pels alumnes, ja que és probable que no hagin estat mai en deserts ni hagin vist gaires ramats. Seria un context quotidià d'una altra època força més antiga. (Estudiante, DB, P3. Nota1)*

Estudiante DB en la Práctica profesional 7.

Ante unas situaciones que deben analizarse en cuanto fomentan criticidad y ciudadanía, se muestra claro en que sería mejor si el contexto asociado a la actividad hubiera provocado comparar la mancha con otras que hayan tenido lugar en otros momentos de la historia, y de esta manera poder calibrar las consecuencias que de ésta se pueden esperar. En el segundo, en cambio, el uso de la receta sí promueve que los alumnos tomen conciencia de la importancia de prestar atención al número de personas para el que está pensada una receta… El último no presenta una utilidad directa para el aumento del análisis crítico, ya que, según la propia autora reconoce, las actividades planteadas no sacan el suficiente provecho a ambas proyecciones."

> *Al principio, los ejemplos planteados, aunque reales, se muestran alejados de la realidad de los estudiantes, mientras que al cambiarlo por una situación en la que se pueden encontrar de verdad (en una fiesta con los amigos, por ejemplo) su actitud se transforma llegando incluso a desarrollar por si mismos estrategias de resolución del problema planteado. Y resalta que en otro de los casos planteados se promueve la participación y la autonomía de los estudiantes, pero no aparece ninguna actividad concreta que favorezca la adopción de juicios críticos* (Estudiante DB, Tp7, P3, L14-22)

En el análisis sobre la reflexión hecha, DB apunta que es evidente que los futuros profesores se dan cuenta que podían haber aprovechado más la actividad para trabajar la competencia ciudadana. Las tres actividades propuestas tienen un buen trasfondo como material para trabajar la competencia social y ciudadana (y obviamente para cumplir los objetivos matemáticos) pero el modo de trabajar este material podría haber sido más extenso. El último caso es un magnífico ejemplo, puesto que la profesora reflexiona y apunta la posibilidad de trabajar todo el tema de estadística a partir de los datos que se presentan en el video, como fórmula para interesar más al alumnado pero, a su vez, para trabajar datos económicos, médicos, etc… para crear una opinión sobre la sociedad que nos envuelve.

Estudiante DB en la Tarea profesional 8.

Sigue pensando que la tarea/contexto matemática es el elemento fundamental que promueve ciudadanía. En efecto, propone una actividad estadística en la que los alumnos, organizados por parejas, observan los datos recogidos en la tabla, que muestra la evolución de la población inmigrante en Catalunya, distribuida por comarcas, desde el año 2006 al año 2010.

> *Se'ls demana: · representar en un diagrama lineal l'evolució de la població immigrant a la seva comarca i al total de Catalunya · calcular l'augment en*

> *percentatge de població immigrant durant el període referit, tant a la seva comarca com al total de Catalunya.* (Estudiante, DB, Tp8, P2, L13-17)

Además sitúa el diálogo como un elemento con el que se promueve la competencia. En su justificación indica que la actividad propuesta contiene aspectos de la realidad diaria de los alumnos, en una alta probabilidad, de origen inmigrante. Les ayuda a conocer las características demográficas de Catalunya y a comprender posibles conflictos raciales entre comunidades. Fomenta el debate en clase i la formulación de nuevos interrogantes. Y además incide en que con ello se fomenta la crítica reflexiva.

> *Per tant, hi ha nombrosos temes que poden tractar-se: nombre de votants d'un partit en funció del territori, evolució de la violència de gènere, etc. tots amb marcat caire social. Seria senzill, en aquest sentit, i a vista de les dades que s'analitzessin, arribar a conclusions que no haurien sospitat abans de realitzar el treball, i induir a un debat entre els alumnes per analitzar-les.* (Estudiante DB, Tp8, P3, L25-30)

En su reflexión final, reconoce haber integrado elementos de la transversalidad, que no sabemos si integrará en su práctica, pero está en sus intenciones.

> *José prepara una tarea muy jugosa, aunque no aprovecha todo el potencial que esta posee. Al hablar del petróleo en sí, podría hacer reflexionar a los alumnos sobre las crisis y las guerras ocasionadas por la necesidad y la dependencia que el petróleo provoca sobre otros países. Aquí entra en juego la educación para al paz, para alcanzar una convivencia pacífica entre pueblos y grupos sociales, y la tolerancia social, el respeto hacia ideas, creencias y prácticas contrarias a las propias…*
>
> *Luego, el mismo José, confiesa que "a lo largo de trabajo las caras no parecían mostrar que estuvieran entendiendo todo, y cuando yo hacía explicaciones en la pantalla algunos no estaban tomando atención". En este caso nos podemos plantear hasta qué punto ha sido productivo plantear una misma actividad para un grupo tan heterogéneo, o si era correcto hacerlo de forma individual, ya que no es solamente que no entiendan la actividad, sino que algunos al no entender, dejan de prestar atención.* (Estudiante DB, Tp8, P4, L 5-21)

Cuando se analiza otro de los casos de docentes indica que quizás habría podido fomentar algunos valores como la responsabilidad social, la responsabilidad ambiental, el respeto por el entorno, la solidaridad, etc. es decir, habría podido fomentar los valores que creyera oportunos captando la atención de los alumnos con datos relativos a su propia realidad.

Estudiante DB en la tarea profesional 9.

En la práctica, las intenciones del futuro docente se ven frustradas por una gestión no del todo acertada, como indica él mismo.

> *A la vegada, han aparegut dificultats en la pròpia gestió del grup que, com s'ha dit, era molt participatiu, però, a la vegada, poc disciplinat. He trobat a faltar recursos propis en la gestió de grups, que m'haurien d'haver ajudat a canviar una dinàmica de classe al meu parer massa relaxada*. (Estudiante DB, Tp9, P20, L1-4) … *em confirmo en la idea que dono prioritat a l'aprenentatge d'una elevada proporció d'alumnat enfront a forçar la transmissió dels continguts que consten al currículum*. (Estudiante DB, Pr2, P26, L 17-20)

En la memoria del Prácticum, no contempla la competencia social y ciudadana entre lo que está desarrollando. Y se sorprende de que los alumnos que habían tenido un buen nivel de respuestas en la clase, no tuvieran buenos resultados en la prueba. Pero analizamos en la tutoría que quizás las preguntas de la prueba no se correspondieron a la contextualización que se hizo en el aula.

8.5. Competencia de análisis didáctico y desarrollo crítico.

> *Consideramos un segundo bloque de competencias que implica categorias que involucran ciudadania, compromiso social, capacidad de enseñar relación con el contexto, relación con el conocimiento y con destrezas personales.*
>
> H. Becerra y R. Moya, 2008[43]

Para poder responder a cómo contribuye la competencia de análisis didáctico al desarrollo crítico y aprender a formar en ciudadanía, tenemos que realzar el papel humanista de la tarea educativa, con lo que su actuación profesional tiene que ir acompañada de

[43] Becerra, H; Moya,R (2008) Una perspectiva critica de la evaluación en mateática en la educación superior. En Sapiens. Revista universitaria de Investigación. 9, 1; junio 2008; pp 35-69

posicionamientos personales. Para avanzar en su desarrollo tiene que disponer de estrategias de *reflexión* que le ayuden a actuar de manera sistemática.

En particular, explicamos dos tipos de práctica de análisis didáctico de procesos de instrucción: (a) analizando el trabajo de otro docente y (b) analizando la propia implementación como docente en una clase de 12-13 años.

Para realizar dichos análisis el futuro profesor debe utilizar herramientas de descripción y explicación que ha aprendido en las diferentes asignaturas del máster y, sobre todo, herramientas de valoración didáctica, en concreto los criterios de idoneidad. Godino, Batanero y Font (2007) consideran que como mínimo se pueden proponer seis criterios para valorar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática (epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica).

Con relación a la práctica *b*, analizamos:

(1) Reflexión escrita inmediata sobre su práctica escolar realizada, en la que se pide explicar desde la planificación realizada hasta el análisis de lo ocurrido. Se dan pautas formales no teóricas. (Se corresponde con la asignatura llamada Prácticum II),

(2) Memoria de Reflexión diferida con propuesta de replanificación sobre la práctica anterior al cabo de cierto tiempo (forma parte de la asignatura llamada Trabajo Final del Máster).

En dicha tarea, no se lleva a cabo la replanificación sugerida. En esas dos tareas, el futuro profesor reflexiona sobre el diseño e implementación de una secuencia orientada al conocimiento de la medida de áreas con figuras planas, Apoyándose en una perspectiva realista, introduce a la comprensión de las fórmulas de las áreas, mediante rompecabezas y descubrimientos. Finaliza la secuencia, con la propuesta de medir la mancha de petróleo del Golfo a través de las fotografías de la NASA, "para analizar la magnitud de la tragedia".

Resultado 8.5.1. ***Reconocemos una mayor profundidad en el análisis de la práctica b con relación a la práctica a, basada en el uso de las herramientas estructuradas durante la formación. Identificamos descripciones adecuadas de los tipos de problemas y sistemas de práctica que estructuran el contenido a abordar con la secuencia de actividades.***

No se da un desarrollo pormenorizado del trabajo de los estudiantes en la clase. Se explicitan los componentes del conocimiento en el desarrollo de la práctica matemática. Identifica el papel de los conocimientos previos como interpretación de las relaciones entre los objetos personales e institucionales. Reconoce que hay diferentes maneras de introducir la noción de área e identifica un posible conflicto cognitivo en el paso al límite cuando se considera la medida irracional. Propone salvar dicho conflicto, admitiendo que se experimente sólo con medidas racionales, mediante el uso de cuadrículas y uso de filtros decimales. Se aprecia conciencia del valor de lo interaccional, (identificando normas y posicionamiento activo de los estudiantes).

Con respecto a la ciudadanía crítica reflexiva, tenemos evidencias de que está: (1) considerando el poder de las matemáticas para enfrentar un problema medioambiental, asumiendo complejidad, (2) posibilitando en sus estudiantes que valoren la medida como herramienta conceptual para interpretar un fenómeno medioambiental y analizar su impacto social. (3) potenciando un análisis reflexivo de los estudiantes mediante resolución de problemas y el uso de las ICT.

Resultado 8.5.2. ***El análisis didáctico, posibilita en los estudiantes que reconozcan el uso del conocimiento matemático como herramienta para interpretar fenómenos (sociales, en este caso).***

Al hacer esta consideración, vemos que está valorando la competencia ciudadana en sus estudiantes. Pero confiesa no tener éxito, porque la actividad no fue seguida por todos.

El trabajo realizado ha desarrollado un listado de competencias profesionales distribuidas por niveles (Godino, 2009; Font, et al, 2012) y, en particular, un análisis de la competencia digital. En cuanto las observaciones respecto las influencias del análisis didáctico sobre lo ciudadano, se reconoce el valor de las justificaciones para la selección del contenido matemático, el uso de contextos en los planteamientos más o menos realistas, la motivación así como sus implicaciones socionormativas, elementos de la idoneidad interaccional (Giménez y Vanegas, 2010).

En general los estudiantes muestran un buen desarrollo de la competencia de análisis didáctico. Lo vemos en varios detalles. Señalamos el hecho de que se reconoce que el contextualizar es potente al momento de planificar e implementar secuencias de aprendizaje. Esta toma de decisiones, se ha posibilitado por el análisis didáctico desarrollado, en el que ha sido relevante reconocer y describir los aspectos de la idoneidad epistémica,

En cuanto lo epistémico, tenemos evidencias de que está:

(1) considerando el poder de las matemáticas para enfrentar un problema medioambiental, asumiendo complejidad,

(2) posibilitando en sus estudiantes que valoren la medida como herramienta conceptual para interpretar un fenómeno medioambiental y analizar su impacto social.

(3) potenciando un análisis reflexivo de los estudiantes mediante resolución de problemas y el uso de las ICT como metodología de trabajo. Sin embargo al analizar aspectos relacionados con la idoneidad interaccional,

Se reconoce que la interacción es importante, pero no incorpora las conclusiones "ignorando" o dando menor peso a los aspectos relacionados con la idoneidad interaccional. Además, en todos los aspectos, identificamos una mayor profundidad en el análisis de la práctica *propia* en relación al análisis de la práctica *ajena*, basada en el uso de las herramientas estructuradas durante la formación. Con respecto a los niveles conseguidos, identificamos descripciones adecuadas de los tipos de problemas y sistemas de práctica que estructuran el contenido a abordar con la secuencia de actividades. Ahora bien, no da un desarrollo pormenorizado del trabajo de los estudiantes en la clase.

Se explicitan los componentes del conocimiento en el desarrollo de la práctica matemática y la evaluación reguladora asociada. Identifica el papel de los conocimientos previos como interpretación de las relaciones entre los objetos personales e institucionales. Reconoce que hay diferentes maneras de introducir la noción de área e identifica un posible conflicto cognitivo en el paso al límite cuando se considera la medida irracional. Propone salvar dicho conflicto, admitiendo que se experimente sólo con medidas racionales, mediante el uso de cuadrículas y uso de filtros decimales. Se aprecia conciencia del valor de lo interaccional, (identificando normas y posicionamiento activo de los estudiantes), pero sólo de forma general. A continuación se presenta los resultados correspondientes al trabajo final de Máster.

8.6. Análisis didáctico, trabajo final de Máster y ciudadanía.

> *Democracia deliberativa se refiere a la idea de legitimar las reglas y leyes que surgen de la deliberación pública de los ciudadanos…presenta un ideal de autonomñia política basada el el razonamiento práctico.*
>
> Bohman and Rehg (Eds.), 1997, p. ix[44].

En las orientaciones generales del Trabajo final de Máster que se dan a los alumnos, en el caso del Máster de Formación de Profesorado de Secundaria en Matemáticas de la Universidad de Barcelona, se dice que debe ser un trabajo original, autónomo e individual que permite al estudiante mostrar de forma integrada los contenidos formativos recibidos y las competencias generales asociadas al título de Máster en Formación del Profesorado, y añadimos que, en nuestro caso, debe *contribuir a reflexionar y profundizar en el análisis de su propia práctica,* *posibilitando proponer elementos de mejora de la misma.* Dicha mejora se debe justificar a partir de la reflexión de la comunidad de investigación en Educación Matemática sobre el tema que se ha desarrollado en las prácticas de clase.

Esta manera de entender el trabajo final de Máster está en la línea de otras propuestas que coinciden en considerar el TFM como una "tarea profesional" que se convierte en uno de los organizadores/ sintetizadores de los programas de formación matemática y didáctica del futuro docente (Llinares, 2009).

Un elemento clave del TFM, es que se relaciona directamente con la experiencia escolar realizada previamente. Otra de las características importantes de nuestra propuesta, es que se asigna un mismo tutor al segundo periodo de prácticas y al Trabajo Final de Máster, para facilitar la continuidad de las prácticas y el proceso de reflexión sobre ellas, y poder reconocer los progresos alcanzados. Durante este proceso, se realizan, como mínimo cuatro reuniones, entre el/la estudiante y su tutor. Dos de ellas durante su práctica escolar, y al menos dos encuentros tutoriales durante la realización del TFM. Interpretamos el TFM en la perspectiva sociocultural, en la que el aprendizaje y desarrollo profesional del profesor se interpreta como el proceso de evolución y cambios que se generan cuando se analiza cómo participar en las prácticas matemáticas que se producen en el aula, y cómo dicha práctica es comprendida por el profesor (Llinares, 2007).

8.6.1. Reflexiones de los futuros docentes.

Para valorar su periodo de prácticas, tal como se ha dicho, se propuso a los alumnos, criterios de idoneidad didáctica. Estos criterios son: (a) *Idoneidad epistémica*, (b) *Idoneidad cognitiva*, (c) *Idoneidad interaccional*, (d) *Idoneidad mediacional*, (e) *Idoneidad afectiva* y (f) *Idoneidad ecológica.*

---

[44] Bohman, J.; Regh,W. (Eds.) (1997): Deliberative Democracy: Essays on Reason and Politics. – Cambridge, MA: The MIT Press

A continuación se comentan algunas de las reflexiones/ valoraciones de los futuros docentes respecto cada una de las idoneidades como resultados que nos muestran como han interpretado el aprender a formar en ciudadanía.

Resultado 8.6.1. ***Se manifiestan dificultades en el reconocimiento del valor de lo epistémico, la construcción de significados y las representaciones en la construcción de ciudadanía. Interpretamos que consideran una buena calidad epistémica cuando presentan una muestra de problemas de contexto extramatemático representativa.***

Uno de los problemas que presenta el criterio de **idoneidad epistémica** es que precisa de una caracterización de un significado de referencia, que dé cuenta de la complejidad del objeto matemático que se está tratando (representaciones diferentes, propiedades, representaciones equivalentes, definiciones, argumentos, propiedades, tipos de problemas, etc). En muchos casos, esta complejidad no se tuvo en cuenta. Aunque en algún caso particular como el siguiente alumno, se da cuenta que la idea de variable estadística es más compleja de lo que se había previsto.

> *el tema tratado era próximo para ellos así, a nivel personal el artículo que usé contenía numerosas referencias al fenómeno de la inmigración, como para poder haber conseguido la conexión con otras materias. Además, no se requerían conocimientos previos en estadística. Aún así, hubo una gran confusión por dos motivos: los alumnos propusieron correctamente, muchas más* ***existían conceptos que yo no consideré como variables estadísticas y los alumnos sí,*** *y hay variables de las que yo había previsto. Por otro lado, cuando de hecho si lo eran según el contexto (por ejemplo, el número de hijos por mujer es una variable estadística, pero la media también es propiamente una variable estadística, si tenemos en cuenta las diferentes medias en las comunidades autónomas o en países de la Unión Europea) (Estudiante A1).*

Resultado 8.6.2. ***En cuanto lo cognitivo, se constata que están más pendientes de su practica e indican que ha sido el aspecto más flojo de su formación.***

El análisis detallado de la **idoneidad cognitiva** les resulta difícil, porque los futuros docentes no han recogido información suficiente y pormenorizada de lo realizado por sus estudiantes, tanto antes del proceso de instrucción como durante el mismo. Sobre este aspecto, uno de los futuros profesores dice:

> *Se trata de uno de los elementos flojos del análisis. Para que el aprendizaje sea significativo, en primer lugar hemos de asegurarnos, por un lado, de que los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema y, por otro lado, de que los contenidos que se pretenden enseñar se pueden alcanzar. Además, se debe realizar una evaluación formativa para asegurarnos de que los alumnos se han apropiado de los contenidos enseñados… de forma que**, una vez se comprobó que se dominaba la función de primer grado, podíamos pasar a explicar las funciones cuadráticas.*** (Estudiante A2).

Resultado 8.6.3. ***Reconocemos que se hace un buen análisis de las interacciones, pero no se discute sobre los debates democráticos.***

Respecto a la **idoneidad interaccional** se valora muchas veces como débil, y se alude en general a su falta de experiencia en la gestión de procesos de instrucción.

> *Creo que debería haber intentado aumentar más la interacción y diálogo con los alumnos (que ha sido limitada) ya que es cuando muestran más interés en contraposición a cuando sencillamente son receptores de información. Aún así, la dinámica del grupo clase era muy buena… mostraban interés y motivación para intentar resolver los ejercicios (no tanto por el contenido de la asignatura en si mismo sino por su interés en aprobar). Por tanto, sí había cierta motivación en el aula aunque, desgraciadamente, no conseguí que fuera hacia la asignatura o para aprender (motivación intrínseca) sino por el resultado (motivación extrínseca) (Estudiante A3).*

Se trata de una creencia de autoculpabilización de los estudiantes. Esperamos que esta creencia se supere con el tiempo. A muchos estudiantes les parece que su propuesta de mejora pasa por enfrentar más y mejor la **idoneidad emocional.** Un estudiante explicita en su valoración los intereses y motivaciones, actitudes y emociones.

Intereses y necesidades: Para involucrar y motivar centrada los alumnos, se ha contextualizado los ejemplos amoldándolos a ámbitos por ellos conocidos y familiares. Especialmente provechoso ha sido la referencia la línea del metro (tipos de representación, orden secuencial de paradas, etc.-.) sobretodo por haber ido con ellos de excursión la semana anterior al comienzo del Prácticum y haber podido empezar a llamar subliminalmente su atención sobre aspectos que ya tenía intención de retomar en la unidad didáctica.

Actitudes: Desde la primera intervención en clase se ha remarcado la importancia de ser constantes en el estudio, redacción de los deberes y recopilación del temario en el cuaderno personal. En tres ocasiones he querido asignar, a fuera del horario de clase, tareas de responsabilidad a alumnos que se me habían presentado como más pasivos (se trataba de repartir material extra o de hacer llegar unos mensajes de mi parte a los compañeros), en todos los casos me he quedado agradablemente sorprendida por la demostración de responsabilidad y decisión de no defraudar mi confianza.

- Emociones: Se ha aprovechado toda ocasión para promover la autoestima de cada estudiante, remarcando los logros por pequeños que fuesen y no remarcando las lagunas. En ningún momento se han metido a los alumnos en situaciones embarazosas por haber puesto preguntas o expresado dudas. (Estudiante A4)

Resultado 8.6.4. ***Sobre la idoneidad mediacional, muchos estudiantes la valoran débilmente, porque no tuvieron oportunidades de un mejor desarrollo***

Los estudiantes aluden a la influencia de las condiciones materiales del centro o decisiones del Departamento de Matemáticas. Es el caso de otro estudiante.

Este es con total seguridad, uno de los puntos en donde mi propia práctica docente fue más débil. Utilicé únicamente los recursos propios del aula del instituto y de los alumnos: pizarra, libro de texto y calculadora. No utilicé recursos manipulativos ni recursos tecnológicos TIC. El hecho de no utilizar recursos manipulativos fue decisión propia y debida exclusivamente a que no los creí necesarios, ya que los contenidos de la unidad podían adquirirse de manera óptima sin necesidad de estos. La no inclusión de recursos TIC como por ejemplo, el Geogebra, fue debido a que el aula no disponía ni de ordenador ni de proyector, debido a los recursos del centro. Además, no se planteó la posibilidad de usar las aulas de informática del centro debido a su alto grado de ocupación. (Estudiante A5).

Resultado 8.6.5. **Sobre la idoneidad ecológica, *consideramos que representa el grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.***

Por ejemplo, un alumno formula el siguiente cuadro (figura 1).

Componentes	Descriptores
Adaptación del currículo	Los significados, su implementación y evaluación se corresponden con directrices curriculares.
Apertura hacia la innovación didáctica	Innovación basada en la investigación como práctica reflexiva Integración de tecnologías en el proyecto educativo
Adaptación socioprofesional y cultural	Los significados contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes.

Figura 8.6.1 Elementos de la idoneidad ecológica vistos por un estudiante en el TFM

Ya finalizado el período de instrucción durante el Máster, las valoraciones de los futuros profesores se concentran en lo actuativo. Esto es bastante lógico, ya que además de haberse estrenado en la docencia en un aula real durante la realización del Prácticum 2, han podido ser críticos de su actuar y con ello también han adquirido experiencia que les permiten realizar valoraciones, pero esta vez de si mismos.

Resultado 8.6.6. ***Se advierte una real evolución en la reflexión de los profesores una vez que ya han superado la formación***

En efecto, los futuros profesores ya poseen una experiencia que les permite mirar hacia su desempeño como docentes y sacar conclusiones de lo que observaron en el aula:

"Molts d'aquests alumnes veuen l'assistència a classe com una obligació, al igual que la realització de les activitats que en aquestes es plantegen. És per això que acudeixen al centre com espai on socialitzar-se, no com la oportunitat per créixer com a persones i aprendre nous coneixements necessaris pel seu correcte desenvolupament en la vida diària. No valoren allò que se'ls ensenya, i consideren les matemàtiques com una cosa abstracta, desconnectada de la realitat i totalment aliena a la vida diària. Al ser alumnes amb una forta desmotivació, i poc interès per allò que estan fent, realitzen les activitats

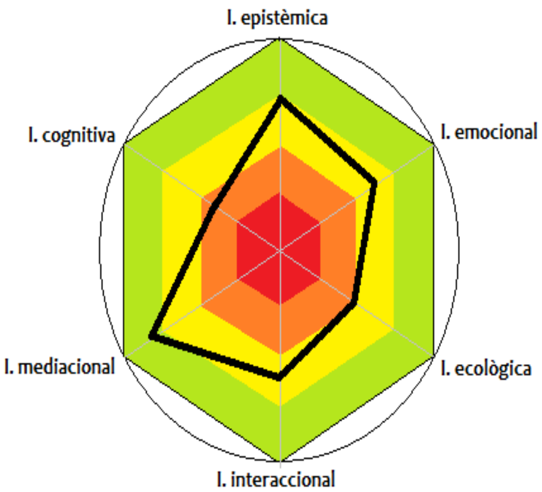
posant de la seva part el mínim esforç, i resolent-les d'una manera mecànica sense intentar comprendre el que estan fent. Per això no són conscients del caràcter instrumental dels continguts, i encara que saben com realitzar els càlculs tenen dificultats en el moment d'aplicar-los." (Estudiante BE, T5, P3, l1)

"Tot això comporta que en moments de dificultat vegin l'activitat com una amenaça, centrant la seva atenció a l'estat que això els provoca i/o al resultat obtingut, afectant directament a la seva capacitat per aprendre o realitzar una tasca, considerant els errors no com oportunitats per aprendre sinó com a fracàs. Aquestes experiències, en posteriors situacions d'aprenentatge, condicionen la manera com afronten les noves activitats matemàtiques, la qual cosa implica un rebuig enfront la realització de les mateixes, manca de sentit i per tant distraccions i alteracions del ritme de la classe que dificulta en gran mesura reprendre la continuïtat i el control de la mateixa." (Estudiante, BE, T5, P4, l2-10)

Con referencia al primer componente de adaptación curricular, señala que en su propuesta ha considerado las diferentes competencias básicas del Currículum de la Generalitat de Catalunya.

En este sentido, los objetivos y contenidos de la Unidad Didáctica han tenido en cuenta el desarrollo integral de todas las competencias básicas. En particular, las competencias básicas desarrolladas en esta Unidad Didáctica han sido: (a) Competencia matemática: representar y analizar relaciones funcionales sencillas (función lineal, parábola y función racional), utilizando las técnicas de lápiz y papel, o la calculadora o el ordenador. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar situaciones problemáticas, y relacionar esta forma expresiva con otras: tabular, gráfica, descriptiva. (b) Competencia de aprender a aprender: conocer, valorar y utilizar de forma sistemática conductas asociadas a la actividad matemática, tales como el orden, el contraste, la precisión y la revisión sistemática y crítica de los resultados. (c) Competencia digital a partir de la utilización en clase del programa Geogebra. (d) Competencia social y ciudadana: a través del análisis funcional, aportar criterios para predecir y tomar decisiones, enfocar los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo y permitir valorar los puntos de vista de los demás en igualdad con los propios. . (Estudiante A6).

Para representar la valoración global que hacen de su práctica, usan a menudo un esquema en forma de hexágono que se ha propuesto y discutido con ellos a lo largo del ciclo formativo. En la figura siguiente podemos observar la representación de la valoración de una estudiante.



En el esquema se supone que todas las idoneidades parciales tienen un mismo valor representado por el segmento que une el centro con el vértice. A partir de ello, se construye el polígono irregular que representa las idoneidades parciales que el alumno considera que ha conseguido en este caso la estudiante 7 muestra no haber incidido bastante en lo cognitivo, lo interaccional, lo emocional y lo ecológico.

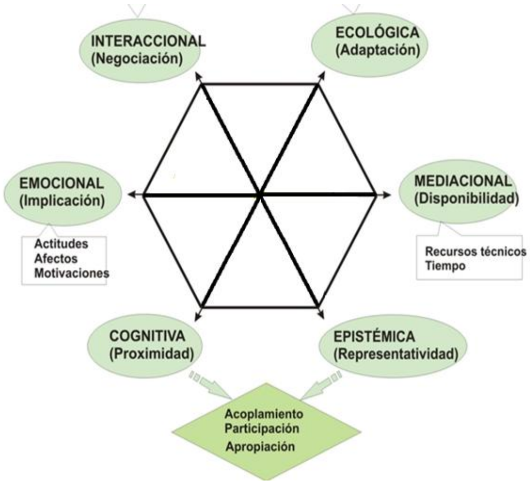


Figura 8.6.2. Hexágono explicado y mapa de idoneidad de una estudiante en el TFM

Queremos resaltar que si bien la mayoría usó el esquema de la figura 2, hay aportaciones creativas de un alumno (A8) que se da cuenta de que se trata de un proceso evolutivo, y muestra tablas o gráficas para indicar cómo cambiaron las idoneidades a lo largo del tiempo (figura 8.6.3.).

Al desarrollar la propuesta de mejora en el TFM, los comentarios se dirigen más hacia un resumen de los artículos leídos, que propiamente una redefinición de la unidad planteada.

		Sessió								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Idoneïtat	Epistèmica	Baixa	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Alta	Alta	Alta
	Cognitiva	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Mitja	Alta	Alta	Alta
	Mediacional	Alta	Mitja	Alta	Mitja	Mitja	Baixa	Mitja	Baixa	Mitja
	Emocional	Alta	Mitja	Alta	Alta	Alta	Mitja	Alta	Baixa	Mitja
	Interaccional	Mitja	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa
	Ecològica	Alta	Mitja	Alta	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja

Figura 8.6.3. Valoración final de un estudiante en las diversas idoneidades en las diferentes tareas de su secuencia didáctica.

Así, por ejemplo, (A9) muestra haber comprendido el mensaje de las lecturas realizadas, pero no usa ese conocimiento para establecer la propuesta de mejora. Así, dice "*Las fuentes bibliográficas 1 y 2 contienen estudios realizados sobre las dificultades en la resolución de problemas algebraicos (a diferencia de otros estudios que se centran en los errores de manipulación del lenguaje algebraico y dejan de lado la resolución de problemas). En concreto, el articulo 2 contiene un estudio que tiene como objetivo ver las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas y clasificar los errores más comunes en la traducción del lenguaje verbal al lenguaje algebraico*". (estudiante A9).

Resultado 8.6.7. ***A los futuros docentes les cuesta reconocer el valor de lo mediacional en la construcción de la ciudadanía a través de las matemáticas.***

En general, se dan cuenta de que es más difícil hacer las cosas bien de lo que parecía y aluden a un buen uso de los recursos. En cuanto lo mediacional, se echan las culpas al tutor de la escuela que en muchos casos no ha dado oportunidades para un trabajo manipulativo o con las TIC. En cambio, sólo algún caso, las propuestas de mejora son concretísimas, en el sentido de comparar la propuesta anterior con la nueva de forma explícita. Asume además contenidos trabajados en la asignatura de competencias y evaluación. Así, el alumno EP plantea que propuso una situación y la cambiaría.

> *"Calcula l el área y el perímetro de un triangulo rectángulo que tiene hipotenusa de 5 cm y uno de los catetos mide 4 cm".* En su análisis indica que *"este ejercicio es reproductivo. En él los alumnos tienen todos los datos en el enunciado y se pide calcular un valor de forma cerrada. La actividad no tiene un contexto determinado. Lo planteé así de simple para que todos lo pudieran hacer ya que en cursos anteriores los ejercicios que realizaban eran de este estilo, Ahora pienso que debo hacer una mejora basada en contextualizarlo manteniendo la demanda de reproductividad."*(Estudiante A10)

En algún caso, hay alumnos que manifiestan como el TFM ha desarrollado su competencia de análisis didáctico. Es el caso de la figura 8.6.4., en donde el estudiante explicita su mejora en el análisis de secuencias.

Competencia	Estado actual	Mejora debida al Máster	Perspectivas de futuro
Análisis de Secuencias	N1: conozco el currículum de matemáticas. Aplico herramientas para describir las prácticas y procesos. Conozco criterios de calidad	Les diversas asignaturas del bloque específico han sido esenciales para la correcta planificación de las secuencias didácticas.	Existen numerosas publicaciones en esta temática a les que tengo previsto acceder.

Figura 8.6.4. Extracto de análisis de competencias profesionales del estudiante A8.

Resultado 8.6.8. ***Reconocemos el trabajo final de Máster como el inicio del desarrollo de la competencia investigadora de los futuros docentes, en tanto ha posibilitado que los estudiantes aprendan a reconocer problemas de su contexto profesional.***

El Trabajo Final de Máster en los tres años del experimento, ha permitido reconocer los avances en la competencia de análisis didáctico y se ha convertido en elemento organizador y sintetizador de trabajos, reflexiones y prácticas escolares realizadas. Les ha generado la necesidad de búsqueda de información sobre trabajos realizados en la comunidad de investigación en educación matemática. También ha permitido que hagan nuevas propuestas y rediseño sobre sus planeaciones iniciales y consideren aspectos nuevos en sus futuras implementaciones.

Es importante resaltar que la presentación pública del trabajo permite evidenciar la finura de los análisis de algunas personas, que no es debido a dominio de técnicas comunicativas, sino a la profundidad en los propios planteamientos y el avance de la competencia de análisis didáctico conseguido por ellos. Por último, la reflexión realizada por los formadores como investigación sobre la formación inicial de profesores, ha servido de ayuda a la replanificación del propio programa de formación del Máster.

8.7. Indicadores competenciales sobre aprender a formar en ciudadanía y matemáticas.

> *Entendemos que los resultados de aprendizaje de cada Módulo Profesional se han de relacionar con los objetivos generales del Ciclo Formativo y estos a su vez con la competencia general del Ciclo Formativo, para ver en qué medida se contribuye a la adquisición de esa competencia*
>
> *García, J. 2010*[45]

En esta última sección, se presenta una descripción de los niveles de la competencia profesional de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas, que nos puede permitir interpretar el desarrollo de los estudiantes en términos de evaluación. Para ello, sugerimos dicha caracterización en base a la hipótesis de que los estudiantes para profesor no se desarrollan uniformemente en los

[45] García, J. (2010). *La evaluación por criterios de evaluación de indicadores en la formación profesional.* Recuperado de: http://edu.jccm.es/cpr/ocana/portal/images/stories/Jose_Carlos/FP/evaluacion%20por%20indicadores.%20def1.pdf

cuatro ejes que ya han sido explicados en diversos momentos de este trabajo.

A partir de las observaciones de sus trabajos, y haber notado sus comentarios, diremos que un estudiante está en el nivel 3 (considerado más alto), si consigue cumplir con buena parte de los criterios propuestos en los cuatro ejes, en el bien entendido que buena parte de lo que se dice en el eje 4, se verá sólo en su práctica docente.

A lo largo de las tareas del ciclo, consideramos, que (a la luz de los datos observados) se han desarrollado los elementos correspondientes al nivel 1, de manera que un trabajo satisfactorio debería asegurar el nivel 1. Y pensamos que el nivel 2 se puede conseguir en la medida que se cumplan una buena parte de los criterios de por lo menos dos o tres de los ejes, que evalúan cosas distintas aunque relacionadas.

El TFM es el lugar en el que se pueden evidenciar muchas de las características enunciadas. Al observar los resultados a lo largo de los tres años de experiencia, creemos que más o menos la mitad de los estudiantes consigue un nivel 2 de esta competencia.

Al considerarse una competencia transversal, es difícil que se interprete como fundamental en la evaluación. La investigación realizada sin embargo, ha colaborado a hacer pensar que cada vez le podemos dar valor en cuanto la comprensión de significados integrada que permite el enfoque ontosemiótico. Aunque no tenemos pruebas contundentes, nos parece que los niveles de idoneidad ofrecen oportunidades para el desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía, no sólo en cuanto dimensión de valores superpuesta a lo matemático, sino entrelazada con lo epistémico y lo cognitivo.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Eje 1 Apropiación política de saberes	**Interpreta** la resolución de problemas como actividad matemática clave. **Muestra justificaciones** correspondientes a construir identidad colectiva y democrática en los comentarios acerca de los significados matemáticos. **Reconoce** el sentido de la negociación de significados y el valor cultural en las construcciones matemáticas desarrolladas. **Identifica** la necesidad de contemplar los valores democráticos , sin explicitar como ello influye en desarrollo de ideas matemáticas **Reconoce diferencias** individuales y formas culturales diferentes de hacer matemática	**Interpreta y formula** problemas contextualizados e interpreta la matemática como una construcción social. Explicita elementos didácticos que permiten construir identidad y apertura ante las construcciones matemáticas de otros. **Propone argumentos simples** sobre situaciones adecuadas y coherentes al entorno, tratando de dar respuestas a problemas sociales, mediante propuestas creativas. **Asume y explicita** los elementos que hacen posible la tolerancia y el respeto cuando se desarrollan y se planifican prácticas matemáticas. **Asume** que se debe explicitar las ideas matemáticas propias y de otros en las construcciones de significado.. **Propone e identifica** situaciones para superar desigualdades así como conocer y enfrentar la diversidad cultural en matemáticas.	**Clarifica analiza y distingue** la apertura identidad democràtica como elementos asociados al desarrollo matemático. **Explicita el valor de posicionamiento sociopolitico** en los desarrollos matemáticos y didácticos para construir un ser humano integral. **Discute y argumenta** las formulaciones, planificaciones y evaluaciones sobre desarrollos matemáticos y didácticos mediante problemátzaciones y actitud investigadora. **Da razonamientos adecuados** del valor cultural de las ideas matemáticas y asume formas de presentación diferentes en sus propuestas de aula. **Muestra y justifica actitudes profesionales** de promover la reflexión sobre los valores cientificos propios y de los demás, manifestando dichos principios en sus planificaciones y anàlisis de tareas matemáticas escolares. **Desarrolla actitud creati**va para enfrentar problemas sociales con las matemáticas, y promueve diversidad en cultura cientifica en la superación de mitos relacionados con la matemática. Interpreta el error propio y de otros como partida para la reflexión.
Eje 2 Diálogo deliberativo	Interpreta y propone situaciones matemáticas mediante el diálogo coherente y la colaboración productiva al construir matemàtica. **Muestra consciencia** de la necesidad de responsabilidad social de usar las matemáticas para el bien común, e Identifica momentos que las matemáticas no contribuyeron a ello.	**Asume** las formas de debate dialógico como formas de gestión y construcción de tareas que dan oportunidad de desarrollo democrático. **Explicita** el diálogo deliberativo, confrontación y el compromiso asociado en la planificación y desarrollo de tareas matemáticas escolares en las que se muestre el valor de las matemáticas para el bien común de la ciudadanía. **Valora y propone establecer juicios** sobre los desarrollos históricos de la actividad matemática, y se apoya en ellos para generar fomento de análisis crítico con las matemáticas.	**Explicita la necesidad** del acceso de todos a formulaciones interrogativas /investigativas y propuestas colaborativas en clave de sostenibilidad. **Busca y justifica con perseverancia** el desarrollo de compromisos interpretativos y de autoregulación de las ideas matemáticas propias y las que planifica, analiza y efectúa para promover el bien común con la matemática. **Interpreta beneficios y pérdidas** formas de establecer consensos, y asocia los progresos matemáticos en cuanto formas de razonamiento colectivo en sus planificaciones de tareas, para conseguir o proponer transformaciones sociales en donde el conocimiento revierta al grupo.

Figura 8.7.1a. Criterios de evaluación competenciales sobre el aprender a formar en ciudadanía.

Eje 3 Desarrollo crítico	**Fomenta** prácticas matemáticas que ayudan a la autonomía y la superación del autoritarismo, mediante la reflexión constante sobre las situaciones matemáticas. **Reconoce** la propia evolución crítica de las matemáticas a lo largo de la historia, así como los procesos de modelización y aplicabilidad de las ideas matemáticas. Reconoce momentos de la historia científica en los que se dieron ideas integradoras, y se propusieron modelos clave con impacto social.	**Se preocupa por evidenciar** posicionamientos críticos y valorar la modelización, para conseguir responsabilidad cultural, en cuanto reconocer las implicaciones del uso de las matemáticas. **Interpreta** las matemáticas en cuanto sirven para analizar elementos críticos de la sociedad, y permite tener elementos de autocontrol y reflexión sobre la historia, nuestras propias construcciones y de los otros, para contribuir a superar injusticias. **Promueve que se conozcan** rupturas en la construcción de procesos matemáticos clave como las ideas de incertidumbre y covariación. Planifica situaciones para hacer consciente al alumnado de ello	**Investiga, y muestra argumentos** en los análisis de su práctica, en la línea de ayudar al alumnado a tomar decisiones independientes al hacer matemáticas. **Asume** la necesidad de que todos tengan acceso al uso de tecnologías desde las relaciones e implicaciones socioeconómicas que tienen, y se interpreta el poder de las matemáticas para influir sobre fenómenos como la publicidad o las elecciones. **Muestra y analiza** la potencia de las matemáticas cuando se dominan instrumentos de construcción y refutación de hipótesis para generar cambios. **Analiza explícitamente con** procesos de legitimación y calidad del conocimiento matemático y contribución de las personas en los procesos de institucionalización del conocimiento matemático.
Eje 4 Práctica	**Describe, planifica, desarrolla e implementa** prácticas que fomentan el reconocimiento de reglas de tipo sociomatemático que intervienen en las tomas de decisiones. Identifica el papel de la etnomatemática en la construcción personal y colectiva de modelos matemáticos a lo largo de la historia. **Reconoce y promueve** el valor de las matemáticas para la paz, el placer y la estética, así como de lo utilitario	**Reconoce, distingue, muestra acciones** para que el alumnado autoregule su práctica, asuma compromisos y contribuya a la convivencia en la construcción matemática. **Promueve identidad democrática** en la realización de tareas matemáticas escolares, procurando incidir en equilibrar las relaciones de poder en la clase. **Muestra preocupación** para que el alumnado distinga el valor de crear ideas matemáticas de su uso social, y desarrolla tareas específicas para llevarlo a cabo.	**Reformula, analiza y toma decisiones justificadas** sobre las reglas que rigen los procesos de construcción matemática, y formas de promover participación en ellos. **Busca la calidad** de los procesos normativos y de participación activa en la construcción investigativa matemática. **Planifica, organiza y desarrolla** prácticas de discusión de éxitos y fracasos en la búsqueda de objetos y procesos matemáticos. **Gestiona y analiza** la actividad matemática de manera que se insiste en detectar relevancias y reconocer aportes clave en la construcción y resolución de problemas matemáticos.

Figura 8.7.1b .Indicadores competenciales sobre el aprender a formar en ciudadanía.

Capitulo 9

Conclusiones y Perspectivas.

RESUMEN

En este capítulo se presentan las conclusiones principales de los estudios realizados en base a como se ha conseguido cubrir los objetivos expresados en el capítulo inicial.

Así, iniciamos con la contribución a los objetivos propuestos (9.1), y se ha separado el apartado de conclusiones sobre el experimento de enseñanza en la formación de docentes (9.2), con la consiguiente confirmación de lo que se ha aportado respecto las concepciones iniciales de futuros docentes, resultados sobre una trayectoria de contextualización y sobre la competencia de aprender a formar en ciudadanía (9.3).

Se constatan limitaciones del trabajo y futuras propuestas (9.4) e implicaciones pedagógicas. Finalmente se incluyen las producciones refrendadas que se han realizado durante el desarrollo de la tesis (9.5).

