



UNIVERSITAT DE BARCELONA



DISSENY I CONSTRUCCIÓ D'UN CORRELADOR ÒPTIC DUAL INTEGRANT LES ARQUITECTURES DE VANDERLUGT I DE TRANSFORMADES CONJUNTES

Universitat de Barcelona
Departament de Física Aplicada i Òptica

Ignasi Labastida i Juan

Capítol 5

Correlador de VanderLugt. Adaptació a les pantalles de cristall líquid

En el capítol anterior s'ha estudiat un tipus de processador òptic, el correlador de transformades conjuntes o JTC, que es caracteritza pel fet d'introduir conjuntament en el pla d'entrada la imatge de l'escena i la del motiu a detectar. Ara analitzarem un segon tipus d'arquitectura utilitzat com a muntatge per als processos de reconeixement òptic d'imatges, els correladors del tipus VanderLugt, proposats per VanderLugt al 1964 [Van64]. Aquests sistemes es caracteritzen per utilitzar filtres, és a dir, funcions complexes creades a partir de la imatge de l'objecte que es vol identificar. Històricament, els primers filtres que es varen utilitzar, com per exemple el filtre adaptat clàssic, es generaven a partir de la transformada de Fourier del motiu enregistrada òpticament en un suport hologràfic. Actualment, els filtres s'acostumen a crear digitalment i han evolucionat de manera diversa fins assolir un gran ventall de possibilitats a l'hora d'escollir-ne el més adient per reconèixer un determinat objecte en unes determinades condicions.

Els correladors òptics construïts segons aquesta arquitectura han sofert una sèrie de modificacions des del seu origen (el correlador 4f) per tal d'adaptar-los a les necessitats de reduir-ne la longitud total i poder aconseguir sistemes compactes i miniaturitzats.

En aquest capítol s'estudien diferents correladors basats en l'arquitectura de VanderLugt. Primer es fa una visió general amb una anàlisi matemàtica del procés de correlació en un dels muntatges. Després es presenten dos correladors òptics que s'han muntat en el Laboratori utilitzant les pantalles de cristall líquid que han estat descrites en el Capítol 2. A l'hora de fer els muntatges s'ha intentat estalviar material i per això les dues LCDs necessàries per mostrar les corresponents imatges en

cadascun dels sistemes, estan controlades per la pròpia electrònica del videoprojector mitjançant uns mètodes que també s'expliquen en aquest capítol. Tant els procediments com els resultats experimentals assolits a partir de la utilització dels mètodes proposats han estat publicats [LCMB⁺98, LCMB⁺00]. Aquestes correlacions òptiques obtingudes són les que es mostren al final de cada secció.

5.1 Correlador de VanderLugt 4f

El primer muntatge proposat el 1964 per VanderLugt [Van64] és l'anomenat correlador 4f, que pren el nom de la distància que hi ha entre el pla d'entrada i el pla de sortida o de correlació. En la Figura 5.1 es pot veure un esquema d'aquest sistema.

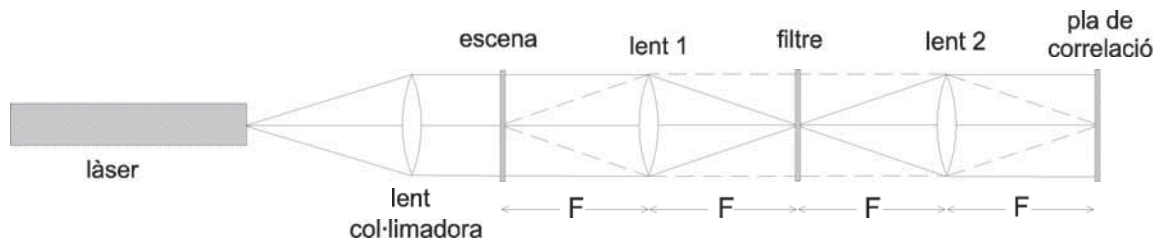


Figura 5.1: Correlador 4f

Si analitzem el procés de correlació, hem de començar pel pla d'entrada, on es col·loca l'escena, la transformada de Fourier de la qual apareix en el pla focal de la primera lent. Aquesta transformada es realitza òpticament mitjançant la lent i els efectes de la propagació de la llum, tal i com s'explica en l'Apèndix A. El fet de col·locar l'escena en el pla focal objecte de la lent fa que en el pla de Fourier aparegui la transformada exacta sense cap fase quadràtica multiplicativa tal i com s'explica a través de les Equacions A.31-A.34. En aquest pla s'hi col·loca el filtre generat a partir de la imatge de referència o motiu, i és aquí on es produeix el producte de les dues distribucions. Per obtenir la correlació final entre l'escena i el motiu cal col·locar una segona lent de tal manera que el seu pla focal objecte coincideixi amb el pla de Fourier. Aquesta segona lent realitzarà una segona transformada, que apareixerà en el seu corresponent pla focal imatge. Aquesta posició rep el nom de pla de correlació o pla de sortida.

El principal problema que presenta aquest muntatge és la llargària necessària per tenir les imatges amb els factors d'escala adients. Per aquesta raó han aparegut diverses modificacions del correlador 4f per tal de reduir-ne la longitud total. La variant més utilitzada és l'anomenat correlador convergent de VanderLugt [TL64, JL82],

que es basa en l'acoblament de dos difractòmetres amb l'ajut de lents convergents. La utilització d'aquest tipus de muntatge fa que tot el sistema sigui més versàtil perquè no cal moure les lents per canviar les escales, sinó que només cal desplaçar les imatges al llarg del banc. Així doncs, primer cal muntar el sistema òptic que realitzi les dues transformades seguides i després col·locar adequadament les imatges per tal que les escales corresponguin als valors escaients. Amb aquesta arquitectura es redueix força la llargària del correlador però encara es pot reduir més utilitzant teleobjectius, és a dir, substituint les lents convergents per parelles de convergent i divergent [FBLC86, DWB⁺89, BVJFM92, JVB92], tal i com s'explicarà amb detall en el següent capítol de la memòria.

5.2 Correlador convergent de VanderLugt

Els principals avantatges d'aquest muntatge respecte el correlador $4f$ són la reducció en la longitud total del sistema i la facilitat de modificar l'escala de la TF ja que només cal moure la imatge d'entrada sense variar ni les lents ni les distàncies entre elles. Aquesta versatilitat simplifica el procés d'ajust entre la transformada òptica i el filtre, que cal fer acuradament ja que els resultats de la correlació són extremament sensibles als desalineaments [Van67, CYZ⁺96, MUMJ97].

Abans de construir un correlador convergent de VanderLugt (VLCC¹) cal analitzar, com s'ha fet en el cas del JTC, el procés de correlació òptica en la detecció d'un motiu en una escena. A la Figura 5.2 hi ha un esquema d'un VLCC i a partir d'aquest dibuix podem descriure el funcionament del correlador.

El desenvolupament matemàtic que presentarem a continuació segueix el formalisme de l'Òptica de Fourier que s'explica en l'Apèndix A i que es basa en la notació de VanderLugt [Van66, Van92].

Tenim un sistema il·luminat amb una llum coherent monocromàtica de longitud d'ona λ que s'expandeix des del punt O . A una distància D_1 d'aquest punt hi col·loquem una lent convergent (L_1) de focal F_1 . Situem l'escena, representada per la funció bidimensional $f(x, y)$, a una distància arbitrària D_2 darrere d'aquesta lent. Aquest muntatge òptic és un difractòmetre com el de la Figura A.2 i la distribució de llum en un pla ubicat a una distància D_3 de la imatge ve determinada per l'Equació A.35, que

¹VanderLugt Converging Correlator

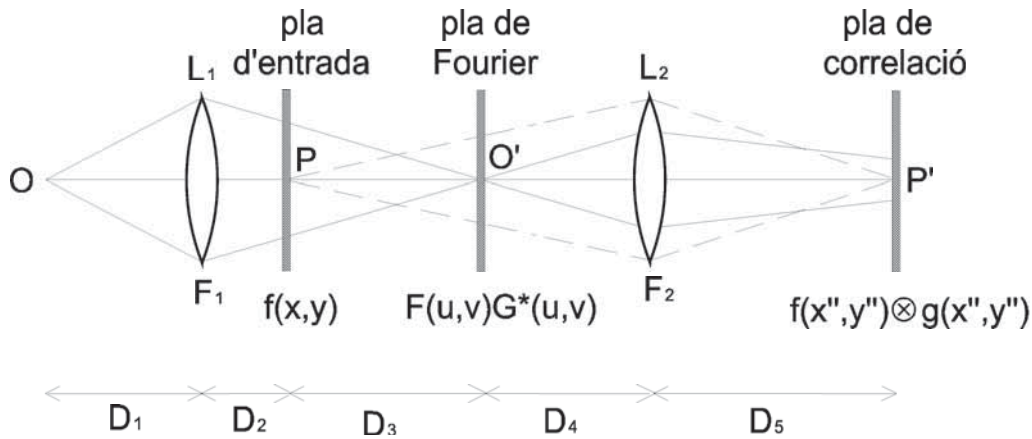


Figura 5.2: Correlador convergent de VanderLugt

adaptada a aquest cas esdevé:

$$q(x', y') \propto \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} \psi(\alpha, \beta; d_1) \psi^*(\alpha, \beta; f_1) \psi(\alpha, \beta; d_2) \psi(\alpha, \beta; d_2) \times \\ \times e^{-i\frac{2\pi(\alpha x + \beta y)}{\lambda D_2}} f(x, y) \psi(x, y; d_3) \psi(x', y'; d_3) e^{-i\frac{2\pi(xx' + yy')}{\lambda D_3}} d\alpha d\beta dx dy \quad (5.1)$$

La condició per tal que aquesta amplitud esdevingui la TF de l'escena multiplicada per una fase quadràtica és la següent:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2 + D_3} \quad (5.2)$$

és a dir, que la imatge del punt O, a través de la lent, es trobi en aquest pla situat a D_3 de l'escena. Anomenarem O' a aquest punt imatge, mentre que el pla rebrà el nom de Pla de Fourier, ja que s'hi troba la TF de l'escena a més de l'esmentada fase quadràtica:

$$q(x', y') \approx \psi(x', y'; d_3) F(u, v) \quad \text{on} \quad u = \frac{x'}{\lambda D_3} \quad \text{i} \quad v = \frac{y'}{\lambda D_3} \quad (5.3)$$

D'aquesta darrera equació cal destacar les coordenades (u, v) que són les del pla de Fourier i que corresponen al canvi de factor d'escala degut a la primera TF. En l'Apèndix A hi ha una explicació més detallada d'aquesta transformació.

