



Departament de Física
Grup de Física Teòrica

**Extensiones del modelo estándar del
universo primitivo:
nucleosíntesis primordial, axiones y
materia oscura**

Francesc Rota Font

Universitat Autònoma de Barcelona
Institut de Física d'Altes Energies

Memòria presentada per a optar al grau de
Doctor en Ciències Físiques

Director:
Dr. Eduard Massó i Soler

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Breve historia térmica del universo	4
1.3. Objetivos y contenido de la tesis	8
2. Modelo estándar cosmológico	11
2.1. La métrica de Robertson-Walker	11
2.2. Dinámica del universo	13
2.2.1. La ecuación de Friedmann	13
2.2.2. La ecuación de estado	16
2.2.3. Equilibrio térmico en un universo en expansión	19
2.2.4. Conservación de la entropía	21
2.3. Extensiones al modelo estándar cosmológico	25
3. Materia oscura	29
3.1. Evidencia de la materia oscura	29
3.1.1. Curvas de rotación de galaxias	30
3.1.2. Movimiento a gran escala y teorema del virial	32
3.1.3. Lentes gravitatorias	33
3.1.4. Evidencias indirectas	34
3.2. Problemas de la materia oscura	36
3.3. Candidatos para la materia oscura	37
3.3.1. Materia oscura bariónica	38
3.3.2. Materia oscura no bariónica	39
3.3.2.1. Neutrinos	39

3.3.2.2.	Agujeros negros primordiales	40
3.3.2.3.	WIMPs	41
3.3.2.4.	Axiones	41
3.3.2.5.	Otros pseudo bosones de Goldstone	42
4.	Producción de partículas reliquia	45
4.1.	Funciones de distribución en el universo primitivo	46
4.2.	Densidad de partículas desacopladas	48
4.2.1.	Partículas relativistas	48
4.2.2.	Partículas no relativistas	49
4.3.	Formalismo general: la ecuación de Boltzmann	50
4.3.1.	Procesos del tipo $A \bar{A} \leftrightarrow X \bar{X}$	52
4.3.2.	Procesos del tipo $A + 1 \leftrightarrow 2 + 3$	55
4.4.	Densidad actual de partículas reliquia	56
4.4.1.	Densidad de entropía actual	57
4.4.2.	Cálculo de Y_∞	58
5.	Nucleosíntesis primordial	61
5.1.	El laboratorio más antiguo	61
5.2.	Formación de los núcleos ligeros y predicciones	64
5.3.	Parámetros relevantes para la BBN	70
5.3.1.	Ritmo de expansión	70
5.3.2.	Interacciones débiles	71
5.3.3.	Densidad de bariones	72
5.3.4.	Asimetría entre neutrinos y antineutrinos	75
5.4.	Observaciones de las abundancias primordiales	76
5.4.1.	^4He	77
5.4.2.	D	77
5.4.3.	^7Li	80
5.4.4.	^3He	80
5.5.	Situación actual	81
6.	Rotura de simetrías globales: el axión	85
6.1.	Rotura espontánea de una simetría global	85
6.1.1.	Teorema de Goldstone	87
6.1.2.	Pseudo bosones de Goldstone	89

6.1.3.	Efectos de temperatura finita	90
6.1.3.1.	El potencial efectivo	91
6.1.3.2.	Transiciones de fase	93
6.1.4.	Defectos topológicos	95
6.2.	El axi3n	98
6.2.1.	Problema de CP en las interacciones fuertes	99
6.2.2.	La soluci3n de Peccei y Quinn al problema de CP	100
6.2.3.	Producci3n cosmol3gica de axiones	101
6.2.4.	L3mites para el axi3n	105
7.	Primordial nucleosynthesis as a test of the Friedmann equation in the early universe	109
7.1.	Introduction and Conclusions	110
7.2.	Testing the Friedmann equation with nondegenerate BBN	112
7.2.1.	A Particular Case : Non-Universal Gravity	118
7.3.	Testing the Friedmann equation with degenerate BBN	119
7.3.1.	Constraints on Non-Universal Gravity from Degenerate BBN	121
8.	On the gravitational field of antimatter	125
9.	On axion thermalization in the early universe	135
9.1.	Introduction	136
9.2.	Evolution of the axion density	139
9.3.	Calculation of thermally averaged interaction rates	142
9.4.	Conclusions	144
10.	Planck-scale effects on global symmetries: Cosmology of pseudo-goldstone bosons	147
10.1.	Introduction	148
10.2.	θ - Mass And Lifetime	152
10.3.	Cosmological production and PGB density	154
10.4.	Astrophysical and cosmological Constraints	161
10.4.1.	Effects on the photon spectrum	162
10.4.2.	Effects on the abundances of the light elements	165
10.5.	Discussion and Conclusions	167

11. Conclusiones	173
A. SSB with an explicit symmetry breaking	181
A.1. How to obtain the effective potential V_{eff}	181
A.2. How to find T_{cr}	182
A.3. Field evolution	182
A.4. Discussion	184
B. Relations for the effects on the photon spectrum	187
B.1. Energy range for the photon flux	187
B.2. Relation between μ and ΔE	188
Bibliografía	191
Agraïments	205

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Desde el principio de la humanidad, el ser humano ha tenido que mirar al cielo y preguntarse :

¿Qué es todo esto que me rodea?

¿Cómo se ha creado?

A estas preguntas tan simples, a la vez que tan profundas, se les ha intentado dar respuesta a lo largo de todos los tiempos y desde distintas culturas y perspectivas. Respuestas distintas las hay tantas como creencias y tradiciones han florecido en el curso de la historia, algunas de ellas ampliamente conocidas y estudiadas y otras, no por ello menos importantes, olvidadas con el paso de los siglos. El universo se ha intentado explicar recurriendo a mitologías politeístas, a la magia y la espiritualidad, a creaciones monoteístas y visiones antropocéntricas, a ciclos eternos mimetizando los ciclos terrestres, etc... Vemos, pues, que el debate sobre cuál fue el principio, si es que lo hubo, y cómo

evolucionó el universo, se ha desarrollado a lo largo de toda la historia humana conocida.

En la cultura occidental, desde el Renacimiento se adoptó el método científico como la posición a tomar para observar todo cuanto nos rodea. El punto clave de esta manera de observar el mundo y que la diferencia de cualquier otra, es la constante corroboración experimental en la que se apoya, que hace que toda hipótesis se deba verificar constantemente, aceptando o rechazando teorías, basándose en un único dogma: el experimento. Obviamente, el estudio del universo siempre ha sido uno de los principales objetos de esta visión científica, hecho que ha permitido al ser humano dotarse de una imagen de lo que le rodea más satisfactoria y menos ligada a las distintas creencias religiosas o supersticiosas. De esta forma, a medida que las teorías científicas han ido progresando y los experimentos mejorando, en distintos momentos se han ido descartando visiones que se han demostrado científicamente erróneas, como la del geocentrismo o la del tiempo absoluto.

De todos los cambios que ha habido sobre la visión del universo, se podría decir que el siglo XX ha sido el periodo donde ésta ha cambiado de forma más radical. La teoría de la Relatividad General de Einstein (1915) [1] por un lado, y las observaciones de E. Hubble (1929) [2] por otro, condujeron a una imagen del universo totalmente revolucionaria: un universo dinámico en expansión que proviene de unas condiciones en que la densidad del universo habría sido elevadísima. Es lo que se conoce como teoría del Big Bang.

Debido a que la vida humana -y la historia de la humanidad en general- resulta tan breve en las escalas de tiempo cosmológicas, durante ese lapso temporal el universo no cambia perceptiblemente. Por esta razón, la idea de un universo cambiante y en expansión no fue una idea fácil de aceptar. La confirmación científica definitiva llegó en 1964, cuando A. Penzias y R. Wilson [3] detectaron la radiación cósmica de fondo, que sería la huella del pasado caliente del universo. El hecho de que el universo tuviera un pasado caliente, implica que para estudiar sus inicios tengamos que aplicar las leyes de la física de altas energías. Este campo también es uno de los que más ha avanzado en los últimos 30 años, disponiéndose actualmente de un Modelo Estándar de las partículas elementales, puesto a prueba con una gran precisión.

A lo largo de la segunda mitad del siglo pasado, la teoría del Big Bang ha superado infinidad de tests, corroborándose y acotándose así la validez de sus predicciones. Entre las predicciones más importantes que hace la teoría, se encuentra la de la cantidad de núcleos ligeros formados en el universo primitivo. A pesar de las dificultades experimentales, esta predicción se confirmó en el curso de los años 70, llegando a una corroboración significativa durante los 80.

De esta forma, los pilares principales sobre los que se sostiene la teoría del Big Bang son la teoría de la Relatividad General, el Modelo Estándar de las partículas elementales y las predicciones de la radiación de fondo y de la concentración de los elementos ligeros primordiales. Estas predicciones dependen de un conjunto de parámetros cosmológicos, como son el tiempo de vida del universo, la concentración de materia en el universo o la aceleración del universo, entre muchos otros. El éxito de la teoría consiste en que a través de las observaciones se van acotando los valores de estos parámetros, encontrando, hasta ahora, un rango compatible para todas las predicciones.

En los últimos 15 años, la calidad de los experimentos ha mejorado de tal forma que la precisión con la que se pueden medir los parámetros cosmológicos relevantes es comparable con la de cualquier otro parámetro de otros campos de la física. Anteriormente, esta situación era utópica para el campo de la cosmología, ya que los experimentos solo permitían extraer poco más que estimaciones de órdenes de magnitud. Los grandes avances en distintos experimentos recientes, como por ejemplo las medidas de las anisotropías del fondo de radiación, medidas de supernovas muy lejanas, medidas de los elementos primordiales, etc, permiten afirmar que en estos últimos años se ha entrado en la era de la cosmología de precisión, concepto que hace unas décadas era casi una contradicción. Hoy en día, tenemos un conocimiento tan grande del universo que nos permite describir de forma precisa su evolución desde tiempos enormemente próximos a su creación. Precisamente es este punto de la creación uno de los que más preguntas suscita en el contexto divulgativo. Conviene dejar claro que la teoría del Big Bang no se pronuncia acerca del origen del universo. Todo lo que puede afirmar es que el estado actual del universo viene determinado por el estado original del mismo. Pero la ciencia no podría explicar por qué las condiciones iniciales fueron las que fueron.

Por este motivo, se podría decir que actualmente se está viviendo la época dorada de la cosmología. Las teorías físicas que tenemos a nuestra disposición, junto con los experimentos de alta precisión que se van realizando, dejan en nuestras manos una de las construcciones intelectuales más ambiciosas de la humanidad: explicar correctamente la historia del universo. Esta construcción es lo que se conoce como el modelo estándar cosmológico. Además, el gran conocimiento que se tiene de los procesos que ocurren en el universo primitivo, pone a nuestra disposición el laboratorio más potente que podríamos imaginar. Las energías que se dan en el universo primitivo son muchísimo más altas que las que se pueden conseguir en los aceleradores terrestres, por lo que utilizando lo que se conoce del universo primitivo es posible obtener restricciones sobre parámetros físicos que nunca se podrían observar con experimentos terrestres. Así, en el modelo estándar cosmológico confluyen dos de los campos más consolidados de la física teórica: la cosmología que se deduce de la Relatividad General y la física de partículas. La influencia mutua entre estos dos terrenos está dando en los últimos años innumerables frutos de gran relevancia.

1.2. Breve historia térmica del universo

En esta sección se presentará brevemente cómo se cree que fue la evolución del universo primitivo, centrando el interés en los momentos más relevantes para el trabajo que se va a desarrollar en esta tesis. En la figura 1.1 se esquematizan estos instantes en una línea de tiempo/temperatura. Como ya se ha dicho, al mirar hacia atrás en el tiempo, el universo se encuentra en estados cada vez más calientes, por lo que las teorías relevantes corresponden a la física de altas energías. A medida que el universo se expande se va enfriando y se van sucediendo transiciones de fase, donde las teorías que describen el universo en cada fase son distintas. Estas transiciones de fase separan distintos estados de simetría del universo, por lo que también se llaman roturas de simetría. Cuando la simetría rota es global, aparecen lo que se conoce como bosones de Goldstone, que son partículas sin masa asociadas a esa simetría. Cuando ésta no es exacta, es decir, que por alguna razón está rota explícitamente, estos bosones de Goldstone adquieren masa y entonces se les llama pseudo bosones

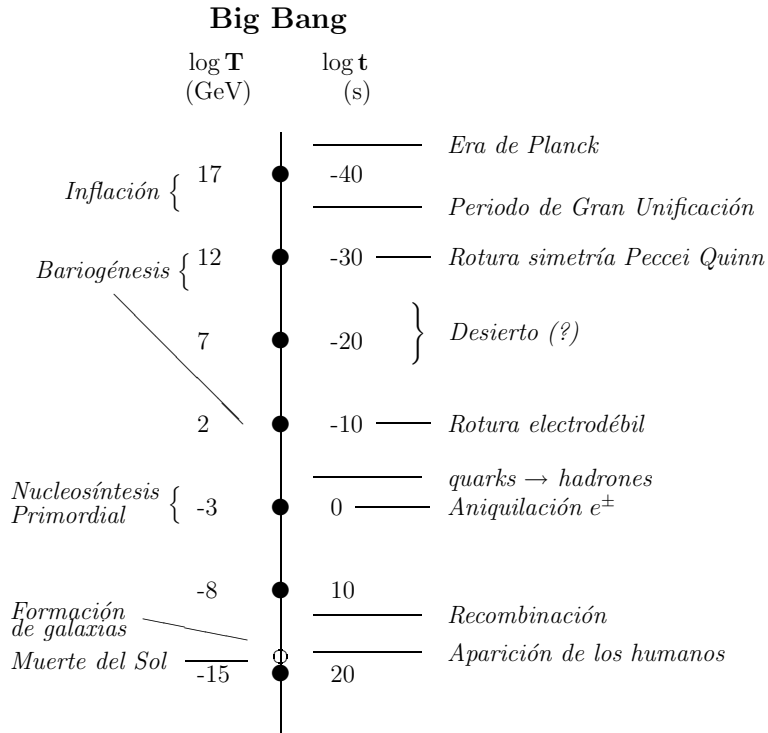


Figura 1.1: Etapas evolutivas del universo. El círculo vacío representaría la historia de la humanidad, si ésta consigue no extinguirse antes de que se apague el Sol.

de Goldstone (PGB). Estos PGB serán uno de los objetos de estudio de esta tesis, ya provengan de simetrías genéricas, ya de simetrías conocidas como la de Peccei y Quinn y el caso del axi3n.

Al utilizar diferentes teorías para describir las distintas etapas del universo, hay que tener en cuenta que muchas de las teorías usadas para describir estados de energía superiores a los accesibles en la Tierra son especulaciones, ya que su validez no se ha podido corroborar con experimentos en aceleradores. Este sería el caso de la Gravedad Cuántica, que sería la teoría que describiría el universo en sus estados iniciales. Algunas de las predicciones que plantean las

teorías que intentan describir la Gravedad Cuántica también serán estudiadas en esta tesis. Estas predicciones siempre se probarán desde el punto de vista de cuál podría ser la huella, que hoy podemos observar, que dejó el periodo de Gravedad Cuántica por el que pasó el universo al principio. De esta manera podemos acotar estos efectos y obtener información de cómo debería ser una teoría que describa la Gravedad Cuántica de manera correcta.

Con las teorías de física de partículas que disponemos, ya sean especulaciones o no, podemos seguir la evolución del universo desde la era de Planck, a la que le correspondería una temperatura de $T \sim 10^{19}$ GeV y un tiempo de 10^{-43} s. En estados ligeramente más fríos, el universo vendría descrito por las Teorías de Gran Unificación ($T \sim 10^{16}$ GeV; $t \sim 10^{-35}$ s), aun en el terreno de la especulación. En torno a estos momentos, se cree que el universo vivió una etapa de expansión muy acelerada, conocida como inflación. En estos estadios el universo estaba dominado por radiación y se componía de una *sopa* caliente de partículas con masa despreciable, todas ellas en equilibrio térmico. Las partículas que formaban este plasma eran quarks, leptones, bosones de gauge, partículas de Higgs y muchas otras adicionales requeridas en los modelos de Gran Unificación. En este equilibrio térmico, constantemente se van creando y destruyendo las distintas partículas presentes en el baño. Uno de los estudios de esta tesis será la presencia de los llamados axiones en este baño térmico de partículas. La atención se centrará tanto en la producción como en los efectos de termalización de los axiones. Estos procesos de producción de axiones surgirán desde el momento en que se rompa la simetría de Peccei y Quinn, que ocurriría alrededor de $T \sim 10^{12}$ GeV ($t \sim 10^{-30}$ s). Es también por entonces cuando se genera una asimetría entre materia y antimateria, indispensable para que después de la aniquilación materia-antimateria quede un residuo, que es de lo que hoy se compone el universo. Este proceso se conoce como Bariogénesis.

Un poco más adelante ($T \sim 10^2$ GeV; $t \sim 10^{-10}$ s), se rompe la simetría electrodébil y, a partir de entonces, el espectro de partículas en equilibrio térmico es el que conocemos gracias a los aceleradores terrestres. En esta rotura de simetría también se puede generar una asimetría entre materia y antimateria, proceso conocido como Bariogénesis electrodébil. Otra transición importante ocurre cuando la temperatura del universo es de $T \sim 10^2$ MeV, que es cuando todos los quarks, que hasta ahora han estado libres, se confinan para formar

hadrones. Es lo que se conoce como periodo de hadronización. Para el estudio de esta tesis, este momento será importante porque es cuando se genera otro de los mecanismos de producción de axiones: el de las oscilaciones coherentes del campo del axi3n. Este tipo de producción, adem3s de para el caso del axi3n, tambi3n ser3 el objeto de un amplio estudio aplicado a otros tipos de part3culas.

Cuando el universo se encuentra a una temperatura de alrededor de $T \sim 1$ MeV ($t \sim 1$ s), empiezan las reacciones nucleares que van a permitir la formaci3n de los n3cleos m3s ligeros (H, He, Li,...). En ese momento las part3culas presentes en el universo son neutrones, protones, electrones, positrones, neutrinos y fotones. La formaci3n de n3cleos ligeros se produce debido a procesos que est3n fuera del equilibrio. Estos procesos reciben el nombre de Nucleos3ntesis Primordial y gran parte de esta tesis se apoya en el estudio de este periodo del universo. Como se ha dicho anteriormente, las predicciones de la Nucleos3ntesis Primordial constituyen uno de los pilares m3s s3lidos del modelo del Big Bang, ya que se corroboran por las observaciones que hacemos desde la Tierra. Precisamente la Nucleos3ntesis Primordial es el periodo m3s antiguo del que se tiene evidencia observacional. Esto permite restringir un gran n3mero de teor3as y par3metros relevantes, como el n3mero de neutrinos ligeros en equilibrio t3rmico o la densidad de bariones del universo.

Durante la 3poca de nucleos3ntesis, los electrones y positrones se aniquilan entre s3, produciendo fotones y dejando en el plasma una peque3a cantidad de electrones. Este es un momento importante, ya que justo antes los neutrinos se han desacoplado del ba3o t3rmico, por lo que el efecto de aniquilaci3n de pares e^\pm es introducir una diferencia de temperatura entre el ba3o de fotones y el de neutrinos, que hasta el momento ten3an la misma temperatura.

El siguiente momento importante en la historia del universo tiene lugar cuando los n3cleos formados durante la Nucleos3ntesis Primordial se agrupan con los electrones para formar 3tomos. Esto ocurre a una temperatura de $T \sim 0,3$ eV ($t \sim 10^{13}$ s) y se conoce como el momento de la recombinaci3n. En este momento el universo se vuelve transparente a la luz y puede decirse que la fotograf3a de ese instante se encuentra en el fondo de radiaci3n de microondas (CMB), que son los fotones que pudieron escapar por primera vez de las colisiones con electrones. Esta radiaci3n es la que fue descubierta por

Penzias y Wilson en 1964. Las últimas colisiones entre fotones y electrones se produjeron cuando el universo ya se encontraba dominado por materia, ya que a $t \sim 10^{11}$ s ($T \sim 1$ eV) la densidad de materia igualó a la de radiación.

A partir de este momento, los procesos que se sucederían serían el de la formación de galaxias, del sistema solar, de la Tierra, la aparición de la vida, aparición del ser humano,..., pero todo esto queda fuera del objeto de estudio de esta tesis.

1.3. Objetivos y contenido de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es intentar avanzar más allá del modelo estándar cosmológico y ver en qué direcciones podrían ir las posibles extensiones y hasta qué punto éstas quedan restringidas por los experimentos. Se estudiará la manera de utilizar los conocimientos disponibles sobre la historia del universo para obtener información relevante acerca de algunos parámetros físicos, y se intentará dar posibles explicaciones a preguntas aún abiertas, como la de la materia oscura. La investigación realizada en esta tesis ha ido principalmente en dos direcciones. Por una parte se ha utilizado el modelo de la Nucleosíntesis Primordial para restringir nuevas teorías que van más allá del modelo estándar cosmológico. Por otra, se han estudiado distintos casos de pseudo bosones de Goldstone que pueden constituir la materia oscura no bariónica. Un caso es el del axión y el otro, más genérico, es el motivado por la rotura explícita de simetrías globales, generada por efectos de Gravedad Cuántica. Todo el estudio se centra en el periodo del universo primitivo, que corresponde a los primeros 300.000 años de su evolución.

A continuación se detalla el contenido de cada capítulo de esta memoria, dando más importancia a aquellos donde se presenta el trabajo original de la tesis:

- En los **capítulos 2, 3, 4, 5 y 6** se hace una introducción de los distintos temas sobre los que se va a trabajar. Pretenden ser una exposición del tra-

bajo existente en el campo, que puede ser de utilidad para la comprensión de las aportaciones que se hacen en los siguientes capítulos.

- En el modelo estándar cosmológico, la expansión del universo primordial viene dada por la ecuación de Friedmann, con una energía dominada por partículas relativistas. No obstante, diferentes especulaciones sobre física de partículas y sobre cosmología llevan a modificar esta ecuación. En el **capítulo 7** se introducen modificaciones en la ecuación de Friedmann y se muestra que éstas se pueden limitar utilizando los datos de la Nucleosíntesis Primordial. Se verá que cuando no hay una asimetría entre neutrinos y antineutrinos, estas modificaciones están muy restringidas, pero que en presencia de una asimetría los límites se relajan mucho más. Como ejemplo de la utilidad del cálculo, se aplicarán los resultados encontrados a un modelo en el que la segunda y la tercera familia leptónicas se acoplan a gravedad de forma distinta a la primera familia (gravedad no universal).
- En el **capítulo 8** se muestra que la Nucleosíntesis Primordial restringe la posibilidad de que el campo gravitatorio creado por materia o antimateria sea distinto. Este efecto podría ser una marca de Gravedad Cuántica.
- En el **capítulo 9** se reanalizan las condiciones en las que habría una población térmica de axiones primordiales. Se amplía un estudio previo teniendo en cuenta procesos que involucran quarks y gluones. Se concluye que si la simetría de Peccei-Quinn se rompe a escalas menores de $1,2 \times 10^{12}$ GeV, entonces hay una producción térmica de axiones. En este caso, existe un periodo en el universo primitivo donde los axiones interactúan con el plasma de QCD. Esto provoca que cualquier tipo de población no térmica de axiones, producidos con anterioridad, acabará termalizando. Los resultados obtenidos en este trabajo serán de gran utilidad para el estudio que se lleva a cabo en el capítulo 10
- En el **capítulo 10** se considera un modelo con una pequeña rotura explícita de una simetría global. Esta rotura está motivada por argumentos gravitatorios. El modelo contiene un campo escalar que se transforma bajo una simetría no anómala $U(1)$, acoplado a materia y a bosones gauge. La rotura espontánea de la simetría explícitamente rota da lugar a un

pseudo bosón de Goldstone con masa. En este trabajo se analiza la producción térmica y no térmica de esta partícula en el universo primordial. También se realiza un estudio sistemático de las restricciones astrofísicas y cosmológicas sobre las propiedades de esta partícula. Finalmente se encuentra que, si la rotura explícita está muy suprimida, el pseudo bosón de Goldstone es un candidato a materia oscura.

- En el **capítulo 11** se presentan las conclusiones generales de los trabajos expuestos en esta tesis.

Nota: En esta tesis doctoral se utilizará, mientras no se indique lo contrario, unidades naturales $\hbar = c = k_B = 1$ y la signatura de la métrica de Minkowski $x^2 = x_\mu x^\mu = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = x_0^2 - \vec{x}^2$.

Capítulo 2

Modelo estándar cosmológico

2.1. La métrica de Robertson-Walker

Uno de los principios básicos en los que se basa el modelo estándar cosmológico es que el universo es homogéneo e isótropo a grandes escalas. La evidencia más clara de este principio cosmológico la encontramos en las observaciones del fondo de radiación de microondas [4, 5], que nos revelan que la anisotropía del universo es solamente de una parte en 10^5 . Si además de esta isotropía, se acepta el principio copernicano de que no vivimos en un lugar privilegiado del universo, entonces se llega a la conclusión de que el universo es también homogéneo. Bajo estas condiciones de homogeneidad e isotropía, se deduce que la métrica que describe el espacio tiempo del universo viene dada por la forma máximamente simétrica de Robertson-Walker (RW) [6]

$$ds^2 = g^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = dt^2 - a^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\} \quad (2.1.1)$$

donde (t, r, θ, ϕ) son las coordenadas llamadas comóviles, que se mantienen fijas para los objetos que sólo tienen el movimiento debido a la expansión del universo. El parámetro k caracteriza la curvatura espacial y puede valer $+1$, 0 ó -1 , según el universo sea espacialmente cerrado, plano o abierto, respectivamente. En el estudio del universo primitivo, el valor de este factor se suele tomar como cero, ya que la curvatura no desempeña un papel significativo en estos estadios del universo. De todas formas, medidas de supernovas lejanas [7–9] indican que efectivamente el valor de este parámetro corresponde al de un universo espacialmente plano ($k = 0$).

El parámetro adimensional $a(t)$ es el factor de escala del universo y su dependencia temporal describe la expansión cosmológica. Así, el factor de escala $a(t)$ da medida física a la coordenada comóvil r y la expansión es entonces sólo un cambio de escala en el curso del tiempo. Es decir, las distancias (radiales) físicas instantáneas vendrán dadas por

$$R = a(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (2.1.2)$$

La función que se utiliza habitualmente para caracterizar la expansión del universo es la que se conoce como parámetro de Hubble

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (2.1.3)$$

donde el punto significa derivada respecto de t . El nombre lo recibe en honor a Edwin P. Hubble, que en 1929 observó [2] que la velocidad con la que aleja cualquier objeto de nosotros es proporcional a la distancia a la que se halla, $v = H_0 d$, siendo H_0 la constante correspondiente al valor del parámetro de Hubble en el tiempo presente, t_0 , llamada también constante de Hubble. De hecho esta ley sería la aproximación para distancias no muy lejanas de una versión más general

$$H_0 d = z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 + \mathcal{O}(z^3) \quad (2.1.4)$$

El parámetro z recibe el nombre de *redshift* (corrimiento hacia el rojo) y se define como la proporción entre la longitud de onda de los fotones que nos

llegan de objetos lejanos y la longitud de onda de éstos cuando fueron emitidos

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{em}}} = \frac{a_0}{a} \quad (2.1.5)$$

proporción que coincide con la relación entre los valores del factor de escala en el presente (a_0) y el factor de escala cuando la luz fue emitida. El parámetro de deceleración, q_0 , está relacionado con la aceleración de la expansión y se define como

$$q_0 \equiv -\frac{\ddot{a}(t_0)}{a_0} \frac{1}{H_0^2} \quad (2.1.6)$$

La ley (2.1.4), conocida como ley de Hubble, ha sido confirmada experimentalmente por una gran cantidad de datos, hasta distancias de centenares de megaparsecs. En los últimos experimentos de supernovas lejanas se ha empezado a comprobar el segundo orden de la expansión en z , obteniéndose así información del parámetro q_0 .

2.2. Dinámica del universo

2.2.1. La ecuación de Friedmann

En la cosmología de RW descrita hasta el momento, el único elemento indeterminado es el factor de escala, $a(t)$. Para encontrar su evolución dinámica tenemos que utilizar las ecuaciones de Einstein [6]

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = 8\pi GT^{\mu\nu} \quad (2.2.7)$$

donde $R^{\mu\nu}$ es el tensor de Riemann, R la curvatura escalar, $g^{\mu\nu}$ el tensor métrico, G la constante de gravitación de Newton y $T^{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento. Para ser consistente con las condiciones de homogeneidad e isotropía impuestas anteriormente, este tensor tiene que tomar la forma de un fluido perfecto caracterizado por una densidad y una presión que dependen del tiempo, $\rho(t)$ y $p(t)$. La forma precisa del tensor de energía-momento es entonces

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (2.2.8)$$

Introduciendo las expresiones (2.1.1) y (2.2.8) en (2.2.7) se encuentran las ecuaciones principales que rigen la dinámica del universo. Las ecuaciones resultantes son

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \quad (2.2.9)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (2.2.10)$$

La primera ecuación (2.2.9) es de crucial importancia ya que relaciona la dinámica del factor de escala con el contenido del universo. Es decir, a partir de cualquier tipo de energía presente en el universo y de la geometría espacial, nos da el parámetro de Hubble (2.1.3), que rige la expansión

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (2.2.11)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Friedmann y es una de las piezas claves del modelo estándar cosmológico. Hay que resaltar que las hipótesis sobre las que se sustenta esta ecuación son la homogeneidad e isotropía del universo y la validez de la Relatividad General, que a su vez se basa en el Principio de Equivalencia [6]. Con esto se quiere dejar claro que cualquier tipo de alteración de la ecuación (2.2.11) supondría una violación de alguna de estas hipótesis. Más adelante se discutirán algunas teorías que implicarían una violación de la ecuación de Friedmann.

La ecuación de Friedmann también se puede utilizar para definir, en cualquier instante, una densidad crítica

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.2.12)$$

para la que las secciones espaciales serían exactamente planas ($k = 0$). Entonces se puede definir el parámetro de densidad

$$\Omega_{\text{total}} \equiv \frac{\rho}{\rho_c} \quad (2.2.13)$$

con el que la ecuación de Friedmann (2.2.11) queda como sigue

$$\frac{k}{H^2 a^2} = \Omega_{\text{total}} - 1 \quad (2.2.14)$$

Esta forma de la ecuación de Friedmann nos permite relacionar la densidad de energía total en el universo con su geometría local,

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{total}} > 1 &\Leftrightarrow k = +1 \\ \Omega_{\text{total}} = 1 &\Leftrightarrow k = 0 \\ \Omega_{\text{total}} < 1 &\Leftrightarrow k = -1\end{aligned}\tag{2.2.15}$$

En la densidad de energía, ρ , caben todos los tipos de constituyentes del universo. Es decir, $\rho = \sum \rho_i$, donde ρ_i representa cualquier tipo de energía, ya sea de materia, radiación, vacío o de otro tipo. Normalmente es conveniente definir las fracciones de la densidad crítica de cada componente

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}\tag{2.2.16}$$

La segunda ecuación (2.2.10) es menos relevante que la primera, pero también nos proporciona información importante. Si pensamos en una situación estándar en que $p \geq 0$ y $\rho > 0$, vemos que esto nos lleva a que la segunda derivada del factor de escala tiene que ser distinta de cero y negativa, $\ddot{a} < 0$. Este hecho, junto con que hoy observamos que $\dot{a} > 0$, tiene importantes consecuencias, ya que independientemente del valor actual de a , implica que en algún momento, el factor de escala ha debido ser cero, por lo que en el universo tenemos una singularidad inicial, o lo que es lo mismo, un Big Bang. Como se dijo en la introducción, fue difícil aceptar la idea de un universo en expansión con una singularidad inicial. Por esta razón, Einstein introdujo en sus ecuaciones (2.2.7) una constante cosmológica Λ , de tal forma que la ecuación (2.2.10) vendría dada por

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}\tag{2.2.17}$$

por lo que existiría un valor de Λ que haría $\dot{a} = \ddot{a} = 0$, volviendo así a la idea que buscaba Einstein de un universo estático. Cuando Hubble midió la expansión del universo, Einstein tuvo que reconocer su error y admitir que no era preciso introducir la constante Λ en sus ecuaciones (2.2.7). No obstante, gracias a recientes medidas de supernovas muy lejanas [7–9], se ha medido el valor de esta constante y no sólo se ha encontrado que $\Lambda \neq 0$, sino que también se ha llegado a la conclusión de que actualmente el universo se encuentra en una etapa

de expansión acelerada, es decir que $\ddot{a} > 0$. Si queremos aprovechar la forma de las ecuaciones (2.2.9) y (2.2.10) aun teniendo una constante cosmológica, es suficiente definir $\rho_\Lambda = -p_\Lambda \equiv \Lambda/8\pi G$ e incluir ρ_Λ y p_Λ en dichas ecuaciones. Discernir el origen de esta constante Λ y entender su valor es actualmente uno de los grandes problemas de la física [10]. No obstante, en esta tesis no se tratará este problema.

Más información acerca del factor de escala la encontramos imponiendo la conservación del tensor energía-momento, $T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$. Fijando el índice $\mu = 0$ en esta expresión, llegamos a la ecuación

$$\frac{d\rho}{dt} = -3H(\rho + p) \quad (2.2.18)$$

donde el primer término de la derecha describe cómo se diluye la energía debido a la expansión del universo y el segundo corresponde al trabajo realizado por la presión. La ecuación (2.2.18) se puede escribir de la siguiente forma más clara

$$d\left(\frac{4\pi}{3}a^3\rho\right) = -p4\pi a^2 da \quad (2.2.19)$$

que nos indica que la pérdida de energía en una esfera comóvil de radio $a(t)$ es igual al trabajo realizado por la presión mientras ésta se expande.

2.2.2. La ecuación de estado

Hasta el momento se han visto tres ecuaciones fundamentales que rigen la dinámica del universo, que son (2.2.9), (2.2.10) y (2.2.18). Cabe decir que estas ecuaciones no son independientes entre sí, ya que están relacionadas por las identidades de Bianchi. Para resolver estas ecuaciones y encontrar una función para el factor de escala, nos falta una última pieza que es la ecuación de estado, que nos dice cómo se relaciona la presión con la densidad de energía. Si suponemos una relación lineal, podemos definir el parámetro ω de forma que

$$p = \omega \rho \quad (2.2.20)$$

Aunque la ecuación (2.2.20) es una definición instantánea del parámetro ω , y éste no tiene por qué ser constante, en algunos casos límite la forma que

adquiere (2.2.20) es bien sencilla. Por ejemplo, en el caso de querer describir materia no relativista se tiene $\omega = 0$, y en el caso de un gas de radiación se obtiene $\omega = 1/3$. El hecho de tener un valor de ω constante simplifica en gran manera las ecuaciones. Por ejemplo, de (2.2.18) se deduce que

$$\rho(a) \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (2.2.21)$$

Para el caso particular de un universo compuesto por materia no relativista ($\omega = 0$) la ecuación (2.2.21) nos dice que $\rho \propto a^{-3}$. Esto corresponde a un conjunto de partículas dentro de un volumen comóvil en expansión, con una densidad de energía que va disminuyendo al ritmo que aumenta dicho volumen.

En el caso de un universo compuesto por radiación ($\omega = 1/3$) la variación de la densidad de energía es $\rho \propto a^{-4}$. La explicación de este comportamiento también es sencilla. El factor a adicional en la disminución de la densidad de energía proviene del hecho de que mientras el universo se expande con el factor de escala a , la radiación que hay en él sufre un corrimiento hacia el rojo, aumentando así su longitud de onda en la misma proporción que aumenta el factor de escala. Es el efecto que ya aparece en la ecuación (2.1.5). De esta forma, la variación de la densidad de energía para el caso de radiación contiene un factor $\propto a^{-3}$ debido a la expansión del volumen comóvil y un factor $\propto a^{-1}$ debido al *redshift*.

Substituyendo el comportamiento $\rho(a) \propto a^{-3(1+\omega)}$ en la ecuación de Friedmann (2.2.11), con $k = 0$, obtenemos que

$$H \propto a^{-\frac{3}{2}(1+\omega)} \quad (2.2.22)$$

lo que nos da la evolución del factor de escala con el tiempo para un universo espacialmente plano ($\Omega_{\text{total}} = 1$)

$$a(t) \propto t^{2/3(1+\omega)} \quad (2.2.23)$$

Concretamente tendríamos $a(t) \propto t^{2/3}$ para el caso de materia y $a(t) \propto t^{1/2}$ para el caso de radiación.

Una vez que conocemos el comportamiento de $a(t)$, podemos encontrar una expresión de H en función de t , siempre que ω sea una constante. Utilizando

(2.2.23) en (2.1.3) se obtiene, exceptuando el caso en que $\omega = -1$,

$$H(t) = \frac{2}{3(1+\omega)} \frac{1}{t} \quad (2.2.24)$$

Con este resultado, estimamos que la edad del universo es aproximadamente la inversa de la constante de Hubble, H_0 ,

$$t_0 \sim H_0^{-1} \quad (2.2.25)$$

por lo que a la cantidad H_0^{-1} se le suele llamar tiempo de Hubble. Si esta cantidad la multiplicamos por la velocidad de la luz c , obtenemos la distancia máxima que ha recorrido un rayo de luz desde que se creó el universo. Esta distancia sería el radio del universo observable actualmente, también llamado volumen de Hubble, cH_0^{-1} . Por lo tanto, estimando el valor de H_0 obtenemos una aproximación válida de la edad del universo y de las dimensiones de la parte del universo que podemos observar. Para este fin, es muy común escribir la constante de Hubble en unidades de $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ y en función de un parámetro adimensional h

$$H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (2.2.26)$$

por lo que el tiempo y el radio de Hubble vienen dados por

$$\begin{aligned} cH_0^{-1} &= 3000 h^{-1} \text{ Mpc} \\ H_0^{-1} &= 9,773 h^{-1} \text{ Gyr} \end{aligned} \quad (2.2.27)$$

siempre en función del parámetro h . Durante años, los experimentos solamente han permitido comprobar el primer término de la ley (2.1.4) [11], obteniendo el amplio margen $0,4 < h < 1$. En los últimos años, experimentos de precisión [12, 13] han permitido obtener el resultado de $h = 0,71 \pm 0,03$, lo que nos da el valor más preciso, hasta la fecha, para la edad del universo, que resulta ser $t_0 = 13,7 \pm 0,2 \text{ Gyr} \simeq 4 \times 10^{17} \text{ s}$. Este dato es un ejemplo de la cosmología de precisión a la que aludíamos antes.

Con todos estos valores podemos calcular el valor de la densidad crítica (2.2.12) en la actualidad

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1,88 h^2 10^{-29} \text{ g/cm}^3 \simeq 9,5 \times 10^{-30} \text{ g/cm}^3 \quad (2.2.28)$$

que equivale aproximadamente a sólo 6 protones por metro cúbico.

2.2.3. Equilibrio térmico en un universo en expansión

Como ya se ha dicho, el universo ha evolucionado desde un estado de pequeñas dimensiones y extremadamente denso. Hoy en día observamos que la radiación de fotones que nos rodea posee un espectro térmico, por lo que podemos asegurar que, en sus inicios, el universo consistía, en buena aproximación, en un baño de partículas en equilibrio. El objeto fundamental en la descripción de un plasma de partículas en equilibrio térmico, es la densidad en el espacio de fases, $f(\vec{p}, t)$. Al restringirnos a métricas de RW, f no dependerá ni de la dirección de \vec{p} ni de la posición. A partir de esta función de densidad, podemos encontrar [14] la densidad de partículas n , la densidad de energía ρ y la presión p , correspondientes a un gas de una especie de partículas con g grados internos de libertad (polarizaciones)

$$\begin{aligned} n &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(|\vec{p}|) d^3\vec{p} \\ \rho &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int E(|\vec{p}|) f(|\vec{p}|) d^3\vec{p} \\ p &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E} f(|\vec{p}|) d^3\vec{p} \end{aligned} \quad (2.2.29)$$

donde $E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2$. Para especies en equilibrio cinético, la densidad del espacio fásico vendrá dada por las conocidas distribuciones de Fermi-Dirac (FD) o Bose-Einstein (BE), según las partículas sean fermiones o bosones, respectivamente. Estas son

$$f(|\vec{p}|) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1}, \quad (2.2.30)$$

donde T es la temperatura del plasma en equilibrio y μ es el potencial químico de la especie, que introduce una asimetría entre partícula y antipartícula. El signo positivo corresponde a fermiones y el negativo a bosones. Además, si la especie se encuentra en equilibrio químico, su potencial químico, μ , se relaciona con los de las especies con las que interactúa. Por ejemplo, si la reacción $i + j \leftrightarrow k + l$ está equilibrada, entonces $\mu_i + \mu_j = \mu_k + \mu_l$. De esto se deduce, por ejemplo, que el potencial químico del fotón es cero, debido a que existen reacciones que no conservan el número de fotones.

Introduciendo las funciones de distribución (2.2.30) en (2.2.29) y usando $d^3\vec{p} = 4\pi|\vec{p}|^2 dp = 4\pi|\vec{p}| E dE$, encontramos las expresiones de ρ , n y p para especies de masa m , potencial químico μ , a una temperatura T

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} E dE \quad (2.2.31)$$

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} E^2 dE \quad (2.2.32)$$

$$p = \frac{g}{6\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{(E^2 - m^2)^3}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} dE \quad (2.2.33)$$

Aunque en general estas integrales sólo se pueden resolver numéricamente, para los siguientes límites se pueden encontrar resultados analíticos. Por un lado, tomando $T \gg m$ y $T \gg \mu$, tenemos el límite relativista no degenerado, donde diferenciando bosones de fermiones encontramos

$$\begin{aligned} \rho &= \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & (BE) \\ \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & (FD) \end{cases} \\ n &= \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & (BE) \\ \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & (FD) \end{cases} \\ p &= \rho/3 \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

donde $\zeta(3) = 1,202\dots$ es la función zeta de Riemann de 3.

El otro límite interesante corresponde a partículas no relativistas, $m \gg T$

$$\begin{aligned} n &= g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T} \\ \rho &= mn \\ p &= nT \ll \rho \end{aligned} \quad (2.2.35)$$

correspondiente a la estadística de Maxwell-Boltzmann.

Como la densidad de energía y la presión de las especies no relativistas son exponencialmente más pequeñas que las de una especie relativista, éstas últimas son las únicas que en la práctica deben incluirse en la densidad total, cuando el universo está dominado por radiación. Al calcular la densidad de

energía total, es conveniente expresar la densidad de cada especie en función de la temperatura de los fotones, T

$$\begin{aligned}\rho_R &= T^4 \left\{ \sum_{i=\text{bosones}} \frac{\pi^2}{30} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \sum_{i=\text{fermiones}} \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 \right\} \\ &= \frac{\pi^2}{30} g_\star T^4\end{aligned}\quad (2.2.36)$$

donde para simplificar, se ha definido el parámetro g_\star ,

$$g_\star = \sum_{i=\text{bosones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermiones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 \quad (2.2.37)$$

que cuenta los grados de libertad relativistas efectivos.

Con estos resultados podemos encontrar expresiones para H , t y a , en función de la temperatura del baño de fotones, para un universo dominado por radiación. Estas expresiones valdrán para periodos en los que g_\star sea constante. Substituyendo el resultado (2.2.36) en la ecuación de Friedmann (2.2.11) con $k = 0$, se obtiene

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho_R} = \sqrt{\frac{4\pi^3}{45}} \sqrt{g_\star} \frac{T^2}{M_P} \quad (2.2.38)$$

donde se ha utilizado que, en unidades naturales, $G = M_P^{-2}$ siendo $M_P = 1,2 \times 10^{19}$ GeV la masa de Planck. Para un universo de radiación, la ecuación de estado contiene $\omega = 1/3$, con lo que de (2.2.24) se obtiene fácilmente que

$$t = \frac{1}{2H} = \sqrt{\frac{45}{16\pi^3}} \frac{1}{\sqrt{g_\star}} \frac{M_P}{T^2} \sim \left(\frac{T}{\text{MeV}} \right)^{-2} \text{ sec} \quad (2.2.39)$$

Por último, de (2.2.23), recordando que para un universo de radiación teníamos que $a(t) \propto \sqrt{t}$, encontramos la relación entre la temperatura y el factor de escala en el universo primitivo

$$T \propto a^{-1} \quad (2.2.40)$$

2.2.4. Conservación de la entropía

Es bien conocido que, en procesos que se encuentren en equilibrio térmico localmente, la entropía por unidad de volumen comóvil correspondiente a las

especies que participan en los mismos se conserva. Esta magnitud constituye un dato de gran utilidad para establecer comparaciones entre distintos momentos de la expansión. Por lo tanto, es interesante encontrar una expresión para esta entropía. A tal fin utilizamos la segunda ley de la termodinámica

$$\begin{aligned} T dS &= d(\rho V) + p dV - \mu d(nV) \\ &= d[(\rho + p)V] - V dp - \mu d(nV) \end{aligned} \quad (2.2.41)$$

donde $V = a^3$ es el volumen comóvil al que aplicamos esta ley. Para obtener una expresión para la entropía, S , convendrá encontrar una relación entre dp y dT . Para ello derivamos la ecuación (2.2.33) respecto de T , encontrando

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{gT}{6\pi^2} \int_m^\infty \sqrt{(E^2 - m^2)^3} \left[\frac{E}{T^2} + \frac{d}{dT} \left(\frac{\mu}{T} \right) \right] \frac{df(|\vec{p}|)}{dE} dE \quad (2.2.42)$$

donde $f(|\vec{p}|)$ es la función de distribución correspondiente. Integrando por partes llegamos a

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dT} &= \frac{1}{T} \left[\frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty f(|\vec{p}|) \sqrt{E^2 - m^2} E^2 dE + \frac{g}{6\pi^2} \int_m^\infty f(|\vec{p}|) \sqrt{(E^2 - m^2)^3} dE \right] \\ &\quad + T \frac{d}{dT} \left(\frac{\mu}{T} \right) \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty f(|\vec{p}|) \sqrt{E^2 - m^2} E dE \\ &= \frac{\rho + p}{T} + nT \frac{d}{dT} \left(\frac{\mu}{T} \right) \end{aligned} \quad (2.2.43)$$

donde hemos utilizado las definiciones (2.2.31–2.2.33) en la última igualdad. Ahora, partiendo de (2.2.41) y utilizando (2.2.43) encontramos

$$\begin{aligned} dS &= \frac{1}{T} d[(\rho + p)V] - \frac{\mu}{T} d(nV) - \frac{V}{T} d(p) \\ &= \frac{1}{T} d[(\rho + p)V] - \frac{\mu}{T} d(nV) - \frac{V}{T} \frac{\rho + p}{T} d(T) - \frac{V}{T} nT d\left(\frac{\mu}{T}\right) \\ &= d \left[\frac{\rho + p - \mu n}{T} V + \text{ctte.} \right] \end{aligned} \quad (2.2.44)$$

De aquí ya podemos ver que la entropía en un volumen comóvil es

$$S = \frac{\rho + p - \mu n}{T} V \quad (2.2.45)$$

donde se ha considerado nula la constante de integración. Para comprobar la conservación de S , recordemos que la conservación del tensor energía-momento (2.2.18) se puede expresar como

$$d(\rho a^3) = -p d(a^3) \quad (2.2.46)$$

donde añadiendo y substrayendo la cantidad $a^3 dp$ llegamos a

$$\frac{d}{dT} [(\rho + p) a^3] = a^3 \frac{dp}{dT} \quad (2.2.47)$$

Utilizando (2.2.43), esta ecuación toma la forma

$$\frac{d}{dT} [(\rho + p) a^3] = a^3 \frac{\rho + p}{T} + a^3 n T \frac{d}{dT} \left(\frac{\mu}{T} \right) \quad (2.2.48)$$

que dividiendo por T y añadiendo y substrayendo $\mu/T d(a^3 n)/dT$, queda como

$$d \left[\frac{a^3}{T} (\rho + p - \mu n) \right] = \frac{\mu}{T} d(a^3 n) \quad \Rightarrow \quad dS = \frac{\mu}{T} d(a^3 n) \quad (2.2.49)$$

Vemos, por tanto, que la entropía en un volumen comóvil se conserva durante la expansión si $|\mu| \ll T$ o bien si $a^3 n = \text{ctte}$. Esta última condición es equivalente a decir que no hay creación ni destrucción neta de partículas en dicho volumen.