9.1. Contribuciones a los objetivos propuestos.

> *É assim visível que, mesmo sendo uma professora com preocupações ligadas à educação matemática crítica e ciente de que a desocultação das estruturas matemáticas presentes em fenómenos sociais constitui uma forma de aprendizagem potencialmente mais significativa para a maioria dos alunos, a pressão do sistema organizacional envolvente (escola, pais e alunos) levou-me a tomar esta opção, o que ilustra as primeiras dificuldades que um profesor tem de enfrentar quando se pretende implementar este tipo de trabalho no contexto de aula de Matemática.*
>
> Alves, 2007 [46]

Comenzamos por decir que hemos respondido a la primera pregunta ***P11***, ¿Qué planteamiento teórico es pertinente para definir prácticas escolares de los docentes de matemáticas en cuanto conducen al desarrollo de competencia ciudadana en la educación Secundaria?, ***caracterizando la competencia ciudadana a partir de tres ejes: cultura política, pensamiento crítico y participación activa.*** El desarrollo de estos aspectos se encuentra en los apartados 2.1 a 2.5

En respuesta a la pregunta **P21**, Cómo caracterizar teóricamente la competencia profesional sobre formación en la ciudadanía, como competencia transversal en la formación inicial de docentes de matemáticas en secundaria, podemos decir que se explican los elementos clave que definen la competencia. El desarrollo pormenorizado de este trabajo se ha realizado con los estudios teóricos de los apartados 2.6 y 2.7. Consideramos que hemos caracterizado la competencia mediante cuatro ejes clave y sus indicadores correspondientes: ***1) Apropiación política, activa y crítica de saberes; 2) Participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales; 3) Apropiación de una perspectiva crítica a través de las matemáticas y 4) Práctica de la convivencia, democracia y la responsabilidad.*** Las relaciones que se establecen entre el desarrollo de prácticas y los principios para una formación profesional se encuentran desarrollados en el capítulo 3. Posteriormente, al inicio del capítulo 7, se explicítan algunos elementos prácticos que sirven para justificar el diseño de una propuesta de formación. Una propuesta de evaluación se explica al final del capítulo 8 de esta memoria.

El capítulo 4 de metodología nos ha servido para *mostrar las formas en que se han desarrollado los estudios posteriores.* La propuesta metodológica no se considera altamente novedosa en cuanto como se hace, porque la originalidad está en lo que se analiza y los constructos teóricos utilizados. En todo caso, se usa un método de triangulación que en algunos momentos se convierte en entrevista a los dos codirectores del trabajo.

Para responder a la pregunta ***P12*** sobre qué caracteriza la práctica de un profesor de matemáticas que promueve competencia ciudadana, en el desarrollo de conocimiento matemático, en un aula multicultural, ***hemos constatado que existe un profesor que gestiona debates democráticos y conductas participativas democráticas en los grupos de innovación didáctica.*** Ello se ha constatado en el capitulo 5 de esta memoria.

En efecto, se han usado criterios que provienen de la etnomatemática y la matemática crítica para justificar la conveniencia de observar un grupo de innovación didáctica. Se considera probado que el profesor tiene criterios de apropiación política del saber democrático; promueve tareas matemáticas interdisciplinares e investigativas; considera el diálogo deliberativo, aunque desarrolle prácticas a veces no dialógicas.

Para ello, se han analizado sus pensamientos y escritos, sus aulas participativas y deliberativas con la ayuda de EOS y el planteamiento de Scott y Mortimer. Para analizar su práctica matemática democrática, ***hemos definido el constructo llamado práctica matemática democrática*** y hemos constatado nueve tipos de prácticas asociadas a la

---

[46] Alves, A. (2007). *Educação Matemática Crítica na Sala de Aula*. Master Thesis. University of Lisbon

construcción del conocimiento matemático según los planteamientos de la construcción del significado de Crook y los principios de la ética de la diversidad propuestos por Ubiratan D'Ambrosio.

Para dar respuesta a la pregunta ***P13***, *y reconocer los posicionamientos de profesores y futuros profesores*, hemos establecido teóricamente (en el capítulo 2) ***cuatro ejes profesionales sobre aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas,*** basados en los principios de la teoría crítica en educación matemática en cuanto consideran ***la apropiación política, diálogo deliberativo, análisis crítico*** y los principios de Ubiratan D'Ambrosio, para constatar los principios de ***respeto, solidaridad y colaboración***. Con estos constructos se analizan los posicionamientos de los profesores mediante un instrumento especialmente creado ad hoc, y ***se identifican tres categorías de docente***. Estas categorías se distinguen de otras aparentemente semejantes construidas por otros autores. Se usa este instrumento para analizar la situación previa de futuros profesores en la propuesta de formación (Capítulo 6).

El estudio mostró que la tendencia crítica se da muy poco y tan sólo la mitad de los estudiantes están en posiciones abiertas ecológicas. Ello coincide con lo que mostraron otros trabajos sobre lo social/matemático, en cuanto lo difícil de superar el profesor conformista (Burgués y Giménez, 2007).

Se deja entrever que los rasgos de profesor tradicionalista se asocian a maneras de ver las matemáticas como conocimiento que permite mediante cálculos resolver problemas sin ir mucho más allá de su valor modelizador y su aporte en el avance de las ideas científicas. En este posicionamiento, la ciudadanía se reduce en muchos casos a comportamientos éticos intencionales independientes de las matemáticas. Estos resultados son coherentes con los que encuentran Gil y Rico (2003) hablando de lo cultural.

En la memoria se da respuesta a la pregunta ***P22*** ¿Qué elementos deben ser considerados en una propuesta para el desarrollo de prácticas profesionales de formación inicial de docentes de secundaria? ¿Qué aportes proporciona la implementación de dicho diseño?

En efecto, en el capítulo 7 ***se formula y justifica una propuesta en términos de experimento de enseñanza***. La originalidad de dicha propuesta es la propia formulación en términos de ciclo formativo en el marco del EOS, ajustando las tareas profesionales en tres años de experiencia con sucesivas replanificaciones. Con esta propuesta se da una orientación concreta a aspectos que incorporan la idea de mirar con sentido (Llinares, 2011) y trabajar la ética de la diversidad (D'Ambrosio, 2011) en la formación docente.

En la mirada final del capítulo 7 y el capítulo 8, respondemos a la pregunta **P23**, en el sentido de cómo sintetizar y estructurar los resultados obtenidos en el rediseño de la propuesta de formación.

En efecto, ***identificamos elementos de trayectorias de contextualización y ciudadanía que permiten conjeturar que los futuros docentes alcanzan un primer nivel de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas***. Reconocemos que les cuesta llegar a un nivel más alto de esta competencia.

Con todo lo explicado, se consideran confirmadas las hipótesis 1 y 2 formuladas en el capítulo inicial.

H1. Es posible conceptualizar una práctica matemática democrática que se asocia a desarrollar elementos de ciudadanía en el alumnado, y podemos encontrar y caracterizar prácticas profesionales escolares, que forman en dicha ciudadanía democrática.

H2. Los futuros profesores de matemáticas de Secundaria, no tienen formada en general una noción clara de lo que significan las prácticas profesionales que forman en ciudadanía a través de las matemáticas, y qué elementos son clave en su desarrollo.

9.2. Conclusiones sobre el experimento de enseñanza

> *La educación para la ciudadanía es un campo teórico y práctico donde se traducen, en acuerdos y desacuerdos, nuestras concepciones de la vida social y política, la definición de los derechos, libertades y obligaciones que estimamos legítimas para nosotros y para los otros, nuestras maneras de pensar el lugar de los conflictos y de resolverlos, nuestras concepciones de la educación, del papel respectivo de la familia, de la Escuela y de otras instituciones susceptibles de intervenir en la instrucción, la educación y la socialización, del lugar que tienen los conocimientos o la experiencia en la construcción de competencias. A estos elementos se añade la necesidad de una prospectiva que permita anticipar ciertas evoluciones de nuestras sociedades.*
>
> Audigier (1999, p.6)[47]

Una segunda pregunta de investigación, se formulaba con la intención *de caracterizar elementos importantes para el diseño y construcción de actividades profesionales de formación inicial de docentes de matemáticas en Secundaria que constituyan buenas prácticas para el desarrollo de "aprender a formar en la ciudadanía" como competencia profesional transversal.*

Se muestra específicamente la propuesta de ciclo formativo que se contextualiza en el Máster de formación (MFPSM) de la Universidad de Barcelona, que trata de desarrollar competencias profesionales de análisis didáctico.

Con esas bases, se reconocen competencias transversales, que pueden organizarse mediante diferentes tareas profesionales. Esta idea se desarrolla en un primer momento en el marco del proyecto subvencionado del MECD dirigido por el profesor Vicenç Font. En este proyecto, se desarrollan paralelamente diferentes ciclos de formación: *(1) Aprender a evaluar competencias (específicamente basadas en el análisis procesos), tesis doctoral de Norma Rubio. (2) Aprender a evaluar*

---

[47] AUDIGIER, F. (1999). *L'éducation à la citoyenneté. Synthèse et mise en débat.* Institut National de Recherche Pédagogique. Paris

comunicación, tesis doctoral de Claudia Vargas, y (3) Aprender a desarrollar la competencia digital (tesis de maestría de Marta Adán y Silvia Carvajal).

Sobre los elementos que deben ser considerados en una propuesta para el desarrollo de prácticas profesionales de formación inicial de docentes de secundaria, se desarrolla una investigación-acción en donde se diseña un ciclo de enseñanza (explicado en el capítulo 7) se implementa se rediseña, y se analizan trayectorias de enseñanza (capítulo 8).

9.2.1. Concepciones iniciales de futuros docentes.

Ha sido importante reconocer las concepciones iniciales de los estudiantes para profesor, porque nos permite ver que no asumen en general muchas de las características de una actividad potencialmente rica en el desarrollo de la ciudadanía. Sus motivos para indicar que una actividad era mejor que otra, no aluden a muchas de las características que suponíamos, sino tan sólo a dos o tres de ellas. A partir de sus indicaciones, constatamos que casi un 80% de los futuros docentes miran la acción profesional que forma en ciudadanía, centrada en la tarea propuesta junto con sus preguntas y no tanto en los elementos de desarrollo de la misma.

Los futuros docentes se posicionan fundamentalmente en una ética comunicativa de valores, aunque tienen en cuenta la componente crítica, acentúan que el valor de una buena tarea para formar ciudadanía está centrado en que responda a aspectos sociales (ecológicos, demográficos, etc.), y se realice una buena práctica. Al hablar de buena práctica para la ciudadanía en el aula de matemáticas se reduce a: buena gestión, mediación constructiva, fomento de interacciones sociales, discusión crítica, etc.

Pero mayoritariamente parece que se interpreta una intencionalidad ética profesional, que propiamente un desarrollo hacia el compromiso político-social en la formación. La participación se interpreta, casi siempre como acción pedagógica profesional en la construcción del conocimiento matemático, pero no está claro que se transfiera a comportamientos de tipo democrático. Uno de los indicadores más evidenciado es el que alude a la necesidad de que la escuela forme en el respeto al otro como desarrollo de competencia ciudadana. Estas ideas se corresponden con el hecho de que se prioricen en la mayoría de las respuestas de los futuros docentes los indicadores del eje 1 o 2, y muy pocos del eje 3. En algunos casos si observamos que se manifiestan afirmaciones correspondientes a varios ejes respecto lo ciudadano, lo que refleja un posicionamiento epistemológico más asumido.

El trabajo de reflexión teórica y caracterización de posicionamientos realizado nos ha permitido reflexionar como docentes sobre las relaciones matemáticas-formación para la ciudadanía. Nos permite ir caracterizando la competencia transversal de aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas. Y, en consecuencia, tener elementos para evaluar y regular dicha competencia, y reconocer lo que falta por hacer en un proceso de formación que quiera tener en cuenta dicha competencia.

Después del análisis realizado, podemos pensar en la limitación del instrumento utilizado, que no ha promovido reflexiones sobre la importancia de aspectos de la construcción social del conocimiento matemático, o no se ha hecho énfasis en elementos de pacificación, o formación para la democracia.

Formar en la ciudadanía en el aula de matemáticas implica un docente reflexivo, crítico, socio-culturizador que asume la integración de saberes no exclusivamente disciplinares: Sensibilidad por el espacio público, por fomentar democracia, por acoger la multicultucuralidad, por fomentar la cooperación entre pares, por suscitar una visión anticipadora de la realidad con el objetivo de transformarla, etc. (Aguilar et al, 2005). Por tanto se plantea un desafío a la formación de docentes de matemáticas, ya que los futuros docentes en su experiencia como estudiantes, no han sido formados desde una visión de la matemática integradora de lo social-político.

9.2.2. Resultados de una trayectoria sobre Contextualización.

Se pone de manifiesto la necesidad de considerar la contextualización y descontextualización como procesos complejos que deben ser analizados de forma lo más holística posible en la preparación y formación docente previa al ejercicio profesional de profesor de matemáticas en la Educación Secundaria. La realización de prácticas escolares correspondientes debe complementarse con análisis reflexivos de las mismas que permita, en lo posible las objetivaciones y discusiones que permitan identificar criterios de análisis de la calidad de los procesos de estudio matemático. En este sentido, EOS se ha visto como una herramienta que ha permitido que las personas realizaran un análisis que perdura un cierto tiempo en la conciencia de la acción desarrollada en la implementación.

Desde lo teórico, el trabajo ha desarrollado la idea de miradas duales sobre los contextos. Para considerar un contexto, encontramos 4 aspectos duales posibles.

(a) Puede ser lejano o próximo, en el sentido que hay más o menos distancia a las vivencias de los estudiantes.
(b) Puede ser intramatemático o extramatemático, considerando que el docente a veces usa situaciones basadas en la propia matemática o no.
(c) Lo individual y lo social indica la aproximación de contextos cercanos a intereses individuales que motivan al alumno como juegos, problemas de jóvenes,,,, o intereses sociales como lo relacionado con medio ambiente, economía, política, salud, etc.
(d) Por último, los contextos se fomentan en un proceso de coconstrucción grupal, o bien procesos de construcción individual

Si bien aparentemente se dan mayores relaciones de promoción de ciudadanía porque se aproximó una mirada en un contexto próximo, extramatemático, con contenido social, en otros casos se obtienen éxitos desde miradas de contexto lejano.

9.2.3. Competencia de análisis didáctico y competencia de aprender a formar en ciudadanía.

A partir de las observaciones realizadas, sobre las relaciones entre el análisis didáctico y la competencia de aprender a formar en ciudadanía, podemos reconocer que cuando se aprende a valorar procesos de instrucción, mediante criterios de idoneidad y diferentes miradas, se consigue desarrollar – además de lo pretendido por el análisis didáctico – conseguir competencias transversales como aprender a formar en ciudadanía (ver figura 9.2.3.1.)

Figura 9.2.3.1 Relación entre diversas competencias profesionales.

Consideramos la realización de prácticas escolares correspondientes debe complementarse con análisis reflexivos de las mismas que permita, en lo posible las objetivaciones y discusiones que permitan identificar criterios de análisis de la calidad de la herramienta que ha permitido que las personas realizaran un análisis que perdura un cierto tiempo en la conciencia de la acción desarrollada en la implementación. Por lo que respecta a la organización de los ciclos, los ejes de desarrollo competencial escogidos han permitido reconocer progresos en el desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía y establecer algunas relaciones con otras competencias, como la de análisis didáctico.

Confirmamos con ello la Hipótesis 3 formulada: La mejora de las competencias didácticas profesionales, y la evolución de las concepciones sobre la instrucción matemática, se favorecen mediante, el análisis didáctico la valoración (y posterior diseño de mejoras) de procesos de enseñanza y de aprendizaje. En dicho análisis son claves los desarrollos epistémico, cognitivo, instruccional, normativo y ecológico. Aprender a formar en ciudadanía a través de las matemáticas puede verse desde la integración de dichos análisis.

9.3. Trayectoria sobre ciudadanía matemática crítica.

El reto de la exclusión cada vez más extendida como resultado de la crisis del Estado del bienestar social exige un concepto de ciudadanía social que atienda a promover las condiciones de igualdad de oportunidades y equidad en el acceso y en el tratamiento en el espacio público y en sus instituciones.

M. Bartolomé y F. Cabrera, 2007[48]

Aunque no era un objetivo explícito, se ha considerado que una respuesta a la pregunta p23, contempla establecer criterios que relacionan el ciclo de aprender a formar en ciudadanía con las competencias de análisis de pensamiento crítico. Hemos analizado en el capítulo 8, cómo los futuros docentes enfrentan la ciudadanía desde una matemática crítica.

La metodología empleada en el ciclo de formación, nos ha permitido considerar simultáneamente la organización de la formación mediante dos sistemas de organizadores: (a) El conjunto de las trayectorias hipotéticas de formación inicial (organizadas en macrociclos y microciclos). (b) El conjunto de temas matemáticos estructurados en unidades de carácter matemático y didáctico

[48] Bartolomé, M.; Cabrera, F. (coords.) (2007) Construcción de una ciudadanía intercultural y responsable. Madrid. MEC Materiales para la educación Secundaria 12-16.

transversales. En las observaciones realizadas, podemos afirmar que los futuros profesores integran el discurso de la perspectiva crítica, pero no parecen incorporar la idea de transformación global. En realidad, en los análisis se traslucen transformaciones superficiales (semejantes a las que se describe en Freire, 1970) que reconocen problemas sociales, pero no tienen el objetivo explícito de transformarlos, y una mayoría parecen tener posiciones de mantener el status del profesor que no cambia su forma de hacer.

Se piensa que las tareas de carácter social aparentemente harán evidente el poder de las matemáticas para enfrentar fenómenos sociales, y se integra el hecho de que deben ir acompañadas de formas de desarrollo participativo en el aula.

A partir del estudio realizado, podemos constatar como la visión postmodernista de llegar a ser profesor de matemáticas, no es sólo un asunto de viaje personal. En los comentarios realizados a lo largo de los trabajos del Ciclo y explícitamente en el TFM, observamos que en el proceso de formación hemos conseguido que los estudiantes identifiquen el poder de las matemáticas en superar el simplemente conocer.

El análisis de la trayectoria, nos ha permitido no solo describir interpretativamente lo que sucede sino también identificar procesos de enseñanza-aprendizaje vividos por el alumnado a partir de sus producciones.

Con los aportes que se han tenido en cuenta, consideramos confirmada la hipótesis 4. Podemos constatar éxitos de la formación de futuros docentes en ciudadanía a través de las matemáticas, al desarrollar críticamente las concepciones del estudiante para futuro docente en matemáticas, integrando los valores éticos al desarrollo profesional matemático a través del análisis didáctico estructurado transversalmente.

9.4. Limitaciones y perspectivas.

> *La humanidad dejó de ser una noción meramente biológica para ser plenamente reconocida por su inclusión indisociable en la biosfera. La humanidad dejó de ser una noción sin raíces y ella se enraizó en una "patria ": la Tierra, y la Tierra es una patria en peligro. La humanidad dejó de ser una noción abstracta: es una realidad vital ya que desde ahora está amenazada de muerte por primera vez. La humanidad ha dejado de ser una noción solamente ideal, se ha vuelto una comunidad de destino y sólo la conciencia de esa comunidad la puede conducir a una comunidad de vida. La humanidad, de ahora en adelante, es una noción ética: es lo que debe ser realizado por todos y en cada uno.*
>
> Edgar Morin, 1998

Si bien se pudo contar con la reflexión de dos docentes sobre sus prácticas y sus intenciones, no se realizó un análisis inmediatamente posterior a la acción, que hubiera permitido constatar mejor los aportes al desarrollo profesional del propio docente. Al no tener las producciones de los estudiantes, no hemos podido constatar si los conflictos potenciales ubicados son conflictos cognitivos, como tampoco se ha podido constatar los significados personales realmente construidos. Si bien el análisis de más episodios de una clase, no dice más sobre los significados personales, el análisis de diversas clases podría permitir ver como se desarrollan las trayectorias discentes. Asimismo, se podrían identificar mejor las normas que realmente se han implementado, porque se vería la permanencia en el tiempo.

El trabajo ha permitido mostrar la determinación de los significados institucionales finalmente implementados en una clase de matemáticas (que describimos aquí como una secuencia de configuraciones epistémicas). Ello da oportunidad al docente a identificar mejor su práctica, para mejorarla mediante una reflexión investigadora. Abre perspectivas de análisis de prácticas profesionales; formas metodológicas diferentes para el análisis didáctico de situaciones de clase. Propone nuevos estudios sobre la necesidad de reconocer propuestas integradoras de modelos de análisis, que deberían estudiarse en el futuro. Se reconoce la necesidad de ampliar el análisis de los procesos interactivos y su influencia en el desarrollo profesional de los docentes.

En nuestra investigación se han realizado estudios del caso de un programa de formación de profesores de secundaria. Luego las conclusiones que se obtengan son de carácter orientativo dado que existen además otros factores que influyen en los futuros profesores al momento de elaborar las producciones escritas. Además, las explicaciones posibles sólo se comprueban en este contexto y con el programa estudiado. Sin embargo, algunas podrían ser generalizables. Nos quedó pendiente y como futura investigación analizar las diferentes tareas profesionales en clave de evaluación con el fin de reflejar la diversidad de posibles contextos y modos discursivos en los que se puede dar la competencia de aprender a formar en ciudadanía y no a través de producciones como lo hicimos hasta ahora.

Las familias de los estudientes de Educación Secundaria han resultado difíciles de entrevistar. El acceso a los estudiantes ha sido más fácil, cosa lógica porque los abordas en la escuela. La familia, por razones que no se explican a veces no aprueba las entrevistas ya realizadas y pide que los estudiantes no sean grabados en video, sólo en audio.

Implicaciones pedagógicas.

El trabajo realizado en esta investigación tiene implicaciones para los investigadores interesados en la formación de los futuros profesores de matemáticas, tanto a nivel inicial como en la formación continua. Se trata de un campo de investigación relevante dado que el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes depende, de manera notable, de la formación de sus profesores.

El desarrollo de la competencia de aprender a formar en ciudadanía, a través de la enseñanza de las matemáticas, así como otras competencias transversales tiene un elemento específico que debemos asumir en la formación del profesorado, además de lo que se considera genérico. Es importante considerar que el desarrollo de dicha competencia, tiene que ver con la reflexión epistemológica propia de la disciplina. Está relacionado con la comprensión de las matemáticas como ciencia de patrones y modelos al servicio de la construcción de personas humanas en libertad y para la democracia. La consideración de contextos es importante, porque éstos condicionan y provocan posibilidades de reflexión y ayudan a interpretar el cambio social en sentido positivo de la racionalidad y el humanismo. Ahora bien, no es suficiente un buen contexto, si no se trabajan las interpretaciones éticas de los significados y no se debate y contrastan hipótesis que desarrollan respuestas cotidianas que permitan trabajar los mecanismos de control y autoregulación propios de las matemáticas. Las propuestas contextualizadas deben venir acompañadas de reflexiones interdisciplinares correspondientes, al menos por tal de enfrentar y comprender los desarrollos históricos de los progresos científicos.

Los recursos juegan un papel importante, porque pueden ayudar a superar conflictos epistémicos y cognitivos así como enfrentar obstáculos. La reflexión interaccional ha de permitir identificar problemas sociales e históricos debatiéndolos, contrastando y no sólo conociéndolos. Las normas sociales han de dejar clara la voluntad de formación para la democracia y la paz con propuestas de diálogo intercultural y comprensión mutua conjunta. Sabemos que no son iguales las epistemologías de las diferentes ciencias y debemos vigilar por las propuestas que privilegien la interrogación constante y el uso de métodos que tiendan a ser potentes y que consideren no sólo los objetos sino los procesos matemáticos. Dado que no se contempla habitualmente en las aulas de Secundaria, los futuros docentes necesitan propuestas para poder hacer un itinerario adecuado.

La revisión de la formación inicial necesaria para el ejercicio de la profesión de profesor de secundaria, que, por ejemplo, se ha concretado en España en el Máster de Formación de Profesor de Secundaria de matemáticas (MFPSM), abre nuevas posibilidades de mejorar la formación, en matemáticas y en su didáctica, de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. Ahora bien, esta mejora debería estar orientada por investigaciones sobre la puesta en práctica de estos nuevos estudios, como la realizada en esta investigación.

La investigación que se presenta sugiere varias líneas abiertas de ampliación que se espera desarrollar en el futuro.

(1) La primera sería ampliar la problemática de cómo desarrollar una técnica de evaluación analítica y global de otras competencias transversales, para la formación permanente de futuros profesores.

(2) La segunda línea que nos interesa desarrollar es la relación del APOPM con otros niveles de análisis didáctico propuesto por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática, en particular, con la valoración de la idoneidad epistémica. Por ejemplo, nos interesa investigar, durante la enseñanza de un ciclo formativo como el de ciudadanía, cómo en los futuros profesores aparecen, se conectan y se relacionan con los criterios sobre la calidad matemática.

9. 5. Contribuciones relacionadas con la tesis.

> *Sentirse perteneciendo a una comunidad cívica, ya sea mundial, nacional, transnacional, autonómica, local (ciudad, pueblo, barrio, etc.), significa reconocerse miembro de esa comunidad. Este vínculo genera un compromiso personal de implicarse en su construcción. La identidad cívica, por su propia naturaleza, exige la participación en la construcción de proyectos que se reconocen como propios.*
>
> Bartolomé, M., Cabrera, F., 2007

El desarrollo de esta tesis se ha realizado en el marco de los Proyectos I+D+I: A) "Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de Secundaria/ Bachillerato", EDU2009- 08120, (01/01/2010 - 31/12/2012). B) "Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas", REDICE-10-1001-13 del Institut de Ciències del'Educació (ICE) de la Universitat de Barcelona.

En este periodo se han realizado diferentes contribuciones científicas que han sido reconocidas por arbitrajes nacionales e internacionales. A continuación se listan dichas contribuciones, agrupadas en: artículos en revistas, presentaciones en congresos, capítulos de libros y reseñas.

9.5.1. Artículos generados en revistas con arbitraje.

Vanegas, Y. M., Font, V., Giménez, J. (2010). Outils pour analyser la classe de Mathématique. *Quaderni di recerca in didattica (Matematica)*, 19, supplemento 2, 246-250.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J. (2011). Aprender a evaluar como regulación y análisis de la actividad matemática. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 57, 84-92

Font, V.; Vanegas, Y. M. (2011). Dos formas de analizar un proceso de estudio sobre medida. *Enseñanza de las Ciencias*, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona, pp. 58-61

Giménez, J.; Font, V.; Vanegas, Y. M.; Ferreres, S. (2012). El papel del trabajo final de Master en la formación del profesorado de matemática. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas,* 61: 76-86

Vanegas, Y. M.; Giménez, J. (2012). What future mathematics teachers understand about democratic values In S. Kaffoussi, C. Skoumpourdi, Kalavassis, F. (eds.). *International Journal for Mathematics Education vol.4 Hellenic Mathematical Society.* Rhodas: 457-462.

9.5.2. Presentaciones publicadas en eventos con arbitraje

Giménez, J.; Vanegas, Y.M.; Font, V. (2009). Outils pour analyser la classe de mathématiques. Conference of The Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching. CIEAEM 62. Montreal.

Vanegas, Y. M.; Font, V. (2010). Aprenent a analitzar una pràctica d'ensenyar la mesura. Taller III Jornada d'iniciació a la recerca de la Facultat de Formació del Professorat de l'Universitat de Barcelona.

Font, V.; Rubio, N.; Aubanell, A.; Benseny, A.; Gómez, J.; Vanegas, Y.M.; Giménez, J.; Larios, V.; Barajas, M. (2011). Competencias profesionales de los futuros profesores de matemáticas de secundaria. XIV Simposio de la Sociedad de Investigación en Educación Matemática SEIEM. Lleida: Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Lleida, 8-10 de setiembre.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J.; Font, V. (2011). Didactical analysis and citizenship with prospective mathematics teachers. En: E. Svoboda (Ed.). Proceedings of Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education- CERME 7. Polonia: Rzeszów.

Giménez, J.; Vanegas, Y.M. (2011). Desarrollar competencia comunicativa en la formación científica. Semana de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas – LEBEM. Conferencia inaugural. Universidad Distrital "Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.

Giménez, J., Font, V., Vanegas, Y., Rubio, N., Larios, V., Gualdrón, E.; Vargas, C.; Malaspina, U. (2011). Análisis didáctico y evaluación de competencias profesionales. *Actas de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 1-10). Brasil: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica Universidade Federal de Pernambuco.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J. (2011). Futuros profesores de matemáticas y ciudadanía. *Actas de la XIII Conferencia Interamericana de Educación*

Matemática (pp. 1-10). Brasil: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica Universidade Federal de Pernambuco.

Font, V.; Ferreres, S.; Vanegas, Y.; Rubio, N.; Adán, M. y Carvajal, S. (2012). Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Congrés internacional de Docència Universitària i Innovació* (CIDUI). Barcelona.

Font, V; Rubio , N.; Vanegas, Y.M.; Ferreres, S.; Gomez, J.; Larios, V. (2012). Una perspectiva competencial sobre la formación inicial de profesores de Secundaria de Matemáticas. R. Flores (ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa-ALME.* vol 25. Mexico, DF pp 1161- 1168.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J.; Font, V. (2012). *Algebraic discussions and democracy in classrooms practices.* Proceedings 12th International Congress on Mathematical Education - ICME 12. Topic Study Group 21: Research about teaching practices. Seoul.

Rubio, N.; Font, V.; Malaspina, U.; Vanegas, Y. y Giménez, J. (2012). Competence in didactic analysis in the pre-service training of secondary school mathematics teachers in Spain. Proceedings *12th International Congress on Mathematical Education* – ICME 12 Topic Study Group 24: Mathematical knowledge for teaching at the secondary level, en el. Seoul.

Vanegas, Y. M.; Diez, J.; Giménez, J. (2012). Spaces for democratic participation, in and out of the classroom. In S Kafoussi; C. Skoumpourdi, Kalavassis, F. (Eds.) *International Journal for Mathematics Education vol.4 Hellenic Mathematical Society.* Rhodas: 463-467.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J.; Font, V. (2013). Future teachers tasks about interaction suitaibility analysis. Proceedings CERME 8. Antalya. Turkey.

Vanegas, Y. M. ; Giménez, J.; Font, V. (2013). Analisis de interacciones en la formación de docentes de Matemáticas. *XVI Jornadas para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.* Palma de Mallorca.

Vanegas, Y. M.; Giménez, J.; Font, V. (2013) Designing Professional Tasks for didactical analysis as a research process In A Watson (Ed.) *Pre-Proceedings ICMI Study* 22. Task Design in mathematics Education. Oxford.

Vanegas, Y. M.; Diez, J; Font, V. (2013). Considering extrinsic aspects in the analysis of Mathematics teacher training programs. Short oral presentation at PME 37. Kiel. Alemania.

9.5.3. Capítulos de libros.

Badillo, E.; Giménez, J.; Vanegas, Y.M. (2009). Desarrollo de competencias en un contexto artístico: construyendo significados sobre la forma. En: E. Badillo, L. García, A. Marbà & M. Briceño (Eds.). *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas*. Mérida: Fondo Editorial Mario Briceño Iragorry.

Giménez, J., Vanegas, Y. M. (2010). Competencias, aprendizaje y evaluación. En: J.M. Goñi (Coord.) *Didáctica y práctica docente. Formación y desarrollo profesional docente*. Nº 12. Vol. II. Ed. Graó y Ministerio de Educación. España

Vanegas, Y. M.; Giménez, J. (2010). Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. En: M.L. Callejo, J.M. Goñi (Coords.). *Educación matemática y ciudadanía*. Serie: Didáctica de las matemáticas. Nº 282. (pp. 147-166). Barcelona: Graó

Giménez, J.; Vanegas, Y. M. (2011). Prospective Mathematics Teacher involvement in citizenship professional competency International Symposium of Mathematics Education. Bologna. Pitagora Editrice.

Font, V.; Rubio, N.; Vanegas, Y.; Ferreres, S.; Gómez, J.; y Larios, V. (2012). Una perspectiva competencial sobre la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 25, 1161-1168. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Vanegas, Y.M.; Giménez, J. (2012). Tareas profesionales y escolares para desarrollar competencia matemática y ciudadanía. En: V. Font; J. Gimenez; V. Larios y J. Zorrilla (Eds.) *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato.* Barcelona: Edicions UB. Ebook.

Font, V.; Giménez, J.; Vanegas, Y. M.; Adan, M.; Carvajal, S.; . Ferreres, S.; (2012). Un ciclo formativo para el desarrollo de la competencia en análisis didáctico. En: V. Font; J. Gimenez; V. Larios y J. Zorrilla (Eds). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Barcelona: Edicions UB. Ebook.

Reseñas:

Vanegas, Y. M. (2012). Opening the Cage. Critique and Politics of Mathematics Education. REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education, 1 (3), 337-339. doi: 10.4471/redimat.2012.17

Referencias bibliográficas

Abreu, G. de (2007). Social valorisation of mathematical practices: The implications for learners in multicultural schools. En N. Nassir y P. Cobb (eds.). *Improving access to mathematics: Diversity and equity in the classroom* (pp. 118-131). New York, NY: Teachers College Press.

Adler, J. (2001). Resourcing practice and equity: A dual challenge for mathematics education. En B. Atweh, H. Forgasz y B. Nebres (eds.). *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective* (pp. 185-200). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Adler, S. A. & Confer, B. J. (1998). *A practical inquiry: Influencing preservice teachers´ beliefs toward diversity and democracy*. National Council for the Social Studies, Anaheim CA, ERIC ED443739. Recuperado de http://eric.ed.gov/PDFS/ED443739.pdf.

Aguilar, T.; Callejo de la Vega, M. L.; Gómez-Chacón, I.; Marco, B. (2005). *Construir la ciudadanía plural para un mundo en cambio: retos a la formación del profesorado.* Recuperado de http://www.ediw.org/Cdrom_education/files/program2.htm.

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer.

Alrø, H. y Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática.* Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.

Alrø, H., Skovsmose, O., & Valero, P. (2009). Researching multicultural classroom through the lens of landscapes of learning. In C. Winsløw (Ed.), *Nordic research in mathematics education. Proceedings of Nordic conference on mathematics teaching NORMA 08* (pp. 329-336). Rotterdam: Sense Publishers.

Alrø, H., Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 149-171). Bogotá: Una empresa docente.

Alsina, A.; Planas, N. (2009). *Matemáticas y buenas prácticas*. Barcelona. Graó.

ANECA (2005). *Libro Blanco. Titulo de Grado en Pedagogía y Educación Social*. vol.1. Ministerio de Educación. Madrid. España.

Aroca, A. (2008). Una propuesta metodológica en etnomatemáticas. *Revista U. D. C. En Actualidad & divulgación científica*. 11(1), 67-76.

Artigue, M. (2002). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática, 16*(3), 5-28.

Azcárate, P., Cuesta, P. (2005). El profesorado novel de Secundaria y su práctica. Esudio de caso en las áreas de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 2005, 23(3), 393–402.

Azcarate, P., Rodríguez, A., Rivero, A. (2007). Los profesores noveles de matemáticas ante el análisis de su práctica. *Investigación en la escuela*. N° 61, 37-52

Bairral, M., Giménez, J. y Togashi, E. (2001) Desenvolvimento professional docente baseado na web. Perspetivas para a educação geométrica. *Gepem,* 39, 12-21. Rio do Janeiro.

Baker, D. (1996). Children's formal and informal school numeracy practices. En D. Baker, J. Clay y C. Fox. (Eds.). *Challenging ways of knowing: In English, mathematics and science* (pp. 80-89). London, Reino Unido: Falmer Press.

Ball, D. L. (2000). Working on the inside: Using one's own practice as a site for studying mathematics teaching and learning. In Kelly, A. & Lesh, R. (eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 365- 402). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Ball, D. L. & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, Developing practitioners: Toward a Practice-Based Theory of professional Education. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (eds.) *Teaching as the Learning profession. Handbook of Policy and Practice,* (pp. 1-33) San Francisco:Jossey-Bass Publishers.

Ball, D., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp.433-456), American Educational Research Association, Washington, D. C.

Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what make it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

Ball, D., Bass, H., Sleep, L., Thames, N. (2005). A theory of mathematical knowledge for teaching. *15th ICMI Study: The professional Education and Development of teachers of mathematics*. Rio Claro. Brasil.

Bar, G. (1999). Perfil y competencias del docente en el contexto institucional educativo. Recuperado de http://www.oei.es/de/gb.htm.

Bartell, T. G. (2011). Learning to teach mathematics for social justice: Negotiating social justice and mathematics goals Journal for Research in MathematicsEducation, 41 (0).

Bartolini-Bussi, M. (1991). Social interactions and Mathematical knowledge. In P. Boero & M. Batolini-Bussi (eds.) *The International Group for the Psychology of Mathematics Education PME XV* (pp 1-16). Assisi.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics: A political plaything. *For the Learning of Mathematics*, 19 (1), 32-35.

Barton, B. (2004). Dando sentido à etnomatemática: Etnomatemática fazendo sentido. En J. P. M. Ribeiro, M. do C. S. Domite y R. Ferreira (eds.). *Etnomatemática: Papel, valor e significado* (pp. 39-74). São Paulo, Brasil: Zouk.

Bedggood, R. & Pollard, R. (1999). Uses and misuses of student opinion surveys in eight Australian universities. *Australian Journal of Education*, Vol. 43, Issue 2, 129-141.

Bishop, A. J. (1992). International perspectives on research in mathematics education. En D. A. Grouws (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (71-723). New York: MacMillan Publishing Company.

Bishop, A. J., Mellin–Olsen, S. y Dormolen, J. (eds.). (1991). *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A. et al. (2003) *Second International Handbook of Mathematics Education* Dordrecht, Kluwer.

Bishop, A. (2005). Values in Mathematics and Science Education: similarities and differences. En: *The Montana Mathematics Enthusiast, 5, (1), 47-58. The Montana Council of Teachers of Mathematics & Information Age Publishing.*

Barton, Bill. (1997) *Teniendo el Sentido de la Etnomatemática: La Etnomatemática tiene Sentido.* The University of Auckland. New Zealand.

Boaler, J. (ed.). (2000a). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning.* United States of America: Ablex Publishing.

Boaler, J. (2000b). So girls don't really understand mathematics? Dangerous dichotomies in gender research. *Proceedings of International Organisation of Women and Mathematics Education OWME. Sessions in ICME9, (pp. 29-44), Tokyo, Japón*

Boaler, J. (2004). Promoting equity in mathematics classrooms - Important teaching practices and their impact on student learning. *Proceedings The 10th International Congress on Mathematical Education- ICME*. Copenhagen, Denmark.

Boaler, J. (2008). Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach, *British Educational Research Journal*, 34(2), 167–194.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitableteaching approach: The case of Railside school. *Teachers' College Record*, 110(3), 608–645.

Boero, P. & Morselli, F. (2010). The use of algebraic language in mathematical modeling and proving in the perspective of Habermas' theory of rationality, *ProceedingsCongress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 6*, Lyon, France.

Boero, P. Dapueto C. and Parenti, L. (1996). Didactics of Mathematics and the Professional Knowledge of Teachers. In Bishop, et al (eds.). *International Handbook of Mathematics Education Kluwer International Handbooks of Education* Volume 4, 1997, pp. 1097-1121.

Breen, S. & O'Shea, A. (2010). Mathematical Thinking and Task Design. *Irish Math. Soc. Bulletin.* 66, 39-49.

Brett, P. (2006). Endowing Participation with Meaning: Citizenship education, Paolo Freire and educating young people as change-makers. In: *Proceedings 'International Conference on Citizenship Education- CitizED.*

Brodie, K. (1997). A new mathematics curriculum: Reflecting on outcomes in process. En P. Kershall y M. de Villiers (Ed.).Third National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa. Proceedings 1: General & Primary (pp. 26-41). Durban, Sudáfrica: Amesa

Brousseau, G. (1997). *The theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Brown, L; Giménez, J et al. (2010) Development of teaching in and from practice (pp. 149-166). En: R. Even & D.L. Ball (eds) The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. New ICMI Study Series, Vol. 11, Section 2, DOI: 10.1007/978-0-387-09601-8_18. Springer. Hamburgo.

Brown, C. A. y Cooney, T. J. (1985). The importance of meanings and milieu in developing tehories of teaching mathematics. In S. Damarin & M. Shelton (Eds.), *Proceedings of the Seventh Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 32-37). Columbus, Ohio: Ohio State University.

Burgués, C. (2005) *La formació inicial de matemàtiques per a mestres de Primària*. Tesis no publicada. Barcelona. Universitat de Barcelona.

Burgués, C. (2006). Niveles de implicación y competencias profesionales matemáticas. Estudio de caso con futuros docentes de primaria. *Actas X Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática - SEIEM*. (pp. 127-144). Huesca. España.

Burgués, C. y Giménez, J. (2006). Las trayectorias hipotéticas de formación inicial (TRHIFI) como instrumento para el análisis del desarrollo profesional. Análisis de un caso en la formación de futuros docentes de Primaria en matemáticas. En I. Escudero, C. Penalva y D. Barba (eds.). *Conocimiento, Entornos de Aprendizaje y Tutorización para la Formación del Profesorado de Matemáticas: Construyendo Comunidades de Práctica* (pág. 49-67), España: Proyecto Sur.

Burgués, C. y Giménez, J. (2007). Formación de maestros en matemáticas: Un análisis desde la investigación*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española,* 10(1): 129-143

Burgos, S., Domínguez, M., Planas, N., Rojas, F., Vilella, X. (2006). La participación en el aula de matemáticas. En J. M. Goñi (ed.). *Matemáticas e interculturalidad* (49-62). Barcelona: Graó.

Callejo, M. L., Valls, J. y Llinares, S. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. *Investigación en la Escuela*. 61, 5-21.

Callejo, M. L., Llinares, S. y Valls, J. (2007). El uso de *video-clips* para una práctica reflexiva. *XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas-JAEM*, Granada.

Candela, A. (2006). Del conocimiento extraescolar al conocimiento científico escolar: Un estudio etnográfico en las aulas de escuela primaria. *Revista mexicana de investigación educativa- Redalyc*. Vol 11. N°30, 797 -820.

Cárcamo, H. (2008). Ciudadanía y formación inicial docente: Explorando las representaciones sociales de académicos y estudiantes. *Revista de Pedagogia,* vol 29, 85, 245-268.

Cárcamo, H. (2011). Representaciones sociales sobre ciudadanía. En A. Diestro, A Juanas y J. Manso (coords.). "*Vanguardias e Innovaciones Pedagógicas*". Salamanca. Ediciones Hergar.

Carreño, E. y Climent, N. (2010). Conocimiento del contenido sobre polígonos de estudiantes para profesor de matemáticas. *PNA,* 5(1), 11-23.

Carrillo, J. (2000). La formación del profesorado para el aprendizaje de las matemáticas. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 24, 79-91.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(1), 33-44.

Carillo, J. et al. (2008). Análisis de secuencias de aprendizaje matemático desde la perspectiva de la gestión de la participación. *Enseñanza de las ciencias* 26(1) pp. 67-76.

