

**De la Relatividad de la Inercia a la Geometrodinámica
Intrínseca: Una Interpretación Relacional del Espacio-Tiempo**

Favio Ernesto Cala Vitery

**Universidad Autónoma de Barcelona
Departamento de Filosofía**

2006

**De la Relatividad de la Inercia a la Geometrodinámica
Intrínseca: Una Interpretación Relacional del Espacio-Tiempo**

Favio Ernesto Cala Vitery

Tesis presentada al jurado calificador como requisito para la obtención del título de DOCTOR EN FILOSOFÍA, con la orientación del Doctor Carl Hofer.

A la realidad le gustan las simetrías y los leves anacronismos.

Jorge Luis Borges

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi tutor, Carl Hoefler, por su valiosa colaboración y acierto al aconsejarme en aspectos importantes para pulir esta disertación, pero sobre todo por introducirme a esta literatura que ya debe suponer una forma de vida académica. Quiero mencionar especialmente a Adán Sus y Christopher Evans por su lectura comentada desde versiones preliminares de este documento.

También quiero agradecer al Centro de Estudios en Historia de las Ciencias (CEHIC), en cabeza de su director, Xavier Roqué, por su importante apoyo institucional durante todo el proceso de formación e investigación de doctorado.

No quiero dejar de mencionar a mis padres, Alirio Cala y Fulvia Viteri, a quienes este trabajo está dedicado, y agradecer, aparte de su invaluable apoyo, su voluntad de intentar entender qué es lo que hago.

Índice general

1. Introducción General	6
2. El Debate Original	13
2.1. Introducción	13
2.2. Newton	15
2.3. Leibniz	20
2.4. Sustancialismo Sofisticado en el Espacio Neo-Newtoniano	27
2.5. Mach	30
2.6. Mach, Einstein y TGR	37
3. De la Relatividad de la Inercia al Principio de Mach	54
3.1. Introducción	54
3.2. La Relatividad de la Inercia en la Teoría Einstein-Grossman	55
3.3. Sobre Einstein, De Sitter y la Cosmología Relativista	66
4. Efectos Machianos en TGR: Inercia Local	73
4.1. Introducción	73
4.2. Más sobre la relatividad de la inercia	79
4.3. Efectos Mach-Einstein en TGR	89

4.3.1.	Sobre los Cálculos de Thirring	91
4.3.2.	Sobre los Cálculos de Einstein	99
4.3.3.	Sobre los Cálculos de Brans	108
4.4.	Conclusión Preliminar: Más Allá del Principio de Mach	117
5.	Ontología del Espacio-Tiempo	127
5.1.	Introducción	127
5.2.	Emergiendo del Agujero	131
5.3.	Puntos sin Identidad Primitiva: ¿Relacionismo o Sustancialismo?	137
6.	Dinámica Relacional	167
6.1.	Introducción	167
6.2.	Dinámica de Partículas	169
6.3.	El Criterio de Poincaré	178
6.4.	Dinámica Intrínseca: Partículas	182
6.4.1.	Equilocalidad	185
6.4.2.	El Principio de Jacobi	190
6.5.	Relacionismo y Campos	199
6.6.	Dinámica Intrínseca: Geometrodinámica	208
7.	Conclusión	225

Capítulo 1

Introducción General

En la arena de la filosofía de la ciencia, ciertamente es común cuestionar la interpretación de la Mecánica Cuántica (MQ). Esto porque, a pesar del éxito generado por el uso, aplicación y desarrollo de su propio aparato formal, no estamos del todo persuadidos por la pintura que revela del mundo. Hay un problema de inteligibilidad. Su ontología, es decir, la interpretación de su formalismo, sigue siendo largamente discutida. Por otra parte, la interpretación de la Teoría General de la Relatividad (TGR), suele ser tomada por menos problemática a pesar de que importantes cuestiones estructurales no han estado exentas de un alto grado de controversia. Sin ir lejos, el cúmulo de dificultades para esclarecer el significado físico de la covariancia general, que seguramente es el rasgo más distintivo de TGR, es buena muestra de esto.