De hecho, la magnitud con la que será útil trabajar es la densidad de entropía, s ,

$$s \equiv \frac{S}{V} = \frac{\rho + p}{T} \quad (2.2.50)$$

donde se supone $|\mu| \ll T$. Como ya se ha comentado, en el periodo de radiación, la energía y la presión vendrán dominadas por las especies relativistas. Recordando (2.2.34) encontramos la entropía asociada a una de estas especies

$$s_i = \frac{\rho_i + p_i}{T_i} = \frac{4}{3} \frac{\rho_i}{T_i} = \begin{cases} \frac{2\pi^2}{45} g_i T_i^3 & (BE) \\ \frac{7}{8} \frac{2\pi^2}{45} g_i T_i^3 & (FD) \end{cases} \quad (2.2.51)$$

Igual que se hizo en (2.2.36), si queremos encontrar la densidad de entropía total en función de la temperatura de los fotones, debemos sumar todas las especies relativistas

$$\begin{aligned} s &= T^3 \left\{ \sum_{i=\text{bosones}} \frac{2\pi^2}{45} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 + \sum_{i=\text{fermiones}} \frac{7}{8} \frac{2\pi^2}{45} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 \right\} \\ &= \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3 \end{aligned} \quad (2.2.52)$$

donde, análogamente a (2.2.37), se ha definido

$$g_{*S} = \sum_{i=\text{bosones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermiones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3. \quad (2.2.53)$$

Al tener la densidad de entropía, s , la misma dependencia con la temperatura que la densidad de partículas relativistas, permite relacionar de forma sencilla la densidad de entropía del universo con la densidad de fotones. De (2.2.52) y (2.2.34) encontramos que

$$s = \frac{\pi^4}{45 \zeta(3)} g_{*S} n_\gamma = 1,80 g_{*S} n_\gamma \quad (2.2.54)$$

relación que irá variando a medida que cambie el valor de g_{*S} , es decir, a medida que cambie el número de especies relativistas.

La conservación de la entropía en un volumen comóvil, S , implica que la densidad de entropía disminuye con la variación de dicho volumen, es decir, $s \propto a^{-3}$. Esta variación es la misma que sufre la densidad de partículas n , si el número de partículas en el volumen comóvil se mantiene constante. Esto nos permite definir la magnitud

$$Y \equiv \frac{n}{s} \sim \text{cte.} \quad (2.2.55)$$

que será de gran utilidad, ya que se mantiene constante si no varía el número de especies relativistas.

Por último nos podemos fijar en que la conservación de S también implica que $g_{*S} T^3 a^3$ se mantenga constante durante el proceso de expansión del universo. Esto relaciona la variación del factor de escala con la temperatura

$$T \propto g_{*S}^{-1/3} a^{-1} \quad (2.2.56)$$

de donde vemos que, si g_{*S} se mantiene constante, $T \propto a^{-1}$, como ya habíamos encontrado en la sección 2.2.3, bajo condiciones de equilibrio térmico. En el plasma en equilibrio continuamente se crean y aniquilan partículas relativistas. Al disminuir la temperatura T , llega un momento en el que la masa, m , de la especie relativista en cuestión ya no es despreciable frente a la temperatura

($m \sim T$). A partir de ese momento no hay suficiente energía para mantener la reacción de creación de pares, produciéndose una aniquilación neta y transfiriéndose la entropía al resto de partículas del plasma. Esta transferencia de entropía hace que la temperatura descienda menos lentamente, ya que ha disminuido el valor de g_{*S} . Todo este proceso explica el factor $g_{*S}^{-1/3}$ que aparece en (2.2.56).

En el capítulo 4 necesitaremos profundizar más sobre el equilibrio térmico en el universo primitivo, centrando la atención en las condiciones que se deben cumplir para que una cierta especie se halle o no en equilibrio.

2.3. Extensiones al modelo estándar cosmológico

Hasta aquí se ha descrito el modelo estándar cosmológico, que como ya se ha dicho, se basa en la teoría de la Relatividad General y el Modelo Estándar de las Partículas Elementales. No obstante, se sabe que tanto una teoría como la otra tienen sus limitaciones. A continuación se exponen algunas de las razones por las que se cree que las teorías que componen el modelo estándar cosmológico son insuficientes, motivando así la necesidad de una extensión de dicho modelo, para encontrar una teoría más general que describa el universo en sus estadios más primitivos. Además, hay algunos problemas aún abiertos que no encuentran solución en el marco del modelo estándar cosmológico y se espera que estas teorías más generales sean el marco correcto para dar respuestas a estas preguntas. Algunos de estos problemas son, por ejemplo, explicar la naturaleza de la materia oscura, entender el origen de la constante cosmológica, explicar por qué la densidad total de energía se acerca tanto a la crítica, entender cómo se produjo la asimetría entre materia y antimateria que hace que la materia predomine, etc.

Por una parte, la teoría de la Relatividad General es una teoría clásica, en el sentido de que prescinde del principio de incertidumbre, pilar fundamental de la Mecánica Cuántica. Este principio postula que las partículas carecen de

posiciones y velocidades exactamente definidas, lo que no permite medir simultáneamente la posición y la velocidad. Esto no importa en la mayor parte de la historia del universo, porque el radio de curvatura del espacio-tiempo es muy grande en comparación con la indeterminación en la posición de la partícula. Pero en el comienzo de la fase de expansión del universo, el espacio-tiempo estaba muy distorsionado, con un pequeño radio de curvatura. En esta situación, resultaría muy relevante el principio de indeterminación. De este modo, la Relatividad General se invalida a sí misma, al predecir singularidades. Para describir los instantes iniciales del universo necesitamos la teoría de la Gravedad Cuántica, que combina la Relatividad General con la Mecánica Cuántica. De momento no sabemos cómo será esta teoría. Una de las candidatas más estudiadas en la actualidad es la teoría de las supercuerdas, pero todavía quedan muchos problemas sin resolver. De todas formas, sea como fuere la teoría de la Gravedad Cuántica, se sabe que no puede ser una teoría cuántica de campos. Esto hace que muchas de las hipótesis que parecen intocables en un marco de teoría de campos se violen en un contexto más general. Algunas de estas hipótesis son la conservación de cargas correspondientes a simetrías globales, o bien el tomar como fundamental la simetría entre materia y antimateria. Parte de esta tesis intentará indagar en la posibilidad y las consecuencias de la violación de dichas hipótesis. Concretamente, en el capítulo 8 se estudia una posible diferencia entre el campo gravitatorio creado por la materia y por la antimateria. En el capítulo 10 se investiga sobre las consecuencias de que la Gravedad Cuántica rompa de forma sistemática simetrías globales.

Por otra parte, se sabe que el modelo estándar de las partículas elementales resulta insuficiente para explicar la naturaleza extrapolando a todas las energías posibles. Este modelo es una teoría efectiva que describe con gran precisión los procesos entre partículas elementales en las escalas de energía accesibles en la Tierra, esto es, hasta $E \sim 1$ TeV. Para energías más altas el modelo resulta insuficiente y nueva física tiene que aparecer, como por ejemplo nuevas simetrías y partículas inobservadas hasta el momento. Hay distintos candidatos para ir más allá de este modelo estándar. Entre ellos, uno de los más conocidos es la supersimetría, que postula una simetría entre fermiones y bosones. Esto provoca la duplicación del espectro de partículas del modelo estándar, ya que a cada fermión que conocemos le correspondería un bosón

de la misma masa y viceversa. La razón por la que no vemos estas partículas compañeras supersimétricas es porque en las escalas energéticas en las que nos encontramos, la supersimetría se habría roto espontáneamente, con lo que estas partículas serían demasiado masivas como para ser observadas en experimentos terrestres, por lo menos hasta el momento. La supersimetría propone soluciones a distintos problemas de física de partículas. En lo que concierne a la cosmología, la supersimetría introduce algunos cambios que después de todo no resultan tan significativos por lo que respecta a extensiones del modelo estándar cosmológico. En las extensiones que se trabajarán en esta tesis, no se tendrá en cuenta la supersimetría.

Otras teorías que presentan nueva física más allá del modelo estándar y sobre las cuales se está trabajando mucho últimamente son las que suponen dimensiones extras. Éstas proponen que vivimos en un mundo con más dimensiones de las cuatro que observamos. La razón por la que no vemos estas dimensiones adicionales es porque estarían compactificadas en radios muy pequeños y para observarlas tendríamos que recurrir a distancias muy cortas, o lo que es lo mismo, energías muy altas. A estas energías más altas, estas dimensiones extras se harían manifiestas y sus consecuencias serían diversas. No obstante, hay efectos de estas dimensiones adicionales que serían perfectamente visibles en el mundo corriente. Por ejemplo, uno de los objetivos de estas teorías es explicar por qué la gravedad es mucho más débil que las otras interacciones. Esto sería porque la gravedad es la única interacción capaz de propagarse por las dimensiones extra. Las otras interacciones, junto con las partículas que conocemos, estarían confinadas en variedades de cuatro dimensiones. Por lo tanto, estas teorías modifican la teoría de la gravedad estándar, que es la Relatividad General. Una de las modificaciones más relevantes sería posibles cambios en la ecuación de Friedmann (2.2.11), que rige la expansión del universo. Estos cambios afectan de forma contundente al destino del universo. En el capítulo 7 de esta tesis se intentará calcular mediante datos experimentales cuán acotadas están las posibles modificaciones a dicha ecuación. Esta información nos puede dar pistas acerca de cómo deberían ser las teorías que amplíen el modelo estándar cosmológico.

Capítulo 3

Materia oscura

3.1. Evidencia de la materia oscura

Actualmente, la existencia de la materia oscura, o *Dark Matter* (DM), está completamente aceptada. Ésta se define como materia que no emite ni absorbe luz, por lo que es indetectable por métodos ópticos. Existe una confusión semántica en la definición, ya que no queda claro si con luz se hace referencia a todo el espectro electromagnético o sólo al rango del espectro visible. Distintos autores utilizan uno u otro criterio, pero lo más usual es pensar que la materia oscura es aquella que no emite ni absorbe ningún tipo de radiación electromagnética.

La primera evidencia de la DM y quizás la más convincente, es de hace más de 50 años. Ésta surgió de la observación de distintos objetos luminosos (estrellas, nubes de gas, cúmulos globulares o galaxias enteras) que se mueven más rápido de lo que uno esperaría que lo hicieran si sólo sintieran la atracción gravitatoria de los cuerpos visibles. A partir de entonces, numerosas evidencias han apuntado a que casi toda la materia del universo esta formada por DM. Algunas de estas evidencias proceden de métodos directos y otras de

consecuencias indirectas, pero todas ellas predicen resultados compatibles. A continuación se describen brevemente algunas de estas evidencias.

3.1.1. Curvas de rotación de galaxias

Las galaxias espirales son sistemas ligados, gravitatoriamente estables, cuya materia está formada por estrellas y gas interestelar. La mayoría de la materia observable se encuentra en un disco relativamente delgado, donde las estrellas y el gas giran alrededor del centro galáctico, en órbitas casi circulares. Esto se observa analizando el corrimiento Doppler de la luz que proviene de las estrellas y del gas. Si en una galaxia de masa M (supuestamente concentrada en el centro), la velocidad circular en un radio R es v , la condición de estabilidad es que la aceleración centrípeta sea igual a la provocada por la fuerza gravitatoria. Entonces se tiene

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \quad (3.1.1)$$

Es decir, la dependencia radial de la velocidad de la materia girando en un disco tiene que cumplir la ley de Kepler

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (3.1.2)$$

Midiendo la luz visible, podemos medir la velocidad de las estrellas hasta distancias del orden de 10 kpc del centro galáctico y de hasta 50 kpc para el gas interestelar. De estas medidas se observa que la velocidad no sigue la ley $1/\sqrt{R}$ argumentada en (3.1.2), sino que se mantiene constante tras alcanzar un máximo alrededor de 5 kpc. Este comportamiento se puede observar en la figura 3.1, para el caso de la galaxia espiral NGC 6503 [15]. Suponiendo que la luz observada en la superficie del disco es proporcional a la densidad superficial de materia luminosa, según (3.1.2) se predeciría, para los puntos más alejados del centro galáctico, una velocidad unas tres veces menor que la que se mide. Esto indica que el campo gravitatorio calculado con la materia luminosa es un factor 10 inferior al que se necesita para explicar la rotación observada.

Una de las soluciones a este problema es modificar la gravedad a grandes

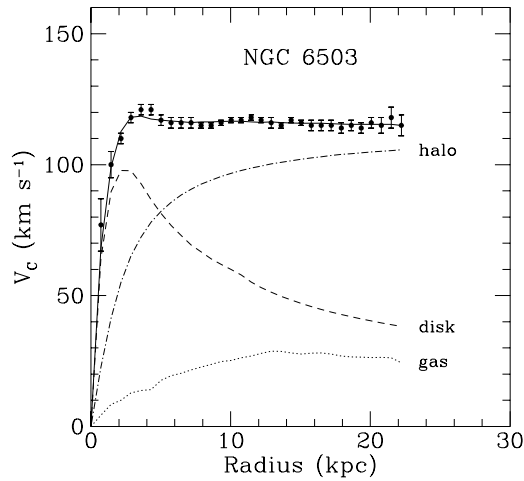


Figura 3.1: Curva de rotación para la galaxia espiral NGC 6503 [15]. Los puntos equivalen a estrellas de la galaxia. La línea discontinua muestra la curva de rotación esperada si se tiene en cuenta sólo la materia luminosa. La línea discontinua y punteada sería la contribución de la materia oscura del halo. La línea punteada muestra la curva de rotación del gas de la galaxia.

escalas. Otra sería considerar que existen campos magnéticos galácticos que se extienden en regiones de decenas de kiloparsecs, donde la densidad del gas interestelar es baja y la dinámica del gas puede verse modificada por estos campos [16]. No obstante, este último argumento no afectaría a la distribución de velocidades de las estrellas.

Dado que las anteriores soluciones no son muy convincentes, parece más atractivo suponer que existe una gran cantidad de materia oscura que se extiende más allá de las estrellas visibles y que es la que crea el campo gravitatorio responsable de la rotación observada.

Midiendo la radiación de la materia bariónica en el rango del visible, infrarrojo y rayos X, se puede ver cuál es la contribución de la materia luminosa en la densidad del universo. En función del parámetro h , definido en (2.2.26), se

tiene [17]

$$0,002 \leq \Omega_{\text{lum}} h \leq 0,006 \quad \Longrightarrow \quad \Omega_{\text{lum}} < 0,01 \quad (3.1.3)$$

Las curvas de rotación observadas implican que las galaxias están envueltas en un halo de materia oscura, que representa una densidad de energía del orden

$$\Omega_{\text{halo}} \geq 0,03 - 0,05 \quad (3.1.4)$$

Para explicar las observaciones, la distribución radial de masa $M(R)$ tiene que ser proporcional a R

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \propto \sqrt{\frac{GR}{R}} = \text{ctte.} \quad (3.1.5)$$

por lo que la distribución radial de densidad es entonces

$$\rho(R) \propto R^{-2} \quad (3.1.6)$$

3.1.2. Movimiento a gran escala y teorema del virial

Los cúmulos de galaxias son los sistemas ligados por fuerzas gravitatorias más grandes del universo. Actualmente se conocen varios miles de cúmulos y se sabe que tienen radios típicos de 1 – 5 Mpc y masas típicas de $2 - 9 \times 10^{14} M_{\odot}$.

El teorema del virial para un conjunto de estrellas, galaxias u objetos que gravitan entre sí, dice que la energía cinética media, $\langle E_{\text{cin}} \rangle$, es menos la mitad de la energía potencial media, $\langle E_{\text{grav}} \rangle$, debida a la atracción gravitatoria entre los objetos del sistema. Es decir

$$\langle E_{\text{cin}} \rangle = -\frac{1}{2} \langle E_{\text{grav}} \rangle \quad (3.1.7)$$

Así, para un cúmulo de galaxias de radio medio R , con velocidad promedio $\langle v^2 \rangle$, se puede estimar su masa dinámica como [18]

$$M \simeq \frac{R \langle v^2 \rangle}{0,4 G} \quad (3.1.8)$$

Midiendo la velocidad $\langle v^2 \rangle$ a partir del corrimiento Doppler de las líneas espectrales de las galaxias y estimando la medida del sistema, se puede dar una estimación de la masa total del cúmulo, M . Suponiendo que la densidad de masa de un cúmulo es representativa de todo el universo, se encuentra que la densidad de materia del universo [19], es

$$\Omega_M = 0,24 \pm 0,05 \pm 0,09 \quad (3.1.9)$$

donde el primer error es estadístico y el segundo sistemático.

3.1.3. Lentes gravitatorias

Aparte del estudio de la dinámica de los objetos estelares, existen otros métodos que permiten detectar la presencia de materia oscura. Uno de ellos consiste en utilizar las concentraciones de materia como lentes gravitatorias, método llamado *gravitational lensing*. La idea se basa en una de las consecuencias de la teoría de la Relatividad General, que dice que los rayos de luz se ven afectados por los campos gravitatorios, curvándose cuando pasan cerca de masas suficientemente grandes. Esto produce un efecto parecido al de las lentes ópticas, donde una masa puntual situada entre un observador y una fuente de luz crea dos imágenes distintas de dicha fuente, tal y como se muestra esquemáticamente en la figura 3.2. Cuando la fuente se encuentra exactamente alineada con el deflector de masa M_D , es decir, $r = 0$, la imagen será la de un anillo, llamado *anillo de Einstein*, con radio [20, 21]

$$r_E^2 = 4 G M_D d \quad \text{donde} \quad d = \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (3.1.10)$$

con d_1 y d_2 definidas en la figura 3.2.

Desde mediados de los 80, diversos telescopios de gran potencia han observado figuras en forma de arco en cúmulos de galaxias. El análisis espectroscópico muestra que el cúmulo y el arco gigante se encuentran a distancias muy distintas. La interpretación es que el arco es la imagen de una galaxia lejana de fondo que está en la misma línea de visión que el cúmulo, por lo que la imagen aparece distorsionada y magnificada por el efecto de lente gravitatoria. Es

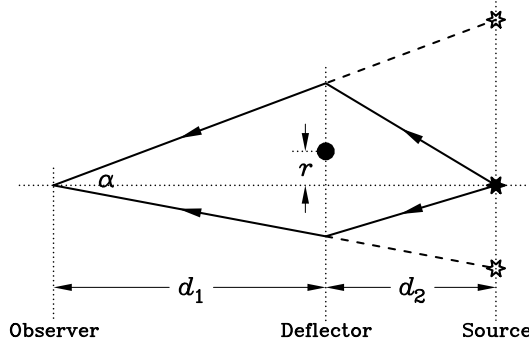


Figura 3.2: Esquema del efecto de lentes gravitatorias, de [22].

decir, el arco es una parte del anillo de Einstein correspondiente. A partir de un estudio sistemático de la distribución de masa en el cúmulo, se reconstruye el campo responsable de la distorsión gravitatoria. Este análisis muestra que hay grandes cantidades de materia oscura en los cúmulos, de acuerdo con las estimaciones de la dinámica de cúmulos virializados. Numéricamente, las estimaciones obtenidas utilizando el método de *lensing* sistemáticamente suelen dar valores mayores que los obtenidos con otros métodos. Actualmente las estimaciones son $\Omega_M = 0,2 - 0,3$ para escalas $\lesssim 6h^{-1}$ Mpc y $\Omega_M = 0,4$ para supercúmulos con escalas del orden de 20 Mpc.

Si la resolución del telescopio con el que se observa no es suficiente para medir la distancia angular α (ver fig. 3.2), las imágenes que forman el anillo no se pueden distinguir y se ven superpuestas. El efecto es que el observador percibirá un aumento del brillo de la estrella, efecto que se conoce como *gravitational microlensing*. Este aumento del brillo depende del valor r_E , con lo que también se puede llegar a estimar el valor de la masa del deflector, M_D .

3.1.4. Evidencias indirectas

Hasta aquí se han expuesto evidencias directas de la materia oscura. No obstante, hay otras predicciones de Ω_M y de la existencia de la materia oscura, que provienen de métodos indirectos. Por ejemplo, uno de ellos consiste en

que para explicar correctamente la formación de estructura en el universo es necesario presuponer la existencia de materia oscura.

Otra evidencia es la que se deduce de la observación de los núcleos ligeros presentes en el universo. Tal y como se describirá con detalle en el capítulo 5, el estudio del modelo de la Nucleosíntesis Primordial suministra gran cantidad de información de los estadios iniciales del universo. Este modelo predice las concentraciones de los núcleos más ligeros, datos que se pueden comprobar mediante observaciones. Como se verá, estas concentraciones dependen de un gran número de parámetros, siendo uno de ellos la densidad de bariones del universo. La comparación de las predicciones teóricas de la Nucleosíntesis Primordial con las observaciones fue el primer método que permitió medir la densidad de bariones en el universo, Ω_B . Los valores encontrados siguen la proporción

$$\Omega_{\text{lum}} < \Omega_B < \Omega_M \quad (3.1.11)$$

siendo cada “<” de aproximadamente un factor 10. Esto nos brinda una información muy valiosa acerca de la naturaleza de la materia oscura. Por un lado, indica que hay una parte de bariones en el universo que no emiten ni absorben luz, es decir, materia oscura bariónica. Por otro lado, indica que hay materia oscura que no está compuesta de bariones, es decir, materia oscura no bariónica.

No obstante, las predicciones más precisas de Ω_M y Ω_B proceden de las medidas de las anisotropías del fondo de radiación de microondas. Estas anisotropías son el resultado de fluctuaciones cuánticas que quedaron impresas en el fondo de radiación de fotones en el momento de la recombinación, cuando el universo tenía 300000 años. Las anisotropías han ido creciendo hasta hoy y las características con que las observamos actualmente dependen de un gran número de parámetros cosmológicos, como por ejemplo la densidad de materia y la densidad de bariones. Las últimas y más precisas medidas del fondo de radiación corresponden al experimento WMAP [12], que ofrece los siguientes valores para estos parámetros cosmológicos

$$\begin{aligned} \Omega_M h^2 &= 0,14 \pm 0,02 \\ \Omega_B h^2 &= 0,024 \pm 0,001 \\ h &= 0,72 \pm 0,05 \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Notemos de nuevo que la mayor parte de la materia oscura consiste en materia oscura no bariónica.

3.2. Problemas de la materia oscura

Las medidas de los distintos tipos de materia se resumen en la figura 3.3, en función de H_0 . En la figura se representan cuatro bandas: la materia luminosa Ω_{lum} , la densidad de bariones Ω_B , la materia en el halo galáctico Ω_{halo} y la materia determinada dinámicamente en los cúmulos Ω_M . Se puede ver que la materia oscura presenta tres problemas:

- El primero consiste en saber dónde se encuentra el 90 % de los bariones. Entre las predicciones de Ω_B y lo observado en las estrellas y en zonas de gas interestelar existen importantes discrepancias, por lo que una gran parte de los bariones deben de ser oscuros. Este es el problema de la materia oscura

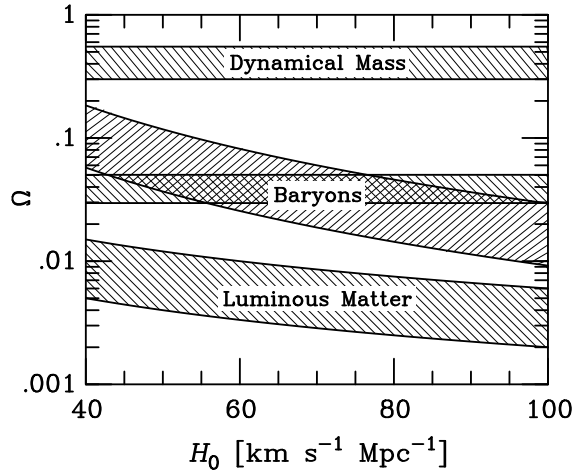


Figura 3.3: Distintos componentes de la materia en el universo, en función del parámetro de Hubble. De arriba a abajo se tiene la densidad de materia del universo (3.1.9), la densidad de materia bariónica (3.1.12), la densidad de materia en el halo galáctico (3.1.4) y la densidad de materia luminosa (3.1.3). De la ref. [22].

bariónica. Conviene destacar que aunque las bandas de Ω_B y Ω_{halo} coincidan para ciertos valores de H_0 , esto es sólo una coincidencia y, en principio, la materia de halo galáctico no estaría compuesta sólo de bariones.

- El segundo problema consiste en saber de qué está formado el 90% de la materia. De las medidas de Ω_M y Ω_B se ve que casi toda la materia que compone el universo esta constituida por algo que se desconoce. Este sería el problema de la materia oscura no bariónica y es el problema estándar de la materia oscura.

- Por último, según las observaciones del fondo de radiación realizadas por el satélite WMAP [12,13], el universo es espacialmente plano, lo que indica que $\Omega_{\text{total}} = 1$. Si tenemos en cuenta que todas las observaciones indican que $\Omega_M < 0,4$, vemos que un 60% de la densidad de energía del universo no corresponde a materia. El desconocimiento de la naturaleza de esta energía es lo que se conoce como el problema de la energía oscura. Una posibilidad consiste en que el universo esté dominado por energía del vacío, es decir, por una constante cosmológica, que afectaría sólo a escalas muy grandes. De forma alternativa, podría ser que la teoría de la Relatividad General tuviera que corregirse a grandes escalas, por ejemplo debido a efectos de Gravedad Cuántica, y que la constante cosmológica fuera el resultado de estas modificaciones. De todas formas, como aún no se dispone de una teoría cuántica de la gravedad, esto son meras especulaciones y por el momento la constante cosmológica se toma como un parámetro fenomenológico.

3.3. Candidatos para la materia oscura

Por lo que se ha visto, no hay duda de la existencia de grandes cantidades de materia oscura en el universo y en particular en nuestra galaxia. No obstante, la naturaleza de esta materia oscura continúa siendo un misterio. Como se ha comentado en la sección 3.2, básicamente existen dos tipos de materia oscura, la que está formada por bariones y la que se compone de algún otro tipo de materia distinta a los bariones. Esta segunda clase de materia oscura, que es la predominante, se puede clasificar en dos categorías: la materia oscura

caliente y la materia oscura fría. La clasificación responde a si las partículas eran relativistas o no relativistas, respectivamente, en el momento en que se empezaron a formar las galaxias. Las observaciones y modelos de formación de estructura indican que casi la totalidad de la materia oscura no bariónica debe de ser fría.

3.3.1. Materia oscura bariónica

Los bariones que constituyen la materia oscura se podrían encontrar en distintas formas [23]. Conviene decir que no pueden formar estrellas normales, porque serían luminosas. Tampoco pueden aparecer en forma de gas caliente, ya que éste emite luz, ni en forma de gas frío, ya que éste absorbe la radiación y la reemite en el infrarrojo. Tampoco podrían ser restos de estrellas que se han consumido, porque provendrían de una población de estrellas con una distribución que no se observa en el halo galáctico. Podrían ser enanas blancas, es decir, estrellas que no son suficientemente masivas como para alcanzar la fase de Supernova. Aunque no hace muchos años esta opción parecía descartada [24–26], recientemente se está volviendo a considerar seriamente esta posibilidad [27–29]

Son candidatos más plausibles a ser materia oscura bariónica planetas tipo Júpiter o enanas marrones, que son estrellas con masas inferiores a $0,08 M_{\odot}$. A estos objetos se les llama objetos compactos masivos del halo, o *Massive Compact Halo Objects* (MACHOs). Su presión no es suficiente como para que puedan sustentar la combustión del hidrógeno, por lo que su única fuente de radiación luminosa es la energía gravitatoria que van perdiendo durante su lenta contracción. Estas estrellas son muy difíciles de observar debido a que no radian. No obstante, si un MACHO pasa exactamente frente una estrella lejana, actuará como lente gravitatoria y podrá ser detectado mediante el método de *microlensing*. Precisamente con este método ya se han detectado MACHOs entre la Tierra y la Gran Nube de Magallanes [30, 31].

Otro tipo de candidatos son los agujeros negros. Éstos no son luminosos y, si son lo suficientemente grandes, tienen un largo periodo de vida. Los agujeros

negros que provienen del colapso de estrellas con masas ligeramente superiores a $8 M_{\odot}$ están descartados como materia oscura, porque durante su proceso de formación habrían producido cantidades de metales inobservadas [32]. Durante el colapso de estrellas de más de $200 M_{\odot}$ se generaría gran cantidad de luz de fondo, que hoy se tendría que observar en el rango del infrarrojo [33]. La ausencia de tal radiación de fondo anula la posibilidad de que agujeros negros en este rango de masas sean materia oscura. Los agujeros negros con masas superiores a $10^5 M_{\odot}$ no están afectados por las restricciones anteriores [34]. Aun así, las posibles evidencias dinámicas [35] no son del todo claras y simplemente imponen cotas superiores a la densidad de estos agujeros negros super masivos.

3.3.2. Materia oscura no bariónica

Los candidatos a materia oscura no bariónica deben satisfacer varias condiciones. Ante todo deben ser estables en escalas de tiempo cosmológicas, ya que, en caso contrario habrían decaído y no existirían en la actualidad. Por otro lado, deben interactuar muy débilmente con la radiación electromagnética para comportarse como materia oscura. Por último deben tener la densidad reliquia justa para dar cuenta de (3.1.12). En el capítulo 4 se explicará con detalle cómo encontrar las abundancias de partículas reliquia. Los métodos que allí se detallan son de crucial importancia para encontrar o descartar candidatos a materia oscura no bariónica. Dado que el tema se trata de manera detallada en el capítulo 4, en esta sección sólo se expondrán los resultados necesarios para la discusión.

Entre los candidatos a materia oscura no bariónica se encuentran los neutrinos, los agujeros negros primordiales, las partículas masivas débilmente interactuantes (*weakly interacting massive particles* - WIMPs) y los axiones.

3.3.2.1. Neutrinos

Las oscilaciones de neutrinos observadas en los últimos años son una prueba irrefutable de que los neutrinos tienen masa, lo que los convierte en los primeros

candidatos a ser materia oscura no bariónica. No obstante, la contribución de los neutrinos a Ω_M es demasiado pequeña. Para neutrinos ligeros, que formarían materia oscura caliente, la abundancia reliquia vendría dada por

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_{\nu_i}}{94 \text{ eV}} \quad (3.3.13)$$

El rango de masas indicado por los experimentos de Super-Kamiokande [36] es de $0,01 - 0,1 \text{ eV}$. Debido a que los límites de [36] se refieren a las diferencias de masa entre las distintas familias de neutrinos, este rango es válido siempre que no haya una extraña degeneración en masa en el sector de los neutrinos. Con estas cifras vemos que, aunque los neutrinos contribuyen a la materia oscura no bariónica, lo hacen a un nivel de 10^{-2} o inferior. No obstante, aunque parezca muy poco desde el punto de vista cosmológico, su contribución a la densidad de energía es comparable con la de toda la materia visible del universo. Aun así, no resuelven el problema de la materia oscura no bariónica.

Los resultados del satélite WMAP [12, 13] también descartan los neutrinos como componente principal de la materia oscura. Debido a que la estructura a gran escala depende de si la materia oscura es fría o caliente, se puede utilizar la distribución observada por WMAP para establecer cotas superiores para la suma de las masas de todos los neutrinos. En el caso de tener neutrinos no degenerados, el límite que establece WMAP es $\sum_i m_{\nu_i} \leq 0,23 \text{ eV}$, lo que también denota una contribución muy pequeña a Ω_M . La ventaja de los límites de WMAP es que conciernen a las masas absolutas de los neutrinos y no a las diferencias de masa.

3.3.2.2. Agujeros negros primordiales

Los agujeros negros primordiales se habrían formado en el universo primitivo a través de transiciones de fase muy tempranas. En la mayoría de modelos se formarían antes de los bariones, por lo que su contribución a Ω_M es como materia oscura no bariónica. Esta contribución podría ser muy grande, aun respetando los resultados de la Nucleosíntesis Primordial, si bien su producción sólo es posible en ciertos modelos cosmológicos [37].

3.3.2.3. WIMPs

Los WIMPs (χ) son partículas con masas entre 10 GeV y unos cuantos TeV y con secciones eficaces de baja intensidad. Como se detalla en el capítulo 4, su densidad reliquia se puede calcular en el caso de que los WIMPs estuvieran en equilibrio con el plasma de partículas del Modelo Estándar. Siguiendo las técnicas descritas en el capítulo 4, se encuentra la densidad actual de partículas reliquia χ

$$\Omega_\chi h^2 \simeq \text{ctte.} \frac{T_0^3}{M_P \langle \sigma v \rangle} \quad (3.3.14)$$

donde σ es la sección eficaz correspondiente a la aniquilación de pares de WIMPs en partículas del Modelo Estándar, v es la velocidad relativa entre dos WIMPs en el sistema del centro de masas, T_0 es la temperatura actual del fondo de radiación, M_P es la masa de Planck y $\langle \dots \rangle$ indica promedio térmico.

El candidato a WIMP mejor motivado es la superpartícula más ligera (*lightest superparticle* - LSP), de los modelos supersimétricos [38,39]. Las distintas posibilidades de LSP consideradas comunmente son los sneutrinos y los neutralinos. Los sneutrinos tienen secciones eficaces considerables, por lo que para ser materia oscura deberían tener masas inaceptablemente grandes. El WIMP más popular es el neutralino [40,41], ya que puede tener la densidad reliquia adecuada en distintas partes del espacio de parámetros relevantes. Las masas esperadas para el neutralino son del orden de ~ 150 GeV.

3.3.2.4. Axiones

La existencia del axión se postuló por primera vez para resolver el problema de CP de las interacciones fuertes [42,43]. Estas partículas son pseudo bosones de Goldstone asociados a la rotura espontánea de la simetría $U(1)$ de Peccei-Quinn (PQ), que se produce a una escala f_a [44,45]. En el capítulo 6 se expondrán los detalles de la física que rige el axión y los bosones de Goldstone en general. Por esta razón, en esta sección sólo se citarán los resultados relevantes en lo que se refiere a materia oscura.

Como se verá en el capítulo 6, los axiones se producen mayoritariamente por mecanismos no térmicos, lo que hace que, aunque sean extremadamente ligeros, su naturaleza sea no relativista. Por esta razón son candidatos a contribuir a la materia oscura fría. Uno de los mecanismos de producción es mediante oscilaciones coherentes del campo del axión. Este mecanismo produce la siguiente densidad de axiones reliquia [46]

$$\Omega_a h^2 = C_a \left(\frac{f_a}{10^{12} \text{ GeV}} \right)^{1,175} \theta_i^2 \quad (3.3.15)$$

donde C_a es una constante entre 0,5 y 10 y $\theta_i \sim \mathcal{O}(1)$ es el ángulo inicial de las oscilaciones. Esta contribución a la densidad de materia adquiere el valor adecuado para (3.1.12) cuando $f_a \sim 10^{11}$ GeV, valor permitido por los límites experimentales. La masa del axión depende del parámetro f_a , con lo que valores de $f_a \sim 10^{11}$ GeV corresponden a una masa para el axión de $m_a \sim 0,1$ meV. Además, tal y como se describirá en el capítulo 6, en la rotura de la simetría de PQ se forman defectos topológicos como son las cuerdas cósmicas. Estas cuerdas decaen a axiones, dando contribuciones adicionales a Ω_a [47]. Estas contribuciones pueden llegar a ser más grandes que (3.3.15), lo que implica que, para que el axión sea materia oscura, se precisen valores más pequeños para f_a , que a su vez conllevan valores mayores de m_a .

Además de los mecanismos no térmicos, los axiones también pueden producirse térmicamente. En el capítulo 9 de esta tesis se estudia con detalle el proceso de producción térmica de axiones y se indican rangos de temperatura para los que el axión estaría en contacto térmico con el plasma cósmico. Tal y como se concluye en el capítulo 9, es importante señalar que si el periodo de termalización es posterior a la producción no térmica se reducen considerablemente las densidades de energía actuales correspondientes al axión. Esto modificaría completamente el papel que desempeña el axión como materia oscura.

3.3.2.5. Otros pseudo bosones de Goldstone

Como se describirá en el capítulo 6, el teorema de Goldstone nos dice que la rotura de una simetría global implica la existencia de una partícula sin masa,

llamada bosón de Goldstone. Si la simetría global que se rompe no es exacta, es decir, por alguna razón está ligeramente rota explícitamente, el bosón de Goldstone adquiere masa y es lo que se llama un pseudo bosón de Goldstone.

En la naturaleza existen una gran cantidad de simetrías globales, muchas de las cuales no son manifiestas debido a su rotura espontánea. Si existiera algún mecanismo que rompiera explícitamente estas simetrías, tendríamos en nuestra mano una gran cantidad de partículas con masas muy ligeras, que bajo ciertas condiciones, podrían desempeñar el papel de materia oscura no bariónica.

En el capítulo 10 de esta tesis se investiga con profundidad la posibilidad de que ciertos efectos de gravedad cuántica sean responsables de roturas explícitas de simetrías globales. Se estudiará el proceso de rotura espontánea en presencia de términos que rompen la simetría explícitamente y que por lo tanto dan masa al pseudo bosón de Goldstone correspondiente. También se hará un estudio sistemático de todas las restricciones sobre la existencia de estas partículas y sobre la posibilidad de que éstas sean el componente predominante de la materia oscura. Finalmente se verá que en un cierto rango del espacio de parámetros es posible que dichos pseudo bosones de Goldstone sean la materia oscura no bariónica del universo.

Capítulo 4

Producción de partículas reliquia

En el capítulo 2 se ha descrito la dinámica en un universo en equilibrio térmico, que es como se encontraban sus constituyentes en sus inicios. Si el universo hubiera estado siempre en una situación de equilibrio térmico, el aspecto que tendría hoy sería bien sencillo: un gas en equilibrio a 2,75 K. Gracias a procesos fuera del equilibrio podemos observar hoy toda la riqueza del universo. Ejemplos de estos procesos son el desacoplamiento de neutrinos y fotones, la Nucleosíntesis Primordial, la Bariogénesis, el periodo inflacionario, etc... La comprensión de estos procesos fuera del equilibrio es de crucial importancia si se quiere seguir la evolución de especies que se desacoplan del baño térmico. Estas especies se nos presentan hoy en día como fondo de partículas reliquia del universo primitivo y juegan un papel crucial en cuestiones como la de la materia oscura.

4.1. Funciones de distribución en el universo primitivo

Una de las consecuencias más notables del descenso paulatino de la temperatura del universo es la evolución que sufren las distribuciones de especies de partículas. Esta evolución explica por qué partículas muy abundantes en el universo primitivo tienen hoy una presencia puramente testimonial. También da cuenta de por qué sistemas ligados, como los átomos o los núcleos, con energías de enlace del orden de eV o MeV, no existían como tales cuando la temperatura del universo superaba estos valores. Por otra parte, también predice que cuando la temperatura del universo es suficientemente grande en comparación con la masa de una partícula cargada como el electrón, la energía del fotón permite crear pares electrón-positrón, de manera que en esas condiciones habrá abundancia de positrones.

Por lo tanto, es importante determinar las funciones de distribución f_i de cada especie en función de $|\vec{p}|$ y t . Como ya se ha comentado, la dependencia espacial desaparece debido a la homogeneidad del universo. Como primera aproximación al problema, se utilizará un criterio cualitativo que, pese a su simplicidad, resulta muy fiable. Este criterio se puede comprobar numéricamente con el formalismo general que se presentará en la sección 4.3. Dicho criterio consiste en comparar el ritmo de expansión del universo, $H(t)$, con el ritmo total de interacción $\Gamma_i(t)$, que tiene en cuenta todas las interacciones de la especie i con cualquier otra partícula, incluida ella misma. Esta comparación distingue dos regímenes diferenciados :

- Cuando $\Gamma_i(t) \gg H(t)$, las interacciones permiten mantener el equilibrio termodinámico entre las especies interactuantes a una cierta temperatura T , por lo que tenemos un plasma. En este régimen, todas las interacciones relevantes son de corto alcance ya que incluso la fuerza de Coulomb, a causa del efecto de apantallamiento en el plasma, se puede considerar efectivamente como una fuerza de alcance finito. Por esta razón podemos suponer que las interacciones se limitan a hacer posible la termalización y que la función de distribución es simplemente la de un gas ideal de bosones o de fermiones (2.2.30). La fun-

ción f evoluciona adiabáticamente manteniendo su forma de equilibrio, con la temperatura correspondiente en cada instante t .

• A partir de que $\Gamma_i(t) \lesssim H(t)$, manteniéndose $\Gamma(t)_{j \neq i} \gg H(t)$ para el resto de especies, el ritmo de las reacciones que mantienen a la partícula i en equilibrio no es lo suficientemente rápido como para vencer a la expansión del universo y entonces la partícula de especie i se desacopla del plasma. Las otras especies siguen en equilibrio térmico, con funciones de distribución (2.2.30). Para determinar la función de distribución de las partículas desacopladas, f_{dec} , podemos seguir el siguiente argumento. Cuando la especie i se desacopla, ésta cae libremente siguiendo una geodésica en el espacio tiempo. Supongamos entonces que en un cierto instante t , un observador comóvil observa $dN = f d^3\vec{r} d^3\vec{p}$ partículas en un volumen propio $d^3\vec{r}$ y con un intervalo de momentos $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$. Como las partículas no pueden interactuar, en el instante $t + \delta t$, el observador seguirá observando dN partículas, en un volumen propio que ha aumentado en un factor $[a(t + \delta t)/a(t)]^3$ y en un rango de momentos que ha disminuido en $[a(t + \delta t)/a(t)]^{-3}$. Como el volumen de espacio fásico se conserva y dN también, necesariamente f se tendrá que conservar a lo largo de la geodésica. Gracias a la conservación de f podemos observar actualmente un espectro térmico para el fondo de radiación de microondas, aunque los fotones estén desacoplados. Posibles inyecciones de energía durante y después del desacoplamiento, pueden introducir desviaciones en este espectro térmico. Sabiendo cuánto se aproxima el espectro de fotones a un espectro térmico podemos limitar estas posibles inyecciones de energía.

Por lo tanto, el hecho de que la función de distribución se conserve aun después del desacoplamiento, permite determinar la función f_{dec} válida para tiempos posteriores al tiempo de desacoplamiento, t_D . A partir de la función de distribución en equilibrio f_{equil} , vigente para $t < t_D$ y dada por (2.2.30), se encuentra que

$$f_{\text{dec}}(\vec{p}, t) = f_{\text{equil}}\left(\frac{a(t)}{a_D} \vec{p}, t_D\right) \quad (4.1.1)$$

donde se ha considerado el *redshift* cosmológico que sufre el momento de la partícula y se ha definido $a_D \equiv a(t_D)$

En toda esta argumentación se ha supuesto, para simplificar, que el desa-

coplamiento se da de forma instantánea en un momento determinado. En la sección 4.3 se describirá un formalismo general para tratar distribuciones fuera del equilibrio, y veremos que confirma la descripción cualitativa descrita en esta sección.

4.2. Densidad de partículas desacopladas

Con lo visto hasta el momento se puede describir el comportamiento fuera del equilibrio de partículas que al desacoplarse eran relativistas o no relativistas. Que sean de una clase u otra, dependerá de la relación entre la masa de la partícula y la temperatura en el momento del desacoplamiento, T_D . Para simplificar, en esta sección se despreciará el potencial químico de las partículas ($\mu \ll T_D$). Básicamente, se verá que, una vez desacopladas, las partículas siguen una distribución de equilibrio, con la diferencia principal de que para las partículas que eran relativistas al desacoplarse, $T \propto a^{-1}$ y en cambio, para las que eran no relativistas, $T \propto a^{-2}$. El caso general se tratará en la sección 4.3.

4.2.1. Partículas relativistas

En este caso consideramos aquellas partículas que en el momento de desacoplarse cumplen la condición $T_D \gg m$. Para estas especies, $E \simeq |\vec{p}|$ y por tanto, según lo expuesto en la sección 4.1, se tiene

$$f_{\text{dec}}(\vec{p}) = f_{\text{equil}}\left(\vec{p} \frac{a(t)}{a_D}, T_D\right) \simeq \frac{1}{\exp\left[E(a(t)/a_D) T_D^{-1}\right] \pm 1} \quad (4.2.2)$$

que, aunque las partículas ya no estén en equilibrio, corresponde a una distribución f_{equil} con una temperatura $T(t) = [a_D/a(t)] T_D$. Esta disminución de la temperatura, que va como a^{-1} , es ligeramente más rápida que en el equilibrio, donde de (2.2.56) teníamos que $T \propto g_{*S}^{-1/3} a^{-1}$.

Si tenemos en cuenta esta temperatura efectiva, de (2.2.34) obtenemos la

densidad de partículas desacopladas,

$$n = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T_D^3 \left(\frac{a_D}{a(t)} \right)^3 & (BE) \\ \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T_D^3 \left(\frac{a_D}{a(t)} \right)^3 & (FD) \end{cases} \quad (4.2.3)$$

Cabe destacar que el desacoplamiento congela la función de distribución, evaluada en régimen relativista, pero con un *redshift* en la temperatura. Naturalmente, llega un momento en que $T \lesssim m$, en el que las partículas pasan a ser no relativistas. En ese caso, la energía ya no es puramente cinética, sino que $E = \sqrt{p^2 + m^2} \simeq m$. Como consecuencia, la densidad de partículas que se desacoplaron cuando aún eran relativistas es parecida a la densidad de partículas relativistas, pero en cambio la densidad de energía toma la forma $\rho_{\text{dec}} \simeq n m$, como corresponde a un régimen no relativista.

4.2.2. Partículas no relativistas

Si una especie se desacopla cuando ya se encuentra en régimen no relativista, es decir, cuando $T_D \ll m$, su función de distribución vendrá dada por

$$f_{\text{dec}} = f_{\text{equil}} \left(\vec{p} \frac{a(t)}{a_D}, T_D \right) \simeq e^{-m/T_D} \exp \left[-\frac{p^2}{2m} \frac{1}{T_D} \left(\frac{a}{a_D} \right)^2 \right] \quad (4.2.4)$$

donde ahora, para f_{equil} se ha utilizado la función de Maxwell-Boltzmann, como corresponde a un gas no relativista. En este caso $E \simeq m + p^2/2m$, por lo que la dependencia de la función de distribución respecto de la energía cinética corresponde a una función en equilibrio con una temperatura efectiva $T(t) = [a_D/a(t)]^2 T_D$. Vemos que ésta disminuye más rápidamente que en el caso relativista, siendo $T \propto a^{-2}$.

Para encontrar la densidad de partículas utilizamos (2.2.35), hallando

$$n \simeq g \left(\frac{m T_D}{2\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{a_D}{a} \right)^3 \exp \left(-\frac{m}{T_D} \right) \quad (4.2.5)$$

Como era de esperar, encontramos $n \propto a^{-3}$, igual que en el caso relativista.

4.3. Formalismo general: la ecuación de Boltzmann

Hasta el momento, el único criterio que se ha utilizado para decidir si una determinada especie está acoplada o no ha sido la relación entre el ritmo de interacción Γ y el ritmo de expansión del universo H . Aunque este método proporciona estimaciones bastante fiables, necesitaremos un formalismo que permita determinar la evolución en el tiempo (temperatura) de la función de distribución en el espacio fásico, para poder analizar con mayor profundidad el fenómeno del desacople de especies [14].

La ecuación diferencial que rige la evolución de una determinada función de distribución de una especie A en el espacio fásico, es la ecuación de Boltzmann. Esta ecuación, en su versión no relativista, tiene el siguiente aspecto

$$\hat{D}_{\text{NR}}f \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} + \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} \right) f(\vec{x}, \vec{p}, t) = \hat{C}_{\text{NR}}[f] \quad (4.3.6)$$

La generalización relativista de (4.3.6) será

$$\hat{D}f \equiv \left(p^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\alpha\beta}^\mu p^\alpha p^\beta \frac{\partial}{\partial p^\mu} \right) f = \hat{C}[f] \quad (4.3.7)$$

donde $\hat{C}[f]$ es el término de colisiones. En un universo de Friedmann, con $f(\vec{x}, \vec{p}, t) = f(E, t)$, la ecuación 4.3.7 se escribe como

$$\left(E \frac{\partial}{\partial t} - \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E} \right) f = \hat{C}[f] \quad (4.3.8)$$

Integrando esta ecuación sobre \vec{p}_A y recordando de (2.2.29) que

$$n_A(t) = \frac{g_A}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{p}_A f(E, t) \quad (4.3.9)$$

obtenemos la ecuación

$$\frac{dn_A}{dt} + 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) n_A = \frac{g_A}{(2\pi)^3} \int \hat{C}[f] \frac{d^3\vec{p}_A}{E_A} \quad (4.3.10)$$

El término de colisiones para un proceso arbitrario $A+a+b+\dots \rightarrow i+j+\dots$ vendrá dado por

$$\begin{aligned} \frac{g}{(2\pi)^3} \int \hat{C}[f] \frac{d^3 \vec{p}_A}{E_A} &= - \int d\Pi_A d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(p_A + p_a + p_b \dots - p_i - p_j \dots) \\ &\times [|\mathcal{M}|_{A+a+b+\dots \rightarrow i+j+\dots}^2 f_A f_a f_b \dots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \dots \\ &\quad - |\mathcal{M}|_{i+j+\dots \rightarrow A+a+b+\dots}^2 f_i f_j \dots (1 \pm f_A)(1 \pm f_a) \dots] \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

donde las distintas f corresponden a las diferentes funciones de distribución en el espacio fásico de las distintas especies. Los factores $(1 \pm f)$ son los factores de amplificación (+, para bosones) o inhibición (-, para fermiones). Por otra parte, se ha definido

$$d\Pi \equiv \frac{g d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3 2E} \quad (4.3.12)$$

Obviamente, resolver este sistema de ecuaciones integro-diferenciales puede resultar inviable. En el caso de que se quiera estudiar el desacoplamiento de una de las especies respecto de las otras, el sistema se puede simplificar asumiendo que todas las funciones de distribución son las de equilibrio, excepto la que corresponde a la especie desacoplada. Por tanto, sólo se tendrá que resolver una ecuación. Por otra parte, utilizando la invariancia T se puede afirmar que

$$|\mathcal{M}|_{A+a+b+\dots \rightarrow i+j+\dots}^2 = |\mathcal{M}|_{i+j+\dots \rightarrow A+a+b+\dots}^2 \quad (4.3.13)$$

que denotaremos simplemente como $|\mathcal{M}|^2$.