Castells, M. (1997). The information age: Economy, society and culture (vol. II: The power of Identity). Oxford, Reino Unido: Blackwell Publishers.

Castells, M. (1998). The information age: Economy, society and culture (vol. III:End of millennium). Oxford, Reino Unido: Blackwell Publishers.

Castells, M. (1999). Flows, networks, and identities: A critical theory of the informational society. En M. Castells, R. Flecha, P. Freire, H. Giroux, D. Macedo y P. Willis. *Critical education in the new information age* (pp. 37-64). Lanham, MD: Rowman & Littlefeld Publishers Inc.

Civil, M., & Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics, 24*(1), 7-13.

Civil, M. y Andrade, R. (2002). Transitions between home and school mathematics: Rays of hope amidst the passing clouds. En G. de Abreu, A. J. Bishop y N. C. Presmeg (Eds.). *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 149-169). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Civil, M. (2007). Building on community knowledge: An avenue to equity in mathematics education. En N. Nassir y P. Cobb (eds.). *Improving access to mathematics: Diversity and equity in the classroom*. (pp. 105-117). New York, NY: Teachers College Press.

Civil, M., & Quintos, B. (2009). Latina mothers' perceptions about the teaching and learning of mathematics: Implications for parental participation. In B. Greer, S.Mukhopadhyay, S. Nelson-Barber, & A. Powell (eds.). *Culturally responsive mathematics education* (pp. 321-343). New York, NY: Routledge.

Clarke, B., Grevholm, B. & Millman, R. (eds.) (2009). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars.* London: Springer.

Cobb, P., & McClain, K. (2006). Guiding inquiry-based math learning. In K. Sawyer (coord.), *Cambridge handbook in the learning sciences* (171-186). Nueva York: Cambridge University Press.

Coll, C.; Sánchez, E. (2008). El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación, 346*, 15-32.

Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera M. (2001). Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. En C. Coll, i. Palacios y A. Marchesi. *Desarrollo psicológico y educación, vol. 2. Psicología de la educación escolar.* Madrid: Alianza.

Confrey, J., Strutchens, M. E., Battista, M., Smith, M. S., King, K. D., Sutton, J. T. (2008). Situating research on curricular change. *Journal for Research in Mathematics Education, 39* (2), 102-112.

Contreras, J. (1997). *La autonomía del profesorado.* Madrid: Morata.

Contreras, L. ; Carrillo, J.; Zakaryan, D.; Muñoz-Catalán,C. y Climent,N. (2012) Un estudio exploratorio sobre las competencias numéricas de los estudiantes para maestro. *BOLEMA* 26, 42b 433-457.

Cooney, T. J. (2001). Considering the paradoxes, perils and purposes of conceptualizing teacher development. In F. Lin y T. Cooney (eds.). *Making sense of mathematics Teacher Education* 9.31. Dordrecht.

Crook, C. (1994). *Computers and the collaborative experience of learning*. London Routledge.

Chapman, O. (2008). Self study in mathematics teacher education. In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi, F. Arzarello (eds.) *Symposium of 100 years of ICMI Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education.* Rome.

Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Horsori-ICE UB.

Choppin, J. (2011). The impact of professional noticing on teachers' adaptations of challenging tasks. *Mathematical Thinking and Learning, 13*(3), 175-197.

Christiansen, I. M. (1996). *Mathematical Modelling in High School: From Idea to Practice* Aalborg, Denmark: Department of Mathematics and Computer Science, Aalborg University.

Christiansen, I. M. (1997). When negotiation of meaning is also negotiation of task: Analysis of the communication in an applied mathematics High School course. *Educational Studies in Mathematics, 34*(1), 1-25.

Christiansen, I. M. (1998). Cross curricular activities within one subject? Case: Modeling ozone depletion in 12th Grade. *The Zentralblatt für Didaktik der Mathematik/International Reviews on Mathematics Education, 30*(2), 22-27.

Christiansen, O. R., Stentoft, D., & Valero, P. (2008b). Power Distribution in the Network of Mathematics Education Practices. In K. Nolan & E. De Freitas (eds.). *Opening the Research Text: Critical Insights and Interventions into Mathematics Education* (pp. 131-146). New York: Springer.

Chronaki, A. (2004). Fourth dialogic unit: Addressing the researcher's positioning. Researching the school mathematics culture of 'others'. Creating a self-other dialogue. En P. Valero y R. Zevenbergen (eds.). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Chronaki, A. (2011). Disrupting Development as the quality/equity discourse: cyborgs and subaltners in school technoscience. In B. Atweh, M. Graven, W. Secada and P. Valero (eds*.). Mapping equity and quality in mathematics education* (pp. 3-21). Dordrecht. Springer.

Chronaki, A., Pechtelidis, Y. (2012). Being Good at Maths': Fabricating Gender *REDIMAT- Journal of Research in Mathematics Education*, 1 (3), 246-277.

Dall'Alba, G. (2009). Learning Professional way of Being: Ambiguities of becoming. *Educational Philosophy and Theory*, 41:34-45.

D'Ambrosio, U. (1980). Mathematics and society: Some historical considerations pedagogical implications. *International Journal of Mathematical Education inScience and Technology*, 11(4), 479-488.

D'Ambrosio, U. (1981). Uniting reality and action: A holistic approach to mathematics education. En L. A. Steen y D. J. Albers (eds.), *Teaching teachers, teaching students* (pp. 33-42). Boston: Birkhäuser.

D'Ambrosio, U. (1985a). *Socio-cultural bases for mathematics education*. Unicamp. Centro de producciones (Campinas).

D'Ambrosio. (1985b). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5, 44-8.

D'Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação. Reflexões sobre educãçao e matemática*. São Paulo. Brasil: Summus editorial.

D'Ambrosio, U (1990). The role of mathematics education in building a democratic and just society. *For the learning of mathematics*. vol 10, pp 20-23.

D'Ambrosio, U. (1993). *Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar e conhecer*. Sao Paulo: Ática.

D’Ambrosio, U.(1994a). Humanismo, ciencia e informática. *Informática educativa. Proyecto SIIE- Colombia*. Vol 7., No 1, 17-26

D'Ambrosio, U. (1994b). Cultural framing of mathematics teaching and learning. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (eds.). *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 443-455). Dordrecht: Kluwer.

D’Ambrosio, U. (1995). Where does Ethnomathematics Stand Nowadays? *For the Learning of Mathematics*, vol. 17, núm. 2, junio, Canada, FLM Publis- hing Association, pp. 13-17.

D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. En A. Powell, & M. Frankenstein (eds.). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (págs. 13-24). Albany, EE.UU: State University of New York.

D’Ambrosio, U. (1997). Globalización, educación multicultural y etnomatemática. *Conocimiento matemático en la educación de niños y jóvenes*. Brasil.

D’Ambrosio, U. (1999). Literacy, matheracy and technoracy: A trivium for today. *Mathematical Thinking and learning*, 1 (2) 131-153.

D’Ambrosio, U. (2001). Mathematics and Peace: A Reflection on the Basis of Western Civilization. *Leonardo*, 34(4): 327-32.

D’Ambrosio, U. (2002). Que matemática deve ser aprendida nas escolas hoje? Programa PEC – Formação Universitária. Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Recuperado de: http://vello.sites.uol.com.br/aprendida.htm.

D’Ambrosio, U. (2005a). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e pesquisa. Revista de facultade de educação de USP*, Vol 31, N° 1, 99-120.

D’Ambrosio, U. (2005b). Armadilha da mesmice em educaçåo matemática. *Boletim de Educaçåo Matemática, BOLEMA*, año 18, N° 24. Rio Claro:UNESP, 2005, p 95- 110.

D'Ambrosio, U. (2006a). *Etnomathematics: links between traditions and modernity.*Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

D'Ambrosio, U. (2006b). Etnomatemática e educação. En G. Knijnik, F. Wanderer, & C.José de Oliveira (eds.). *Etnomatemática, currículo e formação de professore* (2ª edición), pp. 39-52. Santa Cruz du sul, Brasil: EDUNISC.

D’Ambrosio, U. (2007). Peace, social justice and Ethnomathamatics. *TMME Monograph*, pp.25 Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brazil.

D'Ambrosio, U. & Rosa, M. (2008). Um diálogo com Ubiratan D'Ambrosio: uma conversa brasileira sobre etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(2). 88-110.

D'Ambrosio, U. (2011). *Educação para uma sociedade em transição*. Porto Alegre. Cortez.

D'Amore, B. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemáticas de la escuela secundaria superior. *Epsilon,* 58, 25-43

D'Amore, B. (2005). Conclusiones y perspectivas de investigación. *Relime* Semiótica, cultura y educación matemática. 301

D'Amore, B (2006). Objetos, significado representaciones semióticas y sentido, *RELIME* vol. 9. núm extra 1, 177-196.

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática. *Paradigma, 28*(2), 49-77.

Davis, E., & Krajcik, J. (2005). Designing educative materials to promote teacher learning. *Educational Researcher, 34* (3), 3-14.

Davis, P. J. ; Hersh, R. (1988). *La experiencia matemática. Madrid. Ed Labor-MEC .*

De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. in: A. J. Bishop, et al. (eds.). *International handbook of mathematics education, Part one.* 49-97. Kluwer academic publisher.

De Saint-George, I. & Filliettaz, L. (2008). Situated trajectories of learning in vocational training interactions. *European Journal of Psychology of Education*, XXIII, 213-233.

Devlin, P. (1998). *El lenguaje de las matemáticas.* Barcelona. Ma non tropo.

Diez, J. (2004). *Enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas: un modelo dialógico*. [Tesis doctoral no publicada]. Universitat de Barcelona. Facultat de Formació del professorat.

Domite, M. (2004). Da compreensåo sobre formaçåo de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. *Etnomatemática. Currículo e formaçåo de professores.* Edunisc. Santa Cruz do Sul.

Domite, M. (2006). Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. En G. Knijnik, F. Wanderer, & C. José de Oliveira (Edits.), *Etnomatemática, currículo e formação de professores* (2ª edición), pp. 419-431). Santa Cruz du sul, Brasil: EDUNISC.

Donato, R. y F. Brooks. (2004). Literary discussions and advanced speaking functions: Researching the (Dis)connections. *Foreign Language Annals.* 37, 2,183-199.

Engeström , Y. (ed.). (1999). *Perspectives on activity theory.* Cambridge, England: Cambridge University Press.

English, L. D., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R. and Tirosh, D. (2002). *Handbook of International research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Ass.

Ernest, P. (1989a). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of art* (pp. 249–254). New York: Falmer.

Ernest, P. (1989b). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching,* 15, 13–34.

Ernest. P. (1991). Mathematics teacher education and quality. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 16*(1), 56–65.

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*, London: Falmer Press.

Ernest, P. (1993). Mathematical Activity and Rhetoric: Towards a Social Constructivist Account, in Hirabayashi, I. *et al.*(eds.). *Proceedings of PME-17 Conference*, Tsukuba, Japan: University of Tsukuba, 2, 238-245.

Ernest, P. (1995). Values, Gender and Images of Mathematics: A Philosophical Perspective. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology,* 26 (3) 449-462.

Ernest, P. (1998a). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, Albany, New York: State University of New York Press.

Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. New York, NY: State University of New York Press.

Ernest, P. (2004). Postmodernity and social research in mathematics education.En P. Valero y R. Zevenbergen (eds.). R*esearching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Ernest, P. (2008). Epistemology plus values equals classroom image of mathematics In **P**hilosophy of Mathematics Education Journal No. 23 (October 2008) Recuperado de: http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome23/index.htm

Escudero, I., García, M., Llinares, S. y Sánchez, V. (1993). Creencias epistemológicas sobre las matemáticas en los estudiantes para profesores de primaria. Ponencia presentada en el IV Congreso de Enseñanza de las Ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, número extra (IV Congreso), pp. 317-318.

Escudero , I. & Sánchez, V. (1999-a). The relationship between professional knowledge and teaching practice: the case of similarity. *Proceedings PME-23*. Israel.

Escudero, I. & Sánchez, V. (1999-b). Una aproximación al conocimiento profesional del profesor*de matemáticas en la práctica: la semejanza como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Documento no publicado, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Sevilla.

Espíndola, C. & Cappannini, O. (2005) "La discusión coordinada: una herramienta de evaluación formativa". *Revista Enseñanza de las ciencias*. Número extra. VII congreso, 1-7.

Eurydice (2002). *Key competentes. A developing concept in general compulsory education*. Brussels: European Commission.

Faerna, A. M. (2006). Significado y valor: La crìtica pragmatista al emotivismo. *Quaderns de filosofia i ciència,* 36, 27-39.

Fernandez, R. (2003). *Competencias profesionales del docente, en la sociedad del siglo XXI.* Recuperado de:
http://www.uclm.es/profesorado/Ricardo/Cursos/CompetenciaProfesionales.pdf

Fernández, C., Llinares, S., Valls, J. (2011). Características del desarrollo de una mirada profesional en estudiantes para profesor de matemáticas en un contexto b-learning. *ACTA SCIENTIAE*.

Fernández, C.; Llinares, S.; Valls, J. (2011*). Aprendiendo a "mirar con sentido" el aprendizaje matemático*. Actas *XIII Conferencia Interamericana de Educación matemática- CIAEM*. Recife-Brasil. Junio 2011.

Fiallo, J. (2011). *Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica*. [Tesis doctoral no publicada]. Universitat de València. España.

Flecha, R. (1999). New educational inequalities. En M. Castells, R .Flecha,P. Freire, H. Giroux, D. Macedo y P. Willis. *Critical education in the new information age* (pp. 65-82). Lanham, MD: Rowman & Littlefeld Publishers Inc.

Flick, Uwe (1992). Triangulation Revisited. Strategy of or Alternative to Validation of *Qualitative Data. Journal for the Theory of Social Behavior*, 22, 175-97.

Flick, U. (2004). Triangulation in Qualitative Research. In Uwe Flick, Ernst v. Kardorff & Ines Steinke (eds.). *A Companion to Qualitative Research* (pp.178-183)). London: Sage.

Flores,P. (1998). Formación de profesores de matemáticas como práctica docente y como campo de investigación. *Revista de Educación de la Universidad de Granada* v.11 211-236

Flores, P. y Peñas, M. (2003). Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos. Revista Educación y Pedagogía, 35. 93-117.

Flores, P. (2004a). Relación con el conocimiento profesional en la formacióninicial de profesores de matemáticas de secundaria: reflexión sobre cuestiones profesionales. En A. Borralho, C. Monteiro y R. Espadiero (eds.). *A matemática na Formaçao do Profesor,* (pp. 5-29). Évora: Secçao de Educaçao Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educaçao.

Flores, P. (2004b). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. En E. Castro y E. de la Torre (eds.). *Investigación en educación matemática: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemátic,* (pp. 25-42). La Coruña: Universidad de la Coruña.

Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. PNA, 1(4), 139-159.

Font, V. (2001). Representation in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 14, 1-35.

Font, V. (2002). Una propuesta dialógica sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros de educación primaria, en Gerardo Andrés Perafán y Agustín Adúriz-Bravo (comp.), *Pensamiento y conocimiento de los profesores. Debate y perspectivas contemporáneas*. Bogotà: Universidad Pedagógica Nacional-Colciencias-Gaía.

Font, V. (2005). Matemáticas y su Didáctica en la Formación Inicial. Conferencia inaugural del *XXI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística,* (tomo I, pp. 9- 58). Bogotá: Gaia.

Font, V., & Ramos, A. B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. *Revista de Educación*, *338*, 309-346.

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaçao Matemática Pesquisa*, *8*(1), 67-98.

Font, V. (2007). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular-general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática*, *19*, 2, 95-128.

Font, V. (2008) Enseñanza de las Matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.*), Actas del III Coloquio internacional sobre enseñanza de las matemáticas*, 21- 62. Lima, Perú: PUCP.

Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. L. Radford, G. Schubring, and F. Seeger (eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture*, 157–173. Sense Publishers.

Font, V., Godino, J. D. y Contreras, A. (2008). From representations to onto-semiotic configurations in analysing the mathematics teaching and learning processes. En L. Radford, G. Schubring y F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Math Education: Epistemology, Historicity, and Culture*. The Netherlands: Sense Publishers

Font, V. y Planas, N. (2008). Mathematical practices, semiotic conflicts, and socio-mathematical norms. *Proceedings of the 32nd PME Conference*. Morelia, México.

Font, V., Rubio, N., Giménez, J., & Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el Máster de Profesorado de Secundaria. *UNO,* 51, 9-18.

Font, V. y Godino, J. D. (2010). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en C. Coll (ed.), *MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 9-55). Barcelona: Graó.

Font, V.; Planas, N. Y Godino, J. D. (2010). Modelo para el anàlisis didáctico en Educación Matemática. Infancia y aprendizaje, 33 (2), 89-105.

Font, V. y Godino, J. D. (2011), Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas*, Barcelona, España, Graó, pp. 9-55.

Font, V. (2011a). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN,* 26, 9-25.

Font, V, Giménez, J., Larios, V., Zorrilla, J. F. (cords.). (2012). Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato (e-book). Barcelona. Ediciones UB.

Font, V., et al. (2012). Competence in didactic analysis in the preservice training of secondary school mathematics teachers in spain. Proceedings of ICMI . Seoul.

Font, V.; Godino, J. D. Y Gallardo, (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, 82:97–124.*

Foss & Kleinsasser (1996). Preservice elementary teachers' views of pedagogical and mathematical content knowledge. Teaching and Teacher Education, 12, 429-442

Foucault, M. (1989). T*he archaeology of knowledge and the discourse on language.*London, Reino Unido: Routledge. (Primera edición francesa: 1969.)

Foucault, M. (1994). *The order of things: An archaeology of the human sciences*. New York, NY: Vintage Books. (Primera edición francesa: 1966).

Frankenstein, M. (1990). Critical mathematical literacy. En R. Noss et al. (Eds.), Political dimensions of mathematics education: Action and critique (pp. 106- 113). London: Institute of Education, University of London.

Frankenstein, M. (1981). A different third R: Radical Math. *Radical Teacher*, 14-18.

Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education, 165*(4), 315-339.

Frankenstein, M. (1987). Critical Mathematics Education: An Application of Paulo Freire's Epistemology. In I. Shor (Ed.), *Freire for the Classroom* (180-210). Portsmouth: Boyton and Cook

Frankenstein, M. y Powell, A. B. (1989). Mathematics education and society: Empowering non-traditional students. En C. Keitel et al. (Eds.), Mathematics, education and society (pp. 157-160). Paris: UNESCO, Division of Science, Technical and Environmental Education.

Frankenstein, M. & Powell, A. B. (1989). Empowering non-traditional college students: On social ideology and mathematics education. *Science and Nature (9/10),* 100 -112.

Frankenstein, M. (1990). *Relearning Mathematics: A Different Third R - Radical Maths*. London: Free Association Books.

Frankestein, M. (1998). *Reading the world with maths: Goals for a critical mathematical literacy curriculum*. Recuperado de: http://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/frankenstein.html.

Frankenstein, M. (2005). Reading the world with math: Goals for acritical mathematical literacy curriculum. In E. Gutstein & B. Peterson (eds.), *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers,* pp.19-28. Milwaukee, WI: Rethinking Schools, Ltd.

Freire, P. (1970a). The adult literacy process as cultural action for freedom. Harvard Educational Review, 40, 205–225.

Freire, P. (1970b). Cultural action and conscientization. Harvard Educational Review, 40, 452–477.ç

Freire, P. (1972). Pedagogy of the oppressed. New York: Herder and Herder.

Freire, P. (1974). Cultural action for freedom. London: Penguin Books

Freire, P. (1990). *La naturaleza política de la educación. Cultura, poder y liberación* (S. Horvath, Trad.). Barcelona: Paidos. (Trabajo Original publicado en 1985 *The politics of education: Culture, power, and liberation* . Hadley, MA: Bergin & Garvey)

Freire, P. (1994). *Pedagogy of hope: Reliving pedagogy of the oppressed* (R. B. Barr, Trans.). New York: Continuum.

Freire, P., & Macedo, D. P. (1996). A dialogue: Culture, language, and race. In P. Leistyna, A. Woodrum, & S. A. Sherblom (Eds.), Breaking free: The transformative power of critical pedagogy (pp. 199–228). Cambridge, MA: Harvard Education Press.

Freire, P. (Ed.). (1997a). *Mentoring the mentor: A critical dialogue with Paulo Freire*. New York: Peter Lang.

Freire, P. (1997b). *Pedagogy of the heart* . New York: Continuum.

Freire, P. (1998a). Pedagogy *of freedom: Ethics, democracy, and civic courage*. Lanham, MD: Rowman & Littlefield.

Freire, P. (1998b). *Pedagogía de la esperanza. Un reencuentro con la `Pedagogía del oprimido´*. México / Madrid: Siglo XXI.

Freire, P. (1998c). *Teachers as cultural workers: Letters to those who dare teach*. Boulder, CO: Westview.

Freire, P. (2000). *Pedagogy of the oppressed* (M. B. Ramos, Trans.; 30th anniv. ed.). New York: Continuum. (Original en portugués de 1970)

Garagorri, (2007). Currículo basado en competencias. Aproximación en estado de la cuestión. *Aula de innovación educativa*, 161 (XVI): 47-55.

García, M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición. Implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (eds.), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores desde el área de Didáctica de la*

Matemática, pp. 55-79. Oviedo: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo.

García, G., Mancera, G., Romero, J., Salazar, C., & Camelo, F. (2009). Dilemas y tensiones que enmarcan el significado de competencia matemática: ¿soluciones de problemas en contextos reales?, ¿soluciones significativas para la vida real? ¿formación para participar activamente en la vida democrática? *Revista Internacional Magisterio: Educación y Pedagogía, 39*, 76-82.

Gates, P., & Zevengergen, R. (2009). Foregrounding social justice in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*, 161-170.

Gavilán, J. M., García, M. & Llinares, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias, 25*(2), pp. 157-170.

Gellert, U., Jablonka, E. (2007). *Mathematization and Demathematization*. Rotterdam: Sense Publishers.

Gellert, U. (2008). Validity and relevance: Comparing and combining two sociological perspectives on mathematics classroom practice. *ZDM - the International Journal on Mathematics Education, 40*, 2, 215-224.

Gil, F., & Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, *21*, 1, 27-47.

Gil, N. (2003). Creencias, actitudes y emociones en el aprendizaje matemático. Memoria de investigación para la obtención del DEA. Universidad de Extremadura. Departamento de Psicología y Sociología de la Educación Badajoz.

Giménez, J., Llinares, S. y Sánchez, M.V. (eds.). (1996). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática.* Comares. Granada.

Giménez, J., Civil, M. Díez, J. (coords.). (2008) *Matemáticas y exclusión*. Barcelona. Graó.

Giménez, J., Vanegas, Y. M., Vilella, X. (2012). Intercultural debates and citizenship. Some teacher-research consequences. *Quaderni di ricerca in matematica*, 22, 1, 99-103.

Giménez, J.; Font, V. ; Vanegas, Y.; Ferreres, S. (2012). El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45- 54.

Giroux, H. A. (1989). *Schooling for democracy: Critical pedagogy in the modernage*. London: Routledge.

Giroux , H. A. (1996). Doing cultural studies: Youth and the challenge of pedagogy. In P. Leistyna, A. Woodrum, & S. A. Sherblom (eds.), *Breaking free: The transformative power of critical pedagogy*, pp. 83–107. Cambridge, MA: Harvard Education Press.

Giroux, H. A. (2007). Democracy, education, and the politics of critical pedagogy. In P. McLaren & J. L. Kincheloe (eds.), *Critical pedagogy: Where are we now?*, pp. 1-5. New York: Peter Lang.

Glasersfeld, E von, & Steffe, L.P. (1991). Conceptual models in educational research and practice, Journal of Educational Thought, 25(2), 91–103.

Glesne, C. (1999). *Becoming qualitative researchers: An introduction* (2nd ed.). Don Mills, Ontario, Canada: Longman.

Godino, J.D. (2002) Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3): 237-284.

Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de: Http://www.ugr.es/local/jgodino.

Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNIÓN,* 20, 13-31.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14(3), pp. 325-355.

Godino J. D., Bencomo D., Font V. y Wilheimi M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma,* XXVII (2), 221–252.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.

Godino, J. D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 131-155.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. Y Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2): 127-135.

Godino, J.D. y Batanero, C. (2008) Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. *VI CIBEM* Puerto Montt, Chile.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F., & Konic, P. (2008). Epistemic and cognitive analysis of an arithmetic-algebraic problem solution. *Proceedings 11 International congress on mathematical education – ICME.* México.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. & Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias,* 27 (1), 59-76.

Goetz, J.P. y M.D. LeCompte (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Morata. Madrid.

Gómez, P. (2002). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En M. C. Penalva y G. Torregosa (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 341-356). Alicante: Universidad de Alicante.

Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicialde profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, *1*(2), 79-98.

Gomez-Chacón, I. ; Planchart, E.(2005) *Educación matemática y formación de profesores. Propuestas para europa y Latinoamérica*. Bilbao. Universidad de Deusto.

Gómez-Chacon, I (2007) Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de Secundaria. *Revista complutense de educación*, Vol. 18, Nº 2, 2007, pp. 125-144

Gonzalez, L. (2009). Teaching mathematics for social justice: Reflections on a community of practice for urban high school mathematics teachers. *Journal for Urban Mathematics Education*, 2 (1), 22–51.

González, N., Andrade, R. y Carson, C. (2001). Creating links between home and school mathematics practices. En E. McIntyre, A. Rosebery y N. González (eds.), *Classroom diversity: Connecting curriculum to students' lives, Portsmouth*, pp. 100-114. NH: Heinemann.

Gonzales, J. y Wagenear, R. (2003). *Tuning educational strucutres in Europe. Informe final* fse Uno Bilbao, España.

Goos, M. (2005). A sociocultural analysis of learning to teach. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 49-56). Melbourne.

Goos, M. (2008). Sociocultural perspectives on learning to teach mathematics. In B. Jaworski & T. Wood (eds.), *International handbook of mathematics teacher education* Vol. 4, pp. 75-91. Rotterdam: Sense.

Goos, M., Dole, S.,& Makar, K. (2007). Designing professional development to support teachers' learning in complex environments. *Mathematics Teacher Education and Development*, 8, 23-47.

Graven M. (2002). *Mathematics Teacher Learning, Communities of Practice as the Centrality of Confidence*. Doctoral thesis, Faculty of Science, University of the Witwatersrand, South Africa.

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reformmathematics education. *Mathematical Thinking and Learning,* 6 (2), 105-128.

Gravemeijer, K.P.E., Keijzer, R. & Galen, F.H.J. (2005). The significance of task design in Mathematics Education: Examples from proportional reasoning. Paper presented at *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*

Graven M (2002). *Mathematics Teacher Learning, Communities of Practice as the Centrality of Confidence.* Doctoral thesis, Faculty of Science, University of the Witwatersrand, South Africa.

Green, T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Gualdrón, E. (2011). Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas. [Tesis doctoral no publicada]. Universitat de Valencia. España.

Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Lat-ino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34, 37–73.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice.* New York: Routledge.

Habermas, J. (1971). *Knowledge and human interests*. Boston: Beacon Press.

Habermas, J. (1976). *Legitimation crisis*. London: Heinemann.

Habermas, J. (1984, 1987). *The theory of communicative action I-II.* Heinemann, Cambridge: London and Polity Press

Hardy, G. H. (1967). *A mathematician's apology*. Con prólogo de C. P. Snow. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press. (Primera edición: 1940).

Herbel-Eisenmann, B., Lubienski, S. T., & Id-Deen, L. (2006). Reconsidering the study of mathematics instructional practices: The importance of curricular context inunderstanding local and global teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 313-345.

Hewson, P. W. & Hewson, M. G. A. (1989). Analysis and use of a task for identifying conceptions of teaching science. Journal of Education for Teaching. 15, 191- 209

Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: an "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education, 66*, 201-222.

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, 11-30.

Hill, H., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39* (4), 372-400.

Hodgen, J. (2007). Formative assessment. Tools for transforming school mathematics towards a dialogic practice? In D. Pitta-Pantazi and G. Philippou (eds.), Proceedings of Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education(pp. 1886-1895). Larnaca, Cyprus: University of Cyprus.

INECSE. (2005). PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas. Recuperado de: http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisa2003liberados.pdf?documentId=0901e72b801106c6. Madrid.

Jablonka, E. (2009). Mathematics for all: Why? What? When? En C. Winsløw (Ed.). *Nordic Research in Mathematics Education: Proceedings from Norma08* (pp. 293-305). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., &Battey, D. (2007). Professionaldevelopment focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 258-288.

Jacobs, V., Lamb, L., Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169-202.

Jansen, J. D. (2001). Image-ining teachers: Policy images and teacher identity in South African classrooms. *South African Journal of Education*, 21:242-246.

Jaramillo, D. (2009). Entre o saber cotidiano e o saber escolar: um olhar a partir da etnomatemática. Utopia ou realidade? In C. Lopes& A. Nacarato (eds.), *Educação Matemática, Leitura e Escrita*. *Armadilhas, Utopias e Realidade*.Campinas:Mercado de Letras.

Jaworski, B. (2001). Developing mathematics teaching: Teachers, teacher educators, and researchers as colearners. In F-L. Lin & T. Cooney (eds.), *Making sense of mathematics teacher education*, pp. 295-320. Dordrecht: Kluwer.

Jaworski, B. (2008). Mathematics teacher educator learning and development: An introduction. In B. Jaworski & T. Wood (eds.), *International handbook of mathematics teacher education*, 4, pp. 1-13. Rotterdam: Sense.

Jaworski, B., & Gellert, U. (2003). Educating new mathematics teachers: Integrating theory andpractice, and the role of practising teachers. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education,* pp. 829-9875. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Johns, T. (2002). Data-driven Learning: The Perpetual Challenge. In: Kettemann/ Marko 2002,107_117.

Jones, S. (1985). The analysis of depth interviews. In R. Walker (Ed.), *Applied qualitative research*, pp. 56-70. Aldershot (Hants.): Gower.

Kafoussi, S. ; Skompourdi, C.: Kalavassis, F (eds.). (2012). Mathematics Education and democracy: Learning and teaching practices. *Journal for Mathematics in Education. 4.* Rhodes Greece.

Kagan, D. (1992). Implications of research on teacher belief. *Educational Psychologist*, 27, 65-90.

Keitel, C., Kotzmann, E. y Skovsmose, O. (1993). Beyond the tunnel-vision. En C.Keitel y K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology*, pp. 243-279. Berlin: Springer-Verlag.

Keitel, C. (2000). Mathematics, knowledge and political power. Recuperado de: http://www.didaktikdermathematik.jku.at/didaktikmathe/abstracts/Abstract_Keitel.pdf.

Keitel, C. (2000b). Cultural diversity, internationalisation and globalisation: Challenges and perils for mathematics education. En A. Ahmed, J. M. Kraemer y H.

Williams (Eds.). *Cultural diversity in mathematics education*, pp. 40-61. Chichester, Reino Unido: Ellis Horwood Ltd.

Keitel, C. (2003). Mathematikunterricht und Bildungspolitik: Von der 'Mengenlehre' zu 'PISA' En A. Kremer et al. (Eds.). *Kritische erziehungswissenschaft*, pp. 276-319. Heidelberg, Alemania: Hogrefe.

Kemmis, S. & Wilkinson, M. (1998). Participatory action research and the study of practice. InB. Atweh, S. Kemmis, & P. Weeks (Eds.), Action *research in practice: Partnership for social justice in education*, pp. 21–36. New York: Routledge.

Kenschaft, P. C. (2002). *Mathematics for human survival.* Island Park, NY: Whittier Publications.

Knijnik, G. (1993). O saber popular e o saber acadêmico na luta pela terra. *Educação Matemática em Revista*, 1. Sociedade Brasileira de Educacao Matemática- SBEM,

Knijnik, G. (2004). Lessons from research with a social movement. A voice from the South. In P. Valero & R. Zevembergen (Eds.) *Researching the sociopolitical dimensions of Mathematics Education: Issues of power in theory and methodology*, pp 125-142. Kluwer Academic Publisher: Dordrecht.

Knijnik, G., Alekseev, V., Barton, B. (2006). Other conventions in Mathematics and Mathematics Education. In F. Leung, K. Graf, F. Lopez-Real (Ed.), *Mathematics Education in Different Cultural Traditions*: A Comparative Study of East Asia and the West (pp. 567-580). New York: Springer Science + Business Media Inc.

Knijnik, G. (2007a). Mathematics education and the Brazilian Landless Movement: three different mathematics in the context of the struggle for social justice.*Philosophy of Mathematics Education Journal*, 21(1), 1-18.

Knijnik, G. (2007b). Brazilian peasant mathematics, school mathematics and adult education. *Adult Learning Mathematics* – an International Research Forum, 2(1), 321 54-62.

Knijnik, G., Wanderer, F. (2008). *Adult education and ethnomathematics: an analysis of a pedagogical experience with Brazilian Landless Movement leaders*. Paper presented at TSG8/11th International Congress on Mathematics Education. Monterrey, Mexico.

Krainer, K. & Gofree, F. (1999). On research in Mathematics Teacher Education. In I.Schwank (Ed.), *Proceedings of the first Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp 293-303.

Lampert, M. (1989) Choosing and using mathematical tools in classroom discourse. En J. Brophy (Ed.) *Advances in Research on Teaching*, 1, 223-264. JAI, Press: London.

Lampert, M. (1991). Connecting mathematical teaching and learning. In E. Fennema, T. P. Carpenter, & S. J. Lamon(Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics*, pp. 121-152. New York: SUNY

Lantolf, E. (2006). Sociocultural theory and L2. State of the Art. *Studies in SecondLanguage Acquisition* 28, 67-109.

Larios, V., Font Moll, V., Giménez, J., Díaz-Barriga, A. (2011). Teaching practices research as a source to develop training programs for mathematics teachers. A: J. Giménez et al (eds) *Proceedings of 63 Conference of The Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching*. Barcelona.

Lave, J. & Wenger (1991). *Situated learning. Legitimate Peripherical Participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Leff, E. (2004). Saber Ambiental: Sustentabilidad, Racionalidad, Conplejidad, Poder. Siglo XXI Buenos Aires. (versión orginal de 1989).

Leistyna, P., Woodrum, A., & Sherblom, S. A. (Eds.). (1996). Breaking free: The transformative power of critical pedagogy. Cambridge, MA: Harvard Education Press.

Leonard, J. (2008). *Culturally specific pedagogy in the mathematics classroom: Strategies for teachers and students*. New York: Routledge.

Lerman, S., & Zevenbergen, R. (2004). The socio-political context of the mathematics classroom. Using bernstein's theoretical framework to understand classroom communications. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology,* pp. 27-42. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Lesser, L.M. & Blakem, S. (2007). Mathematical Power: Exploring Critical Pedagogy In Mathematics and Statistics Journal for Critical Education Policy Studies Vol 5. 1 Disponible en http://www.jceps.com/index.php?pageID=article&articleID=94.

Lewis, M., & Simon, R. I. (1996). A discourse not intended for her: Learning and teaching within patriarch. In P. Leistyna, A. Woodrum, & S. A. Sherblom (Eds.), *Breaking free: The transformative power of critical pedagogy*, pp. 253–271. Cambridge, MA: Harvard Education Press.

Lurduy, O. (2000). Formación de profesores de matemáticas. *Horizontes pedagógicos*, 2, Bogotá, Iberoamericana Corporación Universitaria.

Lurduy, O. (2009). El profesor investigador de su práctica. La formación del profesorado de matemáticas. *Uno, Revista de didáctica de las matemáticas*, 51.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1990.) El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. S. Llinares y V. Sánchez (Eds.). *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Alfar: Sevilla, España.

Llinares, S., Sánchez, V., García, M. y Escudero, I. (1995). *Creencias y aprender a ensenyar matemáticas*. Servicio de publicaciones de la universidad de Sevilla.

Llinares, S. (1995). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función*. Conferencia invitada en el IV Encontro de Investigaçao em Educaçao Matemática. Luso. Portugal.

Llinares, S. (2004a). Building virtual learning communities and the learning of mathematics teacher student. Regular Lecture ICME 7. Copenhague.

Llinares, S. (2004b). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, nº 36, 93- 115.

Llinares, S. (2005). Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje. Conferencia invitada en el V Congreso Iberoamericano de Educación Matemática CIBEM. Oporto, Portugal.

Llinares S. y Krainer K. (2006) Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. pp. 429 - 459. Rotherdam / Taipei: Sense Publishers

Llinares, S. (2007). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional*. Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM. Granada.

Llinares, S., Valls, J., Roig, A., (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*. 20, (3), 59-82

Llinares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y en el diseño de programas de formación. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 51, 92-101.

Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas en *Números* 78, 5-16.

Lloyd, G., Remillard, J. T., & Herbel-Eisenmann, B. (2009). Teachers' use of curriculummaterials: An emerging field. In J. T. Remillard, B. Herbel-Eisenmann & G.

Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroominstruction* (pp. 3-14). New York: Routledge.

Machado, J. P., Domite, M. C., Ferreira, R. (2004). *Etnomatemática: papel, valor e significado.* Sao Paulo: Universidade de Sao Paulo.

Madison, D. Soyini, M. (2005). Introduction to critical ethnography: Theory and method. En D. Soyini Madison (eds.). *Critical ethnography: Methods, ethics and performance* (pp.1-16). Thousand Oaks, CA: Sage.

Malloy, C. (2002). Democratic access to mathematics through democratic education: An introduction. En L. D. English (Ed.). Handbook of international research in mathematics education: Directions for the 21st century (pp. 17-26). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Martínez Padrós, O. (2003). Dominio afectivo en educación matemática. *Paradigma* 26(2), 7-34.

Martino, A.M. & Maher, C. (1999). Teacher questioning to promote justification and generalization in mathematics: what research practice has taught us. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), pp. 53-78.

Masingila, O., Davidenko, S., Prus-Wisniowska, E. (1996). Mathematics Learning and Practice in and out of School: A Framework for Connecting these Experiences. *Educational Studies in Mathematics*. 31, 175-200.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing* .London: Routledge.

Mason, J; and Johnston-Wilder, S. (2004) *Designing and Using Mathematical Tasks*, Tarquin. London.

Matsumura, L.C., Slater, S.C., & Crosson, A. (2008). Classroom climate, rigorous instruction and curriculum, and students' interactions in urban middle schools. *The Elementary School Journal*, 108(4), 294-312.

McDonald, M. (2007). *The joint enterprise of social justice teacher education*. Teachers College Record, 109, 2047–2081.

McLaughlin, T. (1992). Citizenship, diversity and education: a philosophical perspective. *Journal of Moral Education*, 21,3: 235-246.

Meaney, T. (2004). The fly on the edge of the porridge bowl. Outsider research in mnathematics education. En P. Valero y R. Zevembergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of Mathematics Education Issues on power in theory and methodology*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

Mellin–Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. Educational Studies in Mathematics, 12, 351-367.

Mellin-Olsen, S. (1987). The politics of mathematics education Boston: D. Reidel.

Menezes, L., Canavarro, A., Oliveira, H. (2012). Teacher practice in an inquiry-based mathematics classroom. In Mathematics Education and democracy: Learning and teaching practices. *Journal for Mathematics in Education.vol.4*. Rhodes Greece.357-362

Mercer, N. (2000). *Words and Minds*. London, Routledge.

MEN. (2011). Orientaciones para la institucionalización de las competencias ciudadanas. Bogotá. Colombia. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/competencias/1746/articles298827_recurso_1.pdf.

Mewborn, D. (2003). Teaching, teachers' knowledge, and their professional development. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion for NCTM Standards*, pp. 45–52. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics.

Mikhailov, F. T. (1980). *The Riddle of the Self,* Moscow, Progress Publishers.

Moore, G. (1959). *Philosophical papers*. London: Unwin.

Moore,T.W. (1974). *Introducción a la teoria de la educación.* Madrid. Alianza Ed.

Morin, E. (1999). *Les sept savoirs necessaires à l'éducation du future*. París: UNESCO/Ed. Idile Jacob National Curriculum on-line UK.

Mortimore, P. (1998). *The road to improvement: Reflections on School Effectiveness*. Lisse and Exton, Penssylvania: Swets & Zeitlinger Publishers.

Mortimer, E. & Scott, P. (2002). Atividade discursiva nas salas de aula de Ciéncias: Una ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. *Invetigaçoes em Ensino de Ciéncias*, 7 (3), 283-306

Moscovici, S. (1988). Notes towards a description of social representations. *European Journal of social psychology*, 18 issue 3, 211-250.

Moschkovich, J. N. (2009). How language and graphs support conversation in a bilingual mathematics classroom. In R. Barwell (Ed.), *Multilingualism in Mathematics Classrooms: Global Perspectives*, 78-96. Bristol, UK: Multilingual Matters Press.

Moses, R. P., & Cobb, C. E. (2001). Radical equations: Math literacy and civil rights Boston: Beacon Press.

Mukhopadhyay, S.; Powell, A. y Frankenstein, M. (2009). An Ethnomathematical Perspective on Culturally Responsive Mathematics Education. London, Routledge.

Narvaez, E. (2001) El docente ante el fracaso escolar. *Revista de Pedagogía*. 63, XXIII

NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. http://standards.nctm.org/protoFINAL/cover.html

Neave, G. (2001). *Educación Superior: Historia y política, estudios comparativos sobre la Unversidad contemporánea*. Barcelona. GEDISA.

Nisbet, S., & Warren, E. (2000). Primary school teachers' beliefs relating to mathematics, teaching and assessing mathematics and factors that influence these beliefs. *Mathematics Teacher Education and Development* 2, 34-47.

Niss, M. (1985). Applications and modelling in the mathematics curriculum -State and Trends. *International Joumal for Mathematical Education in Science and Technology*, 18, 487-505.

Niss, M. (1989). Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula. En W. Blum et al. (Ed.), *Applications and modelling in learning and teaching mathematics* (pp. 22-31). Chichester: Ellis Horwood.

Niss, M., Werner, B. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22: 37-68. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.

Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.). *International handbook of mathematics education* (pp. 11-47). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the learning of mathematics: The Danish kom project. En A. Gagatsis y S. Papastavridis (Eds.). *Third Mediterranean Conference on Mathematics Education* (pp.115-124). Athens, Grecia: Hellenic Mathematical Society.

Niss, M., Blum, W. y Huntley, I. (Eds.) (1991). Teaching of mathematical modeling and applications.Chichester: Ellis Horwood.

North, C. E. (2006). More than words? Delving into the substantive meaning(s) of "social justice" in education. *Review of Educational Research* ,76, 507–535.

Noss, R. et al. (Eds.) (1990). *Political dimensions of mathematics education: Action and critique.* London: Institute of Education, University of London

OECD (2003). The PISA 2003 Assessment Framework Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris: OCDE.

OECD (2009). PISA Take the Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments. Paris: OECD.

Oliveras, M.L. (1996) Etnomatemáticas en trabajos de artesanía andaluza: Implicación para la formación de profesores y la innovación del currículo matemático escolar. *Epsilon* 36, 447-450.

