



UNIVERSITAT DE BARCELONA



Universitat de Barcelona

***Indicadores de diagnóstico para la implementación de
una web geométrica con alumnos deficientes
auditivos en aulas inclusivas***

Sergi Muria Maldonado

Departament de Didàctica de les Ciències
Experimentals i la Matemàtica

Programa de: Didàctica de les Ciències
Experimentals i la Matemàtica

Bienni: 1998-2000

Per optar al títol de Doctor en Pedagogia.

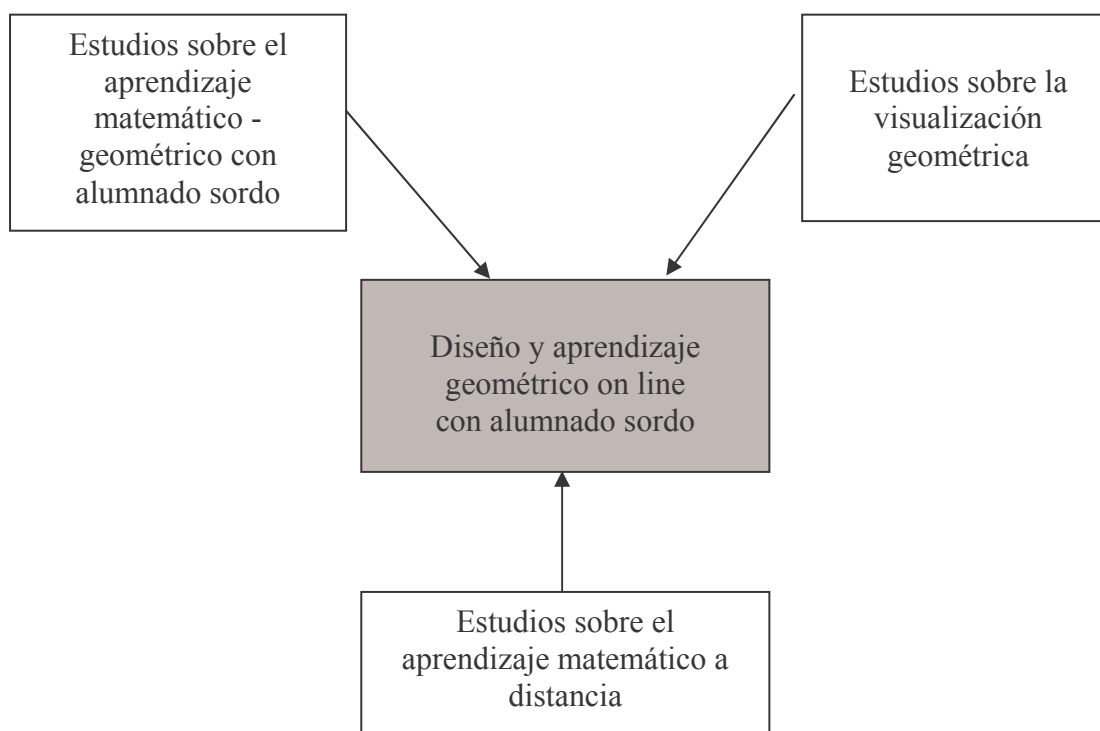
Directora: Núria Rosich Sala

2. Marcos Referenciales

- 2.1. Presentación.
- 2.2. Los aprendizajes matemáticos con alumnos deficientes auditivos
 - 2.2.1. Estudios sobre conocimientos y razonamiento matemático
 - 2.2.2. Estudios del papel del lenguaje involucrados en los aprendizajes matemáticos
 - 2.2.3. Estudios sobre el aprendizaje geométrico con alumnado sordo
 - 2.2.4. Estudios sobre la inclusión de los jóvenes con déficit auditivo en el aula de matemáticas
 - 2.2.5. Estudios sobre el papel de la tecnología en los aprendizajes del alumnado sordo
- 2.3. La educación y enseñanza de la geometría
 - 2.3.1. El modelo Van Hiele
 - 2.3.2. El papel de la visualización en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría.
 - 2.3.2.1. Visualización en el espacio.
 - 2.3.2.2. Principales investigaciones sobre la visualización geométrica en el aula.
 - 2.3.3. Estudios de geometría y uso del ordenador
- 2.4. Delimitación y concreción de nuestro marco teórico
- 2.5. Resumen

2.1. PRESENTACIÓN

El marco referencial del estudio que presentamos se articula entorno a tres ámbitos básicos distintos, pero relacionados según las finalidades del estudio.



En el primer apartado mostramos en primer lugar, los estudios que se han realizado sobre el aprendizaje matemático con alumnado con déficit auditivo. En segundo lugar presentamos estudios específicos sobre conocimiento geométrico con alumnado sordo integrado en escuelas ordinarias y en último lugar los estudios sobre el uso de las nuevas tecnologías con este alumnado.

El segundo apartado lo dedicamos a los aspectos de visualización geométrica, ya que es uno de los objetivos del estudio que es conocer el nivel de los mismos y sus posibles repercusiones para la implementación de un portal web específica para este alumnado.

Finalmente, el último apartado de este capítulo va dirigido a los estudios precedentes que se han realizado con investigaciones entornos virtuales formativos en geometría en alumnado ordinario, porque será otro referente que hemos de tener en cuenta.

2. 2. LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS CON ALUMNOS DEFICIENTES AUDITIVOS

La preocupación por el conocimiento de las habilidades y dificultades matemáticas del alumnado sordo, se ha planteado como una cuestión relativamente reciente en la historia, a partir de la década de los años setenta, del siglo S. XX. Al principio se analizaron tests matemáticos incluidos en investigaciones psicológicas como una de las mejores formas para poner de relieve las capacidades de razonamiento lógico y capacidades de pensamiento abstracto. En este contexto podemos citar el trabajo de Furth (1966) en EEUU. Este autor, en una amplia investigación, estudia en primer lugar el conocimiento de tres clases de conceptos básicos: identidad, simetría y oposición desde el punto de vista de la utilización del lenguaje. Para evaluar estos conceptos utilizó un material adaptado de N. Levy. Los resultados obtenidos por los sordos no mostraron diferencias significativas con los oyentes, excepto en el concepto de oposición atribuyendo estas dificultades al conocimiento lingüístico del término ya que los oyentes ya utilizan este término a los 6 años, aunque esta dificultad lingüística, según Furth no implica que la influencia del lenguaje intervenga en todos los conceptos.

Otras investigaciones de carácter psicológico realizada en España fue la que efectuó Marchesi (1978), sobre la conservación del peso y de los líquidos, relacionadas con la adquisición del número, coincidió con Furth en que los sordos muestran ciertos retrasos respecto a sus compañeros oyentes, aunque diferían en los márgenes de retraso. En este amplio trabajo Marchesi también investigó la representación espacial de las personas sordas desde una orientación piagetiana. Los objetivos que se propuso fueron los de conocer el paso de una perspectiva egocéntrica a una perspectiva descentrada y coordinada, y las repercusiones de este cambio, en las relaciones sociales de los niños sordos.

Explicamos detalladamente para comprender como se realizó y las posibles repercusiones que estos pueden tener en el alumnado sordo. Para evaluar las pruebas de los lugares topográficos y la relación en perspectivas, utilizó unos materiales adaptados de Laurendau y Pinard (1968) de los materiales originales de Piaget y Inhelder (1948).

En la primera prueba de localización de lugares topográficos utilizó dos cartones sobre los cuales había representados un camino y una vía de tren, que se cruzaban dividiendo así el rectángulo en cuatro regiones diferentes en los cuales se colocaban cinco casas diferentes por su forma y color. La prueba consistía en que el examinador colocaba un muñeco en un lugar determinado de su cartón y el alumno que estaba sentado delante tenía que hacer lo mismo en el cartón que él tenía. Esta prueba constaba de 12 ítems, del mismo estilo, y que una vez finalizada se repetía la misma prueba en un cartón en blanco y en distinto orden. Los resultados en la primera parte fueron similares para los sordos y oyentes más pequeños. En cambio en la segunda, se apreciaron diferencias que podían oscilar entre un año y medio y tres años de retraso, respecto a los oyentes.