La revolución científica operada, conjuntamente, por la teoría de gravitación de Einstein y la Mecánica Cuántica supuso una profunda transformación de las concepciones fundamentales de la física. Newton había construido la teoría científica más exitosa que ha conocido la humanidad. Con su dinámica logró asentar bien las nociones de espacio, tiempo, gravitación e inercia. Nociones todas estas indispensables para tratar el problema del movimiento y nociones todas estas que culminan su transformación posterior con

la Teoría General de la Relatividad. En parte por esto, con el tiempo, la Teoría General de la Relatividad ha llegado a ser vista como la legataria natural de la dinámica newtoniana, mientras que la mecánica cuántica, al ocuparse fundamentalmente de cuestiones diferentes como la estructura de la materia y la naturaleza de la radiación, parece ajena a esta misma tradición.

Como resultado ha circulado la falsa impresión de que, al igual que la dinámica de Newton en su momento, la Teoría General de la Relatividad no tiene problemas de interpretación significativos. El error es doble. Primero, porque procede de la falsa opinión de que las nociones de espacio, tiempo, inercia y movimiento ‘bien establecidas’ por Newton fueron, o maduraron hasta llegar a ser, inobjetable. Segundo, porque, una vez reconocidas algunas de las objeciones a la ontología de la dinámica newtoniana, procede de la no menos infundada suposición de que éstas han sido superadas del todo por su heredera natural, la Teoría General de la Relatividad. No es este el caso.

La dinámica de Newton, más allá de su eficacia predictiva, resultó desde un comienzo controvertible. Entre otras razones porque ésta -contra Descartes- parecía conferir realidad física independiente al espacio y al tiempo. Huygens, encontró absurda la idea de un movimiento ‘verdadero’ sin relación a cuerpos materiales, y por esta misma vía, Leibniz intentó rebatir, desde un inicio, la existencia física independiente del espacio y el tiempo absolutos argumentando que el soporte físico del movimiento debería estar anclado en la materia y sus relaciones. Así nació el debate sobre la existencia física del espacio. Debate este que quedó documentado en la serie epistolar que sostuvo el propio Leibniz durante sus dos últimos años de vida (1715-1716) con S. Clarke, fiel portavoz de Newton.

El relacionismo de Leibniz fue recogido por el obispo Berkeley (1712), aunque sus objeciones al espacio absoluto newtoniano tomaron mejor forma, más tarde, con la crítica efectiva de Mach a la dinámica newtoniana. Mach no dudó en tildar de atavismo medieval a cualquier intento de conceder realidad física al espacio absoluto (1883, p.272). Y aunque el espacio invisible le pareciera una monstruosidad metafísica, hizo bien en reconocer que para proporcionar una ontología relacional alternativa se debía enfrentar el problema de la inercia. Poincaré y Einstein también se subieron al carro relacional, pero fue este último quien entendió, en la línea de Mach, que para erradicar la existencia física del espacio absoluto había que amarrar la estructura inercial de la dinámica a la distribución de materia estelar. A la idea terminó bautizándola como el Principio de Mach (Einstein, 1918).

Pero, ¿Reivindica, finalmente, la Teoría General de la Relatividad el relacionismo à la *Leibniz-Mach* como Einstein pretendía? O, por el contrario, ¿En la tradición newtoniana, afirma la existencia independiente del espacio-tiempo, en este caso?

Intentar responder a esta pregunta de dos caras será el primordial objetivo de esta disertación. La cuestión parece estar lejos de ser zanjada.