Por último, si consideramos que normalmente no tenemos fermiones degenerados ni condensados de Bose, podemos aproximar las estadísticas de Bose y de Fermi a la de Maxwell, sin tener que introducir modificaciones relevantes. Esto es gracias a que en estos regímenes, donde $T \gtrsim \mu_i$, las tres funciones de distribución son muy parecidas alrededor del máximo. Además, al ser mucho menores que 1 se puede aproximar $1 \pm f \simeq 1$.

Todas estas consideraciones permiten reescribir la ecuación (4.3.10) de for-

ma más sencilla

$$\begin{aligned} \dot{n}_A + 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) n_A = & - \int d\Pi_A d\Pi_a d\Pi_b \cdots d\Pi_i d\Pi_j \cdots (2\pi)^4 \\ & |\mathcal{M}|^2 \times \delta^4(p_i + p_j + \cdots - p_A - p_a - p_b - \cdots) \\ & \times [f_a f_b \cdots f_A - f_i f_j \cdots] \end{aligned} \quad (4.3.14)$$

Para seguir trabajando en la ecuación (4.3.14) es necesario concretar cuáles son los procesos de creación/aniquilación de la partícula reliquia A . A continuación se describen dos tipos de reacciones de dos cuerpos, que generalmente son los más relevantes.

4.3.1. Procesos del tipo $A\bar{A} \leftrightarrow X\bar{X}$

Consideremos un proceso de aniquilación $A\bar{A} \leftrightarrow X\bar{X}$, en el que X representa cualquiera de las partículas en las que A se puede aniquilar. Supondremos que X y \bar{X} tienen distribuciones térmicas y potencial químico nulo, para poder aplicar (4.3.14). Entonces, el término de colisiones $[f_A f_{\bar{A}} - f_X f_{\bar{X}}]$ del integrando no es más que $[f_A f_{\bar{A}} - \exp(-(E_X + E_{\bar{X}})/T)]$. Por otra parte, la conservación de la energía implica que $E_X + E_{\bar{X}} = E_A + E_{\bar{A}}$, por lo que el término de colisiones adquiere la forma $[f_A f_{\bar{A}} - \exp(-(E_A + E_{\bar{A}})/T)]$, o sea, $[f_A f_{\bar{A}} - f_A^{\text{equil}} f_{\bar{A}}^{\text{equil}}]$. Si no existe asimetría entre A y \bar{A} , utilizando (4.3.9), podemos transformar la ecuación (4.3.14) en

$$\dot{n}_A + 3Hn_A = -\langle \sigma_{A\bar{A} \rightarrow X\bar{X}} |v| \rangle [n_A^2 - (n_A^{\text{equil}})^2] \quad (4.3.15)$$

donde se ha definido

$$\begin{aligned} (n_A^{\text{equil}})^2 \langle \sigma_{A\bar{A} \rightarrow X\bar{X}} |v| \rangle = & \int d\Pi_A d\Pi_{\bar{A}} d\Pi_X d\Pi_{\bar{X}} (2\pi)^4 \\ & \times \delta^4(p_A + p_{\bar{A}} - p_X - p_{\bar{X}}) |\mathcal{M}|^2 \exp\left(-\frac{E_A + E_{\bar{A}}}{T}\right) \end{aligned} \quad (4.3.16)$$

El término de dilución, $3Hn$, debido a la expansión, se puede eliminar trabajando con el cociente entre la densidad de partículas y la densidad de entropía.

Esta cantidad se denota por Y y se definió en (2.2.55). Como se dijo, Y se conserva siempre que no haya creación ni aniquilación de partículas, es decir, siempre que $n \propto a^{-3}$. Por otro lado, como sabemos que $s \propto a^{-3}$ a lo largo de la expansión, $\dot{s} = -3Hs$, por lo que entonces tenemos que

$$\dot{Y} = \frac{1}{s} (\dot{n} + 3Hn) \quad (4.3.17)$$

Por otra parte nos interesará trabajar con la temperatura, antes que con el tiempo. Por eso introducimos la variable independiente

$$x \equiv \frac{m}{T} \quad (4.3.18)$$

con la que utilizando la relación $\dot{T}/T = -\dot{a}/a = -H$, obtenida de (2.2.40), llegamos a

$$\dot{Y} = Hx \frac{dY}{dx} \quad (4.3.19)$$

Finalmente, si contemplamos la posibilidad que haya otros canales de aniquilación para A , simplemente tendremos que sumar las distintas contribuciones σ_j . Entonces la ecuación de Boltzmann (4.3.15) se puede escribir de forma general como

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{\langle \sigma|v| \rangle s}{xH(x)} (Y^2 - Y_{\text{equil}}^2) = -\frac{x \langle \sigma|v| \rangle s}{H(m)} (Y^2 - Y_{\text{equil}}^2) \quad (4.3.20)$$

donde σ incluye todos los posibles canales de aniquilación de A . En la segunda igualdad de (4.3.20) se ha utilizado (2.2.38) para establecer el cambio de variable (4.3.18)

$$H \simeq 1,66 g_*^{1/2} \left(\frac{T^2}{M_P} \right) = 1,66 g_*^{1/2} \left(\frac{m^2}{M_P} \right) x^{-2} \equiv H(m) x^{-2} \quad (4.3.21)$$

La figura 4.1 contiene una representación esquemática de las distintas soluciones de (4.3.20). En esta gráfica se puede ver el comportamiento descrito anteriormente. La densidad de partículas es la que corresponde al equilibrio hasta que el ritmo de interacciones cae por debajo del ritmo de expansión, momento a partir del cual la densidad comóvil se mantiene constante. La x en la

que se produce el desacoplamiento viene determinada por la sección eficaz de aniquilación. Cuanto mayor sea esta sección eficaz, más tardará en producirse el desacoplamiento y menos abundancia de partículas reliquia habrá en la actualidad.

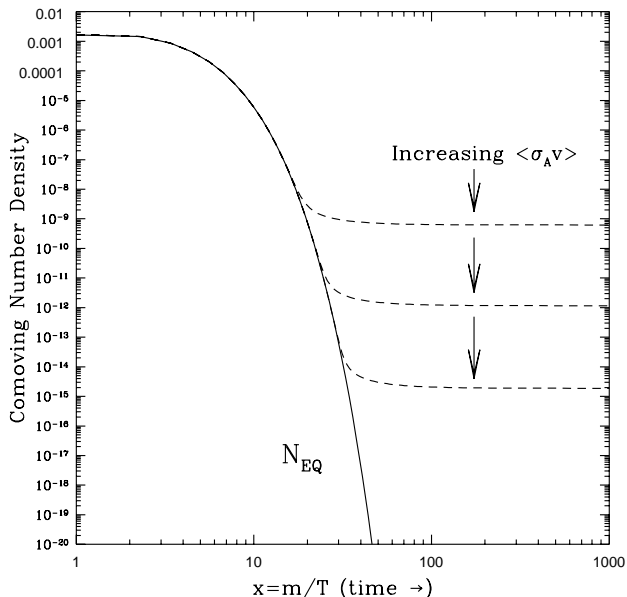


Figura 4.1: Densidad comóvil de partículas reliquia, que es proporcional a la densidad de partículas por densidad de entropía, $N \propto Y$. Las líneas discontinuas representan la densidad actual, mientras que la línea continua corresponde a la densidad en equilibrio. De la ref. [48].

Trabajando un poco la ecuación (4.3.20) es posible hacer visible analíticamente el criterio aproximado de desacoplo, $\Gamma/H \sim 1$, expuesto anteriormente. Definiendo

$$\Gamma \equiv n_{\text{equil}} \langle\sigma|v|\rangle \quad (4.3.22)$$

podemos reescribir (4.3.20)

$$\frac{x}{Y_{\text{equil}}} \frac{dY}{dx} = -\frac{\Gamma}{H} \left[\left(\frac{Y}{Y_{\text{equil}}} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.3.23)$$

que nos indica que el cambio de partículas A por volumen comóvil viene controlado por el factor Γ/H , que da una idea de la efectividad de las aniquilaciones y de la desviación de Y respecto del equilibrio.

De la ecuación (4.3.23) podemos deducir el comportamiento cualitativo descrito en la sección 4.1. Para altas temperaturas, el valor de x tiende a cero. En estas condiciones, se suele tener que $\Gamma \gg H$, por lo que, para que se cumpla (4.3.23) y el término de la derecha también sea muy pequeño, se tiene que cumplir que $Y \simeq Y_{\text{equil}}$. Para valores más grandes de x (temperaturas más bajas), cuando se cumple que $\Gamma \ll H$, el término de la izquierda es el que debe ser muy pequeño, por lo que en tal caso $Y \sim \text{ctte}$. Así, como $\Gamma \propto Y_{\text{equil}}$ y por lo tanto decrece conforme T disminuye, sea cual sea el régimen, tiene que existir un intervalo más o menos localizado, centrado en x_D , a partir del cual las aniquilaciones son ineficientes.

4.3.2. Procesos del tipo $A + 1 \leftrightarrow 2 + 3$

Consideremos ahora un proceso distinto al de aniquilación de pares, como por ejemplo el tipo $A + 1 \leftrightarrow 2 + 3$, donde las especies 1, 2 y 3 son especies del plasma que interactúan con A . El procedimiento para encontrar la correspondiente ecuación de Boltzmann, que nos dé la densidad de partículas A , es totalmente análogo al seguido en la sección 4.3.1. Lo que hará que encontremos una ecuación distinta a (4.3.23) será, básicamente, la combinación de las funciones de distribución que aparecen en el término de colisiones de la ecuación (4.3.14). Igual que en la sección 4.3.1, se supondrá que las especies 1, 2 y 3 están en equilibrio térmico y que tienen potencial químico nulo. Entonces, dicho término de colisiones $[f_A f_1 - f_2 f_3]$ del integrando se escribirá $[f_A \exp(-E_1/T) - \exp(-(E_2 + E_3)/T)]$. Igual que antes, se ha supuesto que las distribuciones térmicas de las especies 1, 2 y 3 son funciones de Maxwell-Boltzmann. La conservación de la energía implica que $E_A + E_1 = E_2 + E_3$, por

lo que el término de colisiones se escribe $[f_A - \exp(-E_A/T)] \exp(-E_1/T)$, o sea, $[f_A - f_A^{\text{equil}}] \exp(-E_1/T)$. Esto nos lleva a escribir la ecuación (4.3.14) como

$$\dot{n}_A + 3Hn_A = -\langle \sigma_{A+1 \rightarrow 2+3} |v| \rangle n_A^{\text{equil}} [n_A - n_A^{\text{equil}}] \quad (4.3.24)$$

donde igual que en (4.3.16) se ha definido

$$\begin{aligned} (n_A^{\text{equil}})^2 \langle \sigma_{A+1 \rightarrow 2+3} |v| \rangle &= \int d\Pi_A d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 (2\pi)^4 \\ &\times \delta^4(p_A + p_1 - p_2 - p_3) |\mathcal{M}|^2 \exp\left(-\frac{E_A + E_1}{T}\right) \end{aligned} \quad (4.3.25)$$

Análogamente al desarrollo de la sección 4.3.1, utilizamos las definiciones (2.2.55), (4.3.18), (4.3.21) y (4.3.22) para llegar a la ecuación

$$\frac{x}{Y_{\text{equil}}} \frac{dY}{dx} = -\frac{\Gamma}{H} \left[\frac{Y}{Y_{\text{equil}}} - 1 \right] \quad (4.3.26)$$

Hemos obtenido una ecuación ligeramente distinta a (4.3.23), pero con un comportamiento totalmente equivalente en lo que respecta al número de partículas de la especie A . De esta ecuación también podemos deducir que cuando $\Gamma \ll H$, el número de partículas por unidad de volumen comóvil se mantiene aproximadamente constante.

La ecuación (4.3.26) es importante para nosotros, ya que se utilizará en el capítulo 9 para calcular la densidad de axiones producidos térmicamente.

4.4. Densidad actual de partículas reliquia

Una de las características más importantes de las partículas reliquia es que pueden llegar a ser un componente importante de la materia oscura presente en el universo. Como se expone en el capítulo 3, la materia oscura contribuye en un 30 % a la densidad de energía total del universo. Por lo tanto, para saber

si la materia oscura se compone de una especie reliquia u otra, hay que saber calcular la densidad de partículas para dicha especie en la actualidad. Esto nos permitirá calcular la contribución a la densidad de energía del universo correspondiente a una especie de partículas reliquia.

Para calcular la densidad actual de partículas reliquia A , n_{A0} , se utiliza el valor de dicha densidad por unidad de densidad de entropía en la actualidad, que denotaremos como Y_∞ . Según la definición (2.2.55), conociendo el valor de Y_∞ y el de la densidad de entropía actual, s_0 , podemos deducir que

$$n_{A0} = Y_\infty s_0 \quad (4.4.27)$$

4.4.1. Densidad de entropía actual

El valor de s_0 se obtiene de (2.2.52), una vez que se conoce el valor actual de g_{*S} , definido en (2.2.53), y que denotaremos por g_{*S0} . Para calcularlo se deben considerar las especies que aún son relativistas en la actualidad. Éstas son los fotones y los neutrinos, por lo que

$$g_{*S0} = g_\gamma + \frac{7}{8} g_\nu \left(\frac{T_\nu}{T} \right)^3 \quad (4.4.28)$$

donde $g_\gamma = 2$ y $g_\nu = 6$, teniendo en cuenta las tres familias de neutrinos y anti-neutrinos. Actualmente, la temperatura de los neutrinos es ligeramente inferior a la de los fotones. Esto es debido a que, cuando se aniquilaron los pares e^+e^- dando fotones, los neutrinos ya estaban desacoplados del plasma térmico. Esto provocó que la transferencia de entropía correspondiente a dicha aniquilación influyera sólo en los fotones, y no en los neutrinos. Para calcular esta diferencia de temperatura debemos asumir que la entropía, S , de las partículas en equilibrio con los fotones, es la misma antes y después de la aniquilación de los pares e^+e^- . Recordemos que de (2.2.50) y (2.2.52) se tiene que $S \propto g_{*S} T^3 a^3$. Antes de la aniquilación, las partículas relativistas en equilibrio con los fotones son los electrones, positrones y los mismos fotones, por lo que $g_{*S} = 2 + \frac{7}{8}4 = 11/2$. Además, antes de la aniquilación, la temperatura de los neutrinos, T_ν , coincide con la de los fotones, T , por lo que antes de la aniquilación la entropía es $S \propto 11/2 T_\nu^3$. Después de la aniquilación, sólo quedan los fotones en equilibrio,

por lo que entonces $g_{*S} = 2$. Así, después de la aniquilación $S \propto 2T^3$, donde T es la temperatura de los fotones, que ahora difiere de T_ν . Imponiendo que la entropía es la misma antes y después de la aniquilación, encontramos la relación

$$\frac{T_\nu}{T} = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} \quad (4.4.29)$$

Con este resultado, podemos encontrar el valor de g_{*S0} en (4.4.28), que es

$$g_{*S0} = 2 + \frac{7}{8} 6 \frac{4}{11} = \frac{43}{11} \simeq 3,91 \quad (4.4.30)$$

Teniendo en cuenta que la temperatura actual de los fotones es $T_0 \simeq 2,75 \text{ K} = 12,01 \text{ cm}^{-1}$, se tiene que la densidad de entropía actual es

$$s_0 = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S0} T_0^3 \simeq 2970 \text{ cm}^{-3} \quad (4.4.31)$$

Con este resultado, para calcular la densidad actual de partículas reliquia en (4.4.27) sólo falta encontrar el valor de Y_∞ .

4.4.2. Cálculo de Y_∞

El valor de Y_∞ se obtiene solucionando la ecuación diferencial (4.3.23) (o bien (4.3.26)) y buscando $Y(x \rightarrow \infty)$. Para resolver estas ecuaciones hay que encontrar primero el comportamiento de Γ con la temperatura. Una vez conocido, no siempre es posible encontrar soluciones analíticas a (4.3.23) o (4.3.26) y hay que recurrir a métodos aproximados. De todas formas, siempre es posible utilizar el comportamiento cualitativo deducido de (4.3.23) y (4.3.26). Este comportamiento nos dice que $Y = Y_{\text{equil}}$ antes del desacoplamiento ($\Gamma \gg H$) y que $Y = \text{cte.}$ después del desacoplamiento ($\Gamma \ll H$). Se puede tomar $Y_\infty = Y_{\text{equil}}(x_D)$, donde x_D es el valor de x cuando $\Gamma \simeq H$. Este criterio aproximado considera que el desacoplamiento se produce instantáneamente de forma discreta en x_D , lo que no es cierto si se observa la figura 4.1. Desde que la partícula empieza a desacoplarse hasta que el valor de Y se mantiene constante, Y disminuye ligeramente, dependiendo de la variación de Y_{equil} en

torno a x_D . Cuanto más varíe Y_{equil} en x_D , más disminuirá el valor de Y , una vez que empiece el desacoplamiento.

Por tanto, para encontrar el valor de Y_∞ , es preciso conocer la función $Y_{\text{equil}}(x)$, que dependerá de si el régimen es relativista ($x \ll 1$) o no relativista ($x \gg 1$). Recordando (2.2.34), (2.2.35) y (2.2.52) y considerando el límite $\mu \ll T$ se tiene

$$Y_{\text{equil}} = \begin{cases} \frac{45\zeta(3)}{2\pi^4} g/g_{*S} \simeq 0,28 g/g_{*S} & (BE) \\ \frac{45\zeta(3)}{2\pi^4} \frac{3}{4} g/g_{*S} \simeq 0,21 g/g_{*S} & (FD) \end{cases} \quad (4.4.32)$$

para partículas relativistas, y

$$Y_{\text{equil}} = \frac{45}{2\pi^4} \sqrt{\frac{\pi}{8}} g/g_{*S} \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-m/T} \simeq 0,15 g/g_{*S} x^{3/2} e^{-x} \quad (4.4.33)$$

para las no relativistas.

Como podemos ver, cuando las partículas son relativistas el valor de Y_{equil} se mantiene constante. Por esta razón, cuando el desacoplo ocurre en el régimen relativista el valor de Y_∞ no depende de los detalles de éste. La única dependencia respecto del momento en el que ocurre la encontramos en el valor de g_{*S} . En cambio, cuando el desacoplamiento ocurre en régimen no relativista, la dependencia de x_D es mucho mayor.

La diferencia entre el valor de $Y_{\text{equil}}(x_D)$ y el valor de Y_∞ encontrado resolviendo la ecuación diferencial es bastante pequeña. Como se acaba de ver, esta diferencia es totalmente despreciable cuando el desacoplo ocurre cuando la partícula es aún relativista. En los cálculos realizados en esta tesis se ha adoptado este razonamiento cualitativo, ya que siempre nos ha interesado el caso del desacoplamiento de partículas relativistas. No obstante, para el caso de partículas que se desacoplaron siendo no relativistas, si se desea obtener valores más precisos de Y_∞ que los obtenidos con $Y_{\text{equil}}(x_D)$, el procedimiento a seguir para encontrarlos es bastante estándar [14].

Como ya se ha comentado, una de las razones por las que es importante saber calcular la densidad actual de partículas reliquia es para dilucidar si alguna de estas especies puede ser materia oscura. Por este motivo nos interesa

saber qué fracción de la densidad de energía del universo correspondería a partículas reliquia. En general, las partículas de las que se cree que pueden ser materia oscura son no relativistas en la actualidad, por lo que su densidad de energía actual es

$$\rho_{A0} = n_{A0} m_A \quad (4.4.34)$$

donde n_{A0} se encuentra a partir de (4.4.27). La contribución a la densidad del universo correspondiente a la partícula reliquia A , será

$$\Omega_A = \rho_{A0}/\rho_c = \frac{n_{A0} m_A}{\rho_c} \quad (4.4.35)$$

donde ρ_c es el valor de la densidad crítica en la actualidad, estimado en (2.2.28).

Como se ha visto en el capítulo 3, la contribución de la materia oscura a la densidad del universo está acotada por $\Omega_{\text{DM}} \lesssim 0,3$. Este límite, obviamente, también tiene que ser respetado por (4.4.35), lo que impone restricciones a las características de las partículas reliquia.

Capítulo 5

Nucleosíntesis primordial

5.1. El laboratorio más antiguo

La nucleosíntesis primordial o *Big Bang Nucleosynthesis* (BBN) describe los procesos que tienen lugar en el universo en el periodo comprendido entre $\simeq 10^{-2}$ s. hasta $\simeq 100$ s., es decir, cuando la temperatura abarca desde $\simeq 10$ MeV hasta $\simeq 0,1$ MeV. Es en estos momentos cuando se forman los núcleos más ligeros de la tabla periódica, que básicamente son ^4He , ^3He , D (deuterón) y ^7Li .

El modelo de la BBN se apoya en el modelo estándar de las partículas elementales y en el modelo de Friedmann-Robertson-Walker (FRW), expuesto en el capítulo 2. Este modelo, que se presentará a continuación, permite hacer predicciones acerca de la cantidad de núcleos ligeros que se formaron en los primeros minutos del universo, que son las llamadas concentraciones primordiales. Estas concentraciones pueden medirse desde la Tierra utilizando distintas técnicas. Esto permite confrontar las predicciones teóricas con las observaciones, verificando así procesos que se produjeron en los instantes iniciales del universo.

Las primeras ideas sobre la BBN aparecieron en los años 50. Gamow [49–51] y sus colaboradores Alpher y Herman [52] desarrollaron grandes avances en la teoría del Big Bang, como por ejemplo predecir la radiación de fondo. Sus especulaciones no eran del todo correctas, en lo que a la BBN se refiere, ya que predecían que en los primeros instantes del universo se habrían formado núcleos más pesados de los que realmente se formaron. No obstante, sus razonamientos permitieron que años más tarde, físicos como Fermi, Turkevich o Hayashi, revisaran la teoría correctamente. Los primeros cálculos realizados aplicando el modelo de la BBN son de los años 60 [53–55] y ha sido en los últimos 30 años cuando se ha trabajado más en el tema [56–62]. Los primeros datos de observaciones de las abundancias primordiales empezaron a llegar en los años 70, siendo mejorados constantemente. En una primera aproximación, predicciones y observaciones coincidieron espectacularmente, convirtiéndose así la BBN en una de las confirmaciones clave de la teoría del Big Bang. Además de este éxito, la BBN fue el primer método con el que se pudo calcular la densidad de bariones del universo, tal y como se verá más adelante.

Podría parecer entonces que este campo está cerrado científicamente, hecho que no es cierto si se miran las publicaciones que aparecen regularmente acerca del tema. Las razones por las que se sigue publicando en este campo después de tanto tiempo son diversas. Por una parte, a lo largo de los años, los datos observacionales de las abundancias primordiales han ido mejorando de forma significativa. Este avance, lejos de despejar dudas, ha creado nuevos conflictos y ha añadido algunas discrepancias. Hay que tener en cuenta que determinar mediante observaciones los elementos primordiales es una tarea nada sencilla. No sólo hay que medir concentraciones de elementos en distintos medios estelares, sino que hay que conocer también cuál ha sido la evolución de estos elementos desde que fueron creados, para saber si las concentraciones que observamos actualmente son mayores o menores que las primordiales. De esta manera, se puede llegar a extrapolar las abundancias primordiales. No obstante, medir las concentraciones de medios muy lejanos es equivalente a medir las concentraciones en un tiempo remoto. Por esta razón, las medidas más precisas provienen de observaciones en medios de gran *redshift*. El inconveniente de este tipo de medidas es que introducen un gran número de discrepancias sistemáticas entre distintas determinaciones.

Por otro lado, se han dedicado muchos esfuerzos a mejorar las predicciones teóricas de las abundancias primordiales, sobre todo en lo que se refiere a cuantificar incertidumbres. También el hecho de ir conociendo mejor los parámetros que rigen las reacciones nucleares relevantes en los procesos de la BBN permite emitir unas predicciones más precisas.

Por último, el hecho de que se hayan ido realizando otros experimentos basados en distintos fenómenos, que miden los mismos parámetros que se pueden verificar con la BBN, ha provocado que se siga investigando en el terreno de la BBN. El caso más claro son las medidas de anisotropías del fondo de radiación. Estas anisotropías dependen de distintos parámetros cosmológicos, siendo uno de ellos la densidad de bariones del universo. Como ya se ha comentado, uno de los primeros logros más importantes de la BBN fue asignar un valor a esta densidad de bariones. Hasta estos últimos años la precisión en las medidas del fondo de radiación no ha sido suficiente como para ofrecer valores para la densidad de bariones, susceptibles a ser comparados con las predicciones de la BBN. El poder comparar las medidas del mismo parámetro obtenidas con métodos completamente independientes, supone una comprobación espectacular de la teoría. Ciertas discrepancias entre estas dos determinaciones distintas han desencadenado un gran impulso investigador en los dos campos, como se comentará en la sección 5.5.

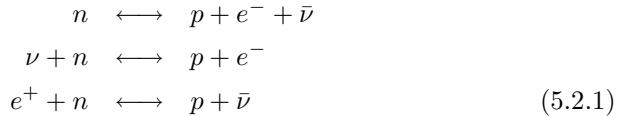
Así pues la BBN, junto con la expansión de Hubble y el fondo de radiación de microondas, es uno de los pilares sobre los que se sustenta la teoría del Big Bang. De los tres, la BBN da pruebas del universo en sus tiempos más remotos, por lo que podemos decir que el periodo de BBN es el laboratorio más antiguo de que disponemos. Es una herramienta que nos permite probar y acotar una gran cantidad de parámetros, y cualquier nueva teoría que surja tiene que pasar el test de la BBN. Ésta es otra razón por la que la BBN es un modelo que siempre será importante, ya que cualquier extensión del modelo estándar cosmológico tiene que ser consistente con las predicciones de la BBN. En los capítulos 7 y 8 de esta tesis se investigará hasta qué punto las restricciones que introduce la BBN ponen límites a algunas de las consecuencias derivadas de nueva física.

5.2. Formación de los núcleos ligeros y predicciones

En esta sección se describirán los procesos que tienen lugar en la BBN y que permiten determinar las abundancias primordiales.

Como se indicó en la sección 5.1, el periodo en el que tiene lugar la BBN es el comprendido entre $t \simeq 10^{-2}$ s. y $t \simeq 100$ s. Esto corresponde a un rango de temperaturas de $10 \text{ MeV} \gtrsim T \gtrsim 0,1 \text{ MeV}$, que es el rango de energías característico de las reacciones nucleares.

Comencemos con las condiciones iniciales del periodo de BBN, $T \simeq 10 \text{ MeV}$, correspondiente a $t \simeq 10^{-2}$ s. Las partículas presentes en el universo son fotones (γ), neutrinos (ν) y antineutrinos ($\bar{\nu}$) de las tres familias leptónicas, electrones (e^-), positrones (e^+), neutrones (n) y protones (p). Las reacciones entre estas partículas están mediadas por las interacciones débiles y son las siguientes



En estas condiciones iniciales, el ritmo de interacción de las reacciones (5.2.1), Γ_w , es mucho mayor que el ritmo de expansión del universo, H . Según lo expuesto en la sección 4.1, si $\Gamma_w \gg H$, todas las partículas involucradas en (5.2.1) se encuentran en equilibrio térmico y químico, por lo que las densidades en número siguen las distribuciones indicadas en (2.2.34) y (2.2.35). Dado que en esta época los neutrones y los protones son no relativistas, la proporción de sus densidades en número cuando están en equilibrio viene dada por

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{eq}} = e^{-\frac{m_n - m_p}{T}} \tag{5.2.2}$$

donde $m_n - m_p = 1,293 \text{ MeV}$.

En (5.2.2) se ha considerado que $m_n/m_p \simeq 1$ y que $\mu_n = \mu_p$. Esta última suposición se deriva de la condición de equilibrio químico para (5.2.1), que

nos dice que $\mu_n + \mu_\nu = \mu_p + \mu_e$, y de suponer que los potenciales químicos de los leptones son despreciables. Mientras $\mu_e/T \ll 1$ es una consecuencia de la neutralidad eléctrica del universo, la suposición de que $\mu_\nu/T \ll 1$ es más arbitraria, y cuando se quieren estudiar casos no estándares se suele considerar que no se cumple. El considerar $\mu_\nu \neq 0$ se conoce como BBN degenerada y en la sección 7.3 este caso será introducido como parte de la investigación que se lleva a cabo en esta tesis.

Debido a que la masa del neutrón es ligeramente superior a la del protón, la fracción de neutrones sobre protones, en equilibrio, sigue el comportamiento que se muestra en la figura 5.1, donde se puede observar que todos los neutrones acabarían convirtiéndose en protones. Así, si no hubiera ningún proceso que rompiera el equilibrio térmico, el universo primordial estaría formado sólo de hidrógeno.

Como se ha descrito en el capítulo 4, si el ritmo de interacción, Γ_w , se

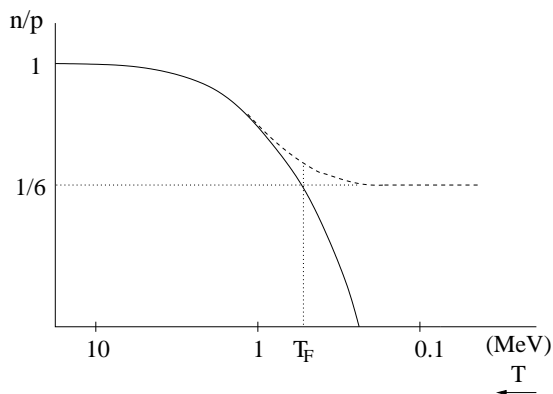


Figura 5.1: Fracción de neutrones sobre protones, en función de la temperatura. La línea continua representa la situación de equilibrio, descrita por (5.2.2). La línea discontinua es la evolución de la proporción n/p , una vez que se han desacoplado las interacciones débiles. No se ha tenido en cuenta la desintegración del neutrón, por lo que la proporción entre neutrones y protones se mantiene constante al valor $1/6$. El comportamiento es análogo al representado en la figura 4.1.

hace menor que el ritmo de expansión, H , se pierde el equilibrio térmico. Para saber cuándo se produce esta desviación del equilibrio, hay que conocer la evolución de Γ_w con la temperatura. Las reacciones (5.2.1) vienen mediadas por las interacciones débiles, así que por las características de dichos vértices, se tiene que $\Gamma_w \propto G_F^2$, donde $G_F \simeq 1,2 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ es la constante de Fermi. Si estamos en un régimen de temperaturas en el que $T > m_e$, G_F es el único parámetro dimensional, relevante para Γ_w . Entonces, por argumentos dimensionales, la dependencia respecto de la temperatura ha de ser tal que Γ_w tenga dimensiones de energía. Esta dependencia es $\Gamma_w \sim G_F^2 T^5$.

Si ahora recordamos de (2.2.38), que $H \sim T^2/M_P$, podemos realizar una estimación de la temperatura, T_F , en la que neutrones y protones se desacoplan del plasma térmico. Esto ocurre cuando $\Gamma_w \simeq H$, de donde

$$G_F^2 T^5 \simeq T^2/M_P \quad \implies \quad T_F \simeq (G_F^2 M_P)^{-1/3} \simeq 0,8 \text{ MeV} \quad (5.2.3)$$

Por debajo de T_F , las reacciones (5.2.1) a dos cuerpos se vuelven inefectivas y, si no fuera por el decaimiento del neutrón, la proporción entre neutrones y protones se mantendría constante, tomando el valor

$$\left(\frac{n}{p}\right)_F = e^{-\frac{m_n - m_p}{T_F}} \simeq \frac{1}{6} \quad (5.2.4)$$

como se muestra en la figura 5.1.

No obstante, aunque $\Gamma_w < H$, el sentido hacia la derecha de la primera reacción de (5.2.1) continúa siendo efectivo, siempre que los neutrones se encuentren libres. Así, la proporción n/p seguirá disminuyendo mientras los neutrones se vayan desintegrando a protones. Esto ocurrirá hasta que los neutrones y protones se ligen formando núcleos estables, impidiendo así la desintegración del neutrón.

La primera reacción nuclear necesaria para que se empiecen a formar núcleos es la unión de un protón con un neutrón para formar un deuterón



donde B_D representa un fotón con una energía correspondiente a la energía de ligadura del deuterón, $B_D = 2,2 \text{ MeV}$. Viendo esta energía de ligadura,

se podría pensar que el deuterón empieza a ser un núcleo estable a partir de temperaturas $T \simeq B_D$, es decir, antes de llegar a T_F . Esto no es así, ya que el número de fotones capaces de disociar el deuterón es mucho mayor que el número de bariones disponibles para formarlo. Este hecho se puede cuantificar si tenemos en cuenta el orden de magnitud de la densidad de bariones, n_B , por densidad de fotones, n_γ , en el universo. A tal fin se define el siguiente parámetro

$$\eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} \quad (5.2.6)$$

que, según lo descrito en la sección 2.2.4, se mantiene constante si no hay creación de entropía. Mediante distintos métodos, se estima el orden de magnitud $\eta \sim 10^{-9} - 10^{-10}$. Conocido este valor, se puede hacer una estimación de la temperatura a la que los núcleos de deuterio empiezan a ser estables. Esto ocurre cuando la densidad de núcleos de deuterio es del orden de la densidad de fotones, es decir, cuando se cumple que

$$e^{B_D/T} \sim \eta^{-1} \quad (5.2.7)$$

Así, podemos ver que la temperatura a la que se empiezan a formar núcleos de deuterio es $T_D \simeq 0,1$ MeV, correspondiente a un tiempo $t \simeq 100$ s. Una vez que los neutrones están ligados, la proporción de neutrones sobre protones se mantiene constante, con un valor ligeramente inferior al calculado anteriormente en (5.2.4), debido al factor correspondiente a la desintegración del neutrón durante un tiempo $\Delta t \simeq 100$ s. Así, la fracción final de neutrones sobre protones es

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{end}} = e^{-\frac{m_n - m_p}{T_F}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_n}} \simeq \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} \simeq \frac{1}{7} \quad (5.2.8)$$

donde se ha utilizado $\tau_n = 885,7$ s. para la vida media del neutrón.

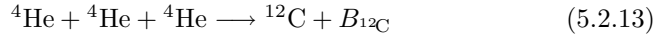
Una vez que la reacción (5.2.5) es efectiva hacia la derecha, se abre una serie de canales nucleares, iniciados con un deuterón. Estos son básicamente



siendo (5.2.11) la reacción más efectiva, debido a que el ${}^4\text{He}$ es el núcleo más fuertemente ligado de todos los formados. Como todas estas reacciones se producen cuando la temperatura es inferior a $T_D \simeq 0,1$ MeV, tienen lugar en una sola dirección. El hecho de que en la naturaleza no existan núcleos estables con números de masa $A = 5, 8$ es lo que explica que en la BBN no se formen núcleos más pesados en concentraciones apreciables. Por ejemplo, la reacción



no es efectiva, ya que el ${}^8\text{Be}$ es inestable e inmediatamente decae a ${}^4\text{He}$. El resto de núcleos más pesados se formarán mucho más tarde en la nucleosíntesis estelar, ya que en las estrellas las densidades son mucho mayores, lo que permite que se produzcan reacciones a tres cuerpos, como por ejemplo



Así, la cadena de reacciones principal es primero (5.2.5) y luego (5.2.11), siendo el ${}^4\text{He}$ el núcleo más abundantemente creado. La cantidad de núcleos de ${}^4\text{He}$ formados vendrá limitada por la cantidad de neutrones disponibles para producir la reacción (5.2.5). Así, en primera aproximación, según (5.2.5) y (5.2.11), todos los neutrones disponibles pasan a formar ${}^4\text{He}$, en proporción de un núcleo por cada dos neutrones, es decir, $n_{\text{He}} = n/2$. La cantidad de ${}^4\text{He}$ primordial se suele expresar como su fracción en masa, Y_P . Así, de forma aproximada se tiene

$$Y_P = \frac{4n_{\text{He}}}{n+p} = \frac{4n/2}{n+p} = \frac{2n/p}{1+n/p} \simeq 0,25 \quad (5.2.14)$$

donde para la fracción de neutrones sobre protones se ha utilizado el valor (5.2.8). Ésta es, en primera aproximación, la predicción que ofrece la BBN para la abundancia primordial de ${}^4\text{He}$. Esta aproximación coincide de forma asombrosa con las observaciones.

No obstante, no todos los neutrones acaban formando núcleos de ${}^4\text{He}$. Llega un momento en que la temperatura disminuye hasta valores en los que no es posible romper las barreras de Coulomb. Es decir, la repulsión electrostática entre deuterones impide que se produzca la reacción (5.2.11), por lo que los

neutrones restantes forman deuterio, aunque en densidades muy pequeñas. El orden de magnitud de la proporción de núcleos de deuterio sobre protones es $D/H \sim 10^{-5}$.

Con lo dicho hasta ahora, podemos deducir de forma cualitativa qué factores determinan las abundancias de ${}^4\text{He}$ y de D. La cantidad de ${}^4\text{He}$ sintetizado es muy sensible a la cantidad de neutrones disponibles cuando éste se empieza a formar. Esta cantidad de neutrones depende del momento en que se produce el desacoplamiento de las interacciones débiles, es decir, de la competición entre el ritmo de interacción Γ_w y la expansión del universo, H . Así, Y_P varía significativamente en función de la velocidad de expansión del universo. Por esta razón se suele llamar al ${}^4\text{He}$ el cronómetro cosmológico. En cambio, la concentración final de D dependerá sobre todo de cuantos neutrones queden una vez deje de formarse ${}^4\text{He}$. Como se ha dicho, el ${}^4\text{He}$ se forma entre T_D y la temperatura a la que ya no es posible superar la barrera de Coulomb. Al ser $D/H \sim 10^{-5}$, la duración de este periodo limita considerablemente la concentración de D, mientras que casi no afecta a la abundancia de ${}^4\text{He}$. Esta duración viene determinada por el momento en que la abundancia de deuterones empieza a ser significativa, es decir, cuando la reacción (5.2.5) es efectiva hacia la derecha. Como ya se ha dicho, esto ocurre cuando se cumple (5.2.7), por lo que vemos que la abundancia de D será altamente sensible al parámetro η , definido en (5.2.6). Por esta razón, se dice que el deuterio es el mejor bariómetro del universo.

Aparte de ${}^4\text{He}$ y D, en la BBN también se forman núcleos de ${}^3\text{He}$ y de ${}^7\text{Li}$, pero de forma residual. Sus abundancias son del orden ${}^3\text{He}/H \sim 10^{-6}$ y ${}^7\text{Li}/H \sim 10^{-10}$ y, como se verá, son muy difíciles de medir, por lo que la información que proviene de estos núcleos es muy pobre. Por esta razón, estos núcleos se utilizan poco para obtener predicciones relevantes.

Todo lo expuesto en esta sección es un desarrollo semi cualitativo de los procesos relevantes que ocurren en la BBN. En realidad, para obtener datos precisos se utiliza un código que simula una red de 88 reacciones entre 26 núcleos, en una caja en expansión [63, 64]. Básicamente, el programa resuelve numéricamente un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, completamente acopladas. Las concentraciones finales dependen de un gran número de

parámetros, que se pueden modificar según convenga.

5.3. Parámetros relevantes para la BBN

Son muchos los parámetros de los que dependen las abundancias primordiales predichas por la BBN. Cualquier parámetro que afecte a la expansión del universo, al ritmo de las reacciones nucleares, a las interacciones débiles, a las energías de ligadura, etc..., será importante, de una u otra manera, en las concentraciones finales de los núcleos ligeros. En esta sección se citarán sólo algunos de los parámetros que introducen variaciones en las predicciones; es imposible enumerarlos todos, ya que son una infinidad. Precisamente, este gran número de parámetros relevantes hace que la BBN sea una herramienta muy potente para poner a prueba nueva física.

5.3.1. Ritmo de expansión

Primero veamos cuál es el efecto de un aumento del ritmo de expansión del universo, H . Las interacciones débiles que median las reacciones (5.2.1) se desacoplan con anterioridad, es decir, aumenta la temperatura de desacoplo, T_F . De (5.2.4) se deduce fácilmente que este aumento en T_F provoca que haya más neutrones disponibles para formar ${}^4\text{He}$. Así, un aumento en H provoca un aumento en Y_P . Además, si hay más neutrones, se formarán más núcleos de deuterio, una vez que la reacción (5.2.11) no sea efectiva.

Los factores que pueden afectar al ritmo de expansión H son diversos. En la ecuación de Friedmann para el periodo de radiación, (2.2.38), vemos que una variación en g_* o en G modifica el ritmo de expansión. Empezando con g_* , este parámetro mide el número de grados de libertad relativistas, así que cualquier partícula relativista que añadamos al modelo estándar tendrá un efecto sobre las abundancias primordiales. El caso paradigmático es la restricción de la BBN al número de neutrinos ligeros, consistente con los resultados experimentales de LEP [65–68]. La constante de gravitación de Newton también afecta al ritmo

de expansión, así que cualquier variación en G también influye en la BBN. Esta constante ha sido medida con gran precisión en experimentos terrestres, pero ciertas situaciones exóticas, como una dependencia temporal o que su valor sea distinto para distintos tipos de materia, se pueden poner a prueba mediante la BBN. Estos tests permiten indagar en las propiedades gravitatorias de la materia. En el capítulo 8 de esta tesis se utiliza esta herramienta para investigar cómo es el campo gravitatorio generado por antimateria.

La misma ecuación de Friedmann (2.2.38), que nos indica el ritmo de expansión del universo, también puede estar sujeta a alteraciones. Las predicciones de la BBN son altamente sensibles a cualquier modificación de esta ecuación, tal y como se muestra en el trabajo sistemático presentado en el capítulo 7. Como se vio en el capítulo 2, la ecuación de Friedmann es una consecuencia directa de las ecuaciones de Einstein (2.2.7). En los últimos años han surgido distintas teorías que sugieren modificaciones de estas ecuaciones, por lo que el trabajo realizado en el capítulo 7 representa una herramienta de gran utilidad para acotar cualquiera de estas nuevas teorías.

5.3.2. Interacciones débiles

Cualquier factor que modifique el ritmo de interacción, Γ_w , afectará a las abundancias primordiales, por la misma razón que les afecta cualquier cambio en el ritmo de expansión, H , pero en sentido inverso. Es decir, aumentar el valor de Γ_w es de alguna forma equivalente a disminuir el ritmo H . Si se aumenta el valor de Γ_w , las reacciones (5.2.1) son más efectivas, por lo que el equilibrio térmico se mantiene durante más tiempo. Esto quiere decir que la temperatura de desacoplamiento, T_F , es más pequeña y el número de neutrones en (5.2.4) es menor, lo que produce una disminución de Y_P . Esto se ve claramente en (5.2.3), donde un aumento de la constante de Fermi, G_F , produce una disminución de T_F .

Todos los factores que influyen en Γ_w influyen de la misma manera en la vida media del neutrón, τ_n . Por esta razón, los cambios en Γ_w se parametrizarán siempre a través de τ_n , siendo $\Gamma_w \propto \tau_n^{-1}$. Así, si disminuye τ_n , aumenta Γ_w ,

por lo que disminuye Y_P .

Por otra parte, una disminución de τ_n también provoca que decaigan un mayor número de neutrones en el lapso que abarca desde que se desacoplan las interacciones débiles hasta que se empiezan a sintetizar deuterones. En (5.2.8) se ve claramente que esto contribuye a que haya menos neutrones disponibles para formar ${}^4\text{He}$. Así, ya sea por un efecto u otro, una disminución de τ_n siempre implica una disminución de Y_P .

Otros factores que también afectan a Γ_w y a τ_n son las masas de las partículas que intervienen en las reacciones (5.2.1), es decir, los nucleones y los electrones.

Aparte de las interacciones débiles, el ritmo de las reacciones nucleares también influye en las abundancias primordiales, aunque en menor medida. Así, conforme se han ido afinando todas las secciones eficaces de los 88 procesos relevantes para el código de la BBN, las predicciones han ido mejorando. Lo mismo ocurre con las energías de ligadura de los 26 núcleos que participan en las reacciones.

5.3.3. Densidad de bariones

La densidad de bariones es uno de los factores más relevantes que interviene en la BBN. Esta densidad puede expresarse en función de η , definido en (5.2.6),

$$\Omega_B \equiv \frac{\rho_B}{\rho_c} = \frac{n_\gamma m_B}{\rho_c} \eta \simeq 3,65 \times 10^7 h^{-2} \eta \quad (5.3.15)$$

donde el valor de n_γ se encuentra a partir de (2.2.34) y de la temperatura del fondo de radiación. Tal y como se muestra en (2.2.28), el valor de la densidad crítica, ρ_c , viene parametrizado por la constante adimensional h , definida en (2.2.26).

Como ya se ha discutido en la sección 5.2, el deuterón es el núcleo más sensible al parámetro η , aunque, en mayor o menor medida, todas las abundancias dependen de la densidad de bariones. Para ver cómo afecta la variación de η

a la abundancia D/H , hay que fijarse en la expresión (5.2.7), que nos da la temperatura T_D , a la que se empiezan a formar los núcleos de deuterio con los que se producirán las demás reacciones nucleares. Es fácil ver que cuanto mayor sea η , mayor será T_D , lo que implicará que las reacciones nucleares empiecen antes. Esto provocará que se forme ${}^4\text{He}$ durante más tiempo, por lo que quedarán menos neutrones para formar D , disminuyendo así el valor de D/H . Este comportamiento, junto con la dependencia de las demás abundancias respecto de η , se puede ver en la figura 5.2.

Uno de los primeros éxitos de la BBN consistió en ser el primer método que permitió determinar la densidad de bariones. Como se verá en la sección

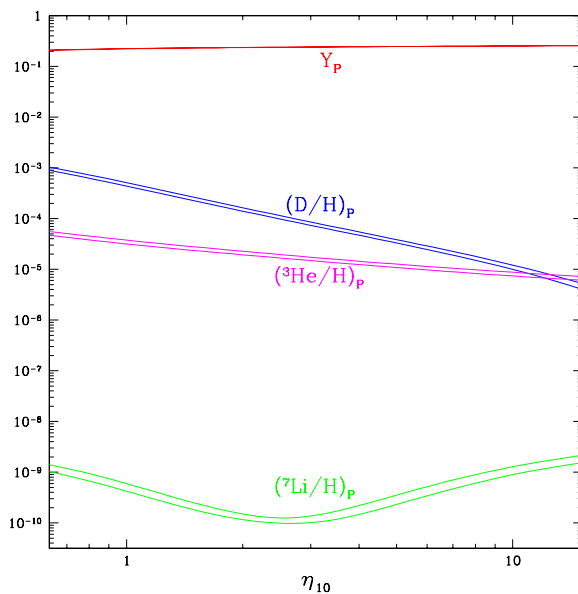


Figura 5.2: Predicciones de la fracción de masa de ${}^4\text{He}$, Y_P , y de las abundancias en número de núcleos de D , ${}^3\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$ respecto de los de hidrógeno. Las predicciones se presentan en función de la densidad de bariones, recogida en el parámetro $\eta_{10} \equiv 10^{10}\eta$. De la ref. [69].

5.4, debido a que el deuterio no se produce en medios estelares, la medida de la abundancia de deuterio en quásars muy lejanos suministra una cota inferior para el componente primordial de D/H. Tal y como se ha argumentado, la concentración de deuterones disminuye al aumentar η , por lo que una cota inferior en D/H implica una cota superior para la densidad de bariones. De esta forma, en 1973 [70] se encontró por primera vez un límite superior para la densidad de bariones en el universo, resultando que $\Omega_B \ll 1$, lo que indica que sólo con bariones no se puede llegar a la densidad crítica.