O'Shea, K. (2003). *A Glossary of terms for education for democratic citizenship. Developing a shared understanding.* Estrasburgo: Ediciones del Consejo de Europa.

Osler, A., Starkey H (2005). Education for Democratic Citizenship: A Review of Research Policy and Practice 1995-2005. Recuperado de: http://www.bera.ac.uk/pdfs/OslerStarkeyBERAReview2005.pdf.

Peñas, M. (2002). *Un estudio sobre el proceso de reflexión de estudiantes en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Trabajo de Investigación Tutelada. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Perissini, D.; Borko, H.; Romagnano, L. ; Knuth, E. & Willis, Ch. (2004). A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics : A situative perspective. *Educational Studies in Mathematics,* 56, 67-96

Perrenoud, J. P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona: Grao.

Perrenoud, P. (2005). *Escola e cidadania. O papel da escola na formaçao para a democracia*. Traduçao: Fátima Murad. Artmed. Porto Alegre.

Perrenoud, P. (2011). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Bogota : Magisterio Editorial

Perry, B., Southwell, B., & Howard, P. (2000). Issues in mathematics teacher education. In K. Owens and J. Mousley (Eds.) Research in mathematics education in Australasia 1996-1999,(pp. 271-302). Sydney, NSW: MERGA.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2001). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13, 1, 141-178.

Pino, L., Godino, J. D. y Font, V. (2010). Conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada. En R. Rodríguez y E. Aparicio. *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (206-213). Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C. (Red CIMATE): Monterrey, México.

Planas, N. (2001). Etnomatemáticas En M. A. Essomba (Ed.), *Construir la escuela intercultural: reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural* (123-133). Barcelona: Graó .

Planas, N. (2006). La práctica matemàtica en su contexto cultural. En J. M. Chamoso (Ed.), *Enfoques actuales en la Didáctica de las Matemáticas* (131-155). Madrid: MEC

Planas, N. (2011). Innovación y buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (Ed.), Matemáticas: investigación, innovación y buenas prácticas (57-160). Barcelona: Graó

Planas, N. & Civil, M. (2002). The influence of social issues on the reconstruction of mathematical norms. En H. Chick & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th PME Conference* (vol. 2, pp. 71- 80). Norwich: PME.

Planas, N. & Civil, M. (2004). Understanding interruptions in the mathematics classroom: implications for equity. *Mathematics Education Research Journal, 14* (2), 169-189.

Planas, N.; Civil, M. (2008). Voices of non-immigrant students in the multiethnic mathematics classroom. *Proceedings of the 32nd PME Conference*. Morelia, Méxic

Planas, N. & Civil, M. (2009). Working with immigrant students and mathematics teachers: an empowerment perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, DOI: 10.1007/s10857- 009-9116-1.

Planas,N. & Civil, M (2011). Discourse processes in Critical Mathematics Education. In H. Alrø O. Ravn P.Valero (eds) *Critical Mathematics Education: Past, Present, and Future* London. Sense Publishers. pp 145-160.

Planas, N. & Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para el análisis de procesos de interacción en el aula de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática*, 12 (2).

Pochulu, A., Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. En *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 14, núm. 3, pp. 361-394.

Ponte, J. P. (2001). Professional narratives in mathematics teacher education. *Proceedings of the 2001 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, pp. 61-65. Alberta: University of Alberta.

Ponte, J. P. (2002). A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. *Educação Matemática em Revista, 11A*, 3-8.

Ponte, J.P.(2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM, 39*(5-6), 419-430

Ponte, J.P. (2008a). Research and practice: Bridging the gap or challenging the focus? Reaction to J. Boaler's plenary talk. En M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi y F. Arzarello (Eds.). *The First century of the International Commission of Mathematical Instruction (1908-2008), reflecting and shaping the world of mathematics education*, pp. 106-112. Roma, Italia: Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani.

Ponte, J. P. (2008b), Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construçãodo conhecimento profissional. PNA, 2(4), 153-180.

Ponte, J.P. & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices, en A. Gutierrez y P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, Rotterdam/Taipe, Sense Publishers, pp. 461-494.

Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (1998). Investigating mathematical investigations. In P. Abrantes, J. Porfirio, & M. Baía (Eds.), *Les interactions dans la classe de mathématiques: Proceedings of the CIEAEM 49* (pp. 3-14). Setúbal, Portugal: ESE de Setúbal.

Ponte, J. P., Segurado, I., & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations? In A. Perter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer

Popkewitz, T. (2004). School subjects, the politics of knowledge, and theprojects of intellectuals in change. En P. Valero y R. Zevenbergen (Eds.). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, pp. 251-267. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers

Povey, H. y Zevenbergen, R. (2008). Mathematics education and society. En M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi y F. Arzarello (Eds.). *The 1rst century of the International Commission of Mathematical Instruction (1908-2008): Reflecting and shaping the world of mathematics education* (pp. 277-288). Roma, Italia: Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani.

Powell, A. (2002). Ethnomathematics and the challenges of racism in mathematics education. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.). Proceedings of the Third

International Mathematics Education and Society Conference (pp. 15-28). Copenhague, Roskilde y Aalborg, Dinamarca: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University y Aalborg University.

Powell, A. (2006). Socially emergent cognition: Particular outcome of student-to-student discursive interaction during mathematical problem solving. *Horizontes,* 24 (1), 33-42, 2006.

Powell, A. y Frankenstein, M. (Eds.). (1997). Ethnomathematics: Challenging eurocentrism in mathematics education. Albany, NY: Suny Press

Powell, A.B., & Brantlinger, A. (2008). A pluralistic view of critical mathematics. In J.F. Matos, P. Valero & K. Yasukawa (Eds.), Proceedings of the Fifth IMESC (pp. 424-433). Lisbon: Universidade de Lisboa.

QCA (1998). *Education for Citizenship and the Teaching of Democracy in Schools* (London, QCA)

Radford, L. & Demers, S. (2004). *Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Ottawa, Centre franco-ontarien des ressources pédagogiques.

Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.

Radford, L. (2009). L'altérité comme problème éducatif. In J. Boissonneault, R. Corbeil, & A. Hien (eds.), Actes de la 15e Journée Sciences et Savoirs (pp. 11-27). Sudbury: Université Laurentienne.

Ramos, A. B. (2006). *Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales*. [Tesis Doctoral no publicada]. Universitat de Barcelona, España.

Ramos, A.B., & Font, V. (2006). Cambio institucional, una perspectiva desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemàtica. *Paradigma, XXVII* (1), 237-264.

Ramos, A. B., & Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática Educativa, 11*(2), 233-265.

Rapley, J. (2004). Globalization and inequality: Neoliberalism's downward spiral. Boulder, CO: L. Lynne Rienner Publishers.

Reason, P. (1994). Three approaches to participative enquiry. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 324-339). Thousand Oaks, USA: Sage.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematicscurricula. *Review of Educational Research, 75* (2), 211-246.

Restivo, S. (1992). Mathematics in Society and History. Kluwer Academic Publishers.

Restivo, S. et al. (Eds.) (1993). *Math worlds: Philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. Albany: State University of New York Press

Restivo, S. (2009). Minds, Morals, and Mathematics in the Wake of the Deaths of Plato and God: Reflections on What Social Constructionism Means, Really. In A. Chronaki (Ed.), Mathematics, Technologies, Education: The Gender Perspective (pp. 37-43). Volos, Greece: University ofThessaly Press.

Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. En: Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado, 8 (1), 2004

Rico, L., Marin, A., Lupiañez, J. y Gómez, P. 2006 Planificación de las Matemáticas Escolares en Secundaria. El caso de los Números Naturales. En: PNA

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1 (2), 47-66

Rico. L. (2009). TEDS-M. Estudio internacional de la IEA sobre la formación inicial del profesorado de matemáticas. (Teacher education study in mathematics).

Rivas, M. (2012). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. [Tesis doctoral no pubicada]. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. España

Roesken, B. (2011). Hidden Dimensions in the Professional Development of Mathematics Teachers. London. Sense Publishers.

Rojas, F. J. (2010). *Participación en el aula de matemáticas indicadores discursivos para caracterizar su gestión*. Tesis doctoral inédita. Bellaterra. Universidad Autònoma de Barcelona.

Romainville, M. (2002). *L'évaluation des acquis des étudiants dans l'enseignement Universitaire.* Rapport établis à la demande du Haut Conseil de l'Évaluation de l'École. Paris : Haut Conseil de l'Évaluation de l'École.

Rubenson, K. (2001). Lifelong Learning for All: Challenges and Limitations of Public Policy. In *The Swedish Ministry of Education and Science European Conference Adult lifelong learning in a Europe of knowledge.* Eskildstuna March 23-25.2001.

Rubio, N. *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. [Tesis doctoral no publicada]. Universitat de Barcelona. Facultad de Formación del Profesorado. España

Sánchez, M.; Llinares, S.; García, M.; Escudero, I. Laz formación de profesores de Primaria desde la didàctica de las matemáticas. En NUMEROS n 43-44- 2000 (Ejemplar dedicado a: Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos), pp. 143-146

Santos, M. y Matos, J. F. (2002). Thinking about mathematical learning with Cabo Verde Ardinas. En G. de Abreu, A. J. Bishop y N. C. Presmeg (Eds.). Transitions between contexts of mathematical practices (pp. 81-122). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Savater, F. (1992*) Etica para amador*. Barcelona. Ariel.

Scott, P.; Mortimer, E & Aguiar, O. (2006). The Tension Between Authoritative and Dialogic Discourse: A Fundamental Characteristic of Meaning Making Interactions *in High School Science Lessons.* Wiley InterScience Recuperado de: <http://www.interscience.wiley.com>.

Scott, P & Mortimer, E. (2002). Discursive activity on the social plane of high school science classrooms: a tool for analyzing and planning teaching interactions. Paper presented at the 2002 AERA Annual Meeting, New Orleans.

Scott, P. (1998). La parla del mestre i la construcció de significats a les classes de ciències: un anàlisi i revisiò vigotskiana. Traducido de: *Studies in Science Education*. 32

Searle, J. (1969). *Speech acts.* Cambridge: Cambridge University Press.

Searle, J. (1971). What is speech act. En J. Searle (Ed.). T*he philosophy of language* (pp. 39-53). Oxford: Oxford University Press.

Searle, J. (1983). *Intentionality: An essay in the philosophy of mind.* Cambridge: Cambridge University Press.

Serradó, A (2012). In Mathematics Education and democracy: Learning and teaching practices. *Journal for Mathematics in Education.vol.4* Rhodes Greece.

Shaw, S. (2009) Infusing Diversity in the Sciences and Professional Disciplines. En: *Diversity & Democracy*, Volume 12, Number 3

Shepard, L. A. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational Researcher;* 29 (7), 4-14.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15 (2), 4-14.

Shulman, L. & Shulman, J. (2004) How and what teachers learn: a shifting perspective. Journal of curriculum studies. 36 (2), 257-271.

Silverman, J. & Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11(6)*, 499-511.

Simon, M. A. & Tzur, R. (1999). Explicating the Teachers' Perspective from the Researchers' Perspectives: Generating Accounts of Mathematics Teachers' Practice. *Journal forResearch in Mathematics Education, 30*(3), 252-264.

Simon, M. A., Saldanha, L., McClintock, E., Karagoz Akar, G., Watanabe, T., & Ozgur Zembat, I. (2010). A developing approach to studying students' learning through their mathematical activity. *Cognition and Instruction, 28*, 70-112.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114-145

Simon, M. (2006). Pedagogical concepts as goals for teacher education: Towards an agenda for research in teacher development. S. Alatorre, J.L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Eds.) *Proceedings of the Twenty Eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2,* (pp. 730-735). Mérida, Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.

Simon, M. (2008). The challenge of mathematics teacher education in an era of mathematics education reform. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol.4.* The mathematics teacher educator as a developing professional pp. 17-29. Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Simon, M.A. (2012). Extending the coordination of cognitive and social perspectives. *PNA*, 6, 43-49.

Simon, M. A., Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.

Skovsmose, O.(1989a). Towards a philosophy of an applied oriented mathematical education. En W. Blum et al. (Eds.). Applications and modelling in learning and teaching mathematics (pp. 110-114). Chichester: Ellis Horwood.

Skovsmose, O. (1989b). Models and reflective knowledge. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 89 (1), 3-8.

Skovsmose, O. (1990a). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modeling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 21*(5), 765-779.

Skovsmose, O. (1990b). Mathematical education and democracy. Educational Studies in Mathematics, 21,109-128.

Skovsmose, O. (1990b). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. International Joumal of Mathematical Education in Science and Technology, 21, 765-779.

Skovsmose, O. (1992). Democratic competence and reflective knowing in mathematics. For the Learning of Mathematics, 2 (2), 2-11

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education* (Vol. 15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una Empresa Docente.

Skovsmose, O. (2001) Educaçao Matemática Crítica. A queståo de democracia. Papirus Editora. Campinas, SP.

Skovsmose, O. (2005a). Foregrounds and politics of learning obstacles. *For the Learning of Mathematics,* 25, 4-10.

Skovsmose, O. (2005b). *Travelling through education. Uncertainty, mathematics, responsibility.* Rotterdam: Sense.

Skovsmose, O. (2006). Research, practice, uncertainty and responsibility. *Mathematical Behaviour,* (25), 267-284.

Skovsmose, O. (2012). Alfabetismo matemático y globalización. En P. Valero, O. Skovsmose, (eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 65-105). Bogotá: una empresa docente

Skovsmose, O. y Valero, P. (2001). Breaking political neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy. En B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education. An international perspective*. Mahwah, NJ: Erlbaum. p. 37-55.

Skovmose, O., & Valero, P. (2002). Democratic access to powerful mathematics in a democratic country. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* pp. 383-408. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc.

Skovsmose,O; Valero,P & Christiansen, O. R. (2009). *University, science and mathematics in transition*. New York. Springer.

Sol, M., Gimenez, J. (2004). Proyectos matemáticos realistas y resolución de problemas. En J. Gimenez, J. P. Ponte y L Santos (eds.). *La activiad matemàtica en el aula.* Barcelona Graó. pp 35-47.

Sol, M. (2009). *Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12-16 anys a una aula heterogènia*. [Tesis doctoral no publicada]. Universitat de Barcelona. Facultat de Formació del Professorat. España.

Sowder, J. (2007). The mathematical education and development of teachers. En: Second Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning, edited Frak K Lester, Jr

Stake, R. (1988). Case study methods on educational research: Seeking sweet water. In R. Jaegger (Ed.). *Complementary methods for research in art education* (pp. 253-273). Washington, DC: American Education Research Association

Stephan, M.; Cobb, P.; Gravemeijer, K. (2003). Coordinating social and psychological analyses: learning as participation in mathematical practices. *Journal for Research in Mathematics Education, 11*, 67-102.

Stinson, D. W.; Bidwell, C. R.; Powell, G. (2012). Critical Pedagogy and Teaching Mathematics for Social Justice. International Journal of Critical Pedagogy, 4, 1, 76-94.

Streefland, L.; V Amerom, L (1996) Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. In J. Gimenez, Lins & Gomez (eds.), *Artihmetics and Algebra education. Searching for the future*. URV Tarragona.

Tirosh, D.; Stavy, R.; Tsamir, P. (2001). Using the intuitive rules theory as a basis for educating teachers. En F. L. Lin y T. Cooney, T. (coords.) *Making sense of mathematics education* (73-85). Dordrecht: Kluwer.

Tirosh, D., & Wood, T. (Eds.). (2009). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Vol. 2). Rotterdam: Sense publishers.

Torney-Purta, J. & Vermeer, S. (2004). *Developing citizenship competencies from kindergarten through grades 12: A background paper for policymakers and educators.* Denver, CO:National Center for learnining and citizenship, Education Comission of the States.

Tzur, R. (2001). Becoming a mathematics teacher educator: Conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259-283

Tzur, R., Sullivan, P., & Zaslavsky, O. (2008). Examining teachers' use of (non-routine) mathematical tasks in classrooms from three complementary perspectives: Teacher, teacher educator, researcher. In O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 30th North American Chapter* (Vol. 1, pp. 133-137). México: PME.

Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in latin america. *Zentrlblatt für Didaktik der Mathematik, 99* (1), 20-26.

Valero, P. (2002). *Reform, democracy and matahematics education. Towards a socio-political frame for understanding change in the organization of secondary school mathematics.* [Unpublished PhD Thesis], Danish University of Education, Copenhagen.

Valero, P. (2003). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante* , 11,1, 49 – 59.

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. En P. Valero, & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (págs. 5-23). Kluwer Academic Publishers.

Valero, P. (2007). *¿De carne y hueso? La vida social y política de las competencias matemáticas*. Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia. Bogotá.

Valero, P. (2008). *Discourses of power in mathematics education research: concepts and possibilities for action. PNA*, 2(2), 43-60 .

Valero, P. (2009). Lifelong mathematics education(2): Empower, disempower, counterpower? / Nordic Research in Mathematics Education: Proceedings from NORMA08 in Copenhagen, 363-366. Sense Publishers.

Valero, P. (2009). Mathematics education as a network of social practices. Invite keynote lecture at the *6th Conference of the European Society for research in Mathematics Education (CERME6)* University Joseph Fourier, Lyon, France.

Valero, P. (2012). Posmodernismo como una actitud de critica. Hacia la investigación dominante en Educación Matemática. En Valero,P; Skovsmose,O. (Eds.) *Educación matemàtica critica. Una visión sociopolitica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, 173-192. Bogotá. Una Empresa Docente.

Valls, J.; Callejo M.; Llinares, S. (2008). Dialécticas en el diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje para estudiantes para maestro en el área de didáctica de la matemática. Publicaciones de la Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla, 38, 89-103

Vanegas, Y. M. (2008). *Dos formas de analizar un proceso de estudio matemático: El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática y la propuesta de Scott y Mortimer para el análisis de las interacciones y la producción de significado.* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad de Barcelona. España.

Vanegas, Y.M, Giménez, J. (2010). Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. En: M.L. Callejo, J.M. Goñi (coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (pp. 147-166). Barcelona: Graó.

Vanegas, Y.M., Giménez, J. (2011a). Competencias, aprendizaje y evaluación. A. J.M. Goñi (ed.) *Formación del profesorado de Secundaria en Matemáticas*. Barcelona: Graó.

Vanegas, Y. M., Giménez, J. (2011b). Tareas profesionales y escolares para desarrollar competencia matemática y ciudadanía. En: V. Font (ed.) *Competencias profesionales del docente en matemáticas.* Barcelona: Edicions UB. CD.

Vanegas, Y. M., Giménez, J. y Vilella, X. (2011) Intercultural debates and citizenship. Some teacher research consequences. *Quaderni di Ricerca in Didattica Matematica* . Palermo.

Vargas, C. (2011). *Evaluación de la competencia comunicativa en la formación del profesorado de matemática de secundaria.* [Tesis doctoral no publicada]. Universitat Autónoma de Barcelona. Facultad de Educación. España.

Venkat, H. y J. Adler (2008), "Expanding the foci of activity theory: Accessing the broader contexts and experiences of mathematics education reform", *Educational Review*, vol. 60, núm. 2, pp. 127-140.

Vilatzara, Grup (2001) Experiencias sobre proyectos e investigaciones matemáticas en secundaria. En *Numeros* vol 46, 21-34.

Vilatzara, Grup (2001b) Proyectos en la ESO: Una actividad rica. En *UNO Revista de Ddáctica de las Matemáticas* 27, 21-36.

Vilatzara, Grup (2002) La acción tutorial en los trabajos de investigación de Bachillerato. *SUMA, Revista de Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas*, 40, 7-18.

Vilatzara, Grup (2003). Un viaje matemático. *Cuadernos de pedagogía*. Barcelona. Pp.324, 71-75

Vilatzara, Grup (2005). Àlgebra a l'ESO per a tot hom: Reinventant a partir del context. Revista BIAIX. FEEMCAT, 24, 41-47.

Vilatzara, Grup (2006). ¿Es posible viajar con las matemáticas? Colección Matemáticas y Entorno.no. 1. ICE-UAB & FESPM. Badajoz.

Vilella, X. (1998). Millorar l'atenció a la diversitat multicultural desde l'àrea de matemàtiques: elaboració d'unas pautes que aprofitin la potencialitat de tots y totes", *Memoria del proyecto de investigación de la licencia de estudios*, Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.

Vilella. X. (2006). Matemáticas y culturas: Una relación pendiente de profundizar. *SUMA 52. 51-61.*

Vilella, X. (2010). Matemáticas en las aulas de Secundaria. *La Gaceta de la RSME*, 13 , 4, 747–767.

Vilella, X.; Giménez, J. (2010) *Teachers researchers and enculturated negotiation of meanings.* In S Turnau, B Czarnocha (Eds) *Professional Development of teachers-researchers. 425-438*

Vilella, X.; Planas, N.; Gorgorió, N. (1999). ¿Cómo afrontar las diversidades en la clase de matemáticas? *Actas IX JAEM-Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*, 492-497. Lugo.

Vithal, R. (2003). *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Vithal, R., & Valero, P. (2003). Researching in situations of social and political conflict. In A.J. Bishop, M.A. Clements, F.K.S. Leung, C. Keitel & J. Kilpatrick. (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 543-589). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Vithal, R. (2004). Methodological challenges for mathematics education research from a critical perspective. En P. Valero y R. Zevenbergen (Eds.). Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology (pp. 227-248). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Vithal, R., Christiansen, I. M. y Skovsmose, O. (1995). Project work in university mathematics education: A Danish experience: Aalborg University. Educational Studies in Mathematics 29 (2), 199-223.

Vithal, R., Parras, J., Zuma, Z., Desai, S., Ramdas, R., Samsukal, A. y Gcabashe, E. (1997). Student teachers doing project work in primary mathematics classrooms. En P. Kershall y M. de Villiers (Eds.). *Third National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa Proceedings 1: General & Primary*, pp. 261-276. Durban, Sudáfrica: Amesa.

Vithal, R. y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: A critique of 'ethnomathematics'? Educational Studies in Mathematics,34 (2), 131-157

Villa, A. & Poblete, M. (2007). Aprendizaje basado en competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas. Vizcaya: Ediciones Mensajero, S.A.

Voigt, J. (1996). Negotiation of mathematical meaning in classroom processes: Social interaction and learning mathematics. En L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin y B. Greer (Eds.). *Theories of mathematical learning*, pp. 21-50. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Walshaw, M. (2010). Learning to teach: Powerful practices at work during the practicum. In M. Walshaw (Ed.), *Unpacking pedagogy: New perspectives for mathematics classrooms,* pp. 109–128. Charlotte, NC: Information Age.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H.S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics,* 68 (3), 247-261.

Wedege, T. (1999). To know or not to know - mathematics, that is a question of context. *Educational Studies in Mathematics Education, 39*, 1-3, 205-227.

Wedege, T. (2000). Technology, competences and mathematics. In D. Coben, G. FitzSimons & J. O'Donoghue (Eds.), *Perspectives on adults learning mathematics: Research and practise.* (pp. 191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Wedege, T. (2003). Sociomathematics: People and mathematics in society. *Adults Learning Maths - Newsletter,* (20), 1-4.

Wedege, T. (2006). Hvorfor stave problematik med q? - hvad, hvordan og hvorfor I matematikkens didaktik. (Why spell problematic with a q? what, how and why in mathematics education research). In O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Eds.), *Kunne det tænkes? - om matematiklæring.* (pp. 312-332). Copenhagen: Malling Beck.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*. Cambridge University Press.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.

Willis, J.W. (ed.). (2009*). Constructivist Instructional Desing (C-ID). Foundations, Models and Examples.* Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

Wilson, M. R. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of function: the impact of a course integrating mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education* Vol 25, 4, pp. 346-370.

Witrock,M.C. (1989). *Hadbook of research on teaching.* New York Mac Millan.

Wood, T. (2008). *International handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers.

Yackel, E.; Cobb, P. (1996). Socio-mathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 458-477.

Zan, R., Brown, L. Evans, J. y Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics* (2006) 63, 113–121.

Zaslavsky, O., & Sullivan, P. (Eds.). (2011). *Constructing knowledge for teaching: Secondary mathematics tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*. New-York: Springer.

Zapata, M., & Blanco, L.J. (2007). Las concepciones sobre las matemáticas y su Enseñanza Aprendizaje de los Profesores en Formación. *Campo Abierto,* 26, 2, 83-108.

Zapata, M., Blanco, L., Lorenzo, J., & Contreras, L. (2008). Los estudiantes para profesores y sus concepciones sobre las matemáticas y su enseñanzaaprendizaje. *REIFOP*, 12(4), 109-122. (Enlace web:http://www.aufop.com/ - Consultada en fecha (16-05-2010).

UNIVERSITAT DE BARCELONA

FACULTAD DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LES CIENCIAS EXPERIMENTALES Y LA MATEMÁTICA

Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas

ANEXOS

Yuly Marsela Vanegas Muñoz

Directores :
Dr. Joaquin Giménez Rodríguez (UB)
Dr. Ubiratan D'Ambrosio (Univ. Campinas, Brasil)

Programa de Doctorado: Formació del Professorat: Práctica Educativa y Comunicació

Linea de Investigación: Didáctica de la Matemática

ANEXO 1

Ejemplo de narraciones surgidas de entrevistas.

Respecto de la secuencia de trabajo, ésta empieza con el concepto de "medir". La sesión es un debate en gran grupo a partir de una lluvia de ideas inicial conducida por el profesor, que va anotando las ideas en la pizarra y va dando palabras a aquellos que quieren intervenir. Esta sesión la tengo grabada en video y fue objeto de una tesina (la de un chileno llamado Pancho). Poco a poco se va configurando una definición de lo que es medir, ligando este concepto a la idea de comparar (alejándolo de la palabra calcular, que es lo que a los alumnos les confunde debido a que en seguida se les pone a hacer cálculos de perímetros y áreas de polígonos en primaria, sin pasar por las mediciones directas).

El siguiente paso es usar unidades arbitrarias tradicionales no decimales, para que usen la cabeza en el paso de unas a las otras. Las imágenes que te he enviado en otro correo tatan de esta sesión. También lo tengo grabado. Tengo incluso imágenes de los cuadernos de los alumnos en clase entonces llegamos a la sesión que ya conoces, las diferentes canas i otras medidas, que justifica el paso siguiente: el deseo europeo de llegar a una unidad de medida común para todos, y vmos a la sesión de cómo se llegó a determinar la medida del metro (historia de las matemáticas). Esta sesión se basa en una proyección de transparencias comentadas, con viñetas dibujadas, imágenes reales, muchos mapas... Al acabar esta sesión, llegamos a una coclusión clara respecto a que se consiguió el objetivo de tener una unidad común, pero todavía falta que se den cuenta de que se tomó otra decisión de enorme importancia: el sistema métrico nuevo "se colocó" encima del sistem de numeración decimal, con lo que se lograba simplificar enormemente los cambios de unidades.
Y el último paso es trabajar en el sistema métrico decimal, sus unidades y los cambios, pero en este punto cambiar unidades los alumnos lo afrontan disponiendo de diferentes estrategias, y muchos de ellos llegan a comprender el métod mecánico tradicional de hacerlo. De todos modos yo les animo a que de ningún modo realicen poperaciones, puesto que están desaprovechndo la potencia enorme de la segunda decisión, el hecho de que el sistema métrico sea decimal. Solamente hay que ver dónde ponemos la unidad de medida, allí va la coma y listos. No es un sistema mecánico (aunque se pueda mecanizar) puesto que se basa en la lógica comprendida en las sesiones anteriores. Esta es la secuencia. De todo ello los alumnos tienen algunos ejecrcicios en el dosier de matemáticas (nosotros no usamos libro de texto) y nada más. el resto debe ir apareciendo en sus libretas de matemáticas. Por este motivo, habitualmente les dejamos usar sus libretas en los examenes, sin reparos. La libreta se convierte en una herramienta más para comprender y usar las matemáticas. Le da sentido, desde mi punto de vista.

Profesor X, 3 DE OCTUBRE DE 2007

ANEXO 2

UNA TENTATIVA PARA CARACTERIZAR LOS ELEMENTOS DE formación en la CIUDADANIA

Categorías	Conocimiento Matemático/ epistemológicos	Didácticos (E/A) currriculares	Actitud y Práctica profesional
Lo crítico y el reconocimiento del valor de las matemáticas como promoción de pensamiento crítico	Interpretar y reconocer el valor de la modelización y las aplicaciones de las matemáticas Identificar el valor de los sistemas simbólicos Análisis/ síntesis de informaciones	Reconocer actividades y acciones encaminadas a desarrollar capacidad de análisis en los estudiantes Desarrollar pruebas y refutaciones	Actitud cuestionadota Superar el puro reconocer transformaciones de conocimiento
Lo critico como capacidad para usar la matemática como instrumento para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo))alumnado	Dominio de heurísticas diferentes en resolución de problemas Lectura crítica de historia de matemática	Establecer criterios de construcción y de análisis de secuencias didácticas y justificaciones de contenido.	asumiendo capacidad de equivocarse Interpretar el error del otro de forma positiva
Evolución crítica de las matemáticas en si misma	Identificar cambios en el descubrimiento Reconocer conexiones en la historia de ideas científicas	Reconocer que la confrontación en el aula ayuda a construir conocimiento	Implicación
Valoración de la educación matemática como disciplina de reflexión crítica Para hacer que las personas sean ciudadanos informados	Capacidad de lectura interpretación y construcción	Identificar normas y metanormas	Colaborar a convivir y resolver conflictos
Crítica como mantenimiento de legitimidad de la creación de conocimiento matemático	Incorporar la idea de que las matemáticas son parte integrante de la construcción tecnológica	Interpretar y devolver construcciones del alumnado, dando legitimidad al alumno	preparación para la vida política y social Incorporar a lo familiar, y en todo lo vivencial
formación de calidad de forma democrática , en cuanto a apertura a reconocimiento del otro	Reconocer el valor del conocimiento académico como etnomatemático Justificar las toma de decisiones	Identificar valores comunicativos en lo colaborativo y de discurso dialógico , y posicionamiento investigativo y abierto Conocer modelos de enfoque investigativo colaborativo Conocer modelos de diálogo, posibilidades y limitaciones	evitar abusos de autoridad, Identificar y reconocer situaciones de exclusión Identificar y democratizar los liderazgos Evitar prácticas aristocráticas

Formación orientada a la tolerancia, el respeto,	Identificar el valor de la igualdad , equilibrio y la equivalencia en matemática, así como su origen histórico	Tratar problemas y conflictos que superen discriminaciones para superar desigualdades y prejuicios	Reconocer , interpretar la práctica en términos de acción
Formación para la amistad y el reconocimiento de los pueblos y culturas	Conocer formas de resolver problemas asociados a culturas diferentes	Discutir sobre experiencias multiculturales	Reconocer elementos de identidad y diferencia cultural
Responsabilidad cultural, en cuanto alcance lo más amplio posible.	Intervención en proyectos de alcance ciudadano Interpretación de manipulaciones matemáticas en noticias	reconocimiento de las posibles relaciones de poder en las interacciones de clase	Asumir , identidad responsable Participación Intervención en comunidad de investigación y aprendizaje
Identificar educación para la justicia y la paz.	Reconocer elementos de la construcción historia y actualidad y sus alcances respecto a lo que permiten entender.	Distinguir ejemplos que ayudan como instrumentos intelectuales	Identificar elementos estéticos, y distinguirlos de lo utilitario

ANEXO 3
TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTA ESTUDIANTE A

E: Entrevistador / **A:** Estudiante A

Parte 1: EXPLORANDO EL SENTIDO QUE LE OTORGA A LA ESCUELA

	Transcripción	**Observaciones**
E	Cuál es el sentido que tiene para ti estudiar en el instituto?	
A	Para estar preparado cuando seas mayor	
E	¿En qué sentido preparado?	
A	Estar preparado para cuando tengas que ir a trabajar, estar más preparado y así puedes buscar más trabajo	El IES no es un fin. Tiene claro que su "porvenir" es el mercado de trabajo. Estudiar te hace más competitivo
E	Te gusta el instituto?	
A	Sí,… (piensa)	Es capaz de valorar la situación, y sorprender en su respuesta por lo que el tutor había dicho de él.
E	(intervengo para cortar el silencio pensando quizás que no ha comprendido la pregunta) Qué es lo que más te agrada?... Si tuvieses que contarle a otro chico que no es de aquí, qué es lo que resaltarías del instituto…?	
A	los compañeros	
E	¿El ambiente? ¿Los amigos, son personas con las que vienes estudiando hace varios años?	Ante esta respuesta, no sabemos si se refiere a "no estar sólo EN LA VIDA, y buscar a otros de su misma edad", "compartir porque no comparte fuera" Se trata de ampliar la zona de discurso, para lograr complicidad y mayor aportación en la respuesta
A	Sí, con algunos sí.	
E	¿Y, te gustan porque con ellos puedes trabajar?	
A	Porque hay buen rollo	
E	¿Buen rollo por lo social, para estudiar?	
A	Para todo	
E	Cuando organizan trabajar con tus amigos, cómo lo hacen?	
A	Habitualmente quedamos a la biblioteca, una que han hecho nueva y ahí estudiamos	Los compañeros no sólo son importantes fuera de la escuela, sino también para las tareas educativas. Aparentemente une las dos sociedades
E	¿Y de las clases que haces en el cole, cuáles son las que más te agradan y cuáles no?	
A	No sé, casi todas me agradan, pero menos inglés.	
E	No te agrada, porque no te gustan los idiomas, ¿o por alguna otra razón?	
A	Porque no lo entiendo es muy difícil.	No alude a la que la clase sea mala o tenga unas malas vibraciones En matemáticas había tenido malas notas y no alude a ello.
E	Y los años anteriores también hacías inglés? Y tenías esa misma sensación	
A	Sí, es difícil	

Parte 2. ¿QUÉ SE APRENDE EN CLASE DE MATES?

	Transcripción	Observaciones
E	Y en clase de mates, qué crees que estás haciendo?, No temas, no contenidos, qué es lo que tu crees que aprendes en clase de mates?	
A	Pues… (Silencio), sacar contenidos, para cuando vayas por la vida. O sea por si vas a comprar y esas cosas, para cuando te den el cambio no te timen.	Visión utilitarista, con énfasis en las relaciones "numéricas/ financieras" Incorporó la idea de que las matemáticas ayudan a tener pensamiento crítico para la toma de decisiones.
E	Eso es lo que crees que realmente logras aquí en la clase?	
A	Sí, eso y otras cosas… (Silencio). No sé, es que ahora no me viene a la cabeza... Resolver más problemas.	No todos los estudiantes dicen eso, porque no todos los profesores piensan eso. Parece que esté reconociendo la propuesta matemática del profesor de la matemática como resolución de problemas
E	Y, ¿te gusta lo que se hace en esta clase de mates?	
A	Sí! (enfáticamente, y con gesto de convencimiento y alegría)	

Parte 3. ¿QUÉ OTROS ASPECTOS RECONOCE COMO IMPORTANTES DE LA CLASE?

E	En general, las clases de mates que habías recibido ¿eran así o no?	
A	No	
E	¿Qué es lo diferente?	
A	Pues la manera de que se explica, y no sé cuando no lo entendemos toma más tiempo por nosotros	Reconoce elementos de la identidad del profesor. Normas emocionales e interaccionales. Discurso dialógico no autoritario (IID- CID)
E	¿Y eso hace que para ti las mates que aprendes sean más comprensibles?	
A	Que sean más fáciles	Difícil es no entender; fácil es entender
E	¿Cómo crees que tus compañeros consideran la clase de mates?	La intencionalidad es salir del diálogo individual sobre el estudiante, para que nos sitúe en su percepción de identidad grupal.
A	Bien, … que les agrada	Parece que esté asumiendo que a todo el mundo debería gustarle la clase.
E	Supongo, que habrá también algunos que no les agrada la clase de mates?	
A	Bueno algunos, pero… son estudiantes que no les gusta estudiar	Toca averiguar… No tenemos noticias de los impactos externos y del por qué siendo repetidor, hable varias veces de "estudiar".

Parte 4. ¿IMPACTA LA CLASE DE MATES EN SU VIDA?

E	Y lo que tú aprendes en clase de mates, lo usas en tu vida?	Se busca reconocerel impacto.
A	Sí	Aunque no se explicita, el sí tiene un tono valorativo.
E	En situaciones como la compra me decías antes, pero en qué otras situaciones?	
A	No sé,	

E	Qué otras cosas haces fueras del instituto?	
A	Actividades	
E	Deportivas o?...	
A	Fútbol	
E	Y ahí usas cosas que aprendes en la clase de mates?	
A	Sí, para hacer tácticas y eso	Parece que esté identificando los procesos lógicos en el uso extraescolar. Habían trabajado lo geométrico con el futbol, y nunca se aludió a lo táctico, luego su respuesta resulta ser original. (PCM – MIM)
E	Además de fútbol, haces otras cosas?	
A	Sí, hago clases particulares	
E	Porque quieres aprender más?	
A	Porque me cuestan los estudios	Sin decirlo explícitamente, muestra el apoyo familiar y la idea de que la escuela debe aprovecharse y tener buen resultado.
E	Y estas clases, consideras que te ayudan?	
A	Lo que no entiendo acá, lo pregunto allí, y ellos me ayudan.	
E	Tu mencionabas que lo importante de venir al instituto era prepararte para el futuro, y por eso también crees que es importante aprender mates o por otras razones?	
A	No, por todo, porque cada cosa sirve para algo. O sea cada asignatura sirve para alguna cosa.	La escuela ayuda a ser mejor.
E	Y qué es lo que te aporta la clase de mates que no te aporta la clase de Edu. Física?	
A	… Pues que la Edu. Física es para hacer actividades de tu cuerpo **y** mates pues es para la vida, bueno, ed. Física también… pero no sé, no es lo mismo.	(MIM)

Parte 5. ¿CUALES SON LOS EFECTOS DE LO METODOLOGICO EN EL RECONOCIMIENTO DEL DIALOGO REFLEXIVO?

E	Y con respecto a la manera como se hace la clase, que tú me decías que es diferente a como has aprendido mates en otros años, sobre eso qué te queda?, qué es lo que tu aprendes de esa manera de hacer mates?	
A	… Silencio, ¿la manera como lo hace él (Xavi)?	
E	Dices que dedica un poco más de tiempo, cuando la gente no comprende… Hay otras cosas que haces en la clase de mates que son diferentes de cómo las hacías antes?	
A	Es que no sé…	
E	Tu consideras que tú y tus compañeros participan más, por la manera como se desarrolla la clase?	

A	Sí, no se, porque él hace más, o sea que la gente lo entienda mejor y entonces pues la gente opina más, y participa más.	Alude al tipo de actividad y la forma de establecer el contrato didáctico, dar autonomía, y diálogo (no sólo individualmente sino colectivamente) (CID – LDM – DCM)
E	Y a ti te parece importante que todos opinen?	
A	Sí, (convencido) porque entonces significa que lo vas entendiendo	Asume que se participa más cuando hay comprensión. (CID – LDD)
E	El hecho de que opinen otros ayuda a que se comprenda más	
A	Sí porque los demás (Asiente con la cabeza)	
E	Y te interesa conocer la manera como tus compañeros hacen las cosas?	
A	Sí, porque su manera puede ser más fácil que la que tú opinas o la que tu sabes.	Establece relación explícita entre conocimiento e intervención. Parece que interpreta una identidad del profesor que es el significado de una participación reflexiva, en donde los aportes no tienen como objetivo la solución sino la construcción de conocimiento colectivo. (IID)
E	Y cuando tu participas en el pequeño grupo o en el gran grupo los demás también valoran los aportes que tú haces?	Pregunta al revés para confirmar lo que está comentando y profundizar el significado reconocido.
A	Sí, porque es como si se lo guardaran ellos y lo utilizan para luego, por si los suyos no lo entienden mejor o lo que tu has explicado pues los entienden más.	Hay una visión constructiva social, en la que las opiniones propias y de los "otros" se consideran y son fundamentales en la construcción de significados. No se trata de asumir una propuesta del otro invalidando la propia. (IID- DCD)
E	Y esto que hizo Xavi hoy, de revisar la evaluación, contrastar lo que hicieron en el control individual con lo que hicieron en lo grupal, cómo te parece a ti?	A partir de este monento se focaliza la entrevista en establecer relaciones actitud-pensamiento-acción desarrollada
A	Bien, porque entonces, está diciendo que en persona, o sea no te sale tan bien que si lo haces en grupo, haciéndolo en grupo… ayudándote con compañeros las cosas te pueden salir mejor. Y eso para la vida es lo principal, *porque* cuando tú trabajes, trabajas con compañeros y si te apoyas te salen mejor las cosas.	Asume el valor de la co-construcción del trabajo en grupo y de la evaluación como regulación del conocimiento. Asimismo establece relación entre el contexto social de la clase y los posibles futuros contextos en los que se imagina. (DCM - DCP)
E	Xavi, decía que había algunas personas en donde la nota se había mantenido igual, aunque habían hecho también su trabajo individual y de grupo. Por qué crees que pasa esto también?	
A	No sé porque no quieren trabajar. Supongo que no se esfuerzan, si hubiesen hablado hubiesen cambiado la respuesta y habían mejorado	Alude al cumplimiento de la norma interaccional: el trabajo en grupo mejora el trabajo individual, y por lo tanto el aprendizaje, e incluso la calificación. Interpretamos que el esfuerzo es aquí sinónimo de "hacer el ejercicio reflexivo colectivo" (CCD-DCD)
E	Y cuál crees tú que es la intención de Xavi al compartir las respuestas de compañeros. A ver, él no se detuvo a decir fulanito dijo esto, pero mostró ejemplos de lo que algunos habían hecho	
A	Para entenderlo mejor, y entre todos así, pues se entiende mejor	Parece que esté asumiendo el potencial cognitivo del trabajo regulador en grupo, que ha sido enfatizado por el profesor como una "forma de aprender", así como parece IDENTIFICAR la intencionalidad del profesor (explícita en la charla de la investigadora con él). (DCM – DCP)
E	Los compañeros en general, la dinámica que tienen aquí en la clase y la manera como se comportan, es la	

	misma que tienen en otras clases?	
A	No!	
E	Por qué?	
A	Por el profesor	
E	Por la manera como el profesor propone hacer su clase?	
A	**Como por el carácter**	Identifica el fomento de participación periférica del docente
E	Y en otras clases cómo es el comportamiento	
A	Pues "bien", pero dependiendo de que profe, es diferente	
E	Participan más o menos?	
A	No ponen atención	Aunque no se explicita el "ganarse un respeto colectivo", parece aludir a ello
E	**Por el carácter del profe**, o porque no les interesa lo que les está contando?	
A	No sé, depende, depende el día.	

Parte 6. POSICIONAMIENTO GENERAL ANTE LA CIUDADANÍA.

