

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica i Organització Educativa

Programa de Doctorat
Innovació Educativa i Formació del Professorat

Bienni 1990-1992

*Anàlisi del tractament de la geometria al currículum de
l'educació primària. Una proposta didàctica i un estudi de cas
sobre les transformacions geomètriques*

Per optar al títol de doctor en
Filosofia i Ciències de l'Educació

Doctorant: Jordi Quintana Albalat

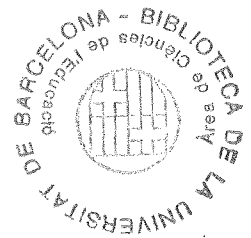
Director: Dr. Claudi Alsina Català

Tutora: Dra. Juana María Sancho Gil

Barcelona, 1996

- 44 -

0555-25760



TD

369



Respon: En fer la simetria d'una figura,

Canvia la forma?

Canvien els angles?

Canvien les longituds dels costats?

L'única cosa que canvia és

Explica perquè creus que passa això.

Per fer una simetria d'una figura necessitem

Segur que recordes que **en qualsevol triangle la suma dels seus angles sempre és 180°**. Fes proves amb el triangle ABC que facin veure aquesta propietat.

Dibuixa i escriu què has fet

--

Mou P i O i anota les conclusions a les que arribis.

--

5) Recupera el fitxer SIM1A.FIG i fent servir les opcions **Punt simètric** del menú **Construcció** i **Segment** del menú **Creació**, construeix la imatge simètrica dels tres dibuixos verds respecte a l'eix blau **e**.

Als **punts homòlegs** d'A, B, C i D anomena'ls A', B', C' i D'.

Potser aquesta és la primera vegada que has sentit a parlar de **punts homòlegs**. En una simetria el punt homòleg d'A és A', el de B és B', el de C és C' i així successivament. Explica amb paraules teves que són punts homòlegs.

Els punts homòlegs són...

6) Respon observant la construcció anterior, experimentat i mesurant:

- La distància d'A a l'eix **e** és a la d'A' a l'eix **e**
- La distància CD és igual que la
- La distància DD' és que la D **e**
- La distància BC és que la B'C'
- La distància C **e** és que la CC'
- L'eix **e** és al segment AA'
- L'eix **e** passa pel del segment DD'
- L'eix **e** és la del segment AA'

Què ha canviat en fer la simetria a les tres figures?

Si vols comprovar la teva solució recupera el fitxer SIM1B.FIG i comprova les conclusions.

7) Recupera el fitxer SIM2A.FIG

Observa que en ell hi ha dos eixos de simetria verticals, l'**e1** i l'**e2**, que són paral·lels.

El primer triangle, el vermell, és l'inicial.
El segon, el verd, és el simètric del vermell.
El tercer, el blau, és el simètric del verd.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

O sigui: triangle vermell → triangle verd → triangle blau

Completa i respon:

- El triangle vermell és amb el verd respecte a
- El triangle verd és amb el blau respecte a

El triangle vermell, és simètric amb el blau?

Què són?

Com ho saps?

Mou ara un vèrtex del triangle vermell i observa què passa amb els corresponents dels triangles verd i blau.

--

Mou els eixos **e1** i **e2** per algun dels seus punts i observa què passa. Anota-ho aquí.

--

Quins triangles es poden superposar? Perquè?

--

Respon:

Dues simetries seguides, amb eixos paral·lels, donen una simetria com a resultat?

--

Dues simetries seguides, amb eixos paral·lels, donen com a resultat...

--

Ara una mica més complicat. Si vols fes proves amb el Cabri, creant un polígon o un dibuix, creant els eixos que vulguin que siguin paral·lels, i construint els polígons o dibuixos simètrics.

Un nombre parell de simetries seguides, amb eixos paral·lels, donen una simetria com a resultat?

--

Què donen com a resultat?

Un nombre senar de simetries seguides, amb eixos paral·lels, donen una simetria com a resultat?

--

Què donen com a resultat?

Fes totes les experimentacions que vulguis i anota les conclusions aquí.

--

8) Recupera el fitxer SIM3A.FIG

Observa que en ell hi ha dos eixos de simetria perpendiculars, l'**e1** i l'**e2**.

El primer triangle, el vermell, és l'inicial, el segon, el verd, és el simètric del vermell i el tercer, el blau, és el simètric del verd.

Completa i respon:

- El triangle vermell és amb el verd respecte a
- El triangle verd és amb el blau respecte a

El triangle vermell, és simètric amb el blau?

Com són?

Com ho saps?

Mou un vèrtex del triangle vermell i observa què passa amb els vèrtexs corresponents dels triangles verd i blau.

Mou els eixos $e1$ i $e2$ per algun dels seus punts i observa què passa. Anota-ho aquí.

--

Respon:

Dues simetries seguides, amb eixos perpendiculars, donen una simetria com a resultat?

Dues simetries seguides, amb eixos perpendiculars, donen com a resultat...

Què passaria si els eixos fossin secants però no perpendiculars?

Si vols fes proves amb el Cabri, creant un polígon o un dibuix, creant els eixos que vulguin que siguin secants, perpendiculars o no, i construint els polígons o dibuixos simètrics.

9) Amb la mateixa construcció (si vols pots tornar a recuperar el fitxer SIM2A.FIG), crea una circumferència que tingui com a centre el punt d'intersecció dels dos eixos i un radi fins a B.

Per quins punts passa aquesta circumferència?

--

Com són aquest punts?

H.....

Crea una altra circumferència amb el mateix centre, i amb el radi fins a A, i una altra també amb el mateix centre, però amb el radi fins a C.

Si vols comprovar la teva solució recupera el fitxer SIM3B.FIG

Quants graus formen els eixos **e1** i **e2**?

--

10) Mou l'eix **e2** per un mitjà d'un punt i observa què li passa al triangle A"B"C".

Pots superposar el triangle A"B"C" a sobre de l'ABC?

--

Què has de fer?

--

El pots superposar a sobre de l'A'B'C'?

--

Mou l'eix **e** per un mitjà d'un punt i observa què els passa als triangles A'B'C' i A"B"C"

Observa què passa si mous el vèrtex C del triangle vermell.

Quines conclusions en pots treure? Anota-les aquí.

Fitxa de pràctiques de simetries PS5 - Simetries de les lletres

Experimenta amb les lletres de l'abecedari identificant les que tenen simetria vertical, horitzontal o les dues. Anota els resultats a la Taula resum.

A B C D E F G H I J K L M

N O P Q R S T U V W X Y Z

Taula resum de les simetries de les lletres

Lletra	Eixos de simetria?	Vertical o Horitzontal	Lletra	Eixos de simetria?	Vertical o Horitzontal
A			N		
B			O		
C			P		
D			Q		
E			R		
F			S		
G			T		
H			U		
I			V		
J			W		
K			X		
L			Y		
M			Z		

Fitxa de pràctiques de simetries PS6 - El joc de les paraules simètriques

Amb les lletres que tenen simetria escriu paraules secretes com les següents. Per llegir-les pots completar-les o fer servir un mirallet.

1) Aquestes tenen un eix vertical:

A	I	V	7
C	A	C	C
7	A	A	A
C	A	I	A
		7	7
			C

2) Aquestes tenen un eix horitzontal:

DIVI DEDE AUC

COCOC DECIDIDO

3) Quan l'Àlicia va passar a l'altre costat del mirall va escriure aquest poema. Què diu?

O signim mirall
 perdre reflecteixes
 la meua mà dreta
 al costat esquerra
 però no el meu cap
 allà on tinc els peus?

Mirall, signim
 perdre reflecteixes
 el que hi ha un costat
 a l'altre costat
 i no el que hi ha a dalt
 a la part de baix?

Escriu, de la mateixa manera que el poema, el que respondries a l'Àlicia.

4) Completa aquestes operacions i comprova el resultat:

$$2 \perp 0 - II \quad II \vee 0 - 00$$

$$000 \perp 00 \perp 0 \perp 0 \perp 0 - 1000$$

$$10 \vee 10 - 100$$

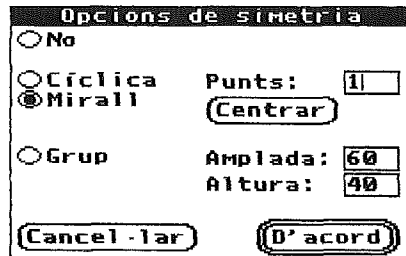
$$000 \perp 000 - IIII$$

Fitxa de pràctiques de simetries PS7 - Com fer simetries amb el programa DeluxePaint

1. Arrenca el programa DeluxePaint i selecciona l'eina de simetria



2. Prem el botó esquerre del ratolí i accediràs a una finestra d'Opcions de simetria.



3. Selecciona l'opció **Mirall** i indica a **Punts: 1**.

4. Surt de la finestra i ja pots començar a fer els dibuixos que vulguis. Observa que a la pantalla hi ha un eix de simetria vertical invisible!

5. Ah! pots fer servir els recursos de la barra d'eines.

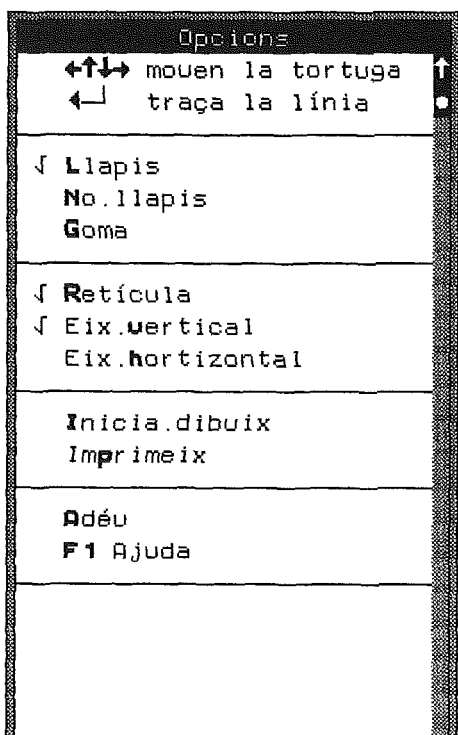
Altres possibilitats de simetries amb el programa Dpaint que pots experimentar:

Cíclica, Punts 1: dibuixa amb un eix vertical
Cíclica, Punts 2: dibuixa amb un eix inclinat
Cíclica, Punts 3: dibuixa amb tres eixos concurrents
Cíclica, Punts 4: dibuixa amb quatre eixos concurrents

Mirall, Punts 1: dibuixa amb un eix vertical
Mirall, Punts 2: dibuixa amb quatre eixos concurrents en un mateix punt

Fitxa de pràctiques de simetries PS8 - El micromon Simetria del Win Logo (Simetria 1.0, Joan Homar 1993)

Simetria és una aplicació Logo que permet dibuixar figures poligonals a la pantalla. L'aplicació es carrega amb **Recupera "simetria.log** i llavors la pantalla queda dividida en dues parts. A l'esquerra hi ha un menú d'Opcions



Traça la línia des de la tortuga, al cursor en forma de creu.

La tortuga deixa traç de color negre i la imatge de color blau cel.
La tortuga no deixa traç.
La tortuga esborra el traç que hi ha per on passa inclosa la retícula i l'eix de simetria.

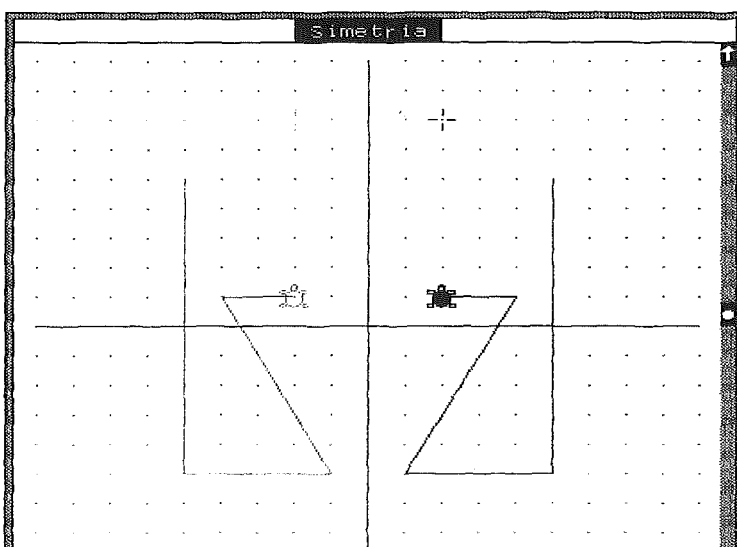
Activa o desactiva la Retícula a la zona de dibuix.
Selecciona l'eix vertical.
Selecciona l'eix horitzontal. Els dibuixos fets amb un tipus d'eix es mantenen invariables quan se'n selecciona un altre.

