



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Desarrollo del Número de Dos a Cuatro Años: De los Usos de Objetos en Interacción con un Adulto a los Usos Numéricos

Sílvia Larisse do Patrocínio Cavalcante

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat de Psicologia

Departament de Cognició, Desenvolupament i Psicologia de l'Educació

Secció de Psicologia Evolutiva i de l'Educació

Programa de Doctorado:

Doctorat Interuniversitari de Psicologia de l'Educació

TESIS DOCTORAL

Desarrollo del Número de Dos a Cuatro Años:

**De los Usos de Objetos en Interacción con un Adulto a los Usos
Numéricos**

Presentada por:

Sílvia Larisse do Patrocínio Cavalcante

Dirigida por:

Dr. Eduard Martí Sala
Dra. Cintia Rodríguez Garrido

Barcelona, 2016

A mi familia,
en especial, a mi tía Maria Luíza,
primera psicóloga doctora que conocí,
por su inspiradora dedicación a la vida académica
y por siempre estar presente, a pesar de la ausencia.

Quanta saudade...

Financiación

Beca de Formación de Personal Investigador (FPI). Organismo: Dirección General de Investigación Científica y Técnica, del Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Agradecimientos

Llegar a este momento de escribir los agradecimientos de la tesis representa muchísimo para mí. Significa que finalmente esta etapa de mi vida se va concluyendo y que ya ha llegado la hora de, tranquilamente, revisar todo este proceso y pensar en todos los que me han acompañado en este camino. Ahora mismo tengo el corazón lleno de afecto y gratitud, y son muchos los nombres y caras que me vienen a la cabeza... ¡Qué afortunada soy por haber podido contar con tanta gente, a la que tengo tanto cariño!

Primeramente, agradezco a mis queridos directores de tesis: Eduard Martí y Cintia Rodríguez. ¿Qué palabras usar para expresar mi gratitud a vosotros y cómo definir todo que he aprendido al trabajar a vuestro lado? Creo que mi mayor lección ha sido el significado de la palabra respeto. Muchísimas gracias por vuestra confianza, dedicación y, sobre todo, por vuestra amistad y cariño. Es inmensa la suerte que tuve de tener dos directores de tesis que, antes de todo, son mis amigos. Gracias por todo el soporte teórico, metodológico y emocional que me habéis dado a lo largo de estos años. Por enseñarme la importancia de la pasión por lo que se investiga, por tanta gentileza y cuidado con todo lo que hizo referencia a mi proceso de formación como investigadora. ¡Gracias por permitirme formar, junto a vosotros, un “número tres tan mágico”! Estaré eternamente agradecida por esta gran oportunidad de crecimiento profesional y personal a vuestro lado.

En esta línea, también agradezco inmensamente a la querida Nora Scheuer, por su afectuoso e imprescindible soporte en el desarrollo de esta tesis. Muchas gracias también a los investigadores que me recibieron en el Centro Regional Universitario Bariloche - de la Universidad Nacional del Comahue; en el Early Cognitive Development Center - en The University of Queensland (en especial, a Virginia Slaughter); y en The Poincaré Institute for Mathematics Education - en Tufts University (en especial, a Bárbara Brizuela). Gracias por tan importantes aportaciones a mi formación.

En segundo lugar, agradezco muy sinceramente a las familias que participaron en esta tesis; por abrirme las puertas de sus hogares a lo largo de todo un año y por recibirme siempre con tanta hospitalidad. A los niños/as, por no dejarme aburrir jamás; al contrario, me hicieron disfrutar muchísimo al verlos tantas y tantas veces en los videos. ¡Cuánto aprendí con vosotros, pequeños maestros! Agradezco, especialmente, a las madres de las diadas por enseñarme tanto y por permitirme ver, con mis propios ojos, esto de que tanto hablamos: ¡sois grandes maestras del andamiaje! Hago el mismo agradecimiento a los profesionales de la Escuela Vila Olímpica, en Barcelona; a la directora Tana y a las profesoras Rosalía y Lali, por abrirme también las puertas de sus aulas y permitirme estar con los niños/as. Muchas gracias por dejarme ver cómo se trabaja con compromiso en la Escuela Infantil. Y aquí aprovecho para agradecer a mi querida y fiel colaboradora/amiga Constanza Villarroel, por acompañarme cada mañana durante las filmaciones en la escuela.

Agradezco a los grupos de investigación GRAE-UB, en especial a la queridísima Mercè Garcia-Milà, por su confianza y afecto; y al grupo DETEDUCA-UAM, por escucharme siempre con mucho interés y por enseñarme tanto sobre el desarrollo temprano. Muchas gracias también a la Secció de Psicologia Evolutiva i de l'Educació, de la Universitat de Barcelona, por acogerme. En especial, mis agradecimientos a César Coll y Ana Teberosky, por sus valiosos comentarios en el proyecto de esta tesis; a Montse Moreno y Ana Martorell, por el cuidado y atención; a Ana Antón, Rosa Baeza y Núria Ribera, por las grandes ayudas en mis primeras experiencias como docente de universidad. También me gustaría agradecer especialmente a Teresa Mauri y a Vicent Tirado, por el cariño (absolutamente recíproco).

Agradezco también a las grandes amigas que esta tesis me brindó, Karina Cárdenas y Marisol Basílio, por haber sido esenciales cuando más precisé de soporte emocional en esta trayectoria. Gracias, amigas lindas, el logro de la realización de esta tesis también es vuestro. A Vinícius Ayala, Noelle del Giúdice, Yadira Pinedo, Frederico Vargas, Noelia

Sosa, Ana Moreno, Rubén Abello y a todos los grandes amigos/as que hice en Madrid y en Barcelona, por los felices momentos. A Liss Huerta y a Paulina Motta, por los mejores recuerdos de compartir piso en Barcelona. A Camila Oda, Tatiana López y Fátima Vega, por ser mi “grupo de apoyo”, con lenguaje compartido, en esta recta final de la tesis. ¡Vamos que se puede! Y a mi *dear friend* Kate Machie, por revisar tan atenta y cariñosamente los apartados en inglés de esta tesis. Os quiero muchísimo a todos/as.

Finalmente, quiero agradecer muy especialmente a los que han sido los pilares inamovibles durante toda mi vida y en este proceso. A mi familia, mi madre, mi padre y mis hermanos, por su gran amor que siempre me ha permitido moverme a cualquier lado del mundo, con la seguridad de que nunca estoy sola. *Amo muito vocês*. A mi amigo Cacio Romualdo, por ser mi compañero “de longas datas” y por siempre estar ahí. Y a Marc Clarà, lo mejor que esta tesis me ha dado, mi amor, mi gran amigo: por su amor y paciencia, por ser mi compañero en todos los sentidos, por leer y comentar esta tesis, por mandarme parar de trabajar cuando ya no podía más, por hacerme levantar de la silla y sacarme a pasear y a comer (dulces) cuando lo necesitaba. Por estar a mi lado cuando escribí la última línea de este trabajo y, ahora, por estar tan feliz como yo por este cierre. Además, por regalarme una familia tan entrañable; agradezco a mi familia Clarà y Garangou por los días de cariño y ¡ricos macarrones! Us estimo molt.

Muchísimas gracias a todos y todas a los que he nombrado y a los que, por limitación de espacio, no he podido nombrar, pero que forman parte de mi vida y que también llevo en mi corazón. Habéis sido esenciales en todo este proceso.

Muito obrigada e muito axé!

ÍNDICE

LISTA DE TABLAS	XII
LISTA DE FIGURAS	XIII
LISTA DE OBSERVACIONES	XVII
RESUMEN	XIX
ABSTRACT	XX
PRESENTACIÓN	XXI
CAPITULO I: ANTECEDENTES TEÓRICOS Y OBJETIVOS DE LA TESIS	1
1. EL PUNTO DE PARTIDA: ACTIVIDADES MATEMÁTICAS TEMPRANAS	3
2. EL DESARROLLO DE LA COMPRESIÓN NUMÉRICA	8
2.1. <i>El enfoque cognitivo-innatista sobre la comprensión numérica</i>	10
3. LOS SISTEMAS EXTERNOS DE REPRESENTACIÓN COMO INSTRUMENTOS COGNITIVOS. EL CASO DEL NÚMERO	24
4. LA CUANTIFICACIÓN NUMÉRICA EN LOS NIÑOS/AS	29
5. EL DESARROLLO PROGRESIVO DE LA COMPRESIÓN NUMÉRICA	39
6. EL USO DE LOS NÚMEROS POR LOS NIÑOS/AS	46
7. LA IMPORTANCIA DE LOS CONTEXTOS FAMILIARES Y DE LAS INTERACCIONES ENTRE PADRES, MADRES Y NIÑOS/AS EN EL DESARROLLO DE LA COMPRESIÓN NUMÉRICA	51
8. LA PERSPECTIVA SEMIÓTICO Y PRAGMÁTICA DEL DESARROLLO Y DEL OBJETO, Y LOS PRIMEROS SISTEMAS SEMIÓTICOS DE COMUNICACIÓN	56
9. OBJETIVOS DE LA TESIS	67
CAPÍTULO II: COMPRESIÓN Y USO DE REPRESENTACIONES CUANTITATIVAS: UN ESTUDIO TRANSVERSAL CON NIÑOS/AS ENTRE 33 Y 47 MESES (ESTUDIO 1).....	71
1. OBJETIVOS GENERALES	73
2. METODOLOGÍA	74
2.1 <i>Participantes</i>	74
2.2 <i>Diseño e hipótesis</i>	75
2.3 <i>Tareas, materiales y procedimiento de recolección de datos</i>	76
3. ANÁLISIS DE LOS DATOS	79
3.1. <i>Primer análisis. Comparación del desempeño entre las tareas de cuantificación y de uso</i>	85
3.2. <i>Segundo y tercer análisis. Diferencias de rendimiento según la edad y la magnitud en las tareas de cuantificación y de uso.</i>	86
3.3. <i>Cuarto análisis. Patrones intraindividuales de respuestas correctas e incorrectas en la tarea de cuantificación y en la tarea de uso considerando las magnitudes de uno a cinco</i>	87
3.4. <i>Quinto análisis. Expresión semiótica en las respuestas dadas en la tarea de cuantificación.</i>	87
3.5. <i>Sexto análisis. Tipos de errores realizados en las tareas de cuantificación y de uso</i>	88
3.6. <i>Séptimo análisis. Robustez de las respuestas dadas en la tarea de cuantificación y en la tarea de uso</i>	88
4. RESULTADOS	89
4.1 <i>Comparación del desempeño de los niños/as entre las tareas de cuantificación y de uso (Objetivo 1)</i>	89
4.2 <i>Análisis del desempeño de los niños/as en la tarea de cuantificación, por grupo de edad (objetivo 2)</i>	91

4.3 Análisis del desempeño de los niños/as en la tarea de uso de la información, por grupo de edad (objetivo 3)	93
4.4 Análisis de las respuestas de los niños/as en las tareas de cuantificación y uso de la información (Objetivo 4).....	97
4.4.1 Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa para las cinco magnitudes (objetivo 4.1)...	97
4.4.1.1 Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en la tarea de cuantificación	97
4.4.1.2. Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en la tarea de uso de la información cuantitativa.....	99
4.4.2 Modalidades de expresión semiótica de las respuestas de los niños/as en la tarea de cuantificación (objetivo 4.2)	101
4.4.3 Tipos de respuestas incorrectas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa (objetivo 4.3)	107
4.4.3.1 Tipos de respuestas incorrectas en la tarea de cuantificación	107
4.4.3.2 Tipo de respuestas incorrectas en la tarea de uso de la información	109
4.4.4 Robustez del desempeño de los niños/as en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa (objetivo 4.4).....	111
4.4.4.1 Robustez de las respuestas correctas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa.....	112
4.4.4.2 Robustez de las respuestas incorrectas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa.....	114
5. RESUMEN GENERAL DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO 1	119

CAPÍTULO III: LA INTERACCIÓN TRIÁDICA (NIÑO/A-ADULTO-OBJETOS) EN UN JUEGO QUE INVOLUCRA PRÁCTICAS NUMÉRICAS: UN ESTUDIO LONGITUDINAL CON NIÑOS/A ENTRE 24 Y 36 MESES (ESTUDIO 2)

1. OBJETIVOS GENERALES	127
<i>1.1 Objetivos específicos</i>	<i>127</i>
2. METODOLOGÍA	128
<i>2.1 Participantes</i>	<i>128</i>
<i>2.2 Materiales, tarea y procedimiento de recolección de datos.....</i>	<i>128</i>
3. ANÁLISIS DE LOS DATOS.....	131
<i>3.1 Primer análisis. Usos de los objetos del juego por parte del niño/a: aciertos, errores; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos.</i>	<i>132</i>
<i>3.2 Segundo análisis. Mediadores comunicativos verbales</i>	<i>136</i>
<i>3.3 Tercer análisis. Mediadores comunicativos no verbales</i>	<i>141</i>
<i>3.4 Análisis de fiabilidad.....</i>	<i>144</i>
4. RESULTADOS	145
<i>4.1. Díada A</i>	<i>145</i>
4.1.1. Análisis de los usos de los objetos del juego de la niña A (NA): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos	145
4.1.1.1. Tiradas del dado	145
4.1.1.2. Cuantificaciones de los puntos	145
4.1.1.3. Avances del caballo.....	151
4.1.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales	155
4.1.2.1. Tiradas del dado	155
4.1.2.2. Cuantificaciones de los puntos.....	157

4.1.2.3. Avances del caballo.....	160
4.1.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales	166
4.1.3.1. Tiradas del dado	166
4.1.3.2. Cuantificaciones de los puntos.....	168
4.1.3.3. Avances del caballo.....	171
4.1.4 Resumen general de resultados: díada A.....	175
4.2. <i>Díada B</i>	177
4.2.1. Análisis de los usos de los objetos del juego por parte del niño B (NB): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos.....	177
4.2.1.1. Tiradas del dado	177
4.2.1.2. Cuantificaciones de los puntos.....	178
4.2.1.3. Avances del caballo.....	183
4.2.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales	189
4.2.2.1. Tiradas del dado	189
4.2.2.2. Cuantificación de los puntos	194
4.2.2.3. Avances del caballo.....	196
4.2.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales	201
4.2.3.1. Tiradas del dado	201
4.2.3.2. Cuantificaciones de los puntos.....	203
4.2.3.3. Avances del caballo.....	206
4.2.4. Resumen de resultados: díada B.....	210
4.3. <i>Díada C</i>	212
4.3.1 Análisis de los usos de los objetos del juego por parte del niño C (NC): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos.....	212
4.3.1.1. Tiradas del dado	212
4.3.1.2. Cuantificaciones de los puntos.....	213
4.3.1.3. Avances del caballo.....	219
4.3.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales	225
4.3.2.1. Tiradas del dado	225
4.3.2.2. Cuantificación de los puntos	230
4.3.2.3. Avances del caballo.....	233
4.3.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales	237
4.3.3.1. Tiradas del dado	237
4.3.3.2. Cuantificaciones de los puntos.....	239
4.3.3.3. Avances del caballo.....	241
4.3.4. Resumen de resultados: díada C.....	245
5. RESUMEN GENERAL DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO 2	246
CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	249
CHAPTER IV: DISCUSSION OF RESULTS (ENGLISH VERSION)	269
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....	289
CHAPTER V: CONCLUSIONS (ENGLISH VERSION).....	297
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	305
ANEXOS	321
ANEXO A: DÍADA A.....	323
ANEXO B: DÍADA B.....	327

Lista de Tablas

CAPÍTULO II: COMPRENSIÓN Y USO DE REPRESENTACIONES CUANTITATIVAS: UN ESTUDIO TRANSVERSAL CON NIÑOS/AS ENTRE 33 Y 47 MESES (ESTUDIO 1)

<i>Tabla 1. Variables dependientes y categorías consideradas en el análisis del estudio 1</i>	84
<i>Tabla 2. Comparación del desempeño en las tareas de cuantificación y uso, para cada cara del dado (Grupo A; n=29)</i>	90
<i>Tabla 3. Comparación del desempeño en las tareas de cuantificación y uso, para cada cara del dado (Grupo B; n=32)</i>	90
<i>Tabla 4. Comparación del desempeño de ambos grupos de edad en la tarea de cuantificación/reconocimiento, según las magnitudes</i>	92
<i>Tabla 5. Comparación del desempeño en la tarea de cuantificación/reconocimiento, según las magnitudes, en cada grupo de edad</i>	93
<i>Tabla 6. Comparación del desempeño de ambos grupos de edad en la tarea de uso, según las magnitudes</i>	94
<i>Tabla 7. Comparación del desempeño en la tarea de uso, según las magnitudes, en cada grupo de edad</i>	95

CAPÍTULO III: LA INTERACCIÓN TRIÁDICA (NIÑO/A-ADULTO-OBJETOS) EN UN JUEGO QUE INVOLUCRA PRÁCTICAS NUMÉRICAS: UN ESTUDIO LONGITUDINAL CON NIÑOS/A ENTRE 24 Y 36 MESES (ESTUDIO 2)

<i>Tabla 8. Duración de las sesiones por díadas</i>	130
<i>Tabla 9. Frecuencias de secuencias (completas o incompletas), por sesión, por díada</i>	131
<i>Tabla 10. Categorías utilizadas en el primer análisis: usos de los objetos del juego por parte del niño/a (error/acierto); y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos</i>	136
<i>Tabla 11. Categorías verbales consideradas para el adulto y para el niño/a</i>	141
<i>Tabla 12. Categorías consideradas en el tercer análisis: gestos del adulto y del niño/a y usos de los objetos por el adulto</i>	144
<i>Tabla 13. Análisis de fiabilidad en los análisis realizados, a partir del Kappa de Cohen, según la clasificación de Viera y Garrett (2005)</i>	145
<i>Tabla 14. Desempeño de NA (errores y aciertos) al cuantificar los puntos, en función de las caras del dado que aparecieron a lo largo de las sesiones</i>	148
<i>Tabla 15. Desempeño de NA (errores y aciertos) en los avances del caballo, en función de las caras del dado que aparecieron a lo largo de las sesiones</i>	153
<i>Tabla 16. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones</i>	155
<i>Tabla 17. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	158
<i>Tabla 18. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	161
<i>Tabla 19. Desempeño de NB (errores y aciertos) en la cuantificación autónoma de los puntos, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	181

<i>Tabla 20. Desempeño de NB (errores y aciertos) en la cuantificación de los puntos, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	181
<i>Tabla 21. Frecuencias de Usos Complementarios en la cuantificación de la díada B, a lo largo de las sesiones</i>	182
<i>Tabla 22. Usos Complementarios de la díada B realizados en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	185
<i>Tabla 23. Desempeño de NB (errores y aciertos) en los avances autónomos del caballo, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	187
<i>Tabla 24. Desempeño de NB (errores y aciertos) en los avances del caballo, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	187
<i>Tabla 25. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB, durante tiradas del dado, a lo largo de las sesiones</i>	189
<i>Tabla 26. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB, durante cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	195
<i>Tabla 27. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	197
<i>Tabla 28. Desempeño de NC (errores y aciertos) en la cuantificación autónoma de los puntos, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	217
<i>Tabla 29. Desempeño de NC (errores y aciertos) en la cuantificación de los puntos, en Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	217
<i>Tabla 30. Frecuencias de Usos Complementarios en la cuantificación, de la díada C, a lo largo de las sesiones</i>	218
<i>Tabla 31. Usos Complementarios de la díada C realizados en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	221
<i>Tabla 32. Desempeño de NC (errores y aciertos) en los avances autónomos del caballo, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	223
<i>Tabla 33. Desempeño de NC (errores y aciertos) en los avances del caballo, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones</i>	223
<i>Tabla 34. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones</i>	225
<i>Tabla 35. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	230
<i>Tabla 36. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	233

Lista de Figuras

CAPÍTULO II: COMPRENSIÓN Y USO DE REPRESENTACIONES

CUANTITATIVAS: UN ESTUDIO TRANSVERSAL CON NIÑOS/AS ENTRE 33 Y 47 MESES (ESTUDIO 1)

<i>Figura 1: Material utilizado (dado, caballo, camino, plato de comida)</i>	77
<i>Figura 2: Caras del dado</i>	77
<i>Figura 3: Porcentajes de participantes según los patrones de desempeño indicados, en la tarea de cuantificación, por grupos (grupo A, n=29; grupo B, n=32)</i>	99

<i>Figura 4: Porcentajes de participantes, por grupos, en los patrones de desempeño indicados en la tarea de uso de la información (grupo A, n=29; grupo B, n=32)</i>	<i>100</i>
<i>Figura 5. Porcentajes de las respuestas según el modo en que los niños/as identificaron la cara vacía del dado (grupo A, n=29; grupo B, n=32)</i>	<i>102</i>
<i>Figura 6. Porcentajes de las diferentes modalidades de respuesta en el grupo A (n=29) frente a las caras uno a cinco</i>	<i>104</i>
<i>Figura 7. Porcentajes de las diferentes modalidades de respuesta en el grupo B (n=32) frente a las caras uno a cinco</i>	<i>105</i>
<i>Figura 8. Frecuencias de modalidades de expresiones mixtas (gesto inmediato – GI, con expresión oral, o gesto simbólico-numérico – GS con expresión oral), frente a las caras uno a cinco, en el grupo A (n=29)</i>	<i>105</i>
<i>Figura 9. Frecuencias de modalidades de expresiones mixtas (gesto inmediato – GI, con expresión oral, o gesto simbólico-numérico – GS con expresión oral), frente a las caras uno a cinco, en el grupo B (n=32)</i>	<i>106</i>
<i>Figura 10. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas en la tarea de cuantificación en el grupo A (n=29)</i>	<i>108</i>
<i>Figura 11. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas en la tarea de cuantificación en el grupo B (n=32)</i>	<i>108</i>
<i>Figura 12. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas al usar la información, por el grupo A (n=29)</i>	<i>110</i>
<i>Figura 13. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas al usar la información, por el grupo B (n=32)</i>	<i>110</i>
<i>Figura 14. Frecuencia de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, por el Grupo A (n=29).....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 15. Frecuencia de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, por el grupo B (n=32).....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 16. Frecuencias de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado en el grupo A (n=29).....</i>	<i>114</i>
<i>Figura 17. Frecuencias de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado en el grupo B (n=32).....</i>	<i>114</i>
<i>Figura 18. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, en el grupo A (n=29).....</i>	<i>115</i>
<i>Figura 19. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, en el grupo B (n=32).....</i>	<i>116</i>
<i>Figura 20. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado, en el grupo A (n=29).....</i>	<i>116</i>
<i>Figura 21. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado, en el grupo B (n=32).....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 22: Ilustración del desempeño según las magnitudes en ambos grupos A y B, en la tarea de cuantificación</i>	<i>120</i>
<i>Figura 23: Ilustración del desempeño a partir de las magnitudes en ambos grupos A y B, en la tarea de uso.....</i>	<i>122</i>

CAPÍTULO III: LA INTERACCIÓN TRIÁDICA (NIÑO/A-ADULTO-OBJETOS): EN UN JUEGO QUE INVOLUCRA PRÁCTICAS NUMÉRICAS: UN ESTUDIO LONGITUDINAL CON NIÑOS/A ENTRE 24 Y 36 MESES (ESTUDIO 2)

<i>Figura 24. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NA, al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	<i>146</i>
--	------------

<i>Figura 25: Tipos de errores (usos protoconvencionales) de NA al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	<i>147</i>
<i>Figura 26: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NA, a lo largo de las sesiones.....</i>	<i>149</i>
<i>Figura 27. Expresión mixta (con GI), con la cara dos, por la niña, en S3</i>	<i>150</i>
<i>Figura 28. Gestos simbólico-numéricos (GS) para expresar, respectivamente, los números uno y dos, frente a caras uno y dos, por la niña, en S4.....</i>	<i>150</i>
<i>Figura 29: Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NA, al avanzar el caballo, a lo largo de las sesiones</i>	<i>151</i>
<i>Figura 30. Avance continuo (Tras cuantificación - NA abandona el avance por el camino, se levanta y corre con el caballo en la mano, dirigiéndose al platito. Enseguida da comida al caballo), en S1</i>	<i>152</i>
<i>Figura 31. Tipos de Usos protoconvencionales (errores) de NA al avanzar el caballo, a lo largo de las sesiones.....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 32. Ostensión del dado por AA, en S2.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 33. Gestos de AA y NA en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.</i>	<i>167</i>
<i>Figura 34. Usos de objetos realizados por AA, durante las tiradas del dado. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas).</i>	<i>168</i>
<i>Figura 35. Inhibición de uso no convencional (IUNC) del caballo (véase mano izquierda de AA) y ostensión del dado (véase mano derecha de AA), en S2, durante Instrucción para tirada del dado (AA: “Otra vez, vamos a tirar... ”)</i>	<i>168</i>
<i>Figura 36. Gestos de AA y NA al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	<i>169</i>
<i>Figura 37. Gesto de señalar distante para contar los puntos, por NA, en S4 (cara dos)</i>	<i>170</i>
<i>Figura 38. Usos de objetos realizados por AA, durante las cuantificaciones de los puntos. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas).....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 39. Gesto de señalar inmediato de AA para indicar las casillas del camino en S3</i>	<i>171</i>
<i>Figura 40. Gestos de AA y NA en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	<i>172</i>
<i>Figura 41. Demostración inmediata (DI) de AA al avanzar el caballo en S1</i>	<i>172</i>
<i>Figura 42. Usos de objetos de AA, durante los avances del caballo. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales).....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 43. Frecuencias de errores por usos no convencionales realizados por NB, en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.</i>	<i>177</i>
<i>Figura 44. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al cuantificar los puntos de manera autónoma, a lo largo de las sesiones.</i>	<i>179</i>
<i>Figura 45. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al cuantificar los puntos durante los Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones</i>	<i>179</i>
<i>Figura 46. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) al cuantificar los puntos de manera autónoma, por NB, a lo largo de las sesiones</i>	<i>180</i>
<i>Figura 47. Tipos de errores (por usos protoconvencionales), al cuantificar los puntos durante Usos Complementarios, por NB, a lo largo de las sesiones</i>	<i>180</i>
<i>Figura 48: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NB, a lo largo de las sesiones.....</i>	<i>182</i>
<i>Figura 49. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al avanzar el caballo de manera autónoma, a lo largo de las sesiones ...</i>	<i>184</i>

<i>Figura 50. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, en el avance del caballo, durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones</i>	<i>184</i>
<i>Figura 51: Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados de manera autónoma por NB, a lo largo de las sesiones</i>	<i>186</i>
<i>Figura 52: Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados durante Usos Complementarios por la diada B, a lo largo de las sesiones</i>	<i>186</i>
<i>Figura 53. Gestos utilizados por AB y NB en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones</i>	<i>202</i>
<i>Figura 54. Usos de objetos (demostraciones) realizados por AB, durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones (DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).....</i>	<i>203</i>
<i>Figura 55. Gestos utilizados por AB y NB durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	<i>204</i>
<i>Figura 56. Usos realizados por AB durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones. (DI= demostraciones inmediatas; DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).....</i>	<i>205</i>
<i>Figura 57. Demostración Distante (DD) realizada por AB, al cuantificar los puntos (S2)</i>	<i>205</i>
<i>Figura 58. Demostración Inmediata del gesto de señalar (DI) realizada por AB, durante Uso Complementario, al cuantificar los puntos (S4).</i>	<i>206</i>
<i>Figura 59. Gestos producidos por AB y NB durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones</i>	<i>206</i>
<i>Figura 60. AB “coloca” el plato de comida en la casilla correspondiente al avance de la cara con dos puntos; NB avanza el caballo hasta el platito (con error por avance continuo, pues lo lleva directamente hasta el plato).</i>	<i>207</i>
<i>Figura 61. Usos realizados por AB durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones. (DI= demostraciones inmediatas; DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).....</i>	<i>208</i>
<i>Figura 62. Frecuencias de errores por usos no convencionales realizados por NC, en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.</i>	<i>212</i>
<i>Figura 63. Uso no-convencional de NC con el platito de comida, en S1.</i>	<i>213</i>
<i>Figura 64. Frecuencia de usos realizados por NC de manera autónoma y complementaria, durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	<i>214</i>
<i>Figura 65. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al cuantificar el dado de manera autónoma, a lo largo de las sesiones ..</i>	<i>215</i>
<i>Figura 66. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al cuantificar el dado durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones</i>	<i>215</i>
<i>Figura 67. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) al cuantificar el dado de manera autónoma, por NC, a lo largo de las sesiones.....</i>	<i>216</i>
<i>Figura 68. Tipos de errores (por usos protoconvencionales), al cuantificar el dado durante Usos Complementarios, por NC, a lo largo de las sesiones</i>	<i>216</i>
<i>Figura 69: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NC, a lo largo de las sesiones</i>	<i>218</i>
<i>Figura 70. Frecuencia de usos realizados por NC de manera autónoma y complementaria, durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.....</i>	<i>219</i>
<i>Figura 71. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al avanzar el caballo de manera autónoma, a lo largo de las sesiones...</i>	<i>220</i>

<i>Figura 72. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, en el avance del caballo, durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones</i>	220
<i>Figura 73. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados de manera autónoma por NC, a lo largo de las sesiones</i>	222
<i>Figura 74. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados durante Usos Complementarios por la díada C, a lo largo de las sesiones</i>	222
<i>Figura 75. Gestos producidos por AC y NC durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones</i>	238
<i>Figura 76: Usos de objetos realizados por AC durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones (DD=demostraciones distantes; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales)</i>	239
<i>Figura 77. Gestos producidos por AC y NC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	240
<i>Figura 78: Usos de objetos realizados por AC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones (DD=demostraciones distantes; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales)</i>	240
<i>Figura 79. Gestos producidos por AC y NC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones</i>	241
<i>Figura 80. Usos de objetos realizados por AC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones (DI=demostración inmediata; DD=demostración distante; IUNC=inhibición de uso no convencional)</i>	242

Lista de Observaciones

CAPÍTULO III: LA INTERACCIÓN TRIÁDICA (NIÑO/A-ADULTO-OBJETOS) EN UN JUEGO QUE INVOLUCRA PRÁCTICAS NUMÉRICAS: UN ESTUDIO LONGITUDINAL CON NIÑOS/A ENTRE 24 Y 36 MESES (ESTUDIO 2)

<i>Observación 1. Presentación del juego por AA (S1; 27")</i>	156
<i>Observación 2. Ilustración del juego por AA (S2; 11")</i>	156
<i>Observación 3: Suscitación de Recapitulación por AA (S3, 14")</i>	159
<i>Observación 4: Información de valor cardinal de colección por NA, tras cuantificación correcta (S5, 16")</i>	160
<i>Observación 5: Autorregulación de NA (S5, 11")</i>	163
<i>Observación 6. Secuencia de actuaciones de la díada A con la cara vacía (S4, 10")</i>	164
<i>Observación 7. Recursos simbólicos usados por la díada B (S2, 23")</i>	190
<i>Observación 8. Corrección de uso no-convencional al usar el dado por parte de AB (S1, 5")</i>	191
<i>Observación 9. Presentación Complementaria de la díada B (S2, 32")</i>	192
<i>Observación 10. Presentación Complementaria de la díada B (S4, 26")</i>	193
<i>Observación 11. Corrección y Presentación de AB (S1, 15")</i>	197
<i>Observación 12. Atribución de "valores emocionales" a los números por la díada B (S5, 12")</i> ..	199
<i>Observación 13. Presentación de AC (S1, 7")</i>	226
<i>Observación 14. Instrucción y Prevención en tirada del dado por AC (S1, 6")</i>	226
<i>Observación 15. Instrucción con recursos simbólicos por AC (S1, 4")</i>	226
<i>Observación 16. Uso no-convencional con el plato de comida por NC (S1,21")</i>	228

<i>Observación 17. Presentación de AC, que sucedió la introducción de la “comida” por la investigadora (S2, 7”)</i>	229
<i>Observación 18. Instrucción con preguntas retóricas por AC (S1, 9”)</i>	229
<i>Observación 19. Presentación complementaria por la díada C (S4, 14”)</i>	229
<i>Observación 20. Error sucedido por acierto de NC (S5, 10”)</i>	232
<i>Observación 21. Acierto sucedido por error de NC (S4, 19”)</i>	232
<i>Observación 22. Instrucción por AC (S2, 7”)</i>	234
<i>Observación 23: Introducción de la comida por NC (S3, 17”)</i>	235
<i>Observación 24: Corrección por AC (S3, 17”)</i>	236
<i>Observación 25. Ilustración de AC (S1, 23”)</i>	243

Resumen

El desarrollo de la comprensión numérica ha sido ampliamente estudiado desde enfoques diversos entre los que destacan el piagetiano, el cognitivo-innatista y el socioconstructivista. En la presente tesis doctoral, partimos de los presupuestos socioconstructivistas, por lo que consideramos los componentes semióticos y el aporte de los adultos como aspectos esenciales en el desarrollo numérico. Nuestro objetivo es analizar cómo los niños/as desarrollan comprensiones numéricas básicas, de naturaleza simbólica, partiendo de representaciones gráficas de pequeñas cantidades. Proponemos dos estudios. En el primero, de naturaleza transversal, se indaga cómo los niños/as, entre 33 y 47 meses, cuantifican y usan la información numérica de representaciones gráficas de pequeñas colecciones (los puntos de las caras de un dado) involucradas en un juego. En el segundo, de naturaleza longitudinal, se estudia de forma microgenética la interacción triádica (niño/a-adulto-objetos) en tres díadas de los 24 a los 36 meses que participan en la misma tarea del primer estudio. Nuestros resultados muestran que el desarrollo de la comprensión numérica ocurre de manera lenta y gradual entre los dos y los cuatro años. Muestran también que los procesos de *cuantificar* y *usar* informaciones cuantitativas relacionadas con pequeñas colecciones (hasta cinco) suponen demandas cognitivas muy distintas y dependen de factores como la edad, las magnitudes de las colecciones o la demanda cognitiva de la situación. En el desarrollo de ambos procesos juega un papel fundamental el adulto que ayuda al niño/a qué contar, para qué y qué porción de la realidad hay que segmentar a fin de ser contada. La ayuda del adulto se apoya en diferentes sistemas semióticos utilizados por el niño/a y el adulto a lo largo del juego. Dos de los principales sistemas semióticos que contribuyen al desarrollo de comprensiones numéricas por parte de los niños/as son los gestos (ostensiones, gestos de señalar, simbólicos) y los usos de los objetos (no convencionales, protoconvencionales y convencionales).

Abstract

The development of numerical understanding has been extensively studied from different perspectives, among them piagetian, cognitive-innatism and socio constructivism. In this thesis, we build upon the socio constructivist approach, so we consider the semiotic components and the contributions of adults as essential aspects in the development of numerical understanding. Our objective is to analyze how children develop basic symbolic numerical comprehension, using graphical representations of small quantities. Two studies are proposed. In the first study, which was transversal in nature, it is investigated how children between 33 and 47 months old quantify and use numerical information in graphical representations of small collections (the dots on the faces of a die) involved in a game. In the second study, which was longitudinal in nature, triadic interaction (child – adult – objects) is microgenetically studied in three dyads during one year (from 24 to 36 months old); every three months the dyads performed the same task of the first study. Our results show that the development of numerical understanding occurs slowly and gradually between two and four years of age. We also found that quantifying and using quantitative information related to small collections (up to five) represented very different cognitive demands and depended on factors such as age, the magnitudes of the collections or the cognitive demand of the situation. In the development of both processes, the adult plays a fundamental role, helping the child with what to count and how, why and what portion of the reality must be segmented in order to be properly counted. Adult assistance is based on different semiotic systems used by the child and the adult throughout the game. Two of the main semiotic systems that contribute to the emergence of numerical understanding in children are gestures (ostensive, pointing gestures, symbolic) and the use of objects (non-conventional, proto conventional and conventional).

Presentación

Antes de llegar a Barcelona para realizar el Máster Interuniversitario en Psicología de la Educación (MIPE), en el año 2010, conocí a Cintia Rodríguez en la Universidad Autónoma de Madrid y a los miembros del grupo DETEDUCA. Pude escuchar y leer los trabajos desarrollados por este grupo. Fueron contactos suficientes para estar encantada con la propuesta y para ponerme en la cabeza que, en mi tesis doctoral (mi siguiente plan), quería seguir en la línea de este grupo.

Sobre el tema de la tesis, lo único que tenía claro era que quería estudiar el desarrollo simbólico en niños y niñas en Educación Infantil; interés muy directamente vinculado con mi trayectoria previa con la Psicología, relacionada con la psicomotricidad y con el desarrollo de la escritura en la escuela Infantil, desde mis primeras prácticas en la carrera de Psicología en Salvador de Bahia, Brasil.

Todavía en Madrid, Marisol Basilio y Cintia Rodríguez me hablaron sobre los trabajos de Eduard Martí y de su interés por las representaciones externas. Además, comentaron que sería alguien que, seguro, me recibiría muy bien en Barcelona. Cintia, como amiga de Eduard, me hizo la gentileza de escribirle, comentándole mis intereses iniciales de investigación. Fui a Barcelona y envié un mail a Eduard, presentándome y comentando mi interés por conocer su línea de investigación. Eduard me recibió y me habló del “estudio del caballito” que estaba llevando a cabo con Nora Scheuer, en un proyecto desarrollado por el grupo entonces llamado ALFAGRAF (Alfabetización Gráfica), sobre el desarrollo numérico, un tema que, por increíble que pueda parecer, ¡yo no tenía en mente al pensar en el desarrollo de los niños/as pequeños/as!, y que no recuerdo haber escuchado nunca a fondo durante toda mi carrera en Psicología.

A partir de entonces cursé la asignatura del MIPE sobre representaciones externas impartida por Eduard y me fui interesando por el tema de los números. La diversidad teórica y metodológica reforzaron, cada vez más, mi interés por “traer” a esta temática la propuesta Pragmática del Objeto que Cintia y el grupo DETEDUCA desarrollaban en Madrid. Conseguir que Eduard “bajase” las edades de sus investigaciones (que solían ser a partir de los tres-cuatro años) y que Cintia las “subiese” (que solían ser hasta los 20 meses) no fue difícil, pues el respeto mutuo que tienen hacia los trabajos que ambos desarrollan es algo que pude comprobar y que tiene mucha fuerza. Y así esta tesis fue naciendo y desarrollándose hasta llegar aquí, entre muchas reuniones tanto en Madrid como en Barcelona, vía mail y vía “Skype”, siempre con mucha dedicación, alegría y entusiasmo. Hemos disfrutado muchísimo ante cada idea y resultado de esta tesis, algo que también esperamos, muy sinceramente, proporcionar a nuestros lectores, juntamente con la comprensión respecto a qué nos parece especialmente relevante cuando se estudia el desarrollo de los niños y niñas: la comprensión sobre *cómo* se da el desarrollo, considerando las diversas herramientas semióticas que entran en juego durante este proceso.

El objetivo central de la presente tesis doctoral es investigar el proceso de comprensión del significado del número desde los dos hasta los cuatro años de edad. Investigamos no sólo el momento en que los niños/as son capaces de interpretar una representación cuantitativa, sino también cómo esta nueva competencia se va forjando tomando apoyo en otros sistemas semióticos más básicos. Para ello, diseñamos dos estudios. En el primero (Estudio 1), con niños/as de tres a cuatro años, indagamos el proceso que permite la interpretación de una representación cuantitativa. En el segundo estudio (Estudio 2), a través del seguimiento longitudinal de niños/as de dos a tres años, planteamos la misma situación - interpretar una representación cuantitativa - pero con el

objetivo de analizar la interacción comunicativo-educativa que se establece en una situación de interacción triádica entre el niño o niña, un cuidador y la situación planteada. La situación que proponemos en ambos estudios consiste en un juego en que el niño o niña debe hacer avanzar, a lo largo de un “camino”, la réplica de un caballito, en congruencia con la cantidad de puntos que se presentan en la cara superior de un dado, hasta que el caballo llegue a su “comida” – una tapa de botella ubicada al final del camino.

Por una parte, nuestra propuesta de investigación se enmarcó en el proyecto *La función epistémica de los sistemas externos de representación en el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas* (EDU2010-21995-C02-02), desarrollado por el grupo de investigación *GRAE: representaciones externas y aprendizaje escolares* (coordinado por Eduard Martí y por Mercè Garcia-Mila), del Departament de Cognició, Desenvolupament i Psicologia de l'Educació, Secció de Psicologia Evolutiva i de l'Educació, en la Universitat de Barcelona. Este proyecto tenía como objetivo general analizar los procesos de comprensión y uso de los sistemas externos de representación en ciencias y matemáticas.

Uno de los objetivos de dicho proyecto era comprender cómo tiene lugar la comprensión del sistema numérico en sus primeras etapas, en niños/as de tres a cuatro años de edad, y algunos de sus estudios planteados (por ejemplo, Martí, Scheuer, y de la Cruz, 2013) perseguían esta finalidad. Sin embargo, más allá de este objetivo, pensamos que quedaba por indagar el desarrollo previo que hacía posible las primeras interpretaciones del número.

Por ello, nuestro trabajo se enmarcó también en el proyecto *Procesos educativos en la primera infancia: comunicación y desarrollo cognitivo* (EDU2011-27840),

llevado a cabo por el grupo de investigación *Desarrollo temprano y educación – DETEDUCA* (coordinado por Cintia Rodríguez), del departamento Interfacultativo de Psicología Evolutiva y de la Educación, de la Universidad Autónoma de Madrid. Dicho proyecto tenía como objetivo general comprender distintos sistemas semióticos característicos del desarrollo cognitivo temprano, a partir de las situaciones de interacción triádica, donde el adulto no sólo desempeña un papel comunicativo, sino que también actúa como guía. Por tanto, se trataba de analizar los procesos educativos involucrados en estas situaciones. Para llevar a cabo estos objetivos, el grupo parte de una perspectiva que considera las interacciones triádicas, niño/a-adulto-objeto, como nicho del desarrollo temprano.

Investigaciones en esta línea nos invitaron a pensar que los sistemas semióticos complejos, como el numérico, se iban desarrollando de manera progresiva, “anclándose” en sistemas semióticos anteriores al lenguaje. Por lo tanto, partiendo de hallazgos en esta línea de investigación sobre el desarrollo temprano, consideramos que, para comprender cómo se da el proceso de comprensión del sistema numérico, era necesario estudiar sobre qué base comunicativa y semiótica se desarrollan las competencias que hacen posible la comprensión del sistema numérico.

En el primer capítulo (Capítulo I) de la presente tesis presentamos el estado del arte y la perspectiva teórica en que se basa nuestra investigación, así como los objetivos generales. En el Capítulo II presentamos nuestro primer estudio (Estudio 1) realizados con los niños/as entre tres y cuatro años, basado en un método transversal de investigación. En el Capítulo III presentamos el segundo estudio de la tesis (Estudio 2), con los niños/as más pequeños (entre dos y tres años), basado en un método longitudinal y de estudios de casos, acompañando tres díadas a lo largo de cinco

sesiones. Finalmente, en los Capítulos 4 y 5, respectivamente, presentamos las Discusiones de los resultados y las Conclusiones de la tesis.

Capítulo I

Antecedentes teóricos y Objetivos de la tesis

Presentamos a continuación una revisión de la literatura que nos servirá para describir el estado de la cuestión, definir nuestra perspectiva teórica y nuestras opciones metodológicas, y definir los objetivos de nuestro trabajo.

1. El punto de partida: actividades matemáticas tempranas

Sabemos que los niños y niñas, desde muy temprano, tienen experiencias relacionadas con los números y que están expuestos a sus más diversas representaciones (orales, gestuales y gráficas). Así, los numerales pueden “prestarse” como vocablo (la palabra “tres”, por ejemplo) o como notación (“3”) a situaciones que pueden considerarse como “no-numéricas” y pueden aparecer en las fachadas de las casas, en los autobuses, en los números de los teléfonos, etc. En estas situaciones, la palabra numérica o la notación no requiere la comprensión de todas las propiedades del sistema numérico (valor cardinal, valor de posición de las cifras, etc.), sino que actúa fundamentalmente como etiqueta (para distinguir un elemento de otro) (Cavalcante, 2014; Fuson, 1988; Martí, 2003; Teubal y Dockrell, 2005).

Asimismo, desde muy pronto, los niños/as pueden tener experiencias con las palabras numéricas en situaciones familiares. Padres y madres, por ejemplo, al interactuar con sus bebés, pueden organizar juegos apoyándose en palabras numéricas. No es raro ver a un padre o a una madre jugando con su bebé en brazos, contando “uno, dos y... ¡treeees!”, al decir “tres”, levantando a su bebé. Las palabras numéricas, aquí, sirven como organizadores del ritmo de la acción conjunta y le permiten al niño/a anticipar el hecho de ser alzado (lo que finalmente suele provocar un enorme disfrute en el niño/a).

Las primeras producciones y usos de representaciones numéricas también pueden darse acerca de la medida del tiempo. En un estudio longitudinal, Scheuer y Sinclair (2009) analizaron los usos numéricos de una niña (C) antes de los dos años. Las autoras observaron que los primeros usos de representaciones orales numéricas de C se dieron a los 20 meses en un contexto de juego con su hermano (B), al hacer carreras. Tras “uno... dos...”, en el “¡tres!” (dicho por B y luego por C), C se lanzaba a correr. Asimismo, las autoras observaron que C, al escuchar a su hermano contar “diez, nueve, ocho...”, también se echaba a correr en el “ocho”. En esta situación es evidente que las representaciones numéricas fueron usadas para marcar una acción conjunta, el momento de empezar a correr sin considerar todas sus propiedades estrictamente numéricas.

Otra situación en la que los niños/as utilizan representaciones numéricas suele ser para expresar su edad. En las más variadas culturas, los niños/as, desde muy pronto, aprenden a expresar su edad con los dedos, gestos que se acompañan muchas veces de palabras numéricas. Esta capacidad, en realidad, puede asemejarse a la de aprender a nombrar objetos y situaciones, con la diferencia de que la palabra o gesto relacionado con la edad se refiere a una colección invisible (el número), cambia después de cada aniversario (Martí, Scheuer, Cavalcante, Trench, y Brizuela, 2016; Sinclair, 2005) y es compleja desde el punto de vista temporal (duración de años) (Pérez-Sedano, 2015; Tartas, 2009).

También, desde muy pronto, los niños/as pueden decir la serie numérica oral, en una secuencia ordenada. Probablemente el lector ya ha encontrado madres o padres muy contentos porque su hijo o hija de dos-tres años ya era capaz de contar hasta diez o más. Es decir, los niños/as, antes de empezar el segundo ciclo de Educación Infantil, pueden hacer corresponder un objeto y una palabra numérica y pueden aplicar la secuencia de la serie numérica oral a diversas acciones y objetos de su entorno, como contar los dulces

de un paquete, las velas de un pastel, los escalones que suben, etc., aunque no perfectamente, pero con un grado tolerable de precisión y competencia (Bryant, 1997; Fuson, 1988; Wynn, 1992a).

Todos estos ejemplos corroboran la idea de que algunas representaciones matemáticas (en este caso, las numéricas) tienen el potencial de asumir diversas funciones y significados a partir de la perspectiva en la que son *utilizados*, mucho antes de que sus valores matemáticos sean verdaderamente *comprendidos*. Por esto, muchos autores argumentan que el concepto de número no se desarrolla de forma unitaria, sino que se va generando una multiplicidad de conocimientos en función del contexto (Droz, 1991; Scheuer, 2005). En realidad, se plantea que la comprensión de diferentes usos de las representaciones numéricas requieren diversas estructuras conceptuales que toman forma a lo largo de los años, “moviéndose” desde lo sencillo hasta lo complejo (Fuson, 1988).

Es verdad que en el estudio de Scheuer y Sinclair (2009) no hay ninguna evidencia de que la niña conociera el valor numérico de las palabras que decía. Las autoras plantean que C no solo imita, repite o sigue órdenes de B, sino que parece considerar una estructura abstracta e implícita. Parece que la niña respeta una secuencia de tres ítems (o segmentos) y que el tercer ítem indica cuando debería empezar a correr. Seguramente, C realiza la segmentación del tiempo de modo independiente de las palabras numéricas dichas por su hermano, pero es influenciada por el ritmo pausado en el cual se dicen dichas palabras y se marca la regla del juego: empezar a correr en el tercer “ítem”. Pareció tratarse de un ritmo compartido y segmentado utilizado para iniciar una acción también conjunta.

Asimismo, tampoco las situaciones descritas en que los niños/as expresan su edad mediante gestos y palabras numéricas implican necesariamente que comprendan el valor numérico de lo que representan. Del mismo modo, el hecho de que los niños/as cuenten diversas acciones u objetos de su entorno (es decir, hagan correspondencia uno-a-uno entre el gesto y/o palabra numérica y la acción y/o objeto) no implica que conozcan la totalidad de objetos que hay en la colección y que nombraron (Sinclair, 2005).

Todos estas experiencias relativas al número son importantes en la medida en que, gracias a ellas, los niños/as empiezan a familiarizarse con este nuevo sistema semiótico (el numérico) y construyen variadas nociones y prácticas relativas al número, que pueden relacionarse entre sí de diversos modos. Es posible que todas estas representaciones jueguen un papel importante en la elaboración de la comprensión numérica y que esta diversidad de sistemas semióticos (como el oral y el gesto) contribuya al desarrollo de la comprensión del número. No se puede negar que todas las situaciones que acabamos de mencionar significan, al menos, una primera entrada al mundo numérico, a los usos del número para la acción y, por lo tanto, forman parte de las comprensiones que tienen los niños/as en relación con el número y a sus modos de representación.

Definitivamente, es muy difícil determinar cuáles son los recursos y sistemas semióticos que entran en juego cuando la comprensión numéricas de los niños/as comienzan a tener lugar. Sin embargo, afirmar que dicha comprensión se desarrolla cuando los niños/as tienen acceso a la escuela es, seguramente, equivocarse y desconsiderar experiencias anteriores que los niños/as tienen en variadas situaciones. Como acabamos de ver, el hecho de que los niños/as tengan experiencias relacionadas con ciertos usos de los números no significa que tengan comprensiones más abstractas

acerca de las cantidades que representan. Seguramente estamos todos de acuerdo con que el hecho de que los niños/as sepan *cómo* hacer algo (contar, por ejemplo) no necesariamente significa que comprendan el *porqué* y el *para qué* lo hacen desde el punto de visto numérico.

Así, si hay conexiones entre el eventual progreso escolar en la comprensión de los números con las experiencias informales (o formales en la Escuela Infantil, en el primer ciclo), o con sistemas semióticos previos construidos por los niños/as, necesitamos traer dichos recursos a la luz a fin de preparar mejor a los niños/as al aprendizaje y comprensión de los números. El punto importante reside, por lo tanto, en comprender *de qué modo* dichas comprensiones preliminares - o informales, o inconscientes, o en la acción - se relacionan y pueden pasar a tener una significación matemática para los niños/as. Desde nuestro punto de vista, en soledad, de forma autónoma, los niños/as no serán capaces de hacerlo. Se hace necesario una conexión conceptual entre dichas comprensiones y recursos que puede darse gracias a interacciones comunicativo-educativas con un adulto o con otro individuo más competente.

En la presente investigación, partimos de la idea de que la comprensión numérica se desarrolla desde sistemas semióticos más básicos relativos a los objetos, a los gestos, a los símbolos o al lenguaje (Rodríguez y Moro, 1999). Entendemos que, por un lado, hemos de considerar qué saben los niños/as con relación al número y, por otro, hemos de comprender qué sistemas semióticos entran en juego cuando los niños/as *desarrollan* dichas comprensiones.

A continuación nos centraremos en la literatura existente sobre la comprensión numérica de los niños/as hasta la Educación Infantil, mostrando la importancia de las

representaciones externas en el desarrollo de esta comprensión. Analizaremos también los sistemas semióticos construidos en edades tempranas, antes de los dos años de edad, partiendo del presupuesto de que estos primeros sistemas semióticos juegan un papel imprescindible en el desarrollo del número por los niños/as, y que se construyen a partir de las interacciones sociales, incluyendo el mundo material.

2. El desarrollo de la comprensión numérica

El desarrollo del número es un tema que intriga a investigadores/as desde hace décadas (Díaz, 2006; Gelman, 1993; Martí, 2003; Mix, Sandhofer, y Baroody, 2005; Nunes y Bryant, 1996; Piaget, 1952; Piaget y Szeminska, 1975; Scheuer y Sinclair, 2009; Wynn, 1992a, etc.). Y, de hecho, si uno se interesa por descubrir cuándo empiezan las primeras experiencias genuinamente numéricas de los niños/as y qué recursos entran en juego, se encuentra con largas trayectorias de investigaciones.

Piaget (1952) fue uno de los pioneros en afirmar que el desarrollo de la comprensión numérica de los niños/as es un proceso lento, que se construye a lo largo de diversas etapas. Sus aportaciones fueron de las que más contribuyeron al estudio del número en la infancia. Sus planteamientos provocaron inspiraciones e inquietudes, y puntos de vista diversos respecto a lo que puede tener peso en el desarrollo de dicha comprensión.

Para Piaget, la comprensión numérica constituye básicamente una “elaboración conceptual y solitaria” (Martí y Scheuer, 2015, p. 11), de modo que los aspectos semióticos (lenguaje, gestos, sistemas externos de representación gráfica, etc.) *no* juegan un papel importante en el desarrollo de dichas comprensiones, sino que solo sirven como *sopORTE* (Martí, 2012). Asimismo, muchos investigadores/as impulsados

por los estudios de Piaget sobre las (in)aptitudes cognitivas de los niños/as argumentaron que, además de indicar lo que los niños/as no son capaces de hacer, es necesario investigar qué es lo que los niños/as pueden hacer (y a edades tempranas). Los estudios piagetianos impulsaron nuevas propuestas de investigaciones sobre conocimientos y habilidades que los niños/as “traerían consigo” desde el nacimiento, estudios que adoptaron un punto de vista innatista en los años 70, con los defensores del *competent baby* (ver Rochat, 2012).

Por otro lado, estas mismas aportaciones de Piaget, que proponen la construcción del número como un proceso solitario, dieron lugar a estudios que sí reivindicaron la importancia de la interacción social en prácticas culturales como necesarias al desarrollo de la comprensión matemática. Desde otros puntos de vista, principalmente el de Vygotski, se concibe la relación entre el desarrollo cognitivo a partir de las interacciones sociales, y se reclama la importancia de las mediaciones semióticas para el desarrollo de la comprensión numérica. Se considera que, en realidad, ese componente es imprescindible para este proceso de desarrollo (ver Martí y Scheuer, 2015).

En definitiva, los hallazgos de los trabajos realizados a partir de Piaget nos brindan una amplia aportación teórica y metodológica para enfocar el desarrollo del número en el niño/a. Quisiéramos centrarnos en dos enfoques muy diferentes, pero que son claros referentes en el debate actual sobre la construcción de la comprensión numérica: el enfoque cognitivo-innatista y el enfoque socioconstructivista.

2.1. El enfoque cognitivo-innatista sobre la comprensión numérica

Algunos autores defienden que los bebés, mucho antes del primer año de vida, ya son capaces de distinguir pequeñas colecciones según el número de elementos, y entienden también la idea de suma y resta con números pequeños. Asimismo, uno de los paradigmas dominantes en la literatura sobre el tema consiste en defender que las competencias numéricas tienen una base innata. Se trata de los llamados conocimientos nucleares innatos - “core numerical knowledge” o “number sense” (Carey, 2001; Dehaene, 1997). Estos conocimientos llevarían a los niños/as a comprender ciertas propiedades de los objetos muy tempranamente. Se trata de un paradigma con muy buena acogida en la comunidad científica y en el ámbito de la divulgación (Mariscal, Casla, Rujas, y Aguado-Orea, 2012).

Desde el enfoque cognitivo-innatista se han diseñado múltiples situaciones experimentales, adaptadas al estudio de los bebés, basadas en la duración de la mirada utilizando, sobre todo, la técnica de la habituación o violación de expectativas y la preferencia visual intermodal, en las que predominan las habilidades viso-espaciales y perceptivas. La consideración de que la fijación de la mirada es un indicador de características innatas y permite detectar habilidades cognitivas tempranas radica en el hecho de que la duración de la mirada implica atención y cierto nivel de procesamiento, tratándose de un comportamiento relativamente espontáneo, automático y con poca demanda cognitiva (Mariscal et al., 2012).

Muchos de estos estudios realizados con bebés revelarían que desde edades sorprendentemente precoces (desde pocos días de nacimiento, por ejemplo) los niños/as tienen capacidades discriminatorias de cantidades, pudiendo evaluar numerosidades (Antell y Keating, 1983; Starkey y Cooper, 1980; Xu, 2003; Xu y Spelke, 2000); tener

sensibilidad ordinal (Brannon, 2002; Bullock y Gelman, 1977; Feigenson, Carey, y Hauser, 2002; Picozzi, de Hevia, Girelli, y Cassia, 2010); anticipar el resultado de determinadas operaciones aritméticas como adicciones y sustracciones de elementos en conjuntos pequeños (Uller, Carey, Huntley-Fenner, y Klatt, 1999; Wynn, 1992b); incluso podrían realizar inferencias estadísticas utilizando reglas básicas de probabilidad (Xu y Garcia, 2008) – características que, además, pueden compartir con animales de otras especies. Desde artrópodos a primates no humanos tendrían la capacidad de extraer información numérica del entorno para, por ejemplo, evitar a los depredadores o para localizar una fuente de alimento (Gallistel y Gelman, 1992; Hauser y Carey, 2003; Nelson y Jackson, 2012; Pepperberg y Gordon, 2005; Piffer, Agrillo, y Hyde, 2012).

A pesar del gran número de investigaciones en esta línea, algunos autores sugieren que dicha competencia numérica de los niños/as no es verdaderamente numérica. Cuando los bebés parecen discriminar pequeñas numerosidades, es probable que utilicen señales perceptivas o espaciotemporales que *no* son numéricas (Bideaud, 2002; Tan y Bryant, 2000; Wakeley, Rivera, y Langer, 2000). En definitiva, desde el punto de vista numérico, la validez de dichos hallazgos todavía no parece ser evidente y, más importante aún, jamás se ha demostrado la relación entre dichas reacciones perceptuales y la posterior comprensión del número en niños/as mayores (Nunes y Bryant, 1996; Rodríguez y Scheuer, 2015). Asimismo, estos estudios con base innatista permiten reflexionar sobre la relación entre metodologías y tipos de conocimiento atribuido a los niños/as. Aunque dichos métodos parezcan ser muy prometedores en el sentido de parecer superar algunas de las dificultades que uno pueda encontrarse frente a las investigaciones con bebés y niños/as pequeños (motrices, por ejemplo), compartimos con algunos autores la necesidad de poner de relieve posibles límites que dichos métodos de investigación pueden presentar.

Inicialmente, hemos de resaltar las dificultades que los métodos que se basan en la duración de la mirada implican. Dichas dificultades residen desde el diseño y selección de los estímulos visuales (que no deben ser demasiado aburridos, tampoco demasiado atractivos), al tipo y tamaño de la muestra (la “muerte experimental” es muy alta porque los niños/as lloran, se duermen o porque no miran a las pantallas, sino a otros lugares, no participando en el experimento) (Mariscal et al., 2012). En segundo lugar, hemos de resaltar también los materiales utilizados en estas investigaciones. Mayoritariamente, consisten en conjuntos secuenciales de puntos bidimensionales dispuestos en pantallas negras, presentados como estímulos a la percepción visual de los niños/as (Revkin, Piazza, Izard, Cohen, y Dehaene, 2008).

Es imprescindible destacar que estos materiales constituyen *representaciones de objetos* muy diferentes de los objetos contables y tridimensionales del mundo real. Consideramos que los resultados de investigaciones que utilizan objetos bidimensionales (representaciones de objetos) para investigar las nociones numéricas de los niños/as deben de ser considerados solamente en este contexto tan específico. Pensemos, por ejemplo, que los objetos del mundo real no suelen moverse de manera intrínseca, ni están *naturalmente* segmentados (como los objetos bidimensionales presentados en las pantallas, en los métodos que se basan en la duración de la mirada). Los objetos materiales tridimensionales de la vida cotidiana requieren situaciones que hacen posible la interacción social, la acción, la transformación (Rodríguez, 2012). Además, desde el punto de vista semiótico, de acuerdo con Rodríguez (2012), confundir objetos reales con sus representaciones (con frecuencia, altamente abstractos) constituye un error con consecuencias importantes para la comprensión del desarrollo del niño/a, teniendo en cuenta que nociones de distancia, espacio y tamaño son habilidades aprendidas a partir de la experiencia. Algunos trabajos en neurología con ciegos que

cobran la visión y son sorprendidos por la tridimensionalidad, confundiendo la realidad con cuadros y pinturas (representaciones bidimensionales del mundo) (Sacks, 1993) apuntan en la misma dirección.

Asimismo, los trabajos que se basan en la fijación de la mirada no abordan la naturaleza semiótica de los números y se centran exclusivamente en conocimientos básicos (de naturaleza predominantemente perceptiva). Además, en la mayoría de estos trabajos, esta intuición numérica se estudia de manera descontextualizada, sin ninguna exploración respecto a otras habilidades y a su desarrollo, a la interacción entre cognición y comunicación, sin una mirada específica en el lugar ocupado por el adulto en sus acciones educativas con el niño/a. Esta cita lo ilustra bien: “over the past decades, however, it has become clear that basic numerical competence *does not depend on language and education*, but is rooted in biological primitives that can be explored in innumerate indigenous cultures, infants, and even animals” (Nieder y Dehaene, 2009, p. 186. La cursiva es nuestra).

En realidad, aquí se habla de conocimientos muy elementales, completamente desconectados de sus componentes semióticos, por lo que no es posible concebir que, solamente con estas habilidades, los niños/as tengan la capacidad de operar de manera consciente e intencional con los signos matemáticos. Sabemos que para servirse de un sistema de signos, como el numérico, se requiere haber construido sistemas de signos más básicos, que a su vez se construyen, se hacen legibles, en situaciones comunicativo-educativas con otro individuo más competente (Rodríguez, 2012; Rodríguez y Scheuer, 2015; Scheuer y Sinclair, 2009).

Asimismo, hay consenso en admitir que las supuestas intuiciones matemáticas tempranas *no* son simbólicas y, efectivamente, se plantea que la transformación de las

habilidades matemáticas tempranas en un sistema simbólico convencional tiene lugar a partir de acciones educativas. Se entiende que es papel de la cultura “anclar” los conocimientos simbólicos de los números (que son culturales) en los no-simbólicos (innatos) (Dehaene, 2001; Gilmore, McCarthy, y Spelke, 2010). Pero, ¿cómo los conocimientos simbólicos de los números pueden anclarse en conocimientos no-simbólicos?

En esta línea, hay una serie de estudios que tienen por objetivo visualizar cómo dichos conocimientos no-simbólicos pueden relacionarse con los simbólicos. Suelen ser estudios que parten del presupuesto de que un aspecto importante del desarrollo numérico temprano es el aprendizaje de la relación existente entre los números y sus cantidades correspondientes y, en general, se basan en modelos cognitivos, como el “modelo cognitivo neurofuncional del procesamiento numérico” propuesto por Dehaene (1992; 2001). Dehaene plantea la existencia de tres tipos distintos de representación o códigos numéricos (“triple code model”). Dichos códigos son: 1) el código analógico de las cantidades, relacionado con el conocimiento semántico respecto a proximidades y tamaños relativos de cantidades; 2) el código verbal-auditivo, relacionado con la habilidad de enumerar la serie numérica, relacionado con el lenguaje; 3) el código visual-arábigo, relacionado con la representación de la forma visual arábigo, que implica procesos de identificación visual.

A raíz de dicha propuesta, el autor plantea a) que la información numérica puede manipularse de acuerdo a estos tres códigos, b) que puede traducirse de un código a otro a través de rutas asemánticas y c) que la elección de un código u otro depende del tipo de operación a realizar. Se plantea que el conocimiento analógico de las cantidades (comparación de magnitudes) es el que tiene carácter innato y que el conocimiento

simbólico se desarrolla a partir de la creciente experiencia con las palabras numéricas (código verbal) y con los símbolos numéricos (código visual).

Además del modelo propuesto por Dehaene, existen otras propuestas que distinguen entre habilidades no-simbólicas y simbólicas; pero que proponen matices en el “modelo cognitivo del triple código” al analizar poblaciones adultas sordas, por ejemplo. (Para una revisión de otros modelos cognitivos, ver Serra-Grabulosa, Adan, Pérez-Pàmies, Lachica, y Membrives, 2010; Toll, Van Viersen, Kroesbergen, y Van Luit, 2015). Asimismo, el modelo de Dehaene es un referente hoy para la mayoría de estudios que abordan dicha cuestión: se reconoce ampliamente que el dominio de ambas habilidades no-simbólicas – o discriminación innata de cantidades, y simbólicas - discriminación de símbolos arábigos, por ejemplo, son importantes para que se realice la conexión entre estas dos habilidades (Gilmore, McCarthy, y Spelke, 2010).

Desde los estudios que investigan la relación entre habilidades no-simbólicas y simbólicas se defiende que la habilidad de conectar estos conocimientos gana precisión a lo largo del desarrollo (Booth y Siegler, 2006; Siegler y Booth, 2004), y se plantea que dicha habilidad conocida como “mapping skills” (ver Kolkman, Kroesbergen, y Leseman, 2013) es un importante predictor del desempeño en conocimientos básicos relacionados con la matemática (sumas, restas, resolución de problemas, etc.).

La habilidad de conectar conocimientos no-simbólicos con simbólicos (“mapping skills”) es frecuentemente investigada a partir de tareas conocidas como “number line task”, estudios en los cuales los niños/as han de emparejar palabras numéricas y símbolos numéricos con sus correspondientes magnitudes, localizando el número en cuestión en una línea numérica. Por ejemplo, el investigador escribe el número 0 al principio de una línea y el número 100 al final. Enseguida le pide al niño/a

(normalmente, a partir de los cuatro años) que indique con una marca dónde se localiza el número 72, por ejemplo (ver Booth y Siegler, 2006).

Además, esta habilidad de emparejamiento de habilidades numéricas no-simbólicas y simbólicas también suele ser investigada en tareas como “two-alternative forced-choice task” (ver Mundy y Gilmore, 2009), en la que se ofrece a los niños/as dos alternativas de elección. En este método, el niño/a debe mostrar cuál de las opciones que se le presenta corresponde a la información que le es solicitada: la no-simbólica o la simbólica, según plantee el investigador. Por ejemplo, el investigador presenta al niño/a durante pocos segundos una tarjeta con determinadas cantidades de puntos y le pregunta “¿cuántos puntos hay?”, enseguida le presenta dos nuevas tarjetas con símbolos arábigos que se acompañan de palabras numéricas. El niño/a debe elegir la tarjeta con símbolos arábigos que mejor representa la cantidad de puntos de la tarjeta presentada anteriormente. O al revés, el adulto le enseña al niño/a una tarjeta con símbolos arábigos y enseguida le pregunta por la cantidad de puntos que dicho símbolo mejor representa. En definitiva, ambos métodos utilizados para detectar los “mapping skills” (p.e. el “number line task” y el “two-alternative forced-choice task”) están relacionados, respectivamente, con las capacidades de representación numérica espacial (Rauscher et al., 2016) y de estimación numérica de los niños/as, de modo que se previene que el niño/a realice conteo, por lo que los materiales (las tarjetas con puntos, por ejemplo) le son presentados brevemente, durante más o menos tres segundos.

A pesar de las evidencias empíricas de la importancia de las habilidades no-simbólicas y simbólicas en el desarrollo numérico aportadas por estos estudios, algunos autores reconocen que no está clara la relación entre dichas habilidades. Puede que estas habilidades no-simbólicas y simbólicas constituyan componentes disociados, que no compartan habilidades subyacentes y que, en realidad, sean funciones que siguen

trayectorias diferentes a lo largo del desarrollo en la infancia (Friso-van den Bos, Kroesbergen, y Van Luit, 2014; Kolkman et al., 2013).

Además, considerar qué sería más importante para el desarrollo de las matemáticas (si la habilidad no-simbólica o la habilidad simbólica) es otro tema de discusión. Algunos autores defienden que la comprensión de las magnitudes es una condición previa necesaria al aprendizaje de la asociación entre la cantidad de objetos con los números simbólicos (Von Aster, Schweiter, y Zulauf, 2007). Mientras que otros argumentan que la comprensión simbólica es más importante que la anterior habilidad cuantitativa y que, en realidad, las habilidades no-simbólicas juegan un papel secundario en el aprendizaje de las matemáticas (una vez que el efecto de dichas habilidades está mediado por las habilidades simbólicas). Se argumenta que los distintos tipos de representación y procesos verificados a través de conocimientos no-simbólicos no parecen ser importantes cuando se consideran las habilidades que se requieren en la escuela, por ejemplo (Bartelet, Vaessen, Blomert, y Ansari, 2014; LeFevre et al., 2010; Xenidou-Dervou, De Smedt, Van der Schoot, y Van Lieshout, 2013). Estudios recientes como el de Toll et al. (2015) apuntan que, a pesar de que las habilidades no-simbólicas y simbólicas parecieran influenciarse mutuamente en algunos aspectos, puede que las simbólicas sean los predictores fundamentales para los “mapping skills” y para la adquisición de conocimientos matemáticos básicos. Se plantea que en los ámbitos educativo y clínico, el foco debería situarse en el aprendizaje de conocimientos simbólicos más que en habilidades no-simbólicas. Se defiende que la identificación de habilidades simbólicas es una importante medida predictiva para la detección de niños/as en riesgo de desarrollo de problemas de aprendizaje matemático en etapas tempranas.

En definitiva, a pesar del creciente cuerpo de investigaciones sobre el desarrollo numérico, parece haber mucha incertidumbre en este campo de estudio. Las investigaciones realizadas hasta el momento evidencian la dificultad en lograr la “visualización” respecto a cómo las habilidades simbólicas se integran poco a poco con el conocimiento no verbal existente. Hasta hoy, el tema es objeto de debate y parece seguir sin un consenso.

Desde nuestro punto de vista, consideramos necesario seguir investigando de qué modo conocimientos no-simbólicos pueden efectivamente ayudar en el desarrollo posterior del número. Reconocemos el interés de dichos trabajos en el ámbito de los procesos cognitivos básicos, y, en el caso de los estudios con bebés, valoramos positivamente la búsqueda de la detección temprana de habilidades relacionadas al procesamiento matemático, según la finalidad de facilitar el diseño de abordajes psicopedagógicos que pudieran compensar, lo antes posible, eventuales déficits en dichos procesamientos. Sin embargo, creemos que los estudios en este campo necesitan miradas que incluyan la influencia de otros sistemas semióticos en los cuáles el niño/a podría apoyarse para desarrollar las comprensiones numéricas en edades tempranas. En definitiva se necesita una mirada evolutiva que considere y que integre otras construcciones.

Desde nuestro punto de vista, la comprensión del desarrollo numérico de los niños/as debe realizarse en ambientes naturales, como son los hogares y las Escuelas Infantiles, considerando las interacciones sociales que tienen lugar desde que el niño/a nace. En el mundo “real”, el niño/a no se reduce a un “gran ojo” que mira, sin posibilidad de acción como ocurre en los estudios sobre la duración de la mirada, sino que se encuentra en constante interacción con los otros en un mundo material complejo

y diverso (Rodríguez, 2007; Rodríguez y Moro, 2002), ciertamente distinto del utilizado en algunos estudios de laboratorio.

En este sentido, nos sumamos a las voces que creen que la hegemónica concepción del “bebé competente”, según la cual ciertas habilidades matemáticas tienen bases biológicas, podría ser cuestionada en investigaciones sobre procesos de instrucción en la Escuela Primaria y/o Secundaria (Vosniadou, 2013), teniendo en cuenta el evidente lento proceso de desarrollo que niños/as de tres o cuatro años (y en desarrollo típico) necesitan para servirse del número en la vida cotidiana (Rodríguez y Scheuer, 2015). Asimismo, consideramos que los estudios acerca de los “mapping skills”, a pesar de revelar relaciones positivas entre estimaciones numéricas y el desarrollo de otros conceptos matemáticos, tampoco parecen ser claros sobre el *porqué* de las dificultades de niños/as mayores al *usar* el número.

Quisiéramos poner de relieve nuestra inquietud con relación a la escasez de investigaciones que busquen estudiar *cómo* se desarrolla, cuál es el *proceso* de construcción de comprensiones de orden simbólico-numérica, que tengan *sentido* para los niños/as. Pensamos que, quizás, la búsqueda de evidencias a favor de una adquisición cada vez más temprana de las habilidades cognitivas puede tender a enfocar la investigación desde una perspectiva poco centrada en comprender los procesos de cambio en toda su complejidad.

2.2. La perspectiva socioconstructivista del desarrollo y su influencia en el estudio del número

En trabajos iniciales de su obra, se puede decir que Piaget articuló (en alguna medida) lo social y lo psicológico y que dedicó atención a relaciones triádicas entre el sujeto - el otro - el objeto, aunque el papel que dio a este “otro” fue fundamentalmente

de soporte externo del desarrollo del sujeto. Autores más recientes han argumentado que esta visión de Piaget sobre el “otro” es problemática porque reduce las dinámicas psicológicas de las interacciones sociales y los aspectos pragmáticos de la comunicación a sus aspectos puramente epistémicos, relegando a un segundo plano el papel de la cultura en el desarrollo cognitivo. (Para una discusión más amplia entre lo social y lo psicológico en Piaget, ver Psaltis, Duveen, y Perret-Clermont, 2009).

Frente a esto, y basándose principalmente en las ideas de Vygotski, algunos investigadores iniciaron estudios que efectivamente tenían en consideración las relaciones sociales, pero que tenían como objetivo identificar elementos de la interacción (como el lenguaje y otros mediadores semióticos) que pudieran explicar de modo *causal* el desarrollo cognitivo. Así, finalmente, se marcó un importante cambio, tal como comentan Psaltis, Duveen, y Perret-Clermont (2009, p. 305): “there is an important shift from the classical Piagetian in which the child is considered as a purely abstract epistemic subject, towards a more concrete sense of the child as a social psychological subject who participates in socially structured patterns of communication within particular institutions and cultures”. En definitiva, la influencia socio-cultural es crucial para el desarrollo de acuerdo con los presupuestos socioconstructivistas.

Vygotski propuso que las tareas que el niño/a es capaz de realizar por sí mismo permiten evaluar su “nivel de desarrollo actual”. Sin embargo, planteó que, para evaluar adecuadamente el nivel de desarrollo del niño/a, es necesario también considerar las tareas que el niño/a es capaz de realizar con ayuda de otros, las cuales permiten definir su “nivel de desarrollo potencial”. A partir de este planteamiento, Vygotski propuso el concepto de “zona de desarrollo próximo”, definido como "la distancia entre el nivel de desarrollo actual, determinado mediante la resolución independiente de problemas, y el nivel de desarrollo potencial, determinado mediante la resolución de problemas bajo la

guía de un adulto o en *colaboración* con pares más expertos” (Vygotsky, 1978, p. 86. La cursiva es nuestra). Vygotski comprendió el desarrollo como un proceso con orígenes básicamente sociales y planteó que las relaciones que establecemos socialmente están mediadas semióticamente, es decir, por los signos, los cuales asumen una función organizadora en nuestra actividad en el mundo. El papel del adulto en situar el niño/a dentro de la zona de desarrollo próximo, a través de los mediadores que utilice, puede ser comprendido mediante el concepto de “andamiaje”, que se refiere al modo en que el adulto ayuda el niño/a a aprender nuevas habilidades de modo que, al final del proceso de aprendizaje, el niño/a puede actuar por sí solo (Coll, Onrubia, y Mauri, 2008; Van de Pol, Volman, y Beishuizen, 2010).

La idea de andamiaje comúnmente aceptada en la literatura implica tres características clave, intrínsecamente conectadas: 1) la contingencia; 2) el retiro progresivo de apoyo y 3) el traspaso de control. La *contingencia* (“contingency”) hace referencia al ajuste y adaptación constante de la ayuda, por parte del adulto, a las necesidades del niño/a. El *retiro progresivo de apoyo* (“fading”) se refiere a la retirada gradual de la ayuda por parte del adulto, de forma contingente al aumento de la competencia por parte del niño/a. Por último, el traspaso de control (“transfer of responsibility”) se refiere al proceso según el cual el adulto transfiere gradualmente el control de la tarea al niño/a, que, a medida que va siendo más competente, va asumiendo progresivamente más control.

Por otro lado, es sabido que un tema importante en la literatura de Vygotski se refiere a su consideración del lenguaje como mediador por excelencia. Según algunos autores, esto hace que infravalore otros sistemas semióticos no-verbales, como los gestos (Rodríguez y Moro, 1999). Así, también hay que señalar que estudios posteriores que se basan en su teoría tienden a tener como foco de análisis el lenguaje verbal y, por

lo tanto, solamente se centran en los diálogos establecidos durante las interacciones. Desde nuestro punto de vista, la comunicación que se establece durante las interacciones tiene un carácter *multimodal*; es cierto que se basa en mediadores semióticos verbales, pero también en mediadores semióticos no verbales. Por esto, es importante que en los análisis realizados de los procesos de andamiaje, aprendizaje y desarrollo también se tengan en cuenta los gestos o el mundo material en su complejidad semiótica (ver Miller, 2005; Rodríguez y Moro, 1999). De este modo se puede dar cuenta de la complejidad que estos procesos implican. En definitiva, y tal como plantearemos en el estudio 2 de la presente tesis, se hace necesario tener en cuenta los comportamientos tanto del niño/a como del adulto y los *diversos* mediadores semióticos utilizados por ambos, de manera dinámica.

En relación con el desarrollo numérico, podríamos decir que en los experimentos de corte innatista se “desestima” lo que desde la perspectiva socioconstructivista se entiende por usos y representaciones semióticas (uso del lenguaje, gestos, u otros sistemas) (Martí y Scheuer, 2015; Rodríguez y Scheuer, 2015).

Frente a todo esto, más allá de investigar las capacidades innatas básicas involucradas en los conocimientos numéricos, como propone la perspectiva cognitivo-innatista sobre la adquisición del número, desde la perspectiva socioconstructivista se reclama una mirada sobre el sistema numérico que tenga en cuenta su naturaleza *semiótica*. Sabemos, además, que el sistema numérico en sí también conforma un sistema de mediación, es decir, también puede intervenir en nuestros procesos cognitivos, modificándolos. Por tanto, también se toma en consideración su función como herramienta para el pensamiento y su poder mediacional en la actividad y en la comunicación humana, con las consecuencias prácticas que implica. Se reivindica el papel del adulto para su análisis y comprensión.