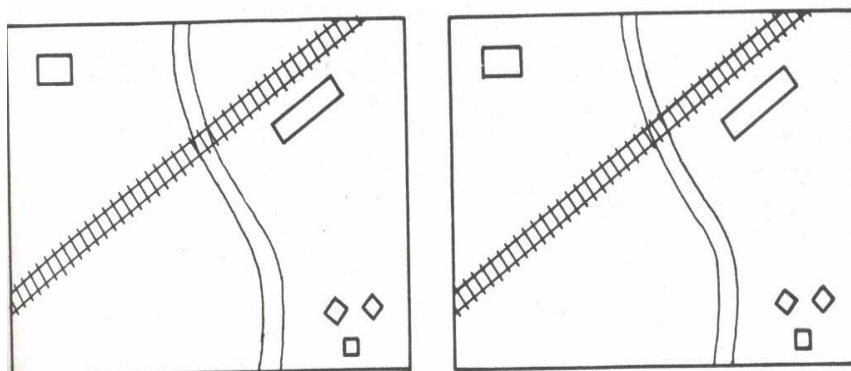


Fig. 1. Material utilizado en la prueba de “Localización de los lugares topográficos”

La prueba de “Relación de perspectivas” consta del material siguiente: un cartón dividido en 4 partes iguales por dos tiras finas, en el cual se sitúan tres conos de papel que representan montañas o tiendas. Esta prueba consta también de dos partes. En la primera el examinador coloca un muñeco en diferentes posiciones y el niño ha de encontrar entre cinco tarjetas diferentes la perspectiva que corresponde a lo que vería el niño. En la segunda parte se experimenta con el caso inverso, en este el niño ha de colocar el muñeco en función de lo que ve en la tarjeta. Los resultados obtenidos por Marchesi indicaban en ambas pruebas que el desarrollo de la representación espacial en los niños sordos atraviesa las mismas etapas que en los niños oyentes, aunque se mantenía un desfase a favor del oyente. Como dijo Marchesi, (1978, pág. 54):

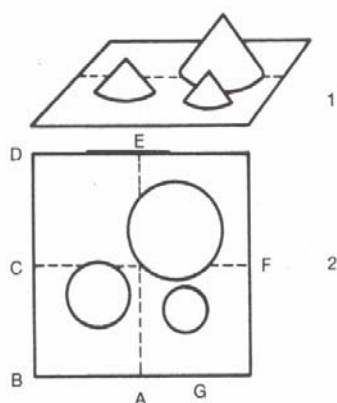


Fig 2.2. Los tres conos se ven en frente en 1 y desde arriba en 2. Las letras indican donde se coloca el muñeco.

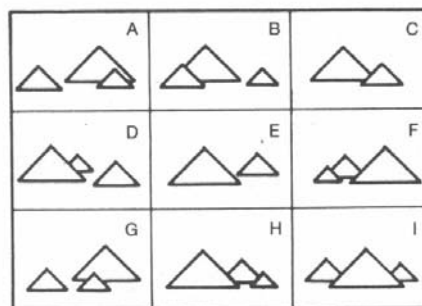


Fig 2.3. Las letras del gráfico anterior se corresponden con las perspectivas de las tarjetas A, B, C, D...

“Cuando a través de puntos de referencias topológicas, es posible resolver los problemas propuestos, el niño sordo de cinco años los ejecuta correctamente, como sucede en la primera parte de la prueba *localización de los lugares topográficos*. Sin embargo, cuando el niño ha de poner en juego relaciones de tipo proyectivo y/o euclidiano, como la segunda parte de esta prueba o la prueba siguiente, el niño sordo fracasa en esta edad”. En estas pruebas vemos las dificultades que muestran los sordos pequeños en las relaciones de tipo proyectivo y/o euclidiano.

Otro de los aspectos que nos interesa conocer son los estudios que se han realizado sobre los alumnos con déficit auditivo sobre los razonamientos que realizan este alumnado en tareas matemáticas.

2.2.1. Estudios sobre conocimientos y razonamiento matemático

En este apartado hemos de citar los trabajos de Wood y colaboradores (1983) que utilizaron pruebas de diagnósticas matemáticas generales en los que el lenguaje estaba minimizado para intentar comparar las capacidades de razonamiento matemático con las personas oyentes.

El trabajo de Wood y colaboradores de 1981 consistió en pasar el test de Vernon-Miller el llamado “Graded Arithmetic- Mathematics”. Es una prueba que tiene dos versiones la “junior” para los alumnos de hasta 12 años y la “senior” para alumnos de 13 a 16 años. Las cuestiones que incluye la prueba son de matemáticas elementales, en la versión “junior” como son sumas, restas, multiplicaciones, operaciones algebraicas, y algunas cuestiones geométricas sencillas. Los resultados del análisis de esta prueba mostraron que el grado de sordera y por tanto la habilidad lingüística, no se correlacionaba con la competencia matemática y no se apreciaban diferencias importantes entre los alumnos sordos profundos en escuelas especiales y los alumnos sordos severos integrados en escuelas ordinarias. El segundo resultado fue que todos los sordos en general, mostraban un desfase aproximado de unos tres años, respecto a los oyentes. Frente a estos resultados el equipo de Wood creyó que no se podía considerar la sordera como único responsable de estos hechos y por lo tanto se tenían que tener en cuenta otros factores como: los educacionales, el nivel de inteligencia, el talento matemático la causa de la sordera y el contexto familiar.

En el segundo trabajo de Wood y su equipo publicado en 1983, sobre razonamiento matemático y sordera plantearon 3 hipótesis:

- a) No existe conexión entre la capacidad verbal y el razonamiento matemático, excepto cuando los problemas están formulados en forma lingüística.
- b) Hay alguna clase de relación directa entre la competencia lingüística verbal y el razonamiento matemático, ya que los símbolos y las formas matemáticas están codificadas de forma verbal.
- c) Hay una implicación directa del lenguaje en tanto que el lenguaje oral es utilizado para explicar los conceptos matemáticos, así como para atraer la atención de los alumnos y el control de la clase.

En este nuevo trabajo, confronta los resultados del trabajo de 1981 con las nuevas hipótesis y esto les lleva a refutar las dos primeras proposiciones, ya que sino habrían encontrado una correlación entre la competencia matemática y los niveles de sordera, aunque si bien señala, que los sordos profundos están por debajo de los severos, en competencia matemática, estas diferencias son mínimas.

El análisis pormenorizado de las respuestas de los alumnos y su comparación mostraron que los alumnos sordos resolvían mejor las preguntas en que había una o dos palabras y que comportaban operaciones simples, mientras que los oyentes realizaron mejor las operaciones algebraicas y la representación de gráficos. Estos hechos demostraron según Wood que los niños sordos sufren un retraso en la adquisición matemática pero siguen los mismos pasos que los oyentes.

En un tercer trabajo dedicado a los progresos matemáticos de los niños sordos en diferentes ámbitos educativos en 1984, para profundizar en la falta de diferencia significativa entre los sordos profundos y severos, tomó una muestra de sordos severos integrados en escuelas ordinarias y sordos profundos de escuelas especiales a los que pasó el mismo test. Los mejores resultados los obtuvieron los alumnos sordos integrados aunque eran más bajos que los oyentes. Delante de los nuevos resultados llevaron a Wood a reafirmarse en su teoría de que, la sordera no era el único factor a tener en cuenta.

Otro tipo de trabajo que realizaron Wood y su equipo fue el de mirar el tipo de errores que cometían los sordos y oyentes, teniendo en cuenta los pronósticos realizados por los profesores de estos alumnos. Encontraron altas correlaciones entre la previsión hecha por los profesores y los resultados obtenidos, excepto en las dificultades lingüísticas de los problemas, que los alumnos sordos resolvieron mucho mejor de lo que pensaban los profesores. Este hecho hizo pensar a Wood que a lo mejor los niños sordos rendirían más en las cuestiones matemáticas con lenguaje, si los profesores esperasen más de ellos.