En las tempranas interpretaciones positivistas de TGR, la vertiente relacional fue felizmente patrocinada. Hans Reichenbach, por ejemplo, enfatizó el carácter empírico de la geometría física promoviendo, en este sentido, una lectura relacional de la teoría (Reichenbach, 1928 [1954]). Pero hacia finales de los 60s y principios de los 70s, el panorama había cambiado. Tras el bache en el interés general por el trabajo en gravitación, la Teoría General de la Relatividad encontró restaurada su popularidad de la mano de la cosmología relativista (inflacionaria). Por entonces el positivismo estaba de salida y, a

tenor del difundido realismo científico, el espaciotiempo, en la forma de la estructura topológica diferencial de la variedad (manifold), empezó a ser visto como una entidad inteligible con independencia de la presencia de objetos materiales. Esta fue sin duda la posición mayoritaria (Stein 1967, Earman 1970, Nerlich 1976, Field 1980, Friedman 1983), aunque estaba lejos de la unanimidad (van Frassen 1970, Grünbaum 1973). Esta posición recibió el nombre, canónico ya, de sustancialismo¹.

En el panorama actual, al parecer, corren buenos tiempos para el sustancialismo. La interpretación más consensuada de TGR toma ésta como una teoría sustancialista sobre el espaciotiempo. Aunque, a raíz del redescubrimiento por parte de Earman y Norton (1987) del viejo argumento del agujero de Einstein (1913), el sustancialismo de hoy difiere en buena medida del de antes. Esto porque, según Earman y Norton, si se suscribe una interpretación realista sobre la existencia física del espaciotiempo en la forma de la variedad, una vez entendido el argumento del agujero, éste conlleva una inconsistencia interpretativa para el sustancialista; a saber, TGR debe entenderse como una teoría indeterminista. Y esto, evidentemente, contradice la interpretación estándar implicada en su práctica científica. La reacción más natural ha sido salvar el determinismo típico de la teoría y conservar, compatiblemente, su interpretación sustancialista. El resultado es un tipo de sustancialismo sofisticado (SS) -nombre canónico ya- que ha hecho bien en señalar que la variedad no tiene las propiedades, ni cumple las funciones paradigmáticas del espacio (y el tiempo) newtoniano. Se argumenta que para suplir esta falta de estructura y alcanzar el estatus ontológico de un espaciotiempo en toda regla, la variedad debe estar equipada al menos con las estructuras espaciotemporales o cronogeométricas que

¹En realidad el nombre acostumbrado es *substantivalism*, extraño vocablo del inglés, que traduzco aquí como *sustancialismo*. Aunque alguien podría encontrar más conveniente el uso, igualmente extraño, del término *substantivalismo*.

típicamente hacen inteligible cualquier espaciotiempo y su dinámica. Éstas son esencialmente estructuras métricas. El sustancialismo de hoy (SS) considera, en consecuencia, al espaciotiempo como una entidad real compuesta por la dupla variedad+métrica (M,g) . Como se advertía, este es el veredicto mayoritario (Mundy 1992, Brighthouse 1994, Di Salle 1994, Hoefler 1996, Bartels 1996, Pooley 2002). Aunque no unánime (Stachel 1993, Rovelli 1997).

En todo caso hay quien ha llegado a afirmar que el debate entre sustancialistas y relacionistas está gastado, en parte porque las categorías que presumiblemente permitían en los tiempos de Leibniz y Newton una distinción clara a los participantes de cada costado, hoy se proyectan difusamente en TGR y en general en las teorías de campo actuales (Malament 1976, Rynaciewicz 1996). Supuestamente Newton y Leibniz podían darse el lujo de saber de que estaban hablando.

Estoy en desacuerdo. Corresponde a la buena filosofía aclarar estas cuestiones. Y es que la interpretación relacional de la dinámica clásica ha sido proscrita por la evidencia histórica de que ni Leibniz, ni Mach, ni algún seguidor suyo, construyeron en su momento alguna dinámica relacional alternativa de la de Newton. A mi juicio, en parte por esto la interpretación mayoritaria de TGR ha entendido el espaciotiempo como una entidad sustancialista *à la* Newton. Aunque entiendo que, tomando a la dinámica newtoniana como referente único para la interpretación de TGR, la ontología del espaciotiempo no deja de resultar ambigua. Esta es la fuente de la tensión y el desencanto. Creo que pueden ser subsanados.