Así, en esta línea, la recuperación de las ideas de Vygotski en estudios relacionados con el desarrollo numérico ha permitido que surjan miradas alternativas a las perspectivas innatistas. Estos estudios tienen en cuenta el papel jugado por los sistemas semióticos y por los aspectos socio-culturales en la elaboración de las comprensiones matemáticas. Se valoran los recursos semióticos como elementos culturales que median las transiciones en el desarrollo del niño/a y se introducen factores sociales psicológicos considerados como decisivos para la comprensión de la dinámica de las interacciones sociales entre los sujetos. En los apartados que siguen, presentaremos con mayor detalle algunos estudios sobre el desarrollo del número que ponen de relieve la importancia de los aspectos semióticos y culturales.

En nuestro trabajo partimos de los presupuestos socioconstructivistas, por lo que nos centraremos en el desarrollo cultural de la comprensión numérica teniendo en cuenta la influencia de los componentes semióticos como aspectos esenciales. Sin embargo, vale aclarar que nuestro interés no radica en establecer una polarización entre posiciones, de modo a desestimar el papel de posibles intuiciones o estructuras innatas relacionadas con el número. Entendemos que los dominios universales relativos al número - si ahí están - *sólo* podrán desarrollarse o tener sentido si se involucran en actividades culturales.

Por esto, a lo largo de nuestro trabajo pondremos de relieve la importancia de las interacciones y de la cultura en la construcción del número, destacando su influencia, más allá de las estructuras o intuiciones numéricas innatas.

3. Los sistemas externos de representación como instrumentos cognitivos. El caso del número

Precisamente, uno de los aspectos semióticos importante en el desarrollo de la comprensión numérica es el papel jugado por los sistemas externos de representación. Los sistemas externos de representación son un conjunto de signos organizados y directamente perceptibles, con poder mediacional; son instrumentos capaces de orientar nuestro pensamiento y nuestra actividad a realidades que están ausentes, por medio de sus significados, representándolas. Su comprensión tiene como pilar fundamental la capacidad de crear y usar signos, puesto que son sistemas o combinaciones de signos organizados a partir de determinadas reglas de composición (Martí, 2003; Martí y Pozo, 2000).

La tipología de los sistemas externos de representación puede ser variada. Martí y Pozo (2000) nos proponen un esquema de diferenciación entre estos sistemas. De acuerdo con los autores, los sistemas externos de representación pueden dividirse entre representaciones externas que no son permanentes – como el lenguaje oral – y representaciones externas permanentes – como la escritura, los mapas y las notaciones numéricas. Estas últimas están organizadas y desplegadas en el espacio, a diferencia de las primeras. Además de esto, los autores también hacen una distinción entre los sistemas más analógicos (como los dibujos y los mapas), los sistemas que poseen códigos arbitrarios (escrituras y números) y los que combinan ambos tipos de signos (como los gráficos o diagramas). A lo largo de este trabajo, cuando hablemos de representaciones externas o sistemas externos de representación será para referirnos a representaciones de carácter permanente y organizadas en el espacio, ya sean analógicas o arbitrarias.

Así, decir que los sistemas externos de representación son sistemas de signos significa hablar de su doble naturaleza: en la medida que consideramos que son marcas concretas, observables, externas, son también capaces de remitir a informaciones que están ausentes, no directamente observables. Solamente al considerar el carácter semiótico de los sistemas externos de representación, hablamos de su poder de orientar nuestro pensamiento hacia otras realidades e informaciones. Como ya podemos vislumbrar, el proceso de comprensión de los sistemas externos de representación como un sistema de signos supone una transición desde un objeto visible presentado, hacia un objeto que ha de ser interpretado por su valor representativo y que requiere recursos ligados a la simbolización (Martí, 2003; Martí y Pozo, 2000; Salsa, 2013).

En los trabajos de DeLoache (1991; 1995) se estudia el origen de la comprensión de la naturaleza simbólica de representaciones gráficas, como, por ejemplo, los mapas, las fotografías y los dibujos. Para esta autora, atribuir valor simbólico a una representación gráfica significa poder utilizarla como medio para solucionar un problema que se plantea en el espacio referido; y esto implica ser capaz de transferir una información de la representación a la situación-referente. En los estudios de DeLoache, esta información siempre es de naturaleza espacial. Por ejemplo, en un estudio clásico de la autora, tras enseñar dónde se esconde una muñeca en una fotografía de una habitación, se solicita al niño/a que localice, en el espacio real de la habitación, el lugar preciso donde se esconde la muñeca. Según DeLoache, el éxito en esta actividad requiere, por un lado, la comprensión de la doble naturaleza de las representaciones (es decir, la comprensión de que los objetos tienen propiedades físicas, pero a la vez tienen propiedades que se refieren a otras situaciones); y por otro, que algunas propiedades específicas (como lejos y cerca, izquierda y derecha) permiten la

correspondencia entre una representación física espacial y el espacio que está representado.

Compartimos con DeLoache su concepción respecto a que el *uso simbólico* de una representación externa implica la transferencia de su significado a otra situación. Sin embargo, resaltamos que, en sus trabajos, DeLoache utiliza representaciones muy específicas, de carácter analógico y espacial, representaciones que guardan correspondencias directas con las propiedades de su referente. Hay que añadir además que, para DeLoache, la comprensión simbólica sólo es posible entre dos años y medio y tres años. Sin embargo, desde una perspectiva diferente y más amplia, Rodríguez y Moro (1999) proponen la aparición mucho más precoz de usos simbólicos de objetos, algo apoyado por otros estudios (Palacios y Rodríguez, 2014; Cárdenas, Rodríguez, y Palacios, 2014); efectivamente, estos autores ponen de manifiesto que los objetos son usados con grados diferentes de ausencia desde los 12 meses, aproximadamente. Por supuesto, en los trabajos de DeLoache y en los trabajos de Rodríguez se habla de situaciones y objetos muy distintos. DeLoache se refiere a tareas que involucran transferencias de informaciones desde fotografías (objetos bidimensionales) a su situación-referente (objetos tridimensionales); Rodríguez se refiere a usos de objetos tridimensionales que remiten a situaciones ausentes, en ambientes naturales.

En el presente trabajo, nuestro interés radica en el estudio de representaciones que pueden poseer un valor numérico y, por tanto, *no* son de naturaleza espacial en los términos del trabajo de DeLoache (la correspondencia con el referente no se puede establecer por una correspondencia tan directa). Dada la naturaleza más abstracta de las representaciones que utilizaremos (representaciones de cantidades - puntos), creemos que el desarrollo de la comprensión de su valor simbólico tendrá un carácter distinto, más progresivo. Asimismo, tendremos en cuenta el planteamiento de DeLoache para

asumir y reconocer el uso simbólico-numérico de las representaciones cuantitativas por parte de los niños/as. Por otro lado, también nos apoyaremos en el planteamiento de Rodríguez: en uno de nuestros estudios exploraremos los usos de los objetos que los niños/as realizan antes de tener una comprensión numérica de las informaciones cuantitativas. Los detalles de nuestros estudios serán explicados más adelante.

Respecto al proceso de comprensión de los sistemas externos de representación, sabemos que los niños/as se relacionan con representaciones externas desde muy pronto en sus contextos familiares. Y, desde edades tempranas, los niños/as ya son capaces de diferenciar el dibujo, la escritura y las notaciones numéricas, por ejemplo (Martí y Garcia-Milà, 2010). Es decir, muy precozmente y en momentos bastante anteriores a su escolarización en el segundo ciclo de Educación Infantil, los niños/as tienen contacto con sistemas externos de representación, como la escritura, las fotografías, los dibujos y las notaciones numéricas. Diferentes estudios revelan que a partir de los dos-tres años de edad, los niños/as ya pueden identificar formas numéricas, además de atribuirles diversas funciones (Tolchinsky y Karmiloff-Smith, 1993).

Respecto a las notaciones numéricas, si por un lado se entiende que una representación externa supone una relación intencional entre el medio de representación y otra realidad, hay que tener en cuenta el carácter arbitrario de estas notaciones. La relación entre los signos que componen el sistema numérico decimal (tanto oral como notacional) y sus significados, a diferencia de algunos otros tipos de representaciones externas, como algunos dibujos, no guardan ninguna correspondencia analógica con aquello que representan, de manera que su significado debe de ser acordado. Todo esto le da a este sistema un carácter de gran complejidad y seguramente se involucra en su dificultad de interpretación. Echeverría, Martí, y Pozo (2010) defienden que la arbitrariedad de los sistemas numéricos hace que su comprensión involucre procesos

que pasan por diferentes etapas. Es decir, los autores ponen de manifiesto que el dominio de la convencionalidad del sistema de representación numérica implica diferentes niveles, congruentes con su dificultad.

Respecto a las producciones gráficas de representaciones externas numéricas, Hughes (1986) ordenó en cuatro categorías la tendencia de producciones de los niños/as de Educación Infantil al representar cantidades (desde uno a seis elementos): la autora encontró que las primeras formas serían las representaciones idiosincráticas (garabatos); luego las pictográficas (representaciones de objetos a partir de su apariencia y de su numerosidad); seguidas por las icónicas (representaciones uno-a-uno entre la cantidad de marcas y los objetos en cuestión); y, por fin, por las representaciones simbólicas (o notaciones numéricas convencionales), a partir de los cinco años. Hughes encontró una “preferencia” en los niños/as de primer ciclo de Educación Infantil por utilizar representaciones idiosincráticas e icónicas para representar cantidades. Asimismo, Bialystok y Codd (2000) en línea con el planteamiento de Hughes, encontraron que niño/as entre tres y cuatro años mayoritariamente produjeron notaciones globales (representaciones pictográficas e idiosincráticas en la propuesta de Hughes) y análogas (representaciones icónicas según Hughes) para representar cantidades de objetos.

Además, respecto a la comprensión o interpretación de las representaciones a partir de sus propias producciones por los niños/as, Hughes (1986) y Bialystok y Codd (2000), así como Teubal y Dockrell (2005) señalan que, aunque los niños/as pudiesen producirlas, las interpretaciones de sus propias producciones no son necesariamente correctas, indicando una probable debilidad en la comprensión simbólica de las marcas, más allá de la familiaridad y tendencia en producirlas de una u otra manera. Esta dificultad en la comprensión también se da en el caso de las representaciones icónicas. Estos resultados no nos parecen tan sorprendentes, aunque sea cierto que las

representaciones icónicas parezcan constituir formas más directas de representar el número. Las marcas icónicas, desde un punto de vista semiótico, son informaciones que exigen comprensión progresiva para su correcta interpretación y uso. A pesar de ser perceptivamente accesibles, se repiten, cada marca es *idéntica* a la otra, sin embargo, el niño/a las ha de diferenciar y segmentar con etiquetas numéricas *distintas* para abstraer el valor numérico que pueden representar (Cavalcante, 2014; Cavalcante y Rodríguez, 2015).

Aparte de los estudios centrados en las notaciones numéricas, existe una amplia literatura en el estudio del desarrollo numérico en los niños/as. Abordaremos algunas de las cuestiones directamente relacionadas con nuestros objetivos en las siguientes secciones.

4. La cuantificación numérica en los niños/as

El conteo es una de las competencias fundamentales que contribuye a que los niños/as desarrollen comprensión simbólico-numérica gracias al lenguaje (articulado con usos de objetos, escenarios de acción conjunta, etc.), configurándose, por lo tanto, como una práctica ampliamente investigada para la comprensión del desarrollo del número en la infancia.

Desde muy pronto, los niños/as efectúan actividades de conteo, realizando correspondencia uno-a-uno entre palabras numéricas, objetos y acciones aunque no acaben de comprender la significación matemática de dichas actividades. La cuestión respecto a la comprensión que tienen los niños/as de sus propios actos de contar fue originariamente planteada por Piaget (Piaget, 1952; Piaget y Szeminska, 1975). Para Piaget, los niños/as efectivamente son capaces de aprender la secuencia numérica y,

además, son capaces de aplicarla a objetos y acciones, pero sin conocer lo que dichas secuencias numéricas significan. De acuerdo con el autor, el desarrollo numérico de los niños/as está estrechamente vinculado al desarrollo del pensamiento lógico. Su conclusión se apoya en sus investigaciones sobre la “conservación” y la “seriación”.

Los estudios piagetianos en el tema partían de la idea de que la construcción del número es correlativa con el desarrollo de la lógica, en este caso aplicada a un conjunto de objetos discretos para extraer un invariante (Martí y Scheuer, 2015). Según Piaget, la comprensión numérica está directamente ligada a la comprensión de que la cantidad de objetos no cambia si simplemente cambia su disposición espacial (lógica de la conservación). Del mismo modo, de acuerdo con Piaget, no puede haber número si el niño/a no es capaz de ordenar una serie de objetos discretos según un determinado rango, del más pequeño al más grande, por ejemplo (lógica de la seriación). Para el autor, el desarrollo del pensamiento numérico depende de dichas nociones como puntos de partida; por lo tanto, según Piaget, hasta que los niños/as no son capaces de extraer estos invariantes (algo que suele ocurrir hacia los siete-ocho años, en la etapa de las operaciones concretas), no pueden presentar nociones estrictamente numéricas.

Fundamentándose en estos presupuestos, Piaget planteó que los niños/as necesitan saber sobre “cardinalidad” y sobre “ordinalidad” para que, finalmente, sean capaces de comprender el significado matemático de las palabras numéricas. La cardinalidad, según Piaget, sería la comprensión de que si dos o más colecciones tienen el mismo valor numérico, entonces tienen la misma cantidad (relación con la conservación); mientras que la ordinalidad sería la comprensión de que el orden de los números obedece a un orden creciente de magnitudes. Se trataría, por ejemplo, de comprender que si dos es más que uno y tres es más que dos, luego tres es más que dos y más que uno (relación con la seriación). Así, las tareas de cardinalidad de Piaget

concebidas según el paradigma de la conservación y realizadas sin éxito por niños/as antes de los siete-ocho años le convencieron de que durante el período de Educación Infantil los niños/as no eran capaces de comprender la noción de cardinalidad. Asimismo, los fracasos de los niños/as en sus tareas de ordinalidad, según los paradigmas de la seriación, le dieron soporte a la creencia de que, en dicha etapa escolar, los niños/as no tenían capacidad de entender la ordenación de las magnitudes de la serie numérica, por lo tanto, la ordinalidad.

Los estudios de Piaget fueron ampliamente analizados y criticados, y una de las importantes conclusiones a las que se ha llegado es que posiblemente los niños/as tienen nociones respecto a la cardinalidad y ordinalidad desde mucho antes de lo que Piaget pensaba.

El llamado “efecto del contexto”, por ejemplo, es un argumento defendido por autores que, al replicar las pruebas de conservación piagetianas en contextos diversos, observaron que niños/as entre cuatro y cinco años demostraron conservar cantidades (Nakagaki, 2015). Igualmente, los trabajos de Piaget fueron criticados desde el punto de vista del material que utilizó para realizar las tareas de seriación y conservación. Se argumenta que Piaget no tomó en consideración el conteo; que sus tareas se relacionaron sobre todo con el uso y la comprensión de las *palabras* numéricas, y no con sus significados matemáticos. Se cuestiona también qué era lo que Piaget efectivamente observaba en sus pruebas, y se sugiere que buena parte de los conocimientos analizados podrían ser de orden básicamente perceptual (Bryant, 1997; Nakagaki, 2015).

Entre todos estos trabajos posteriores a los de Piaget, destacan los de Gelman y Gallistel sobre el conteo. Gelman y Gallistel (1978) propusieron una perspectiva muy

diferente a la de Piaget sobre el desarrollo del número. Los autores defendieron que, en realidad, los niños/as necesitan comprender cinco principios básicos (ver a continuación) para poder alcanzar el significado matemático de sus actos de contar. Lo que según ellos, oponiéndose a Piaget, puede darse a los dos-tres años, de manera que, la comprensión de dichos principios, especialmente los tres primeros, se da a partir del momento en el que los niños/as empiezan a contar. A continuación presentamos estos principios y, en base al análisis realizado por Bryant (1997), comparamos los tres primeros con la propuesta de Piaget.

1) Correspondencia uno-a-uno: comprensión de que cada objeto debe ser contado una única vez y que tiene solamente una etiqueta numérica; mientras que para Piaget dicha correspondencia se hace al poner en relación al menos dos conjuntos de objetos (como en la tarea de conservación).

2) Orden estable: se trata de la comprensión de que el conteo obedece a un orden, a una secuencia numérica ordenada y estable. Se diferencia de la propuesta de Piaget respecto a la ordinalidad, pues Gelman y Gallistel no esperan que los niños/as comprendan que las magnitudes sean crecientes.

3) Cardinalidad: comprensión de que el último valor numérico dicho en una situación de conteo representa el valor total de la colección. Se diferencia de Piaget, que se basó en la comparación de colecciones de cantidades iguales.

4) Abstracción: comprensión de que los principios anteriormente expuestos del conteo se aplican a cualquier colección de objetos, homogéneos o heterogéneos.

5) Orden irrelevante: comprensión de que el orden en el cual se aplican las reglas del conteo (presentes en los tres primeros principios) no interfiere en el resultado

final de la acción (se puede contar derecha - izquierda, arriba - abajo, etc., el número final será siempre constante).

Como se puede ver, Piaget y Gelman y Gallistel partieron de criterios muy distintos al estudiar el desarrollo numérico. Estamos de acuerdo con lo que Bryant (1997) argumenta respecto a que, quizás, Piaget haya sido muy riguroso en su propuesta, mientras que Gelman y Gallistel hayan sido demasiado flexibles. También creemos que no se puede negar la necesidad de comprensión lógica (presupuesto de Piaget) de los principios requeridos en las acciones del conteo (propuestos por Gelman y Gallistel).

Los trabajos de Gelman y Gallistel también fueron ampliamente analizados y criticados, especialmente en relación con su propuesta de que el conjunto de principios necesarios a los niños/as para la realización del conteo es de naturaleza innata - denominados por los autores como “principles before skills”. El postulado del que parten es que, aunque los niños/as se equivoquen o sean torpes al realizar las reglas del conteo, los niños/as respetan los tres primeros principios cuando cuentan (los “how-to-count principles”). De acuerdo con este modelo, a los niños/as no se les tiene que enseñar dichas reglas, pues ya las “traen consigo”, de modo que la experiencia y la práctica serían simplemente los medios a través del cual tomarían conciencia de estos principios.

Según proponen Gelman y Gallistel, los “how-to-count principles” (es decir, la correspondencia uno-a-uno, el orden estable y la cardinalidad) tratan de principios que existen desde antes de que los niños/as tengan experiencias relacionadas con el conteo y les permiten reconocer distintas entidades “contables” en el mundo. Dichos principios, además, actuarían como directrices para el conteo, por lo que los niños/as pueden iniciar

y “controlar” situaciones de conteo, mejorando sus habilidades en esta actividad. Se propone también que dichos principios son la base de las habilidades numéricas de otras especies animales, aunque no tengan una naturaleza verbal.

A partir de sus investigaciones, Gelman y Gallistel concluyeron que los niños/as de Educación Infantil tienen conocimientos conceptuales innatos relativos a los principios del conteo, conocimientos que anteceden y son independientes de las habilidades motoras procedimentales que se requieren en las actividades de contar. De ahí que los niños/as puedan, en edades tempranas, presentar dificultades al contar, aunque comprendan implícitamente dichos principios. Según concluyeron estos autores, el éxito de la actividad de conteo depende de la integración entre la competencia conceptual, la competencia procedimental y la comprensión de la tarea. Las dificultades en las tareas de conteo provienen, según estos autores, de los aspectos procedimentales y de la dificultad en la comprensión de la tarea. De ahí que la competencia conceptual se conciba como “natural” en los niños/as.

Las aportaciones de Gelman y Gallistel tienen amplia aceptación entre estudiosos que analizan el carácter innato de nuestro pensamiento numérico y que defienden que el conteo es una evidencia de dicha propuesta (p.e. Lipton y Spelke, 2006). Sin embargo, incluso autores como Carey y Wynn, que defienden que tenemos determinadas habilidades innatas para razonar sobre lo numérico, ponen en duda que el conteo, tal como lo propone Gelman y Gallistel, sea una capacidad innata. Esta cita de Wynn (1990; p. 187 y 189) ilustra la crítica: “the principles-before theory is incorrect - children do not start out with a set of principles which guide their counting behavior and constitute an understanding of the significance of counting. [...] Children’s acquisition of skills in counting is not guided by the counting principles. Rather, children learn how

to count”. Además, algunos autores señalan que el conteo implica un proceso de adquisición prolongado y lento (Le Corre y Carey, 2007).

Esta controversia ha dado lugar a investigaciones que analizan si los principios del conteo, (“principles-before”) propuestos por Gelman y Gallistel, anteceden realmente la actividad de conteo, tienen carácter innato y dan soporte a las habilidades del conteo, o si finalmente dichos principios son posteriores a su práctica (“principles-after”, como sugieren Briars y Siegler, 1984; Fuson, 1988; Fuson y Hall, 1983).

Según la propuesta “principle-after” los niños/as necesitan tener experiencias procedimentales relacionadas con el conteo en los más variados contextos (con círculos, líneas, etc.) antes de poder comprender los principios. Es decir, se defiende que los niños/as aprenden a contar a través de la realización de procedimientos o actividades rutinarias culturalmente adquiridas (a través de los familiares, profesores, etc.). De este modo, el conteo sería, inicialmente, una actividad sin sentido específico, en la cual los niños/as no distinguirían los principios, pero los irían adquiriendo y comprendiendo a partir de dichas prácticas.

Trabajos como los de Wynn ponen de manifiesto que algunos niños/as, a los dos-tres años, pueden contar en secuencia, haciendo correspondencia uno-a-uno hasta seis elementos. Sin embargo, estos niños/as, frente a la solicitud de entregar a un adulto determinada cantidad de dos o tres elementos de este conjunto de seis, realizan fallos en la ejecución de la tarea sin entender que la última palabra numérica mencionada corresponde a la cantidad solicitada (Carey, 2009; Wynn, 1990). Wynn propone que, en realidad, entre dos y tres años, los niños/as comienzan a desarrollar una representación abstracta y generalizable del conteo. Pero es solamente a partir de los tres años y medio cuando los niños/as son capaces de extraer la cardinalidad a partir de esta acción. En su

trabajo, Wynn pone de manifiesto que el hecho de que el niño/a sea capaz de realizar un conteo hasta seis elementos, respetando incluso otros principios imprescindibles a esta acción (como la correspondencia uno-a-uno, el orden estable), no deja claro que este niño/a esté realizando una actividad en la que es capaz de abstraer el valor numérico de una colección de objetos a través del conteo. Estos resultados le hicieron cuestionar la propuesta de Gelman y Gallistel y plantear que la comprensión de la cardinalidad dependerá del significado de la acción de contar para el niño/a (al contar *para* determinar un valor numérico), lo que distinguiría claramente este principio de los otros. Así, con sus hallazgos, Wynn dio soporte a la propuesta “principles-after”, puesto que el principio de la cardinalidad requeriría un prolongado periodo de aprendizaje.

Existe cierto consenso en que la cardinalidad no es un principio innato, sino una construcción tardía que requiere tiempo para desarrollarse, y que no puede ser atribuida a estas primeras actividades de conteo (Bermejo, Morales, y Garcia de Osuna, 2004; Saxe, Guberman, y Gearhart, 1987). Además, muchos autores ratifican que la comprensión de la cardinalidad parece ser un elemento clave en el desarrollo del conocimiento numérico (Bermejo, 1996; Potter y Levy, 1968; Sophian, 1987). Asimismo, aparte de las críticas y discusiones relacionadas con los principios del conteo, también parece existir un consenso en admitir que la correspondencia uno-a-uno es procedimental y conceptualmente necesaria al acto de contar (Scheuer y Sinclair, 2009).

Por otro lado, se propone que otra forma de realizar cuantificaciones, diferente del conteo, es el proceso llamado subitización (“subitizing”) o habilidad de determinar ciertas numerosidades rápidamente, de manera “súbita”. Según se propone, la subitización se diferencia del conteo en la medida en que es perceptual, resultado de un mecanismo de estimación numérica de pequeñas cantidades y es un prerrequisito para el

aprendizaje del conteo. En este sentido, la subitización sería una habilidad precursora al acto de contar y el conteo un proceso lento y propenso a errores, realizado con series a partir de cuatro o cinco unidades (Revkin et al, 2008). Asimismo, autores como Benoit, Lehalle, y Jouen (2004) enmarcan diferencias entre la subitización perceptual (compartida con animales) y la subitización verbal. Se comenta que la subitización verbal es más que una habilidad de percepción, pues requiere el conocimiento de los nombres de los números para las numerosidades.

Algunos estudios en esta línea también llegaron a conclusiones respecto al aprendizaje progresivo y gradual del número. Se propone que, a partir de la realización de actividades de conteo rutinarias en colecciones dentro del intervalo de subitización (uno-tres), los niños/as asocian las palabras numéricas (uno, dos, tres) a dichas numerosidades que son capaces de reconocer. Así, se plantea que los niños/as primero conectan la palabra “uno” con su correspondiente cantidad, luego la palabra “dos” y, luego, la palabra “tres”. Con esto, se defiende que los niños/as parecen tener conceptos innatos respecto a, por lo menos, las cantidades uno, dos y tres. Sin embargo, por otro lado, estos planteamientos referentes a la transición desde la subitización o desde la estimación numérica al conteo también son cuestionados desde la Antropología por algunos autores. Se defiende que el conteo implica un cambio cualitativo en un sistema de ideas culturales (Leaf y Read, 2012) y que no proviene de una capacidad biológica ya existente (la subitización). Como dice Read (2016, p.350): “Counting numbers are a cultural construct in their own right and not simply a cultural overlay for numerosity expressible at a biological level”.

El intervalo (uno-tres) observado en estudios de subitización tiene soporte a partir de hallazgos de estudios que analizan reacciones a contrastes en la cantidad realizados con niños/as desde edades muy tempranas, por medio de paradigmas como el

de habituación, comentado anteriormente. Con esto, se propone que esta capacidad de cuantificación súbita es inherente al ser humano y a otros animales. Los estudios en esta línea revelan que bebés recién nacidos (desde 21 hasta 144 horas) (Antell y Keating, 1983) y de cinco meses (Starkey y Cooper, 1980), por ejemplo, discriminan colecciones pequeñas (de hasta tres o cuatro objetos) que difieren tan solo en un elemento. Cuando habituados a distintas pantallas con dos objetos se observó que bebés se deshabituaron cuando se encontraron con pantallas que mostraban tres objetos, y vice-versa. Además, cuando se encontraron con dos pantallas al mismo tiempo que presentaban dos y tres objetos, respectivamente, al escuchar sonidos con dos y tres toques, los bebés, a los siete meses, preferían mirar la pantalla correspondiente a la cantidad de toques/sonidos que habían escuchado (Starkey, Spelke, y Gelman, 1990). (Para una crítica y recopilación de experimentos con bebés frente a variaciones cuantitativas hasta cuatro unidades, ver Rodríguez y Scheuer, 2015).

Así, según dichas propuestas, parece haber evidencias que muestran que los niños/as tienen conocimientos básicos de cantidades hasta tres, por tanto, conocimiento conceptual de pequeñas cantidades. Se defiende que los niños/as relacionan pequeñas cantidades con las palabras numéricas correspondientes antes de hacerlo con cantidades mayores. Se considera que tenemos esquemas innatos implícitos para razonar sobre pequeñas cantidades (uno-tres), que actúan como directrices en los procesos procedimentales, en los cuáles la cultura tiene papel clave. Se asume una capacidad inherente al niño/a para segmentar y percibir unidades. Estas propuestas, según diversos autores, también son coherentes con la comprensión progresiva de la cardinalidad (Wynn, 1990; Carey, 2009).

Algunas de estas ideas, que nos parecen esenciales, serán discutidas a la luz de los resultados de los dos estudios que componen esta tesis.

5. El desarrollo progresivo de la comprensión numérica

Wynn (1990) realizó investigaciones con pequeñas cantidades y encontró que se aprende primero el significado de la palabra “uno” y luego el significado de la palabra “dos”, lo que le permitió proponer que el manejo de las unidades se da de manera progresiva. Según la autora, hay un lapso de aproximadamente un año y medio desde que el niño/a comprende la cardinalidad de una colección de un ítem hasta que comprende la cardinalidad de una colección de cuatro ítems. Sarnecka y Lee (2009) también defienden que se aprende el significado de las primeras palabras numéricas de acuerdo a un orden: primero uno, luego dos, después tres.

Carey (2001; 2009), a su vez, desarrolló la idea de conocedores por nivel (“knower-levels”). La autora sostiene que el niño/a aprende el valor cardinal del uno hasta el cuatro, cada vez un número, respetando un orden progresivo. El término “conocedores por nivel” hace referencia a la progresión del aprendizaje del niño/a; comienza desde un conocedor pre-numérico, pasando por conocedor-de-uno, -de-dos y -de-tres, hasta llegar al nivel conocedor-de-cuatro. A partir de este momento, según propone Carey, los niños/as van siendo capaces de cuantificar cualquier colección. Asimismo, Huang, Spelke, y Snedeker (2010) encontraron que la comprensión de la cardinalidad del tres, al compararse con la comprensión del valor cardinal de uno y dos, fue un importante antecedente para la comprensión de cardinalidades a partir de cuatro.

En definitiva, muchos investigadores creen que los niños/as aprenden el significado de los números enteros positivos (uno, dos, tres...) de modo gradual, conectando de forma progresiva las palabras numéricas con el conjunto de objetos que les hacen referencia. Primero uno, luego dos y entonces tres. A partir de ahí, se plantea que los niños/as ya comprenden que la próxima palabra que cuenten en una serie

numérica (cuatro, cinco, seis...) representará una nueva colección que contendrá *un* elemento más que la colección representada por la palabra numérica anterior (Rips, Asmuth, y Bloomfield, 2008). Así, a partir de los cuatro años, muchos niños/as ya serán capaces de “subitizar” cantidades hasta tres y cuantificar mediante conteo cantidades a partir de cuatro.

Frente a los hallazgos referentes a la comprensión del valor cardinal por los niños/as de manera progresiva, primero uno, después dos, luego tres y de ahí en adelante, nos preguntamos qué podría favorecer este carácter progresivo de dicha comprensión, desde un punto de vista semiótico.

Con relación al paso del “uno” al “dos”, Dehaene y Cohen (1994) afirman que el conteo de una única marca tiene su especificidad, puesto que no requiere la memorización de ítems previamente contados. Por otro lado, Wynn (1990) defiende que, desde muy temprano, aunque los niños/as no sepan exactamente el significado numérico de la palabra uno/un, de alguna forma, puede que entiendan que se trata de un término que remite a una unidad. La palabra “uno/un”, al ser un artículo indefinido, aparece con mucha más frecuencia que otras palabras numéricas en contextos cotidianos variados. Con el número dos, a su vez, parece que el correcto control del ítem previamente contado es decisivo (Dehaene y Cohen, 1994). Se defiende que contar correctamente dos unidades requiere el control de que se ha de contar una unidad y su repetición.

Además, como proponen Scheuer y Sinclair (2009), el hecho de entender que “uno, uno” debe decirse “dos” significa un nuevo nivel de abstracción, una nueva representación del concepto de unidad. Scheuer y Sinclair observaron longitudinalmente la hija de una las autoras y hacen referencia a la comprensión progresiva de las

magnitudes. Se trata de un estudio que nos hace pensar en la importancia que tiene la cultura y las interacciones en el desarrollo de dicha comprensión. Además, muestra la relevancia de estudios longitudinales en ambientes naturales para abordar ese tema. Por estas razones nos detendremos con algo más de detalle.

Scheuer y Sinclair comentan que durante un período de tiempo, la niña observada se refería a dos o tres objetos como “uno, uno” o “uno, uno, uno”, en lugar de decir, por ejemplo, “uno, dos” o “uno, dos, tres” al hacer correspondencia uno-a-uno entre las palabras y cada uno de los objetos tridimensionales (sus juguetes). Las autoras argumentan que esto manifiesta la emergencia, consolidación y expansión de la representación de unidades pues al decir “uno, uno”, la niña evidencia la presencia de algo que se repite, de unidades que coexisten. Así, partiendo del hecho de que la niña se dio cuenta de que “uno, uno” se decía “dos” (luego, que “uno, uno, uno” se decía “tres”), las autoras plantean que concebir el concepto “dos” sería la primera representación de pluralidad, puesto que es la primera oposición a la singularidad del “uno/un”; consideran que esta redescipción representa genuinamente un lenguaje numérico. Por otro lado, Scheuer y Sinclair observaron que la niña se limitaba a referirse a unidades que se repetían como “uno” hasta *tres* unidades solamente (“uno, uno, uno”). Es decir, al encontrarse con más de cuatro objetos (en el caso particular, piedras), la niña se refirió a dicha colección con un cuantificador global (“¡cuánta piedra!”).

Estos resultados parecen corroborar otros hallazgos de estudios experimentales que sugieren que los humanos tienen características perceptuales innatas que permiten diferenciar de modo discreto colecciones de hasta tres unidades, en contraste con colecciones a partir de cuatro. Sin embargo, las autoras cuestionan, desde un punto de vista pragmático, a qué se debe la diferencia en el trato de objetos hasta tres unidades en

comparación con colecciones de objetos de más unidades (la colección de piedras en cuestión); argumentan que, probablemente, la disposición de los objetos juega un papel importante y se preguntan, por ejemplo, si otra disposición de las piedras (en una mesa o en un plato), hubiese tenido otro tratamiento por parte de la niña. Objetos no continuos, probablemente, son más fácilmente tratados como unidades discretas y, por lo tanto, pueden parecer más susceptibles de individuación o enumeración; mientras que aquellos continuos (o aparentemente continuos, como las piedras juntas, en cuestión) son más fácilmente tratados a partir de su pluralidad sin que se considere sus características unitarias.

Desde nuestro punto de vista, las consideraciones de Scheuer y Sinclair reiteran nuestros comentarios en secciones anteriores respecto a la necesidad de introducir métodos de recolección de datos (en este caso un diseño longitudinal en el contexto familiar) y materiales (en este caso materiales tridimensionales) diferentes de los que normalmente se utilizan en estudios de laboratorio que se basan en la duración de la mirada. Además, esta investigación destaca un aspecto muy relevante en el desarrollo del conocimiento numérico: la necesidad de considerar las *unidades* para que sea posible concebir el número y, por lo tanto, la necesidad de *segmentación* de los objetos para que las unidades sean evidentes. En cualquier situación de conteo, es imprescindible que el niño/a pueda identificar qué objetos son “contables” (Fuson, 1988) para que finalmente pueda atribuirle las debidas etiquetas numéricas y extraer su valor cardinal.

Desde las posiciones evolutivas que sí se ocupan del desarrollo, sólo se concibe la segmentación en unidades a partir de una acción *activa* y transformadora de los niños/as. En realidad, desde estas posiciones, la segmentación relativa al número no es la primera. La segmentación ya se ha ido produciendo en relación a la constitución de

los objetos materiales como objetos independientes (ver discusión en Rodríguez, 2012). Según Piaget, esta acción activa - del niño/a - es lo que permite que el objeto se “desgaje” del fondo continuo, se “conserva” y se haga “permanente”. Además, si tenemos en cuenta los supuestos vygotskianos, la segmentación de los objetos y su permanencia requieren ayuda de otros individuos que colaboren con el niño/a, presentándole los objetos “funcionalmente segmentados” al usarlos en la vida cotidiana (Rodríguez, 2012; Rodríguez y Scheuer, 2015). En este trabajo, como ya hemos venido destacando, ponemos el énfasis en la perspectiva socioconstructivista, que incluye al niño/a como sujeto activo, así como sus interacciones con otras personas. Por esto destacamos el papel de la experiencia y de los aspectos funcionales de la vida cotidiana, en estos procesos de segmentación.

En relación con el ordenamiento “uno, dos, tres” (con aparente comprensión respecto a su valor numérico) nos gustaría llamar la atención a aspectos de la experiencia cotidiana que nos parecen muy frecuentes y que también pueden tener impacto en el progreso de la comprensión numérica. En contextos naturales, nos parece que las primeras acciones de los adultos cuando usan palabras numéricas con los niños/as suelen centrarse en el ordenamiento “uno, dos, tres” (y no más allá) y se relacionan con la organización y segmentación de la acción. Situaciones cotidianas como las mencionadas al principio del presente capítulo, cuando un padre o una madre mueven su bebé pausadamente al decir “uno... dos... y trees!”; o cuando introducen la cuchara en la boca del bebé en el “...tres”, o cuando los niños/as empiezan a correr en el “tres”, etc., parecen ratificar que el “tres” significa el momento *convencionalmente* escogido para organizar o iniciar nuevas acciones conjuntas.

Todas estas situaciones nos hacen intuir que, al menos en nuestra cultura, parece haber una diferencia entre situaciones en las que las acciones organizadas por los

adultos (y luego por los niños/as) involucran la serie numérica *hasta* el “tres” (sin ir más allá de dicho valor), y situaciones que involucran la serie numérica del “tres” en adelante. Dichas situaciones que van hasta el “tres”, desde muy temprano, y que parecen tener una función organizadora de la acción (muchas veces conjunta), parecen dar un carácter muy específico a estas tres representaciones (uno, dos y tres), muy vinculado con la actividad. Es decir, desde muy pronto, los niños/as parecen pasar por situaciones de segmentación que involucran estas etiquetas numéricas.

En cambio, situaciones que van más allá del “uno, dos y tres” (al subir escaleras, al contar caramelos, etc.), nos parece que ocurren en escenarios distintos, de conteos en serie o cuando se “canta” la serie numérica, por ejemplo. En estos casos, la serie numérica finaliza cuando termina la acción, ligándose a la cantidad de acciones (subiendo escaleras) o de objetos existentes (contando caramelos) – y no en el “tres”, como “regla”, tal como parece ocurrir en los ejemplos que mencionamos anteriormente. Asimismo, en cualquier situación, nos parece que las acciones de adultos a través de los juegos que involucran la serie numérica suelen respetar el orden de las magnitudes desde edades muy tempranas. No parece habitual encontrar a adultos que realicen la secuencia numérica sin respetar su ordenamiento convencional (uno, dos, tres, cuatro, cinco, etc.).

Nuestra intención con estas observaciones es enfatizar el papel que las intervenciones culturales pueden jugar en el ordenamiento de palabras numéricas y en la comprensión de “uno, dos e tres” y, posteriormente, los demás números. Se echa de menos estudios y observaciones en contextos naturales sobre usos del número que pudieran poner énfasis en la posible influencia de dichas experiencias sobre la comprensión ordenada de los valores del número por los niños/as, más allá de los experimentos en laboratorio con bebés.

Por otro lado, frente a tantos estudios que investigan la comprensión de cantidades, nos preguntamos: ¿y qué pasa con la *ausencia* de las cantidades? ¿De qué manera los niños/as se manejan frente a representaciones que indican la ausencia de elementos? Estudios en esta temática tampoco son muy numerosos. En general, los estudios que se interesan por la ausencia de elementos analizan las producciones de los niños/as ante esta situación. Por ejemplo, se pide al niño/a que represente las cantidades de objetos por medio de una notación, de modo que, posteriormente, lo que ha marcado le pueda ayudar a recordar dicha información (Bialystok y Codd, 2000; Garcia-Milà, Teberosky, y Martí, 2000). De manera general, se observa una tendencia en niños/as de tres a cuatro años a representar la ausencia de cantidad de manera análoga, es decir, los niños/as a esta edad tendieron a dejar el papel en donde anotaban (un “post-it”) en blanco, sin realizar ninguna marca en la pegatina (Bialystok y Codd, 2000). Asimismo, el estudio de Garcia-Milà, Teberosky, y Martí (2000) mostró que los niños/as hasta cinco años, además de dejar los “post-it” en blanco, realizaron marcas idiosincrásicas para identificar la caja vacía, marcas que en la mitad de los casos les llevó al fracaso en la posterior interpretación de su notación.

Por otro lado, Teubal y Dockrell (2005), al investigar el modo espontáneo en que niños/as entre tres y seis años producían algunas notaciones numéricas, incluyeron la cara vacía de un dado. Las autoras observaron que los niños/as menores, hasta cuatro años, se referían a dicha información espontáneamente de modo oral como “nada” (“none”, “nothing”), y nunca como “cero”. Asimismo, observaron que el uso del “cero” aumentó con la edad, aunque encontraron que muchos niños/as, a lo largo de todas las edades investigadas, no se referían a la cara vacía del dado como “cero”.

En nuestro trabajo (en el estudio 1, descrito en el Capítulo II), como detallaremos más adelante, planteamos una tarea de cuantificación. Nos interesamos por

saber *cómo* realizan los niños/as esta cuantificación (si usan gestos para contar de modo uno-a-uno, si expresan los valores mediante gestos simbólicos u oralmente). Igualmente, a partir de la literatura existente, nos preguntamos si la cuantificación se realiza de manera progresiva y ordenada, desde el uno hasta el cinco. Sin embargo, al tomar como referencia que el “dos” es la primera oposición a la singularidad del “uno/un” (Scheuer y Sinclair, 2009), nos preguntamos si el “uno” puede ser la primera oposición a la “ausencia de elementos”. Así, también introducimos una situación en la que no hay elementos que cuantificar (una cara sin puntos en el dado) para indagar de qué manera los niños/as identificaban esta información.

6. El uso de los números por los niños/as

A pesar del gran número de investigaciones acerca de la comprensión numérica, son especialmente escasas las investigaciones que analizan el *uso* que los niños/as pueden hacer de las informaciones numéricas en un contexto que les exija una interpretación y aplicación de sus significados. En línea con Nunes y Bryant (1996) y Pérez-Echeverría y Scheuer (2005), queremos señalar la importancia de que se realicen estudios que identifiquen el uso del número con sentido y con flexibilidad para adecuarse a diversas situaciones.

A pesar de que los números están presentes en los más diversos entornos cotidianos, es necesario comprender que son representaciones que forman parte de un lenguaje específico, que es el lenguaje matemático (Hughes, 1986) y, como lenguaje, se define socialmente y a partir del contexto, de las situaciones sociales en las que tiene lugar. Frente a esto, para que el niño/a pueda comprender el mundo “numerado” a su

alrededor se hace necesario que comprenda este lenguaje y sus usos dentro del contexto en el cual surge.

Nunes y Bryant (1996) ponen de manifiesto la importancia de comprender el lenguaje matemático en nuestro mundo de manera aplicada y con sentido para que seamos capaces de leer un periódico que contiene informaciones numéricas de manera crítica, por ejemplo. Los autores destacan que apropiarse del lenguaje matemático va mucho más allá de saber realizar operaciones de suma y resta; se trata de ser capaz de usarlo como medio de comunicación y como una herramienta para el pensamiento. Defienden que comprender un lenguaje matemático involucra pensar matemáticamente frente a determinadas situaciones, lo que indudablemente implica dominar el uso de sistemas de representación. Sin embargo, estos autores defienden que los sistemas matemáticos de representación solo podrán tener sentido cuando se relacionan con situaciones específicas en las que pueden ser utilizados, de modo que no es suficiente aprender procedimientos y tener conocimientos conceptuales, si estos no se “transforman” en herramientas.

Nunes y Bryant destacan que una de las mayores dificultades matemáticas radica en la relación entre el dominio de procedimientos generales y su uso de manera pragmática. Dominar un procedimiento no implica saber cuándo usarlo para resolver un problema. Se hace necesario comprender la situación para que sea posible pensar matemáticamente sobre ella. En esta línea, Hughes (1986) propone que, para que sea posible la resolución de un problema matemático, el niño/a necesita ser capaz de dialogar entre el lenguaje matemático y el contexto en el cual aparece este lenguaje. Sugiere que esto puede realizarse mediante la comprensión del contexto en el cual el problema se da, con su correspondiente “traducción” al lenguaje matemático y resolución del problema, que entonces necesita conectarse con el contexto original.

Ya sabemos que los niños/as entran en la escuela con la capacidad de realizar diversas actividades que involucran nociones numéricas; traen, de experiencias previas, diferentes “formas numéricas” (Saxe et al., 1987) como representaciones numéricas escritas, orales, actividades de conteo, incluso de suma y restas con pequeñas cantidades. Sin embargo, nos parece que un reto importante de los profesores de escuelas infantiles radica en ayudar al niño/a a pensar matemáticamente de modo a que el niño/a sea capaz de conectar estas nociones y experiencias procedimentales que trae, con su comprensión real y su aplicación funcional en las más diversas situaciones concretas de la vida cotidiana.

Si pensamos en el conteo, por ejemplo, sabemos que cuando los niños/as empiezan a contar, necesitan conocer las palabras numéricas y los principios que rigen este procedimiento: los niños/as deben contar todos los objetos de la colección y una única vez cada objeto; tienen que comprender que el número del último objeto contado representa el valor total de la colección contada, etc. Es decir, para realizar una actividad como el conteo, los niños/as necesitan dominar y comprender una serie de procedimientos y principios. Pero esto no es suficiente para garantizar que el niño/a comprenda qué significa contar. Desde nuestro punto de vista, para que el niño/a efectivamente entienda qué significa el acto de contar, se hace necesario que sea consciente respecto a qué problema o situación está buscando resolver para realizar este acto como medio, como herramienta. En definitiva, se hace necesario que el niño/a comprenda *cómo* determinar valores numéricos por medio del conteo, pero más allá, se hace necesario que el niño/a comprenda *para qué* lo está haciendo y que, por fin, pueda usarlos numéricamente.

Algunos autores (Anderson, 1997; 1998; Hughes, 1986; McConkey y McEvoy, 1986; Young-Loveridge, 1989; 2004) señalan la importancia de juegos con dados, por

ejemplo. Estos juegos pueden actuar como facilitadores en este proceso de conexión de procedimientos con la realidad. Se defiende, además, que los juegos en familia son importantes para motivar a los niños/as pequeños y que la motivación puede potenciar los procesos de aprendizaje. Para verificar el desarrollo de la comprensión de notaciones numéricas convencionales y actividades de suma, Hughes (1986) utilizó dados con puntos y con representaciones numéricas convencionales, con niños/as de tres a cinco años. La idea era presentar el dado con las informaciones convencionales, así como representaciones icónicas, separadamente y de forma combinada. El juego consistía en tirar el dado, mirar la información y avanzar réplicas de un conejo o de un perrito (a la elección del niño/a) hasta que llegaran a “su casa”, dibujada al final del camino. Se encontró que la mayor dificultad de los niños/as residía en las combinaciones de representaciones convencionales. Aunque la autora no haya ofrecido detalles respecto a los avances correctos o incorrectos en función de las magnitudes que utilizó, realizó una serie de observaciones interesantes: los niños/as se equivocaron al realizar los primeros avances sobre la casilla donde se encontraba el animalito y, en algunas ocasiones, especialmente los niños/as de tres años, avanzaban más de lo que correspondía con relación a los puntos del dado. Asimismo, observó que los niños/as se involucraron muy activamente en el juego, que algunos dijeron que el animalito se iba a su casa para cenar, por ejemplo, y que se encontraban especialmente interesados por la actividad. Hay que señalar que la mitad de los niños/as no conocía el objeto que contenía las informaciones numéricas, el “dado”. La autora concluyó que los juegos de mesa con dados se mostraron eficientes para promover el desarrollo de comprensiones numéricas en niños/as en estas edades. En definitiva, juegos con dados, además de poder ser utilizados para presentar a los niños/as formas de representaciones numéricas, también pueden proporcionarles oportunidades de practicar el conteo, sumas y restas de manera

aplicada. Partiendo de estos planteamientos, nos parece esencial diseñar situaciones en las que el niño/a tenga que usar una información cuantitativa o numérica para cumplir un objetivo determinado, de manera ajustada a sus intereses y recursos. Compartiendo la idea de Saxe et al. (1987), creemos que estas situaciones de uso favorecen que el niño/a reflexione sobre lo que hace y pueda darle sentido a su práctica.

Asimismo, otros estudios acordes con esta idea analizan la comprensión de conceptos matemáticos en situaciones informales, donde los niños/as construyen estrategias complejas y desarrollan progresivamente conceptos matemáticos para resolver problemas aritméticos en situaciones comerciales diarias, durante la venta de caramelos por las calles para ayudar a sostener a sus familias (Carraher, Carraher, y Schliemann, 1985; Nunes, Schliemann, y Carraher, 1993; Saxe, 1988). Estos estudios destacan el éxito de los niños/as durante estas prácticas cotidianas y el fracaso en actividades escolares matemáticas. Esos estudios ponen de manifiesto la importancia de la introducción del sistema numérico en contextos en los cuales este sistema tenga sentido en las prácticas de los niños/as. Se concluye que los niños/as tienen mucho potencial para comprender conceptos e ideas complejas si estas se presentan de forma motivadora y con sentido para ellos.

Todos estos estudios muestran la importancia de plantear a los niños/as situaciones numéricas lúdicas e interesantes atendiendo a su aspecto funcional. Por ello, además de la tarea de cuantificación a la que hacíamos referencia con anterioridad, propondremos también una tarea de uso de la información cuantitativa (los puntos de un dado) en el contexto de un juego (hacer avanzar un caballito por un camino hasta que llegue a su comida). De esta forma, exploramos el proceso por el cual los niños/as son capaces, no sólo de *cuantificar* una información numérica (tal y como plantean muchos

estudios), sino también de analizar cómo *usan* esta información, transfiriéndola a *otra situación*.

Además, siguiendo la lógica de la tarea de cuantificación que proponemos, nos preguntamos si también el uso de las representaciones presentadas en el dado tiene un carácter progresivo que respeta el orden: ausencia de elementos, uno, dos, tres, cuatro y cinco.

7. La importancia de los contextos familiares y de las interacciones entre padres, madres y niños/as en el desarrollo de la comprensión numérica

En la sección anterior destacamos la importancia de que el niño/a comprenda para qué se usan los números y la importancia de que les den sentido. Además, destacamos que las situaciones de juego pueden favorecer que el niño/a reflexione sobre lo que hace y pueda otorgarle sentido. En la presente sección, analizaremos uno de los primeros entornos en los que los niños/as empiezan a desarrollar comprensiones numéricas mediante juegos y otras muchas actividades: el contexto familiar.

Aunque algunos estudios hayan apuntado que las actividades que involucran números son mucho menos frecuentes que las actividades que involucran la escritura (ver, por ejemplo, Blevins-Knabe y Musun-Miller, 1996; LeFevre, Clarke, y Stringer, 2002; Skwarchuk, 2009), sabemos que desde muy pronto los padres y madres se relacionan con sus hijos/as mediante los números en una gran diversidad de situaciones. Ya se ha establecido que la exposición temprana a los conceptos matemáticos es importante y que la participación de los familiares puede mejorar su aprendizaje. Sin embargo, se requieren nuevas investigaciones que ayuden a determinar las formas concretas en que las familias participan en este proceso. ¿Qué hacen los adultos para

mostrar a los niños/as, durante los primeros años de vida, qué contar, para qué, o qué porción de realidad hay que segmentar a fin de ser contada?

Muchos estudios se han centrado en el habla-numérica (“number talk”) con el propósito de identificar la frecuencia de palabras numéricas empleadas por los padres y madres en las interacciones cotidianas con sus hijos/as (Gunderson y Levine, 2011; Levine, Suriyakham, Rowe, Huttenlocher, y Gunderson, 2010, Manolitsis, Georgiou, y Tziraki, 2013; Skwarchuk, Sowinski, y LeFevre, 2014). Al realizar observaciones longitudinales de las interacciones que ocurren en los hogares entre adultos y niños/as y, posteriormente, tras aplicar tareas para investigar la comprensión de algunos conceptos como la cardinalidad, los resultados muestran que la exposición a un lenguaje que involucra palabras numéricas puede tener una influencia positiva en la posterior adquisición de conocimientos matemáticos. Asimismo, los autores que evaluaron la frecuencia y variedad de actividades que compartían padres, madres e hijos/as durante el período de Educación Infantil (mediante entrevistas y cuestionarios dirigidos a los padres y madres) y las habilidades matemáticas de los niños/as un tiempo después, indicaron resultados similares. Las actividades más frecuentemente relatadas por las familias incluyen, entre otras, actividades de conteo de objetos, de compartir, sumar, restar, comparar cantidades, de contar dinero, medir pesos, reconocer y nombrar símbolos numéricos; en general, también se encontraron correlaciones positivas entre la frecuencia de estas actividades relacionadas con números y las habilidades matemáticas de los niños/as.

El estudio de Young-Loveridge (1989) es un buen ejemplo de este tipo de trabajos. La autora, al analizar las experiencias familiares de seis niños/as a los cinco años de edad, de nivel socioeconómico variado, utilizó entrevistas con los familiares para descubrir la naturaleza de las experiencias en el hogar relacionadas con las

matemáticas. La autora encontró que el rendimiento de los niños/as en diversas actividades numéricas no parecía relacionarse con los niveles socioeconómicos de las familias, sino con la calidad del contexto comunicativo y de la experiencia con números que se les proporcionaba. Los estudios de caso permitieron a la autora adentrarse en matices específicos de estas experiencias y observar, por ejemplo, que todos los niños/as con alto rendimiento, de ambos niveles socioeconómicos, solían participar con frecuencia en juegos con dados, entre otros juegos que involucraban prácticas numéricas.

Estos resultados destacan la importancia de los estudios de caso para una comprensión más profunda de los contextos que pueden influir en el desarrollo de habilidades matemáticas de los niños/as. Sin embargo, estos estudios no analizan *cómo* fueron estas interacciones. ¿De qué manera, por ejemplo, la abuela de Ann, la niña del estudio de Young-Loveridge con más alto rendimiento en matemáticas, enseñó a su nieta a jugar a los dados? (Cavalcante y Rodríguez, 2015). Nos parece que es necesario disponer de un panorama más completo de lo que sucede en las familias en relación con las matemáticas para conocer con mayor detalle la naturaleza de las interacciones entre padres, madres e hijos/as durante las experiencias en el hogar y así poder determinar qué aspectos favorecen el rendimiento matemático de los niños/as.

También es importante señalar que la gran mayoría de estudios relacionados con los números se centraron en el individuo y no en la actividad *conjunta* con otros individuos más competentes. Por el contrario, Anderson (1997) y Linnell y Fluck, (2001) se centraron en las interacciones entre padres, madres e hijo/as (en general a partir de los tres años) en sus hogares. Anderson (1997), por ejemplo, exploró la naturaleza de las interacciones verbales en la medida en que las díadas madre-hijo/a se implicaban en actividades desencadenadas a partir de diversos materiales (facilitados

por la investigadora) que pudieran involucrar prácticas numéricas como bloques, papeles, lápiz, libros de matemáticas infantiles, etc. Los niños/as de su investigación tenían cuatro años. Los padres/madres tenían la instrucción de utilizar los materiales libremente, aunque eran conscientes de que el foco de la investigación era el conocimiento matemático. Los resultados indicaron que los familiares solían realizar actividades de conteo (principalmente), pero también de estimación, comparación, suma, resta, formaciones de conjuntos por color, tamaño, entre otras. Los resultados ponen en evidencia que los niños/as, durante las interacciones con sus familiares, son capaces de comprender ideas y conceptos bastante sofisticados. Padres y madres, aunque no sean educadores/as o profesores/as, pueden involucrar a sus hijos/as en actividades matemáticas gracias a diversas actuaciones comunicativas y pueden crear contextos “fértils” para el desarrollo de conocimientos matemáticos.

Asimismo, otros estudios longitudinales clásicos que investigaron las comprensiones numéricas de los niños/as durante interacciones diádicas entre padres/madres-hijos/as mediante tareas específicas también destacan la influencia social en el desarrollo del número. En el estudio de Saxe, Guberman, y Gearhart (1987) que involucraba, específicamente, el conteo de objetos durante las interacciones, se destacó que las ayudas espontáneas de las madres se centraron en el aspecto procedimental del conteo. Se observó también que las madres dividieron las tareas en sub-objetivos, ajustando el nivel de ayuda a cada etapa específica en función de las necesidades del niño/a; y que solían proporcionar más ayudas frente a errores, que soportes frente a éxitos.

En relación a cómo las madres ayudaron a los niños/as entre dos y tres años a comprender la cardinalidad de colecciones, Fluck (1995) indica que las madres hacían con frecuencia preguntas que invocaban la cardinalidad de los objetos (como “¿cuántos

son?”). Asimismo, Linnell y Fluck (2001) observaron que las ayudas que las madres ofrecían en actividades de conteo (usando también objetos tridimensionales), eran distintas a las ayudas que ofrecían en actividades que involucran solicitudes de determinadas cantidades de objetos. En actividades de conteo, las madres se centran en aspectos procedimentales y enfatizan la unicidad de cada objeto. En cambio, al solicitar determinadas cantidades de objetos, las ayudas se centran en los valores cardinales de las colecciones. Con esto, se pone de relieve el distinto nivel de ayuda en cada situación – cualitativamente mayor en situaciones de conteo. Las madres no parecían apreciar la dificultad que los niños/as tenían en determinar valores cardinales de colecciones; es decir, no se daban cuenta de la distancia existente entre saber *contar* y saber determinar el *valor cardinal* de la colección contada; pensaban que si los niños/as habían logrado contar correctamente, sabrían cómo darles correctamente los objetos que les pedían.

A pesar de las numerosas investigaciones sobre el desarrollo del número durante las interacciones en contexto familiar, nos parece que todavía hay un vacío, pues estos estudios no incluyen análisis minuciosos de los diferentes sistemas semióticos que permiten estas interacciones. Además, echamos en falta estudios acerca del desarrollo de las comprensiones numéricas de los niños/as cuando usan sistemas externos de representación numérica, analizados durante interacciones diádicas y desde una perspectiva pragmática.

Reiteramos nuestra consideración de que para servirse de un sistema de signos como el numérico se requieren interacciones comunicativo-educativas entre el niño/a y un adulto, de manera que los niños/as consigan manejar de manera consciente e intencional estos nuevos sistemas. También pensamos, siguiendo una lógica evolutiva, que las nociones numéricas se arraigan en sistemas semióticos previos. Así, creemos que se trata de comprender de qué sistemas semióticos parten los niños/as que les

permiten irse adentrando en uno “nuevo”: el numérico. Pensamos que un paso importante para indagar la comprensión por parte del niño/a de sistemas de representación arbitrarios como el numérico radica en la comprensión de qué otros sistemas semióticos, además del lenguaje, tienen papel fundamental en dicha comprensión.

De manera general, estudiar la influencia educativa y cultural en las primeras fases del desarrollo cognitivo - antes del lenguaje - no ha atraído mucho a investigadores de las tradiciones socioculturales (ver Rodríguez y Moro, 1999). Por esto no resulta fácil encontrar registros que aborden el análisis de las interacciones establecidas entre adultos y niños/as que tengan en cuenta: (1) la relación de estos sistemas semióticos previos con el desarrollo de las comprensiones numéricas, y (2) la naturaleza multimodal de las situaciones comunicativo-educativas establecidas en las interacciones – que incluya el lenguaje, pero también el análisis de la influencia de otros sistemas semióticos, como los gestos y los usos de los objetos. A continuación trataremos precisamente de un conjunto de trabajos que permiten un abordaje de esta naturaleza.

8. La perspectiva semiótico y pragmática del desarrollo y del objeto, y los primeros sistemas semióticos de comunicación

Como vimos anteriormente, los sistemas externos de representación numérica son sistemas semióticos cuya adquisición es compleja, progresiva y requiere el soporte de adultos en un contexto escolar y familiar. Sus reglas son arbitrarias y bien definidas. Aunque los sistemas externos de representación numérica sean, por definición, sistemas simbólicos, hay sistemas semióticos anteriores (rítmico-sonoros, gestos, usos de

objetos) que le dan base. Como veremos enseguida, estos sistemas pueden constituir una base para el desarrollo de otros sistemas semióticos más complejos, como el numérico.

La perspectiva de la Pragmática del objeto es una propuesta teórica planteada por Rodríguez y Moro (1999) que incluye estudios relativos a los procesos de desarrollo que se dan antes del lenguaje. Estos estudios se centran en el desarrollo de sistemas semióticos como los gestos y los usos de objetos que, desde etapas preverbales, son utilizados intencionalmente por los niños/as como instrumentos de pensamiento para autorregular su acción, y que, además, constituyen una base para el desarrollo de sistemas semióticos posteriores y más complejos (Basilio y Rodríguez, 2011; Cárdenas, Rodríguez, y Palacios, 2014; Núñez-Moreno, Rodríguez, y del Olmo, 2015; Rodríguez y Palacios, 2007; Rodríguez, Palacios, Cárdenas, e Yuste, 2014, entre otros).

En la propuesta de la Pragmática del objeto de Rodríguez y Moro se valoran las influencias comunicativo-educativas y culturales en las primeras fases del desarrollo cognitivo, durante los primeros años de vida. Los pilares de esta propuesta se fundamentan en la tradición vygotskiana (en su consideración respecto al desarrollo social); en la tradición piagetiana (en su consideración respecto al papel activo del sujeto como constructor de conocimiento en interacción con el *objeto*); y, además, en la semiótica de Peirce (por su propuesta pragmática a través del signo tricéfalo “objeto-*representamen*-interpretante” que concibe la noción de significado como derivada de sus *usos*, no como propiedades estáticas de los signos).

Rodríguez y Moro buscan superar un dualismo común en la psicología, que es la escisión entre el desarrollo cognitivo y el desarrollo social, que excluye los objetos tanto de un espacio normativo y consensuado como de la posibilidad de convertirse en

instrumentos de comunicación (Basilio, 2014). Así, la propuesta de las autoras se ocupa de los objetos más allá de las propiedades físicas que tienen, incorporando los usos culturales de estos objetos como tradición material y en el seno de las interacciones con otras personas. Se toma como eje el análisis de la comunicación que incluye el objeto, y se parte de la idea de que sus significados repercuten fundamentalmente en la comprensión de las intenciones comunicativas (Dimitrova y Moro, 2013).

Desde esta perspectiva se entiende que el conocimiento se construye cuando el adulto y el niño/a están en interacción con los objetos, actuando – ambos, adulto y niño/a - de manera activa, por lo que se propone la tríada adulto-niño/a-objeto como unidad fundamental de análisis del desarrollo y de construcción psicológica. Esta perspectiva, además, tiene como presupuesto fundamental que los análisis de las interacciones deben realizarse de modo microgenético, con respeto al tiempo y a la secuencia de las actuaciones que tienen lugar durante estas interacciones, para que sea posible la observación paso a paso de la construcción de los conocimientos. Se entiende que el método microgenético de análisis es suficientemente exhaustivo y que, en estudios de interacciones niño/a-adulto-objeto, permite determinar cuál es el nicho comunicativo en el que se desarrollan los primeros actos comunicativos intencionales - tanto por parte del adulto en los primeros meses de vida, como por parte del niño/a hacia el final del primer año, por ejemplo. Se apuesta que sólo así es posible tener el foco en cómo el adulto presenta gradualmente el mundo material de los objetos al niño/a (Basilio y Rodríguez, 2011; Moreno-Núñez, 2014).

Desde la Pragmática del objeto se asume que, por medio de la comunicación con los adultos, los niños/as acceden a un mundo significativo y, en este mundo, los objetos ocupan un lugar destacado. Los objetos también pueden formar parte de la comunicación. La concepción pragmática del objeto implica el reconocimiento de que

la comprensión de los significados de los objetos, que pasa por su historia cultural y sus usos públicos, es mucho más compleja que la comprensión de sus propiedades físicas (como su tamaño, textura, color). Los objetos poseen propiedades funcionales y son regidos por determinadas reglas públicas que determinan sus usos específicos y, a estas reglas, obviamente, los niños/as acceden a partir de la acción comunicativo-educativa de los adultos. Se propone que es el adulto quien presenta a los niños/as, en la vida cotidiana, los objetos con sus usos y reglas a través de sistemas semióticos y de actuaciones muy variadas. Las reglas sobre las que se apoyan los primeros usos convencionales de los objetos realizados por los niños/as provienen de las reglas públicas que gobiernan el uso de objetos de la vida cotidiana. Los hallazgos de los estudios realizados según esta perspectiva teórica ponen de manifiesto el papel fundamental comunicativo-educativo de los adultos para la entrada de los niños/as en estos primeros sistemas semióticos, tales como los primeros *usos convencionales* de los objetos (Rodríguez y Moro, 2008).

A lo largo del primer y segundo año de vida, gracias a la influencia educativa del adulto, los niños/as dan permanencia funcional a los objetos de su vida cotidiana, lo que les permite usarlos como miembros de clases generales (de las cucharas, por ejemplo – grandes, pequeñas, de plástico, metálicas, etc.) y no como ejemplares únicos (una cuchara pequeña y azul de plástico), lo que constituye una potente base de consenso para la comunicación referencial (Rodríguez, 2012). Es importante señalar que las primeras relaciones de los niños/as con lo ausente – característico de las producciones simbólicas - se dan a partir del uso convencional de los objetos, que, con su permanencia, permite al niño/a actuar sobre cualquier objeto del mismo género, aunque se presenten con características algo distintas. Sobre esta base, se defiende, que las primeras producciones simbólicas se sustentan en las reglas de uso compartidas y en la

permanencia funcional de los objetos y que a partir de cierto momento, los niños/as son diestros en usar los objetos de manera simbólica con distintos grados de ausencia. A partir de estos trabajos se sostiene que los primeros usos simbólicos de los objetos son formas convencionales “abreviadas”, desgajadas de sus lugares de origen (los usos convencionales) para ser aplicadas en otros contextos, situaciones u objetos, e incluso *in absentia* (Cárdenas, 2012; Palacios, 2009; Rodríguez y Moro, 1999). Otros autores que también parten de la perspectiva cultural concuerdan con esta premisa y enfatizan la dimensión social de los símbolos, defendiendo que la construcción de significados y la formación del símbolo por parte del niño/a necesariamente requiere el intercambio social (Perinat y Sadurní, 1993; 1995; Rivière, 2002; Español, 2004).

En nuestro trabajo, estas consideraciones respecto a los símbolos son clave. Al igual que ocurre con las primeras conductas simbólicas, la comprensión y el uso de sistemas externos de representación requieren la participación de los adultos para ser comprendidos (Martí, 2003; 2012). Además, entendemos que los sistemas externos de representación son simbólicos, en cuanto refieren a una realidad ausente. Por ello, siguiendo con la línea argumentativa que acabamos de presentar, proponemos la hipótesis de que otros sistemas semióticos más elementales constituirán la base para que los niños/as entiendan el sistema numérico. Tal y como defiende Palacios (2009), los símbolos se vinculan a otros sistemas semióticos, ya sean anteriores o posteriores a su desarrollo. Es decir, el uso de gestos o usos simbólicos de los objetos se vinculan con otros tipos de signos menos complejos, que tuvieron lugar previamente y que fueron (y siguen siendo) usados para comunicarse, como son las ostensiones de mostrar u ofrecer objetos, los gestos indiciales y algunos usos convencionales.

Con relación a los gestos, que conforman un importante sistema semiótico preverbal, cabe destacar que, a pesar del gran número de investigaciones respecto a su

función comunicativa y a su reconocida importancia en el desarrollo del pensamiento, la mayoría de las investigaciones en psicología sobre comunicación no verbal suelen dejar el objeto al margen (Rodríguez y Moro, 1999). Así, en la Pragmática del objeto, se pone de relieve que los análisis de los gestos en psicología frecuentemente se refieren a una “mano vacía”, de modo que cuando en la mano se encuentra un objeto, ya no se habla de gesto, sino en acción (para una discusión respecto al estatus de las ostensiones, ver Rodríguez, Moreno-Núñez, Basilio, y Sosa, 2015). Partiendo de esta idea, para el análisis de la comunicación preverbal – por medio de gestos – Rodríguez y Moro (1999) realizaron adaptaciones a partir de la semiótica de Peirce. Las autoras plantean tres niveles de significación en función de la cercanía entre el objeto y su referente, por un lado, y a partir de la convencionalidad del gesto, por otro. Se clasifican los gestos preverbiales en tres macroniveles en función de la relación entre signo y referente: 1) ostensivos, 2) indiciales y 3) simbólicos. Según plantean las autoras, estos gestos son signos comunicativos e intencionales que poseen distintos grados de convención y que posibilitan la emergencia de significados.

Los signos ostensivos son aquellos en que el signo y el referente *coinciden*. Los gestos para mostrar u ofrecer objetos son ejemplos de signos ostensivos. Se trata de *atraer* la atención del otro *con* el objeto y *sobre* el objeto. Pueden considerarse como los gestos más básicos, una vez que signo y objeto se “confunden”, lo que requiere un menor grado de inferencia. Las demostraciones de usos de objetos realizadas por los adultos (cuando el adulto usa un objeto para mostrarle al niño/a cómo usarlo) también tienen carácter ostensivo, una vez que se tratan de realizaciones de usos convencionales de los objetos.

Los signos indiciales, a su vez, requieren mayor grado de inferencia y de convención, pues en este caso el signo no coincide con el referente (aquello que es

indicado, señalado), sino que guarda una relación de direccionalidad. Se trata de *orientar* la atención del otro *hacia* el objeto, con la función que sea. Estos signos también pueden implicar distintos niveles de inferencia, ya que pueden ser inmediatos, múltiples o distantes. Si consideramos los gestos indiciales de señalar, cuando la parte del cuerpo en acción es el dedo indicial, podemos clasificar estos gestos en (1) gestos de señalar inmediatos, que se dan cuando el dedo toca directamente el objeto-referente; (2) gestos de señalar múltiples, que consisten en la repetición del gesto de señalar inmediato, y 3) gestos de señalar distantes que, son los que requieren mayor grado de inferencia pues el dedo no toca el objeto, lo que exige del interpretante el establecimiento de una “línea imaginaria” que conecte el dedo que hace el gesto (signo) al objeto señalado (referente).

Por último, los signos simbólicos, también considerados por las autoras en la comunicación preverbal, se dan cuando el signo no guarda una relación física con su referente; se caracterizan por la ausencia del referente en el signo. Por ejemplo, si en un gesto, un individuo mueve sus dedos como si pusiera alimento sobre un plato, el signo es el gesto de mover los dedos y el referente – ausente – es el alimento. Aunque la ausencia del referente en estos gestos pueda darse en distintos grados, los gestos simbólicos, son aquellos que exigen el mayor grado de inferencia y convención cuando se comparan con los ostensivos e indiciales. Los gestos indiciales inmediatos pueden jugar un papel importante en actividades como el conteo. Por ello nos detendremos en algunos estudios que los han analizado en diversos contextos.

Los gestos de señalar tienen lugar desde pronto y con diversas funciones comunicativas. Parece que sus primeras funciones son imperativas, para pedir algo a alguien, y declarativas, para compartir algo con alguien, cuando el niño/a quiere llamar la atención del otro respecto a algo que le ha parecido interesante (Bates, Camaioni, y

Volterra, 1975; Gomez, Sarria, y Tamarit, 1993). A partir de los 12 meses, los niños/as usan gestos de señalar con la función informativa, para proveer una información al otro, en una actitud prosocial y cooperativa con el otro (Liszkowski, Carpenter, y Tomasello, 2006). En esta línea, a partir de sus investigaciones, Rodríguez y Palacios (2007) plantean que los gestos dirigidos al otro son utilizados por los niños/as desde el final del primer año, mientras que los gestos privados (tanto los ostensivos como los de señalar) son utilizados a partir de la mitad del segundo año en las formas auto-dirigidas y de autorregulación (Basilio y Rodríguez, 2011). En este último caso son comunicativos “para sí” y tienen una función auto-reguladora; aparecen cuando el niño/a tiene alguna dificultad cuando intenta realizar un uso convencional de un objeto complejo.

En el contexto de actividades numéricas, estos gestos se transforman y se ajustan a los nuevos recursos o metas cognitivas. Por ejemplo, en una actividad de conteo, los niños/as pueden tocar los objetos para controlar los elementos que ya fueron contados y diferenciarlos de los que todavía se deben contar, o para asociar las palabras numéricas a los objetos contados (Graham, 1999). Es decir, el mismo gesto de señalar, en las actividades de conteo, cobra una nueva función como herramienta eficiente e imprescindible en sus primeras experiencias, permitiendo el control, por ejemplo, de la correspondencia uno-a-uno. Sabemos que la correspondencia uno-a-uno se configura como una importante ley o principio intrínseco al acto de contar. Definida como la comprensión de que cada objeto debe ser contado una única vez y que tiene solamente una etiqueta numérica (Gelman y Gallistel, 1978), la comprensión de este principio es fundamental para la comprensión del número. Si, por un lado, su cumplimiento sirve de base para otros principios como son el de orden estable (comprensión de que el conteo obedece a un orden, a una secuencia numérica ordenada y estable) y el orden irrelevante (comprensión de que el orden en el cual se aplican las reglas del conteo no interfiere en

el resultado final de la acción), por otro lado, en el principio de la correspondencia uno-a-uno radica algo crucial que ya comentamos previamente: la segmentación en unidades.

En línea con este planteamiento, Fuson (1988) sostiene que el conteo de objetos que no se mueven requiere que la persona que cuente establezca una relación entre el objeto y las palabras numéricas. Fuson comenta que las palabras numéricas estarían en un plano temporal, mientras que los objetos estarían en un plano espacial. La conexión entre estos planos requiere, según Fuson, algún tipo de mediador que, normalmente, es el gesto de señalar (“pointing”). En este caso, el gesto de señalar funciona como un mediador que realiza la correspondencia temporal y espacial entre las etiquetas numéricas y los objetos en cuestión. La dificultad de los niños/as en realizar conteos mediante los gestos de señalar puede radicar en el hecho de que se necesita la coordinación entre dos acciones, que pertenecen a distintos sistemas semióticos – realizar el gesto y etiquetar los objetos con palabras numéricas. Fuson también plantea que las dificultades en la realización del conteo por los niños/as pueden explicarse por otra razón: la comprensión de que cada entidad que ha de ser contada debe ser tratada como un *único* ítem. Según defiende, los niños/as de aproximadamente dos años que tocan objetos de manera desorganizada, realizando “dual skim and flurry errors” (Fuson, 1988. p. 76) (es decir, sin realizar correspondencias entre los gestos y palabras numéricas) seguramente no son capaces, todavía, de utilizar los ítems de modo unitario en dichas situaciones de conteo. Nos sumamos a la consideración de Fuson y añadimos que esta capacidad de utilizar los ítems de modo unitario solo será posible si el niño/a se encuentra en interacción con un adulto que le enseña qué porción de la realidad debe ser segmentada de acuerdo al criterio escogido.

Saxe y Kaplan (1981) también sostienen que a los cuatro años, los gestos de señalar (tocando el objeto) se relacionan con la precisión del conteo. Asimismo, Gelman (1980) también verificó que la precisión de los niños/as en los actos de contar se incrementa cuando se les permite tocar o manipular los ítems que deben contar. Por otro lado, Schaeffer, Eggleston, y Scott (1974) observaron un desfase en la precisión del conteo de los niños/as cuando se les prohibió hacer gestos de señalar para contar. Parece, por tanto, que los gestos de señalar tocando los objetos, y no solamente señalándolos a distancia, ayudan a los niños/as en la precisión del acto de contar (Graham, 1999). En definitiva, podríamos decir que los gestos de señalar inmediatos (Rodríguez y Moro, 1999) – cuando se toca con el dedo índice el objeto indicado – pueden ayudar a relacionar cada ítem con una etiqueta numérica secuencialmente y pueden ayudar también a controlar los ítems que ya fueron previamente contados y los que todavía se tiene que contar. Finalmente, pueden facilitar el tratamiento de los objetos como unidades discretas.

Por otro lado, no podemos dejar de considerar el componente rítmico en las situaciones de conteo, en el momento de establecer correspondencias entre los gestos y los objetos contados. Nunes y Bryant (1996) señalan precisamente que algunas actividades matemáticas, como el conteo, constituyen actividades rítmicas. La correspondencia discutida por Fuson entre el gesto y el objeto contado se sustenta también en un componente rítmico para su ejecución. Pensamos que este componente rítmico puede ser otro sistema semiótico que habría que considerar, además de los otros sistemas que hemos descrito anteriormente. De hecho, Moreno-Núñez, Rodríguez, y del Olmo (2015) proponen que los primeros sistemas semióticos que aparecen en el desarrollo son los rítmico-sonoros. En su estudio con bebés desde los dos hasta los seis meses, las autoras ponen en evidencia la importancia otorgada a los componentes

rítmicos, sonoros y melódicos, utilizados por el adulto como sistemas semióticos en interacción con el bebé. De entrada, estos sistemas aseguran que el niño/a se incluya en la interacción establecida y ayudan al adulto a organizar la acción dirigida al niño/a. Además, el componente rítmico-sonoro favorece el interés y la atención de la diada sobre el objeto, generando espacios de actuación y favoreciendo la comprensión de los primeros significados de los objetos por parte de los niños/as.

Así, por medio de la atención sostenida del bebé a los dos meses y al creciente uso de los objetos hasta los seis meses, Moreno-Núñez, Rodríguez, y del Olmo plantean que seguramente ahí se encuentran las premisas a los primeros usos convencionales de los objetos, por lo que los componentes rítmico-sonoros podrían constituir los primeros sistemas semióticos observados en el desarrollo. Asimismo, se plantea que estos componentes se vinculan muy directamente a otros sistemas semióticos, como son los gestos, una vez que los objetos son mostrados, ofrecidos y usados rítmica y sonoramente de manera ostensiva por los adultos (a través de gestos ostensivos y demostraciones) y luego, a partir de los nueve meses (Moreno-Núñez, 2014), por los niños/as. La importancia del ritmo en el desarrollo también es evidenciada por otros autores como Bautista y Roth (2012a; 2012b). Estos autores ponen en evidencia que el ritmo es una dimensión fundamental de la naturaleza humana, tanto a nivel biológico como social y destacan que, a pesar de su importancia, esta dimensión no ha sido suficientemente apreciada en la literatura referente a investigaciones sobre la cognición y el comportamiento matemático.

En definitiva, partiendo de la perspectiva Pragmática del objeto y del desarrollo entendemos que los objetos, al igual que los signos, se definen a partir de sus significados; éstos son transmitidos a través de su funcionalidad, de los usos que se les da. Por ello, al tener en cuenta que el acceso a los significados se produce de manera

social, podemos comprender que quien posibilita el acceso de los niños/as a estos usos convencionales y significados es el adulto: el traspaso de las reglas de uso de los objetos ocurre durante la interacción entre el niño/a y el adulto, gracias a los mediadores semióticos que son utilizados por ambos, y una vez que el niño/a los hace suyos. Considerando esto, entendemos que los objetos y sus usos se han de incluir en el seno de la comunicación entre el niño/a y el adulto, como condición de la emergencia de los significados y, por lo tanto, del pensamiento (Rodríguez y Moro, 1999).