Una de las confirmaciones más sólidas de la validez de la BBN fue que los primeros análisis implicaron un rango de η compatible con todas las observaciones de las abundancias primordiales. No obstante, como se verá en la sección 5.4, los errores eran grandes, sobre todo los sistemáticos, habiendo discrepancias significativas entre distintas observaciones para el mismo elemento. A medida que se han ido mejorando las observaciones, ha ido desapareciendo este rango compatible para η , trabajando a un nivel de confianza de 1σ . Como se explicará en la última sección del capítulo, esto ha permitido testear distintas especulaciones que darían explicación a las discrepancias encontradas.

Con el avance de las observaciones se ha llegado a un rango de compatibilidad para η [71]

$$3,4 \leq \eta_{10} \leq 6,9 \quad (5.3.16)$$

a un nivel de confianza de 2σ y donde se ha definido

$$\eta_{10} \equiv 10^{10} \eta \quad (5.3.17)$$

Utilizando (5.3.15) encontramos un rango, a un nivel de confianza del 95 %, para la densidad de bariones

$$0,012 \leq \Omega_B h^2 \leq 0,025 \quad (5.3.18)$$

A partir de este resultado se obtienen dos informaciones cruciales. La densidad de materia luminosa es $\Omega_{\text{lum}} \simeq 0,0024 h^{-1}$ [72], por lo que $\Omega_B \gg \Omega_{\text{lum}}$. Esto implica que la mayoría de bariones del universo son ópticamente oscuros, dando evidencia de la existencia de la materia oscura bariónica.

Por otra parte, en el capítulo 3 se ha visto que la densidad total de materia en el universo es $\Omega_M \sim 0,3 \gg \Omega_B$, por lo que se deduce que el 99 % de la

materia del universo es materia oscura, siendo el 95 % de ésta de naturaleza no bariónica. Esta sería la evidencia más clara de la existencia de la materia oscura no bariónica, una de las grandes preguntas de la cosmología actual. En el capítulo 10 de esta tesis se presenta el trabajo realizado para dar una posible respuesta a la naturaleza de dicha materia oscura no bariónica.

5.3.4. Asimetría entre neutrinos y antineutrinos

Finalmente, otro parámetro que influye en las predicciones de las abundancias primordiales es el potencial químico de los neutrinos, que introduce una asimetría entre neutrinos y antineutrinos. En el modelo estándar se suele tomar $\mu_\nu = 0$ para las tres familias. No obstante, al no estar este parámetro determinado experimentalmente, siempre existe la posibilidad de considerar que $\mu_\nu \neq 0$, para alguna de las familias de neutrinos, siendo la asimetría entre neutrinos electrónicos la que más afecta a las predicciones de la BBN. Aunque en principio no hay ningún motivo para pensar que el valor de μ_ν tiene que ser el mismo para todas las familias leptónicas, tal y como se afirma en [73], las oscilaciones entre neutrinos llevarían a que $\mu_{\nu_e} \simeq \mu_{\nu_\mu} \simeq \mu_{\nu_\tau} \equiv \mu_\nu$. Nosotros adoptaremos la hipótesis de un único potencial químico, μ_ν . Debido a la dependencia de μ_ν respecto de la temperatura, se suele usar el parámetro $\xi_\nu \equiv \mu_\nu/T_\nu$, constante en T .

En la sección 5.2 se ha llegado a la expresión (5.2.2) considerando que $\mu_\nu = 0$. Si $\mu_\nu \neq 0$, la proporción de neutrones sobre protones, en equilibrio térmico, es

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{eq}} \Big|_{\mu_\nu \neq 0} = e^{-\xi_\nu} e^{-\frac{m_n - m_p}{T}} \quad (5.3.19)$$

de donde se deduce fácilmente que un valor positivo de ξ_ν hace disminuir el valor previsto para Y_P . El efecto ξ_ν sobre las otras abundancias es mucho más pequeño, por lo que se considera despreciable.

El escenario que considera la formación de núcleos ligeros primordiales en presencia de un potencial químico para los neutrinos se conoce como BBN

degenerada. Como ya se comentó previamente, consideraremos este escenario en detalle en la sección 7.3 de esta tesis.

5.4. Observaciones de las abundancias primordiales

Las predicciones de la BBN para D, ^3He , ^4He y ^7Li corresponden a las concentraciones presentes cuando $t \sim 200$ s. Sin embargo, las abundancias observadas corresponden a épocas muy posteriores, después del comienzo de la nucleosíntesis estelar. Por esta razón, la mayor dificultad para determinar experimentalmente las abundancias primordiales reside en que los distintos elementos sintetizados han sufrido un gran número de procesos químicos, con lo cual las abundancias observadas actualmente difieren significativamente de las concentraciones primordiales. Los núcleos de D, ^3He , ^6Li y ^7Li son muy frágiles y se consumen rápidamente dentro de las estrellas, a una temperatura relativamente baja, de unos cuantos 10^6 K. Generalmente, el gas dentro de una estrella suele superar temperatura crítica. Además, los núcleos de ^3He , ^7Li y especialmente el de ^4He también se producen en las estrellas. Sin embargo, aunque los procesos estelares pueden alterar las abundancias de los núcleos ligeros respecto de sus valores primordiales, también producen otros elementos pesados, como C, N, O y Fe, es decir, metales. Estos metales son el rastro de la actividad estelar, por lo que si se buscan regiones astrofísicas con bajas abundancias en metales, las abundancias de elementos ligeros allí medidas se acercarán en principio a sus valores primordiales. Estas regiones suelen ser medios estelares lo más lejanos posible (alto *redshift*), lo que equivale a medir en tiempos lo más remotos posible, cuando aún no había habido mucha actividad estelar. De todas formas, aunque la metalicidad sea baja, es difícil demostrar que las abundancias medidas son realmente las primordiales.

Para todos los elementos, los errores sistemáticos son los más importantes y usualmente son los que limitan la precisión con la que se estiman las abundancias primordiales. A medida que los métodos de observación se han ido sofisticando, la situación se ha vuelto más compleja, en contra de lo que podría

pensarse. Han surgido discrepancias relevantes entre distintas observaciones, todas ellas de origen sistemático. A continuación se describirá brevemente los datos actuales, y algún detalle de cómo se han tomado, para los núcleos D, ^4He , ^7Li y ^3He .

5.4.1. ^4He

El helio se observa en el gas ionizado y caliente ($T \gg 10^4$ K) que hay cerca de estrellas luminosas jóvenes. Las zonas donde se encuentra este gas se llaman H II y están formadas mayormente por hidrógeno y helio, siendo la abundancia en O de 0,02 a 0,2 veces menor que la del Sol. Estas regiones H II son bastante comunes dentro de nuestra y otras galaxias. La fracción de masa Y del ^4He se mide en función de la abundancia de O o N, en distintas galaxias. Un pequeño cambio de Y respecto de O o N es la evidencia más clara de que la Y medida es prácticamente primordial. Con una regresión y en el límite en el que la abundancia de O y N es cero, se encuentra la predicción de Y_P [74]. Análisis recientes [75] indican el siguiente rango para Y_P , a nivel de 1σ

$$Y_P = 0,238 \pm 0,005 \quad (5.4.20)$$

Este rango se representa en la figura 5.3, donde también se muestra la predicción teórica de Y_P en función del parámetro η .

5.4.2. D

La evolución del deuterio después de la BBN es más simple. El deuterio es destruido en las estrellas, produciéndose ^3He . Debido a que es un núcleo muy débilmente ligado, no hay ningún proceso astrofísico que pueda producir cantidades significativas de deuterio. Por esta razón, cualquier medida de deuterio proporciona un límite inferior para su abundancia primordial. En los últimos años, gracias a espectros de alta resolución, se ha visto que en sistemas de quásars de alto *redshift* y baja metalicidad hay presencia significativa de deuterio. Se cree que estos sistemas no se encuentran contaminados por procesos

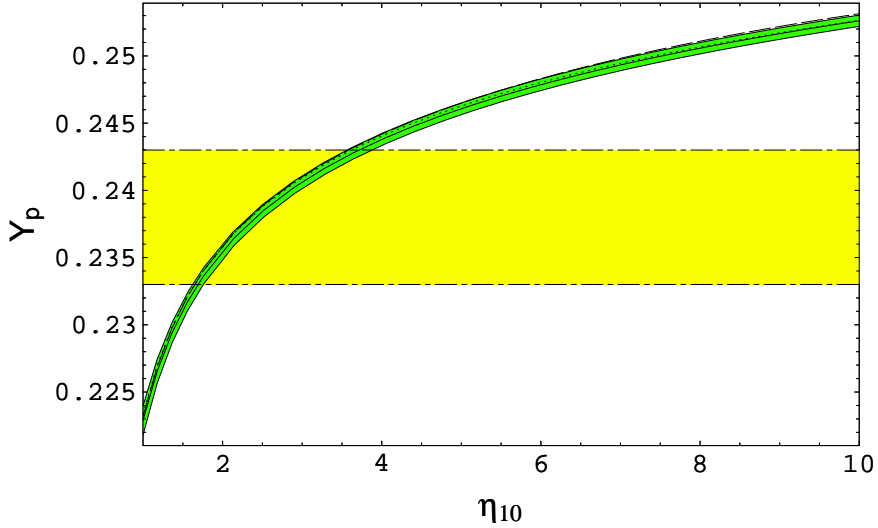


Figura 5.3: Predicción de la fracción en masa del ^4He , en función de la densidad de bariones, η_{10} . Las líneas horizontales indican el rango de Y_P permitido por las observaciones. De la ref. [76].

estelares, por lo que la abundancia de deuterio que se observa tiene que estar muy cerca de la primordial.

Estas medidas de deuterio son las primeras de elementos ligeros a distancias cosmológicas y presentan una gran cantidad de errores sistemáticos. Una fuente de error podría ser la estructura de velocidad de los quásars, que debe ser sencilla para obtener medidas fiables. También las correcciones por ionización introducen errores. Esta gran cantidad de errores sistemáticos provoca que de distintas observaciones se obtengan distintos resultados, no siempre compatibles entre sí. Hasta hace unos años existía una dicotomía entre distintas medidas y se tomaban como estándares dos de ellas, incompatibles entre sí [76, 77]

$$\text{D}/\text{H}^l = (3,4 \pm 0,3) \times 10^{-5} \quad (5.4.21)$$

$$\text{D}/\text{H}^h = (2,0 \pm 0,5) \times 10^{-4} \quad (5.4.22)$$

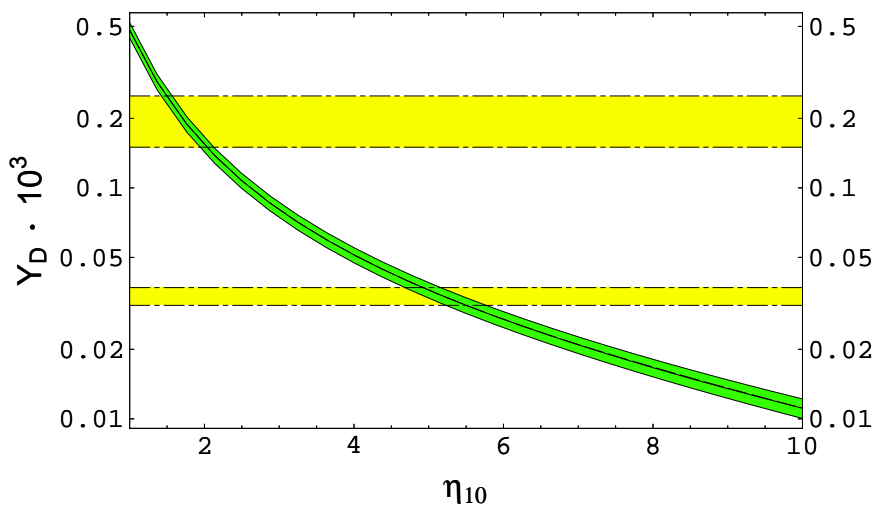


Figura 5.4: Predicción de la abundancia de deuterones sobre núcleos de hidrógeno ($Y_D \equiv D/H$), en función de la densidad de bariones, η_{10} . Las líneas horizontales indican los rangos de Y_D permitidos por las observaciones. El rango superior corresponde a D/H^h y el inferior a D/H^l . De la ref. [76].

diferenciadas por los superíndices l (low) y h (high). Estos son los rangos que se presentan en la figura 5.4. No obstante, lo usual siempre fue tomar un rango conservador, que englobara (5.4.21) y (5.4.22).

En los últimos años, esta discrepancia ha desaparecido, apareciendo medidas más precisas para el deuterio. Las que se toman como estándares en la actualidad son [78, 79]

$$D/H = (2,78 \pm 0,29) \times 10^{-5} \quad (5.4.23)$$

Como se verá en la siguiente sección 5.5, estas medidas recientes discrepan de las del ${}^4\text{He}$ en lo que se refiere a la dependencia de la densidad de bariones. Este hecho, junto con las medidas de η del fondo de radiación, ha provocado una “crisis”, en el aspecto de las medidas de abundancias primordiales.

5.4.3. ${}^7\text{Li}$

Las medidas de la concentración de litio son más problemáticas. Los sistemas más adecuados para la observación del ${}^7\text{Li}$ son las atmósferas de estrellas de metalicidad pobre situadas en el halo de nuestra galaxia. Estas estrellas, llamadas POP II, son muy antiguas y tienen metalicidades que van de 10^{-4} a 10^{-5} veces la metalicidad del Sol [80]. Las observaciones han indicado que el Li no varía significativamente en estrellas POP II con metalicidades menores a una trigésima parte de la del Sol [81–85]. Estos conjuntos de estrellas se conocen como el *Spite plateau* (altiplano de Spite) [81]. Sin embargo, distintos factores dificultan la obtención de la abundancia primordial. Por un lado, la detección de ${}^6\text{Li}$ en estas estrellas sugiere que, antes de la formación de éstas, se creó ${}^6\text{Li}$ y ${}^7\text{Li}$. Por otra parte, se observa una pequeña correlación, aunque significativa, entre el Li y el Fe. Todo esto indica que el ${}^7\text{Li}$ observado en estas estrellas no es el primordial. Si el origen del Li y del Fe es el mismo, para encontrar el componente primordial del ${}^7\text{Li}$ se puede extrapolar a metalicidad cero [84], igual que se hace con el ${}^4\text{He}$. La diferencia es que para el caso del ${}^7\text{Li}$ puede haber un aumento adicional de la abundancia, debido a las interacciones de los rayos cósmicos en el medio interestelar. Esto hace que las extrapolaciones sean mucho menos fiables. Teniendo en cuenta todos estos factores, la estimación del ${}^7\text{Li}$ está en el rango [71]

$${}^7\text{Li}/\text{H} = (0,59 - 4,1) \times 10^{-10} \quad (5.4.24)$$

5.4.4. ${}^3\text{He}$

La abundancia primordial del ${}^3\text{He}$ es la más difícil de estimar, ya que este núcleo se crea y se destruye en medios estelares. Además, las únicas observaciones disponibles corresponden al sistema solar y a regiones H II de nuestra galaxia, con alta metalicidad [86]. Esto hace que la estimación de la abundancia primordial sea muy difícil. Este problema se agrava debido a que los modelos de nucleosíntesis estelares están en conflicto con las observaciones de ${}^3\text{He}$ [87]. Por estas razones no es apropiado utilizar el ${}^3\text{He}$ como un indicador cosmológico. Más bien al contrario, se puede obtener información astrofísica utilizando el valor de la abundancia primordial de ${}^3\text{He}$ predicha por la BBN.

5.5. Situación actual

Como se dijo en la sección 5.3.3, una de las primeras confirmaciones del modelo de la BBN fue encontrar un rango de η para el que fueran compatibles las observaciones de las abundancias primordiales, sobre todo las del D y del ${}^4\text{He}$. A partir de las figuras 5.3 y 5.4, se puede ver que este rango para la densidad de bariones se encuentra alrededor de $\eta_{10} \simeq 2$, si se toma (5.4.22) como rango permitido por las observaciones para el deuterio.

No obstante, las observaciones para el deuterio han mejorado considerablemente en los últimos años, resolviendo la dicotomía entre D/H^l y D/H^h , dando (5.4.23) como rango permitido. Con estos nuevos valores, vemos que desaparece el rango de η compatible con las observaciones de deuterio y de ${}^4\text{He}$.

Esta discrepancia se agrava con las medidas del fondo de radiación. El experimento WMAP da un valor

$$\eta = (6,13 \pm 0,25) \times 10^{-10} \quad (5.5.25)$$

Esta predicción sería para el momento de recombinación, es decir, 300.000 años después de la etapa de la BBN. De todas formas, si durante este intervalo de tiempo la entropía por volumen comóvil se ha conservado, el valor de η tiene que haberse mantenido constante, pudiendo sólo haber disminuido en el caso de creación de entropía. Así, complementando la figura 5.4 con el nuevo rango (5.4.23) para el deuterio, vemos que los valores de η (5.5.25) concuerdan de forma espectacular con las nuevas medidas del deuterio. Este acuerdo representa una confirmación sin precedentes de la teoría del Big Bang. Dos experimentos independientes, que analizan momentos muy distintos de la historia del universo, miden el mismo parámetro utilizando la misma teoría y llegan a la misma conclusión.

Esta impresionante corroboración reafirma las medidas del deuterio, por lo que la discrepancia parece apuntar a un problema en el ${}^4\text{He}$. Básicamente el problema consiste en que, para el rango de η permitido por el deuterio y las medidas de WMAP, la predicción de ${}^4\text{He}$ es más alta que lo permitido por las observaciones. Así, el problema puede ser que las predicciones teóricas de $Y_{\mathcal{P}}$

sean incorrectas, dando valores demasiado altos, o bien que las observaciones no se hagan correctamente y que el ${}^4\text{He}$ medido sea inferior al real.

Por esta razón, las soluciones pueden venir de distintas direcciones. Quizás surja nueva física que haga variar las predicciones de las abundancias primordiales, disminuyendo el valor de Y_P predicho, o bien sea necesario interpretar mejor las medidas de ${}^4\text{He}$.

En este último año han aparecido infinidad de trabajos que tratan de solucionar esta crisis, sin llegar a ningún acuerdo unánime. Algunos de ellos [88,89] proponen un planteamiento inverso que sería utilizar las medidas de WMAP y del deuterio para encontrar un rango fiable de la densidad de bariones. Con este rango se podría hacer una predicción de Y_P , que se tomaría como la correcta. La comparación de esta concentración de ${}^4\text{He}$ con las observaciones, nos llevaría a una mejor comprensión de la astrofísica del ${}^4\text{He}$, como la evolución estelar, los rayos cósmicos, etc...

Hay trabajos [90] que plantean un análisis de los errores sistemáticos que afectan a las medidas del ${}^4\text{He}$, pues según ellos nunca han sido bien analizados. Reestudiando estos errores y utilizando rangos muy conservadores se consigue encontrar rangos compatibles para el deuterio y el ${}^4\text{He}$.

Por otro lado hay una serie de trabajos en los que se propone nueva física para resolver el problema. Hay que señalar que cualquier tipo de nueva física introduce nuevos parámetros que generalmente se pueden ajustar para hacer cuadrar las medidas de ${}^4\text{He}$ y deuterio. Por ejemplo, en [91] se introduce un potencial químico para los neutrinos y se modifica el ritmo de expansión del universo. En [92] hacen variar el valor de la constante α_{em} y el ritmo de expansión, simultáneamente. Los mismos autores, en [93] proponen un escenario basado en las teorías de Qballs, en las que hay producción de bariones después de la BBN y una asimetría en los leptones antes de la BBN. En [94] se propone una solución en la que bosones y fermiones se acoplarían de forma distinta al campo gravitatorio. En [95] se usan nuevas medidas [96] de la vida media del neutrón. El nuevo valor de τ_n es más pequeño y esto implica valores de Y_P más pequeños, como se ha argumentado en la sección 5.3.2.

En el capítulo 8 de esta tesis se presenta un trabajo en el que se estudia la posibilidad de que la materia se acople a la gravedad de forma distinta que la antimateria. En nuestro estudio se utilizan las restricciones que presenta la BBN para esta posibilidad, con la intención de acotar esta asimetría. De todas formas, también se comenta que esta hipótesis presenta un grado de libertad que permite encontrar un rango de η compatible para las medidas de deuterio y de ${}^4\text{He}$.

Capítulo 6

Rotura de simetrías globales: el axi3n

6.1. Rotura espontánea de una simetría global

Uno de los aspectos cruciales en las teorías cuánticas de campos son las simetrías que posee el lagrangiano que describe el sistema. Partiendo de estas simetrías se puede construir la teoría y describir las interacciones que hay entre las partículas que forman el espectro del sistema. Estas simetrías, cuando son exactas, dan lugar a leyes de conservación, como por ejemplo la conservación de la carga eléctrica.

No obstante, estas simetrías no son siempre evidentes y sus correspondientes leyes de conservación pueden permanecer ocultas. Esto es debido a que el estado fundamental que describe el sistema puede no respetar las simetrías que posee el lagrangiano. El vacío sobre el que se construyen los estados que describen un sistema es el estado de mínima energía, es decir, aquel que minimiza el potencial. Este estado no tiene por qué cumplir las mismas simetrías definidas

por el potencial, por lo que, en estos casos, estas simetrías no serán perceptibles. Un ejemplo muy sencillo es un potencial simétrico pero con los mínimos alejados del eje de simetría. En este caso, el potencial es invariante bajo un cambio de signo en el campo, mientras que el campo situado en uno de los mínimos no lo es.

Cuando el estado fundamental del sistema no respeta alguna de las simetrías definidas por el lagrangiano, se dice que la simetría en cuestión se halla espontáneamente rota. Este mecanismo de rotura espontánea de una simetría es un concepto crucial y tiene lugar a menudo en la naturaleza. Por ejemplo, es un ingrediente esencial de las interacciones débiles.

En la evolución del universo hay simetrías que en un momento fueron exactas y que más tarde se rompieron espontáneamente. Esto se debe a que la forma de un potencial puede ir variando en función de la temperatura. Como se verá en este capítulo, el hecho de formar un plasma con una cierta temperatura afecta a la forma del potencial, por lo que a medida que va cambiando la temperatura también cambia la forma del potencial y, por lo tanto, el estado fundamental. De este modo, simetrías respetadas por el vacío podrían romperse espontáneamente al variar la temperatura, por lo que simetrías actualmente rotas podrían haber sido exactas en momentos pasados.

Por lo que se ha descrito hasta ahora, parece totalmente corroborado que el universo, en sus orígenes, era un plasma de muy alta energía. A lo largo de su expansión se ha ido enfriando, dando lugar a distintas transiciones de fase, hasta llegar a la apariencia con la que lo observamos actualmente. Siempre que ocurre una transición de fase, alguna de las simetrías del sistema se rompe, produciendo distintos efectos, como por ejemplo la producción de nuevas partículas o de defectos topológicos. Estos efectos son huellas de simetrías que están ocultas y que nos permiten entender fenómenos como la inflación, la bariogénesis, la transición de quarks a hadrones, etc...

Por todas estas razones, el estudio de la rotura espontánea de una simetría y de todos sus efectos es fundamental para entender la evolución del universo.

6.1.1. Teorema de Goldstone

El teorema de Goldstone [97,98] asegura que siempre que una simetría global continua se rompe espontáneamente aparece una partícula sin masa. Esta nueva partícula presente en el espectro de la teoría es el llamado bosón de Goldstone. Con el fin de entender este mecanismo, se desarrollará un ejemplo bien conocido, como es el modelo sigma lineal. No se ofrece una demostración rigurosa del teorema dado que existen infinidad de ellas en los libros de texto [99].

El lagrangiano del modelo sigma lineal contiene un conjunto de N campos escalares reales $\phi^i(x)$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi^i)^2 + \frac{1}{2}\mu^2(\phi^i)^2 - \frac{\lambda}{4}[(\phi^i)^2]^2 \quad (6.1.1)$$

donde hay una suma en i en cada factor $(\phi^i)^2$. El lagrangiano (6.1.1) es invariante bajo la simetría

$$\phi^i \longrightarrow R_N^{ij} \phi^j \quad (6.1.2)$$

para cualquier matriz R_N , ortogonal y $N \times N$. El grupo de transformaciones (6.1.2) es el grupo de rotaciones en N dimensiones, llamado también $O(N)$, grupo ortogonal N -dimensional.

La configuración clásica del campo que representa el estado fundamental, ϕ_0^i , es aquella que minimiza el potencial

$$V(\phi^i) = -\frac{1}{2}\mu^2(\phi^i)^2 + \frac{\lambda}{4}[(\phi^i)^2]^2 \quad (6.1.3)$$

lo que ocurre para cualquier valor ϕ_0^i que satisfaga

$$(\phi_0^i)^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \quad (6.1.4)$$

Esta condición solamente fija la longitud del vector ϕ_0^i , siendo su dirección arbitraria. Sin perder generalidad se puede elegir que el vector ϕ_0^i apunte en la dirección N ésima.

$$\phi_0^i = (0, 0, \dots, 0, v) \quad \text{donde} \quad v \equiv \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \quad (6.1.5)$$

Para $N = 2$, el potencial (6.1.3) tiene la forma típica del sombrero mejicano, donde el mínimo puede encontrarse en cualquier punto de un círculo de radio v . Este caso particular es el que se representa en la figura 6.1 y en él se puede entender gráficamente el proceso de rotura espontánea.

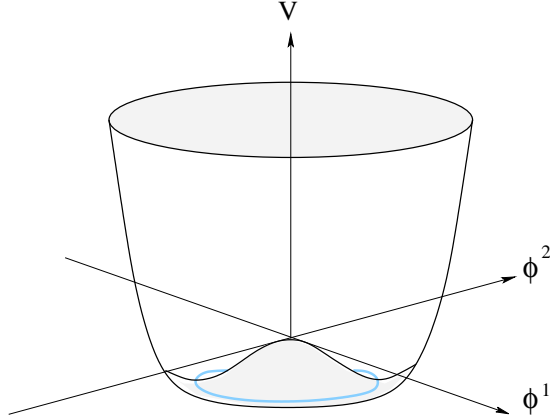


Figura 6.1: Potencial (6.1.3) para el caso $N = 2$. El mínimo del potencial está representado por un círculo de radio v . Las oscilaciones del campo a lo largo de este círculo corresponden al campo π sin masa.

Es conveniente redefinir el campo $\phi^i(x)$, introduciendo los nuevos campos $\pi^k(x)$ y $\sigma(x)$

$$\phi^i(x) = (\pi^k(x), v + \sigma(x)) \quad k = 1, \dots, N - 1 \quad (6.1.6)$$

Introduciendo el cambio (6.1.6) en (6.1.1), se encuentra la forma que toma el lagrangiano después de la rotura espontánea de la simetría

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \pi^k)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{1}{2}(2\mu^2)\sigma^2 - \sqrt{\lambda}\mu\sigma^3 \\ & - \sqrt{\lambda}\mu(\pi^k)^2\sigma - \frac{\lambda}{4}\sigma^4 - \frac{\lambda}{2}(\pi^k)^2\sigma^2 - \frac{\lambda}{4}[(\pi^k)^2]^2 \end{aligned} \quad (6.1.7)$$

Analizando el nuevo lagrangiano (6.1.7), observamos que el espectro consiste en un campo σ masivo y un conjunto de $N - 1$ campos sin masa π^k . La simetría

$O(N)$ original queda oculta, permaneciendo explícito el subgrupo de simetría $O(N - 1)$, que transforma los campos π^k

$$\pi^k \longrightarrow R_{N-1}^{kj} \pi^j \quad (6.1.8)$$

El campo masivo σ describe oscilaciones del campo ϕ^i en la dirección radial, donde el potencial tiene segunda derivada no nula. Los campos sin masa π describen oscilaciones de ϕ^i en las direcciones tangenciales, a lo largo del valle del potencial. Este valle es una superficie $(N - 1)$ -dimensional, donde todas las $N - 1$ direcciones no tienen inclinación alguna y son equivalentes, lo que pone de manifiesto la simetría $O(N - 1)$.

En el ejemplo utilizado, inicialmente se tenían $N(N - 1)/2$ simetrías continuas, correspondientes a los distintos ejes ortogonales sobre los que se puede realizar una rotación $O(N)$, en N dimensiones. Después de la rotura espontánea ha quedado el subgrupo $O(N - 1)$, que contiene $(N - 1)(N - 2)/2$ simetrías continuas. Así, la diferencia $N - 1$ será el número de simetrías que se han roto. Precisamente éste es el número de partículas sin masa que han aparecido en la teoría, tal y como predice el teorema de Goldstone.

En la naturaleza se pueden encontrar bastantes ejemplos de simetrías globales espontáneamente rotas que dan lugar a bosones de Goldstone. Una de ellas es la simetría de familia, que está relacionada con el número y propiedades de las familias del modelo estándar. La rotura de esta simetría da lugar a los familones [100]. Otro ejemplo es la simetría del número leptónico, cuya rotura produciría los *majorons* [101, 102].

6.1.2. Pseudo bosones de Goldstone

Si por alguna razón en el lagrangiano (6.1.1) hay algún término que viola explícitamente la simetría $O(N)$, lo expuesto en la sección anterior se ve modificado ligeramente. Para que podamos seguir aplicando el marco de rotura espontánea de simetría, esta rotura explícita debe ser suficientemente pequeña.

Para entender el efecto de esta rotura explícita, seguiremos con el ejemplo del modelo sigma lineal de la sección anterior. Imaginemos que en el lagrangiano

(6.1.1) añadimos un término que viola algunas de las simetrías originales. El efecto de este término es que la dirección a la que apunta el mínimo ϕ_0^i , indicado en (6.1.4), deja de ser arbitraria. Entonces, una vez que se ha producido la rotura espontánea, algunas de las $N-1$ direcciones, que antes no tenían ninguna inclinación y sobre las cuales oscilaban los campos π^k sin masa, adquieren una derivada segunda del potencial distinta de cero. Esta inclinación de las direcciones que antes eran llanas tiene como efecto que algunos de los campos π^k adquieren masa. Esta masa que ganan los bosones de Goldstone es pequeña, siempre y cuando la rotura explícita también lo sea. En el caso más sencillo en que $N = 2$ (ver figura 6.1), el efecto de la rotura explícita es inclinar ligeramente el sombrero mejicano, eligiendo un punto privilegiado sobre todo el círculo de mínimos, de radio v .

Estos bosones de Goldstone con masas pequeñas se conocen como pseudo bosones de Goldstone y en la naturaleza se pueden encontrar gran cantidad de ejemplos, como son los piones o los hipotéticos axiones.

En el capítulo 10 de esta tesis se estudia con detalle un caso genérico de pseudo bosón de Goldstone. Se presenta una simetría global $U(1)$ que está espontáneamente rota, con su correspondiente bosón de Goldstone. Existe el argumento de que una teoría fundamental no puede tener simetrías globales exactas y que, por ejemplo, se espera que la gravedad viole dichas simetrías [103]. Con esta idea, en el capítulo 10 presentamos las consecuencias de una rotura explícita debida a Gravedad Cuántica. Analizamos el proceso de rotura espontánea en presencia de rotura explícita y cómo el pseudo bosón de Goldstone adquiere masa. En este estudio se tienen en cuenta los efectos de temperatura finita que se desarrollarán a continuación. Como ya se mencionó en la sección 3.3.2.5, uno de los efectos relevantes de este pseudo bosón de Goldstone es que puede desempeñar un papel importante como materia oscura no bariónica.

6.1.3. Efectos de temperatura finita

Los métodos habituales usados en teorías cuánticas de campos son los adecuados para describir situaciones en el vacío, como las que se dan en los ace-

leradores. No obstante, en el universo primitivo las condiciones son bien distintas, caracterizándose por un plasma de alta temperatura, con una densidad de energía que no se puede despreciar. En estas condiciones, hay que encontrar otros métodos, a medio camino entre la termodinámica y las teorías cuánticas de campos, que permitan realizar cálculos realistas bajo estas condiciones donde el entorno viene caracterizado por un baño térmico. Estos métodos los desarrolla la teoría de campos a temperatura finita. Sobre estas teorías se ha trabajado muchísimo y hay excelentes referencias donde se desarrollan hasta los últimos detalles [104–106]. Aquí simplemente se pretende exponer los elementos básicos de esta teoría, enunciando las expresiones que se van a utilizar en capítulos posteriores de esta tesis, principalmente en el capítulo 10. A tal fin, sólo se presentarán expresiones correspondientes a campos escalares.

6.1.3.1. El potencial efectivo

La función que contiene todos los efectos de temperatura finita es el potencial efectivo, V_{eff}^β . Éste se compone del potencial clásico en el vacío, V_0 , más el término que describe los efectos cuánticos y los de temperatura, V^β ,

$$V_{\text{eff}}^\beta(\phi_c) = V_0(\phi_c) + V^\beta(\phi_c) \quad (6.1.9)$$

donde $\phi_c \equiv \bar{\phi}(x)$ es el valor constante en el espacio que toma el campo, para una teoría invariante traslacional.

Existen dos formalismos para calcular el potencial V^β , dando los dos los mismos resultados, al menos a primer orden. Un formalismo es el método del tiempo imaginario utilizado para describir situaciones de equilibrio, y el otro es el método del tiempo real con el que se pueden investigar sistemas fuera del equilibrio. Teniendo en cuenta las contribuciones de los diagramas a 1 loop, se tiene que el potencial efectivo es [104]

$$V_1^\beta(\phi_c) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{\omega}{2} + \frac{1}{\beta} \log(1 - e^{-\beta\omega}) \right] \quad (6.1.10)$$

donde $\beta \equiv 1/T$ y ω viene definida por la relación

$$\omega^2 = |\vec{p}|^2 + m^2(\phi_c) \quad (6.1.11)$$

siendo $m^2(\phi_c)$ la curvatura del potencial, también llamada masa desplazada

$$m^2(\phi_c) \equiv \frac{\partial^2 V_0(\phi_c)}{\partial \phi_c^2} \quad (6.1.12)$$

La primera parte de la integral (6.1.10) da cuenta de las correcciones cuánticas en el vacío, coincidiendo con el potencial efectivo a temperatura cero, $V_1|_{T=0}$ [107]. La parte de (6.1.10) que depende de la temperatura se puede escribir como

$$\frac{1}{\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \log(1 - e^{-\beta \omega}) = \frac{1}{2\pi^2 \beta^4} J_B[m^2(\phi_c) \beta^2] \quad (6.1.13)$$

donde se ha definido la función térmica bosónica, J_B , como

$$J_B[m^2 \beta^2] = \int_0^\infty dx x^2 \log \left[1 - e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right] \quad (6.1.14)$$

De esta forma el potencial efectivo a 1 loop consta de las siguientes partes

$$V_{\text{eff}}^\beta(\phi_c) = V_0(\phi_c) + V_1(\phi_c)|_{T=0} + \frac{1}{2\pi^2 \beta^4} J_B[m^2(\phi_c) \beta^2] \quad (6.1.15)$$

La función J_B admite una expansión para altas temperaturas, que será útil para aplicaciones prácticas [104]

$$\begin{aligned} J_B[m^2/T^2] &= -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12} \frac{m^2}{T^2} - \frac{\pi}{6} \left(\frac{m^2}{T^2} \right)^{3/2} - \frac{1}{32} \frac{m^4}{T^4} \log \frac{m^2}{a_b T^2} \\ &\quad - 2\pi^{7/2} \sum_{\ell=1}^{\infty} (-1)^\ell \frac{\zeta(2\ell+1)}{(\ell+1)!} \Gamma\left(\ell + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{m^2}{4\pi^2 T^2} \right)^{\ell+2} \end{aligned} \quad (6.1.16)$$

donde ζ es la función zeta de Riemann y $a_b = 16\pi^2 \exp(3/2 - 2\gamma_E)$, con $\gamma_E \simeq 0,577$ la constante de Euler.

Con estas aproximaciones se tiene que, a altas temperaturas, la parte del potencial efectivo a un loop que depende de la temperatura se aproxima a

$$V_1^\beta \simeq \frac{1}{24} m^2 T^2 - \frac{1}{12\pi} m^3 T - \frac{1}{64\pi^2} m^4 \log \frac{m^2}{a_b T^2} + \mathcal{O}(m^6/T^2) \quad (6.1.17)$$

donde se han despreciado los términos que son constantes con el campo.

6.1.3.2. Transiciones de fase

Una de las consecuencias más relevantes de los efectos de temperatura finita es la influencia que ejercen sobre las transiciones de fase. El punto clave es que a temperatura finita el estado fundamental del sistema, es decir, el valor esperado del campo que minimiza el potencial, no corresponde al mínimo de $V_0(\phi)$, si no que es el valor que minimiza el potencial $V_{\text{eff}}^\beta(\phi)$, dado en (6.1.15). Así, el estado que define el vacío es una función de la temperatura, $\langle\phi(T)\rangle$.

Imaginemos ahora que, por ejemplo, tenemos un potencial $V_0(\phi)$ como el definido en (6.1.3), en que el mínimo se produce cuando $\langle\phi\rangle = v \neq 0$. Como se ha visto en la sección 6.1.1, en ese caso la simetría $O(N)$ original se halla espontáneamente rota. No obstante, a temperaturas suficientemente altas, el efecto de V_1^β es el de situar el mínimo absoluto a $\langle\phi(T)\rangle = 0$, caso en que la simetría $O(N)$ es respetada. Así, cuando la temperatura se hace menor que un cierto valor crítico, T_c , se produce una transición de fase de $\langle\phi(T)\rangle = 0$ a $\langle\phi\rangle = v$. Este fenómeno se conoce como restauración de la simetría a altas temperaturas y fue descubierto por Kirzhnits [108].

En el contexto de la cosmología este efecto es muy importante. Como se ha descrito, en la teoría del Big Bang, inicialmente el universo se encuentra a temperaturas muy altas, por lo que es de esperar que, debido a los efectos de temperatura, las simetrías no estén rotas. De esta forma, para una simetría concreta, el mínimo del potencial correspondiente se hallará en $\langle\phi(T)\rangle = 0$. Para un cierto valor crítico de la temperatura, T_c , el mínimo a $\phi = 0$ se hará metaestable y se producirá una transición de fase. Este proceso de rotura de simetría por efectos de temperatura se encuentra esquematizado en la figura 6.2.

Existen dos tipos de transiciones de fase: de primer y de segundo orden. En el caso de transiciones de primer orden, para $T \gg T_c$ el potencial sólo tiene un mínimo en $\phi = 0$. A medida que la temperatura disminuye, pero aún con $T > T_c$, se desarrolla un mínimo local a $\phi \neq 0$. Cuando la temperatura alcanza su valor crítico, los mínimos están degenerados y para $T < T_c$ el mínimo en $\phi \neq 0$ se convierte en el mínimo absoluto. En este caso, entre el mínimo local a $\phi \neq 0$ y el mínimo global a $\phi = 0$ hay una barrera de potencial, por lo que

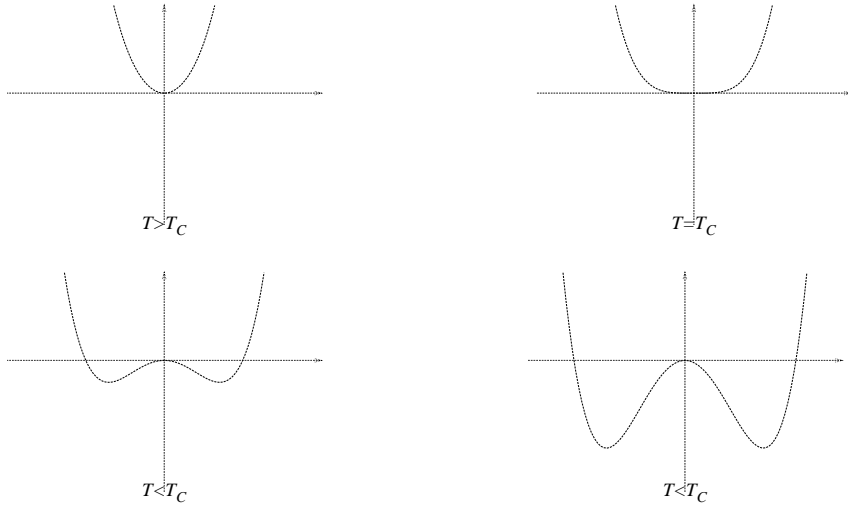


Figura 6.2: Distintas formas del potencial V_{eff}^{β} a medida que va disminuyendo la temperatura. El potencial $V_0(\phi)$ correspondería al caso $N = 1$ del potencial (6.1.3). La transición de fase correspondería a una transición de segundo orden.

entre los dos mínimos no puede darse una transición clásica. Ésta tiene que desarrollarse por efecto túnel cuántico, lo que implica la formación de burbujas de vacío real que se expanden aceleradamente hasta velocidades cercanas a la de la luz. Por otra parte, en las transiciones de segundo orden, no aparece dicha barrera de potencial entre los mínimos y la transición tiene lugar de manera gradual. Por lo tanto, el origen $\phi = 0$ pasa de ser un mínimo global para $T > T_c$, a un máximo local para $T < T_c$. La transición esquematizada en la figura 6.2 sería una transición de segundo orden.

Un punto importante, sobre todo a nivel de cálculo, en el estudio de transiciones de fase producidas por efectos de temperatura es que el primer orden (un loop) de la teoría de perturbaciones usual, en potencias de las constantes de acoplo, pierde su validez para temperaturas superiores a la temperatura crítica [109]. Entonces es necesario substituir dicha teoría de perturbaciones por una expansión mejorada, donde se tienen en cuenta diagramas de más de un loop. En esta teoría mejorada se resume un número infinito de diagramas para

cada orden de la expansión, lo que se conoce como la resumación de daisy [104]. El efecto de esta resumación es introducir un desplazamiento en la masa que depende de la temperatura

$$m^2(\phi_c) \rightarrow m_{eff}^2 \equiv m^2(\phi_c) + \Pi \quad (6.1.18)$$

donde $\Pi \propto T^2$ es la auto-energía correspondiente al propagador cuando se han tenido en cuenta todos los diagramas con loops añadidos al propagador, a primer orden en la temperatura. Obviamente, esta función Π depende del potencial que se esté considerando.

En el capítulo 10 de esta tesis se hace un estudio detallado del proceso de una transición de fase, provocada por efectos de temperatura, en presencia de un término que rompe explícitamente la simetría. La transición estudiada es de segundo orden y para analizarla se utilizan las expresiones presentadas en esta sección. En el apéndice A se hace un análisis de la evolución del campo durante dicha transición.

6.1.4. Defectos topológicos

Otro de los aspectos importantes a tener en cuenta en el proceso de rotura espontánea de una simetría son los posibles defectos topológicos generados por la rotura. El estudio de estos defectos es un campo complejo sobre el que se ha escrito mucho. Entre los objetivos de esta tesis no se encuentra el de estudiar exhaustivamente la física que concierne a los defectos topológicos, sino más bien la consideración de sus consecuencias, sobre todo en el campo de la cosmología. Por esta razón, en esta sección simplemente se expondrá el concepto de defecto topológico. Para una descripción detallada del campo existen un gran número de muy buenas referencias [110, 111]. Los resultados más relevantes acerca de los defectos topológicos que se utilizan en la investigación llevada a cabo en esta tesis se citarán en la sección 6.2.3.

Los defectos topológicos son concentraciones de energía que se generan después de la rotura espontánea de una simetría, en caso de que el vacío resultante tenga una topología no trivial. Para entender lo que se quiere decir con topo-

logía no trivial, en vez de dar definiciones matemáticas rigurosas, se ofrecerán un par de ejemplos: el de las paredes de dominio y el de las cuerdas cósmicas. Como su nombre indica, la existencia y la estabilidad de estos objetos vendrán dictadas por consideraciones topológicas, siendo las simulaciones numéricas el único tratamiento que permite estudiar su evolución.

Como primer ejemplo consideremos la rotura de simetría esquematizada en la figura 6.2. En ella se presenta un potencial con una simetría bajo reflexión \mathcal{Z}_2 , es decir, una invariancia bajo el cambio $\phi \rightarrow -\phi$. Al estar rota esta simetría, el valor esperado del campo en el vacío puede tomar el valor $\langle \phi \rangle = +v$, o bien el valor $\langle \phi \rangle = -v$. Al considerar que la teoría era invariante traslacional, se ha supuesto que todo el espacio se encuentra en el mismo estado fundamental, suposición que, según se ve ahora, no es cierta. Habrá regiones en las que $\langle \phi \rangle = +v$ y otras donde $\langle \phi \rangle = -v$, no habiendo ninguna razón que fuerce que el campo tome uno u otro valor. Entonces, ya que entre las regiones donde $\langle \phi \rangle$ es distinto, el campo tiene que pasar de $\phi = -v$ a $\phi = v$ de forma continua, debe haber regiones en el espacio en las que $\phi = 0$, es decir, zonas de falso vacío. Estas zonas serán regiones bidimensionales, con un cierto grosor, que separan los distintos dominios donde el valor esperado del campo tiene valores distintos. A estas zonas se las llama paredes de dominio y aparecen siempre que se rompe una simetría discreta. En este caso se dice que el vacío tiene una topología no trivial porque consta de dos estados desconectados. Si nos fijamos en la forma que tiene el potencial después de la rotura, podemos ver que en estas zonas donde $\phi = 0$, la energía es mayor que en el resto del espacio. Como conclusión, estas paredes de dominio son regiones de dos dimensiones con una gran concentración de energía.

Otro ejemplo de defecto topológico es el de las cuerdas cósmicas. En este caso, la simetría a considerar sería, por ejemplo, el caso $N = 2$ de la simetría $O(N)$, respetada por el potencial (6.1.3), representado en la figura 6.1. Un caso particular sería un campo complejo, $\phi = |\phi|e^{i\theta}$. En ese caso, una vez rota la simetría, el valor esperado del campo en el vacío puede encontrarse en cualquier punto de un círculo de radio v . Es decir, el valor esperado del módulo del campo está fijado en $\langle |\phi| \rangle = v$, pero el valor de su fase puede ser cualquiera. Así, se tiene una fase que depende de la posición, $\theta(\vec{x})$, pudiendo ser ésta distinta en cada punto del espacio. No obstante, el campo ϕ sólo puede tomar un único

valor en cada punto del espacio, por lo que el cambio en la fase, $\Delta\theta$, alrededor de cualquier camino cerrado debe ser un múltiplo de 2π . Tomemos por ejemplo un camino en que $\Delta\theta = 2\pi$. A medida que vamos comprimiendo el camino en un punto, $\Delta\theta$ no puede variar de forma continua de $\Delta\theta = 2\pi$ a $\Delta\theta = 0$. Por esta razón, habrá un punto en dicho camino donde la fase del campo esté indefinida, siendo la única posibilidad de esta indefinición que $\langle|\phi|\rangle = 0$. Este punto de falso vacío en el camino considerado es parte de un tubo unidimensional de falso vacío. Estos tubos deben tener longitud infinita o estar cerrados, ya que de lo contrario podríamos comprimir otros caminos que rodeen el tubo, sin encontrar dicho tubo de falso vacío. Estos tubos son las llamadas cuerdas cósmicas y serían el análogo unidimensional a las paredes de dominio. En este caso, se dice que la topología del vacío es no trivial porque no hay una única forma de mapear a un círculo la variedad que lo define. Igual que en el caso de las paredes de dominio, en la región donde $\langle|\phi|\rangle = 0$, la energía es mayor que en el resto del espacio, por lo que estas cuerdas son concentraciones unidimensionales de energía.

Otros ejemplos de defectos topológicos son los monopolos magnéticos y las texturas. Los primeros son análogos de dimensión cero a las cuerdas y las paredes de dominio y aparecen en las roturas de simetrías esféricas. Las texturas son objetos deslocalizados de dimensiones superiores, que aparecen al romperse grupos de simetría más complicados que los considerados hasta el momento. Además, también se pueden dar defectos topológicos que sean combinación de los descritos en esta sección, como por ejemplo [112] paredes de dominio ligadas por cuerdas cósmicas, cuerdas que terminen en monopolos, etc.

La rotura espontánea de muchas teorías predice la existencia de uno o más tipos de defectos topológicos. Estos objetos son inherentemente no perturbativos y probablemente no se puedan producir en las colisiones de altas energías que tienen lugar en los aceleradores terrestres. En cambio, se pueden producir en las transiciones de fase que ocurren en el universo primitivo. Por esta razón, se considera que estos defectos son rastros de los primeros instantes del universo. Aunque no son las configuraciones de mínima energía, los monopolos, las cuerdas y las paredes de dominio son topológicamente estables y, tal y como predice el mecanismo de Kibble [113], su producción es inevitable en las transiciones de fase cosmológicas. Una de las consecuencias más importantes de estos objetos es que afectan de forma crucial a la evolución del universo. Los efectos

concretos varían dependiendo del defecto topol3gico considerado. Por ejemplo, las paredes de dominio y los monopolos son cosmol3gicamente catastr3ficos. Cualquier modelo en el que haya producci3n de estos tipos de defectos se tiene que enfrentar al problema de que los defectos evolucionan de tal forma que se entra en contradicci3n con distintos hechos observacionales irrefutables del universo, como el de producir anisotropías demasiado grandes en el fondo de radiaci3n o el de predecir unas densidades de $\Omega \sim 10^{11} \rho_c$. Por lo tanto estos modelos se deben descartar.