Esborra la pantalla i es pot tornar a començar.
Imprimeix el dibuix fet.

Per sortir del micromon Simetria.
Dóna una ajuda en pantalla.

A la dreta, la finestra de dibuix amb una retícula, un eix de simetria vertical de color vermell, el cursor actiu en forma de creu de color negre a la dreta, i el cursor simètric, també en forma de creu però de color blau, a l'esquerra.

Si es mou la creu negra amb les tecles del cursor, la creu blava fa el mateix respecte a l'eix de simetria. En aquest moment apareix la tortuga que estava amagada sota el cursor.



Prova de dibuixar algunes de les figures de les fitxes de pràctiques i les que tu vulguis.

Fitxa de pràctiques de simetries PS9 - Jocs de simetries amb el Paintbrush del Windows

Recupera el fitxer CARES.BMP

En ell hi ha aquestes tres mitges cares. Per veure-les bé has de fer una simetria a cadascuna respecte al seu eix vertical.



e4

El procediment és el següent:



- Prem la icona de retalls rectangulars
- Marca la mitja cara amb un rectangle de retall de manera que un costat d'aquest coincideixi amb l'eix de simetria.
- Selecciona **Copiar** del menú **Modificacions**.
- Selecciona **Enganxar** del menú **Modificacions**, i apareixerà una còpia de la mitja cara a l'angle superior esquerre de la pantalla.
- Seleccionar **Inversió horitzontal** del menú **Bloc** i la cara girarà.
- Mou amb el ratolí la mitja cara girada fins a fer-la coincidir amb la mitja cara original.

Una vegada tinguis totes les cares senceres, fes una simetria de cada una respecte a l'eix horitzontal e4. Què passa?

FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS DE LES SIMETRIES

1) En una simetria, l'única cosa que no es mou és...

2) En fer una simetria d'una figura:

A) Varia la forma?

B) Varien els angles?

C) Varien les longituds dels costats?

3) En fer una simetria d'una figura l'única cosa que canvia és...

Explica perquè creus que passa això.

4) Per fer una simetria necessitem...

5) Completa:

- La distància d'un punt A a l'eix és que la del punt A' a l'eix.
- La distància entre dos punts AB és que la del punts $A'B'$.
- L'eix passa per del segment AA' .
- La distància d'un punt A a l'eix és que la del mateix punt A a A' .

6) Què creus que deu ser una simetria inversa?

7) Si a una figura li fem dos simetries paral·leles, el resultat és...

8) Si a una figura li fem tres simetries paral·leles, el resultat és...

9) Si a una figura li fem un nombre parell de simetries paral·leles, el resultat és...

10) Si a una figura li fem un nombre senar de simetries paral·leles, el resultat és...

11) Si a una figura li fem dues simetries d'eixos que es tallin, el resultat és...

12) Si a una figura li fem tres simetries d'eixos que es tallin, el resultat és...

13) Si a una figura li fem dues simetries d'eixos perpendiculars, el resultat és...

..... de graus.

14) Com podem saber que un polígon és regular per mitjà de les simetries?

15) Escriu coses de les simetries que hagis après i que no estiguin aquí.

16) Què és allò que has fet que t'ha permès aprendre més les simetries?

17) Què és el que t'ha interessat més de les simetries?

18) Quina és la cosa que has fet que t'ha ajudat a entendre més les simetries?

19) Quina utilitat creus que pot tenir el que has après sobre les simetries en la vida de cada dia d'ara o de quan siguis més gran?

LES ISOMETRIES: LES TRANSLACIONS

1) Afegeix a la llista tots els casos que se t'acudin.

Quan un ascensor puja o baixa es trasllada .
Quan un noi o una noia baixa per un tobogan es trasllada .
Quan les portes del metro s'obren i tanquen es traslladen .
Una noia quan esquia en línia recta es trasllada .
El telefèric de Montserrat es trasllada .
.....
.....
.....
.....

2) En tots els casos anteriors les persones o les coses **es desplacen en línia recta, es traslladen**.

O sigui, en tot els casos hi ha **translacions**, però, les coses es traslladen cap a un lloc, molt o poc.

Per això per, traslladar una cosa ens cal respondre abans a dues preguntes:

- **Quant?**
- **Cap a on?**

Relaciona aquestes tres columnes:



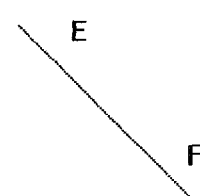
	Direcció	Dreta o esquerra
Quant?	Longitud o distància	Quina línia recta
Cap a on?	Sentit	Molt o poc

3) Esbrina i escriu el significat d'aquests elements de les translacions:

Sentit	
Direcció	
Distància	

4) Has de saber que: **Tota direcció té dos sentits.** O sigui, en **una direcció** hi ha **dos sentits**.

Observa aquests tres casos:

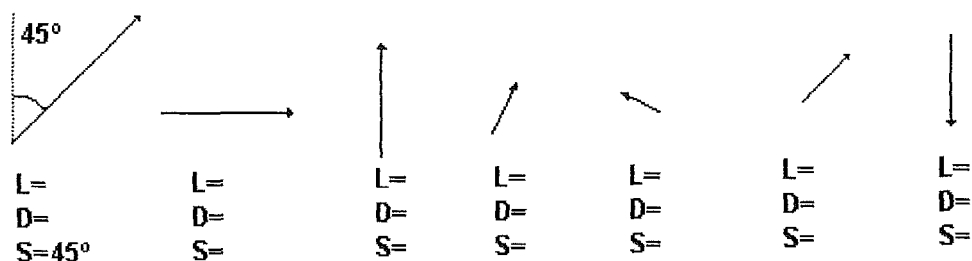
En aquest cas la direcció és la de la recta horitzontal, i els dos sentits són d'A a B i de B a A.	En aquest cas la direcció és la de la recta vertical i els dos sentits són de C a D i de D a C.	En aquest cas la direcció és la de la recta inclinada i els dos sentits són d'E a F i d'F a E.
		

Completa amb el que s'acudi o diguin altres persones:

De casa a l'escola i de l'escola a casa.	Una direcció i dos sentits.
Del mar a la muntanya i de la muntanya al mar.	Una direcció i dos sentits.
De Tarragona a Barcelona i de Barcelona a Tarragona.	Una direcció i dos sentits.
Del Besòs al Llobregat i del Llobregat al Besòs.	Una direcció i dos sentits.
.....	Una direcció i dos sentits.
.....	Dos sentits i una direcció.
.....
.....

5) **Atenció!** Per indicar la translació d'una figura, o sigui, la seva direcció, el seu sentit i la seva longitud, es fa servir una fletxa que s'anomena **vector**.

Mesura i anota la longitud, la direcció i el sentit d'aquests **vectors**. Si vols mesurar els graus pren com a 0° un vector vertical, que assenyali amunt, cap al Nord.



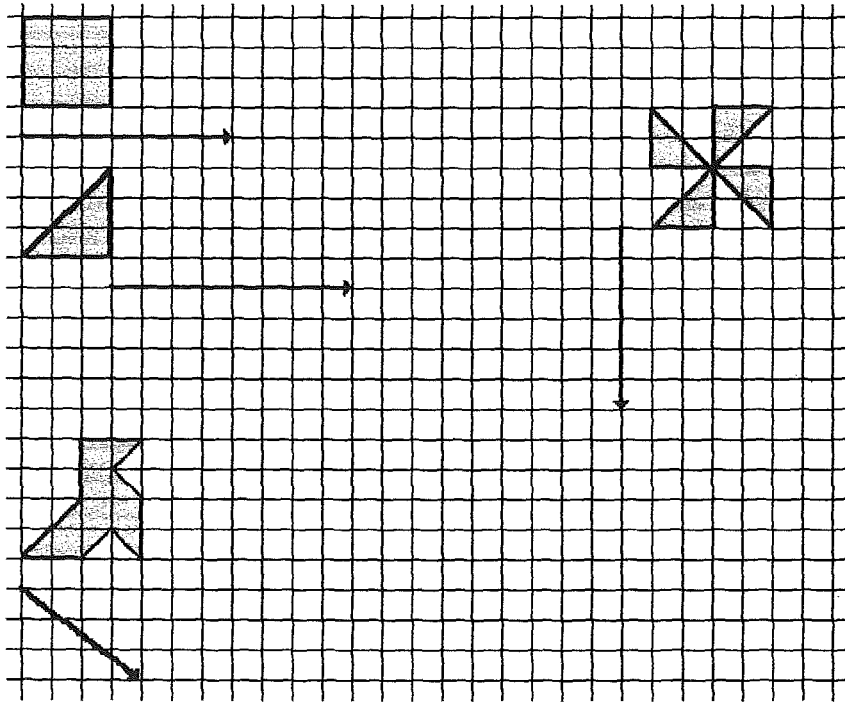
De fet un **vector** és un segment que té la **longitud** del propi segment, la **direcció** de la línia recta en la que està, i el **sentit** de la fletxa.

6) Escriu situacions en les quals es facin servir les paraules **translació**, **traslladar**, **direcció** o **sentit**, i digues si l'ús que se'n fa és correcte o no. N'hem posat algunes com a exemple.

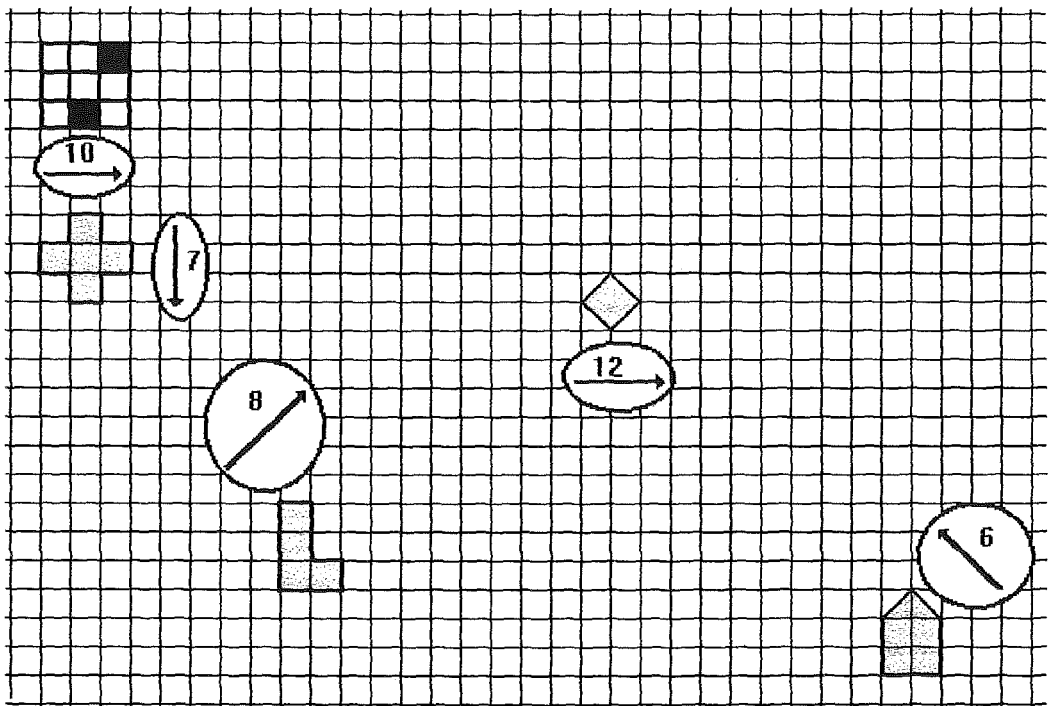
Situació	Ús matemàtic correcte?
Canvi de sentit en l'autopista	
Un quadrat té dues direccions	
"Això que dius no té sentit!"	
"Què dius que no t'he sentit?"	
El sentit de les agulles d'un rellotge	

Fitxa de pràctiques de translacions PT1

1) Traslada les següents figures segons els vectors dibuixats. Dibuixa els resultats amb color blau.



2) Traslada les següents figures segons els vectors assenyalats.



3) Respon a aquestes qüestions:

En aplicar una translació a una figura:

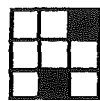
Canvia la forma?

I els angles?

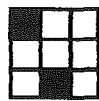
I les longituds dels costats?

Què canvia en aplicar una translació?

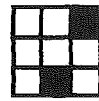
4) Hem traslladat diverses vegades la peça quadrada 1. Uneix amb fletxes els possibles resultats de les translacions.