También se analizó las actitudes que mostraban los alumnos sordos al emprender las actividades más difíciles, siendo el resultado similar en las dos poblaciones, ya que los problemas que implicaban varias operaciones les costaba de traducir del lenguaje verbal al matemático, como también les sucede a muchos oyentes.

Los resultados de este amplio trabajo llevaron a Wood y sus colaboradores a las siguientes conclusiones:

- La lógica utilizada para resolver las cuestiones matemáticas era la misma que la de los oyentes.

- Las estrategias que utilizan los niños sordos para resolver los problemas matemáticos son del mismo tipo que la de los oyentes, pero su progreso es más lento.

Como hemos podido ver los razonamientos en las tareas matemáticas de distintos tipos son del mismo tipo que los oyentes, a pesar de que muestran ciertos retrasos pero siguiendo los mismos pasos.

Otro de los aspectos importantes es conocer el papel que juega el lenguaje en el aprendizaje matemático, el cual veremos en el apartado siguiente.

2.2.2. Estudios del papel del lenguaje involucrados en los aprendizajes matemáticos

En la década de finales de los setenta y ochenta se generó un gran interés por encontrar relaciones entre el lenguaje y la enseñanza de las matemáticas. Este hecho es especialmente importante en el caso de los alumnos sordos debido a empleo de diferentes tipos de lenguajes utilizados y sus repercusiones. A pesar de ello, no todos los profesores de matemáticas se han concienciado aún de la importancia de la relación que hay entre el lenguaje y la enseñanza, y lenguaje y aprendizaje de las matemáticas del alumnado sordo, como ya habían señalado Watts y Phil (1979), en que mostraron como muchos profesores de matemáticas de jóvenes sordos manifestaban su creencia de que era posible su enseñanza prácticamente sin lenguaje, lo cual mostraba una idea mecánica de la matemática, como un instrumento algorítmico de la misma. Esto conllevaba una falta de valoración del papel del lenguaje en la formación de conceptos y de los efectos de la comunicación en la proceso de simbolización.

Otro estudio realizado en Cataluña por Rosich (1990) sobre los efectos del lenguaje en una prueba de resolución de problemas aritméticos, donde los alumnos tenían que elaborar un enunciado de un problema dada una operación, así como su prueba inversa, es decir, dado el enunciado habían de resolver y explicar el problema. Se vio que tanto los alumnos sordos como los oyentes se mostraban de forma parecida en la resolución del problema, las mayores diferencias se encontraron en las clases de explicaciones dadas, ya

que el alumnado oyente prefería explicaciones escritas, mientras que los sordos utilizaban preferentemente dibujos muy contextualizados con alguna pequeña explicación.

Otro autor que se ha preocupado de los aspectos investigativos sobre lenguaje y matemáticas ha sido Sacks (1990). En sus estudios compara las dificultades del lenguaje que tienen los alumnos sordos en el aprendizaje matemático con las que tienen los estudiantes de otros países de lengua nativa no inglesa, pero que hacen las matemáticas en inglés. Mientras que los profesores y alumnos comparten una misma lengua, sistemas culturales y de razonamiento, en el caso del alumnado sordo hay aún muchas cuestiones por resolver, como por ejemplo, cual es la lengua vernácula: ¿lenguaje oral o lenguaje signado? Y como han de utilizarla los profesores en la enseñanza de las matemáticas.

Serrano (1995) realiza un estudio sobre la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos con la finalidad de mostrar los aspectos diferenciales con los alumnos oyentes. Para ello realiza dicho estudio con una población de alumnos de 9 a 12 años. Se analizaron básicamente dos cuestiones: a) ¿cómo influye el nivel de conocimiento de las operaciones cognitivas implicadas en los problemas en su competencia resolutoria? Y b) ¿cuáles son las dificultades principales con las que se encuentra el sordo al resolver problemas, analizándolas a partir de los errores? El análisis de los errores, efectuados en la explicación oral de los textos problemas, mostró que, cuando el sujeto se encuentra con dificultades lingüísticas, intenta simplificar los problemas para convertirlos en formas lingüísticas comprensibles, para ellos. Se observó que los procedimientos seguidos por un sujeto a lo largo de todas sus ejecuciones no son estables, sino que están en función de la estructura del problema y la dificultad que su comprensión comporte. Según esta autora (1998, pp. 137), *“la competencia resolutoria de los sordos en tareas de resolución de problemas aditivos y sustractivos depende más de la comprensión de la formulación del problema verbal que del conocimiento de las operaciones cognitivas implicadas en el problema”*.

Núñez (2004), que estudia tareas de representaciones numéricas con niños sordos de preescolar (3 y 4 años), evalúa primero las secuencias numéricas y las composiciones aditivas de dos números con objetos, potenciando los aspectos visuales llega a la conclusión que las dificultades que muestran estos alumnos no son debidas a las

dificultades de que no entiendan las representaciones numéricas sino que estos alumnos en sus instrucciones no se han enfatizado las representaciones espaciales.

2.2.3. Estudios sobre el aprendizaje geométrico con alumnado sordo

En general, podemos afirmar que son pocos los estudios que se han dedicado a conocer cuales eran los conocimientos geométricos de los alumnos con déficit auditivo, ya que se han priorizado los estudios aritméticos por ser considerados en general, como más útiles para la vida cotidiana. Si a este hecho añadimos que la enseñanza de la geometría para todos los alumnos, incluidos los alumnos con necesidades especiales, ha estado en discusión de cual era el papel que tenía que ocupar en los currículums escolares y que contenidos se tenían que enseñar en los diferentes etapas educativas, parece lógico la constancia de los pocos estudios dedicados a este alumnado.

Debido a que no se disponía de estudios sobre el conocimiento y habilidades geométricas con la lengua escrita, que tienen los sordos profundos, Rosich (1990) realiza un estudio comparativo cualitativo con alumnos sordos profundos de edad de 12 a 17 años y compañeros oyentes, sobre el nivel de generalización de vocabulario elemental en el mundo real, el grado de concordancia entre la definición escrita de una figura geométrica y el reconocimiento entre otras similares. Los resultados de este estudio mostraron que el grado de léxico general, el porcentaje se decantó a favor de los oyentes, aunque con pocas diferencias. Las diferencias más notables se dieron en la representación gráfica de las figuras tridimensionales a favor de los oyentes, según comenta la autora estos resultados indicaban que los sordos habían recibido un aprendizaje geométrico poco contextualizado y habían trabajado con poco material didáctico. En la prueba de la elaboración de una definición escrita, casi más de la mitad de los alumnos sordos lo dejaron en blanco, lo cual no sucedió con los oyentes, que todos contestaron a la pregunta, aunque con muchos errores.

En la investigación de Rosich (1995) aparece un estudio comparativo amplio en Cataluña, sobre los niveles geométricos básicos que tiene el alumnado sordo profundo y sordos severos, respecto al alumnado oyente con edades comprendidas de 10 a 14 años, y

también aporta algunas de las dificultades que tiene el alumnado sordo en la resolución de problemas geométricos, con tareas manipulativas y organizados por niveles de Van Hiele.