En aquest pla de Fourier col·loquem el filtre, representat per $H(u, v)$ i per tant aquí és on es produeix el producte de les dues funcions $F(u, v)H(u, v)$. Generalment el filtre és una funció complexa generada a partir de la imatge que es vol detectar. Si representem aquesta referència amb la funció $g(x, y)$, podem emprar l'anomenat filtre adaptat clàssic, que és la TF conjugada del motiu ($G^*(u, v)$) en l'escala que correspongui.

Utilitzem una segona lent convergent (L_2) per tal de realitzar la segona transformada de Fourier. En aquest cas tenim un difractòmetre com el de la Figura A.1 on l'objecte es troba davant de la lent, a una distància D_4 . Seguint les equacions de l'Apèndix A, i en concret la A.24, la distribució que hi ha en un pla P' a distància D_5 de la lent és la següent:

$$c(x'', y'') \propto \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} q(x', y') G^*(u, v) \psi(x', y'; d_4) \psi(\alpha', \beta'; d_4) e^{-i \frac{2\pi(\alpha' x' + \beta' y')}{\lambda D_4}} \times \\ \psi^*(\alpha', \beta'; f_2) \psi(\alpha', \beta'; d_5) \psi(x'', y''; d_5) e^{-i \frac{2\pi(x' \alpha' + y' \beta')}{\lambda D_5}} d\alpha' d\beta' dx' dy' \quad (5.4)$$

Tenint en compte l'expressió de $q(x', y')$ (Equació 5.3), la condició que cal que es compleixi per tal que la darrera equació se simplifiqui a una TF és:

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{D_3 + D_4} + \frac{1}{D_5} \quad (5.5)$$

o sigui, que la imatge del pla P , a través de la segona lent, es trobi en aquest últim pla P' , que rebrà el nom de Pla de Correlació, perquè com es veurà a continuació apareixerà el producte de correlació entre l'escena i la referència.

$$c(x'', y'') \propto \psi(x'', y''; d_k) \iint_{-\infty}^{\infty} F(u, v) G^*(u, v) e^{-i \frac{2\pi(x' x'' + y' y'') d_5 (d_3 + d_4)}{\lambda d_4}} dx' dy' = \\ = \psi(x'', y''; d_k) f\left(\frac{D_3 + D_4}{D_5} x, \frac{D_3 + D_4}{D_5} y\right) \otimes g\left(\frac{D_3 + D_4}{D_5} x, \frac{D_3 + D_4}{D_5} y\right) \quad (5.6)$$

on $d_k = d_5 - \frac{d_5^2}{d_4^2}(d_3 + d_4)$.

Aquest resultat ens indica que en el pla de correlació apareix la correlació entre l'escena i el motiu escalats i multiplicats per un factor de fase.

5.2.1 Ajust de les distàncies

Per construir el correlador cal tenir en compte una sèrie de consideracions amb les distàncies i els factors d'escala entre la imatges d'entrada i el filtre. Podem definir la constant de difracció K com el factor d'escala entre el Pla de Fourier i el pla d'entrada. Aquesta constant es defineix com:

$$K = \lambda D \quad (5.7)$$

on D és la distància entre ambdós plans. En el cas de la Figura 5.2, aquesta separació és D_3 , o sigui que:

$$K = \lambda D_3 \quad (5.8)$$

Com s'ha vist en la secció anterior, aquesta distància ve determinada per la primera lent convergent i és la que determina el canvi d'escala en les imatges del pla de Fourier (Equació 5.3).

Per tal d'aconseguir un correcte ajust entre les escales de la transformada òptica i el filtre, la condició que cal aplicar és que aquesta constant ha de ser suficientment gran com per fer que els ordres de difracció que apareixen en el pla de Fourier deguts al pixelat del pla d'entrada, estiguin prou separats. En general aquesta separació entre ordres ha de ser com a mínim la grandària del modulador [BCG90]. De fet, aquesta separació pot ser encara més petita i coincidir amb la grandària de la imatge. Quan la imatge no ocupi tota la pantalla necessitem un valor més petit, o sigui que la distància entre plans també serà més petita.

En el cas de les pantalles CGA, utilitzem imatges de 256×256 el que fa que en una de les dimensions no utilitzem tots els píxels disponibles mentre que en l'altra hem de menysprear algun píxel de la imatge original. Cal recordar que la zona activa d'aquests moduladors és de 310×242 (Secció 3.1.1). Pel que fa a les pantalles VGA, les imatges poden arribar a ser de 512×512 píxels encara que es perdin algunes files corresponent a altes freqüències, com en el cas de les altres LCDs.

Un altre fenomen a tenir en compte a l'hora de muntar el correlador i ajustar les distàncies és el fet de tenir dispositius amb un interpixelat no simètric, com en el cas de les LCDs amb resolució CGA, on la separació entre píxels és de $80 \mu\text{m}$ horitzontalment i $75 \mu\text{m}$ verticalment (Secció 3.1.1). Quan s'utilitza una LCD d'entrada amb un interpixelat no quadrat apareix una distorsió en la transformada òptica de Fourier. La manera més simple de corregir aquest efecte quan la pantalla del filtre és del mateix tipus, és el de girar aquesta segona pantalla 90° . D'aquesta manera, el filtre que s'hi mostra ja conté la mateixa distorsió i l'encaix amb la transformada òptica és el correcte. Aquesta distorsió no afecta als moduladors de resolució VGA utilitzats perquè tenen un interpixelat quadrat de $42 \times 42 \mu\text{m}$ (Secció 3.2.1).

Per tant, tenint en compte aquestes consideracions prèvies, podem calcular el valor mínim de la constant de difracció en ambdós casos. En el correlador convergent amb pantalles CGA, aquest valor ve donat per:

$$K_{CGA} = 256 \times 0.08 \times 0.075 = 1.536 \text{ mm}^2 \quad (5.9)$$

on el factor $256 \times 0.08 \text{ mm}$ és la grandària de la imatge del filtre en la segona LCD i 0.075 mm la separació del pixelat en la d'entrada. Amb aquest valor mínim i sabent que la longitud d'ona del làser utilitzat és de 633 nm (làser d'HeNe), la distància entre plans és de 2.43 m . Cal recordar que amb un muntatge $4f$ aquesta distància es

duplicaria.

Pel que fa al correlador amb els moduladors VGA, el valor serà de:

$$K_{VGA} = 512 \times 0.042 \times 0.042 = 0.903 \text{ mm}^2 \quad (5.10)$$

on ara la grandària del filtre és 512×0.042 mm mentre que la separació dels píxels de la LCD d'entrada és de 0.042 mm. En aquest muntatge també s'utilitza el làser d'HeNe, el que fa que la distància mínima entre el pla d'entrada i el de Fourier sigui de 1.43 m. Així doncs, amb aquestes pantalles de més resolució podem utilitzar imatges més grans i distàncies més petites gràcies a la reducció de l'interpixelat respecte les CGA.

Si considerem que els valors de les distàncies mínimes que hem calculat són aproximadament la meitat de la longitud total del sistema, podem deduir que l'espai necessari per al correlador convergent amb pantalles CGA és d'uns 5 metres mentre que per al de moduladors VGA necessitem uns 3 metres. Aquests valors, que es poden considerar alts, es poden reduir molt amb la utilització de lents divergents [BVJFM92, JVB92]. La combinació d'una lent convergent i una lent divergent forma un teleobjectiu que dona com a resultat constants de difracció altes amb distàncies petites. En el Capítol 6 aprofundirem més en el tema de la utilització de teleobjectius en els correladors convergents de VanderLugt per reduir-ne la longitud total.

5.2.2 Filtres

Una de les característiques de les arquitectures del tipus VanderLugt és la utilització de filtres, que són les imatges que es col·loquen en el pla de Fourier i que s'han generat a partir de la imatge de l'objecte o objectes a reconèixer. L'elecció del tipus de filtre i la seva creació és determinant en el resultat final del procés de reconeixement òptic.

El primer filtre utilitzat en un muntatge de correlació òptica va ser el filtre adaptat clàssic (CMF²) [Van64]. A partir d'una imatge, representada per una funció bidimensional $g(x, y)$, es defineix el CMF com:

$$H_{CMF}(u, v) = G^*(u, v) = |G(u, v)|e^{-i\phi(u, v)} \quad (5.11)$$

on $|G(u, v)|$ és l'amplitud de la transformada de Fourier de la imatge, i $\phi(u, v)$ la seva fase.