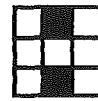
1



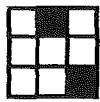
2



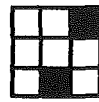
3



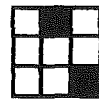
4



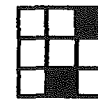
5



6



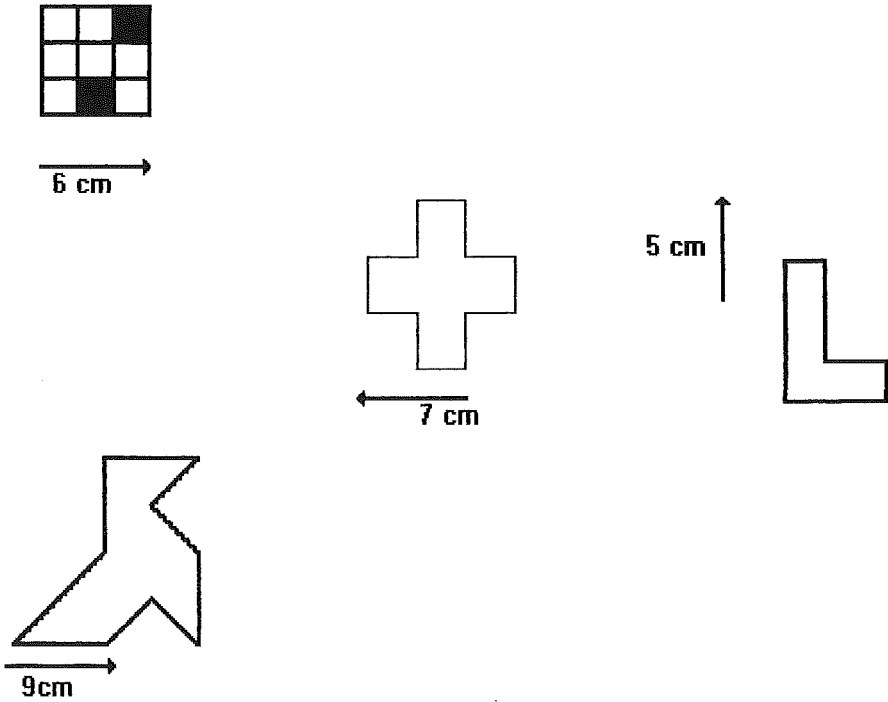
7



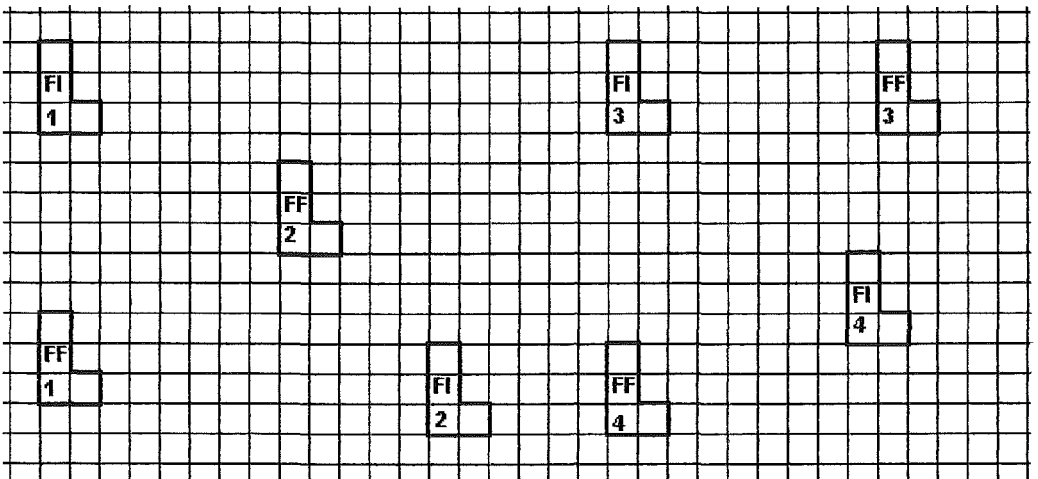
8

Fitxa de pràctiques de translacions PT2

- 1) Traslada les següents figures segons els vectors assenyalats. Dibuixa els resultats amb color blau.



- 2) Busca en els quatre casos els vectors que han permès traslladar cada Figura Inicial (FI) en la Figura Final (FF). Dibuixa'ls amb color vermell.



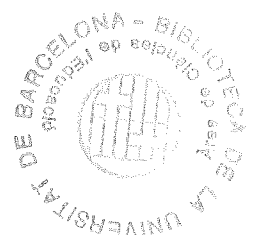
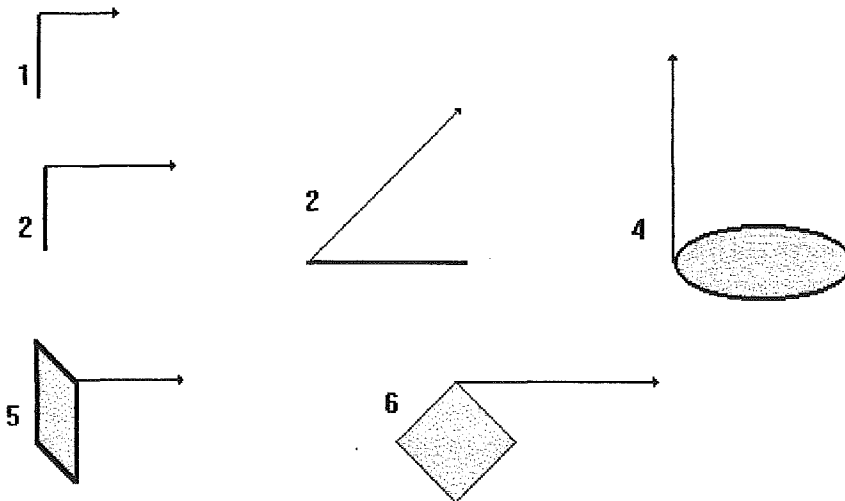
3) En tots els casos anteriors, per anar de la Figura Inicial FI a la Figura Final FF hem fet una translació, però:

Es pot anar de FF a FI amb una translació?

Com s'anomena a la translació que permet tornar de la Figura Final a la Figura Inicial?

Quan fem una translació, tots els punts es desplacen en la direcció del vector, és com si tot el pla rellisqués sobre el mateix.

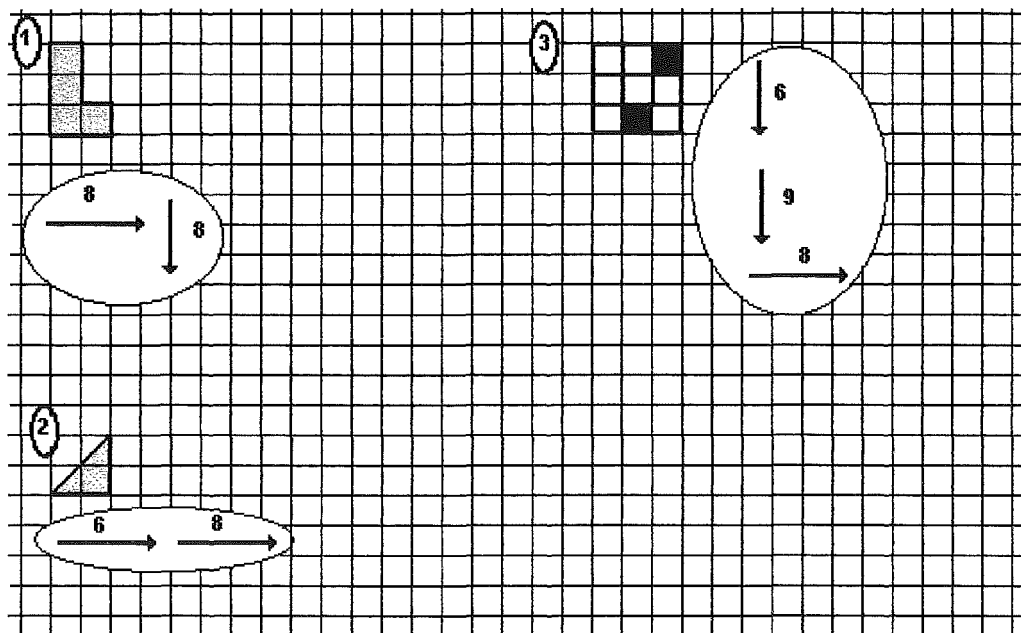
4) Trasllada els següents segments i figures segons els vectors assenyalats, pinta amb color la traça del desplaçament i indica què es genera en cada cas.



Fitxa de pràctiques de translacions PT3

1) Aplica en cada cas les translacions indicades pels vectors i dibuixa el resultat amb color blau.

Busca si és possible passar de la figura inicial dibuixada a la figura final que has dibuixat tu amb una sola translació i dibuixa amb color vermell el vector que t'hi fa passar.



2) Respon a aquestes qüestions:

Dues translacions seguides, donen com a resultat una translació?

Tres translacions seguides, donen com a resultat una translació?

Què passaria amb quatre translacions o més?

Fitxa de pràctiques de translacions PT4 - Translacions amb Logo

El procediment *trans* permet que traslladis per la pantalla una figura dibuixada amb el Logo. Des del Win Logo recupera el procediment *trans* fent *recupera "trans.log*. Si no els tens, copia'l i desa'l fent *desa "trans [trans]*

```

procediment trans :g :l
no.llapis
gd :g
av :l
ge :g
llapis
figura
fi

```

Inventa't un procediment que has d'anomenar *figura* que dibuixi el que tu vulguis. Per exemple, aquests tres procediments dibuixen un triangle equilàter, una estrella de cinc puntes i un hexàgon regular.

```

procediment figura
repeteix 3 [av 50 gd 120]
fi

```

```

procediment figura
gd 18
repeteix 5 [av 70 gd 144]
ge 18
fi

```

```

procediment figura
repeteix 6 [av 50 gd 120]
fi

```

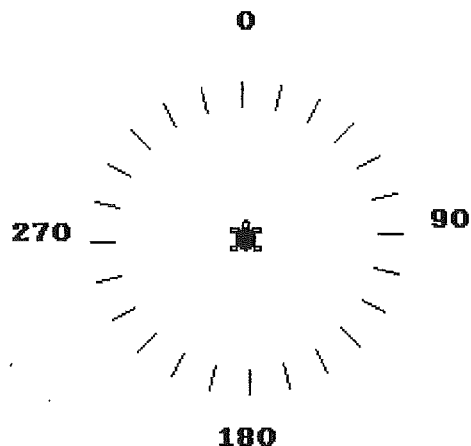
Una vegada hakis creat el teu procediment *figura*, ja pots començar a fer servir el *trans*. Només has de teclejar *trans*, i escriure els graus que indiquen el sentit del vector i la seva longitud. Per exemple:

trans 90 100 Trasllada la figura amb un vector de 100 passes que "apunta" als 90°.

trans 0 80 Trasllada la figura 80 passes cap als 0°.

trans 120 50 Trasllada la figura cap a 120°, 50 passes

trans 180 70 Trasllada la figura cap a 180°, 70 passes.



Recorda que per tornar a començar has de fer *inicia.dibuix (id)* i fer un nou procediment *figura* amb el dibuix que vulguis.

FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS DE LES TRANSLACIONS

1) En una translació, l'única cosa que no es mou és...

2) En fer una translació d'una figura:

A) Varia la forma?

B) Varien els angles?

C) Varien les longituds dels costats?

3) En fer una translació d'una figura l'única cosa que canvia és...

4) Per fer una translació necessitem saber....

5) Completa aquests elements de les translacions:

Quina línia recta? →

Cap a on? →

Quant? → Distància o Longitud→

6) Què és un vector?

7) Què és una translació inversa?

Annex 2. La Unitat de programació

8) Si a una figura li fem dos translacions seguides el resultat és...

9) Si a una figura li fem tres translacions seguides el resultat és...

10) Si a una figura li fem dos, tres, quatre..., mil translacions seguides el resultat és...

11) Escriu coses de les translacions que hagi après i que no estiguin aquí.

12) Què és allò que has fet que t'ha permès aprendre més?

13) Què és el que t'ha interessat més?

14) Quina és la cosa que t'ha ajudat a entendre més les translacions?

15) Quina utilitat creus que pot tenir el que has après sobre les translacions en la vida de cada dia d'ara o quan siguis més gran?

El Transjoc, un joc de transformacions mètriques

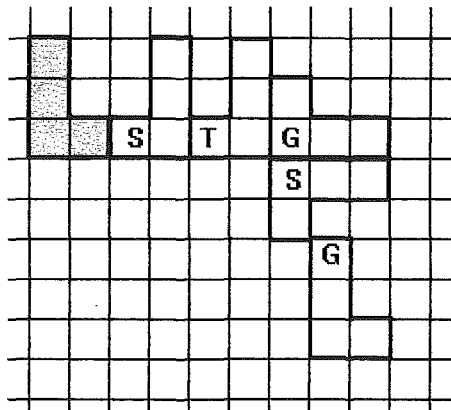
Material: El terreny de joc quadriculat, tantes peces en forma de *ela* (L) com jugadors o jugadores hi hagi, pintades pels dos costats, i un dau amb dues lletres G, dues S i dues T en cares oposades, del qual et donem el seu desenvolupament. Tot això ho tens als **Fulls de materials**, i ho has d'enganxar a sobre de cartró i retallar-ho.