En este estudio se realizan dos pruebas diagnósticas: una, para los conocimientos geométricos básicos del plano, especialmente dedicada al tema del conocimiento de los polígonos y otra, para las figuras tridimensionales, con especial atención sobre los poliedros. Los resultados de estas pruebas muestran que los alumnos sordos, en las pruebas bidimensionales, en el primer nivel de visualización sobre los polígonos, los resultados de los alumnos deficientes auditivos (profundos y severos) son parecidos al de los oyentes. En el segundo nivel de reconocimiento por su nombre y construcción, los resultados mostraron las dificultades que tenían las tres poblaciones, aunque los alumnos sordos profundos mostraban diferencias significativas respecto a los oyentes, en el conocimiento del léxico. Las dificultades mayores del alumnado con deficiencia auditiva se mostraron en los triángulos, ya que reconocían de forma genérica a los mismos, pero no incluían la caracterización de los lados o bien de los lados. El reconocimiento de los cuadriláteros mostró resultados más altos para todas las poblaciones, aunque también se encontraron diferencias significativas entre la población sorda y oyente. En las pruebas de construcción, los resultados pusieron en evidencia que el alumnado sordo tenía muchas más dificultades que los oyentes, sobretodo en la construcción de los triángulos. En el tercer nivel, sobre el conocimiento básico de las propiedades (ángulos y lados) de los polígonos, los resultados pusieron de manifiesto las dificultades que tenía toda la población en general, pero el uso de tarjetas (ayudas visuales y lingüísticas), su uso se reveló como muy útil para todo el alumnado, aportando elementos didácticos para la enseñanza de la geometría. Los resultados de las pruebas de clasificación mostraron las dificultades que tenían algunos alumnos sordos para entender las consignas sobre la ejecución de la actividad y que ningún caso se dio en los oyentes. Los argumentos que aportaron sobre como habían realizado dichas clasificaciones fueron del mismo tipo que los oyentes. En los resultados sobre las definiciones, tanto los alumnos sordos como oyentes les resultó difícil, aunque el juego con tarjetas mediante el cual podían caracterizar al polígono facilitó la tarea, aunque ninguna de las poblaciones tuvo en cuenta las condiciones necesarias y suficientes para su caracterización. En las pruebas sobre las figuras tridimensionales, si bien se mostraron que los niveles de adquisición fueron más bajos que en las pruebas bidimensionales, siguieron las mismas pautas. Las

principales diferencias entre el alumnado sordo y oyente se dio en todas aquellas tareas que requerían un conocimiento lingüístico y un dominio preciso del léxico.

Los resultados de las pruebas tridimensionales mostraron que los alumnos sordos presentaban diferencias significativas respecto a los oyentes en el nivel de visualización, sobretodo por el desconocimiento del léxico, la explicación que da la autora es la poca familiarización que tiene este alumnado con las figuras tridimensionales (poliedros) y a las pocas relaciones que se establece entre la geometría plana y tridimensional. En las pruebas del primer nivel, donde los alumnos tenían que reconocer las propiedades básicas del cubo y de algunos poliedros (con tarjetas), y analizar las propiedades de una colección de poliedros según la posición de caras y tipos de ángulos, los resultados mostraron como las tarjetas fueron de gran ayuda, así como los materiales didácticos utilizados. Los resultados de las pruebas del nivel siguiente, sobre las semejanzas y diferencias entre diferentes figuras y dada la definición tener que reconocer el cuerpo geométrico, mostraron que las dificultades fueron altas para todo el alumnado, tanto para los sordos como para los oyentes y en el análisis estadístico no se mostraron diferencias significativas.

Respecto a la resolución de los problemas geométricos los resultados globales mostraron que, si bien en principio, se podía esperar que tendrían más dificultades que los oyentes debido a sus dificultades lingüísticas, los porcentajes de resolución fueron de un 32 % para los sordos profundos, de un 46 % para los sordos severos y de un 51 % para los oyentes, el análisis estadístico no mostró diferencias significativas.

Puesto que el estudio se va realizar a en aulas inclusivas, es importante conocer los efectos de la integración en estas aulas.

2.2.4. Estudios sobre la inclusión de los jóvenes con déficit auditivo en el aula de matemáticas

Entre los primeros trabajos podemos resaltar los de Kluvin y Moores (1985) sobre los efectos de la integración en el aprendizaje de las matemáticas, que aunque no reflejaron un aumento significativo en las cotas de aprendizaje de las matemáticas, se tiene que tener

en cuenta que el hecho de la integración era reciente en la época. Las posibles explicaciones que dieron sobre estos resultados fueron la falta de experiencia de los profesores y las dificultades de tener un traductor de lenguaje signado en el aula, lo cual hacía que el ritmo de aprendizaje fuera más lento. Aunque inicialmente las expectativas eran elevadas, tanto por la igualación del currículum como por las tareas a realizar se veía necesario el soporte de un profesor en esta disciplina, para mejorar su aprendizaje.

Finalmente, en este ámbito teórico vamos a ver que tipos de estudios se han realizado sobre los efectos de la tecnología.

2.2.5. Estudios sobre el papel de la tecnología en los aprendizajes del alumnado sordo

Los estudios que se han realizado sobre el papel que ocupa la tecnología en los aprendizajes escolares son evidentemente recientes. Uno de los primeros estudios que tenemos constancia es el de Pagliario (1998) que realiza un estudio para ver si a partir de la reforma educativa de 1992 y en la educación matemática concretamente, se han tenido en cuenta los estándares curriculares del NCTM de 1989 y las recomendaciones de 1991, en las escuelas de Pittsburg de EEUU. Para ello realiza un cuestionario basado en los criterios de los estándares y realizando adaptaciones, para que los respondan profesores. La población estudiada es de 259 profesores. El estudio incluye 95 escuelas de personas sordas. Los ciclos educativos estudiados es el K-12 que esta dividido en tres categorías:(k-4, 5-8, 9-12). Para cada una de las escuelas responde un profesor por cada grado y un administrado educativo. Los resultados muestran que el grado de conocimiento de la reforma educativa por parte de los profesores es en conjunto bajo para los tres grados, la puntuación más alta es para las respuestas de los profesores del grado medio, con un 44% en la categoría de un poco. Más del 85 % de los profesores responde que usa la tecnología (ordenadores y calculadoras) para la enseñanza de las matemáticas, para la práctica y juegos. El 40 % de los profesores utiliza las calculadoras. Entre las muchas recomendaciones que ofrece esta investigadora, resaltamos la que ofrece sobre la tecnología, así dice pp. 24: *“Fourth, technology should be available and used as a tool to expand instruction and enhance understanding and knowledge”*.

Otra investigación que tenemos a nuestra disposición pero de carácter mucho más amplio es la de Pillai (1999), que trata sobre la utilización de los ordenadores personales para la formación de todo el alumnado (oyentes, sordos) de enseñanza primaria y secundaria de las escuelas rurales de Alaska. Para la formación obligatoria disponen: ordenadores personales con CD-Roms y programas de televisión, vía satélite. La finalidad de esta investigación es conocer el uso que hacen los profesores para la formación, tanto formal como no formal de estas etapas. Los resultados muestran que los profesores más reticentes a su uso son las profesoras y en concreto las de más edad. Aproximadamente la mitad del profesorado utiliza el ordenador como refuerzo de actividades de aprendizaje del currículum y el 66 % lo utiliza para actividades no curriculares, mientras que el 37 % lo utiliza para ambas. Los profesores demandan más tecnología que esté relacionada con el uso y la adquisición de los conocimientos de la clase. Los profesores también demandan también cursos de formación para el uso del ordenador y del conocimiento de Internet. El profesorado necesitaría también formación específica para la atención de los alumnos sordos y creen que este medio podría favorecer las presentaciones visuales y sería de un gran valor para las personas sordas.

Otro estudio que ha tratado sobre el uso de los ordenadores para la formación de profesores de alumnos con déficit auditivo es el realizado por Roberson (2001), que examina como son usados los ordenadores para preparar a los estudiantes, futuros profesores tanto de alumnos sordos como oyentes. En el estudio han participado dos grupos distintos de sujetos: a) estudiantes sordos de la facultad de Educación, b) personal del servicio de administración de programas para los estudiantes sordos y oyentes. El 99 % de los sujetos sordos que estudia en la facultad de Educación ha respondido que usa el ordenador y la impresora durante la clase, de estos, el 84 % dice que usa el VCRs (para ver información grabadas) para la instrucción durante la clase, y el 56 % dice que usa cámaras de video para su instrucción en la clase, para poder repasar las sesiones. La valoración que dan en la importancia del uso del ordenador en la clase de un listado de 18 ítems que tenían que puntuar del uno a cinco, siendo el 5 muy importante, el 4 bastante importante, 3 importante, 2 un poco importante, 1 no es importante. La máxima puntuación que dan es de 4,41 a la posibilidad que tiene este medio de adaptarse a las diferentes realidades de los alumnos. Con una valoración de 4,28 dan al ordenador la posibilidad de establecer telecomunicaciones que ocupa el segundo lugar, el uso para el

conocimiento de terminología ocupa el tercer lugar con una puntuación de 4,10 y en lugar décimo de este listado lo ocupa el uso de los ordenadores como soporte a la resolución de problemas, que le dan puntuación de 3,68. Como podemos ver los estudiantes de la facultad valoran como importante el uso de los ordenadores en el aprendizaje matemático y concretamente en la resolución de problemas que es donde ellos tienen en general más dificultades. Las respuestas de los administradores del servicio de programas muestran que ellos perciben dos competencias importantes: a) como habilidad para describir e implementar la conciliación del trabajo con ambas poblaciones a la vez, b) para fomentar el uso de aplicaciones de bases de datos. Es de destacar en este estudio las “quejas” que recoge tanto de los estudiantes, como de los administradores de no disponer de medios específicos (software) para la enseñanza de las personas sordas.