²Classical Matched Filter

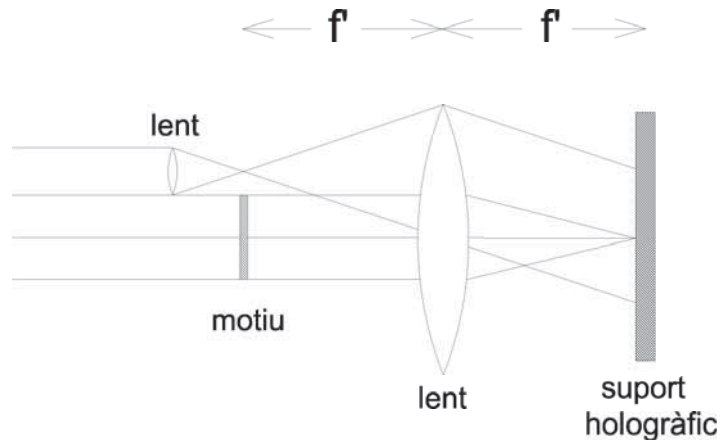


Figura 5.3: Muntatge per obtenir òpticament un filtre adaptat

Aquest filtre es pot generar digitalment però quan es va proposar per primer cop es va descriure el procés per obtenir-lo òpticament. En un difractòmetre es realitza la transformada de Fourier òptica de la imatge $g(x, y)$, o sigui $G(u, v)$, i en una pel·lícula hologràfica s'enregistren les interferències produïdes en interaccionar amb una ona plana inclinada, tal i com es pot veure en la Figura 5.3.

A més de fer l'esquema d'un possible muntatge per generar òpticament el filtre adaptat clàssic a partir d'una imatge del motiu a detectar, podem fer una anàlisi matemàtica d'aquest procés. Si definim l'ona plana inclinada com $Ae^{i2\pi v' \alpha}$ on A és l'amplitud i l'angle d'inclinació θ està inclòs en el paràmetre α ($\alpha = \frac{\sin\theta}{\lambda}$), llavors la intensitat enregistrada en el suport hologràfic serà:

$$I(u', v') = |G(u, v) + Ae^{i2\pi v' \alpha}|^2 = |G(u, v)|^2 + A^2 + G(u, v)Ae^{-i2\pi v' \alpha} + G^*(u, v)Ae^{i2\pi v' \alpha} \quad (5.12)$$

Es pot veure que en l'últim terme d'aquesta expressió, s'inclou la funció $G^*(u, v)$, que és la definició del filtre adaptat (Equació 5.11).

En col·locar aquest film o suport hologràfic en el pla de Fourier d'un correlador de VanderLugt, obtenim el producte de correlació entre la funció que representa la imatge de l'escena i la funció que defineix el motiu a detectar. El factor de fase, $e^{i2\pi v' \alpha}$, que acompanya al terme del filtre adaptat fa que en el pla de correlació la detecció aparegui desplaçada verticalment respecte el centre.

Des de l'aparició del CMF fins ara s'han proposat tot tipus de filtres per tal de millorar els resultats finals d'un procés de correlació. Les primeres propostes es varen basar en modificar aquest primer filtre, com el cas del filtre de només fase (POF³) [HG84],

³Phase-Only Filter

el filtre invers (IF⁴) [AKJ90, KH90], o un híbrid entre aquests dos, el filtre d'amplitud compensada [MWW88].

El filtre de només fase es defineix com:

$$H_{POF}(u, v) = \frac{G^*(u, v)}{|G(u, v)|} = e^{-i\phi(u, v)} \quad (5.13)$$

La principal diferència amb el CMF és el fet de generar-se només amb la fase de la transformada de Fourier conjugada del motiu. La idea d'utilitzar aquest filtre va sorgir arran de l'aparició d'un treball on es feia palesa la importància de la informació continguda en la fase [OL81]. No obstant això, posteriorment s'ha demostrat que hi ha imatges on no es pot menysprear la informació de l'amplitud [JVCC91].

Per altra banda, el filtre invers es defineix com el POF però dividint-lo per l'amplitud de la transformada:

$$H_{IF}(u, v) = \frac{G^*(u, v)}{|G(u, v)|^2} = \frac{e^{-i\phi(u, v)}}{|G(u, v)|} \quad (5.14)$$

El principal problema d'aquest filtre són les singularitats que apareixen quan l'amplitud és nul·la. Hi ha diverses solucions per solucionar aquest inconvenient, una d'elles és la de combinar el filtre de fase i l'invers, és l'anomenat filtre d'amplitud compensada (ACMF⁵). Es basa en determinar un valor llindar de l'amplitud (ε), per sota del qual l'IF passa a ser el POF dividit per ε per tal de mantenir la continuïtat.

$$H_{AC}(u, v) = \begin{cases} \varepsilon^{-1} e^{-i\phi(u, v)} & |G(u, v)| < \varepsilon \\ \frac{e^{-i\phi(u, v)}}{|G(u, v)|} & |G(u, v)| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (5.15)$$

L'origen de la utilització de l'ACMF és la de combinar la informació de la fase amb la de l'amplitud, ja que no sempre la continguda en la fase és la més important.

A l'hora de col·locar aquests filtres en algun suport de visualització bidimensional, cal tenir en compte que s'ha d'introduir la informació de l'amplitud i de la fase. Al principi, es varen utilitzar una sèrie de mètodes de codificació hologràfica per tal d'aconseguir cel·les de diferent grandària on hi hagués tota la informació complexa corresponent a cada píxel del filtre [Tri87]. Amb l'aparició dels moduladors espacials de llum i les corbes operatives, han sorgit filtres que s'adapten a aquestes configuracions i que poden optimitzar una sèrie de paràmetres com la relació senyal-soroll, l'energia del pic de correlació, entre d'altres variables, [Réf91, Jud93, MUC95].

En un treball anterior es varen estudiar els tipus de filtres i les codificacions necessàries per tal de visualitzar-los en pantalles de cristall líquid [Lab97]. La conclusió en la

⁴Inverse Filter

⁵Amplitude Compensated Matched Filter

utilització de diferents filtres fou que el de fase és el que dona millor resultat per reconèixer objectes, perquè discrimina força bé i és molt eficient en termes de llum. Pel que fa a la codificació hologràfica, es va fer un estudi dels diversos tipus des dels mètodes de Lee [Lee70] i Burckhardt [Bur70] fins a altres que es varen proposar on s'utilitzava la part real o s'hi afegia una constant. Aquests sistemes de codificació es varen comparar amb els filtres adaptats a les corbes i es va concloure que aquests darrers donaven un millor resultat en els processos de correlació òptica a més de no necessitar cel·les de diferents píxels.

En aquest treball s'han utilitzat POFs adaptats a les corbes operatives dels moduladors. Aquesta adaptació no només consisteix en ajustar la imatge del filtre a la configuració de la pantalla on es visualitza sinó que s'ha de tenir en compte la modulació que introdueix la primera LCD, la corresponent a l'escena, a l'hora de calcular-lo digitalment. La principal diferència amb la definició de l'Equació 5.13 és que la imatge a partir de la qual es genera el filtre ja no és real sinó que és complexa per tenir en compte l'efecte de la pantalla on hi haurà l'escena. Normalment la configuració que s'utilitza per aquesta primera LCD és una d'alt contrast on la modulació en fase no es pot negligir. Si $g(x, y)$ és la funció que representa l'objecte a reconèixer i $\hat{g}(x, y)$ la funció complexa obtinguda després de modificar el motiu amb la configuració del modulador d'entrada, llavors el nou filtre de fase es defineix com:

$$H_{POF-Adaptat}(u, v) = \frac{\mathcal{F}\{\hat{g}(x, y)\}^*}{|\mathcal{F}\{\hat{g}(x, y)\}|} = \frac{\hat{G}^*(u, v)}{|\hat{G}(u, v)|} \quad (5.16)$$

Els valors del filtre de fase s'han d'adaptar els valors que ofereix la corba operativa. Si en una determinada configuració la LCD no és capaç de modular la fase necessària es pot ajustar al valor més proper mitjançant la mínima distància euclídia o, en el cas que la pantalla tingui poca modulació, cal utilitzar algun altre tipus de filtre o introduir-hi modificacions.

5.3 Correlador de VanderLugt amb pantalles CGA

Un cop analitzat el funcionament del correlador convergent de VanderLugt cal començar a muntar-ne un. El primer que cal fer és escollir els dispositius a utilitzar per mostrar les imatges de l'escena i el filtre. El primer disseny que hem construït utilitza les pantalles de resolució CGA descrites en la Secció 3.1. En el cas d'un JTC només necessitem una LCD si utilitzem el muntatge monobanc, en canvi ara ens calen dos moduladors, un per a l'escena i un per al filtre. La caracterització d'aquestes pan-

talles està explicada al Capítol 2 i les millors corbes operatives que hem aconseguit es poden veure a la Secció 3.1.4.

La utilització de dispositius pixelats ens obliga a fer un estudi complet per muntar el correlador. A més d'analitzar els sistemes òptics necessaris cal tenir en compte els efectes de difracció que produeix el pixelat i que determinarà les distàncies entre els components del sistema. Un altre aspecte a considerar és el funcionament de les pantalles i la manera com s'envien les imatges. Aquest darrer tema ja ha estat analitzat en capítols i seccions anteriors.