Normes de joc: Els jugadors i jugadores posen la seva peça de color diferent a un costat del tauler i quan arriba el torn tiren el dau i mouen la seva peça fent un **gir**, una **simetria** o un **translació**, segons marqui el dau.

- El **gir** ha de ser de 90° o 180° , prenent com a centre de gir un dels sis vèrtexs de la *ela*.
- La **simetria** es pot fer amb un eix vertical o horitzontal que passi per un costat de la *ela*.
- La **translació** s'ha de fer amb un vector vertical o horitzontal de 3 quadrets de llargada, segons el costat sobre el qual es desplaça.

Per exemple: Hem començat en el lloc de la *ela* grisa.

Hem fet una simetria (S) d'eix vertical cap a la dreta, després una translació (T) cap a la dreta, després un gir (G) de 90° a la dreta sobre el vèrtex inferior dret, després una simetria (S) d'eix horitzontal cap avall i després un gir (G) de 90° cap a la dreta, sobre el vèrtex inferior dret.



Si un jugador o una jugadora xoca amb un lateral i no pot moure la peça, pot "rebotar" o esperar que li arribi un bon moviment amb el dau. Guanya el jugador o la jugadora que arriba abans al costat contrari del de la sortida. Ah! Es pot fer servir el tauler en vertical o en horitzontal.

Variacions inventades pels nois i noies de la classe de 6è de primària del C. P. Pau Casals - Gràcia de Barcelona, durant el curs 1995-1996.

Variació 1: Que la meitat dels jugadors i jugadores comencin per la línia de sortida i l'altre meitat per la d'arribada, tenint en compte que les peces no es poden superposar.

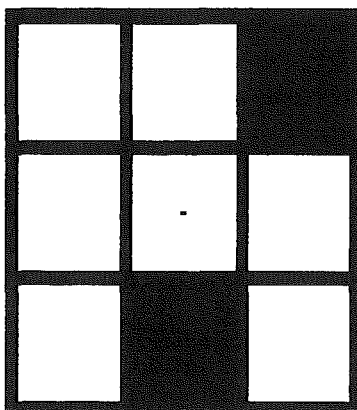
Variació 2: Fer un tauler quadrat i que cada jugador surti d'un costat diferent.

MATERIALS DE LA UNITAT DE PROGRAMACIÓ

La peça quadrada (PG1 i PS1)

Enganxa aquest full a sobre d'un cartró o d'una cartolina, retalla el quadrat, dibuixa'l per darrera com si fos transparent, i fent-lo girar pel centre, fes els exercicis de la fitxa de pràctiques de girs PG1.

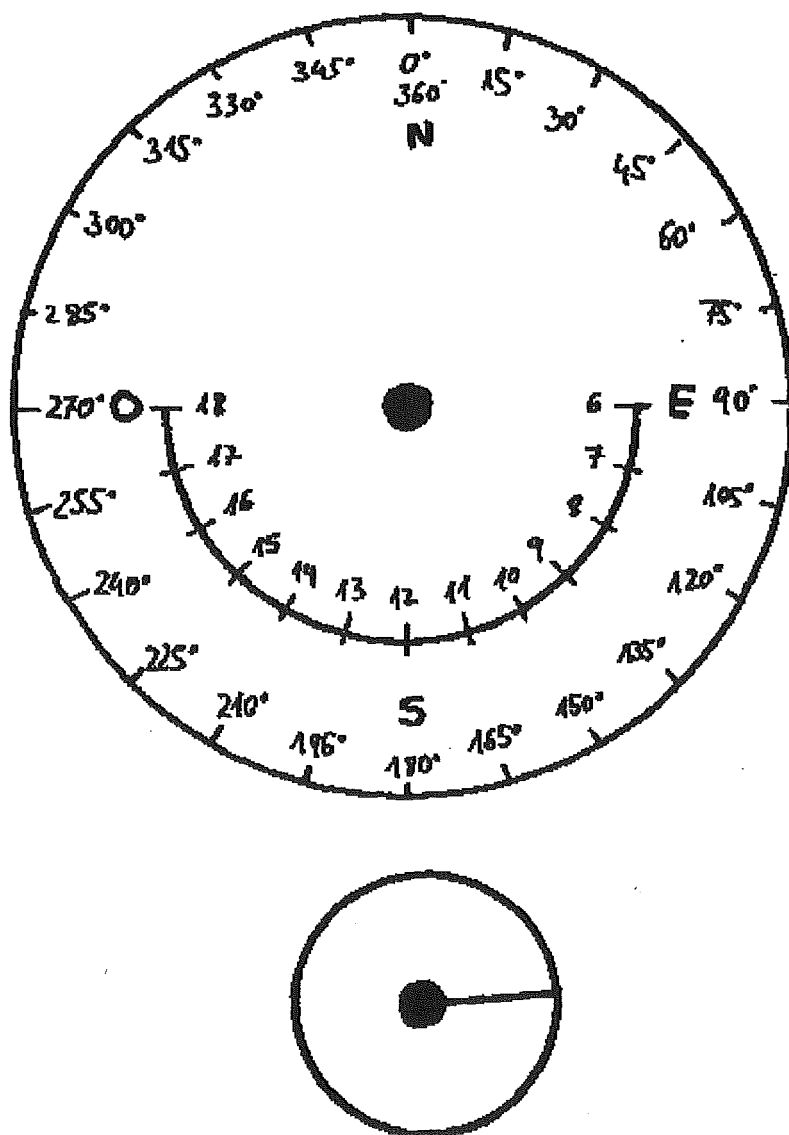
Quan acabis de fer els girs, desa'l perquè el tornaràs a necessitar més endavant.



La brúixola solar (PG2)

Enganxa aquest full a sobre d'un cartó o d'una cartolina i retalla els dos cercles.

Retalla'ls, fes un forat al centre de cadascun, posa el petit a sobre del gran i passa un enquadernador pel forat del centre de manera que el cercle petit pugui girar amb facilitat.



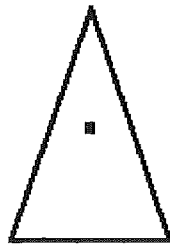
Fulls dels polígons (PG3 i PS3)

Enganxa aquests dos fulls a sobre de cartró o cartolina i retalla els 18 polígons. Fes-los un foradet en el punt marcat i escriu a darrera de cadascún el seu número.

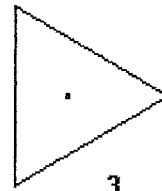
Desa'ls en un sobre, en una bossa o en una capsa perquè els necessitaràs més endavant.



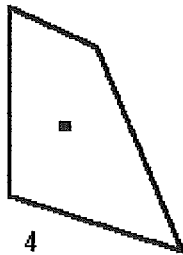
1



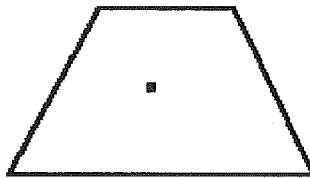
2



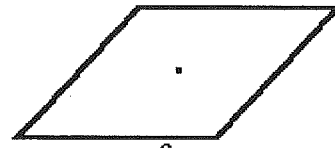
3



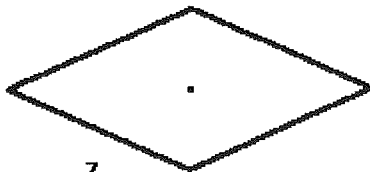
4



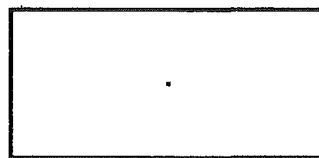
5



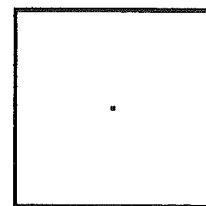
6



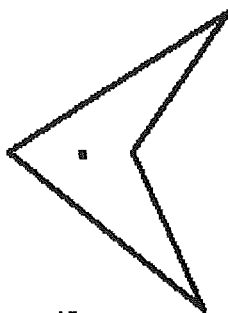
7



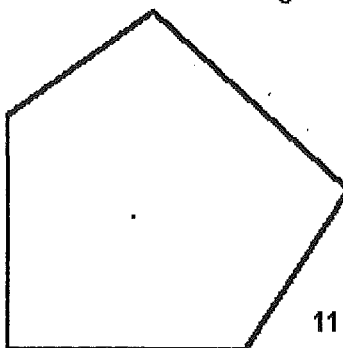
8



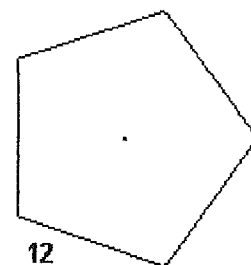
9



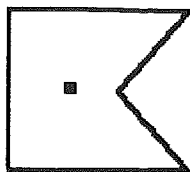
10



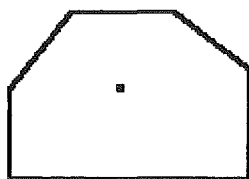
11



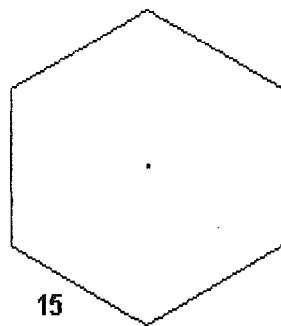
12



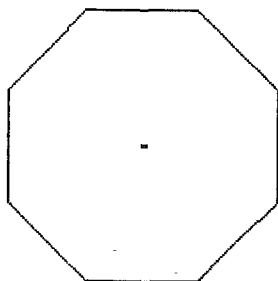
13



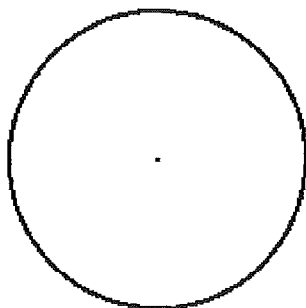
14



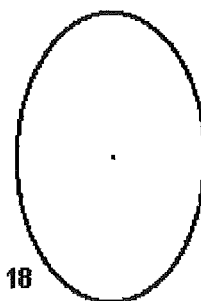
15



16



17

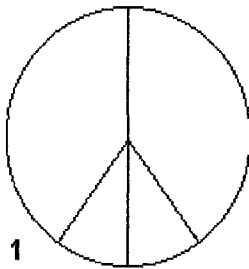


18

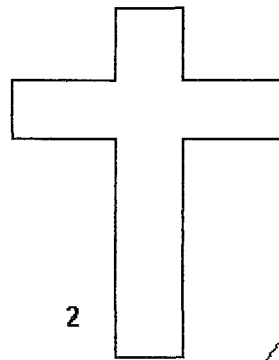
Full de figures (PG4)

Enganxa aquest fulls a sobre d'un cartó o d'una cartolina i retalla les 10 figures. Dibuixa un puntet al lloc on creguis que hi ha el centre i escriu a darrera de cadascuna el seu número.

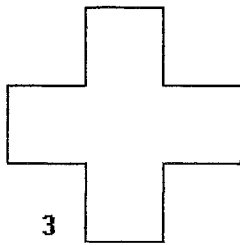
Desa-les en un sobre, en una bossa o en una capsa perquè les necessitaràs més endavant.