Así, prolongando esta perspectiva semiótico y pragmática del desarrollo y del objeto, entendemos que los usos numéricos nacen en contextos de comunicación triádica entre el adulto, el niño/a y el objeto, apoyados en reglas públicas culturales y en sistemas semióticos anteriores. Por ello, en nuestro trabajo, proponemos un estudio longitudinal de las interacciones establecidas entre niños/as, adultos y objetos, en una situación que involucra prácticas numéricas (nuestro segundo estudio, presentado en el Capítulo III). Facilitamos los mismos objetos (un dado, un caballo, su comida y un camino) que son utilizados en las tareas de cuantificación y uso de la información y que componen nuestro primer estudio, del que hemos hablado con anterioridad.

9. Objetivos de la tesis

A lo largo de la revisión de la literatura sobre el número que acabamos de presentar, hemos identificado las cuestiones importantes que, a nuestro entender, quedan todavía por estudiar y los estudios que habría que llevar a cabo para abordarlas. Al mismo tiempo, hemos tomado partido en relación a las perspectivas teóricas que nos parecen más adecuadas para dichos estudios. Antes de presentar en detalle los dos

estudios que hemos realizado, quisiéramos, a modo de síntesis, indicar los objetivos generales de nuestra tesis que se desprenden de la revisión de la literatura realizada.

De manera general, nos interesa investigar cómo los niños/as desarrollan comprensiones numéricas básicas, de naturaleza simbólica (a partir de representaciones de cantidades). De forma más concreta nuestros dos objetivos principales son:

1. Analizar las comprensiones que los niños/as entre tres y cuatro años tienen de los números.

De forma más específica queremos analizar cuándo y a través de qué procesos cognitivos los niños/as de estas edades son capaces de interpretar y usar de forma simbólica una representación icónica de la cantidad.

2. Entender cómo desarrollan estas comprensiones cuando los niños/as entre dos y tres años interactúan con un adulto ante los mismos materiales.

De forma más específica, queremos determinar cómo la capacidad simbólica observada en el primer estudio se va construyendo previamente y se apoya en otros sistemas semióticos que aparecen en la interacción niño/a-adulto-objeto.

La idea de investigar el desarrollo del número a lo largo de estas edades se fundamenta en las diversas aportaciones de la literatura previamente explicitada respecto al desarrollo numérico y sobre los sistemas semióticos que les dan soporte. Creemos que la importancia de nuestro trabajo radica en el hecho de que constituye una perspectiva integradora que reúne dos análisis (intra- e interpsicológico) raramente reunidos en un mismo trabajo. Desde un punto de vista intrapsicológico, intentamos identificar, mediante un diseño transversal, la comprensión numérica de niños/as entre tres y cuatro años en una tarea que exige la interpretación simbólica de una

representación icónica de la cantidad. Desde un punto de vista interpsicológico estudiamos, mediante análisis de casos con diseño longitudinal, más genuinamente apto para captar el desarrollo, las interacciones entre adultos y niños/as de edades previas (entre dos y tres años) con el fin de entender cómo van desarrollando en base a otros sistemas semióticos (como los gestos o los usos de objetos) las comprensiones numéricas que hemos puesto de manifiesto en el estudio anterior.

Estos dos objetivos se abordan a través de dos estudios que serán presentados en detalle en los siguientes capítulos (capítulo II y capítulo III, respectivamente).

Estudio 1: Comprensión y uso de representaciones cuantitativas: un estudio transversal con niños/as entre 33 y 47 meses;

Estudio 2: La interacción triádica (niño/a-adulto-objetos) en un juego que involucra prácticas numéricas: un estudio longitudinal con niños/as entre 24 y 36 meses.

Capítulo II

Comprensión y uso de representaciones cuantitativas:
Un estudio transversal con niños/as entre 33 y 47 meses
(Estudio 1)

1. Objetivos generales

En base al planteamiento teórico del Capítulo I y a los resultados de estudios previos sobre el desarrollo numérico, nuestro propósito en este estudio fue plantear a niños/as escolarizados/as de 33 a 47 meses de edad (que corresponden a los niños/as de Prescolar 3 – P3) una situación que exigiese la comprensión y el uso de representaciones de pequeñas cantidades (hasta cinco unidades correspondientes a los puntos de un dado). Los objetivos generales fueron analizar mediante qué procesos cognitivos y a qué edades se iban configurando estas primeras comprensiones.

1.1 Objetivos específicos

(1) Analizar la relación entre el desempeño de los niños/as en una tarea de *cuantificación* y en una tarea de *uso de la información cuantitativa* que involucran magnitudes desde uno hasta cinco, así como el reconocimiento de la ausencia de cantidad (correspondiente a una cara sin puntos en el dado).

(2) Analizar, en detalle, el desempeño de los niños/as en la tarea de *cuantificación* y estudiar si el desempeño en dicha tarea se relaciona con las magnitudes consideradas y con la edad de los participantes.

(3) Analizar, en detalle, el desempeño de los niños/as en la tarea que requiere el *uso de la información cuantitativa* y estudiar si el desempeño en dicha tarea se relaciona con las magnitudes consideradas y con la edad de los participantes.

(4) Realizar un análisis de las respuestas de los niños/as según diferentes dimensiones:

(4.1) Patrones intraindividuales de respuestas correctas e incorrectas: analizar, a nivel *intraindividual*, los patrones de respuestas correctas e incorrectas en cada una de

las tareas (*cuantificación y uso de la información cuantitativa*) frente a la presentación de las caras del dado (desde uno hasta cinco puntos) y contrastar dichas relaciones con la edad de los participantes.

(4.2) Expresión semiótica: explorar las modalidades de *expresión semiótica* de respuesta de los niños/as en la tarea de *cuantificación* (oral y/o gesto) frente a la presentación de las caras del dado (desde uno hasta cinco y la cara sin puntos) y contrastarlas según los distintos grupos de edad de los participantes.

(4.3) Tipos de errores: explorar los *tipos de errores* realizados por los niños/as en las tareas de *cuantificación y uso de la información cuantitativa* frente a la presentación de las caras del dado (desde uno hasta cinco y la cara sin puntos) y contrastarlas según la edad de los participantes.

(4.4) Robustez de las respuestas: apreciar la *robustez* de las respuestas de los niños/as según sean correctas o no, por grupos de edad, en las tareas de *cuantificación y uso de la información cuantitativa* verificando si las respuestas dadas fueron inestables, estables o si progresaron cuando proporcionábamos a los niños/as nuevas oportunidades de respuestas.

2. Metodología

2.1 Participantes

En el estudio participaron 61 niños/as, distribuidos en dos grupos de edad: grupo A, 29 niños/as entre 33 y 40 meses (17 niñas y 12 niños; M edad= 36,45 meses; DT = 2,399) y grupo B, 32 niños/as entre 41 y 47 meses (13 niñas y 19 niños; M edad= 44,19 meses; DT = 2,546). Todos los participantes estaban escolarizados y frecuentaban clases

destinadas a niños/as de tres años de Educación Infantil (Preescolar 3 – P3), distribuidos en dos grupos, con dos profesoras distintas, en una misma escuela pública, de nivel socioeconómico medio-alto, en Barcelona.

2.2 Diseño e hipótesis

El presente estudio constituye un diseño cuasi-experimental transversal. Las variables independientes son el tipo de tarea, la edad y la magnitud de la colección. En las variables dependientes se recogen diferentes formas de categorizar las respuestas de los niños/as (ver detalle en el apartado 3).

Basándonos en estudios previos formularemos tres hipótesis relacionadas con una de las variables dependientes, el desempeño (respuesta correcta o incorrecta).

(1) El desempeño de los niños/as en la *tarea de cuantificación* será superior al desempeño en la *tarea de uso* de la información cuantitativa, en todas las magnitudes.

(2) El desempeño de los niños/as en la *tarea de cuantificación* será inversamente proporcional a la cantidad de puntos en el dado y directamente proporcional a la edad de los participantes.

(3) El desempeño de los niños/as en la *tarea que requiere el uso de la información cuantitativa* será inversamente proporcional a la cantidad de puntos en el dado y directamente proporcional a la edad de los participantes.

Para las otras variables dependientes, no formulamos hipótesis debido al carácter exploratorio de los análisis.

2.3 Tareas, materiales y procedimiento de recolección de datos

Las dos tareas propuestas se basaron en el estudio de Martí, Scheuer, y de la Cruz (2013). En su investigación, los autores realizaron las mismas tareas que realizamos en el presente estudio 1 (*cuantificación y uso de la información cuantitativa*), también con niños/as de tres a cuatro años. Las principales diferencias de nuestra investigación en relación con el estudio de Martí, Scheuer, y de la Cruz radican los siguientes aspectos: 1) ampliamos las magnitudes presentadas hasta cinco, 2) analizamos en detalle si la cuantificación y el uso de estas magnitudes se dan de forma progresiva, 3) ampliamos el número de participantes, 4) realizamos nuevos tipos de análisis cuantitativos y cualitativos.

Llevamos a cabo entrevistas individuales con los niños/as, realizadas por la autora de la presente tesis, en una sala reservada en la propia escuela, tras el permiso de la dirección de la institución para la realización del trabajo y de las profesoras para la retirada de los niños/as de la clase. Los respectivos progenitores de los niños/as consintieron en la participación y filmación de sus hijos/as, así como la difusión del material para fines académicos, a través de un documento firmado individualmente, que les facilitamos por medio de las profesoras de los niños/as. La duración de cada entrevista fue de aproximadamente 15 minutos. Un/a colaborador/a participó en la filmación de las entrevistas, sin intervenir directamente en la situación.

El material utilizado fue un dado rojo de cuatro centímetros de altura, con círculos verdes dispuestos de forma no convencional (para evitar la identificación de las caras por familiaridad, como “figuras”); una tira de goma de 10 × 30 cm que representaba un camino, con 20 casillas; un caballo réplica de plástico y una “chapita” o tapa de botella que representaba un platito de comida (ver Figuras 1 y 2).



Figura 1: Material utilizado (dado, caballo, camino, plato de comida).

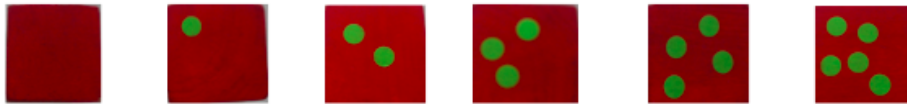


Figura 2: Caras del dado.

Con relación al procedimiento en las entrevistas, inicialmente la investigadora presentaba al niño/a la colaboradora que realizaba la filmación y le enseñaba los materiales de las actividades. “Mira, estos son los juguetes con que vamos a jugar. Este es el caballito, que tiene que ir por este camino hasta que llegue a su comida. ¿Tú sabes qué es esto? (al enseñar el dado al niño/a). ¿Qué tiene aquí, en estas caras?”. En estos primeros momentos, el propósito era establecer contacto inicial y posibilitar al niño/a explorar y conocer los materiales. Se conversaba sobre el material, sobre la cola del caballo, sus ojos, sobre el dado que tenía puntitos, etc., y se permitía al niño/a tocar y manipular los materiales libremente. Pasados estos momentos preliminares, se proponían a cada participante las dos tareas:

Tarea 1: Cuantificación de los puntos de las caras del dado

En esta tarea, la investigadora presentaba al niño/a el dado a su alcance (permitiéndole agarrar o tocar el dado pero sin cambiar la cara presentada por la entrevistadora. Si esto ocurría, la investigadora volvía a ponerle la cara en cuestión).

“¡Ahora vamos a jugar! Pero antes te voy a hacer unas preguntitas sobre el dado, ¿vale? A ver...”. Se presentaban sucesivamente las caras con *dos, uno, tres, cinco, cuatro* y *cara sin puntos*. Frente a las caras con uno a cinco puntos, se preguntaba: “¿Cuántos puntitos hay aquí?” Frente a la presentación de la cara vacía (sin puntos), la entrevistadora le preguntaba “¿Y aquí?”. Si el niño/a no respondía verbal ni gestualmente a las preguntas, la entrevistadora volvía a preguntarle y a presentarle la cara del dado en cuestión (a estas repeticiones de las preguntas las llamamos “oportunidades posteriores”).

Tarea 2: Uso de la información cuantitativa

En esta tarea se pedía al niño/a que avanzase el caballo por el camino de goma segmentado, tantos pasos como puntos se mostrasen en la cara del dado. El objetivo consistía en hacer que el caballo llegase hasta el final del camino para “darle comida”. La comida estaba situada al final del camino. Inicialmente, la investigadora realizaba una demostración de la tarea: “Mira, te voy a mostrar cómo es el juego. Por ejemplo, aquí arriba salieron dos puntitos, uno... dos (la entrevistadora tocaba cada punto) entonces, yo muevo el caballo dos pasitos, uno... dos”. La investigadora avanzaba dos pasos, uno después del otro. Luego repetía lo mismo frente a las caras uno y tres.

Tras las demostraciones se preguntaba al niño/a si había comprendido cómo funcionaba el juego y se le decía: “Pues ahora empezamos el juego: yo pongo el dado y tú mueves el caballo. Pero atención, para saber cuántos pasos da el caballito, recuerda que tienes que mirar los puntitos de arriba del dado. Ahora pongo el dado, a ver. Mira bien qué muestra el dado aquí arriba y mueve el caballito igual. La cantidad de puntos te dice cuántos pasos puede dar el caballito”. Al preguntar por la primera cara se le decía: “Entonces, si el dado está así, ¿cuánto tiene que avanzar el caballito?”. Y, en las

presentaciones de las siguientes caras: “Y si ahora el dado está así, ¿cuánto tiene que avanzar el caballito?”

Esta actividad se realizaba dos veces. En la primera serie se presentaban las caras del dado en el orden: *cara con dos puntos, uno, tres, cinco, cara vacía y con cuatro puntos*. En la segunda serie se presentaban las caras en el orden: *cara con un punto, cara vacía, con tres puntos, cuatro, dos y con cinco puntos*. Así como en la tarea anterior, si el niño/a no respondía a la solicitud de la entrevistadora, en cualquiera de las dos series, se le volvía a presentar la cara del dado en cuestión. A la segunda serie de presentación de las caras y a estas eventuales repeticiones de las preguntas también llamamos “oportunidades posteriores”. Asimismo, tras la presentación de la cara del dado, si el niño/a informaba la cantidad de puntos, pero no realizaba el avance del caballo, la entrevistadora le decía “vale, pues entonces avanza con el caballito lo que me has dicho”. Estas situaciones no fueron consideradas “oportunidades posteriores”.

3. Análisis de los datos

A continuación presentamos las variables independientes del estudio:

a) Tareas (ver descripción en la sección 2.2, anterior, en el presente capítulo):

- Cuantificación (cuantificación de las caras del dado)
- Uso de la información cuantitativa (uso de las información cuantitativas de las caras del dado)

b) Edad

- Grupo A (niños/as desde los 33 hasta los 40 meses)
- Grupo B (niños/as desde los 41 hasta los 47 meses)

c) Magnitud

- Cara vacía (cara sin puntos)
- Cara uno (con un punto)
- Cara dos (con dos puntos)
- Cara tres (con tres puntos)
- Cara cuatro (con cuatro puntos)
- Cara cinco (con cinco puntos)

A continuación, presentamos las variables dependientes y los criterios utilizados en cada una de sus categorías para analizar las respuestas de todos los niños/as. Cabe mencionar que parte de las categorías utilizadas se basaron en el estudio de Martí, Scheuer, y de la Cruz (2013), otras fueron elaboradas en conjunción con el ajuste de las categorías a nuestros objetivos, todo ello en un proceso iterativo que continuó hasta que los nuevos datos no cambiaron las categorías que estábamos adaptando o desarrollando.

a) Desempeño (para cada tarea, en cada cara del dado):

- Incorrecto (la respuesta del niño/a era incongruente con la cantidad de puntos presentada en la cara del dado).
- Correcto (la respuesta del niño/a era congruente con la cantidad de puntos presentada en la cara del dado).

b) Modos de expresión semiótica en la tarea de cuantificación de las caras del dado (para las caras con puntos):

- Gesto de señalar inmediato (el niño/a señalaba-tocando los puntos del dado secuencialmente o cubría, al mismo tiempo, cada punto con dedos distintos, en silencio).
- Gesto simbólico-numérico (el niño/a mostraba la cantidad de puntos del dado, con los

dedos).

- Expresión oral (el niño/a expresaba de manera oral la cantidad de puntos de la cara presentada).
- Mixto (el niño/a se expresaba a la vez en las dos modalidades oral y gesto de señalar inmediato o simbólico-numérico).

c) Corrección y modos de expresión al cuantificar la cara vacía del dado:

Por su particularidad, describimos separadamente las respuestas relacionadas con el reconocimiento de la cara vacía.

- Informa cantidad en forma oral o gesto (el niño/a informaba presencia de puntos en la cara o algún valor numérico. Se considera respuesta incorrecta).
- Gesto correcto (se informaba la ausencia de cantidad mediante un gesto. Moviendo la cabeza de un lado a otro, como gesto de negación, o moviendo los hombros para arriba y para abajo, o girando las palmas de las manos hacia arriba).
- Oral correcto (el niño/a informaba oralmente la ausencia de cantidad. Diciendo “no”, “no hay nada”, por ejemplo).

d) Tipos de respuestas incorrectas al cuantificar las caras del dado - con un punto, dos, tres, cuatro y cinco (en orden “creciente” – en función de la “proximidad” a la respuesta correcta):

- No expresa/ no responde (el niño/a no respondía al ítem de la tarea).
- Respuesta protonumérica (respuesta con gesto de señalar inmediato – el niño/a señalaba-tocando, en silencio, con el índice, cada punto o solamente algunos puntos de la cara presentada, o cubría cada punto con un dedo distinto al mismo tiempo; o daba una respuesta cuantitativa global que marcaba el plural: “muchos”).
- Error>1 (respuesta oral o gesto-simbólico – el niño/a expresaba un valor numérico con

error de más de uno con relación a los puntos de la cara del dado presentada; p.e., decía cinco, frente a la cara tres; o dos, frente a la cara cuatro).

- Error=1 (respuesta oral o gesto-simbólico – el niño/a expresaba un valor numérico con error de solamente uno con relación a la cara del dado presentada; p.e., decía tres, frente a la cara dos; o cuatro, frente a la cara cinco).

- Parcialmente correcto (respuesta mixta, el niño/a expresaba correctamente en una de las modalidades de expresión e incorrecto en la otra; p.e., mostraba tres dedos y decía dos).

e) Tipos de respuestas incorrectas al usar la información cuantitativa - con un punto, dos, tres, cuatro y cinco (en orden “creciente” – en función de la “proximidad” a la respuesta correcta):

- No expresa/ no responde (no respondía al ítem de la tarea).

- Usos no convencionales (usaba los objetos sin considerar sus funciones en el marco de las tareas; p.e., usaba el dado como asiento para el caballo, o avanzaba con el dado por el camino).

- Avance continuo (avanzaba hasta el final o hasta más de la mitad del camino sin respetar la secuencia de casillas; avanzaba hasta el final o hasta más de la mitad del camino, respetando la secuencia de casillas).

- Avance fijo (avanzaba recurrentemente la misma cantidad de pasos, que solía ser uno).

- Error>1 (avanzaba con error de más de uno con relación a los puntos de la cara del dado presentada; p.e., avanzaba cuatro pasos, frente a la cara dos, o avanzaba tres pasos, frente a la cara cinco).

- Error=1 (avanzaba con error de solamente uno con relación a la cara del dado presentada; p.e., avanzaba dos pasos, frente a la cara uno; avanzaba cuatro pasos, frente a la cara cinco).

f) Robustez del desempeño en las tareas:

- Inestabilidad (el desempeño “empeoraba” en alguna de las “oportunidades posteriores” o en la segunda serie de la tarea de uso de la información. Partía de una respuesta correcta a una incorrecta, o de una respuesta incorrecta a un “peor” error – p.e., en la tarea de uso, primero avanzaba correctamente, luego incorrectamente, y, en una tercera oportunidad, correctamente).
- Estabilidad (el desempeño en la primera respuesta dada se mantenía igual en las “oportunidades posteriores” de respuesta de las tareas. Las respuestas del niño/a eran iguales en todas las oportunidades o bien correspondían a la misma categoría de desempeño y, en el caso de ser incorrectas, correspondían al mismo tipo de error – p.e., en la tarea de cuantificación, primero expresaba con gesto simbólico-numérico, luego oralmente);
- Progresión (el desempeño en la primera respuesta dada “mejoraba” en alguna de las “oportunidades posteriores”. Podría progresar a un “mejor” error o a una respuesta correcta. Las siguientes respuestas del niño/a indicaban mayor corrección o “proximidad” a la respuesta correcta - p.e., en la tarea de uso, primero se equivocaba con error>1, luego con error=1 o avanzaba correctamente);

En la Tabla 1 presentamos una síntesis de las variables dependientes y categorías utilizadas en los análisis realizados.

Tabla 1. Variables dependientes y categorías consideradas en el análisis del estudio 1.

Variables y categorías de análisis	Tareas	
	Cuantificación	Uso de la información cuantitativa
<i>Desempeño:</i> - Incorrecto - Correcto	x	x
<i>Modos de expresión:</i> - Gesto (señalar inmediato; simbólico-numérico) - Oral - Mixto	x	
<i>Tipos de respuestas incorrectas, en orden "creciente":</i> - No expresa/no responde - Respuesta protonumérica - Error>1 - Error=1 - Parcialmente correcto	x	
<i>Tipos de respuestas incorrectas, en orden "creciente":</i> - No expresa/ no responde - Usos no convencionales - Avance continuo - Avance fijo - Error>1 - Error=1		x
<i>Robustez del desempeño:</i> - Inestabilidad - Estabilidad - Progresión	x	x

Nota: La letra x indica las categorías consideradas en cada tarea.

El 100% de las entrevistas videograbadas de los niños/as fue analizado y revisado independientemente por dos investigadoras. Cada investigadora analizó la mitad de los datos e intercambió con la otra, para respectivas revisiones de los análisis realizados. Las (escasas) discrepancias encontradas no fueron debidas a dudas relacionadas con la interpretación de los datos o variables, sino con la precisión/atención de las investigadoras durante las codificaciones. Así, las discrepancias fueron fácilmente resueltas mediante nueva revisión conjunta de las situaciones en las que hubo discrepancias, culminando en el 100% de acuerdo de los datos analizados.

Una vez obtenidas las codificaciones finales para todas las variables, se elaboró una base de datos del programa SPSS (versión 20) para la aplicación de pruebas estadísticas no paramétricas. A continuación presentamos los análisis realizados en congruencia con cada uno de nuestros objetivos específicos mencionados anteriormente.

3.1. Primer análisis. Comparación del desempeño entre las tareas de cuantificación y de uso

En estos análisis consideramos sólo las primeras respuestas dadas por los niños/as en las primeras series u oportunidades. Nuestro objetivo es comparar el rendimiento entre ambas tareas (cuantificación y uso). Aplicamos, en primera instancia, el Test Wilcoxon para ver si globalmente había diferencias significativas entre cuantificar y usar informaciones cuantitativas, sin considerar ni la edad ni las magnitudes. El Test Wilcoxon es utilizado cuando se tiene muestras relacionadas y permite comparar los resultados de los mismos participantes en dos condiciones, con datos ordinales (Field, 2009). En nuestro caso, codificamos el desempeño de los niños/as considerando el rendimiento total (suma de los aciertos con las seis caras). Por tanto, cada niño/a podría tener desde cero hasta seis aciertos. El segundo paso fue comparar ambas tareas, pero en este caso en el interior de cada grupo. Nuevamente aplicamos el Test Wilcoxon.

El tercer paso fue comparar el rendimiento entre las tareas de cuantificación y uso, teniendo en cuenta las seis informaciones (de las cara vacía, uno, dos, tres, cuatro y cinco). Aplicamos la Prueba de McNemar para la comparación entre el desempeño de los niños/as en las tareas de cuantificación y uso, para cada magnitud y en el interior de cada grupo de edad. La Prueba de McNemar también es utilizada cuando se tiene muestras relacionadas y permite comparar los resultados de los mismos participantes en

dos condiciones, pero con datos nominales (Field, 2009).

3.2. Segundo y tercer análisis. Diferencias de rendimiento según la edad y la magnitud en las tareas de cuantificación y de uso.

Estos análisis tenían como objetivo comparar el *desempeño* de los niños/as en cada tarea (cuantificación y uso), indagando si este desempeño cambia en función de la edad y de la magnitud (objetivos 2 y 3). Dado que, en este caso, no estábamos comparando respuestas sucesivas de los mismos participantes sino que se comparaban dos grupos diferentes de participantes, se aplicó la prueba Chi-Cuadrado de Pearson o el test exacto de Fisher (cuando las casillas tenían frecuencias inferiores a cinco).

Luego, para estudiar si el desempeño de los niños/as de ambos grupos dentro de cada tarea se daba progresivamente, en función de las magnitudes, realizamos comparaciones sucesivas entre las magnitudes. En cada tarea se comparó el *desempeño* de los dos *grupos de edad* en las caras vacía y uno, uno y dos, dos y tres, tres y cuatro, cuatro y cinco. Esperábamos detectar si el *desempeño* de los niños/as, por tarea, se relacionaba con la *magnitud* (tanto “mejor” cuanto menor la magnitud). Teniendo en cuenta que cuando se realizan comparaciones sucesivas (por ejemplo, entre las diferentes caras del dado) se debe aplicar la corrección de Bonferroni (Field, 2009), tuvimos en cuenta el valor-p indicado por dicha corrección para considerar el valor de significación de las comparaciones¹.

Finalmente, para cumplir con el objetivo 4 y analizar en detalle las respuestas de los niños/as, realizamos los siguientes análisis:

¹ Para realizar dos comparaciones sucesivas, de acuerdo con la corrección de Bonferroni, consideramos significativo el valor alfa 0.025, de modo que si $p < 0.025$ el contraste de hipótesis era significativo y muy significativo si $p < 0.005$. Asimismo, en todas las comparaciones, calculamos el tamaño del efecto a través del coeficiente V de Cramer (V) como una medida suplementaria de la importancia de las diferencias significativas. En general, $V < 0.20$ indica tamaño del efecto pequeño, $0.20 < V < 0.50$ indica tamaño del efecto medio y $V > 0.50$ indica tamaño del efecto alto.

3.3. Cuarto análisis. Patrones intraindividuales de respuestas correctas e incorrectas en la tarea de cuantificación y en la tarea de uso considerando las magnitudes de uno a cinco.

De acuerdo con el objetivo 4.1, analizamos los patrones individuales de respuestas correctas e incorrectas en las *primeras* respuestas dadas por un mismo niño/a ante las cinco magnitudes (uno, dos, tres, cuatro y cinco). Este análisis de patrones lo aplicamos sucesivamente a ambas tareas. Se trata, pues, de un análisis intraindividual. Para establecer los patrones, ordenamos las respuestas correctas e incorrectas de la magnitud uno a la magnitud cinco, partiendo del presupuesto de que el desempeño sería inversamente proporcional a la cantidad de puntos de las caras del dado. Utilizamos los símbolos (+ o -) para las respuestas correctas e incorrectas, respectivamente. Por ejemplo, un patrón + + + + + significa que el participante ha respondido correctamente en las cinco caras del dado, mientras que un patrón + + + - - significa que el participante ha respondido correctamente con la cara uno, dos y tres pero ha dado una respuesta incorrecta ante las caras cuatro y cinco.

3.4. Quinto análisis. Expresión semiótica en las respuestas dadas en la tarea de cuantificación.

Comparamos las *modalidades de expresión* de respuestas de los niños/as en la tarea de cuantificación, por *grupo de edad* y según la *magnitud*. El Test exacto de Fisher también fue aplicado en dicho análisis, pues se trataba de comparar las frecuencias de las modalidades de expresión de dos grupos diferentes de participantes (objetivo 4.2).

3.5. Sexto análisis. Tipos de errores realizados en las tareas de cuantificación y de uso.

Finalmente, de acuerdo con el objetivo 4.3, nos adentramos en los *tipos de respuestas incorrectas* de los niños/as en cada tarea (cuantificación y uso): por un lado, calculamos las frecuencias de ocurrencias de cada *tipo de error* realizado en la primera respuesta del niño/a en ambas tareas y, a continuación analizamos la *robustez* de dichas respuestas (considerando el desempeño en las respuestas posteriores).

3.6. Séptimo análisis. Robustez de las respuestas dadas en la tarea de cuantificación y en la tarea de uso.

Para cumplir el objetivo 4.4 analizamos la robustez de las respuestas, tanto de las correctas como de las incorrectas, de los niños/as en ambas tareas de *cuantificación y uso de la información cuantitativa*. Es decir, queríamos averiguar de qué modo las primeras respuestas se relacionaron con las siguientes respuestas dadas a partir de las eventuales “oportunidades posteriores” en cada tarea. Por ejemplo, podía pasar que algunas primeras respuestas correctas eran seguidas por otra correcta cuando se le preguntaba al niño/a una segunda vez: pero también podía ocurrir que una primera respuesta correcta fuese seguida por una incorrecta. Observamos las frecuencias de dichas respuestas según los valores de *robustez* (inestabilidad, estabilidad y progresión) definidos anteriormente, en el apartado 3.

4. Resultados

4.1 Comparación del desempeño de los niños/as entre las tareas de cuantificación y de uso (Objetivo 1)

Para la comparación en el desempeño entre las dos tareas propuestas, aplicamos, en primera instancia, el Test Wilcoxon para ver si globalmente había diferencias significativas entre cuantificar y usar información cuantitativa. El resultado global indicó una diferencia significativa entre cuantificar y usar la información cuantitativa ($z = -4.421$; $p < .001$). Los mejores resultados de la puntuación total (de cero a seis) se dieron en la tarea de cuantificación (cuantificación, $M=3.95$; uso, $M=3$).

Cuando se compararon las tareas, en cada grupo de edad, también observamos diferencias significativas. Los mejores resultados se encontraron en la tarea de cuantificación, en ambos grupos (Grupo A: $z = -2.839$; $p = .005$; cuantificación, $M=1.754$; uso, $M=1.473$. Grupo B: $z = -3.424$; $p = .001$; cuantificación, $M=4.66$; uso, $M=3.72$).

Teniendo en cuenta que ambos grupos se comportaron de forma diferente, para analizar el efecto de la magnitud, realizamos los análisis separando los grupos, comparando ambas tareas para cada una de las caras del dado (ver Tablas 2 y 3). Los análisis realizados indicaron diferencias en el desempeño en las tareas en el grupo A solamente con la cara cuatro (con mejor desempeño en la tarea de cuantificación). En el grupo B, las diferencias observadas se dieron solamente con las caras tres y cuatro (también con mejor desempeño en la tarea de cuantificación). Con las otras caras no encontramos diferencias estadísticamente significativas al comparar las tareas para cada cara del dado, por grupo. Recordamos que los niños/as del grupo A tenían entre 33 y 40 meses, y el grupo B, entre 41 y 47 meses.

Tabla 2. Comparación del desempeño en las tareas de cuantificación y uso, para cada cara del dado (Grupo A; n=29).

Porcentaje (%) de respuestas correctas			
	Cuantificación	Uso de la información	Resultado de la Prueba de McNemar
Cara vacía	75.9	72.4	$p= 1.000$ (ns)
Cara uno	86.2	69	$p= .180$ (ns)
Cara dos	55.2	37.9	$p= .267$ (ns)
Cara tres	55.2	34.5	$p= .109$ (ns)
Cara cuatro	27.6	0	$p= .008^{**2}$
Cara cinco	17.2	6.9	$p= .375$ (ns)

Nota: *Valores significativos: $p < .05$; **valores muy significativos: $p < .01$; ***valores altamente significativos: $p < .001$. Valores no significativos: (ns).

Tabla 3. Comparación del desempeño en las tareas de cuantificación y uso, para cada cara del dado (Grupo B; n=32).

Porcentaje (%) de respuestas correctas			
	Cuantificación	Uso de la información	Resultado de la Prueba de McNemar
Cara vacía	96.9	93.8	$p= 1.000$ (ns)
Cara uno	100	96.9	$p= 1.000$ (ns)
Cara dos	96.9	96.9	$p= 1.000$ (ns)
Cara tres	87.5	56.3	$p= .013^*$; $V= .048$
Cara cuatro	43.8	9.4	$p= .001^{**}$; $V= .365$
Cara cinco	40.6	18.8	$p= .092$ (ns)

Nota: *Valores significativos: $p < .05$; **valores muy significativos: $p < .01$; ***valores altamente significativos: $p < .001$. Valores no significativos: (ns).

² Todos los niños/as del grupo A se equivocaron al usar la cara cuatro, por lo tanto el resultado es constante y el estadístico V de Cramer no se calcula.

En resumen, en relación con el **objetivo 1**: comparación entre el desempeño en la tarea de *cuantificación* y de *uso de la información cuantitativa*, observamos que el mejor desempeño se dio en la tarea de *cuantificación*, en ambos grupos.

Asimismo, al comparar ambas tareas con cada cara del dado, vemos que el rendimiento siempre es superior en la tarea de cuantificación, aunque las diferencias estadísticamente significativas se encuentran en las caras *tres* (grupo B) y *cuatro* (ambos grupos).

Para analizar con mayor detalle el rendimiento de cada grupo de edad, comparamos ambos grupos en función de la magnitud, primero en la tarea de cuantificación y luego en la de uso.

4.2 Análisis del desempeño de los niños/as en la tarea de cuantificación, por grupo de edad (objetivo 2)

Cuando comparamos el desempeño entre ambos grupos en la tarea de cuantificación con cada cara del dado (vacía, uno, dos, tres, cuatro y cinco) encontramos que los niños/as del grupo B presentaron mejor desempeño que los del grupo A al cuantificar todas las caras, excepto la cara cuatro. Con la cara cuatro, el desempeño de ambos grupos fue estadísticamente similar (ver Tabla 4).

Tabla 4. Comparación del desempeño de ambos grupos de edad en la tarea de cuantificación/reconocimiento, según las magnitudes.

Caras de dado	Porcentaje (%) de respuestas correctas		Resultado Test exacto de Fisher o Prueba Chi-cuadrado
	Grupo A (n=29)	Grupo B (n=32)	
vacía	75.9	96.9	$p = .022^*$; $V = .311$
uno	86.2	100	$p = .046^*$; $V = .278$
dos	55.2	96.9	$\chi^2(1) = 14.962$; $p < .001^{***}$; $V = .495$
Tres	55.2	87.5	$\chi^2(1) = 7.909$; $p = .005^{***}$; $V = .360$
Cuatro	27.6	43.8	$\chi^2(1) = 1.724$; $p = .189$ (<i>ns</i>)
cinco	17.2	40.6	$\chi^2(1) = 3.999$; $p = .046^*$; $V = .256$

Nota: *Valores significativos: $p < .05$; **valores muy significativos: $p < .01$; ***valores altamente significativos: $p < .001$. No significativo: (*ns*).

Para establecer si el desempeño de los niños/as en la tarea de cuantificación ocurría progresivamente (con mayor número de respuestas correctas en la cara vacía y con menos en la cara con cinco puntos), aplicamos la Prueba de McNemar para comparar las respuestas en cada grupo de edad. Comparamos las magnitudes “dos a dos” de forma correlativa: cara vacía con cara uno, cara uno con dos, dos con tres, tres con cuatro y cuatro con cinco.

Encontramos diferencias significativas solamente al comparar *uno con dos* (solamente en el grupo A) y *tres con cuatro* (en ambos grupos). No encontramos diferencias al comparar el desempeño en la cuantificación de la cara dos con la cara tres, ni tampoco de la cara cuatro con la cinco en ninguno de los dos grupos (ver Tabla 5).

Tabla 5. Comparación del desempeño en la tarea de cuantificación/reconocimiento, según las magnitudes, en cada grupo de edad.

Comparaciones realizadas entre las caras del dado	Grupo A (n=29)	Grupo B (n=32)
vacía vs uno	$p = .508$ (ns)	$p = 1.000$ (ns)
uno vs dos	$p = .004^*$; $V = .444$	$p = 1.000$ (ns)
dos vs tres	$p = 1.000$ (ns)	$p = .250$ (ns)
tres vs cuatro	$p = .008^*$; $V = .556$	$p = .001^{**}$; $V = .143$
cuatro vs cinco	$p = .375$ (ns)	$p = 1.000$ (ns)

Nota: Aplicando la corrección de Bonferroni, consideramos significativo* si $p < .025$ y muy significativo** si $p < .005$. Valores no significativos: (ns).

En resumen, los análisis realizados con el **objetivo 2** del estudio: análisis del desempeño de los niños/as en la tarea de *cuantificación* y su relación con las magnitudes consideradas y con la edad de los participantes, indicaron efectos de la edad y de la magnitud en casi todas las comparaciones realizadas. El grupo B presentó desempeño superior al grupo A en la tarea de cuantificación con todas las magnitudes, excepto con la cara cuatro.

Además, al comparar las caras entre sí, encontramos progresión del *uno al dos* (solamente en el grupo A) y del *tres al cuatro* (en ambos grupos). No encontramos progresión del dos al tres, ni tampoco del cuatro al cinco en ninguno de los dos grupos.

4.3 Análisis del desempeño de los niños/as en la tarea de uso de la información, por grupo de edad (objetivo 3)

Cuando comparamos el desempeño entre ambos grupos al *usar la información* cuantitativa con cada cara del dado (vacía, uno, dos, tres, cuatro y cinco) encontramos que los niños/as del grupo B presentaron mejor desempeño que los del grupo A solamente al usar las caras vacía, uno y dos. Aunque con las caras tres, cuatro y cinco,

el desempeño haya sido siempre superior en el grupo B, las diferencias no fueron estadísticamente significativas (ver Tabla 6).

Tabla 6. Comparación del desempeño de ambos grupos de edad en la tarea de uso, según las magnitudes.

Caras del dado	Porcentaje (%) de respuestas correctas		Resultado Test exacto de Fisher o Prueba Chi- cuadrado
	Grupo A (n=29)	Grupo B (n=32)	
vacía	72.4	93.8	$p = .037^*$; $V = .288$
uno	69	96.9	$p = .004^{**}$; $V = .376$
dos	37.9	96.9	$\chi^2(1) = 24.646$; $p < .001^{***}$; $V = .636$
Tres	34.5	56.3	$\chi^2(1) = 2.903$; $p = .088$ (<i>ns</i>)
Cuatro	0	9.4	$p = .239$ (<i>ns</i>)
cinco	6.9	18.8	$p = .260$ (<i>ns</i>)

Nota: *Valores significativos: $p < .05$; **valores muy significativos: $p < .01$; ***valores altamente significativos: $p < .001$. Valores no significativos: (*ns*).

Para establecer si el desempeño de los niños/as en la tarea de uso ocurría progresivamente (con mayor número de respuestas correctas en la cara vacía y con menos en la cara con cinco puntos), aplicamos la Prueba de McNemar para comparar las respuestas en cada grupo. También comparamos las magnitudes “dos a dos” de forma correlativa: cara vacía con cara uno, cara uno con dos, dos con tres, tres con cuatro y cuatro con cinco.

Encontramos diferencias al comparar el uso de la cara *uno con dos* (en el grupo A), *dos con tres* (en el grupo B) y cara *tres con cuatro* (en ambos grupos). No encontramos diferencias entre las caras vacía y uno en ninguno de los grupos, tampoco entre las caras cuatro y cinco (ver Tabla 7).

Tabla 7. Comparación del desempeño en la tarea de uso, según las magnitudes, en cada grupo de edad.

Comparaciones realizadas entre las caras del dado	Grupo A (n=29)	Grupo B (n=32)
vacía vs uno	$p= 1.000$ (ns)	$p= 1.000$ (ns)
uno vs dos	$p= .022^*$; $V= .217$	$p= 1.000$ (ns)
dos vs tres	$p=1.000$ (ns)	$p < .001^{**}$; $V= .204$
tres vs cuatro	$p= .002^{**3}$	$p < .001^{**}$; $V= .068$
cuatro vs cinco	$p= .500$ (ns)	$p= .375$ (ns)

Nota: Aplicando la corrección de Bonferroni, consideramos significativo* si $p < .025$ y muy significativo** si $p < .005$. Valores no significativos: (ns).

En resumen, los análisis para cumplir el **objetivo 3**: desempeño de los niños/as en la tarea de *uso de la información cuantitativa* y su relación con las magnitudes y con la edad de los participantes, parecieron indicar efectos de la edad y de la magnitud, solamente con las caras vacía, uno y dos. El grupo B presentó mejor desempeño. Mientras que con las caras tres, cuatro y cinco, el desempeño de los grupos fue estadísticamente similar.

Además, encontramos progresión en el uso del *uno al dos* (en el grupo A), del *dos al tres* (en el grupo B) y del *tres al cuatro* (en ambos grupos). No encontramos progresión entre las caras vacía, uno y dos en ninguno de los grupos, tampoco entre las caras cuatro y cinco.

³ Todos los niños/as del grupo A se equivocaron al usar la cara cuatro, por lo tanto el resultado es constante y el estadístico V de Cramer no se calcula.

En definitiva, en relación con los **objetivos 1, 2 y 3**, cuando comparamos el desempeño de los niños/as en la tarea de *cuantificación y uso*, que involucraron magnitudes desde uno hasta cinco, y una cara vacía observamos que:

- El mejor desempeño, en general, se dio en la tarea de *cuantificación*. Asimismo, la comparación entre tareas, por magnitud, al interior de cada grupo de edad indica diferencias entre cuantificar y usar las caras *tres* (grupo B) y *cuatro* (ambos grupos).

- El grupo B presentó desempeño superior al grupo A al *cuantificar* todas las magnitudes, excepto la cara cuatro. El desempeño de los niños/as, en la tarea de *cuantificación*, indica progresión del *uno al dos* (solamente en el grupo A) y del *tres al cuatro* (en ambos grupos).

- El desempeño del grupo B, en la tarea de *uso*, fue mejor con las caras vacía, uno y dos solamente. El desempeño de los niños/as, en la tarea de *uso*, indica progresión del *uno al dos* (en el grupo A), del *dos al tres* (en el grupo B) y del *tres al cuatro* (en ambos grupos).

4.4 Análisis de las respuestas de los niños/as en las tarea de cuantificación y uso de la información (Objetivo 4):

4.4.1 Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa para las cinco magnitudes (objetivo 4.1)

4.4.1.1 Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en la tarea de cuantificación

Considerando que cada niño/a responde a las cinco caras del dado, y que para cada magnitud puede tener una respuesta correcta (+) o incorrecta (-), codificamos los patrones individuales de desempeño de cada niño/a en la tarea de cuantificación. No incluimos el desempeño en las tareas con la cara vacía por concluir que dicha cara involucraba demandas cognitivas de otro orden. Luego comparamos la distribución de frecuencias de patrones entre el grupo A y el B. Partimos del supuesto que si se cumplía el orden de dificultad entre magnitudes (de uno a cinco), podrían aparecer seis patrones de respuestas.

Patrón I: + + + + + (respuestas correctas en las caras uno, dos, tres, cuatro y cinco);

Patrón II: + + + + - (respuestas correctas en las caras uno, dos, tres y cuatro, e incorrecta en cinco);

Patrón III: + + + - - (respuestas correctas en las caras uno, dos y tres, e incorrectas en cuatro y cinco);

Patrón IV: + + - - - (respuestas correctas en las caras uno y dos, e incorrectas en tres, cuatro y cinco);

Patrón V: + - - - (respuesta correcta en la cara uno, e incorrectas en dos, tres, cuatro y cinco).

Patrón VI: - - - - (respuestas incorrectas en las caras uno, dos, tres, cuatro y cinco).

En la Figura 3 presentamos los porcentajes de niños/as que se encuadraron en los patrones mencionados en la tarea de cuantificación. Los resultados muestran que el 83.6% (total=51, para n=61) de los participantes se incluyeron en los patrones de orden de desempeño descritos anteriormente.

Al analizar la presencia de los patrones de desempeño separando los grupos, encontramos que en el Grupo A (n=29) no hubo ningún patrón que destacó claramente sobre los otros. Encontramos similares frecuencias de respuestas en todos los patrones descritos. Señalamos que solamente en este grupo encontramos niños/as que “fallaron” al cuantificar todas las caras del dado, y destacamos las altas frecuencias en los patrones IV (+ + - -) y V (+ - - -), raramente encontrados en el grupo B (ver Figura 3).

El Grupo B (n=32) presentó mayores frecuencias de respuestas en dos patrones de respuestas. Los patrones más encontrados fueron el III (+ + + -) y el I (+ + + +). La mayoría de los niños/as de este grupo cuantificó correctamente las caras con uno, dos y tres puntos, pero se equivocó en las caras con cuatro y cinco puntos. O bien, cuantificaron correctamente todas las caras del dado (ver Figura 3).

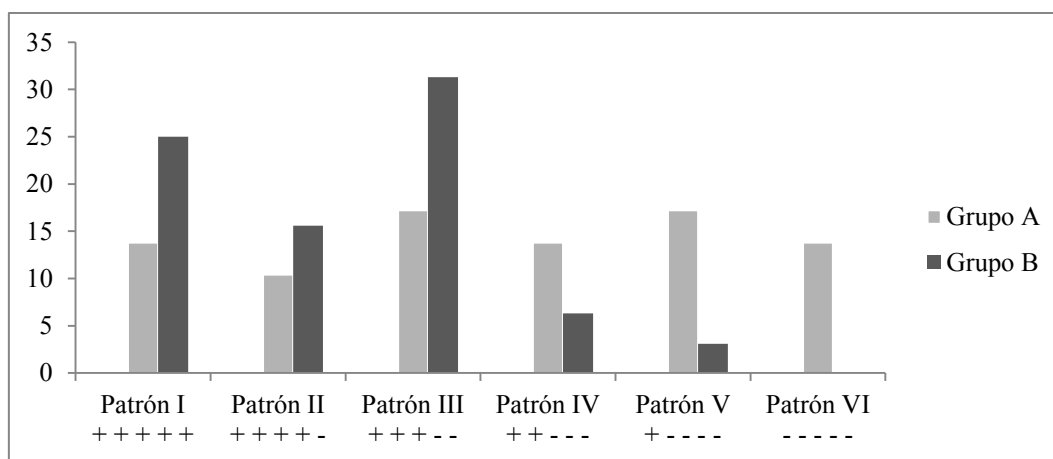


Figura 3: Porcentajes de participantes según los patrones de desempeño indicados, en la tarea de cuantificación, por grupos (grupo A, n=29; grupo B, n=32).

Además de los patrones anteriormente descritos, en la tarea de cuantificación, encontramos que el 15.6% del grupo B presentaron el patrón + + + - +. Este resultado es idéntico al encontrado para el patrón II (+ + + + -) en este mismo grupo y parecen corroborar que no hubo diferencias entre la cuantificación de las caras con cuatro y cinco puntos ⁴.

4.4.1.2. *Análisis de patrones individuales de desempeño de respuestas en la tarea de uso de la información cuantitativa*

Siguiendo la misma lógica usada en la tarea de cuantificación, encontramos que el 80.3% (total=49, para n=61) de los patrones de respuestas encontrados corresponden a los patrones que cumplen el orden de dificultad según la magnitud. En la Figura 4, presentamos los porcentajes de cada uno de estos patrones.

Si analizamos los patrones en cada grupo, vemos que en el Grupo A, los niños/as presentaron solamente los patrones III (+ + + - -), V(+ - - - -) o VI (- - - - -).

⁴ Otros patrones encontrados en la tarea de cuantificación fueron + - - - -: 3.3% del la muestra, total=dos niños/as (del Grupo A); + - + + -: 1.6% de la muestra, total=un niño/a (del Grupo A); + - + - +: 1.6% de la muestra, total=uno (del Grupo A) y + + - + -: 1.6% de la muestra, total=uno (del grupo B).

Señalamos que para estos niños/as más pequeños/as, el patrón más frecuente fue el que representa avanzar con éxito el caballo ante la cara uno (patrón V), y que la gran mayoría de los niños/as de este grupo falló en los avances del caballo con cuatro y cinco. Destacamos que todos los participantes que fallaron frente a todas las magnitudes son de este grupo.

En el Grupo B, la mayoría de los patrones de desempeño encontrados fueron los patrones III (+ + + - -) y IV (+ + - - -). La mayoría de los niños/as avanzó el caballo correctamente frente a las caras con uno, dos y tres puntos, equivocándose frente a las caras con cuatro y cinco puntos. O avanzaron correctamente el caballo tan sólo frente a las caras con uno y dos puntos. Ningún niño/a de este grupo falló en todas las magnitudes⁵. (ver figura 4).

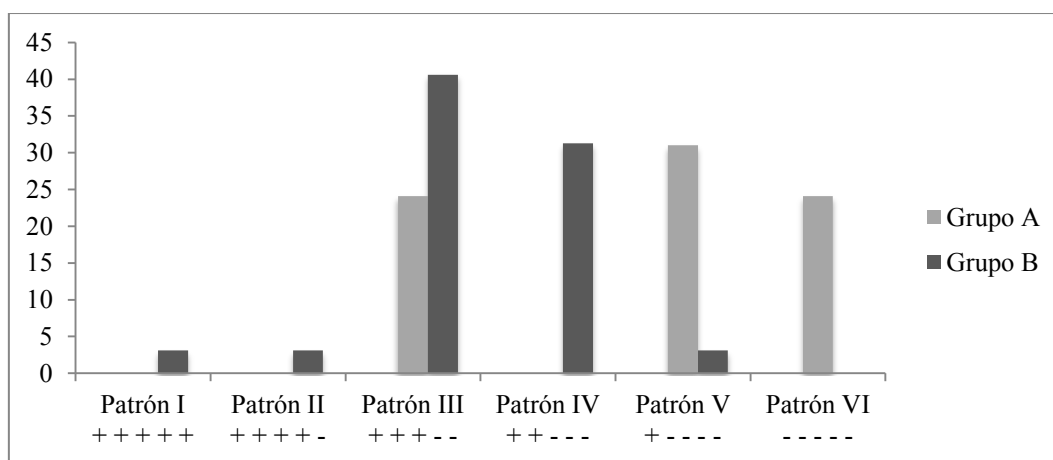


Figura 4: Porcentajes de participantes, por grupos, en los patrones de desempeño indicados en la tarea de uso de la información (grupo A, n=29; grupo B, n=32).

⁵ Además de los patrones mencionados, encontramos otros patrones de desempeño en la tarea de uso de la información. Dichos patrones fueron: + + + - +: 6.5% de la muestra (un niño/a del grupo A y tres niños/as del grupo B); - + - - -: 6.5% de la muestra (dos niños/as del grupo A y un niño/a del grupo B). También encontramos los patrones + - - - + y + - + - -; ambos con solo un niño/a, ambos del Grupo A; y los patrones + + - + + y + + - - +, ambos con apenas un niño/a, ambos niños/as del grupo B.

En resumen, el análisis de los patrones individuales del desempeño de respuestas de los niños/as indicaron que, en la tarea de *cuantificación*, el grupo A no destacó claramente ningún patrón. En cambio, los niños/as del grupo B presentaron mayoritariamente los patrones I (+ + + + +) y III (+ + + - -), indicando éxito en cuantificar hasta, por lo menos, la cara tres. Además presentaron los patrones II (+ + + + -) y + + + - + en igual proporción, lo que parece ratificar que no hubo diferencias entre el desempeño de las caras cuatro y cinco en esta tarea.

En cambio, frente a la tarea de *uso*, los niños/as del grupo A presentaron sobre todo los patrones V (+ - - - -), III (+ + + - -) y VI (- - - - -). Y los del grupo B, III (+ + + - -) y IV (+ + - - -). Estos resultados parecen indicar que, en ambos grupos, si el niño/a es capaz de usar la información correcta de la cara con tres puntos, probablemente será capaz de usar las informaciones de las caras uno y dos. Además, estos resultados nos permiten inferir un avance evolutivo: los niños/as del grupo B que avanzaron correctamente con la cara uno también lo hicieron con la cara dos, algo que no ocurre con los niños/as más pequeños/as (grupo A).

4.4.2 Modalidades de expresión semiótica de las respuestas de los niños/as en la tarea de cuantificación (objetivo 4.2)

Para cumplir con este objetivo, calculamos los porcentajes respecto al modo en que los niños/as expresaron sus respuestas en la tarea de cuantificación: oral y/o gesto. Presentamos primero los resultados con la cara vacía, luego con las caras uno hasta cinco.

La mayoría de los niños/as de ambos grupos expresó oralmente la información de la cara sin puntos. Los niños/as utilizaron palabras no numéricas: expresiones de negación como “no hay puntos”, o “no hay nada”. En el grupo A, sin embargo, algunos niños/as dijeron que había puntos (muchos decían cualquier valor numérico, otros decían el número de puntos de alguna cara lateral del dado); además, la mayoría de los niños/as que expresó la ausencia de puntos mediante gestos simbólicos (moviendo la cabeza de un lado a otro - gesto de negación; o moviendo los hombros para arriba y para abajo – gesto de duda, o girando las palmas de las manos hacia arriba, por ejemplo) fueron los niños/as del grupo A. Las diferencias del modo en que los niños/as identificaron la cara vacía del dado (no expresa, informa cantidad, gesto correcto y oral correcto – al indicar ausencia de puntos) fueron significativas cuando se compararon los dos grupos ($p < .001$, test exacto de Fisher; $V = .540$) (Ver Figura 5). Destacamos que ningún niño/a expresó la ausencia de cantidad a través de la palabra numérica “cero”.

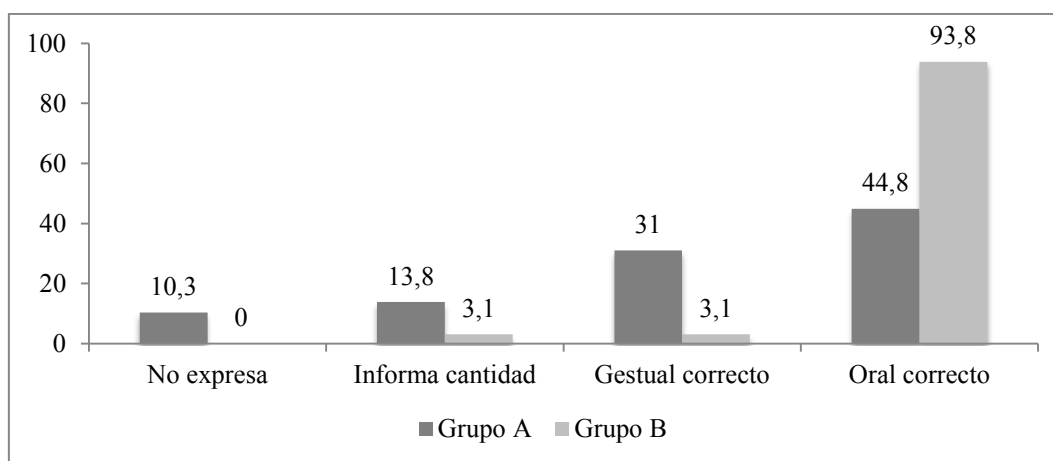


Figura 5. Porcentajes de las respuestas según el modo en que los niños/as identificaron la cara vacía del dado (grupo A, $n=29$; grupo B, $n=32$).

En las caras uno a cinco, la mayoría de los niños/as de ambos grupos se expresó principalmente de forma multimodal mixta (oral y gesto) u oral. El modo de expresión mixto destacó en el grupo A, mientras que el modo de expresión oral destacó en el grupo B. En el grupo A, la expresión oral decreció, en la medida en que la magnitud aumentó. Asimismo, los gestos de señalar inmediatos (tocar los puntos “silenciosamente”) también fueron observados, principalmente, en el grupo A, con todas las magnitudes.

En la cara con un punto, el modo en que los participantes de los dos grupos expresaron esta cantidad (no responde, oral, gesto de señalar inmediato, gesto simbólico, mixto) no fue diferente ($p = .142$, test exacto de Fisher). La mayoría de los niños/as de ambos grupos expresó la cantidad de un punto de manera mixta u oral, sobre todo los del grupo B. Los niños/as del grupo A también se expresaron mediante gestos de señalar inmediatos y a través de gestos simbólico-numéricos con la cara uno (ver Tablas 6 y 7).

En la cara con dos puntos, las diferencias entre estas modalidades de expresión fueron significativas entre los dos grupos ($p = .029$; test exacto de Fisher; $V = .399$). La mayoría de los niños/as expresó el valor de modo mixto u oral (especialmente el grupo B). Los niños/as del grupo A, además, se expresaron con gestos de señalar inmediatos y simbólicos.

Frente a la cara con tres puntos, el modo cómo los niños/as de ambos grupos expresaron estas cantidades fue significativamente diferente ($p = .025$, test exacto de Fisher; $V = .399$). Los niños/as del grupo B se expresaron mayoritariamente de manera mixta u oral, mientras que los niños/as del grupo A se expresaron sobre todo de manera mixta.

En la cara con cuatro puntos, no hubo diferencia entre las modalidades de expresión ($p= .085$, test exacto de Fisher). Los niños/as del grupo B se expresaron de manera mixta u oral y los niños/as del grupo A, sobre todo de modo mixto. Asimismo, se nota un aumento en las frecuencias de los niños/as de ambos grupos que no contestaron con la cara cuatro.

Con relación a la cara cinco, el modo cómo los niños/as de ambos grupos expresaron la cantidad también indicó diferencias significativas ($p= .010$, test exacto de Fisher; $V= .446$). Los niños/as del grupo B se expresaron de manera mixta u oral principalmente, mientras que los niños/as del grupo A se expresaron sobre todo de modo mixto y a través de gestos de señalar inmediatos, se sirvieron menos del lenguaje. Asimismo, hubo un aumento de las frecuencias de los niños/as que no se expresaron frente a la cara cinco (Figuras 6 y 7).

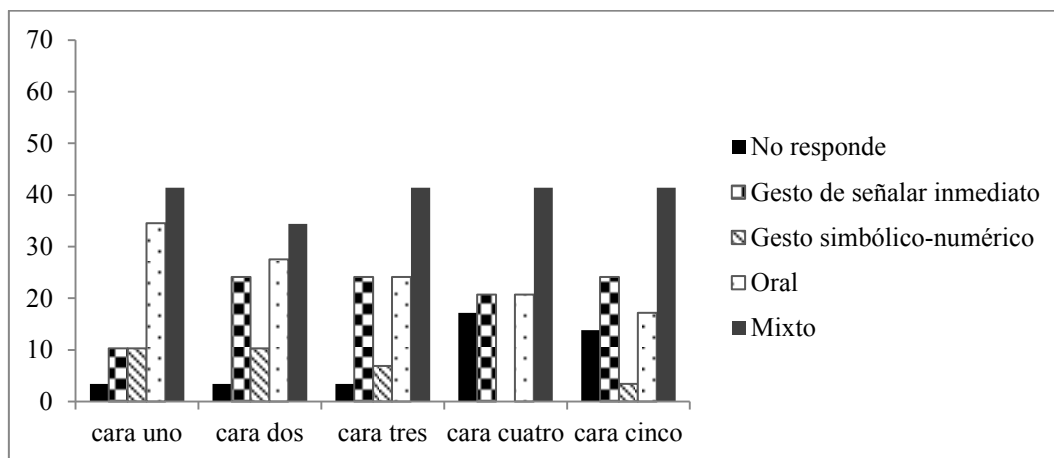


Figura 6. Porcentajes de las diferentes modalidades de respuesta en el grupo A (n=29) frente a las caras uno a cinco.

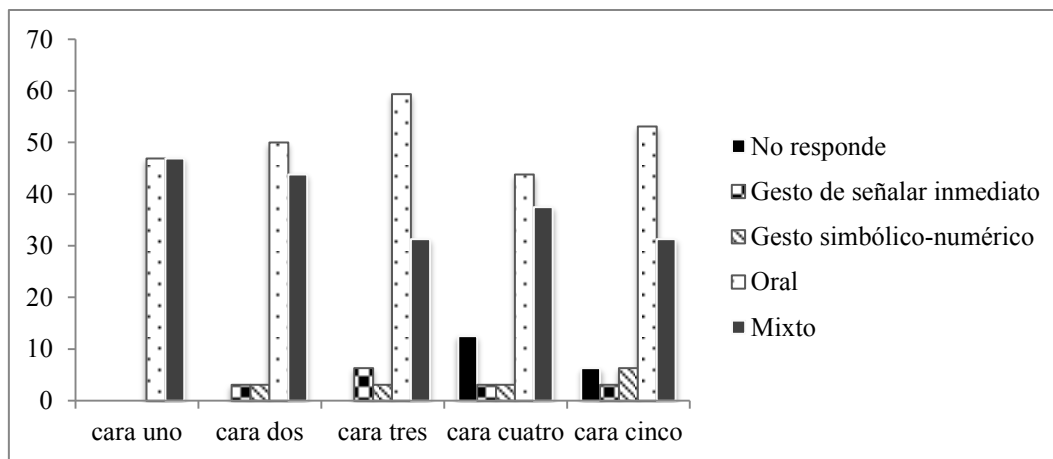


Figura 7. Porcentajes de las diferentes modalidades de respuesta en el grupo B (n=32) frente a las caras uno a cinco.

Por otro lado, cuando exploramos los tipos de gestos mixtos realizados al cuantificar cada cara, observamos que la mayoría de los niños/as de ambos grupos combinó la expresión oral con el gesto de señalar inmediato. Asimismo, también vimos que las (pocas) expresiones mixtas de gesto simbólico-numérico con expresión oral ocurrieron principalmente con la cara uno, en el grupo A, y de forma decreciente, en función de la magnitud, en el grupo B (ver Figuras 8 y 9).

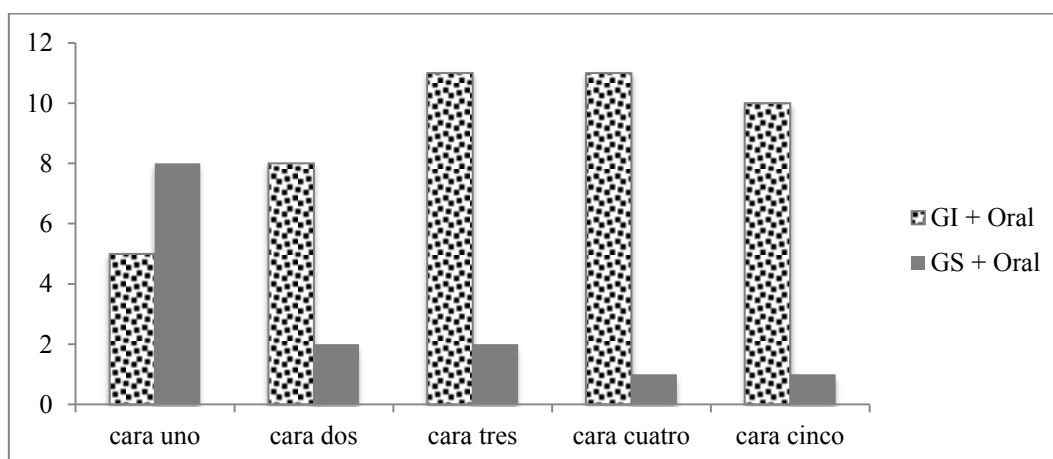


Figura 8. Frecuencias de modalidades de expresiones mixtas (gesto inmediato – GI, con expresión oral, o gesto simbólico-numérico – GS con expresión oral), frente a las caras uno a cinco, en el grupo A (n=29).

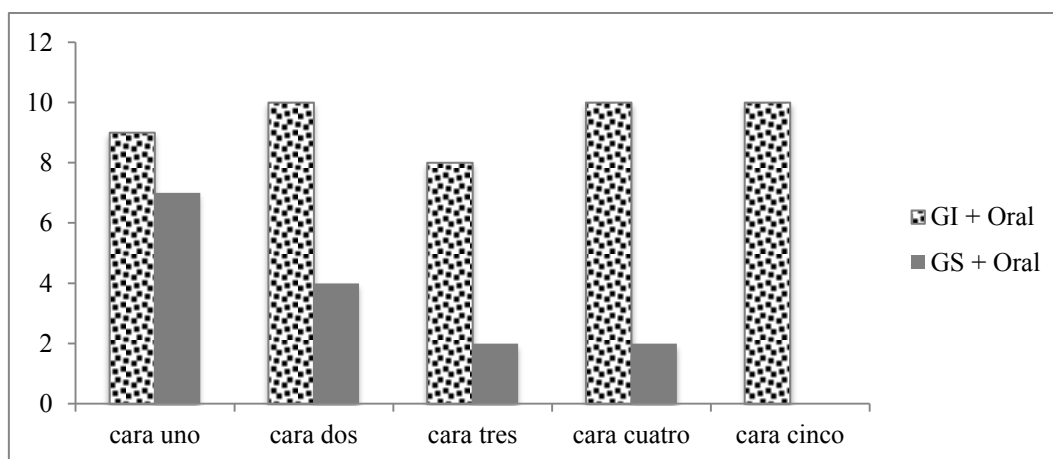


Figura 9. Frecuencias de modalidades de expresiones mixtas (gesto inmediato – GI, con expresión oral, o gesto simbólico-numérico – GS con expresión oral), frente a las caras uno a cinco, en el grupo B (n=32).

En resumen, la mayoría de los participantes de ambos grupos expresó las cantidades presentadas de modo *mixto u oral*. El modo mixto predominante fue el que combina GI con expresión oral. El modo de expresión mixto destacó en el grupo A, mientras que el modo de expresión oral destacó en el grupo B. Un análisis más detallado nos revela que existe un efecto de la edad de los participantes para algunas magnitudes: caras vacía, dos, tres y cinco. Frente a la *cara vacía* los niños/as del grupo B se expresaron mayoritariamente de modo *oral*, mientras que los niños/as del grupo A se expresaron con *gestos simbólicos*. Para las *caras dos, tres y cinco*, los *gestos de señalar inmediatos* fueron más frecuentes en el grupo A; en cambio las *respuestas orales* fueron más frecuentes en el grupo B. También destacamos las bajas frecuencias del uso de gestos con la cara uno en ambos grupos. Por último, en la cara cuatro se observaron las mayores frecuencias de “no respuesta” en ambos grupos.

4.4.3 Tipos de respuestas incorrectas en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa (objetivo 4.3)

A continuación, describimos los tipos de errores que observamos en las dos tareas. Es un análisis exploratorio, cuyo objetivo fue detectar la naturaleza de las principales dificultades que encontraron los niños/as de ambos grupos, en las tareas, con las caras uno a cinco.

4.4.3.1 Tipos de respuestas *incorrectas* en la tarea de cuantificación

En orden “creciente”, en función de la “proximidad” a la respuesta correcta, las respuestas definidas como incorrectas en la tarea de cuantificación fueron las siguientes:

- (a) no expresa/ no responde
- (b) respuesta protonumérica
- (c) con error >1
- (d) con error $=1$
- (e) parcialmente correcta

En las Figuras 10 y 11, presentamos las frecuencias de cada tipo de respuesta incorrecta en la tarea de cuantificación de cada cara del dado (desde la cara uno hasta la cara cinco) por grupo de edad. Observamos que, en general, en el grupo A, las respuestas protonuméricas (mediante gestos de señalar inmediatos, en “silencio”) fueron los errores más encontrados a lo largo de las magnitudes. Señalamos que las respuestas protonuméricas en que el niño/a respondía “muchos” al cuantificar fueron encontradas solamente en la cuantificación de la cara cinco, aunque en bajas frecuencias (dos niños/as del grupo B y un niño/a del grupo A).

Los errores $=1$ fueron realizados mayoritariamente con las caras cuatro y cinco, por ambos grupos, pero especialmente por el grupo B. Dicho grupo, además, fue el que

más se equivocó de modo parcialmente correcto, sobre todo a partir de la cara tres. Asimismo, los errores >1 los cometieron mayoritariamente los niños/as del grupo A al cuantificar la cara cinco, especialmente. También cabe mencionar que las principales incidencias de no respuestas se dieron frente a las caras cuatro y cinco, en ambos grupos.

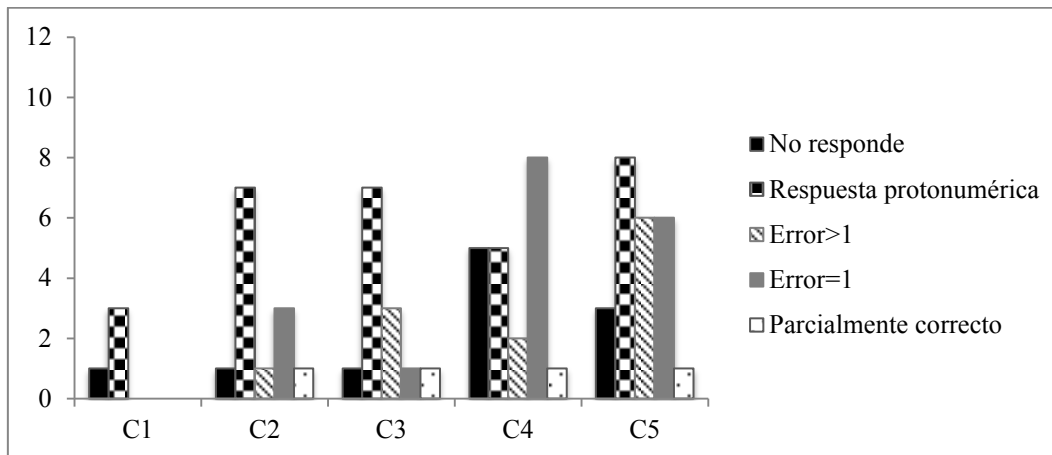


Figura 10. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas en la tarea de cuantificación en el grupo A (n=29).

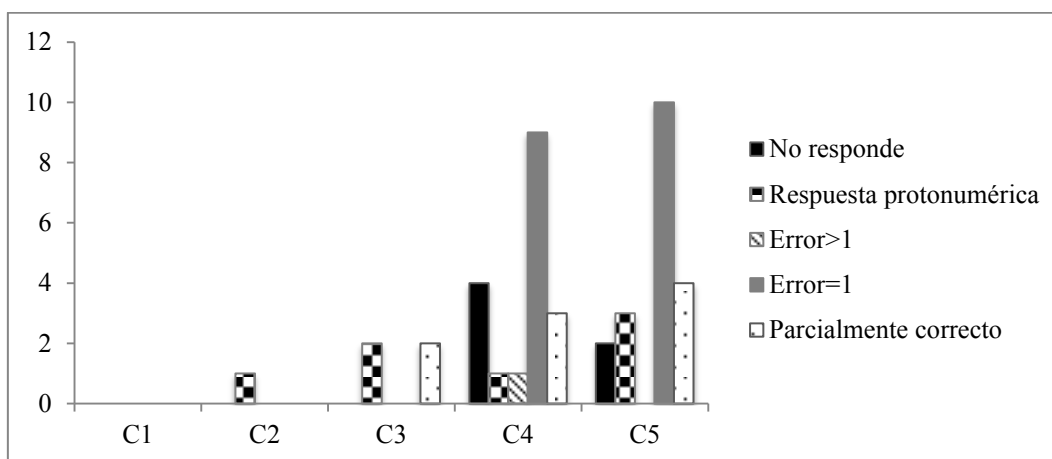


Figura 11. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas en la tarea de cuantificación en el grupo B (n=32).

4.4.3.2 Tipo de respuestas *incorrectas* en la tarea de uso de la información

En la tarea de uso de la información, en orden “creciente”, en función de la “proximidad” a la respuesta correcta, las respuestas consideradas incorrectas fueron (ver las definiciones de las categorías en el apartado 3. *Análisis de los datos*, en el presente Capítulo):

- (a) no responde
- (b) uso no convencional de los objetos
- (c) continuo
- (d) número fijo
- (e) error>1
- (f) error=1

En las Figuras 12 y 13 presentamos las frecuencias de los tipos de respuestas incorrectas en la tarea de uso. En general, la distribución de los tipos de errores entre los grupos fue distinta. En el grupo A se observó una gran variedad de tipos de errores con las diversas caras del dado. Las mayores frecuencias corresponden a errores=1, errores>1 y número fijo. Frente a todas las caras, se puede ver que algunos niños/as de este grupo realizaron usos no convencionales de los objetos en lugar de avanzar el caballo (caminaron con el caballo fuera del camino o convirtieron el dado en asiento para el caballo) o avanzaron el caballo de modo continuo, llevándolo hasta el final o hasta casi el final del camino.

En el grupo B, el principal tipo de respuesta incorrecta fue el error=1 y estas respuestas fueron más frecuentes en las caras con tres, cuatro y cinco puntos. En las caras con cuatro y cinco puntos, además, el grupo B realizó errores>1 con mayores frecuencias que en las otras caras del dado. Tal como vimos con el grupo A, en todas las caras encontramos también algunos usos no convencionales de los objetos y algunos

avances continuos del caballo.

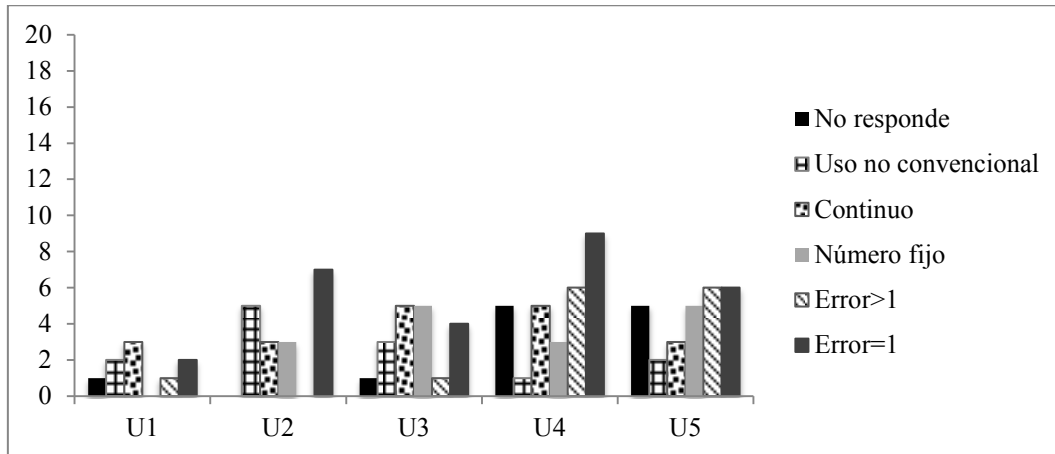


Figura 12. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas al usar la información, por el grupo A (n=29).

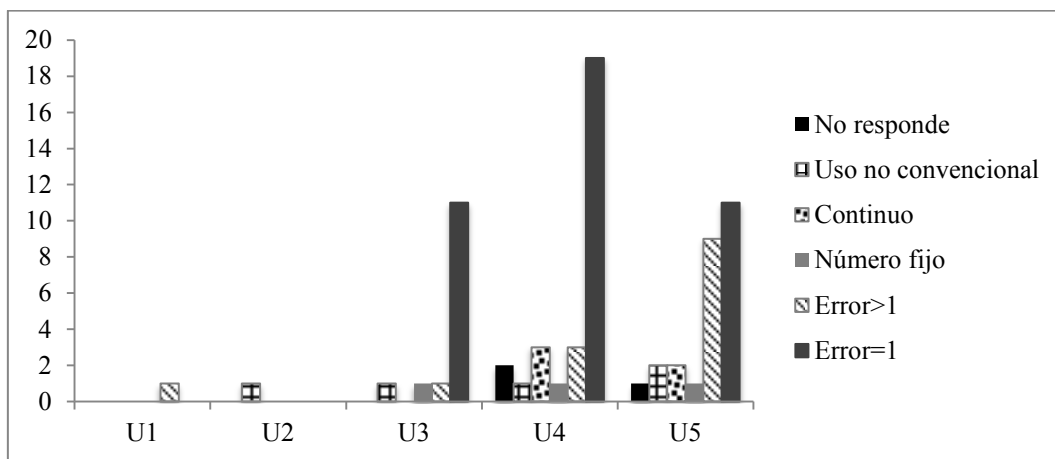


Figura 13. Frecuencias de tipos de respuestas incorrectas al usar la información, por el grupo B (n=32).

En resumen, se observa que los “peores” errores (considerando la “proximidad” a la respuesta correcta) fueron realizados, principalmente, por los niños/as del grupo A, en ambas tareas. Pero, frente a las caras cuatro y cinco, los niños/as de ambos grupos realizaron errores que se “alejaban” más de la respuesta correcta.

En la tarea de *cuantificación*, el grupo A se equivocó, sobre todo, por dar respuestas protonuméricas mientras que el grupo B se equivocó en la cuantificación por realizar errores=1, errores>1. En ambos grupos, frente a las caras cuatro y cinco se observan las mayores frecuencias de no respuestas. En la tarea de *uso*, los tipos de errores del grupo A fueron bastante variados a lo largo de las magnitudes: altas frecuencias de errores=1, errores>1, avances por números fijos, errores por realizar usos no convencionales con los objetos y por avances continuos son observados a lo largo de todas las magnitudes. En cambio, los errores del grupo B al avanzar el caballo fueron sobre todo errores=1 con las caras tres, cuatro y cinco, y errores>1 con la cara cinco.

4.4.4 Robustez del desempeño de los niños/as en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa (objetivo 4.4)

Como explicamos anteriormente, algunas veces la investigadora presentó las caras del dado a los niños/as más de una vez. En la tarea de cuantificación, dicha situación se dio, normalmente, debido a que el niño/a pareció despistarse frente a la tarea o porque su respuesta no parecía clara. Por otro lado, la tarea de uso de la información se realizó a través de dos series, es decir, cada cara fue presentada, por

regla, dos veces a cada niño/a. Asimismo, también en esta tarea, los casos de despiste del niño/a o de incertidumbre de la investigadora con relación a la respuesta dada condujeron a una nueva pregunta o nueva presentación de la cara del dado en cuestión. Con el objetivo de considerar dichas nuevas oportunidades de respuestas y observar la robustez de las primeras respuestas correctas e incorrectas dadas por cada participante, tuvimos en cuenta las categorías abajo indicadas (ver las definiciones de las tres categorías en el apartado 3. *Análisis de los datos*, en el presente Capítulo):

- (a) Inestabilidad
- (b) Estabilidad
- (c) Progresión

*4.4.4.1 Robustez de las **respuestas correctas** en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa*

Inicialmente, analizamos la robustez de las respuestas correctas de los niños/as de ambos grupos de edad para observar si sus primeras respuestas correctas eran estables o inestables (cuando les seguían errores en las “oportunidades posteriores”).