Un dels objectius que ens hem proposat és el de tenir les dues pantalles controlades per una sola targeta gràfica i una única electrònica, i a més volem utilitzar la pròpia del videoprojector, per simplificar encara més tot el procés. D'alguna manera el que fem és allargar la connexió entre les pantalles i l'aparell projector per tal que es puguin situar en el banc òptic. El fet de tenir connectades simultàniament les dues LCDs a l'electrònica pròpia del projector, fa que les posicions dels controls de contrast, brillantor i color, s'hagin de situar en una posició de compromís i que el procés d'obtenció de les corbes operatives es redueixi a una manipulació de les posicions dels polaritzadors. Aquesta limitació ja s'ha tingut en compte a l'hora de buscar les configuracions que apareixen en la Secció 3.1.4.

5.3.1 Control de dues LCDs mitjançant una única targeta digitalitzadora de 8 bits i una única electrònica

La utilització de dues pantalles controlades per un únic videoprojector i una única targeta digitalitzadora fa que calgui un estudi del funcionament de les pantalles i de la possibilitat d'enviar dues imatges diferents a dispositius diferents.

La targeta digitalitzadora que hem utilitzat és una Matrox PIP-1024B, que és capaç d'emmagatzemar una imatge de 512×512 píxels amb 8 bits per píxel. O sigui que les imatges poden tenir fins a 256 nivells de gris. Aquesta targeta envia aquesta imatge de 512×512 al videoprojector, el qual la reenvia per cada canal RGB. La nostra intenció és enviar dues imatges diferents utilitzant dos dels tres canals RGB, per això cal que els 8 bits (1 octet) siguin compartits per ambdues imatges.

Així doncs, dividim l'octet en dos nibbles (4 bits) utilitzant el més significatiu per a la imatge de l'escena i el menys significatiu per al filtre. El principal desavantatge d'aquest compartiment és el de reduir els nivells de gris de les imatges de 256 a 16. Tanmateix, aquesta reducció no és significativa en termes de la correlació òptica final [SPH93]

Una altra manera de descriure el mètode és dir que negligim els nibbles menys significatius de cada imatge i amb aquest dos grups de 4 bits es forma un nou octet que és el que s'emmagatzemarà a la targeta digitalitzadora. Aquest nou octet crearà una nova imatge de 512×512 píxels i 256 nivells de gris per píxel.

El fet que la targeta tingui una sortida RGB ens permet generar unes taules de sortida (LUT ⁶) adients per tal que la informació que surti per cada canal sigui diferent. En les Figures 5.4 i 5.5 es mostren les LUTs dissenyades pel canal verd i el canal blau, respectivament. Si observem aquestes gràfiques detalladament, podem veure que el nibble més significatiu de la imatge de 8 bits que hem generat prèviament és rellevant pel canal verd mentre que la sortida pel canal blau només depèn del menys significatiu. El fet que el videoprojector tingui entrada RGB fa que només calgui connectar la sortida de la targeta amb l'entrada d'aquest aparell i veure com apareixen les dues imatges per separat en pantalles diferents. Cal fer notar que el canal vermell no s'utilitza. Aquest últim detall és important perquè es pot pensar en algun muntatge on es necessitin 3 LCDs i per tant, utilitzant aquest mètode de compartir un octet, es podrien controlar fins a 3 imatges de 2 bits per píxel cadascuna. Per exemple, es podria aplicar en aquells processos que només requereixin imatges binàries.

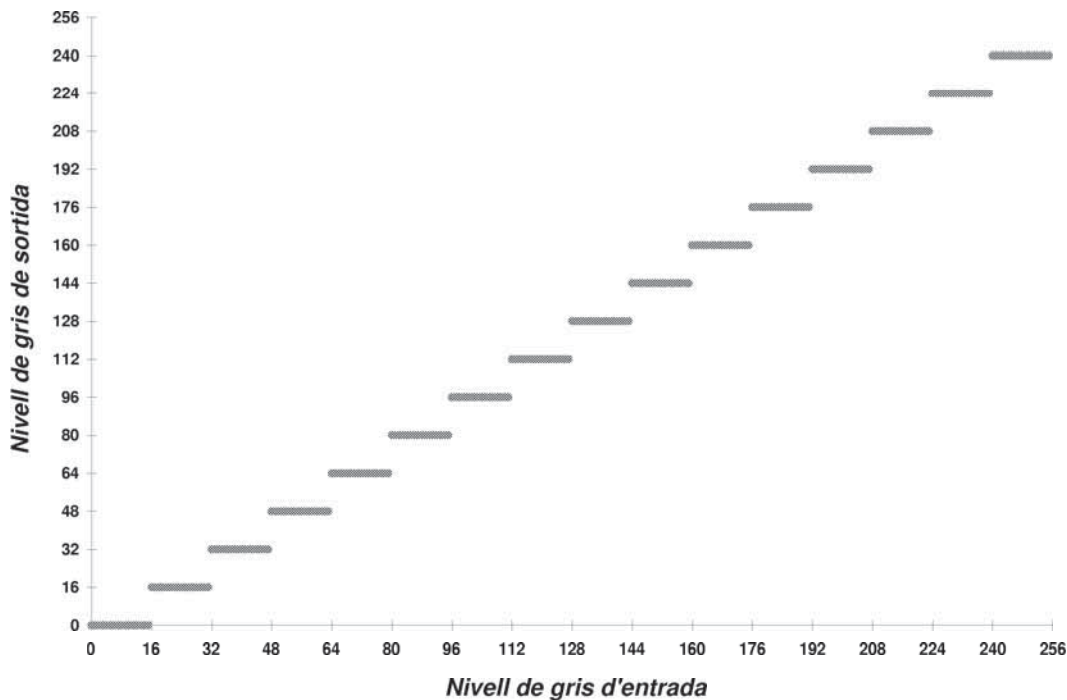


Figura 5.4: LUT per al canal verd

⁶Look-up-table

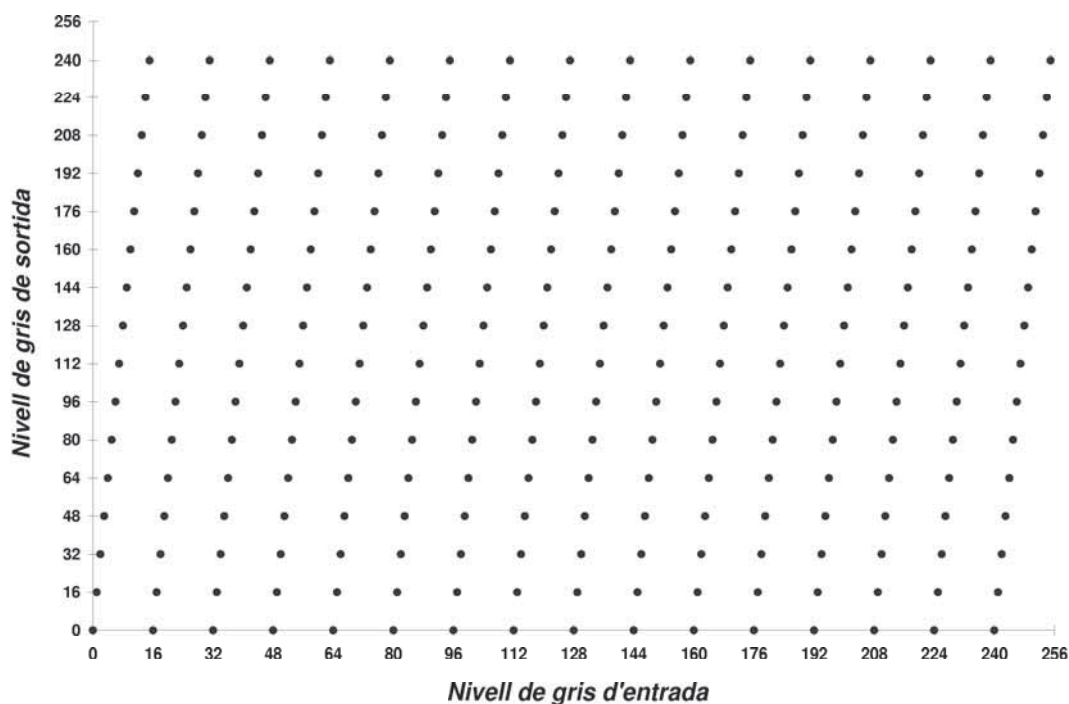


Figura 5.5: LUT per al canal blau

Tot aquest procediment amb el qual enviem dues imatges diferents emprant un sol octet per píxel que sintetitzat en la Figura 5.6.

El principal avantatge del mètode proposat és el de reduir tot l'equipament necessari per tenir dues pantalles mostrant imatges diferents en un processador òptic. La utilització d'un únic videoprojector presenta un avantatge addicional respecte el control de dues LCDs amb dues electròniques independents, la no necessitat d'un ajust de sincronisme.