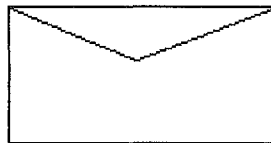
1



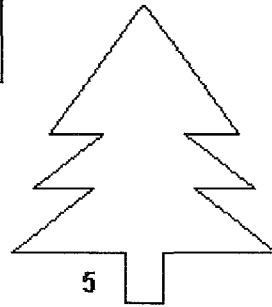
2



3

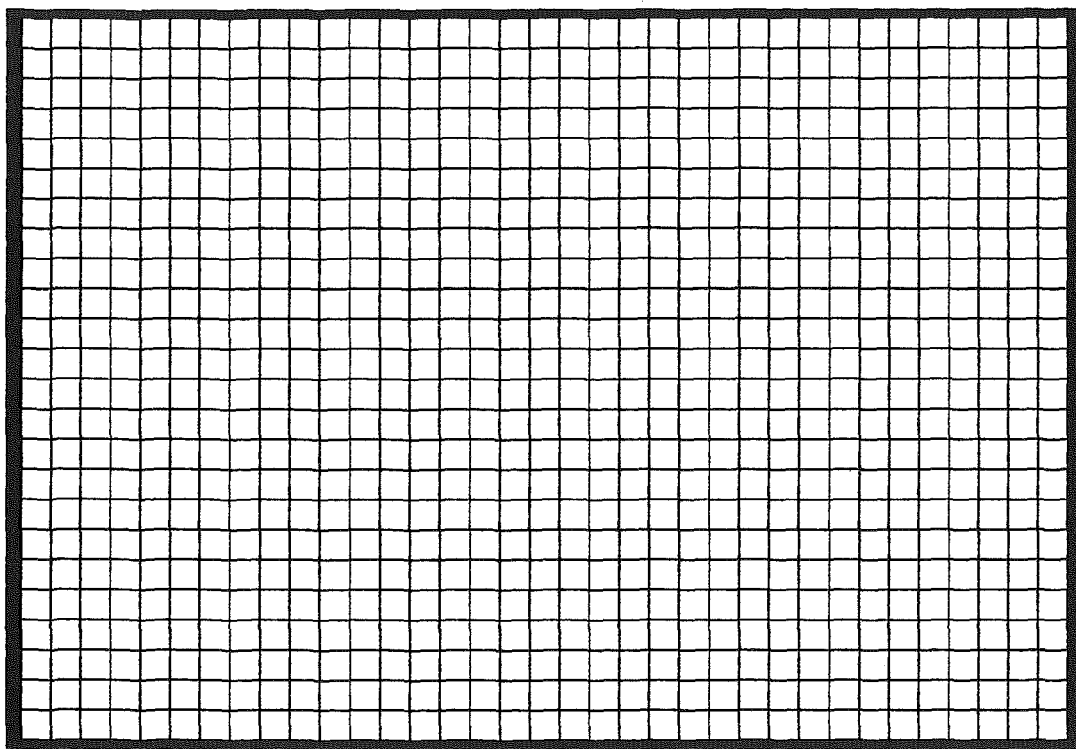


4

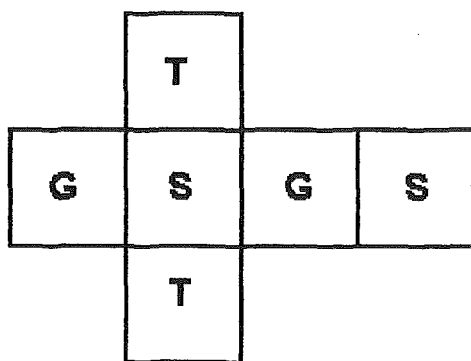


5

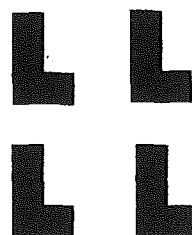
Terreny de joc del Transjoc



Desenvolupament del dau



Peces de joc



Annex 3

Proves Finals

PROVA FINAL 1: FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS FINALS DE LES TRANSFORMACIONS MÈTRIQUES

1) Completa aquesta taula:

Elements i propietats de les figures	Canvien en aplicar-los-hi una transformació mètrica?
Forma	
Posició	
Nombre de costats	
Longitud dels costats	
Nombre d'angles	
Amplitud dels angles	
Nom de la figura	

Completa: Les transformacions mètriques són accions que s'apliquen a les figures, que fan que aquestes canviïn només la seva

2) Escriu el nom dels tres tipus de transformacions mètriques, explica amb paraules teves en què consisteix o què és, i posa un exemple de la vida de cada dia i un exemple geomètric.

Transformació mètrica	Què és?	Exemple de la vida de cada dia	Exemple geomètric

3) Omple aquesta taula

Transformació mètrica	Canvia la forma?	Canvia les mides dels costats?	Canvia la mesura dels angles?	Canvia la posició?	Particularitat

**PROVA FINAL 2: FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS FINALS
DELS GIRS, DE LES SIMETRIES I DE LES TRANSLACIONS**

1) En **gir**, l'única cosa que no es mou és...

En una **simetria**, l'única cosa que no es mou és...

En una **translació**, l'única cosa que no es mou és...

2)

En fer:	un gir	una simetria	una translació
Varia la forma?			
Varien els angles?			
Varien les longituds dels costats?			

3) En fer un **gir** d'una figura l'única cosa que canvia és...

En fer una **simetria** d'una figura l'única cosa que canvia és...

En fer una **translació** d'una figura l'única cosa que canvia és...

4) Per fer un **gir** necessitem...

Per fer una **simetria** necessitem...

Per fer una **translació** necessitem...

..... i
.....
..... i

5) Què és una transformació inversa?

--

6) a) Si a una figura li fem diversos girs amb el mateix centre el resultat és...

b) Si a una figura li fem un nombre parell de simetries d'eixos paral·lels el resultat és...

c) Si a una figura li fem un nombre senar de simetries d'eixos paral·lels el resultat és...

d) Si a una figura li fem un nombre parell simetries d'eixos concurrents el resultat és...

e) Si a una figura li fem un nombre senar de simetries d'eixos concurrents el resultat és...

f) Si a una figura li fem diverses translacions seguides el resultat és...

7) Com podem saber per mitjà dels girs que un polígon és regular?

Com podem saber per mitjà de les simetries que un polígon és regular?

Com podem saber per mitjà de les translacions que un polígon és regular?

Annex 4

**El vídeo:
*Alicia al país de les transformacions
geomètriques***

ALÍCIA AL PAÍS DE LES TRANSFORMACIONS GEOMÈTRIQUES

La sèrie de vídeo *Alícia al país de les transformacions geomètriques*, produïda per la Fundació Serveis de Cultura Popular, és el resultat del *X Concurs d'Idees i Tractaments en Vídeo de Temes Educatius i Didàctics*, convocat per l'esmentada fundació (Bo i Quintana, 1992).

La sèrie està formada per tres vídeos de 12 minuts cadascun:

- Vídeo 1. *Deformacions i ombres amb: L'ERUGOT DEL BOLETOT*
- Vídeo 2. *Simetries al: BERENAR DE BOJOS*
- Vídeo 3. *Girs i translacions amb: LES CARTES I EL JOC*

L'objectiu d'aquesta sèrie és posar a l'abast dels ensenyants un recurs audiovisual que, a partir d'una situació agradable i significativa, pugui incidir en el procés d'ensenyament i aprenentatge de les transformacions geomètriques a l'ensenyament primari, des de tres perspectives:

- Com a recurs de motivació per a l'aprenentatge.
- Com a situació divertida en la qual es visualitzen propietats geomètriques.
- Com a entorn contextualitzat en el qual es referencien continguts que es comencen a treballar o que ja s'han treballat a classe.

Aquesta sèrie no pretén ensenyar ni què i ni quines són les transformacions geomètriques, sinó col·laborar com a recurs, en la construcció dels diferents conceptes. Per aquest motiu no és gaire adequat que el vídeo es visualitzi

abans d'haver treballat les principals nocions i continguts conceptuals i procedimentals a la classe.

Els tres vídeos tenen una progressió temàtica en el tractament dels continguts. Primerament es presenten i recorden temes coneguts informalment o formalment, en segon lloc s'inicien temes o aspectes d'un nivell una mica superior, i en tercer lloc es treballen els temes de contingut més elevat.

Per exemple, al segon vídeo, *Simetries al: BERENAR DE BOJOS*, comença amb records de la noció de simetria, avança pel concepte d'eix de simetria, de cossos amb simetria i de coses simètriques, i conclou amb un inici a la composició de simetries.

Cada capítol incorpora al final un resum dels principals conceptes recordats, treballats i presentats, reforçats per mitjà de subtítols.

Vídeo 1: Deformacions i ombres amb: L'ERUGOT DEL BOLETOT

Descripció del contingut del vídeo

L'Àlicia es troba a l'erugot del boletot que tot fumant amb una pipa d'aigua i per mitjà del fum que treu, li ensenya com fer transformacions que deformen diferents lletres, posteriorment li ensenya a fer deformacions elàstiques mitjançant diferents objectes que té sobre la taula (plat, bossa de llet, clau...). Arriba el gat portant una capsa amb un Tangram i per mitjà d'aquest, estudien les peces i algunes de les seves ombres.

Conceptes que s'hi treballen

- Deformar vol dir canviar la forma. La deformació és un tipus de transformació.
- En les deformacions, concretament en les deformacions elàstiques, només es pot estirar i comprimir i està del tot prohibit, foradar, tallar i enganxar.
- Les ombres de fet no transformen les coses, sinó que són les imatges de les coses, les seves projeccions.

Suggeriments de treball

Primer tema: les deformacions

- Títol: observar la deformació del text: L'ERUGOT DEL BOLETOT
- Fer amb fang o plastilina una transformació semblant a les de les lletres d'ALÍCIA.
- Classificar les lletres de l'abecedari segons es pugui passar d'unes a altres només deformant. Segurament quedaran classificades en lletres sense forat, lletres amb un forat i lletres amb dos. També es pot fer amb les xifres, amb formes, etc.
- A partir del nom d'Àlicia al revés (AICILA) es pot suggerir que formin altres noms amb les mateixes lletres. Per exemple: Acília...
- És important reforçar que l'A no ha de dur forat!
- La primera transformació és: plat → cercle → hexàgon → quadrat → triangle → forma rara (amorfa). Es pot seguir la seqüència amb objectes o dibuixos. Pot ser adequat fer-ho amb fang o plastilina, o amb dibuixos

fets a sobre d'una planxa de goma ben elàstica o un tros de globus, ja que es pot estirar molt.

- La segona transformació és: del plat inicial → un vas → un gerro. Aquest elements són equivalents als de la primera transformació. De fet la 1a i la 2a són de la mateixa sèrie. Pot ser adequat comprovar que són la mateixa sèrie i fer-ho amb fang o plastilina.
- La tercera transformació és: bossa de llet → cartró de llet → pilota (buida per dins) → bombeta. Pot ser bo fer-ho amb fang, plastilina, bosses de plàstic transparent, plàstic (film transparent), etc.
- És important explicar allò que diu el Gat: "Si la bossa fos oberta llavors sí que seria com el vas, però aquest no és el cas".
- També cal fer reflexionar sobre perquè la bola de billar i el tub no són equivalents a la bossa de llet, tant des del punt de vista geomètric de les regions, com des del "coneixement intuïtiu".
- La quarta transformació és: clau amb un forat → tub → cercol → disc. Pot ser adequat allargar la sèrie i fer-la amb fang o plastilina.
- És important que l'alumnat respongui allò que diu l'Àlícia respecte a la clau: "Però..., i en aquest cas, quantes regions hi ha?", i l'Erugot li respon: "Ah! Tu mateixa!".

Segon tema: les transformacions es projectives (ombres)

- Joc de paraules: l'Àlícia diu: "Ah, és un joc de Tangram", i l'Erugot afegeix: "Tant gran!", i l'Àlícia respon: "No, tant gran no, he dit Tangram".
- La transformació és: quadrat → rectangle → rombe → paral·lelogram (romboide). Sugerim comprovar-ho experimentalment.

- La situació que es presenta al vídeo és equivalent a la que produeix el sol al migdia (projecció afí).
- En aquest moment es plantegen diverses qüestions que no se solucionen i que haurien de recollir-se per treballar-les a la classe.
 - Erugot: "Quines ombres pot crear aquest paral·lelogram?".
 - Erugot: "Podríem veure quines ombres fa cadascuna d'aquestes set peces?".
 - Alícia: "Bé, encara que hi hagi set peces, només hi ha tres formes...".
 - Gat: "Si, però si les agafem de dues en dues tenim moltes formes més, com aquest trapezi!".
 - El Tangram té set peces però només tres formes: triangle, quadrat i paral·lelogram. Les peces s'acostumen a simbolitzar amb: TG (Triangle Gran), Tm (Triangle mitjà), t (triangle petit), Q (Quadrat) i (P) Paral·lelogram. Així, les combinacions de formes podrien ser: t + P = trapezi, T + Tm = pentàgon còncav, etc.
 - Sobre el treball de les ombres suggerim que es faci experimentalment al pati un dia de sol, amb un Tangram d'uns 20 cm de costat (se'l poden construir els mateixos nois i noies) i guix per resseguir les ombres a terra
- Suggerim experimentar amb les obres d'una caixa (de sabates), les d'una pilota, d'un pot (de conserva), d'un plat (cercle), una piràmide...

Vídeo 2: Simetries al: BERENAR DE BOJOS

Descripció del contingut

L'Àlícia està berenant amb el Barreter, el Liró i la Llebre de Març, i juguen a descobrir què és la simetria i quins objectes simètrics tenen a l'abast. Descobreixen què és un eix de simetria i amb l'arribada del gat al berenar, van buscant diferents eixos de simetria que es poden trobar en diferents lletres, figures geomètriques...