Sin embargo, las cuerdas c3smicas y posiblemente las texturas son mucho m3s benignas. Entre otras característic3s, pueden desempeñan el papel de semillas que dan lugar a la formaci3n de la estructura a gran escala que se observa actualmente, así como de las anisotropías del fondo de radiaci3n. Otra contribuci3n importante sería a la materia oscura del universo.

En las simetrías investigadas en esta tesis hay producci3n de defectos topol3gicos, principalmente de cuerdas c3smicas. Los trabajos realizados, en los que los defectos topol3gicos tienen relevancia, son los presentados en los capítulos 9 y 10. Los aspectos sobre defectos topol3gicos relevantes para el trabajo realizado en esta tesis se presentan en la secci3n 6.2.3.

6.2. El axi3n

El axi3n es uno de los pseudo bosones de Goldstone m3s conocidos, aunque, hasta el momento, los experimentos que lo buscan no lo han podido detectar. Su motivaci3n es te3rica y surge como consecuencia de la rotura espontánea de la simetría de Peccei-Quinn (PQ). Esta simetría es la soluci3n m3s elegante al problema de CP de las interacciones fuertes, por lo que si el axi3n finalmente no existiera, habría que buscar una soluci3n alternativa a este problema [114]. La físc3 del axi3n es un campo muy rico, con propiedades muy precisas, en el que todas ellas dependen de un único parámetro libre, f_a , la escala de rotura de la simetría de PQ. La importancia del axi3n es debida principalmente a la posibilidad de que éste sea el componente principal de la materia oscura del universo.

En esta secci3n se pretende presentar los puntos b3sicos que caracterizan al axi3n, principalmente aquellos que son de m3s relevancia en la investigaci3n desarrollada en los cap3tulos posteriores.

6.2.1. Problema de CP en las interacciones fuertes

El lagrangiano que rige las interacciones fuertes (*Quantum Chromodynamics* - QCD) contiene una pieza, permitida por las invariancias gauge y Lorentz, conocida como el t3rmino θ ,

$$\mathcal{L}_\theta = \theta_{\text{QCD}} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \quad (6.2.19)$$

donde α_s es el acoplo de QCD, $G_{\mu\nu}^a$ son los campos de los gluones y $\tilde{G}_{\mu\nu}^a = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}G^{a\rho\sigma}$ es su campo dual. El t3rmino (6.2.19) es proporcional al producto escalar de los campos de color, $\vec{E}_c \cdot \vec{B}_c$, por lo que su caracter3stica m3s importante es que es una fuente de violaci3n de la simetr3a CP en QCD. El valor del par3metro θ_{QCD} se modifica al realizar una rotaci3n axial $U(1)_A$

$$u \longrightarrow e^{i\alpha\gamma_5} u \quad (6.2.20)$$

en los campos de los quarks. Esta rotaci3n es quiral, es decir, los campos u_L y u_R se transforman de forma distinta, lo que provoca que el t3rmino de masas no sea invariante bajo esta rotaci3n $U(1)_A$. Por esta raz3n, estas rotaciones cambian el valor de la fase del determinante de la matriz de masas de los quarks, M . Usualmente se realiza una rotaci3n axial para tener un lagrangiano con masas reales. As3, la contribuci3n de esta rotaci3n al t3rmino \mathcal{L}_θ es la de modificar el par3metro θ de la siguiente forma

$$\bar{\theta} = \theta_{\text{QCD}} + \text{Arg Det } M \quad (6.2.21)$$

donde los3rigenes de θ_{QCD} y $\text{Arg Det } M$ son totalmente distintos e independientes. Valores de $\bar{\theta}$ distintos de cero implican violaci3n de CP en el sector de las interacciones fuertes.

La consecuencia observacional m3s importante del t3rmino \mathcal{L}_θ es que origina un momento dipolar para el neutr3n

$$d_n \sim \frac{e}{m_n} \bar{\theta} \frac{m_u m_d}{m_u + m_d} \frac{1}{\Lambda_{\text{QCD}}} \quad (6.2.22)$$

donde m_i son las masas del neutr3n y de los quarks u y d , y $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200$ MeV es la escala de QCD. Experimentalmente este observable est3 acotado entre valores realmente peque3os

$$d_n < 0,63 \times 10^{-25} e \text{ cm} \quad (6.2.23)$$

lo que implica una cota para el par3metro $\bar{\theta}$

$$\bar{\theta} < 10^{-9} \quad (6.2.24)$$

El hecho de que este par3metro tome un valor tan peque3o es lo que se conoce como el problema de CP en las interacciones fuertes. Una supresi3n tan grande de $\bar{\theta}$ implica que en (6.2.21) hay una cancelaci3n entre los valores de θ_{QCD} y $\text{Arg Det } M$. Como se ha dicho, estos par3metros son completamente independientes y adem3s se espera que sean de $\mathcal{O}(1)$, as3 que no hay ninguna raz3n para pensar que est3n ajustados con tanta exactitud como para dar (6.2.24).

6.2.2. La soluci3n de Peccei y Quinn al problema de CP

Peccei y Quinn propusieron una soluci3n al problema de CP [42,43] que consiste en introducir una nueva simetr3a quiral $U(1)_{PQ}$. Esta simetr3a introduce grados de libertad que permiten eliminar el par3metro $\bar{\theta}$. Lo atractivo de esta soluci3n es que la supresi3n de $\bar{\theta}$ est3 generada por un mecanismo din3mico.

La rotura espont3nea de la simetr3a global $U(1)_{PQ}$, a una escala de energ3a $\sim f_a$, genera un bos3n de Goldstone: el axi3n [44, 45]. Inicialmente, al ser la simetr3a $U(1)_{PQ}$ exacta, el axi3n no tiene masa. Como cualquier bos3n de Goldstone [115], el axi3n se acopla derivativamente a la materia

$$\mathcal{L}_{a\Psi\Psi} = \sum_i c_i \frac{1}{2f_a} (\bar{\Psi}_i \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_i) (\partial_\mu a) \quad (6.2.25)$$

donde Ψ son los campos de materia y a es el campo del axi3n. Las constantes de acoplo c_i dependen del modelo considerado. En particular, $c_e = 0$ para uno de los modelos m3s conocidos (modelo del axi3n hadr3nico o tipo KSVZ) [116,117]. Para otro de los modelos m3s utilizados (modelo del axi3n de Gran Unificaci3n o tipo DFSZ) [118,119], el axi3n s3 se acopla a electrones y por lo tanto $c_e \neq 0$.

El axi3n tambi3n posee un acoplo efectivo no derivativo con los gluones

$$\mathcal{L}_{agg} = \frac{1}{f_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} a G_{\mu\nu}^b \tilde{G}^{b\mu\nu} \quad (6.2.26)$$

el cual es independiente del modelo considerado, debido a que proviene de la anomal3a del tri3ngulo. Es importante darse cuenta de que este t3rmino tiene una estructura parecida a (6.2.19).

Los efectos no perturbativos de QCD son los responsables de que, a bajas energ3as ($E \sim \Lambda_{\text{QCD}}$), el t3rmino (6.2.26) genere un potencial efectivo para el campo del axi3n. Este potencial se minimiza precisamente cuando el campo del axi3n toma el valor esperado $\langle a \rangle = \bar{\theta} f_a$, cancelando as3 el t3rmino $\mathcal{L}_{\bar{\theta}}$ y solucionando el problema de CP de las interacciones fuertes.

Este potencial rompe expl3citamente la simetr3a global $U(1)_{PQ}$ y genera una masa para el axi3n

$$m_a = \frac{f_\pi m_\pi}{f_a} \frac{\sqrt{m_u m_d}}{m_u + m_d} = 0,6 \text{ eV} \frac{10^7 \text{ GeV}}{f_a} \quad (6.2.27)$$

convirti3ndolo as3 en un pseudo bos3n de Goldstone.

Adem3s de los acoplamientos (6.2.25) y (6.2.26), el axi3n tambi3n se acopla de forma efectiva a dos fotones

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = c_\gamma \frac{\alpha}{\pi f_a} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = -g_{a\gamma\gamma} \vec{E} \cdot \vec{B} a \quad (6.2.28)$$

donde α es la constante de acoplo electromagn3tica y F y \tilde{F} son el campo del fot3n y su dual. La constante c_γ depende del modelo y, por ejemplo, $c_\gamma = 0,36$ para el modelo DFSZ y $c_\gamma = -0,97$ para el modelo KSVZ. El acoplo (6.2.28) es muy importante en lo que concierne a detecci3n de axiones.

6.2.3. Producci3n cosmol3gica de axiones

Existen distintos mecanismos que originan una producci3n de axiones, que agruparemos en mecanismos t3rnicos y no t3rnicos, siendo estos 3ltimos los

que predominan. Entre los mecanismos no térmicos podemos encontrar básicamente dos clases, los originados en las oscilaciones del campo del axión y los que se producen a partir del decaimiento de los defectos topológicos generados en la rotura espontánea de la simetría de PQ. A continuación se describen los puntos relevantes para los distintos mecanismos de producción.

La historia cosmológica del axión empieza a temperaturas $T \sim f_a$, cuando la simetría $U(1)_{PQ}$ se rompe espontáneamente. En principio, todos los posibles valores esperados para el campo del axión, $\langle a \rangle$, son igualmente probables, pero de forma natural se espera que $\langle a \rangle$ sea del orden de la escala de PQ, por lo que el ángulo inicial es $\bar{\theta}_1 \sim \langle a \rangle / f_a \sim 1$. A $T \sim \Lambda_{\text{QCD}}$, efectos no perturbativos crean el potencial $V(\bar{\theta})$ que se minimiza cuando $\bar{\theta} \rightarrow 0$, valor que conserva CP. Por lo tanto, la fase del campo del axión, θ , empieza en un ángulo $\bar{\theta} = \bar{\theta}_1 \sim 1$ y va evolucionando hacia $\bar{\theta} \rightarrow 0$. En este proceso de relajación, las oscilaciones del campo contribuyen a la densidad de energía cósmica [46, 120–122] en forma de una población de axiones no relativistas.

El valor esperado del vacío para el campo del axión está sometido a la ecuación de evolución

$$\frac{d^2 \langle a \rangle}{dt^2} + 3H(t) \frac{d \langle a \rangle}{dt} + m_a^2(t) \langle a \rangle = 0 \quad (6.2.29)$$

donde H es el parámetro de Hubble y $m_a(t)$ es la masa del axión, que evoluciona con el tiempo (es función de la temperatura y ésta del tiempo). En el intervalo $f_a > T \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, el parámetro de Hubble es mucho mayor que m_a y $\langle a \rangle$ se mantiene constante, ya que H actúa como una fricción. La masa del axión se encuentra suprimida a altas energías y es en la escala de QCD cuando empieza a tener relevancia, llegando a ser rápidamente $m_a \simeq H$. A partir de este momento la fricción inducida por H resulta ineficiente y el campo del axión empieza a evolucionar. Así, para una temperatura $T \sim \Lambda_{\text{QCD}}$ se tiene

$$m_a \simeq H \simeq \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{M_P} \quad (6.2.30)$$

momento a partir del cual el campo del axión empieza a oscilar alrededor de $\langle a \rangle = 0$.

La masa del axión va aumentando adiabáticamente a medida que T dismi-

nuye, por lo que la oscilaci3n es aproximadamente sinusoidal con una amplitud que disminuye con el tiempo [123, 124]

$$\langle a \rangle \simeq A(t) \cos(m_a(t) t) \quad (6.2.31)$$

a la que corresponde una densidad de axiones

$$n_a \sim m_a A^2 \sim T^3 \quad (6.2.32)$$

y una densidad de energa

$$\rho_a = m_a n_a \quad (6.2.33)$$

A partir de estos razonamientos, se puede estimar la densidad de energa actual de axiones producidos a partir de estas oscilaciones

$$\rho_0 \sim (m_a^2 A^2)_0 \sim m_{a0} (m_a A^2)_i \left(\frac{T_0}{\Lambda_{\text{QCD}}} \right)^3 \quad (6.2.34)$$

donde se ha utilizado (6.2.32) y m_{a0} hay que interpretarla como la masa del axi3n a temperatura cero, dada por (6.2.27). De forma aproximada se puede aceptar que $m_{a0} \simeq \Lambda_{\text{QCD}}^2 / f_a$. Tomando m_{ai} de (6.2.30) y considerando que $A_i \sim \langle a \rangle_i \sim f_a$, se encuentra

$$\rho_0 \sim \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{f_a} \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{M_P} f_a^2 \left(\frac{T_0}{\Lambda_{\text{QCD}}} \right)^3 \sim f_a \frac{T_0^3 \Lambda_{\text{QCD}}}{M_P} \quad (6.2.35)$$

con lo que vemos que la densidad de axiones reliquia crece con f_a . Para obtener (6.2.35) se han hecho numerosas aproximaciones. Un c3lculo detallado de estas oscilaciones [46] arroja una densidad de axiones

$$\Omega_a h^2 = C_a \left(\frac{f_a}{10^{12} \text{ GeV}} \right)^{1,175} \theta_i^2 \quad (6.2.36)$$

donde C_a es una constante entre 0,5 y 10.

Otra fuente de producci3n no t3rmica de axiones es el decaimiento de defectos topol3gicos. Como se ha visto en la secci3n 6.1.4, la rotura espont3nea de una simetría global da lugar a una serie de defectos topol3gicos. Cuando se rompe la simetría $U(1)_{PQ}$ se generan gran cantidad de cuerdas c3smicas. Si la inflaci3n termina antes de que se rompa la simetría de PQ, estas cuerdas

axiónicas sobreviven y decaen en axiones cuando $T \sim \Lambda_{\text{QCD}}$. El mecanismo de producción de axiones a partir de cuerdas cósmicas no está del todo aclarado. Por una parte, algunos autores [125–127] encuentran que la densidad de axiones producidos a partir de cuerdas, Ω_{string} , es la misma que la producida a partir de las oscilaciones, Ω_{osc} . Otros autores [128–131], en cambio, encuentran que $\Omega_{\text{string}} \sim 10 \Omega_{\text{osc}}$. Además de las cuerdas, otro defecto topológico que también produce axiones son las paredes de dominio. En [132] se puede encontrar una interesante discusión acerca de este mecanismo de producción de axiones.

El último mecanismo de producción a discutir son los procesos térmicos. En el capítulo 4 se vio que toda partícula que en algún momento estuvo en equilibrio térmico con el plasma cósmico posee en la actualidad una densidad térmica reliquia. En dicho capítulo ya se describió cómo calcular esta densidad. Teniendo en cuenta las interacciones de los axiones con quarks y fotones, en [133] se encuentra que los axiones estuvieron en contacto térmico con el baño de fotones si se cumple que $f_a < 10^8$ GeV. En el capítulo 9 de esta tesis se presenta un estudio más detallado del proceso de termalización de axiones teniendo en cuenta las reacciones con gluones, obviadas en [133]. Como conclusión se encuentra que en el universo primitivo hay producción térmica de axiones si se cumple que $f_a < 10^{12}$ GeV. Además, como resultado de nuestro estudio también se ofrece el rango de temperaturas para el que habría contacto térmico. Esta información es importante, porque cualquier población de axiones que entra en contacto térmico con el plasma cósmico termaliza, y acaba teniendo una densidad de energía correspondiente a los axiones producidos térmicamente, sea cual sea el mecanismo de producción original de dicha población. Tanto en [133] como en el capítulo 9 se encuentra que la densidad actual de axiones térmicos es muy pequeña

$$n_{a0} \simeq 7,5 \text{ cm}^{-3} \quad (6.2.37)$$

por lo que los procesos de termalización podrían llegar a reducir considerablemente la densidad de axiones no térmicos (6.2.36).

Estos mecanismos de producción no son exclusivos del axión, pudiéndose dar para otros tipos de pseudo bosones de Goldstone. En el estudio realizado en el capítulo 10, se analiza la producción de un pseudo bosón de Goldstone, originada por una rotura explícita provocada por efectos de gravedad cuántica.

Los mecanismos de producci3n estudiados en ese caso son los mismos que los que se han presentado en esta secci3n.

6.2.4. L3mites para el axi3n

Los l3mites para las propiedades del axi3n se pueden encontrar utilizando experimentos de laboratorio y observaciones astrof3sicas y cosmol3gicas. De 3stas se concluye que la escala f_a tiene que estar a energ3as muy altas. Entonces, del hecho de que f_a y la masa m_a est3n relacionadas por (6.2.27), se deduce que el axi3n tiene que ser una part3cula muy ligera. Tambi3n de (6.2.27) y de los acoplos (6.2.25), (6.2.26) y (6.2.28), se puede deducir que cuanto m3s ligero sea el axi3n, m3s d3bilmente interacciona. Esta caracter3stica de acoplarse proporcionalmente a la masa es general en los pseudo bosones de Goldstone [115].

De los experimentos de f3sica de part3culas se deduce que

$$f_a > 10^4 \text{ GeV} \quad (6.2.38)$$

es decir

$$m_a < 1 \text{ keV} \quad (6.2.39)$$

Esto excluye que f_a pueda ser del orden de la escala de Fermi, tal y como fue sugerido originalmente por Peccei y Quinn [42, 43].

Los l3mites astrof3sicos acotan much3simo m3s las propiedades del axi3n que los l3mites terrestres. La idea b3sica es que la emisi3n de axiones puede ser un canal de p3rdida de energ3a de medios estelares. Los l3mites surgen de la imposici3n de que esta p3rdida sea consistente con las observaciones. Los m3s restrictivos provienen de las estrellas de la rama horizontal de los c3mulos globulares. La producci3n principal procede de procesos tipo Primakov $\gamma \gamma^* \rightarrow a$, donde γ^* corresponde al campo electromagn3tico inducido por protones y electrones en el plasma de la estrella. El l3mite obtenido para el acoplo $g_{a\gamma\gamma}$ es [134]

$$g_{a\gamma\gamma} < 0,6 \times 10^{-10} \text{ GeV} \quad \implies \quad f_a > 10^7 \text{ GeV} \quad (6.2.40)$$

y el correspondiente rango excluido para la masa es

$$0,4 \text{ eV} < m_a < 200 \text{ keV} \quad (6.2.41)$$

La condición de que $m_a < 200 \text{ keV}$ indica simplemente que en caso contrario el axión sería demasiado pesado para ser producido en este tipo de estrellas.

Cuando $c_e \sim 1$ (por ejemplo, en el modelo DSVZ), la producción principal tiene su origen en procesos de tipo Compton $\gamma e \rightarrow a e$. Siguiendo con el argumento de pérdida de energía estelar, estas reacciones limitan el acoplo g_{aee}

$$g_{aee} \equiv c_e \frac{m_e}{f_a} < 2,5 \times 10^{-13} \quad (6.2.42)$$

lo que define la siguiente región excluida

$$0,01 \text{ eV} < m_a < 200 \text{ keV} \quad (6.2.43)$$

El límite astrofísico más restrictivo se obtiene del análisis de los neutrinos procedentes de la supernova SN1987A. En el núcleo de la supernova, la fuente de producción principal sería la pérdida de energía de los nucleones a través de emisión de axiones, $NN \rightarrow NN a$. La duración de la señal en la Tierra procedente de los neutrinos de SN1987A restringe el acoplo de los axiones con nucleones. El rango excluido es [135–137]

$$3 \times 10^{-10} < g_{ann} \equiv c_n \frac{m_n}{f_a} < 3 \times 10^{-7} \quad (6.2.44)$$

que corresponde a

$$0,01 \text{ eV} < m_a < 10 \text{ eV} \quad (6.2.45)$$

Si consideramos todos estos límites, la escala de rotura de la simetría PQ deberá cumplir

$$f_a > 6 \times 10^8 \text{ GeV} \quad \implies \quad m_a < 10^{-2} \text{ eV} \quad (6.2.46)$$

En el terreno de la cosmología, los límites al axión provienen del hecho de que la densidad de energía correspondiente a los axiones no puede superar la densidad correspondiente a la materia oscura del universo, es decir

$$\Omega_a < 0,5 \quad (6.2.47)$$

Como se ha descrito en la secci3n 6.2.3, aunque puede haber distintas fuentes de producci3n de axiones, se cree que la predominante son las oscilaciones del campo del axi3n, dando la densidad de axiones descrita en (6.2.36). Combinando este resultado con (6.2.47), llegamos a

$$f_a < 10^{12} - 10^{13} \text{ GeV} \quad (6.2.48)$$

dependiendo de los valores de los par3metros C_a y θ_i de (6.2.36). Este l3mite para f_a implica un l3mite para la masa del axi3n

$$m_a > 10^{-5} - 10^{-6} \text{ eV} \quad (6.2.49)$$

Capítulo 7

Primordial nucleosynthesis as a test of the Friedmann equation in the early universe

En colaboración con *E. Massó*.

Publicado en *Phys.Rev.* **D68** (2003) 123504.

7.1. Introduction and Conclusions

The framework of our present understanding of the evolution of the universe is based on the hot big bang model. Assuming the properties of homogeneity and isotropy of the universe, the space-time metric has to be the Robertson-Walker metric

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\} \quad (7.1.1)$$

Here, $a(t)$ is the scale factor, and $k = +1, 0$ or -1 corresponds to a closed, flat or open universe. The other fundamental ingredient for the dynamics of the universe are the Einstein equations. These equations, along with the metric (7.1.1), and in a universe containing a perfect fluid of total energy density ρ and pressure p , imply the Friedmann equation (FE),

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (7.1.2)$$

with $H \equiv \dot{a}/a$ the Hubble expansion rate. One also deduces the energy-momentum conservation equation

$$\dot{\rho} = -3(\rho + p)H \quad (7.1.3)$$

To have a predictive model we need, in addition to Eqs. (7.1.2) and (7.1.3), to use other inputs, like the density of baryons, the density of dark matter and energy, etc. However, Eqs. (7.1.2) and (7.1.3) are very basic equations directly determining the evolution of the universe. In this sense, it is worth to test them as much as we can, since they could be altered by the presence of new physics [138–148]. In principle, we do not expect a radical change from the form (7.1.2), but the possibility of some alteration is open.

In this article we will concentrate on the FE (7.1.2), specifically on whether the evolution of the universe at its earliest times is given exactly by the FE. We will constrain potential modifications to the FE in the period of big bang nucleosynthesis (BBN), since this is the earliest epoch where we have observational information. We will show that we can test this equation with the present available data.

The period of BBN starts at $T \sim 1$ MeV with the decoupling of the weak interaction processes that allow $n \longleftrightarrow p$ inter-conversion and ends with the nuclear fusion production of the light elements, at about $T \sim 50$ keV.

It is an easy exercise to particularize the FE (7.1.2) in the radiation era, where BBN happens. For $T \ll m_\mu$, the relevant energy density appearing in (7.1.2) is given by

$$\rho = \rho_o \equiv \rho_\gamma + \rho_{\nu_e} + \rho_{\nu_\mu} + \rho_{\nu_\tau} + \rho_e \quad (7.1.4)$$

In (7.1.4) we have the contribution from photons,

$$\rho_\gamma = g_\gamma \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{E}{\exp(E/T) - 1} = 2 \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (7.1.5)$$

with the degrees of freedom $g_\gamma = 2$ and $E = |\vec{k}|$. We also have the contribution of the three neutrino species (neutrinos plus antineutrinos) and of electrons plus positrons

$$\rho_i = g_i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{E}{\exp[(E - \mu_i)/T] + 1} + g_i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{E}{\exp[(E + \mu_i)/T] + 1} \quad (7.1.6)$$

with the degrees of freedom $g_\nu = 1$ and $g_e = 2$, $E = \sqrt{k^2 + m_i^2}$, and we allow for a particle-antiparticle asymmetry by introducing a chemical potential μ_i .

We write the FE in the radiation dominated epoch as

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_o \quad (7.1.7)$$

with ρ_o given in (7.1.4) and where we have neglected the k -curvature term in (7.1.2).

The article is organized as follows. First, in section 7.2, we add a new contribution to ρ_o and constrain it when the neutrino/antineutrino asymmetry vanishes, $\mu_\nu = 0$. We show that the new contribution is tightly constrained. In particular we follow the suggestion of the model presented in [146], and introduce modifications in G . More specifically, we let the second and third generation neutrinos to enter in Eq. (7.1.7) with a coupling G_2 and G_3 , respectively, different from G . As a consequence of our general study, we can place

strong constraints on this model. In section 7.3 we allow for $\mu_\nu \neq 0$ and show that one may have larger departures from Eq. (7.1.7). However, even in this general case, we will be able to rule out the model of [146].

7.2. Testing the Friedmann equation with non-degenerate BBN

Modifications to the FE arise in a variety of contexts. For example, in brane-world models with extra dimensions one obviously finds departures from standard general relativity, and hence the FE is altered. One may have radical changes in this equation when compared to the standard equation (7.1.2) [138–141] but then it is difficult to reconcile the theoretical predictions with observations. Thus, the hard work is in the struggle to find scenarios where one gets an evolution equation that at first approximation is close to the FE, with modifications that can be tuned to be small [142–145]. How small they must be? We will give an answer using certain type of alterations of the FE (7.1.7), and constraining them in the radiation period using BBN. In this section we set $\mu_{\nu_i} = 0$, but in the next section we will relax this condition.

Apart from brane-world models, we have also found inspiration in two other recent papers, where the general FE (7.1.2) is assumed to be valid, but where there are contributions to ρ not having exactly the form (7.1.5), valid for radiation. First, in [147], the authors show that the reheating temperature T_r can be as low as $T_r \sim 0,7$ MeV (when BBN starts). For T above T_r we would have the decay of coherent oscillations of the inflaton, or the decay of a modulus or similar field. If T_r indeed happens to be as low as speculated in [147], it is conceivable that in the period of BBN, for $T < T_r$, apart from having radiation dominating the energy density ρ , we might still have some traces of the period $T > T_r$ amounting to some small contribution to ρ that should be added to the r.h.s. of Eq. (7.1.7). Second, in another context, the so-called Cardassian expansion model has been shown to lead to a model in which the universe is flat, matter dominated and accelerating [148]. This model simply adds a new contribution to the energy density on the r.h.s. of the FE (7.1.2), which would

dominate at a late epoch in the evolution of the universe. In our article we consider similar modifications but, as we said, we constrain them in the BBN period.

With all this in mind, we add a new term to Eq. (7.1.7)

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} G \left[\rho_o + \lambda \left(\frac{T}{0,1 \text{ MeV}} \right)^\gamma \right] \quad (7.2.8)$$

with γ and λ two arbitrary parameters, that we shall bound. Even if the type of modification that we introduce in (7.2.8) is arbitrary, some values of the parameter γ have a particular physical significance. For example, the contribution of a term with $\gamma = 0$ would correspond to a cosmological constant. For $\gamma = 4$, the new term would be of the form of extra relativistic particles, and for $\gamma = 3$ it would correspond to extra massive particles.

The new term in the FE modifies the expansion rate, which plays a crucial role in the dynamics during BBN. The universe, just before this period, consists of a hot dense plasma made of n , p , e^\pm , ν and γ . Neutrons and protons are in equilibrium through weak interactions. This equilibrium is lost when the universe is expanding so fast that particles cannot interact with each other. It happens when the expansion rate H equals the weak interaction rate Γ_W , a process that is known as the freeze out of the weak interaction. In general, any modification of the expansion rate changes the time of the freeze out.

After freeze out, the temperature of the cooling universe will eventually be low enough to permit the formation of the lightest nuclides. In order to calculate the abundances of these nuclides is important to know how many neutrons and protons are there when the nuclear reactions begin. The value n/p has its equilibrium value, which decreases with time ($m_n > m_p$), until the freeze out of weak interactions. Since then, neutrons are not destroyed or created by two body reactions, but can still be destroyed by neutron decay. Anyway, to know how many neutrons are there, one has to know at which temperature the weak reactions freeze out, because depending on the freeze out temperature, there will be more or less neutrons available to form the lightest elements.

Before we do the numerical analysis, we can understand some qualitative

features of the effect of the new term in (7.2.8). We can see that for positive values of λ , its effect is to increase the expansion rate of the universe. Then, as we have said, the weak interaction will freeze out before the time of the freeze out in the standard case, and there will be more neutrons present in the universe at the moment the nuclides begin to form. So, the presence of a term with $\lambda > 0$ will increase the light element yields .

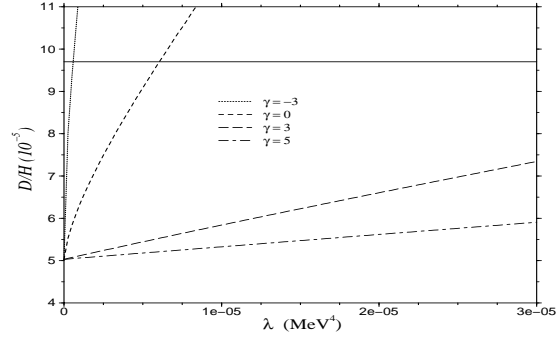
The effect of a $\lambda < 0$ term would be the contrary, but in that case there is the problem that for certain values of λ and γ , H^2 becomes negative, which is physically unacceptable. This is indeed what happens. If we look at (7.2.8), we can see that for large values of γ ($\gamma > 4$) this occurs at high values of the temperature, i.e. when BBN begins ($T \sim 1 - 10$ MeV). On the other hand, for low or negative values of γ , H^2 becomes negative at low temperature, i.e. when BBN finishes ($T \sim 1$ keV). Anyway, for all values of γ , there are problems when $\lambda < 0$. We could be able to study particular cases of γ where $\lambda < 0$ but, since we are interested in a systematic study, we will concentrate only on positive values of λ .

We have modified the standard numerical code [64], performing the modification (7.2.8) and we have obtained the new predicted values for the several light element yields. An input that is needed for our calculation is the baryon-to-photon number ratio $\eta_B \equiv n_B/n_\gamma$. We use values consistent with the analysis of the cosmic microwave background anisotropies, where the parameter η_B plays a role [149–152].

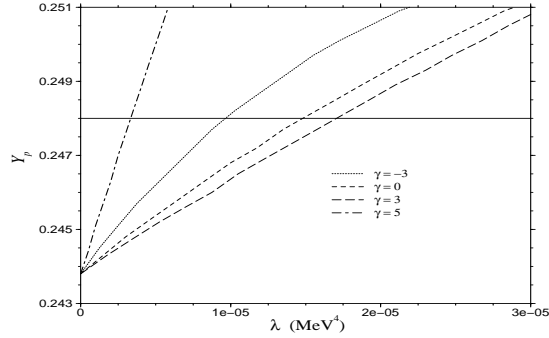
In Figs.7.1(a) and 7.1(b), we can see the results for the deuterium and ^4He abundances as a function of λ , for several values of γ . The horizontal line corresponds to the observational upper limit [152]. We are presenting the results for deuterium and ^4He because these two elements constrain more λ and γ than the other elements. We can see that the abundances grow with λ , in agreement with what we have reasoned before.

In Fig. 7.2, the observationally allowed region for λ and γ is presented. Solid, dotted, and dashed lines correspond to the constraints coming from ^4He , deuterium, and ^7Li , respectively. The intersection of the constraints, giving the allowed region is shadowed. From this figure, we can see that the constraint

coming from ${}^4\text{He}$ is important for larger values of γ and the one coming from deuterium is more relevant for smaller values of γ . We can understand this feature in the following way. When the nuclear reactions that produce the light



(a)



(b)

Figure 7.1: Yields of primordial deuterium, normalized to hydrogen, (a), and mass fraction of primordial helium (b), in a universe with evolution in the BBN epoch given by Eq. (7.2.8), as a function of λ and for $\gamma = -3, 0, 3$, and 5 . We fix $\eta_B = 4 \times 10^{-10}$. The horizontal line of each figure corresponds to observational data. We only show the upper limit, since the lower limit is below the displayed scale. Thus, the region above the horizontal line is excluded.

elements begin, the first element formed from neutrons and protons is deuterium. Through ${}^3\text{He}$ and tritium, all the deuterium converts into ${}^4\text{He}$, which is the most stable nuclide. It is when the reactions that convert deuterium into ${}^4\text{He}$ freeze out that primordial deuterium begins to form. Therefore, primordial deuterium is formed after all the primordial ${}^4\text{He}$ is formed. For large values of γ , the modification λT^γ we have introduced is important at the beginning of BBN (high temperature), i.e., during the formation of ${}^4\text{He}$. For small values of γ , the modification is more important at the end of BBN (low temperature), i.e., during the formation of deuterium (when all the ${}^4\text{He}$ is already formed). This feature can also be seen in Fig. 7.1. In Fig.7.1(a), the maximum allowed value of λ , given by the observational constraint from deuterium, is smaller for low values of γ and grows as γ becomes larger. The case of ${}^4\text{He}$, Fig.7.1(b), is similar for the low values of γ , but for $\gamma > 3$ the effect of the term λT^γ is more important, and the maximum allowed value of λ is more constrained.

From Fig. 7.2 we see that there are strong bounds on λ , so we conclude that departures from the FE are very much constrained. To weight the importance of the new term $\lambda (T/0,1\text{MeV})^\gamma$ in (7.2.8) we can compare it numerically with the standard contribution ρ_o in (7.1.7). For the maximum allowed values of λ , and making the comparison at the standard BBN temperature $T = 0,1\text{MeV}$, we find that the new term does not exceed 10^{-1} times the standard term.

Carroll and Kaplinghat [153] have done a similar study, motivated by the same concern than we have discussed in this section. They use the following generalization of the FE

$$H = \left(\frac{T}{1\text{MeV}} \right)^\alpha H_1 \quad (7.2.9)$$

and bound the parameters α and H_1 using BBN. The form (7.2.9) is suitable to test radical departures from the FE as suggested by some work in brane-world models [138–141]. However, brane-world models developed in a series of papers [142–145] that come closer to the standard FE are, in our opinion, more promising. Thus, we think that, in this sense, our parameterization is more suitable. More support to our point of view and the form we use for the modified FE is the fact that, as it follows from our study, possible departures from the FE have to be small due to the observational data on BBN. Even if both parameterizations are not mathematically completely equivalent, one may

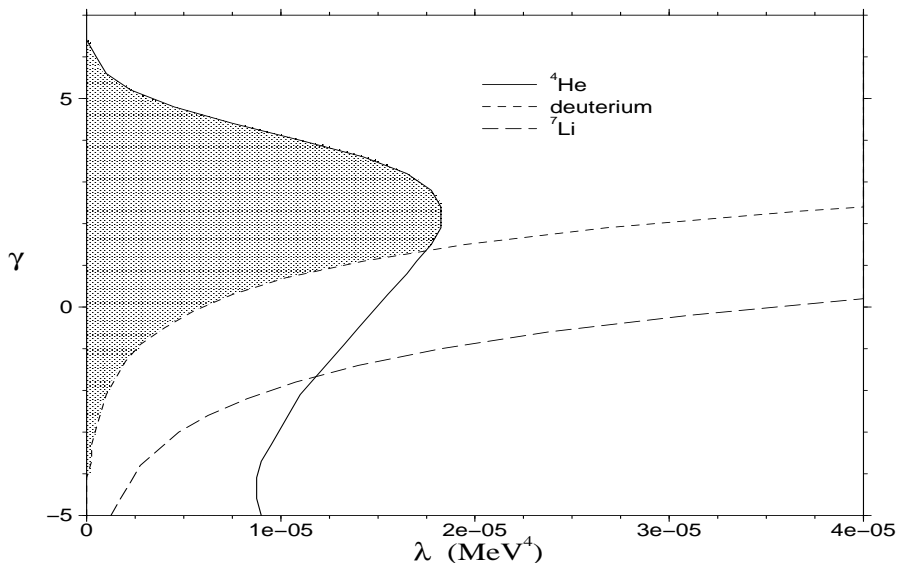


Figure 7.2: Constraints on the (γ, λ) plane coming from the requirement that the predicted abundances are consistent with the observed values, in the case $\mu_\nu = 0$. We show the constraints from ${}^4\text{He}$ as a solid line, from D as a short-dashed line, and from ${}^7\text{Li}$ as a long-dashed line. The intersection gives the allowed region, that we shadow. We have put $\eta_B = 4 \times 10^{-10}$.

establish connections between the parameterization in Eq. (7.2.9) and ours, in Eq. (7.2.8), when using suitable expansions in some limits. In this sense, our work complements the study in [153].

Another related work has recently been done by Zahn and Zaldarriaga [154]. They show how future cosmic microwave background radiation experiments will probe the FE (7.1.2). If we take their modification and test it in the radiation era using BBN (it would correspond to the particular case $\gamma = 4$ in our Eq. (7.2.8)) we reach bounds that are on the same order of magnitude that the values found in [154].

7.2.1. A Particular Case : Non-Universal Gravity

In a recent paper [146], Rafelski discusses a model where one would expect the fine structure constant α to vary in time. His work has been prompted by the recent measurements of α at cosmological time scales that may show this time variation effect [155]. He proposes that gravity couples much strongly (a factor $\sim 10^3$) to the second and third generation than it does to the first. In [146] it is claimed that the model is not excluded, since there is a lack of laboratory experimental constraints on how gravity couples to particles of the second and third generation (in the laboratory one measures the value of the gravitational strength through observations with matter of the first generation, namely electrons, protons and neutrons.)

However, the claim in [146] is partially not true. While certainly the laboratory constraints on how muons, taus, and second and third generation quarks couple to gravity are practically absent, surprisingly enough there are strong constraints on the neutrino sector. Gasperini [156] demonstrated that if gravity is not universally coupled to leptonic flavors, the gravitational field may contribute to neutrino oscillations. Laboratory experiments on neutrino oscillations place very strong bounds on the strength of the violation of universal gravity [156–158].

BBN also offers a test of this exotic possibility, since muonic and taonic neutrinos participate actively in the expansion of the early universe. The FE in a model of non-universal gravity reads

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} [G(\rho_\gamma + \rho_e + \rho_{\nu_e}) + G_2 \rho_{\nu_\mu} + G_3 \rho_{\nu_\tau}] \quad (7.2.10)$$

where G_2 and G_3 are the gravitational constants for the second and third generation and G is the usual Newton gravitational constant. As before, we have neglected the curvature term, which is not important in the radiation dominated epoch.

We will now show that with some approximations we can use the general results that we have presented before in this section. First, we consider non-degenerate neutrinos (in the next section we shall drop this assumption). In

this case, and if we ignore the small temperature difference between ν_e , ν_μ , and ν_τ we have $\rho_{\nu_e} = \rho_{\nu_\mu} = \rho_{\nu_\tau} \equiv \rho_\nu$, with

$$\rho_\nu = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (7.2.11)$$

Then we can write (7.2.10) as

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_o + \frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G} \rho_\nu \right] \quad (7.2.12)$$

where ρ_o is given in (7.1.4) and we have defined ΔG_2 and ΔG_3 as $\Delta G_i \equiv G_i - G$. Since here we are interested in getting an approximate bound on ΔG_2 and ΔG_3 , we consider that the temperature of the neutrinos and the photons are of the same order. Thus we can see that Eq. (7.2.12) is a particular case of the general modification (7.2.8) with $\gamma = 4$ and

$$\lambda = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} \frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G} (0,1\text{MeV})^4 \quad (7.2.13)$$

Now, from Fig. 7.2, in the case $\gamma = 4$, we can estimate the limit $\lambda \lesssim 10^{-5} \text{MeV}^4$, which constrains the deviation from universal gravity to values of the order

$$\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G} \lesssim 1 \quad (7.2.14)$$

But before comparing this result with what is needed in [146], we will see in the next section that if we allow for a neutrino degeneracy, all these constraints become weaker.

7.3. Testing the Friedmann equation with degenerate BBN

Up to this point we have taken $\mu_{\nu_i} = 0$, so we have not considered a neutrino/antineutrino asymmetry. In this section, we would like to study how the results change in the case of degenerate neutrinos, i.e., $\mu_{\nu_i} \neq 0$. To reduce

the number of parameters, we put $\mu_{\nu_e} = \mu_{\nu_\mu} = \mu_{\nu_\tau} \equiv \mu_\nu$, namely that the asymmetry between neutrinos and antineutrinos is the same for the three families. Actually, it has been recently pointed out [73] that this condition is a consequence of oscillations among the different families of neutrinos. Because of the dependence of μ_ν on the temperature, it is convenient to use the ratio $\xi_\nu \equiv \mu_\nu/T_\nu$ which is a constant quantity (again, we ignore a small temperature difference between ν_e and ν_μ, ν_τ).

The introduction of a neutrino degeneracy strongly affects the production of ${}^4\text{He}$. This can be easily understood because for this element, following a standard qualitative analysis [14], one can get an approximate analytic expression for Y_p , the primordial ${}^4\text{He}$ mass fraction. It reads

$$Y_p = \frac{2(n/p)_{Nuc}}{1 + (n/p)_{Nuc}} \quad (7.3.15)$$

where $(n/p)_{Nuc}$ is the ratio between neutrons and protons at the moment the ${}^4\text{He}$ is formed. In the case of degenerate neutrinos this ratio is given by ¹

$$(n/p)_{Nuc} \propto \exp\left(-\frac{m_n - m_p}{T_{Nuc}} - \xi_\nu\right) \quad (7.3.16)$$

where we can see that degeneracy affects Y_p exponentially. From Eqs. (7.3.15) and (7.3.16) we can see that positive values of ξ_ν diminish the predicted abundance Y_p , an effect that goes in the opposite direction compared to the consequences of the modification (7.2.8), when $\lambda > 0$. This can be seen in Fig. 7.3 where a value of $\xi_\nu = 0,06$ increases the maximum allowed value of λ by about one order of magnitude (such value of ξ_ν is consistent with recent analysis, see [73]). As expected from our discussion above, the allowed region coming from the ${}^4\text{He}$ restriction is significantly enlarged, while the restrictions coming from the other elements remain nearly constant. We conclude that for $\xi_\nu \neq 0$, larger values of λ are allowed, so one has much more freedom to modificate Eq. (7.1.7) than in the case $\xi_\nu = 0$.

¹Actually, it is the degeneracy of ν_e that matters, but we have put $\xi_{\nu_e} = \xi_{\nu_\mu} = \xi_{\nu_\tau} \equiv \xi_\nu$.

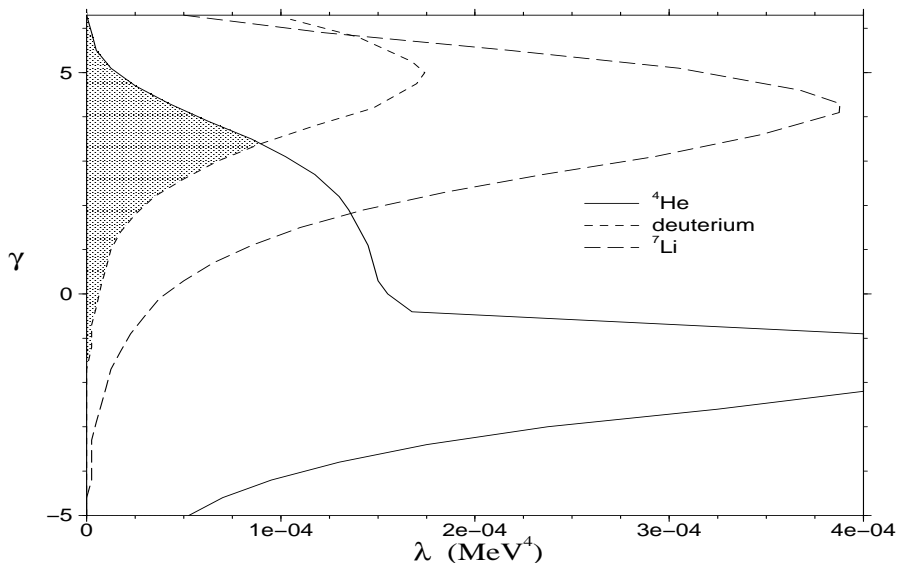


Figure 7.3: Same that Fig. 7.2 but with $\xi_\nu = \mu_\nu/T = 0,06$. The constraints are much looser as can be seen by noticing the scale change in the λ axis.

7.3.1. Constraints on Non-Universal Gravity from Degenerate BBN

In the same way as we did in the precedent section, we could treat the model of non-universal gravity as a particular case of (7.2.8), and from Fig. 7.3 we could limit the parameter $\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}$ for the value $\xi_\nu = 0,06$. But here, taking profit that in this case we have fixed one parameter ($\gamma = 4$), we can make a more general analysis of how ξ_ν affects the restrictions on λ .

We notice that Eq. (7.2.12) is still valid in the degenerate case (recall we set $\mu_{\nu_e} = \mu_{\nu_\mu} = \mu_{\nu_\tau} \equiv \mu_\nu$) but now, to get ρ_ν , we have to use Eq. (7.1.6) with the temperature T equal to the neutrino temperature, as it should be. We make a numerical analysis with the free parameters $\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}$ and ξ_ν . In Fig. 7.4 we show the allowed region for the parameter space $(\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}, \xi_\nu)$ for the value

$\eta_B = 4 \times 10^{-10}$. We can see that constraints coming from the observational limits of the different elements bound these parameters into a closed region. Notice that if one only considered the restrictions coming from one element, the allowed region would be no longer closed. The reason for this is that the effects of $\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}$ and ξ_ν on each element abundance go in opposite directions and may compensate each other. As we have noted before in the case of ${}^4\text{He}$, positive values of ξ_ν diminish the predicted abundance Y_p . On the other hand, positive values of $\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}$ increase the expansion rate of the universe, H , which leads to an increase of Y_p , compensating the change induced by ξ_ν .

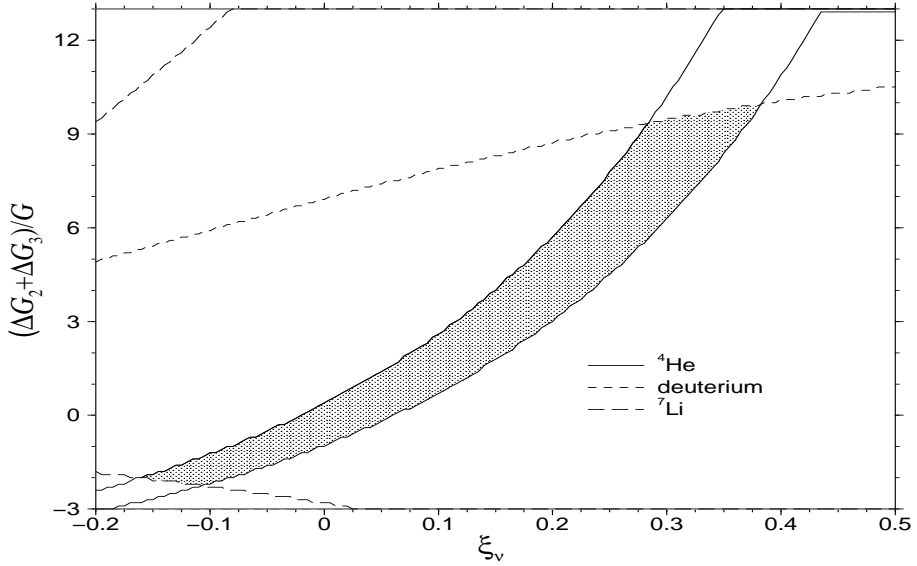


Figure 7.4: Region in the $(\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}, \xi_\nu)$ plane where the modified Friedmann equation leads to abundances in agreement with observation. We display the limits coming from ${}^4\text{He}$ (solid line), D (short-dashed line), and ${}^7\text{Li}$ (long-dashed line). The allowed region when one takes into account all constraints is shadowed. In this figure we set $\eta_B = 4 \times 10^{-10}$.

In Fig. 7.5 we show the allowed region for different values of η_B . We note that for any η_B , there are values of $\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}$ and ξ_ν that give theoretical predictions

compatible with the primordial element observations. Rather than give accurate bounds on $(\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}, \xi_\nu)$, here we are interested in pointing out that the deviation from universal gravity is roughly limited to values $|\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}| \lesssim 20$. At the light of this result, we conclude that the values of G_2 and G_3 that are postulated in [146], i.e., about a factor of 1,000 bigger than the value of the Newton gravitational constant (for the first family), are excluded.