Versiones alternativas de la dinámica clásica han sido construidas, después, en la era relativista (Zanstra 1928, Barbour y Bertotti 1977, 1982). Quizá por esto hayan

sido largamente ignoradas. Una vez superada la física de Newton, ¿Qué importancia científica puede tener una dinámica clásica (no relativistas) alternativa? Planteada así, la respuesta a esto puede resultar controvertible, pero no parece sensato ignorar el posible impacto de las dinámicas alternativas relacionales en la discusión que nos ocupa.

Esto porque si, a la par con la dinámica tradicional sustancialista newtoniana, podemos contar con una teoría relacional *à la* Leibniz- Mach, se esperaría que una proyección de sus respectivas ontologías al debate actual permita una discusión más clara y, por lo mismo, facilite también el avance hacia un conocimiento mejor de la ontología del espaciotiempo. Mi impresión es que una vez hecho esto, la Teoría General de la Relatividad debe ser mejor entendida como una teoría relacional sobre el espaciotiempo.

Para argumentarlo, la arquitectura de este escrito será edificada de esta manera: En el siguiente capítulo, el capítulo 2, introduzco el debate original tratando de perfilar los argumentos más conocidos de sus participantes iniciales. Aparte de revisar brevemente, el famoso experimento del vaso de Newton y los argumentos recogidos en la polémica Leibniz-Clarke, me detengo especialmente en la crítica de Mach, antes de intentar diferenciar lo propuesto por él de lo finalmente hecho por Einstein.

Como el interés está puesto en la posible interpretación relacional de TGR resultará de especial importancia hacer una reconstrucción de la sinuosa historia conceptual seguida por el propio Einstein en su intento de extender el principio de relatividad restringido al tiempo que intentaba confeccionar una teoría de gravitación e inercia relacional machiana. De esto tratan el capítulo 3 y el capítulo 4. Aunque en el capítulo 4, el enfoque está puesto en los, aquí llamados, efectos Mach-Einstein y la historia concerniente a las dificultades para componerlos como algún tipo de prueba de la posible

concordancia teórica y experimental de TGR con la interpretación relacional de la inercia.

El capítulo 5 está destinado a tratar la ontología del espaciotiempo. Para esto se introduce el debate sobre la naturaleza del espaciotiempo en el contexto actual de la teoría de campos y se anticipan algunas de las conclusiones que considero relevantes para la discusión. Éstas dependen, en cierta medida, de la posibilidad (hipotética o concreta) de tener una lectura relacional alternativa de la dinámica clásica y su posible proyección a las estructuras de las teorías de campo relativistas. Por esto, en el capítulo 6, presento un análisis cuidadoso de las teorías clásicas creadas por Barbour y Bertotti (1977 BB1, 1982 BB2), antes de examinar la posible autoridad de esta ontología relacional en la posterior presentación geometrodinámica intrínseca de TGR. El resultado anticipado, espero, debe ser una lectura más natural de TGR en la línea relacional.

Capítulo 2

El Debate Original

2.1. Introducción

Se acostumbra afirmar que en buena medida la física moderna debe su origen al esfuerzo consistente por encontrar la unidad formal de un problema singular. Se trata del que la filosofía natural, desde Aristóteles, planteaba como el problema del movimiento local. Todo esto porque, antes de Newton, quienes se ocuparon de estudiar el movimiento local, que comprendía la caída de los graves, las órbitas planetarias y las trayectorias de proyectiles, buscaron expresar de una forma más o menos inteligible lo que significa que un cuerpo se mueva de un lugar a otro. En el fondo de la cuestión siempre estuvo latente la discusión sobre la naturaleza del espacio y el tiempo. Y esta cuestión de fondo nos sigue ocupando.