El capítol conclou mostrant la idea que dues simetries seguides no fan una simetria.

Conceptes que s'hi treballen

- Les coses que són simètriques coincideixen en posar-les una a sobre de l'altre. Són iguals.
- Hi ha figures simètriques entre si que coincideixen en posar-les l'una a sobre l'altre. L'eix passa entre les dues.
- Hi ha figures que tenen simetria en elles mateixes. Tenen l'eix en elles mateixes i passa pel mig.
- L'eix de simetria és el lloc per on pleguem les dues parts d'una cosa perquè coincideixin. Aquest lloc el representem per una línia, és l'eix. L'eix no sempre és vertical.
- El resultat de fer dues simetries seguides no és una simetria. No és possible passar a la figura inicial a la final per mitjà d'una simetria.

Suggeriments de treball

- Títol: observar la simetria del text: BERENAT DE BOJOS
- El Barreter es pregunta si pot fer coincidir les dues mans, ho prova, no pot i l'Àlícia li ensenya com. Aquesta és una bona activitat per fer a la classe : els nois i les noies col·loquen les dues mans a sobre d'una taula de manera que es toquin els polzes. Són simètriques? Són iguals? Si les col·loquen una a sobre de l'altre, coincideixen? Què s'ha de fer perquè coincideixin? Degut a l'edat de l'alumnat no és gaire adequat relacionar la simetria amb un gir a l'espai ni amb angle diedre de 180° . De fet, però, quan comproven que una figura té un eix de simetria o que dues figures són simètriques per mitjà del plegat de paper, estan utilitzant, de manera experimental, aquests conceptes.
- Recurs lingüístic de termes importants que es fa servir en diferents moments per diferents conceptes: "Com diu, com dius? Simequè?", "No, simequè no. Ha dit simètriques. Però..., que vol dir simètriques?"
- A partir de les pastes del te simètriques i del dibuix del tovalló, es pot proposar buscar coses simètriques i coses que tinguin algun eix de simetria de la classe, d'una taula parada per menjar, de l'escola, de casa, d'un jardí o parc públic, del carrer, etc. També pot ser interessant que l'alumnat porti a classe mocadors, tovalles, tovalloles, tapets de taula, brodats, dibuixos, etc. El treball amb materials propers pot facilitar la diferència entre coses simètriques i coses amb eix de simetria. Es pot forçar la situació amb coses que siguin simètriques i tinguin algun eix de simetria al mateix temps.
- És important saber respondre a les preguntes: Totes les coses iguals són simètriques? Totes les coses simètriques són iguals?
- El recurs de la papallona és ja molt clàssic però també molt il·lustratiu. Aquesta imatge es pot aprofitar per treballar els conceptes de dreta i

esquerra, els d'un/a mateix/a en relació a un mirall, els de la imatge d'un mirall, els de qui surt a la tele...

- Ús del recurs lingüístic esmentat abans: "Com diu, com dius? Eixquè?", "No, eixquè no. Ha dit eix de simetria. Però..., que vol dir eix de simetria?"
- Reforçar que l'eix "és el lloc" per on plegaríem les dues parts, i que el representem per una línia (il·limitada!). Per això en dibuixar eixos és força adequat fer servir traços com ara: _____
- La fulla d'arbre és simètrica. Aquest és un exercici molt bonic de fer amb fulles de plàtan, de gerani, d'om (!), d'heura, de buguenvíl·lea...
- En el detall de la simetria de la cara del Gat volem remarcar que l'eix no és vertical. Un eix pot estar en qualsevol direcció.
- La margarida té 10 fulles i 10 eixos, 5 que passen pel mig de les fulles i 5 que passen entre elles. Si tingués 2 fulles tindria 2 eixos, si en tingués 3 en tindria 3, si en tingués 4, 8, si 5, 5, etc. Per reforçar aquesta situació es pot recórrer a ventiladors de 3 o 4 aspes, estrelles de 4, 5 o 6 puntes...
- En el dibuixos fets a les llibretes és tant important una tasca d'anticipació, com la posterior comprovació manipulativa individual, com l'ampliació de les situacions. Les lletres amb eix vertical són: A, H, I, M, O, T, U, V, X i Y; les que el tenen horitzontal són: B, C, D, E, H, I, K, O i X; les que tenen dos eixos són: H, I, O (en té més!) i X; les lletres N, S i Z poden portar problemes).

També es poden estudiar els nombres, els set tipus de triangles (escalè acutangle, escalè rectangle, escalè obtusangle, isòsceles acutangle, isòsceles rectangle, isòsceles obtusangle i equilàter que només pot ser acutangle), els quadrilàters (còncaus o convexes, trapezis, paral·lelograms...), figures arrodonides (cercle, òval, el·lipse), etc.

- És important insistir i comprovar el cas especial del cercle.
- La llufa de paper que fa el barreter por servir de pretext per fer figures simètriques retallant, fer sanefes, etc.
- Jugar i comprovar que "dues simetries seguides no són una simetria". Intencionadament només es presenta el cas d'eixos paral·lels ja que si fossin concurrents el resultat seria un gir. De fet, essent l'eix de S' paral·lel al de S'' , $S' * S'' = T$, però $S''' * S'' * S' = S$. Aquest cas es pot observar en la situació de les tasses de l'Àlicia.

L'objectiu no es saber-ho, sinó jugar-hi i comprovar-ho. Aquesta activitat es pot aprofitar per veure que donada una figura tant es pot construir una simetria a la dreta com a l'esquerra.

El resultat de totes les possibilitats amb les tasses és:

d'1 a 2 sí	de 2 a 1 sí	de 3 a 1 no	de 4 a 1 sí	de 5 a 1 no
d'1 a 3 no	de 2 a 3 sí	de 3 a 2 sí	de 4 a 2 no	de 5 a 2 sí
d'1 a 4 sí	de 2 a 4 no	de 3 a 4 sí	de 4 a 3 sí	de 5 a 3 no
d'1 a 5 no	de 2 a 5 sí	de 3 a 5 no	de 4 a 5 sí	de 5 a 4 sí

Si s'escau es pot concloure que el resultat final de dues, quatre, sis..., un grup parell de simetries (d'eixos paral·lels) no és una simetria (és una translació), però que el resultat final d'una, tres, cinc..., un grup senar de simetries (d'eixos paral·lels) és una simetria.

Vídeo 3: Girs i translacions amb: LES CARTES I EL JOC

Descripció del contingut del vídeo

L'Alícia arriba al jardí de la reina de piques, on alguns dels seus súbdits (cartes de piques) estan pintant unes roses blanques de color vermell. Quan arriba la Reina les cartes comencen a girar al voltant de diferents coses i en diferents sentits. Entre tots analitzen el gir en relació al centre, al sentit (dreta o esquerra) i a l'amplitud (angle). Mitjançant una partida de croquet aprenen que les translacions són desplaçaments rectes que tenen una distància, una direcció i un sentit. Quan finalment apareix el Gat, ajuda a descobrir que varies translacions seguides equivalen a una sola translació.

Conceptes que s'hi treballen

- Els girs queden definits per:
 - un centre: al voltant de què?
 - un sentit: dreta o esquerra
 - una amplitud: quant? quin angle?
- Les figures poden girar sobre si mateixes -tenen el centre gir en elles mateixes- o al voltant d'altres coses -el centre de gir és fora d'elles-.
- Una translació queda definida per (un vector lliure):
 - una distància: una longitud, una magnitud
 - una direcció
 - un sentit.
- Tota direcció -recta- té dos sentits, d'A a B i de B a A.
- El resultat de dues, tres, quatre..., mil translacions seguides, sempre és una translació.

Suggeriments de treball

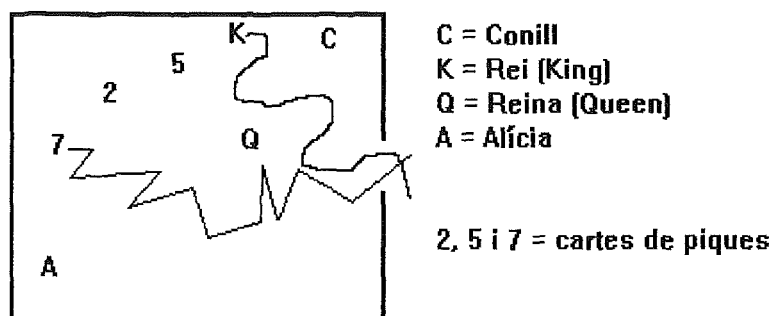
Primer tema: els girs

- Títol: observar la translació i el gir del text: LES CARTES I EL JOC.
- Quant el 5 de piques avisa de l'arribada de la Reina i diu "Girem! Girem!", el 2 comença a donar voltes sobre si mateix, el 7 al voltant del roser i el 5, tot i que no es veu, fa mitja volta sobre si mateix. És important fer ressaltar que tots giren al voltant de quelcom. Suggerim simular aquesta situació a classe o fer-ne de semblants.
- També és important aclarir que quan la Reina pregunta primer al 2 i després al 7 "quant giren", els interlocutors no saben del tot si està dient quan o quant i, per tant, giren "tant com volen".
- Quant la Reina pregunta al 5, que abans ja s'havia girat, aquest respon amb tres preguntes dirigides a concretar als elements necessaris perquè hi hagi un gir: al voltant de què? pel centre de gir; en quin sentit? cap a la dreta o l'esquerra; i quant? per quina amplitud, quants graus.
- L'exemple que presenta el Conill Blanc amb el rellotge pot ser molt adequat recollir-lo a classe, amb rellotges o brúixoles. El resum dels girs és:
 - $1/4$ de volta a la dreta = $3/4$ de volta a l'esquerra
 - $1/2$ volta a la dreta = $1/2$ volta a l'esquerra
 - $3/4$ de volta a la dreta = $1/4$ de volta a l'esquerra
 - 1 volta a la dreta = 1 volta a l'esquerra = cap volta
- Aquest tipus d'exercicis són molt interessants de fer en l'entorn informàtic Logo tot utilitzant graus.

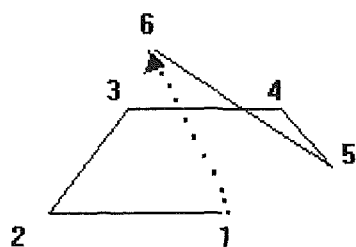
- El Conill Blanc diu: "Aquest rellotge està aturat a les 12 però com que ara són les 12 marca bé l'hora". Aquesta idea està presa de Lewis Carroll el qual va plantejar el següent problema: "Quin rellotge marca més bé les hores, un d'aturat o un que es retarda un minut cada dia?" (el rellotge que es retarda tarda 720 dies en marca una hora bé, però l'aturat marca l'hora bé 2 vegades al dia).
- Davant una pregunta del Rei, l'Àlícia especifica allò que és necessari per fer un gir:
 - Hem de saber al voltant de què s'ha de girar: el centre de gir
 - En quin sentit: a la dreta o a l'esquerra
 - L'amplitud: quina part de volta o quants graus.

Segon tema: les translacions

- Ús del recurs lingüístic esmentat al capítol 2: "Com diu, com dius? Trasl·laquè?", "No, traslladè no. Ha dit traslladem-nos".
- La primera qüestió que es presenta és la de l'anàlisi de trajectòries per mitjà de diferents traços. En aquest punt, potser caldrà ajudar a l'alumnat a entendre la imatge zenital esquemàtica de l'anada del jardí al camp de joc. Només hi ha translació si el recorregut és en línia recta (vector).



- Quan el 7 de piques pregunta a la Reina quant (distància) i cap a on (direcció i sentit) ha de traslladar-se, inicia els elements necessaris perquè hi hagi una translació.
- Quan l'Àlícia es troba amb el somriure del Gat és important observar els moviments que aquest fa quan ella està asseguda, sobre els quals s'insistirà més endavant.
- Davant la pregunta de l'Àlícia, el Gat especifica les condicions necessàries perquè hi hagi una translació:
 - Distància o magnitud: la longitud recorreguda
 - Direcció: la del camí recte
 - Sentit: d'A a B o de B a A
- El Gat s'entretén a comentar la diferència entre direcció i sentit, i els dos sentits d'una direcció. Aquest punt de vegades costa d'entendre als nois i noies i, per tant, suggerim recollir la idea dels dos sentit d'un carrer i fer-la servir de punt de partida per analitzar altres situacions de la vida real, abans de presentar-ho de manera simbòlica. Del mar a la muntanya, del Besòs al Llobregat, de casa a l'escola i de l'escola a casa, de Barcelona a Tarragona o de Tarragona a Barcelona, una línia recta és sempre una línia recta amb independència de si s'ha dibuixat fent un traç de dreta a esquerra o d'esquerra a dreta, el canvi de direcció a les autopistes...
- El Gat juga amb allò de "abans m'he traslladat 5 vegades a 6 llocs diferents".