En la tarea de cuantificación, la mayoría de las respuestas correctas de los niños/as se mantuvieron estables en posteriores oportunidades. Las pocas respuestas correctas inestables fueron realizadas principalmente por los niños/as del grupo A, y en el grupo B frente a la cara cinco, aunque en baja frecuencia (ver Figuras 14 y 15).

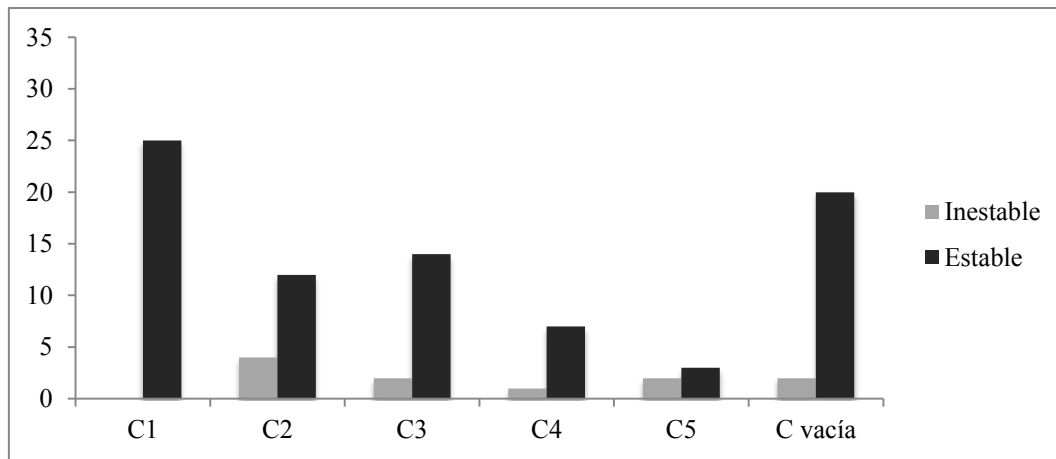


Figura 14. Frecuencia de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, por el Grupo A (n=29).

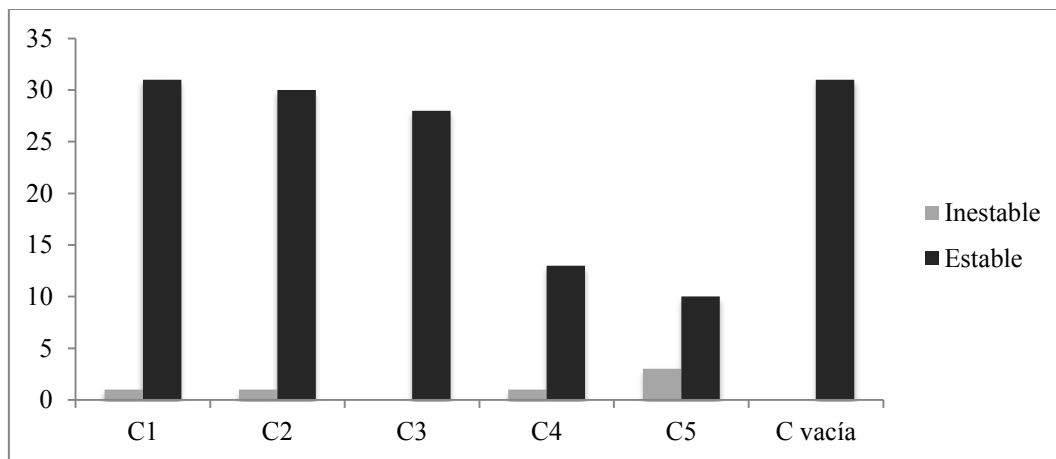


Figura 15. Frecuencia de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, por el grupo B (n=32).

Sin embargo, en la tarea de uso de la información, en comparación con la tarea de cuantificación, observamos un incremento en las respuestas inestables de los niños/as en todas las caras del dado, especialmente en el grupo A, frente a las caras uno, dos y tres. Las respuestas correctas del grupo B fueron mayoritariamente estables, aunque también observamos inestabilidad con todas las magnitudes (ver Figura 16 y 17).

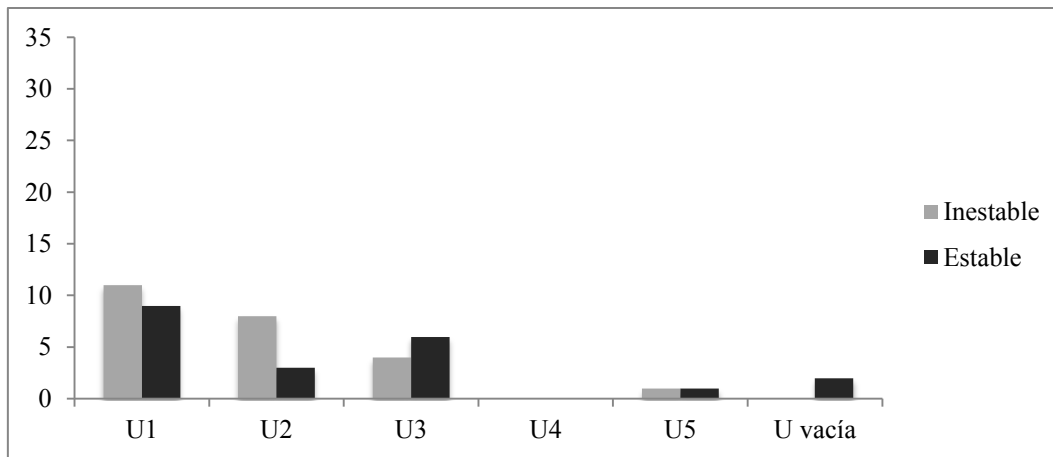


Figura 16. Frecuencias de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado en el grupo A (n=29).

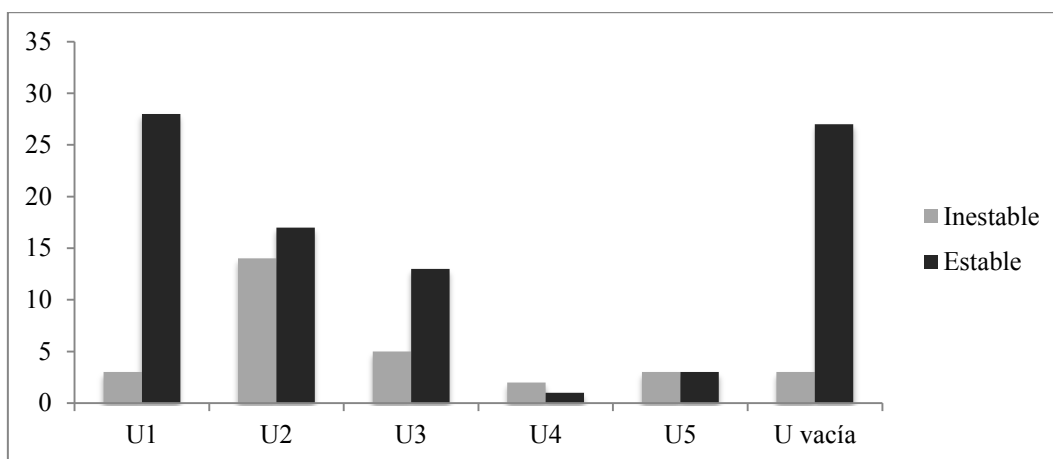


Figura 17. Frecuencias de respuestas correctas, según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado en el grupo B (n=32).

4.4.4.2 Robustez de las **respuestas incorrectas** en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa

Analizando la robustez de las primeras respuestas incorrectas de los niños/as observamos que, en la tarea de cuantificación, frente a las caras con uno y con dos puntos, algunos niños/as progresaron (especialmente los niños/as del grupo A, que fueron los que cometieron más errores en estas caras). Estos niños/as, en sus posteriores oportunidades, contestaron correctamente o presentaron errores “mejores” o que se

acercaban más a la respuesta correcta (por ejemplo: primera respuesta protonumérica, posterior respuesta parcialmente correcta).

En cambio, con la cara tres pareció haber un equilibrio entre respuestas estables y que progresaron en ambos grupos. Con la cara cuatro, los niños/as de ambos grupos presentaron, sobre todo, respuestas incorrectas estables. Con la cara cinco, a su vez, se marca una diferencia entre los grupos: los niños/as del grupo A progresaron más en las oportunidades posteriores, mientras que los niños/as del grupo B mantuvieron las respuestas incorrectas (respuestas estables).

Con relación a la cara vacía, observamos que los niños/as del grupo A fueron los que parecieron demostrar dificultades para evaluar dicha cara. En cambio, el único niño/a del grupo B que respondió incorrectamente frente a la cara vacía, progresó (a una respuesta correcta) en su posterior oportunidad. (Ver Figuras 18 y 19).

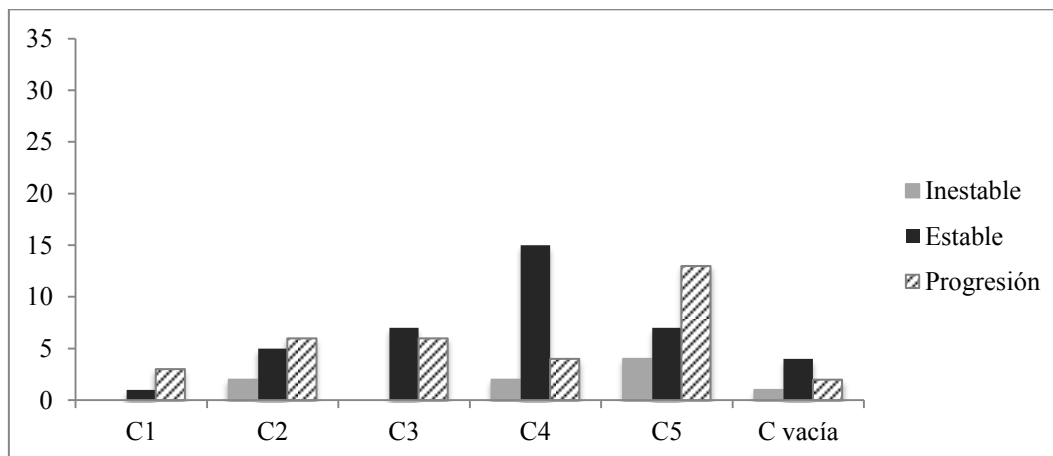


Figura 18. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, en el grupo A (n=29).

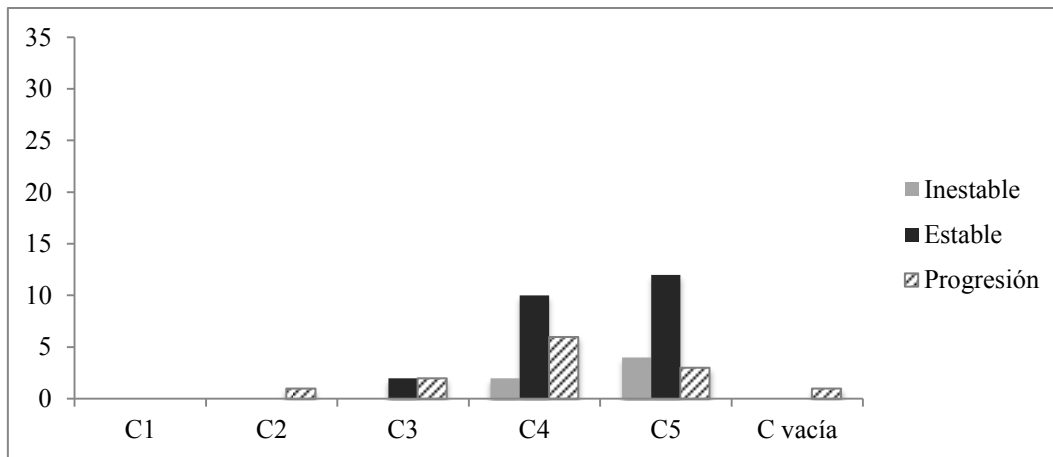


Figura 19. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de cuantificación de cada cara del dado, en el grupo B (n=32).

En la tarea de uso de la información, a diferencia de la tarea de cuantificación, en las caras uno y dos, las respuestas de los niños/as del grupo A fueron, más bien, inestables. Por otro lado, a partir de la cara tres las respuestas incorrectas de estos niños/as más pequeños se mantuvieron, sobre todo, estables.

El grupo B presentó principalmente respuestas incorrectas estables o que progresaron frente a todas las magnitudes. (Ver Figuras 20 y 21).

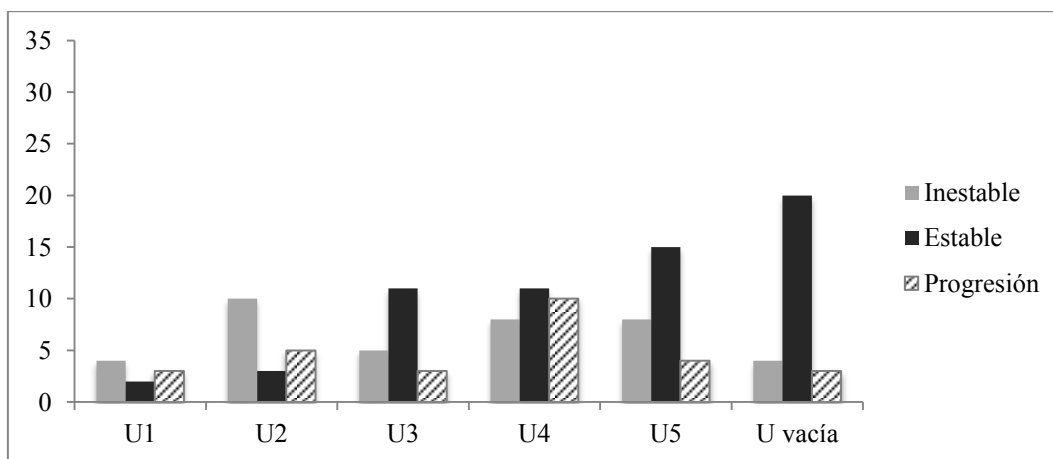


Figura 20. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado, en el grupo A (n=29).

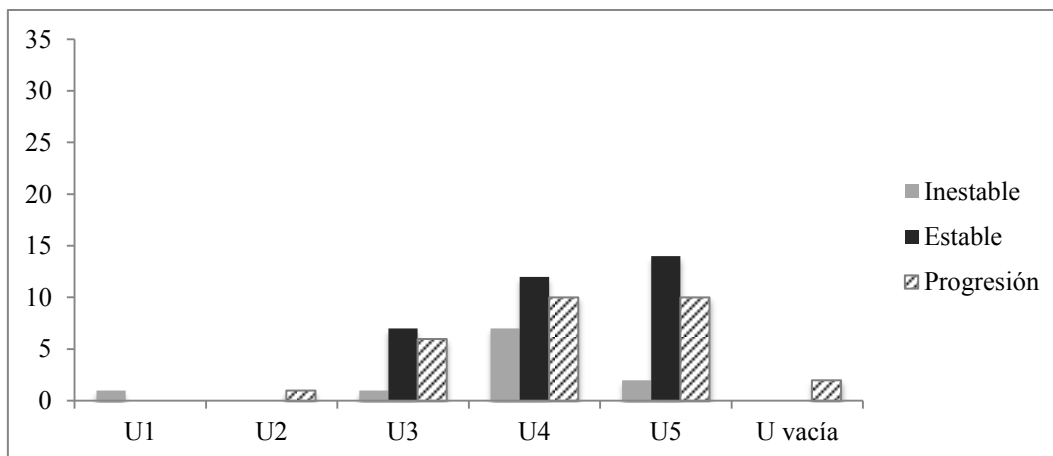


Figura 21. Frecuencias de respuestas incorrectas según la robustez del desempeño, en la tarea de uso de la información de cada cara del dado, en el grupo B (n=32).

En resumen, respecto a la robustez del desempeño de los niños/as en las tareas propuestas, observamos que en la tarea de *cuantificación* la mayoría de las *respuestas correctas* de los niños/as se mantuvieron *estables* en posteriores oportunidades. Las pocas respuestas correctas inestables fueron realizadas principalmente por los niños/as del grupo A.

Por otro lado, en la tarea de *uso*, en comparación con la tarea de *cuantificación*, observamos un incremento en las respuestas *correctas* inestables de los niños/as en todas las caras del dado, especialmente en el grupo A, frente a las caras uno, dos y tres. Las respuestas correctas del grupo B fueron mayoritariamente estables.

Las respuestas *incorrectas* de los niños/as en la tarea de *cuantificación*, con las caras con uno y dos puntos, progresaron (especialmente los niños/as del grupo A). Frente a la cara tres encontramos respuestas estables y que progresaron en ambos grupos. Frente a la cara cuatro, las respuestas incorrectas fueron sobre todo estables. Y frente a la cara cinco se marca una diferencia entre los grupos: los niños/as del grupo A progresaron, mientras que los niños/as del grupo B mantuvieron sus respuestas incorrectas (respuestas estables).

En la tarea de *uso*, a diferencia de la tarea de *cuantificación*, las respuestas *incorrectas* del grupo A fueron, más bien, *inestables* (caras uno y dos). Por otro lado, a partir de la cara tres, las respuestas incorrectas de estos niños/as más pequeños se mantuvieron, sobre todo, estables. El grupo B presentó principalmente respuestas incorrectas estables o que progresaron frente a todas las magnitudes.

5. Resumen general de los resultados del estudio 1

Con relación al objetivo 1 (cuando comparamos el desempeño de los niños/as en la tarea de *cuantificación y uso de la información cuantitativa*, sin distinguir los grupos de edad ni tampoco las magnitudes) el mejor desempeño se dio en la tarea de *cuantificación*. Esto indica que usar la información, en general, es más complejo cognitivamente que cuantificar. Asimismo, la comparación entre tareas, por magnitud, en el interior de cada grupo de edad indica diferencias entre cuantificar y usar las caras *tres* (grupo B) y *cuatro* (ambos grupos).

Para analizar en detalle el desempeño de los niños/as en el interior de las tareas y estudiar si el desempeño en cada tarea se relaciona con las magnitudes consideradas y con la edad de los participantes, dividimos los niños/as en dos grupos de edad y realizamos análisis de cara tarea, contrastando las relaciones con las magnitudes y con la edad de los participantes. Presentamos a continuación los principales resultados para cada tarea.

Tarea de cuantificación

En la tarea de cuantificación, observamos efectos de la edad al comparar los grupos y la magnitud (en el interior de los grupos). Los efectos de la edad se observaron pues el grupo B presentó claramente un desempeño superior al grupo A con todas las magnitudes, excepto con la cara cuatro (última cara con puntos presentada). Los efectos de la magnitud en el interior de cada grupo se observaron principalmente del uno al dos (solamente en el grupo A) y del tres al cuatro (en ambos grupos). No se observaron diferencias entre la ausencia de cantidad y el uno, tampoco entre el dos y el tres, ni entre el cuatro y el cinco. Podemos concluir que, al cuantificar, se observa el siguiente orden de desempeño a partir de las magnitudes: uno>dos (en el Grupo A); tres>cuatro (en

ambos grupos). Los resultados encontrados *no* permitieron el ordenamiento completo: cara vacía>cara uno; cara dos>cara tres; cara cuatro>cara cinco, en ninguno de los grupos. (ver Figura 22).

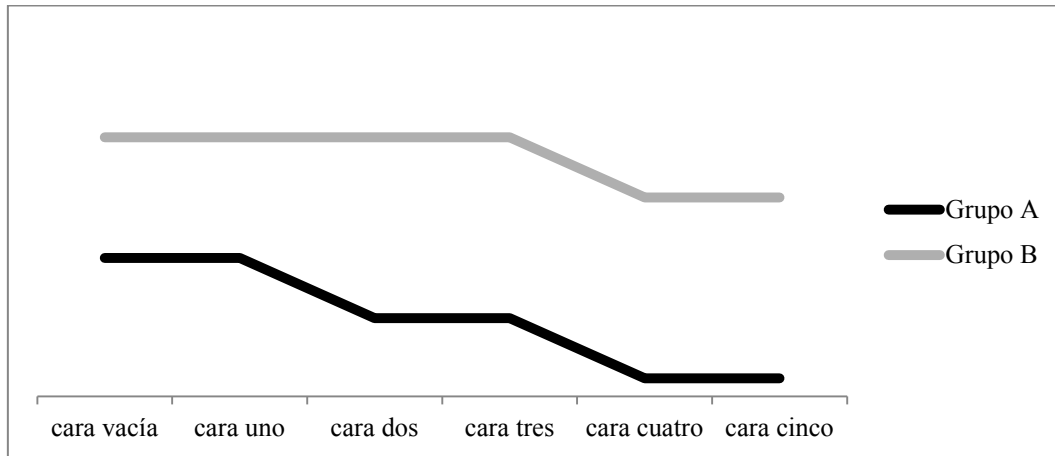


Figura 22: Ilustración del desempeño según las magnitudes en ambos grupos A y B, en la tarea de cuantificación.

Respecto a los patrones individuales del desempeño, en el grupo A, las frecuencias fueron similares en todos los patrones, incluso en los patrones IV (+ + - - -), V (+ - - - -) y VI (- - - - -), muy poco frecuentes en el grupo B. Este dato es congruente con la ordenación uno>dos observada solamente en el grupo A en el análisis anterior y con las diferencias de desempeño observada entre los grupos.

Los patrones en la cuantificación por el grupo B (I: + + + + +, III: + + + - - , además, II: + + + + - y otros: + + + - +) parecieron ratificar que no hubo diferencias entre el desempeño de las caras cuatro y cinco y que los niños/as que cuantificaron correctamente la cara tres, también lo hicieron con las caras uno y dos. Esto puede corroborar la única progresión encontrada, en este grupo, desde el tres al cuatro (ver Figura 22).

El análisis de la modalidad de expresión semiótica de las respuestas en la tarea de cuantificación mostró diferencias según la magnitud y la edad. Dominaron en ambos grupos las respuestas mixtas (orales con gestos de señalar inmediatos) u orales (sobre todo el grupo B), pero aparecieron diferencias entre ambos grupos dependiendo de la magnitud. Por ejemplo, destacamos que los niños/as pequeños/as (grupo A), a partir del dos, expresaron la cantidad de modo mixto y mediante gestos de señalar inmediatos; y ante la cara cuatro se observaron las mayores frecuencias de no respuestas por los niños/as de ambos grupos.

En relación a los tipos de errores realizados, en la tarea de cuantificación, los niños/as del grupo A realizaron los errores que más se “alejaban” de las respuestas correctas: se equivocaron, sobre todo, por dar respuestas protonuméricas (es decir, por realizar gestos de señalar en “silencio”, tocando los puntos), mientras que los niños/as del grupo B realizaron errores más “cercaños” a la respuesta correcta: se equivocaron realizando errores=1 y errores>1. Frente a las caras cuatro y cinco, en ambos grupos, observamos las mayores frecuencias de no respuestas (“peor” error considerado). Efectivamente, parece ser que, en la tarea de cuantificación, las cantidades cuatro y cinco representaron un mayor reto para los niños/as. Destacamos que muchos niños/as, frente a la solicitud de la entrevistadora para cuantificar o usar las caras cuatro y cinco contestaron: “este yo no sé” o “no lo sé”.

Respecto a la robustez del desempeño de los niños/as, observamos que en la tarea de cuantificación, en general, las respuestas fueron estables o progresaron. Las pocas ocurrencias de respuestas inestables se dieron en el grupo A.

Tarea de uso de la información cuantitativa

En la tarea de uso de la información cuantitativa, los resultados también parecieron indicar, en general, efectos de la edad y de la magnitud. El grupo B tuvo mejor desempeño que los niños/as del grupo A con las caras vacía, uno y dos. Se observaron diferencias entre el uno y el dos (en el grupo A), entre el dos y el tres (en el grupo B) y entre el tres y el cuatro (en ambos grupos). Pero en ninguno de los grupos aparecieron diferencias entre la ausencia de cantidades y el uno, ni tampoco entre el cuatro y el cinco.

De acuerdo con el conjunto de resultados, el orden de desempeño observado fue uno > dos (en el grupo A), dos > tres (en el grupo B) y tres > cuatro (en ambos grupos). Los resultados encontrados *no* avalaron el ordenamiento: cara vacía > cara uno; cara uno > cara dos; cara cuatro > cara cinco al usar dichas caras en ninguno de los grupos de edad (ver Figura 23).

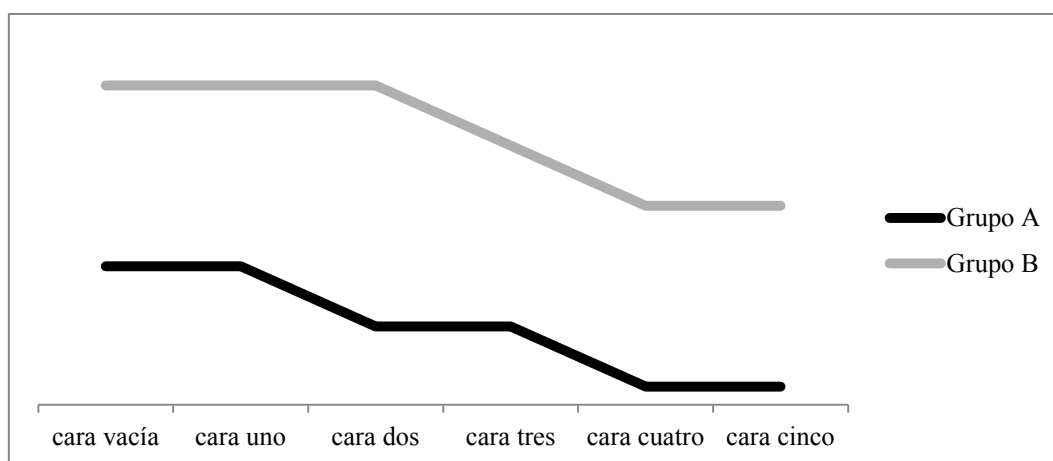


Figura 23: Ilustración del desempeño a partir de las magnitudes en ambos grupos A y B, en la tarea de uso.

En cuanto a los patrones individuales, en la tarea de uso, los niños/as del grupo A presentaron sobre todo los patrones V (+ - - - -), III (+ + + - -) y VI (- - - - -). Y los

del grupo B, presentaron los patrones III (+ + + - -) y IV (+ + - - -). Estos resultados parecen ratificar que si el niño/a es capaz de usar la información correcta de la cara con tres puntos, probablemente será capaz de usar las informaciones de las caras uno y dos. Además, estos resultados también nos permiten inferir un avance evolutivo: los niños/as del grupo B que pudieron avanzar correctamente con la cara uno también pudieron hacerlo con la cara dos, algo que no ocurre con los niños/as más pequeños/as (grupo A). Estos resultados confirman que el desempeño de los niños/as del grupo A con la cara uno es mejor que con la dos, también en la tarea de uso (Figura 23).

En cuanto a los tipos de errores, en el grupo A, fueron bastante variados a lo largo de las magnitudes: observamos altas frecuencias de errores=1, errores>1, avances en números fijos, continuos, usos no convencionales de los objetos. En cambio, los errores del grupo B al avanzar el caballo fueron sobre todo errores=1 con las caras tres, cuatro y cinco, y errores>1 con la cara cinco (errores más “cercaños” a la respuesta correcta).

Respecto a la robustez de las respuestas, estos resultados permiten confirmar que, en general, las principales dificultades de los niños/as, de ambos grupos, es mayor a partir de la cara con tres puntos. Asimismo, se ratifica un posible efecto de la edad. El grupo A presentó, en general, respuestas inestables. Sin embargo, destacamos que a partir de la cara tres, las respuestas incorrectas de estos niños/as más pequeños se mantuvieron, sobre todo, estables. El grupo B presentó mayoritariamente respuestas estables.

En definitiva, los resultados generales apuntan a diferencias al cuantificar y usar informaciones cuantitativas. Dichas diferencias dependen de factores como la edad y la magnitud considerada. Asimismo, los resultados encontrados *no* permitan establecer un

orden creciente y progresivo de dificultad (de la cara vacía a la cara cinco), en ninguna de las tareas.

Capítulo III

La interacción triádica (niño/a-adulto-objetos)
en un juego que involucra prácticas numéricas:
Un estudio longitudinal con niños/a entre 24 y 36 meses
(Estudio 2)

1. Objetivos generales

A partir del planteamiento teórico del Capítulo I en relación con el desarrollo numérico y de los sistemas semióticos previos al número, nuestro propósito en este estudio fue averiguar cómo va surgiendo la capacidad de *comprender* y *usar* representaciones de pequeñas cantidades (hasta cinco unidades correspondientes a los puntos de un dado) en niños/as desde los 24 hasta los 36 meses, con la ayuda de un adulto. Esta cuestión se estudió a partir de una situación de juego triádica (niño/a-adulto-objetos) en el que se tenía que tirar un dado, contar el número de puntos, y después hacer avanzar un caballo por un camino, el número de casillas indicado por el dado, hasta que el caballo llegase a su “comida”. El objetivo general fue analizar, en detalle, la interacción triádica, poniendo énfasis en los mediadores comunicativos utilizados por las díadas durante la situación de juego.

1.1 Objetivos específicos

(1) Analizar cómo los niños/as usaban los objetos del juego: errores (usos no-convencionales y protoconvencionales), aciertos (usos convencionales); y cómo se expresaban al cuantificar las caras del dado (oral y/o gestos);

(2) Analizar el uso de mediadores comunicativos verbales del adulto y del niño/a;

(3) Analizar el uso de mediadores comunicativos no verbales del adulto y del niño/a.

2. Metodología

2.1 Participantes

Participaron una niña y dos niños y sus respectivas madres. De ahora en adelante, la niña y su madre se identificarán como díada A: niña A (NA) y adulto A (AA); y los niños y sus madres como díada B: niño B (NB) y adulto B (AB), y díada C: niño C (NC) y adulto C (AC). Las tres familias tenían nivel socioeconómico medio-alto y residían en Barcelona. Los tres participantes eran hijos/a únicos/a hasta el momento de la última filmación y residían con sus padres y madres únicamente (a excepción de la díada A, que residía en la misma casa con los abuelos paternos de NA, en una planta superior).

Los tres adultos A, B y C tenían estudios universitarios (Educación Infantil, Nutrición y Medicina Pediátrica) y 35, 31 y 37 años de edad, respectivamente. Ninguno de los niños/a asistía a la Escuela Infantil. Las madres informaron no haber jugado nunca con dados con sus hijos/a, tampoco durante el período de la investigación. La decisión de que fuera la madre (y no el padre u otro cuidador) quien participara fue íntegramente de las familias. Nuestra condición fue que el adulto se mantuviera constante en todas las sesiones.

2.2 Materiales, tarea y procedimiento de recolección de datos

La presente investigación, como el Estudio 1, también se basó en el estudio transversal de Martí, Scheuer, y de la Cruz (2013) con niños/as de tres a cuatro años. Nos basamos en dicho estudio porque: (a) incluía un dado con puntos, p.e., con información numérica visual icónica que, como planteamos en el Capítulo I, parecen exigir comprensión progresiva para su uso correcto; (b) implicaba demandas cognitivas complejas, como interpretar y usar una información gráfica numérica (Cavalcante,

2014); (c) la situación planteada podría evidenciar los andamiajes pragmáticos del adulto y desvelar el proceso de comprensión de usos del número por los niños/a. En el presente estudio, se utilizó el mismo material del estudio anterior. La única diferencia fue la longitud del camino (10 casillas en lugar de 20)⁶ para facilitar su manipulación por los niños/a más pequeños/a.

La propuesta del juego consistía en hacer avanzar un caballito tantas casillas del camino como puntos indicase el dado, previamente lanzado, hasta que el caballo llegase a la “comida”; el objetivo era “dar la comida al caballo”, representada por una “chapita”, situada al final del camino. La investigadora, tras explicar a las madres en qué consistía el juego y facilitarles los objetos, las invitaba a que “jugaran con su hijo/a como lo hacían normalmente, respetando, en lo posible, la regla del juego”. A partir de este momento, la investigadora no interfería en la situación y se posicionaba junto al trípode y a la videocámara. Solo excepcionalmente los adultos o los niños/a se dirigían a la investigadora. Dichas ocurrencias fueron escasas y se especificarán más adelante, en los resultados, por díadas.

A partir de un diseño longitudinal de casos, llevamos a cabo un seguimiento de doce meses a cada familia. Realizamos un total de cinco filmaciones, cada tres meses, en sus respectivos hogares. Las filmaciones fueron realizadas con un margen de más o menos siete días de la fecha en que los niños/a cumplían 24, 27, 30, 33 y 36 meses (cada filmación se identificará de ahora en adelante por las sesiones S1, S2, S3, S4 y S5). La única excepción se dio en S4 de la díada B. Por motivo de viaje de la familia, realizamos la sesión 13 días después de la fecha de los 33 meses.

⁶ La primera sesión se realizó con el camino de 20 casillas, con las tres díadas. A partir de la segunda sesión, reducimos el camino a 10 casillas.

La duración de cada sesión fue, aproximadamente, de cinco minutos (ver Tabla 8). Algunas variaciones ocurrieron en función del interés de los niños/a por el juego o de la conclusión del objetivo general del juego: dar “comida” al caballo. Por ejemplo, tras algunas tiradas del dado, si el caballo llegaba al final del camino y finalmente “comía”, concluimos la sesión; en otras ocasiones prolongamos la filmación hasta que dicho objetivo se cumpliera.

El contacto con los participantes se hizo a través del padre de uno de los niños, conocido de la investigadora. La familia, a su vez, contactó con las otras madres participantes. Nos comunicamos individualmente con las madres y acordamos fecha y hora según su disponibilidad. En la primera sesión, cada madre firmó un documento facilitado por la investigadora, donde atestaban su consentimiento respecto al estudio y al uso de imágenes y datos para fines académicos.

Todas las madres y sus hijos/a realizaron la actividad sentados en el suelo del salón de sus hogares. En las sesiones estaban presentes solamente las díadas y la investigadora, con excepción de la díada C. En algunas sesiones, el padre estuvo presente como observador y, algunas veces, interfirió en la sesión (aunque no directamente en el juego) respondiendo y haciendo algún comentario a breves solicitudes de NC (por ejemplo, cuando le mostraba los materiales).

Tabla 8. Duración de las sesiones por díadas.

Duración de las sesiones						
Díadas	S1	S2	S3	S4	S5	Promedio
A	5'20"	5'35"	5'54"	5'22"	06'04"	5'65"
B	5'13"	5'49"	3'46"	5'48"	5'27"	5'21"
C	6'28"	5'10"	6'06"	5'54"	3'50"	5'49"

3. Análisis de los datos

Cada vídeo fue analizado con el anotador multimedia ELAN (EUDICO linguistic annotator, 2011; versión 4.6.1 y posteriores - de acuerdo con las actualizaciones del programa).

Segmentamos cada sesión a partir de los tres momentos del juego: (1) tirada del dado; (2) cuantificación de los puntos y (3) avance del caballo. Luego definimos las secuencias de análisis. Cada secuencia fue definida desde una tirada del dado hasta la siguiente tirada, lo que *no* implica que las secuencias estuviesen compuestas, necesariamente, por los tres momentos (ver Tabla 9). La decisión de denominar el tercer momento “avance del caballo” (y no “uso de la información cuantitativa”, en paralelo con el Estudio 1) se debe a que, como veremos en los resultados, en algunos casos, el niño/a tiraba el dado y directamente avanzaba el caballo por el camino, *sin* cuantificar los puntos del dado, consecuentemente, *sin* “usar” su información cuantitativa. Una vez definidas las secuencias, realizamos tres análisis, en congruencia con cada uno de los objetivos específicos mencionados.

Tabla 9. Frecuencias de secuencias (completas o incompletas), por sesión, por díada.

Frecuencias de secuencias, por sesión						
Díadas	S1	S2	S3	S4	S5	Promedio
A	8	10	7	11	11	9
B	12	11	6	11	9	10
C	15	10	7	11	7	10

3.1 Primer análisis. Usos de los objetos del juego por parte del niño/a: aciertos, errores; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos.

En congruencia con el primer objetivo, realizamos el análisis de los errores (usos no-convencionales y protoconvencionales de los objetos) y aciertos (usos convencionales de los objetos) por parte de los niños/as durante la interacción en los tres momentos del juego. La identificación de dichos usos se basaron en las categorías semióticas elaboradas por Rodríguez y Moro (1999) sobre gestos y usos de objetos, así como las categorías elaboradas en el Estudio 1 sobre errores y aciertos en las tareas de cuantificación y uso de la información cuantitativa. Además, la cuantificación del dado se categorizó también según el tipo de expresión semiótica (oral y/o gesto) que usaba el niño/a. La codificación se aplicó según los criterios abajo definidos.

Dimensión 1: Error / Acierto

Error

(1) Usos no convencionales: el niño/a usaba los objetos (dado, caballo, camino, comida) sin considerar sus funciones en el marco del juego – p.e., Dado: utilizaba el dado como asiento para el caballo, como comida para el caballo, como proyectil para derribarlo, como objeto animado que avanzaba por el camino. Caballo: hacía que el caballo caminara fuera del camino, en sentido opuesto al final del camino. Plato: Tiraba el plato de comida como si fuera un proyectil o como si fuera el dado. Camino: movía o intentaba quitar el camino del suelo, teniendo el caballo encima. También se consideraron usos no convencionales cuando el niño/a usaba o intentaba usar los objetos en momentos en que su uso no era pertinente – p.e., coger el dado o tirarlo tras cuantificarlo, en lugar de avanzar el caballo (uso no convencional del dado); o avanzar el caballo tras tirar el dado, sin cuantificar los puntos (uso no convencional del caballo).

(2) Usos protoconvencionales: el uso del objeto se aproximaba al convencional o a un “acierto” en la cuantificación y en el avance del caballo.

Al cuantificar los puntos, los usos protoconvencionales fueron:

- Respuesta protonumérica: respuesta oral – frente a una solicitud de cuantificación de los puntos, el niño/a decía cualquier palabra no numérica que nombraba los puntos o que marcaba un plural: “puntitos”, “bolitas” o palabras ininteligibles. Se tiene en cuenta la aparente intención de cuantificar la información del dado.

- Número fijo: respuesta oral o gesto simbólico-numérico – el niño/a expresaba recurrentemente el mismo valor numérico en distintas oportunidades de cuantificación de los puntos - p.e., con todas las caras del dado, decía que había tres puntos.

- Error>1: respuesta oral o gesto simbólico-numérico – el niño/a expresaba un valor numérico con error de más o menos de uno con relación a los puntos de la cara del dado en evidencia - p.e., realizaba gesto de señalar inmediato sobre tres puntos, pero volvía a realizar el gesto sobre dos de los puntos ya tocados, mientras decía las palabras numéricas “uno, dos, tres, cuatro, cinco”.

- Error=1: respuesta oral o gesto simbólico-numérico o mixta - el niño/a expresaba un valor numérico con error de solamente uno con relación a la cara del dado en evidencia - p.e., realizaba gesto de señalar inmediato sobre dos puntos, pero volvía a realizar el gesto sobre uno de los puntos ya tocados, mientras decía las palabras numéricas “uno, dos, tres” – con la cara dos.

- Parcialmente correcto: respuesta mixta - el niño/a expresaba correctamente en una de las modalidades de expresión (oral o gesto) e incorrectamente en la otra – p.e.,

realizaba gesto de señalar inmediato sobre dos puntos, uno cada vez, mientras acompañaba con las palabras numéricas “cinco y siete”; o decía palabras numéricas en secuencia, pero tocaba los puntos de modo indiscriminado.

Con la cara vacía, también se considera uso protoconvencional cuando el niño/a informaba presencia de puntos o algún valor numérico.

En el *avance del caballo*, los usos protoconvencionales fueron:

- Continuo: avanzaba hasta el final del camino o hasta la comida, sin respetar la secuencia de casillas; avanzaba hasta el final del camino, respetando la secuencia de casillas;

- Error>1: daba más de un paso de más o de menos por el camino, al compararse con la cantidad de puntos del dado o informada en la cuantificación;

- Error=1: el niño/a daba un único paso de más o de menos en el camino, al compararse con la cantidad de puntos evidenciada en el dado o informada en la cuantificación;

- Parcialmente correcto: el niño/a avanzaba por el camino la cantidad de casillas de modo congruente con la cantidad de puntos del dado o con la cantidad anteriormente informada al cuantificar los puntos del dado. Sin embargo, se equivocaba en la serie numérica que acompañaba dicha acción – p.e., avanzaba dos casillas, mientras decía “uno, tres”.

Acierto

(1) Usos convencionales: en la cuantificación de los puntos y en el avance del caballo, las respuestas de los niños/a eran congruentes con la cantidad de puntos presente en la cara superior del dado, o con la evaluación que el niño/a había hecho de la cantidad de puntos.

Dimensión 2: Expresión semiótica en la cuantificación de los puntos del dado

(1) Respuesta oral: el niño/a expresaba de manera oral el número de puntos del dado;

(2) Respuesta gesto simbólico-numérica: el niño/a enseñaba con los dedos el número de puntos de la cara del dado, sin expresión oral;

(3) Respuesta mixta: el niño/a se expresaba en las dos modalidades oral y gesto – con el gesto de señalar inmediato (GI), cuando el niño/a tocaba los puntos del dado; o simbólico-numérico (GS), cuando el niño/a enseñaba la información numérica con los dedos;

A modo de resumen, presentamos la siguiente tabla con las categorías utilizadas en las dos dimensiones considerada en este primer análisis (Tabla 10).

Tabla 10. Categorías utilizadas en el primer análisis: usos de los objetos del juego por parte del niño/a (error/acierto); y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos.

Dimensiones de análisis	Momentos del juego		
	Tirada del dado ⁷	Cuantificación	Avance del caballo
Usos de los objetos: Error/Acierto	Errores:		
	- Usos no convencionales -	- Usos no convencionales - Usos protoconvencionales • <i>respuesta protonumérica</i> • <i>número fijo</i> • <i>error>1</i> • <i>error=1</i> • <i>parcialmente correcto</i>	- Usos no convencionales - Usos protoconvencionales • <i>avance continuo</i> • <i>error>1</i> • <i>error=1</i> • <i>parcialmente correcto</i>
	Aciertos:		
	-	- Usos convencionales	- Usos convencionales
Expresión semiótica en la cuantificación		- Oral - Gesto simbólico-numérico - Mixto (oral y gesto de señalar inmediato; oral y gesto simbólico-numérico)	

3.2 Segundo análisis. Mediadores comunicativos verbales

Analizamos las actuaciones verbales del adulto y del niño/a durante la interacción, en los tres momentos del juego: tirada del dado, cuantificación y avance del caballo (objetivo 2). Las categorías consideradas en este análisis, utilizadas para los adultos y para los niños/a se describen a continuación.

⁷ Durante las tiradas del dado, identificamos solamente los usos no convencionales de los objetos. Nos resultó especialmente ambigua la definición de criterios para usos protoconvencionales y convencionales en esta situación, pues aquí otros usos del dado parecían relacionarse con la motricidad del niño/a (al tirar el dado lejos, suave, fuerte). A veces, el niño/a tiraba el dado lejos o con demasiada fuerza, pero era posible averiguar la cantidad de puntos del dado, por lo que el juego seguía con normalidad. Así, definir qué era “lejos”, “fuerte” o “suave” y el modo “ideal” para tirar el dado no fue posible.

Adultos

Considerando las estrategias de andamiaje (p.e. Van de Pol, Volman, y Beishuizen, 2010), clasificamos las categorías verbales del adulto en 1) ayudas cognitivas (cuando se refieren a la estructura del juego, de promover en el niño/a estructuración cognitiva con relación a las reglas), 2) ayudas afectivas (cuando se usan mediadores verbales ligados a evaluaciones positivas acerca de las actuaciones del niño/a y al control de la frustración) y 3) ayudas metacognitivas (cuando se hacen preguntas cuya intención pareciera ser provocar en el niño/a una reflexión acerca de su propia actuación). Hay que indicar que, aunque aquí el foco esté puesto en el lenguaje, estas intervenciones del adulto no son siempre sólo de tipo verbal, sino que con frecuencia van acompañadas de gestos y/o usos (estos serán analizados separadamente, en el siguiente nivel de análisis).

Ayudas cognitivas:

(1) Presentación: el adulto presentaba el material y/o las reglas y/o objetivo del juego - p.e., “mira, esto es un dado y este es el caballo, que tiene que llegar a la comida, que está allá”.

(2) Ilustración: el adulto ilustraba o ejemplificaba la forma en la que el niño/a tenía que usar los objetos del juego - p.e. “Mira, nada... no hay nada. Pues el caballito no se mueve”; “Que sale un punto, uno, pues el caballito avanza uno”. Las ejemplificaciones podían ser *completas* o *parciales*, cuando, respectivamente, el adulto ejemplificaba al menos dos momentos del juego - p.e. la cuantificación de los puntos y el avance el caballo; o ejemplificaba solamente uno de los momentos - p.e. la cuantificación de los puntos.

(3) Instrucción: el adulto invitaba al niño/a a tirar el dado, a cuantificar los

puntos, a avanzar el caballo - p.e., “venga, ¡tira el dado!”, “¿cuántos puntos hay en el dado?”, “venga, vamos a mover el caballito a ver si llega a su comida porque tiene mucha hambre”; “que camine cinco”.

(4) Prevención de error: el adulto hacía advertencias al niño/a para que no realizara errores. Se trataba de una intervención acerca de lo que todavía no había ocurrido - p.e., “hay que contar, pero poco a poco, ¿eh?”; o tras Instrucción, enseguida decía: “pero no lastimes al caballo, pobrecito”.

(5) Corrección: corregía la actuación del niño/a, al considerarla errónea o inadecuada - p.e., “no, no lo tires [el dado] al caballito, ¿eh?”; “no, solo hay uno [punto] aquí”; “No, ¡el caballito va hasta aquí! Todavía no llegamos [a la comida]”.

Por otro lado, también consideramos actuaciones realizadas por el adulto y por el niño/a de modo complementario. Solían ocurrir por iniciativa del adulto y también tenían carácter de ayuda cognitiva:

(1) Presentación Complementaria: el adulto y el niño/a presentaban los materiales, las reglas y/o el objetivo del juego; p.e., A: ¿Esto, qué es? N: Un dado; A: Ahora explícale el juego a Sílvia, dile qué tiene que hacer ella. Dile. Explícale qué tiene que hacer para que el caballo pueda comer. N: Avanzar los puntos y llegar aquí, señalando la comida; A: Y ahora, ¿qué tenemos que hacer? N: Tilar [tirar] el dado.

(2) Uso Complementario: Cuando el adulto y el niño/a actuaban de manera complementaria, compartiendo el mismo referente. Podría darse *con error* o *con acierto* del niño/a - p.e. el niño/a avanzaba con el caballo (correctamente o saltándose casillas), mientras el adulto acompañaba con palabras numéricas; el adulto sujetaba el dado, mientras el niño/a contaba los puntos (con error o correctamente); mientras el adulto guiaba el dedo del niño/a señalando y tocando los puntos del dado, el niño/a

acompañaba con palabras numéricas (correctamente o equivocándose en la secuencia numérica). Fueron casos en que lenguaje y usos de objetos aparecieron de manera especialmente sincrónica.

Ayudas afectivas:

(6) Aceptación del error: tras una actuación errónea o inadecuada del niño/a, el adulto *no* le corregía, sino que aceptaba dicha actuación - p.e. “tres, muy bien”, frente a una cara con *dos* puntos, cuantificada como “tres” por el niño/a; “muy bien, ahí se queda el caballito”, frente a un avance del caballo que no correspondía con la cantidad de puntos del dado.

(7) Evaluación positiva: tras una actuación *correcta* realizada por el niño/a, el adulto confirmaba o realizaba una evaluación positiva acerca de dicha actuación - p.e., “De acuerdo, ha avanzado uno”; “¡muy bien! Hay dos [puntos]”.

Ayudas metacognitivas:

(8) Suscitación de recapitulación: tras una cuantificación correcta o incorrecta, el adulto suscitaba la recapitulación del valor cardinal (total) de los puntos contados, conectándolos con el avance del caballo - p.e. tras cuantificación, “entonces, ¿cuánto va a avanzar el caballito?”. También se incluyen las situaciones en las que el niño/a todavía no había cuantificado el dado, pero el adulto se lo suscitaba conectándolo con el avance del caballo - p.e., tras la tirada del dado, el adulto enseña el dado al niño/a y le pregunta: “Y ahora, ¿cuántos tiene que avanzar?”.

(9) Suscitación de ratificación: frente a una actuación *correcta* por el niño/a, el adulto volvía a preguntarle respecto a dicha actuación. Pareciera que la intención era confirmar que dicha actuación se realizara de modo consciente por el niño/a - p.e.,

“¿tres, seguro?”, tras cuantificación correcta del niño/a de la cara con tres puntos. También pareciera que la intención del adulto era verificar si el niño/a reconocía el valor cardinal de la colección - p.e, “entonces, ¿cuántos han salido?”, tras cuantificación correcta por el niño/a a través de conteo. Se diferencia de la suscitación de recapitulación una vez que no hay conexión directa con el avance del caballo.

(10) Suscitación de autorregulación: tras una actuación errónea, el adulto cuestionaba el niño/a respecto a su actuación - p.e., “a ver, ¿estás seguro que son tres?”; “¿pero, ha avanzado *dos* el caballito?”, frente a un avance de cuatro pasos.

Niño/a

(1) Presentación: por iniciativa propia, el niño/a presentaba los materiales, la regla y/o el objetivo del juego - p.e., “tiene te [que] llegar a la tomada [comida]”;

(2) Autorregulación: el niño/a decía qué iba a hacer inmediatamente antes de realizar dicha actuación - p.e., “yo voy a tirar el dado”; o hacía preguntas aparentemente dirigidas a sí mismo - p.e., “¿qué ha salido?”, tras tirar el dado.

A modo de resumen, presentamos la Tabla 11 con las categorías que acabamos de definir, utilizadas en este segundo análisis, en el presente estudio.

Tabla 11. Categorías verbales consideradas para el adulto y para el niño/a.

Adulto (A)	Niño/a (N)
<i>Ayudas cognitivas:</i>	- Presentación N
- Presentación A	- Autorregulación
- Ilustración	
• Completa	
• Parcial	
- Instrucción	
- Prevención de error	
- Corrección	
<i>Ayudas afectivas:</i>	
- Aceptación del error	
- Evaluación positiva	
<i>Ayudas metacognitivas:</i>	
- Suscitación de recapitulación	
- Suscitación de ratificación	
- Suscitación de autorregulación	
Adulto (A) y Niño/a (N)	
<i>Ayudas cognitivas:</i>	
- Presentación complementaria	
- Uso complementario	
• <i>Con error de N</i>	
• <i>Con Acierto de N</i>	

3.3 Tercer análisis. Mediadores comunicativos no verbales

El tercer análisis tenía como objetivo identificar y analizar los gestos realizados por las diadas y los usos de los objetos realizados por los adultos que tuvieron lugar durante las producciones verbales presentadas anteriormente, en los tres momentos del juego: tirada del dado, cuantificación de los puntos y avance del caballo (objetivo 3).

Para la realización de este análisis, partimos de las categorías semióticas elaboradas por Rodríguez y Moro (1999) sobre gestos y usos de objetos a las que se añadieron categorías nuevas de naturaleza numérica, de acuerdo con los objetivos de este estudio. La codificación de estos datos precisó el ajuste de categorías (de contenidos numéricos) en un proceso gradual que concluyó cuando los nuevos datos no cambiaron las categorías utilizadas. Se realizó un análisis microgenético, segundo a segundo, para identificar con precisión el momento de ocurrencia de cada gesto y uso de

objetos en los momentos de la tarea, por participante.

La categoría de gestos está compuesta de *ostensiones*, gestos de *colocar* (“placing”; según Clark, 2003), gestos de *señalar* (inmediatos, múltiples y distantes) y gestos *simbólicos*.

(1) Ostensiones: signo y referente coincidían - p.e., el adulto o el niño/a ofrecía o mostraba el dado al otro. En la literatura actual no hay consenso respecto a que las ostensiones sean gestos (ver discusión en Rodríguez, Moreno-Núñez, Basilio, y Sosa, 2015). Sin embargo, adoptamos el término por también considerar que este gesto es la primera forma de referencia compartida, muy anterior al gesto de señalar, tanto en comprensión (Rodríguez, 2012; Rodríguez y Moro, 1999; 2008), como en producción (Bates, Benigni, Bretherton, Camaioni, y Volterra, 1979; Camaioni, Volterra, y Bates, 1978; se refieren al giving y al showing). Para una opinión distinta véase Grosse, Moll, y Tomasello (2010).

(2) Gestos de colocar: posicionamiento del objeto para sugerir o invitar al otro para que lo use convencionalmente, actuando como *signo de su uso* - p.e., el adulto colocaba el dado cerca del niño/a invitándolo/a así a tirarlo; el niño/a acercaba la comida al adulto mientras el adulto avanzaba el caballo.

(3) Gestos de señalar: mantenían una relación de proximidad con el referente (Butterworth, 1998; Liszkowski, Carpenter, Striano, y Tomasello, 2006). Destacamos los gestos de señalar utilizados como soporte externo al conteo, por ejemplo, para controlar los objetos ya contados y para etiquetarlos con palabras numéricas (Graham, 1999; Schaeffer, Eggleston, y Scott, 1974). Se distinguieron tres tipos de gestos de señalar: (1) distantes, no tocaba el objeto indicado; (2) inmediatos, lo tocaba una sola

vez; y (3) múltiples, tocaba el objeto indicado repetidamente (por ejemplo, tocaba más de una vez el mismo punto del dado o la misma casilla en el camino)⁸.

(4) Gestos simbólicos: implicaban un grado de ausencia del referente (Palacios y Rodríguez, 2014) - p.e., el adulto movía ambas manos hacia adelante, palmas hacia arriba, significando “tirar el dado”, o el niño/a movía los dedos sobre la “chapita” - significando “poner comida en el plato”. Se incluyen los gestos de negación o afirmación (con movimientos de cabeza). En esta categoría destacamos los gestos simbólico-numéricos, utilizados para representar cantidades con los dedos.

Con relación a los mediadores comunicativos relacionados con los usos de los objetos de los adultos identificamos:

(1) Demostración distante (DD): el adulto se presentaba como modelo utilizando el objeto por su función - p.e., tiraba el dado, cuantificaba los puntos o avanzaba el caballo por el camino.

(2) Demostración inmediata (DI): el adulto guiaba directamente el cuerpo del niño/a introduciéndole en el uso del objeto – p.e., guiaba el dedo del niño/a para que realizara gestos de señalar inmediatos sobre cada punto; guiaba la mano del niño/a durante el avance del caballo por el camino.

(3) Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC): utilizando la mano, el adulto impedía que el niño/a realizara usos no convencionales con los objetos o actuaciones inadecuadas – p.e., le quitaba el dado al niño/a cuando el caballo debería

⁸ Cabe señalar que las ocurrencias por gestos fueron consideradas por turnos, independientemente de la cantidad de puntos de la cara del dado o de las casillas del camino en cuestión. Si, por ejemplo, el adulto o el niño/a realizaba un gesto de señalar inmediato sobre cada punto de la cara cinco, se consideró como *una* ocurrencia de gesto de señalar inmediato (y no cinco). El mismo criterio se utilizó con las casillas del camino - p.e., si el adulto al decir al niño/a: “avanza tres casillas”, el niño/a tocaba tres casillas secuencialmente, se consideró *una* ocurrencia de gesto de señalar sobre casillas.

avanzar; quitaba del campo de visión del niño/a el caballo, cuando el dado debería ser tirado; cogía la mano del niño/a “frenándole”, cuando el avance por las casillas sobrepasaba la cantidad de puntos del dado. Solían tener lugar durante las categorías de Prevención de error o Corrección, del segundo análisis. En la Tabla 12 presentamos un resumen de las categorías del tercer análisis.

Tabla 12. Categorías consideradas en el tercer análisis: gestos del adulto y del niño/a y usos de los objetos por el adulto.

Gestos	Adulto	Niño/a
- Ostensiones	x	x
- Colocar	x	x
- Señalar	x	x
• <i>Inmediatos</i>	x	x
• <i>Múltiples</i>	x	x
• <i>Distantes</i>	x	x
- Simbólicos	x	x
Usos de los objetos		
- Demostraciones	x	-
• <i>Distantes (DD)</i>	x	-
• <i>Inmediatas (DI)</i>	x	-
- Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC)	x	-

Nota: La letra x indica si la producción fue realizada por los adultos, por los niños/a o por ambos.

3.4 Análisis de fiabilidad

Todas las categorías definidas en los análisis previamente explicitados fueron aplicadas a las tres díadas. Una investigadora independiente codificó íntegramente cuatro de los 15 registros al azar, utilizando dichas categorías. Así, realizamos un análisis de la fiabilidad de los códigos de observación en base al acuerdo entre dos observadoras independientes, y calculamos el coeficiente Kappa de Cohen para estas categorías utilizando el calculador de fiabilidad ReCal desarrollado por Freelon (2010). El nivel de acuerdo a partir del coeficiente Kappa de Cohen obtenido en cada tipo de análisis se indica de acuerdo con la clasificación de Viera y Garrett (2005) (Tabla 13).

Tabla 13. Análisis de fiabilidad en los análisis realizados, a partir del Kappa de Cohen, según la clasificación de Viera y Garrett (2005).

Tipo de análisis	Porcentaje de acuerdo/ Coeficiente Kappa de Cohen	Nivel de acuerdo
Usos de los objetos por los niños/a (errores/aciertos)	87,1% 0,806	Casi perfecto
Mediadores comunicativos verbales	80,2% 0,767	Substancial
Mediadores comunicativos no verbales	88,1% 0,825	Casi perfecto

4. Resultados

4.1. Díada A

Ahora presentaremos los análisis de la díada A, en las cinco sesiones. Tendremos en cuenta las secuencias y momentos del juego 1) tirada del dado, 2) cuantificación de los puntos del dado y 3) avance del caballo. Para cumplir con nuestros objetivos específicos presentaremos los resultados de cada objetivo separadamente en cada momento del juego.

4.1.1. Análisis de los usos de los objetos del juego de la niña A (NA): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos

4.1.1.1. Tiradas del dado

El *único* error por *uso no-convencional* encontrado durante las tiradas del dado se dio a los 30 meses (S3), cuando NA cogió el caballo indebidamente - tras Instrucción del adulto A (AA) para que tirara el dado.

4.1.1.2. Cuantificaciones de los puntos

A) Usos no-convencionales, protoconvencionales, y convencionales de NA

Los usos no-convencionales (errores) de NA al cuantificar los puntos fueron poco frecuentes: sólo en S2 y en S3 (intenta coger el caballo tras tirar el dado, antes de cuantificar los puntos). En cambio, en todas las sesiones observamos errores más cercanos a aciertos (usos protoconvencionales) del dado; errores que se redujeron gradualmente, mientras que aumentaron los aciertos (usos convencionales). Los aciertos se dieron a partir de S2 y fueron más frecuentes a partir de S4, cuando encontramos raros usos protoconvencionales y ningún uso no convencional (ver Figura 24).

Destacamos que en S2, dos usos protoconvencionales de NA se dieron durante Uso Complementario. Los Usos Complementarios eran aquellas situaciones en las que la madre y la niña usaban los objetos conjuntamente. En este caso, realizaban las cuantificaciones juntos, de modo que una complementaba la actuación de la otra. En ambas situaciones de Usos Complementarios realizados por la díada, en S2, el adulto sostuvo el dado, acercándolo a la niña, mientras la niña realizaba la cuantificación. Volveremos a los Usos Complementarios más adelante, al estudiar, en detalle, las ayudas dadas por el adulto.

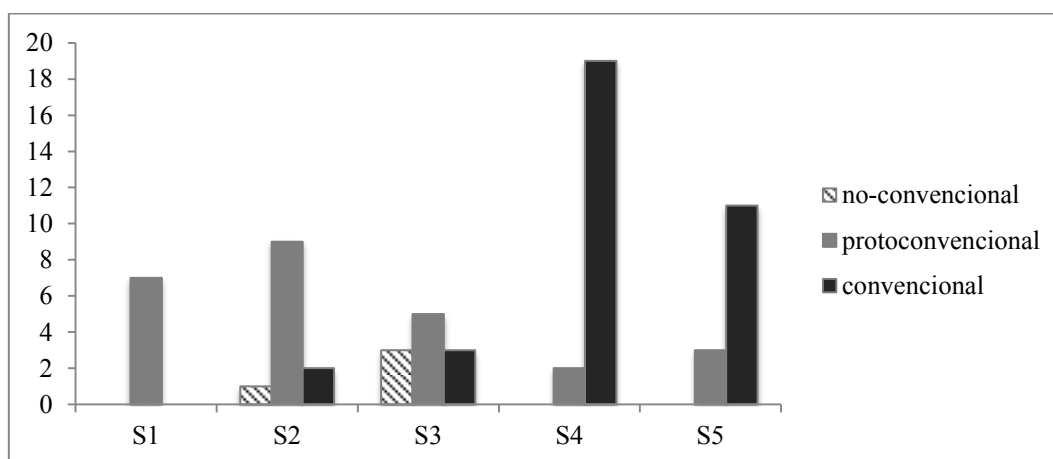


Figura 24. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NA, al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones.

Los errores por usos protoconvencionales que más se alejaban del uso convencional o acierto de NA acontecieron en S1 y en S2: *número fijo* – cuando NA informó, para todas las caras, el mismo valor numérico; y *error>1* – cuando NA se equivocó por más/menos que uno con relación al valor numérico indicado en el dado. En S1, en todas las situaciones, NA informó siempre el valor tres (oralmente) para cuantificar las caras del dado (ver Figura 25). Resaltamos que este valor (tres) fue el mismo informado por AA en la Demostración que realizó al principio de esta primera sesión.

En S5, encontramos solamente los errores por usos protoconvencionales que más se acercaban al acierto: *parcialmente correcto* – cuando NA informó de manera mixta (oral y gesto) el valor numérico, equivocándose solo en una de las modalidades de expresión; y por *error=1*, cuando NA se equivocó solo de un valor en relación al valor indicado en el dado.

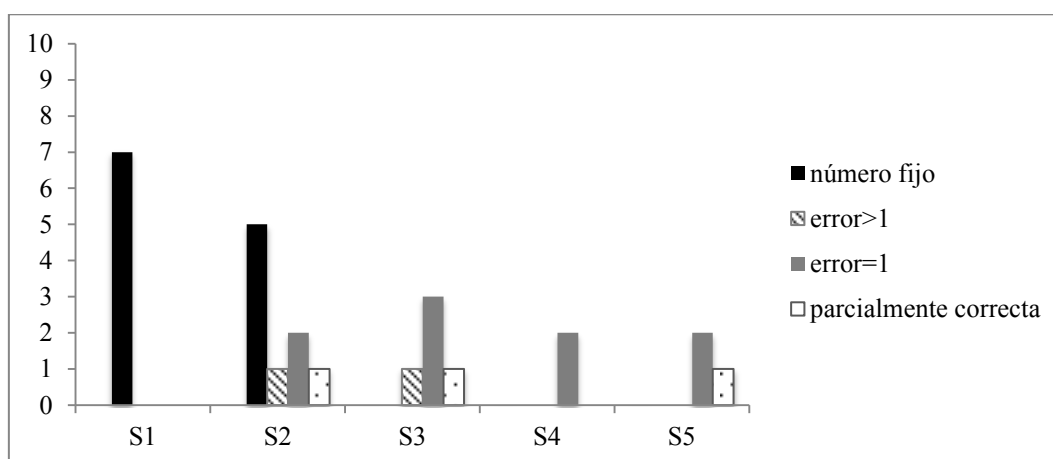


Figura 25: Tipos de errores (usos protoconvencionales) de NA al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones.

Recordamos que al ser un juego libre, las frecuencias de aparición de las caras del dado no fueron predefinidas. Asimismo, hasta S5, la niña fue capaz de cuantificar correctamente todas las caras. Los primeros aciertos de NA, en S2, se dieron con las

caras uno y tres (aunque la niña también se haya equivocado frente a estas caras, en esta misma sesión). A partir de S4, encontramos únicamente aciertos frente a las caras vacía, uno y dos – a partir de S4 ya no encontramos errores con dichas caras; en S4 y en S5, encontramos tanto errores como aciertos con las caras tres, cuatro y cinco (ver Tabla 14).

Así, se destaca que la cuantificación correcta de los puntos se dio de forma progresiva: los aciertos frente a las caras vacía, uno y dos se estabilizaron antes que los aciertos con las caras tres, cuatro y cinco.

Tabla 14. Desempeño de NA (errores y aciertos) al cuantificar los puntos, en función de las caras del dado que aparecieron a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1	E	-	E	-	E	-			E	-		
S2			E	A	E	-	E	A	E	-	E	-
S3					E	A	-	A	E	A	E	-
S4	-	A	-	A	-	A	E	A	E	A		
S5	-	A	-	A	-	A	E	-	E	A	E	A

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no evaluación por parte de la niña de la cara del dado, durante la sesión indicada.

B) Modos de expresión semiótica

En relación con las modalidades de expresión en la cuantificación de los puntos por NA, en S1 y en S2 la expresión oral fue predominante (destacamos que todas fueron erróneas en S1); hay que destacar que en S1, la niña ni señaló ni realizó gestos simbólico-numéricos. En S2 y en S3, NA se expresó de forma oral - y correcta - solamente al informar del valor con un punto. A partir de S2 empezamos a observar expresiones mixtas (del tipo gesto de señalar inmediato con expresión oral - cuando NA tocó los puntos y acompañó dichos gestos con palabras numéricas). Dichas expresiones

mixtas fueron muy frecuentes en S3, pero sólo con los gestos de señalar inmediatos, como en S2.

En S4 y en S5, la niña se expresó predominantemente de forma oral - y correcta, y también utilizó expresiones mixtas (expresiones orales con gestos simbólico-numéricos – GS, y con gestos de señalar inmediatos - GI). Lo llamativo aquí es que en S4 y en S5 aparecieron por primera vez los gestos simbólico-numéricos, por lo que se produjo un claro desfase entre los gestos de señalar inmediatos (desde S2) y los simbólico-numéricos, que serían más complejos (Ver Figura 26).

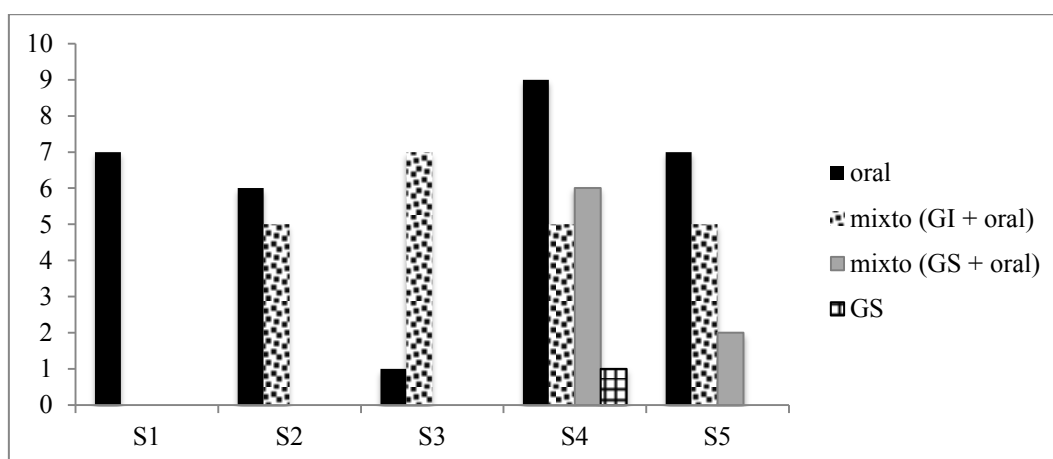


Figura 26: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NA, a lo largo de las sesiones.

Así, es posible destacar que en S1, NA se expresó de manera oral, pero errónea; a partir de S2, realizó además conteos (a través de expresiones mixtas, con GI) (ver Figura 27) y, sobre todo a partir de S4, NA evaluó las caras del dado de manera súbita a partir de las expresiones orales y de los gestos simbólico-numéricos) (ver Figura 28).



Figura 27. Expresión mixta (con GI), con la cara dos, por la niña, en S3.



Figura 28. Gestos simbólico-numéricos (GS) para expresar, respectivamente, los números uno y dos, frente a caras uno y dos, por la niña, en S4.

Cabe destacar que las evaluaciones súbitas realizadas por NA se dieron con las caras uno, dos y tres (cara uno desde S2; caras dos y tres a partir de S4). Con las caras cuatro y cinco, NA siempre utilizó expresiones mixtas acompañadas de gestos de señalar inmediatos.

4.1.1.3. Avances del caballo

En esta fase del juego, observamos las mayores frecuencias de usos no-convencionales (errores), en comparación con las fases anteriores, aunque también se dieron en las tres primeras sesiones (ver Figura 29): NA avanzó el caballo fuera del camino, tiró el dado en lugar de avanzar el caballo, e intentó quitar o mover el camino.

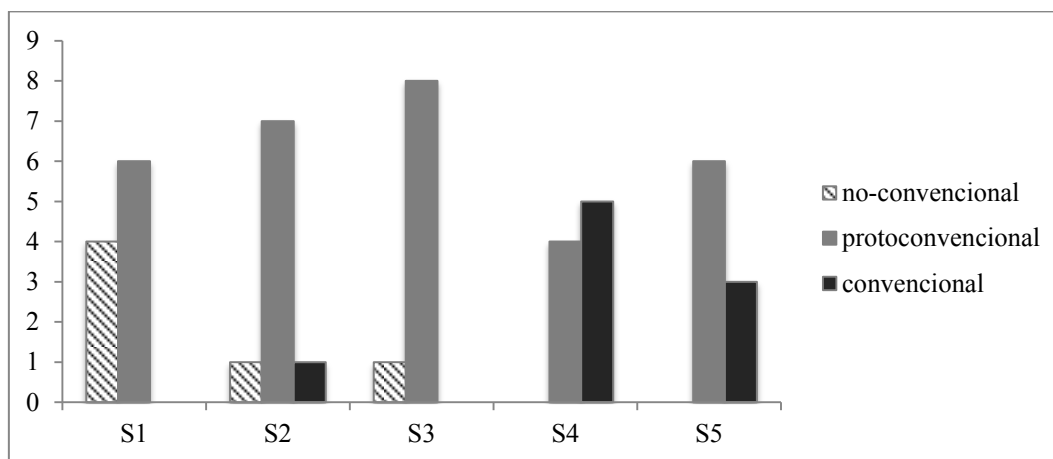


Figura 29: Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NA, al avanzar el caballo, a lo largo de las sesiones.

Los usos protoconvencionales (errores), como en las cuantificaciones, también ocurrieron en todas las sesiones. Aparecieron también cambios notables a lo largo de las sesiones. En las tres primera sesiones, los usos protoconvencionales de la niña consistieron principalmente en llevar el caballo directamente hasta la comida (avances continuos). Sin embargo, a partir de S4, los usos protoconvencionales se dieron por errores más cercanos a los usos convencionales; se dieron por error > 1 y por error = 1 (ver Figura 30). Destaquemos que en S1 y en S2, respectivamente, tres y cinco de estos avances continuos de NA se dieron durante Usos Complementarios. En todas estas situaciones, el adulto acompañó con palabras numéricas, de forma rítmica y pausada, los primeros pasos del caballo dados por NA; sin embargo, después de hacer avanzar el

caballo estos primeros pasos con el uso complementario de la madre, la niña no paró el caballo y continuó avanzando por el camino hasta la comida, o se levantó, llevando el caballo directamente hasta su comida (ver Figura 30).



Figura 30. Avance continuo (Tras cuantificación - NA abandona el avance por el camino, se levanta y corre con el caballo en la mano, dirigiéndose al platito. Enseñada da comida al caballo), en S1.

Los avances correctos del caballo (usos convencionales) se concentraron en S4 y S5, en congruencia con la cantidad de puntos del dado o con el valor informado por NA al cuantificar los puntos. Hubo una excepción: una ocurrencia de acierto en S2 (tras corrección de AA, con la cara uno). (ver Figura 31).

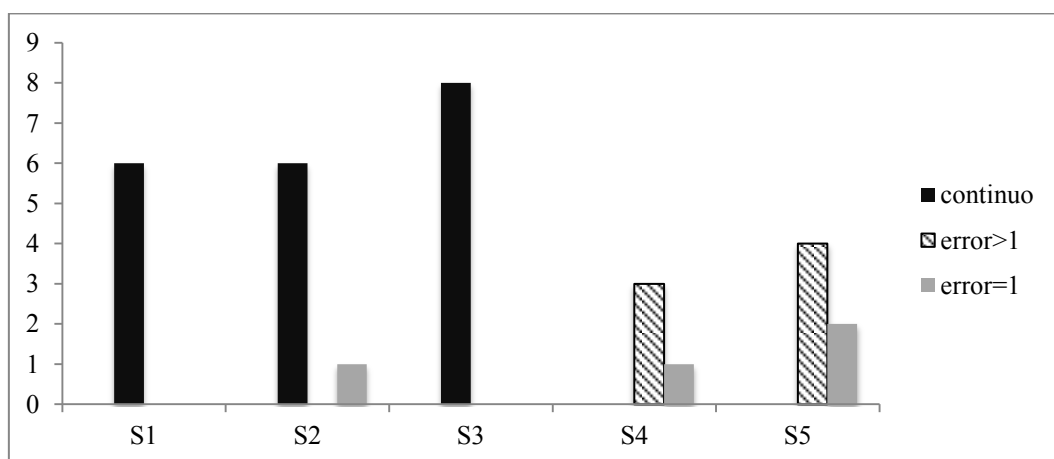


Figura 31. Tipos de Usos protoconvencionales (errores) de NA al avanzar el caballo, a lo largo de las sesiones.

Con relación a las caras del dado y sus relaciones con los errores y aciertos resaltamos que, a diferencia de la cuantificación, los aciertos en el avance del caballo tuvieron lugar solamente con las caras vacía, uno y dos. Asimismo, se observa un cambio evolutivo: los aciertos con la cara uno empiezan a tener lugar a partir de S2; y, con la cara dos, a partir de S4. En S5, encontramos solamente aciertos con las caras uno y dos (Ver Tabla 15).

Tabla 15. Desempeño de NA (errores y aciertos) en los avances del caballo, en función de las caras del dado que aparecieron a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1	E	-	E	-	E	-			E	-		
S2			E	A	E	-	E	-	E	-	E	-
S3					E	-	E	-	E	-	E	-
S4	-	A	E ⁹	A	-	A	E	-	E	-		
S5			-	A	-	A	E	-	E	-		

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada por NA durante la sesión.

⁹ Es interesante indicar que el error de NA en S4 con la cara uno se dio cuando el caballo estaba a tan solo dos pasos de la “comida”. La niña avanzó los dos pasos y dio comida al caballo, realizando error=1. En otras ocasiones, durante esta misma sesión y más lejos de la “comida”, la niña avanzó correctamente con esta misma cara.

En resumen, los análisis del **objetivo 1** indican diferencias entre cuantificación y uso con los avances del caballo, con aparente mayor dificultad en el avance. En general, NA usó los objetos fuera del marco del juego (*usos no-convencionales*) hasta S3; sobre todo, durante los *avances*. Errores por usos protoconvencionales – que se acercaban más a los aciertos - también marcaron diferencias entre cuantificar y avanzar el caballo: en las *cuantificaciones*, se *redujeron* progresivamente (*desde S1 hasta S5*), en la medida en que los *usos convencionales* iban teniendo lugar (*desde S2*). En los avances, los usos *convencionales* se concentraron en S4 y en S5.

Además, destacamos los cambios evolutivos de los tipos de errores por usos protoconvencionales, a lo largo de las sesiones: en las cuantificaciones - solamente a partir de S2, NA empezó a utilizar gestos de señalar inmediatos para contar (en las dos primeras sesiones, su principal manera de expresión era oral - y errónea). A partir de S4, la niña volvió a expresarse mayoritariamente de modo oral – pero ahora correctamente – y también a través de gestos simbólico-numéricos. Esto parece indicar que el uso de los gestos de señalar se dio antes que la evaluación súbita. Los avances - hasta S3, fueron continuos (al llevar el caballo hasta la comida, directamente, con todas las caras). A partir de S4, NA realizó errores más cercanos a los aciertos ($\text{error} > 1$ y $\text{error} = 1$). Esto parece indicar que la niña comprendió el objetivo del juego (dar comida al caballo) antes de empezar a regularse en el avance preciso a partir del número.

Resaltamos, además, que la comprensión de las magnitudes pareció darse de manera progresiva: en la cuantificación, los aciertos con caras vacía, uno y dos se estabilizaron antes de los aciertos con las caras tres, cuatro y cinco. En el avance, vimos aciertos solamente con caras vacía, uno y dos. Lo que también parece ratificar la mayor dificultad de la tarea de avance del caballo.

4.1.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales¹⁰

4.1.2.1. Tiradas del dado

Las tiradas del dado de la díada A fueron marcadas por ayudas cognitivas del adulto (sobre todo, Instrucciones), a lo largo de todas las sesiones. El único error por uso no-convencional de la niña fue seguido por una Corrección (en S3). Las demás Correcciones se dieron debido a errores relacionados con la motricidad de la niña (al tirar el dado lejos, fuerte) (ver Tabla 16).

Tabla 16. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante las *tiradas del dado*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	1	1	1	2	1	6
	Ilustración	2	1	0	0	0	3
	Instrucción	8	10	7	13	10	48
	Prevenición error	2	3	6	0	3	14
	Corrección	2	0	2	1	4	9
Afectivas	Aceptación error	0	0	0	0	0	0
	Evaluación positiva	0	0	0	0	0	0
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	0	0	0	0	0	0

Las cinco sesiones empezaron con la Presentación del juego por iniciativa del adulto A (AA), quien hizo hincapié en el objetivo de la actividad (“dar comida al caballo”), utilizando recursos simbólicos al poner énfasis en la “comida” como objetivo del juego y atribuir al caballo estados anímicos, como “triste”, “hambriento”, etc. (ver

¹⁰ Para visualizar la evolución de cada sesión de manera íntegra, en cada momento del juego, para la díada A, según el presente análisis, ver anexo A.

Observación 1).