Per altra banda, cal fer esment a una sèrie de desavantatges o inconvenients que comporta la utilització d'aquest sistema. Les dues imatges han de tenir la mateixa grandària, és a dir les mateixes dimensions, i s'han d'emmagatzemar en la mateixa posició de memòria de la targeta digitalitzadora. Això en principi no cal que suposi un greu problema perquè sempre, o quasi sempre, podem augmentar o disminuir el fons o àrea sense informació. Tenim un altre inconvenient a l'hora de buscar les corbes operatives de les pantalles: El fet d'utilitzar un únic videoprojector fa que les variables en buscar les configuracions es redueixin a les diferents posicions del polaritzador i l'analitzador, ja que les posicions dels controls del projector han de ser comunes. Si observem les corbes operatives que hem trobat podem constatar que aquest inconvenient s'ha resolt satisfactòriament ja que hem trobat configuracions força bones i que han funcionat correctament. Un altre desavantatge que ja s'ha

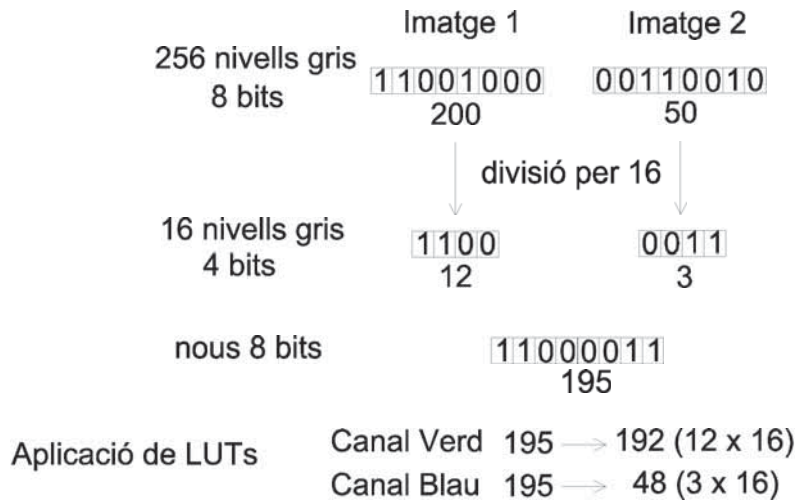


Figura 5.6: Esquema del mètode per emmagatzemar dues imatges en una targeta digitalitzadora de 8 bits

apuntat prèviament és la reducció dels nivells de gris d'ambdues imatges, però cal reiterar que aquesta reducció a setze nivells no és important en termes de correlació. Finalment, s'ha observat un efecte de *cross-talk* o superposició d'imatges en les LCDs. Mitjançant un oscil·loscopi s'ha comprovat que hi ha una posició del control corresponent al color que elimina aquest fenomen i que per tant fa que desaparegui la superposició. Així doncs, aquest control de color del videoprojector haurà d'estar fixat en aquest valor quan busquem les corbes operatives, la qual cosa ja s'ha tingut en compte en el procés d'obtenció de les configuracions d'aquestes pantalles.

5.3.2 Resultats experimentals

En aquesta secció mostrem els resultats experimentals assolits amb el correlador que hem descrit. L'arquitectura emprada és un CCVL amb dues pantalles CGA extrems del videoprojector Epson VP-100PS corresponents als canals verd i blau. Ambdues LCDs estan controlades mitjançant la pròpia electrònica de l'aparell i una única targeta digitalitzadora de 8 bits (Matrox PIP 1024-B). El mètode utilitzat per enviar simultàniament les dues imatges corresponents a l'escena i el filtre, és el que s'ha explicat en la Secció 5.3.1.

La imatge emprada com a escena és la que es pot veure en la Figura 4.4, i la comprovació del funcionament del correlador consisteix en la detecció de cadascun dels tres satèl·lits per separat. Les imatges originals tenen una grandària de 256×256 píxels i 8

bits per píxel (256 nivells de gris), però per tal de poder-les visualitzar correctament en les LCDs cal aplicar-hi un zoom per assegurar-ne un control píxel a píxel i cal reduir-les a un nibble per píxel per poder utilitzar una sola targeta digitalitzadora.

El fet d'utilitzar LCDs per mostrar les imatges implica que aquestes ja no són reals sinó que són funcions complexes els valors de les quals venen determinats per les corbes operatives de les pantalles. En aquest cas el modulador triat per visualitzar-hi l'escena és la LCD-CGA verda i la configuració escollida és la d'alt contrast (Figura 3.6). La corba més adient per a l'entrada seria una de només amplitud amb força contrast, però com s'ha vist en la Secció 3.1 les configuracions AM tenen valors de contrast molt baixos. En utilitzar una corba HC la imatge de l'escena passa a ser complexa degut a la fase introduïda, tanmateix aquest efecte no és gaire problemàtic si es té en compte a l'hora de dissenyar el filtre. Així doncs, haurem d'utilitzar un filtre generat a partir de la funció complexa del motiu, obtinguda com a resultat d'emprar la corba HC. L'expressió d'aquest filtre és el de l'Equació 5.16.

Un cop s'ha creat el filtre, tenim una funció complexa que cal visualitzar en una LCD treballant en una determinada configuració. Si el filtre és del tipus POF la corba més adient és la de PM i la manera de determinar els nivells de gris que corresponen a cada píxel a partir del seu valor complex es realitza mitjançant el càlcul de la mínima distància euclídia. En aquest cas, el modulador utilitzat en el pla de Fourier ha estat la LCD-CGA blava amb la configuració PM (Figura 3.11).

En la Figura 5.7 es mostra el pla de correlació i la seva representació tridimensional en identificar el satèl·lit més petit, que està superposat a la imatge de la Terra.

Aquest resultat es pot comparar amb l'assolít quan la primera LCD, on s'hi col·loca l'escena, està en configuració d'AM (corba operativa de la Figura 3.7). La detecció del mateix objecte és el que es pot veure en la Figura 5.8, on s'observa que la correlació és menys sorollosa però cal tenir en compte que la quantitat de llum que arriba al pla de sortida és menor. Aquest efecte no és visible en les figures precedents perquè ambdues estan normalitzades.

Aquest darrer resultat ens indica que és possible utilitzar aquesta configuració d'AM quan la quantitat de llum disponible sigui suficient. Aquesta corba operativa introdueix una modulació en fase petita (Taula 3.6), la qual cosa permet que en dissenyar el filtre es pugui utilitzar la imatge real del motiu a detectar.

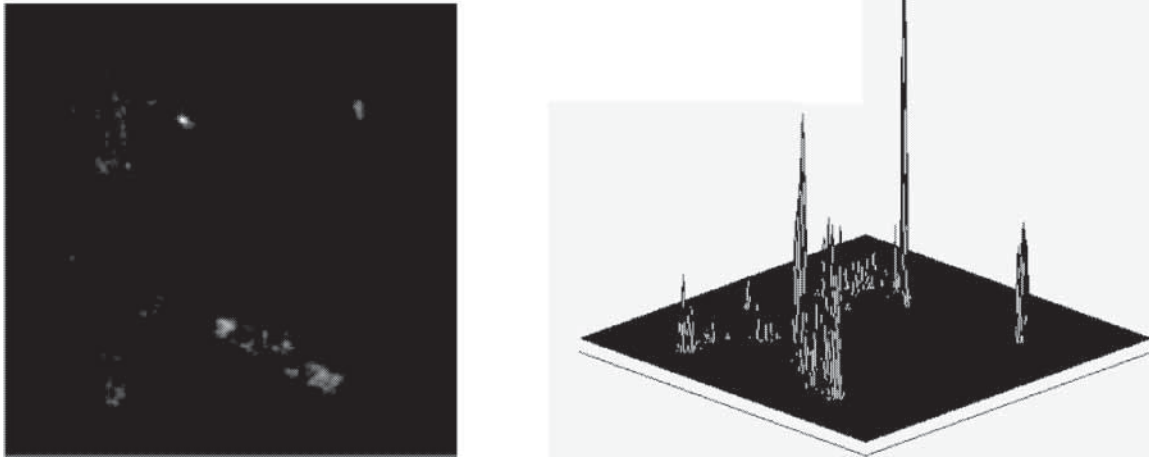


Figura 5.7: Pla de correlació i representació tridimensional. Identificació del satèl·lit superior esquerre amb la LCD d'entrada en configuració HC

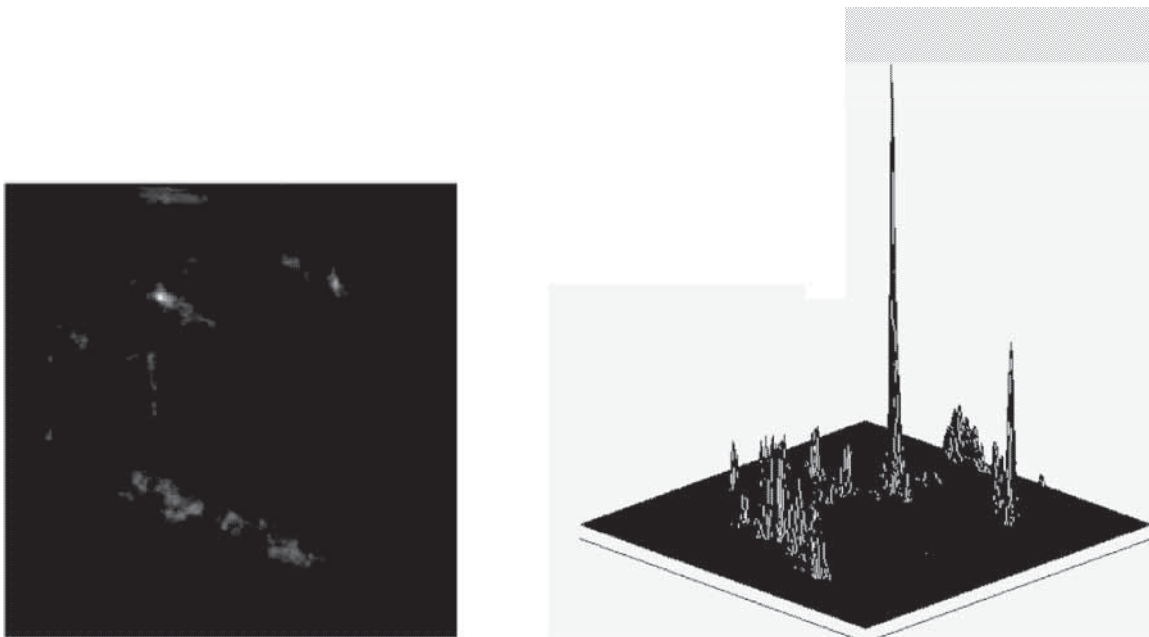


Figura 5.8: Pla de correlació i representació tridimensional. Identificació del satèl·lit superior esquerre amb la LCD d'entrada en configuració AM

5.4 Correlador de VanderLugt amb pantalles VGA

Com en el cas del JTC, el muntatge del tipus VanderLugt s'ha intentat millorar utilitzant les pantalles amb resolució VGA, que han estat extretes del videoprojector Ep-

son EMP 3000 i que han estat estudiades en la Secció 3.2. Les corbes operatives que hem obtingut estan descrites en la Secció 3.2.3.