De lloc 1 a 2, 1 translació
De lloc 2 a 3, 1 translació
De lloc 3 a 4, 1 translació
De lloc 4 a 5, 1 translació
De lloc 5 a 6, 1 translació

De lloc 1 a 6, 5 translacions

- Potser interessant ampliar-ho amb qüestions com ara: Quants dits de la mà esquerra caben entre els de la mà dreta? Quants dies hi ha de l'1 al 8 de desembre? Quantes hores hi ha de la una a les set? Quantes sureres té una piscina amb sis carrers? Quants talls he de fer a un fuet per tenir nou trossos? Quants talls he de fer a un tortell per tenir set trossos?
- Jugar i comprovar que "amb una sola translació hagués pogut anar del primer lloc a l'últim", i que "una translació és una translació, però dues, tres, quatre..., o mil, en el fons sempre són una translació".

O sigui, $T' * T' = T$, i $T'''' * T'''' * T'''' * T'''' = T$

Qüestions sobre la visualització dels vídeos de la sèrie *Alícia al país de les transformacions geomètriques*

Qüestionari Postvídeo

Escriu el que recordis del vídeos de l'Alícia sobre:

a) Els girs

b) Les simetries

c) Les translacions

Buidat dels qüestionaris postvídeo del 6 de març i del 8 de maig

Nota: la visualització dels vídeos *Simetries: un berenar de bojos*, i *Girs i translacions: les cartes i el joc* de la sèrie *Alícia al país de les transformacions geomètriques* (Bo i Quintana, 1994) es va realitzar el 7 de febrer de 1996.

Sobre els girs

Qüestionari de 6 de març		Qüestionari de 8 de maig	
Un gir es pot fer sobre si mateix o al voltat d'un objecte	4	Un gir es pot fer sobre si mateix o al voltat d'un objecte	5
... quant i cap a on (1)	3	...quant i cap a on (e)	1
... la direcció, l'angle i el centre (2)	1	...el sentit, els graus i el centre (a)	2
...quant i al voltat de què (3)	1	...la direcció, cap a on i quant (c)	2
...la direcció, el sentit i el centre (4)	1	...a D o a E, quant i sobre què (b)	1
...la direcció, el sentit i l'angle (5)	1	...direcció, quant i al voltant de (f)	1
...cap a on, respecte a i quant (6)	1	...la direcció, el sentit i el centre (g)	1
...quant i la direcció (7)	1	...cap a on, sobre què i graus (d)	1
Hem de saber què necessitem per fer un gir	1	Que la reina vol saber cap a on i al voltant de què es gira	1
Molts girs seguits sempre són girs	1	Els girs de les cartes	1
Que dos girs són un gir	1	Girar D no és el mateix que girar E	1
Hi ha girs interns i externs	1	Es pot girar en totes direccions	1
Que es gira al voltant de quelcom	1	Res	6
Que estan berenant	1	Total	24
Que la forma no canvia	1		
Que no hi ha desplaçament	1		
Un gir de 360° és una volta	1		
Un gir es pot fer de qualsevol manera	1		
Hi ha molts girs, de 90°, de 180°...	1		
Total	24		

Comentaris sobre els girs

Aquestes són les respostes recollides en els dos dies assenyalats, davant la pregunta: "Què és allò que recordes més sobre els girs, del vídeo de l'Àlícia".

En el primer qüestionari la diversitat de respostes (19) és superior que les del segon (12).

Els resultats del primer i del segon qüestionari els podem agrupar i comparar de la següent manera:

		6 de març		8 de maig
Relatius als elements del gir	10	42%	9	38%
Relatius al centre de gir	6	25%	5	21%
Relatius a la composició de girs	2	8%	0	0%
Referències a personatges i objectes	1	4%	2	8%
Altres	5	21%	2	8%
No responen	0	0%	6	25%
Total	24	100%	24	100%

En ambdós casos (42% i 38%) la majoria de les qüestions són relatives als elements del gir: centre, sentit i amplitud.

En les respostes del 6 de març trobem que:

- En (2), (4) i (5) hi ha un errors entre sentit i direcció. En (2) es considera la direcció com a sinònim de sentit, però en (4) i (5) diuen direcció i sentit al mateix temps. Interrogats junts els alumnes sobre la qüestió, un d'ells diu: "és que una direcció té dos sentits i hem de saber quin", i l'altre afegeix: "és clar".
- A (6) el concepte de centre l'introdueix de manera personal amb "respecte de", que equival a "al voltant de".

- A (1), (5) i (7) hi falta la referència al centre.
- A (3) hi falta la referència al sentit.
- A (4) hi falta la referència a la amplitud.
- En (2) i (6) hi trobem els tres elements dels girs: centre, sentit i amplitud.

En les respostes del 8 de maig trobem que:

- En (c), (f) i (g) també hi ha un errors entre sentit i direcció. En (c) i (f) es considera la direcció com a sinònim de sentit, però en (g) es parla de direcció i de sentit al mateix temps.
- A (a) i (d) el concepte d'amplitud es concreta parlant de "graus".
- A (b) i (d) el concepte de centre es concreta dient "a sobre de", de manera equivalent a "al voltant de" o respecte a"..
- A (c) i (e) hi falta la referència al centre.
- A (g) la referència a la amplitud.
- En (a), (b), (d) i (f) hi trobem els tres elements dels girs: centre, sentit i amplitud.

Una altra dada a destacar és l'increment de respostes en blanc, que passa de 0% al 25%.

Cal tenir en compte, però que aquests resultat, no són del tot comparables degut que entre el primer i el segon dia del qüestionari es va fer la intervenció i el treball de la Unitat de Programació.

Sobre les simetries

Qüestionari de 27 de març		Qüestionari de 8 de maig	
Dues simetries seguides no són una simetria	4	Dues simetries seguides no són una simetria	4
Un nombre senar de simetries és una simetria i un nombre parell de simetries no	2	Un nombre senar de simetries és una simetria i un nombre parell de simetries no	2
2 simetries són una translació	1	2 simetries són una translació	2
Una simetria no són dues simetries	1	Una simetria no són dues simetries però si tres simetries	1
Un nombre senar de simetries és una simetria i un nombre parell de simetries és una translació	1	Dues simetries no són una simetria	1
Dues simetries són una translació i tres una simetria	1	Dues simetries són una translació i tres una simetria	1
Segons com fas les simetries no fan simetria	1	Dues simetries no són com tres simetries	1
Més d'una simetria és una translació	1	Un nombre senar de simetries no és una simetria	1
Els personatges tenen simetria	1	Els titelles eren simètrics	1
Les mans són simètriques	1	L'Àlícia ensenya la papallona	1
Hi ha simetria en les mans, i la papallona i les galetes	1	Les mans i les ales són simètriques	1
Que feien simetries amb les tasses i les mans	1	Dues cartes iguals no són simètriques	1
Una nena que ensenya a uns animals bastant tontets	1	Fan comparacions amb tasses i fulles simètriques	1
Les simetries tenen eix	1	Hi ha un eix imaginari	2
Els miralls fan simetries	1	Res	4
Hi ha coses amb simetria en elles i hi ha simetries entre si	1	Total	24
Hi ha objectes amb simetria	1		
Si la doblegues han de coincidir	1		
Res	2		
Total	24		

Comentaris sobre les simetries

En el primer qüestionari la diversitat de respostes (18) és superior que les del segon (14).

Els resultats del primer i del segon qüestionari els podem agrupar i comparar de la següent manera:

		27 de març		8 de maig
Relatius a la composició de simetries	12	50%	13	54%
Referències a personatges i objectes	5	21%	5	21%
Altres	5	21%	2	8%
No responen	2	8%	4	17%
Total	24	100%	24	100%

En ambdós casos la majoria de les qüestions són relatives a la composició de simetries. Aquest resultat contrasta amb els resultat de la qüestió 6 de la Prova Final, cosa que posa de manifest la incorrecció en la redacció d'aquesta qüestió.

Aquí també cal destacar l'increment de respostes en blanc, que passa del 8% al 17%.

Com en els girs, cal tenir en compte que aquests resultat no són del tot comparables degut que entre el primer i el segon dia del qüestionari es va fer la intervenció i el treball de la Unitat de Programació.

Sobre les translacions

Qüestionari de 17 d'abril		Qüestionari de 8 de maig	
Moltes translacions fan una translació	7	Moltes translacions fan una translació	9
Mil translacions són una translació	3	Es fan en línia recta	4
Es fan en línia recta	3	És més fàcil en línia recta que en corba	1
Hem de saber quant i la direcció i el sentit	2	Hem de saber la direcció, el sentit i la longitud	1
Hem de saber quant i cap a on	2	La pilota de golf es traslladava	1
Juguen a croquet	2	El gat es movia per tot arreu però sempre tornava al mateix lloc	1
L'Àlicia jugava amb uns pals	1	És una transformació que canvia la posició	1
El gat es traslladava molt	1	Quasi tot es pot traslladar	1
El gat apareixia i desapareixia	1	Res	5
El rei semblava borratxo	1	Total	24
Que es desplacen	1		
Total	24		

Comentaris sobre les translacions

En el primer qüestionari la diversitat de respostes (10) és superior a les del segon (8).

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

Els resultats del primer i del segon qüestionari els podem agrupar i comparar de la següent manera:

		17 d'abril		8 de maig
Relatius a la composició de translacions	10	42%	9	38%
Relatius a la rectitud del desplaçament	3	12%	5	21%
Relatius als elements de la translació	4	17%	1	4%
Referències a personatges i objectes	6	25%	2	8%
Altres	1	4%	2	8%
No responen	0	0%	5	21%
Total	24	100%	24	100%

En ambdós casos la majoria de les qüestions són relatives a la composició de simetries.

En aquest cas també cal destacar l'increment de respostes en blanc, que passa del 0% al 21%.

Així mateix, i com en els girs i les simetries, cal tenir en compte que aquests resultat no són del tot comparables degut que entre el primer i el segon dia del qüestionari es va fer la intervenció i el treball de la Unitat de Programació.

Annex 5

Diari i observacions de les sessions

DIARI I OBSERVACIONS DE LES SESSIONS DE TREBALL

Notes del dia 21 de gener de 1996

- Tots els alumnes fan les Proves Inicials 1 i 2.

Notes del dia 1 de febrer de 1996

- Fan els fulls de les transformacions.

Notes del dia 7 de febrer de 1996

- Es fan dos grups, A i B, de 12 nois i noies cadascun. El grup A fa la Prova Inicial 3, i el grup B fan jocs de càlcul. Un cop acabada la prova, els dos grups junts visualitzen els capítols 2 i 3 del vídeo *Alícia al país de les transformacions geomètriques* titulats *Simetries: un berenar de bojos*, i *Girs i translacions: les cartes i el joc*. Després, el grup A fan jocs de càlcul i el B la Prova Inicial 3.
- El Saül comenta que en el grup B en fer Prova Inicial 3, alguns alumnes pleguen el paper i altres fan simetries amb les mans.
- Abans de visualitzar el vídeo els expliquem que allò que veuran tracta del que estan comencen a fer a geometria sobre els girs, les simetries i les translacions.

També els diem que surt una noia i uns titelles i que aquests personatges s'han tret d'un famós conte escrit per un profe de mates, i a veure si el reconeixen.

- En acabar el Saül diu que el grup B es traslladi a classe i un noi diu: “No, perquè no anirem en línia recta!”.

Notes del dia 14 de febrer de 1996

- Fan els fulls d'introducció als girs. En fer la posada en comú de l'exercici 1, algunes respostes són:
 - Helicòpter, mànec d'una porta, vàlvula d'una olla a pressió, barrera del peatge de l'autopista, roda de cotxe, molí, plat volador, “cavallitos”, manivel·la, sínia, etc.
 - Braç-colze, tapa llibre-llom, pizza-dit cuiner, anemòmetre-ferro vertical, bofetada en una cara-coll i cap, finestra-frontisses, atleta-centre corba, planeta-si mateix, “hulahop”-persona, etc.
- Fan PG1.

Notes del dia 21 de febrer de 1996

- Porten de casa la brúixola solar (BS) ja muntada.
- Expliquem què és i perquè serveix la BS, tant en mates com per anar d'excursió.
- Fan els exercicis 1 i 2 de PG2a.

- Fan l'exercici 3: Una noia, després de fer el c) agafa la calculadora i suma els angles en els tres casos.