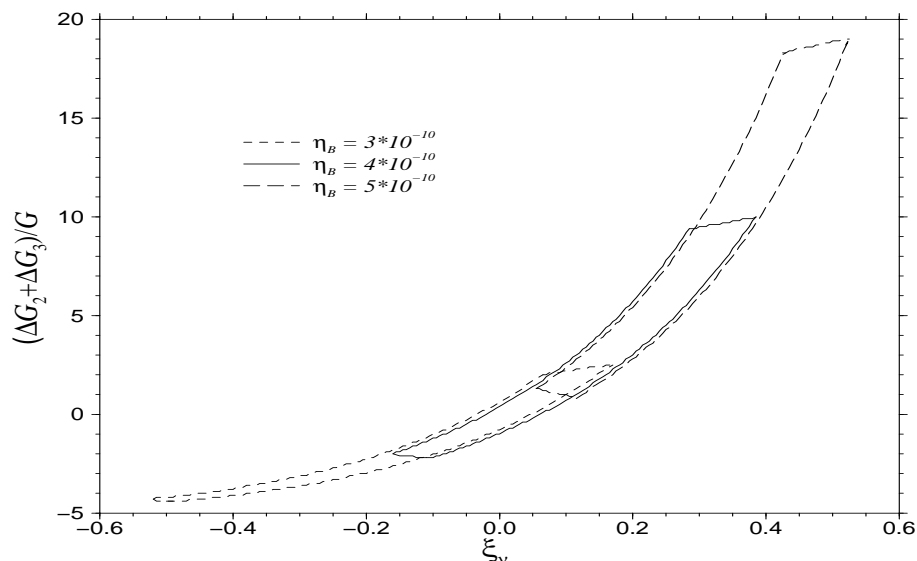


Figure 7.5: Allowed region in the $(\frac{\Delta G_2 + \Delta G_3}{G}, \xi_\nu)$ plane. We vary η_B : we show as a solid line the case $\eta_B = 4 \times 10^{-10}$ (same that in Fig. 7.4), and as a short-dashed line and as a long-dashed line the cases $\eta_B = 3 \times 10^{-10}$ and $\eta_B = 5 \times 10^{-10}$, respectively.

Our bounds on non-universal gravity are much weaker than the bounds coming from oscillation experiments, which are at the level $\sim 10^{-14}$ [157, 158]. However, the bounds presented in this work may have some interest due to the following reasons. First of all, our limits and the limits from oscillations are obtained at very different times; BBN period ($z \sim 10^9$) *versus* today ($z = 0$). Also, there might be instances where oscillation experiments do not bound non-

universal gravity. Two such cases are discussed by Gasperini [156]. First, if there is no mixing between neutrino weak eigenstates and the total energy eigenstates there is no gravitational induced oscillations, and thus no bounds. Second, there might be an anomalous gravitational coupling of the neutrino with respect to the charged fields but with the three ν coupling equally, namely, ν_e, ν_μ , and ν_τ all couple with strength $G' \neq G$. Then again there are no gravitationally induced oscillations. However, our limits still apply in these two cases.

Capítulo 8

On the gravitational field of antimatter

En colaboración con *E. Massó*.

Publicado en *Phys.Lett.* **B600** (2004) 197.

The symmetry between matter and antimatter arises naturally in conventional quantum field theory. With the priors of Lorentz invariance, hermiticity, and locality, the theory is CPT conserving. Among other consequences, CPT conservation implies that the inertial masses of a particle and its corresponding antiparticle are equal. When technically feasible, this identity among masses has been checked in the laboratory. General relativity is based on the equality of inertial and gravitational masses, and this hypothesis should apply in principle both to matter and to antimatter. However, it is not at all obvious that this assumption will be tenable when going from classical general relativity to a quantum theory of gravitation. The path to quantum gravity is not yet established, but one thing we know for sure is that we have to go beyond conventional field theory; it follows then that we cannot invoke the kind of matter-antimatter symmetry we alluded to. In fact, there is the claim [159–164] about the possibility of a fundamental asymmetry between matter and antimatter that could manifest as a signature of quantum gravity (for a review see [165] and references therein).

It is not a trivial issue to probe the gravitational properties of antimatter and compare them with those of matter. Apart from our own work, that we will present below, we are aware of only one instance where this comparison has been possibly done [166, 167]. In the supernova 1987A collapse, a huge flux of neutrinos and antineutrinos was emitted. The flux, when crossing the Earth, left a signal in underground detectors. The statistical analysis concluded that [167], at the 90% confidence level or more, at least one $\nu_e e$ event was detected, the rest being $\bar{\nu}_e p$. Assuming ν_e and $\bar{\nu}_e$ were indeed detected, and taking into account that all events were recorded in about a 10 second period, one can put a restriction on the geodesic deviation of these particles when following a path from the supernova in the Large Magellanic Cloud (LMC) until the Earth. This is expressed conveniently in terms of the post-Newtonian parameter γ ($\gamma = 1$ for all particles and antiparticles in Einstein's theory). One gets [166, 167]

$$|\gamma_{\nu_e} - \gamma_{\bar{\nu}_e}| < 10^{-5} - 10^{-6} \quad (8.0.1)$$

The bound (8.0.1) on the (weak) equivalence principle for matter and antimatter is subject to some caveats. As we said, it is necessary that at least one of the detected events corresponds to a ν_e . In addition, if the violation of the equivalence principle is due to new long-range forces, then the limit (8.0.1) is relaxed

if the range is shorter than the LMC-Solar System distance. Also, screening effects might invalidate (8.0.1), as is discussed in [168].

We should also say that, after the successful antihydrogen production [169, 170], a laboratory limit on conceivable differences between the fall of hydrogen and antihydrogen in the Earth gravitational field will be in principle possible [171].

This last experimental proposal and the limit (8.0.1) are concerned with the effects of a gravitational field on matter and antimatter. We would also like to compare the gravitational field produced by bulk matter with the corresponding gravitational field produced by antimatter. This is very hard of course because we need a large macroscopic sample of antimatter and measure the gravitational field it produces. Fortunately, the very early universe offers a “laboratory” for such a test. To start with, one has comparable densities of matter and antimatter. Also, the particle and antiparticle energy densities are responsible for the gravitational Hubble expansion. In the standard Big Bang model, the expansion rate of the universe, measured by the Hubble parameter H , is given by the Friedmann equation in terms of the energy densities ρ_i ,

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} G_N \sum_i \rho_i \quad (8.0.2)$$

where G_N is the Newton’s gravitational constant. In (8.0.2), the contribution of curvature and cosmological constant has been neglected. This is justified, since we shall apply the equation in the very early universe, specifically in the period of Big Bang Nucleosynthesis (BBN).

We see that in (8.0.2) the densities ρ_i of the different species i present in the early universe contribute to the expansion with the same strength G_N , so that, as a consequence, matter and antimatter enter with the same gravitational constant. The root for that is found in Einstein equations

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = 8\pi G_N T^{\mu\nu} \quad (8.0.3)$$

The Friedmann equation (8.0.2) can be deduced from Einstein equations, if we use the Robertson-Walker metric to calculate the Ricci tensor $R^{\mu\nu}$ and the

Ricci scalar R , and describe the energy-momentum tensor $T^{\mu\nu}$ as a perfect fluid. The energy densities ρ_i are contained as a perfect fluid source in $T^{\mu\nu}$ and they contribute with the same strength G_N .

If matter and antimatter produce different gravitational fields, we would expect a violation of Einstein equations (8.0.3), and as a consequence the Friedmann equation (8.0.2) would also be invalid. Even if we do not have a fundamental theory in this case, we shall proceed in the following way to constrain such matter/antimatter asymmetry.

We will make use of the fact that the Friedmann equation gives a fair description [91, 153, 172] of the universe expansion in the BBN period. It is reasonable to think that if the Friedmann equation (8.0.2) is to be altered, the modifications are bound to be not excessively drastic.

With this argument in mind, we shall postulate a minimally modified Friedmann equation where matter and antimatter enter with different strengths,

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} [G_N \rho_M + G_N(1 + \delta_\gamma) \rho_\gamma + G_N(1 + \delta_A) \rho_A] \quad (8.0.4)$$

Several comments are in order. We have left G_N multiplying the energy density matter contribution ρ_M , since G_N is the usual magnitude measured for the gravitational field produced by a source of matter. The energy density of electrons and neutrinos will contribute to ρ_M (protons and neutrons are present in the BBN era but, in practise, it is the relativistic particles that dominate ρ_M). A modification appears for antimatter, which enters our equation (8.0.4) with a strength $G_A = G_N(1 + \delta_A)$. We will have positrons and antineutrinos contributing to the antimatter energy density ρ_A . Also, there are photons with an energy density ρ_γ that contribute to the universe expansion. Once we admit the possibility of breaking the matter/antimatter symmetry, we should let the photons enter the modified Friedmann equation with yet another gravitational constant $G_\gamma = G_N(1 + \delta_\gamma)$ different in principle from both matter and antimatter.

We shall apply BBN arguments to constrain δ_A and δ_γ . BBN has already quite a long list of limits to different models [173]. Let us first summarise how it works in our case.

In the standard BBN, it is crucial when weak interactions freeze out, since from this moment on the interconversion between protons and neutrons is ineffective, and primordial nucleosynthesis starts. A modification of the expansion rate H makes the freeze out temperature different from the standard one and this affects the prediction of the primordial yields of light elements. We will calculate the theoretical yields using the modified Friedmann equation (8.0.4) with the parameters δ_A and δ_γ . Then we will compare the theoretical predictions with observational data and require agreement. In this way we shall obtain bounds on the parameters δ_A and δ_γ . For the predictions we need to specify the number of neutrinos N_ν and the neutrino/antineutrino asymmetry which is described by the chemical potential μ_ν . This is easy to understand: changing the number of neutrinos changes the expansion of the universe, on the one hand, and, on the other hand, μ_ν enters in the proton/neutron interconversion reaction rates. We shall assume the values of the standard BBN: $N_\nu = 3$, as collider measurements tell us, and $\mu_\nu = 0$. In the standard BBN analysis one gets that μ_ν/T has to be small [174], with the electron neutrino asymmetry more restricted than the others. Neutrino oscillations seem to imply that the limits for the electron neutrino apply also to the other neutrinos [73]. Even if we work in non-standard BBN, we think it is reasonable to set $\mu_\nu = 0$ in our analysis, and in this way we do not have an extra parameter to play with.

In addition, the predictions depend on the baryon number density. So, still another parameter η which is this density normalised to the photon number density is needed in our calculation. Until very recently BBN was the only way we had to get information on η . This situation has changed with the observational results [13] on the cosmic microwave background, leading to the allowed range

$$\eta = (6,13 \pm 0,25) \times 10^{-10} \quad (8.0.5)$$

We will use (8.0.5) as an input. Finally, the primordial yields of light elements also depend on the neutron lifetime; we take $\tau_n = 885,7 \pm 0,8$ sec [175].

The success of BBN in constraining models is of course not only due to the theoretical framework we have but also to the fact that we possess observational data. The data is not without debate since some hypotheses have to be done to go from the observed abundances to the primordial abundances. We adopt the

recent measurements coming from [78], where the deuterium detection in quasar absorption systems at high redshift leads to the following ratio of deuterium to hydrogen by number

$$D/H = 2,78^{+0,44}_{-0,38} \times 10^{-5} \quad (8.0.6)$$

Unfortunately, the determinations of primordial ${}^4\text{He}$ suffer from discrepancies between the different estimates. We prefer to take a conservative attitude and, instead of choosing a specific measurement among all, we adopt a range which encompasses the existing measurements. The observational primordial

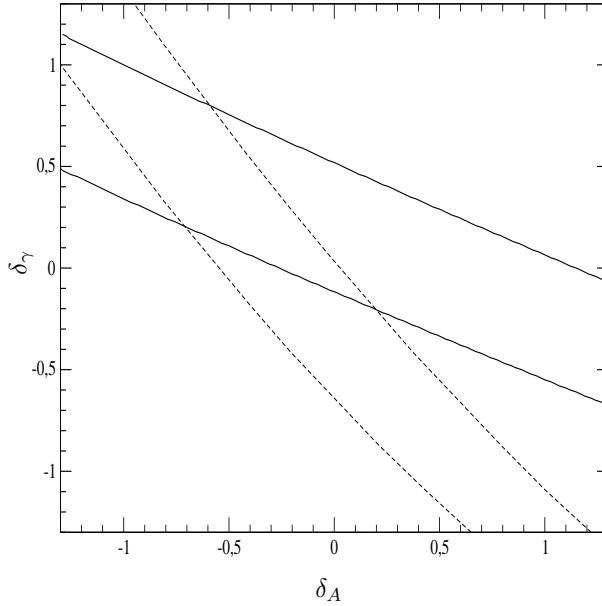


Figure 8.1: Constraints on the $(\delta_A, \delta_\gamma)$ plane coming from the requirement that the predicted abundances are consistent with the observed values. We show the constraints from deuterium as a solid line, and from ${}^4\text{He}$ as a dashed line. We have put $\eta = 6,13 \times 10^{-10}$.

${}^4\text{He}$ mass fraction is taken to be in the range

$$0,228 \leq Y_P \leq 0,248 \quad (8.0.7)$$

However we will comment below what would happen if we follow a more recent analysis.

We are now ready to explain how we actually get our results. We run a modified version of the numerical Kawano code [64]. We first introduce as inputs the central values of η and τ_n that we mentioned before. For each value of δ_A and δ_γ we get a prediction for the abundances of deuterium and helium-4. Comparing the predictions with the data in (8.0.6) and (8.0.7) we get two allowed bands. These are shown in Fig. 8.1. Requiring consistency for deuterium leads to the band between the two solid lines, while the dashed lines enclose the allowed band for ${}^4\text{He}$. It is no surprise to get a band since there is some cancellation between the effects of δ_A and δ_γ if the sign of these two parameters turns out to be opposite. The bands have not the same slope and thus we get an allowed region when we consider both elements, leading to the bounds $-1,4 \leq \delta_A \leq 0,2$, $-0,2 \leq \delta_\gamma \leq 1,2$.

We have arrived at our main objective: to show that BBN provides a limit on the possibility that the gravitational field of antimatter and radiation differs from the gravitational field of matter. We got limitations on δ_A and δ_γ for $\eta = 6,13 \times 10^{-10}$. We should now allow η to vary in the experimental error range and strictly speaking we should do that introducing η as a statistical variable. We will not do it this way because, as we said, the observational ${}^4\text{He}$, which is one of the main inputs, is taken with a large error to take into account measurements that are not consistent at one σ among themselves. We hope the situation will improve in the future, but for the time being we do not undertake the task of treating η statistically. For our purposes, we limit ourselves to find the allowed region in the δ_A, δ_γ plane for $\eta = 5,88 \times 10^{-10}$ and $\eta = 6,38 \times 10^{-10}$, namely the one- σ observational extremes coming from WMAP. We keep τ_n fixed since this does not introduce any appreciable change. The results are shown in Figs.8.2(a) and 8.2(b). We conservatively take as the allowed range for our parameters the union of the ranges in the figures, which

is

$$\begin{aligned} -1,6 &\leq \delta_A \leq 0,4 \\ -0,4 &\leq \delta_\gamma \leq 1,5 \end{aligned} \quad (8.0.8)$$

This is the main numerical result of our work.

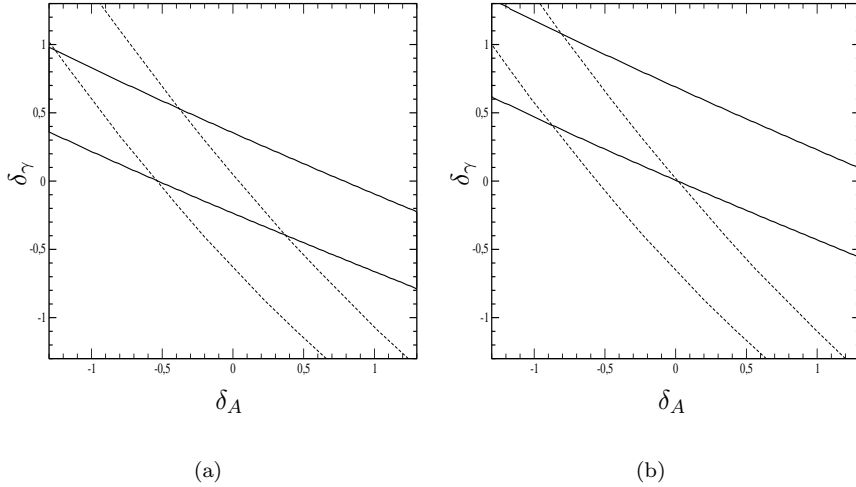


Figure 8.2: Region in the $(\delta_A, \delta_\gamma)$ plane where the modified Friedmann equation leads to abundances in agreement with observation. We display the limits coming from deuterium (solid line), and ^4He (dashed line). The values for the baryon number density are (a) $\eta = 5,88 \times 10^{-10}$, and (b) $\eta = 6,38 \times 10^{-10}$.

In our analysis, we have used a ^4He abundance that is large enough to comprise different measurements. In fact, there are recent analysis leading to values Y_P that are not consistent with both the measured D/H (8.0.6) and η (8.0.5). For example, taking $Y_P = 0,238 \pm 0,005$ [176] leads to this situation. Allowing a non-zero δ_A and δ_γ would make a consistent scenario where Y_P , D/H and η agree. We think however that the tension between the observables is likely to be solved by an improvement of the observations. So we regard our work as giving a constraint on antimatter gravity, rather than giving a solution to a crisis.

We finally would like to stress that if in our modification of the Friedmann equation (8.0.4) we have some relation between δ_A and δ_γ , then the bounds will be tighter. For example, assume the following modified Friedmann equation

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} [G(1 + \delta) \rho_M + G \rho_\gamma + G(1 - \delta) \rho_A] \quad (8.0.9)$$

Here matter and antimatter couple differently but the departure from the radiation coupling is somehow symmetric. This is what would be expected in theories with a “graviphoton” [177] and has been shown to be consistent [178] with energy-conservation arguments [179]. In (8.0.9) we have to identify $G_N = G(1 + \delta)$. The limits from BBN on δ are

$$-0,02 \leq \delta \leq 0,12 \quad (8.0.10)$$

The bound is now tighter because now we have (8.0.9) that has one free parameter instead of (8.0.4) with two parameters. We would have another one-parameter model if we put $\delta_\gamma = 0$ and let only vary δ_A . The bound would then be

$$-0,52 \leq \delta_A \leq 0,05 \quad (\delta_\gamma = 0) \quad (8.0.11)$$

The reverse situation is that $\delta_A = 0$, $\delta_\gamma \neq 0$. Physically, it amounts to say that antimatter and matter behave identically while it is the gravitational field of radiation that is different. Notice that an alternative physical interpretation is that fermions and bosons produce a different gravitational field. In fact, this possibility has been considered in [94], where the authors use BBN to constrain this fermion/boson asymmetric model.

Capítulo 9

On axion thermalization in the early universe

En colaboración con *E. Massó* y *G. Zsembinski*.
Publicado en *Phys.Rev.* **D66** (2002) 023004.

9.1. Introduction

The Peccei-Quinn solution [42, 43] to the strong CP-problem introduces a new $U(1)_{PQ}$ chiral symmetry, the spontaneous breaking of which leads to a new spinless particle, the axion [44, 45]. If it exists, the axion has quite well defined properties: its mass and couplings are inversely proportional to F_a , the energy scale of the $U(1)_{PQ}$ breaking. We will be particularly concerned with the coupling of the axion field a to gluons

$$\mathcal{L}_{gga} = \frac{1}{F_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} G^{b\mu\nu} \tilde{G}_{\mu\nu}^b a \quad (9.1.1)$$

where $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ with g_s the gauge coupling of color $SU(3)_c$. In (9.1.1),

$$\tilde{G}_{\mu\nu}^b = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{b\rho\sigma} \quad (9.1.2)$$

is the dual of the gluon field $G_{\mu\nu}^b$, and there is a sum over the color index b .

Much theoretical study and experimental effort have been devoted to this particle (for recent reviews see [132, 180, 181]). The laboratory, astrophysical, and cosmological constraints imply that F_a must be a high energy scale, at least as large as [180]

$$F_a > 6 \times 10^8 \text{ GeV} \quad (9.1.3)$$

which in turn implies

$$m_a < 0,01 \text{ eV} \quad (9.1.4)$$

Thus, the axion has to be a very light particle and very weakly coupled.

One of the most attractive features of the axion is that it may be one of the constituents of the dark matter. Indeed, axions are copiously produced in the early universe. These primordial axions are generated mainly non-thermally. We know three non-thermal sources at work in the evolution of the universe: the “misalignment mechanism” [46, 120–122], string decay [125–131] and domain wall decay [182]. When the Peccei-Quinn symmetry breaks down at a temperature $T \simeq F_a$, the vacuum angle has no preferred value; but when the temperature reaches $T \simeq \Lambda_{QCD}$, the vacuum angle sets where the vacuum energy is minimized, which is the CP-conserving value. Relaxation from

one angle to the other produces a coherent, cold condensate of axions. This is the “misalignment mechanism”. On the other hand, the $U(1)_{PQ}$ breaking at $T \simeq F_a$ originates axion strings. If inflation takes place just after that, these strings dilute away. However, if this is not the case, we have a second mechanism of production of axions when strings decay. Also, if the axion field is not homogenized by inflation, there are models where axion domain walls appear soon after $T \simeq \Lambda_{QCD}$. The decay of these walls into axions is a third mechanism of non-thermal primordial axions.

Thermal production of axions was studied by Turner [133]. His main interest was to study the possibility that thermal axions have a density greater than the corresponding to non-thermal axions, and then to analyze the potential detection of photons from axion decay. Turner considered the Primakoff process, $a + q \rightleftharpoons \gamma + q$, where q is a light quark, and photoproduction, $a + Q \rightleftharpoons \gamma + Q$, where Q is a heavy quark, and showed that when

$$F_a < 10^9 \text{ GeV} \tag{9.1.5}$$

axions were once in thermal equilibrium. Evaluating the axion density he found that for

$$F_a < 4 \times 10^8 \text{ GeV} \tag{9.1.6}$$

the thermal population is greater than the non-thermal.

In [133], it was mentioned that other axion processes contribute to axion thermalization and consequently would increase the value in (9.1.5). However, these other processes were not evaluated since the range (9.1.5) includes (9.1.6) and this was enough for the purposes of [133]. We note that the experimental bound in (9.1.3) excludes the range in (9.1.6) and leaves a small interval of the condition (9.1.5).

In this paper we extend the work of [133] and investigate the contribution to axion thermalization of other processes than Primakoff and photoproduction. As we will show, the processes we discuss lead to a much larger range for F_a than (9.1.5).

The reactions we consider all involve the gga vertex appearing in (9.1.1),

- 1) $a + g \rightleftharpoons q + \bar{q}$
- 2) $a + q \rightleftharpoons g + q$ and $a + \bar{q} \rightleftharpoons g + \bar{q}$
- 3) $a + g \rightleftharpoons g + g$

We show the corresponding Feynman diagrams in Figs. 9.1, 9.2, and 9.3.

The coupling of the axion to gluons (9.1.1) is an essential ingredient of the effective theory once the Peccei-Quinn symmetry is broken, since it reproduces the chiral anomaly of the theory. In this sense our results are model independent in contrast with the result (9.1.5) arising from Primakoff and photoproduction processes that involve the $a\gamma\gamma$ coupling which is model dependent and might be small in some models.

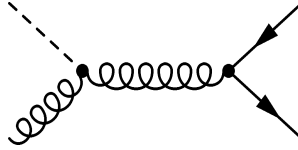


Figure 9.1: Feynman diagram for the process $a + g \rightleftharpoons q + \bar{q}$.

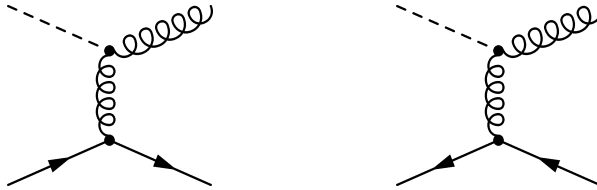


Figure 9.2: Feynman diagrams for the processes $a + q \rightleftharpoons g + q$ and $a + \bar{q} \rightleftharpoons g + \bar{q}$.

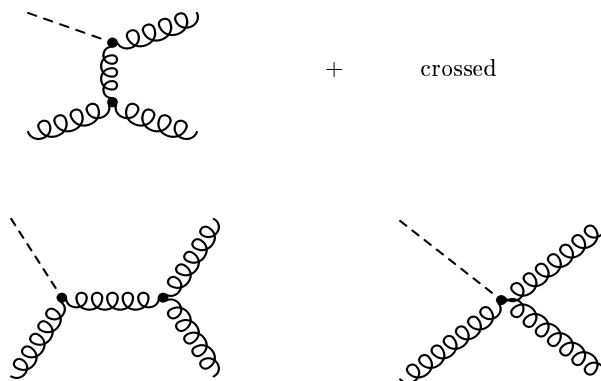


Figure 9.3: Feynman diagrams for the process $a + g \rightleftharpoons g + g$.

9.2. Evolution of the axion density

In the cooling of the universe, as soon as the temperature $T \simeq F_a$ is reached, massless axions can be produced by means of reactions 1), 2), and 3). The production rate has to compete with the expansion of the universe, characterized by the Hubble expansion rate,

$$H = \sqrt{\frac{4\pi^3}{45}} \sqrt{g_*} \frac{T^2}{M_{plank}} \quad (9.2.7)$$

We will assume that, in the range of temperatures where we will apply the evolution equation for interacting axions, the particle content corresponds to $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, with 3 families and one Higgs boson, with all particles at the same temperature. Then, the relativistic degrees of freedom appearing in (9.2.7) are given by [14]

$$g_* = g_{boson} + \frac{7}{8} g_{fermion} = 106,75 \quad (9.2.8)$$

The behaviour of the axion density n_a is given in terms of the Boltzmann

equation [14, 133, 183],

$$\frac{dn_a}{dt} + 3Hn_a = \Gamma [n_a^{eq} - n_a] \quad (9.2.9)$$

Here, Γ is the thermal averaged interaction rate for the process $a + i \rightleftharpoons 1 + 2$

$$\Gamma \equiv \frac{1}{n_a^{eq}} \int \frac{d\tilde{p}_a}{2E_a} \frac{d\tilde{p}_i}{2E_i} f_a^{eq} f_i^{eq} \cdot (\tilde{\sigma} v 2E_a 2E_i) \quad (9.2.10)$$

$$\tilde{\sigma} v 2E_a 2E_i \equiv \int \frac{d\tilde{p}_1}{2E_1} \frac{d\tilde{p}_2}{2E_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_i) \sum |M|^2 \quad (9.2.11)$$

with $d\tilde{p} \equiv d^3p/(2\pi)^3$. The phase space occupancy in kinetic equilibrium f^{eq} is given by the Fermi-Dirac or Bose-Einstein distributions,

$$f^{eq} = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} \quad (9.2.12)$$

where we will take the relativistic limit where the chemical potential μ goes to zero. In eq (9.2.11), $|M|^2$ is summed over all the degrees of freedom. The equilibrium densities appearing in (9.2.10) are given by

$$n^{eq} = g \int d\tilde{p} f^{eq} \quad (9.2.13)$$

where g is the degrees of freedom of the particle. In the period of interest, thermal axions are massless and have a density

$$n_a^{eq} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \quad (9.2.14)$$

where $\zeta(3) = 1.20206\dots$ is the Riemann zeta function of 3.

We follow the convenient procedure [14, 133, 183] of normalizing particle densities to the entropy density,

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3 = 0.44 \times g_{*S} T^3 \quad (9.2.15)$$

so that we define

$$Y \equiv \frac{n_a}{s} \quad (9.2.16)$$

During the epoch in which we will apply the Boltzmann equation (9.2.9), we can use $g_{*S} = g_* = \text{constant}$, and given by (9.2.8). Then we have that

$$Y^{eq} = \frac{n_a^{eq}}{s} = \frac{45 \zeta(3)}{2\pi^4} \frac{1}{g_*} = \frac{0,27}{g_*} \quad (9.2.17)$$

is constant. We can write the Boltzmann equation (9.2.9) as

$$x \frac{dY}{dx} = \frac{\Gamma}{H} [Y^{eq} - Y] \quad (9.2.18)$$

where we have defined

$$x \equiv \frac{F_a}{T} \quad (9.2.19)$$

We will now show that equation (9.2.18) can be integrated in our case. First, we advance that $\Gamma \propto T^3$ (see sec. 9.3) so that $\Gamma/H \propto 1/x$ and we can define the constant

$$k \equiv x \frac{\Gamma}{H} \quad (9.2.20)$$

Second, we use the fact that Y^{eq} is independent of x . We define

$$\eta \equiv \frac{Y}{Y^{eq}} \quad (9.2.21)$$

and, finally, we write equation (9.2.18) in the form

$$x^2 \frac{d\eta}{dx} = k(1 - \eta) \quad (9.2.22)$$

that has the solution

$$\eta(x) = 1 - e^{k(1/x-1)} \quad (9.2.23)$$

Since we start at $x = 1$ ($T = F_a$) with no axions, in (9.2.23) we have specified the initial condition $\eta(x = 1) = 0$.

From the solution (9.2.23) we see that η starts to grow at $x = 1$. At $x = k$ (that is, $\Gamma = H$) axions decouple from the QCD plasma. We call Y_d the value of Y at decoupling. For $x > k$ the value of η remains constant, so we have $Y = Y_d$. We are interested in the situation that axions have in practice a thermal spectrum, so we will ask that Y_d differs from Y^{eq} in less than 5%,

$$\frac{Y_d}{Y^{eq}} = \eta(x = k) = 1 - e^{k(1/k-1)} > 0,95 \quad (9.2.24)$$

which implies

$$k > 4 \tag{9.2.25}$$

When k satisfies this inequality, a thermal population of axions is born in the early universe. In the next section we calculate Γ , which, as we see from (9.2.20), will give us the clue of which is the corresponding range of F_a .

9.3. Calculation of thermally averaged interaction rates

As expression (9.2.11) is Lorentz invariant, we can evaluate it in any reference system. For convenience, we choose the center of mass system and will consider that all the particles are massless because we are at very high energies. So, we will write (9.2.10) as

$$\Gamma = \frac{1}{n_a^{eq}} \int \frac{d\tilde{p}_a}{2E_a} \frac{d\tilde{p}_i}{2E_i} f_a^{eq} f_i^{eq} \cdot (2s \tilde{\sigma}_{CM}) \tag{9.3.26}$$

where $\tilde{\sigma}_{CM}$ is the usual total cross section in the center of mass system, but with no average over the initial degrees of freedom, and s is the Mandelstam invariant. From the Lagrangian piece (9.1.1) one can easily find the Feynman rules for the couplings between axions and gluons that appear in the diagrams in Figs. 9.1, 9.2, and 9.3, which are necessary to calculate the cross sections for the considered processes. Some of these cross sections diverge logarithmically in the t and u channel. The processes we consider take place in a plasma with vanishing global color and so color is effectively screened for distances bigger than m_D^{-1} , with m_D the QCD Debye mass given by [184]

$$m_D^2 = g_s^2 \frac{N_c + N_f/2}{3} T^2 = 8\pi\alpha_s T^2 \tag{9.3.27}$$

where $N_c = 3$ is the number of colors and $N_f = 6$ is the number of flavors. We cut-off the divergences using the Debye mass. Cross sections have the form

$$\tilde{\sigma}_{CM} = A \ln \left(\frac{s}{m_D^2} \right) + B \tag{9.3.28}$$

where A and B are constants, which for the considered processes have the numerical value

$$\begin{aligned}
 1) \quad & A = 0 \quad , \quad B = \frac{N_f}{6\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} \\
 2) \quad & A = \frac{N_f}{\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} \quad , \quad B = -\frac{3N_f}{4\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} \\
 3) \quad & A = \frac{15}{2\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} \quad , \quad B = -\frac{55}{8\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{F_a^2}
 \end{aligned}$$

Putting (9.3.28) in (9.3.26) we find integrals of the type

$$I^\pm \equiv \frac{1}{\zeta(3)} \int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x \pm 1} \quad (9.3.29)$$

$$L^\pm \equiv \frac{1}{\zeta(3)} \int_0^\infty dx \frac{x^2 \ln x}{e^x \pm 1} \quad (9.3.30)$$

that can be done analytically. We have

$$I^+ = \frac{3}{2} \quad (9.3.31)$$

$$I^- = 2 \quad (9.3.32)$$

$$L^+ = \frac{1}{4} \left(9 + \ln 4 - 6\gamma + 6 \frac{\zeta'(3)}{\zeta(3)} \right) \quad (9.3.33)$$

$$L^- = 3 - 2\gamma + 2 \frac{\zeta'(3)}{\zeta(3)} \quad (9.3.34)$$

where $\gamma = 0,5772\dots$ is the Euler's Gamma constant and $\zeta'(3) = -0,1981\dots$. With these results, the integral (9.3.26) gives

$$\Gamma = \frac{T^3 \zeta(3)}{(2\pi)^2} \{ [B - A(1/2 + \ln(2\pi\alpha_s))] I^\pm I^- + A L^\pm I^- + A I^\pm L^- \} \quad (9.3.35)$$

where the sign \pm depends on whether the particle that goes with the axion is a gluon ($-$) or a quark ($+$). Thus, for each of the processes 1), 2), and 3) we

get, respectively,

$$\Gamma_1 \equiv \Gamma(a + g \rightleftharpoons q + \bar{q}) = \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} T^3 N_f \frac{\zeta(3)}{6\pi^4} \quad (9.3.36)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2 \equiv & \Gamma(a + q \rightleftharpoons g + q) + \Gamma(a + \bar{q} \rightleftharpoons g + \bar{q}) = \\ & \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} T^3 2N_f \frac{\zeta(3)}{4\pi^4} \left(L^+ + \frac{3}{4}L^- - \frac{3}{2} \ln(2\pi\alpha_s) - \frac{15}{8} \right) \end{aligned} \quad (9.3.37)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_3 \equiv & \Gamma(a + g \rightleftharpoons g + g) = \\ & \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} T^3 \frac{15\zeta(3)}{2\pi^4} \left(L^- - \ln(2\pi\alpha_s) - \frac{17}{12} \right) \end{aligned} \quad (9.3.38)$$

Γ is the sum of all Γ_i , and turns out to be

$$\Gamma \simeq 7,1 \times 10^{-6} \frac{T^3}{F_a^2} \quad (9.3.39)$$

where we have introduced $\alpha_s \simeq 1/35$, corresponding to energies $E \simeq 10^{12}$ GeV.

9.4. Conclusions

Using (9.3.39), (9.2.7) and the definition (9.2.20) we have

$$k = \frac{F_a}{T} \frac{\Gamma}{H} \simeq 5,0 \times 10^{12} \frac{\text{GeV}}{F_a} \quad (9.4.40)$$

The inequality (9.2.25) translates into

$$F_a < 1,2 \times 10^{12} \text{ GeV} \quad (9.4.41)$$

This is our main result. Models with F_a satisfying (9.4.41) have axions thermalizing in the early universe and predict that today there is a thermal population of axions.

We get a much higher value than the one in (9.1.5). One of the reasons is that the interaction rate (9.3.39) increases as T^3 at high energies, while the rate coming from the photoproduction process considered in [133] goes as T since

the axion is attached to the fermion line with the usual derivative coupling. The other reason is that color and flavor factors make the interaction rate larger.

Our result in (9.4.41) is in fact conservative. This is due to the fact that the effective theory below the scale F_a has couplings of the axion to the electroweak gauge bosons W^\pm , W^0 , and B , similar to (9.1.1). This generates processes like 1), 2), and 3) with gluons replaced by appropriate combinations of W^\pm , W^0 , and B . These new processes contain in general quarks and also leptons. The form of the couplings is fixed but their magnitude is model dependent since it is different for different PQ-charge assignments to the matter fields. Given this model dependence, we do not include them in our analysis. They would lead to an increase of the numerical value in (9.3.39) by a factor of ~ 2 and consequently would make the range of F_a in (9.4.41) larger by the same amount.

Once we assume that axions thermalize, it is interesting to know the density of this thermal axion population. After decoupling, axions redshift freely until today. Their density today, n_{a0} , can be calculated using the fact that after decoupling, the value of Y stays constant. We need the entropy density today, s_0 , which has the contribution of photons, neutrinos and axions. Even in the case that axions are relativistic today, the contribution to s_0 can be neglected since the axion temperature is much colder than the cosmic microwave background temperature, $T_0 = 2,75$ K. Indeed, since the time of axion decoupling, the decoupling of other particles have heated the photon bath but not the axion one. One gets that the entropy density today corresponds to $g_{*S} = 43/11 = 3,91$ in (9.2.15).

Then, we use (9.2.8), (9.2.15), and (9.2.17), to calculate the axion number density today

$$n_{a0} = \frac{0,27}{106,75} (0,44 \times 3,91 T_0^3) \simeq 7,5 \text{ cm}^{-3} \quad (9.4.42)$$

This small density was also found by Turner [133]. At the view of the small mass (9.1.4) one can conclude that it is very unlikely that it can play a direct role in the efforts to detect axions [132, 180, 181].

It is also interesting to determine the range of temperatures where axions interact with the QCD plasma. For a given F_a satisfying (9.4.41), it is not

difficult to see that the thermalization range is

$$F_a \gtrsim T \gtrsim \frac{F_a^2}{5 \times 10^{12} \text{ GeV}} \quad (9.4.43)$$

For example, for the highest possible value of F_a where still a thermal population arises, $F_a = 1,2 \times 10^{12} \text{ GeV}$, we get a temperature range

$$1,2 \times 10^{12} \text{ GeV} \gtrsim T \gtrsim 0,3 \times 10^{12} \text{ GeV} \quad (9.4.44)$$

For the lowest value of F_a allowed by observation (see eq(9.1.3)), the range is

$$6 \times 10^8 \text{ GeV} \gtrsim T \gtrsim 7 \times 10^4 \text{ GeV} \quad (9.4.45)$$

Our final comment refers to a related effect also happening in the thermalization period. If there are non-thermal axions produced at this period, they would thermalize since they would interact with the QCD plasma through reactions 1), 2) and 3). Thus, no matter which was the energy spectrum and how high was the production rate of the originally non-thermal axions, they would end up with the thermal spectrum (9.2.12) and density (9.2.14). There is no effect on axions from the misalignment mechanism and domain wall decay, since they are generated at $T \simeq \Lambda_{QCD}$, that cannot be in the range (9.4.43). Strings start to decay into axions after their formation at $T \simeq F_a$. Current models [125–131] have the bulk of axions produced also at $T \simeq \Lambda_{QCD}$. If this is the case, then thermalization effects on string axions are small. However, the physics of axion strings is still not completely settled and we would like to stress that if a string model or any other source of non-thermal axions have substantial axion production in the range (9.4.43) then those axions would thermalize and finally we would have a single thermal population that dilute away with the expansion of the universe as we have studied in this paper.

Capítulo 10

Planck-scale effects on global symmetries: Cosmology of pseudo-goldstone bosons

En colaboración con *E. Massó* y *G. Zsembinski*.
Publicado en *Phys.Rev.* **D70** (2004) 115009.

10.1. Introduction

It is generally believed that there is new physics beyond the standard model of particle physics. At higher energies, new structures should become observable. Among them, there will probably be new global symmetries that are not manifest at low energies. It is usually assumed that symmetries would be restored at the high temperatures and densities of the early universe.

However, the restoration of global symmetries might be not completely exact, since Planck-scale physics is believed to break them explicitly. This feature comes from the fact that black holes do not have defined global charges and, consequently, in a scattering process with black holes, global charges of the symmetry would not be conserved [103]. Wormholes provide explicit mechanisms of such non-conservation [185–187].

In the present article, we are concerned with the case that the high temperature phase is only approximately symmetric. The breaking will be explicit, albeit small. In the process of spontaneous symmetry breaking (SSB), pseudo-Goldstone bosons (PGBs) with a small mass appear. We explore the cosmological consequences of such particle species, in a simple model that exhibits the main physical features we would like to study.

The model has a (complex) scalar field $\Psi(x)$ transforming under a global, non-anomalous, $U(1)$ symmetry. We do not need to specify which quantum number generates the symmetry; it might be B-L, or a family $U(1)$ symmetry, etc. We assume that the potential energy for Ψ has a symmetric term and a symmetry-breaking term

$$V = V_{sym} + V_{non-sym} \quad (10.1.1)$$

The symmetric part of the potential is

$$V_{sym} = \frac{1}{4}\lambda[|\Psi|^2 - v^2]^2 \quad (10.1.2)$$

where λ is a coupling and v is the energy scale of the SSB. This part of the potential, as well as the kinetic term $|\partial^\mu \Psi|^2$, are invariant under the $U(1)$ global transformation $\Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi$.

Without any clue about the precise mechanism that generates $V_{non-sym}$, we work in an effective theory framework, where operators of order higher than four break explicitly the global symmetry. The operators would be generated at the Planck scale $M_P = 1,2 \times 10^{19}$ GeV and are to be used at energies below M_P . They are multiplied by inverse powers of M_P , so that when $M_P \rightarrow \infty$ the new effects vanish.

The $U(1)$ global symmetry is preserved by $\Psi^* \Psi = |\Psi|^2$ but is violated by a single factor Ψ . So, the simplest new operator will contain a factor Ψ

$$V_{non-sym} = -g \frac{1}{M_P^{n-3}} |\Psi|^n (\Psi e^{-i\delta} + \Psi^* e^{i\delta}) \quad (10.1.3)$$

with an integer $n \geq 4$. The coupling in (10.1.3) is in principle complex, so that we write it as $g e^{-i\delta}$ with g real. We will consider that $V_{non-sym}$ is small enough so that it may be considered as a perturbation of V_{sym} . Even if (10.1.3) is already suppressed by powers of the small factor v/M_P , we will assume g small. In fact, after our phenomenological study we will see that g must be tiny.

To study the modifications that the small explicit symmetry breaking term induces in the SSB process, we use

$$\Psi = (\rho + v) e^{i\theta/v} \quad (10.1.4)$$

with new real fields $\rho(x)$ and the PGB $\theta(x)$. Introducing (10.1.4) in (10.1.3) we get

$$V_{non-sym} = -2g v^4 \left(\frac{v}{M_P} \right)^{n-3} \cos \left(\frac{\theta}{v} - \delta \right) + \dots \quad (10.1.5)$$

The dots refer to terms where $\rho(x)$ is present. We see from (10.1.5) that there is a unique vacuum state, with $\langle \theta \rangle = \delta v$. To simplify, we redefine $\theta' = \theta - \delta v$, and drop the prime, so that the minimum is now at $\langle \theta \rangle = 0$. From (10.1.5) we easily obtain the θ particle mass

$$m_\theta^2 = 2g \left(\frac{v}{M_P} \right)^{n-1} M_P^2 \quad (10.1.6)$$

Although for the sake of generality we keep the n -dependence in (10.1.6), when discussing numerics and in the figures we particularize to the simplest

case $n = 4$, with the operator in (10.1.3) of dimension five. We will discuss in Section 10.5 what happens for $n > 4$.

To fully specify our model, we finally write the couplings of the PGB θ to other particles. We have the usual derivative couplings to fermions [115],

$$\mathcal{L}_{\theta f \bar{f}} = \frac{g'}{2v} (\partial_\mu \theta) \bar{f} \gamma^\mu \gamma_5 f = g_{\theta f \bar{f}} \theta \bar{f} \gamma_5 f \quad (10.1.7)$$

We have no reason to make g' very different from $\mathcal{O}(1)$. To have less parameters we set $g' = 1$ for all fermions and discuss in a final section about this assumption. Then

$$g_{\theta f \bar{f}} = \frac{m_f}{v} \quad (10.1.8)$$

The PGB θ couples to two photons through a loop,

$$\mathcal{L}_{\theta \gamma \gamma} = \frac{1}{8} g_{\theta \gamma \gamma} \epsilon^{\mu\nu\rho\tau} F_{\mu\nu} F_{\rho\tau} \theta \quad (10.1.9)$$

where the effective coupling is $g_{\theta \gamma \gamma} = \frac{8\alpha}{\pi v}$. In the same way, there is a coupling to two gluons,

$$\mathcal{L}_{\theta gg} = \frac{1}{8} g_{\theta gg} \epsilon^{\mu\nu\rho\tau} G_{\mu\nu}^a G_{\rho\tau}^a \theta \quad (10.1.10)$$

with

$$g_{\theta gg} = \frac{3\alpha_s}{\pi v} \quad (10.1.11)$$

Couplings of θ to the weak gauge bosons do not play a relevant role in our study.

We have now the model defined. It has two free parameters: g , which is the strength of the explicit symmetry breaking term in (10.1.3), and v , which is the energy scale of the SSB appearing in (10.1.2).

At this point we would like to comment on the similarities and differences between our θ -particle and the axion [44, 45]. There are similitudes because of their alike origin. For example the form of the coupling (10.1.7) to matter and (10.1.9) to photons is entirely analogous. A consequence is that we can borrow the supernova constraints on axions [134] to constrain our PGB. Another

analogy is that axions are produced in the early universe by the misalignment mechanism [120–122] and by string decay [110, 188] and θ -particles can also arise in both ways.

However, the fact that the θ -particle gets its mass just after the SSB while axions become massive at the QCD scale introduces important differences. While in the axion case clearly only the angular oscillations matter and always one ends up with axion creation, in our model we need to work in detail the coupled evolution equations of the radial and angular part. We will need to establish when there are and when there are not angular oscillations leading to PGB creation.

Also, from the phenomenological point of view, the axion model is a one-parameter model while our model has two parameters v and g . As we will see, this extra freedom makes the supernova constraints to allow a relatively massive θ -particle, and we will need to investigate the consequences of the decay in the early universe. There is no analogous study for axions, simply because the invisible axion is stable, in practical terms.

Let us also mention other previous work on PGBs. In [189], the authors consider the SSB of B-L with explicit gravitational breaking so that they obtain a massive majoron. An important difference between their work and ours is that we consider non-thermal production, which is crucial for our conclusions about the PGB being a dark matter candidate. Also, there is previous work on explicit breaking of global symmetries [190, 191], and specifically on Planck-scale breaking [192–194]. Cosmological consequences of some classes of PGBs are discussed in [195–198]. Finally, let us mention a recent paper [199] where a massive majoron is considered in the context of a supersymmetric singlet majoron model [200, 201]. An objective of the authors of [199] is to get hybrid inflation. Compared to our work, they consider other phenomenological consequences that the ones we study.

The article is organized as follows. We first discuss the particle properties of θ . In Section 10.3, we work out the cosmological evolution of the fields, focusing in thermal and non-thermal production, and discuss the relic density of PGBs. The astrophysical and cosmological bounds, and the consequences of the θ

decay, are presented in Section 10.4. A final section discusses the conclusions of our work.

10.2. θ - Mass And Lifetime

We have deduced the expression (10.1.6) that gives the mass of the θ -particle as a function of v and g . In terms of these two parameters, we plot in Fig. 10.1 lines of constant mass, for masses corresponding to the thresholds of electron, muon, proton, bottom, and top final decay, $m_\theta = 2m_e, 2m_\mu, 2m_p, 2m_b$, and $2m_t$.

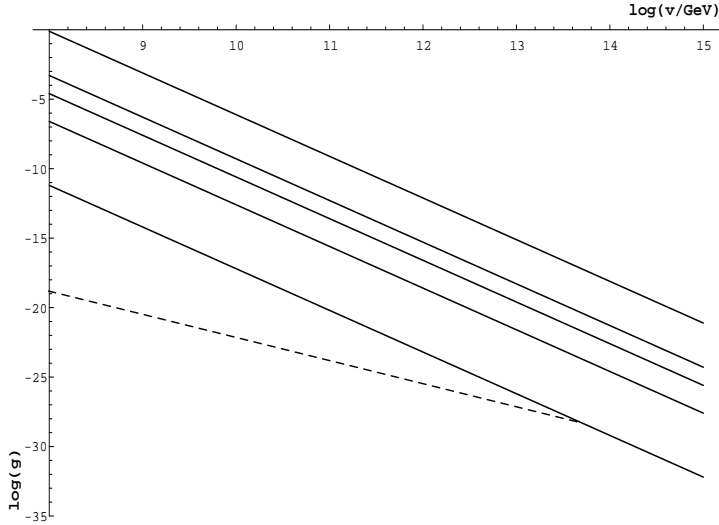


Figure 10.1: From bottom to the top, the five solid lines are the lines of constant mass, in the g,v plane, for $m_\theta = 2m_e, 2m_\mu, 2m_p, 2m_b$, and $2m_t$. The dashed line corresponds to the θ lifetime equal to the universe lifetime, $\tau = t_0$, when $\theta \rightarrow \gamma\gamma$ is the only available mode.

The lifetime τ of the θ -particle depends on its mass and on the effective couplings. A channel that is always open is $\theta \rightarrow \gamma\gamma$. The corresponding width is

$$\Gamma(\theta \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{B_{\gamma\gamma}}{\tau} = g_{\theta\gamma\gamma}^2 \frac{m_\theta^3}{64\pi} \quad (10.2.12)$$

where $B_{\gamma\gamma}$ is the branching ratio. When $m_\theta > 2m_f$, the decay $\theta \rightarrow f\bar{f}$ is allowed and has a width

$$\Gamma(\theta \rightarrow f\bar{f}) = \frac{B_{f\bar{f}}}{\tau} = g_{\theta f\bar{f}}^2 \frac{m_\theta}{8\pi} \beta \quad (10.2.13)$$

where $\beta = \sqrt{1 - 4 \left(\frac{m_f}{m_\theta}\right)^2}$.