Observación 1. Presentación del juego por AA (S1; 27”)

AA: El caballito tiene que llegar ahí a la comida, ¿ves? [AA realiza gesto de señalar distante dirigido a la “comida”, situada al final del camino]. Aquí está su comidita ¡Oh! ¡El caballito tiene hambre! Y aquí tiene que llegar... [AA realiza ostensión con la “comida”]. Pero, ¿qué vamos a hacer? ¡Vamos a tirar el dado [AA realiza ostensión con el dado] y contamos los puntos! [AA realiza gestos de señalar inmediatos sobre puntos de la cara superior del dado].

En S1 y en S2, además, el adulto realizó Ilustraciones Completas del juego, desde la tirada del dado hasta el avance del caballo (ver Observación 2).

Observación 2. Ilustración del juego por AA (S2; 11”)

AA: Bueno, tú tiras el dado y contamos los puntos. Y el caballito lo vamos a ir moviendo aquí [AA hace gestos de señalar inmediatos sobre algunas casillas del camino]. Que sale un punto, uno [AA hace gesto de señalar inmediato sobre el punto de la cara uno], ahh, pues el caballito avanza uno [AA avanza el caballo una casilla del camino]. Uno va a avanzar, ¿eh? [AA hace gesto simbólico-numérico con un dedo, representando el número uno]. Y si sale más, pues los contamos. Y va a ir avanzando hasta llegar a su comidita, ¡porque él tiene hambre!

Cabe mencionar que, en prácticamente todas las sesiones, AA solía pedir información a NA sobre los nombres de los objetos, sobre el objetivo y/o sobre las reglas del juego. Por ejemplo, frente a la propuesta de AA para que nombrara el objeto, en S3, la niña, nombró el dado como “puntitos” y, en S4, a los 33 meses, se refirió al dado como “dado”. Esta actuación de petición de información en las Presentaciones Complementarias pareció facilitar en NA una entrada y una participación activa en el juego desde los primeros minutos de las sesiones.

Las principales actuaciones de NA con relación a la tirada del dado se dieron, principalmente, a partir de Instrucción de AA para que tirara el dado. Así como en las Presentaciones, normalmente AA utilizaba recursos simbólicos para acompañar sus

Instrucciones acerca del objetivo del juego (dar “comida” al caballo), diciéndole a NA, por ejemplo, que “tirara el dado *porque* el caballo tenía mucha hambre”.

Todas las Instrucciones de AA respecto a la tirada del dado fueron atendidas por NA. Sin embargo, en algunas ocasiones, NA tiró el dado lejos de su campo de visión, o aplicó demasiada fuerza al tirar el dado, o también tiró el dado muy suavemente, por lo que AA corregía a su hija. Tiradas del dado relacionadas con aspectos motrices (fuerte, suave) se dieron en todas las sesiones. Todas estas actuaciones fueron comúnmente consideradas inapropiadas por AA¹¹. Por ello, muchas Instrucciones fueron seguidas de Prevenciones, cuando AA le advertía a NA que tirara el dado, “pero despacito” o “no tan fuerte”. Como mencionamos en el análisis anterior, errores realizados por NA al intentar coger el caballo en lugar de coger el dado (usos no convencionales) se dieron en S3.

En la última sesión, en S5, la niña tiró el dado por iniciativa propia, sin Instrucción de AA.

4.1.2.2. Cuantificaciones de los puntos

Recordamos que, de manera general, los Aciertos de NA al cuantificar el dado tuvieron lugar, de manera gradual a partir de S2, pero las mayores frecuencias de Aciertos se dieron en las dos últimas sesiones, S4 y S5. Es decir, los Errores de NA tuvieron lugar con más frecuencia hasta S3. La Tabla 17 resume las frecuencias de las distintas ayudas ofrecidas por el adulto en relación a las actuaciones de la niña en cada

¹¹ En general, los errores de NA al tirar el dado, visualizados en las gráficas microgenéticas, en el anexo A, se dieron principalmente porque AA así los consideró. Ocurrieron cuando NA tiró el dado lejos de su propio campo de visión, con demasiada fuerza o, incluso, demasiado suavemente. Estos tipos de actuaciones, por seguirse por una Corrección de AA, figuran como Errores en las gráficas. Actuaciones similares en las que AA no corrigió a su hija, figuran como Aciertos. Recordemos que, en las tiradas del dado, nuestro criterio para el análisis de errores/aciertos involucra solamente los usos no convencionales de los objetos. No analizamos las actuaciones mencionadas, vinculadas a aspectos motrices.

sesión. Igual que en la tirada del dado, en la cuantificación, las actuaciones de la niña también fueron mayoritariamente precedidas por Instrucciones del adulto. Asimismo, cabe poner de relieve que NA, especialmente en S4 y en S5, solía dirigirse al dado y cuantificar los puntos espontáneamente tras tirarlo, por lo que su madre ya no insistía o no le cogía la mano para que, juntas, fueran a “buscar el dado para contar los puntitos”.

Por otro lado, también destacamos que, en las cuantificaciones, las intervenciones verbales del adulto fueron marcadas, sobre todo, por ayudas afectivas relacionadas con las Aceptaciones de errores y Evaluaciones positivas de los aciertos de NA (a partir de S3).

Tabla 17. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante las *cuantificaciones de los puntos*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	0	0	0	0	1	1
	Ilustración	0	1	0	0	0	1
	Instrucción	7	13	9	10	11	50
	Prevención error	0	1	0	0	0	1
	Corrección	1	1	3	0	0	5
	Usos	0	2	0	0	0	2
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	5	8	4	1	3	21
	Evaluación positiva	0	0	2	9	6	17
Metacognitivas	Suscitación de Recapitulación	1	1	2	5	2	11
	Suscitación de ratificación	0	0	0	4	2	6
	Suscitación de autorregulación	1	3	2	2	1	9

Hasta S3, el adulto recurrió a mediadores verbales más directos (ayudas cognitivas). En S2, el adulto ayudó la niña en las cuantificaciones a través de Usos Complementarios (tras Instrucción, sujetando el dado, mientras la niña realizaba la

cuantificación). Este Uso Complementario parecía ser una manera utilizada por el adulto para asegurarse de que la niña realizaría la cuantificación. Recordamos que se dieron dos veces pero, en ambos casos, la niña realizó errores en la cuantificación.

En S2, además, el adulto realizó Prevenciones (por ejemplo, cuando AA apartaba NA del caballo y del camino, cogiéndole la mano, diciéndole que dichos objetos deberían de estar allí). También encontramos Ilustración Parcial de AA respecto a cómo contar los puntos en esta segunda sesión.

Hasta S3, sobre todo, la gran mayoría de los Errores realizados por NA al cuantificar los puntos fueron sucedidos por Aceptaciones de los errores pero también por Correcciones, así como por mediadores con carácter metacognitivo, como Suscitaciones de autorregulación. De manera general, se puede decir que tanto las Aceptaciones como las Correcciones del adulto fueron seguidas por Suscitaciones de recapitulación, que trataban de reivindicar la cardinalidad y remitir o conectar dicho valor con el avance del caballo. Es decir, frente a los Aciertos de NA, así como frente a los Errores, el adulto trataba de introducir o conectar las cuantificaciones realizadas con el siguiente paso del juego: el avance del caballo. (Ver Observación 3).

Observación 3: Suscitación de Recapitulación por AA (S3, 14”)

AA: Venga, vamos por el dado. Vamos a contar los puntos [AA coge la mano de NA para que juntas caminen hacia el dado] Cuéntalos. NA: Saliron [salieron] uno... dos... tles [tres]... cuato [cuatro]... y cinco... [con cara cuatro, NA hace gestos de señalar sobre los puntos, pero repite el gesto sobre un punto]. AA: hmm, a ver... *Pues, ¿cuántos tiene que caminar el caballo?*

A partir de S3, algunas Correcciones de AA fueron seguidas por Aciertos de NA. En S4 y S5, cuando NA realizó más Aciertos al cuantificar, el adulto recurrentemente utilizó mediadores verbales metacognitivos, que parecían promover la

reflexión en NA sobre su actuación, como Suscitaciones de ratificación. Eran casos en que AA parecía querer asegurarse de que la niña fuera consciente de la cuantificación que había realizado o que sabía el valor total (o cardinal) de la colección. Solía preguntarle “¿cuántos?” tras las cuantificaciones realizadas correctamente. Solamente a partir de S4, la niña contestó a dicha Suscitación del adulto correctamente. Esto pone en evidencia que, a partir de los 33 meses (S4), tras cuantificar los puntos correctamente, NA también informó los valores cardinales de las colecciones de modo correcto (ver Observación 4).

Observación 4: Información de valor cardinal de colección por NA, tras cuantificación correcta (S5, 16”)

AA: Venga, ¡ve por el dado! [AA señala el dado] ¿Cuántos hay? Cuenta, cuenta los puntos. Cuéntalos. Cuéntalos. NA: uno... dos... tles [tres]... y cuato [cuatro] [frente a la cara cuatro, NA realiza gestos de señalar inmediatos sobre cada punto, correctamente]. AA: ¡Venga! Y, ¿cuánto tiene que avanzar el caballito? ¿Cuántos salieron aquí? [AA coge el dado y realiza ostensión]. NA: Cuato [cuatro]. AA: ¡Venga!

4.1.2.3. Avances del caballo

Recordemos que los Errores de NA al avanzar el caballo tuvieron lugar en todas las sesiones, y que los Aciertos se dieron principalmente a partir de S4 (aunque NA realizó un Acierto en S2 – con la cara uno, con ayuda de AA). Esto indica que, aunque cuantificara correctamente desde S2 (en algunos casos) fue sobre todo a partir de S4 cuando NA realizó avances de modo congruente con las cuantificaciones. Recordemos, además, que las Suscitaciones de ratificaciones en las cuantificaciones (cuando el adulto cuestionaba el valor cardinal de la colección, tras cuantificación) se dieron, sobre todo, a partir de S4. Por tanto, a partir de S4, NA cuantificó los puntos correctamente, informó su valor cardinal y avanzó el caballo correctamente, de acuerdo al valor informado. La Tabla 18 resume las frecuencias de las distintas ayudas ofrecidas por el

adulto en relación a las actuaciones de la niña en cada sesión. En la fase de avance del caballo, las ayudas cognitivas fueron más diversas e importantes que en las otras fases del juego.

Tabla 18. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por el adulto A, durante *avances del caballo*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	0	0	1	0	0	1
	Ilustración	3	0	0	0	0	3
	Instrucción	9	9	6	6	8	38
	Prevencción error	1	0	2	0	0	3
	Corrección	8	6	5	1	6	26
	Usos	3	5	0	0	0	8
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	1	5	6	2	2	16
	Evaluación positiva	0	1	0	2	2	5
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	2	0	0	0	3	5

En S1 y en S2, AA recurrió con más frecuencia a actuaciones del tipo Usos Complementarios (tres en S1; cinco en S2). En las cuantificaciones, este tipo de actuación también tuvo lugar en S2, pero menos veces (solamente dos). Durante estas actuaciones, el adulto acompañaba con palabras numéricas, de forma rítmica y pausada, los primeros pasos dados por NA al avanzar con el caballo. Destaquemos que todas estas ocurrencias de Usos Complementarios se dieron con errores de NA (que continuaba con el avance o directamente se levantaba, llevando el caballo hasta su comida). Cabe resaltar que, a partir de S3, las Instrucciones de AA solían acompañarse de solicitudes para que NA realizara los avances acompañándolos, ella misma, con palabras numéricas, en un modo de sugerirle a la niña que se autorregulara en el avance,

controlando el número de pasos que daba. Como mencionamos, en las dos primeras sesiones, AA era quien trataba de realizar dicha regulación, por medio de los Usos Complementarios en que acompañaba con palabras numéricas los avances realizados por NA. A partir de S3, era evidente el intento del adulto de pasarle el control de la situación a la niña.

A partir de S3, pero sobre todo en S5, AA siempre insistía en que los avances de NA fuesen acompañados con palabras numéricas. Incluso, algunos avances de NA fueron interrumpidos por Correcciones relacionadas con esta solicitud del adulto, aunque parecieran realizarse con Acierto: en S5, NA realizó avances de manera pausada, rítmica y con respeto a los segmentos y límites de las casillas, pero en silencio, por lo que fue interrumpida por el adulto para que acompañara dichos avances con palabras numéricas (p.e. “Pero cuéntalos, yo no te escucho que lo estés contando... a ver”; S5, 4”)¹². Pareciera que el adulto quería asegurarse de que la niña realizaba el avance de manera controlada, en correspondencia con los puntos del dado.

A partir de S3, NA realizó avances del caballo por iniciativa propia tras las cuantificaciones, lo que, probablemente, indica su comprensión respecto a la secuencia de los tres momentos del juego.

En S5, destacamos una situación única de Autorregulación, en que NA pareció autorregularse por medio de habla privada (ver Observación 5). NA realizó un Error y se auto-corrigió enseguida, realizando un Acierto.

¹² Aclaremos que en el análisis referente al objetivo 1, respecto a los Aciertos y Errores, dichos usos no son considerados, una vez que ahí analizamos la correspondencia exacta entre los avances con los puntos del dado (o con los valores informados en la cuantificación).

Observación 5: Autorregulación de NA (S5, 11”)

Tras cuantificación correcta de la cara uno por NA, AA dice: “Venga, pues nada más, que avance uno el caballito. ¡Venga!”. Sin embargo, NA avanza tres pasos, pero espontáneamente se frena y, mirando al caballo, dice: “Sólo va a dar un avanzado [paso]”. Enseguida, se corrige y avanza un único paso con el caballo.

Frente a la cara vacía, a partir de S4, NA informó que “no había nada” y que el caballo no debería avanzar. Antes, la cara vacía apareció solamente en S1- la niña dijo que había tres puntos (tal como hizo para todas las caras en esta sesión). Resaltamos que, a lo largo de las sesiones, frente a la cara vacía, el adulto solía preguntar a la niña si había salido algo y, enseguida, solicitaba a NA que, “entonces, volviese a tirar el dado”. La única situación en que el adulto cuestionó la niña respecto al avance del caballo frente a la cara vacía se ve en la Observación 6.

Destacamos que, como en momentos anteriores, también durante los avances del caballo, en las Instrucciones AA normalmente recurría al escenario simbólico: “el caballito tenía que avanzar para llegar a su comida porque tenía hambre”.

**Observación 6. Secuencia de actuaciones de la diada A con la cara vacía
(S4, 10'')**



¡Otra veeez!
[AA realiza una ostensión con el dado, ofreciéndoselo a NA]



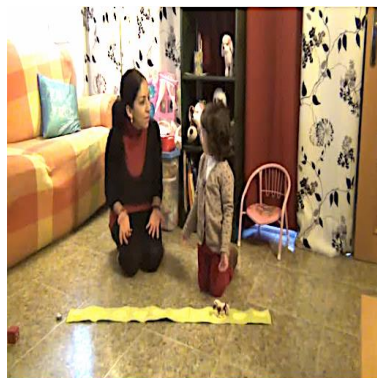
[NA tira el dado]



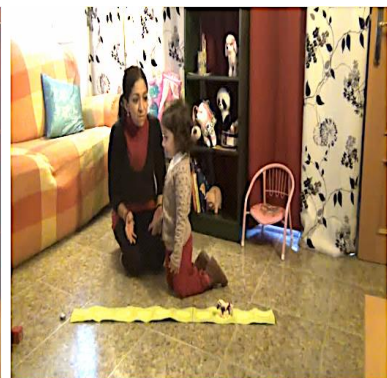
AA: ¡Oh! ¿Cuántos salieron?
[AA mueve las palmas de las manos hacia arriba, realizando un gesto interrogativo].



NA: ¡nada!
[NA mueve los hombros para arriba y para abajo y mueve las palmas de las manos hacia arriba].



AA: Ohhh! ¿Entonces tiene que avanzar el caballo?
[AA realiza un gesto interrogativo, moviendo las palmas de las manos hacia arriba].



NA: Nooo
[Enseguida, NA se dirige al dado, espontáneamente, para volver a tirarlo].

En resumen, los análisis realizados del **objetivo 2** indican una participación activa del adulto y de la niña. La interacción de la díada A contó con un escenario simbólico consensuado desde el principio. AA empezó las sesiones con presentaciones del juego y énfasis en el objetivo – “dar comida al caballo”; y utilizó una diversidad de mediadores verbales (ayudas cognitivas, afectivas y metacognitivas) que parecieron ajustarse gradualmente a las actuaciones de la niña. AA pareció centrarse en que NA comprendiera la relación entre los diversos momentos del juego - tirar dado, evaluar y avanzar caballo. Por lo que aceptó muchos errores en la cuantificación, ofreciendo ayudas afectivas, con el objetivo de introducir enseguida el avance del caballo. También se observa que AA enfatizaba la cardinalidad tras las cuantificaciones realizadas (al preguntar “¿cuántos?”). De nuevo, el avance del caballo pareció ser el momento más difícil del juego: observamos con más frecuencia ayudas cognitivas como usos complementarios, o evidentes intentos del adulto de pasarle el control de la situación a NA (al pedirle que acompañara sus avances con palabras numéricas dichas por la propia niña).

4.1.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales

A continuación, presentamos los resultados del tercer análisis, relativos a los gestos realizados por la diáda y los usos de objetos del adulto y que tuvieron lugar durante las actuaciones presentadas anteriormente.

4.1.3.1. Tiradas del dado

Las ostensiones (total= 43) y los gestos de señalar (distantes e inmediatos; total= 39) fueron los gestos más utilizados por el adulto al tirar el dado. Ambos gestos acompañaron las Presentaciones, al principio de las sesiones (para mostrar los objetos), y las Instrucciones (para ofrecer o indicar el dado a NA) (ver Figuras 32 y 33).

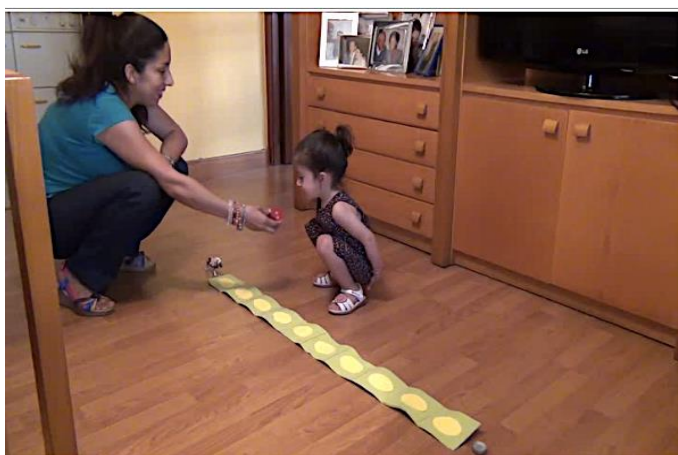


Figura 32. Ostensión del dado por AA, en S2.

Con los gestos de señalar el adulto también indicó el suelo (delimitando la zona por donde NA debería tirar el dado, “por aquí, no muy lejos”). Aunque tuvieron lugar en todas las sesiones, las ostensiones y los gestos de señalar disminuyeron en S5, frente a las dos primeras sesiones, y frente a S4.

Los gestos de colocar (total= tres) tuvieron lugar cuando AA acercó el dado a NA (diciéndole que lo tirara, en las Instrucciones). AA también realizó gestos

simbólicos (total= cuatro) moviendo las manos como si tirara el dado al decir a NA que lo tirara, en las Instrucciones.

La niña realizó muy pocos gestos al tirar el dado (ver Figura 33). Encontramos dos ostensiones y cuatro gestos de señalar (para indicar y mostrar los objetos, en respuesta a las solicitudes de AA, en las Presentaciones Complementarias).

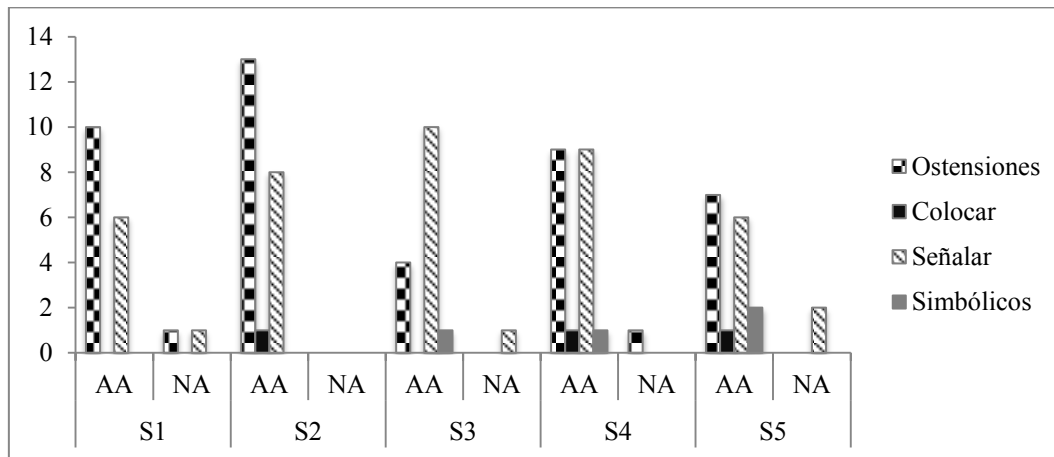


Figura 33. Gestos de AA y NA en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.

En relación con los usos de los objetos por el adulto, durante algunas Ilustraciones, AA se presentó como modelo, con demostraciones *distantes* (DD), tirando el dado ella misma, sólo en las dos primeras sesiones. Asimismo, solamente en S2 y en S3 encontramos Inhibiciones de usos no convencionales (*IUNC*) (ver Figura 34), es decir, actuaciones directas (que tuvieron lugar en Prevenciones o Correcciones). El adulto quitaba un objeto del campo de visión de NA o le impedía coger o avanzar el caballo antes de tirar el dado, por ejemplo (ver Figura 35). A partir de S4, estas IUNC desaparecieron frente a los errores de NA. Las Prevenciones y Correcciones de AA eran sólo verbales y relacionadas con el modo de tirar el dado: despacio o cerca.

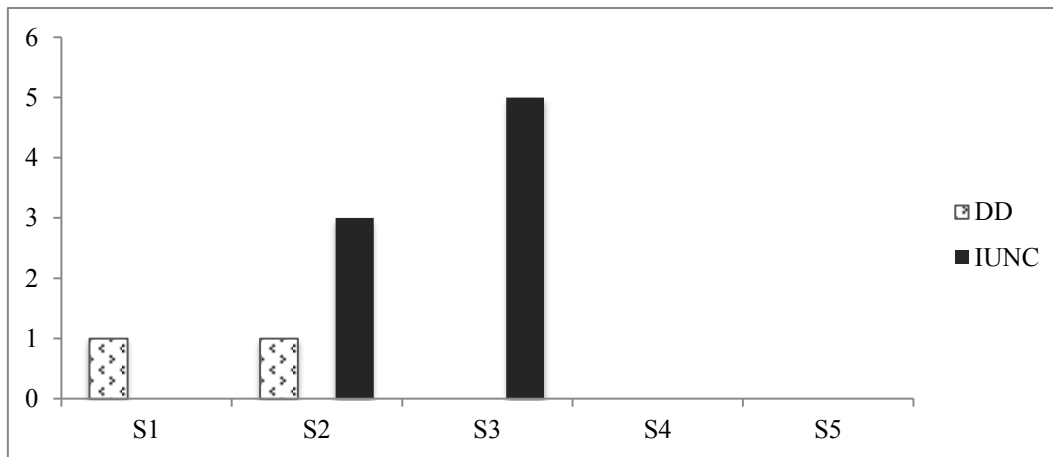


Figura 34. Usos de objetos realizados por AA, durante las tiradas del dado. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas).



Figura 35. Inhibición de uso no convencional (IUNC) del caballo (véase mano izquierda de AA) y ostensión del dado (véase mano derecha de AA), en S2, durante Instrucción para tirada del dado (AA: “Otra vez, vamos a tirar...”).

4.1.3.2. Cuantificaciones de los puntos

Los principales gestos utilizados por AA al cuantificar los puntos fueron los de señalar el dado (distantes, inmediatos y múltiples; total= 33) durante las Instrucciones, para que NA lo buscara y lo cuantificara. Cabe destacar, sin embargo, que los gestos inmediatos fueron utilizados, principalmente, para indicar los puntos que NA debería contar. AA era particularmente activa tratando de provocar el conteo en NA (p.e.

¿Cuánto ha salido? [AA señala tocando un punto] ¿Cuántos hay aquí? [AA señala cada punto del dado] (S2, 4”).

En la Figura 36, se observa que los gestos de señalar del adulto ocurrieron sobre todo en S2, mientras que, a partir de S3, tendieron a la baja. Seguramente porque la niña asumió más la responsabilidad de señalar ella misma a partir de S2. Los gestos de señalar inmediatos para contar fueron los que más utilizó la niña. Recordamos que tuvieron lugar a partir de S2 a la vez que disminuyen los de AA. Destacamos que en S1 la niña no señaló. Los gestos de señalar para contar *distantes* (total=tres), por tanto los más complejos puesto que signo y referente están claramente diferenciados, se dieron a partir de S4. En las sesiones previas, NA únicamente realizó gestos de señalar para contar del tipo inmediato (ver Figura 37).

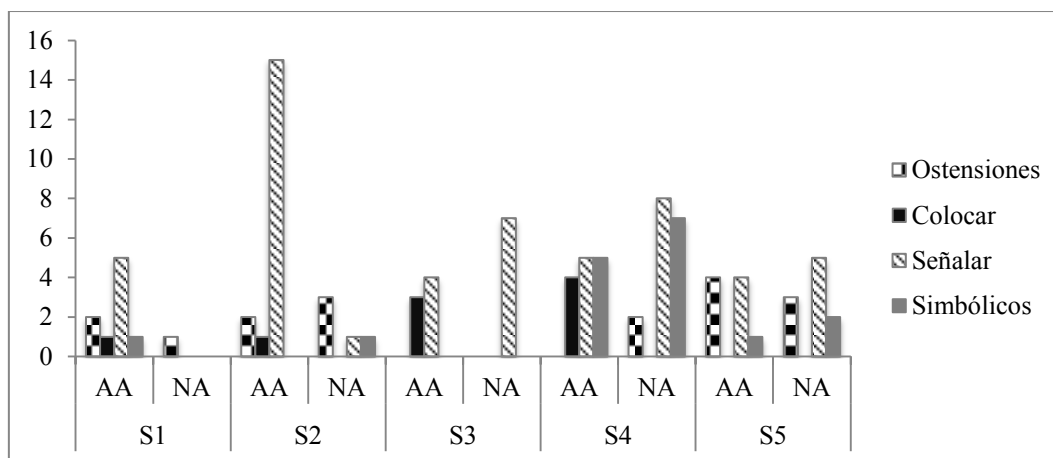


Figura 36. Gestos de AA y NA al cuantificar los puntos, a lo largo de las sesiones.

Destacamos los gestos simbólicos (total=siete) utilizados por AA, desde S1 pero principalmente en S4 y S5. Estos gestos fueron utilizados, sobre todo, para poner “comida” en el plato del caballo, pero a partir de S4, fueron utilizados para enseñar valores numéricos con los dedos (S4=uno; S5=dos). Destacamos que los usos de gestos simbólico-numéricos del adulto coinciden con los que hace NA. Los gestos simbólicos

(total=10) de la niña, sobre todo los simbólico-numéricos utilizados por NA (total=nueve), para expresar valores numéricos con los dedos, sólo tuvieron lugar en S4 y S5 (ver Figura 38).



Figura 37. Gesto de señalar distante para contar los puntos, por NA, en S4 (cara dos).

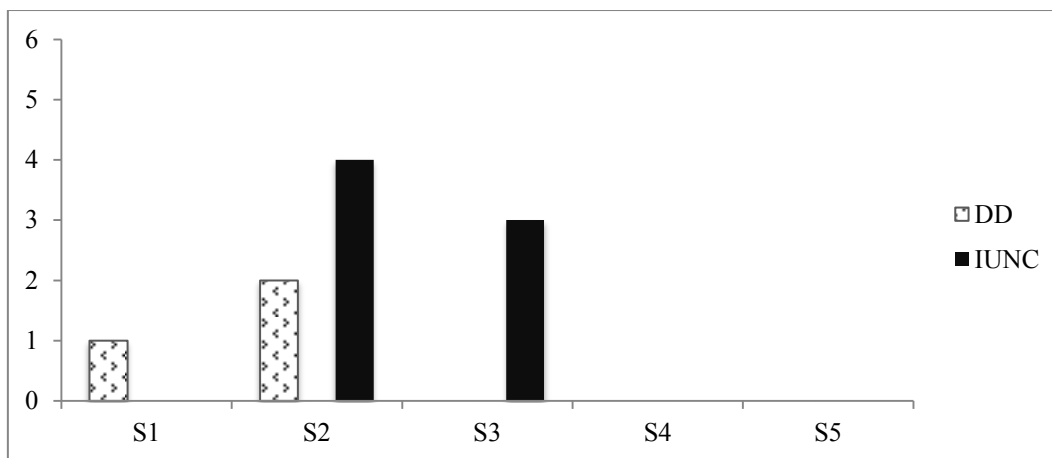


Figura 38. Usos de objetos realizados por AA, durante las cuantificaciones de los puntos. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas).

NA también realizó ostensiones (total= nueve), entregando el dado a AA frente a su solicitud de que lo buscara tras tirarlo. AA las utilizó (total= ocho), así como gestos de colocar (total= nueve), al ofrecer o acercar el dado a NA.

El adulto realizó demostración distante (DD), en S1 y en S2, al cuantificar los

puntos del dado.

Tal y como ocurrió al tirar el dado, también ahora las inhibiciones de usos no convencionales (IUNC), cuando el adulto actúa directamente para corregir o prevenir errores de NA, desaparecieron a partir de S4. En S4 y en S5, en las pocas ocasiones que el adulto realizó Correcciones y Prevenciones, lo hizo de manera únicamente verbal.

4.1.3.3. Avances del caballo

Los principales gestos utilizados por el adulto durante los avances del caballo también fueron los de señalar (inmediatos, múltiples y distantes; total=33) el caballo y al poner énfasis en las casillas del camino (ver Figuras 39 y 40). En S1 estos gestos fueron más frecuentes hasta que prácticamente desaparecieron a partir de S4, cuando la niña avanzó correctamente, respetando los segmentos del camino.



Figura 39. Gesto de señalar inmediato de AA para indicar las casillas del camino en S3.

La niña realizó solamente dos gestos durante los avances del caballo (una ostensión y un gesto de señalar), para responder a Correcciones de AA (cuando la niña devuelve el dado e indica las casillas del camino, respectivamente).

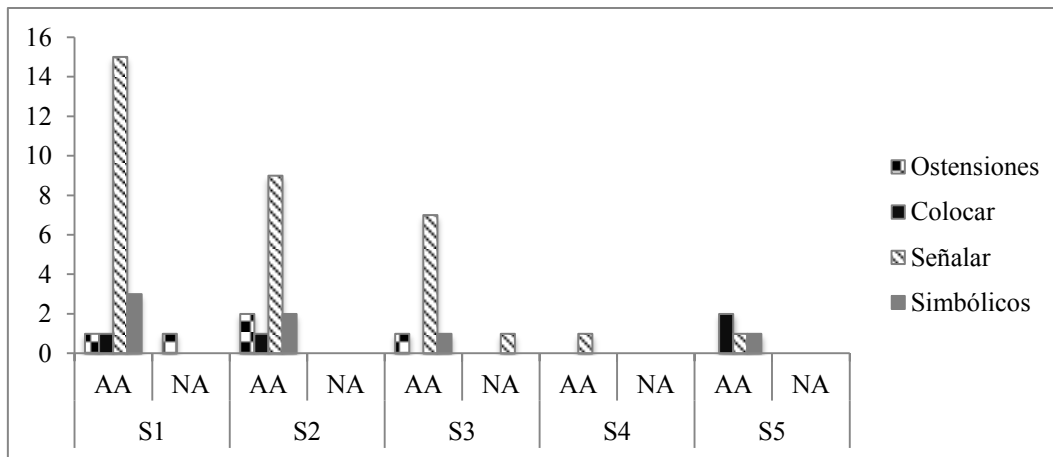


Figura 40. Gestos de AA y NA en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.

Las demostraciones realizadas por AA al avanzar el caballo fueron distantes (DD) - AA avanzó el caballo, e inmediatas (DI) - guió directamente la mano de NA para que avanzara el caballo. Se dieron hasta S2. Resaltamos que las DI realizadas por AA tuvieron lugar solamente durante el avance del caballo, es decir, en la parte del juego que parecía implicar mayor dificultad para la niña (Ver Figura 41). No encontramos DI en las otras fases del juego.



Figura 41. Demostración inmediata (DI) de AA al avanzar el caballo en S1.

Asimismo, las inhibiciones de usos no convencionales (IUNC) (total= 16) tuvieron lugar hasta S3 (como ocurrió con las tiradas del dado y al cuantificarlo). Se

produjeron junto a las Correcciones y a las Prevenciones para impedir el avance de NA por el camino más allá de lo que correspondía con la cantidad de puntos del dado, así como para evitar que NA cogiera los objetos indebidamente. También ahora, a partir de S4, las Correcciones fueron verbales: AA ya no tocaba la mano de NA para impedirle el avance, por ejemplo.

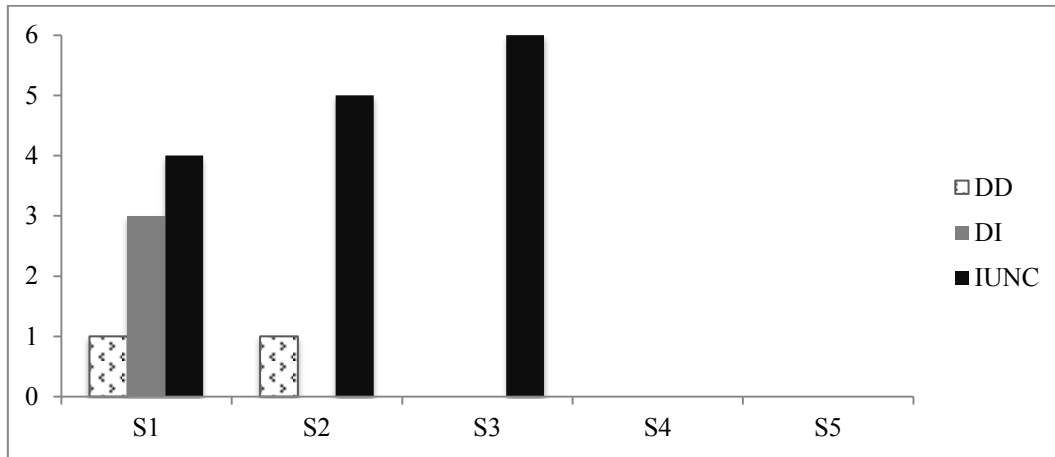


Figura 42. Usos de objetos de AA, durante los avances del caballo. (DD= demostraciones distantes; DI= demostraciones inmediatas; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales).

En resumen, los análisis realizados del **objetivo 3** indican que las *ostensiones* y los *gestos de señalar* fueron los gestos más utilizados por la diada. Por el adulto, las ostensiones aparecieron sobre todo durante las tiradas del dado, y los gestos de señalar - principalmente inmediatos - durante las cuantificaciones y los avances (para indicar los puntos del dado y las casillas del camino). En las cuantificaciones, se observa una reducción gradual de estos gestos por AA a lo largo de las sesiones; en cambio, estos gestos fueron progresivamente utilizados por la niña para contar (a partir de S2). Asimismo, destacamos un cambio evolutivo: a partir de S4, NA realizó gestos de señalar *distantes* para contar, que son más complejos que los gestos de señalar inmediatos donde signo y referente tienen una relación de contigüidad, y también gestos simbólico-numéricos.

En el avance, la escasez de estos gestos de señalar inmediatos por AA a partir de S4 va en congruencia con las mayores frecuencias de usos convencionales de NA en ese momento (ver 4.1.1. primer análisis). Esto puede indicar que NA ya no precisó que AA le segmentase las casillas del camino con tanto énfasis.

Con relación a los usos de los objetos por AA, también se observa congruencia con los usos convencionales de los objetos por la niña, en general a partir de S4. Las demostraciones distantes (DD), menos directas, tuvieron lugar, solamente hasta S2. Las demostraciones inmediatas (DI), más directas, tuvieron lugar en los avances del caballo únicamente, en S1. Las inhibiciones de usos no convencionales (IUNC) desaparecieron a partir de S4 y aunque se dieron en todos los momentos del juego, también ocurrieron sobre todo al avanzar el caballo. Lo que indica, de nuevo, que el avance del caballo pareció ser la parte más compleja del juego para la niña.

4.1.4 Resumen general de resultados: día A

Parece que la comprensión del juego por NA se dio progresivamente, aunque hay un desfase entre la cuantificación y el avance, a favor del primero. Vimos aciertos en la cuantificación ya a partir de S2, pero solamente a partir de S4 se traduce en el avance del caballo. Asimismo, es llamativo el error de NA al avanzar el caballo con la cara uno, en S4. Dicho error parece indicar que al verse con el caballo tan cerca de la “comida”, NA no pudo autorregularse teniendo en cuenta el número de puntos. Hecho que nos hace pensar en la “fuerza” del objetivo del juego (dar comida al caballo) y de la *estabilidad* de la comprensión del escenario simbólico frente a la exigencia de “tenerse que servir de” la información numérica “como freno” para no llegar de inmediato a la comida.

Parece que NA comprendió, en primer lugar, el objetivo del juego “darle de comer al caballo” (por lo que insistía en avances continuos, llevando el caballo a la “comida”, hasta S3), luego las reglas del juego (el orden de los tres momentos), hasta que, finalmente, pudo regular los avances a través del número. De manera general, la mayor dificultad en el avance del caballo no pareció deberse únicamente por la dificultad de autorregulación a partir del número, sino también por la demanda de comprensión de la regla del juego. Cuando la niña cogía el caballo, los usos que le daba se relacionaban con usos simbólicos muy familiares a ella (darle “comida”- por lo que comprendió muy rápidamente el objetivo del juego). La introducción de la regla (o condiciones para que el caballo comiera: tirar dado y cuantificarlo, *antes* de dar comida al caballo), claramente representó las primeras dificultades de la niña. La dificultad de regulación por el número apareció después.

Los mediadores verbales y no verbales del adulto parecieron ajustarse progresivamente al incremento de los aciertos (usos convencionales de los objetos) de la

niña. En las cuantificaciones, tras errores, destacan las ayudas afectivas (AA aceptaba errores), en los avances, las cognitivas (más directas, relacionadas con la estructura del juego) y afectivas.

El uso de gestos de señalar inmediatos por el adulto pusieron en evidencia la necesidad de segmentar los puntos del dado y las casillas del camino. Estos gestos se redujeron gradualmente, en la medida en que la niña fue usándolos progresivamente para contar, y fue avanzando correctamente por el camino.

Con relación a las cantidades de puntos del dado, pareció haber un efecto de la magnitud, en relación a los momentos del juego: los avances correctos del caballo sólo se dieron con las caras vacía, uno y dos, mientras que NA fue capaz de cuantificar correctamente todas las caras del dado (primero caras vacía, uno y dos – luego, caras tres, cuatro y cinco). Esto parece ratificar el desfase entre contar los puntos del dado, y usar esta información numérica para hacer avanzar al caballo.

4.2. Díada B

En el apartado siguiente, presentaremos los análisis de la díada B, a lo largo de las sesiones. Al igual que en la díada A, tendremos en cuenta las secuencias y momentos del juego y presentaremos los resultados relativos a cada objetivo en cada momento del juego.

4.2.1. Análisis de los usos de los objetos del juego por parte del niño B (NB): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos

4.2.1.1. Tiradas del dado

Durante las tiradas del dado, a diferencia de NA, NB realizó muchos usos no convencionales de los objetos (total=15). NB tiró el dado contra el caballo como si fuera un proyectil, hizo caminar el dado por el camino como si fuera un ser animado y avanzó con el caballo cuando hubiese tenido que tirar el dado. Las mayores frecuencias de estos usos se dieron en S1 y se redujeron gradualmente hasta S3. Desaparecieron en S4 y en S5 (ver Figura 43).

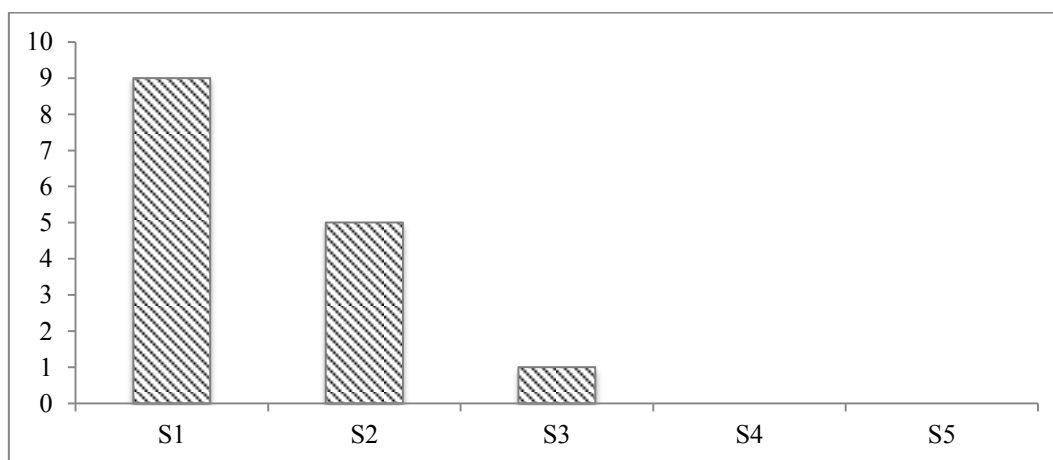


Figura 43. Frecuencias de errores por usos no convencionales realizados por NB, en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.

4.2.1.2. Cuantificaciones de los puntos

A) Usos no-convencionales, protoconvencionales y convencionales de NB

Las cuantificaciones del dado en la díada B, especialmente a partir de S3, se dieron, sobre todo a partir de Usos Complementarios con el adulto. Esto marca una importante diferencia con relación a la díada A, que casi no realizó este tipo de actuación en las cuantificaciones. Volveremos a los Usos Complementarios más adelante, para estudiar, en detalle, las ayudas dadas por el adulto. Considerando este dato, presentaremos separadamente los resultados de las cuantificaciones realizadas por el niño de manera autónoma (Figura 44) y en Usos complementarios (Figura 45).

De modo general, se observa que el desempeño del niño fue “mejor” durante los Usos Complementarios, en los que los usos protoconvencionales aparecieron y fueron destacados en S3 y disminuyeron hasta S5; los usos convencionales aumentaron progresivamente. Los usos no-convencionales ocurrieron solamente durante las cuantificaciones autónomas del niño. Al igual que en las tiradas del dado de NB (y en las cuantificaciones de NA), los usos no-convencionales también se dieron hasta S3. En S4 y en S5, los usos convencionales también se dieron de manera autónoma, aunque en menores frecuencias en comparación con aquellos realizados durante Usos Complementarios.

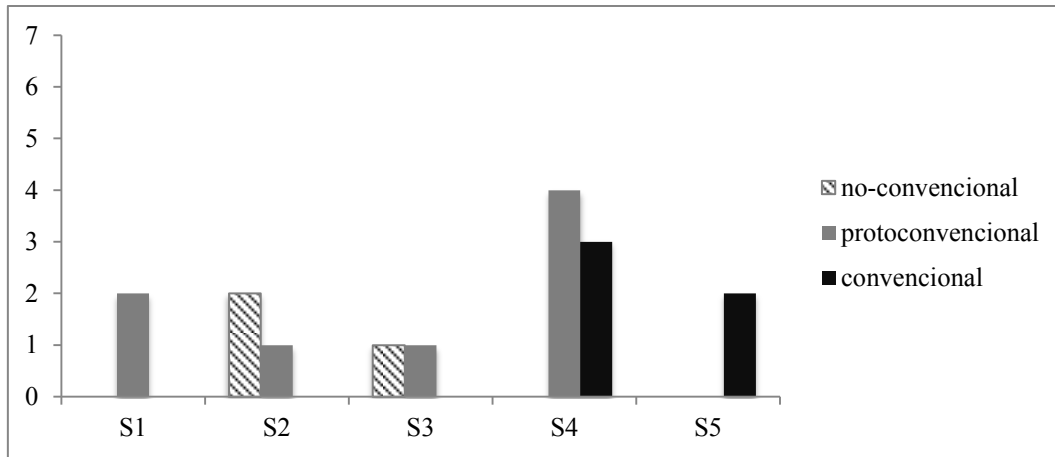


Figura 44. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al cuantificar los puntos de manera autónoma, a lo largo de las sesiones.

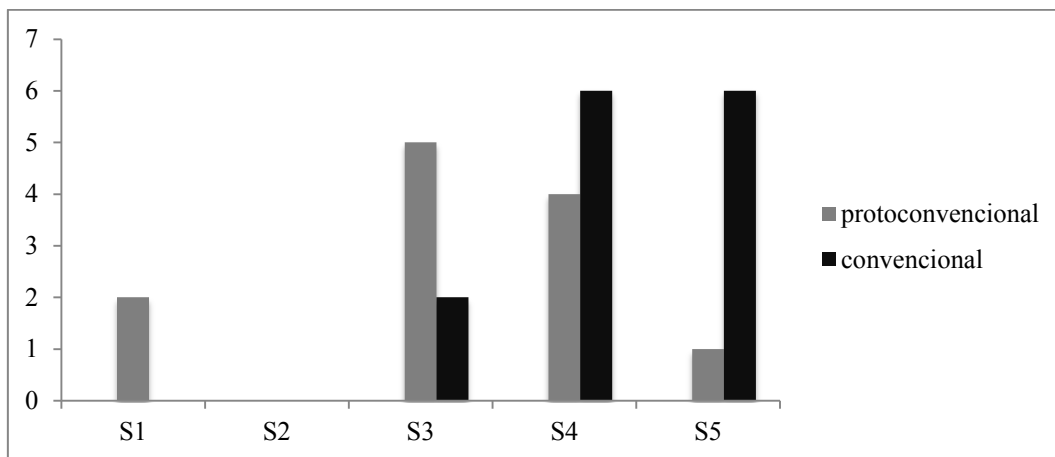


Figura 45. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al cuantificar los puntos durante los Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones.

Los tipos de errores por usos protoconvencionales en la cuantificación del dado se dieron únicamente por errores=1 y por errores>1 tanto en actuaciones autónomas como complementarias (ver Figuras 46 y 47). Recordemos que NA realizó, además, otros errores (como número fijo y parcialmente correcto).

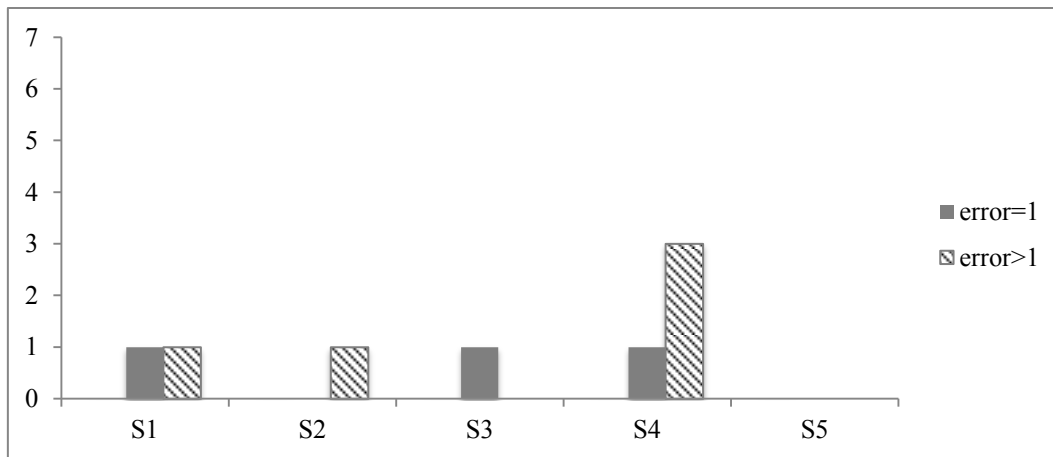


Figura 46. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) al cuantificar los puntos de manera autónoma, por NB, a lo largo de las sesiones.

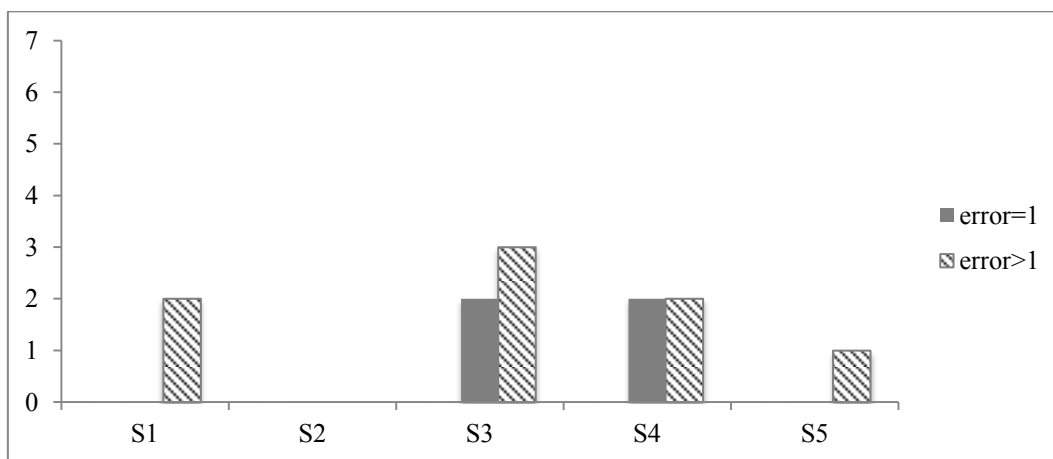


Figura 47. Tipos de errores (por usos protoconvencionales), al cuantificar los puntos durante Usos Complementarios, por NB, a lo largo de las sesiones.

En los Usos Complementarios el niño fue capaz de cuantificar correctamente todas las caras del dado en S5 (aunque hizo un error cuando cuantificó por primera vez la cara dos). En S3, hubo aciertos con las caras dos y tres. En esta misma sesión, de manera autónoma, NB se equivocó con la cara tres. En S4, el niño cuantificó de manera autónoma y correcta las caras tres y cinco. En S5, cuantificó correctamente de manera autónoma la cara uno. (Ver Tablas 19 y 20).

Cabe aclarar que, en muchas ocasiones, la cuantificación mediante Usos

Complementarios se dio como parte de la dinámica establecida entre la diada. A partir de S4, las cuantificaciones parecían realizarse de modo complementario naturalmente. El niño realizaba de manera rítmica y pausada lo que le correspondía hacer durante estas situaciones (a través de gestos o palabras numéricas).

Tabla 19. Desempeño de NB (errores y aciertos) en la cuantificación autónoma de los puntos, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado															
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco					
S1							E	-								
S2							E	-								
S3							E	-								
S4							E	-					-	A	E	A
S5							-	A								

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no evaluación de la cara del dado de manera autónoma por el niño, durante la sesión indicada.

Tabla 20. Desempeño de NB (errores y aciertos) en la cuantificación de los puntos, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado																											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco																	
S1											E	-																
S2																												
S3																					-	A	-	A	E	-	E	-
S4																					E	A	-	A			E	A
S5																					E	A	-	A			-	A

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no evaluación de la cara del dado durante Uso Complementario, durante la sesión indicada.

B) Modos de expresión semiótica

En las cuantificaciones de los puntos, como ya comentamos anteriormente, la mayoría de las cuantificaciones realizadas a lo largo de las sesiones (especialmente a partir de S3) se dieron en Usos Complementarios. Podemos decir que el principal modo de expresión de NB durante los Usos Complementarios fue oral (el adulto realizó los gestos o guió el dedo del niño tocando los puntos del dado) (ver Tabla 21).

Tabla 21. Frecuencias de Usos Complementarios en la cuantificación de la diada B, a lo largo de las sesiones.

Sesión	Usos Complementarios en la cuantificación									
	AB guió el dedo de NB y ambos acompañaron los gestos con palabras numéricas		AB guió el dedo de NB y NB acompañó los gestos con palabras numéricas		AB tocó los puntos y NB acompañó los gestos con palabras numéricas		NB tocó los puntos y AB acompañó los gestos con palabras numéricas		AB sostuvo el dado y NB tocó los puntos y acompañó con palabras numéricas	
	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A
S1	1	-					1	-		
S2										
S3			2	-	2	2			1	-
S4	4	2	4	4						
S5					1	6				

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no ocurrencia del tipo de Uso Complementario, durante la sesión indicada.

En la Figura 48 presentamos los modos de expresión de NB al cuantificar los puntos de manera autónoma. El niño también se expresó mayoritariamente de manera oral. La única vez que NB se expresó de manera mixta se dio en S1, con error. Las cuantificaciones correctas realizadas por NB en S4 (de las caras tres y cinco) y en S5 (de la cara uno), se dieron de manera correcta y oral. Las cuantificaciones orales en S4 de las caras tres y cinco se dieron tras cuantificaciones mixtas durante Usos complementarios, por lo que parecían representar expresiones de valores cardinales.

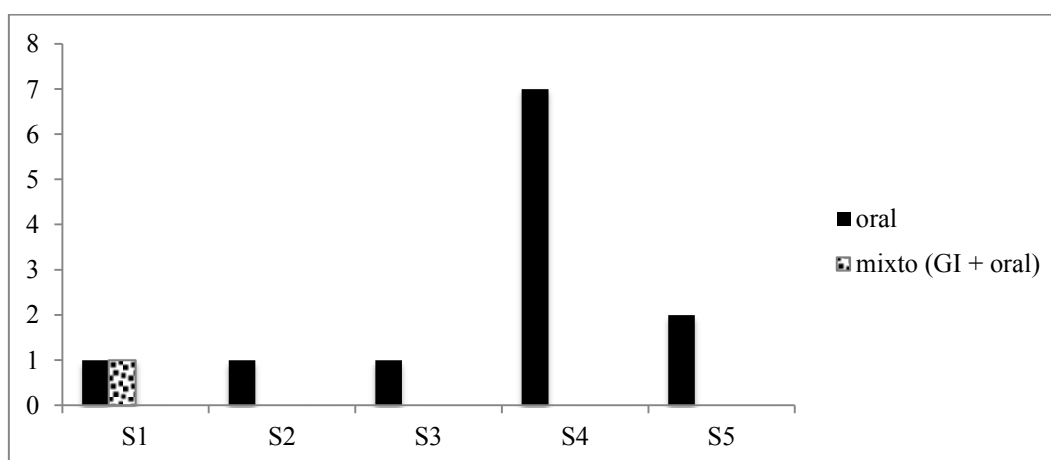


Figura 48: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NB, a lo largo de las sesiones.

Recordemos que NA realizó los primeros aciertos en la cuantificación a partir de S2 mientras que NB realizó aciertos a partir de S3 – durante Uso Complementario. Sin embargo, ambos realizaron mayor número de aciertos en S4 y en S5. Por otro lado, NB realizó usos protoconvencionales distintos que aquellos realizados por NA, desde S1. Asimismo es importante destacar que NA realizó las cuantificaciones de manera autónoma y, sobre todo, a través de expresiones mixtas (con GI) mientras que NB contó con ayuda del adulto.

4.2.1.3. Avances del caballo

Si nos fijamos en la relación entre cuantificación y avance, NB cuantificó la cara uno correctamente y, enseguida, avanzó un paso con el caballo, correctamente, de manera autónoma (en S5). Por otro lado, las cuantificaciones correctas de las caras tres y cinco fueron seguidas por aciertos en el avance *solamente* en Usos Complementarios (AB guió la mano de NB en ambas situaciones), en S4.

En la Figura 49 presentamos los resultados de los usos en los avances, realizados por NB de manera autónoma y la Figura 50 durante Usos Complementarios. De manera general, el desempeño de NB en los avances también fue “mejor” durante los Usos Complementarios. Hasta S3, observamos altas frecuencias de usos no-convencionales realizados durante los avances autónomos del niño. Dichos errores se dieron cuando NB tiró el dado como proyectil contra el caballo cuando debería avanzar el caballo, usó el dado como asiento para el caballo, caminó con el caballo fuera del camino. Recordemos que NA también realizó usos no-convencionales en el avance hasta S3, pero en menor frecuencia y a partir de usos algo distintos – nunca tiró el dado como proyectil, por ejemplo.

Los usos protoconvencionales se redujeron gradualmente durante los avances

autónomos. Los usos convencionales tuvieron lugar durante los Usos Complementarios, a partir de S4. En S5, vimos usos convencionales realizados de manera autónoma por el niño. En definitiva, los aciertos (usos convencionales) de NB se concentraron en S4 y en S5, al igual que NA.

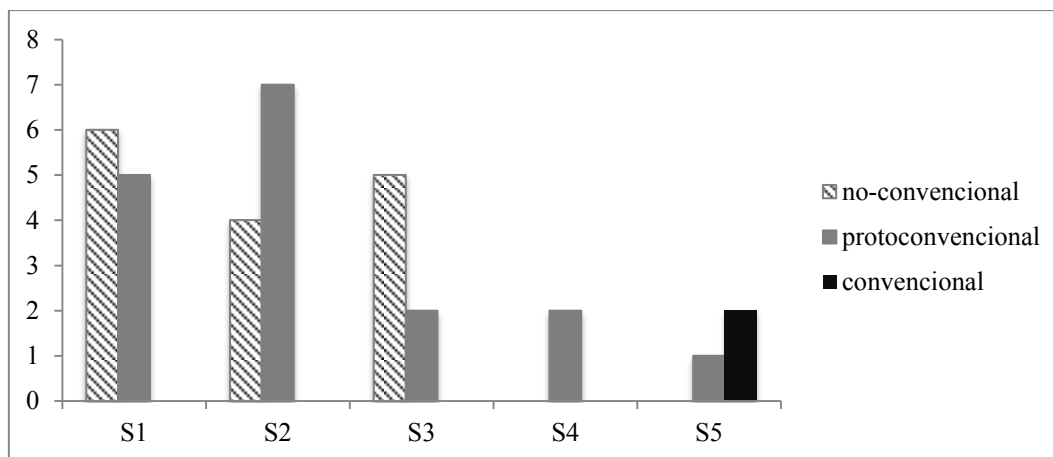


Figura 49. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, al avanzar el caballo de manera autónoma, a lo largo de las sesiones.

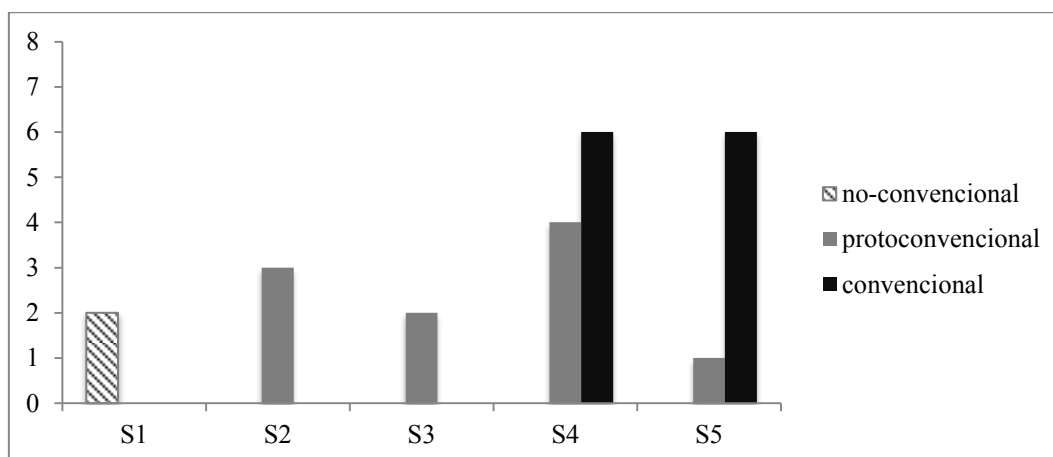


Figura 50. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NB, en el avance del caballo, durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones.

En relación con los tipos de Usos Complementarios, hasta S4, por iniciativa del adulto, el niño acompañó los avances con palabras numéricas – mientras el adulto

avanzaba el caballo. En S5, fue el niño quien realizó los avances – de manera correcta - y el adulto acompañó con palabras numéricas (ver Tabla 22).

De manera general, los tipos de errores por usos protoconvencionales del niño fueron “mejores” cuando contó con la ayuda del adulto. De manera autónoma, como NA, hasta S3, los usos protoconvencionales se relacionaron con el cumplimiento del objetivo del juego: NB avanzó con el caballo de modo continuo, llevándolo directamente hasta la comida, sin considerar el número de puntos del dado. Estos errores se dieron también durante los Usos Complementarios, en S2: el niño siguió en el avance sin considerar que el adulto había terminado de contar. A partir de S3, encontramos usos protoconvencionales “mejores”, más cercanos a los usos convencionales: debido a errores=1 o errores>1 (ver Figura 51 y 52).

Tabla 22. Usos Complementarios de la diada B realizados en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.

Sesión	Usos Complementarios en el avance									
	AB guió la mano de NB y NB acompañó los avances con palabras numéricas		AB avanzó y juntamente con NB acompañó con palabras numéricas		AB tocó las casilla acompañando con palabras numéricas, y NB avanzó el caballo		AB tocó las casillas, mientras NB avanzó el caballo y él mismo acompañó con palabras numéricas		AB acompañó con palabras numéricas juntamente con NB, mientras NB avanzaba el caballo	
	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A
S1	1	-			1	-				
S2			1	-	1	-	1	-		
S3			1	-	1	-				
S4	3	4					1	-		
S5							1	4	-	2

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada de manera complementaria durante la sesión.

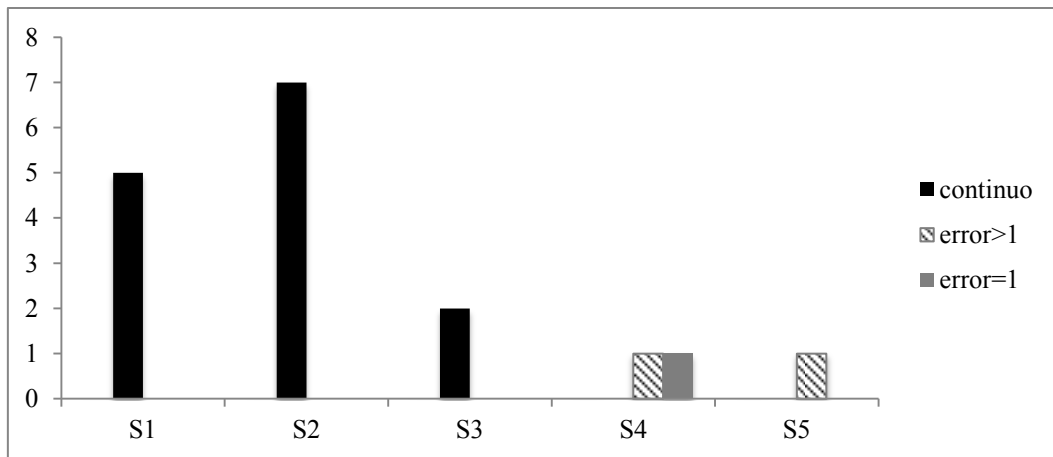


Figura 51: Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados de manera autónoma por NB, a lo largo de las sesiones.

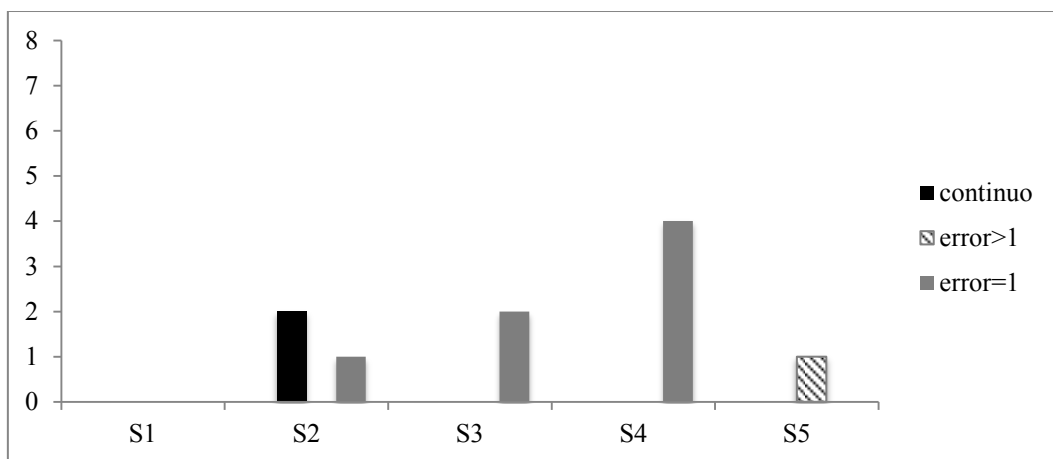


Figura 52: Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados durante Usos Complementarios por la diada B, a lo largo de las sesiones.

En relación con las diferentes caras del dado y sus relaciones con los errores y aciertos, resaltamos que, a diferencia de la cuantificación, los aciertos autónomos en el avance del caballo tuvieron lugar solamente con la cara uno, en S5 (recordamos que, de manera autónoma, sólo en S5 el niño cuantificó correctamente las caras uno, tres y cinco). Asimismo, destacamos que, con ayuda complementaria del adulto, NB fue capaz de avanzar el caballo correctamente con *todas* las caras del dado a partir de S4 (algo que no ocurrió con NA, pues contó con ayudas menos directas). En una misma sesión, el

niño se equivocó de manera autónoma con algunas caras (tres y/o cinco), pero en Uso Complementario avanzó correctamente. Esto ratifica que, también en el avance, con ayuda complementaria, el niño tuvo “mejor” desempeño (ver Tablas 23 y 24).

Al igual que durante las cuantificaciones, a partir de S4, los Usos Complementarios parecieron darse, sobre todo, debido a una dinámica establecida por la diada. En S4 y en S5, el niño pareció participar de los avances de manera rítmica y pausada, respetando los segmentos del camino, no pareciendo necesitar de ayudas tan directas del adulto.

Tabla 23. Desempeño de NB (errores y aciertos) en los avances autónomos del caballo, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado															
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco					
S1			E	-			E	-			E	-				
S2			E	-			E	-			E	-				
S3											E	-			E	-
S4											E	-				
S5			-	A									E	-		

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada por el niño de manera autónoma, durante la sesión.

Tabla 24. Desempeño de NB (errores y aciertos) en los avances del caballo, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado													
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco			
S1														
S2													E	-
S3					E	-	E	-						
S4					E	-	-	A					E	A
S5					-	A	E	A	-	A	-	A	-	A

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada por el niño de manera complementaria, durante la sesión.

En resumen, los análisis realizados para cumplir con el **objetivo 1** nos indican, como ocurrió con NA, un desfase entre la cuantificación y el avance del caballo. Los usos convencionales en las cuantificaciones tuvieron lugar antes que los usos convencionales durante los avances. Los primeros aciertos del niño durante las cuantificaciones se dieron a partir de S3 y, en los avances, a partir de S4. Se destaca la dinámica de la diada a partir de actuaciones Complementarias y los efectos en el desempeño del niño: “mejor” durante Usos Complementarios, en comparación con sus actuaciones autónomas. Antes de S3, el niño usó simbólicamente los objetos fuera del marco del juego (dado como proyectil, etc.) y, luego, empezó a usar los objetos de modo numérico. Todo esto pone de relieve la comprensión simbólica de los objetos por NB, antes de la comprensión de la regla y de sus usos numéricos. Parece haber un efecto de la magnitud en los éxitos autónomos del niño (lo mismo que ocurrió con NA). El desempeño autónomo correcto se dio con la cara uno, tanto en cuantificación como en avance. Asimismo, el niño progresó gracias a las ayudas del adulto. Durante Usos Complementarios, fue capaz de cuantificar y de avanzar correctamente con *todas* las caras del dado. Algo que no observamos en NA. De manera general, las principales diferencias de NB con NA se relacionan con 1) los usos no-convencionales: NB los realizó con mucha más frecuencia y a través de distintos usos; 2) en los avances, NB, con ayuda complementaria, avanzó correctamente con *todas* las caras a partir de S4. Es importante destacar que NA realizó los avances de manera autónoma. Por otro lado, ambos, NA y NB, realizaron avances continuos hasta S3 – relacionados con el cumplimiento del objetivo del juego: dar comida al caballo, pero sin tener en cuenta la regla del juego.

4.2.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales¹³

4.2.2.1. Tiradas del dado

Las tiradas del dado de la díada B, al igual que la díada A, también fueron marcadas por ayudas cognitivas del adulto (sobre todo, Instrucciones). En S1 aparecieron bastantes Correcciones tras los errores (usos no-convencionales) (ver Tabla 25).

Tabla 25. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB, durante *tiradas del dado*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	1	2	2	1	2	8
	Ilustración	0	5	0	0	0	5
	Instrucción	9	11	8	8	9	45
	Prevención error	3	0	4	2	0	9
	Corrección	5	1	0	0	0	6
Afectivas	Aceptación error	0	1	1	0	0	2
	Evaluación positiva	0	0	0	1	0	1
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	0	0	0	0	0	0

Desde S1 y a lo largo de las siguientes sesiones, NB tiró el dado por iniciativa propia. El niño se interesó muy activamente por los materiales del juego y realizó una gran variedad de usos simbólicos con estos objetos. Todas estas situaciones resultaron muy divertidas para el niño; y las ayudas del adulto parecieron ajustarse y relacionarse muy deliberadamente con esfuerzos por introducir las reglas del juego y los posibles

¹³ Para visualizar el presente análisis de manera global y la evolución de cada sesión, secuencialmente, en cada momento del juego, para la díada B, ver anexo B.

usos numéricos de estos objetos.

Las ayudas del adulto, además, involucraron atribuciones de estados anímicos al caballo. Respecto a los errores al usar el dado para derribar el caballo, por ejemplo, eran comúnmente seguidos por Corrección o Prevención enmarcados por recursos simbólicos: “Pues vuelve a tirar el dado, *pero no lastimes al caballo, ¡pobrecito!* (S3, 4”). Asimismo, el caballo siempre tenía “mucha, mucha hambre”. El adulto trataba constantemente de implicar al niño en este rol simbólico relacionado con el objetivo del juego: dar comida al caballo (ver Observación 7).

Observación 7. Recursos simbólicos usados por la díada B (S2, 23”)

AB: ¿Qué le daremos de comer? NB: mmm...mmmm... mmmm... comida de... pece [peces]! AB: ¿¡Comida de peces al caballo?! NB: ¡Síii! AB: Noooo... NB: Comida de... ¡caballo! AB: ¡Comida de caballo! ¿Qué come el caballo...? ¿Comerá mucho pasto? Ñam ñam ñam...¡Vamos a tirar el dado!

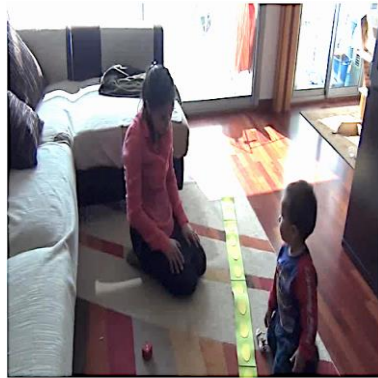
La intención del adulto de conectar el objetivo del juego a las reglas fue muy evidente. Sobre todo hasta S3, la madre decía al niño, por ejemplo, que “los puntitos dicen cuánto tiene que caminar el caballito para comer” (en S1) y que el niño “tirase el dado a ver cuánto el caballito tenía que avanzar para buscar su comida” (en S2). Además, el adulto parecía intentar atribuir “sorpresa” a la situación, generando expectativa e interés del niño acerca de la información del dado. Solía decir, muy entusiasmada, que NB “¡tirase el dado *rápidamente* para ver qué número le tocaba al caballito!”. De manera gradual, NB fue participando y se fue involucrando en este rol simbólico constantemente ofrecido por el adulto. Por ejemplo, en S3, frente a la pregunta de AB respecto a qué era el objeto “caballo”, NB contestó: “¡un caballo guerrero!”. Y las atribuciones anímicas relacionadas con el “sufrimiento” del caballo

debido a los “golpes” al tirar el dado también fueron gradualmente compartidas por el niño (Observación 8).

Observación 8. Corrección de uso no-conventional al usar el dado por parte de AB (S1, 5”)



[NB tira el dado como proyectil y derriba el caballo]



AB: Pero, al caballo, nooo... Nooo, al caballito, nooo... [NB mira a AB]



AB: ¡Pobrecito caballito!
[AB mueve las palmas de las manos hacia arriba]



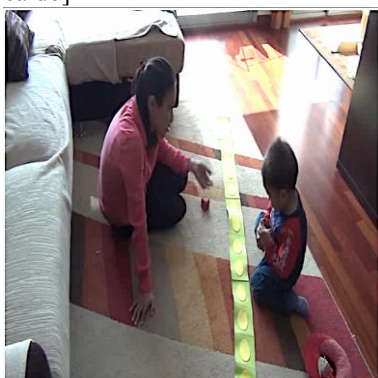
NB: ha cayado [caído] ...
[NB mira el caballo que se había caído]



[NB recoge el caballo del suelo]
[AB recoge el dado]



NB: Pobrecito caballo...
[NB mira a la cara del caballo]



AB: Pobrecito caballo, claro...
[AB mueve la palma de una mano hacia arriba]



[NB vuelve a poner el caballo en el camino, de pie]

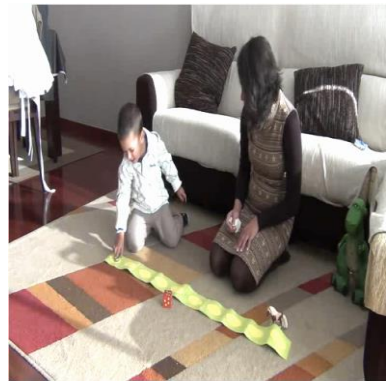
También fueron llamativas las Presentaciones Complementarias realizadas por la diada, por iniciativa del adulto: evidenciaron que el adulto parecía tratar de ayudar al niño a estructurarse cognitivamente con relación a la regla y a los usos convencionales de los objetos. Diversas solicitudes de participación en las Presentaciones Complementarias tuvieron un carácter peculiar: AB solía pedir al niño que explicase a la entrevistadora cómo se jugaba. Dichas explicaciones nos permitieron observar la comprensión gradual del juego por el niño, desde su propio punto de vista. La Observación 9 tuvo lugar casi al final de S2 y en ella NB *no* se refirió a la cuantificación de los puntos, haciendo referencia, únicamente, a la tirada del dado y al objetivo del juego (dar comida al caballo).

Observación 9. Presentación Complementaria de la diada B (S2, 32”)

AB: Ahora tira tú el dado, enseñale a Sílvia cómo funciona este juego [AB realiza ostensión con el dado]. Dile, ‘mira Sílvia’, pero ponte aquí que si no, no te ve [AB toca el suelo múltiples veces]. Explícaselo tú [AB coloca el caballo cerca de NB]. NB: Sí. Ete [este] es un dao [dado]. Ete [este] es caballo. Aquí. [NB coge el caballo y lo pone en el camino]. Y ahola [ahora] jugamos así. Y voy a tilar [tirar] el dao [dado] así [NB tira el dado]. AB: Y el caballito, ¿qué tiene que hacer? NB: Come su comida [NB toca el platito con el caballo múltiples veces, como si el caballito comiera]. AB: Muy bien. NB: ¡Es eso! [NB se ríe]. AB: Muy bien.

Sin embargo, en S4, en la Observación 10, el niño, con ayuda, hizo referencia a los tres momentos del juego: tirada del dado, cuantificación de puntos y avance del caballo, hasta la “comida”. Con esto evidenciaba su comprensión del objetivo y regla del juego.

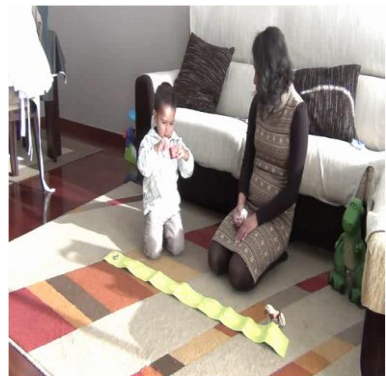
Observación 10. Presentación Complementaria de la díada B (S4, 26”)



AB: Ahora explícale el juego a Silvia. Dile qué tiene que hacer ella. Dile. Explícale qué tiene que hacer para que el caballo pueda comer.
[AB toca el brazo de NB, llamándole la atención]

NB: eh... eh... avanzar los puntos [NB hace gesto de señalar distante a lo largo del camino]

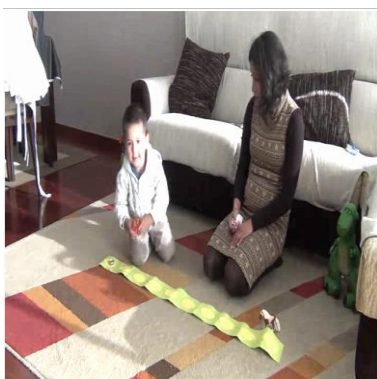
y... y... llegar aquí [NB realiza gesto de señalar inmediato sobre la “comida”].



AB: Claro, pero qué tiene que hacer...?
Tienes que...?
[AB realiza gesto de señalar inmediato sobre el dado]

NB: Tirar el dado... [Con el dedo índice, NB mueve el dado, cambiándole la cara]

...ver estos puntitos.
[NB coge el dado y hace gesto de señalar distante y circular, haciendo un “barrido” sobre los puntos de la cara superior del dado. Enseguida lo pone en el suelo].



AB: ¡Claro! ¿Y quieres que lo hagamos otra vez?

NB: ¡Vale!

A partir de S3, NB se Autorreguló antes de tirar el dado, pareciendo indicar su comprensión de que en el dado había informaciones importantes (“bolitas”). Por ejemplo, en S3, NB, teniendo el dado en la mano, antes de tirarlo, dijo: “Tilar [tirar] un dado, bolita” (S3, 2”), sirviéndose de habla privada como instrumento de autorregulación. Recordemos que en S4 y en S5, ya no encontramos usos no convencionales relacionados con esta fase del juego.

4.2.2.2. *Cuantificación de los puntos*

La Tabla 26 resume las frecuencias de las ayudas ofrecidas por el adulto en relación a las actuaciones del niño durante las cuantificaciones de los puntos, en cada sesión. Se destacan las ayudas cognitivas (sobre todo Instrucciones, Usos Complementarios, Ilustraciones y Correcciones tras errores). Esto marca una diferencia con la madre de NA, quien ofreció sobre todo ayudas afectivas en las cuantificaciones de NA (aceptando errores, por ejemplo), mientras que la madre de NB casi no aceptó errores del niño; sus ayudas afectivas se dieron, principalmente, tras aciertos (Evaluaciones Positivas).