La principal característica, i a la vegada gran desavantatge, d'aquestes pantalles és el seu gruix. Com menys gruix té una LCD menys birefringència, el que provoca que la modulació en fase no arribi a 2π radians, tal i com es pot veure en l'Equació 2.12. L'efecte d'aquest fenomen ja s'ha vist quan hem estudiat el comportament i les configuracions d'aquests dispositius.

Si volem comparar el funcionament d'aquest correlador amb el que s'ha muntat anteriorment, que utilitza pantalles de menys resolució (CGA), hem de provar filtres de fase tenint en compte que ara les configuracions no són les més adients, ja que no s'ha trobat cap corba operativa que es pugui classificar dins del grup de PM, i l'única que pràcticament només modula en fase tan sols arriba a π radians (Figura 3.21). Aquesta darrera configuració s'ha obtingut amb llum polaritzada el·lípticament a l'entrada i a la sortida del dispositiu. Degut a la seva limitació en la modulació en fase, cal buscar un mètode per utilitzar filtres del tipus POF amb alguna modificació. Observant la representació gràfica d'aquesta corba, hem proposat un mètode que es basa en prendre el valor absolut de la fase, ja que només cal una configuració amb una modulació d'amplitud constant i almenys π radians de modulació en fase, emprant el major nombre de nivells de gris possible. La corba de $0-\pi$ compleix aquests requeriments ja que la variació en amplitud és quasi constant i en fase s'arriba pràcticament a π radians utilitzant els 256 nivells de gris disponibles (Taula 3.15).

Quan les LCDs no són capaces d'assolir valors de modulació en fase suficientment elevats hi ha altres estratègies a seguir. Una d'elles és la d'utilitzar una llum coherent amb una longitud d'ona més curta per il·luminar el muntatge [KM98], d'aquesta manera s'augmenta la birefringència (Equació 2.12). Aquest mètode es pot provar si es té accés a diferents tipus de llums coherents, per exemple un làser blau. Com que no és el nostre cas, no hem pogut comprovar l'augment en la birefringència i la consegüent millora en la modulació de fase. Una altra solució és la de muntar una configuració de *Double-Pass* (Figura 3.22) per tal d'aconseguir doblar la modulació en passar la llum dues vegades per la pantalla [YE95b]. Aquest darrer sistema funciona quan les pantalles reflecteixen poc la llum incident. Les LCDs utilitzades són molt reflectores i la llum reflectida se superposa emmascarant la feble llum resultant del doble pas per les pantalles.

Com en el cas del CCVL amb pantalles CGA, volem controlar les dues pantalles mitjançant la pròpia electrònica del videoprojector d'on s'han extret. En aquest cas, no necessitem cap targeta digitalitzadora per enviar les imatges a l'electrònica sinó

que podem utilitzar la pròpia targeta VGA de l'ordinador. D'aquesta manera les imatges que apareixen en el monitor de l'ordinador es visualitzen simultàniament a les pantalles separades pels tres canals RGB.

Si en el cas de les pantalles CGA necessitàvem un mètode per controlar simultàniament les dues imatges amb una única targeta digitalitzadora i una única electrònica, ara el que ha canviat és la targeta, que és la controladora VGA. El nombre de nivells de gris que podem utilitzar per cada imatge ve donat per la capacitat de memòria d'aquest dispositiu. Mitjançant programari podem enviar una imatge de 16 bits, repartits en 5 bits per cada canal RGB i un de control. D'aquesta manera les imatges ara queden reduïdes a 32 nivells de gris. Com en el cas anterior, el canvi de 256 a 32 nivells no és significatiu en termes de la correlació final. En el nostre muntatge només necessitem enviar la informació de dues imatges diferents, el que equival a dir que un dels tres canals RGB quedarà lliure. D'aquesta manera hi haurà cinc dels 16 bits que no portaran informació, tot i que podrien ser emprats si volguéssim tenir tres LCDs treballant a l'hora amb imatges diferents. En la Figura 5.9 se sintetitza aquest nou procediment per enviar simultàniament la informació de dues imatges.

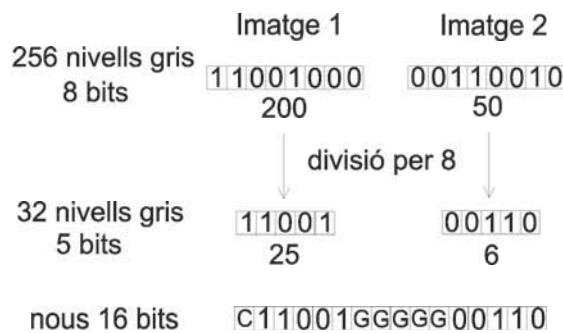


Figura 5.9: Esquema del mètode per controlar dues imatges amb la targeta VGA de 16 bits

5.4.1 Utilització de filtres de fase en pantalles amb configuració de $[0 - \pi]$ només fase

El problema amb el qual ens trobem en utilitzar aquest tipus de pantalles és el de la limitació en la modulació de fase que ofereixen aquests dispositius. En un treball anterior havíem analitzat els tipus de filtres que es poden utilitzar i el seu resultat en correladors òptics [Lab97]. Com a conclusió vàrem veure que el filtre de fase és el més eficient en termes de llum i ofereix una bona capacitat de discriminació, i és

per això que ara volem provar-lo amb les noves pantalles. En principi necessitaríem una configuració de PM, però si observem les corbes operatives obtingudes (Secció 3.2.3), observem que amb llum polaritzada lineal no aconseguim una configuració prou bona on representar-hi aquest tipus de filtre. Per altra banda, quan utilitzem llum polaritzada el·lípticament, aconseguim una configuració de PM però que només ofereix com a màxim π radians en modulació de fase. Aquests inconvenients ens obliguen a buscar una solució si volem representar filtres de fase en aquestes LCDs. En aquesta secció presentem un mètode per obtenir els resultats d'un filtre de fase utilitzant la configuració de $0-\pi$. La nostra proposta es basa en agafar el valor absolut del filtre ja que així només necessitem un rang de modulació en fase de 0 a π que justament és el que s'aconsegueix amb aquesta corba.

Si la funció $g(x, y)$ representa el motiu a detectar i $G(u, v) = |G(u, v)|e^{-i\phi(u, v)}$ és la seva transformada de Fourier, podem escriure el filtre de fase POF (Equació 5.13) d'aquest objecte com:

$$H_{POF}(u, v) = e^{-i\phi(u, v)} \quad (5.17)$$

Basant-nos amb la definició anterior, definim el filtre π *Phase-Only Filter* (π -POF) com:

$$H_{\pi-POF}(u, v) = e^{-i|\phi(u, v)|} = \cos(\phi(u, v)) - i|\sin(\phi(u, v))| \quad (5.18)$$

A continuació analitzem el terme del sinus en valor absolut de l'Equació 5.18. Podem desenvolupar la funció $|\sin(x)|$ en sèrie de Fourier de la següent manera:

$$|\sin(x)| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{3} \cos(2x) + \frac{1}{15} \cos(4x) + \frac{1}{35} \cos(6x) + \dots \right] \quad (5.19)$$

Si substituïm aquest desenvolupament en sèrie a l'Equació 5.18, el filtre ens queda com:

$$H_{\pi-POF}(u, v) = e^{-i|\phi(u, v)|} = \cos(\phi(u, v)) - \frac{2i}{\pi} + \frac{4i}{3\pi} \cos(2\phi(u, v)) + \dots \quad (5.20)$$

Si escrivim el terme de cosinus de forma exponencial podem observar que recuperem el POF original i el seu conjugat, el que ens durà a tenir un terme de correlació i un de convolució, respectivament:

$$\cos(\phi(u, v)) = \frac{e^{i\phi(u, v)} + e^{-i\phi(u, v)}}{2} \quad (5.21)$$

Si volem evitar que tots els termes quedin superposats podem afegir una fase lineal en escriure el filtre, adoptant l'expressió següent:

$$\begin{aligned} H'_{\pi-POF}(u, v) &= e^{-i|\phi(u,v)+2\pi au|} = \\ &= \cos(\phi(u, v) + 2\pi au) - \frac{2i}{\pi} + \frac{4i}{3\pi} \cos(2\phi(u, v) + 2\pi(2a)u) + \dots \end{aligned} \quad (5.22)$$

Si analitzem l'Equació 5.22 podem deduir la reconstrucció d'aquest tipus de filtre. Apareix un terme centrat en eix i simètric a ell hi ha dos termes, a distàncies $x = \pm a$ respectivament, que són les reconstruccions de la imatge de referència. Aquestes dues reconstruccions tenen les fases conjugades entre elles i són la conseqüència del primer terme del cosinus. A més dels esmentats termes, apareixen harmònics d'ordre superior amb energia decreixent en els punts $x = \pm 2a, \pm 4a, \pm 6a, \dots$. En la Figura 5.10 es pot veure la reconstrucció d'aquest tipus de filtre generat a partir d'un dels satèl·lits emprats en experiments anteriors.