For masses $m_\theta < 2m_e$ the only available decay is into photons. When we move to higher θ masses, as soon as $m_\theta > 2m_e$, we have the decay $\theta \rightarrow e^+e^-$. Actually, then the $\theta \rightarrow e^+e^-$ channel dominates the decay because $\theta \rightarrow \gamma\gamma$ goes through one loop. However, $\Gamma(\theta \rightarrow \gamma\gamma) \propto m_\theta^3$ whereas $\Gamma(\theta \rightarrow f\bar{f}) \propto m_\theta$. By increasing m_θ we reach the value $m_\theta \simeq 150m_e$, where $\Gamma(\theta \rightarrow \gamma\gamma) \simeq \Gamma(\theta \rightarrow e^+e^-)$. For higher m_θ the channel $\theta \rightarrow \gamma\gamma$ dominates again. If we continue increasing the θ mass and cross the threshold $2m_\mu$, the decay $\theta \rightarrow \mu^+\mu^-$ dominates over $\theta \rightarrow e^+e^-$ and $\theta \rightarrow \gamma\gamma$, because $g_{\theta f\bar{f}}$ is proportional to the fermion mass m_f . This would be true until $m_\theta \simeq 150m_\mu$, but before, the channel $\theta \rightarrow p\bar{p}$ opens, and so on. For larger masses, each time a threshold $2m_f$ opens up, $\theta \rightarrow f\bar{f}$ happens to be the dominant decay mode.

Now we can identify in Fig. 10.2 the regions with different lifetimes. We start with the stability region $\tau > t_0 \simeq 4 \times 10^{17}$ s [13], the universe lifetime, a crucial region for the dark matter issue. When $m_\theta < 2m_e$, $\tau = t_0$ along the dashed line in Fig. 10.1 until $v \simeq 4 \times 10^{13}$ GeV and along the line $m_\theta = 2m_e$ for higher v . Below these lines, relic θ particles would have survived until now; in practical terms, for values of g and v in that region, we consider θ as a stable particle. Above the lines, $\tau < t_0$ and the particle is unstable. For future use, we define the ranges: (1) $t_0 > \tau > 10^{13}$ s; (2) 10^{13} s $> \tau > 10^9$ s; (3) 10^9 s $> \tau > 10^6$ s; (4) 10^6 s $> \tau > 10^4$ s; (5) 10^4 s $> \tau > 300$ s; and (6) 300 s $> \tau > 1$ s.

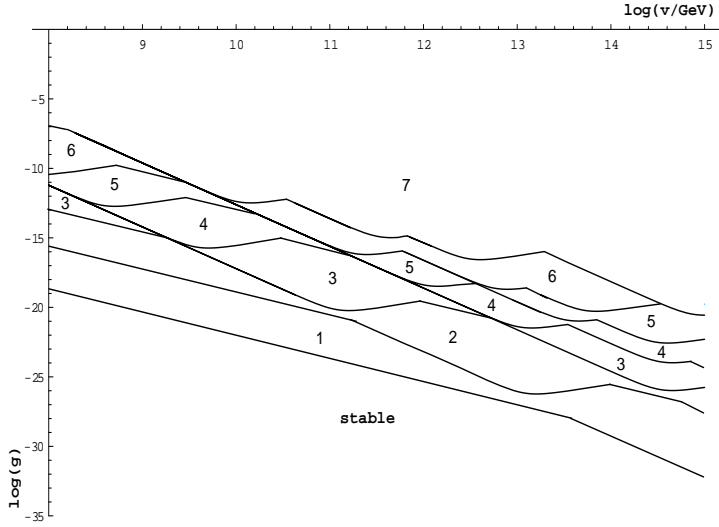


Figure 10.2: Zones corresponding to some ranges for the θ lifetime, τ . At the bottom, we have the region of the parameter space leading to a stable θ ($\tau > t_0$), and at the top, the zone 7, where $\tau < 1$ s. The other regions correspond to : (1) $t_0 > \tau > 10^{13}$ s; (2) 10^{13} s $> \tau > 10^9$ s; (3) 10^9 s $> \tau > 10^6$ s; (4) 10^6 s $> \tau > 10^4$ s; (5) 10^4 s $> \tau > 300$ s and (6) 300 s $> \tau > 1$ s.

10.3. Cosmological production and PGB density

θ -particles can be produced in the early universe by different mechanisms. There are non-thermal ones, like production associated with the θ field oscillations, and production coming from the decay of cosmic strings produced in the SSB. Also, there could be thermal production. In this section we consider these production mechanisms and the PGB density resulting from them.

Let us begin with the θ field oscillation production. The expansion of the universe is characterized by the Hubble expansion rate H ,

$$H = \frac{1}{2t} = \sqrt{\frac{4\pi^3}{45}} \sqrt{g_*} \frac{T^2}{M_P} \quad (10.3.14)$$

These relations between H and the time and temperature of the universe, t and T , are valid in the radiation era. For the period of interest, we take the relativistic degrees of freedom $g_* = 106,75$ [14]. In the evolution of the universe, phase transitions occur when a symmetry is broken. When the universe cools down from high temperatures there is a moment when the potential starts changing its shape, and will have displaced minima. This happens around a critical temperature $T_{cr} \sim v$ and a corresponding critical time t_{cr} .

In our model, the explicit symmetry breaking is very small and the evolution equations of ρ and θ are approximately decoupled. The temporal development leading ρ and θ to the minimum occurs in different time scales, since the gradient in the radial direction is much greater than that in the angular one. The evolution happens in a two-step process. First ρ goes very quickly towards the value $\langle \rho \rangle = 0$, and oscillates around it with decreasing amplitude (particle decay and the expansion of the universe work as a friction). Shortly after, ρ will be practically at its minimum. In this first step where ρ evolves, θ does not practically change, maintaining its initial value θ_0 , which in general is not the minimum, i.e., $\theta_0 \neq 0$. θ evolves towards the minimum once the first step is completely over. This is the second step where the field θ oscillates around $\langle \theta \rangle = 0$.

We have confirmed these claims with a complete numerical treatment of the full evolution equations, using the effective potential taking into account finite temperature effects. We summarize our results in Appendix A.

Hence, we can write the following ρ -independent evolution equation for θ

$$\ddot{\theta}(t) + 3H \dot{\theta}(t) + m_\theta^2 \theta = 0 \quad (10.3.15)$$

Here overdot means d/dt . We do not introduce a decay term in the motion equation (10.3.15) and will treat the θ decay in the usual way. We can do it because θ has a lifetime τ that is much greater than the period of oscillations.

Oscillations of the θ field start at a temperature T_{osc} such that $3H(T_{osc}) \sim m_\theta$ and this will be much later than the period of ρ evolution provided $T_{osc} \ll T_{cr} \sim v$. This is equivalent to

$$g^{1/2} \ll 3 \times 10^{-3} \left(\frac{10^{11} \text{ GeV}}{v} \right)^{-1/2} \quad (10.3.16)$$

We shall see that the phenomenologically viable and interesting values of g are very tiny, so that we can assume that the inequality (10.3.16) is fulfilled.

Since the θ oscillations are decoupled from ρ oscillations, θ production is equivalent to the misalignment production for the axion and we can use those results [120–122]. The equation of motion (10.3.15) leads to coherent field oscillations that correspond to non-relativistic matter and the coherent field energy corresponds to a condensate of non-relativistic θ particles.

We define ρ_{osc} and n_{osc} as the energy density, and number density respectively, of the PGBs coming from the θ oscillations. The energy stored initially is

$$\rho_{osc} = m_\theta n_{osc} \simeq \frac{1}{2} m_\theta^2 \theta_0^2 \quad (10.3.17)$$

The initial angle is unknown, $\theta_0/v \in [0, 2\pi)$, so that we expect it to be of order one, $\theta_0/v \sim 1$. In the following we will set $\theta_0 = v$. Barring an unnatural θ_0 fine tuned extremely close to 0, other choices of θ_0 would lead essentially to the same conclusions we reach.

Let us now consider production of PGBs by cosmic string decays. When our $U(1)$ symmetry is spontaneously broken, a network of (global) strings is formed [110, 188]. These strings evolve in the expanding universe and finally decay into PGBs, at a time t_{str} given by $m_\theta t_{str} \sim 1$, which is of the order of t_{osc} . The same issue has been extensively studied for the axions and we can borrow the results [47, 125–129, 202, 203]. Unfortunately, there are different calculations that do not agree among them. To be conservative, we take the least restrictive result, namely, the one giving less particle production. That is [125–127]

$$n_{str}(t_{str}) \approx \frac{v^2}{t_{str}} \quad (10.3.18)$$

This is of the same order of magnitude as the PGB density at time t_{str} due to θ -oscillation production.

Thus, the total number density of non-thermally produced PGBs is

$$n_{non-th} = n_{osc} + n_{str} \quad (10.3.19)$$

Let us now consider the thermal production of PGBs. Any species that couples to the particles present in the early universe and has a production rate Γ larger than the Hubble expansion rate H during a certain period will be thermally produced. Whether such a period exists or not has been investigated for the axion [133, 204]. We adapt the axion results, taking into account the different magnitude of the gluon-gluon vertex, and conclude that for

$$v < 7,2 \times 10^{12} \text{ GeV} \equiv v_{th} \quad (10.3.20)$$

there is always thermal production of θ in the early universe. However, for larger values of v , θ interacts so weakly that $\Gamma < H$ always, or $\Gamma > H$ only for such a brief period of time that in practice there is no thermal production. We denote this region by (I) in Fig. 10.3.

When $v < v_{th}$, the θ species actually interacts with the plasma in the following range of temperature T

$$v \geq T \geq \frac{v^2}{1,8 \times 10^{14} \text{ GeV}} \equiv T_{end} \quad (10.3.21)$$

and a thermal population of θ is created with a number density

$$n_{th} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \simeq 0,12 T^3 \quad (10.3.22)$$

We should now reconsider the fate of the non-thermal PGBs in (10.3.19), since a thermalization period (10.3.21) may be at work. For this discussion we shall use the fact that θ -oscillations and string decay start at about the same temperature, $T_{osc} \sim T_{str}$. Let denote this common temperature where non-thermal production starts by T_* . When $v < v_{th}$, we have to distinguish

between two possible cases. First, if $T_* < T_{end}$, non-thermal θ are born after the thermalization period is over. We end up having both a thermal n_{th} and a non-thermal n_{non-th} densities, and a total density given by the sum $n_\theta = n_{th} + n_{non-th}$. This first case corresponds to values of v and g indicated in Fig. 10.3 by regions (II) and (III); in (II) $n_{non-th} > n_{th}$, while in (III) $n_{th} > n_{non-th}$. The second case corresponds to having $T_* > T_{end}$; if this is the case, non-thermal PGBs will be in contact with the thermal bath and will consequently thermalize. Indeed, independently of details, we end up the period corresponding to (10.3.21) with $n_\theta = n_{th}$ given in (10.3.22). The region (IV) in Fig.(10.3) is where such complete thermalization happens.

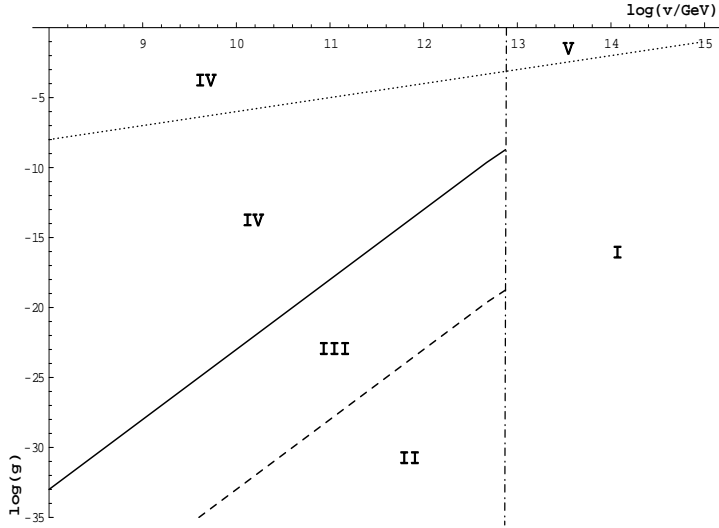


Figure 10.3: We show the various regions according to the θ production mechanism in the early universe. With this objective, we display the lines: $T_* = v$ (dotted line), $T_* = T_{end}$ (solid line), $n_{th} = n_{non-th}$ (dashed line) and $v = v_{th}$ (dot-dashed line). In (I) and (V) there is only non-thermal production. In (II) and (III) there are non-thermal and thermal processes that generate θ , in (II) non-thermal dominates while in (III), it is thermal production that dominates. In (IV) there is thermally and non-thermally produced θ s, but the last are thermalized. In (V), we have not a general formula for predicting n_{non-th} .

A word of caution is now in order. When $T_* > v$, radial and angular oscillations are not decoupled. The analysis is not as simple as we presented before: the oscillations cannot be approximated by harmonic ones, and depend on initial conditions. However, if $v < v_{th}$, the PGBs get thermalized in any case, so that we have not to worry about the non-thermal production details. For $v > v_{th}$ (and still $T_* > v$), since there is no thermalization, the final density is $n_\theta = n_{non-th}$. Admittedly, we have no general formula for the density in this case, represented by (V) in Fig. 10.3. In this region, θ lifetimes are so small that the particle does not play any cosmological role at all.

Summarizing, a number density of θ particles always appears in the early universe. In regions (II), (III), and (IV), the thermal density is $n_{th}(T = T_D)$ at decoupling temperature T_D (the temperature where $\Gamma = H$). In regions (I), (II), and (III) there is also a non-thermal density n_{non-th} at formation temperature $T = T_*$.

As usual, the expansion of the universe dilutes these densities. Eventually, if the particle is unstable it will decay. The issue of unstable θ and effects of the decay will be worked out in Section 10.4, and here we focus on stable θ particles, since certainly they would be dark matter. To calculate the relic density of θ today, apart from the expansion effect, one has to take into account the transferred entropy to the thermal bath, due to particle-antiparticle annihilations. We follow the standard procedure (see [14]), and find that the number density today is

$$n(T_0) = \frac{g_{*s}(T_0)}{g_{*s}(T_1)} \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^3 n(T_1) \quad (10.3.23)$$

where $T_1 = T_D$ for n_{th} and $T_1 = T_*$ for n_{non-th} , and $T_0 = 2,7K$ is the photon temperature today. We take $g_{*s}(T_1) = 106,75$ and $g_{*s}(T_0) = 43/11$.

With all that, we can calculate the cosmological density of θ particles that we would have today, $n_\theta(t_0)$, and the corresponding energy density normalized to the critical density ρ_c ,

$$\Omega_\theta = \frac{m_\theta n_\theta(t_0)}{\rho_c} \quad (10.3.24)$$

with $\rho_c = 0,5 \times 10^{-5} \text{ GeV cm}^{-3}$ [175].

All cosmological data available lead to a dark matter contribution $\Omega_{DM} \simeq 0,3$ [13]. In Fig. 10.4 we plot the line $\Omega_\theta = 0,3$. We will see in Section 10.4 that part of this line is excluded. Clearly, values of g and v along the non-excluded part of the line would imply the density needed to fit the cosmological observations. Our θ particle is a dark matter candidate provided g and v are on the line, or not far, in such a way that Ω_θ is still a substantial fraction of 0.3. We stress that in the region of interest for dark matter it is the non-thermal production that dominates (see Fig. 10.3). Thus, the produced PGBs are non-relativistic and would be cold dark matter. Values for Ω_θ much smaller than $\sim 0,3$ are allowed but not cosmologically interesting. On the other side of the line, but still in the stability region, we have the excluded region $\Omega_\theta > 0,3$.

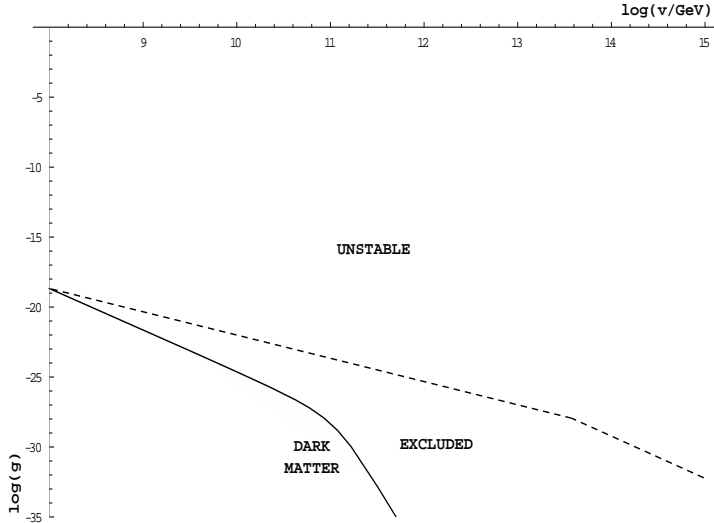


Figura 10.4: Properties of θ before considering the astrophysical constraints and the effects of the decay. Above the dashed line of the plot we have the region of g, v where θ is unstable. The solid line corresponds to $\Omega_\theta = 0,3$. The interesting dark matter region is labeled in the plot. The region between the solid and dashed lines is excluded because θ is stable and $\Omega_\theta > 0,3$.

10.4. Astrophysical and cosmological Constraints

PGBs would be emitted from the hot stellar cores since nucleons, electrons and photons initiate reactions where θ is produced. Provided θ escapes the star, the emission leads to a novel energy loss channel, which is constrained by stellar evolution observations using what is nowadays a standard argument [134]. The limits we find for v are similar to the limits found for the Peccei-Quinn scale [175] because the coupling of θ to matter is the same of the axion. We get the bound

$$v \gtrsim 3,3 \times 10^9 \text{ GeV} \quad (10.4.25)$$

that is shown in Fig. 10.5.

We see that the astrophysical constraint is on v , but not on g , so that we may have relatively massive PGBs, while in the axion case this leads to $m_a \lesssim O(10^{-3} \text{ eV})$, i.e., to forbid the existence of relatively massive axions. This makes the PGB in our model an unstable particle, at variance with the invisible axion.

Let us now investigate the region where θ is unstable, see Fig. 10.4. The cosmological effects of the decay will depend on the lifetime τ , mass m_θ , and number density n_θ at the moment of the decay. These properties depend on the parameters g and v . Observational data will help us to constrain different regions of the g, v parameter space. We will use several pieces of data, depending on when the θ decay occurs. To do this systematically, it is convenient to distinguish between the following time ranges, plotted in Fig. 10.2

range 1 :	t_0	$> t >$	$t_{\text{rec}} \simeq 10^{13} \text{ s}$
range 2 :	t_{rec}	$> t >$	$t_c \simeq 10^9 \text{ s}$
range 3 :	t_c	$> t >$	$t_{\text{th}} \simeq 10^6 \text{ s}$
range 4 :	t_{th}	$> t >$	$t_{\text{He}} \simeq 10^4 \text{ s}$
range 5 :	t_{He}	$> t >$	$t_{\text{endBBN}} \simeq 300 \text{ s}$
range 6 :	t_{endBBN}	$> t >$	$t_{\text{BBN}} \simeq 1 \text{ s}$

We do not consider times earlier than t_{BBN} since there are no observational data that give us any constraint at that times. The physical meaning of the chosen times are

- t_{rec} is the time of recombination, i.e., the moment at which photons last scattered with matter, when free electrons present in the cosmic plasma were bounded into atoms;
- t_c is the time at which the rate of Compton scattering $e\gamma \rightarrow e\gamma$ becomes too slow to keep kinetic equilibrium between photons and electrons;
- t_{th} is the time at which the double-Compton scattering $e\gamma \rightarrow e\gamma\gamma$ decouples;
- t_{He} is the time at which the energy of the Cosmic Background Radiation (CBR) is low enough to permit photons of energy ~ 10 MeV to photodissociate ${}^4\text{He}$ nuclei;
- t_{endBBN} is the time at which the Big Bang Nucleosynthesis (BBN) finishes;
- t_{BBN} is the time at which BBN begins.

We can constrain the parameters v and g because the photon spectrum would be distorted by θ decay products, and the abundances of the light elements would be altered. We will discuss this in the next two subsections. Some of the details of the calculations can be found in Appendix B.

10.4.1. Effects on the photon spectrum

The products of the θ decay can be either photons or fermions. When the decay products are fermions it is important to note that if the number density of the created fermions is higher than the photon density of the CBR, these fermions immediately annihilate into photons, since we are considering decays produced after the e^+e^- annihilation in the early universe. The distinction between the two channels will be important only when the θ -decay occurs

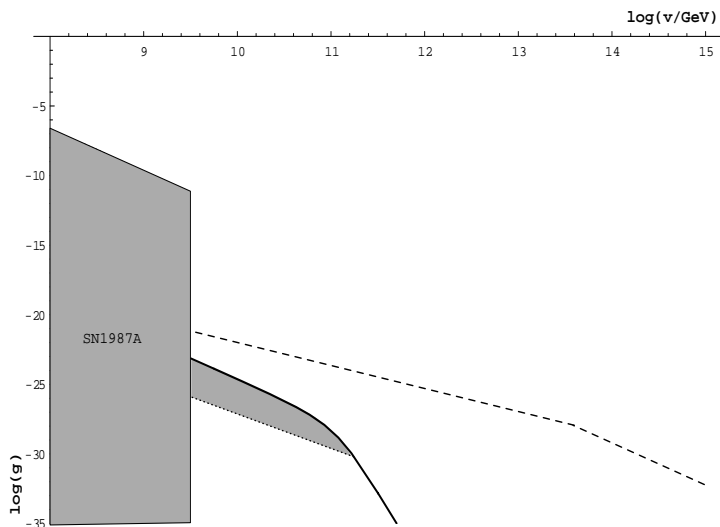


Figure 10.5: The astrophysical constraints forbid the shadow region labeled SN1987A. The other shadow region corresponds to stable particles ($\tau > t_0$), yet the contribution to the photon background is too high and thus this region is forbidden. To help the reader, we also plot the line $\Omega_\theta = 0,3$ (solid) and the border between stable and unstable PGBs (dashed).

in the time ranges 1 and 2, since in the other regions photons and fermions thermalize.

When τ is in the range 1, it is convenient to distinguish between two regions (see Figs. 10.1 and 10.2). In the region where $m_\theta < 2m_e$, θ decays only into photons. The products of the other region are mainly e^- and e^+ , but the values of v and g in this region are such that the number density of the created fermions is higher than the CBR photon density. Then, in all the time range 1, the final products are photons, but for $m_\theta > 2m_e$ we use τ for the $\theta \rightarrow e^+e^-$ decay. Photons produced in this range stream freely and contribute to the diffuse photon background of the universe. One can compute the present energy flux

of photons per energy and solid angle interval coming from θ -decay [205]

$$\frac{d^2 \mathcal{F}_E}{dE d\Omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{n_\theta(t_0)}{\tau H_0} \left(\frac{E}{m_\theta/2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{2}{3} \frac{1}{\tau H_0} \left(\frac{E}{m_\theta/2} \right)^{3/2} \right] \quad (10.4.26)$$

where H_0 is the Hubble constant today and $n_\theta(t_0)$ is the number density of θ that we would have today if it had not decayed. The predicted flux (10.4.26) is bounded by the observational limits [206] on the photon background flux in the energy range of interest (see Appendix B). This restriction excludes all the region in the v, g parameter space corresponding to time range 1. Taking into account that even for $\tau > t_0$ a small fraction of PGBs have decayed into photons, we can also prohibit part of the parameter space that corresponds to stable particles with $\Omega \lesssim 0,3$ (see Section 10.3). In Fig. 10.5 we plot this excluded region.

In range 2, Compton scattering is not effective in maintaining kinetic equilibrium between the e^- and the γ of the CBR. Depending on the precise values of g and v , $\theta \rightarrow e^+e^-$, $\theta \rightarrow \mu^+\mu^-$ or $\theta \rightarrow \gamma\gamma$ will be the dominant decay. The induced charged leptons, carrying large energy, outnumber the existing CBR electrons. Different processes now compete; one is scattering of these hot electrons and muons with CBR photons. Another is e^+e^- and $\mu^+\mu^-$ annihilations that give high energy photons, which heat CBR electrons. The last is high energy photons produced in the decay $\theta \rightarrow \gamma\gamma$, that also scatter and heat CBR electrons which in turn scatter with CBR photons. Whatever process is more important (it depends on the g, v values), the result is a distortion of the photon spectrum, parameterized by the Sunyaev-Zeldovich parameter y [207]. The energy ΔE dumped to the CBR, relative to the energy of the CBR itself is constrained by data on CBR spectrum [175]

$$\frac{\Delta E}{E_{CBR}} \simeq 4y \lesssim 4,8 \times 10^{-5} \quad (10.4.27)$$

where $\Delta E = m_\theta n_\theta$. The experimental bound (10.4.27) rules out all the g and v values that would imply a lifetime τ in the time range 2.

In the range 3, Compton scattering is fast enough to thermalize the products of the θ -decay occurring in this range. This is because even in the region where the products are neither photons nor e^+e^- , the final particles will be photons

in any case. In this region the $e\gamma \rightarrow e\gamma\gamma$ processes are not effective so the photon number cannot be changed. So, after thermalization, one obtains a Bose-Einstein CBR spectrum with a chemical potential, $f = [\exp(E + \mu)/T - 1]^{-1}$, instead of a black-body spectrum. The relation between μ and ΔE is [208]

$$\left(\frac{4}{3} \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} - \frac{\zeta(3)}{\zeta(4)} \right) \mu = \frac{\Delta E}{E_{CBR}} - \frac{4}{3} \frac{\Delta n_\gamma}{n_\gamma} \quad (10.4.28)$$

($\zeta(n)$ is Riemann's zeta function). This relation is deduced in Appendix B. The parameter μ is very well constrained by CBR data [175] that gives $|\mu| < 9 \times 10^{-5}$. This value rules out all the g, v region that would give τ in the time range 3.

For times before the range 3, both Compton and double Compton scattering are effective, so the decay products thermalize with the CBR, without disturbing the black body distribution but changing the evolution of the temperature of the thermal bath. This temperature variation leads to a change in the photon number, and thus to a decrease on the parameter $\eta \equiv n_b/n_\gamma$. The knowledge we have on the value of this parameter at t_{rec} [13] and t_{endBBN} [173] allows to constrain the g, v region that would give lifetimes τ in the time ranges 4 and 5. Although the corresponding restriction is quite poor (it is essentially $\Delta E/E_{CBR} \lesssim 1$), yet it excludes the parameter space corresponding to the ranges 4 and 5. However, constraints from the effects of the θ -decay on the light element abundances are much more restrictive in these ranges, as we will examine in the next subsection.

10.4.2. Effects on the abundances of the light elements

The period of primordial nucleosynthesis is the earliest epoch where we have observational information. Also, the theoretical predictions of the primordial yields of light elements are robust. The agreement with observation is considered one of the pillars of modern cosmology. The θ decays, and the θ particle itself, might modify the abundances of the light elements, which implies restrictions on the v, g parameters.

First, we consider how the decays of a PGB affect the abundances of the

light elements after they are synthesized, i.e., after t_{endBBN} . One of the consequences of the decay is the production of electromagnetic showers in the radiation-dominated plasma, initiated by the decay products. As a result, photons of energy ~ 10 MeV scatter and photodissociate light elements. This scattering occurs after t_{He} , because before t_{He} , the collision of these photons with the CBR is more probable than with the light elements. In time range 4, the photodissociated element is deuterium (if $m_\theta > 10$ MeV) [173] while in time ranges 3 and 2 there is helium photodissociation (if $m_\theta > 100$ MeV), with the subsequent production of deuterium. Observational data for the abundance of deuterium constraint all these processes. When θ decays into quarks which hadronize subsequently, hadronic showers can also be produced (if $m_\theta \sim 1$ GeV). These processes dissociate ${}^4\text{He}$ before t_{He} , overproducing deuterium and lithium. All these constraints, that are summarized in [173], exclude all the g and v values that give τ in the time ranges 2,3,4 and 5, provided mass conditions are fulfilled for each case. However, values from ranges 2,3,4 and 5 that do not satisfy the proper mass restrictions, are anyway excluded by the constraints we considered in the former subsection.

The other effect on the light element abundances arises because the θ particle would modify the BBN predictions. The presence of θ and, more important, the presence of the relativistic products of the θ -decay, accelerate the expansion rate of the universe in the relevant BBN period and modify the synthesis of the light elements. The decay of the θ boson is also a source of entropy production, which alters the temperature evolution of the universe. This changes the number of photons (and the value of η) and produces an earlier decoupling of neutrinos. Then the relation between T_ν and T_γ is changed, with potential effects on the BBN physics. It is important to note that this production of entropy never rises the temperature of the universe [209], and does not lead to several successive BBN periods. All these effects in BBN have been implemented [210] in the usual code, which allows to constrain the quantity $\Delta E/n_\gamma$. As a result, some of the values of g , v that would give τ in the time range 6 are ruled out. The potential effects of hadronic showers, that we have mentioned earlier, also would modify the BBN results [173], allowing us to exclude part of the range 6, but not all of it.

All the results exposed in this section are summarized in Fig. 10.6. There,

we can see that after our systematic study, it turns out that all the zone of parameters that lead to lifetimes between about 1 s and t_0 is ruled out. Only a small zone corresponding to range 6 is allowed.

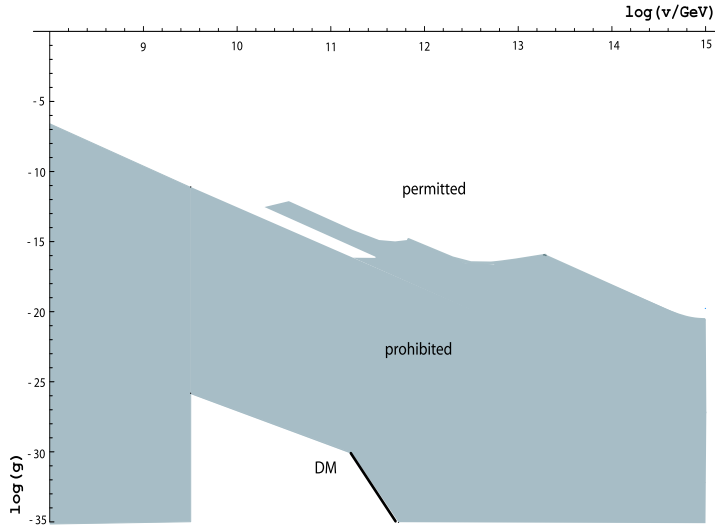


Figura 10.6: The prohibited region, using all constraints we have studied, is in shadow. In white, we show the allowed region. The solid line corresponds to $\Omega_\theta = 0,3$.

10.5. Discussion and Conclusions

Gravitational arguments suggest that global symmetries are explicitly violated. We describe this violation using an effective theory framework that introduces operators of order higher than four, suppressed by inverse powers of the Planck mass. These operators are considered as a perturbation to the (globally) symmetric part of the potential.

The SSB of global symmetries with a small explicit breaking leads to PGBs:

Goldstone bosons that have acquired a mass. Equivalent to the appearance of a mass for the boson, there is no longer an infinity of degenerate vacua.

In this article we have studied the cosmology of the PGB θ that arises in a model containing a scalar field with a potential that can be divided in a part that has a global non-anomalous $U(1)$ symmetry and another part with gravitationally induced terms that are $U(1)$ violating. In our analysis we let vary two parameters of the model: the SSB breaking scale, v , and the coupling g of the Planck-induced term in the potential. We have analyzed the evolution of the field towards the vacuum in a phase transition in the early universe. It occurs in a two-step process: first the radial part attains its minimum in a relatively short time and second the angular part of the field starts oscillating well after the first step is over. The θ field oscillations correspond to non-relativistic matter. We have calculated the density of θ particles born through this mechanism and also through the decay of cosmic strings created at the SSB. There might also be thermal production of PGBs in the early universe and also there might be thermalization of PGBs produced non-thermally; these issues have been fully analyzed in our article.

A variety of arguments constrain the parameters v and g of θ . There are astrophysical constraints coming from energy loss arguments. There are also cosmological bounds. When the particle is stable its density cannot be greater than about the critical density, otherwise the predicted lifetime of the universe would be too short. If the particle is unstable the decay products may have a cosmological impact. We have watched out for effects of the decay products on the CBR and on the cosmological density of light elements.

We have considered all the above potential effects and used empirical data to put constraints on g and v . We have been led to exclude the region of the g, v parameter space indicated in Fig. 10.6.

In Fig. 10.6. we see that there are two allowed regions in the plot. First, in the upper part of the plot there is an allowed region. It is where $\tau < 1$ s, except the tooth at values that are about $v \sim 10^{11}$ GeV and $g \sim 10^{-13}$ that corresponds to $1 \text{ s} < \tau < 300 \text{ s}$ (part of zone 6 in Fig. 10.2). For a θ that has the parameters corresponding to this first region, it will definitely be extremely

difficult to detect the particle. Also, in any case, it will have no cosmological relevance.

The second permitted zone of the figure is where θ is dark matter, at the bottom of the plot. It would be an interesting cold dark matter candidate provided the values of g and v are not far from the solid line in Fig. 10.6. There is an upper limit to the mass m_θ in the allowed region where θ is a dark matter candidate

$$m_\theta \lesssim 20 \text{ eV} \quad (10.5.29)$$

A way to detect θ would be using the experiments that try to detect axions which make use of the two-photon coupling of the axion. Since a similar coupling to two photons exists for the PGB, we would see a signal in those experiments [211]. The detection techniques use coherent conversion of the axion to photons, which implies that in order that θ would be detected, we should have $m_\theta < 10^{-3}$ eV.

For θ be dark matter, we notice that the values of g have to be very small

$$g < 10^{-30} \quad (10.5.30)$$

We do not conclude that these values are unrealistically small. Without any knowledge of how gravity breaks global symmetries it would be premature to argue for or against the order of magnitude (10.5.30). For example, in [212], Peccei elaborates about the explicit gravity-induced breaking of the Peccei-Quinn symmetry, and gives the idea that perhaps the finite size of a black hole when acting on microscopic processes further suppresses Planck-scale effects.

Apart from that, there is an easy way to get PGBs as dark matter candidates for values of g not as tiny as in (10.5.30). Notice that to work out the most simple case, we have considered $n = 4$ in Eq.(10.1.3). It suffices to consider more general potentials

$$V_{non-sym} = -\tilde{g} \frac{1}{M_P^{n+m-4}} |\Psi|^n (\Psi^m e^{-i\delta} + \text{h.c.}) \quad (10.5.31)$$

with n, m integers. In the present article we made $n = 4, m = 1$. If we take greater values, we get a suppression of the symmetry breaking term due to extra

factors v/M_P and we may allow values for \tilde{g} higher than the ones obtained for g . In order of magnitude, for $v \sim 10^{11}$ GeV, we see that taking operators of dimension $n + m = 8$ or 9 we have a PGB that is a dark matter candidate, but now with $\tilde{g} \sim \mathcal{O}(1)$. In building the model we should have a reason for having the order of the operators starting at $n + m > 5$. The standard way is to impose additional discrete symmetries in the theory.

Finally, we would like to comment on having put $g' = 1$ in (10.1.7). We could, of course, maintain g' free, even we could let g' be different for each fermion, but, in our opinion, the introduction of extra parameters would make the physical implications of our model much less clear. This is why we fixed $g' = 1$, but now it is time to think what happens for other values of g' .

The coupling g' appears accompanying a factor proportional to the mass of the fermion and inversely proportional to the energy breaking scale v , as expected for real and pseudo Goldstone bosons. When a fermion has a $U(1)$ charge, we have no reason to expect that g' is much different than $\mathcal{O}(1)$, but if a fermion has vanishing $U(1)$ charge then the coupling of θ to this fermion may only go through loops, and consequently we have a smaller g' . In this case, an important change concerns the astrophysical bound. Since $g_{\theta NN}$ is smaller than m_N/v , the bound from supernova is weakened and values of v smaller than $3,3 \times 10^9$ GeV would be allowed. Another effect is that the bounds coming from the cosmological effects of the θ decay are relaxed, since the lifetimes are longer when g' is smaller. However, this does not mean that part of the prohibited region in Fig. 10.6 would be allowed. We have to take into account that non-thermal production is not altered when changing g' and therefore the bound $\Omega_\theta < 0.3$ leads to strong restrictions in the g, v parameter space. Also, θ thermal production is suppressed with smaller g' .

We would like to show graphically what would happen for very small g' , and with this objective we show in Fig. 10.7 the permitted and the prohibited regions in the limit $g' \rightarrow 0$. At the view of the result, we conclude that one may have PGB as a dark matter candidate for much larger values of g than obtained before in (10.5.30).

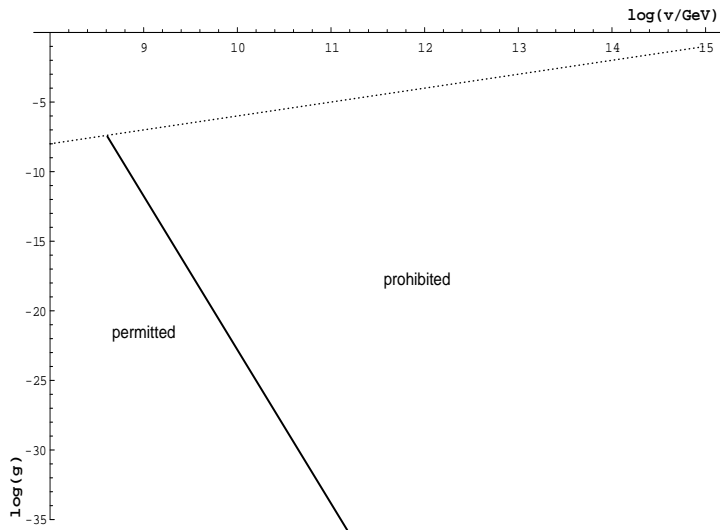


Figure 10.7: Permitted and prohibited regions in the limit $g' \rightarrow 0$. The solid line is $\Omega_\theta = 0,3$ and the dotted line is $T_* = v$. In the upper part of the dotted line we have no reliable way to calculate Ω_θ .

Capítulo 11

Conclusiones

El objetivo principal de esta tesis doctoral ha sido estudiar algunas direcciones en las que es posible extender el modelo estándar que existe para el universo primitivo. Como se ha expuesto en los capítulos iniciales de esta memoria, este modelo, basado en la Relatividad General y en el modelo estándar de las partículas elementales, se ha visto corroborado por un gran número de experimentos y observaciones, dando una explicación válida para la evolución del universo desde sus estadios iniciales. Sin embargo, aún quedan algunas preguntas abiertas a las que la teoría existente no da respuestas, como por ejemplo el origen de la energía oscura que domina el universo, la naturaleza de la materia oscura, por qué el universo es espacialmente plano, etc. Estas preguntas sin respuesta indican que hay elementos del modelo estándar que precisan modificación o bien ampliación. Estas modificaciones no pueden ser cualesquiera, ya que deben respetar las predicciones del modelo existente que coinciden con las observaciones.

En esta tesis, el trabajo se ha realizado principalmente en dos direcciones. Por una parte, se ha utilizado el modelo de la Nucleosíntesis Primordial (BBN) para acotar posibles extensiones del modelo estándar y, por otra, se han estudiado con detalle distintos casos de pseudo bosones de Goldstone, partículas

candidatas a ser el componente predominante de la materia oscura.

Como se ha discutido en el capítulo 5, el modelo de la BBN es uno de los grandes pilares del modelo estándar cosmológico. Este modelo predice las concentraciones que se forman de los núcleos ligeros de la tabla periódica en los primeros minutos del universo. Estas predicciones coinciden con las observaciones, dentro del rango de error. Las predicciones de la BBN dependen de un gran número de parámetros, siendo uno de los más importantes el ritmo de expansión del universo. Esta expansión es una de las predicciones más importantes de la teoría de la Relatividad General, y su ritmo viene dado, a partir de una de las ecuaciones fundamentales de esta teoría, en función de la energía total del universo. Ésta es la ecuación de Friedmann, (7.1.2), que es una de las ecuaciones de Einstein, asumiendo que el universo es homogéneo e isótropo.

La mayoría de los modelos que introducen extensiones del modelo estándar introducen también cambios en la ecuación de Friedmann. Algunos modelos, como por ejemplo los de dimensiones extras, introducen cambios en la teoría de la Relatividad General y en consecuencia modifican también la ecuación de Friedmann. Otros modelos [146–148] no alteran la forma de esta ecuación pero modifican los parámetros que aparecen en ella, como la densidad de energía o la constante de la gravitación de Newton. Sea cual sea el caso, una modificación de la ecuación de Friedmann es una huella indiscutible de nueva física. Por esta razón, en el capítulo 7, se ha utilizado el modelo de la BBN para ver hasta qué punto las predicciones de los elementos primordiales son sensibles a modificaciones de la ecuación de Friedmann. Este estudio se ha realizado introduciendo un cambio general en la ecuación de Friedmann, del tipo

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} G \left[\rho_o + \lambda \left(\frac{T}{0,1 \text{ MeV}} \right)^\gamma \right] \quad (11.0.1)$$

donde ρ_o es la densidad total del universo y λ y γ unos nuevos parámetros que dan cuenta de la desviación del modelo estándar. Obteniendo las predicciones para las concentraciones de los núcleos ligeros, en función de λ y γ , se pueden obtener rangos permitidos para estos parámetros, una vez que se comparan las predicciones con las observaciones existentes. De esta forma, en esta tesis se ha visto que estas posibles modificaciones están extremadamente acotadas cuando no existe ninguna asimetría entre neutrinos y antineutrinos. Cuando

se permite una asimetría de este tipo, introducida por un potencial químico para los neutrinos, μ_ν , los límites para los parámetros λ y γ se hacen mucho menos restrictivos, sobre todo los que provienen del ^4He . Concretamente se ha calculado que para un potencial químico $\xi_\nu \equiv \mu_\nu/T = 0,06$ las cotas se hacen 10 veces menos restrictivas. De esta forma, se ha podido comprobar que la BBN ofrece un método muy potente para restringir nueva física que modifique el modelo estándar cosmológico.

Como aplicación, nuestro método se ha utilizado para restringir distintos modelos existentes. Por una parte, en [146] se presenta un modelo donde la gravedad se acoplaría de forma distinta a las diferentes familias leptónicas. Esta característica influiría en la ecuación de Friedmann, ya que en ella aparecen las densidades de energía correspondientes a ν_e , ν_μ y ν_τ . Las cotas que se obtienen a partir de la BBN son suficientes para descartar este modelo. Incluso en el caso de tener un potencial químico para los neutrinos, en el que las cotas son mucho menos restrictivas, también se excluye el modelo presentado en [146]. Esta cota es importante, porque BBN es uno de los pocos “laboratorios” que permite investigar cómo se acopla la gravedad a otras familias leptónicas que no sean la de los electrones.

Otra aplicación ha sido ver cuán restringida está la posibilidad de que el campo gravitatorio creado por antimateria sea distinto del creado por la materia. De nuevo, el periodo de la BBN es uno de los pocos instantes donde se puede poner a prueba esta posibilidad, debido a que en esos momentos, había grandes cantidades de antimateria en el universo (positrones y antineutrinos). En las teorías de campos convencionales, la simetría entre materia y antimateria es un principio fundamental. Aún no se sabe cuál es la teoría que describe la gravedad a niveles cuánticos, pero sí se sabe que ésta no puede ser una teoría de campos. Por esta razón, la asimetría entre el campo que genera la antimateria y el que genera la materia, sería una señal de la teoría cuántica de la gravitación. En el estudio realizado en el capítulo 8 se ha supuesto que la constante de acoplo gravitatoria de la materia, G_N , es distinta de la de la antimateria, G_A , y la de la radiación, G_γ . Con las restricciones que introduce la BBN, obtenemos

los siguientes rangos permitidos

$$\begin{aligned} -0,6 &\leq G_A/G_N \leq 1,4 \\ 0,6 &\leq G_\gamma/G_N \leq 2,5 \end{aligned} \quad (11.0.2)$$

Estos rangos se hacen más pequeños si se piensa que hay alguna relación entre las distintas constantes de acoplo G_i . Por ejemplo, si pensamos que la desviación cumple una cierta simetría, siendo $G_\gamma = (G_N + G_A)/2$, entonces encontramos

$$0,89 \leq G_\gamma/G_N \leq 1,02 \quad (11.0.3)$$

Si por alguna razón pensamos que $G_\gamma = G_N$, entonces

$$0,48 \leq G_A/G_N \leq 1,05 \quad (11.0.4)$$

En el último año, debido a la mejora de las medidas de deuterio [78] y a las predicciones de la densidad de bariones del experimento WMAP [12], ha surgido una crisis en torno al ${}^4\text{He}$. Las discrepancias consisten en que las predicciones sobre la abundancia de ${}^4\text{He}$ son superiores a la abundancia observada. Si introducimos una asimetría entre el campo gravitatorio generado por materia y antimateria se podrían resolver estas discrepancias. Aun así, es más probable que el origen de las discrepancias sean errores sistemáticos en las medidas del ${}^4\text{He}$, por lo que el objetivo del trabajo es limitar el campo gravitatorio creado por la antimateria, antes que encontrar una solución para la citada discrepancia.

La otra contribución principal que aporta esta tesis es el estudio del papel que desempeñan los pseudo bosones de Goldstone en la cuestión de la materia oscura. Uno de los pseudo bosones de Goldstone más conocidos y estudiados es el axión. Esta partícula, ligada a la simetría de Peccei-Quinn (PQ), es una de las candidatas a ser materia oscura fría no bariónica. La producción predominante de axiones en el universo primitivo tiene lugar mediante mecanismos no térmicos, como las oscilaciones del campo del axión o el decaimiento de los defectos topológicos formados en la rotura de la simetría de PQ. A partir de estos mecanismos se calcula la densidad actual de axiones que permite ver si pueden ser el componente principal de la materia oscura. Sin embargo, existen otros

mecanismos de producción, que son los mecanismos térmicos. Estos mecanismos dependen de las reacciones existentes entre axiones y partículas del modelo estándar. La densidad térmica de axiones producidos por dichos mecanismos es mucho menor que la densidad de axiones producidos por mecanismos no térmicos, después de tener en cuenta los límites derivados de los laboratorios. En la literatura se había calculado la condición de producción térmica de axiones mediante quarks, teniendo en cuenta solamente procesos del tipo Primakoff o de fotoproducción. La condición resultante [133] era que si la escala de rotura de la simetría de PQ, f_a , cumple $f_a < 10^9$ GeV, hay producción térmica de axiones.

En el trabajo que se presenta en el capítulo 9 de esta tesis, se reconsidera esta condición teniendo en cuenta las reacciones que involucran el vértice de axiones con gluones. La nueva condición obtenida para la producción térmica de axiones es que para $f_a < 1,2 \times 10^{12}$ GeV, hay producción térmica de axiones. En un principio podría parecer que esta cota es poco importante, ya que, como se ha dicho, la densidad de axiones térmicos es mucho menor que la de los no térmicos. Uno de los puntos importantes es que si cualquier población de axiones no térmicos entra en equilibrio con axiones térmicos, los primeros acabarán teniendo la densidad de los segundos. Por este motivo, también se calcula el rango de temperaturas en el que existe contacto térmico entre axiones. El resultado obtenido es que, para temperaturas

$$f_a \gtrsim T \gtrsim \frac{f_a^2}{5 \times 10^{12} \text{ GeV}} \quad (11.0.5)$$

los axiones se encuentran en contacto térmico con el plasma cósmico. Esto implica que cualquier población de axiones producidos a temperaturas dentro del rango (11.0.5) o superiores, terminarán teniendo una densidad térmica, sea cual sea su mecanismo de producción. Esto no introduce ningún efecto en los axiones producidos a partir de oscilaciones del campo, ya que éstos se originan a $T \sim \Lambda_{\text{QCD}}$, que está muy por debajo del rango (11.0.5). Para los axiones producidos por defectos topológicos, la situación es distinta. En la mayoría de modelos, estos axiones se producen a $T \sim \Lambda_{\text{QCD}}$, por lo que en este caso la termalización tampoco tendría ningún efecto. Pero la física de las cuerdas de axiones no está totalmente cerrada, de modo que podría haber algún caso en que la producción se diera a temperaturas superiores, en cuyo caso el proceso

de termalización sería relevante.

Aparte del axión, en el capítulo 10 de esta tesis se ha estudiado un caso genérico de pseudo bosón de Goldstone, θ , como candidato a materia oscura. La predicción de que procesos de Gravedad Cuántica violan de forma sistemática simetrías globales motiva la existencia de estas partículas. Esta violación se parametriza con operadores efectivos de dimensiones superiores a 4, suprimidos por masas de Planck. Al introducir una pequeña rotura explícita de una simetría global, los bosones de Goldstone que aparecen en la rotura espontánea de la simetría adquieren masa. Esta masa depende del acoplo de los operadores efectivos, g , y de la escala de rotura espontánea de la simetría, v . En el trabajo se ha analizado la evolución del campo durante la rotura espontánea de la simetría, viendo que para valores de g lo bastante pequeños se producen oscilaciones que dan lugar a la producción no térmica de pseudo bosones de Goldstone. Se ha calculado la densidad de partículas producidas por este mecanismo, así como la densidad de partículas producidas por defectos topológicos y por mecanismos térmicos. Los resultados obtenidos en el capítulo 9 se han utilizado para ver en qué regiones del espacio $v - g$ domina uno u otro mecanismo de producción.