Durante las cuantificaciones del dado, el adulto tuvo una participación muy activa, ayudando al niño directamente. Recordemos que, principalmente a partir de S3, por iniciativa del adulto, las cuantificaciones se realizaron de manera complementaria. Los Usos Complementarios de AB, a nuestro entender, fueron intentos del adulto de compartir el control de la situación con el niño. La mayoría de las cuantificaciones complementarias se dieron cuando la madre “le pedía *ayuda* al niño, invitándole a contar *con* ella”. Hasta S2, era el adulto quien realizaba las cuantificaciones, por medio de las Ilustraciones. Los Usos Complementarios durante las cuantificaciones parecieron demostrar la preocupación del adulto respecto a la corrección en la segmentación de los

puntos – recordemos que en la mayoría de sus intervenciones, AB guió el dedo de NB (es una demostración inmediata de un gesto) o realizó ella misma los gestos de señalar inmediatos sobre cada punto. Esto seguramente muestra que al adulto le pareció que la realización del gesto significaba mayor dificultad para el niño (en comparación con la expresión oral), por lo que asumió el control en la realización de los gestos de señalar inmediatos para contar.

Tabla 26. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB, durante *cuantificaciones de los puntos*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	0	0	0	0	0	0
	Ilustración	9	5	0	0	1	15
	Instrucción	4	3	8	11	7	33
	Prevenición error	0	0	3	2	0	5
	Corrección	2	3	3	7	1	16
	Usos	2	0	7	10	7	26
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	1	0	1	0	0	2
	Evaluación positiva	0	0	0	5	5	10
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	3	0	3
	Suscitación de ratificación	0	0	0	2	0	2
	Suscitación de autorregulación	0	1	1	2	0	4

Asimismo, como ya comentamos, en S4 y en S5, muchas situaciones complementarias parecieron darse de modo espontáneo por parte de la diada. Por ejemplo, tras la tirada del dado, NB esperaba que AB le cogiese el dedo o que tocara los puntos – cuando, espontáneamente, acompañaba con palabras numéricas de manera rítmica y pausada. También encontramos situaciones en las que el adulto le preguntó al niño si él quería que se contara “con su dedo o con el dedo del adulto”, por lo que el

niño, rápidamente estiró su dedo índice para que el adulto se lo cogiese y contaran juntos los puntos (en S4).

Cabe destacar, además, las Prevenciones realizadas por el adulto: AB le decía al niño, con frecuencia, que “contara despacito” o “que contara poco a poco”, para promover el control del ritmo y la autorregulación por el niño. Asimismo, desde S2, observamos que el adulto ofreció ayudas metacognitivas, que evidenciaron el intento del adulto en promover reflexiones en el niño sobre sus actuaciones.

Las cuantificaciones de las caras vacías fueron realizadas, en su totalidad, por el adulto, a lo largo de las sesiones. Cuando dicha cara aparecía, el adulto solía decir que “no había puntos” o que “no había nada” y que era necesario volver a tirar el dado. El niño nunca evaluó esta cara.

4.2.2.3. Avances del caballo

Como en las cuantificaciones, también durante los avances, las principales ayudas ofrecidas por AB fueron cognitivas: Instrucciones, Ilustraciones, Correcciones y Usos Complementarios, mayoritariamente. Aparecen similitudes con el adulto A, quien también destacó ayudas cognitivas en esta fase del juego. Las ayudas afectivas tuvieron lugar frente a algunos errores (Aceptaciones de errores), pero sobre todo tras aciertos (Evaluaciones Positivas) (ver Tabla 27).

En definitiva, las fases de avance del caballo presentaron patrones de actuación similares a los observados en la cuantificación: el adulto constantemente realizó Ilustraciones acerca de cómo avanzar el caballo, a lo largo de las sesiones, además de avanzar el caballo junto al niño durante Usos Complementarios, sobre todo a partir de S4. También fueron llamativos los constantes escenarios simbólicos referidos al caballo utilizados por el adulto durante las ayudas, en general.

Tabla 27. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AB durante los *avances del caballo*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	3	0	0	1	0	4
	Ilustración	4	1	2	0	1	8
	Instrucción	10	11	5	9	7	42
	Prevencción error	3	0	0	2	1	6
	Corrección	4	6	8	5	2	25
	Usos	2	3	2	10	7	24
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	3	3	1	2	0	9
	Evaluación positiva	0	0	0	5	5	10
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	2	1	0	0	0	3

Los recursos simbólicos utilizados durante el avance, así como en los momentos anteriores, fueron muy frecuentes. Fueron compartidos entre el adulto y el niño; y el adulto constantemente trató de conectarlos a las reglas del juego (Observación 11).

Observación 11. Corrección y Presentación de AB (S1, 15”)

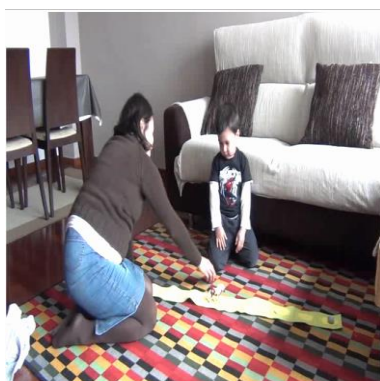
[Tras error de NB, al hacer avanzar el dado por el camino en lugar del caballo] AB: Amor, el que tiene que caminar es el caballito, ¿eh? [AB quita el dado de la mano de NB]. Pero, ¿sabes qué? Que estos puntitos le dicen al caballito cuánto tiene que avanzar [AB realiza gestos de señalar inmediatos sobre los puntos]. No avanza lo que quiere NB, tiene que avanzar los puntitos que dice el cuadrado... ¿sí?

Por otro lado, los recursos simbólicos utilizados durante los avances involucraron una nueva situación: el adulto otorgó al caballo un papel activo, de modo a introducirlo en los diálogos. Es decir, organizó el escenario simbólico incluyendo al caballo como un personaje más. Se dirigía al caballo directamente, hablándole en

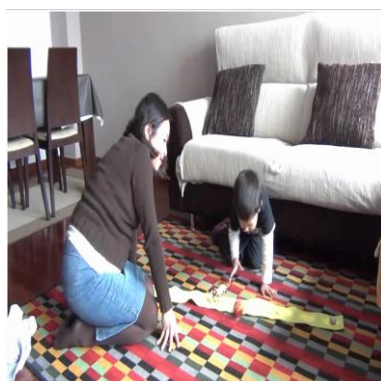
primera persona e invitándole al niño a participar en este nuevo rol simbólico. Es decir, los mediadores verbales utilizados por el adulto como Instrucción, Prevención, fueron frecuentemente dirigidos de manera indirecta al niño – directamente se hablaba con el caballo. Por ejemplo, en S5, al finalizar un avance en Uso Complementario, el adulto realizó una Prevención: “Y te esperas aquí, caballito, ¿eh? ¡Todavía no puedes comer!”. O, al realizar una Instrucción, le dijo al caballo: “avanza tres, caballo!” – y le pidió al niño que ayudara al caballo a avanzar (en S3). Era evidente el esfuerzo del adulto por ofrecer al niño un sentido a la situación a través del encuadre del objetivo y reglas en un escenario simbólico compartido, en el cual el niño tenía protagonismo y responsabilidad: era quien debería *ayudar* el caballo a avanzar y comer.

Asimismo, también fue llamativa la atribución de “valores emocionales” a los números, dependiendo del número de pasos que el caballo daba y de su cercanía de la comida, primeramente por el adulto, luego por el niño. El número de pasos dados por el caballo solían acompañarse de alegría o tristeza. Por ejemplo, las Evaluaciones Positivas del adulto tras avances de cinco pasos eran acompañadas de especial euforia, a diferencia de los avances de un paso. En S5, observamos que el niño se refirió al uno como “solo uno” (Ver Observación 12).

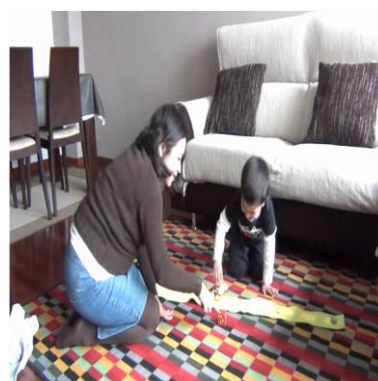
**Observación 12. Atribución de “valores emocionales” a los números por la
día B (S5, 12”)**



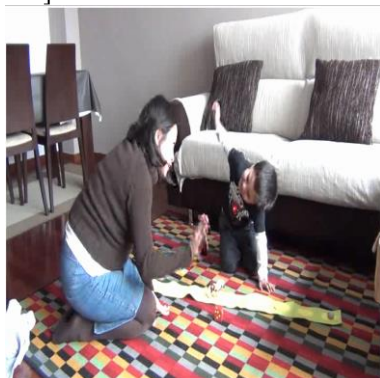
AB: Otra vez, tírale el dadito, a ver si llega a su comida... ¡que esta comida está muy buena, caballito!
[AB “coloca” el dado cerca de NB]



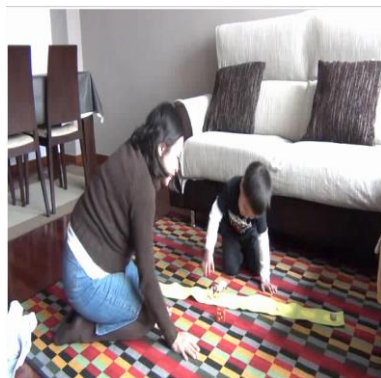
[NB tira el dado]



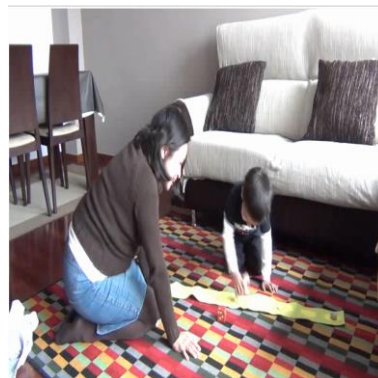
[Tras tirada del dado por NB, AB señala el punto a la distancia y mira a NB].
AB: ¡Oh!



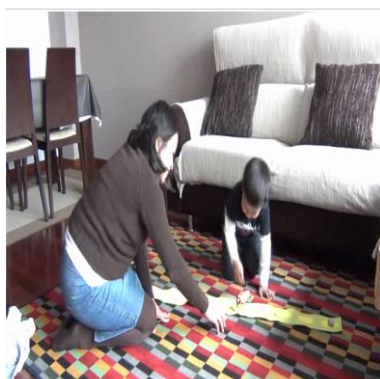
NB: uno.



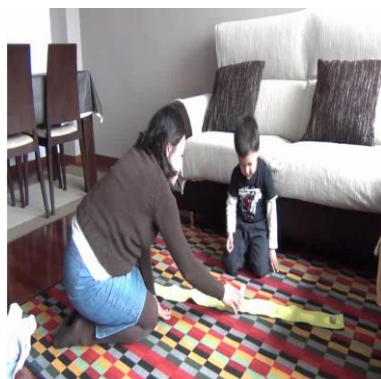
AB: Pues uno.



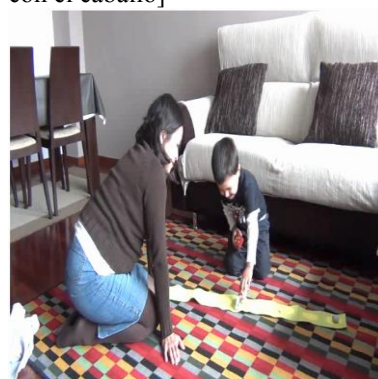
[En silencio, NB avanza un paso con el caballo]



NB suelta el caballo, lo mira y dice:
NB: Avanzó solo uno...



AB: Bueno, pero que se espere aquí. [AB toca el caballo]. Dile, ‘paciencia, caballito’.



NB: Pacieencia, caballito...
[NB realiza gesto simbólico, como si hiciera cariños en la cabeza del caballo]

También destacamos que, frente a la cara vacía, el adulto solía decir que el caballo se quedaba “castigado” o que debería quedarse “quieto”. Además, frente a los aciertos, junto a las Evaluaciones Positivas, el adulto solía preguntar “qué le había servido de comer al caballo” – a lo que NB contestaba (espaguetis, verduras, etc.) demostrando su rol activo. Todo esto pareció destacar una intención del adulto en mantener evidente el objetivo del juego, a lo largo de las sesiones.

Con relación a los Usos Complementarios, como comentamos, esta fue una actuación constante de la díada durante la interacción. Asimismo, a pesar de las ayudas del adulto, los avances del caballo parecieron representar mayor dificultad para el niño: sus primeros aciertos, aunque en Usos Complementarios se dieron a partir de S4. De manera autónoma, en S5.

De modo general, así como se vio durante las cuantificaciones de los puntos, los Usos Complementarios durante los avances del caballo parecieron demostrar la preocupación del adulto respecto a la precisión en la segmentación de las casillas – véase que en la mayoría de sus intervenciones, AB guió la mano de NB, realizó gestos de señalar sobre las casillas o avanzó ella misma el caballo, mientras NB acompañó con palabras numéricas dichos avances. Por otro lado, también como observamos en las cuantificaciones, muchas situaciones complementarias parecieron darse de modo espontáneo por la díada, como si el avance complementario del caballo se hubiese “rutinizado”, o hecho hábito, e hiciera parte de la interacción. En S4 y S5, NB parecía demostrar su comprensión respecto a los avances cuando, por ejemplo, al alcanzar el número máximo de pasos, permitía el cese del avance guiado por AB al cogerle la mano (ya no insistía en seguir avanzando, como hizo hasta S3). Por otro lado, NB cambiaba completamente el tono de voz al decir el número del último paso dado por el caballo, anunciando que el avance realizado por el adulto se finalizaba.

En resumen, los análisis realizados para cumplir con el **objetivo 2** nos indican una participación activa por parte del adulto y del niño. Las principales ayudas del adulto, de modo general, fueron cognitivas. Asimismo, la interacción de la díada B contó con un escenario simbólico consensuado desde el principio, en que el adulto trataba de otorgarle al niño un rol muy participante. Los principales mediadores verbales cognitivos del adulto fueron, sobre todo, directos (Ilustraciones y Usos Complementarios) y se *ajustaron* gradualmente a las actuaciones del niño. Si por un lado observamos que AB enmarcó constantemente el objetivo del juego (dar comida al caballo), por otro, observamos que el adulto insistió en que las cuantificaciones y avances se realizaran de modo correcto y preciso, respeto a los segmentos y al número de puntos que marcaba el dado en cada situación. Creemos que el encuadre del objetivo y regla del juego en un contexto simbólico tan rico en detalles colaboró fuertemente para el interés y motivación de NB en el juego; y, por consiguiente, dio espacio a la comprensión gradual de las cantidades y sus respectivos valores como números. De manera general, las principales diferencias con la díada A se relacionan con el hecho de que en las cuantificaciones, AA ofreció, sobre todo, ayudas afectivas. Asimismo, en el avance, las ayudas cognitivas marcaron las actuaciones de ambas madres.

4.2.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales (Objetivo 3)

4.2.3.1. Tiradas del dado

Los principales gestos utilizados por el adulto durante las tiradas del dado fueron los de señalar inmediatos, múltiples y distantes (total= 23), las ostensiones (total= 10),

los gestos simbólicos (total= ocho) y los gestos de colocar (total= siete) (ver Figura 53). Fueron gestos realizados, sobre todo, durante Presentaciones e Instrucciones. Destacamos que los gestos de colocar (cuando AB acercó el dado a NB, en las Instrucciones), menos directos que las ostensiones, ocurrieron más en las dos últimas sesiones, cuando observamos las menores ocurrencias de ostensiones. Mientras que la madre de NA realizó sobre todo ostensiones y gestos de señalar inmediatos durante las tiradas.

NB realizó solamente un gesto (de señalar) durante un error en S2 cuando, en lugar de tirar el dado, lo tocó, indicándolo.

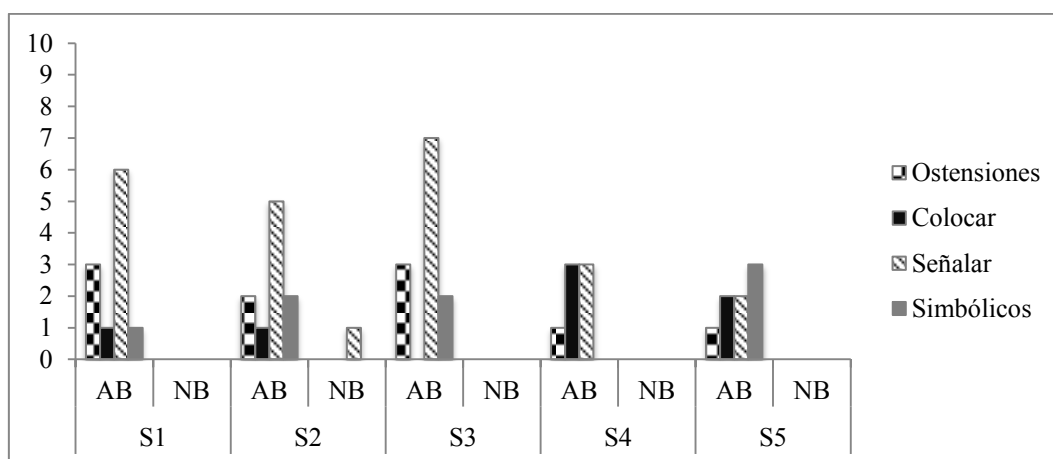


Figura 53. Gestos utilizados por AB y NB en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.

Los usos por el adulto durante las tiradas del dado se dieron hasta S2: Demostraciones distantes (DD), cuando AB tiró el dado para indicar al niño cómo hacerlo - en el suelo, suavemente, no muy lejos, tampoco contra el caballo, durante algunas Ilustraciones. Además, encontramos Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC) cuando el adulto corrigió o intentó evitar algunos usos no-convencionales, durante Corrección o Prevención (Ver Figura 54).

Se destacan diferencias con relación a la madre de la diada anterior: durante las tiradas, AA realizó muchas más IUNC (y hasta S3). Dichas diferencias en el uso de mediadores no verbales se deben a los distintos ajustes de los adultos a los usos no convencionales del niño y de la niña. Recordemos que NA insistía en avanzar el caballo hasta la “comida”, mientras que NB usaba el dado como proyectil (por lo que AB utilizó sobre todo mediadores verbales para darle nuevo sentido a dicho uso del niño).

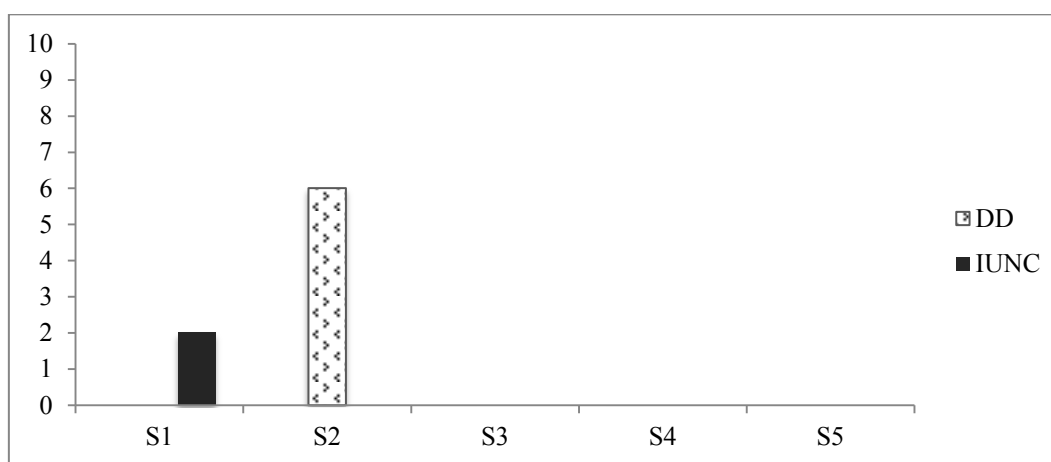


Figura 54. Usos de objetos (demostraciones) realizados por AB, durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones (DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).

4.2.3.2. Cuantificaciones de los puntos

Los principales gestos utilizados por AB durante las cuantificaciones del dado (al igual que AA) fueron los gestos de señalar (total=29) inmediatos, distantes y múltiples, sobre todo inmediatos. También encontramos gestos de colocar (total=tres) y ostensiones (total=dos) (ver Figura 55).

Los gestos de señalar se distribuyeron a lo largo de todas las sesiones y fueron realizados para indicar el dado, en Instrucciones y durante los Usos Complementarios, cuando indicaba los puntos mientras NB acompañaba con palabras numéricas. NB

realizó gestos de señalar inmediatos para contar los puntos en S1 y en S3 (durante la cuantificación autónoma en S1 y durante los Usos Complementarios, a partir de S3, principalmente). Recordemos que NB se expresó sobre todo de modo oral (tanto durante Usos Complementarios, como en cuantificaciones autónomas). A diferencia de la diada A, no encontramos gestos simbólico-numéricos utilizados por AB ni por el niño, en ninguna de las sesiones. Lo que podría significar que los simbólico-numéricos son equivalentes a la expresión oral.

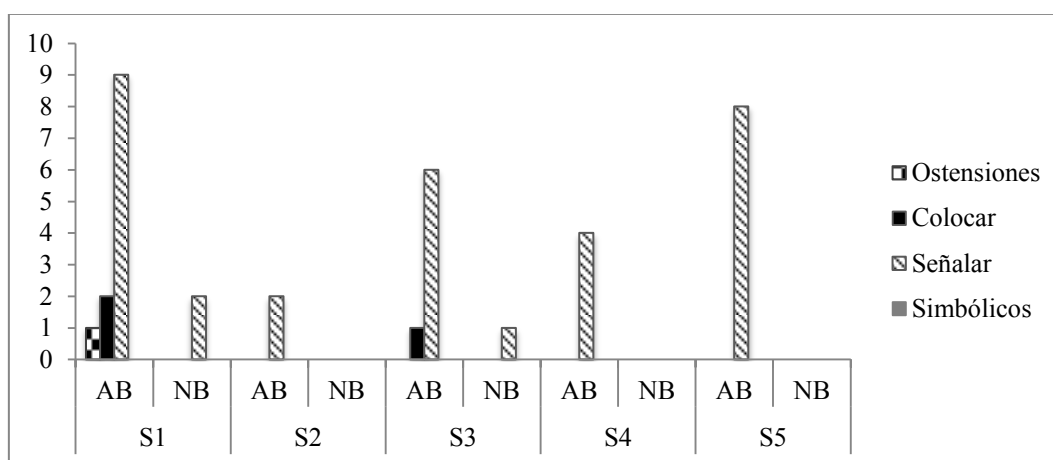


Figura 55. Gestos utilizados por AB y NB durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones.

El adulto realizó Demostraciones Inmediatas (DI), Distantes (DD) e Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC). Las DD se realizaron hasta S2 (como las DD de la madre de la niña). Las DI y las IUNC tuvieron lugar hasta S4 (ver Figura 56).

En S1 y en S2, durante las DD (mayoritariamente mixtas – oral, y gestos de señalar inmediatos) el adulto ponía mucho énfasis en el procedimiento que realizaba (contaba de manera muy pausada y rítmica). Destaquemos que el adulto invitaba al niño constantemente a observar sus actuaciones (al decirle: “mira...”) (ver Figura 57).

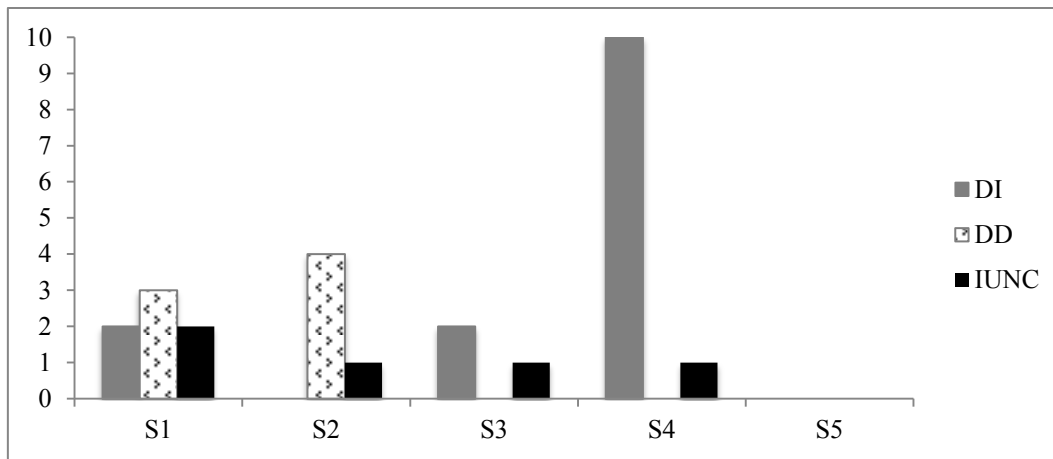


Figura 56. Usos realizados por AB durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones. (DI= demostraciones inmediatas; DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).



Figura 57. Demostración Distante (DD) realizada por AB, al cuantificar los puntos (S2).

Las DI, muy utilizadas por AB, se dieron cuando el adulto cogió el dedo que señala de NB para guiarlo a los puntos, mientras ella misma acompañaba dichos gestos con palabras numéricas. Recordemos que además, hasta S4, AB guió el dedo de NB para que se realizaran conteos durante Usos Complementarios (Ver Figura 58). Aquí aparece una importante diferencia con el adulto A, quien no realizó este tipo de actuación (guiar el dedo de la niña para cuantificar), y los IUNC solamente hasta S3.

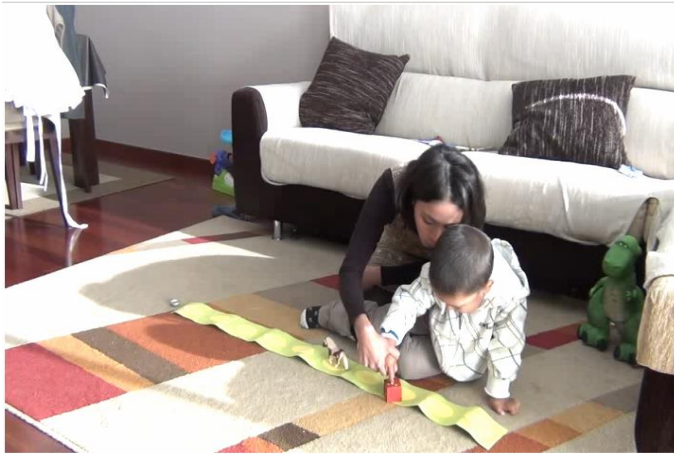


Figura 58. Demostración Inmediata del gesto de señalar (DI) realizada por AB, durante Uso Complementario, al cuantificar los puntos (S4).

4.2.3.3. Avances del caballo

Los principales gestos utilizados por el adulto durante los avances del caballo fueron los de señalar (total=51) inmediatos, múltiples y distantes, sobre todo inmediatos (ver Figura 59). Fueron más frecuentes hasta S3 (como con la madre de la diada anterior). Tuvieron lugar durante las Instrucciones, para indicar los objetos y las casillas, así como durante algunos Usos Complementarios para indicar las casillas, mientras NB iba avanzando.

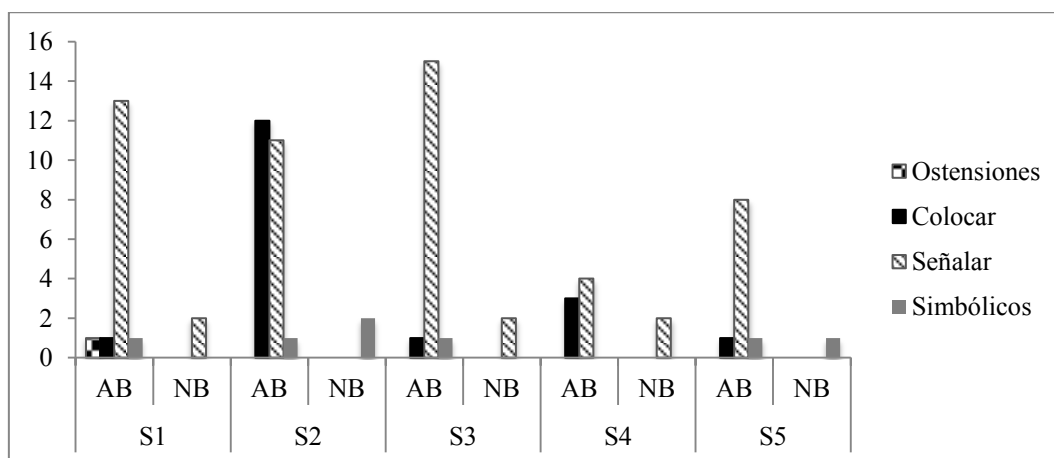


Figura 59. Gestos producidos por AB y NB durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.

Además, el adulto realizó gestos de colocar (total=18) a lo largo de las sesiones, pero mayoritariamente durante S2. El gesto de colocar de AB en S2 fue peculiar: colocó la “comida” en determinadas casillas del camino, a modo de número “límite máximo” de pasos que NB debería avanzar con el caballo. La “comida” era colocada como signo de su uso convencional y evidenció una estrategia utilizada por el adulto para ayudar al niño en el avance del caballo, acercándole el plato de “comida” en congruencia con los pasos que el caballito debería dar (ver Figura 60).



Figura 60. AB “coloca” el plato de comida en la casilla correspondiente al avance de la cara con dos puntos; NB avanza el caballo hasta el platito (con error por avance continuo, pues lo lleva directamente hasta el plato).

El niño también realizó gestos de señalar (total=seis). Todos los gestos fueron inmediatos y distantes. En S1, algunos gestos de señalar inmediatos realizados por NB se dieron cuando NB tocó las casillas cuando debería avanzar el caballo, tal como el adulto había realizado previamente para indicarle las casillas por dónde debería caminar el caballo. En S3, los gestos de señalar fueron utilizados cuando NB, en vez de avanzar el caballo contó los puntos del dado. Otros gestos producidos por el niño durante los

avances del caballo fueron los simbólicos (total=tres). Fueron realizados para poner “comida” en el platito del caballo, antes de que este llegara a comer.

En la Figura 61 se presentan los usos realizados por el adulto. Los principales fueron las IUNC (durante las Correcciones y Prevenciones) para impedir que NB fuera hasta el final del camino o avanzara más casillas de las que correspondía en relación con los puntos del dado. Se dieron hasta S4 (a diferencia de AA que lo hizo hasta S3). Las DI también se dieron hasta S4 (durante los Usos Complementarios), cuando el adulto guiaba la mano de NB durante el avance. Recordemos que las DI fueron también realizadas por la diada anterior durante los avances (hasta S3). Además, AB realizó DD, al avanzar el caballo como modelo, en S1. La madre de la diada anterior lo hizo hasta S2.

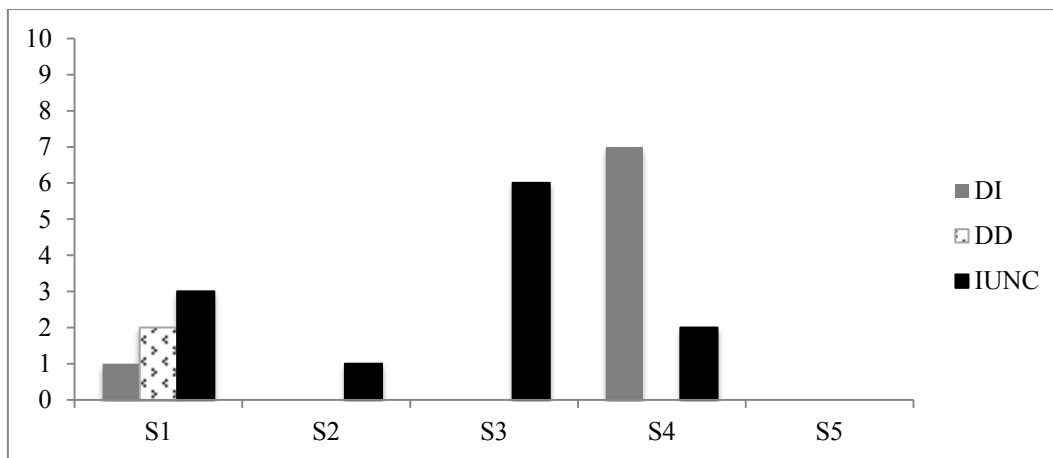


Figura 61. Usos realizados por AB durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones. (DI= demostraciones inmediatas; DD= demostraciones distantes; IUNC= inhibiciones de usos no convencionales).

En resumen, los análisis realizados para cumplir con el **objetivo 3** indican que los gestos de *señalar* (sobre todo, inmediatos) fueron los más utilizados por el adulto al indicar los puntos del dado y las casillas del camino. Aparecieron durante todas las fases del juego, pero destacan en los Usos Complementarios de las cuantificaciones: en este caso es el adulto, sobre todo, quien realiza los gestos, evidenciando su preocupación con la necesidad de segmentar los puntos del dado.

De modo general, las Demostraciones Distantes, menos directas, se dieron hasta S2, pero las Demostraciones Inmediatas y las Inhibiciones de Usos No Convencionales aparecieron hasta S4, principalmente durante los avances.

Las diferencias de mediadores no verbales entre los adultos de ambas díadas (AA y AB) muestran, de nuevo, el ajuste de los adultos a los errores del niño y de la niña. Asimismo, se observa que ambas madres realizaron las DI durante los avances del caballo. Lo que puede indicar que esta fase del juego puede haber sido la más difícil para el niño y para la niña.

4.2.4. Resumen de resultados: díada B

Los resultados encontrados al analizar la interacción de la díada B revelan una gran riqueza de mediadores semióticos. La madre recurrió a diversas estrategias para ayudar al niño a comprender el juego, su regla, el objetivo y los usos específicos de los objetos. Si, por un lado, la madre enmarcó constantemente el objetivo del juego (dar comida al caballo), por otro, insistió en que las cuantificaciones y avances se realizaran de modo correcto y preciso, respeto a los segmentos y al número de puntos del dado. De ahí las frecuentes ayudas cognitivas ofrecidas en todas las fases del juego.

Creemos que las atribuciones anímicas dadas inicialmente por la madre al caballo (al decir, por ejemplo, que era un “pobrecito” al ser “golpeado” y “lastimado” por el dado), sumados a la comprensión de que el dado era un objeto con información numérica, ayudaron a que los usos no convencionales como proyectil pudieran ser gradualmente inhibidos por el niño. En S5, el niño consuela al caballo tocando su cabeza porque “todavía no había llegado a su comida”. Dicha sesión finaliza con el niño abrazado con el caballo, diciendo que éste era “bueno”. Los usos no-convencionales de los objetos “dado” y “caballo”, en todos los momentos del juego, tuvieron lugar hasta la tercera sesión.

Asimismo, consideramos que los mediadores no verbales realizados por el adulto tuvieron un rol muy importante para la comprensión del juego. La madre realizó, sobre todo, gestos de señalar a lo largo de las sesiones, mayoritariamente con la función de indicar los segmentos de los puntos del dado y de las casillas del camino. La segmentación de los puntos del dado y de las casillas del camino fueron una preocupación constante de la madre. Esto se reflejó en los frecuentes Usos Complementarios que se dieron tanto en la cuantificación como en los avances del

caballo. Por otro lado, las constantes Inhibiciones de Usos No Convencionales también corroboran esta idea.

Asimismo, destacamos que el niño usó primero los objetos de manera simbólica (aunque sin relación con el número), luego comprendió el objetivo del juego, y sólo después comprendió las reglas del juego y la necesidad de realizar usos numéricos. En este sentido, son llamativos los errores del niño en S2, a pesar de la ayuda de la madre (al “colocar” la comida en una casilla “límite” para que hubiese correspondencia entre el número de puntos y el número de pasos que el caballo debía dar). El niño llevó el caballo directamente hasta la “comida”, evidenciando su dificultad en usar el caballo a partir del número, más bien destacando su comprensión respecto al escenario simbólico del juego.

Más allá de las similitudes entre las díadas A y B (como la mayor dificultad de NA y de NB en el avance del caballo en relación a la fase de la cuantificación) las diferencias entre las díadas evidencian la manera en que las madres ajustaron sus acciones a los distintos usos de los objetos realizados por cada niño/a. Mientras que en la primera díada se enmarcaron las ayudas afectivas en las cuantificaciones (con diversas Aceptaciones de errores), las ayudas cognitivas enmarcaron los avances del caballo en ambas madres. Aunque AB ofreciese ayudas más directas (como constantes Usos Complementarios), fue solamente durante el avance del caballo cuando observamos Demostraciones Inmediatas de la madre de la niña.

4.3. Díada C

En este apartado, presentamos los análisis de la díada C. Al igual que en las díadas anteriores, tendremos en cuenta las secuencias y momentos del juego y presentaremos los resultados relativos a cada objetivo en cada momento del juego.

4.3.1 Análisis de los usos de los objetos del juego por parte del niño C (NC): errores, aciertos; y formas de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos

4.3.1.1. Tiradas del dado

Durante las tiradas del dado, encontramos usos no-convencionales de NC sobre todo en S1, S2 y también en S5. Recordemos que NA y NB también realizaron usos no-convencionales sobre todo en las primeras sesiones (ver Figura 62).

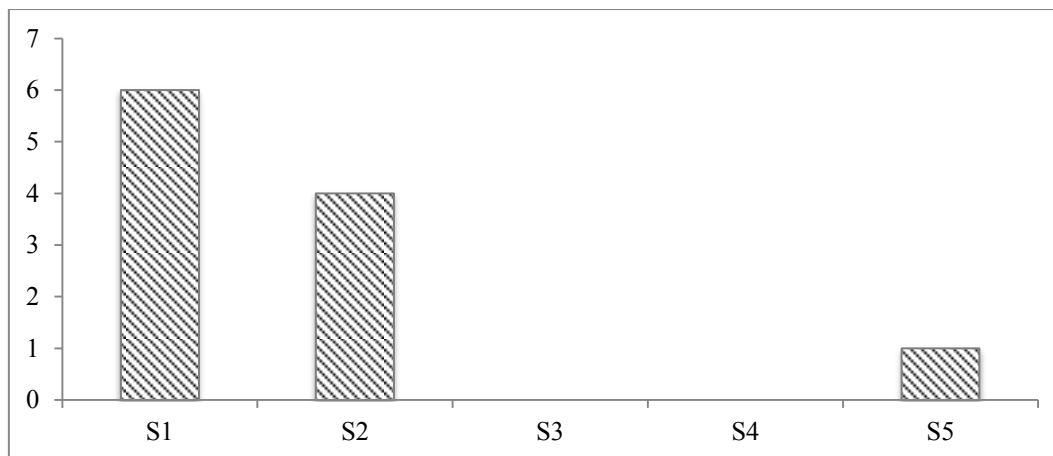


Figura 62. Frecuencias de errores por usos no convencionales realizados por NC, en las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.

Encontramos nuevos usos no-convencionales realizados por NC: tiró la “chapita” (que representaba el platito de comida) como si fuese el dado (en S1) (ver Figura 63). No encontramos usos no-convencionales con la “chapita” por NA ni por NB

– siempre fueron usados como la “comida” del caballo. Los demás usos no-convencionales de NC fueron similares a los realizados principalmente por NB: al tirar el dado contra el caballo como si fuese un proyectil, y también por NA, al avanzar con el dado como si fuese un ser animado y al intentar tirar el dado cuando debería mover el caballo (en S5).



Figura 63. Uso no-convencional de NC con el platito de comida, en S1.

4.3.1.2. Cuantificaciones de los puntos

A) Usos no-convencionales, protoconvencionales, y convencionales de NC

En las cuantificaciones, encontramos usos no-convencionales realizados por NC a lo largo de todas las sesiones - hasta S5. Esto marca una diferencia con relación a los otros participantes: NA y NB realizaron usos no-convencionales solamente hasta S3.

Por otro lado, los Usos Complementarios realizados durante las cuantificaciones marcaron la dinámica de esta díada, al igual que ocurrió con la díada B, aunque fueron menos frecuentes (ver Figura 64). Estos Usos Complementarios también tuvieron efectos directos en el desempeño de NC (por ejemplo, algunos aciertos del niño se dieron en dichas situaciones).

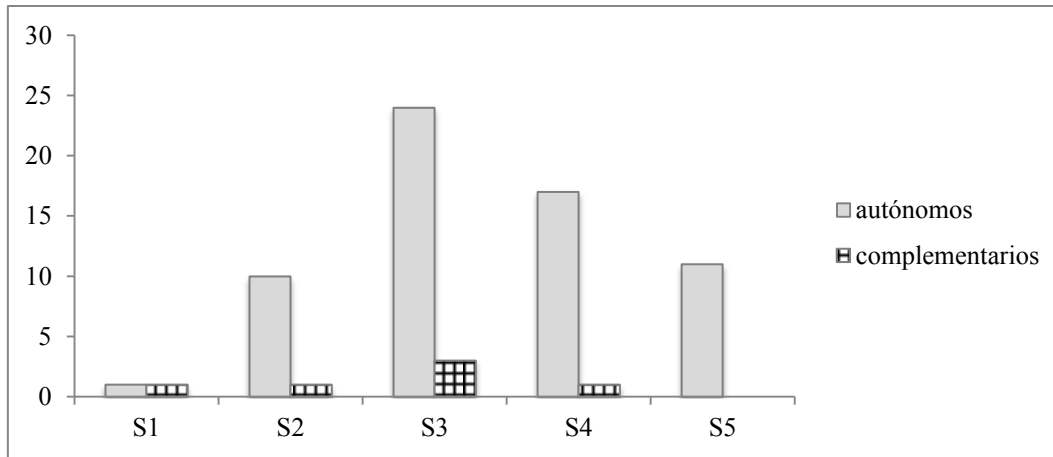


Figura 64. Frecuencia de usos realizados por NC de manera autónoma y complementaria, durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones.

Presentamos a continuación los resultados de las cuantificaciones realizadas por el niño de manera autónoma y durante los Usos Complementarios (ver Figuras 65 y 66, respectivamente). Aunque la mayoría de las cuantificaciones de NC se realizaran de manera autónoma, es posible ver que, en S1, el único uso protoconvencional del niño se realizó durante Uso Complementario. Los usos no-convencionales de NC se dieron durante las cuantificaciones autónomas. Aunque tuviesen lugar hasta la última sesión, tendieron a la baja a partir de S3, al igual que los usos protoconvencionales. Destacamos que los usos protoconvencionales de los otros participantes también bajaron progresivamente a partir de S3. Los primeros usos convencionales de NC, en las cuantificaciones, tuvieron lugar en S2 de manera autónoma (tal como ocurrió con NA).

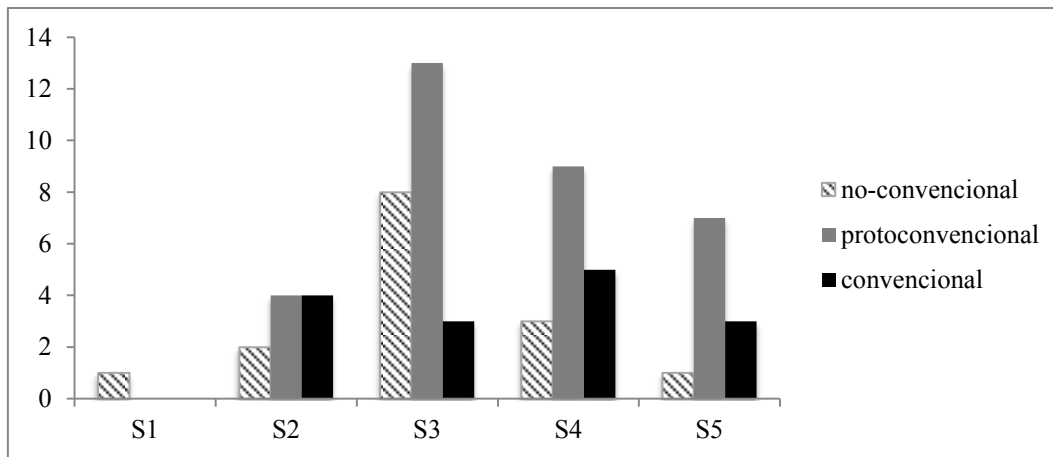


Figura 65. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al cuantificar el dado de manera autónoma, a lo largo de las sesiones.

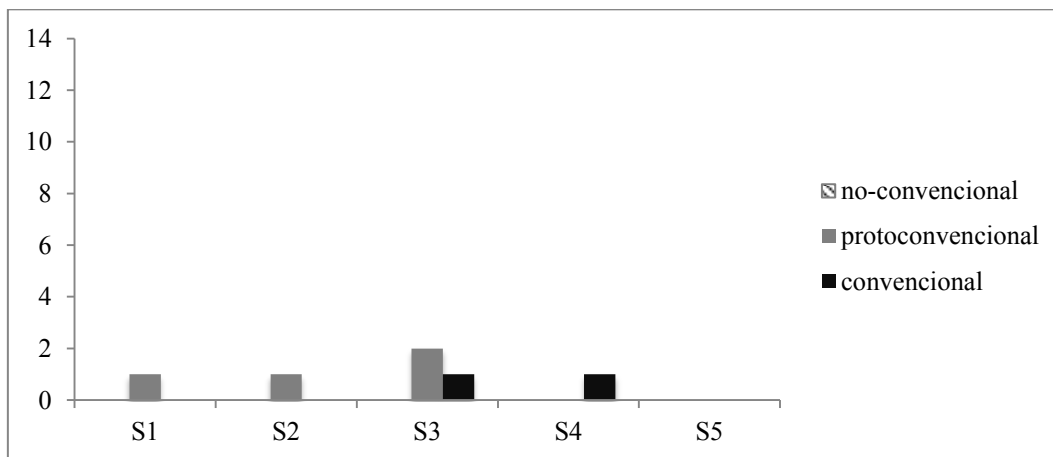


Figura 66. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al cuantificar el dado durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones.

En relación a los tipos de errores, observamos usos protoconvencionales más alejados de una cuantificación correcta (como respuestas protonuméricas y número fijo) solamente durante las cuantificaciones autónomas de NC. Se dieron hasta S3. Durante las cuantificaciones complementarias se observaron solamente errores más cercanos de la cuantificación correcta, por error>1, error=1 y parcialmente correcto. Se destacan coincidencias con las otras díadas relacionadas con el desempeño autónomo y complementario: el error por número fijo también fue realizado por la niña durante las

cuantificaciones autónomas; los errores >1 y errores =1 (“mejores”) también se observaron con NB desde S1, durante los Usos Complementarios con su madre (ver Figuras 67 y 68).

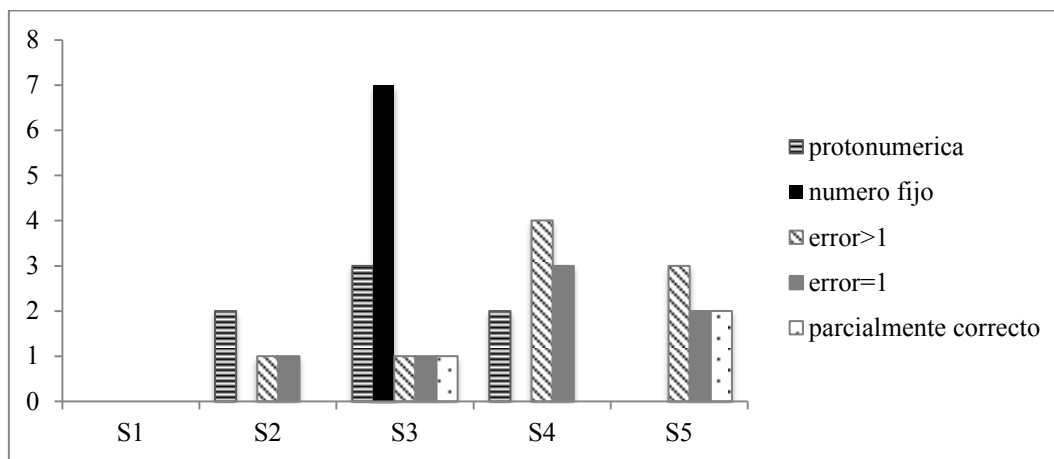


Figura 67. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) al cuantificar el dado de manera autónoma, por NC, a lo largo de las sesiones.

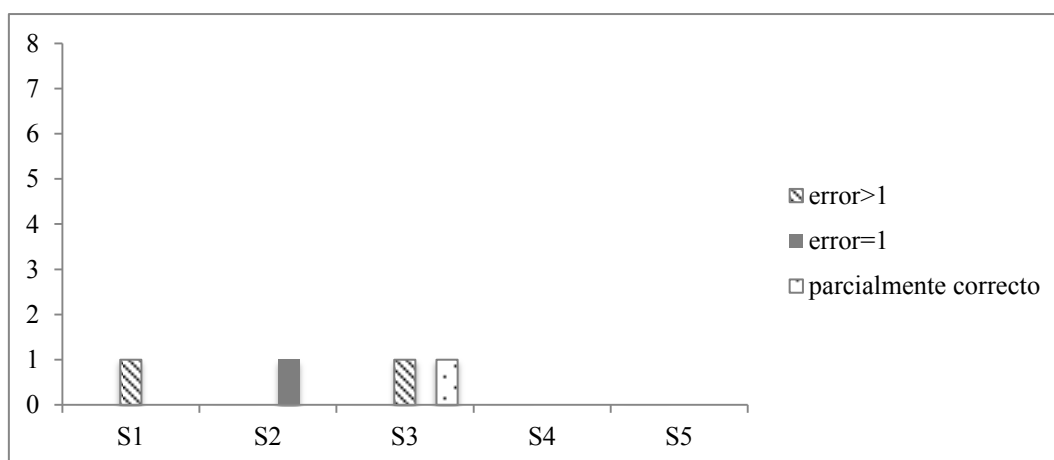


Figura 68. Tipos de errores (por usos protoconvencionales), al cuantificar el dado durante Usos Complementarios, por NC, a lo largo de las sesiones.

Con relación a las magnitudes, los aciertos se estabilizaron con las caras uno (en S4) y dos (en S5). Hasta S3, encontramos aciertos y errores con las mismas caras, en las mismas sesiones. Se destacan similitudes entre los niños/a: a partir de S4, los tres presentaron aciertos estables con magnitudes menores (hasta tres) en las

cuantificaciones autónomas. Lo que indica que el éxito en las cuantificaciones es progresivo (ver Tablas 28 y 29).

Tabla 28. Desempeño de NC (errores y aciertos) en la cuantificación autónoma de los puntos, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1												
S2	-	A	E	A	E	-						
S3	E	-	E	A	E	-	A	E	E	-		
S4	E	-	-	A	E	A	E	A			E	-
S5	-	A			-	A	E	-	E	-	E	-

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no evaluación de la cara del dado de manera autónoma por el niño, durante la sesión indicada.

Tabla 29. Desempeño de NC (errores y aciertos) en la cuantificación de los puntos, en Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1											E	-
S2					E	-						
S3							-	A	E	-		
S4			-	A								
S5												

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no evaluación de la cara del dado durante Uso Complementario, durante la sesión indicada.

B) Modos de expresión semiótica

En relación a los modos de expresión semiótica, NC se expresó mayoritariamente mediante expresiones mixtas, incluso durante los Usos Complementarios (ver Tabla 30). Las ayudas complementarias ofrecidas por la madre fueron menos directas que las ofrecidas por AB (quien, además, guió el dedo de NB para tocar los puntos). También se observa que ambas madres (AB y AC) realizaron gestos de señalar en algunas ocasiones, ofreciendo a los niños la posibilidad de acompañar dichos gestos con palabras numéricas. Creemos que esto pone de relieve las preocupaciones de los adultos con la necesidad de segmentar los puntos.

Tabla 30. Frecuencias de Usos Complementarios en la cuantificación, de la diada C, a lo largo de las sesiones.

Sesión	Usos Complementarios en la cuantificación							
	AC y NC tocaron los puntos; ambos acompañan con palabras numéricas		AC tocó los puntos y NC acompañó los gestos con palabras numéricas		AC sostuvo el dado; ambos tocaron los puntos y acompañaron con palabras numéricas		AC sostuvo el dado y NC tocó los puntos y acompañó con palabras numéricas	
	E	A	E	A	E	A	E	A
S1	1	-						
S2	1	-						
S3					1	-	1	1
S4				1				
S5								

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan la no ocurrencia del tipo de Uso Complementario, durante la sesión indicada.

En la Figura 69, presentamos el modo de expresión semiótica de NC al realizar las cuantificaciones de manera autónoma. Destacamos que, al igual que NA, las expresiones orales fueron los primeros modos de expresión. Las expresiones mixtas aparecieron en las tres últimas sesiones y, en estas sesiones, las expresiones orales fueron disminuyendo. No encontramos gestos simbólico-numéricos (al igual que ocurrió con NB).

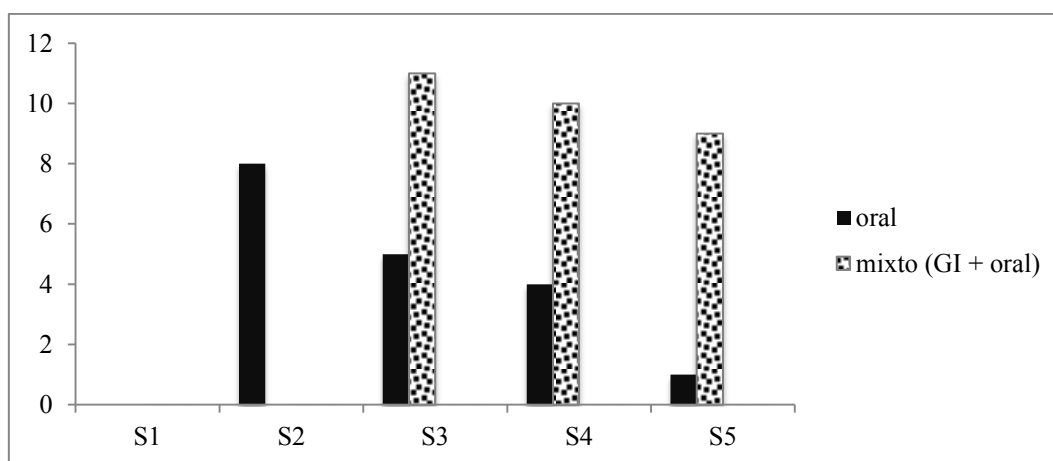


Figura 69: Modos de expresión semiótica en la cuantificación de los puntos por NC, a lo largo de las sesiones.

4.3.1.3. Avances del caballo

Algunos avances de NC también fueron realizados a partir de Usos Complementarios, sobre todo en S1 y S2 (ver Figura 70).

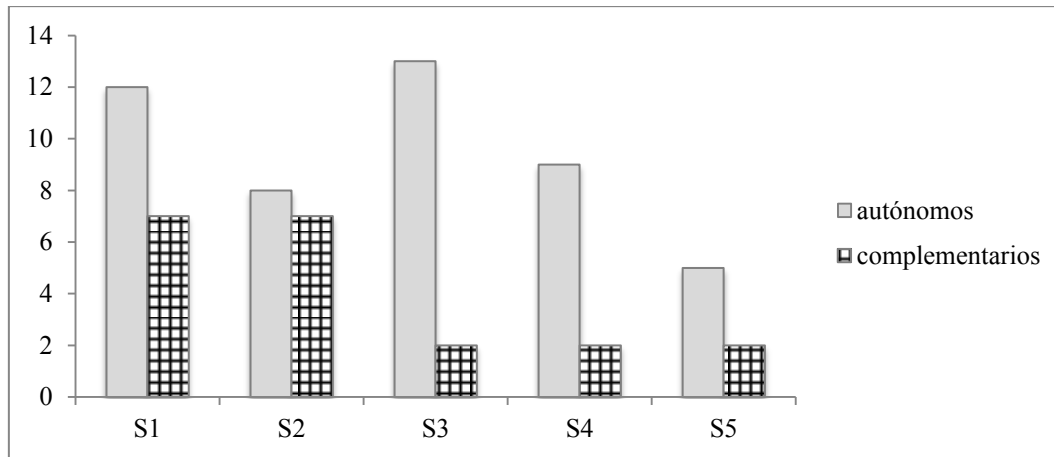


Figura 70. Frecuencia de usos realizados por NC de manera autónoma y complementaria, durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.

En los avances, las situaciones complementarias se dieron con más frecuencia que durante las cuantificaciones. Tal y como hicimos con las otras dñadas analizamos las respuestas de NC considerando los avances realizados de manera autónoma y, por otro, los avances realizados de manera complementaria (ver Figuras 71 y 72).

Al igual que ocurrió en las cuantificaciones, los usos no-convencionales de NC se dieron durante los avances autónomos y a lo largo de todas las sesiones - hasta S5. El único uso no-convencional durante Uso Complementario se dio porque mientras el adulto contaba, NC realizó el avance fuera del camino (en S1). Aunque se diesen en menores frecuencias a partir de S4, se destaca una importante diferencia con relación a los otros participantes: NA y NB nunca realizaron usos no-convencionales con los objetos en las dos últimas sesiones.

Por otro lado, es llamativo que NC haya realizado los primeros aciertos en S1

(con ayuda), pero que estos aciertos (usos convencionales) desaparecieran en S3, a medida en que algunos errores (por usos protoconvencionales autónomos y complementarios) iban teniendo lugar. NC volvió a realizar aciertos solamente a partir de S4, cuando los usos protoconvencionales volvieron a disminuir. Volveremos sobre este resultado en el siguiente análisis sobre la interacción de la díada.

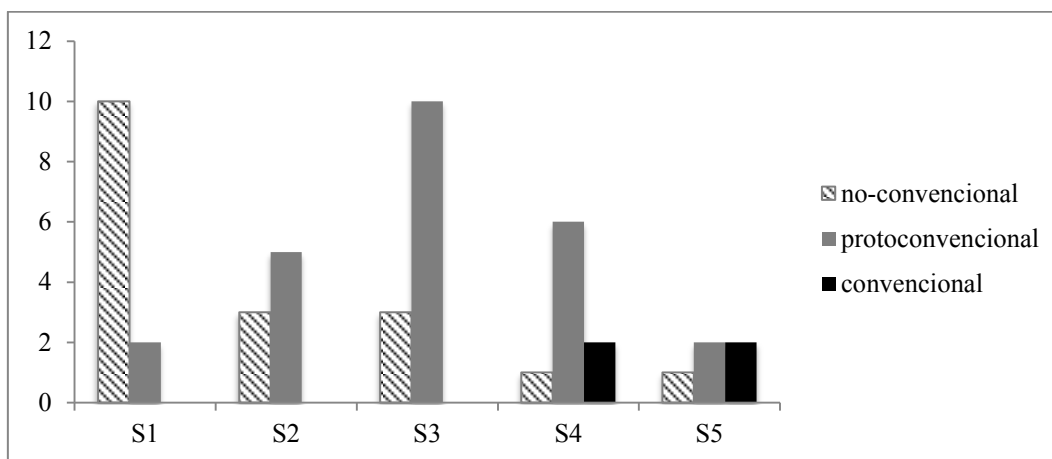


Figura 71. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, al avanzar el caballo de manera autónoma, a lo largo de las sesiones.

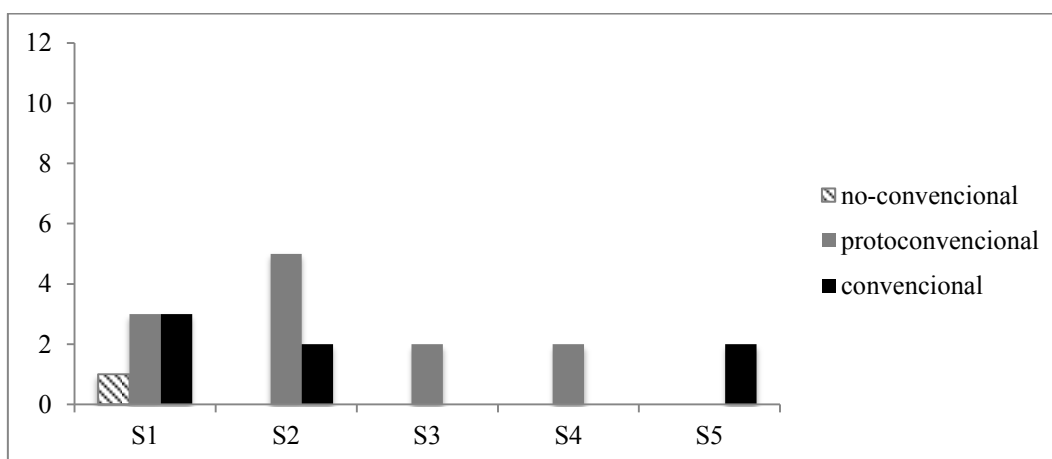


Figura 72. Errores (usos no-convencionales y protoconvencionales) y aciertos (usos convencionales) de NC, en el avance del caballo, durante Usos Complementarios, a lo largo de las sesiones.

Por otro lado, también destacamos algo que no observamos con los otros participantes: durante algunos Usos Complementarios NC realizó aciertos desde S1. Recordemos que NA y NB realizaron aciertos en el avance, sobre todo, a partir de S4. En cambio, de manera autónoma, NC solamente realizó usos convencionales a partir de S4.

En relación a los tipos de Usos Complementarios, es evidente la preocupación de AC con la segmentabilidad de las casillas del camino (como las otras madres). Asimismo, las ayudas más directas (al guiar la mano de NC, mientras NC contaba) tuvieron lugar en S1 y S2 solamente (ver Tabla 31).

Tabla 31. Usos Complementarios de la díada C realizados en los avances del caballo, a lo largo de las sesiones.

Sesión	Usos Complementarios en el avance del caballo							
	AC guió la mano de NC y juntamente con NC acompañó los avances con palabras numéricas		AC alternó entre guiar la mano de NC y tocar las casillas; ambos acompañaron con palabras numéricas		AC tocó las casilla acompañando con palabras numéricas, y NC avanzó el caballo		AC acompañó con palabras numéricas, mientras NC avanzó el caballo	
	E	A	E	A	E	A	E	A
S1					-	2	4	1
S2	-	1	1	-	4	1		
S3							2	-
S4					1	-	1	-
S5							-	2

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada de manera complementaria durante la sesión.

En relación a los tipos de errores, es especialmente llamativo que el niño no realizase avances continuos (llevando el caballo directamente hasta la “comida”) tal como hicieron los otros participantes en las primeras sesiones. En S1, los usos protoconvencionales se realizaron tanto de manera autónoma como complementaria

(por error>1, error=1 y parcialmente correcto). NC empezó a realizar avances continuos solamente a partir del final de S2, pero sobre todo en S3 y S4 (ver Figuras 73 y 74).

Recordemos que en S4 no encontramos avances continuos realizados por las otras dos díadas; sin embargo tampoco encontramos en estas díadas errores más cercanos a las respuestas correctas en S1. Los análisis siguientes respecto a la interacción y al escenario de la situación permitirán entender estos usos particulares de NC.

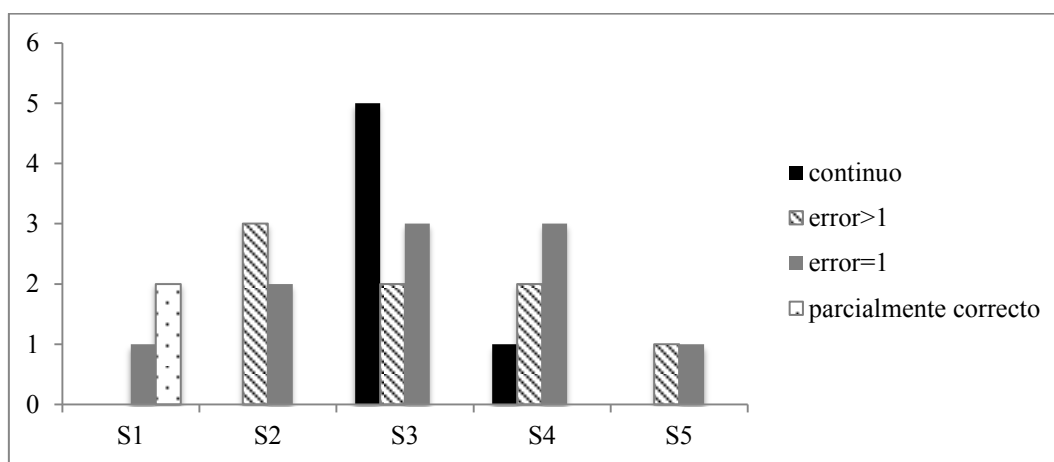


Figura 73. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados de manera autónoma por NC, a lo largo de las sesiones.

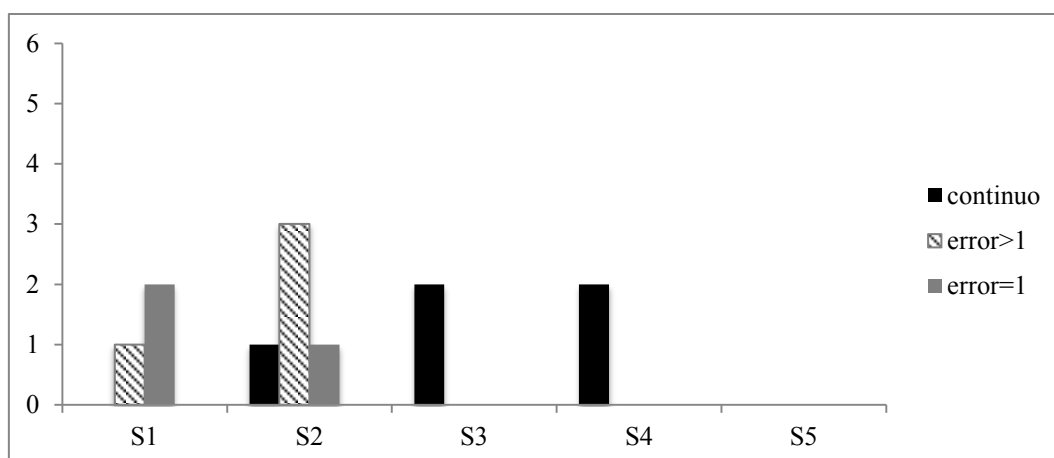


Figura 74. Tipos de errores (por usos protoconvencionales) en los avances del caballo realizados durante Usos Complementarios por la díada C, a lo largo de las sesiones.

En relación con las magnitudes, los avances correctos que siguieron a las cuantificaciones correctas y autónomas de NC se dieron en S4 y en S5: en S4 con la cara uno (aunque NC también se equivocó al avanzar frente a esta cara durante esta misma sesión) y en S5 con la cara dos. Esto va en congruencia con los hallazgos de los otros participantes y parece apuntar que los primeros usos del número, así como las cuantificaciones, también se dan de manera progresiva (a partir de magnitudes menores), aunque posteriormente (al menos tres meses después) de la cuantificación correcta de estas mismas magnitudes. NC acertó también con la cara cuatro, en S5. Se evidencia que, con ayuda del adulto, los niños/a usaron correctamente caras con magnitudes mayores (ver Tabla 32 y 33).

Tabla 32. Desempeño de NC (errores y aciertos) en los avances autónomos del caballo, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1			E	-								
S2			E	-	E	A						
S3			E	-			E	-	E	-		
S4			E	A	E	-					E	-
S5					-	A			E	-	E	-

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada por el niño de manera autónoma, durante la sesión.

Tabla 33. Desempeño de NC (errores y aciertos) en los avances del caballo, durante Usos Complementarios, en función de las caras del dado a lo largo de las sesiones.

Sesión	Desempeño por caras del dado											
	vacía		uno		dos		tres		cuatro		cinco	
S1			-	A	E	A					E	-
S2			E	A					E	-	E	
S3			E	-					E	-		
S4											E	-
S5					-	A			-	A		

Nota: E representa Error y A representa Acierto. Las celdas grises representan que la información de la cara del dado no fue usada por el niño de manera complementaria, durante la sesión.

En resumen, a partir de los análisis realizados para cumplir con el **objetivo 1** destacamos que durante los Usos Complementarios, el desempeño de NC fue más acertado que durante los usos autónomos. Se confirma, como con NA y NB, un desfase entre la cuantificación y el avance (recordemos que los primeros aciertos de NC al cuantificar de manera *autónoma* se dieron en S2; en el avance, a partir de S4). También se evidenció un desfase con relación a las magnitudes: NC también cuantificó correctamente las caras uno y dos, luego usó (al menos tres meses después), estas informaciones. Estos resultados son congruentes con los encontrados con los otros participantes. Asimismo, se observa que el primer modo de expresión semiótica de NC, al cuantificar, fue oral y luego a través de expresiones mixtas, tal como observamos con NA.

Sin embargo, se destacan diferencias de NC con los otros participantes: 1) NC realizó usos no-convencionales en todas las sesiones; 2) En S1, en el avance, con ayuda, NC realizó errores protoconvencionales más cercanos a la respuesta correcta y solamente a partir del final de S2 empezó a realizar avances continuos; 3) desde S1, con ayuda, NC realizó aciertos en el avance. Estudiaremos estos resultados a la luz de los próximos análisis.

4.3.2. Análisis de los mediadores comunicativos verbales¹⁴

4.3.2.1. Tiradas del dado

Las tiradas del dado de la díada C, así como las díadas anteriores, fueron marcadas por ayudas cognitivas (ver Tabla 34). Sin embargo, a diferencia de las otras dos díadas, también se destacan ayudas metacognitivas en la primera sesión tras los usos no-convencionales de NC con el platito de “comida”.

Tabla 34. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante las *tiradas del dado*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	2	2	0	3	3	10
	Ilustración	1	1	0	0	0	2
	Instrucción	20	13	6	10	8	57
	Prevención error	3	0	0	2	2	7
	Corrección	3	4	0	2	2	11
Afectivas	Aceptación error	0	0	0	0	0	0
	Evaluación positiva	1	0	0	2	0	3
Metacognitivas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	3	0	0	0	0	3

De manera general, AC realizó Presentaciones de los materiales y regla, así como Ilustraciones del juego al inicio de algunas sesiones y a lo largo de otras. Cabe mencionar, sin embargo, que, en S1, las Presentaciones realizadas por AC no incluyeron el objetivo del juego (que el caballo llegase a la “comida” y pudiese “comer”). A lo largo de toda la primera sesión, AC no se refirió al platito de comida, que estuvo cerca

¹⁴ Para visualizar el presente análisis de manera global y la evolución de cada sesión, secuencialmente, en cada momento del juego, para la díada C, ver anexo C.

de la diada, en el suelo, y nunca comentó que el caballo debía llegar a su comida. En la primera sesión, AC se refirió al juego a través de la regla misma: tirar el dado, contar los puntos y avanzar el caballo. El énfasis puesto por el adulto residía en el hecho de “mover el caballo de acuerdo con los puntos” y, también en la regla “para mover el caballo, había que tirar el dado” (ver Observación 13, que tuvo lugar en los primeros minutos, en el comienzo de la primera sesión).

Observación 13. Presentación de AC (S1, 7”)

AC: Venga, cariño. Vamos a tirar el dado este. Vamos a tirar el dado este y vamos a contar los puntitos que salen [AC realiza ostensión con el dado]. ¿Vale?

La mayoría de las tiradas del dado por NC se dieron mediante Instrucciones. También a través de estos mediadores, AC solía hacer hincapié en que NC “tirase el dado *para* ver los puntos del dado” (ver Observación 14).

Observación 14. Instrucción y Prevención en tirada del dado por AC (S1, 6”)

AC: Venga, ahora tíralo otra vez [AC realiza gesto de señalar múltiple sobre el dado]. Vamos a ver cuántos puntos salen. Pero cerca, no tan lejos. Suéltalo, ¡venga!

Además, durante las Instrucciones, en S1, los recursos simbólicos utilizados por AC tenían que ver con el camino por donde el caballo avanzaba. Se evidencia que el objetivo planteado por el adulto se relacionaba con el movimiento del caballo - en congruencia con los puntos (ver Observación 15).

Observación 15. Instrucción con recursos simbólicos por AC (S1, 4”)

AC: ¡Vamos a ver si salen más puntitos! [AC realiza ostensión con el dado]. ¡Mira que camino más largo! ¡Todo lo que nos queda! [AC realiza gesto de señalar distante a lo largo del camino] Venga, ¡tira! [AC realiza ostensión con el dado].

El hecho de que el adulto no presentara al niño el “platito” como “platito de comida” y como objetivo final del caballo puede explicar la aparición de algunos usos no-convencionales del plato, tal y como comentamos en el apartado anterior. Estos errores fueron comúnmente sucedidos por Correcciones y por Suscitaciones de autorregulaciones (Observación 16).

Por otro lado, cabe mencionar que la Observación 16 fue la única situación en que el plato de comida apareció durante la primera sesión. Durante algunos segundos, NC se mantuvo con el “platito” en la mano, luego, frente a la Instrucción de avance del caballo, entregó el platito a AC y cogió el caballo. Durante toda la sesión, ya no se incluyó el platito en la situación. En realidad, las tiradas del platito por NC, al menos en el principio, parecían ser exploratorias.

Hubo un momento en la segunda sesión en que el niño no quería seguir jugando y se levantó del suelo. En este momento (a los 2’10”), AC incluyó la investigadora en la situación y la investigadora se refirió al platito de comida para motivar el niño a seguir jugando (Investigadora: Ei, ¡mira la “comida” allá! ¡El caballito tiene hambre!)

Inmediatamente después de dicha mención de la investigadora respecto a la “comida”, AC realizó una nueva Presentación del juego (ver Observación 17).

Observación 16. Uso no-conventional con el plato de comida por NC (S1,21”)



AC: Venga, ahora tíralo otra vez.
[AC realiza ostensión con el dado]



[NC tira el “platito”]



AC: Uy, ¿eso qué es?
[NC vuelve a tirar el “platito”]



AC: Mira, ¿dónde está el dado? ¿Cuál es el dado? El dado es este, ¿no?
[AC realiza gesto de señalar múltiple sobre el dado]



NC: Noo, ¿es esta!
[NC realiza gesto de señalar múltiple sobre el “platito”]



AC: ¡¿Esta?! Pero, ¿hay puntitos ahí?
[Enseguida NC realiza ostensión para sí con el “platito”]



AC: No, los puntitos están aquí.
[AC realiza gestos de señalar múltiples sobre el dado]



Venga, tíralo tú.
[AC realiza ostensión con el dado; NC coge el dado, teniendo el “platito” en la otra mano]



NC tira el dado.

Observación 17. Presentación de AC, que sucedió la introducción de la “comida” por la investigadora (S2, 7”)

AC: Mira, vamos a poner aquí la comida [AC pone la “comida” al final del camino]. Esta es la comida del caballo. Vamos a tirar el dado [AC realiza ostensión con el dado] y así... ¡llegará a la comida! [AC realiza gestos de señalar inmediatos sobre casillas del camino].

A partir de este momento, durante las Instrucciones, AC, además de vincular la tirada del dado a la condición de “ver los puntos”, hizo referencia a la “comida”: “Venga, ¡tíralo otra vez a ver si salen más puntitos y llegamos a la comida!” (S2, 3”). Asimismo, fue evidente la comprensión de NC respecto a las reglas del juego, sobre todo a partir de S4. Es importante destacar que durante las ayudas cognitivas, AC era especialmente enfática y usaba con mucha frecuencia estrategias metacognitivas peculiares: solía hacer preguntas retóricas o dirigidas al niño, a lo largo de las sesiones. Por ejemplo, tras preguntar “qué se tendría que hacer ahora”, ella misma decía, “tirar el dado”. Entonces le decía a NC que “tirara el dado”. Dichas estrategias parecían tener la función de ayudar NC a reflexionar respecto a las secuencias de los momentos del juego (ver Observaciones 18 y 19).

Observación 18. Instrucción con preguntas retóricas por AC (S1, 9”)

AC: ¿Y ahora qué toca? ¿Ahora qué hay que hacer para que se mueva el caballo? Toma, ¡tira el dado! [AC realiza ostensión con el dado] NC coge el dado. AC: ¡Tíralo! Si no, el caballo no se mueve. ¡Tira! ¡Tira!

Observación 19. Presentación complementaria por la diada C (S4, 14”)

[Tras la finalización de un avance, de una secuencia anterior] AC: Venga, ¿qué hay que hacer ahora para seguir avanzando? NC: Aquí está comida [NC realiza gesto de señalar inmediato sobre la “comida”]. AC: Sí, pero para que el caballo siga andando, ¿qué hay que hacer... para que pueda andar el caballo? NC: Andar por los puntos [NC hace gestos de señalar inmediatos sobre las casillas del camino]. AC: Claro, pero, venga, para poder andar, ¿qué hay que hacer? NC: el dado, así [NC tira el dado].

4.3.2.2. Cuantificación de los puntos

La Tabla 35 referente a las ayudas de AC en las cuantificaciones de los puntos reflejan la gran variedad de mediadores verbales utilizados en esta fase del juego. Lo que incluye ayudas cognitivas, afectivas y metacognitivas.

Tabla 35. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante las *cuantificaciones de los puntos*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	0	0	2	4	0	6
	Ilustración	11	6	2	2	0	21
	Instrucción	7	10	15	15	10	57
	Prevención error	0	0	0	1	1	2
	Corrección	1	7	5	3	4	20
	Usos	1	1	3	1	0	6
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	1	1	3	4	3	12
	Evaluación positiva	0	4	2	3	1	10
Metacognitivas	Suscitación de Recapitulación	0	0	3	2	2	7
	Suscitación de ratificación	0	1	0	0	0	1
	Suscitación de autorregulación	0	0	8	2	2	12

En las dos primeras sesiones, observamos que las cuantificaciones de los puntos del dado tuvieron lugar, principalmente, a partir de Ilustraciones del adulto, quien realizaba la cuantificación oralmente y mediante gestos simbólico-numéricos o bien, con gestos de señalar inmediatos, haciendo de modelo.

En las Instrucciones para que NC cuantificara los puntos, la madre solía incentivar con entusiasmo que el niño “fuera por el dado a ver cuántos puntos habían salido”. Lo que solía ser respondido positivamente por NC, quien iba corriendo a buscar

el dado. “¡Ve a buscarlo a ver cuántos han salido! [AC realiza gesto de señalar distante dirigido al dado] ¡Corre! ¡Ve a mirar!” (S2, 5”).