Comentaris: "*És molt fàcil, són iguals però canviats d'ordre*"; "*Ah, és el mateix!*"; "*Dóna el mateix. És clar, és el mateix*"; "*Són el mateix però en diferent ordre*"; "*Ha canviat l'ordre dels girs*"; "*Ha canviat l'ordre de les accions*" ; "*Ha canviat l'ordre de les ordres*"; "*S'inverteixen les accions*"; "*L'ordre no influeix en la posició final*".

Una parella de nois s'han equivocat i han fet tots els girs cap a la dreta en lloc de cap a l'esquerra i per tant el resultat en lloc de 135° és 225° , però constaten i expliquen que les conclusions són les mateixes.

- Fan l'exercici 4: Pregunten, "*Pot ser a la dreta i a l'esquerra?*"

Conclusions verbalitzades: "*Que cap a la dreta facin 90° i si et passes tornes enrera cap a l'esquerra*"; "*Quan arribes a 360° tornes a començar de 0*"; "*Sumant a la D i restant a l'E*"; "*Si comences cap a la D, sumes a la D i restes a l'E, però si comences cap a l'E és al revés*"; "*Si, però a la D comences de 0 i a l'E a 360°* ".

Nota: Es genera consens que a l'esquerra resta i a la dreta suma, i que 360° i 0° són el mateix.

- Fan l'exercici 5: En Saül, després de fer-lo, pregunta: "*Com puc saber si està bé sense fer servir la brúixola?*".

Comentari en veu alta: "*Sumant a la dreta i restant a l'esquerra*". Ho proven i no dóna. En Saül representa la situació a la pissarra, dibuixa la BS, posa un escaire a 0° i el gira 10° D, i després 10° E.

Interrupció d'una alumna: "*Ah, és com si giréssim 0° !*"

- Fan els exercicis 6 i 7 sense problemes.

- Fan l'exercici 8: Els noms que atorguen al gir invers són: Girs rotatoris, bumerang, tornadors, retornaris, cap-i-cua, tornacasa, tornasortida, tornasol, contraris, retornants, giracua, etc. Expliquem que reben el nom d'inversos.
- Notes generals de classe: A la cartellera tenen una còpia dels fulls PG0, PG1 i de la Prova Inicial 3, que el Saül ha resolt. Cada setmana va afegint la feina feta perquè els nois i les noies comprovin i corregeixin.

Notes del dia 28 de febrer de 1996

- Fan PG3: Pregunten força què és el centre. Se'ls remet al diccionari de l'editorial Onda, en el qual la M. A. Canals ha fet els conceptes matemàtics.

El Saül explica la taula resum de PG3 a la pissarra, i resol totes les columnes del cas 8, el del rectangle.

Com que porten les figures retallades de casa, el Saül els ha donat un sobre, per desar-les. Treballen molt animadament. De tant en tant van consultant el diccionari que és el centre i què és un polígon regular.

Tot passejant entre les taules, els dos anem preguntant: "*Com has sabut el nom del polígon?*"

Algunes respostes són: "*De memòria*"; "*Ho va dir el Saül*"; "*Perquè ho he estudiat*"; "*Pels costats*"; "*Pel diccionari*"; "*Ho recordo*"; "*Per la forma*".

El Saül pregunta en veu alta a tota la classe: "*Quin nom heu posat a les figures 1, 2 i 3?*"

Se sent "*triangles*"; "*totes triangles*"; algú diu "*triangle rectangle...*". El Saül interromp els comentaris i diu que a la taula falta una columna, la del "cognom dels polígons": "*Hi ha tres polígons amb el nom triangle, però heu de posar el cognom de cadascun*".

Més endavant torna a aturar la classe i pregunta en què es diferencien els polígons 11, 12 i 13. Algunes respostes són: *"En la forma"*; *"En el cognom..."*; el Saül pregunta: *"Quin cognom tenen?"*

Algunes respostes i comentaris són: *"Tots son pentàgons perquè tenen 5 costats"*; *"Si, però el 12 sembla regular"*; *"El 13, encara que tingui 5 costats no té forma de pentàgon"*.

En Saül recorda els cognoms d'irregular, regular i còncau, aquest últim en relació a allò d'"un vèrtex endins".

Observem confusió entre les figures 6 i 7 ja que molts diuen que són iguals. De fet, el paral·lelogram o romboide 6 s'assembla massa el rombe 7. La diferència de longituds dels costats gairebé no és perceptible (2.4 cm, 2.8 cm i 2.7 cm)

El Saül fa un repàs del concepte de centre i s'acorda entre tota la classe que *"el centre és un punt que si hi fem girar la figura coincideix més d'una vegada"*.

- Com que el temps se'ns ha tirat a sobre, com a deures de casa han de fer o PG4 o PG5 o les dues.

Notes del dia 6 de març de 1996

- Fan els Fulls de resum i síntesi dels girs. Els fan sense el dossier que han elaborat ja que li hem donat caràcter de prova.
- Un cop l'han acabat de fer, fem la correcció general sense recollir els fulls.
- A l'exercici 1, detectem errors en confondre centre amb eix, si més no a nivell lingüístic. Alguns parlen del mig.
- Als exercicis 4 i 5, majoritàriament diuen centre, graus o mides i direcció. Constatem confusió entre direcció i sentit. El Saül explica que en els graus,

com en els rellotges no hi direcció, sinó sentit, cap a la dreta com en els rellotges o cap a l'esquerra, al revés.

- A l'exercici 6 diuen: "*Torna a la mateixa posició*"; "*Torna a la posició inicial*"; "*Torna al mateix lloc*"; "*Fa el contrari*"; "*Que torna*"; "*Va al lloc de sortida*"; "*Torna al punt de sortida*".
- A l'exercici 7, majoritàriament diuen: "*Torna a la mateixa posició*", i un nombre important afegeix cridant "*Inicial!*"

Alguns alumnes pregunten si serveix dir: "*Dóna una volta sencera*", o "*Es queda al mateix lloc*" i un altre diu ràpidament: "*No es queda, torna*".

- A l'exercici 8, gairebé tothom diu: "*Com abans*". Concloem dient que "*És com si només féssim un gir*" i tots assenteixen.
- A l'exercici 9, una alumna comença a dir: "*Un punt que si fem girar coincideix dues vegades*", i la classe la interromp cridant: "*Coincideix més d'una vegada*", una mica amb cantarella.
- A l'exercici 10, la conclusió és: "*Si coincideix tants cops com voltes*".
- En els comentaris finals, diuen que els ha agradat poder fer i comprovar coses, i que les classes són entretingudes.
- El Saül insisteix en la diferència entre centre i eix de gir, associant-los a polígons i cossos.
- Fem el "joc de mans" del quadrat/rombe.

Notes del dia 13 de març de 1996

- Fan el full d'introducció a les simetries i PS1: Ràpidament parlen de miralls.
Expliquem que l'eix de simetria de fet no existeix. Analitzem objectes i figures simètriques i ningú veu cap mena eix. Presentem l'eix com a quelcom

imaginari, com un lloc on hi passaria l'eix, com un lloc per on plegaríem la figura.

A l'exercici 1 diuen: “No, *tenen la simetria a dintre o a fora*”; “*De vegades han de ser dos*”.

- Fan PS2: Abans de començar el Saül dibuixa dos triangles a la pissarra, un amb un eix de simetria exterior i un altre amb un eix secant. No explica res, va fent i la classe comenta en veu alta allò que va veient. En un moment mesura la distància d'un punt a l'eix amb el regle inclinat i ràpidament diuen que està malament, que ha d'estar “*horitzontal*” (volen dir perpendicular). El Saül esmenar l'errada voluntària i anomena els punts del triangle ABC. Llavors pregunta com es poden anomenar els del triangle simètric. Algunes respostes són: 123, AABCC, A1B1C1. S'introdueix la forma A'.

Tot seguit fa el mateix amb un eix inclinat i en mesurar la distància posa el regle horitzontal. Alguns diuen que no, però en preguntar perquè, es fa el silenci. Al cap d'una estona un noi diu “*Perpendicular?*”. N'hi ha que assenteixen i llavors s'explica una mica l'equidistància i la perpendicularitat.

- Com a deures de casa han de fer PS1 i 2 de PS2 amb regle.

Notes del dia 20 de març de 1996

- Dos nois porten un “diàbolo” i parlem del seu eix de simetria: “*El cordill*”; “*Una ratlla que passi per aquí (mig)*”.
- El Saül inicia l'explicació de què són i en què es diferencien un eix de simetria i un pla de simetria. Els costa d'entendre-ho i les seves cares ho demostren. En un moment determinat el Saül dibuixa un rectangle a la pissarra, la travessa amb un eix i pregunta: “*Aquest eix, de simetria, divideix el rectangle en dues parts iguals?*”. La resposta és unànime: “*Si, si!*”. Llavors agafa una capsa del prestatge i un llapis, i diu: “*Aquest llapis representa un*

eix de simetria". Llavors el posa al mig de la cara superior de la capsa i diu: "Si el llapis, que és un eix de simetria travessa la capsa, la divideix en dues parts iguals?". La resposta no és tan unànime, possiblement per la sorpresa, però se senten alguns "No, ara no" seguit d'un silenci. Una alumna diu: "És com un tall" i una altra, "Un ganivet". Sembla que ho entenen pocs i per tant deixem el tema per més endavant.

- Dividim la classe en dos grups: La meitat de classe, 12 alumnes, fan PS3 a la seva aula, i l'altra meitat van a l'aula d'ordinadors del centre a fer PS4 amb el Cabri.

Notes del dia 25 de març de 1996

- Dividim la classe en dos grups: La meitat de classe, 12 alumnes, fan PS3 a la seva aula, i l'altra meitat van a l'aula d'ordinadors del centre a fer PS4 amb el Cabri.
- En PS3 tot va bé. Només una nena que diu que en el quadrat, l'hexàgon i l'octògon, els eixos són les diagonals, i altres diuen que en el triangle i el pentàgon les diagonals sempre tallen els costats.
- Amb el Cabri, la motivació i el neguit són alts, tot i que tenen força costum d'anar a l'aula.
- Fan l'exercici 1 de manera guiada per conèixer el programa.
- Van fent sols per parelles i anem passant pels ordinadors preguntant què fan, insistint en les preguntes de les fitxes i orientant, quan cal.
- En acabar un exercici posem en comú les qüestions que ja han anotat als seus fulls, i si se n'han deixat alguna en blanc, l'anoten llavors a partir dels acords generals.

- A l'exercici 4, alguna parella ha fet un triangle rectangle i pregunta el perquè del senyal dels graus, ja que en lloc d'un arc surt un angle recte.
- Per fer l'exercici 5, prèviament els fitxer s'han col·locat al subdirectori adequat. La correcció no la fem el fitxer corresponent sinó amb una posada en comú i una comparança de resultats de les diverses parelles de treball.
- Com a deures de casa posem PS5 i PS6.
- Per manca de temps deixem de fer PS7, PS8 i PS9.

Notes del dia 27 de març de 1996

- Fan els Fulls resum i síntesi de les simetries. Els fan sense el dossier que han elaborat ja que li donem caràcter de prova.

Notes del dia 10 d'abril de 1996

- Fan els fulls d'introducció a les translacions i PT1
- Com a deures de casa donem PT2 i PT3.

Notes del dia 10 d'abril de 1996

- Correcció col·lectiva de PT2 i PT3 fets a casa.

Notes del dia 17 d'abril de 1996

- Mitja classe fa els Fulls de resum i síntesi de les translacions, i l'altra mitja va a l'aula d'ordinadors a treballar amb el Win Logo. Després de tres quarts d'hora de treball els grups s'intercanvien.
- Els Fulls de resum els fan sense el dossier que han elaborat ja que li donem caràcter de prova.
- A l'aula d'ordinadors es comença recordant les principals primitives, algunes directament de forma abreujada: *av*, *re*, *no.llapis*, *llapis*, *goma*, *id*, *ge* i *gd*.

Com que el procediment *trans.log* s'havia carregat abans, se'ls suggereix que dibuixin una bandereta per mitjà d'un procediment personal que han d'anomenar *figura*. Una vegada fet, experimenten amb *figura*, *trans* i *id*.

Més endavant suggerim que afegixin *gd* i *ge* a l'experimentació.

Alguns comencen a fer dibuixos de patrons i sanefes.

Davant la pregunta: "*En aquesta bandera, què canvia cada vegada?*", la resposta és gairebé unànime: "*La posició!*".

Van fent els dibuixos que volen, i força d'ells fan un quadrat, a partir del qual fan graelles, estrelles i mosaics.

- La darrera mitja hora la dediquem a jugar tota la classe junta al Transjoc, que es rebel·la com un joc divertit, en el qual pensen, verbalitzen i apliquen coneixements sobre les isometries.

Notes del dia 8 de maig de 1996

- Fan les Proves Finals, i com a comiat els convidem a un "polo".