Otro estudio que se ha realizado sobre como usan las personas sordas los ordenadores es el realizado por Zazove et al. (2004), hemos de tener en cuenta que entre el 9 % y el 10 % de los americanos tienen problemas del oído (Collins, 1997). En los EEUU de América son varios los lenguajes que utilizan las personas sordas para comunicarse. Las personas sordas profundas suelen utilizar el (American Sign Language o ASL), los cuales prefieren comunicarse con los oyentes mediante intérpretes de ASL, este hecho crea ciertos problemas para la vida cotidiana de estas personas. Uno de estos problemas son las visitas médicas, pues requieren la presencia de intérpretes, con la consiguiente pérdida de confidencialidad. El Estado de Michigan, para la prevención del cáncer, ha puesto en marcha un proyecto general (para todas las personas) con ordenador y vídeo, pero el texto utilizado para la comunicación es de un nivel relativamente alto. Este programa se ha visto que no es efectivo para las personas sordas, por el medio de comunicación y los bajos niveles de lectura que tienen en general. A partir de esta experiencia se ha incorporado vídeos con pantallas donde aparecen intérpretes del lenguaje ASL para poder informar a las personas sordas (Berman, et al., 2000) y también incorpora en pantalla el texto. Esto permite además que el interlocutor pueda preguntar escribiendo el texto y obtenga respuesta mediante el lenguaje ASL por la pantalla de vídeo.

Como podemos ver, no existen estudios de la enseñanza de la matemática a partir de páginas web de forma sistemática.

Dada las finalidades de este estudio sobre los elementos que se han tener en cuenta en el diseño e implementación de un portal web geométrico para alumnos con déficit auditivo, un punto clave son los aspectos de los modelos de la enseñanza y aprendizaje de la geometría que tendremos que tener en cuenta, y puesto que uno de los objetivos es el conocimiento de la visualización geométrica de las personas se analiza, desde el punto de vista teórico y de los estudios que se han realizado con oyentes, cuales son los elementos que se han de tener en cuenta.

2.3. LA EDUCACIÓN Y ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

La Geometría es sin duda, la ciencia más antigua de la humanidad. Ha sido la primera de las ciencias construidas por el hombre, con diferencia de miles de años con las otras ciencias. No obstante, su lugar en el currículum escolar ha sido ampliamente debatido en las últimas décadas dándose posturas contradictorias. Encontramos desde las que han propuesto una enseñanza formalista, hasta las que han creído como Freudental (1983) que pensaba que ha sido precisamente esta postura la que ha llevado al fracaso de su aprendizaje ya que, al mostrarla como un sistema deductivo perfecto, no tenía cabida la “reinención” del que aprende, siendo vivido este hecho por los alumnos como una ciencia impuesta por el profesor.

Sintonizando con esta línea, y desde una concepción constructivista encontramos la teoría sobre como se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje de los Van Hiele. Si bien las teorías sobre este modelo se inician en los años cincuenta, éstas no se han extendido y puesto en práctica en la mayoría de países, exceptuando Holanda y la antigua Unión Soviética, hasta la década de los años ochenta del siglo XX.

Expondremos a continuación de forma detallada las principales características de este modelo, por ser uno de los referentes de nuestro marco teórico.

2.3.1. El modelo Van Hiele

Pierre y Dina Van Hiele elaboraron un marco teórico sobre los distintos niveles de pensamiento y aprendizaje matemático, empezando por la geometría. El modelo surge como respuesta a las inquietudes que les producía la incompreensión o falta de entendimiento cuando enseñaban matemáticas a sus alumnos de enseñanza media.

Las ideas básicas sobre las cuales se fundamenta el modelo se pueden concretar en cuatro puntos:

- La capacidad del razonamiento matemático se divide en varios niveles de perfección.

- Los alumnos solamente comprenderán de verdad las partes de las matemáticas que por su forma sea adecuada a su nivel de razonamiento.
- Si una relación matemática no puede ser expresada de acuerdo a su nivel de razonamiento, hace falta esperar que el alumno lo adquiera para poderlo enseñar.
- Los niveles están secuenciados y jerarquizados, por tanto no se puede saltar de un nivel bajo a otro más alto, sin pasar por los niveles intermedios consecutivos, pero lo que si se puede hacer es favorecer la aceleración del proceso mediante una enseñanza adecuada.

El modelo da una secuenciación de los niveles de razonamiento matemático, además de los caminos que se habrá de recorrer para que su enseñanza y aprendizaje de las matemáticas sea significativo.

Secuenciación y caracterización de los niveles de pensamiento:

- Primer nivel (nivel de visualización): Los alumnos ven las figuras geométricas de forma global, como unidades, sin percibir sus propiedades matemáticas.
- Segundo nivel (nivel descriptivo): En este nivel los alumnos se empiezan a dar cuenta de que las figuras geométricas tienen propiedades matemáticas y las pueden describir, de forma informal, a partir de su observación y de sus elementos, pero tienen dificultades para relacionar unas con otras. El razonamiento en este nivel es el inicio al razonamiento matemático, pues es cuando los alumnos empiezan a descubrir y a generalizar las propiedades de las figuras geométricas a partir de sus observaciones y manipulaciones, pero está limitado ya que las propiedades de las figuras no son capaces de transferirlas a otras.
- Tercer nivel (nivel teórico): Los alumnos se dan cuenta de que las propiedades de las figuras se deducen unas de las otras y son capaces de clasificarlas y ordenarlas de acuerdo a sus propiedades. En este estadio los alumnos ya son capaces de entender las definiciones y empiezan a construirlas, discriminando entre la necesidad y la suficiencia de un conjunto de propiedades para llegar al concepto, pero aún no ven la necesidad de las demostraciones formales, y por tanto de comprender la estructura axiomática.

- Cuarto nivel (lógico formal): En este nivel los alumnos ya comprenden bien el razonamiento lógico formal y por tanto, ya tienen sentido y utilidad las demostraciones como único medio para poder comprobar la validez de una afirmación y son capaces de construirlas, así como seguir la secuencia de varias proposiciones.
- Quinto nivel (Rigor): Es el nivel de máxima abstracción y los estudiantes en este nivel tienen la capacidad para comparar los diferentes sistemas axiomáticos, pudiendo estudiar y comparar las diferentes geometrías.

La utilización de los niveles de pensamiento no es importante solamente para el aprendizaje geométrico, sino también para los profesores, ya que sirve para reflexionar sobre el proceso de su enseñanza. La discusión entre profesores y alumnos puede ser muy enriquecedora para ambos, si los profesores consideran a sus alumnos como unos oponentes que se les ha de escuchar y dar argumentaciones claras que pueden ser debatidas por todos.

Las teorías de Van Hiele han creado una corriente de seguidores en todo el mundo. Son varios los seguidores de esta línea de trabajo, tanto en investigaciones como en la puesta en práctica en el aula de dicho modelo.

Como hemos visto este modelo tiene en su base la visualización y es por ello que a continuación nos centraremos en el papel de la visualización en la enseñanza de la geometría y de las diferentes corrientes.

2.3.2. La visualización en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría

Desde hace algunas décadas han sido varios los profesores e investigadores de la Educación matemática que han puesto de relieve el valor de la visualización como un elemento imprescindible del aprendizaje geométrico. Ya en la década de los sesenta los Van Hiele en la propuesta de su modelo al primer nivel de aprendizaje geométrico le llaman nivel de visualización y lo consideran como la base de todo el conocimiento geométrico.