E	Y tú has escuchado hablar de la ciudadanía, tu crees que lo que haces en la clase de mates te ayuda a ti a formarte como ciudadano?	
A	Sí, **porque en clase coges, o sea coges la manera de (espera), de cómo habituarte tu, y el respeto que tienes con los demás, con los compañeros, la manera de expresarte con los demás y todo eso**	No alude a lo matemático como tal. Alude a tres elementos: respeto, tiempo, expresión. (CID)
E	Y eso consideras que es importante para lo ciudadano?	
A	Sí	
E	Y los temas de mates, que trabajan, crees que también te ayudan a formarte como ciudadano?	
A	Los temas?...**Sí!, porque a ver, depende de qué tema, a ver para el carácter y esto, los temas mucho; pero para prepararte para la vida sí.**	
E	En qué sentido, preparar para la vida?	
A	Con los conceptos, **pues si vas a comprar algo para que no te timen. Si sabes el precio de una cosa y lo puedes mirar tú, <u>a ver si coincide con lo que dicen ellos o no</u>**.	Alude claramente al contraste de información, y el papel de las matemáticas contribuyendo a ello. (MIM)
E	Como pensar y decidir?	
A	Si.	
E	Y eso también te serviría para la formación ciudadana?	
A	Sí	
E	Lo cual quiere decir que sí aplicas ésto en diferentes situaciones en tu vida, no? lo que pasa es que no somos tan conscientes si estamos usando lo que	

	aprendemos en algunas clases. (El estudiante dice sí con la cabeza), vale.	
E	Y esto que está pasando en clase de mates, era lo que pensabas que pasaría en este curso? Cuáles eran tus expectativas de la clase de mates para este curso?	
A	Cómo? Los temas?, lo que explica él?	
E	Bueno, todo lo que han hecho. Tú tenías unas expectativas sobre la clase?	
A	No … Bueno sí, porque yo segundo lo he repetido y lo de ahora es lo del año pasado	
E	Y es igual?	
A	Algunas cosas sí y otras no	
E	Los estudiantes se hacen expectativas sobre las clases? O no, tu qué crees?	
A	No sé, algunos sí y otros no	
E	Tu dado que estabas repitiendo, esperabas algo de la clase de mates?	
A	Silencio… mmm, No	
E	Viendo lo que has visto, trabajado lo que se ha trabajado, hace que tengas unas expectativas sobre la clase de mates para el próximo curso?	
A	No, es que los temas que vendrán no los sé. No se me pasa por la cabeza.	
E	Esperas que la clase sea de una manera de otra? En general, piensas que los estudiantes esperan lo que "les den los profes"?	
A	Sí, yo por lo menos yo no pienso en eso.	
E	Gracias por tu tiempo.	

ANEXO 4

Instrumento intermedio para el anàlisis de la trayectoria didàctica sobre contextualización

Tipos Tarea	¿Qué observo? (evidencias)	Conclusiones
Reconocimiento de conexiones	JAVIER Ubica perfectamente los ámbitos matemáticos del trabajo así como conexiones intramatemáticas y curriculares *(medida de superficie de figuras plana…s, pero también …) Es necesario que hayan trabajado…* *…se trabajan los polígonos regulares. Utilizando el centro de los polígonos, se visualiza la circunscripción de sus vértices… y se deduce la fórmula. A partir de esta descomposición introducimos la definición de área del círculo por el método de exhaustión…"* *Utilizando el papel milimetrado. Para presentar el material, se pretende que los alumnos comprendan cómo se utiliza la cuadrícula para dibujar segmentos de diferentes longitudes, expresarlos en las diferentes unidades de medida… De esta forma se pretende que los alumnos tengan una representación visual del cambio de unida y de la representación decimal de los números*	Hace descripción adecuada de los tipos de problemas y sistemas de práctica que estructuran el contenido a abordar con la secuencia de actividades. Identifica el papel de los conocimientos previos como interpretación de las relaciones entre los objetos personales e institucionales. Se explicitan los componentes del conocimiento en el desarrollo de la práctica matemática. Se muestran noción o definición de área como recubrimiento o exhaustión. Se, situaciones, conceptos, procedimientos ligados al uso de material o no, conteos, triangulación, cálculos, etc. Argumentos de contraste, deducción, basados en visualización… Se muestra el valor de la representación. Y realiza un análisis poco elaborado de la trayectoria didáctica.
Reflexión escrita inmediata sobre una práctica escolar realizada. Se explica desde la planificación hasta el análisis de lo ocurrido. Se dan pautas formales no teóricas. (Pr II)	*- JAVIER muestra intencionalidad en la consideración de la diversidad, y la complejidad del grupo de estudiantes en base al contexto. - En diferentes momentos reconoce que su grupo clase tiene diferentes ritmos y niveles de aprendizaje…* *"…estas circunstancia se ha tenido en cuenta en el momento de escoger actividades, que sin suponer un reto inalcanzable para nadie, fuesen interesantes y motivadoras para esta tipología de alumnos" (2.3.2.5)*	Se reconocen elementos del análisis didáctico que corresponden al desarrollo de la dimensión normativa (lo afectivo y cognitivo) Se dan puntos de partida diferentes en cuanto prioridad de las idoneidades

	Aquestes diferències són molt accentuades en el cas d'alguns alumnes especialment dotats per a la matèria. Aquesta *circumstància ha estat tinguda present alhora de triar activitats, que sense suposar un repte inabastable per ningú, fossin interessants i motivadors per aquesta tipología d'alumnes.* *Xavi contextualiza a priori, no considera lo interaccional.* *Isabel reconoce el valor de contextualizar a posteriori del análisis.*	
Reflexión diferida con propuesta de replanificación sobre la práctica al cabo de cierto tiempo (TFM) (no se llevó a la práctica la replanificación propuesta	*Isabel hace una propuesta más aguda en cuanto asumir criterios globalmente… y seguramente con mas éxito* *Xavi sigue desatendiendo lo interaccional y su propuesta nueva*	

ANEXO 5

Ejemplo de un diario de clase del formador en el Ciclo de Formación.

TP 1 Competencias, curriculo y ciudadanía (22/02/2011)

Comentamos el otro día las dificultades del tema del curso, su vertiente integradora, y que es importante reconocer que parten de diversos frentes: 1) No está claro el concepto de competencia. 2) En una misma actividad se promueven diversas competencias, 3) es difícil evaluar analíticamente algo que es complejo y tiene facetas diferentes… 4) Debemos saber que según que posición tenemos de lo que significa la matemática, seguro que pensamos diferente de qué privilegiamos.

- ➔ REFLEXION - Les propongo que vean lo que dice Yolanda Guevara y Carmen Burgués en casa, para que vean que se incide en aspectos comunes y diferentes, Les propongo que vean lo que cuenta Santiago Fernandez, Para que vean que la discusión sobre competencias es común y no tenemos claridad total. Pero coincidimos que la mat. En la Secundaria contribuye a : (a) entender el mundo, (b) reconocer patrones y estructuras que pueden permanecer en los razonamientos.

Diversos elementos influyen en que consigamos una competencia: pregunta o acción matemática (con un contenido, una idea y un proceso en juego), un contexto, un desarrollo o finalidad que guía (la forma de presentación, el formato de diálogo, el hilo de la conversación, el tipo de pretensión…). Todo ello conforma la" práctica".

Qué valor puede tener el contexto para evaluar? Un cierto contexto, ayuda a motivar porque es cercano, … pero ayuda a alejar si es abstracto o intramatemático… El problema es cómo lo usamos, y la conciencia que tenemos de su "valor" o influencia. Discutimos sobre el problema del coche, y por ejemplo aparecen dos visiones: quien dice que es cercano porque vivimos en el consumo, y deben entrar en ideas como "amortización", interés, gasto, salario, … costo nuevo, costo de algo usado, … Otro dice que no es cercano, y si lo sería para chicos de 28 años, porque no tienen ahorros de 9000 euros. Interesante pero les comento que lo importante es que es más cercano que si sólo fueran números. Ahí sale la idea de contexto próximo o más lejano (que en PISA serán los 3 tipos de contexto). Discutimos si tener un contexto próximo garantiza que se comprenda mejor, o se fomente mejor ciudadanía. Les cuesta reconocer que no siempre una buena tarea contextualizada no tiene por qué formar mejor en ciudadanía, y la expectativa de la competencia es dificil de valorar. Siempre vemos más cuando algo se hace.

REFLEXION DEL FORMADOR. Todo esto les debe ayudar a ver que cuando piensen una serie de actividades, están tomando decisiones sobre los contextos. Los libros delimitan los contextos…pero además los SIGNIFICADOS. (Y esto no lo hemos dicho).

Les hago reflexionar con ¿Qué pasó con el pedazo de video de ALIA que es un recurso? ¿Qué mates se ven ahí? ¿qué competencias se desarrollan o pueden desarrollarse? Si corto en momentos determinados,… pueden cambiar las preguntas y los objetivos. .. e incluso las competencias que favorezco? La respuesta acabamos viendo que es SI.

Las reflexiones que hemos hecho sobre el video son diversas. ¿Qué puedo evaluar cuando desarrollo una actividad como esa? ¿Cómo incido en valores y en competencias transversales? ¿Qué preguntas fomentan ciudadanía?¿… O VALORES? ¿o comunicación? ¿o trabajo colaborativo? ¿o competencia digital?

Con mis preguntas he conseguido que el acento se coloque más o menos dentro de la matemática o fuera de la matemática… ¿Cómo hago que se desarrolle una u otra competencia? ¿Cómo hago que se consiga que evaluar sea como aprender? ¿qué quiere decir tener criterios? Les digo que no responderemos a eso. Hemos conseguido provocar el análisis de errores, aproximaciones, métodos diferentes para…

- ➔ REFLEXION DEL FORMADOR Cuando preparen su unidad didáctica, tendrán que tomar decisiones. Estas se toman fundamentalmente en base a lo que uno "sabe o conoce", pero también en base a lo que uno tiene intención de valorar, Por ejemplo, yo quiero valorar los materiales disponibles en procesos de formación. Por eso fui a buscar ALIA, para que conozcan. Y por qué así puedo hacer preguntas como "como terminarías el programa… " , o bien ¿qué se suele hacer en las noticias para que sean impactantes? … Este tipo de preguntas no se hacen cuando el enunciado parte de un problema en papel y lápiz. Ese es el poder de "lo digital", de parar lo que conviene. Hay valores si nos fijamos en que el comentarista cambia, afina el resultado… y no se lo guarda, sino que reconoce que pueden ser más de 6000 , y que casi podríamos decir que por lo menos hay 8000… pero no nos acercamos a 20.000 que decían los organizadores.

- ➔ Yo puedo parar antes de que se empiece a dar una respuesta, o bien en el momento que quiero hacer ver dos procesos de aproximación o estimación (mediante extrapolación o iniciando en caso particular, como el conteo mediante los coches…)

ANEXO 6

Respuestas a TP2 (curso 2009-2010)

sobre el valor de las tareas para formar en ciudadanía

Indica los aspectos de la competencia matemática que consideras pueden desarrollarse en cada una de estas actividades.

A l'activitat A es treballen les següents competències matemàtiques:

- *Donar significat, seleccionar objectes i construir significats*, ja que l'alumne ha de identificar uns gràfics i dotar-los de significat.
- *Plantejar i resoldre problemes,* ja que és el propi alumne qui ha de buscar les dades del problema (kcal per persona, quantitats de lípids, hidrats i proteïnes) i seguidament resoldre'l.
- *Comunicar matemàticament,* ja que l'alumne ha de explicar els càlculs així com els seus resultats.
- *Establir recursos, treballar amb eines matemàtiques,* ja que l'alumne ha d'expressar mitjançant arguments de major i menor, i mitjanes aritmètiques la solució del problema.
- *Adquirir la subcompetència lligada al sentit numèric*
- *Pensament espaial. La mesura*
- *Pensament aleatori i estadístic. Interpretar el canvi*

A l'activitat B

- *Plantejar i resoldre problemes.*
- *Comunicar matemàticament,* només en el cas que hagin argumentat els resultats o expliquin perquè consideren que la recta per (0,0) s'ajusta als punts.
- *Adquirir la subcompetència lligada al sentit numèric,* ja que s'ha de interpretar una taula.

A l'activitat C

- *Plantejar i resoldre problemes,* ja que s'ha de resoldre un problema geomètric provant o tantejant amb el Cabri i a més requereix establir connexions entre aspectes matemàtics diversos.
- *Argumentació i raonament matemàtic.* Els alumnes han de reflexionar sobre quin és el mètode per trobar la circumferència tangent.
- *Comunicar matemàticament.* El professor els fa explicar als diferents grups quin mètode han emprat per resoldre el problema. A més el fet de treballar en grup implica la interacció i la contribució entre els companys emprant un llenguatge matemàtic.
- *Establir recursos, treballar amb eines matemàtiques,* ja que empra les TIC per resoldre el problema i permet descobrir que els càlculs no són la única manera de fer matemàtiques.

- *Pensament espaial,* ja que l'ús del Cabri permet resoldre el problema visualment.
- *La mesura,* ja que el problema plantejat els permet comprendre la necessitat de referencials i d'anar més enllà de les observacions a ull.

A l'activitat D

- *Donar significat, seleccionar objectes i construir significats,* ja que els alumnes han de saber formular situacions reals en forma d'estructura matemàtica.
- *Plantejar i resoldre problemes,* ja que permet superar la mera reproducció de problemes estàndard tot establint connexions entre aspectes matemàtics diversos.
- *Argumentació i raonament matemàtic.* Els alumnes han de justificar a la professora quin procediment matemàtic han fet servir i perquè l'han considerat convenient.
- *Comunicar matemàticament,* han de construir una gràfica per descriure un fenomen real (omplir un cilindre d'aigua).
- *La mesura*, ja que implica superar la idea de les observacions a ull i permet comprendre la necessitat de referencials (volum amb la unitat got d'aigua).
- *Interpretar el canvi,* per fer el gràfic demanat, han de saber relacionar el volum amb l'alçada del recipient i mitjançant les gràfiques dels diferents envasos estableixen relacions entre la forma i com varia la mateixa gràfica.

ANEXO 7

TP 3 (2009-2010 y 2010-2011 y 2011-2012)

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas

El episodio de estudio sucede en una clase de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de edad (enseñanza obligatoria). La clase está localizada en una escuela secundaria de una gran área de la clase trabajadora de Barcelona, España. El profesor tiene muchos años de experiencia en la enseñanza, algunos de ellos en su actual escuela.. En la clase hay 21 estudiantes de diferentes culturas, religiones y capacidades cognitivas, en cambio todos son de un nivel socioeconómico similar (bajo).

Nuestro episodio de 10 minutos sucede durante la segunda semana de clases al inicio del primer semestre del año escolar. Esta es la primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos durante la clase entera. El problema es acerca de dos conocidos distritos, uno de los cuales es cercano a la ubicación de la escuela. (ver Figura 1). El año pasado, los estudiantes habían trabajado una unidad centrada en proporcionalidad. Así, se "supuso" que los estudiantes tenían las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

Distrito 1 (N1)	*Distrito 2 (N2)*
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km^2	5 km^2

(i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
(ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos igual de espaciosamente.

El episodio se inicia cuando Alicia (A), Emilio (E) y Mateo (M), miembros de un grupo, le dicen al profesor que ellos no han hallado una solución común al problema propuesto. El episodio termina cuando el profesor cambia de explorar las ideas del grupo a intentar hacer que otros grupos participen.

ANEXO 8

TP3 En la asignatura de Competencias y Evaluación

Texto de apoyo

La interacción en el aula marca el desarrollo competencial. Analizar las interacciones es importante. Una estructura analítica de análisis puede ser el llamado modelo de Scott y Mortimer basado en cinco aspectos interrelacionados que focalizan el papel del profesor y se agrupan en términos de *focos de enseñanza*, *enfoque* y *acciones.* Un posible esquema que permite analizar y regular la planificación- realización de las clases, se observa en el cuadro que identifica seis formas de intervención.

INTERVENCIÓN DEL PROFESOR	FOCO	ACCIÓN
1. Dando forma a los significados	*Explorar las ideas de los estudiantes. *Trabajar los significados en el desarrollo de la historia científica.	Introduce un término nuevo; parafrasea una respuesta de un estudiante; muestra diferencias entre significados
2.Seleccionado significados		Considera la respuesta de un estudiante; ignora la respuesta de un estudiante
3. Marcando significados claves		Repite enunciados, pide a los estudiantes que repitan un enunciado; establece una secuencia IRE con un estudiantes para confirmar una idea; usa un tono de voz particular, para recalcar parte del enunciado
4.Organizando significados	*Hacer los significados disponibles para todos los estudiantes de la clase. *Verificar los significados que los estudiantes están atribuyendo en situaciones específicas. * Recapitular y anticipar significados	Repite las ideas de algún estudiante para toda la clase, pide a algún estudiante que repita un enunciado para sus otros compañeros; clasifica los resultados de diferentes grupos con toda la clase; pide a los estudiantes que organicen sus ideas o los datos de experimentos para exponer a la clase.
5.Chequeando la comprensión de los estudiantes		Pide a un estudiante que explique mejor su idea; solicita a los estudiantes que escriban sus explicaciones; verifica si hay consenso en la clase sobre determinados significados
6.Reviviendo el progreso de la historia científica		Sintetiza los resultados de un experimento específico,; recapitula las actividades de una clase anterior; revisa el progreso de la historia científica desarrollado hasta entonces

Figura

Las tres primeras se refieren a la forma en que el profesor actúa para desarrollar la historia científica y las tres siguientes hacen referencia a cómo el docente hace asequible el conocimiento a todos los estudiantes. En la tabla se relacionan estas seis formas, especificando el foco y las acciones del profesor que caracterizan cada una.

Una clase en donde el patrón sea: iniciación, respuesta, evaluación, es pobre, y no siempre fomentará el desarrollo competencial, por lo menos en lo comunicativo. En cambio, es más rico si se producen cadenas de interacción que se generan cuando el tercer movimiento de la interacción se realiza con la intención de promover la elaboración del punto de vista del estudiante. En ese modelo el profesor anima al estudiante con más preguntas, con el fin de promover la elaboración de su punto de vista para mantener la interacción. Este segundo modelo de es distintivo y debería ser común en las clases de matemáticas en secundaria para promover desarrollo investigativo.

Y. M. Vanegas & J. Gimenez, 2010

ANEXO 9

TP 5 (2009-2010, 2010-2011 y 2011-2012)

Tarea sobre evaluación del anàlisis de discurso en cuanto reflexión sobre la contribución a la componente de ciudadanía

Observa el siguiente episodio que ocurre en una clase de matemáticas sobre la medida que se desarrolla con 25 estudiantes de 12 y 13 años, en un Instituto de Educación Secundaria (IES) de la provincia de Barcelona.

Pedro, el profesor tiene 25 años de experiencia docente, los 13 últimos en la escuela actual. La clase hace parte de una secuencia de sesiones orientadas al estudio de la noción de medida. Con esta secuencia el profesor tiene como intencionalidad que se relacione la noción de *medir*, inicialmente con la idea de *comparar*, buscando con esto "alejar" a los estudiantes de la concepción usual que medir es *calcular*. Las primeras actividades de la secuencia se centran, en la identificación de unidades arbitrarias tradicionales no decimales asociadas al cuerpo humano (palmos, codos, brazadas, etc.) y en el cambio de unidades. Las actividades siguientes se refieren, al deseo europeo de llegar a una *unidad de medida común* para todos, y finalmente, a la sesión de cómo se llegó a determinar *la medida del metro*. En ese momento, se produce la siguiente conversación.

125 (X) Fijaros bien todos, trescientos cuarenta canas son quinientos y pico metros.
126 (X) **¿Qué es más grande la cama de Arenys o el metro?**
127 (E, E) La cana de Arenys, mirando la hoja
128 (X) No vale mirar. Hay que estar atentos.
129 (X) Si trescientos cuarenta canas de Arenys son quinientos y pico metros, ¿qué es mayor? ¿La cana de Arenys o el metro?
130 (E, E) Metro (E, E) La cana de Arenys (Opiniones divididas en el grupo)
131 (X) Habéis dicho dos cosas diferentes, unos dicen el metro, otros dicen la cana
132 (X) Por favor, por favor no tiene razón quien lo dice más veces. Sino el que lo argumenta bien
133 (X) ¿Tú cómo lo argumentas?
134 (X) Por favor escuchemos
135 (E) El metro hace un metro, ya está. La cana de Arenys hace 1,56.
136 (X) ¿Y por lo tanto?
137 (E - otro) Es mayor
138 (E) Es mayor
139 (X) ¿Qué es mayor?
140 (E) Sería como un metro y medio la cana
141 (X) Sería como un metro y medio la cana. Por lo tanto es mayor la cana,
142 (E, E) Bien…

PREGUNTAS DE REFLEXION

1. Observa el cuadro siguiente, en el que se consideran los patrones de interacción, enfoque comunicativo y propósitos de enseñanza. Utilízalo para establecer un cuadro semejante en la secuencia que te adjuntamos.

Línea	Patrón de interacción	Enfoque comunicativo	Propósito de enseñanza
125-130	Inicia la cadena de interacción	Interactivo/ Dialógico	Explorar los puntos de vista de los estudiantes
131-134	feedback I	Interactivo Dialógico	Guía a los estudiantes en el proceso de argumentación
135-142	IRFRE	Interactivo /Dialógico Interactivo- de autoridad	Guía a los estudiantes en el proceso de argumentación

Usa la explicación dada sobre los tipos de patrones en el planteamiento de Scott y Mortimer y EOS para decir si la intervención del docente ha fomentado participación en el grupo.

2. Explica lo que significa analizar la interacción en la clase, para saber cómo ha sido el trabajo de clase. ¿Por qué hablamos de regular para aprender?

3. ¿Qué cambiarías para hacer que la clase sea más dialógica y promueva más aprendizaje? ¿En qué contribuye esta forma de evaluar a considerar una ética de responsabilidad en las clases de matemáticas? ¿Qué has aprendido de este tipo de anàlisis?

4. ¿Qué podemos aprender de este tipo de actividad en cuanto evaluar la competencia ciudadana a través de las matemáticas? Busca alguna referencia teórica que te ayude.

Observa la propuesta siguiente de aspectos a considerar. Complétala, critícala, y usala en tu práctica docente.

Afirmación - apreciación	Opinión estudiante	Retroacción del docente
Extiende, inventa, descubre… Manifiesta actitud investigativa y abierta, proponiendo problemas y aportaciones subliminales.		
Desarrolla actitudes y valores de progreso matemático. Perseverancia, apreciación		
Expresa adecuadamente el trabajo y aportaciones de otros		

ANEXO 10

Transcripción asociada a TP4 (2009-2010) (2010-2011) (2011-2012)

Representación escrita del discurso de la clase	Notas del investigador
	0 *Después de que los estudiantes han trabajado en pequeños grupos alrededor de 30 minutos, el profesor abre la discusión del grupo entero con uno de los grupos. Alicia hace una primera propuesta. Ella está sentada en la misma mesa con Mateo y Emilio.*
1 *A*: Este es un problema acerca de densidades porque los datos son acerca de densidades.	1 *Emilio mueve la cabeza en señal de desacuerdo pero luego se ríe mirando a Alicia.*
2 *T*: De acuerdo. (Le dice a Alicia que ella necesita explicarse mejor) [A Alicia]. Nosotros sabemos que tú sabes bastante, pero…	2 *El profesor no evalúa como correcto o errado. Él toma una actitud inquisitiva hacia lo que dice Alicia.*
3 *A*: En N1 la densidad es menor que en N2. Eso es todo.	3 *Ella no se muestra predispuesta a que le pregunten sobre su solución.*
4 *T*: Emilio dice no.	4 *El profesor pregunta indirectamente sobre las ideas de Alicia.*
5 *E*: ¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.	5 *Emilio mira al profesor y luego al observador.*
6 *T*: [A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto tú?	6 *El profesor está abierto a examinar diferentes soluciones.*
7 *E*: Es claro que aquí [N2] hay más personas y menos espacio. Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.	7 *Emilio propone con entusiasmo un nuevo enfoque al problema. El propone considerar el contexto real.*
8 T: De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.	8 *El profesor quiere crear un conflicto a Emilio.*
9 *E*: La segunda pregunta está mal	9 *Emilio responde inmediatamente.*
10 *T*: ¿Por qué?	10 *El profesor hace una pausa y luego pregunta por sus argumentos.*
11 *E*: Yo no me mudaría solo, yo lo haría con toda mi familia.	11 *Emilio y el profesor ríen juntos.*
12 *T*: ¿A qué te refieres?	12 *El profesor deja de reír y muestra interés en lo que dice Emilio.*
13 *E*: Yo cambiaría la segunda pregunta.	13 *Alicia mueve la cabeza en señal de desacuerdo mientras sonríe a Mateo.*
14 *T*: ¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.	14 *El profesor se niega inmediatamente a cambiar la segunda pregunta.*

CF2. Material 2

15 *M*: A mí no me importa cambiar la pregunta, pero si tú la cambias, nosotros no practicaremos la matemática que el profesor quiere que nosotros practiquemos. Tú puedes hacer esto por ensayo y error, primero empieza con 50 000 personas.	15 *El profesor permite que Mateo piense en voz alta sin intervenir. Mateo hace un metareflexión sobre lo que ellos deben aprender. Él es conciente de la preocupación del profesor.*
16 *A*: ¡Eso no es matemática!	16 *Alicia no parece muy interesada en el enfoque de Mateo.*
17 *E*: ¿Por qué esto no es Matemática?	17 *Emilio parece muy interesado en obtener una respuesta.*
18 *T*: Mejor continuemos. Alicia, ¿cuál es tu opinión?	18 *El profesor cambia la dirección de la discusión y Emilio ya no pregunta más.*
19 *A*: Yo ya lo dije. Este es un problema de densidades.	19 *Alicia está muy seria. Ella escribe con letras mayúsculas la palabra densidad en su cuaderno.*
20 *T*: Tú sabes lo que estás diciendo, sino estás cansada …	20 *El profesor reta a Alicia.*
21 *A*: ¿Voy a la pizarra?	21 *Alicia acepta el reto.*
22 *T*: [El profesor mueve la cabeza]	22 *Emilio y mateo abren sus cuadernos y preparan sus lapiceros.*
23 *A*: [En la pizarra] $\frac{65\,075}{7} \rightarrow \frac{65\,072}{7} = 9\,296 h / km^2$ en N1 $\frac{190\,030}{5} = 38\,006 h / km^2$ en N2 ; 9 296<38 006	23 *Los estudiantes de otros grupos empiezan diciendo que ellos están perdidos. El profesor les dice que mantengan la calma. Alicia hace una pausa. Ella mira a la cámara y luego al observador. Pocos minutos después ella añade las unidades a los números.*
24 *T*: De acuerdo. Nosotros necesitamos comparar los dos distritos. Estos números no significan nada si nosotros no los comparamos.	24 *El profesor hace reflexionar a sus alumnos sobre los números de las densidades de los dos distritos*
25 *A*: Este número [9 296] es…	25 *Emilio interrumpe a Alicia.*
26 *E*: Nosotros colocamos algunas personas aquí y algunas personas allí.	26 *Emilio trata de completar lo que dice Alicia.*
27 *A*: ¡Déjame terminar! 9 296 es más pequeño que este número [38 006]. Esto significa que en N1 tú vives más espaciosamente.	27 *Alicia está muy segura y responde levantando la voz. Ella no espera las reacciones de sus compañeros.*
28 *T*: De acuerdo.	28 *El profesor confirma los argumentos de Alicia.*

ANEXO 11

Respuesta a TP6 (2009-2010)

Una reflexión de estudiante IB del Master 2009-2010 que no usó los criterios de idoneidad sobre una pequeña secuencia realizada

Tal como se ha indicado en la introducción, se va ha analizar una tarea realizada en clase con los alumnos. Se trata de un grupo de 25 alumnos de 3° de ESO. Al tratarse de la primera sesión de la unidad de clase, y para muchos alumnos la primera toma de contacto con las funciones matemáticas, se pensó en una tarea contextualizada que a la vez fuese idónea desde un punto de visto emocional para el alumno, para que participase y diagnostica para detectar la competencia del alumnado, en una serie de contenidos, que tenía planificado impartir de una manera más formal, en las siguientes sesiones. La ambigüedad del enunciado y el trabajo en grupo, me daba también la posibilidad de analizar otras competencias que se van a ir enumerando.

Sobre la tarea, se van a ir indicando cronológicamente los episodios que fueron ocurriendo, haciendo los comentando en cada momento, los objetivos que se perseguían con cada una de las acciones realizadas, la actividad de los alumnos y el análisis derivado.

La tarea se planteó en 2 partes:

1. En una primera parte, a cada grupo de alumnos se le entregó un enunciado con un listado de partidos y resultados de 5 jornadas de dos equipos de futbol. Se les pidió que representasen la evolución de 2 de los equipos.
2. En una segunda parte, se les entregó una posible representación de la situación y se les pidió que hicieran una interpretación de la misma.

Empezaremos con la primera parte. El título de la tarea fue 'LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL' y el enunciado fue el siguiente:

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

Comentario

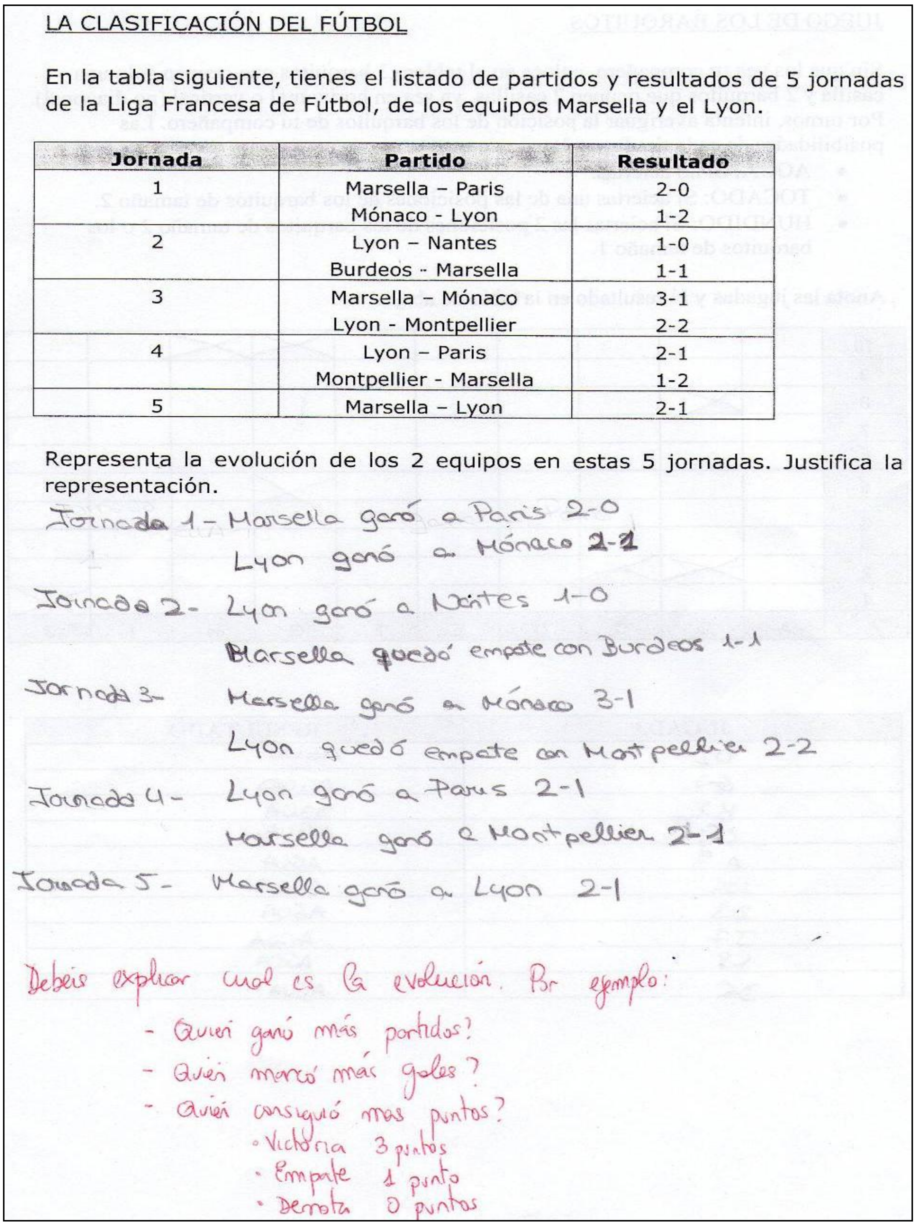
Desde un punto de vista estrictamente matemático, de la actividad se tenía que derivar que dada una situación, existen una serie de magnitudes que se relacionan entre sí, pudiendo estar unas en función de las otras. La representación de esta relación podía ser variada, siendo posible dibujar una gráfica, hacer una tabla o expresar verbalmente la situación. La intención final era saber, que magnitudes seleccionarían los alumnos y que representación harían con ellas. Las condiciones en que se presentó la tarea fueron las siguientes:

- Los alumnos conocían el contexto de la tarea, que era el estudio de funciones.
- Antes de entregar la hoja con el enunciado, se hizo una introducción indicando que la actividad admitía varias soluciones y que lo importante era expresar aquella que para ellos, explicase mejor la situación y, por tanto, con la que se sintiesen más identificados.
- La tarea se realizó en parejas y se acordó entregar un trabajo por grupo. Se hizo hincapié en que los grupos no se copiasen entre ellos. Queríamos tener respuestas originales.

Una vez entregada la hoja con el enunciado, se dejaron 15 minutos para que los alumnos explorasen y realizasen una representación de la situación. Se inició un debate entre los dos integrantes de cada grupo (intragrupal), y también entre grupos (intergrupal), para conocer la opinión de los compañeros. Los 3 docentes que estábamos en el aula, actuamos de dinamizadores de la actividad para que los alumnos se animasen a hablar, propusiesen soluciones y además para vigilar que los grupos no se copiasen entre ellos .Al ser una actividad abierta, lo primero que constatamos, es que muchos alumnos no sabían lo que se les pedía. Aun haciendo bastante insistencia en que la actividad no tenía una única solución y que cualquier idea era válida siempre y cuando la supiesen defender y argumentar, una gran parte de los alumnos no sabían por donde empezar. En primer lugar, tuvieron dificultad para entender la palabra 'representación'. Asociaron la palabra representación a dibujo, cosa que sin ser incorrecta es incompleta. Aun así, no se les intentó coartar su libertad ni guiar la exploración hacia una determinada respuesta a la situación planteada. Todo lo contrario, me dediqué a hacerles preguntas sobre lo que estaban pensando, para evaluar sus competencias argumentativas. Fue interesante observar en algunos grupos las discrepancias de opiniones y cómo uno trataba de convencer al otro. En algunos grupos, el diálogo era mínimo y tuve que acudir para motivarles, no siempre con éxito. Sin embargo, desde un punto de vista interaccional, la actividad de los alumnos supero mis expectativas. Superados los primeros instantes de desconcierto, no pararon de hacernos preguntas y considero que la mayoría de los alumnos se sintieron incluidos en la tarea. Asimismo, aunque sé que no será la situación habitual, valoro la colaboración entre los 3 profesores que estábamos en el aula, para atender las dudas y orientar a los diferentes grupos.

Seguidamente se pidió a varios grupos que explicasen oralmente lo que habían hecho y el porqué. Fueron reticentes, pero mediante preguntas guiadas del tipo 'que es lo que has comparado?' o 'que es lo que ha pasado con cada equipo?', los alumnos fueron capaces de explicarles a sus compañeros el trabajo que habían realizado. Por falta de tiempo, no se le dedicó mucho rato a este sondeo.

Se dio por finalizada la primera parte de la actividad, con la recogida del trabajo de los alumnos. Se presentan a continuación algunos de los trabajos recibidos como ejemplos de los diferentes patrones detectados. Encontramos dos grupos que se limitaron a traducir el enunciado indicando únicamente el resultado de partido en términos de quien 'gana', 'pierde' o 'hay empate'. Sirva este ejemplo para ilustrar la situación: Deduje de este tipo trabajos, que no fue una tarea que les interesase o motivase. No hicieron entrar en juego ninguna de las magnitudes que se podía esperar. Curiosamente uno de los grupos estaba formado por alumnos que suelen aprobar las matemáticas.



LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

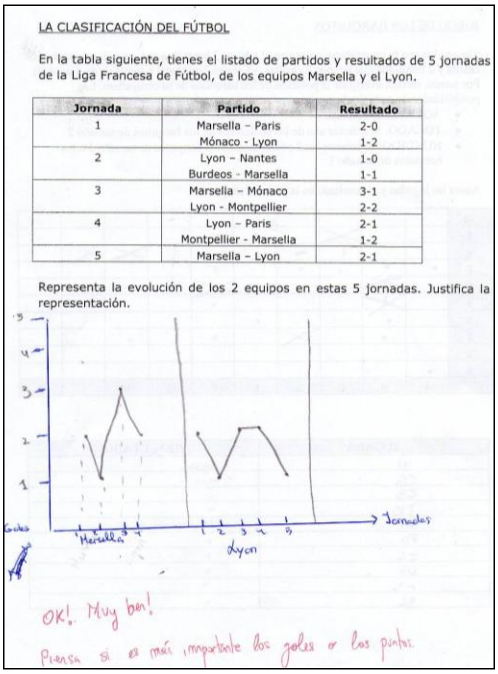
Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris	2-0
	Mónaco - Lyon	1-2
2	Lyon – Nantes	1-0
	Burdeos - Marsella	1-1
3	Marsella – Mónaco	3-1
	Lyon - Montpellier	2-2
4	Lyon – Paris	2-1
	Montpellier - Marsella	1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Represente la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

Jornada 1- Marsella ganó a Paris 2-0
Lyon ganó a Mónaco 2-1
Jornada 2- Lyon ganó a Nantes 1-0
Marsella quedó empate con Burdeos 1-1
Jornada 3- Marsella ganó a Mónaco 3-1
Lyon quedó empate con Montpellier 2-2
Jornada 4- Lyon ganó a Paris 2-1
Marsella ganó a Montpellier 2-1
Jornada 5- Marsella ganó a Lyon 2-1

Debeis explicar cual es la evolución. Por ejemplo:
- Quien ganó más partidos?
- Quien marcó más goles?
- Quien consiguió mas puntos?
  - Victoria 3 puntos
  - Empate 1 punto
  - Derrota 0 puntos

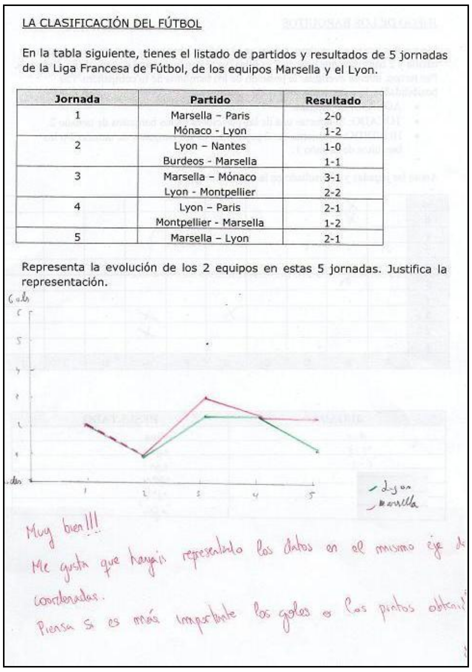
Tenemos una categoría de grupos que hicieron la relación entre las jornadas y los goles. En todos los casos hay una representación gráfica. Presentamos 3 ejemplos significativos.


LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

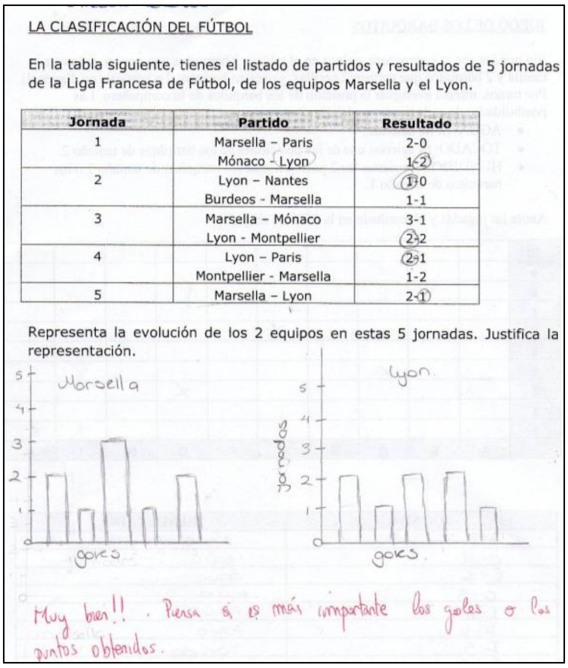

LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

Observamos que en el mismo eje hacen las 2 representaciones, pero sin compartir el eje de abcisas. Este grupo (figura de la derecha) fue más allá y representó los goles de los 2 equipos en el mismo eje de coordenadas. Este grupo le dio importancia a la comparación de las magnitudes entre los 2 equipos. Al contrario de lo comentado anteriormente, hay que destacar que en uno de los grupos que eligió este tipo de representación, había un alumno que ya me había mostrado repetidamente su desinterés por las matemáticas, y que incluso las había dejado de lado para centrarse en otras asignaturas.


LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

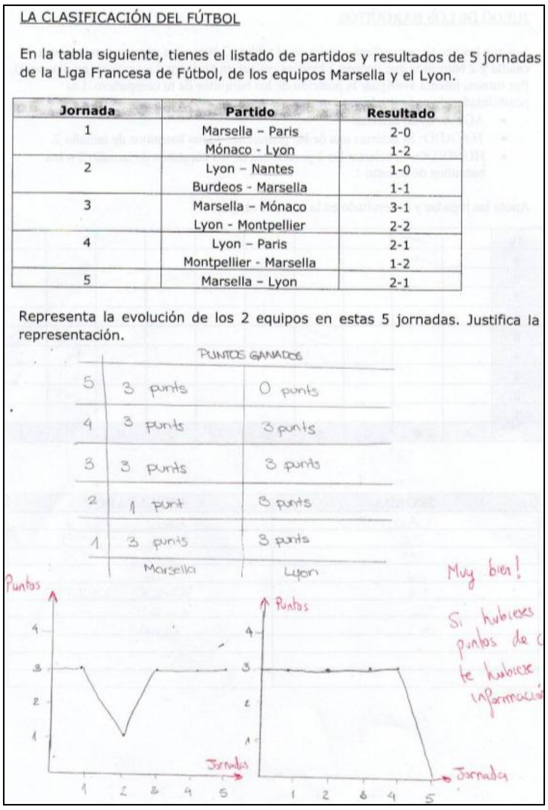
Vemos que es otro tipo de representación, también de cada jornada por separado pero, a diferencia del primer caso, en 2 ejes de coordenadas distintos. Lo destacable es que el tipo de gráfico no es lineal, sino de barras. Veo por un lado que los alumnos tienen claro la graduación de los ejes de coordenadas y que no puede haber graduaciones repetidas. Asimismo, el tipo de representación es más propio de otras asignaturas como ciencias sociales o economía, de donde los alumnos pueden haber hecho una conexión. Vemos aquí que los alumnos ponen en juego los conocimientos previos.