Discutiendo el asunto, Newton y Leibniz ya anticiparon que la ontología de la física es un territorio de delicada labranza. Dejaron documentada su discusión al respecto en la polémica epistolar entre Clarke, portavoz de Newton, y el propio Leibniz. La tradición recogió del enfrentamiento dos posiciones encontradas que pretendían responder a la siguiente cuestión: ¿Son el espacio y el tiempo entidades físicas reales en toda regla o

simplemente un conjunto de relaciones entre cuerpos materiales?

La herencia reciente del debate original ha denominado **sustancialista** a la posición según la cual, siguiendo a Newton, el espacio es una entidad física que no debe su existencia a la presencia de objetos materiales y **relacionista** a la posición según la cual, siguiendo a Leibniz, el espacio no es otra cosa que el conjunto de relaciones entre objetos materiales coexistentes. Consideraciones similares sobre la naturaleza del tiempo son defendidas por los correspondientes costados del debate. Entretanto, mientras que para el sustancialista el espacio puede ser considerado como una especie de contenedor o receptáculo para los objetos materiales y, en consecuencia, como el soporte universal de los fenómenos físicos, para el relacionista afirmar la sustancialidad (existencia) del espacio parece una concesión metafísica dañina o un mal truco de lenguaje. Para él, existe la materia y sus relaciones.

Del debate original (R-S) se acostumbra afirmar que hemos aprendido que el relacionista puede objetar, amparado en consideraciones epistemológicas, la invisibilidad del espacio. Ésta lleva al sustancialista a afirmar la existencia de situaciones físicas ontológicamente diferentes pero físicamente (experimentalmente) indistinguibles. El espacio newtoniano permite este tipo de cosas y, discutiblemente, esto raya en el absurdo metafísico.

Por otra parte, Newton y la tradición sustancialista pudieron desechar esta objeción cargando a los relacionistas con la pesada loza de la inercia. Y esta no es una loza meramente epistémica. El cambio relacional, es decir, el cambio en la configuración relativa entre objetos materiales coexistentes resultaba insuficiente para proveer una justificación dinámica de los efectos inerciales.

En las postrimerías del siglo XIX, Mach, siguiendo a Leibniz, intentó defender la interpretación relacional del espacio. Esbozó un programa relacional que permitiría soportar la loza de la inercia. Más tarde en 1916, Einstein, acuñando el principio de Mach, afirmó su satisfacción por haber estructurado una teoría relacional machiana con su Teoría General de la Relatividad (TGR). Hoy esta afirmación sigue siendo discutible. Y su discusión es el objeto central de este estudio. En consecuencia, mi atención se centrará especialmente en el trabajo de Einstein y en el desarrollo ulterior de TGR.

En todo caso, aunque el debate original pueda resultar familiar, empezaré por hacer una presentación breve de los argumentos inaugurales de sus protagonistas antes de entrar en consideraciones más detalladas sobre el color que tomó el proyecto relacional en manos de Einstein.

2.2. Newton

Inmediatamente después de sus definiciones, abriendo el escolio a sus Principia, Newton escribe (Newton, 1687 [1934] pp.6-7):

Absolute space in its own nature without relation to anything external, remains always similar and immovable.

Y, seguidamente:

Absolute motion is the translation of a body from one absolute place into another.

Se ve que el escolio, para nuestro interés, supone la presentación inaugural de la tesis sustancialista. En el caso de Newton ésta puede sintetizarse así:

A_N) El espacio absoluto (sustancialista) existe como una entidad en toda regla.

B_N) El movimiento absoluto es real.

C_N) El movimiento absoluto es el movimiento con respecto al espacio absoluto.