Los errores de NC tuvieron lugar a lo largo de todas las sesiones y fueron seguidos, principalmente, por Correcciones y Suscitaciones de autorregulación. Fue posible observar largas secuencias de interacción entre la díada C frente a la misma cara del dado: AC realizaba Instrucción y hasta que NC no acertaba, las intervenciones de AC no solían cesar. Por eso aparecían con bastante frecuencia secuencias de Instrucción seguida por error, sucedido por Corrección, sucedido por nueva Instrucción, nuevo error y nueva Corrección, que se sucedía por otra Instrucción hasta llegar a un acierto que finalmente era sucedido por una Evaluación Positiva (ver gráfica microgenética, anexo C).

Si, tras el acierto de NC, el adulto realizaba una Suscitación de recapitulación (preguntando por el valor total de puntos conectándolo con el avance del caballo) y NC realizaba un nuevo error, AC solía volver a realizar Instrucción o Suscitación de autorregulación para que NC volviese a contar los puntos del dado o reconsiderase su respuesta. En definitiva, las Aceptaciones de errores de NC solían darse tras diversos intentos para que NC acertara.

Cabe destacar que en S2, los aciertos de NC en las cuantificaciones del dado solían tener lugar tras dichas secuencias de intervenciones. A partir de los 30 meses (en S3), NC pareció realizar cuantificaciones correctas de manera más autónoma (sin que antecudiesen tantas intervenciones de AC): observamos situaciones en que NC realizó cuantificaciones correctas tras la primera Instrucción del adulto. En S4, NC evidenció su comprensión acerca de la regla del juego. Tras tirar el dado, preguntó: “¿Qué ha salido?”.

En S4 y en S5, a pesar de que NC comprendiese las reglas del juego y que presentase buen desempeño en las cuantificaciones, fueron observados frecuentes errores (por usos no-convencionales y protoconvencionales). A partir de S4, NC solía realizar las cuantificaciones de modo muy rápido, sin ritmo y sin correspondencia uno-a-uno. Incluso, algunas veces NC sustituyó las palabras numéricas por verbalizaciones como “blablá” o “lalá”. Desde nuestro punto de vista, al menos a partir de S4, dichos errores se relacionaron con el poco interés de NC durante algunos momentos del juego.

En S5, las primeras Correcciones de AC culminaron en aciertos. Observamos que tras Correcciones de AC y nuevas Instrucciones para que “ahora lo hiciera bien”, NC cuantificó correctamente, de manera pausada y rítmica (ver Observación 20).

Observación 20. Error sucedido por acierto de NC (S5, 10”)

Frente a la cara cuatro. AC: Venga, ¿cuántos hay ahí? NC: uno-dos-tres-cuatro-cinco-seis-blablablaba [mientras realiza gestos de señalar inmediatos de modo rápido e indiscriminado sobre los puntos]. AC: No. Cuenta bien, cuenta bien porque si no, no va el juego. NC: uno... dos... tres... cuatro [mientras realiza gesto de señalar inmediato sobre cada punto, de manera pausada]. AC: ¡Vale!

Asimismo, tras las subsecuentes ayudas cognitivas del adulto, algunos aciertos de NC fueron seguidos de errores. También creemos que estos errores, a partir de S4, se debieron al desinterés de NC y no debido a una incomprensión del uso numérico del dado (Observación 21).

Observación 21. Acierto sucedido por error de NC (S4, 19”)

AC: A ver, ¿aquí cuántos hay? [AC “coloca” el dado cerca de NC y realiza gesto de señalar inmediato sobre el dado]. NC: Uno y dos [Al realizar gesto de señalar inmediatos correctamente, frente a la cara dos]. AC: Pues venga, ¿y qué se hace con el caballo? NC: Unoo y dos... [NC realiza gestos de señalar inmediatos sobre cada casilla] ¡hasta la comida! [NC realiza gesto de señalar distante dirigido a la comida]. AC: Sí... pero siempre lo que salga en el dado [AC realiza gestos de señalar múltiples sobre el dado]. ¿Cuánto ha salido... cuánto ha

salido? [NC coge el dado] NC: uno-dos-tres-cuatro-cinco-seis-y-ocho [NC realiza gestos de señalar múltiples sobre el dado, enseguida tira el dado]. NC tira el dado.

4.3.2.3. Avances del caballo

Durante los avances del caballo, las ayudas del adulto fueron, sobre todo, cognitivas al igual que en las otras fases del juego. Aparecen también algunas ayudas afectivas y metacognitivas (ver Tabla 36).

Tabla 36. Frecuencia de ayudas verbales ofrecidas por AC, durante los *avances del caballo*, a lo largo de las sesiones.

Ayudas	Mediadores verbales	Sesión					Total
		S1	S2	S3	S4	S5	
Cognitivas	Presentación	4	0	0	2	1	7
	Ilustración	6	3	3	1	1	14
	Instrucción	17	13	12	8	3	53
	Prevencción error	6	3	1	0	0	10
	Corrección	9	10	11	6	2	38
	Usos	7	7	2	2	2	20
	Complementarios						
Afectivas	Aceptación error	0	1	2	2	1	6
	Evaluación positiva	1	0	1	1	4	7
Metacognitvas	Suscitación de Recapitulación	0	0	0	0	1	1
	Suscitación de ratificación	0	0	0	0	0	0
	Suscitación de autorregulación	0	0	2	4	0	6

La mayoría de los avances que realizó el niño se dieron tras una Instrucción de la madre, que también realizó Ilustraciones respecto al avance del caballo a lo largo de todas las sesiones. Cabe reiterar que la madre, sobre todo en las dos primeras sesiones, no enfatizó mucho el escenario simbólico durante los avances del caballo. Cuando los utilizó hacía referencia únicamente al caballo y al camino. Asimismo, durante algunas Instrucciones, AC ponía en evidencia las diferentes casillas del camino e insistía en la

necesidad de realizar correspondencia uno-a-uno con los puntos del dado (por ejemplo, cuando AC hacía la correspondencia uno-a-uno tocando los puntos, mientras NC avanzaba una casilla tras otra). Asimismo, en algunas Instrucciones, AC decía al niño que “moviera el caballo, uno por cada puntito”.

Era muy evidente la preocupación del adulto por la correcta correspondencia entre los puntos del dado y los avances del caballo. En las dos primeras sesiones, hasta la introducción de la “comida” por la investigadora, durante algunas secuencias, si todavía quedaban casillas por avanzar al llegar al final del camino, el caballo se giraba, retrocediendo por el camino hasta cumplir con el número de pasos que debería avanzar. No parecía haber un punto de llegada para el caballo.

Durante estas situaciones, hasta S2, el niño se dejó guiar por el adulto y los avances que realizó con ayuda fueron realizados con aciertos o con errores más cercanos a la respuesta correcta (recordemos que con ayuda complementaria, NC realizó aciertos en el avance desde la primera sesión). Sin embargo, dicha situación cambió cuando la entrevistadora introdujo la “comida” en el juego. El adulto pasó entonces a considerar la “comida” como punto de llegada (ver Observación 22) y, por otro lado, el niño empezó a realizar avances *continuos* – llevando el caballo hasta donde estaba el platito. Esto pone de manifiesto la importancia de esta “compresión simbólica” como del objetivo del juego, organizador de la acción, para que los niños/a pudieran comprender por qué habían de tirar el dado, contar los puntos y avanzar el caballo por el camino.

Observación 22. Instrucción por AC (S2, 7”)

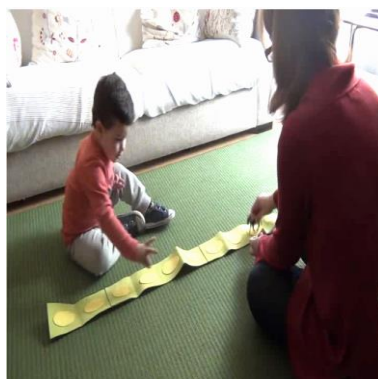
AC: Pues, ¡venga! Dos, mueve dos el caballo [AC realiza gesto de señalar distante dirigido al caballo]. ¡Que ya estamos llegando a la comida! ¡Le queda poco! [AC realiza gesto de señalar distante dirigido a la “comida”]

Asimismo, era evidente la comprensión del niño acerca del objetivo del juego, tras la introducción de la “comida” en la situación (Observación 23).

Observación 23: Introducción de la comida por NC (S3, 17”)



Pues mira, avanzamos.
[AC coge el caballo; NC coge la “comida”]



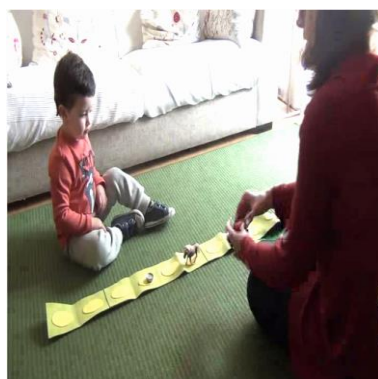
Uno... [AC da un paso con el caballo]. El otro puntito.
Dos... [AC avanza otro paso]



tres...
[AC avanza otro paso; NC coloca el platito en el camino].



AC: cuatro...[AC avanza otro paso; NC reposiciona el platito en el camino]
NC: ¡Este aquí!



AC: ... y cinco.
[AC avanza otro paso; enseguida coge el dado]



AC: Venga, ahora tíralo tú.
[AC realiza ostensión con el dado]

A partir de S3, los recursos simbólicos introducidos por NC, tras la llegada del caballo a la comida, fueron acompañados por AC. El niño, al dar comida al caballo, muchas veces dijo “ñam ñam ñam”. Durante estas situaciones, AC solía reírse, seguir el rol, y realizar Evaluaciones Positivas. Por ejemplo, NC: ñam ñam ñam. AC: ¡ñam ñam ñam! ¡Muy bieeen! ¡Está contento el caballo! [AC aplaude] (S4, 12”).

Queremos destacar una situación en que, tras algunas Correcciones y a partir de recursos simbólicos utilizados por NC, el adulto aprovechó para introducir las reglas del juego e inhibir errores de NC. Se evidencia el ajuste de AC a la situación propuesta por el niño (ver Observación 24).

Observación 24: Corrección por AC (S3, 17”)

Tras error por llevar el caballo directamente a la “comida”, NC dice: No come... AC: No come el caballo, claro, ¡porque te saltas los pasos! Para que coma el caballo tienes que ir haciendo bien en el caminito. Llegas tan rápido que no tiene hambre. [NC mira a AC]. Como has llegado tan rápido, no tiene hambre el caballo. NC: el caballito... AC: ¡Claro! Tienes que ir paso por paso... [AC realiza gestos de señalar inmediatos sobre las casillas] Hacerlo bien.

A pesar de las ayudas directas del adulto a través de Usos complementarios, a partir de S4, AC intentaba pasarle el control de la situación a NC al decirle frecuentemente que “lo moviera él el caballo, solito”. Recordemos que los avances autónomos y correctos de NC se dieron a partir de S4.

Al igual que ocurrió en las cuantificaciones, los errores de NC durante los avances del caballo fueron, principalmente, seguidos por Correcciones. Las Aceptaciones de errores de NC también solían darse tras diversos intentos para que NC realizase aciertos.

En resumen, los análisis realizados con la diada C para cumplir con el **objetivo 2** indican que las principales ayudas de AC en los tres momentos del juego fueron, sobre todo, cognitivas. También se destacan ayudas metacognitivas. En cuanto a los mediadores verbales, AC fue especialmente enfática en lo que hizo referencia a las reglas y al conocimiento numérico de NC y no al escenario, marco simbólico del juego (dar comida al caballo), lo que pareció tener efectos directos en los usos no-convencionales de NC con el plato de la comida y en la ausencia de avances continuos en las primeras sesiones. Es posible también que la ausencia del escenario simbólico haya podido influir en la motivación del niño en algunos momentos del juego.

De manera general, las principales diferencias con las otras diadas se relacionan con la insistencia del escenario simbólico ofrecido, sobre todo, por AB. Asimismo, en el avance, las ayudas cognitivas marcaron las actuaciones de las tres madres.

4.3.3. Análisis de los mediadores comunicativos no verbales (Objetivo 3)

4.2.3.1. Tiradas del dado

Los gestos utilizados con más frecuencia por AC fueron las ostensiones (total=30) y los gestos de señalar (total=27) inmediatos, múltiples y distantes, sobre todo, inmediatos. Además, AC realizó gestos simbólicos (total=siete) y de colocar (total=cinco). La mayoría de los gestos fue realizada durante las Instrucciones y Presentaciones del juego.

NC, por su parte, realizó mayoritariamente gestos de señalar (total= siete) inmediatos y distantes. Además, un gesto simbólico y una ostensión. El gesto simbólico se dio en una Presentación complementaria cuando AC le preguntó que tenía que hacer con el dado y NC hizo un gesto como si tirara el dado para mostrar qué se debía hacer con él. Se observa que las mayores frecuencias de los gestos realizados por AC se dieron, principalmente, en las dos primeras sesiones. En S4 y en S5, tras las Instrucciones de AC para que tirara el dado, el niño lo cogía espontáneamente, por lo que ya no era necesario que AC se le ofreciera mediante ostensiones (ver Figura 75).

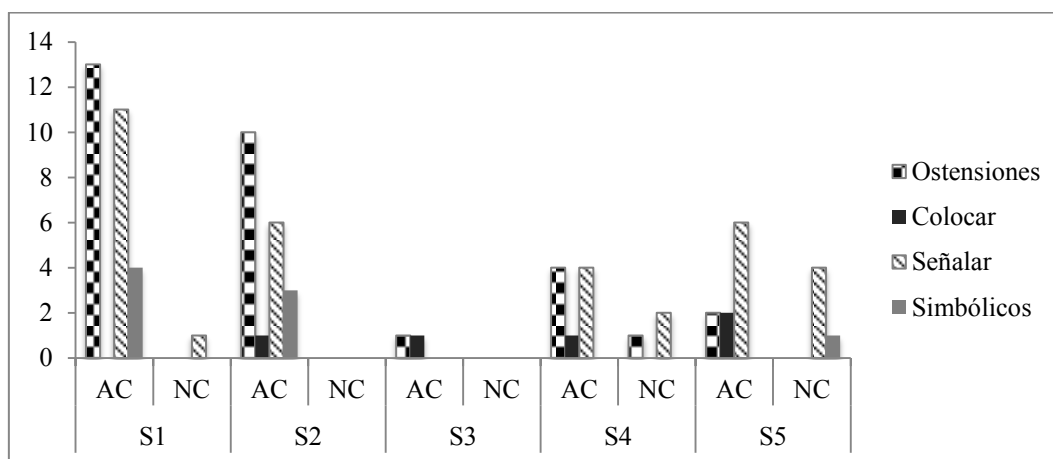


Figura 75. Gestos producidos por AC y NC durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones.

Con relación a los usos de los objetos realizados por la madre durante las tiradas del dado, encontramos demostraciones distantes (DD) e Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC). Las DD se dieron hasta S3. Y las IUNC se dieron en S2 y en S5, durante las Correcciones y Prevenciones (ver Figura 76).

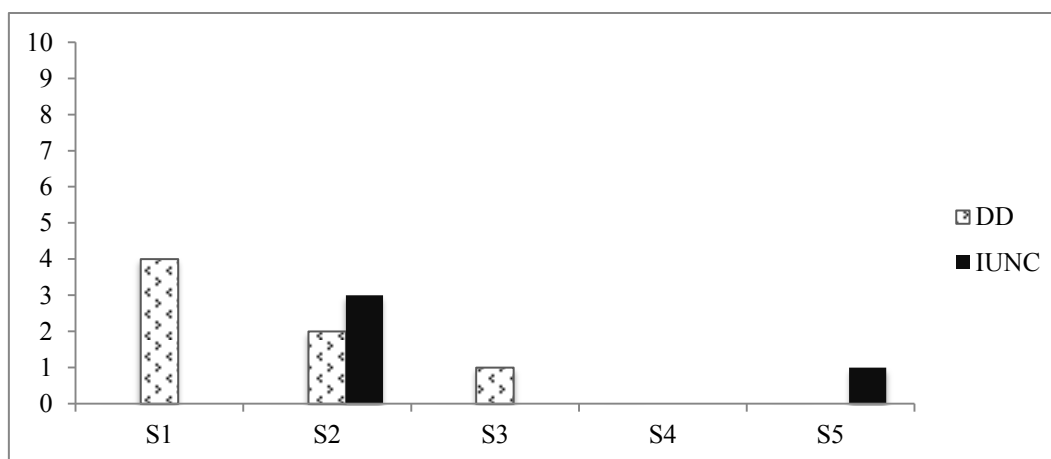


Figura 76: Usos de objetos realizados por AC durante las tiradas del dado, a lo largo de las sesiones (DD=demostraciones distantes; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales).

4.3.3.2. Cuantificaciones de los puntos

Como se observa en la Figura 77, los principales gestos utilizados por la diada C durante las cuantificaciones del dado fueron los gestos de señalar (inmediatos, múltiples y distantes). AC realizó gestos de señalar (total=42) durante la mayoría de sus actuaciones para indicar los objetos al niño y durante los Usos Complementarios. AC también realizó ostensiones (total=23) para ofrecer el dado al niño, gestos de colocar (total=nueve) y gestos simbólicos (total=siete) divididos en gestos numéricos para representar cantidades y para representar que no había puntos (volviendo la mano hacia arriba para indicar ausencia, por ejemplo).

El niño también realizó mayoritariamente gestos de señalar (inmediatos, múltiples y distantes) (total=45). Fueron utilizados para indicar los objetos, pero, sobre todo, para contar (a partir de la tercera sesión). Recordemos que en S1 y en S2, el niño realizó gestos de señalar inmediatos para contar solamente durante los Usos Complementarios. Además, aparecen gestos simbólicos (total=ocho) para poner “comida” en el platito, por ejemplo, a partir de S2. Las ostensiones también tuvieron

lugar (total=dos) para dar el dado al adulto, tras una Instrucción, antes de que se realizara la cuantificación.

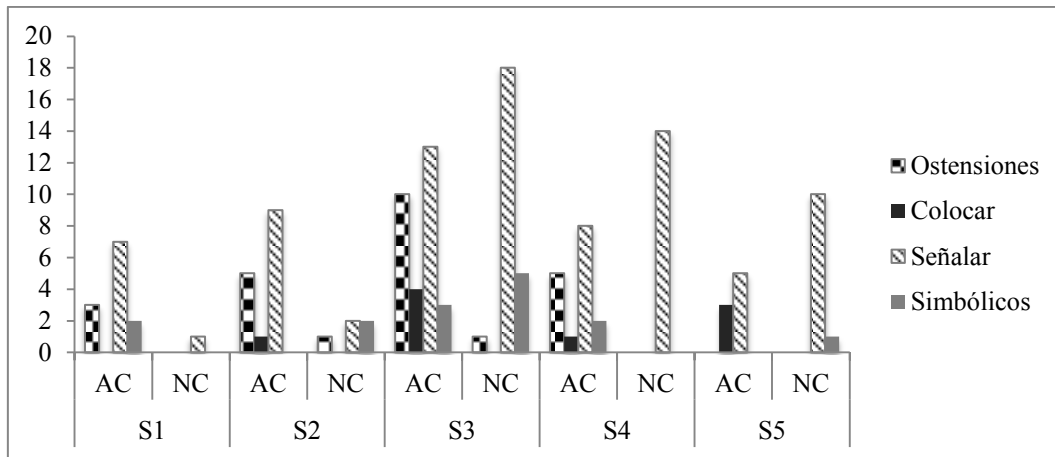


Figura 77. Gestos producidos por AC y NC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones.

Sobre los usos de los objetos por AC durante las cuantificaciones, se destacan las demostraciones distantes (DD) y las Inhibiciones de Usos no convencionales (IUNC). Ambas fueron realizadas hasta S3 para mostrar a NC cómo contar los puntos y al corregir o impedir errores de NC durante las Correcciones y Prevenciones (Figura 78).

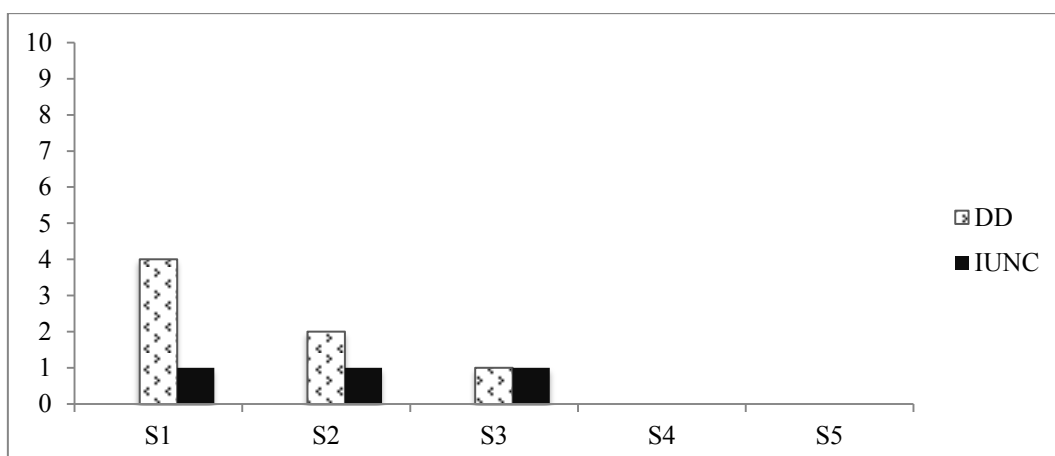


Figura 78: Usos de objetos realizados por AC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones (DD=demostraciones distantes; IUNC= Inhibiciones de usos no convencionales).

4.3.3.3. Avances del caballo

Los gestos utilizados por la díada C durante los avances del caballo, a lo largo de las sesiones, fueron mayoritariamente los gestos de señalar (total=76) (ver Figura 79). El adulto los utilizó hasta S4 para indicar el caballo y los otros objetos, así como para indicar las casillas del camino por donde el caballo debería avanzar. Dichos gestos fueron principalmente inmediatos, pero el adulto también los utilizó de modo múltiple y distante. Se redujeron gradualmente a lo largo de las sesiones. Además, encontramos gestos simbólicos (total=siete) utilizados por el adulto para expresar números. También encontramos gestos de colocar (total=seis) al acercar el caballo a NC para que lo avanzara. Así como ostensiones (total=dos) para ofrecer el caballo a NC, para que realizara el avance por el camino.

Los gestos del niño durante los avances del caballo fueron escasos. A partir de la tercera sesión, encontramos gestos de señalar (total=seis) para indicar los objetos y también las casillas del camino, gestos simbólicos (total=dos) y gesto de colocar (total=uno) al acercar la comida al caballo, cuando AC realizó una Demostración.

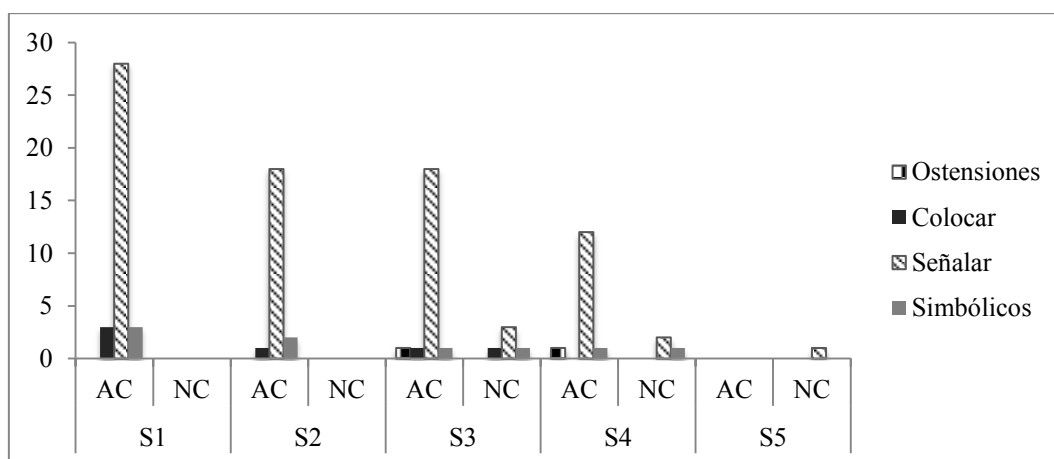


Figura 79. Gestos producidos por AC y NC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones.

Los principales usos de objetos realizados por el adulto fueron las Inhibiciones de usos no convencionales (IUNC). Fueron las más frecuentes (total=27) y se dieron en todas las sesiones. Asimismo, hasta S3, encontramos demostraciones inmediatas (DI) (total=siete) cuando AC guió la mano de NC para que avanzara el caballo, acciones que acompañaba, diciendo palabras numéricas, así como demostraciones distantes (total=tres) cuando AC avanzó el caballo como modelo, durante algunas Ilustraciones (ver Figura 80).

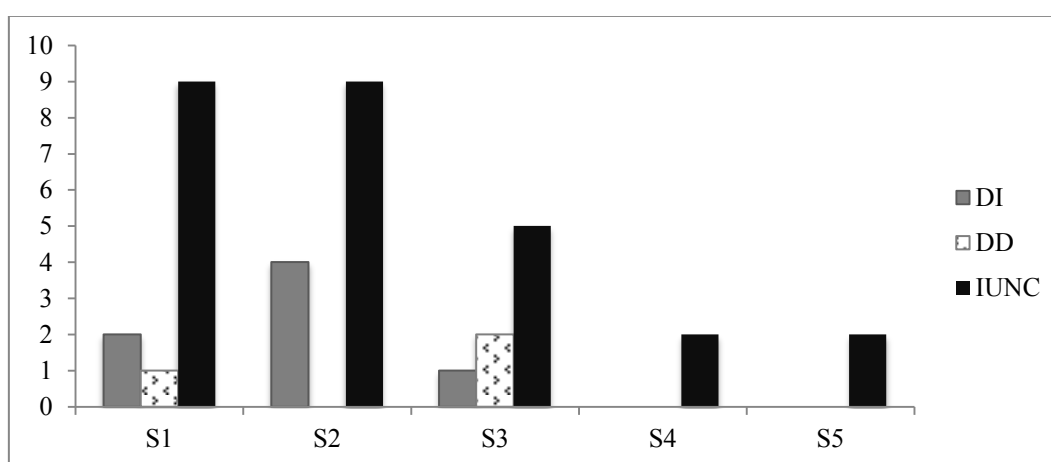


Figura 80. Usos de objetos realizados por AC durante las cuantificaciones de los puntos, a lo largo de las sesiones (DI=demostración inmediata; DD=demostración distante; IUNC=inhibición de uso no convencional).

Nos parece importante destacar que, durante algunas DD, el adulto fue especialmente enfático en la correspondencia entre los puntos del dado y las casillas del camino y que realizó correspondencia uno-a-uno entre cada punto y casilla. Esto marca una diferencia con relación a las otras madres, quienes siempre realizaron los avances a partir del valor cardinal de las colecciones previamente cuantificadas (ver Observación 25).

Observación 25. Ilustración de AC (S1, 23”)

AC: Mira, mira... ¿Ves? ¿Qué ha salido? Uno... [AC realiza gesto de señalar inmediato sobre un punto] dos... [AC realiza gesto de señalar inmediato sobre otro punto] tres... [AC realiza gesto de señalar inmediato sobre otro punto] y cuatro [AC realiza gesto de señalar inmediato sobre el último punto]. ¿Eh? Entonces, mira. Ahora vamos a coger este caballo [AC coge el caballo y lo pone en el camino], ¿eh?, y como han salido cuatro puntitos [AC realiza gesto de señalar inmediato sobre cada punto, secuencialmente], vamos a andar cuatro pasitos. Mira: uno... [AC avanza una casilla del camino, mientras toca un punto del dado] dos... [AC avanza una casilla del camino, mientras toca otro punto del dado] tres... [AC avanza una casilla del camino, mientras toca otro punto del dado] y cuatro [AC avanza una casilla del camino, mientras toca el último punto del dado] ¿Vale?

En resumen, los análisis realizados con la díada C sobre el **objetivo 3**, indican que, así como vimos con las otras díadas, los gestos de señalar y las ostensiones fueron los gestos más utilizados a lo largo de las sesiones. Sobre todo los gestos de señalar inmediatos utilizados para indicar los objetos, y también específicamente para mostrar los puntos del dado y las casillas del camino. Esto confirma la importancia que otorgan los adultos de todas las díadas a la necesidad de segmentar los puntos y las casillas para que puedan ser contados o puestos en correspondencia unos con otros.

Al igual que las otras madres, AC también realizó Demostraciones e Inhibiciones de usos no convencionales. Durante las tiradas del dado y las cuantificaciones, encontramos Demostraciones distantes e Inhibiciones de usos no convencionales (hasta S3) mientras que durante los avances, dominaron las Demostraciones inmediatas. Sin embargo, en la díada C, las Inhibiciones de usos no convencionales se dieron hasta la última sesión (S5) en los avances. Esto indica que el avance del caballo fue el momento más difícil para los niños/a y por esto los adultos se preocuparon especialmente por la corrección y precisión en esta fase del juego. Es interesante señalar la realización de correspondencia uno-a-uno entre puntos y casillas realizada por AC cuando quería mostrar cómo se avanza el caballo.

4.3.4. Resumen de resultados: díada C

Aparecen una gran variedad de mediadores semióticos utilizados por el adulto y por el niño de la díada C. En la primera sesión y, en parte de la segunda vimos que AC presentó la regla del juego enfatizando el dado y el caballo, pero sin hacer referencia al objetivo del juego: dar comida al caballo, algo que no ocurrió en las otras díadas. Este hecho condujo a que el niño tirase el plato de la comida como si fuera el dado o de manera exploratoria (usos no convencionales que no aparecieron en las otras díadas). Es interesante señalar también que a partir del momento en que la entrevistadora introduce la comida como elemento simbólico para el objetivo del juego, aparecen errores de tipo continuo (el caballo recorre todo el camino *para* llegar a la comida).

A lo largo de todas las sesiones parece evidente la importancia que el adulto da a la segmentación y al tratamiento como unidades de los puntos del dado y de las casillas del camino, así como a la necesidad de realizar correspondencia uno-a-uno entre los puntos del dado y las casillas. Posiblemente, el adulto recurrió a esta estrategia por considerarla más asequible para NC que la que consiste en enunciar el valor cardinal de los puntos y avanzar el caballo el mismo número de pasos. Por otro lado, otra estrategia recurrente utilizada por AC fue exclusivamente verbal: utilizar preguntas retóricas que parecían tener como objetivo proporcionar a NC espacios de reflexión para que pudiera, poco a poco, ordenar la secuencia de los momentos del juego.

Asimismo, los errores de NC fueron, en su gran mayoría, corregidos en cada fase del juego. Probablemente dicha exigencia asociada a la escasa énfasis en el escenario simbólico pueden haber influenciado en la motivación del niño en algunos momentos del juego.

Con relación a la magnitud, se confirma lo que ocurrió con el otro niño y con la

niña, parece haber un efecto pues las cuantificaciones correctas autónomas se dan con las caras de uno y dos puntos solamente. Asimismo, cuando se comparan las cuantificaciones y los avances del caballo, se ve que los avances correctos aparecen en sesiones posteriores a las sesiones en las que las cuantificaciones fueron correctas. Por tanto, el desfase entre la cuantificación y el avance también ocurre con el niño C.

5. Resumen general de los resultados del estudio 2

En general, podemos decir que en todas las díadas hubo una participación activa del adulto y del niño/a. El escenario simbólico pareció fomentar el interés y la motivación de los niños/a en el juego. Asimismo, a lo largo de todas las sesiones de las tres díadas fue posible observar que los participantes recurrieron a una gran diversidad de mediadores semióticos de manera multimodal, a través del lenguaje, gestos, y usos de objetos. La comprensión del juego por los niños/a se dio progresivamente, aunque aparece un desfase ente cuantificación y avance (con mayor dificultad en este último). Recordemos que, en las cuantificaciones de los puntos, los aciertos autónomos de los niños/a tuvieron lugar principalmente a partir de S2 mientras que los aciertos en el avance, se dieron a partir de S4. Por otro lado, la magnitud de la colección de puntos tuvo un efecto sobre las cuantificaciones y los avances siendo más fáciles las cantidades menores (hasta dos).

Pero la dificultad en el avance no pareció relacionarse solamente con las dificultades del uso numérico (interpretar el número de puntos y avanzar el caballo en consecuencia) sino también con el hecho de que el niño/a debía inhibir su “avidez” de hacer llegar el caballo hasta el final, para que “pudiese comer”. Esto se pone claramente de manifiesto comparando la díada C con las otras dos díadas. Todo esto nos hace

reiterar que la “fuerza” del objetivo del juego (dar comida al caballo) y de la *estabilidad* de la comprensión del escenario simbólico frente a la exigencia de la regla (que impone “tenerse que servir de” la información numérica “como freno”) y del conocimiento relativo al número.

Los principales gestos utilizados por las díadas durante las cuantificaciones fueron los de señalar inmediatos, cuya principal función fue mostrar los objetos y también indicar, de modo preciso, los puntos del dado para contarlos y las casillas del camino, para aplicar dicha información. Lo que pone de relieve la importancia dada a la segmentación de unidades en las realizaciones de conteos de los puntos y de las casillas del camino. Además, destacamos algunos cambios evolutivos: en las cuantificaciones, en general, la primera forma de expresión fue oral y errónea, luego empezaron a utilizar gestos de señalar inmediatos para contar. Por último aparecieron las expresiones orales correctas y los gestos simbólico-numéricos. Lo que parece indicar que el uso de los gestos de señalar inmediatos se dio antes que la subitización (o evaluación súbita de colecciones).

Es interesante resaltar las diferencias entre las ayudas ofrecidas por los adultos: el adulto A se centró principalmente en que NA comprendiera la relación entre los diversos momentos de la tarea - tirar el dado, evaluar los puntos y avanzar el caballo. Por esto permitía que la niña cuantificara erróneamente e introducía, de todos modos, el avance del caballo. El adulto B se preocupó sobre todo de que las cuantificaciones y los avances se realizaran correctamente; por esto ayudaba a NB muy directamente, mediante los usos complementarios (ayudas cognitivas). El adulto C, a su vez, también se preocupó de que las cuantificaciones y avances se realizaran correctamente, ofreció muchas ayudas cognitivas y, además, utilizó frecuentemente recursos verbales metacognitivos para ayudar el niño en la comprensión de las reglas del juego.

A pesar de las diferencias entre los estilos de actuación de las madres, sus intervenciones se ajustaron a las actuaciones de los niños/a, lo que se tradujo en una comprensión del juego y de los usos numéricos de los objetos a lo largo de las sesiones.

Capítulo IV

Discusión de los resultados

En la presente tesis doctoral, nuestro objetivo ha sido estudiar el desarrollo de la comprensión numérica en edades tempranas mediante un conjunto de análisis minuciosos de la conducta de los niños/as y de la interacción con adultos en una situación de juego. En nuestro primer estudio nos interesamos por conocer la comprensión numérica de los niños/as entre los tres y cuatro años cuando actuaban solos, en situaciones que exigiesen la interpretación y el uso de representaciones de pequeñas cantidades; en el segundo estudio nos centramos en cómo esta comprensión se desarrolla en edades más tempranas, entre los dos y los tres años, a partir de las interacciones entre el adulto y el niño/a. Creemos que los resultados de los dos estudios nos conducen a un conjunto amplio y novedoso de conocimientos sobre la construcción del número en niños/as.

De manera general, nuestra investigación muestra que el desarrollo de la comprensión numérica se relaciona con factores como la edad de los niños/as, las magnitudes de las colecciones, la exigencia cognitiva de la tarea, y sobre todo, que depende del papel del adulto que ayuda al niño/a qué contar, para qué y qué porción de la realidad hay que segmentar a fin de ser contada. La importancia de los adultos en la construcción de la comprensión numérica contrasta con lo defendido por algunos autores, como Piaget (1952), que aunque mostró que el desarrollo numérico es un proceso lento y largo (algo que hemos podido observar también en nuestra investigación), defendió que este proceso es una elaboración solitaria (Martí y Scheuer, 2015, p. 11).

La importancia de los adultos y de la mediación semiótica en la construcción de la comprensión numérica da soporte a nuestro planteamiento, en el que sosteníamos que los estudios sobre la comprensión numérica requieren abordar los procesos de cambio

en toda su complejidad. Nuestra investigación pone de relieve que es necesario tener en cuenta la influencia de otros sistemas semióticos, previos al número, sobre los cuáles el niño/a se apoya para desarrollar la comprensión numérica en edades tempranas.

En este capítulo, discutiremos estos temas, que son centrales en la tesis, a la luz de los resultados de nuestra investigación.

La cuantificación y el uso de informaciones numéricas en los niños/as

De manera general, los resultados de nuestro estudio muestran diferencias entre los procesos de *cuantificar* y *usar* informaciones cuantitativas: los niños/as pudieron manejarse mejor en la cuantificación que en el uso de dicha información cuantificada. Este resultado corrobora lo que defienden Martí, Scheuer y de la Cruz (2013) y Cavalcante (2014): que el uso de información numérica presenta una demanda cognitiva más compleja que la obtención de dicha información mediante la cuantificación de los puntos de un dado. Esto pone en evidencia los distintos grados de complejidad que presentan los procesos de cuantificación y uso de información numérica, lo que nos permite inferir que cuantificar correctamente *no* supone necesariamente saber usar esta cuantificación (en nuestro caso, avanzar un caballo por un camino). Esta conclusión coincide con lo que plantean diversos autores respecto a la “distancia” entre el dominio de procedimientos generales y su uso de manera pragmática (Martí, 2003; Nunes y Bryant, 1996). Asimismo, nuestros estudios confirman que, aunque los niños/as necesitan dominar y comprender una serie de procedimientos y principios para contar (Gelman y Gallistel, 1978), necesitan sobre todo tener muy claro el *porqué* están contando, qué van a hacer con esta información numérica (Briars y Siegler, 1984; Fuson, 1988). Consideraremos las características de ambos procesos, cuantificación y

uso, a partir de los resultados de la tesis y de la literatura actual relacionada con la temática.

La cuantificación numérica en los niños/as

Las palabras numéricas. A la luz de nuestros resultados, parece evidente que los niños/as presentan una serie de comprensiones relativas al número desarrollados en edades tempranas, antes de los dos años, edad en que empieza nuestra investigación. El conocimiento más característico se refiere a las palabras numéricas. En nuestra investigación vimos que ya a los dos años, los niños/as tienen conocimientos sobre las representaciones orales numéricas (conocen algunas palabras y saben recitar en orden algunas de ellas). Nos parece que, sin este recurso, no les hubiese sido posible adentrarse en la situación que propusimos. Este recurso previo seguramente actuó como una estructura que, como menciona Fuson (1988), permite comprender algo más complejo partiendo de algo más sencillo. En nuestro caso, este recurso se aplicó a las representaciones de cantidades, elemento esencial de la tarea propuesta. En efecto, pudimos constatar que, desde muy temprano, los niños/as tienen acceso y tienen experiencias relacionadas con los números y sus diversas representaciones (como, por ejemplo, las orales) en situaciones informales (Bryant, 1997; Fuson, 1988; Martí, 2003; Sinclair, 2005). El estudio longitudinal nos permitió observar que los primeros intentos de los niños/as de cuantificación numérica se dieron de manera oral e independiente de las cantidades de puntos cuantificadas. Frente a la pregunta “¿cuántos...?”, los niños/a pudieron “pensar” en palabras numéricas, diferenciándolas de otras palabras de su vocabulario. En un plano general, podemos hacer un paralelo con el hallazgo de Martí y Garcia-Milà (2010) que sostienen que, desde edades bastante tempranas, los niños/as ya son capaces de diferenciar el dibujo, la escritura y las notaciones numéricas.

Gestos de señalar y segmentación. Otro recurso previo importante son los gestos de señalar. Es especialmente llamativo que, a pesar de que los niños/as realicen gestos de señalar desde el final del primer año (Butterworth, 1998; Liszkowski et al., 2006), en este nuevo contexto de juego que involucra el número, los gestos de señalar *para contar* no fueron una herramienta tan evidente para los niños/a, al menos en un principio. Lo que sugiere que este nuevo uso del gesto de señalar no coincide con los gestos de señalar referentes presentes, propios del primer año de vida. La realización de gestos de señalar inmediatos, como soporte al conteo, fue una estrategia muy común que aportaron las madres en las primeras sesiones. Nuestros datos evidencian un ajuste de ocurrencias de estos gestos por nuestras díadas: el adulto los utilizó más en las primeras sesiones y los niños/a en las últimas, cuando fueron más frecuentes los usos convencionales del dado. En este caso pudieron cumplir una función de autorregulación.

La utilización de gestos de señalar inmediatos, además, apareció como una preocupación constante de las madres. En lo que refiere al análisis más fino de las actuaciones de los participantes, los adultos desplegaron, espontáneamente, una actividad frecuente de *segmentación de las unidades* de los puntos del dado, poniendo en evidencia la importancia que le otorgan para el conteo y para la adquisición de un concepto genuino de número (Fuson, 1988; Rodríguez y Scheuer, 2015). De hecho, esta opción de realizar gestos que pudieran evidenciar las unidades estuvo presente tanto en los adultos (en el segundo estudio) como en los niños/as (en el primer estudio y en el segundo estudio) y apareció frente todas las cantidades. Nuestros resultados apoyan la idea de que, en el proceso de segmentación de las unidades de una colección, la interacción con un adulto o con otro niño/a más competente juega un papel fundamental. Los adultos, mediante acciones finalizadas, usos y gestos que destacan los objetos del medio como entidades discretas, posibilitan al niño/a progresar desde una

cuantificación global hacia la consideración de partes, segmentando así el mundo material (Rodríguez, 2012; Rodríguez y Scheuer, 2015).

Creemos que los gestos de señalar los puntos del dado realizados inicialmente por los adultos fueron grandes aliados en la comunicación verbal, pues permitieron dar forma a lo que era difícil de comunicar solamente con el lenguaje. A través de los gestos, los adultos ofrecían una estructura a conceptos de gran complejidad, como son los conceptos numéricos. Recordemos que los puntos del dado, a pesar de ser perceptivamente accesibles, son *idénticos*, de modo que el gesto de señalar ayudó a su diferenciación mediante etiquetas numéricas *distintas*. Desde el punto de vista del niño/a, nos parece que tocar el punto del dado actuó como un soporte a la cognición (Kirsh, 2010), posibilitando así su comprensión e interpretación como información numérica. En definitiva, y en concordancia con autores que defienden que la permanencia y segmentación del objeto no es un prerrequisito, sino que requiere acción (Rodríguez, 2012), los gestos de señalar inmediatos pueden permitir el tratamiento de estas marcas como objetos, posibilitando su incorporación al pensamiento numérico. Solamente con el lenguaje numérico, esto no parecía ser posible. Para el adulto, explicar qué son unidades, qué son segmentos, sin segmentarlos (a través del gesto y de la acción), sería seguramente una tarea muy difícil. Nos parece que este proceso de segmentación se vinculó a la intención educativa del adulto respecto a la correspondencia uno-a-uno y demás principios necesarios para el conteo.

Desde nuestro punto de vista, los resultados de nuestros estudios cuestionarían los métodos de investigación que se sirven de pantallas donde se proyectan puntos bidimensionales que se mueven intrínsecamente, presentados como estímulos a la percepción visual de los niños/as, y que se basan en la duración de la mirada de los bebés a dichos puntos (Antell y Keating, 1983; Revkin et al., 2008; Starkey y Cooper,

1980; Xu, 2003; Xu y Spelke, 2000). Estos materiales constituyen *representaciones de objetos* muy diferentes de los objetos contables y tridimensionales del mundo real y, por tanto, las nociones numéricas que tratan de estudiar este tipo de investigaciones se diferencian mucho de aquellas nociones numéricas observadas en contextos del mundo real (que incluyen objetos que no suelen moverse de manera intrínseca, ni están naturalmente segmentados). Frente a esto, nos sumamos a voces que consideran que las evidencias acerca de la sensibilidad numérica temprana requieren reflexiones críticas sobre su significación cognitiva y su relación con el desarrollo de la comprensión y usos del número en edades posteriores (Rodríguez y Scheuer, 2015).

Subitización y conteo. Por otro lado, ¿qué es lo que ocurre con la subitización? A partir de nuestros resultados, la subitización (o evaluación súbita de cantidades) se da posteriormente a la evaluación de las cantidades mediante conteo, al menos en la situación y en las edades que investigamos. El hecho de que el niño/a finalmente sea capaz de representar de manera mental y súbita las cantidades (según nuestro segundo estudio, a partir de los 33 meses) se fundamenta en las actuaciones previas de conteo mediante gestos de señalar. Nuestros hallazgos nos permiten inferir que la subitización trata de la comprensión súbita de los valores *cardinales* de las colecciones, algo que se construye de manera lenta (al menos seis meses después de la cuantificación mediante gestos y en función de la magnitud, de acuerdo con nuestro segundo estudio). Recordemos que los niños/a, pese a que desde la primera sesión, a los 24 meses, los adultos insistieron constantemente en la determinación de los valores cardinales tras las cuantificaciones realizadas, fue solamente a partir de los 33 meses cuando, a demanda de los adultos, empezaron a informar correctamente estos valores. Es importante señalar que los adultos, tras las cuantificaciones, solían hacer referencia a la cantidad total de pasos que el caballo debería avanzar (al preguntar “¿cuántos...?” o al decir al niño/a

que avanzase “x” pasos – mencionando el valor total de la cuantificación previa). Finalmente, también recordemos el caso de la niña (NA), del estudio 2, frente a la cara dos. Desde los 27 meses, la niña utilizó gestos inmediatos (al tocar un punto, luego el otro, mientras decía “uno, dos”) y, a partir de los 33 meses, se expresó de modo oral (al decir “dos”) y a través de gestos simbólico-numéricos correctos (al mostrar dos dedos), realizando subitizaciones. En otras palabras, NA informó, sin realizar conteo mediante gestos, la cantidad de puntos, tras Instrucción del adulto para que cuantificara.

Asimismo, ¿por qué algunos niños/as del primer estudio (entre 33 y 47 meses) tocaron los puntos (uno, por ejemplo), aunque hubiesen podido informar sus valores numéricos mediante esta forma de evaluación súbita? Desde nuestro punto de vista, el hecho de que algunos niños/as del grupo B (a partir de los 40 meses) “optasen” por tocar los puntos (incluso uno y dos, por ejemplo), y no por informar estos valores numéricos mediante subitización, se explica por la importancia del soporte externo de los gestos en el proceso de construcción del número, tal y como hemos comentado antes. Como indica Kirsh, 2010, p. 444: “even though some people can do things in their heads that others cannot, there is always a point where internalist cognitive powers are overwhelmed and physical realization is advantageous”. Así, en nuestro estudio 1, tocar el punto del dado de la cara uno, por ejemplo, posiblemente hizo que este punto se presentase de forma más “clara” y, por consecuencia, más “viva” en el pensamiento de los niños/as, lo que puede haber representado una ventaja (o una necesidad) para ellos/as en este proceso de evaluación de cantidades. Asimismo, también consideramos la idea de que los niños/as, frente a la pregunta “¿cuántos...?”, pueden tender a realizar conteo (Frye, Braisby, Lowe, Maroudas, y Nicholls, 1989; Fuson, 1988; Wynn, 1990), así como la propuesta de que la presencia física de los objetos (en nuestro caso, el dado

con los puntos) y la posibilidad de tocarlos pueden haber contribuido a esta tendencia de realizar el conteo mediante gestos (Muldoon, Lewis, y Towse, 2005).

En definitiva, nuestros resultados evidencian que, en el contexto numérico, los gestos de señalar inmediatos se transforman y se ajustan a las nuevas comprensiones o se “traducen” a las metas cognitivas propias de las matemáticas. Por ejemplo, los niños/as pueden tocar los objetos para controlar aquellos elementos que ya fueron contados y los que todavía se deben contar, o para asociar las palabras numéricas a los objetos contados (Graham, 1999). Lo que es congruente con lo que sostienen algunos autores que defienden que a los cuatro años, los gestos de señalar (tocando el objeto) se relacionan con la precisión del conteo (Saxe y Kaplan, 1981) y que la precisión de los niños/as en los actos de contar se incrementa cuando se les permite tocar o manipular los ítems que deben contar (Gelman, 1980). Parece, por tanto, que, en general, los gestos de señalar tocando los objetos ayudaron a los niños/as en la precisión del acto de contar (Graham, 1999). Nos parece que esta ayuda se puede relacionar con algunos de los principios propuestos por Gelman y Gallistel (1978), entre ellos: la correspondencia uno-a-uno y la ordenación estable.

Tras el análisis de los fundamentos del proceso de cuantificación en nuestro estudio, abordaremos el proceso de uso de la información cuantitativa por los niños/as para intentar comprender por qué representó mayor dificultad. También tendremos en cuenta las ayudas de los adultos en esta fase.

El uso de los números por los niños/as

Representaciones espaciales y numéricas. Inicialmente, nos parece importante comparar nuestros resultados con los de DeLoache (1991;1995) en la medida en que nos inspiramos en sus trabajos, para considerar que la comprensión de la naturaleza

simbólica de un objeto se da cuando el niño/a es capaz de transferir la información del *representamen* a otro referente (lo representado). Recordemos la distinta naturaleza de las representaciones utilizadas por DeLoache en sus estudios (informaciones visuales espaciales de fotografías, dibujos, esquemas, maquetas que representan una habitación) y el material que nosotros utilizamos para investigar las comprensiones numéricas (información cuantitativa visual de naturaleza icónica - los puntos de un dado - que se pueden relacionar con las casillas de un camino). DeLoache mostró que los niños/as, entre dos y tres años, son capaces de transferir informaciones de representaciones espaciales a sus referentes reales y por esto pueden usar esta información para buscar un objeto escondido. Según la autora, esta habilidad revela que los niños/as entienden la naturaleza dual de las representaciones.

Los resultados de nuestro estudio muestran que esta posibilidad de usar información numérica y transferirla a otra situación se da entre tres y cuatro años. Para explicar este desfase, es necesario analizar las demandas cognitivas de los dos tipos de situaciones. Por un lado, para usar la información del dado y avanzar adecuadamente el caballo, los niños/as deben previamente cuantificar con precisión el número de puntos, algo complejo sobre todo con cantidades mayores que tres. Por otro lado, mientras que la transferencia es más directa y de carácter perceptivo cuando se trata de informaciones espaciales (posición de los objetos en la fotografía y en el espacio real, por ejemplo), en nuestro caso es una transferencia más compleja que incumbe dos tipos de objetos: puntos (de carácter discreto) y casillas del camino. Señalemos también que el hecho de avanzar el caballo de acuerdo con la información del dado requiere una regulación del avance del caballo que resulta, tal y como lo hemos mostrado, compleja para muchos niños/as, a veces hasta los 47 meses (edad máxima de nuestro estudio). Es interesante señalar que, a pesar de que la disposición de las casillas del camino (lineal, no circular)

puede favorecer el tratamiento de los segmentos como unidades (Siegler y Ramani, 2008), en nuestro estudio este hecho no pareció contribuir significativamente a facilitar la tarea de avance: muchos niños/as, de ambos estudios, tuvieron dificultades en segmentar adecuadamente las casillas del camino, lo que puede explicar parte de sus errores.

El escenario simbólico del juego. Inicialmente, nos parece que la dificultad de los niños/as en segmentar las casillas del camino se relaciona con la comprensión misma de número (es decir, la consideración de que los números implican unidades). Por otro lado, también creemos que dicha dificultad se dio porque la comprensión del escenario simbólico del juego (que el caballo llegase a la comida) tenía mucha importancia y guiaba las acciones de los niños/as y se impuso *sobre* la comprensión de la regla y del uso numérico. Recordemos que los niños/as de nuestro segundo estudio, sobre todo hasta S3, llevaban el caballo directamente a la “comida” para cumplir con el objetivo del juego. Dar comida al caballo pareció ser el objetivo central poniendo de relieve que ésta es una actividad muy familiar y basada en una comprensión muy asentada en los niños/a. Estos usos del caballo destacaron que, en realidad, la situación que planteamos sólo fue posible porque los niños/as tenían cierto grado de comprensión convencional-simbólica de los objetos propuestos. Se evidenció que dicha comprensión les permitió entender el escenario simbólico en el que se halla el caballo: que el objeto réplica representa el animal caballo, que “salta” (Palacios y Rodríguez, 2014) por el “camino” porque tiene “hambre” y tiene que llegar a la “comida”.

Asimismo, nuestros resultados muestran que, de modo general, considerar las casillas como unidades o segmentos no fue evidente para los niños/a, independientemente de su relación con la comprensión del número. El niño de la tercera diada, aunque no llevase el caballo directamente hasta la “comida” en la primera sesión,

necesitó la ayuda del adulto para mover el caballo respetando las diferentes casillas. Fue evidente que, en esta primera sesión, el niño todavía no comprendía las reglas del juego, tampoco los usos numéricos de los objetos (recordemos los frecuentes usos no-conconvencionales, al tirar el dado cuando no correspondía, al avanzar el caballo antes o sin realizar la cuantificación de los puntos, por ejemplo). Los avances protoconvencionales más cercanos a los avances correctos ($\text{error} > 1$ y $\text{error} = 1$), parecieron darse porque el objetivo comprendido por el niño era “mover el caballo por el camino” sin considerar el objetivo de llegar a la comida.

Ayudas del adulto. Las ayudas del adulto en la fase de avance del caballo en el estudio 2 pusieron de relieve su intención de evidenciar la necesidad de segmentar el camino en unidades. También en el avance fue muy claro que, por un lado, los gestos de señalar inmediatos utilizados por las madres tenían la intención de segmentar y evidenciar el carácter unitario de las casillas del camino. Por otro lado, la utilización de los gestos también pareció relacionarse con el énfasis puesto por los adultos respecto a la necesidad de que los niños/a realizasen la correspondencia precisa entre la cantidad de puntos y el número de pasos dados por el caballo. Recordemos las actuaciones del adulto C al decirle al niño, por ejemplo, que “debería avanzar *uno* por *cada* puntito”, tocando cada casilla del camino.

Destaquemos, además, que el sistema semiótico rítmico-sonoro (Moreno-Núñez, 2014; Moreno-Núñez, Rodríguez, y del Olmo, 2015) fue una base evidente tanto en la cuantificación como en el uso del caballo. Sin esta estructura, los niños/as no hubiesen podido realizar las correspondencias uno-a-uno con los puntos, tampoco con las casillas. Esto ocurrió en ambos estudios. Nuestros resultados muestran que en el estudio 1, la mayoría de niños/as realizaban las cuantificaciones y los avances de modo rítmico, pero en nuestro segundo estudio, podemos ver con detalle el modo como el adulto utiliza este

sistema como regulador externo de la acción del niño/a. Esto ocurre, por ejemplo, cuando en Usos Complementarios la madre decía las palabras numéricas de manera rítmica y pausada, mientras los niños/as tocaban los puntos o avanzaban el caballo. El adulto regulaba la acción del niño/a por medio de este sistema semiótico y, posteriormente, el niño/a fue capaz de autorregularse, sosteniendo su acción de manera autónoma, rítmica, en congruencia con las palabras numéricas que él mismo decía. En definitiva, las actuaciones del adulto que hemos analizado parecieron favorecer la actividad de autorregulación de los niños/a en las actividades de conteo y uso. Nos parece, pues, que las regulaciones externas del adulto al demandar ritmo y respeto a los principios, por ejemplo, han incrementado la precisión de los gestos y de los avances de los niños/a de nuestro segundo estudio, independientemente de las magnitudes.

En definitiva, fueron diversas las ayudas del adulto tanto verbales como no verbales, más o menos directas, que parecieron influir en la comprensión de las unidades y en la regulación de las acciones de los niños/as por el camino. Fueron numerosas y diversas las ayudas verbales de los adultos (Van de Pol, Volman, y Beishuizen, 2010): las ayudas cognitivas, al promover explicaciones organizadas y justificadas respecto a la estructura de la actividad, las metacognitivas, al abrir espacios de reflexión a los niños/a respecto a sus propias actuaciones, así como las ayudas afectivas, al utilizar estrategias diversas que pudiesen mantener el interés del niño/a por el juego y por sus requisitos. Y todo esto de una manera que pareció ajustarse gradualmente a las actuaciones de los niños/a, a lo largo de las sesiones. Los intentos de traspaso de control, así como el ajuste de los adultos al escenario simbólico de la situación y la creciente autorregulación de los niños/a también fueron muy evidentes.

Usos autónomos y usos con ayuda. Tal y como mostramos en la sección de los resultados, los usos convencionales (o aciertos) autónomos con el caballo, en el estudio

2, se dieron a partir de los 33 meses (al menos tres meses después de la cuantificación correcta de las correspondientes cantidades). Asimismo, también recordemos los resultados del estudio 1.

Sobre todo en el grupo A (33 a 40 meses), encontramos “avances continuos” a lo largo de todas las colecciones. Estos “avances continuos” fueron menos frecuentes en el grupo B (41 a 47 meses) y se dieron únicamente frente a las caras cuatro y cinco. Parece que estos resultados indican que los niños/as del grupo B, que son mayores, demostraron mayor comprensión respecto a la regla y mayor comprensión simbólico-numérica (avanzar en congruencia con los puntos) – lo que se reflejó en su mayor capacidad de autorregulación pese al objetivo de darle comida al caballo. En cambio, los niños/a del grupo A, así como los niños/a del estudio 2 (hasta los 30 meses), se centraron en querer cumplir el objetivo de la tarea/juego (dar comida al caballo). Asimismo, el hecho de que los niños/as del segundo estudio ya no presentasen este tipo de avance (continuo) a partir de los 33 meses (edad mínima del estudio 1) también parece poner de relieve el papel de las intervenciones del adulto. Recordemos que a partir de los 33 meses, ya no encontramos avances continuos en los niños/as del estudio 2, que interactuaron con sus madres a lo largo de un año. Creemos que estos resultados indican que, en realidad, desde edades muy tempranas, los niños/as pueden participar en juegos de reglas y que esta capacidad se arraiga en precursores como son los primeros usos convencionales y simbólicos de los objetos (Rodríguez, 2006), algo que depende y se potencializa con la acción comunicativo-educativo de los adultos.

Por otro lado, nos parece que los usos convencionales o aciertos en el uso de la información también se relacionaron con que el avance requirió de la apreciación del valor cardinal. Esto ocurrió a partir de los 33 meses (cuando también empezamos a observar los avances correctos de los niños/a del estudio 2). Nos parece que este es un

hecho que también justifica la diferencia entre cuantificar y usar la información: para avanzar correctamente con el caballo no bastó al niño/a cuantificar correctamente, sino que se hizo necesaria la comprensión cardinal de la cuantificación previamente realizada para que finalmente pudiese relacionar de manera precisa los puntos del dado con las casillas del camino. Y, en este sentido, las ayudas del adulto parecieron ser coherentes: solían solicitar el “despliegue” o uso de la información cuantitativa en el camino de manera cardinal (al decir al niño/a que avanzara “cuatro” con el caballito, por ejemplo). Eso va en línea con lo que proponen Rodríguez y Moro (1999) respecto a que los adultos no realizan usos no convencionales con los objetos. En el ámbito matemático, tampoco nos parecería habitual ver adultos que realizasen actividades de conteo sin respetar los principios que rigen esta práctica (como la correspondencia uno-a-uno, la ordinalidad y la cardinalidad, por ejemplo).

Sin embargo, es interesante recordar situaciones que observamos solamente en la díada C y sólo en la primera sesión: el mantenimiento de la lógica de correspondencia uno-a-uno para la realización del avance del caballo (realizó el conteo de cada punto, mientras avanzaba cada paso, en correspondencia uno-a-uno entre punto y segmento). Aunque éste no sea un recurso habitual realizado por los adultos, esta estrategia puede evidenciar la intuición de la madre respecto a que realizar el avance mediante la correspondencia uno-a-uno puede ser más sencillo que mediante el valor cardinal. Fue evidente que esta ayuda del adulto representó una estrategia de ajuste muy ligada a la comprensión actual del niño.

El desarrollo progresivo de la comprensión numérica según la magnitud

Nuestros resultados indican que las diferencias entre cuantificar y usar una información cuantitativa también dependen, en gran medida, de la magnitud de las

colecciones. En nuestro estudio, utilizamos cantidades pequeñas (hasta cinco puntos) y observamos que el éxito, tanto en una situación (cuantificación) como en la otra (uso o avance del caballo), se relaciona estrechamente con la cantidad de puntos del dado.

De manera general, y contrariando nuestra hipótesis inicial (respecto a que el desempeño de los niños/as al cuantificar sería superior al desempeño al usar la información cuantitativa, *en todas las magnitudes*), observamos que el éxito en ambas situaciones no se da de manera progresiva (de la cara vacía a la cara cinco), sino que se relaciona de manera muy directa con las tareas en cuestión y con la edad de los niños/as. Recordemos que, en el estudio 1, en la tarea de cuantificación, observamos efectos de la edad y de la magnitud en casi todas las comparaciones realizadas y que el grupo B presentó desempeño superior al grupo A en prácticamente todas las magnitudes. Asimismo, al comparar las caras entre sí, encontramos diferencias entre el *uno* y el *dos* (solamente en el grupo A) y entre el *tres* y el *cuatro* (en ambos grupos). En la tarea de uso, observamos efectos de la edad y de la magnitud solamente con las caras *vacía*, *uno* y *dos* (con mejor desempeño del grupo B). Mientras que con las caras *tres*, *cuatro* y *cinco*, el desempeño de los grupos fue estadísticamente similar. Además, encontramos diferencias en el uso entre el *uno* y el *dos* (en el grupo A), entre el *dos* y el *tres* (en el grupo B) y entre el *tres* y el *cuatro* (en ambos grupos). Y, con relación a los niños/as del estudio 2, la magnitud de la colección de puntos tuvo un efecto sobre las cuantificaciones y los avances, siendo más fáciles las cantidades menores (hasta dos).

Pese a que parece que el tres constituye, a estas edades (dos a cuatro años), un punto de inflexión (las cantidades menores de tres fueron más fácilmente cuantificadas y usadas que las cantidades mayores de tres), esta idea de progresión respecto a que los niños/as primero comprenden el significado numérico del uno, luego del dos, del tres y de ahí en adelante se ve matizada en nuestros resultados y también parecen depender de

una gran diversidad de factores, como la edad de los niños/as y las tareas. También sobre este aspecto, se puede enfatizar el papel de las actuaciones del adulto. Los resultados de nuestro segundo estudio muestran que la influencia de la magnitud en el desempeño no es tan patente si el niño/a es ayudado por el adulto. Así, se observa que los niños/a del estudio 2, a los 33 meses, pudieron cuantificar y/o usar correctamente, al menos una vez, *todas* las caras del dado, aunque no en la primera sesión.

Por todo ello, nos parece cuestionable la aplicación de descriptores tan generalizados que consideran una tendencia predefinida de progreso, como es el término denominado “conocedores por nivel” (conocedor-de uno, -de dos, -de tres) (Carey, 2009; Huang, Spelke, y Snedeker, 2010; Wynn, 1990;1992a), para describir marcos del desarrollo numérico de los niños/as. Nos parece que este enfoque puede ocultar una gama de recursos, acciones o estrategias utilizadas por los niños/as (y por los adultos) para el desarrollo de estas comprensiones y que entran en juego de modo diferente en función de las exigencias particulares de cada tarea y de las experiencias previas de los niños/as (Martí, Scheuer, Cavalcante, Trench, y Brizuela, 2016). En definitiva, defendemos la idea de que este tipo de propuestas desestiman una serie de factores contextuales, y un análisis más fino del desarrollo de los niños/as que deberían ser tomados en cuenta.

La ausencia de informaciones. Por otro lado, nuestros estudios aportan una serie de resultados interesantes sobre las reacciones de los niños/as ante la *ausencia de informaciones numéricas*, aspecto poco estudiado anteriormente. Recordemos que nuestra hipótesis inicial (si el “uno” puede ser la primera oposición a la “ausencia de elementos”) se basó en el hecho de que tomamos como referencia que el “dos” es la primera oposición a la singularidad del “uno/un” (Scheuer y Sinclair, 2009). Los resultados que encontramos en ambas tareas contradicen nuestra hipótesis inicial. Tanto

la “cuantificación” (o reconocimiento) como el uso de la información de la cara vacía parecieron ser resueltas con la misma facilidad que la cuantificación y uso de la cara uno. Teubal y Dockrell (2005) observaron que hasta los cuatro años, los niños/as se referían a la falta de información numérica espontáneamente de modo oral diciendo “nada” (“none”, “nothing”), y nunca como “cero” (que sería la representación numérica de esta información). Nuestros resultados muestran también que los niños/as se refirieron a la cara vacía informando que “no había puntos” o que no había “nada”. Por otro lado, en nuestra investigación observamos además de estas expresiones orales, el uso de gestos (sobre todo por los más pequeños) como mover la cabeza de un lado para otro (negación), así como mover los hombros arriba y abajo, indicando, quizás, una incomprensión respecto a por qué no había puntos en esta cara. En la tarea de uso, nos parece que la comprensión de que frente a la cara vacía no se avanza el caballo radicó en la comprensión de la regla general (si hay puntos, se avanza – si no hay puntos, no se avanza), más allá de la comprensión de las cantidades y sus valores numéricos.

Frente a estos resultados, nos parece justificado que la comprensión relacionada con la cara vacía no fuese más fácil que la comprensión de la cara uno (la más fácil cuando consideramos las demás cantidades), sino que se da en paralelo con la comprensión de dicha cara. Quizás la dificultad estuviese en nombrar esta información numéricamente (a través de la palabra numérica “cero”), y que no consideramos como la única respuesta correcta posible, pues en la información que presentamos no se trataba de identificar el símbolo numérico “0”, sino la ausencia de información.

Finalmente, destaquemos también que frente a la cara vacía jamás vimos a los adultos referirse a esta cara como la representación numérica “cero”, sino por identificadores que hacían referencia a la ausencia de cantidades (“nada”, “no hay nada”), así como lo hicieron los niños/as en nuestros dos estudios. Asimismo, frente a

las caras cuatro y cinco, los adultos solían nombrarlas con cuantificadores globales (“*muchos* puntitos”) antes de realizar (o solicitar al niño/a) la cuantificación por unidades mediante conteo. Todo esto es congruente con algunas respuestas de los niños/as y corroboran nuestro planteamiento inicial respecto al papel que las intervenciones culturales en contextos naturales pueden jugar en la comprensión de los números por parte de los niños/as.

Chapter IV

Discussion of results (English version)

In this thesis, our objective has been to study the development of numerical understanding at an early age by detailed analysis of the conduct of children and their interaction with adults in a game situation. In our first study we were interested in analyzing the numerical understanding children had between three and four years of age when acting alone, in situations that required the interpretation and use of graphical representations of small quantities; in the second study we focused on how this understanding is developing earlier, between two and three years of age, from interactions between adult and child. We believe that the results of the two studies lead us to a comprehensive and original understanding of the construction of numbers by children.

In general, our research shows that the development of numerical understanding is related to factors such as the age of the child, the magnitudes of the collections, and the cognitive demands of the task. However, our findings also suggest that this development also depends on the role of adult assistance; for example, when helping the child with what to count, how and why to count it, and which portion of the reality must be segmented in order to be properly counted. These findings about the importance of adults in the construction of numerical understanding contrasts with what is proposed by authors such as Piaget (1952), who, although showing that the development of numerical understanding is a slow and long process (as we have also seen in our research), argued that this process is a solitary construction (Martí & Scheuer, 2015, p. 11).

The importance of adults and semiotic mediation in the construction of numerical understanding supports our proposal in which we argued that studies of

numerical understanding are required to address the changing processes in all their complexity. Our research highlights the need to take into account the influence of other semiotic systems, previous to the number, on which the child relies to develop numerical understanding at an early age.

Beyond these general considerations, we would like to discuss the central issues of this thesis in light of the results of our research.

Quantification and use of numerical information in children

In general, the results of our study show differences between the processes of *quantifying* and *using* quantitative information: children could handle better the quantification than the use of such information. This result corroborates what is argued by Martí, Scheuer & de la Cruz (2013) and Cavalcante (2014) regarding the complexity of the cognitive demand of using numerical information – i.e., that it is more difficult for the child than quantifying the dots of a die. This highlights the different degrees of complexity between the processes of quantification and use of numerical information, which allows us to infer that quantifying correctly does not necessarily mean knowing how to use this numerical information (in our case, using it to move a horse along a path). This finding is consistent with several authors who have written about the "distance" between mastering general procedures and using them pragmatically (Martí, 2003; Nunes & Bryant, 1996). Additionally, our studies confirm that, for an activity such as counting, children need to master a range of procedures and principles (Gelman & Gallistel, 1978), but they also need to very clearly understand *why* they are counting, and *what* they should do with this numerical information (Briars & Siegler, 1984; Fuson, 1988). In the next sections, we will discuss the characteristics of both the

processes of quantification and the use of the information so obtained, in the light of our results and the current literature on the subject.

The numerical quantification in children

Numerical words. In light of our results, it seems clear that children present with a variety of ideas concerning numbers that is developed before two years of age, which is when our research begins. The most typical understanding is the names of numbers. In our research we found that from two years old, children have an understanding of numerical oral representations (they know some words and recite them respecting the order). We think that without this resource, they would not have been able to go into the situation that we proposed. This prior resource certainly acted as a structure, as mentioned by Fuson (1988), allowing the comprehension of something more complex starting from something simpler. In our case, this prior resource was applied to the representations of quantities, the main element of the proposed task. Indeed, we found that, from very early, children have access to, and experiences related to numbers and their various representations (for example, oral) in informal situations (Bryant, 1997, Fuson, 1988; Martí, 2003; Sinclair, 2005). Our longitudinal study permitted us to observe that the first efforts of children regarding numerical quantification happened orally and independently of the quantities of dots. Faced with the question "How many...?", children could "think" about number words, differentiating them from other words in their vocabulary. In general terms, we can draw a parallel between this finding and those by Martí and Garcia-Milà (2010), who found that already at very early ages, children are able to differentiate between drawings, words and numerical notations.

Pointing gestures and segmentation. Another important piece of prior resource are the use of pointing gestures. Another previous semiotic system that is important to

the development of numerical understanding is that of the use of pointing gestures. It is especially striking that, although children perform pointing gestures from the end of their first year (Butterworth, 1998; Liszkowski et al., 2006), in this new context of a game that involves numbers, using pointing gestures to count was not such an evident tool for children, at least initially. What this implies is that this new use of pointing gestures does not match the reference pointing gestures commonly used in the first year of life. Using immediate pointing gestures as support to counting was a very common strategy that was used by the mothers in the first sessions. Our data shows a set of occurrences of these gestures by our dyads: adults used them more in the first session and children in the last, when conventional uses of the die were more frequent. In this case the immediate pointing gestures could play a role in self-regulation.

The use of immediate pointing gestures also seemed a constant concern of mothers. As it regards the finer analysis of the performances of the participants, adults displayed, spontaneously, a frequent performance of *segmentation of the dot units*, highlighting the importance they give to segmentation for counting and for the comprehension of a genuine concept of a number (Fuson, 1988; Rodriguez & Scheuer, 2015). In fact, this option of making gestures that could show the units occurred both in adults (in the second study) and children (in the first and second studies) and appeared for all quantities. Our results support the idea that, in the process of segmentation of units of a collection, interaction with an adult or another child more competent plays a fundamental role. Adults, by completed actions, uses and gestures that highlight the objects in the environment as discrete entities, allow the child to progress from doing a global quantification to the consideration of parts, segmenting the material world (Rodriguez, 2012; Rodriguez & Scheuer, 2015).

We consider that the pointing gestures made by adults were great allies in verbal communication, since they enabled them to demonstrate what was difficult to communicate only with language. Through gestures, adults offered a structure to highly complex concepts such as numerical concepts. Let us recall that the dots of the die, despite being perceptually accessible, are *identical*, so that the pointing gesture helped with the differentiation of these dots through *different* numerical labels. From the point of view of the child, we think that touching the dots acted as a support to cognition (Kirsh, 2010), thus enabling their understanding and interpretation of the numerical information. Definitively, and in accordance with authors who argue that the permanence of the object and the object segmentation is not a prerequisite, but requires action (Rodríguez, 2012), immediate pointing gestures may allow the treatment of these marks as objects, enabling their incorporation to numerical thinking, which did not seem to be possible with language alone. For the adult, explaining what units and segments are, without actually segmenting the objects (through gesture and action), certainly would be a very difficult task. We think that this segmentation process is linked to the adult educational intention regarding one-to-one correspondence and other principles related to counting.

From our point of view, the results of our studies cause us to question some research methods that are based on the time spent by infants looking, or that use screens on which two-dimensional dots are projected and move inherently and are presented as stimuli to the visual perception of children (Antell & Keating, 1983; Revkin et al., 2008; Starkey & Cooper, 1980; Xu, 2003; Xu & Spelke, 2000). These materials are *representations of objects* and are very different from the countable and three-dimensional objects of the real world; therefore, the numerical notions studied in this kind of research are very different from those numerical notions observed in real-world

contexts (including objects that do not usually move intrinsically nor are naturally segmented). Considering this, we join voices that question the evidence of the early number sense requiring critical reflections about their cognitive significance and relationship between the development of the understanding and uses of the number at later ages (Rodriguez & Scheuer, 2015).

Subitizing and counting. On the other hand, what happens with subitizing? From our results, subitizing (or sudden apprehension of quantities) occurs subsequent to the evaluation of the quantities by counting, at least in the situations and ages we investigated. The fact that the child is finally able to mentally and suddenly represent quantities (according to our second study, from 33 months of age) is based on previous counting performances through pointing gestures. Our findings allow us to infer that subitizing is the sudden realization of the cardinal values of collections, something that is slowly built (at least six months after quantification through gestures and depending on the magnitude, according to our second study). Remember that the children only reported the cardinal values correctly (from demands of the adults) at 33 months of age, despite the constant emphasis of the adults in the determination of these cardinal values after the quantifications were made, since the first session, at 24 months of age. It is important to note that, after the quantifications, adults constantly referred to the total number of steps that the horse should move (by asking "how many...?" or by telling the child to move "x" steps - mentioning the total value of the previous quantification). Finally, let us also remember the case of the girl (NA), in Study 2, facing two dots. The girl, from 27 months of age, used immediate pointing gestures (by touching each dot, while saying "one, two") but only from 33 months of age did she correctly express this quantity orally (by saying "two") and through symbolic and numerical gestures (showing two fingers), spontaneously subitizing. In other words, she reported, without

making immediate pointing gestures, the number of dots after the demand of the adult to quantify this face of the die.

Furthermore, why did some children in the first study (between 33 and 47 months of age) touch the dots (face one, for example), even if they were able to report the numerical values through this form of sudden evaluation? From our point of view, the fact that some children from group B (from 40 months of age) would “opt” to touch the dots (including faces one and two, for example) instead of reporting these numerical values by subitizing is explained by the importance of the external support of the gestures in the process of constructing the number, as we discussed earlier. As Kirsh, 2010, p. 444 indicates: “even though some people can do things in their heads that others can not, there is always a point where internalist cognitive powers are overwhelmed and physical realization is advantageous”. Thus, in our Study 1, touching the dot of the face one, for example, possibly made this dot more “clear”, and consequently, more “vivid” in the minds of the children, which perhaps represented an advantage (or need) for them in this process of evaluation of quantities. Furthermore, we also consider the idea that children when asked “how many...?” may tend to perform counting (Frye, Braisby, Lowe, Maroudas, & Nicholls, 1989; Fuson, 1988; Wynn, 1990) We also support the proposal that the physical presence of objects (in our case, the die with the dots) and the possibility of touching them may have contributed to this trend to perform the counting activity through gestures (Muldoon, Lewis, & Towse, 2005).

Definitely, our results show that in the numerical context, immediate pointing gestures are either transformed and adjusted to this new understanding (numerical) or translated for cognitive goals of mathematics. For example, children may touch objects in order to keep track of those elements that have already been counted and those that

still remain to be counted, or to associate numerical words with the counted objects (Graham, 1999). This is consistent with the assertions of some authors who argue that after four years of age pointing gestures (touching the object) are related to counting accuracy (Saxe & Kaplan, 1981) and that the accuracy of children in counting acts increases when they are allowed to touch or manipulate the items that they are counting (Gelman, 1980). Hence, it seems that in general, pointing gestures and touching objects helped the children in the act of counting accurately (Graham, 1999). We think that this support may be related to some of the principles proposed by Gelman and Gallistel (1978). Among them: the one-to-one correspondence and the stable-order principle.

After analyzing the fundamentals of the quantification process in our study, we will address the process of using quantitative information by children to try to understand why it presented more difficulty to them. We will also consider adults' assistance in this task or stage of the game.

The use of numbers by children

Spatial and numerical representations. Initially, we think that it is important to compare our results with those of DeLoache (1991; 1995) to the extent that we are inspired by her work, which considers that the understanding of the symbolic nature of an object occurs when the child is able to transfer the *representamen* to another referent (the represented). Let us remember the different nature of the representations used by DeLoache in her studies (visuospatial information from photographs, drawings, diagrams, models representing a room) and the material we used to investigate numerical understanding (iconic visual quantitative information – dots of a die –that can be related to squares on a path). DeLoache showed that children, between two and three years of age, are able to transfer information to their real spatial representations

referents and can use this information to look for a hidden object. According to the author, this skill reveals that children understand the dual nature of representations.

The results of our study show that this understanding of how to use numerical information and transfer it to another situation occurs between three and four years of age. To explain this gap, it is necessary to analyze the cognitive demands of the two kinds of situations. On the one hand, to use the information of the die and appropriately advance the horse, children first must accurately quantify the number of dots, something remarkably complex, especially with quantities greater than three. On the other hand, when referring to spatial information (for example, position of objects in photographs and in real space), the transference of the information is more direct and characteristically perceptive. In our study the transference is more complex and refers to two kinds of objects: the dots (discrete marks) and the squares of a path. Also we point out the fact that advancing the horse according to the information of the die requires the regulation of the advancement of the horse, something that can be very complex for many children, even up to 47 months of age (maximum age of our study). Interestingly, although the arrangement of the squares on the path (linear, non-circular) may favor the treatment of the segments as units (Siegler & Ramani, 2008), in our study this fact did not seem to contribute significantly to the facilitation of the advancement of the horse: many children of both studies had difficulties in properly segmenting the squares of the path, which may explain some of their mistakes.