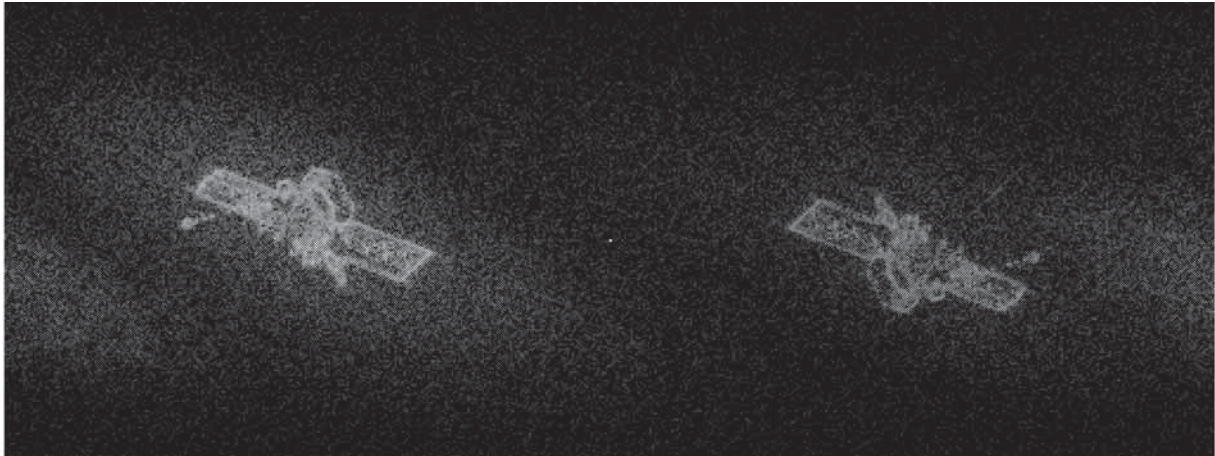


Figura 5.10: Reconstrucció del filtre π -POF amb fase lineal.

Així doncs, en el pla de sortida apareixeran la correlació i la convolució del motiu amb l'escena, situades simètricament amb la reconstrucció de l'escena. Aquest és el principal desavantatge del mètode ja que aquest desplaçament del terme de correlació fa que es perdi una de les característiques dels correladors del tipus VanderLugt. Tanmateix, el fet d'utilitzar el valor absolut de la fase no ens obliga a introduir forçosament el terme addicional de fase lineal. Podem reescriure el filtre π -POF de l'Equació 5.18 de la manera següent:

$$H_{\pi-POF}(u, v) = e^{-i|\phi(u,v)|} = e^{-i\phi(u,v)} + 2i \operatorname{step}(-\phi) \sin(\phi(u, v)) \quad (5.23)$$

on $\text{step}(-\phi)$ és la següent funció esglaió:

$$\text{step}(-\phi) = \begin{cases} 1 & \phi < 0 \\ 0 & \phi \geq 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

En l'Equació 5.23 es pot veure el terme exponencial corresponent al clàssic POF acompanyat d'un altre terme que és el que comportarà que en el pla de sortida aparegui, superposat a la correlació, un soroll addicional, tal i com es veurà en els resultats experimentals que s'han aconseguit. La Figura 5.11 mostra la reconstrucció d'aquest filtre de fase sense la fase lineal, on es pot veure la superposició de tots els termes que apareixen en el desenvolupament de l'expressió del filtre (Equació 5.20).

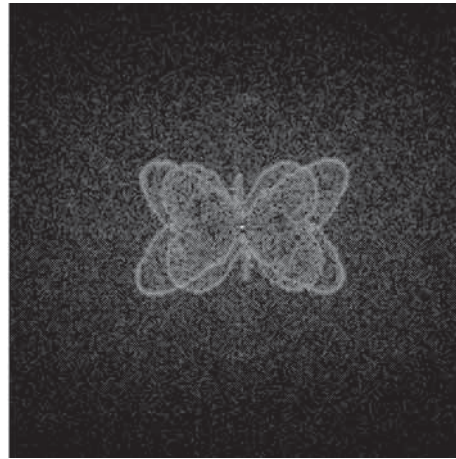


Figura 5.11: Reconstrucció del filtre π -POF sense fase lineal.

5.4.2 Resultats experimentals

Per provar aquest nou filtre amb les dues variants hem construït un correlador de VanderLugt convergent on les imatges es mostren en dues LCDs extrems d'un video-projector VGA Epson EMP3000. Aquests dispositius han estat caracteritzats en la Secció 3.2.

La pantalla utilitzada per mostrar-hi l'escena és la LCD-VGA blava i la configuració de treball és la de HC (Figura 3.17). Les característiques d'aquesta configuració es poden trobar resumides en la Taula 3.13. Per altra banda, per visualitzar el filtre utilitzarem la LCD-CGA vermella en configuració de $[0-\pi]$ només fase (Figura 3.21), per tant necessitarem llum polaritzada el·lípticament, tant a l'entrada com a la sortida del modulador. Els detalls de la configuració d'aquesta corba limitada en la modulació de fase es troben en la Taula 3.15.

Les primeres proves que s'han realitzat han estat la identificació de cadascun dels objectes que apareixen en una imatge. L'escena utilitzada és la de la Figura 5.12 on s'hi poden veure dues papallones separades verticalment. La prova ha estat el reconeixement de cada papallona emprant el filtre de fase adaptat a la configuració obtinguda amb llum polaritzada el·lípticament sense afegir-hi la fase lineal, és a dir el filtre descrit en l'Equació 5.18.



Figura 5.12: Escena utilitzada per provar el π -POF.

Les imatges originals són de 512×512 píxels i de 8 bits per píxel (256 nivells de gris), mentre que les que es mostren són de 640×480 píxels i 5 bits per píxel (32 nivells) per tal d'adaptar-les a la resolució de la pantalla VGA i a la capacitat de memòria de la targeta gràfica. El canvi de nivells de gris es fa per programari i l'adaptació al nombre de píxels es realitza retallant i afegint valors sense informació a les imatges originals. En les Figures 5.13 i 5.14 es mostren els plans de correlació i les seves representacions tridimensionals que s'obtenen en detectar la papallona superior i la inferior, respectivament. En ambdós casos s'observa que els pics de correlació se superposen a la reconstrucció de l'escena original, tal i com havíem predit en el desenvolupament matemàtic.

Després d'assolir aquests resultats experimentals podem determinar que la utilització d'aquest filtre de fase amb valor absolut ofereix pics de correlació prou bons en termes de discriminació, el principal problema amb què ens trobem és la superposició amb altres termes com la reconstrucció de l'escena, la convolució i ordres superiors. Si aquest "soroll" és prou gran pot emascarar el resultat final de la correlació.

Les proves realitzades amb l'escena de les papallones s'han repetit amb una escena

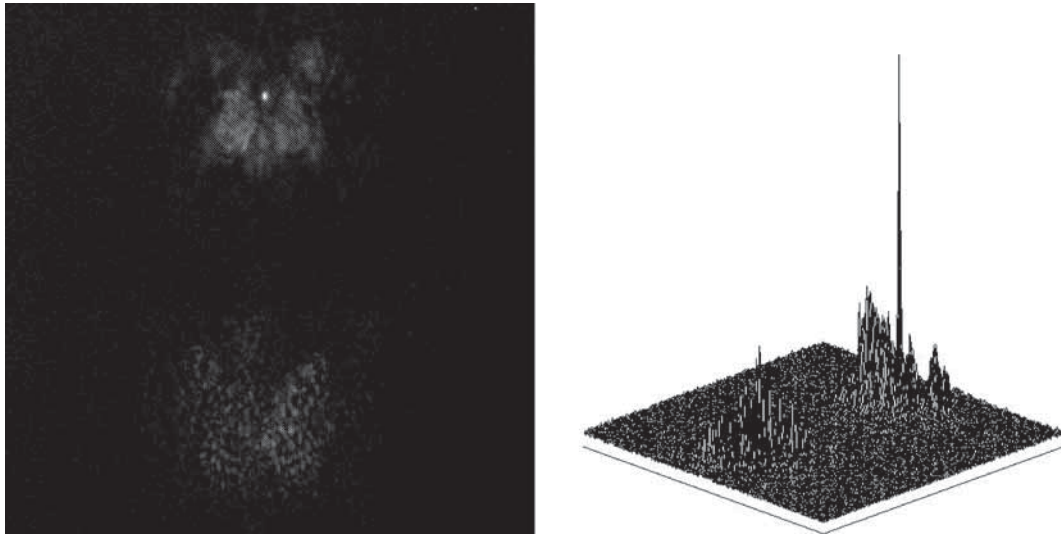


Figura 5.13: Pla de correlació i la seva representació tridimensional en detectar la papallona superior de la Figura 5.12