Vemos que es otro tipo de representación, también de cada jornada por separado pero, a diferencia del primer caso, en 2 ejes de coordenadas distintos. Lo destacable es que el tipo

de gráfico no es lineal, sino de barras. Veo por un lado que los alumnos tienen claro la graduación de los ejes de coordenadas y que no puede haber graduaciones repetidas. Asimismo, el tipo de representación es más propio de otras asignaturas como ciencias sociales o economía, de donde los alumnos pueden haber hecho una conexión. Vemos aquí que los alumnos ponen en juego los conocimientos previos.

Como comentario general a este grupo de trabajos vemos que, a diferencia del primer caso, ya podemos hablar de ‘evolución’, los alumnos han representado una evolución y esto quise destacarlo. Por otro lado, destacar que no se representa el acumulado de goles. Incluso en el caso de la representación conjunta, la comparación únicamente se puede hacer jornada a jornada. En todos los casos, en la corrección se invita al alumno a que piense si son más importantes los goles o los puntos.

Finalmente destacar 2 grupos que escogieron como magnitudes a relacionar las jornadas y los puntos. En este primer trabajo, vemos que el grupo realiza 2 tipos de representación: una tabla para indicar los puntos que ganan los equipos en cada jornada que luego representan mediante una gráfica en el eje de coordenadas. Es curioso que en la tabla, los datos estén representados al revés. Tal como se observa en la corrección (cortado), se les pregunta a los alumnos si la representación acumulada de puntos hubiese aportado más información.

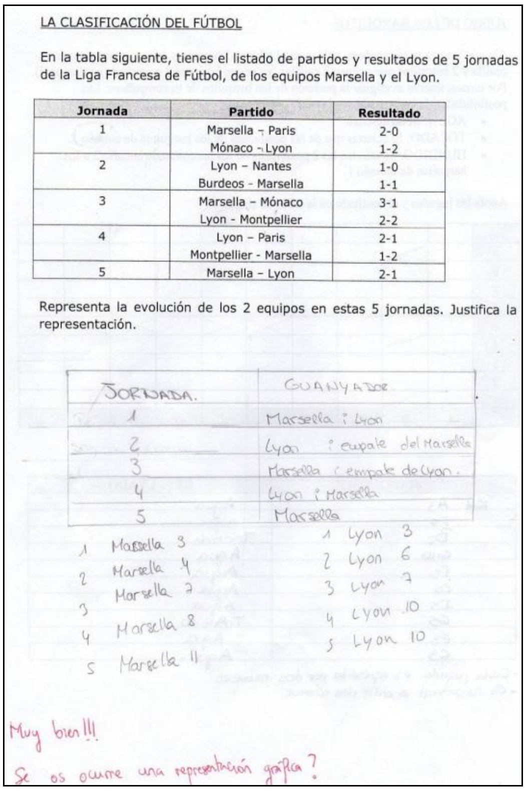


LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.



LA CLASIFICACIÓN DEL FÚTBOL

En la tabla siguiente, tienes el listado de partidos y resultados de 5 jornadas de la Liga Francesa de Fútbol, de los equipos Marsella y el Lyon.

Jornada	Partido	Resultado
1	Marsella – Paris Mónaco - Lyon	2-0 1-2
2	Lyon – Nantes Burdeos - Marsella	1-0 1-1
3	Marsella – Mónaco Lyon - Montpellier	3-1 2-2
4	Lyon – Paris Montpellier - Marsella	2-1 1-2
5	Marsella – Lyon	2-1

Representa la evolución de los 2 equipos en estas 5 jornadas. Justifica la representación.

JORNADA.	GUANYADOR
1	Marsella i Lyon
2	Lyon i empate del Marsella
3	Marsella i empate de Lyon.
4	Lyon i Marsella
5	Marsella

1 Marsella 3 — 1 Lyon 3
2 Marsella 4 — 2 Lyon 6
3 Marsella 7 — 3 Lyon 7
4 Marsella 8 — 4 Lyon 10
5 Marsella 11 — 5 Lyon 10

Muy bien!!!
Se os ocurre una representación gráfica?

En este segundo trabajo en que entran en juego los puntos, los alumnos, al igual que en el primer ejemplo que se ha mostrado, hacen una traducción del enunciado para ponerlo en términos de quien ‘gana’, ‘pierde’ o ‘hay empate’, y vuelven a traducir esta información para indicar al final de cada jornada el acumulado de puntos. Este trabajo es el que considero que aporta más información. Únicamente se invita a los alumnos a que hagan una representación gráfica.

De esta primera parte de la actividad, destacaría lo siguiente: Lo que se ha hecho con el alumno es trasladar un problema del mundo real, al mundo matemático. Simplemente el contexto de estar en la clase de matemáticas y un enunciado formal, ha bastado para que los alumnos se hayan tomado la actividad como un problema matemático. En otro contexto, por ejemplo un diario deportivo y con otra pregunta, por ejemplo, 'quien ha ganado el campeonato?', el alumno hubiese resuelto la situación de otra manera. En general, los alumnos se sienten constantemente evaluados y dirigen sus acciones en rentabilizar al máximo sus esfuerzos. Se bloquean al pensar que los están evaluando y la mayoría escriben lo que se espera de ellos, sin reflexionar y aplicar el sentido común. Asimismo, no están acostumbrados a dedicarle tiempo a la exploración. Del periodo de observación en el centro, ya había constatado que la mayoría están acostumbrados a hacer tareas del nivel de reproducción, y cuando la maestra intentaba que hiciesen conexiones, solo unos pocos tenían la capacidad de abstraerse y reflexionar. El carácter ambiguo de la tarea ha obligado al alumno a tomar decisiones. No se les dio ningún procedimiento de resolución. La tarea no estaba pautada. Los alumnos no han podido aplicar nada directamente y se han 'enfadado' y bloqueado por la ansiedad de no poder 'ir al grano' y hallar LA SOLUCIÓN. En esta tarea, no eran tan importantes las matemáticas. No hay fórmulas ni algoritmos a aplicar. Lo interesante era ver, como, con las matemáticas que los alumnos poseían, eran capaces o no de enfrentarse al problema. Este aspecto es muy importante, ya que, tal como se ha comentado anteriormente, alumnos que habían decidido desengancharse de la dinámica de clase, se sienten capaces de participar en esta actividad, e incluso, como en este caso, realizan trabajos que denotan dedicación y esfuerzo. El factor motivacional juega un importante y decisivo papel.

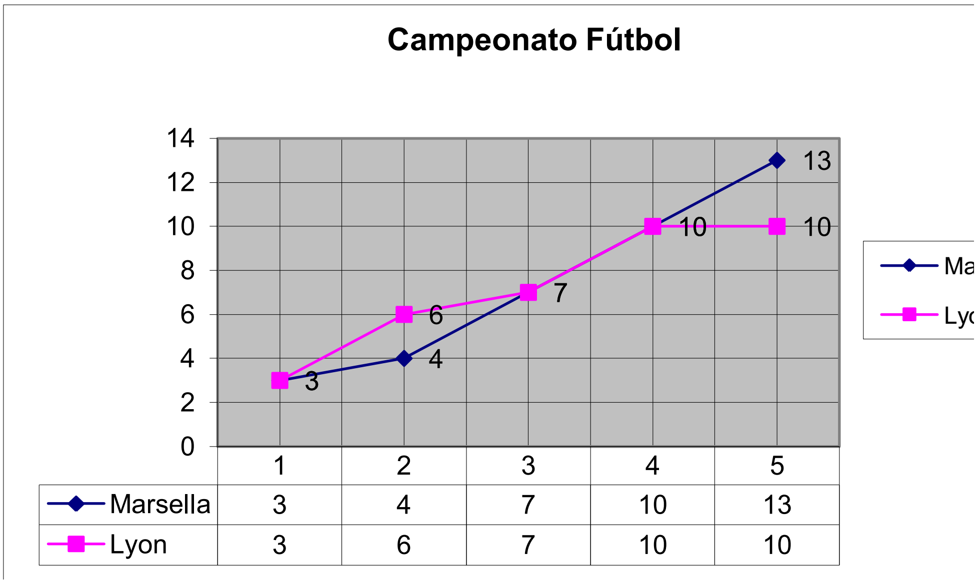
Destacar también, que aunque la actividad la tenían que entregar en grupo, muchos alumnos también la entregaron individualmente, denotando que no habían consensuado la respuesta con su compañero. Al haber cedido ante sus compañeros, querían que de alguna manera el profesor supiese que ellos habían tenido una idea diferente, una idea propia. Teniendo espacio para escribir, hubiese sido más fácil escribir varias representaciones del problema, si así lo hubiesen considerado. Vemos que aquí han entrado en juego tanto las competencias lingüísticas y argumentativas de los alumnos, como las de carácter social en términos de individualismo y solidaridad con el prójimo. Considero que el trabajo en grupo puede ayudar a desarrollarlas y a tomar conciencia de las diferencias con el otro.

Una vez que hube corregido la actividad, se la devolví a los alumnos. En primer lugar valoré y agradecí el esfuerzo realizado por los alumnos. Acto seguido, se pasó a la segunda parte de la tarea cuyo objetivo era el de extraer las conclusiones de la primera parte y hacer una reflexión global de la tarea planteada. Por falta de tiempo, se decidió que la actividad de los alumnos fuese oral. Hice un pequeño resumen sobre las respuestas obtenidas por los diferentes grupos, haciendo hincapié en las diferentes magnitudes que habían aparecido en sus trabajos, cómo las habían relacionado, y los diferentes tipos de representación que habían realizado. Seguidamente, se les entrego la siguiente hoja con una posible solución a la actividad que habían realizado:

hoja

Esta es una representación que se ha hecho del problema.

Jornada	Marsella	Lyon
1	3	3
2	4	6
3	7	7
4	10	10
5	13	10



Se pregunta ... Interpreta la representación. ¿Que es lo que se ha tenido en cuenta, para representar la evolución de los 2 equipos?

Se dejó a los alumnos explorar durante 5 minutos, y a continuación se les planteó la cuestión de que si esta representación, mostrando la evolución en términos de puntos y jornadas y representando conjuntamente la evolución de los 2 equipos, aportaba más información que otra en que se tenían en cuenta los goles. Para que tuviesen clara la cuestión, lo que quería es que pensasen en que es lo que le podía interesar a alguien, si se le presentaba la situación de la primera parte de la actividad. Si tuviesen que publicarlo en un diario, que es lo que pondrían para aportar el máximo de información. Los alumnos interrogados, coincidieron que esta representación aportaba más información.

Como cierre de esta segunda parte de la tarea, se les dijo a los alumnos que ante un problema cotidiano, aunque se plantee en la clase de matemáticas, más allá de sus conocimientos matemáticos, tienen que saber aplicar el sentido común para darle una solución.

En esta segunda parte de la actividad, se intentó hacer el camino contrario al de la primera parte. Es decir, si en la primera parte de la actividad, trasladamos una situación real al mundo de las matemáticas(matematización) y habíamos pedido una respuesta matemática a los alumnos, en esta segunda, les hemos explicado una situación con lenguaje matemático y les pedimos que hagan la lectura en el mundo real. Esto no es más que una modelización. El alumno debe ser capaz de reconocer el significado y alcance de la solución que se le plantea. En esto le ayudamos, ya que estamos extrayendo las conclusiones que le permiten ver un patrón de comportamiento ante este tipo de situaciones. Por otro lado, el alumno también pudo validar el modelo, ya que lo encontró coherente y útil para explicar mejor la realidad. Además lo hace partiendo desde el mundo matemático y, con las matemáticas que posee, sabiendo interpretar la solución que se le ofrece.

Como conclusión final de la tarea en su conjunto, me siento satisfecho del resultado de la misma. El objetivo marcado de diagnosis se cumplió. Desde un punto de vista cognitivo, pude averiguar los conocimientos previos de los alumnos en el tema de funciones, lo que me sirvió para reorientar el contenido de la unidad didáctica. Considero que fue una tarea rica en cuanto a contenido, ya que supuso un aprendizaje activo para el alumno. Se le planteó un reto y éste participó realizando un esfuerzo. Entendió que es mas importante saber para que sirve una función y reconocerla, que el saber representarla mecánicamente. Como punto de mejora, me hubiera gustado hacer un mejor aprovechamiento del tiempo. Me ocupó más tiempo del que había previsto. Me hubiese gustado hacer participar más al grupo en la exposición de sus representaciones, ya que así lo demandaron los alumnos. Sin embargo, tal como se ha dicho anteriormente, lo realizado valió la pena a raíz de las conclusiones que pude extraer para conocer a mis alumnos.

REFLEXION de mejora

Esta sección tiene como objetivo enumerar una serie de aspectos relacionados con la enseñanza, sobre los que se va a hacer una propuesta de mejora. Son aspectos que he experimentado u observado durante los periodos de prácticas, y dado que han llamado mi atención, me parece oportuno aportar una reflexión sobre ellos. Para ello, me voy a basar en la intuición y en el conocimiento adquirido durante el master. Enlazando con la experiencia expuesta en el apartado anterior, quisiera empezar hablando de la idoneidad del uso de tareas de solución abierta. Además las tareas deberían ser contextualizadas, para generar desde un inicio interés en el alumno. Tal como se ha dicho en clase, *'hoy en día está asumido que el conocimiento matemático debe estar contextualizado' (Didáctica)*. Entiendo que al interés por aprender, le debe acompañar la preocupación por aprender algo útil. Cuando los alumnos no perciben la funcionalidad intrínseca de lo que se les enseña, pierden el interés y la motivación por aprender y sienten que tienen que hacer algo sólo por obligación. Por tanto, para motivar es preciso conseguir que los alumnos perciban la finalidad y relevancia concretas de lo que tratan de aprender. En la medida de lo posible, considero que se deberían realizar, como mínimo, al principio de cada unidad. El motivo es claro, y lo que se busca es conocer el nivel de aprendizajes de los alumnos. Es de gran interés saber si los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio de la unidad. Si estos conocimientos previos van a favorecer o perjudicar al docente en la transmisión de los contenidos. Esto se ha visto en el master, y lo hemos nombrado anteriormente en el texto como tareas de diagnosis. Al ser problemas de solución abierta se ajustan a la diversidad del alumnado. La actividad de los alumnos será variada, ya que cada uno pondrá en juego los recursos propios de los que disponen. Es muy probable que si los alumnos empiezan a asociar las matemáticas no únicamente con números, sino que también con este tipo de tareas cercanas a su vida cotidiana, pueda mejorar su actitud y confianza hacia las matemáticas y estar más receptivos a nuevos conocimientos. Está claro que el diseño de estas tareas no es trivial, y consideraremos que son idóneas, si permiten ajustarse a los diferentes niveles de conocimiento de los alumnos. Porque pienso que este es un punto importante en este tipo de tareas. El aspecto epistémico, la buena enseñanza de las matemáticas. El docente, a través de las actividades realizadas por los alumnos, debe ser capaz de trabajar en la zona de desarrollo próximo de los alumnos, y con ello ajustar las ayudas a la diversidad del alumnado. Asimismo podrá saber si los contenidos que pretende enseñar son alcanzables y si se pueden ampliar. Esto le va a posibilitar determinar las tareas de ampliación y refuerzo que son necesarias para asegurar que los alumnos han asimilado los contenidos. Por otro lado, considero también de gran valor, que la actividad de los alumnos se realice en grupo, ya que ello permite trabajar competencias lingüísticas y argumentativas. Finalmente, desde un punto de vista ecológico, sería interesante si se derivasen conclusiones que al alumno le fuesen útiles para su vida cotidiana. O sea, más allá de las matemáticas 'crear personas'. Como resumen, podríamos decir que las tareas abiertas, deben crear situaciones de aprendizaje ricas, que tienen que permitir al alumno pensar por encima de la obtención de un resultado, y al docente un acercamiento a sus alumnos para detectar sus dificultades y actuar en consecuencia.

Otro tema que he observado que tiene mucho impacto sobre el aprendizaje es el de la evaluación. Propongo una evaluación motivadora y que vaya muy ligada con el aprendizaje. Considero que actualmente, a muchos alumnos lo que les mueve realmente a estudiar son las notas. Aprobar o conseguir una determinada nota da seguridad. Y esta seguridad pasa por encima de disfrutar con el aprendizaje. Nadie quiere volver a dedicar tiempo a la materia suspendida. Sin embargo, no debería ser incompatible estar preocupado por aprender y estar preocupado por aprobar. Cabe pensar que la preocupación por las notas y las ganas de aprender no serían incompatible si éstas reflejasen claramente la adquisición o no adquisición de una serie de competencias. Sin embargo, tal como he podido constatar, para aprobar puede no ser necesario haber adquirido unos conocimientos. Esto quiere decir, que desde un punto de vista de idoneidad cognitiva, muchas veces la evaluación no es adecuada. Lo que los profesores piden en las evaluaciones, dista mucho de reflejar lo que los alumnos deberían conocer. Se nos pueden ocurrir múltiples ejemplos en matemáticas, donde se evalúa la capacidad para resolver ejercicios, muchos de los cuales no parecen tener una aplicación práctica. Esta situación induce a muchos alumnos a estudiar de formas que no facilitan la elaboración, apropiación e integración de los conocimientos. Lo que aprenden se les olvida rápidamente o queda como un saber difícilmente aplicable. Para conseguir que la preocupación por la nota no impida que estudien interesados por comprender y por desarrollar competencias, se debe hacer una evaluación continuada. Se deben evaluar los trabajos y preguntas a los alumnos en clase. Esto permite que el profesor detecte las dificultades de los alumnos y ajuste los contenidos y tareas. Es decir, los resultados parciales deben ayudar al alumno a progresar. Por otro lado, los alumnos sentirán que se valora su trabajo diario, y que la evaluación no se limita a ciertos periodos y tipos de pruebas. Debe haber un contrato didáctico/acuerdo entre profesor y alumnos que recoja los términos de este proceso.

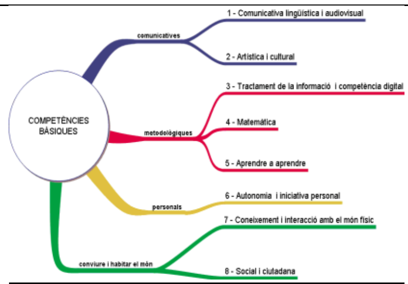
Como es lógico, el resultado de toda evaluación es un aprobado o un suspenso. No podemos escapar de esto. Si un alumno no sabe, no le vamos a aprobar. Sin embargo el aspecto emocional es fundamental. La atribución de logro y fracaso del alumno, es un aspecto que hay que cuidar mucho. Es preciso que los profesores busquen minimizar la experiencia de fracaso que la evaluación conlleva. El alumno debe considerar 'justificado' el suspenso. Por ello es preciso revisar la relevancia y el grado de dificultad del conjunto de las tareas de evaluación. El nivel de complejidad se debe corresponder al tiempo y tipo de trabajo realizado en clase sobre el tema. El alumno debe percibir que la posibilidad de conseguir un resultado u otro está bajo su control. Los profesores deben utilizar criterios de calificación lo más objetivos posible y deben informar a los alumnos sobre estos criterios. En definitiva, para que la evaluación constituya un elemento del proceso de enseñanza que muestre que lo que se busca con ella, es que los alumnos aprendan, es preciso, cuando se evalúa a los alumnos, darles información no sólo de si lo han hecho bien o mal y la calificación que les corresponde sino, sobre todo, de lo que han hecho mal, de por qué está mal y cómo corregirlo. O sea, que permita conocer las dificultades de los alumnos. Este es un aspecto que no observé en el centro educativo donde hice las prácticas, y me pareció negativo. Pienso que este tipo de interacción mejora la relación entre docentes y alumnos. Por parte de los alumnos, tanto si la tarea se realiza individualmente como en grupo, es importante que los alumnos indiquen cual es la resolución que han llevado a cabo. Desde un punto de visto emocional, puede ser positivo que los alumnos sepan que se les va a valorar la comunicación que realizan en sus actividades y no únicamente si el resultado final es correcto o no. Es lo que podríamos denominar 'hablar para aprender'. Si el alumno no escribe, el aprendizaje no tiene interés. Si solo ponen el resultado y es correcto, puede ser un mero maquillaje, bien evaluado, bajo el cual no hay adquisición de conocimientos. Todo esto también debería ser parte del 'contrato didáctico' entre profesor y alumnos.

Como conclusión, redundar en que la evaluación debe ser estimulante para el alumno, y éste lo debe percibir como una ocasión para aprender, y nunca como un juicio del que puede salir bien o mal parado.

ANEXO 12

DIAPOSITIVAS De LA TP1 (2011-2012)

Aportació de l'àrea de matemàtiques a l'adquisició de competències bàsiques



"Certs contextos reals permeten identificar continguts matemàtics

Constatem-ho amb exemples, de tres tipus de context : (a) proper observable ; (b) existent representat; (c) Representacional llunyà

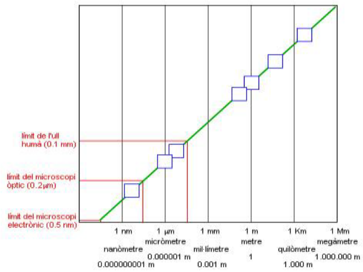
Exemple 1: Observem la Seu de Mallorca

És més proper a treballar la geometria dels raigs de sol el 21 de juny que els nombres.

És una espiral o una helix?

Aquesta obra arquitectònica sovint es descriu com un edifici de disseny en espiral, però aquesta és una afirmació matemàticament incorrecta:

espiral i hèlix són dos



Exemple 3.

Mostrem el diagrama, i preguntem què pot significar?

Associeu possibles contextos a idees/pràctiques i a continguts.

- Arquitectura - Gaudi - Geometria de les quàdriques o catenàries.

- Comparació de renda per càpita… forma de campana de Gauss de la població… Idea de funció. Elements de distribució estadistica.

És difícil avaluar la intervenció de les matemàtiques sobre les Competències bàsiques,

Però tenim indicadors d'algunes actituds o formes de desenvolupar-les amb activitats adients.

És important que ho tinguem en compte, perquè Abstenir-se és no desenvolupar-les. I es fa impossible avaluar-les

Què implica la
Competència social i ciutadana

Específiques relacionades amb la visió del món

- **Respecte i assumpció de la diversitat cultural com una riquesa personal i col·lectiva.**
- **Contextualització dels problemes socials i la seva resolució a través d'un pensament racional i creatiu.**
- **Valoració i exercici del diàleg, la cooperació i el treball col·laboratiu com a mitjans per a la construcció de la societat.**
- **Participació ciutadana com a mitjà per a l'acció en la vida política i social de les comunitats de pertinença (família, escola, barri...**

Convivència pacifica

Aquesta competència fa possible comprendre la realitat social en què es viu, cooperar, conviure i exercir la ciutadania democràtica en una societat plural, així com comprometre's a contribuir en la seva millora. Sí bé aquesta competència manté vincles més estrets amb les matèries de ciències socials i d'educació per a la ciutadania, mobilitza recursos d'altres matèries del currículum.

Responsabilització

La competència social i ciutadana integra coneixements, habilitats i actituds que permeten participar, prendre decisions, triar com comportar-se en determinades situacions i responsabilitzar-se de les eleccions i decisions adoptades. Pren com a referència un model de persona que pugui ser un element actiu en la construcció d'una societat democràtica, solidària i tolerant, i compromès a contribuir en la seva millora.

Globalment suposa

utilitzar el coneixement sobre l'evolució i organització de les societats i sobre els trets i valors del sistema democràtic, (SABER)

així com utilitzar el judici moral per a triar i prendre decisions, (DECIDIR)

i exercir activament i responsablement els drets i deures de la ciutadania. (ACTUAR)

Entre les habilitats que tenen relació amb aquesta competència destaquen:

conèixer-se i valorar-se; saber comunicar-se en distints contextos; expressar les pròpies idees i escoltar les alienes; ser capaç de posar-se en lloc d'altri; prendre decisions en els distints nivells de la vida comunitària; **valorar les diferències** i reconèixer la igualtat de drets entre els diferents col·lectius, en particular, entre homes i dones; practicar el diàleg i la negociació per arribar a **acords** com a forma **de resoldre els conflictes**, tant en l'àmbit individual com en el social.

Actuació ètica i de valors

La dimensió ètica de la competència social i ciutadana suposa ser conscient dels valors de l'entorn, avaluar-los i reconstruir-los afectivament i racional per crear progressivament un sistema de valors propi i comportar-se en coherència amb ells en afrontar una decisió o un conflicte. Això suposa entendre que no tota posició personal és ètica, si no està basada en el respecte a principis o valors universals com els que conté la Declaració dels Drets Humans.

Comprendre, decidir responsable

La vessant social d'aquesta competència suposa utilitzar el coneixement sobre l'evolució i organització de les societats i sobre els trets i valors del sistema democràtic, així com

utilitzar el judici moral per elegir i prendre decisions i exercir activament i responsable els drets i deures de la ciutadania.

Pluralitat , Anàlisi crítica Afavoreix també la comprensió de la realitat històrica i social del món, la seva evolució, els seus assoliments i problemes. La comprensió crítica de la realitat exigeix experiència, coneixements i consciència de l'existència de distintes perspectives en analitzar aquesta ealitat.	**Anàlisi i raonament acurat** Comporta recórrer a l'anàlisi multicausal i sistèmic per jutjar els fets i problemes socials i històrics, i per reflexionar sobre ells de manera global i crítica, així com realitzar raonaments crítics i lògicament vàlids sobre situacions reals i dialogar per millorar col·lectivament la comprensió de la realitat.
Identitat i globalització Significa alhora entendre els trets de les societats actuals, la seva creixent pluralitat i el seu caràcter evolutiu, a més de demostrar interès i comprensió de l'aportació que les diferents cultures han fet a l'evolució i progrés de la humanitat, i disposar d'un sentiment comú de pertinença a la societat on es viu.	**Formen part d'aquesta competència** habilitats socials que permeten saber que els conflictes de valors i interessos intervenen en la convivència, resoldre'ls amb actitud constructiva i prendre decisions amb autonomia emprant, tant els coneixements sobre la societat com una escala de valors construïda per mitjà de la reflexió crítica i el diàleg en el marc dels patrons culturals bàsics de cada regió, país o comunitat.
La vessant de ciutadania d'aquesta competència implica *l'exercici de la **ciutadania activa i integradora*** que exigeix el coneixement i comprensió dels valors en què s'assenten els estats i societats democràtics, dels seus fonaments, maneres d'organització i funcionament.	**Permet reflexionar críticament** sobre els conceptes de democràcia, llibertat, solidaritat, corresponsabilitat, participació i ciutadania, amb particular atenció als drets i deures reconeguts en les declaracions internacionals, en la Constitució espanyola i en l'Estatut d'autonomia de Catalunya, així com la seva aplicació per part de diverses institucions,
L'exercici de la ciutadania implica disposar d'habilitats per participar activament i plena en la vida cívica, significa construir, acceptar i practicar normes de convivència d'acord amb els valors democràtics, exercir els drets, llibertats, responsabilitats i deures cívics, i defensar també els drets d'altri.	**En síntesi suposa ...** comprendre la realitat social en què es viu, afrontar la convivència i els conflictes emprant el judici ètic basat en els valors i pràctiques democràtiques, i exercir la ciutadania, actuant amb criteri propi, contribuint a la construcció de la pau i la democràcia, i mantenint una actitud constructiva, solidària i responsable davant el compliment dels drets i obligacions cívics.

ANEXO 13

Powerpoint TP 2 (2011-2012)

Fomentar la ciutadanía des de la perspectiva del curriculum.

Aspectes a tenir en compte.

Decret 143/2007 DOGC núm. 4915

Curs Competències i avaluació 2012

Què implica la Competència social i ciutadana

Especifiques relacionades amb la visió del món

- **Respecte i assumpció de la diversitat cultural com una riquesa personal i col·lectiva.**
- **Contextualització dels problemes socials i la seva resolució a través d'un pensament racional i creatiu.**
- **Valoració i exercici del diàleg, la cooperació i el treball col·laboratiu com a mitjans per a la construcció de la societat.**
- **Participació ciutadana com a mitjà per a l'acció en la vida política i social de les comunitats de pertinença (família, escola, barri...**

Convivència pacifica

Aquesta competència fa possible comprendre la realitat social en què es viu, cooperar, conviure i exercir la ciutadania democràtica en una societat plural, així com comprometre's a contribuir en la seva millora. Sí bé aquesta competència manté vincles més estrets amb les matèries de ciències socials i d'educació per a la ciutadania, mobilitza recursos d'altres matèries del currículum.

Responsabilització

La competència social i ciutadana integra coneixements, habilitats i actituds que permeten participar, prendre decisions, triar com comportar-se en determinades situacions i responsabilitzar-se de les eleccions i decisions adoptades. Pren com a referència un model de persona que pugui ser un element actiu en la construcció d'una societat democràtica, solidària i tolerant, i compromès a contribuir en la seva millora.

Globalment suposa

utilitzar el coneixement sobre l'evolució i organització de les societats i sobre els trets i valors del sistema democràtic, (SABER)

així com utilitzar el judici moral per a triar i prendre decisions, (DECIDIR)

i exercir activament i responsablement els drets i deures de la ciutadania. (ACTUAR)

Entre les habilitats que tenen relació amb aquesta competència destaquen:

conèixer-se i valorar-se; saber comunicar-se en distints contextos; expressar les pròpies idees i escoltar les alienes; ser capaç de posar-se en lloc d'altri; prendre decisions en els distints nivells de la vida comunitària; **valorar les diferències** i reconèixer la igualtat de drets entre els diferents col·lectius, en particular, entre homes i dones; practicar el diàleg i la negociació per arribar a **acords** com a forma **de resoldre els conflicte**s, tant en l'àmbit individual com en el social.

La dimensió ètica de la competència social i ciutadana suposa ser conscient dels valors de l'entorn, avaluar-los i reconstruir-los afectivament i racional per crear progressivament un sistema de valors propi i comportar-se en coherència amb ells en afrontar una decisió o un conflicte. Això suposa entendre que no tota posició personal és ètica, si no està basada en el respecte a principis o valors universals com els que conté la Declaració dels Drets Humans.

Comprendre, decidir responsable

La vessant social d'aquesta competència suposa utilitzar el coneixement sobre l'evolució i organització de les societats i sobre els trets i valors del sistema democràtic, així com

utilitzar el judici moral per elegir i prendre decisions i exercir activament i responsable els drets i deures de la ciutadania.

Pluralitat , Anàlisi crítica Afavoreix també la comprensió de la realitat històrica i social del món, la seva evolució, els seus assoliments i problemes. La comprensió crítica de la realitat exigeix experiència, coneixements i consciència de l'existència de distintes perspectives en analitzar aquesta realitat.	**Anàlisi i raonament acurat** Comporta recórrer a l'anàlisi multicausal i sistèmic per jutjar els fets i problemes socials i històrics, i per reflexionar sobre ells de manera global i crítica, així com realitzar raonaments crítics i lògicament vàlids sobre situacions reals i dialogar per millorar col·lectivament la comprensió de la realitat.
Identitat i globalització Significa alhora entendre els trets de les societats actuals, la seva creixent pluralitat i el seu caràcter evolutiu, a més de demostrar interès i comprensió de l'aportació que les diferents cultures han fet a l'evolució i progrés de la humanitat, i disposar d'un sentiment comú de pertinença a la societat on es viu. En definitiva, mostrar un sentiment de ciutadania global compatible amb la identitat local.	**També formen part d'aquesta competència habilitats ...** socials que permeten saber que els conflictes de valors i interessos intervenen en la convivència, resoldre'ls amb actitud constructiva i prendre decisions amb autonomia emprant, tant els coneixements sobre la societat com una escala de valors construïda per mitjà de la reflexió crítica i el diàleg en el marc dels patrons culturals bàsics de cada regió, país o comunitat.
La vessant de ciutadania d'aquesta competència implica ***l'exercici de la ciutadania activa i integradora*** que exigeix el coneixement i comprensió dels valors en què s'assenten els estats i societats democràtics, dels seus fonaments, maneres d'organització i funcionament.	**Permet reflexionar críticament** sobre els conceptes de democràcia, llibertat, solidaritat, corresponsabilitat, participació i ciutadania, amb particular atenció als drets i deures reconeguts en les declaracions internacionals, en la Constitució espanyola i en l'Estatut d'autonomia de Catalunya, així com la seva aplicació per part de diverses institucions, **i mostrar un comportament coherent** amb els valors democràtics, que a la vegada comporta disposar d'habilitats com la presa de consciència dels propis pensaments, valors, sentiments i accions, i llur control i autoregulació.
L'exercici de la ciutadania implica disposar d'habilitats per participar activament i plena en la vida cívica, significa construir, acceptar i practicar normes de convivència d'acord amb els valors democràtics, exercir els drets, llibertats, responsabilitats i deures cívics, i defensar també els drets d'altri.	**L'exercici de la ciutadania (2)** implica disposar d'habilitats per participar activament i plena en la vida cívica, significa construir, acceptar i practicar normes de convivència d'acord amb els valors democràtics, exercir els drets, llibertats, responsabilitats i deures cívics, i defensar també els drets d'altri.

ANEXO 14

TP2 (2011-2012) RESPUESTAS AL CUESTIONARIO

Ordena las actividades, ubicando en primer lugar la que consideras mejor potencia la competencia ciudadana y en último lugar la que menos, justificando tu decisión.

Les activitats que fomenten la competència ciutadana, ordenades de major a menor són:

- Activitat A: tot i que no especifica si l'activitat es realitza o no en grup, l'enunciat del problema ens permet conèixer una realitat(informació sobre la ingesta de nutrients a Canàries i a Espanya) i valorar si tenim una dieta sana i equilibrada.
- Activitat C: tot i que el problema no treballa cap competència ciutadana directament, es fa treball en grup. Addicionalment, el fet que l'enunciat estigui mal redactat (diu que P no pertany a t i després demana la circumferència que és tangent a t en P) és un problema més obert que requereix un major diàleg.
- Activitat D: tot i que el problema tampoc està contextualitzat en una realitat social, es realitza en grup, cosa que implica acceptar les normes socials habituals en el treball en grup així com la interacció i la contribució entre els companys.
- Activitat B: ni l'enunciat del problema representa cap tipus de realitat social ni es proposa que l'activitat es faci en grup. Per tant, aquesta seria la pitjor valorada.

3. ***¿En qué sentido consideras que cada una de estas actividades podría formar a los estudiantes como ciudadanos?***

L'activitat A educa als alumnes en la salut i el benestar, fent-los buscar quins valors determinen una dieta equilibrada i fent-los ser conscients de que, en general, consumim massa greixos. Permet, per tant, interpretar, comprendre i reconèixer informacions de dades socials.

L'activitat B podria aportar competència ciutadana si com a mínim es realitzes en grup, a que permetria la interacció, diferents punts de vista, etc. Però l'activitat en sí considero que no fomenta cap aportació ciutadana. l'activitat C, al no ser un problema contextualitzat no comporta l'adquisició de la competència ciutadana en sí. Tanmateix, al ser una activitat realitzada en grup comporta una pràctica de dita competència.

L'activitat D, anàlogament que l'activitat anterior, no comporta l'assoliment de la competència matemàtica en sí mateix, tot i que podria concloure's que gastem més aigua en funció del tamany del recipient que emprem, ja sigui per cuinar, banyar-se, etc.

4. ***Pensando de forma global, ¿qué tipos de actividades fomentan más una formación ciudadana?***

Aquelles activitats que estiguin vinculades a realitats socials fomenten una formació ciutadana i no aquelles amb dades teòriques i no contextualitzades.

5. ***¿Por qué consideras que la formación matemática en la escuela puede ayudar a la formación ciudadana?***

   Els problemes matemàtics contextualitzats i a partir dades o fenòmens socials, permeten analitzar, interpretar, comprendre i criticar les realitats socials així com incentivar la participació de l'alumnat en els moviments socials.

6. ***¿Qué ayuda más a formar en la ciudadanía, una buena tarea, o una buena manera de hacer la clase? Justifica tu respuesta.***

   Ambas ayudan, una buena tarea les permite obtener y aprender información necesaria para ser ciudadanos y vivir en sociedad y la manera de hacer la clase les permite poner estos valores en práctica. Luego, considero que quizás repercute más la forma en la que se da la clase, pues mientras que realizan la actividad es cuando el alumno se implica más emocionalmente y puede realmente aprender.

ANEXO 14 b

TP2 (2011-2012) Una segunda respuesta

1. **Indica los aspectos de la competencia matemática que consideras pueden desarrollarse en cada una de estas actividades.**

A→Se trabaja la competencia del sentido numérico, ya que hemos de saber interpretar tablas y gráficos para realizar esta actividad, ya que lo que se nos da está organizado en un gráfico, sin esta competencia no podremos resolver el problema ni contestar lo que se nos pide.
La competencia de medida, ya que sin esta habilidad no podemos ver el sentido de la gráfica para evaluar el resultado, es pues fundamental para atribuirle sentido a los datos.
El pensamiento aleatorio y estadístico que nos permita interpretar los datos que se nos dan, ya que sin ellos no podemos proceder al estudio de los patrones alimenticios.

B→ La actividad de los muelles intenta desarrollar la competencia de razonamiento matemático y de argumentación, ya que mediante diferentes tablas y dibujos se intenta encontrar una relación de altura con el peso.
Se trabaja la competencia de establecer recursos y la de trabajar con instrumentos matemáticos, este caso los muelles y la masa de 80g.
La competencia del sentido numérico está presente, ya que es importante relacionar la tabla para ver cuáles son las medidas proporcionales, ya que la pregunta que se tiene que analizar es si el alargamiento de un muelle es proporcional a la masa suspendida.
La competencia de pensamiento espacial, sin esta competencia no podemos situar en nuestra cabeza lo que se nos pide.
La competencia métrica, se necesita para interpretar las relaciones métricas como propiedades para podernos familiarizar con formas y procesos que el problema requiere.

C→ En esta actividad, lo que el profesor intenta es que se trabaje la competencia de plantear y resolver problemas, ya que se plantea un problema con una serie de cuestiones sobre geometría, el profesor les deja trabajar y va interactuando con ellos a medida que realizan el problema.
Se trabaja con instrumentos matemáticos, con lo que es otra competencia matemática más que se utiliza para hacer esta actividad.
La comunicación matemática está presente, se intenta que haya una explicación sobre los hechos tratados en el problema.
Se trabaja la competencia espacial, ya que al haber una serie de dibujos hemos de saber interpretarlos para continuar nuestra tarea.

D→ En esta actividad lo que la profesora intenta hacer es que el alumno desarrolle la competencia de dar significados y seleccionar objetos, construir significados y modelos, mediante el enunciado del problema, ya que desde un principio la profesora les hace trabajar en grupos e incorpora ejemplos en las actividades que propone.

Lo que se quiere es que el alumno estructure la situación, objeto, proceso o modelo y la atribuya a una situación real. Con lo que se crean actividades en el aula para que se puedan hacer interpretaciones y discusiones, de esta forma se identifica el objeto matemático y se le da un significado, en este caso se relaciona la altura y el volumen con el ejemplo de los vasos de agua.
También se trabaja la competencia de plantear y resolver problemas, ya que en todo momento la profesora les expone una pregunta que han de trabajar.
Trabajamos con la competencia de medida, ya que para poder ver el volumen que se necesita a partir de los vasos de agua, necesitamos esta competencia.

2. **Ordena las actividades, ubicando en primer lugar la que consideras mejor potencia la competencia ciudadana y en último lugar la que menos, justificando tu decisión.**

La competencia ciudadana la podemos relacionar con la competencia matemática, cuando se trata de resolver problemas que involucran el análisis de fenómenos sociales y ciudadanos, ya que es imprescindible la competencia matemática para poder llegar a los resultados.
En estas actividades se utilizan las competencias estadísticas y aleatorias, también la de uso de herramientas y modelos matemáticos para resolver la actividad, las formas, la competencia espacial, etc. Todas ellas nos permitirán analizar elementos sociales para poderlos interpretar matemáticamente.

Para proceder a responder a esta segunda actividad, se plantea la ordenación de mayor a menor competencia ciudadana las actividades anteriores; con lo que yo pondría la primera actividad A, la que tiene más competencia ciudadana, ya que esta lo que intenta es hacer un estudio de los patrones alimenticios y los datos que se nos dan están expresados en un gráfico, con lo que hemos de poder utilizar las herramientas matemáticas para poder interpretarlos, además de que es muy importante la competencia estadística y aleatoria en el problema.

En segundo lugar creo que lo que tiene más incidencia en la competencia ciudadana es la actividad D, ya que esta lo que hace es interpretar una serie de dibujos que se acaban ejemplificando con actividades y situaciones reales para que el alumno pueda hacer una mayor interpretación, con lo que es importante la competencia ciudadana en el ejercicio.

La actividad B lo que plantea es que el alumno pueda ver si hay una proporcionalidad entre la longitud y masa con lo que la competencia ciudadana no está demasiado presente, al igual que en la actividad C, caso que se plantea la construcción de figuras geométricas. Con lo que se puede argumentar que en estas dos últimas actividades, la competencia ciudadana no está tan presente como en los otros dos casos, en lo que se puede hacer una interpretación más correcta de los datos y de sus atribuciones a las competencias ciudadanas.

3. **¿En qué sentido consideras que cada una de estas actividades podría formar a los estudiantes como ciudadanos?**

Según la definición de competencia ciudadana, *esta es la capacidad de poner en práctica de manera integrada los conocimientos, habilidades y actitudes que permiten* *a los chicos y chicas intervenir en los problemas sociales de nuestro mundo y ejercer de forma responsable los derechos y deberes de la ciudadanía, al igual que se ha de desarrollar un pensamiento social que permita a los chicos y chicas entender, opinar y tomar decisiones sobre las situaciones y problemas sociales cercanos o globales.*

Al igual que he comentado en la actividad anterior, todas aquellas actividades que tengan un sentido más social, ya que si lo que interesa es que se analice un gráfico o una serie de tablas sobre el medio ambiente, o sobre política, enfermedades, etc. Lo que la competencia matemática nos ayudará será a interpretar los datos que se nos dan, tendremos que hacer uso de herramientas, de lógica, de medidas espaciales y temporales, ya que sin ellas, no podremos entender lo que se nos está dando en los enunciados.
Así pues, todas aquellas actividades que se relacionen con datos, hechos, actividades, que tengan una contribución o relación con la sociedad, ayudarán a formar a los estudiantes en esta competencia ciudadana, ya que estarán aplicando conocimientos matemáticos con conocimientos ciudadanos relacionados con situaciones o problemas sociales que afectan a todo el mundo.

4. Pensando de forma global, ¿qué tipos de actividades fomentan más una formación ciudadana?

Todas aquellas actividades que se relaciones con situaciones o casos reales, es decir, que traten de analizar fenómenos sociales y de ciudadanos. Los objetivos que se han de conseguir con las competencias ciudadanas son entre otros, o*pinar y argumentar sobre las cuestiones sociales, ambientales, políticas, culturales,…, del entorno y de la realidad, a partir de la propia experiencia, de informaciones procedentes de los medios de comunicación y de textos científicos, para poder desarrollar el pensamiento social causal y el pensamiento crítico.*

Ubicarse en el medio social y cultural, mediante la interpretación y utilización de mapas, planos, y otras herramientas geográficas, de líneas del tiempo y de todo tipo de evidencias, con el fin de desarrollar una conciencia territorial y histórica y participar activamente.