The symbolic scenario of the game. Initially, it seemed that the difficulty that the children had to segment the squares of the path is related to the understanding of the number itself (i.e., to the consideration that numbers imply units). On the other hand, we also believe that this difficulty occurred because the understanding of the symbolic scenario of the game (the horse that gets to its food) was very important and directed the

actions of the children, prevailing *over* the understanding of the rules of the game and on the numeric use of the objects. Remember that the children in our Study 2, above all, until S3, directly lead the horse to the "food" to accomplish the objective of the game. Giving food to the horse seemed to be the central goal of the children emphasizing that this is a very familiar activity, based on a well-established understanding of the children. The use of the horse pointed out that, in reality, the situation we proposed was only possible because the children had some degree of conventional-symbolic understanding of the proposed objects. It was evident that this conventional-symbolic understanding allowed the children to comprehend the symbolism of the game: that the replica object represents the animal "horse", which "jumps" (Palacios & Rodriguez, 2014) along the "path", because it is "hungry", and must reach its "food".

Our results also show that, in general, consideration of the squares as units or segments was not evident for the children independent of the relationship of these units with the number understanding. The child from the third dyad (NC), although he did not lead the horse directly to the "food" in the first session, he needed adult assistance to move the horse respecting the different squares. It was clear that in this first session, the child still did not understand the rules of the game or the numerical uses of objects (for example, the frequent non-conventional uses, rolling the die when he was supposed to do that, advancing the horse before or without performing the quantification of the dots). The proto conventional uses that were closest to the correct advancement (error > 1, error = 1) seemed to take place because the objective understood by the child was "moving the horse along the path" without considering the objective of reaching the food.

Adult assistance. The assistance of the adults in the advancement of the horse in Study 2 highlighted the need to segment the path into units. Also in the advancement

phase of the game it was very clear that, on the one hand, the mothers intended to segment and highlight the individual character of the squares of the path by using immediate pointing gestures. On the other hand, the use of gestures also seemed to be related to the emphasis placed by adults on the need for the children to interpret precisely the number of dots corresponding to the number of steps taken by the horse. Let us remember the actions of the adult C in saying to the child, for example, that "he should advance *one* step for *each* dot" touching every square on the path.

We emphasize, moreover, that the rhythmic-sonorous semiotic system (Moreno-Núñez, 2014; Moreno-Núñez, Rodríguez, & del Olmo, 2015) was an evident tool in the quantification and in the use of the horse. Without this structure the children had not been able to perform one-to-one correlations between the dots and the squares of the path. This happened in both studies. Our results show that in Study 1, most children performed quantifications and advances rhythmically, but in our second study, we can see in detail the way the adult used this system as an external regulator of the action of the child. This occurs, for example, during Complementary Uses, when the mother said the number words in a rhythmic and paused manner, while the children touched the dots or advanced the horse. The adult regulated the action of the child through this semiotic system and subsequently the child was capable of regulating him/herself, keeping up his/her action independently, rhythmically and consistently with the number words said by himself/herself. Definitively, the actions of the adults that we analyzed favored self-regulation by the children in their counting activities and number uses. We believe, therefore, that the adult external regulations of demanding rhythm and respect to the counting principles, for example, have increased the precision of gestures and advances of the horse by the children of our second study, regardless of the magnitudes.

Universally, the adult assistance was diverse: it occurred in both verbal and nonverbal forms, it was more or less direct, and it seemed to influence the understanding of the units and the regulation of the actions of children along the path. There was numerous and diverse verbal assistance given by the adults (Van de Pol, Volman, & Beishuizen, 2010): cognitives, by promoting organized and justified explanations about the structure of the activity; metacognitives, by giving the children opportunities for reflection regarding their own performances; and affectives, by giving the children emotional support, using various strategies that could keep the children's interest for the game and for its requirements. All this was done in a way that seemed to gradually adjust to the actions of the children throughout the sessions. The adults' efforts to transfer control, their adjustment to the symbolic scenario of the situation, and the increasing self-regulation of the children were also very obvious.

Autonomous uses and uses with help. As shown in the Results section, the autonomous conventional uses (or correct responses) with the horse, in Study 2, occurred from 33 months of age (at least three months after the correct quantification of the dots). Likewise, let us also remember the results of Study 1.

Especially in group A (33-40 months of age), we found "continuous advances" (leading the horse directly to its food) throughout all collections. These "continuous advances" were less frequent in group B (41 to 47 months of age) and occurred only when the children were faced with the sides of the die presenting four or five dots. It seems that these results indicate that children of the group B, who are older, have shown greater understanding of the rules and most symbolic and numerical understanding (advancing in congruence with dots) - which was reflected in their greater capacity for self-regulation despite the objective of giving food to the horse. Instead, the children of Group A, as well as children of the Study 2 (up to 30 months of age), focused on

wanting to achieve the objective of the task/game (giving food to the horse). Also, the fact that the children of the second study no longer performed this kind of action (continuous advance) from 33 months of age (minimum age in the Study 1) seems to emphasize the role of the adult interventions. Remember that after 33 months of age, we no longer found “continuous advances” in children of the Study 2, who interacted with their mothers for a year. We believe that these results indicate that, in fact, from an early age, children can participate in games with rules and that this capacity is rooted in precursors like the first and conventional symbolic uses of objects (Rodriguez, 2006), something that depends on and is potentiated by the communicative-educational action of adults.

On the other hand, it seems that the conventional uses or correct answers in the use of information are also related to the fact that the advancement of the horse required the appreciation of the cardinal value. This happened from 33 months of age (when we also started observing the correct advances of the children in the Study 2). We think that this is a fact that also explains the difference between quantifying and using the information: quantifying correctly was not sufficient for the child to advance the horse correctly; instead, the cardinal understanding of the quantification previously made was necessary to the relation between the dots of the die and the squares of the path. In this sense, the assistance from the adult appeared to be logical: they requested the “deployment” or the use of the quantitative information on the path in a cardinal manner (by telling the child to advance "four" with the horse, for example). This is in line with what is proposed by Rodriguez and Moro (1999) concerning that adults do not perform unconventional uses with objects. In the mathematical field, we do not think it is usual to see adults perform counting activities without respecting the principles that govern

this practice (such as one-to-one correspondence, ordinality and cardinality, for example).

However, it is interesting to note some situations that we observed only in the dyad C and only in the first session: the maintenance of the one-to-one correspondence with the advancement of the horse (the adult counted each dot while moving each step, demonstrating the one-to-one relationship between the dots and the segments). Although this is not a common strategy used by adults, it demonstrates the intuition of the mother regarding that the advancement of the horse through one-to-one correspondence may be easier than by the cardinal value. It was evident that this adult assistance represented a strategy of adjustment closely linked to the current understanding of the child.

The progressive development of numerical understanding according to the magnitude of the collections

Our results indicate that the differences between quantifying and using quantitative information also depend largely on the magnitude of the collections. In our study, we used small quantities (up to five dots) and observed that the success in one situation (quantification) and in the other one (use or advancement of the horse) is closely related to the number of dots of the die.

In general, and contrary to our initial hypothesis (regarding that the performance of children when quantifying would be superior to the performance when using the quantitative information *in all magnitudes*), we saw that success in both situations does not happen so progressively (from the empty face to the five face), but is related very directly with the different tasks involved and with the age of the children. Let us remember that in our Study 1, in the quantification task, we observed the effects of age

and magnitude in almost all comparisons made and that the group B had superior performance than the group A in almost all magnitudes. In addition, comparing the faces to each other, we found significant differences between *one* and *two* (only in group A) and between *three* and *four* (in both groups). In the use task, in turn, we observed effects of age and magnitude only with the *empty* face, *one* and *two* (with best performance in group B), while with the faces *three*, *four* and *five* the performances of the groups was statistically similar. In addition, we found significant differences in the performance of the use task between *one* and *two* (in group A), between *two* and *three* (in group B) and between *three* and *four* (in both groups). In regard to the children of the Study 2, the magnitude of the collection had an effect on the quantifications and advancements of the horse, which were easier with the smaller collections (up to two dots).

Although it seems that the number three constitutes, at this age (two to four years of age), a turning point (collections under three were more easily quantified and used than numbers greater than three), the idea of children learning progressively the numerical significance of one followed by two, then three is moderated in our results and also seems to rely on a wide variety of factors including the age of the children and the tasks themselves. Also we must emphasize the role of the adults' actions. The results of our second study show that the influence of the magnitude of the numbers in the performance of the children is not so obvious if the child is helped by the adult. Thus, it is observed that children of the Study 2, at 33 months of age, were able to correctly quantify and/or use, at least once, *all faces* of the die, although not in the first session.

For all these reasons, it seems questionable to apply such generalized descriptors that consider a predefined trend of progress, such as the term "knower-levels" (one-

knower, two-knower, three-knower) (Carey, 2009; Huang, Spelke, & Snedeker, 2010; Wynn, 1990; 1992a), used to describe frameworks of the development of numerical understanding in children. We think that this approach can hide a range of resources, actions or strategies used by the children (and by adults) to develop this understanding and which come into play differently, and which depend on the particular requirements of each task and previous experiences of the children (Martí, Scheuer, Cavalcante, Trench, & Brizuela, 2016). In sum, we defend the idea that this kind of proposal excludes a range of contextual factors and a finer analysis of the development of the children that should be taken into account.

The absence of information. On the other hand, our studies provide a number of interesting results about the reactions of the children in the absence of numerical information, which is an aspect little studied previously. Remember that our initial hypothesis (if "one" may be the first opposition to "no elements") was based on the fact that we took as reference that "two" is the first opposition to the uniqueness of "one" (Scheuer & Sinclair, 2009). The results found in both tasks contradict our initial hypothesis. Both the "quantification" (or recognition) and the use of information of the empty face seemed to be resolved with the same ease as the quantification and use of the face one. Teubal and Dockrell (2005) found that up to four years of age, children referred to the lack of numerical information spontaneously through an oral manner by saying "nothing" or "none", but never as "zero" (which would be the numeric representation of this information). Our results also show that children referred to the empty face reporting "no dots" or that there was "nothing". Secondly, in our research, in addition to these oral expressions, we noted the use of gestures (especially by the younger children) like moving the head from side to side (negation gesture) and moving the shoulders up and down, indicating, perhaps, a misunderstanding regarding why

there were no dots on this face. In the use task, we believe that the understanding that in front of the empty face the horse does not move is settled in the understanding of the *general* rule (if there are dots, the horse advances - if there are no dots, the horse does not advance), beyond the comprehension of the quantities and their numerical values.

Given these results, it appears that the empty face was not easier to interpret than the face one (the easiest compared to the other quantities), but interpretation occurs in parallel with the understanding of that face. Perhaps the difficulty was rooted in naming this information numerically (through the number word "zero"), so in the information we presented, it was not necessary to identify the numerical symbol "0", but the absence of information; we did not consider "zero" to be the only possible correct answer.

Finally, also let us note that in front of the empty face we never saw the adults referring to this face through the number word "zero", but by identifiers referring to the absence of quantities ("no", "nothing"), which is what the children also did in our two studies. In addition, in front of the faces four and five, adults tended to name these faces with global quantifiers ("*many* dots") before quantifying (or asking the child to quantify) each unit through counting. All this is consistent with some answers of the children and corroborates our initial proposal regarding the role that cultural interventions in natural contexts can play in the understanding of numbers by children.

Capítulo V

Conclusiones

A partir de nuestra investigación podemos decir que el desarrollo de la comprensión numérica, en la situación que planteamos, se da de manera lenta y gradual y que precisa de una serie de recursos previos a los que anclarse. Creemos que los resultados de nuestro segundo estudio muestran el desarrollo de la comprensión numérica de los niños/as por medio de su “enlace” con los sistemas semióticos anteriores, de modo que las primeras comprensiones numéricas se anclarían en sistemas semióticos previos compartidos con el adulto. A los niños/as no les costó entender el escenario simbólico en el que se encontraba el caballo. Lo mismo ocurrió con el grado de comprensión y uso de los distintos tipos de gestos, desde los ostensivos hasta los simbólicos, pasando por los indiciales. Nos parece que estos sistemas, al apoyarse mutuamente, favorecieron la comprensión numérica de las cantidades por parte de los niños/as. El papel del adulto nos pareció ser patente en todo este proceso.

En definitiva, los resultados del segundo estudio muestran cómo muchos mediadores comunicativos utilizados durante las interacciones tanto por los adultos como por los niños/as pueden haber jugado un papel importante en el desarrollo del número por los niños/a en la situación planteada en nuestra investigación (plano interpsicológico). Esto permitió comprender mejor las actuaciones de los niños/as entre tres y cuatro años cuando abordan solos el juego en el primer estudio (plano intrapsicológico).

Resultados principales

De forma breve, podemos resumir los principales hallazgos de nuestro trabajo:

1) Los procesos de *cuantificar* y *usar* informaciones cuantitativas relacionadas con pequeñas colecciones (hasta cinco) suponen demandas cognitivas muy distintas. Hay un desfase entre ambos procesos siendo el segundo más complejo que el primero.

2) Dichas diferencias interactúan con otros factores como la magnitud. *No* es posible establecer un orden creciente y progresivo de dificultad (de la ausencia de cantidad hasta cinco), en ninguno de los procesos, aunque se observen mayores éxitos con las magnitudes menores (hasta tres) en ambos procesos.

3) La comprensión de ambos procesos tiene soporte en sistemas semióticos previos que le dan sustento, como los gestos (ostensiones, gestos de señalar, gestos simbólicos) y los usos de objetos (no convencionales, protoconvencionales y convencionales).

4) Las intervenciones de los adultos, realizadas de manera multimodal (lenguaje, gestos, usos de objetos), tienen un papel relevante en el proceso de anclaje del sistema numérico en los sistemas semióticos anteriores y hacen posible que los niños/as vayan comprendiendo el número de forma progresiva.

Limitaciones y líneas futuras de investigación

Quisiéramos abordar ahora algunas limitaciones y apuntar algunas líneas futuras de investigación.

En relación con los resultados relacionados con las ayudas de los adultos, nos parece necesaria la realización del juego en el ámbito escolar entre los maestros y los niños/as de Educación Infantil para poder observar y comparar actuaciones que se dan de forma intuitiva (con madres) y más organizadas (con maestro/as). También nos

parece importante la comparación de estrategias realizadas por personas con status económicos diferentes y pertenecientes a culturas distintas.

Asimismo, somos conscientes de la dificultad de determinar la efectividad de las ayudas que investigamos. A pesar de los resultados que encontramos, no podemos afirmar de manera causal que las ayudas realizadas provocaron la comprensión del valor del número y que, por ello, los niños/as tuvieron éxito en la tarea. Habría que ampliar el número de estudios de casos a fin de seguir analizando las tendencias que hemos detectado en nuestro segundo estudio, así como profundizar en los análisis para identificar de manera precisa los patrones de actuaciones.

Por otro lado, desde el punto de vista metodológico, destacamos que la presencia de la investigadora en el segundo estudio pudo afectar la conducta de las díadas: se podría haber facilitado la cámara y el material a las familias, para que las situaciones hubiesen sido lo más natural posible. Además, también es importante destacar la limitación del tiempo de cada filmación. Si las sesiones hubiesen durado más, la interacción habría continuado y hubiésemos tenido más informaciones sobre la interacción establecida.

Pensamos también que el período que abarca este segundo estudio - a partir de los dos años de edad - no permite acceder a lo que ocurre antes de este periodo. Estudios futuros podrían incluir niños/as a edades anteriores a las que estudiamos y, además, durante lapsos mayores de tiempo.

Otra limitación que queremos resaltar en relación con el segundo estudio se refiere al hecho de que las madres sabían que se trataba de una investigación relacionada con el desarrollo de la comprensión numérica de los niños/as. Aunque la consigna fuera clara para que las madres jugaran con sus hijos/a como lo harían

normalmente y que no solicitamos estrategias de actuaciones específicas, el conocimiento de las madres respecto al objetivo de la investigación pudo haberlas llevado a realizar actuaciones más educativas orientadas hacia el número. Algo similar se puede aplicar al primer estudio. A pesar de la *no* intención educativa de la investigadora, algunas ayudas pueden haber sido ofrecidas de forma no intencional, como, por ejemplo, uso de gestos de señalar dirigidos a los puntos y las casillas.

Además, una limitación importante respecto a la dificultad de comparar de forma más precisa los resultados obtenidos en ambos estudios se refiere al hecho de que en el primer estudio se presentaron las caras del dado de manera controlada y las presentaciones fueron idénticas para todos los niños/as, mientras que en el segundo estudio las tiradas del dado fueron hechas por la diada y las caras del dado aparecieron al azar. Este hecho limitó la realización de comparaciones más objetivas respecto a los desfases entre cuantificar y usar informaciones cuantitativas y su relación con las magnitudes, tomando en cuenta ambos estudios.

Reconocemos también que los análisis presentados sólo permiten explorar los resultados de forma muy específica, puesto que los participantes del estudio 1 fueron divididos únicamente en dos grupos (de 33 hasta 40 meses y de 41 hasta 47 meses); en cambio, en el estudio 2 las sesiones se dieron en intervalos de tres meses. Otros estudios podrían, por un lado, ampliar los rangos de edad y, por otro, acortar el período entre una sesión y otra para explorar con más detalle los cambios que ocurren a estas edades.

Finalmente, desde nuestro punto de vista, la presente investigación, al poner de relieve el papel de las interacciones sociales en el desarrollo de la comprensión numérica, conduce a plantear el papel fundamental que debería jugar la educación temprana en este proceso. A pesar de que el tema del desarrollo de la comprensión

matemática sea un tema ampliamente investigado, nos parece que las dificultades relativas al proceso de enseñanza de sus conceptos todavía son un tema vigente – especialmente si tenemos en cuenta la dificultad que tienen los niños/as, a lo largo de su vida escolar, con el aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, a pesar del vasto material referente a las comprensiones numéricas de los niños/as, son especialmente escasas las investigaciones respecto a *cómo* los niños/as desarrollan estas comprensiones. Creemos que queda mucho por analizar respecto al papel del adulto cuando comparte con el niño/a significados y reglas convencionales por medio de sistemas semióticos utilizados por ambos, que pueden contribuir al desarrollo de la comprensión relativa al número.

Es importante aclarar, sin embargo, que nuestra investigación no ha tenido como objetivo proponer métodos de intervención. Quisimos poner de relieve lo que debería ser el punto de partida en cualquier intervención en este sentido: la comprensión respecto a *cómo* los niños/as aprenden a manejar situaciones numéricas, y de qué modo los sistemas semióticos previos dan soporte al desarrollo de nuevas comprensiones en diversos contextos. Creemos que es el medio para generar oportunidades comunicativo-educativas que puedan favorecer el ajuste de los sistemas semióticos previos con la emergente comprensión matemática. Además, pensamos que concebir esta idea y estudiar a fondo los procesos de desarrollo nos permite pensar que se puede intervenir de manera intencional. En base a nuestro trabajo, enfatizamos la importancia de la realización de estudios en contextos naturales y, en el caso de nuestro estudio con las madres, ponemos de relieve la importancia de tener en cuenta intervenciones que se hacen de forma intuitiva. Creemos que traer a la luz intervenciones realizadas por esta vía permite hacer explícitas estas intervenciones y, en nuestra investigación, se

evidencian formas de realizar ayudas que pueden configurarse como importantes herramientas de intervención práctica.

En definitiva, esperamos poder contribuir a futuras investigaciones sobre el tema y si, de alguna forma, logramos que el lector perciba la importancia de conocer los “puntos de partida” y la importancia de construir sobre ellos de modo respetuoso y ajustado a las realidades de los niños y niñas, entonces habremos alcanzado nuestro mayor objetivo.

Chapter V

Conclusions (English version)

From our research we can say that the development of numerical understanding in the situation that we propose happens slowly and gradually and requires an integrated body of resources. We believe that the results of our second study show the development of the numerical understanding of the children, through the "braiding" of previous semiotic systems with the more recent, so that the first numerical understanding links to previous semiotic systems shared with the adult. For the children it was not difficult to understand the symbolic scenario in which the horse was placed. The same applies to the degree of understanding and use of different types of gestures, from the ostensive to the symbolic, through the indexical. We feel that these systems, as support to each other, favored the understanding of the number values of the quantities by the children. The role of the adult seemed to be evident throughout this process.

In sum, the results of the second study show how many communicative mediators used during interactions between adults and children may have played an important role in the emergence of the numerical understanding of the children in the situation of our research (interpsychological level). This allowed us a better understanding of the actions of the children from three to four years of age, when they performed the game by themselves in the first study (intrapsychological level).

Main results

Briefly, we summarize the main findings of our work:

- 1) Quantifying and using quantitative information processes related to small collections (up to five) represent very different cognitive demands. There is a gap between the two processes, the second being more complex than the first.

2) Different factors interact, such as the magnitude of the numbers. It is not possible to establish a growing and progressive order of difficulty (from the absence of quantity up to five) in either of the processes, although greater success with smaller magnitudes is observed (up to three) in both processes.

3) The development of both processes is supported by previous semiotic systems that sustain them, such as gestures (ostensions, pointing gestures, symbolic gestures) and uses of objects (non-conventional, proto conventional and conventional).

4) Assistance from adults, carried out in multimodal ways (through language, gestures, use of objects), had an important role in the process of “anchoring” the number system in the previous semiotic systems and enabled children to progressively develop the numerical understanding.

Limitations and future research

We would like now to address some limitations and point out some future research.

Regarding the results related to the adult assistance, we think that it is necessary to perform the game in schools between teachers and children of Early Childhood Education in order to observe and compare the intuitive performances (of mothers) with more organized performances (of teachers). We also find it important to compare strategies used by people with different cultures and from different economic situations.

We are also aware of the difficulty in determining the effectiveness of the assistance investigated. Despite the results we found, we cannot say, in a causal manner, that the assistance given by the adults produced the understanding of the value of the number and that, because of it, children succeeded in the game. We should expand the

number of case studies to further analyze the trends we observed in our second study and deepen the analysis to accurately identify patterns of actions.

On the other hand, from a methodological point of view, we note that the presence of the researcher in the second study may have affected the conduct of the dyads: we could have loaned the camera and the materials of the game to the families, so the situations would have been as natural as possible. In addition, it is important to note the limitation of the time of each session. If the session had lasted longer, the interaction would have continued and we would have more information about the interaction established.

We also think that the period of the second study - starting from two years of age - does not allow access to what happens before this period of life for the children. Future studies could include children at earlier ages than we studied and this would also allow for an extended period of time for observation.

Another limitation that we emphasize in relation to the second study refers to the fact that mothers knew that this was an investigation related to the development of the numerical understanding of the children. Although the instruction was clear for the mothers to play with their children as they would normally do, and we did not request any strategies for any specific action, the awareness of mothers regarding the purpose of the investigation may have led them to more educational activities related to numbers. Something similar can be applied to the first study. Despite the fact that the researcher did not have any educational intention, some help may have been accidentally offered, for example, the use of pointing gestures directed to dots and squares.

In addition, an important limitation regarding the difficulty in comparing more accurately the results of both studies is the fact that, in the first study, the faces of the

die were presented in a controlled manner and these presentations were identical for all children, while in the second study, the die rolls were made by the dyad and the faces appeared randomly. This fact limited the realization of more objective comparisons with the gaps between quantifying and using quantitative information and their relationships with magnitudes, effecting both studies.

We also recognize that the analyzes presented only allow the exploration of the results in a very specific way, since participants in Study 1 were divided into two groups only (from 33 to 40 months and 41 to 47 months of age); and in Study 2, the sessions were given at intervals of three months. Additional studies could expand the age ranges and, secondly, shorten the period between one session and another to explore in more detail the changes that occur at this age.

Finally, from our point of view, this research, in highlighting the role of social interactions in the development of numerical understanding, raises the fundamental role that early education should play in the development of this understanding. Although the issue of development of mathematical understanding is a broadly researched topic, it seems that the difficulties relating to the teaching of its concepts are still a current issue - especially if we consider the difficulty children have, throughout their school life, with the learning of mathematics.

Also, despite the vast material available on the numerical understanding of children, there is little research on how children acquire this understanding. We believe that much remains to be discussed about the role of the adult when sharing with the child conventional meanings and rules through semiotic systems used by both, which may contribute to the development of the understanding of the number.

It is important to note, however, that our research did not have as an objective to propose methods of intervention. We wanted to emphasize what should be the starting point in any intervention in this regard: the understanding of how children develop handling numerical situations, and how previous semiotic systems support the development of this new resource in different contexts. We believe this is the best communicative and educational opportunity to adjust the early semiotic systems to make them conducive to developing mathematical understanding. In addition, we think that considering this idea and studying in depth the development process allows us to intervene intentionally. Based on our work, we emphasize the importance of studies in natural contexts and, in the case of our study with mothers, we emphasize the importance of taking into account interventions that are made intuitively. We believe that bringing to light interventions in this way allows the explanation of these interventions; in our research, some ways to assist that can be configured as important practical intervention tools are evident.

In sum, we hope to contribute to future research on the subject and if, somehow, we get the reader to perceive the importance of knowing the "starting points" and the importance of building on them in a respectful way and adjusted to the realities of children, then we have achieved our main objective.

Referencias bibliográficas

- Anderson, A. (1997). Families and mathematics: A study of parent-child interactions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 484-511.
- Anderson, A. G. (1998). Parents as partners: Supporting children's mathematics learning prior to school. *Teaching Children Mathematics*, 4, 331.
- Antell, S. E., y Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695-701.
- Bartelet, D., Vaessen, A., Blomert, L., y Ansari, D. (2014). What basic number processing measures in kindergarten explain unique variability in first-grade arithmetic proficiency? *Journal of Experimental Child Psychology*, 117, 12-28.
- Basilio, M. (2014). *Los signos preverbales como herramientas de pensamiento: el origen social de la autorregulación cognitiva en niños de 14 a 18 meses de edad* (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid).
- Basilio, M., y Rodríguez, C. (2011). Usos, gestos y vocalizaciones privadas: de la interacción social a la autorregulación. *Infancia y aprendizaje*, 34, 181-194.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I., Camaioni, L., y Volterra, V. (1979). The emergence of symbols: *Cognition and communication in infancy*. New York, NY: Academic Press.
- Bates, E., Camaioni, L., y Volterra, V. (1975). The acquisition of performatives prior to speech. *Merrill-Palmer Quarterly*, 21, 205-226.
- Bautista, A., y Roth, W. M. (2012a). Conceptualizing sound as a form of incarnate mathematical consciousness. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 41-59.
- Bautista, A., y Roth, W. M. (2012b). The incarnate rhythm of geometrical knowing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 91-104.
- Benoit, L., Lehalle, H., y Jouen, F. (2004). Do young children acquire number words through subitizing or counting?. *Cognitive Development*, 19, 291-307.
- Bermejo, V. (1996). Cardinality development and counting. *Developmental Psychology*, 32, 263-268.

- Bermejo, V., Morales, S., y Garcia deOsuna, J. (2004). Supporting children's development of cardinality understanding. *Learning and Instruction, 14*, 381-398.
- Bialystok, E., y Codd, J. (2000). Representing quantity beyond whole numbers: Some, none, and part. *Canadian Journal of Experimental Psychology/Revue canadienne de psychologie expérimentale, 54*, 117-128.
- Bideaud, J. (2002). Les animaux et les bébés comptent-ils? [Do animals and babies count?]. En J. Bideaud, y H. Lehalle (Eds.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant [The development of numerical skills in children]* (pp. 55-80). Paris: Editions Hermès Sciences.
- Blevins-Knabe, B., y Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting, 5*, 35-45.
- Booth, J.L., y Siegler, R.S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology, 41*, 189-201.
- Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition, 83*, 223-240.
- Briars, D., y Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology, 20*, 607-618.
- Bryant, P. (1997). Mathematical understanding in the nursery school years. En T. Nunes y P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 53-67). Hove: Psychology Press.
- Bullock, M., y Gelman, R. (1977). Numerical reasoning in young children: The ordering principle. *Child Development, 48*, 427-434.
- Butterworth, G. (1998). Origins of joint visual attention in infancy. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 63*, 144-166.
- Camaioni, L., Volterra, V., y Bates, E. (1978). *La comunicazione nel primo anno di vita*. Torino: Boringhieri.
- Cárdenas, K. (2012). *Primeros usos simbólicos de niños con síndrome de Down en*

- contextos de interacción triádica un estudio longitudinal entre los 12 y 21 meses de edad.* (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid).
- Cárdenas, K., Rodríguez, C., y Palacios, P. (2014). First symbols in a girl with Down syndrome: a longitudinal study from 12 to 18 months. *Infant Behavior and Development*, *37*, 416-427.
- Carey, S. (2001). Evolutionary and ontogenetic foundations of arithmetic. *Mind and Language*, *16*, 37–55.
- Carey, S. (2009). *The origins of concepts*. New York, NY: Oxford University Press.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W., y Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, *3*, 21–29.
- Cavalcante, S. (2014). Quantification and use of numerical information up to two units in three- to four-year-old children / Cuantificación y uso de informaciones numéricas hasta dos unidades en niños de tres a cuatro años. *Infancia y Aprendizaje*, *37*, 711-739.
- Cavalcante, S., y Rodríguez, C. (2015). La comprensión del dado como objeto con funciones numéricas. Un estudio longitudinal con dos niños desde los 24 a los 36 meses en interacción con un adulto / The understanding of die as an object that has numerical functions. A longitudinal study using two children from the ages of 24 to 36 months interacting with an adult. *Estudios de Psicología*, *36*, 48-70.
- Clark, H. (2003). Pointing and placing. En S. Kita (Ed.), *Pointing. Where language, culture and cognition meet* (pp. 243–268). Mahwah: LEA.
- Coll. C., Onrubia, J., y Mauri, T. (2008). Ayudar a aprender en contextos educativos: el ejercicio de la influencia educativa y el análisis de la enseñanza. *Revista de Educación*, (346), 33-70.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1-42.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense. How the mind creates mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & Language*, *16*, 16-36.

- Dehaene, S., y Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting: Neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 20, 958–975.
- DeLoache, J. S. (1991). Symbolic functioning in very young children: Understanding of pictures and models. *Child Development*, 62, 736–752.
- DeLoache, J. S. (1995). Early understanding and use of symbols: The model model. *Current Directions in Psychological Science*, 4, 109–113.
- Díaz, R. (2006). Innatismo y cultura en el aprendizaje de la noción de número. *Revista Cognición*, 5, 37-50.
- Dimitrova, N., y Moro, C. (2013). Common ground on object use associates with caregivers' gestures. *Infant Behavior and Development*, 36, 618-626.
- Droz, R. (1991). Les multiples racines des nombres naturels et leurs multiples interprétations. En J. Bideaud, C. Meljac, y J. P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre* (pp. 285–302). Lille: PUL.
- Español, S. (2004). *Cómo hacer cosas sin palabras*. Madrid: A. Machado Editores.
- Feigenson, L., Carey, S., y Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, 13, 150-156.
- Field, A. (2009). *Discovering statistics using spss*. London: Sage.
- Fluck, M. (1995). Counting on the right number: Maternal support for the development of cardinality. *The Irish Journal of Psychology*, 16, 2, 133–149.
- Freelon, D. (2010). ReCal: Intercoder reliability calculation as a web service. *International Journal of Internet Science*, 5, 20-33. (disponible en <http://dfreelon.org/utis/recalfront/>).
- Friso-van den Bos, I., Kolkman, M.E., Kroesbergen, E.H., y Leseman, P.P.M. (2014). Explaining variability: Numerical representations in 4- to 8-year old children. *Journal of Cognition and Development*, 15, 325-344.
- Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C., y Nicholls, J. (1989). Young children's

- understanding of counting and cardinality. *Child Development*, 60, 1158–1171.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. The development of mathematical thinking. En H. P. Ginsburg (Ed.). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic.
- Gallistel, C. R., y Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.
- García-Milá, M., Teberosky, A., y Martí, E. (2000). Anotar para resolver una tarea de localización y memoria. *Infancia y aprendizaje*, 23, 51-70.
- Gelman, R. (1980). What young children know about numbers. *Educational Psychologist*, 15, 54–68.
- Gelman, R. (1993). A rational-constructivist account of early learning about numbers and objects. En D. L. Medin (Ed.), *The psychology of learning and motivation*, 30, (pp. 61-96). San Diego: Academic Press.
- Gelman, R., y Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gilmore, C.K., McCarthy, S.E., y Spelke, E.S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115, 394-406.
- Gomez, J. C., Sarria, E., y Tamarit, J. (1993). The comparative study of early communication and theories of mind: Ontogeny, phylogeny, and pathology. En S. Baron-Cohen, H. Tager-Flusberg, D. Cohen (Eds.), *Understanding other minds: Perspectives from autism* (pp. 397–426). Oxford, England: Oxford University Press.
- Graham, T. (1999). The role of gesture in children's learning to count. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 333–355.

- Grosse, G., Moll, H., y Tomasello, M. (2010). 21-Month-olds understand the cooperative logic of requests. *Journal of Pragmatics*, *42*, 3377–3383.
- Gunderson, E. A., y Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: relations between parents' input and children's cardinal- number knowledge. *Developmental science*, *14*, 1021-1032.
- Hauser, M. D., y Carey, S. (2003). Spontaneous representations of small numbers of objects by rhesus macaques: Examination of content and format. *Cognitive Psychology*, *47*, 367-401.
- Huang, Y. T., Spelke, E., y Snedeker, J. (2010). When is four more than three? Children's generalization of newly- acquired number words. *Psychological Science*, *21*, 600–606.
- Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Kirsh, D. (2010). Thinking with external representations. *AI & Society*, *25*, 441-454.
- Kolkman, M.E., Kroesbergen, E.H., y Leseman, P.P.M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, *25*, 95-103.
- Le Corre, M., y Carey, S. (2008). Why the verbal counting principles are constructed out of representations of small sets of individuals: A reply to Gallistel. *Cognition*, *107*, 650-662.
- Leaf, M. J., y Read, D. (2012). *Human thought and social organization: Anthropology on a new plane*. Lexington Books.
- LeFevre, J. A., Clarke, T., y Stringer, A. P. (2002). Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care*, *172*, 283–300.
- LeFevre, J.A., Fast, L., Skwarchuk, S.L., Smith-Chant, B.L., Bisanz, J., Kamawar, D., et al. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, *81*, 1753-1767.

- Levine, S., Suriyakham, L., Rowe, M., Huttenlocher, J., y Gunderson, E. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge? *Developmental Psychology*, *46*, 1309–1319.
- Linnell, M., y Fluck, M. (2001). The Effect of Maternal Support for Counting and Cardinal Understanding in Pre- School Children. *Social Development*, *10*, 202-220.
- Lipton, J. S., y Spelke, E. S. (2006). Preschool children master the logic of word meanings. *Cognition*, *98*, B57-B66.
- Liszkowski, U., Carpenter, M., Striano, T., y Tomasello, M. (2006). 12- and 18-month-olds point to provide information for others. *Journal of Cognition and Development*, *7*, 173–187.
- Liszkowski, U., Carpenter, M., Striano, T., y Tomasello, M. (2006). 12-and 18-month-olds point to provide information for others. *Journal of Cognition and Development*, *7*, 173-187.
- Manolitsis, G., Georgiou, G. K., y Tziraki, N. (2013). Examining the effects of home literacy and numeracy environment on early reading and math acquisition. *Early Childhood Research Quarterly*, *28*, 692–703.
- Mariscal, S., Casla, M., Rujas, I., y Aguado-Orea, J. (2012). Los métodos basados en la duración de la mirada: ¿una ventana a la cognición temprana? *Estudios de Psicología*, *33*, 277–292.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente. La apropiación infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid: Antonio Machado.
- Martí, E. (2012). Thinking with signs: From symbolic actions to external systems of representation. En E. Martí y C. Rodríguez. (Eds.) *After Piaget* (pp. 151-170). New Brunswick: Transaction Publishers.
- Martí, E., Scheuer, N., Cavalcante, S., Trench, M., y Brizuela, B. M. (2016). Symbolic representation of the number three: a study with three-year-old children from contrasting socioeconomic environments. *Journal of Cognitive Psychology*, 1-13.
- Martí, E., Scheuer, N., y De La Cruz, M. (2013). Symbolic use of quantitative repre-

- sentations in young children. En M. Brizuela, y B. Gravel (Eds.), *Show me what you know. Exploring representations across STEM disciplines* (pp. 7–21). New York: Teachers College Press.
- Martí, E., y Garcia-Mila, M. (2010). Progresos en la diferenciación funcional entre dibujo, escritura y numerales en niños de 4 a 7 años. *Estudios de Psicología*, *31*, 339-352.
- Martí, E., y Pozo, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y aprendizaje*, *23*, 11-30.
- Martí, E., y Scheuer, N. (2015). Semiotic systems, culture and early mathematical knowledge/ Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano. *Estudios de Psicología*, *36*, 1-17.
- McConkey, R., y McEvoy, J. (1986). Games for learning to count. *British Journal of Special Education*, *13*, 59–62.
- Miller, P. H. (2005). Commentary on: Scaffolding: Constructing and deconstructing development. *New Ideas in Psychology*, *23*, 207–211.
- Mix, K. S., Sandhofer, C. M., y Baroody, A. (2005). Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. En R. V. Kail (Ed.), *Advances in child development and behavior*, *33*. New York: Academic Press.
- Moreno-Núñez, A. (2014). *Ostensive gestures in triadic interactions: from rhythmic ostensive gestures of the adult to children's gestures at the end of the first year of life*. (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid).
- Moreno-Núñez, A., Rodríguez, C., y Del Olmo, M. J. (2015). The rhythmic, sonorous and melodic components of adult-child-object interactions between 2 and 6 months old. *Integrative Psychological and Behavioral Science*, *49*, 737-756.
- Muldoon, K., Lewis, C., y Towse, J. (2005). Because it's there! Why some children count, rather than infer numerical relationships. *Cognitive Development*, *20*, 472-491.
- Mundy, E., y Gilmore, C.K. (2009). Children's mapping between symbolic and

- nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 490-502.
- Nakagaki, A. (11 Septiembre, 2015). *What did Piaget intend to verify in number conservation tasks?* Conferencia presentada en 17th European Conference on Developmental Psychology. Braga, Portugal.
- Nelson, X. J., y Jackson, R. R. (2012). The role of numerical competence in a specialized predatory strategy of an araneophagic spider. *Animal Cognition*, *15*, 699-710.
- Nieder, A. y Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, *32*, 185-208.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., y Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: University Press.
- Nunes, T., y Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Palacios, P. (2009). *Origen de los usos simbólicos de los objetos en los niños contextos de comunicación e interacción triádicos*. (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid).
- Palacios, P., y Rodríguez, C. (2014). The development of symbolic uses of objects in infants in a triadic context: A pragmatic and semiotic perspective. *Infant and Child Development*, *24*, 23-43.
- Pepperberg, I. M., y Gordon, J. D. (2005). Number representation by a grey parrot (*Psittacus erithacus*), including a zero-like concept. *Journal of Comparative Psychology*, *119*, 197-209.
- Pérez-Echeverría, M. P., Martí, E., y Pozo, J. I. (2010). Los sistemas externos de representación como herramientas de la mente. *Cultura y Educación*, *22*, 133-147.
- Pérez-Echeverría, M. P., y Scheuer, N. (2005). Desde el sentido numérico al número con sentido. *Infancia y aprendizaje*, *28*, 393-407.
- Pérez-Sedano, E. (2015). Construction and interpretation by kindergarten and primary school children of a calendar organized in tabular form/Construcción e

- interpretación de la organización tabular de un calendario en niños de infantil y primaria. *Estudios de Psicología*, 36, 176-184.
- Perinat, A., y Sadurní, M. (1993). De la comunicación antropoide a la comunicación infantil. Las vías de emergencia del símbolo y del significado. En A. Perinat, *Comunicación animal, comunicación humana* (pp.181-243). Madrid: Siglo XXI.
- Perinat, A., y Sadurní, M. (1995). “Juguemos a llamar por teléfono”. Juego simbólico y procesos recursivos en la interacción comunicativa. *Substratum*, 3, 77-102.
- Piaget, J y Szeminska, A. (1975). *Génesis del número en el niño* (5ª ed.). Buenos Aires: Guadalupe.
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge.
- Picozzi, M., de Hevia, M. D., Girelli, L., y Cassia, V. M. (2010). Seven-month-olds detect ordinal numerical relationships within temporal sequences. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107, 359-367.
- Piffer, L., Agrillo, C., y Hyde, D. C. (2012). Small and large number discrimination in guppies. *Animal Cognition*, 15, 215-221.
- Potter, M. C., y Levy, E. I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child Development*, 39, 265–272.
- Psaltis, C., Duveen, G., y Perret-Clermont, A-N. (2009). The Social and the Psychological: Structure and context in intellectual development. *Human Development*, 52, 291-312.
- Rauscher, L., Kohn, J., Käser, T., Mayer, V., Kucian, K., McCaskey, U., Esser, G., Von Aster, M. (2016). Evaluation of a computer-based training program for enhancing arithmetic skills and spatial number representation in primary school children. *Frontiers in Psychology*, 7, 913.
- Read, D. (2016). The counting numbers are a cultural idea system: a comment on Overmann 2015. *Current Anthropology*, 57, 349-350.
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., y Dehaene, S. (2008). Does subitizing

- reflect numerical estimation? *Psychological Science*, 19, 607-614.
- Rips, L. J., Asmuth, J., y Bloomfield, A. (2008). Do children learn the integers by induction?. *Cognition*, 106, 940-951.
- Rivière, A. (2002). *La psicología de Vygotski*. Madrid: Antonio Machado.
- Rochat, P. (2012). Baby Assault on Piaget. En E. Martí y C. Rodríguez (Eds.), *After Piaget* (pp. 71-82). New Brunswick, NJ: Transaction publishers.
- Rodríguez, C. (2006). *Del ritmo al símbolo. Los signos en el nacimiento de la inteligencia*. Barcelona: Horsori.
- Rodríguez, C. (2007). El ojo de Dios no mira signos. Desarrollo temprano y semiótica. *Infancia y Aprendizaje*, 30, 343-374.
- Rodríguez, C. (2012). The Functional Permanence of the Object: A Product of Consensus. En E. Martí y C. Rodríguez. (Eds.) *After Piaget* (pp. 123-150). New Brunswick: Transaction Publishers.
- Rodríguez, C. y Moro, C. (1999). *El mágico número tres. Cuando los niños aún no hablan*. Barcelona: Paidós.
- Rodríguez, C., Moreno-Núñez, A., Basilio, M., y Sosa, N. (2015). Ostensive gestures come first: their role in the beginning of shared reference. *Cognitive Development*, 36, 142-149.
- Rodríguez, C., Palacios, P., Cárdenas, K. e Yuste, N. (2014). Les symboles: formes de second ou de troisième sens?. En C. Moro y N. Muller Mirza (Eds.), *Sémiotique, culture et développement psychologique*. (pp. 99-116). Villeneuve d'Ascq: Presses universitaires du Septentrion.
- Rodríguez, C., y Moro, C. (2002). Objeto, comunicación y símbolo. Una mirada a los primeros usos simbólicos de los objetos. *Estudios de Psicología*, 23(3), 323-338.
- Rodríguez, C., y Moro, C. (2008). Coming to agreement. Object use by infants and adults. En J. Zlatev, T. Racine, C. Sinha, E. Itkonen, *The shared Mind: Perspectives on intersubjectivity* (pp. 89-114). Amsterdam: John Benjamins.
- Rodríguez, C., y Palacios, P. (2007). Do private gestures have a self-regulatory

- function?: a case study. *Infant Behavior and Development*, 30, 180-194.
- Rodríguez, C., y Scheuer, N. (2015). The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two-to four-year-old children/ La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad. *Estudios de Psicología*, 36, 18-47.
- Sacks, O. (1993). To see and not see. *The New Yorker*, 10, 59-73.
- Salsa, A. M. (2013). Comprensión y producción de representaciones gráficas: cambios evolutivos y diferencias por nivel socioeconómico. *Cultura y Educación*, 25, 95-108.
- Sarnecka, B. W., y Lee, M. D. (2009). Levels of number knowledge during early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 325–337.
- Saxe, G. B. (1988). The mathematics of child street vendors. *Child Development*, 59, 1415-1425.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R., y Gearhart, M. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 52, i-162.
- Saxe, G. B., y Kaplan, R. (1981). Gesture in early counting: A developmental analysis. *Perceptual and Motor Skills*, 53, 851–854.
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H., y Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357–379.
- Scheuer, N. (2005). Introducción al Dossier: De las matemáticas como conocimiento lógico a las matemáticas como conocimiento sociocultural: Implicaciones para el estudio de la adquisición y enseñanza del número. *Infancia y Aprendizaje*, 28, 363-375.
- Scheuer, N., y Sinclair, A. (2009). From one to two. Observing one child's early mathematical steps. En E. C. Andersen, N. Scheuer, M. D. P. Pérez Echeverría, y E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 19–37). Rotterdam: Sense Publishers.

- Serra-Grabulosa, J. M., Adan, A., Pérez-Pàmies, M., Lachica, J., y Membrives, S. (2010). Neural bases of numerical processing and calculation. *Revista de neurologia*, 50, 39-46.
- Siegler, R. S., y Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11, 655–661.
- Siegler, R.S., y Booth, J.L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, 75, 428-444.
- Sinclair, A. (2005). Las matemáticas y la imitación entre el año y los tres años de edad. *Infancia y Aprendizaje*, 28, 377–392.
- Skwarchuk, S. L. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home?. *Early Childhood Education Journal*, 37, 189-197.
- Skwarchuk, S., Sowinski, C., y LeFevre, J. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 121, 63–84.
- Sophian, C. (1987). Early developments in children's use of counting to solve quantitative problems. *Cognition and Instruction*, 4, 61–90.
- Starkey, P., Spelke, E. S., y Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97–127.
- Starkey, P., y Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 1033-1035.
- Tan, L. S. C., y Bryant, P. (2000). The cues that infants use to distinguish discontinuous quantities: Evidence using a shift-rate recovery paradigm. *Child Development*, 71, 1162–1178.
- Tartas, V. (2009). *La construction du temps social per l'enfant*. Bern: Peter Lang.
- Teubal, E., y Dockrell, J. E. (2005). Children's developing numerical notations: The impact of input display, numerical size and operational complexity. *Learning and*

- Instruction*, 15, 257-280.
- Tolchinsky, L., y Karmiloff-Smith, A. (1993). Las restricciones del conocimiento notacional. *Infancia y aprendizaje*, 16, 19-51.
- Toll, S. W., Van Viersen, S., Kroesbergen, E. H., y Van Luit, J. E. (2015). The development of (non-) symbolic comparison skills throughout kindergarten and their relations with basic mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, 38, 10-17.
- Uller, C., Carey, S., Huntley-Fenner, G., y Klatt, L. (1996). What representation might underlie infant numerical knowledge? *Cognitive Development*, 14, 1-36.
- Van de Pol, J., Volman, M., y Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22, 271-296.
- Viera, A. J., y Garret, J. M. (2005). Understanding interobserver agreement: The Kappa statistic. *Family Medicine*, 37, 360- 363.
- Von Aster, M., Schweiter, M., y Zulauf, M.W. (2007). Developmental dyscalculia: Precursors, prevalence, and co morbidity. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39, 85-96.
- Vosniadou, S. (2014). Examining cognitive development from a conceptual change point of view: The framework theory approach. *European Journal of Developmental Psychology*, 11, 645-661.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wakeley, A., Rivera, S., y Langer, J. (2000). Can young infants add and subtract? *Child Development*, 71, 1525–1534.
- Wynn, K. (1990). Children’s understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193.
- Wynn, K. (1992a). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, 24, 220-251.
- Wynn, K. (1992b). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.

- Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., Van der Schoot, M., y Van Lieshout, E.C.D.M. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129.
- Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89, B15-B25.
- Xu, F., y Garcia, V. (2008). Intuitive statistics by 8-month-old infants. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 105, 5012-5015.
- Xu, F., y Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, B1-B11.
- Young-Loveridge, J. M. (1989). The relationship between children's home experiences and their mathematical skills on entry to school. *Early Child Development and Care*, 43, 43-59.
- Young-Loveridge, J. M. (2004). Effects on early numeracy of a program using number books and games. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 82-98.

Anexos

Gráficas microgenéticas

Encima de cada gráfica se indica la sesión representada (S1, S2, S3, S4, S5). Abajo, al final, la flecha azul indica la duración máxima de las sesiones. Los espacios grises rayados representan los demás momentos de la tarea que no están evidenciados en el gráfico, así como períodos que no se relacionan con el juego (cuando la madre arregla la ropa del niño/a, le limpia la nariz, etc.). Las barras de colores representan las ocurrencias de las categorías en cada sesión (las definiciones de las leyendas pueden verse en el Capítulo III). La extensión horizontal de las barras es congruente con el tiempo de ocurrencia. Así, si uniésemos los tres gráficos de los tres momentos, por sesión, tendríamos una visión global de la sesión, con los tres momentos del juego (tirada del dado, cuantificación y avance).

Anexo A: DÍADA A

1) Tiradas del dado

Adulto

- Ilustración completa
- Corrección
- Prevención

Niña

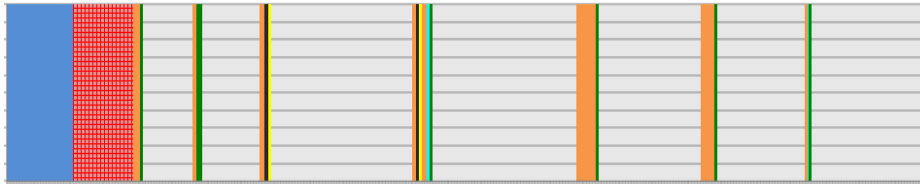
- Error
- Presentación N

Adulto y niña

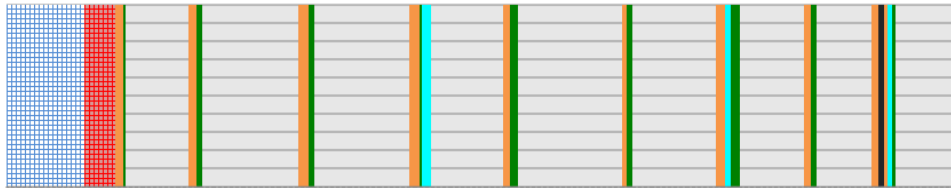
- Presentación Complementaria

- Instrucción
- Presentación A
- Acierto

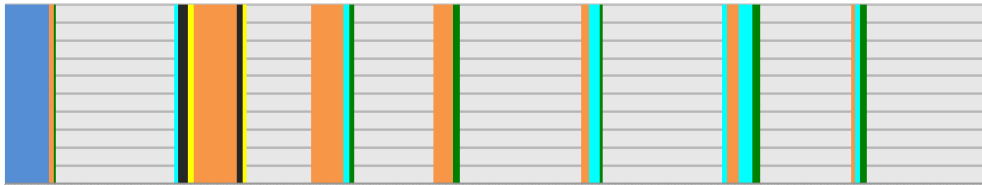
S1



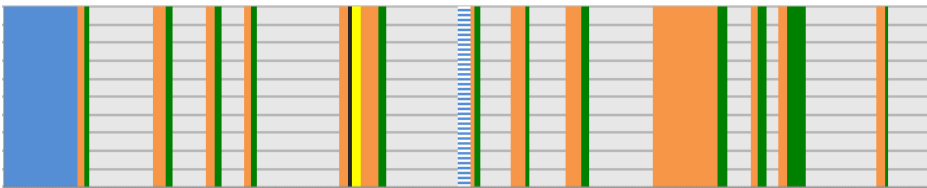
S2



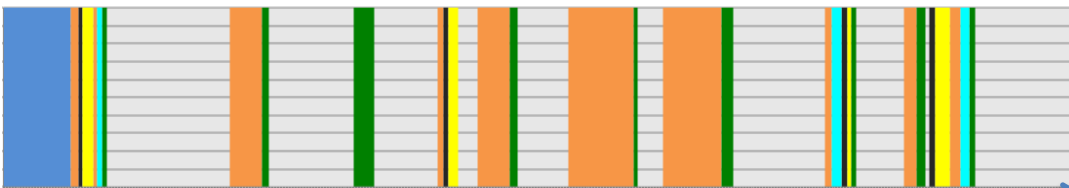
S3



S4

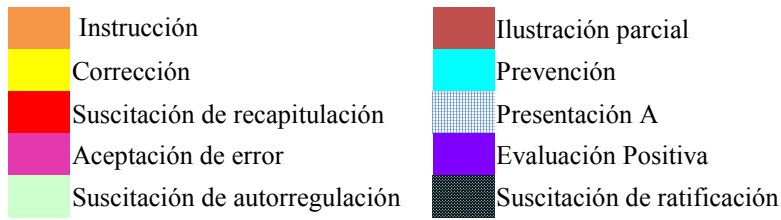


S5



2) Cuantificaciones de los puntos

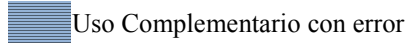
Adulto



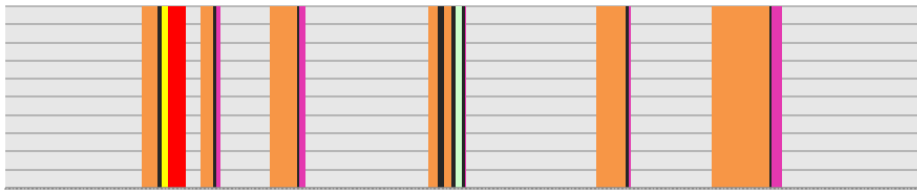
Niña



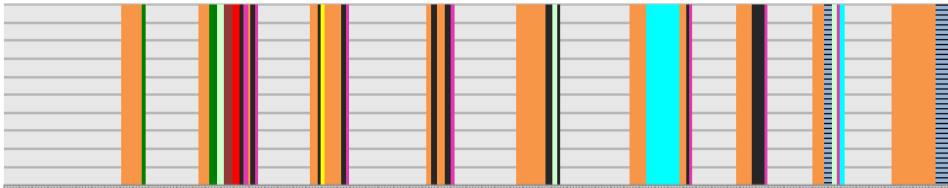
Adulto y niña



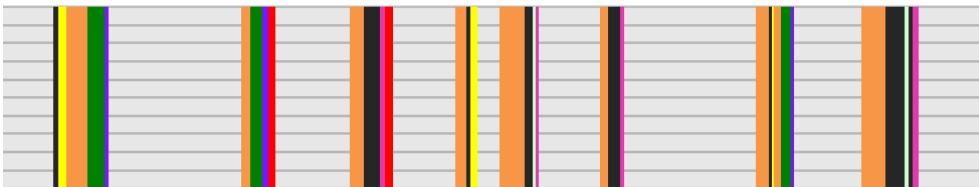
S1



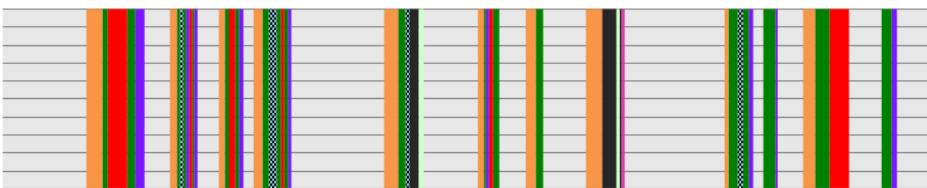
S2



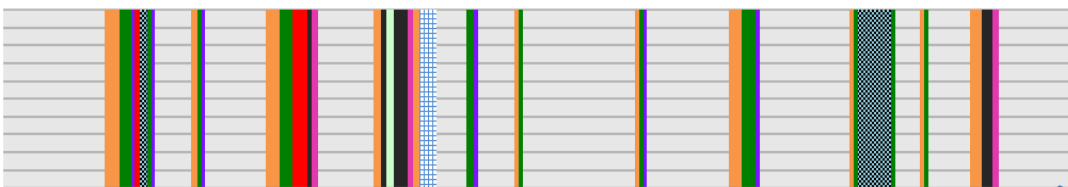
S3



S4

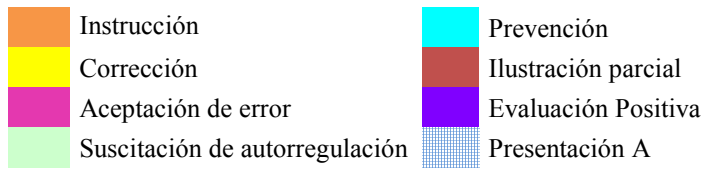


S5



3) Avances del caballo

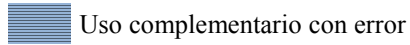
Adulto



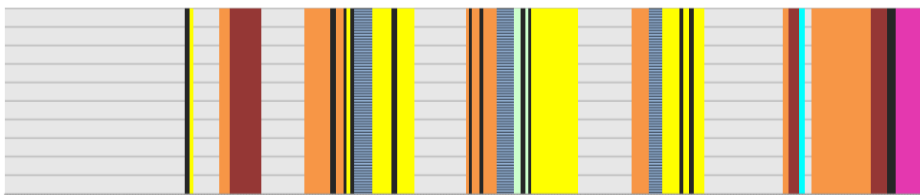
Niña



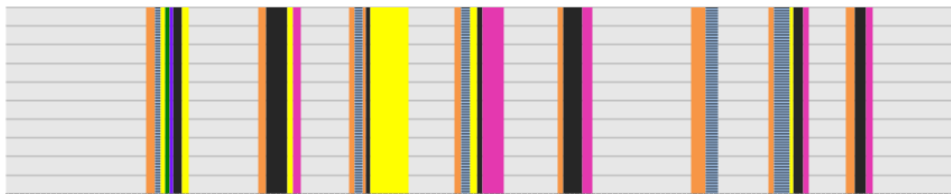
Adulto y niña



S1



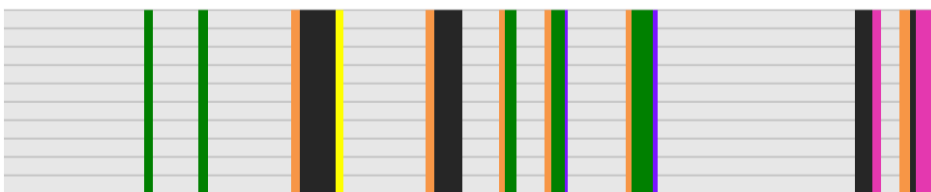
S2



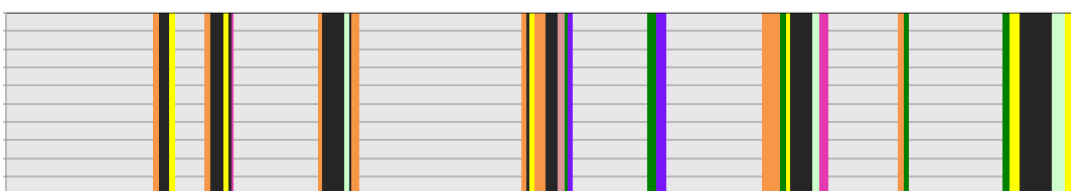
S3



S4



S5











6'04''




Anexo B: DÍADA B

1) Tiradas del dado


Adulto

	Presentación A		Ilustración completa
	Instrucción		Corrección
	Aceptación de error		Evaluación Positiva
	Prevención		Ilustración parcial

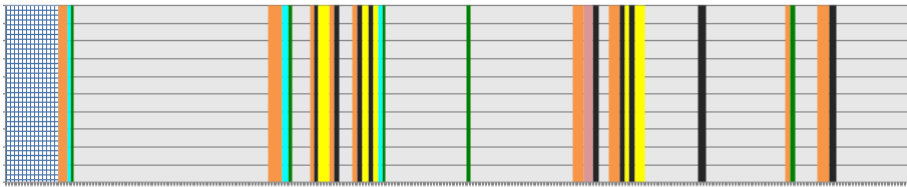
Niño

	Error		Acierto
	Autorregulación		

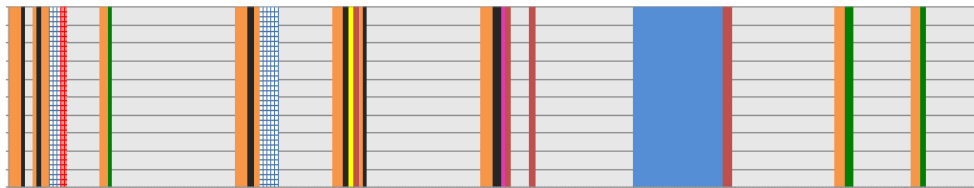
Adulto y niño

	Presentación Complementaria
---	-----------------------------

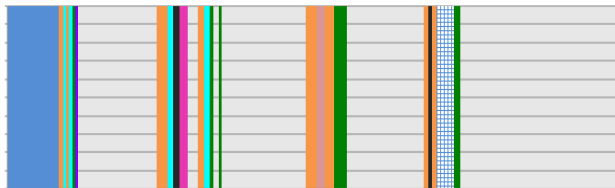
S1



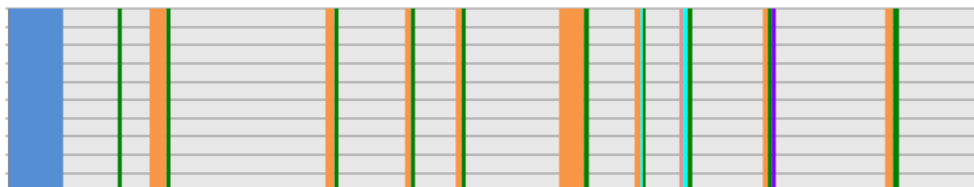
S2



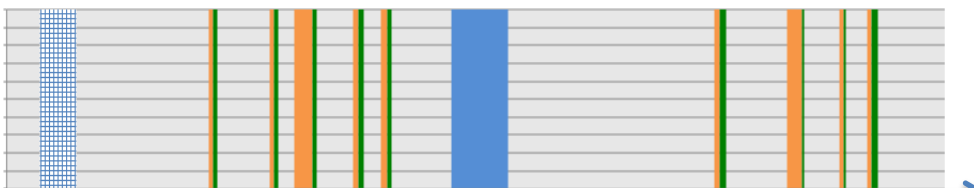
S3



S4

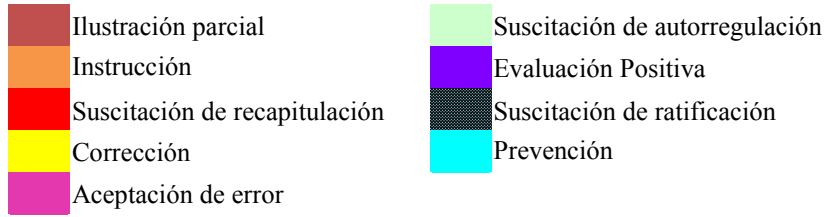


S5



2) Cuantificaciones de los puntos

Adulto



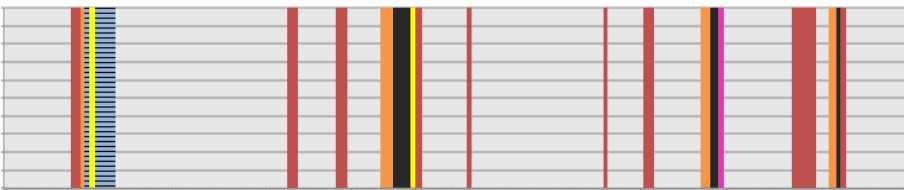
Niño



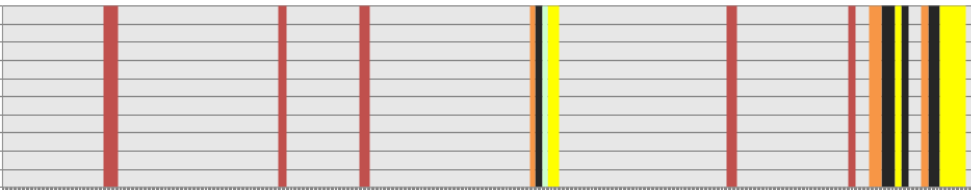
Adulto y niño



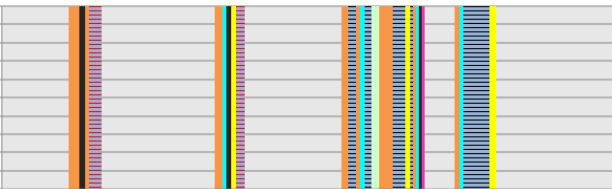
S1



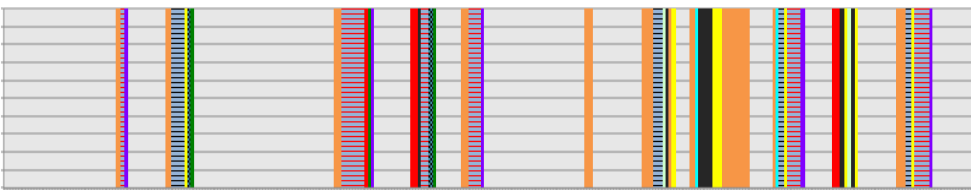
S2



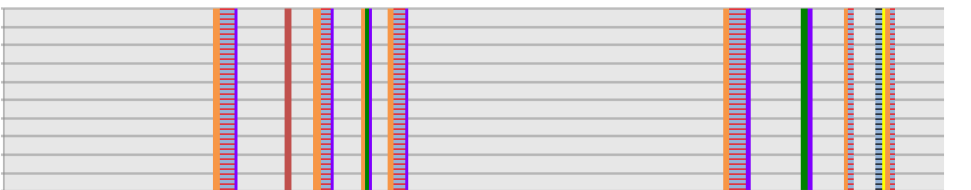
S3



S4



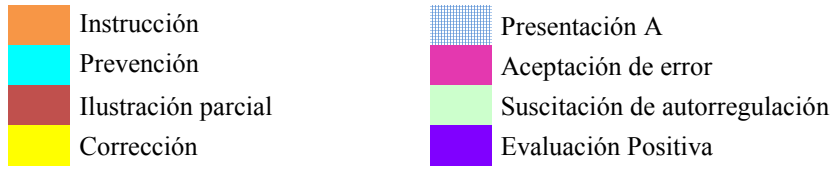
S5



5'49''

3) Avances del caballo

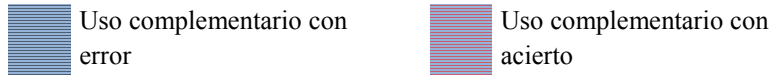
Adulto



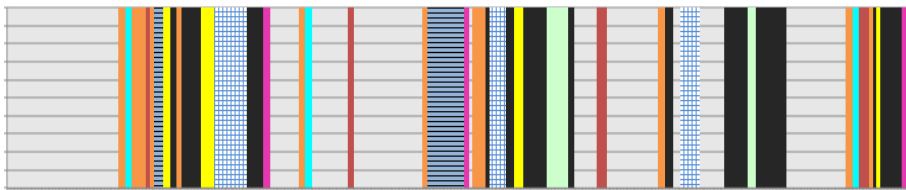
Niño



Adulto y niño



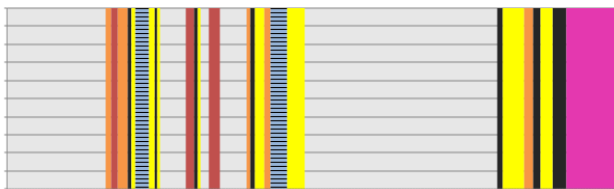
S1



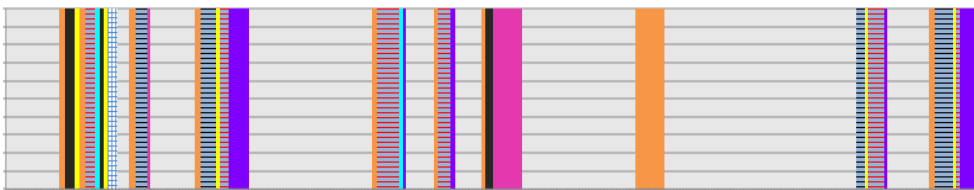
S2



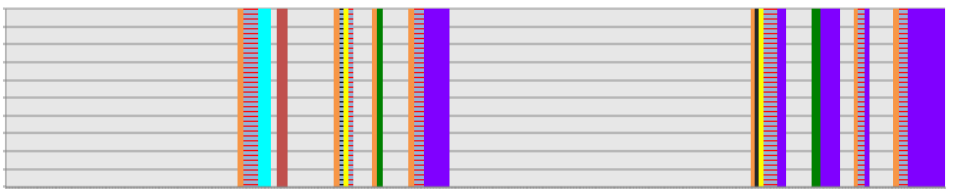
S3



S4



S5












5'49"

Anexo C: DÍADA C

1) Tiradas del dado

Adulto


-  Presentación A
-  Instrucción
-  Prevención
-  Corrección
-  Ilustración completa

-  Evaluación Positiva
-  Ilustración parcial
-  Suscitación de autorregulación
-  Aceptación de error

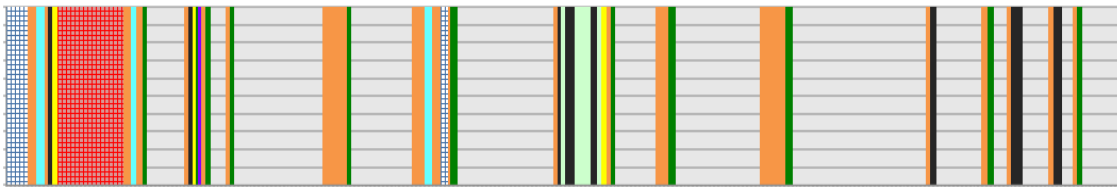
Niño

-  Error
-  Acierto

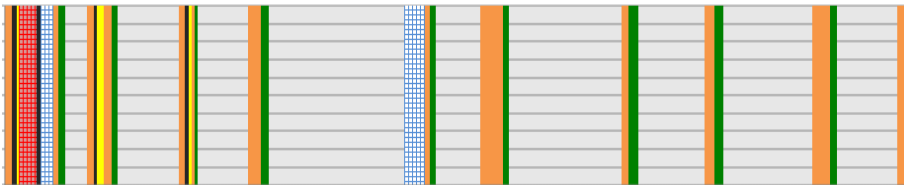
Adulto y niño

-  Presentación complementaria

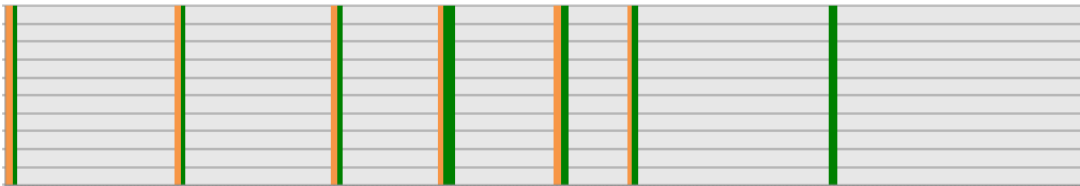
S1



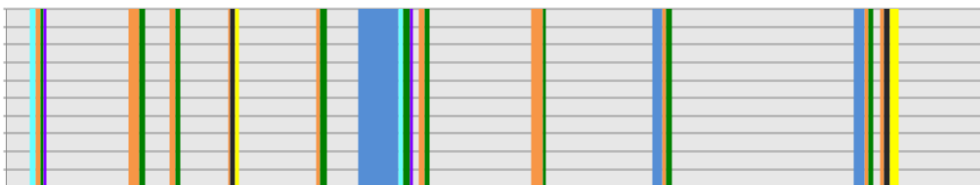
S2



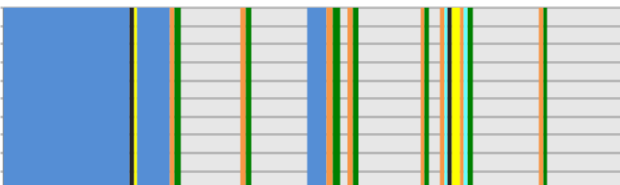
S3



S4



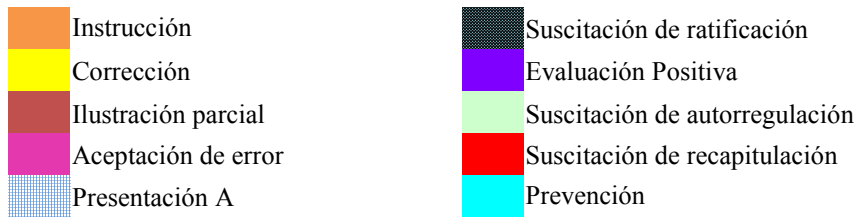
S5



6'28''

2) Cuantificaciones de los puntos

Adulto



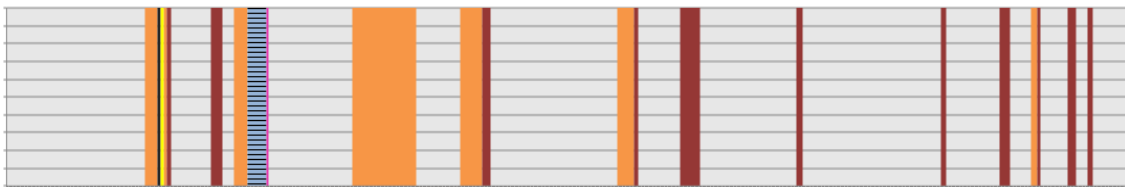
Niño



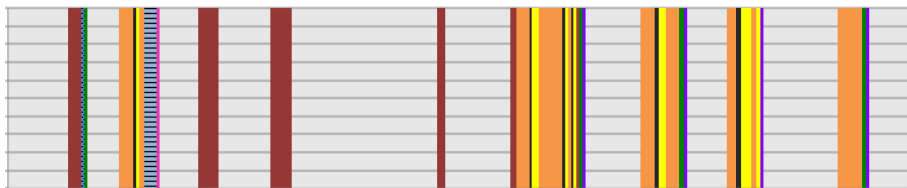
Adulto y niño



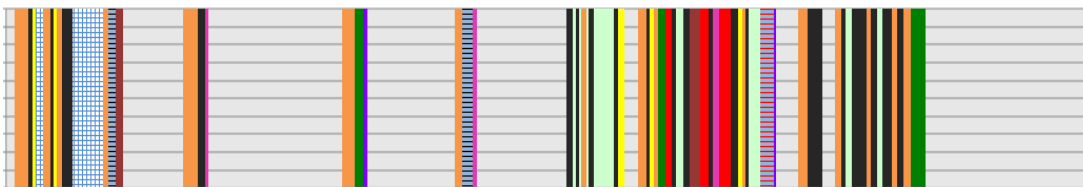
S1



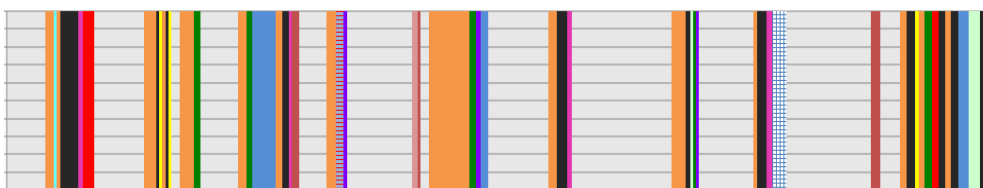
S2



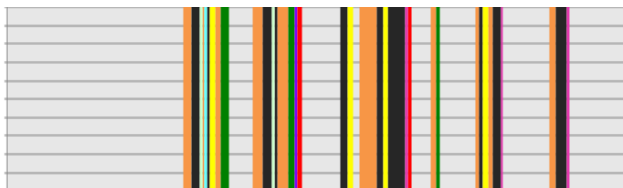
S3



S4








S5








6'28''

3) Avances del caballo

Adulto

-  Instrucción
-  Prevención
-  Ilustración parcial
-  Presentación A
-  Corrección



-  Evaluación Positiva
-  Ilustración completa
-  Aceptación de error
-  Suscitación de autorregulación
-  Suscitación de recapitulación


Niño

-  Error

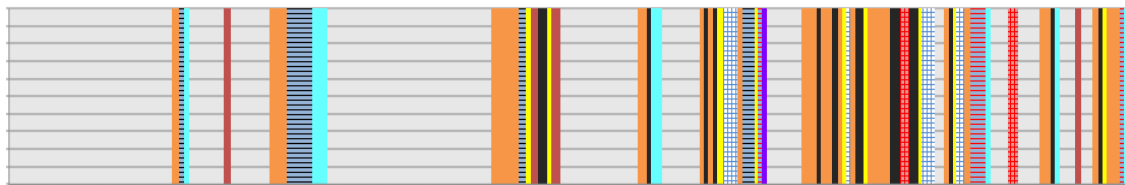
-  Acierto

Adulto y niño

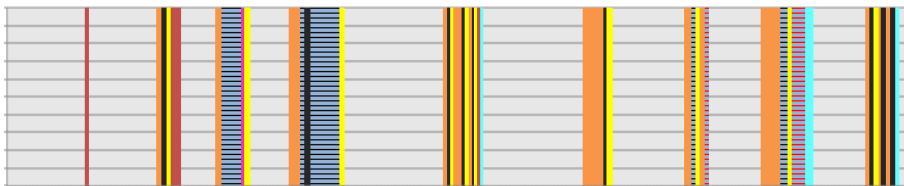
-  Uso complementario con error
-  Presentación complementaria

-  Uso complementario con acierto

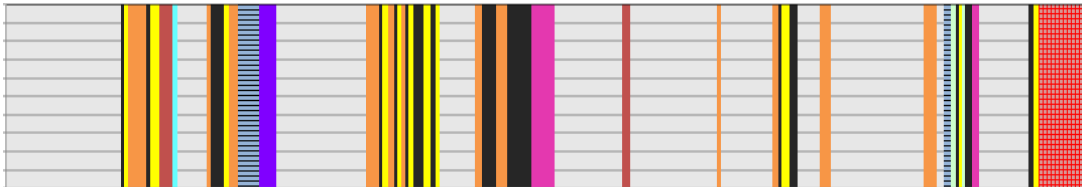
S1



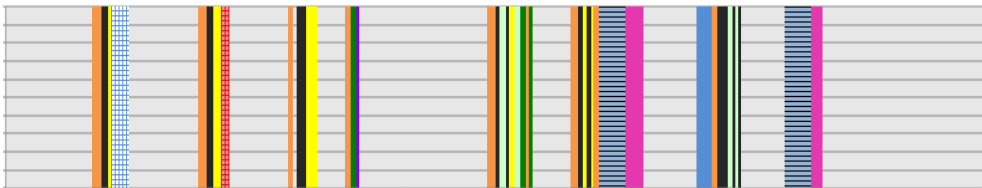
S2



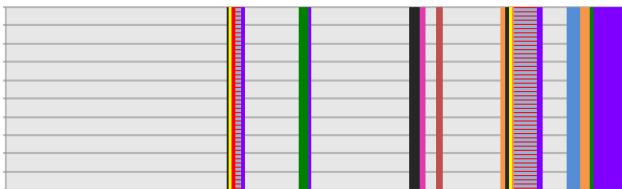
S3



S4



S5



6'28''