También se han utilizado argumentos astrofísicos y cosmológicos para acotar los rangos permitidos para los parámetros v y g . Las cotas astrofísicas provienen del hecho de que estas partículas pueden ser una vía de pérdida de energía estelar. Desde el punto de vista cosmológico, si estas partículas son estables, su densidad no puede superar la densidad crítica del universo, ya que este hecho entraría en contradicción con las medidas de la edad del universo. Si estas partículas son inestables, su decaimiento puede producir efectos importantes en la evolución del universo, lo que también permite restringir los parámetros v y g .

Como conclusión de todos los análisis realizados, se encuentran dos regiones en el espacio de parámetros $v - g$, en las que la partícula θ podría existir. Una de las regiones corresponde a una partícula inestable, con vida media $\tau < 1$ s, por lo que no tendría ninguna relevancia como materia oscura. La otra región corresponde a valores de $g < 10^{-25}$, siendo en este caso la partícula estable.

En el caso en que

$$g < 10^{-30} \tag{11.0.6}$$

se encuentra que estas partículas θ podrían ser el componente dominante de la materia oscura. Las masas correspondientes a este rango son $m_\theta \lesssim 20$ eV, por lo que estas partículas se podrían detectar con los experimentos diseñados para encontrar axiones.

Como última aportación se hace notar que la cota (11.0.6) para la que la partícula θ podría ser materia oscura, puede convertirse de $\mathcal{O}(1)$ si se considera que, por alguna razón, los operadores efectivos que rompen explícitamente la simetría son de dimensión 8 ó 9. Suprimiendo de alguna forma el acoplo de las partículas θ con los fermiones, también se consiguen mayores valores de g para los que la partícula θ sería materia oscura.

Apéndice A

SSB with an explicit symmetry breaking

A.1. How to obtain the effective potential V_{eff}

We present here in some detail how to find the effective potential that gives us a complete description of the physics involved in our model. Following the standard procedure [104], taking into account the finite temperature effects, we are led to a new contribution to V_{sym} , which is given by

$$V^\beta = \frac{1}{2\pi^2\beta^4} J_B[m^2\beta^2] = \frac{1}{2\pi^2\beta^4} \int_0^\infty dx x^2 \ln \left[1 - e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right] \quad (\text{A.1})$$

where J_B is the thermal bosonic function and $\beta = 1/T$, and $m^2 = -\frac{1}{2}\lambda v^2 + \lambda\Psi^*\Psi + \frac{1}{2}\lambda T^2$ is the effective mass. With (A.1), we see the behavior of the finite temperature effective potential. For practical applications, it is convenient to use a high temperature expansion of V^β [213] written in the form

$$V^\beta \simeq \frac{1}{24}m^2T^2 - \frac{1}{12\pi}m^3T - \frac{1}{64\pi^2}m^4 \ln \frac{m^2/T^2}{223.63} \quad (\text{A.2})$$

where we have neglected terms independent of the field. The effective potential must contain the explicit symmetry-breaking term of our model, $V_{non-sym}$. Using for Ψ the parametrization $\Psi = \phi e^{i\theta/v}$, the expression for this term is

$$V_{non-sym} = -2g \frac{\phi^{n+1}}{M_P^{n-3}} \cos\left(\frac{\theta}{v}\right) \quad (\text{A.3})$$

Thus, our effective potential will be written as the sum of three terms

$$V_{eff} = V_{sym} + V^\beta + V_{non-sym} \quad (\text{A.4})$$

A.2. How to find T_{cr}

SSB of V_{eff} is triggered at a critical temperature T_{cr} corresponding to time t_{cr} , and instead of having a minimum at $\phi = 0$, a local maximum appears. T_{cr} is the temperature when the second derivative of V_{eff} at $\phi = 0$ cancels. In calculating the derivative of V_{eff} , we find that

$$\frac{\partial V_{eff}}{\partial \phi} = \phi \cdot f(\phi, T) \quad (\text{A.5})$$

$f(\phi, T)$ contains all the information we need to find both T_{cr} and the minimum of the potential as a function of T (writing $f(\phi, T) = 0$ and solving for ϕ). The second derivative of V_{eff} at its origin is

$$\left. \frac{\partial^2 V_{eff}}{\partial \phi^2} \right|_{\phi=0} = f(\phi, T)|_{\phi=0} + (\phi f'(\phi, T))|_{\phi=0} = f(0, T) \quad (\text{A.6})$$

T_{cr} is the solution to the equation $f(0, T) = 0$, and depends on λ and v . In order of magnitude, $T_{cr} \sim v$.

A.3. Field evolution

At early times, the effective potential has a unique minimum at $\phi = 0$. As the temperature goes down, its effects on the effective potential diminishes, and

at T_{cr} it is spontaneously broken and a second order phase transition occurs. In this section, we present our study on this phase transition focusing on the separate evolutions of the radial (ϕ) and angular (θ) parts of Ψ and which are the implications of $V_{non-sym}$ in our effective potential.

The evolution of the two fields mentioned above is described by these equations

$$\begin{cases} \ddot{\phi}(t) + (3H + \Gamma_\phi)\dot{\phi}(t) + \frac{\partial V_{eff}}{\partial \phi} & = 0 \\ \ddot{\theta}(t) + 3H\dot{\theta}(t) + \frac{\partial V_{eff}}{\partial \theta} & = 0 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

where $H = 1/(2t)$ is the Hubble expansion rate of the universe, and overdot means time derivative. An important difference between the two equations is the appearance of Γ_ϕ in the first one, and this is because θ couples derivatively to matter, see (10.1.7), while ϕ couples as $g_{\phi f \bar{f}} \bar{f} f \phi$. Therefore, the coupling of θ is weak, since it is suppressed by a high-energy scale v , but the coupling of the radial part is not and has to be introduced in the evolution equation for ϕ . For our numerical simulations, we put $\Gamma_\phi = m_\phi/8\pi = \sqrt{2\lambda}v/8\pi$, which corresponds to $g'_{\phi f \bar{f}} = 1$ and consider only one species of fermions in the decay. The two differential equations (A.7) are not independent of each other. They are related due to the fact that V_{eff} has both ϕ and θ dependence. However, the coupling between equations, in the case where g is tiny, is small and can be neglected in a first approximation. This is what we have done in Section 10.3. Here we do not neglect it since we want to do a complete numerical analysis and calculate the evolution when g is not small and check when the scenario described in Section 10.3 breaks down. It is convenient to replace the temperature dependence of V_{eff} with a time dependence, using relation (10.3.14)

$$T^2 = H \sqrt{\frac{45}{4\pi^3}} \sqrt{\frac{1}{g_*}} M_P = C t^{-1} \quad (\text{A.8})$$

Here $C = \frac{1}{34.3} M_P$ considering $g_* = 106,75$ for the temperature range where we apply the evolution equations. To simplify calculations and graphical displays, we introduce new dimensionless variables

$$\tilde{\phi} = \frac{\phi}{v}; \quad \tilde{\theta} = \frac{\theta}{v}; \quad \tilde{t} = \frac{t}{t_{cr}}; \quad t_{cr} = \frac{C}{T_{cr}^2}. \quad (\text{A.9})$$

With these changes, the two evolution equations are

$$\begin{cases} \ddot{\phi}(\tilde{t}) + \left(\frac{3}{2\tilde{t}} + \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \frac{C}{T_{cr}^2} \sqrt{\lambda} v\right) \dot{\phi}(\tilde{t}) + \frac{C^2}{v^2 T_{cr}^4} \frac{\partial V_{eff}}{\partial \phi} = 0 \\ \ddot{\theta}(\tilde{t}) + \frac{3}{2\tilde{t}} \dot{\theta}(\tilde{t}) + \frac{C^2}{v^2 T_{cr}^4} \frac{\partial V_{eff}}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

We can numerically solve the system (A.10) for any values of interest for v and g . In Fig.A.1, we show one such solution for arbitrarily chosen values for v, g , and λ , for $n = 4$.

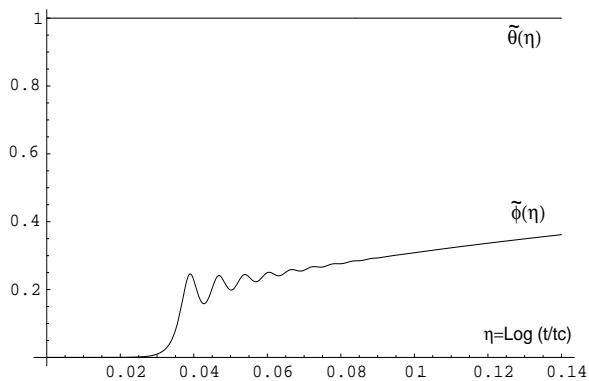
A.4. Discussion

In Section 10.3 we based our work on the fact that, due to the smallness of the explicit symmetry breaking, the field evolution towards its minimum occurs in a two-step process: firstly, the radial field goes quickly towards its vacuum expectation value, oscillates around it for a finite time till it stops due to the expansion of the universe and coupling to fermions; secondly, the angular field stays constant much longer and finally starts to oscillate around its minimum. We have proved numerically that this is so; we have checked it by solving the system equations (A.10) for a variety of values of our parameters.

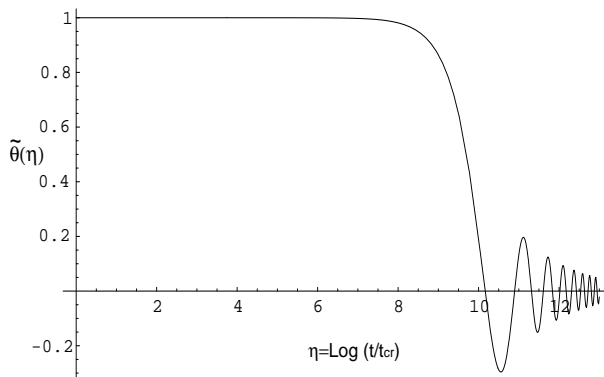
We would like to specify the upper limit on g for our model to make sense. The parameter g is considered to be too large when the term $V_{non-sym}$ in the effective potential starts to dominate over the other ones, for $\phi \sim v$. When this happens, the explicit symmetry breaking is so big that, where the absolute minimum of the effective potential is supposed to be, the first derivative of V_{eff} with respect to ϕ is negative and there is no minimum at all. In this case, there makes no sense talking about angular oscillations around the minimum. Therefore, by comparing the $(\lambda/4)\phi^4$ term with $V_{non-sym}$, one obtains an upper limit for g

$$g < \frac{\lambda}{8} \frac{M_P}{v} \quad (\text{A.11})$$

We have numerically checked that, for parameter values of interest to us, radial oscillations start very early and they are very rapidly damped, at a time



(a)



(b)

Figure A.1 : Evolution of the normalized fields $\tilde{\theta}$ and $\tilde{\phi}$ as a function of $\eta = \log(t/t_{cr})$ with t_{cr} defined in (A.9). We see how $\tilde{\phi}$ evolves first while $\tilde{\theta}$ remains constant (a), and how $\tilde{\theta}$ finally oscillates (b). Notice the (logarithmic) time scales. For this numerical simulation we chose: $v = 10^{11}$, $\lambda = 10^{-2}$ and $g = 10^{-8}$.

scale much less than the time when θ -oscillations start. One example is plotted in Fig. **A.1** . What happens is that the radial field oscillates for a small time around the minimum of the symmetric part of the effective potential and after the oscillations stop, the field stays at the minimum and evolves in time until temperature effects are irrelevant and the minimum stabilizes at $\tilde{\phi} = 1$ ($\phi = v$). Thus, for values of g that satisfy (A.11) and (10.3.16), when angular oscillations start, the radial ones have already stopped and we must not worry about the possibility that the two oscillations happened at the same time. More important is to impose the condition that when radial oscillations start, the minimum of V_{eff} be located close to the value $\phi = v$ in order to have initial conditions for θ -oscillations also of order v . With all this in mind, for v values in the range of interest ($10^8 \text{ GeV} < v < 10^{15} \text{ GeV}$), we get to the conclusion that g must be smaller than about 10^{-5} (the number depends slightly on v and λ). In particular, considering values of interest for θ to be a dark matter candidate ($v \sim 10^{11} \text{ GeV}$) and $\lambda \sim 10^{-2}$, we obtain an approximate limit $g < 10^{-5}$. This upper limit is also roughly given by the dotted line represented in Fig. 10.3, which corresponds to $T_* \sim v$. Obviously, values for $g \sim 10^{-30}$ and $v \sim 10^{11} \text{ GeV}$ which we have found to be interesting to have θ as a reasonable dark matter candidate of the universe, are consistent with our mechanism of producing θ particles.

Apéndice B

Relations for the effects on the photon spectrum

B.1. Energy range for the photon flux

To obtain Eq.(10.4.26) one considers that photons are produced in the decay $\theta \rightarrow \gamma\gamma$ with an energy $E_0 = m_\theta/2$, and then they are redshifted until today

$$E = E_0 \frac{1}{1+z} \tag{B.1}$$

Clearly, Eq.(10.4.26) is valid only for $E < m_\theta/2$. Values of $E = m_\theta/2$, correspond to photons that are produced today ($z = 0$) and smaller values indicate that photons were produced some time ago ($z > 0$). We could observe photons produced after t_{rec} , since photons produced before would thermalize. So, the lowest energy for Eq.(10.4.26) would correspond to photons produced at $z_{\text{rec}} \sim 1100$. Therefore, the range of energies in (10.4.26) is

$$\frac{m_\theta}{2} > E > \frac{1}{1+z_{\text{rec}}} \frac{m_\theta}{2} \sim 5 \times 10^{-4} m_\theta \tag{B.2}$$

For $m_\theta > 20$ eV, the lower limit of the range (B.2) is $E > 10^{-2}$ eV. Under this condition, the observed photon background [206] can be described approximately by

$$\frac{d^2 \mathcal{F}_E}{dE d\Omega} = \left(\frac{1 \text{MeV}}{E} \right) \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \quad (\text{B.3})$$

This is the limit we have used to constrain the v and g parameters.

B.2. Relation between μ and ΔE

Now we will deduce Eq.(10.4.28). Consider a Bose-Einstein thermal bath with a chemical potential, μ . The number and the energy density of photons in this bath are

$$n_\gamma(\mu, T) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d^3\vec{p} \quad (\text{B.4})$$

$$E_{\text{CBR}}(\mu, T) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int |\vec{p}| f(\vec{p}) d^3\vec{p} \quad (\text{B.5})$$

with

$$f(\vec{p}) = \frac{1}{\exp(E/T + \mu) - 1} \quad (\text{B.6})$$

where $|\vec{p}| = E$. Before the decay $\theta \rightarrow \gamma\gamma$, $\mu = 0$, so we get the usual black body spectrum. If a fixed quantity of photons Δn_γ with a fixed energy ΔE is added to this thermal bath, and we impose photon number conservation plus energy conservation, the parameters μ and T have to vary to maintain the thermalization. If we were not forced to conserve the photon number, we would not need a chemical potential, μ , since a variation of T would be enough to respect energy conservation (we are considering that all the θ particles decay at the same time, which is not exactly true).

Then, from (B.4) and (B.5) we can relate all these parameters

$$\Delta n_\gamma = \frac{\partial n_\gamma}{\partial \mu} \delta\mu + \frac{\partial n_\gamma}{\partial T} \delta T \quad (\text{B.7})$$

$$\Delta E = \frac{\partial E_{\text{CBR}}}{\partial \mu} \delta\mu + \frac{\partial E_{\text{CBR}}}{\partial T} \delta T \quad (\text{B.8})$$

where the derivatives are calculated with $\delta\mu = \delta T = 0$. Initially $\mu = 0$, so we set $\delta\mu = \mu$ and from (B.7) and (B.8) we get

$$\mu = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial n_\gamma}{\partial \mu} & \frac{\partial n_\gamma}{\partial T} \\ \frac{\partial E_{CBR}}{\partial \mu} & \frac{\partial E_{CBR}}{\partial T} \end{array} \right|^{-1} \left(\frac{\partial E_{CBR}}{\partial T} \Delta n_\gamma - \frac{\partial n_\gamma}{\partial T} \Delta E \right) \quad (B.9)$$

From (B.4), (B.5) and (B.9) we easily get

$$\left(\frac{4}{3} \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} - \frac{\zeta(3)}{\zeta(4)} \right) \mu = \frac{\Delta E}{E_{CBR}} - \frac{4}{3} \frac{\Delta n_\gamma}{n_\gamma} \quad (B.10)$$

which is Eq.(10.4.28).

Bibliografía

- [1] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1917**, 142 (1917).
- [2] E. Hubble, Publ. Nat. Acad. Sci. **15**, 168 (1929).
- [3] A. A. Penzias and R. W. Wilson, Astrophys. J. **142**, 419 (1965).
- [4] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, and D. T. Wilkinson, Astrophys. J. **512**, 511 (1999).
- [5] C. L. Bennett *et al.*, Astrophys. J. **464**, L1 (1996), astro-ph/9601067.
- [6] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, (John Wiley & Sons, San Francisco, 1972).
- [7] S. Perlmutter *et al.* (Supernova Cosmology Project), Astrophys. J. **517**, 565 (1999), astro-ph/9812133.
- [8] A. G. Riess *et al.* (Supernova Search Team), Astron. J. **116**, 1009 (1998), astro-ph/9805201.
- [9] R. A. Knop *et al.*, Astrophys. J. **598**, 102 (2003), astro-ph/0309368.
- [10] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).
- [11] W. L. Freedman *et al.*, Astrophys. J. **553**, 47 (2001), astro-ph/0012376.
- [12] D. Spergel *et al.* (WMAP), Astrophys. J. Suppl. **148**, 175 (2003), astro-ph/0302209.

-
- [13] C. L. Bennett *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003), astro-ph/0302207.
- [14] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early universe*, (Redwood City, USA: Addison-Wesley 1990, 547 p. *Frontiers in physics*, 69).
- [15] K. G. Begeman, A. H. Broeils, and R. H. Sanders, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **249**, 523 (1991).
- [16] T. J. Ponman and D. Bertram, *Nature* **363**, 51 (1993).
- [17] C. J. Copi and D. Schramm, *Comm. Nucl. Part. Phys.* **22**, 1 (1996), astro-ph/9504026.
- [18] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, (Princeton University Press, cop. 1987).
- [19] R. Carlberg *et al.*, *Astrophys. J.* **462**, 32 (1996), astro-ph/9509034.
- [20] B. Paczynski, *Astrophys. J.* **304**, 1 (1986).
- [21] B. Paczynski, *Astrophys. J. Lett.* **371**, L63 (1991).
- [22] J. Garcia-Bellido (1999), hep-ph/0004188.
- [23] B. J. Carr (2000), astro-ph/0008028.
- [24] D.-s. Ryu, K. A. Olive, and J. Silk, *Astrophys. J.* **353**, 81 (1990).
- [25] S. Charlot and J. Silk, *Astrophys. J.* **445**, 124 (1995).
- [26] B. D. Fields, K. Freese, and D. S. Graff, *Astrophys. J.* **534**, 265 (2000), astro-ph/9904291.
- [27] B. M. S. Hansen, *Nature* **394**, 860 (1998).
- [28] R. A. Ibata, H. B. Richer, R. L. Gilliland, and D. Scott, *Astrophys. J.* **524**, L95 (1999).
- [29] S. T. Hodgkin, B. R. Oppenheimer, N. C. Hambly, R. F. Jameson, S. J. Smartt, and I. A. Steele, *Nature* **403**, 57 (2000).
- [30] C. Alcock *et al.* (Supernova Cosmology Project), *Nature* **365**, 621 (1993).

- [31] E. Aubourg, P. Bareyre, S. Brehin, M. Gros, M. Lachieze-Rey, B. Laurent, E. Lesquoy, C. Magneville, A. Milsztajn, L. Moscoso, F. Queinnec, J. Rich, *et al.*, *Nature* **365**, 623 (1993).
- [32] B. J. Carr, J. R. Bond, and W. D. Arnett, *Astrophys. J.* **277**, 445 (1984).
- [33] J. R. Bond, B. J. Carr, and C. J. Hogan, *Astrophys. J.* **367**, 420 (1991).
- [34] B. J. Carr and M. Sakellariadou, *Astrophys. J.* **516**, 195 (1999).
- [35] C. G. Lacey and J. P. Ostriker, *Astrophys. J.* **299**, 633 (1985).
- [36] Y. Suzuki, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **38**, 54 (1995).
- [37] B. J. Carr and S. W. Hawking, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **168**, 399 (1974).
- [38] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, *Phys. Rept.* **267**, 195 (1996), hep-ph/9506380.
- [39] K. A. Olive (2004), hep-ph/0412054.
- [40] J. R. Ellis, K. A. Olive, Y. Santoso, and V. C. Spanos, *Phys. Lett.* **B565**, 176 (2003), hep-ph/0303043.
- [41] A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo, and S. Scopel, *Phys. Rev.* **D68**, 043506 (2003), hep-ph/0304080.
- [42] R. D. Peccei and H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [43] R. D. Peccei and H. R. Quinn, *Phys. Rev.* **D16**, 1791 (1977).
- [44] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223 (1978).
- [45] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 279 (1978).
- [46] M. S. Turner, *Phys. Rev.* **D33**, 889 (1986).
- [47] R. A. Battye and E. P. S. Shellard, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2954 (1994), astro-ph/9403018.
- [48] M. Kamionkowski (1996), hep-ph/9609531.

- [49] G. Gamow, Phys. Rev. **70**, 572 (1946).
- [50] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow, Phys. Rev. **73**, 803 (1948).
- [51] G. Gamow, Phys. Rev. **74**, 505 (1948).
- [52] R. A. Alpher, J. W. Follin, and R. C. Herman, Phys. Rev. **92**, 1347 (1953).
- [53] F. Hoyle and R. J. Tayler, Nature **203**, 1108 (1964).
- [54] P. J. E. Peebles, Astrophys. J. **146**, 542 (1966).
- [55] R. V. Wagoner, W. A. Fowler, and F. Hoyle, Astrophys. J. **148**, 3 (1967).
- [56] J.-M. Yang, M. S. Turner, G. Steigman, D. Schramm, and K. A. Olive, Astrophys. J. **281**, 493 (1984).
- [57] T. P. Walker, G. Steigman, D. Schramm, K. A. Olive, and H.-S. Kang, Astrophys. J. **376**, 51 (1991).
- [58] M. S. Smith, L. H. Kawano, and R. A. Malaney, Astrophys. J. Suppl. **85**, 219 (1993).
- [59] C. J. Copi, D. Schramm, and M. S. Turner, Science **267**, 192 (1995), astro-ph/9407006.
- [60] L. M. Krauss and P. J. Kernan, Phys. Lett. **B347**, 347 (1995), astro-ph/9408023.
- [61] E. Lisi, S. Sarkar, and F. L. Villante, Phys. Rev. **D59**, 123520 (1999), hep-ph/9901404.
- [62] S. Burles, K. M. Nollett, and M. S. Turner, Astrophys. J. **552**, L1 (2001), astro-ph/0010171.
- [63] R. V. Wagoner, Astrophys. J. **179**, 343 (1973).
- [64] L. Kawano, FERMILAB-PUB-92-004-A.
- [65] D. Decamp *et al.* (ALEPH), Phys. Lett. **B235**, 399 (1990).
- [66] M. Z. Akrawy *et al.* (OPAL), Phys. Lett. **B240**, 497 (1990).

- [67] P. Abreu *et al.* (DELPHI), Phys. Lett. **B241**, 435 (1990).
- [68] B. Adeva *et al.* (L3), Phys. Lett. **B249**, 341 (1990).
- [69] G. Steigman (2003), astro-ph/0309338.
- [70] H. Reeves, J. Audouze, W. A. Fowler, and D. Schramm, Astrophys. J. **179**, 909 (1973).
- [71] B. Fields and S. Sarkar (2004), astro-ph/0406663.
- [72] M. Fukugita, C. J. Hogan, and P. J. E. Peebles, Astrophys. J. **503**, 518 (1998), astro-ph/9712020.
- [73] A. D. Dolgov *et al.*, Nucl. Phys. **B632**, 363 (2002), hep-ph/0201287.
- [74] M. Peimbert and S. Torres-Peimbert, Astrophys. J. **193**, 327 (1974).
- [75] B. D. Fields and K. A. Olive, Astrophys. J. **506**, 177 (1998).
- [76] S. Esposito, G. Mangano, G. Miele, and O. Pisanti, JHEP **09**, 038 (2000), astro-ph/0005571.
- [77] K. A. Olive, G. Steigman, and T. P. Walker, Phys. Rept. **333**, 389 (2000), astro-ph/9905320.
- [78] D. Kirkman, D. Tytler, N. Suzuki, J. M. O'Meara, and D. Lubin, Astrophys. J. Suppl. **149**, 1 (2003), astro-ph/0302006.
- [79] J. M. O'Meara *et al.*, Astrophys. J. **552**, 718 (2001), astro-ph/0011179.
- [80] N. Christlieb *et al.*, Nature **419**, 904 (2002), astro-ph/0211274.
- [81] M. Spite and F. Spite, Nature **297**, 483 (1982).
- [82] S. G. Ryan, J. E. Norris, and T. C. Beers, Astrophys. J. **523**, 654 (1999).
- [83] E. Vangioni-Flam, M. Casse, R. Cayrel, J. Audouze, M. Spite, and F. Spite, New Astronomy **4**, 245 (1999).
- [84] S. G. Ryan, T. C. Beers, K. A. Olive, B. D. Fields, and J. E. Norris, Astrophys. J. Lett. **530**, L57 (2000).

- [85] P. Bonifacio, L. Pasquini, F. Spite, A. Bragaglia, E. Carretta, V. Castellani, M. Centuriòn, A. Chieffi, R. Claudi, G. Clementini, F. D'Antona, S. Desidera, *et al.*, *Astron. & Astrophys.* **390**, 91 (2002).
- [86] D. S. Balser, T. M. Bania, R. T. Rood, and T. L. Wilson, *Astrophys. J.* **510**, 759 (1999).
- [87] K. A. Olive, D. Schramm, S. T. Scully, and J. W. Truran, *Astrophys. J.* **479**, 752 (1997), astro-ph/9610039.
- [88] R. J. Scherrer, *Phys. Rev.* **D69**, 107302 (2004), astro-ph/0310699.
- [89] R. H. Cyburt, *Phys. Rev.* **D70**, 023505 (2004), astro-ph/0401091.
- [90] K. A. Olive and E. D. Skillman (2004), astro-ph/0405588.
- [91] J. P. Kneller and G. Steigman (2004), astro-ph/0406320.
- [92] K. Ichikawa and M. Kawasaki, *Phys. Rev.* **D69**, 123506 (2004), hep-ph/0401231.
- [93] K. Ichikawa, M. Kawasaki, and F. Takahashi, *Phys. Lett.* **B597**, 1 (2004), astro-ph/0402522.
- [94] J. D. Barrow and R. J. Scherrer, *Phys. Rev.* **D70**, 103515 (2004), astro-ph/0406088.
- [95] G. J. Mathews, T. Kajino, and T. Shima, *Phys. Rev.* **D71**, 021302 (2005), astro-ph/0408523.
- [96] A. Serebrov *et al.*, *Phys. Lett.* **B605**, 72 (2005), nucl-ex/0408009.
- [97] J. Goldstone, *Nuovo Cim.* **19**, 154 (1961).
- [98] J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127**, 965 (1962).
- [99] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*, (Reading, USA: Addison-Wesley, 1995, 842 p).
- [100] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1549 (1982).
- [101] Y. Chikashige, R. Mohapatra, and R. D. Peccei, *Phys. Lett.* **B98**, 265 (1981).

-
- [102] G. B. Gelmini and M. Roncadelli, Phys. Lett. **B99**, 411 (1981).
- [103] see for instance T. Banks, Physicalia **12**, 19 (1990), and references therein.
- [104] M. Quiros, Helv. Phys. Acta **67**, 451 (1994).
- [105] R. H. Brandenberger, Rev. Mod. Phys. **57**, 1 (1985).
- [106] N. P. Landsman and C. G. van Weert, Phys. Rept. **145**, 141 (1987).
- [107] S. R. Coleman and E. Weinberg, Phys. Rev. **D7**, 1888 (1973).
- [108] D. A. Kirzhnits, JETP Lett. **15**, 529 (1972).
- [109] S. Weinberg, Phys. Rev. **D9**, 3357 (1974).
- [110] A. Vilenkin and E. P. S. Shellard, *Cosmic Strings and other topological defects*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1994).
- [111] T. Vachaspati, *Lectures on cosmic topological defects* (2000), hep-ph/0101270.
- [112] T. W. B. Kibble, *Cosmology and Particle Physics*, (World Scientific, Singapore, 1987).
- [113] T. W. B. Kibble, J. Phys. **A9**, 1387 (1976).
- [114] H.-Y. Cheng, Phys. Rept. **158**, 1 (1988).
- [115] G. B. Gelmini, S. Nussinov, and T. Yanagida, Nucl. Phys. **B219**, 31 (1983).
- [116] J. E. Kim, Phys. Rev. Lett. **43**, 103 (1979).
- [117] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B166**, 493 (1980).
- [118] M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, Phys. Lett. **B104**, 199 (1981).
- [119] A. R. Zhitnitsky, Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 260 (1980).
- [120] J. Preskill, M. B. Wise, and F. Wilczek, Phys. Lett. **B120**, 127 (1983).

- [121] L. F. Abbott and P. Sikivie, Phys. Lett. **B120**, 133 (1983).
- [122] M. Dine and W. Fischler, Phys. Lett. **B120**, 137 (1983).
- [123] P. J. Steinhardt and M. S. Turner, Phys. Lett. **B129**, 51 (1983).
- [124] E. Masso, F. Rota, and G. Zsembinski (2005), astro-ph/0501381.
- [125] D. Harari and P. Sikivie, Phys. Lett. **B195**, 361 (1987).
- [126] C. Hagmann, S. Chang, and P. Sikivie, Phys. Rev. **D63**, 125018 (2001), hep-ph/0012361.
- [127] C. Hagmann and P. Sikivie, Nucl. Phys. **B363**, 247 (1991).
- [128] R. L. Davis, Phys. Lett. **B180**, 225 (1986).
- [129] M. Yamaguchi, M. Kawasaki, and J. Yokoyama, Phys. Rev. Lett. **82**, 4578 (1999), hep-ph/9811311.
- [130] R. L. Davis and E. P. S. Shellard, Nucl. Phys. **B324**, 167 (1989).
- [131] R. A. Battye and E. P. S. Shellard (1997), astro-ph/9706014.
- [132] P. Sikivie, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **87**, 41 (2000), hep-ph/0002154.
- [133] M. S. Turner, Phys. Rev. Lett. **59**, 2489 (1987).
- [134] G. G. Raffelt, *Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles*, (Chicago, USA: Univ. Pr., 1996, 664 p).
- [135] J. R. Ellis and K. A. Olive, Phys. Lett. **B193**, 525 (1987).
- [136] G. Raffelt and D. Seckel, Phys. Rev. Lett. **60**, 1793 (1988).
- [137] M. S. Turner, Phys. Rev. Lett. **60**, 1797 (1988).
- [138] P. Binetruy, C. Deffayet, and D. Langlois, Nucl. Phys. **B565**, 269 (2000), hep-th/9905012.
- [139] C. Csaki, M. Graesser, C. F. Kolda, and J. Terning, Phys. Lett. **B462**, 34 (1999), hep-ph/9906513.

-
- [140] T. Shiromizu, K.-i. Maeda, and M. Sasaki, Phys. Rev. **D62**, 024012 (2000), gr-qc/9910076.
- [141] P. Kraus, JHEP **12**, 011 (1999), hep-th/9910149.
- [142] J. M. Cline, C. Grojean, and G. Servant, Phys. Rev. Lett. **83**, 4245 (1999), hep-ph/9906523.
- [143] P. Binetruy, C. Deffayet, U. Ellwanger, and D. Langlois, Phys. Lett. **B477**, 285 (2000), hep-th/9910219.
- [144] S. M. Carroll and L. Mersini, Phys. Rev. **D64**, 124008 (2001), hep-th/0105007.
- [145] E. E. Flanagan, S. H. H. Tye, and I. Wasserman, Phys. Rev. **D62**, 044039 (2000), hep-ph/9910498.
- [146] J. Rafelski (2002), hep-ph/0208259.
- [147] G. F. Giudice, E. W. Kolb, and A. Riotto, Phys. Rev. **D64**, 023508 (2001), hep-ph/0005123.
- [148] K. Freese and M. Lewis, Phys. Lett. **B540**, 1 (2002), astro-ph/0201229.
- [149] A. T. Lee *et al.*, Astrophys. J. **561**, L1 (2001), astro-ph/0104459.
- [150] C. B. Netterfield *et al.* (Boomerang), Astrophys. J. **571**, 604 (2002), astro-ph/0104460.
- [151] N. W. Halverson *et al.*, Astrophys. J. **568**, 38 (2002), astro-ph/0104489.
- [152] S. Sarkar (2002), astro-ph/0205116.
- [153] S. M. Carroll and M. Kaplinghat, Phys. Rev. **D65**, 063507 (2002), astro-ph/0108002.
- [154] O. Zahn and M. Zaldarriaga, Phys. Rev. **D67**, 063002 (2003), astro-ph/0212360.
- [155] J. K. Webb *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091301 (2001), astro-ph/0012539.
- [156] M. Gasperini, Phys. Rev. **D38**, 2635 (1988).

-
- [157] H. Minakata and H. Nunokawa, Phys. Rev. **D51**, 6625 (1995), hep-ph/9405239.
- [158] J. Bahcall, P. I. Krastev, and C. Leung, Phys. Rev. **D52**, 1770 (1995), hep-ph/9410353.
- [159] J. Scherk, Phys. Lett. **B88**, 265 (1979).
- [160] T. Goldman and M. M. Nieto, Phys. Lett. **B112**, 437 (1982).
- [161] T. Goldman, R. J. Hughes, and M. M. Nieto, Phys. Lett. **B171**, 217 (1986).
- [162] J. R. Ellis, N. E. Mavromatos, D. V. Nanopoulos, and A. S. Sakharov (2003), gr-qc/0312044.
- [163] D. V. Ahluwalia and M. Kirchbach, Int. J. Mod. Phys. **D10**, 811 (2001), astro-ph/0107246.
- [164] D. V. Ahluwalia-Khalilova (2004), gr-qc/0405112.
- [165] M. M. Nieto and T. Goldman, Phys. Rept. **205**, 221 (1991).
- [166] J. M. LoSecco, Phys. Rev. **D38**, 3313 (1988).
- [167] S. Pakvasa, W. A. Simmons, and T. J. Weiler, Phys. Rev. **D39**, 1761 (1989).
- [168] A. D. Dolgov and G. G. Raffelt, Phys. Rev. **D52**, 2581 (1995), hep-ph/9503438.
- [169] G. Baur *et al.*, Phys. Lett. **B368**, 251 (1996).
- [170] M. Amoretti *et al.*, Nature **419**, 456 (2002).
- [171] J. Walz and T. W. Hansch, Gen. Rel. Grav. **36**, 561 (2004).
- [172] E. Masso and F. Rota, Phys. Rev. **D68**, 123504 (2003), astro-ph/0302554.
- [173] S. Sarkar, Rept. Prog. Phys. **59**, 1493 (1996), hep-ph/9602260.
- [174] H.-S. Kang and G. Steigman, Nucl. Phys. **B372**, 494 (1992).

- [175] K. Hagiwara *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. **D66**, 010001 (2002).
- [176] V. Barger, J. P. Kneller, H.-S. Lee, D. Marfatia, and G. Steigman, Phys. Lett. **B566**, 8 (2003), hep-ph/0305075.
- [177] C. K. Zachos, Phys. Lett. **B76**, 329 (1978).
- [178] T. Goldman, R. J. Hughes, and M. M. Nieto Submitted to Int. Conf. on High Energy Physics, Berkeley, CA, Jul 16-23, 1986.
- [179] P. Morrison, Amm. J. Phys. **26**, 358 (1958).
- [180] H. Murayama, G. Raffelt, C. Hagmann, K. van Bibber, and L. J. Rosenberg, Eur. Phys. J. **C15**, 298 (2000).
- [181] L. J. Rosenberg and K. A. van Bibber, Phys. Rept. **325**, 1 (2000).
- [182] S. Chang, C. Hagmann, and P. Sikivie, Phys. Rev. **D59**, 023505 (1999), hep-ph/9807374.
- [183] J. Bernstein, L. S. Brown, and G. Feinberg, Phys. Rev. **D32**, 3261 (1985).
- [184] M. Le Bellac, *Thermal Field Theory*, (Cambridge University Press 1996).
- [185] S. B. Giddings and A. Strominger, Nucl. Phys. **B307**, 854 (1988).
- [186] S. R. Coleman, Nucl. Phys. **B310**, 643 (1988).
- [187] G. Gilbert, Nucl. Phys. **B328**, 159 (1989).
- [188] A. Vilenkin and A. E. Everett, Phys. Rev. Lett. **48**, 1867 (1982).
- [189] E. K. Akhmedov, Z. G. Berezhiani, R. Mohapatra, and G. Senjanovic, Phys. Lett. **B299**, 90 (1993), hep-ph/9209285.
- [190] C. T. Hill and G. G. Ross, Phys. Lett. **B203**, 125 (1988).
- [191] C. T. Hill and G. G. Ross, Nucl. Phys. **B311**, 253 (1988).
- [192] M. Lusignoli, A. Masiero, and M. Roncadelli, Phys. Lett. **B252**, 247 (1990).

- [193] S. Ghigna, M. Lusignoli, and M. Roncadelli, *Phys. Lett.* **B283**, 278 (1992).
- [194] D. Grasso, M. Lusignoli, and M. Roncadelli, *Phys. Lett.* **B288**, 140 (1992).
- [195] C. T. Hill, D. Schramm, and J. Fry, *Comments Nucl. Part. Phys.* **19**, 25 (1989).
- [196] A. K. Gupta, C. T. Hill, R. Holman, and E. W. Kolb, *Phys. Rev.* **D45**, 441 (1992).
- [197] J. A. Frieman, C. T. Hill, and R. Watkins, *Phys. Rev.* **D46**, 1226 (1992).
- [198] J. A. Frieman, C. T. Hill, A. Stebbins, and I. Waga, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2077 (1995), astro-ph/9505060.
- [199] D. Kazanas, R. Mohapatra, S. Nasri, and V. L. Teplitz, *Phys. Rev.* **D70**, 033015 (2004), hep-ph/0403291.
- [200] R. Mohapatra and X. Zhang, *Phys. Rev.* **D49**, 1163 (1994), hep-ph/9307231.
- [201] R. Mohapatra and A. Riotto, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1324 (1994), hep-ph/9403275.
- [202] R. A. Battye and E. P. S. Shellard, *Nucl. Phys.* **B423**, 260 (1994), astro-ph/9311017.
- [203] R. L. Davis, *Phys. Rev.* **D32**, 3172 (1985).
- [204] E. Masso, F. Rota, and G. Zsembinszki, *Phys. Rev.* **D66**, 023004 (2002), hep-ph/0203221.
- [205] E. Masso and R. Toldra, *Phys. Rev.* **D60**, 083503 (1999), astro-ph/9903397.
- [206] M. T. Ressel and M. S. Turner, *Bull. Am. Astron. Soc.* **22**, 753 (1990).
- [207] R. A. Sunyaev and Y. B. Zeldovich, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **18**, 537 (1980).

-
- [208] E. Masso and R. Toldra, Phys. Rev. **D55**, 7967 (1997), hep-ph/9702275.
- [209] R. J. Scherrer and M. S. Turner, Phys. Rev. **D31**, 681 (1985).
- [210] R. J. Scherrer and M. S. Turner, Astrophys. J. **331**, 19 (1988).
- [211] E. Masso, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **114**, 67 (2003), hep-ph/0209132.
- [212] R. D. Peccei (2000), hep-ph/0009030.
- [213] L. Dolan and R. Jackiw, Phys. Rev. **D9**, 3320 (1974).

Agraïments

El camí fet des del dia en que vaig començar la tesi fins avui no ha suposat un trajecte fàcil. Han estat uns anys plens de dificultats, dubtes i angoixes però també de molts bons moments, alegries i satisfaccions. Quan miro enrera veig que tot l'esforç realitzat hauria resultat impossible sense l'ajut inestimable de molta gent que ha estat al meu costat donant suport des dels àmbits més diversos. Voldria deixar constància de tota aquesta gent sense la qual no estaria escrivint aquestes lletres, sent plenament conscient que hi hauria d'aparèixer més de la que aquí podré anomenar.

Hi ha dues persones sense les quals aquesta tesi hagués estat completament irrealitzable. Per una banda ha sigut indispensable tota l'ajuda incondicional rebuda per part de l'Edu. Ell m'ha donat tota la formació necessària i m'ha transmès la seva passió per la recerca. A més, he tingut la sort de poder compartir amb ell molts altres aspectes que van més enllà de la física, establint-se així una confiança i amistat que per a mi són indispensables en qualsevol relació humana.

L'altra persona imprescindible en tot aquest camí és la Iolanda. Ella és per a mi una font d'inspiració de vida i la seva sensibilitat, comprensió i estimació fan que compartir el dia a dia amb ella sigui una màgica aventura. Pel que fa als aspectes concrets d'aquesta tesi, gràcies als seus consells i coneixements informàtics, aquesta ha millorat enormement. A més, va ser la seva passió per la ciència la que em va encomanar la motivació necessària per a encetar el dur camí d'una tesi doctoral.

La gran quantitat d'hores passades a l'Ifae han fet que el nivell de convivència amb la gent que per allà s'hi passeja hagi estat intens. Tot i que els

graus d'interacció han estat diversos, voldria agrair a tots els membres del grup de física teòrica el bon ambient generat. En particular, la relació amb algunes d'aquestes persones ha estat especialment enriquidora.

Amb els companys de cel·la és amb qui més hores he compartit. En Jaume Guasch va ser qui em va donar els primers cops de mà. Amb l'Agneta vaig poder practicar el meu pobre anglès, tot i que pels resultats ningú ho diria. Amb el Dani vaig trobar un gran company de despatx amb el que vaig poder intercanviar sinceritat. En l'última etapa del camí, el Javi Redondo ha omplert de música i inquietuds l'ambient del despatx.

Durant tots aquests anys ha suposat un gran plaer compartir la docència a veterinària amb en Ramon Muñoz. Han estat moltes hores de converses, acudits, consells, exàmens, etc, de les quals n'he gaudit gratament.

Amb en Gabriel Zsembinszki he compartit casa, director de tesi i molt bones estones. Part del treball d'aquesta tesi s'ha realitzat gràcies a ell i en molts moments la seva minuciositat ha generat la motivació i confiança necessària per a seguir treballant.

Amb el Leandro he trobat un gran amic amb el que estic convençut que seguirem compartint bons moments. A en Francesc Ferrer li he d'agrair ser el company de festes dels primers anys de tesi. Al Santi Béjar per totes les vegades que ha il·luminat la meva ignorància informàtica. L'Oriol Pujolàs i en Marc Casaldàliga van ser uns bons exemples a seguir al fer les primeres passes en aquest negoci. En els últims anys de tesi, tota la canalla que ha entrat com l'Àlex Monràs, el David, el Germano, el Javivi, l'Ori, el Picón,... han portat nous aires que han engrescat l'ambient. Postdocs com la Carla, el Nino o el Gabriel també han contribuït a donar alegria al grup.

A l'Ariel li vull donar les gràcies pels consells donats, correccions i per haver accedit de bon grat a formar part del tribunal de tesi. A la resta de membres del tribunal, M. Quirós, J.A. Lobo, A. Dobado i A. Seguí també els vull agrair la bona disposició que han mostrat per a avaluar aquesta tesi.

Amb l'Albert Bramon he tingut la sort de gaudir de la seva passió per la mecànica quàntica i de la seva devoció per la docència, al llarg de les assigna-

tures compartides. A en Toni Grífols li vull agrair que confiés en mi i que no m'engegués a pastar fang el primer dia que vaig trepitjar l'Ifae, tot carregat de dubtes.

A la Montse, a la Cèlia i a la Mercè els vull agrair la gran ajuda brindada que m'ha salvat de cremar-me a l'infern de la burrocàcia. També vull donar les gràcies a l'Antònia per haver cuidat dia a dia de la neteja del despatx. A la gent del bar de lletres els vull agrair el bon ambient que ens han ofert tots els migdies. De la mateixa manera vull donar les gràcies a tots i totes les estudiants que han patit alguna de les meves classes, ja que la docència ha representat una activitat molt enriquidora que de tant en tant m'ha permès connectar-me amb el món real.

És precisament la connexió amb el món real que en molts moments ha evitat que em perdés en la immensitat de l'univers. El suport càlid i constant rebut de la gent que m'envolta fora del món laboral ha sigut encoratjador i m'ha permès saciar tot d'inquietuds deslligades del món de la ciència.

Per part dels meus pares sempre he rebut un recolzament incondicional, una complicitat i un interès per tot el que faig que m'ha donat la seguretat necessària per a caminar amb convicció. El model que m'han transmès és per a mi un referent.

Les meves germanes Laia i Mireia són un gran tresor que en tot moment estan disposades a escoltar, aconsellar i compartir. L'Òscar i el Jofre s'han convertit en uns germans que és un plaer tenir al costat. La vitalitat i alegria de l'Ona ha omplert de llum tot el seu voltant. També voldria mostrar la meva estimació cap als meus avis, que al llarg d'aquests anys han anat marxant. Estic convençut que les meves dues àvies estarien molt orgulloses de compartir amb mi aquest moment. El caliu que rebo del Quim i de la Concepció fa que senti que formen part de la família.

A la Mari, el Miquel, la Mariví, el Xavi, el Biel i als que han de venir els vull agrair les estones compartides. Al Borja i a la Berta els vull agrair la força que demostren cada dia i els desitjo que es compleixin tots els seus somnis. Al Dani li vull donar les gràcies per l'ajuda i les facilitats que m'ha ofert per a imprimir aquesta tesi.

Tot i que els últims anys hem viscut lluny un de l'altre, al Xavi López sempre el sento molt a prop meu. Desitjo que algun dia puguem tornar a compartir música, tal i com vam fer en les primeres passes de Waha.

La música ha representat una teràpia absolutament necessària que m'ha permès gaudir i descarregar tot tipus de tensions. A tota la gent que ha anat passant per Waha els vull agrair les melodies regalades. El Sergi, la Txell, el Juani, el Coco, el Santapau, el Barberà, el Max, l'Òscar, el Fres, l'Elena, el Xavi B., el Vitto, l'Arnau, el Just,... representen molt més que companys de música.

Al Valentí li vull agrair la seva senzillesa, vitalitat i amistat. És un mag de la vida del que sempre n'estaré enamorat. Al Toledo li vull donar les gràcies per deixar-me compartir amb ell les seves peripècies i il·lusions. A la resta de companys de física de la UB agrair-los les festes compartides i expressar el desig d'anar sabent d'ells de tant en tant.

Pel que han representat en el meu aprenentatge vital, vull agrair a la gent de l'Esperanza del Monte tota la senzillesa regalada. Los Amigos del frijol va ser una bona escola i voldria agrair a la Marta Torra la seva part de culpa en l'experiment.

De l'Alex Caralps tinc molt presents tots els dinars compartits durant més de dos anys a la UAB, els quals últimament trobo molt a faltar. En ells van néixer projectes, il·lusions i una bona amistat. Al Xavi Bayle li vull agrair el poema regalat i tot l'art escampat. A la Bego la seva energia i la paciència per haver llegit i revisat amb detall el manuscrit de la tesi. A la Caroleta li vull donar les gràcies per la minuciositat al corregir la tesi i per demostrar un cop més que Xaingra funciona. Si em donessin cent pàgines més voldria agrair, una a una, a totes les persones que donen vida a l'Ateneu Rosa de Foc. En totes elles he trobat una gran família amb la que és realment fàcil convertir somnis en realitat. El que més m'emociona és saber que tot plegat no ha fet res més que començar...

Per últim voldria tenir un record per al meu amic Fede que, tot i que va marxar abans d'hora, el porto sempre a prop del cor.

La fotografia de la coberta correspon a una imatge en l'infraroig de la nebulosa M20, obtinguda amb el Telescopi Espacial Spitzer de la NASA. Aquesta nebulosa es coneix amb el nom de la *Trífida* i es troba a la constel·lació de Sagitari, a 5500 anys llum de nosaltres.

Impressió feta per *Ciriano Servicios Gráficos*