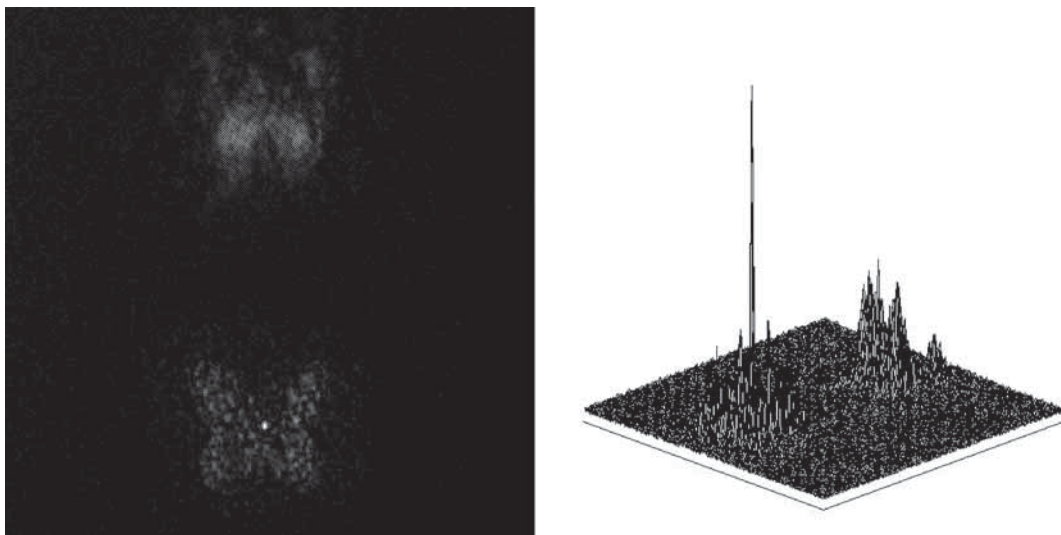


Figura 5.14: Pla de correlació i la seva representació tridimensional en detectar la papallona inferior de la Figura 5.12

amb tres satèl·lits i ens hem trobat amb el problema esmentat anteriorment, un emmascarament dels pics de correlació. És per això que amb aquesta escena hem utilitzat el filtre π -POF amb la fase lineal (Equació 5.22) per tal de separar els diferents ordres.

La imatge utilitzada com a escena per provar el π -POF amb desplaçament és la que es mostra en la Figura 5.15. Com en el cas de les papallones, les proves que s'han dut a terme consisteixen en la detecció de cadascun dels tres satèl·lits. També com abans, les imatges s'han adaptat a les dimensions i als nivells de gris que permeten aquestes

pantalles VGA.



Figura 5.15: Escena utilitzada per provar el π -POF amb fase lineal.

Si es captura el pla de sortida amb una càmera CCD es poden observar els diferents termes que apareixen a conseqüència de la introducció de la fase lineal. La Figura 5.16 és la captació obtinguda com a resultat de detectar el satèl·lit intermedi de la Figura 5.15. En el centre de la imatge apareix la reconstrucció de l'escena, mentre que la correlació entre el motiu i l'escena es pot veure a l'esquerra i la convolució a la dreta. Aquests dos productes estan ubicats simètricament respecte el centre del pla de sortida. Feblement, s'observen ordres superiors a distàncies múltiples de l'esmentada separació entre el centre i la convolució i la correlació, tal i com s'havia previst en l'Equació 5.22.

Els resultats obtinguts amb el filtre de fase adaptat a la corba de $[0-\pi]$ només fase són els que es mostren en les Figures 5.17, 5.18 i 5.19, on es pot veure els respectius plans de correlació, que ja han estat segmentats del pla de sortida final, i la corresponent representació tridimensional.

Si s'observen els resultats aconseguits es pot dir que la discriminació és prou bona i que el principal desavantatge és el d'haver de desplaçar el pla de correlació del centre com si el filtre estigués codificat.

Amb les proves realitzades i els resultats assolits podem confirmar el bon funcionament del filtre de fase en valor absolut (π -POF) per a processos de reconeixement d'imatges on sigui necessària la utilització de filtres de fase. Cal destacar que hi ha situacions en les quals encara cal introduir una petita variació en el filtre, una fase lineal, per aconseguir que el pla de correlació no aparegui emmascarat amb la recon-

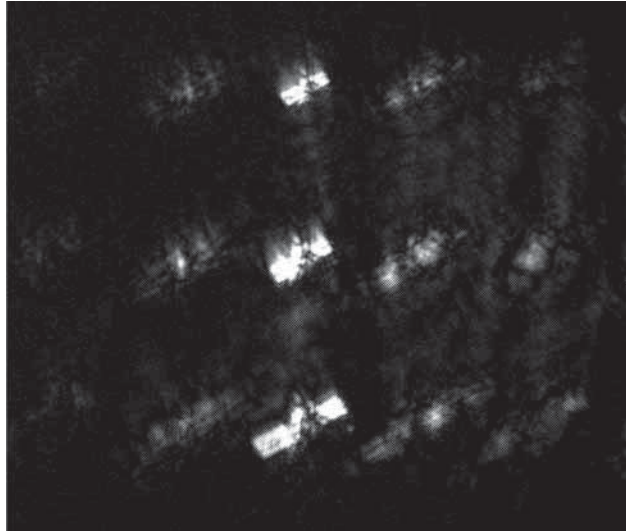


Figura 5.16: Pla de sortida en emprar el π -POF amb fase lineal

strucció de l'escena, el producte de convolució i altres termes d'ordre superior.

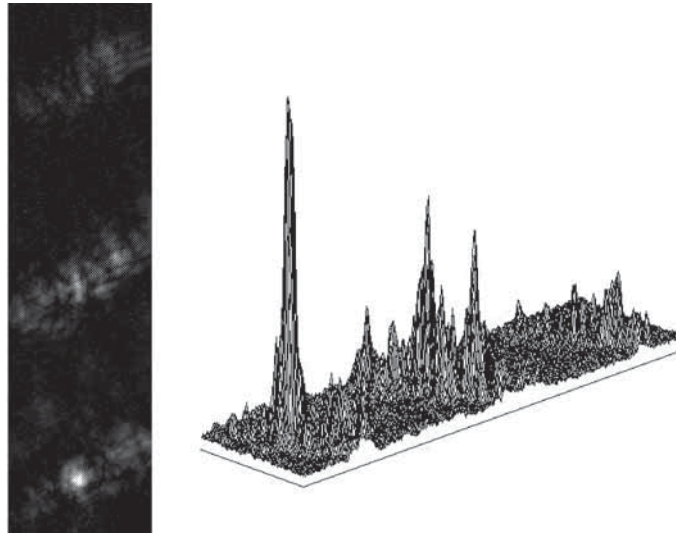


Figura 5.17: Pla de correlació i la seva representació tridimensional en detectar el satèl·lit inferior de la Figura 5.15

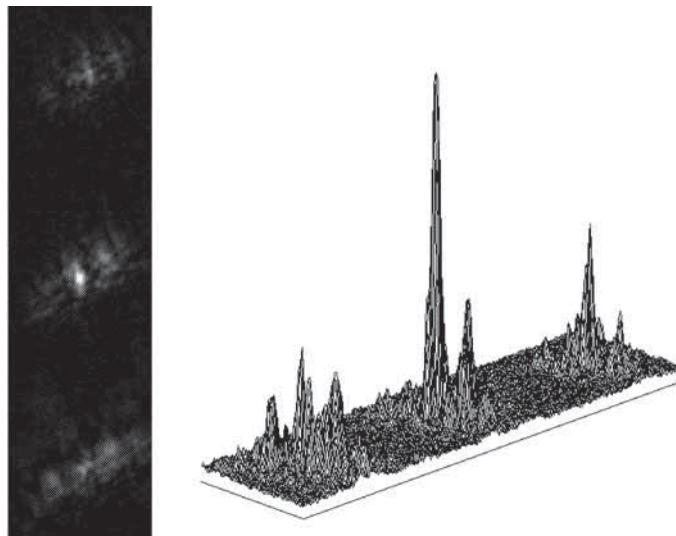


Figura 5.18: Pla de correlació i la seva representació tridimensional en detectar el satèl·lit intermedi de la Figura 5.15

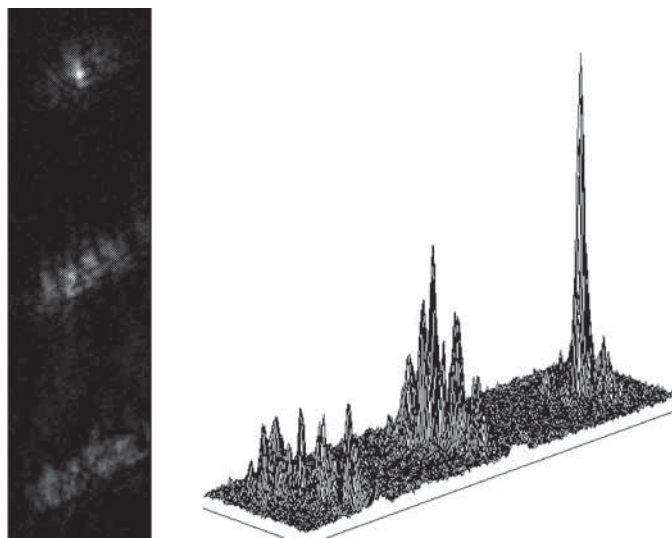


Figura 5.19: Pla de correlació i la seva representació tridimensional en detectar el satèl·lit superior de la Figura 5.15