En la década de los noventa, tanto Yakimanskaya, como Zimmerman y Cunningham defienden el renacimiento de la visualización en el aprendizaje matemático. Sobretodo conducido por el desarrollo de las nuevas tecnologías y de los aspectos profesionales.

2.3.2.1. Visualización espacial.

Una de las finalidades de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos obligatorios es el desarrollo de las capacidades intelectuales de los alumnos. Entre estas capacidades se citan el razonamiento lógico, la intuición espacial, la generalización, etc... El trabajar adecuadamente con ellas contribuye a la creación de estructuras mentales, métodos de trabajo y actitudes cuya utilidad no se enmarca solamente en el ámbito de la matemática, sino que puede contribuir en el aprendizaje de las demás materias escolares. En la escuela se ha tendido más al desarrollo de las capacidades numéricas o de razonamiento, que al tratamiento que se ha dado a la capacidad espacial. El pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico y se utiliza para representar y manipular información en el aprendizaje y resolución de problemas (Clements y Battista, 1992).

Adentrarse en el tema de la capacidad espacial supone adentrarse en un tema controvertido y aparentemente anárquico, pues difícilmente dos investigadores se ponen de acuerdo en conceptos básicos y fundamentales como son la capacidad espacial, visualización, orientación espacial, relaciones espaciales, pensamiento espacial... El mismo concepto con diferentes nombres y diferentes conceptos con el mismo nombre es habitual en este tipo de investigaciones en los últimos 40 años. Como ha señalado Lohman y col., (1979a) el problema más complejo es el de que los sujetos puedan utilizar diferentes estrategias en la misma prueba. Esto complica enormemente la interpretación conjunta de estudios correlacionales y de procesos de la información de la capacidad espacial. La falta de un modelo teórico tanto de factores como de procesos y de estrategias, ha dificultado enormemente un avance significativo en el estudio de la capacidad espacial.

La preocupación por investigaciones sobre la utilización de las imágenes en el proceso de aprendizaje de la geometría, se muestra en estudios de la década de los cuarenta del siglo

pasado, con autores soviéticos como Chetverukhin (1949), Vladimirskii (1949) y Yakimanskaya (1962).

Como hemos visto en estas investigaciones la preocupación principal era el papel de la visualización en la enseñanza de la geometría y su utilización de forma correcta en diferentes niveles educativos.

En investigaciones más recientes sobre la visualización espacial, este concepto aparece relacionado con otros estudios sobre las habilidades espaciales y también con procesos de resolución de problemas de matemáticas en general. Así Hoffer (1977) identifica diferentes fisis-psicológicas habilidades relevantes en el aprendizaje de las matemáticas: coordinación motriz-ojos; figura-percepción del fondo; constancia perceptiva; percepción de posiciones en el espacio; percepción de las relaciones espaciales; discriminación visual y memoria visual.

Así la visualización se ha considerado como un subapartado de las habilidades espaciales. McGee (1979), a diferencia de Hoffer, ha descrito diez habilidades espaciales distribuidas en dos grupos: Habilidades de visualización espacial y habilidades de orientación espacial. Así define las habilidades espaciales en general como “la habilidad de manipular mentalmente, rotar, girar o invertir dibujos que representan un objeto”. Las habilidades de visualización espacial son: 1) habilidad de imaginar la rotación de un objeto y de los cambios de posición relativa de objetos en el espacio, 2) habilidad de visualizar una configuración entre varias de sus partes, 3) Habilidad de comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y manipularlos, 4) habilidad de manipular y/o transformar la imagen de un modelo espacial y componerla. Las habilidades de orientación espacial son: 1) habilidad de determinar relaciones entre diferentes objetos espaciales, 2) habilidad de reconocer la identidad de un objeto cuando este se ve desde diferentes ángulos o está en movimiento, 3) habilidad de considerar relaciones espaciales cuando la orientación del cuerpo del observador es esencial, 4) habilidad de percibir modelos espaciales y compararlos con otros, 5) habilidad de no confundirse en las diferentes orientaciones en las que un objeto espacial puede presentarse, 6) habilidad de percibir modelos espaciales y mantener la orientación respecto a otros objetos en el espacio.

Diferentes investigadores como (Fennema, 1977; Guay & McDaniels, 1978) han enfatizado en el hecho de que la manipulación mental necesaria en tareas de visualización espacial presenta dificultades para los alumnos y se convierte en uno de los aspectos críticos.

En psicología cognitiva se entiende por imagen mental como una cuasi- dibujo creado en la mente desde la memoria sin soporte físico, así Kosslyn (1980) explica que la teoría de las imágenes mentales se compone de dos partes principales: una más superficial, presente en la memoria activa y otra representación más profunda, que se mantiene por largo tiempo en la memoria, la cual es el soporte para las nuevas representaciones superficiales. Kosslyn identifica cuatro procesos aplicables a la visualización y a las imágenes mentales: 1) Generar imágenes mentales a partir de una información dada, 2) Inspeccionar una imagen mental para observar su posición o en las partes que la componen, 3) transformar una imagen mental por rotación, traslación o descomposición, 4) usar una imagen mental para responder preguntas.

Clements (1982) considera que el concepto de imagen como un dibujo en la mente es válido para la educación matemática. Lean, Clements (1981) siguiendo las teorías psicológicas dominantes de la época define: “Imaginación mental” como la actividad mental correspondiente a la percepción de un objeto cuando éste no está presente. “Imaginación visual” cuando ves el dibujo en la mente, finalmente define habilidad espacial como la habilidad para formular imágenes mentales y manipularlas.

En otros trabajos que estudian las habilidades espaciales el término visualización suele estar muchas veces relacionado con la idea de rendimiento, aunque con diversos significados.

Bishop (1983) centra la atención de la idea de visualización espacial en la significatividad de los procesos de aprendizaje y sugiere dos habilidades distintas: la habilidad de la interpretación de la información figurativa (IFI, Interpreting Figural Information) y la habilidad del procesamiento visual (VP, Visual Processing). La interpretación de la información figurativa es el proceso de comprensión e interpretación de representaciones

visuales para extraer la información que contienen. En cambio el procesamiento visual sería el proceso de conversión de información abstracta o no figurativa en imágenes visuales y también el proceso de transformación de unas imágenes visuales ya formadas en otras. Bishop prioriza los aspectos que están más relacionados con los procesos respecto al de los aspectos relacionados con los estímulos y se refiere al procesamiento visual en matemáticas en su contexto más amplio.

Presmeg (1986, pp. 42) propone el término de imagen visual como un esquema mental que describen información visual o espacial. Para ello distingue entre diferentes tipos de imágenes mentales:

- **Concreta o pictórica:** dibujos en la mente o imágenes figurativas de objetos físicos
- **De pautas o patrones:** descripción de figuras de manera inconcreta en forma de pautas
- **De fórmulas en la memoria**
- **Cinestética:** imágenes de partes físicas, normalmente originadas en el movimiento muscular
- **Dinámica:** En movimiento de objetos.

Del Grande (1990), a diferencia de la propuesta de Bishop y recogiendo propuestas diversas de diferentes autores dando un sentido más amplio al término de visualización que el utilizado en geometría, considera que en la visualización intervienen las habilidades siguientes:

- **Coordinación motriz de los ojos:** habilidad para seguir con los ojos el movimiento de objetos de forma ágil y eficaz.
- **Identificación visual:** Habilidad para reconocer un figura aislándola de su contexto
- **Conservación de la percepción:** habilidad para reconocer que un objeto mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente.

- **Reconocimiento de posiciones en el espacio:** habilidad para relacionar la posición de un objeto con uno mismo o con otro objeto que actúa como punto de referencia.
- **Discriminación visual:** habilidad que permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales.
- **Memoria visual:** habilidad para recordar las características visuales y de posición que tenían en un momento dado un conjunto de objetos que estaban a la vista, pero que ya no se ven o han cambiado de posición.

En algunas de ellas predomina la componente psico-fisiológica y en otras la componente intelectual. Si se realiza una clasificación conjunta nos damos cuenta que todas ellas tienen relación con la actividad de los estudiantes de matemáticas, y especialmente con el aprendizaje de la geometría espacial.