Hacer un uso responsable y racional de los recursos naturales y participar en proyectos medioambientales, a partir de situaciones domésticas y de problemas cercanos, para desarrollar actitudes positivas en la gestión de los recursos y garantizar así, una sostenibilidad en el territorio.

Por lo que lo correcto sería ejemplificar con actividades medio ambientales, de energías renovables, de democracia, de alimentación, de ONG, etc. Ya que todo ello implica una mayor implicación en la formación ciudadana que necesita una persona, con lo que es esencial que se trate en las escuelas, de esta forma el alumnado tendrá una buena base y podrá trabajar la competencia ciudadana en su vida.

5. ¿Por qué consideras que la formación matemática en la escuela puede ayudar a la formación ciudadana?

Tal y como he comentado en la pregunta anterior, hay una serie de objetivos que se han de conseguir mediante la competencia ciudadana, muchos de los cuales se han de trabajar a la par con las matemáticas, ya que sin ellas es muy difícil poder realizar pensamientos razonables o críticos, no se pueden interpretar datos, no se puede uno ubicar en un espacio-tiempo, etc. Con lo que es imprescindible que en la escuela se trabaje la formación matemática, ya que para ser un buen ciudadano hay que cumplir una serie de objetivos pero estos necesitan la ayuda de las competencias matemáticas, ya que si no es muy difícil poder desarrollarse como ciudadano, además de que ayuda a que los chicos tengan más confianza en este tipo de actividades

El fin último es pues, conseguir ser una buena persona acorde con las responsabilidades que se tienen como miembro de la sociedad en la que vivimos, con lo que sin la ayuda de las matemáticas, como de otras competencias tales como la lengua, la cultura, la naturaleza, no se puede llegar a conseguir este objetivo.

6. ¿Qué ayuda más a formar en la ciudadanía, una buena tarea, o una buena manera de hacer la clase? Justifica tu respuesta.

La verdad es que las dos formas son buenas y correctas para que una persona se forme correctamente como ciudadano, ya que si se trabaja con una buena tarea propuesta por un especialista en el tema, nos puede ayudar mucho a desarrollarnos como personas, ya que lo que haremos será investigar, interesarnos, reflexionar, trabajar lo que se nos pide, en cambio si lo que hacemos para trabajar esta competencia de ciudadanía es dar una buena clase sobre los objetivos, los puntos a tratar sobre los temas, etc.; lo que nos ayudará a desarrollar son las capacidades de ciudadanía de otra forma, tales como incentivarnos, motivarnos, encontrar un interés pero desde otro punto de vista.

Porque para conseguir una visión más global de la competencia, hace falta que se establezca una coordinación en la secuenciación de procesos para poder establecer vínculos interdisciplinarios, intradisciplinarios y transdisciplinarios.

ANEXO 15

Respuesta a TP3 (2011-2012)

Les pràctiques matemàtiques que apareixen en l'episodi de classe són sobre un problema contextualitzat. On s'ha d'aconseguir resoldre amb l' utilització de conceptes de densitats i la seva comparació.

Els processos matemàtics que apareixen són la resolució, per part de l'Alícia, de l'aplicació de les densitats en el primer apartat. Per resoldre el segon apartat, fa servir una equació per fer la comparació de densitats. Per part d'un altre alumne, l'Emilio, apareix la resolució del primer apartat de forma intuïtiva a partir del seu coneixement sobre aquests dos barris. Un altre alumne, en Mateo, proposa la solució a partir de fer assaig i error però no soluciona el problema. També apareixen criteris d'arrodoniment.

El professor en aquest episodi fa de moderador, donant opció que tots expressin la seva solució. També porta el fil conductor, guiant als alumnes cap a la solució fent servir a l'Alícia i no donant opció a les altres propostes que apareixen. Un altre aspecte que sorgeix són els conflictes dins el grup. Un el professor el resol amb autoritat (normes) el que li proposa l'Emilio (13) i l'altre, el resol fent servir les matemàtiques quan l'Alicia modifica un número (40).

La valoració que faig de la didàctica de l'episodi de classe no és bona per què el plantejament que pretenia el professor es fer una activitat contextualitzada fent servir les matemàtiques. En l'enunciat i el primer apartat ho aconsegueix, però en el segon apartat no. Per això, l'Emilio, un alumne on el seu aprenentatge lògic matemàtic no el té consolidat, se li fa difícil entendre la l'exercici.

Tampoc considero bona la gestió que fa de la classe. Com per exemple, vol treballar en grup però els alumnes no hi saben treballar. També pel que es dedueix de la transcripció, quasi tota la classe menys l'Alicia, no entenen o no saben que demana el problema. Potser el nivell de l'exercici no es l'adequat pel grup.

ANEXO 16

TP6 (2011-2012)

Interacción y Competencia de aprender a formar en ciudadanía.
ANALISIS DE UN EPISODIO COMPLETO SOBRE la LEY DE HOOKE

Durante el transcurso de las diferentes sesiones se observa la rigurosidad y continuidad que deben llevar los estudiantes para el desarrollo de las tareas, tal y como se evidencia en el siguiente episodio:

"La tabla muestra los valores de la longitud de un resorte y, para cada valor de la fuerza ampliada x"
a) Representar los datos en un plano cartesiano.
b) Escribir una expresión algebraica para la relación entre la fuerza y la longitud.
c) Determine si la función es lineal o afín.
d) Halle la constante de proporcionalidad. Bueno para iniciar copien esta tabla:

Fuerza (x)	0	5	10	15	20
Longitud (y)	20	30			

Pr Y a partir de esto vamos a construir la gráfica, la expresión algebraica que me representa la función afín.

Observen el diálogo.

Pr Vamos de 5 en 5
Vamos a ubicar el punto (0,20)
[Los niños dicen ¿qué?]
Sí, cuando x vale 0 y y vale 20, es punto (0,20). ¿Dónde lo ubicamos? Ella se responde:
Chicos pues en $y = 20$
Continuamos con el segundo punto
Omar [Está activo y sigue tratando de definir el resto de los puntos para poder trazar la gráfica, y aunque pasan al segundo punto el sigue respondiendo el primero pese a que ya está hecho en el tablero]

En este instante de la clase, lo que hace la profesora es dar la solución al primer punto, que es graficar según la tabla de valores dada por el ejercicio, así mismo el grupo dominante viene acompañando el proceso de solución elaborado por la profesora en el tablero, lo cual no hace Omar7 puesto que él se dedica a darle solución sin copiar literalmente lo realizado por la profesora en el tablero. De esta forma al ir a un ritmo diferente que la profesora, se logra observar el aislamiento paulatino que va enfrentando Omar por parte del grupo dominante, lo cual puede observarse en el siguiente episodio de la trascripción en la misma sesión de clase anterior:

Pr Por eso es que ese número es la constante de proporcionalidad. En el ejercicio ¿Será constante?
X no tiene constantes profe
Pr Bien; eso quiere decir que son magnitudes directamente correlacionadas, [la profesora decide calificar colocándole su firma en el cuaderno como un punto a favor para la evaluación]. Chicos es que no recuerdan lo que trabajamos en magnitudes directamente proporcionales. Bueno ¿Cuál es la expresión algebraica que me indica que es función? Lo acabamos de escribir
X Si $y = mx + b$
Omar [Saca la calculadora y le pregunta a la profe] ¿Qué es lo que hay que dividir? No entiendo
Pr Sí el cociente
X Profe dígale que se calle
Omar Pues venga y me calla ¿qué le pasa?
Prof Bueno a trabajar.
Omar [hace cara de no saber cómo proceder]

En este episodio de la clase se observa el instante en el que Omar le pregunta a la profesora sobre las constantes a hallar, y uno de los compañeros del grupo dominante que estaba situado en diagonal a él, apenas lo escucha, lo observa detenidamente y lo manda a callar, con el fin de que el resto de sus compañeros lo apoyen, y uno que otro lo hace riéndose. Lo que nos permite identificar las valoraciones recibidas por parte del grupo dominante.

NORMA MATEMATICA - Precisar que siempre que se propone un ejemplo, debe tener aplicabilidad en la vida cotidiana. Así mismo siempre que les plantea un ejercicio a realizar les pide que procedan del mismo modo, es decir: Construir la tabla de valores, representar los datos en un plano cartesiano, escribir una expresión algebraica para la relación entre las magnitudes dada, determinar si hay una constante de proporcionalidad.

ANEXO 17

TP 7 a (2011-2012)

CONOCIMIENTO MATEMATICO INFORMAL

HUYENDO DEL RACISMO Y ENFRENTANDO LA DEMOCRACIA

Observa el texto del Señor Otilio, miembro de la comunidad de los "sin tierra"

Contexto. Próximo de la entrevista Tratan de presionar al Estado que les otorgue la propiedad de unas tierrs que los propietarios no explotan, y no pagan sus impuestos. En las escuelas itinerantes que tienen se desarrollan matemáticas que usan en su dia a dia. Así, por ejemplo, para buscar cuando debe tener disponible mensualmente, durante un año, con los 900 reales de que dispone de la venta de 30 sacos de arroz ecológico, el señor Otilio –que tiene 64 años y 4 de escolaridad, explica lo siguiente：

Señor Otílio:
Intentamos saber cuánto debe tener para gastar cada mes. Por ejemplo, novecientos reales divididos entre 12. Más de mil doscientos para para sacarlo de 900 reales, debes sacar un cuarto de cien que serán 75 reales .Como has sacado de diez, serán dos y medio , haciendo de cabeza la lógica de diez (...) entonces recuento y, en este caso serán 75 reales por mes para comprar otras cosas. Cualquier persona que quiera usar la máquina de calcular o el lapis encontrará este valor. Estoy seguro . (…) Cuando recuento de cabeza siempre debo mirar el major camino, siempre debo redondear cuando tengo números grandes.

La forma aproximada más simple es tomarlo de mil doscientos reales. De acuerdo con esta lógica seria cien. Pero no podria ser mil doscientos porque son novecientos. . El doce tiene números del mismo tamaño como los que forman el nueve. Y el doce son cuatro veces tres. Entonces debes sacar el total y ver que doce tiene un cuarto más que nueve de diferencia . Ese cuarto más es lo que se añade, y pore so es lo que debemos sacar de cien.

Seu Otílio: Siempre intento saber y practicar las tres formas de hacer sumas matemática. Siempre uso mi memoria que es lo primero que hago. También siempre he usado el lápiz cuando me toca hacer y comprobar sumas largas, en las que uno se cansa y tiene que registrarlo. Y otra cosa que también he usado es la máquina. Lo que hoy he aprendido [en las clases de la comunidad] ha sido usar las memorias de la calculadora que nunca había usado ni me habían explicado, uno puede comprar una maquinita y sólo usarla y dividir. Y uno tiene que conocer las diferentes formas y se da cuenta que no funciona (...). Pero ahora puedo contar muy bien de cabeza. Si, e incluso me gustaria... Pero mi razonamiento lógico sobre los numerous etá siempre en mi cabeza. Yo siempre aproximo. No puedo desconectar el razonamiento para recontar la idea con la máquina, sumar o con lápiz. Puedo recontar con papel y lapiz, pero siempre proyecto tantos bolsos y dará más o menos eso. He practicado siempre con ello y pienso que es muy bueno. Ya que uno gestiona ver si la suma está equivocada, uno se da cuenta si está equivocado. Cuando recontamos conj lapis o incluso con calculadora. Puedo verlo inmediatamente, De acuerdo, pero no es correcto. Porque ya lo he proyectado de esta manera. Entonces lo que estoy intentando encontrar es como lo teorizo.

(Knijnik and Wanderer 2008).

PREGUNTAS PARA LA REFLEXION

¿Qué matemáticas reconoce el Señor Otilio? ¿Qué convencimiento tiene de su conocimiento?

¿Qué lección de vida aprendemos de estas escenas con respecto la escuela ordinaria en lo que respecta a hacer matemáticas a partir de lo que conoce el alumnado?

Cómo podemos ver que tiene claro que usa un lenguaje propio en una cultura propia? En concreto, ¿qué analogía expresa para indicar como hace las sumas? ¿Qué analogías usas cuando quieres hablar de cómo resuelves problemas de proporcionalidad?

¿Qué ánimos les damos a los estudiantes que son flojos en matemáticas, pero usan sus propios procedimientos?

¿Qué normas deberíamos establecer en la clase para apoyar a todos los estudiantes?

A menudo se dice que como estas personas no tienen su escolaridad completa, no saben… y cuando se dice que saben es para hacerlos quedar bien, porque son viejos. Pero hay situaciones escolares en las que se producen estos fenómenos y el sistema escolar y los profes de mates dejan de lado a estos alumnos.

Nota. Esta tarea no se llegó a responder, por la acumulación de trabajo de los estudiantes.

ANEXO 18

Respuesta a TP7 b (2011-2012)
Análisis de prácticas de futuros docentes y contextualización

1 - Analiza y compara en qué sentido cada uno de los tres profesores se propone usar representaciones matemáticas adecuadas que permitirán a los estudiantes analizar situaciones reales con perspectiva crítica.

En el primer caso, el uso de una cuadrícula no deja de ser una herramienta para el cálculo del área de superficies con formas irregulares. La comparación con el área de una superficie conocida (Barcelona, la que se supone es la ciudad donde viven los alumnos) les permite hacerse una idea del tamaño de la mancha, pero no analizar la situación con perspectiva crítica. Es por este motivo que sería más adecuado comparar la mancha con otras que hayan tenido lugar en otros momentos de la historia (relacionando el área, su posición y el daño que causaron) y de esta manera poder calibrar las consecuencias que de ésta se pueden esperar.

En el segundo, en cambio, el uso de la receta sí promueve que los alumnos tomen conciencia de la importancia de prestar atención al número de personas para el que está pensada una receta. En algunas recetas, con el fin de parecer menos calóricas, podría reducirse la cantidad de ingredientes sencillamente reduciendo el número de comensales, aunque este número no fuese real.

El último no presenta una utilidad directa para el aumento del análisis crítico, ya que, según la propia autora reconoce, las actividades planteadas no sacan el suficiente provecho a ambas proyecciones.

2 - En cada uno de los tres casos explicados, los profesores tratan de usar problemas contextualizados ¿En qué es bueno que se contextualice? ¿En qué no es tan bueno? ¿Qué dificultades crees que puede provocar en el alumnado no hacer una buena contextualización?

Las situaciones que son más atractivas para los alumnos son aquellas en las que se pueden encontrar en *su* vida y en las cuales las herramientas que se les ofrecen les son directamente útiles. Por mucho que las circunstancias del problema sean reales (como la mancha de petróleo), solo les resultaran atractivas, como bien apunta la tercera profesora, en tanto les resulten próximas afectivo-emocionalmente. Es por este motivo, el gran cambio en la actitud de los alumnos al variar el sujeto de estudio en el segundo caso. Al principio, los ejemplos planteados, aunque reales, se muestran alejados de la realidad de los estudiantes, mientras que al cambiarlo por una situación en la que se pueden encontrar de verdad (en una fiesta con los amigos, por ejemplo) su actitud se transforma llegando incluso a desarrollar por si mismos estrategias de resolución del problema planteado.

3 - ¿En qué sentido los tres profesores explicados han considerado la diversidad cultural en la forma de presentar las tareas?

El primer profesor se da cuenta de la diversidad de ritmos de aprendizaje de sus alumnos, y diseña una actividad de nivel intermedio que permita a los alumnos más rezagados engancharse, y que los más avanzados la encuentren suficientemente atractiva.

La segunda profesora intenta aplicar metodologías diferentes para obtener la máxima comprensión de los contenidos por parte de los alumnos, pero no lo consigue. Sin embargo, resulta que, cuando propone la misma actividad a todos los estudiantes, debido a que se trata de una situación que les es cercana, consigue su motivación y la consecuente comprensión de los contenidos.

En el tercer caso, la profesora expone dos situaciones mediante la proyección de los vídeos que, aunque reales, no son cercanas a la realidad de los estudiantes. No atiende por tanto a las características que les definen. No es hasta que se adapta a los datos que estos aportan, que consigue una reacción de los mismos.

4 – ¿En qué aspectos de cada caso ves que el alumnado aprenderá a hacer juicios críticos que le formen en ciudadanía con la ayuda de las matemáticas?

En el primer caso, según lo que se ha comentado anteriormente, la comparación del área de la mancha con la de Barcelona, no les permite realizar un juicio crítico respecto de sus consecuencias. En el segundo, les ofrece la posibilidad de analizar ciertas recetas que pueden esconder las cantidades de ciertos componentes mediante la reducción de raciones. En el tercero, se promueve la participación y la autonomía de los estudiantes, pero no aparece ninguna actividad concreta que favorezca la adopción de juicios críticos.

5 - El uso de materiales y recursos en cada caso se hace pensando en dar al alumnado posibilidades que les hagan críticos y reflexivos?

En el primer caso creo que el mapa que se aporta al alumnado si le facilita el ser crítico y reflexivo, a pesar de que tal vez sea demasiado complicado para determinado alumnado de secundaria entender su significado. El problema es más el planteamiento de la situación dado que, en alumnos de primer ciclo de ESO, la dificultad reside en hacerles entender la gravedad de encontrar una mancha de petróleo dentro del mar y después de ello hacer el cálculo para observar "la magnitud de la tragedia". La experiencia en clase muestra que no sólo es importante el material que ofrecemos al alumnado para trabajar, sino también la presentación y explicación que hacemos de él.

En el caso dos, María Gloria se da cuenta que el simple problema de enunciado, resolución mecánica no tiene sentido y ofrece las recetas de dos pizzas para diferente cantidad de gente. Los alumnos entienden rápidamente las relaciones de proporcionalidad directa, a pesar de que la competencia social y ciudadana pide de educación en valores, comprensión de la sociedad que envuelve al alumno y la posibilidad de ser crítico respecto a ella. Estos aspectos son recogidos muy colateralmente en la actividad propuesta, como el hecho de trabajar en grupo o de trabajar con los ingredientes, pero en si no recoge los objetivos de la competencia ciudadana como si lo hacía, por ejemplo, la tarea anterior, a pesar de no haber sido ejecutada de la mejor manera.

En el tercer caso, MT presenta un video introductorio a la unidad, para justificar la importancia del contenido de ésta y es muy interesante hacerles entender que la estadística forma parte de su día a día. A pesar de esto, como ella misma reconoce, no les deja "jugar" con las estadísticas y realidades que el video les muestra. Es en este sentido en el que se echa en falta sacar todo el jugo a la competencia ciudadana, ya que el tema de estadística, tanto económicas como médicas como sociales, es fundamental a la hora de ser crítico con el entorno y su manera de funcionar, es más, para poder construir una opinión razonada y objetiva. El material presentado si se presta a la reflexión, pero la actuación con el mismo no facilita la tarea.

6 - ¿El diálogo que se propone en cada uno de los tres casos favorece que el alumnado reflexione críticamente sobre los problemas planteados más que simplemente buscar una solución matemática? ¿En qué?

En ninguno de los tres casos el diálogo propuesto ofrece la posibilidad de ser crítico con el contenido más allá de las matemáticas. En realidad, los 3 profesores concluyen que deberían haber propuesto la actividad de forma que los alumnos hubieran podido reflexionar e intercambiar opiniones para encarar más profundamente la competencia social y ciudadana.

7 - La reflexión realizada por cada uno de los profesores ¿en qué aspecto piensas que les ayuda a que la próxima tarea que realicen sea mejor para formar en ciudadanía a través de las matemáticas?

Es evidente que los profesores se dan cuenta que podían haber aprovechado más la actividad para trabajar la competencia ciudadana. Las 3 son actividades que tienen un buen trasfondo como material para trabajar la competencia social y ciudadana (y obviamente para cumplir los objetivos matemáticos) pero el modo de trabajar este material podría haber sido más extenso. El último caso es un magnífico ejemplo, puesto que la profesora reflexiona y apunta la posibilidad de trabajar todo el tema de estadística a partir de los datos que se presentan en el video, como fórmula para interesar más al alumnado pero, a su vez, para trabajar datos económicos, médicos, etc…para crear una opinión sobre la sociedad que nos envuelve.

En el primer caso, el propio profesor reconoce que los alumnos "las caras de los estudiantes no parecían mostrar que estuvieran entendiendo todo" y es muy probable que esta reflexión lleve al profesor a contextualizar un poco más los ejercicios en próximas ocasiones, alejándose un poco más de las matemáticas en el momento de explicar, para que luego éstas tengan más sentido.

8 - ¿En cuál de los tres casos considerados crees que se fomenta responsabilidad del alumnado? ¿Qué le añadirías a las tareas matemáticas explicadas para que fomentaran más responsabilidad y solidaridad a los estudiantes?

En el primer caso, podríamos añadir una pequeña investigación sobre los vertidos de crudo al mar y sus efectos sobre el ecosistema marino. Incluso podríamos incluir un trabajo no sólo de superficie sino también de otras magnitudes, cambios en las unidades de medida (kg, l, m^3, …) y que el alumnado tuviera que redactar un artículo breve, apoyándose en los datos que se han calculado en la actividad, sobre el daño ecológico del vertido.

En el segundo caso, se podría trabajar la misma idea de la cantidad de ingredientes para distintas pizzas, para hacer dietas sanas y compensadas, teniendo en cuenta las cantidades de ingesta diarias, el alumnado podría diseñar menús para distintos grupos de personas (individuales, parejas, grupos…).

Por último, en el último caso la actividad podría ser buscar datos alrededor de aquella cifra del video que más les haya impactado. Una vez obtenidas, calcular los indicadores estadísticos trabajados en la unidad y, en última instancia, hacer un debate en grupo defendiendo diferentes posiciones, todas ellas basadas en los datos obtenidos. Este último caso es el que, en nuestra opinión, fomenta más la responsabilidad individual de cada alumno frente a los problemas que afronta nuestro planeta y nuestra sociedad, debido a su alto grado de compromiso social.

9 - ¿Puedes pensar que en los casos explicados se está fomentando tolerancia y educación para la paz? ¿Qué le añadirías o cambiarias a alguno de los casos para que si se tuviera en cuenta?

La educación para la paz es una necesidad colectiva, es una forma de educar en valores que lleva implícitos otros valores como justicia, democracia, solidaridad, tolerancia, convivencia, respeto, cooperación, autonomía, etc. En todas las actividades pueden desarrollarse en mayor o menor medida dependiendo de la forma en que se quiere impartir la materia. Es decir, podemos ser justos o no corrigiendo un examen, o fomentar o no la cooperación entre alumnos al hacerlos trabajar por parejas o de forma individual, o fomentar o no la tolerancia con la realización de actividades con compañeros con prácticas religiosas contrarias a las nuestras, etc. La educación para la paz es una educación constante y presente en cada una de las actividades y no sólo entendiendo la educación para la paz en sí, sino como el conjunto de valores.

José prepara una tarea muy jugosa, aunque no aprovecha todo el potencial que esta posee. Al hablar del petróleo en sí, podría hacer reflexionar a los alumnos sobre las crisis y las guerras ocasionadas por la necesidad y la dependencia que el petróleo provoca sobre otros países. Aquí entra en juego la educación para al paz, para alcanzar una convivencia pacífica entre pueblos y grupos sociales, y la tolerancia social, el respeto hacia ideas, creencias y prácticas contrarias a las propias.

10- ¿En qué se ve que en los casos explicados, se forma a los estudiantes hacia la resolución de conflictos?

Especialmente en el segundo caso, el de MG, se fomenta el empleo de diferentes metodologías para la mejor comprensión de los contenidos, lo que proporciona a los estudiantes una mayor riqueza en cuanto metodología, puntos de vista, contenidos, formas de aprendizaje, etc. que se traduce en un mayor conocimiento. Se les provee de más mecanismos para resolver conflictos, fomentando el razonamiento como herrmienta básica.

11 - ¿Dirías que en los tres casos se fomentan valores éticos? ¿Explica algún aspecto que ganarían cada uno de los tres casos en la formación de valores éticos de sus estudiantes?

En el Primer caso, José comenta que existen diferencias importantes en el ritmo de aprendizaje, y que en algunos alumnos son muy acentuadas. Él explica como tuvo en cuenta esta circunstancia en el momento de escoger las actividades, por lo que podemos entrever que se fundamentó en algunos valores éticos tales como la tolerancia y solidaridad, puesto que es un grupo heterogéneo y respeta los dos extremos. Luego, el mismo José, confiesa que "a lo largo de trabajo las caras no parecían mostrar que estuvieran entendiendo todo, y cuando yo hacía explicaciones en la pantalla algunos no estaban tomando atención". En este caso nos podemos plantear hasta qué punto ha sido productivo plantear una misma actividad para un grupo tan heterogéneo, o si era correcto hacerlo de forma individual, ya que no es solamente que no entiendan la actividad, sino que algunos al no entender, dejan de prestar atención.

Por otro lado, al hacer la actividad sobre la mancha de petróleo, se podría fundamentar principalmente, en el respeto por el medio ambiente, y por los recursos que la naturaleza nos ofrece.

En el segundo caso, MG se fundamenta en el respeto por uno mismo, al contextualizar el problema como una actividad de alimentación ciudadana, pero no lo acaba de lograr desde nuestro punto de vista al poner como ejemplo una pizza; si lo que se pretende es mostrar la necesidad de una dieta equilibrada para cuidarse a uno mismo, el ejemplo podría ser otro más sano.

Por otro lado, se fundamenta en otro valor moral, la libertad. Dice que "valora el empleo de otras metodologías diferentes de proponerles a los alumnos para que todos puedan comprender de ellos los contenidos…" Los alumnos tienen la posibilidad de actuar de la manera que ellos prefieran, son libres para elegir. Pero a la vez, MG comenta que no se ha ofrecido esta posibilidad a todos, por lo que el valor moral de la igualdad pierde peso.

Respecto al caso de MT, se basa en el contexto como realidad. Al final, hace una reflexión que ya hemos comentado anteriormente, sobre lo interesante que habría sido disponer de información relativa a la propia realidad de los alumnos, y en este aspecto, quizás habría podido fomentar algunos valores como la responsabilidad social, la responsabilidad ambiental, el respeto por el entorno, la solidaridad, etc. es decir, habría podido fomentar los valores que creyera oportunos captando la atención de los alumnos con datos relativos a su propia realidad.

ANEXO 19

(TP8) (2011-2012) Respuesta a una tarea sobre modelización y ciudadanía

Creo de gran interés didáctico indagar en nuevas fórmulas docentes para activar las deficiencias del alumnado, y consecuentemente, solventarlas. El caso a tratar en dicho trabajo, es claramente un ejemplo de ello. Para empezar, me gustaría recalcar mi total convencimiento acerca del proceso de construcción expuesto en su día por Vigotsky, del que se derivó la teoría de Leontiev, donde se enfatiza el "doble proceso mental" que experimentamos los individuos para arraigar conocimientos de cierta complejidad. El hecho de detectar dos procesos diferenciados, uno intersubjetivo, es decir, en sociedad o vía comunicativa, y otro intrasubjetivo, propio del individuo; ya es para mi justificación suficiente para promover herramientas como los PMR para que el alumnado adquiera esas competencias tan deseadas por nuestra sociedad.

Tal y como bien expone dicho documento, los PMR se sustentan en multitud de referencias históricas y creo que son una gran herramienta para poder incidir en los procesos de conexión y reflexión matemática, ampliando pues, el horizonte cognitivo del alumnado y abriendo puertas para que las matemáticas no acaben siendo percibidas como algo meramente reproductivo. Además, el hecho de ser tareas prolongadas en el tiempo cuyo planteamiento es abierto y realista, juega un papel crucial a la hora de adaptarse a todos los niveles existentes en el aula, teniendo entonces muy presente, la diversidad que está presenta; y promueve el factor motivacional, imprescindible para abordar tareas no instantáneas teniendo presente la sociedad de la inmediatez que envuelve al alumnado. Tal y como Higgins sintetiza en su clasificación, se puede percibir los PMR como una tarea rica matemáticamente hablando, y como bien definió en su día H.Gardner, existen inteligencias múltiples que deben ser abordadas en su totalidad en el proceso educativo. Los PMR son a mi parecer, proyectos educativos multidisciplinares ya que incluyen a priori razonamiento lógico-deductivo, actividad interpersonal, intrapersonal así como relación con la naturaleza y sociedad.

Entrando ya en el mundo de las competencias, comparto la decisión de reagrupar éstas en tres grandes bloques para facilitar la valoración, simplificando entonces las 8 contempladas por la LOE a las 3 que propone tal documento (pensamiento y razonamiento matemático, resolución de problemas/modelización y competencia comunicativa).

Pese a esta previa simplificación, desgraciadamente creo bastante complicado la instauración de los criterios propuestos por dicho trabajo en el sistema educativo actual debido a su alto grado de complejidad y sobretodo a la falta de tiempo por parte de los docentes (véanse la multitud de quejas originadas por el vendaval de correcciones de primaria que el Departamento de Educación ha asignado al profesorado, p.ej.). Pese a ello, me parece un desarrollo muy elaborado del cual se podrían sustraer unas pautas más generales para poder evaluar con un rigor aceptable las competencias derivadas de dichos proyectos. Teniendo presente lo expuesto anteriormente, yo incidiría tal y como plantea el documento en la valoración de las siguientes competencias:

COMPETENCIA	CRITERIOS	NIVEL COGNITIVO	NOTA
Competencia de razonamiento y pensamiento matemático	Identificar la conexión matemáticas/realidad y su posterior traducción al lenguaje matemático	REFLEXIÓN Y CONEXIÓN	A1
	Comprensión de los distintos estamentos matemáticos, uso de éstos y valoración de la interpretación de información matemática obtenida al respecto		A2
	Proceso de generalización y argumentación matemática realizado durante el transcurso del proyecto junto a las conclusiones finales		A3
	Capacidad para generar argumentos formales e informales. Adaptación matemática de argumentos heurísticos		A4
Competencia resolutiva y modelizadora	Capacidad de resolución de problemas planteados y abanico resolutivo mostrado para éstos	REFLEXIÓN Y CONEXIÓN	B1
	Conciencia de validez de los modelos consultados y del generado.		B2
	Capacidad predictiva en el estado inicial, contraste de hipótesis formuladas, comparación con otros modelos y extrapolación de los resultados obtenidos.		B3
	Conciencia sobre las limitaciones propias para optimizar el modelo final (eficiencia)		B4
Competencia comunicativa	Motivación demostrada en la comunicación	REFLEXIÓN Y CONEXIÓN	C1
	Uso y conexiones entre las distintas representaciones matemáticas existentes. Uso de técnicas visuales, auditivas o cinestésicas para la mejor comprensión del modelo		C2
	Síntesis conceptual para la comunicación de la información		C3
	Precisión y calidad matemática en las explicaciones		C4

Competencia ciudadana	Autonomía y mentalidad crítica	D1
	Capacidad sintetizadora y organizativa de la información	D2
	Iniciativa y proactividad demostrada	D3
	Creatividad	D4

Tales competencias deberán ser puntuadas, por ejemplo del 1 al 10, con el convencimiento de cuales son los objetivos propios de los PMR, es decir, que la puntuación estará focalizada en actitudes demostradas por los alumnos en relación a los conceptos de reflexión y conexión tratados en los documentos PISA, para poder así perseguir el fin último de dicha propuesta educativa. Presento un gráfico similar al propuesto en el documento, con la característica de facilitar la evaluación y corrección. He tratado de simplificar lo máximo posible el proceso, teniendo presente la extensión temporal que el proyecto presenta, cuya secuencialidad juega a favor, ya que permite focalizar algún tipo de competencia en un apartado específico del proyecto, así como intentar unir variables que a mi parecer pueden ser evaluadas conjuntamente.

El cálculo global sería muy sencillo. Yo personalmente he ponderado las competencias a razón de :

A=30% ; B=30% ; C=30% ; D=10%

Por tanto, la nota resultante del proyecto, según el cálculo ponderado y tomando medias aritméticas de cada variable sería:

$$\boxed{N = 0.3 \cdot \overline{A} + 0.3 \cdot \overline{B} + 0.3\overline{C} + 0.1\overline{D}}$$

*Nota: El hecho de que la competencia ciudadana es transversal con las demás asignaturas me sugiere un menor peso en la nota global ya que en principio ésta debería ser evaluada también en el resto de asignaturas.

Bibliografía:

Manuel Sol Puig:"Les competencies en els treballs de projectes matemátics per a una educació equitativa a l'ESO"; Dirigido por Joaquim Giménez y Núria Rosich

Gardner, H. (2001): La inteligencia reformulada. Las inteligencias multiples en el siglo XXI. Barcelona. Editorial Paidós.

Núria Alart i Guasch: Las inteligencias múltiples en el aula.
http://www.xtec.cat/formaciotic/dvdformacio/materials/tdtap/pdf/imnalart.pdf

ANEXO 20
TP 9 Ideas generales para el trabajo de Prácticum

LES PROGRAMACIONS

El tema de les programacions surt del camp específic de les matemàtiques i té un abast més general ja que afecta a totes les matèries. Aquí aportarem informació sobre el tema però hi ha una part de decisions que queden necessàriament obertes respecte de les quals, a la pràctica, convé tenir en compte altres criteris com el criteri comú que puguin adoptar tots els departaments del vostre institut o escola o el criteri de la Inspecció del vostre centre. En tot cas sembla que els referents últims als quals us hauríeu d'atendre són els documents del Departament d'Educació. A continuació se'n citen quatre

- *Instruccions per a l'organització i funcionament dels centres per al curs 2011-2012*, que podeu trobar a l'adreça:

  http://educacio.gencat.cat/portal/pls/portal/ide_utils_pkg.download_fitxer?p_file=37150930443068256

  En concret, l'apartat 9 es dedica a les programacions didàctiques.

- "*Desplegament del currículum a l'Educació Secundària Obligatòria (ESO)*":

  http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/ESO/desplegament_c_eso.pdf

- "*Del currículum a les programacions. Una oportunitat per a la reflexió pedagògica a l'educació bàsica*" (Març 2009)

  http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/programacio/del_curriculum_a_les_programacions.pdf

- La "*RESOLUCIÓ EDU/530/2009, de 26 de febrer, de convocatòria de proves per a la provisió de places de funcionaris docents*" i, en concret del seu annex 4 sobre "*Criteris per a la presentació de la programació didàctica i per a l'elaboració i exposició oral de la unitat didàctica*".

  http://www.gencat.cat/eadop/imatges/5332/09058100.pdf

Tot seguit transcrivim el text de les instruccions per a l'organització i funcionament dels centres per al curs 2011-2012, que fa referència directa a les programacions didàctiques:

9. Programacions didàctiques

Els centres han d'elaborar, d'acord amb el seu projecte educatiu i el currículum establert, les programacions didàctiques, que complementen el projecte educatiu de centre.

La programació consisteix en la planificació de la tasca educativa adreçada a l'alumnat de cada curs de l'etapa i per a cada matèria o àmbit, ***i comporta la concreció, distribució i temporització*** *al llarg de cada curs* ***dels objectius, continguts i criteris d'avaluació i de la relació d'aquests elements amb les competències bàsiques****. Així mateix, també s'han de prendre decisions en relació amb* ***les opcions metodològiques, organitzatives i d'atenció a la diversitat de tot l'alumnat i amb les connexions entre les diferents matèries****.*

El Departament d'Educació contribueix al desenvolupament del currículum afavorint l'elaboració de models oberts de programació docent i de materials didàctics que atenguin les diferents necessitats dels alumnes i del professorat.

La programació permet fer el seguiment de les actuacions previstes per tal de modificar-les, adaptar-les i millorar-les, quan calgui. També és útil per als equips docents, ja que permet reflexionar sobre la seva tasca educativa, tenir constància del que es treballa amb l'alumnat de manera simultània i poder establir connexions entre les diferents matèries i projectes. Així mateix, permet fer el seguiment de la progressió dels aprenentatges al llarg dels cursos, matèries o àmbits i garantir la continuïtat educativa quan es produeixen canvis en l'equip docent. La programació de matèries o àmbits ha de ser coherent al llarg de cada curs i de l'etapa.

Correspon als departaments i altres equips de professorat elaborar, revisar i actualitzar les programacions i les unitats didàctiques de les diferents matèries, àmbits i projectes i les possibles adaptacions de la programació ordinària de l'aula tenint en compte les característiques de l'alumnat. Aquesta tasca s'ha de fer cada curs, amb les prioritzacions que cada centre estableix, i s'ha de relacionar amb els processos d'avaluació dels aprenentatges de l'alumnat, de les programacions mateixes i de la seva aplicació pràctica a les aules.

Hi ha orientacions i informació complementària per a l'elaboració de les programacions al web "Currículum i organització" i als documents:

- *Desplegament del currículum a l'educació secundària obligatòria.*
- *Del currículum a les programacions. Una oportunitat per a la reflexió pedagògica a l'educació bàsica.*
- *Orientacions de les matèries d'ESO (Currículum i organització: Ensenyaments > ESO > Orientacions).*
- *Orientacions batxillerat (Currículum i organització: Ensenyaments > Batxillerat > Orientacions).*

Les matèries comunes i les optatives s'han de programar de manera conjunta i coherent. La programació s'ha de formalitzar per escrit, com a complement del projecte educatiu. El director o directora n'ha de tenir una còpia a disposició de la Inspecció d'Educació des del començament del curs. Correspon al cap de departament coordinar la concreció del currículum de les matèries o àmbits corresponents i vetllar per la seva coherència al llarg dels cursos i les etapes.

Els departaments dedicaran, com a mínim, el temps equivalent a una hora setmanal a reunions regulars de treball, amb la participació obligatòria de tots els seus membres, a fi de:

- *Estudiar el desenvolupament de les programacions didàctiques en els diferents grups i cursos i acordar, si cal, els ajustaments pertinents.*

- *Concretar els criteris d'avaluació i de recuperació i preparar conjuntament el material necessari (exercicis orals i escrits, proves objectives, pautes de* *correcció, documents d'observació sistemàtica de l'alumne o alumna, indicacions de treballs per realitzar, etc.).*

- *Analitzar els resultats que s'obtenen, per tal d'introduir en les programacions les modificacions que es considerin convenients.*

- *Tractar les dificultats, tant generals com específiques, que puguin sorgir en relació amb les matèries o àmbits o en relació amb les qualificacions.*

Aquestes reunions han de constar expressament a l'horari del professorat i s'ha d'estendre acta dels acords que s'hi prenguin.

En el cas que un professor o professora imparteixi matèries de més d'un departament, participarà prioritàriament en l'elaboració de les programacions i en les reunions del departament de la seva adscripció principal, sens perjudici que col·labori en les programacions dels altres departaments i que imparteixi les seves classes d'acord amb les programacions que s'hagin establert.

Com a complement d'aquesta informació cal subratllar que, en les "*Instruccions per al curs 2009-2010*" (que podeu trobar a l'adreça http://educacio.gencat.net/portal/page/portal/Educacio/InstruccionsCurs/DetallInstruccionsCurs?p_amb=7687&p_apa=83908&p_ext=1&p_nrm=7692) s'incloïa una interessant definició d'unitat didàctica o unitat de programació:

S'entén per unitat didàctica, o unitat de programació, cada conjunt d'activitats d'ensenyament i d'aprenentatge, d'avaluació i de recuperació ordenades, estructurades i articulades per a la consecució d'uns objectius educatius, i més específicament per a l'assoliment de les competències bàsiques.

En el document "*Desplegament del currículum a l'Educació Secundària Obligatòria (ESO)*" podem llegir:

A l'hora d'elaborar la programació de cada matèria o àmbit i per a cada curs, cal tenir en compte els aspectes següents:

- *Seleccionar i concretar les competències pròpies de la matèria en què se centrarà l'atenció, així com l'aportació de la matèria a l'assoliment de les competències bàsiques i els objectius de l'etapa.*

- *Organitzar i distribuir al llarg del curs els continguts de la matèria i les activitats associades.*

- *Prioritzar les metodologies i recursos didàctics que facilitin l'assoliment de les competències i afavorir que l'alumnat progressi en el seu aprenentatge, atenent la diversitat de capacitats, motivacions i interessos.*

- *Consensuar les connexions que es poden establir entre els continguts de les diferents matèries que s'imparteixen simultàniament al llarg del curs.*

- *Establir els criteris, els instruments i els tipus d'avaluació.*

- *Establir, quan calgui, les adaptacions curriculars pertinents.*

En el mateix document, més endavant, s'indica el següent:

Unitats didàctiques

Un cop establerta la programació, els departaments didàctics han de prendre decisions sobre les unitats didàctiques en què es concreta l'ensenyament i aprenentatge de l'alumnat de cada una de les matèries o àmbits.

Esquema per presentar les unitats didàctiques:

1. *Títol i justificació de la unitat.*
2. *Matèria o àmbit des d'on es treballa la unitat.*
3. *Durada i temporització de la unitat al llarg del curs.*
4. *Competències pròpies de la matèria i contribució a les competències bàsiques.*
5. *Objectius d'aprenentatge.*
6. *Continguts.*
7. *Criteris d'avaluació.*
8. *Metodologia (estratègies i activitats d'aprenentatge i d'avaluació).*
- *Organització - tipologia de les activitats.*
- *Materials.*
- *Desenvolupament de les activitats d'ensenyament i d'aprenentatge i d'avaluació.*

9. *Reflexió sobre la pràctica a l'aula.*

Aquest és un exemple d'esquema per presentar formalment les unitats didàctiques programades i en cap cas pressuposa el camí que els departaments i equips didàctics ha seguit per arribar a la seva formulació. Quant al ***punt 8****, reflexió sobre la pràctica, és evident que només es pot fer una vegada s'ha portat a terme la unitat a l'aula.*

En el document *"Del currículum a les programacions. Una oportunitat per a la reflexió pedagògica a l'educació bàsica"* es pot llegir:

La programació de les unitats didàctiques

Després de seleccionar els continguts i decidir la seva distribució en el temps (programacions anuals), els docents de cada departament didàctic, curs o cicle han de programar, amb un cert grau de detall, cada unitat didàctica. S'entén per unitat didàctica (o de programació) el conjunt d'activitats d'ensenyament i d'aprenentatge ordenades, estructurades i articulades per a la consecució d'uns objectius educatius, amb un començament i un acabament conegut, tant per al professorat com per a l'alumnat, i que inclouen les activitats d'avaluació.

A diferència de les programacions anuals, que tenen per funció oferir una panoràmica general, les programacions de les unitats didàctiques tenen un grau de concreció més *gran i se centren, sobretot, en la seqüència didàctica de les activitats i en les metodologies emprades. El conjunt d'unitats didàctiques d'un trimestre o curs ha de tenir correspondència amb el que s'ha definit en la programació anual.*

Components de la programació de la unitat didàctica

A l'hora de formalitzar la unitat didàctica cal tenir present la seva durada dins el període del curs escolar, el grup classe a qui s'adreça, el professorat que l'impartirà, el títol i les àrees, matèries o projectes a què fa referència.

A continuació, es descriuen els components de la programació, tot indicant la funció que compleixen i la manera com es poden expressar formalment. Cal recordar que aquest text té un caràcter orientador, que pretén donar resposta a la formalització de les programacions del currículum competencial. Cada centre ha d'ajustar la proposta a les seves necessitats i característiques pròpies.