Para Yakimanskaya (1991) una imagen espacial es creada desde el conocimiento sensorial de las relaciones espaciales y esto puede ser expresado en una variedad de formas verbales y gráficas, estas pueden ser dinámicas, flexibles y operacionales. Ella describe el pensamiento espacial como una forma de actividad mental que hace posible crear imágenes espaciales y manipularlas en el curso de resolver varios problemas teórico-prácticos incluyendo las operaciones verbales y conceptuales y diferentes sucesos preceptuales necesarios para la formación de imágenes mentales. Yakimanskaya considera que las imágenes son las unidades operativas básicas del pensamiento espacial y los objetos geométricos son el material básico usado para la creación y manipulación de imágenes. También Yakimanskaya describe dos niveles de actividad en el pensamiento visual la creación de imágenes mentales y su manipulación o uso están muy interrelacionadas en el proceso, estando de acuerdo con Bishop en los procesos VP y IFI descritos anteriormente.

Zimmerman & Cunningham (1991) plantean la visualización como un concepto amplio, así definen la visualización como (pp. 1):

“ We take term visualization to describe the process of producing or using geometrical or graphical representation of mathematical concepts, principles or problems, whether hand drawn or-computer generated.”

Entendemos por tanto que según estos autores la visualización matemática es el proceso de formar imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con ayudas de materiales o tecnologías) y utilizar estas imágenes de manera efectiva para el descubrimiento y la comprensión matemática. Se asume esta definición por que incluye a la visualización como ilustración (plano externo) y como producto de la imaginación del individuo (plano interno) y además no se las restringe a situaciones típicas determinadas. Como podemos ver estos autores han incorporado en la visualización matemática para crear las imágenes mentales no sólo las representaciones, sino que también incluyen a las nuevas tecnologías, lo cual es fundamental en nuestro trabajo.

En (1993) los estándares curriculares del NCTM recogen la importancia de la visualización en la enseñanza y aprendizaje de la geometría dando unas orientaciones de su utilización.

Para Gutiérrez (1991) los términos de Imagen mental, imagen espacial e imagen visual definidos por Yakimanskaya y Presmeg se pueden considerar prácticamente equivalentes y los términos visualización, imaginación visual y pensamiento espacial se pueden considerar como equivalentes. Por tanto Gutiérrez considera el término visualización como una clase de actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales tanto a nivel mental como físico para la resolución de problemas. La visualización estaría integrada por cuatro elementos diferentes: 1) imágenes mentales, 2) representaciones externas, 3) procesos de visualización y 4) habilidades de visualización. Considera la imagen mental como una clase de representación cognitiva de conceptos o propiedades matemáticas a través de elementos espaciales o visuales. Las representaciones externas son una clase de representaciones verbales o gráficas, de conceptos o propiedades que incluyen imágenes, dibujos o diagramas, etc., que ayudan a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamientos visuales. Un proceso de visualización es una acción física o mental donde hay imágenes mentales involucradas. Distingue entre dos procesos mentales en visualización: interpretación visual de información e interpretación de imágenes mentales, estando de acuerdo en este punto con Bishop y Kosslyn. Mientras que Bishop señala dos procesos visuales, el segundo realiza una clasificación más detallada, pero para Gutiérrez los tres últimos corresponden al IFI

de Bishop. Un aspecto importante para Gutiérrez son las habilidades que entran en juego en la visualización considerando las mismas que Hoffer, añadiendo la rotación mental considerándola como la habilidad de producir imágenes mentales dinámicas y ser capaz de visualizar una configuración en movimiento.

Presmeg (1999) a raíz de la implantación y el uso de las tecnologías de la información resalta los peligros potenciales de su utilización, ya que no por el mero hecho de usara imágenes se va a potenciar siempre el razonamiento espacial. Así el uso de la imagen puede conllevar que:

- Lo concreto puede ir asociado a detalles irrelevantes o introducir detalles falsos
- Una imagen estándar puede inducir a un pensamiento poco flexible que impida reconocer un concepto en un diagrama no estándar
- Una imagen incontrolable puede ser persistente e impedir la apertura de caminos más provechosos
- La imaginería no está asociada normalmente a un proceso de pensamiento analítico riguroso.

Todos estos peligros están asociados de una u otra forma con la dificultad de generalizar una imagen, que es por su naturaleza un caso concreto.

Para potenciar el uso de imágenes y evitar el peligro, ella recomienda tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Ambiente de clase controlado y sin apresuramientos
- Uso de dibujos por parte del profesor
- Uso de la imaginería por parte del profesor
- Uso de la imaginería por parte de los alumnos
- Uso del componente móvil
- Uso del color
- Enseñanza sin barreras metodológicas: Uso de la intuición de los alumnos, métodos de búsqueda de patrones, retraso del uso del

simbolismo, uso deliberado de conflictos cognitivos, muestra y aceptación de métodos alternativos.

2.3.2.2. Principales investigaciones sobre la visualización geométrica en el aula.

Entre las principales investigaciones más antiguas, podemos citar los estudios realizados en la antigua Unión Soviética. Entre estos resaltamos en primer lugar el de Chetverukhin (1949) que presenta una investigación experimental sobre conceptos espaciales e imaginación espacial con alumnos de la escuela elemental. En esta investigación la profesora les decía el nombre de un objeto y los alumnos tenían que dibujarlo tal como ellos se lo imaginaban.

Vladimirskii (1949) que realizó una investigación para desarrollar un sistema que favoreciese la correcta utilización de las imágenes mentales en la enseñanza de la geometría y el desarrollo de la imaginación espacial. Esta investigación constó de dos series de actividades. El objetivo de la primera serie era clarificar el rol de la representación, al desarrollar conceptos geométricos e imaginación espacial. En la segunda parte identifica el papel de la representación en la formación de conceptos geométricos propios y en el desarrollo de destrezas para aplicar en la resolución de problemas geométricos. A partir de los resultados de la investigación, aporta un método para la correcta utilización de las representaciones geométricas conjuntamente con el estudio teórico de un curso teórico de geometría.

Ben- Chaim, Lappan, Hounang (1988) estos investigadores estudiaron los efectos de la instrucción en las habilidades de visualización espacial en la escuela secundaria según la diferenciación de género.

Guillén y otros (1989) hacen un estudio sobre el desarrollo de habilidades de visualización sobre objetos tridimensionales sólidos pasando de unos tipos de representación de los mismos a otros, en la cual observaron la conservación de la percepción, el reconocimiento de las posiciones en el espacio, reconocimiento de relaciones espaciales y discriminación visual. La experimentación se llevó a cabo con tres niños de 6º curso de Primaria (11-12 años de edad) fuera de su horario lectivo. La

experiencia se desarrolló durante 20 sesiones de 1 hora aproximadamente cada una, con dos o tres sesiones por semana. Estas series de actividades intentaban integrar los tres contextos en los que se estudia la geometría espacial: cuerpos físicos, representaciones planas estáticas en papel y representaciones dinámicas en ordenador.

Leinhart y al. (1990) realizan un estudio sobre el dominio de gráficos y funciones desde el punto de vista de la visualización y consideran como foco de atención las estrategias que utilizan los estudiantes entre el objeto geométrico y de la situación de la tarea. Ellos categorizar las estrategias de aproximación como globales o parciales, de acuerdo con el foco de atención de las estrategias utilizadas sobre el objeto geométrico. Consideran que un estudiante utiliza una estrategia de aproximación global cuando estas se focalizan en un objeto viéndolo como un todo y parcial cuando los estudiantes fijan sus estrategias en algunas partes del objeto. También definen lo que es una acción requerida que es la acción que debe hacer un sujeto para resolver la tarea. Estas acciones requeridas pueden ser de construcción (cuando el estudiante tienen que generar un nuevo objeto a partir del inicial, bien sea construyéndolo o representándolo) o de interpretación (cuando el estudiante ha de obtener información del objeto representado). Creemos que en los tipos de acciones requeridas coinciden desde nuestro punto de vista con las ya definidas por Bishop (1983), respecto a las habilidades que intervienen en la visualización espacial. Entre los resultados de este estudio resaltamos las dificultades que encontraron que tienen los alumnos para la exteriorización de las imágenes mentales utilizadas para la construcción de objetos tridimensionales.

Yakimanskaya (1991) realiza un estudio sobre el desarrollo de los conceptos espaciales y su rol en la enseñanza del conocimiento geométrico elemental de los últimos cursos. En este estudio la autora preconiza el valor de la visualización para asimilar los conocimientos abstractos de la geometría y no sólo, como un complemento en la enseñanza.

Gutiérrez (1996) realiza una investigación sobre la realización de tareas geométricas tridimensionales usando software dinámico con estudiantes de primaria y secundaria, mostrando los procesos seguidos por los alumnos en la utilización de las imágenes de

pantalla, las imágenes mentales que han creado y los procesos y habilidades de visualización que usan para resolver estas tareas.

Gorgorio(1995) realizó un estudio sobre las implicaciones de las habilidades espaciales en tareas de rotaciones en una población de 12 a 16 años. Tomó como punto de partida los estudios de (Bishop, 1980, a y b, y 1983; Clements, 1981 y 1982; Clements y Battista, 1992; Burden y Coulson, 1991) y analizó las estrategias que utilizan los alumnos desde tres puntos de vista: el origen y la organización de la información utilizada, el modo de representación mental y el foco de atención. Gorgorió (1998) define la habilidad de procesamiento espacial como “la habilidad necesaria para llevar a cabo la combinación de operaciones mentales necesarias para resolver una tarea espacial” incluyendo no sólo la habilidad para imaginar objetos, relaciones y transformaciones espaciales sino que también la habilidad de codificarlos en términos mixtos. En su investigación con alumnos de ESO incluye no sólo la habilidad para manipular imágenes mentales en el procesamiento visual sino que también introduce el constructo de estrategias visual o no en la resolución de problemas geométricos visuales. Para ello diferencia a los estudiantes, según usen en el proceso de resolución términos visuales, como parte esencial del método de resolución o no visuales, cuando los estudiantes no utilizan argumentos que incluyan imágenes visuales en sus tareas. Los resultados de esta investigación muestran un uso diferencial de las estrategias en función de las tareas requeridas. Cuando la tarea era presentada en un contexto real, el sujeto se envuelve en el contexto y distingue perfectamente entre la información que no es esencial, de la que lo es. En cambio cuando la tarea es presentada en un contexto no real, se denota que el sujeto hace uso de informaciones previas que tiene para explicar las situaciones.

2.3.3. Estudios de geometría y uso del ordenador

En los últimos años son varias las investigaciones que se han desarrollado utilizando como herramienta de trabajo los ordenadores, tanto en la enseñanza primaria como en la enseñanza secundaria. Hemos de mencionar, que todos estos trabajos se han realizado con alumnos oyentes, si los incluimos en el marco referencial es porque a partir de estas experiencias nos sirven para nuestra investigación de guía en la propuesta del diseño de la web.

Desde hace algunos años son varios los autores que defiende la utilización de los ordenadores en la enseñanza de la geometría pero también ha habido otros como Dreyfus y Hadas (1991), que alertan sobre los problemas que puedan surgir al trabajar de esta forma. Un ejemplo mostrado por estos autores relacionado con la geometría espacial es que los estudiantes tienden a basar sus argumentos y conclusiones en la apariencia de los cuerpos geométricos en la pantalla. Yabar (1996) presenta una aproximación a la geometría en tres dimensiones a partir del programa logo-3d, para trabajar la percepción y la representación espacial como complemento de las otras metodologías. La experiencia la realiza con alumnos de 14 años en escuelas públicas, mediante un proceso comprensivo. Entre las conclusiones que presenta resaltamos las dificultades que tienen los alumnos para imaginarse el movimiento que ejecuta la tortuga. También detecta que el hecho de observar una figura de distintos puntos de vista es muy enriquecedor para los alumnos.

Otro de los estudios es el de Noss y Hoyles (1996), que desarrollaron el proyecto Playground en Inglaterra. Dicho proyecto consistía en desarrollar un sistema para trabajar actividades matemáticas con el ordenador para alumnos de menos de ocho años. Mediante este sistema los alumnos podían jugar, compartir, construir y reconstruir juegos con el ordenador. Su objetivo era poner a los alumnos en el rol en el diseño y producción de juegos. Eligieron el campo de juegos por ordenador por dos razones: la primera, cultural y la segunda, matemática. Desde el punto de vista cultural los juegos están relacionados con la cultura de los jóvenes, por tanto, los videojuegos representan un magnifico vehículo para conectar con esta cultura y que sea motivador para estos. Desde el punto de vista matemático los videojuegos representan un sistema formal cerrado de reglas. Estas expresiones están interactuando con cadenas de texto en forma de lenguajes de

programación de ordenadores y esto da una excelente oportunidad para explorar en un cuasi-sistema algebraico como el Logo.

Son varias las investigaciones que se han llevado a término con software informático relacionados con la matemática y en nuestro caso particular con la geometría. Entre estos trabajos se encuentra el de Murillo (2001), que analiza un entorno interactivo geométrico con actividades de cabri con alumnado de ESO. Entre las conclusiones que presenta destacamos las siguientes: a) La utilización del entorno diseñado, plantea la posibilidad de dirigirse a una población heterogénea en cuanto a edad y calificación, b) permite realizar seguimiento de alumnos que no pueden asistir a clase, c) en la atención de algunos alumnos con necesidades especiales que participaron en el proyecto se tuvo que diseñar actividades, aunque aumentan la independencia para elaborar en la interpretación y respuesta, d) requiere que los docentes tengan formación con el medio.

Una cuestión importante es la formación de profesores de matemáticas utilizando entornos interactivos, que proporcionen a los profesores elementos sobre los aspectos profesionales de los contenidos. En este sentido Almeida (2001) realiza un análisis de procesos de formación a distancia de profesores de matemáticas en activo. Este trabajo muestra como los profesores desarrollan acciones docentes críticas en el desarrollo del contenido geométrico.

2.4. DELIMITACIÓN Y CONCRECIÓN DE NUESTRO MARCO TEÓRICO

En los apartados anteriores hemos visto una amplia revisión bibliográfica sobre los diferentes estudios que se han realizado en el ámbito de los aprendizajes matemáticos con alumnos deficientes auditivos, los cuales nos han mostrado cual es el estado de la cuestión con este alumnado. Hemos visto como son pocos los estudios dirigidos a la enseñanza y aprendizaje geométrico, es por ello que tomamos el estudio de Rosich (1995) como uno de los referentes. En el ámbito del aprendizaje geométrico tomamos como marco teórico para la visualización geométrica y para la construcción de las actividades a Bishop (1983) en lo referente a las habilidades que entran en juego en el proceso de visualización geométrica, aunque también consideraremos las dificultades expresadas por Presmeg. Por último en el ámbito de la educación a distancia se tendrán en cuenta los trabajos con el ordenador como mediador de la enseñanza presencial de Arcavi y Hadas (2000) con alumnos oyentes. Respecto a los softwares educativos específicos para la enseñanza de la geometría decidimos incorporar algunas actividades con tareas que tengan incorporado el programa Cabri Geometrie para aprovechar los gráficos dinámicos que la versión on line de este programa nos ofrece. Otro de los estudios que por su proximidad con nuestra investigación, en el sentido de que lo realiza con poblaciones de alumnos de ESO y con teleintervenciones es el de Murrillo (2001) que como hemos visto ha analizado las intervenciones desarrolladas semipresencialmente.

2.5. RESUMEN

En este capítulo se han presentado los marcos referenciales que constituyen los referentes para la investigación y se han revisado cuales son los principales estudios que han girado en el entorno del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas con alumnos con déficit auditivo y especialmente los geométricos. A continuación se han presentado los estudios sobre el modelo Van Hiele de aprendizaje geométrico y se han mostrado cuales son los principales aspectos teóricos sobre la visualización. También se han mostrado los estudios sobre el papel de la tecnología en los aprendizajes matemáticos y finalmente nos hemos posicionado sobre cuales de los tres ámbitos serán nuestros referentes teóricos.