Components bàsics de la programació de la unitat didàctica:

- *Objectius d'aprenentatge*
- *Competències bàsiques*
- *Continguts*
- *Metodologia i seqüència didàctiques (tipologia d'activitats, temporització, materials o recursos a utilitzar, organització social de l'aula i atenció a la diversitat)*
- *Criteris d'avaluació*

En el document esmentant, després d'aquests paràgrafs es descriuen amb detall els cinc apartats que s'esmenten com a components bàsics de la programació.

Acabarem aquest repàs referint-nos a les programacions que es demanen per a les oposicions. Els textos següents estan trets de la "*RESOLUCIÓ EDU/530/2009, de 26 de febrer, de convocatòria de proves per a la provisió de places de funcionaris docents*" i, en concret del seu annex 4 sobre "*Criteris per a la presentació de la programació didàctica i per a l'elaboració i exposició oral de la unitat didàctica*".

A) Programació didàctica.

*La programació didàctica haurà de fer referència al currículum vigent a Catalunya d'una àrea, matèria, crèdit o mòdul relacionat amb l'especialitat per la qual es participa, i haurà de contenir, al menys, els objectius, les **competències** que es desenvolupen, els **continguts**, els **criteris d'avaluació**, la **metodologia**, inclòs l'ús pertinent de les tecnologies de la informació i de la comunicació, les **connexions** amb altres àrees, matèries, crèdits o mòduls relacionats i la **distribució temporal**, així com* *les **estratègies per a l'atenció a la diversitat** de necessitats educatives de l'alumnat, si s'escau, referits a la programació que es presenta.*

La programació inclou el desenvolupament d'un esquema de cada una de les unitats didàctiques corresponents a un curs escolar, que com a mínim han de ser 9. La programació didàctica, que tindrà caràcter personal, serà elaborada de forma individual per l'aspirant i tindrà una extensió màxima de 60 fulls, sense comptabilitzar en aquesta xifra els annexos, en format DIN·A4, escrits per una sola cara, d'un interlineat d'1,5 o 2 espais, i amb un cos de lletra de 12 punts, sense comprimir. Ha

de tenir una portada amb les dades d'identiicació de l'aspirant i el cos i l'especialitat pels quals es presenta i incloure un índex en què es relacioni la seqüència numerada de les unitats didàctiques de què consta. S'entén com a material auxiliar tant el material didàctic proposat en les unitats didàctiques, com les proves o instruments d'avaluació, els instruments organitzatius, els annexos o qualsevol altra documentació que no formi part del cos principal de la programació. En el cas d'utilitzar taules, el cos de la lletra podrà reduir-se a 9 punts, sense comprimir.

La programació didàctica haurà de fer referència al currículum d'una matèria, crèdit o mòdul relacionat amb l'especialitat docent per la qual es participa segons el currículum vigent a Catalunya de l'educació secundària obligatòria, de batxillerat o de la formació professional. En educació secundària obligatòria es poden programar tant matèries obligatòries com matèries optatives específiques de quart curs d'ESO relacionades amb l'especialitat docent per la qual es participa. Les programacions batxillerat es podran fer també d'acord amb el calendari

d'aplicació de la normativa vigent. En el batxillerat es poden programar matèries comunes o de modalitat, relacionades amb l'especialitat docent, que poden incloure, si escau, matèries optatives.

B) Unitat didàctica.

Als efectes d'aquesta convocatòria, poden considerar-se com unitats didàctiques les seqüències o parts en què es pot dividir i concretar la programació d'una àrea, d'una matèria o d'un mòdul.

*Els aspirants hauran de concretar la unitat didàctica desenvolupant, almenys, els **objectius** d'aprenentatge que es pretenen assolir, les **competències** que es desenvolupen, els **continguts**, la descripció de les **activitats d'ensenyament i d'aprenentatge**, la selecció i l'ús dels **recursos didàctics**, la **gestió de l'alumnat, del temps i de l'espai i altres aspectes organitzatius i metodològics**, els **criteris, procediments i instruments d'avaluació** corresponents i les **connexions** amb altres unitats, àrees, matèries o mòduls relacionats, així com les possibles **mesures d'atenció a l'alumnat amb necessitats educatives específiques**. Es prestarà especial atenció a la coherència de tots els elements de la unitat didàctica amb les activitats d'ensenyament i d'aprenentatge programades.*

ANEXO 21

TP 9 Análisis reflexivo posterior al TFM

Reflexión de un estudiante sobre competencias desarrolladas en Practicum 2

¿Crees que has hablado y explicado demasiado y no has dejado construir matemáticas a los alumnos? Explica tu respuesta.	Sí, pq. por problemas de calendario me ha sido imposible que ellos llevasen la voz cantante en clase. He debido seguir una metodología didáctica idéntica a la que realizaba mi TUTORA DE CENTRO.
¿Qué aspectos sobre las competencias de ciudadanía y comunicación , abordadas en el Máster, has considerado en el desarrollo de tus clases en la práctica.2	El trabajo en grupo colaborativo en una SESIÓN DE JUEGOS en la que debían competir por ser los primeros en acabar, debiendo: 1) Ayudarse unos a otros tras repartirse unas determinadas tareas personales a realizar (CIUDADANÍA). 2) Saber expresar sus respuestas mediante una correcta expresión oral y escrita (COMUNICACIÓN).
En qué momento de tu práctica has tenido en cuenta que el alumnado se forme en la solidaridad, justicia y equidad.	Cuando he estado trabajando mediante el Proyecto EduCAT 1x1 (1 alumno – 1 ordenador) y me he encontrado con el hecho de que algún alumno no tenía ordenador portátil y les he pedido que se agrupen en parejas para compartir los recursos existentes en clase, fomentando así la SOLIDARIDAD.
Pon por lo menos un ejemplo de tu práctica en que has realizado alguna actividad de tipo social, económico, político, en la que se analicen cuestiones de la vida comunitaria	Al trabajar el concepto del % (tanto por ciento) les expliqué que dos de sus principales usos son: 1) Las encuestas o estudios estadísticos / 2) Las compras cotidianas, donde ambos usos tocan aspectos sociales, económicos y/o políticos de la sociedad actual.
Al ver las características del grupo que te has encontrado en tu práctica habrás podido pensar en algunas formas de trabajo que permiten desarrollar competencias transversales como la ciudadanía y la colaboración investigadora. (formas de diálogo democráticas, gestión de conflictos , etc Explica algún ejemplo.	El trabajo en grupo, en el que deben colaborar entre todos los integrantes del grupo para encontrar una metodología de trabajo que les sea útil y en el que deben saber argumentar sus propias ideas y deben saber escuchar y rebatir las ideas del resto de componentes del grupo para hallar una única solución como grupo al problema propuesto.
Indica un momento de tu practica en que consideras que el alumnado ha visto el poder de las matemáticas para resolver problemas de la vida .	Cuando he trabajado algún problema contextualizado en la vida cotidiana, básicamente cuando se trataba de dinero (comprar, vender, recibir una herencia, etc).
En qué momento de tu práctica se ha fomentado autocontrol reflexivo de la tarea realizada, trabajo de síntesis compartido, reflexión compartida,etc (metacognición aprender a aprender)	Cuando los alumnos deben escribir en su DOSSIER PERSONAL un **resumen** de los principales conceptos y procedimientos matemáticos trabajados en la unidad didáctica, de forma que realizan una reflexión personal mientras utilizan esta técnica de estudio (aprendiendo a aprender).
En qué experiencia de tu práctica has constatado que los estudiantes hacian auténtica reflexión crítica usando las matemáticas	Cuando al trabajar el concepto del %, los alumnos han tenido una visión práctica del significado total de un DESCUENTO en %, valorando los diferentes rangos en los que se puede mover este DESCUENTO: 5-10% → DESCUENTO PEQUEÑO, 50% → DESCUENTO MITAD DEL PRECIO INICIAL, 100% → DESCUENTO TOTAL = GRATIS
En qué momento de tu práctica has constatado que el alumnado se ha sentido feliz haciendo matemáticas y ha sido participativo en descubrimientos matemáticos ¿Qué has hecho para facilitar que eso ocurra?	Durante la SESIÓN DE JUEGOS MATEMÁTICOS CON FRACCIONES los alumnos disfrutaron jugando al PARCHÍS, a las CARTAS o al DOMINÓ, viendo el lado lúdico de las MATEMÁTICAS, compartiendo un tiempo de distensión y diversión con sus compañeros de grupo.

Cómo y qué has considerado que podrías evaluar de las competencias básicas de ciudadanía y comunicación

DETRÁS

NOTA: Estas preguntas se adaptaron para ser respondidas después del Practicum, porque no se registraron preguntas anteriores.

A partir de las reflexiones anteriores, el grupo desarrolla las siguientes observaciones.

- EVALUACION DE LAS COMPETENCIAS DE CIUDADANIA Y COMUNICACIÓN.

COMPETENCIA	¿QUÉ EVALUAR?	¿CÓMO EVALUAR?
1) CIUDADANIA	1) a) Comportamiento del alumno en el aula: Respeto al profesor y a sus compañeros de clase 1) b) Trabajo cooperativo en grupo del alumno. 1) c) Compartición de recursos didácticos (ordenador, libro, etc) del alumno en clase.	1) a) + 1) b) + 1) c) Dando un cierto peso (valor en %) de la NOTA FINAL del alumno en esta asignatura a esta competencia y realizando una buena observación de la conducta del alumno en clase.
2) COMUNICACIÓN	2) a) Respuestas orales del alumno durante las clases 2) b) Respuestas escritas en la pizarra del alumno durante las clases 2) c) Respuestas escritas de los deberes presentados por el alumno. 2) d) DOSSIER PERSONAL del alumno. 2) e) Debate de soluciones y metodologías al trabajar en grupo en clase.	2) a) + 2) b) + 2) c) + 2) d) + 2) e) Dando un cierto peso (valor en %) de la NOTA FINAL del alumno en esta asignatura a esta competencia y realizando una buena observación de la forma y el contenido de las respuestas realizadas por el alumno en clase o en casa, valorando especialmente sus aportaciones y reflexiones personales.

ANEXO 22

Respuestas de un estudiante a TP8 (2011-2012)
sobre interdisciplinariedad y conexiones

Aquesta activitat està pensada per a alumnes de 1er de Batxillerat, amb una certa pràctica en l'elaboració i la interpretació de resultats i gràfics estadístics.
És un exercici pensat per a posar en pràctica en un centre amb una alta proporció d'alumnat d'origen immigrant, amb la intenció d'augmentar el seu grau de motivació, com és l'institut en el qual realitzo el Practicum del màster, situat al cor del Raval de Barcelona.
L'activitat consta de dues tasques. A la primera, els alumnes han de realizar l'anàlisi estadístic de dades referents a l'evolució i l'origen de la població immigrant a Catalunya i, a la segona, es proposa visitar la seu de la Direcció General per a la Immigració, en la qual, a partir d'una reunió amb un dels tècnics que hi treballen, obtindran informació sobre les característiques culturals de cada comunitat.

Tasca 1. Anàlisi estadística de la població immigrant a Catalunya

Els alumnes, organitzats per parelles, observen les dades recollides a la taula 1, que mostra l'evolució de la població immigrant a Catalunya, distribuïda per comarques, des de l'any 2006 a l'any 2010.
Se'ls demana:
-Representar en un diagrama lineal l'evolució de la població immigrant a la seva comarca i al total de Catalunya.
-Calcular l'augment en percentatge de població immigrant durant el període referit, tant a la seva comarca com al total de Catalunya.
-Suggerir les causes que, segons ells, han pogut provocar aquesta evolució.

Taula 1. Evolució de la població immigrant a Catalunya. Distribució per comarques.

	2006	2007	2008	2009	2010
Alt Camp	3.719	4.509	5.592	6.263	6.485
Alt Empordà	26.460	30.577	35.757	38.140	39.258
Alt Penedès	10.736	11.122	12.167	13.411	13.011
Alt Urgell	2.485	2.777	3.226	3.364	3.346
Alta Ribagorça	511	582	759	782	735
Anoia	8.662	9.325	10.812	11.878	11.939
Bages	14.379	16.431	19.660	22.021	22.011
Baix Camp	24.418	29.327	34.913	35.921	36.317
Baix Ebre	11.396	13.363	16.081	16.490	16.621
Baix Empordà	22.840	24.418	27.946	29.644	29.428
Baix Llobregat	72.851	76.634	85.336	94.236	95.471
Baix Penedès	11.399	12.905	14.691	15.966	15.753
Barcelonès	338.497	345.611	381.308	404.868	404.900

Berguedà	2.908	3.221	4.091	4.309	4.265
Cerdanya	2.434	2.828	3.420	3.284	3.080
Conca de Barberà	1.809	2.084	2.486	2.787	2.763
Garraf	18.101	19.299	21.812	23.019	23.490
Garrigues	1.855	1.790	2.240	2.492	2.616
Garrotxa	6.435	7.073	7.814	8.517	8.600
Gironès	27.107	30.266	35.109	38.227	38.507
Maresme	45.514	46.259	49.614	52.783	53.902
Montsià	10.278	12.208	15.008	15.808	15.758
Noguera	4.715	5.058	6.027	6.758	6.804
Osona	18.504	18.717	20.767	22.377	22.894
Pallars Jussà	929	1.426	1.721	1.905	2.062
Pallars Sobirà	728	825	1.098	1.256	1.227
Pla d'Urgell	5.039	5.435	6.314	7.060	7.375
Pla de l'Estany	3.774	3.811	4.254	4.554	4.832
Priorat	865	888	1.007	1.140	1.202
Ribera d'Ebre	2.502	2.888	3.462	3.723	3.924
Ripollès	1.550	1.837	2.145	2.213	2.221
Segarra	4.521	4.475	5.168	5.717	5.888
Segrià	23.606	26.118	32.075	36.939	38.601
Selva	25.859	28.634	33.087	36.000	36.617
Solsonès	1.519	1.703	1.929	1.970	1.971
Tarragonès	31.515	37.046	45.160	49.395	49.749
Terra Alta	1.202	1.283	1.572	1.717	1.742
Urgell	4.889	5.171	6.169	6.730	7.184
Val d'Aran	1.577	1.842	2.221	2.371	2.249
Vallès Occidental	78.346	83.790	95.976	106.183	107.203
Vallès Oriental	37.323	38.951	43.796	47.061	46.537
TOTAL	**913.757**	**972.507**	**1.103.790**	**1.189.279**	**1.198.538**

S’espera dels alumnes que efectuïn comentaris respecte de les causes que han provocat l’augment de la població immigrant a Catalunya, ja que és probable que molts d’ells formin part d’aquesta població, i coneguin de primera mà els motius que han empès les seves famílies a deixar els seus països d’origen. Seguidament, es fixen en les dades recollides a la taula 2, que mostra l’evolució de les 10 comunitats estrangeres més nombroses a Catalunya des de l’any 2006 a l’any 2010.

Taula 2. Evolució de la població immigrant a Catalunya per països (2006-2010)

	2006	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**
Argentina	37.976	34.528	35.234	33.986	31.876
Bolívia	35.387	51.584	60.801	58.563	55.489
Colòmbia	43.228	42.797	46.287	49.150	48.847
Equador	86.714	81.832	80.995	82.627	78.797
Itàlia	31.914	37.750	43.727	48.169	49.190
Marroc	188.614	191.663	209.007	226.940	233.968
Pakistan	25.728	25.362	28.607	33.436	35.252
Perú	29.544	30.144	32.713	35.513	34.953
Romania	51.356	63.536	88.081	96.580	98.664
Xina	35.012	33.912	38.890	45.279	46.333
Altres	348.284	379.399	439.448	479.036	485.169

TOTAL 913.757 972.507 1.103.790 1.189.279 1.198.538

Se'ls demana:
-Elaborar un diagrama de barres on es vegin la distribució d'aquestes deu comunitats per als anys 2006 i 2010.
-Observar quines són les diferències entre ambdós diagrames.
Suggerir les causes que, segons ells, les han pogut provocar.
-En aquest cas, s'espera dels alumnes l'origen dels quals sigui un d'aquests països un augment de la seva motivació i que comparin la distribució d'aquestes comunitats a Catalunya amb la de la distribució que tenen a la pròpia aula.

Tasca 2. Visita a la seu de la Direcció General per a la Immigració

Es planteja una visita a la seu de la Direcció General per a la Immigració. Els alumnes, a més d'assabentar-se que existeix un centre d'aquestes característiques, coneixen les seves dades de contacte i com adreçar-s'hi si els interessa. En la visita s'inclou una xerrada amb un dels seus tècnics, el qual explicarà als estudiants les línies de treball que aquesta institució du a terme per tal de facilitar l'acollida de les diferents comunitats d'immigrants que actualment viuen al nostre país. Els estudiants podran dirigir-s'hi per tal de resoldre els dubtes que les preguntes obertes de l'activitat els hagin pogut causar.

Principals competències treballades

-*Competència social i ciutadana:* l'activitat proposada conté aspectes de la realitat diària dels alumnes, en una alta probabilitat, d'origen immigrant.
Els ajuda a conèixer les característiques demogràfiques de Catalunya i a comprendre possibles conflictes racials entre comunitats. Fomenta el debat a classe i la formulació de nous interrogants.

-*Competència en el tractament de la informació*. La informació facilitada als alumnes conté una certa quantitat d'informació numèrica que ells han de processar, analitzar i de la qual, a més, n'han d'extreure conclusions.
-*Competència en autonomia i iniciativa personal:* algunes de les preguntes suggerides no tenen resposta única ni els estudiants formació per a respondre-les exhaustivament. Es tracta, en realitat, de facilitar que es plantegin hipòtesis i, posteriorment, de manera autònoma, trobin vies per a comprovar-ne la validesa.

Processos desenvolupats

-*Resolució de problemes:* El conjunt de la tasca 1 implica resoldre les situacions plantejades per mitjà d'estratègies i l'anàlisi del procés de resolució. En aquest cas, demostra, a més, la utilitat del coneixement matemàtic, ja que facilita l'anàlisi de situacions reals.

-*Raonament i prova:* s'incita als alumnes a fer-se preguntes i tractar de respondre-les, formular conjectures i argumentar la seva validesa o refutar-la, donar raons a les respostes i reconèixer l’existència de diferents camins per arribar a un resultat determinat.

-*Comunicació i representació de la informació:* els estudiants han d’organitzar les seves idees per a que tinguin coherència i afavorir el contrast amb les del seus companys, en temes tan complexos i que els toca tan de prop, com el de la immigració.

Connexions
Existeix una clara connexió entre els conceptes matemàtics emprats i la realitat quotidiana dels alumnes, a més de la connexió amb els continguts d’altres matèries del currículum, especialment les ciències socials, la geografia i la història.

Avaluació de l’activitat
-Exercicis proposats a la tasca 1 (6 punts, un per a cada pregunta).
-Redacció d’una petita memòria sobre la visita a Direcció General per a la Immigració (2 punts).
-Participació (1 punt).

ANEXO 23

TP 10. PLAN DOCENTE TFM

S'inicia a principis del Màster i conclou amb un període d'assessorament/tutoria intensiu a finals del docència del Màster. La realització del TFM s'orienta a la interrelació del coneixement teòric amb el pràctic, realitzant una proposta educativa global d'innovació docent sobre la seva àrea d'especialització que integri els diversos continguts treballats al Màster i aplicats als pràcticums, de manera que l'alumnat mostri que ha adquirit les competències docents. Durant el Màster, el professorat tutor d'universitat es distribuirà les sessions del seminari del TFM i els seus membres actuaran com a assessors d'aspectes específics del TFM, però la responsabilitat del seguiment i tutoria individual correspondrà a un d'ells. En l'acabament del Màster, l'alumnat presentarà el Treball de Final de Màster.

Aquest treball es presentarà per escrit i en format electrònic, i inclourà:
- Un conjunt de reflexions sobre les interaccions teoria/pràctica que mostrin que ha adquirit les competències docents.
- Els aprenentatges realitzats a partir de la reflexió sobre la pràctica, fent incidència en els elements més rellevants dels períodes de pràctiques
- El disseny d'una proposta d'innovació educativa sobre l'àrea d'especialització
- Les conclusions del treball.
- Les fonts d'informació emprades.

Objectius d'aprenentatge i competències:
- Integrar les orientacions i ajudes proporcionades pels diversos tutors i els continguts de les assignatures del Màster en l'elaboració del treball de final de Màster.
- Investigar alguns aspectes educatius, transversals o específics de l'àrea, a partir de la reflexió sobre la pròpia pràctica, amb l'objectiu d'aprendre a prendre decisions com a docent i consolidar l'adquisició de les competències professionals.
- Valorar la importància que la formació permanent tindrà en la futura pràctica professional.
- Planificar, desenvolupar i revisar autònomament les tasques pròpies del professorat de secundària, fent aportacions amb iniciativa i innovació.
- Relacionar i utilitzar els coneixements teòrics i pràctics adquirits durant el Màster, adaptant-los a la diversitat de l'aula i a l'especificitat de l'àrea curricular.
- Fer propostes d'innovació i millora de la didàctica de l'àrea, en una de les etapes de secundària (ESO o B) a partir de la reflexió crítica sobre la pròpia pràctica i les aportacions i reflexions realitzades en les diferents assignatures del Màster.
- Sistematitzar per escrit el treball de final de Màster amb un llenguatge adient i amb correcció lingüística.
- Saber defensar oralment el treball realitzat, davant d'un tribunal o en una entrevista, amb concisió, claredat i correcció lingüística.

Continguts

- Adquisició de les competències professionals específiques gràcies a la interrelació adequada i significativa entre els coneixements teòrics adquirits en les assignatures cursades al màster i la seva projecció pràctica.
- Formulació de reflexions educatives innovadores transversals i referides a problemes generals del sistema educatiu a l'etapa de secundària
- Formulació d'una proposta didàctica innovadora, específica de la didàctica de l'àrea o disciplina, a partir de la reflexió sobre la pròpia pràctica i orientada a millorar la didàctica específica.

Metodologia

La docència i el seguiment del Treball de Final de Màster es realitzarà per mitjà de seminaris setmanals al llarg de tot el màster, que es realitzaran de manera intermitent, amb l'objectiu d'ajudar a l'alumnat a ordenar la reflexió entre el que ha viscut al centre de secundària i els coneixements del màster. La metodologia serà participativa i experimental, pròpia de tallers i classes pràctiques, i basada en l'estudi de casos i en debats. El professorat tutor fomentarà el treball cooperatiu entre els integrants del seminari, el treball en grup i la reflexió compartida entre els alumnes que facin pràctiques a un mateix centre. Aquestes metodologies s'han de practicar en la formació inicial d'una professió col·legiada on el treball en equip és la base de la presa de decisions col·lectives i del disseny del projectes educatius i del material didàctic. En Treball de Final de Màster l'alumnat ha de mostrar que sap relacionar, integrar i sintetitzar la teoria i pràctica, tant dels aspectes generals del sistema educatiu com de la didàctica específica de l'àrea. En aquest sentit la realització del TFM mostrarà les competències adquirides relatives a l'autonomia cognitiva, la contextualització del fet educatiu, la capacitat de prendre decisions, la reflexió crítica sobre la pràctica i, de manera més explícita, la capacitat d'innovació educativa. El seguiment individualitzat de l'alumnat es realitzarà gràcies a la coordinació dels equips de tutoria.

Avaluació

L'avaluació del TFM ha de contemplar la capacitat d'interrelació i de síntesi que l'alumne/a mostri entre les diferents matèries del Màster i de com aquesta capacitat li ha servit de suport per a l'adquisició de les competències professionals específiques a partir de la interacció entre la teoria i la pràctica. L'avaluació del TFM ha de tenir en compte aspectes concrets integrats en la qualificació global del Màster. Els criteris d'avaluació es basen en els aspectes següents:

- Interrelació qualitativa i significativa entre les diferents matèries del Màster
- Valoració de les propostes realitzades en les dues memòries de pràctiques
- Adquisició de competències docents, tant les pròpies d'un bon educador d'adolescents i joves com les específiques de la didàctica de l'àrea.
- Proposta d'innovació educativa i d'iniciació a la recerca educativa en l'àrea en la qual vol esdevenir professor, orientada per la reflexió critica sobre la propia pràctica amb l'objectiu de millorar la intervenció docent a l'aula

- Comprovació de les habilitats comunicatives i emocionals mostrades en la defensa del Treball de Final de Màster davant d'un tribunal
- Valoració de l'expertesa en la utilització didàctica de les TIC
- Ponderació del rigor en la presentació del Treball de Final de Màster i del grau de coherència entre les reflexions teòriques i la pràctica professional defensada.

El Treball de Final de Màster s'orientarà a través de seminaris a la facultat, que es realitzaran en diferents moments processuals del Màster (Veure quadre de síntesis dels seminaris). El TUC demanarà informació als diversos tutors dels seminaris sobre la participació i grau d'implicació dels alumnes als debats i a les reflexions. Durant la realització del Màster l'alumne tindrà un professor tutor que farà el seguiment individual del TFM. Aquest tutor -que pot ser el TUG, TUM o el TUD- emetrà un informe individual de cada alumne, que farà arribar al TUC.

La qualificació final és responsabilitat del TUC de l'àrea, qui serà responsable d'organitzar el tribunals d'avaluació i tindrà presents els informes dels diversos tutors en l'avaluació final.

Bibliografia

ALBALADEJO, C.; ECHEBARRIA, I.; MARTÍNEZ, M. (2007). "Competències del professorat de secundària", a DIVERSOS AUTORS (2007), *La formació inicial del professorat de secundària*, Barcelona: Universitat de Barcelona, ICE. Col·lecció Reflexions sobre el sistema educatiu, 1.

ALSINET, J., BASSEDAS, E. ET ALT. (2000). *¿Cómo hacerlo? Propuestas para educar en la diversidad.* Barcelona: Graó.

ANTÚNEZ, S. ET ALT. (1991). *Del projecte educatiu de centre a la programació d'aula.* Barcelona: Graó.

AUBANELL, A.; BENSENY, A.; NARANJO, J.C.. (2005). "La formació del professorat des del punt de vista de la facultat", *La formació del professorat de Matemàtiques: d'infantil a la Universitat*, Trobada SCM-FEEMCAT 2005. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.

BAIN, K. (2006). *El que fan els millors professors d'universitat,* València, Publicacions de la Universitat de València

CANO, E (2005). *Com millorar les competències dels docents. Guia per a l'autoavaluació i el desenvolupament de les competències del professorat*. Ed. Graó. Barcelona.

CASTELLÀ, J. M.; COMELLES, S.; CROS, A.; VILÀ, M. (2007). *Entender(se) en clase. Las estrategias comunicativas de los docentes bien valorados.* Barcelona: Ed. Graó.

COLL, S.; ROCHERA, M.J.; MAYORDOMO, R.M.; NARANJO, M. (2007). *Avaluació continuada i ensenyament de competències d'autoregulació (Una experiència d'innovació docent).* Barcelona: Universitat de Barcelona – ICE. Col·lecció Quaderns de Docència Universitària.

COLL, C. (2007b). “Una encrucijada para la educación escolar”. *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 370, juliol-agost 2007, monogràfic “Competencias básicas”.

DEL CARMEN L. (2004). *La planificación didáctica.* Caracas: Ed. Laboratorio Educativo.

DELORS, J. (1996). *La educación encierra un tesoro. Informe de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI*. Madrid: Ed. Santillana/ UNESCO.

DE MIGUEL DÍAZ, M. (Dir.) (2005). *Modalidades de enseñanza centradas en el esarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior.* Ministerio de Educación y Ciencia-Universidad de Oviedo, Servicio de Publicaciones. Universidad de Oviedo. Disponible a: http//www.uniovi.es/publicaciones

DEPARTAMENT D’EDUCACIÓ (2005): *Debat Curricular, Pacte Nacional per l’Educació. Reflexions i propostes,* Generalitat de Catalunya, Barcelona

DIVERSOS AUTORS (2007). *La formació inicial del professorat de secundària*, Barcelona: Universitat de Barcelona, ICE. Col·lecció Reflexions sobre el sistema educatiu,1.

DIVERSOS AUTORS (2007). Monogràfic “Competencias básicas” a *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 370, juliol-agost 2007. DOGC del 29 de juny de 2007. DECRET 143/2007, de 26 de juny, pel qual s’estableix l’ordenació dels ensenyaments de l’educació secundària obligatòria.

DOMÈNECH, J. (2003). *Mestres per educar ciutadans i ciutadanes del segle XXI. Els reptes de l’escola. El paper de la formació inicial.* Barcelona: Universitat de Barcelona, Facultat de Formació del Professorat. Lliçó de l’Acte d’Inauguració del curs 2003 2004.

DOMÈNECH, J. (2009). *Elogi de l’educació lenta,* Barcelona, Ed Graó

ESTEVE, J.M. (2008). “La formació de professors com a iniciació a la cultura docent”, a MARTÍNEZ, Miquel (director), *El servei educatiu a Catalunya i els seus professionals*. Barcelona, 2007. Barcelona: Mediterrània i Fundació Jaume Bofill.

LAVAL Ch. (2004) *La escuela no es una empresa. El ataque neoliberal a la escuela pública*. Barcelona. Paidós.

MAURI, T. (2005). *Implicaciones de determinados cambios sociales y educativos en la definición del rol profesional del docente de Educación Secundaria*. Conferencia presentada en las Jornadas sobre Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato: problemas, investigaciones y propuestas. Granada, 20 d’abril de 2005.

MEIRIEU, P. (2003). *Frankenstein educador.* Barcelona: Ed. Laertes, 2ª reimpressió

MEIRIEU, P. (2005). *¿Es posible formar al profesorado para una escuela democrática?* Conferencia presentada en las Jornadas sobre el Protagonismo del

Profesorado: experiencias de aula y propuestas para su formación. Consejo Escolar del Estado. Madrid, octubre de 2005. Disponible una traducció a: http://www.mec.es/cesces/seminario-2005/educacion-infantil-conferencia.pdf

MORIN, E. (2001). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro.* Barcelona: Ed. Paidós

OCDE. SANZ, V.; ORTÍZ, E. i ÁLVAREZ, J. (2003). *Atraer, seleccionar, formar y retener profesorado de calidad en España*. París: OCDE. Disponible a: http://www.oecd.org/dataoecd/54/28/17940910.pdf (Consulta de 27.2.2008)

PERRENOUD, P. (1999). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Barcelona: Ed. Graó.

SARRAMONA I LOPEZ, J. "Retos y perspectivas de las competencias profesionales" Revista de Educación y desarrollo, 6. Abril-junio. 2007.

TRIBÓ, G. (2008): *Formació i professionalització del professorat de secundària a Catalunya,* Informes Breus, 10, Educació, Fundació Jaume Bofill, Ed. Mediterrània, Barcelona

ZABALA, A. ARNAU, L (2007). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias*. Ed. Graó Barcelona.

Pautas especificas para el TFM (2011-2012)

Estructura

(1) Portada amb el nom de la persona, i nom del programa del Màster. Nom del professor tutor del treball.

2) Índex paginat

3) Introducció

4) Breu resum del context on s'ha realitzat el Pràcticum II (IES, nivell impartit, característiques del grup, etc.)

5) Anàlisi i valoració del procés d'ensenyament-aprenentatge utilitzant criteris de qualitat (per exemple, els criteris d'idoneïtat explicats a l'assignatura d'innovació i investigació sobre la pròpia pràctica).

Això vol dir fer-se preguntes del tipus:

He ensenyat unes matemàtiques de qualitat? Es pot millorar aquesta qualitat? Com? Per contestar aquestes preguntes totes les assignatures del bloc específic poden ser útils, en particular les assignatures de la matèria Complements per a la Formació Disciplinar impartides a la facultat de Matemàtiques.

Podien aprendre els alumnes amb les activitats proposades? Han après els alumnes? Per què no ho han fet? ...
Per contestar aquestes preguntes poden ser útils les assignatures de la matèria Aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques i també les del mòdul genèric.

Quina ha estat la gestió de la classe? Es pot millorar?
Per contestar aquestes preguntes poden ser útils les assignatures de la matèria Aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques i també les del mòdul genèric.

He utilitzat els recursos adequats? He gestionat bé el temps? Com hauria estat la seqüència d'activitats si hagués utilitzat un programa informàtic
Per contestar aquestes preguntes poden ser útils les assignatures de la matèria Aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques, en especial la de Recursos i materials educatius per a l'activitat matemàtica. Etc.

6) En la valoració sortiran alguns aspectes (que podran fer referència a un ventall ampli de qüestions: gestió, dinàmica de grups, dificultats dels alumnes, manera de presentar el contingut matemàtic, ús de les TIC…) que es poden millorar en un nova planificació del

procés d’ensenyament- aprenentatge i, segurament. sorgiran preguntes a fer-se sobre aquests aspectes. Es tractarà segurament d’aspectes problemàtics sobre els quals hi ha informació i, per tant, convé fer una recerca bibliogràfica sobre ells.

7) Formulació d'una proposta de millora de la seqüència d’activitats experimentades en el Pràcticum II, explicada i fonamentada a partir de la reflexió feta en els punts anteriors i del que s'ha treballat en les matèries que s'han cursat en el Màster. Aquesta proposta, procurarà justificar i argumentar les decisions, i no sols descriure-les, amb el recolzament de referències (articles, llibres de text, propostes d’innovació consultades, etc.).
8) Conclusions i valoració del propi aprenentatge en el transcurs del Màster, tant pel que fa a les classes, com pel que fa als pràcticums.
9) Bibliografia i/o Referències consultades.
10) Annexos (en funció del contingut del treball).

:::::::::::::::::::::: Observacions ::

A) Extensió
Encara que no s'ha fixat un nombre de pàgines per a la memòria del TFM es recomana que la seva extensió sigui al voltant de 25 pàgines (sense annexos).

B) Requisits d’estil
S’ha de vigilar que:
1) El treball no presenta errors ortogràfics, sintàctics, ni de interllengua (confusions per catalanisme en escrit castellà o castellanisme en escrit català).
2) El treball és un text coherent i cohesionat.
3) La bibliografía segueixi les normes de citació següents:

Article:
Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.

Llibre:
Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Capítol de llibre:
Font, V., Godino, J. D., y Contreras, A. (2008). From representation to onto-semiotic
configurations in analysing mathematics teaching and learning processes. En, L. Radford, G. Schubring, y F. Seeger (eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (pp. 157–173). Rotterdam: Sense Publishers.

ANEXO 24 - **Resultados según subcategorías de los cuatro ejes (Estudiantes Master curso 2010-2011)**

PHM	CIM	IIM	IDM	RCM	PHD	CID	IID	IDD	RCD	PHP	CIP	IIP	IDP	RCP	ACM	ISM	LDM	CCM	DCM	TMM	ACD	ISD	LDD	CCD	DCD	TMD	ACP	ISP	LDP	CCP	DCP	TMP	PCM	ACM	ECM	MIM	PCD	ACD	ECD	MID	PCP	ACP	ECP	MIP	LCM	LCD	LCP	ICM	EJM	PCM	PIM	RPM	RCD	EJD	PCD	PID	RPD	RCP	EJP	PAP	PIP	RPP
	1	1													1	2									1		1									4					1		1	1			1								1							
																								1	2											2					2																					
																1	2		2			1	1		1			1	1			1	2			4	3																									
		1																			1							1			1						1																									
		3														1													2		2		1			1					1																					
										1											2				1											1				1															1							
		1																	1				1		1											1			1																							
															1		1														1	1		1		5			1																							
								2											1			1	1		1						1	1				5	2							1											1							
								1													1															3	1		1																							
		2					1									1				1	2								1		1					2	1																									
1		3											1		1		1		2	1	1	1						1	1				3		1	3	3			1										1												
		2				1																1	1	1							1					3	1			1	1			1																		
		3				2	2														1															3																										
		4					2									2					1					1						1	1			4	3				2							1														

		3					1									1															3		1			4					2						2															
		1					1									1	1														1				1	6				1								1														
		1																							2				1		2		1			4	1											1														
		4				3										1			2		2			3				1	1			1	2		2	3	1	1			1		1	1				1	1													
		2					1	1			1					1					1								1		1						1		1	1				1																		
		3						1															1					1					1			1	1		1																							
1	**1**	**34**	**0**	**0**	**0**	**6**	**8**	**5**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**3**	**11**	**5**	**0**	**8**	**2**	**12**	**4**	**5**	**5**	**9**	**1**	**1**	**5**	**8**	**0**	**14**	**5**	**12**	**1**	**4**	**59**	**19**	**1**	**5**	**5**	**10**	**0**	**2**	**5**	**0**	**0**	**3**	**4**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

ANEXO 25

Argumentos de la jerarquización de las tareas que se consideran que desarrollan más la ciudadanía.

	Actividad A **(Patrones alimenticios)**	**Actividad B** **(Ley de Hooke)**	**Actividad C** **(Construcción en Cabri)**	**Actividad D** **(Recipientes)**
1	* Ayuda al alumno a **reflexionar**, **interpretar**, **comprender** un problema o tema social * Se fomenta el **análisis matemático** y la **reflexión.** *Fomenta la **implicación**, que los estudiantes **participen** en un contexto real			
2	*Se utilizan las **matemáticas para observar el comportamiento.** Las matemáticas permiten **tomar decisiones**, en situaciones de la vida cotidiana. *			
3				* Fomenta el **trabajo en equ**ipo y **colaborativo**. * Promueve un **clima democrático** en la clase. * Utiliza un **contexto** cercano a los alumnos
4				* Fomenta la **autonomía** e **iniciativa**, la **reflexión** y el **trabajo en grupo**. * Despierta **mecanismos de razonamiento** y cooperación. * Permite que los alumnos exploren los contenidos dependiendo de su nivel de comprensión. *Deja mucho más libres a los alumnos en sus caminos para encontrar soluciones
5	* Da pie a **reflexionar s**obre la **posición** respecto a la problemática. * Situa una **situación propia.**			
6	* Se tiene que **interpretar una realidad social**			
7	* Tiene una **conexión** con la Biología, ciencias de la naturaleza o nutrición.			

	* **Promueve el uso de las nuevas tecnologías** en la búsqueda de nueva información. * **Expone una problemàtica** en disitintas zonas de España			
8			*Debido al **trabajo colaborativo**. * Trabajo en grupo creándose entorno a una **discusión,** promoviéndose **interacción participativa**	
9				*Ejercicio sencillo y próximo a la **realidad estudiantil**. * Se establecen **relaciones matemáticas, interpretación**.
10				* Es una **actividad colaborativa.** * A través de un ejercicio de **trabajo en equipo** aprenden y **experimentan** de una **forma interactiva la pràctica matemàtica** *Se **manejan pacífica y constructivamente los conflictos** existentes en el aula
11			***Discusión en grupo** y posterior exposición en clase.	
12	*Parte de una **situación real** y **actual**, con datos que deben ser **interpretados** por los alumnos, que les hace **reflexionar** sobre la dieta que se sigue. *Es un ejercicio que invita a la **investigación autónoma** y a la **reflexión** de la sociedad en la que viven los alumnos. *Se aprende mediante un ejercicio matemático sobre otra materia, ciencias naturales.			
13	* Los contenidos trabajados están directamente relacionados tanto con la nutrición como con la inversión/gastos de los gobiernos. **Relaciona matemáticas con la vida personal** y **pública**. * Permite **analizar estadísticas y elementos sociales, promueve una intervención activa** y **crítica** desde una **perspectiva interdisciplinar**			

14				*Se trata de una **actividad grupal**, en la que se ha de **discutir y argumentar** cual es el **mejor** procedimiento a utilizar.
15			*Implica **trabajo en grupo.** * Los alumnos pueden **expresar** sus **ideas** y formas de solución y los otros deben aprender **aceptarlas**	
16	*La alimentación es un **fenómeno social** muy destacado e **importante**, que se debe **tratar a nivel educativo**. * **Problemas de obesidad** que hoy **repercuten en los niños**.			
17	*Se trabaja un **aspecto importante de la sociedad** como es la alimentación, además con una **población** de la zona donde viven los alumnos. *Se ayuda a **tomar consciencia de la realidad** y se aprende a **sacar conclusiones** directas de la información. *Además hay la **comparación** con el resto del país			
18	* El **enunciado** del problema **nos permite conocer una realidad** y **valorar** si tenemos una dieta sana y equilibrada. (Aunque no se especifíca si se trabaja en grupo)			
19	*Ayuda a saber **analizar y reconocer informaciones de datos sociales**, datos estadísticos e **interpretarlos** matemáticamente. *Ayudará a los estudiantes **a ser críticos** con ciertas informaciones dadas en los medios de comunicación			
20	*Ubica un **entorno**, una **temàtica social** y un método de solución			
21	*Fomenta **el diálogo y la reflexión**, permitirán trabajar sobre el **respeto a las opiniones** de los demás. *Es un trabajo **contextualizado en la salud**, y tomando datos reales de la **comunidad** más **cercana** a los estudiantes, esto permitirá trabajar sobre la **diversidad**			
22	*Aunque no veo un planteamiento de trabajo colaborativo y de debat, creo que el peso de esta actividad está en el **contenido social** y por el **enfoque interdisciplinar**			

Anexo 26- Resultados según subcategorías de los cuatro ejes el segundo año de experiencia (Estudiantes Master curso 2011-2012)

	Eje 1: Apropiación política, activa y crítica de saberes															Eje 2: Participación constructiva y responsable y uso de herramientas sociales																		Eje 3: Apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático														
	PHM	CIM	IIM	IDM	RCM	PHD	CID	IID	IDD	RCD	PHP	CIP	IIP	IDP	RCP	ACM	ISM	LDM	CCM	DCM	TMM	ACD	ISD	LDD	CCD	DCD	TMD	ACP	ISP	LDP	CCP	DCP	TMP	PCM	ACM	ECM	MIM	PCD	ACD	ECD	MID	PCP	ACP	ECP	MIP	LCM	LCD	LCP
1																							1	2						3		3					4								2			
2																	2							1		1			2	2							4								1			
4																	1							1						1		1							2	1		1						
5							2										1										2					1		2				2	1									
6																	1					1		1												1	1	3			1							
7							1	1									1													2								1			1							
8						1		2			1		3				1					2	1											2			2											
9														1								2			1					1		1					1											
10								1														1															1											
11																														1		1																
12												2				1																1					1											
13															1														1		1	2		2		2	1			1		1						
14								1									1													1								1										
15							1	1																													1											
16							1										1								1					1		1				1	1	3										
17							1	1	1																												1											
18								1																													2	2										
19								1																		1											2	1										
20								1														1		1	1												1											
21			1		1		1																2			1											1											
22							1																	2		1									1		1	1										
23							2																								1			1				1				1						
24						1	1										1					1						1		1				1	1		1											

25							1	1						1									1	1													1											
26							1												1				1															1										
27							1	1								1			1										1								1											
28							1	1								1	1		1			1	1											1			1											
29							1										1																			1	1			1								
30	1							1						1		1			2										1		1			1			1											
31							1	1				1																1	1					2		1	1	1										
32						1	1	1											1			1				1											1											
33							1	1																				1									1											
34								**1**																		**2**											**1**	**2**										