En la dinámica de Newton, el espacio absoluto está puesto como un asiento indispensable para referir el movimiento real. Pero dada la invisibilidad del espacio absoluto, este tipo de movimientos no pueden detectarse de una manera similar a la empleada para movimientos relativos ordinarios. Esto es, mediante la observación directa del cambio relativo entre las distancias que separan dos -o más- objetos. Además, Newton advierte que las distancias relativas entre objetos materiales no sirven para distinguir si los cuerpos están en un sistema de referencia en reposo absoluto o se mueven en un sistema inercial (un espacio relativo, utilizando su terminología). Más aún, desde la mecánica newtoniana no existen diferencias dinámicas entre el movimiento uniforme relativo y el movimiento uniforme absoluto. Así que, en parte para justificar su definición del movimiento absoluto, Newton remite la distinción entre movimientos absolutos y relativos a las causas o efectos respectivos. Estas causas y efectos tienen su manifestación dinámica en sistemas no inerciales. En parte por esto, Newton ha ideado su argumento desde los experimentos del vaso en rotación y el de la cuerda tensada por dos esferas en rotación. Antes de explicarlos Newton deja clara la razón para los mismos:

The effects which distinguish absolute from relative motion are, the forces of receding from the axis of circular motion [centrifugal]. For there are no such forces in a circular motion purely relative, but in a true and absolute

circular motion, they are greater or less, according to the quantity of the motion.

El primer experimento, el del vaso de agua, pretende ser un experimento real. En éste suponemos que de una cuerda en rotación pende un vaso lleno de agua. Las paredes del vaso comunican paulatinamente su rotación al agua hasta que ésta alcanza la misma velocidad que aquellas. Sobre la superficie del agua, plana antes de la rotación, se observa un ahuecamiento. Las paredes del vaso y el contenido de agua giran, finalmente, al unísono alcanzando el reposo relativo. ¿Dónde reside la fuente del ahuecamiento?

Este es el núcleo del argumento ofrecido por Newton. El agua del vaso tiende a alejarse del eje produciendo la concavidad en la superficie. Decimos que esto sucede cuando el agua rota. Debido al reposo relativo entre el agua y las paredes del vaso al final, cuando la concavidad es máxima, concluimos que la rotación que produce efectos dinámicos efectivos es la rotación absoluta del vaso en el espacio (absoluto) y no la rotación relativa del agua con respecto a su contenedor inmediato, el vaso.

Aunque en la tradición de autores importantes como Reichenbach (1957, p.213), Nagel (1961, p. 209) y el propio Mach, el experimento del vaso fue leído como si con éste Newton hubiera pretendido mostrar la existencia del espacio absoluto, una lectura más acertada de su estructura argumental indica que Newton tenía en mente la refutación de la concepción cartesiana del movimiento cuando lo escribió. Este es un punto defendido con claridad por Laymon (1978) y Rynasiewicz (1995). La cuestión es que la concepción cartesiana del movimiento pasa por afirmar que el movimiento absoluto y verdadero es el movimiento relativo a los cuerpos de la vecindad inmediata, a los cuerpos contiguos. Y, al igual que en la mecánica de Newton, en la formulación cartesiana el movimiento

verdadero debe producir efectos dinámicos efectivos. Es por esto que, evidentemente, el experimento de Newton sirve mejor para mostrar que su definición del movimiento absoluto es consistente y la cartesiana no lo es tanto ya que el contenedor inmediato del agua -el vaso- no parece generar la curvatura en el agua.

La estructura del argumento del vaso en rotación no pretende mostrar *per se* la sustancialidad del espacio absoluto¹.

Su lectura ordenada revela, más bien, que si tomamos por sentada la dinámica de Newton, el vaso funciona como un buen ejemplo para distinguir movimientos absolutos de movimientos relativos. Es decir si partimos, *ab initio*, de la idea de un espacio absoluto, las definiciones de la dinámica resultan bien sentadas y permiten una clara distinción del movimiento absoluto. El movimiento absoluto está bien definido. El argumento no muestra, ni pretende mostrar, la imposibilidad de una dinámica relacional ni la imposibilidad de un principio de relatividad generalizado. Entonces, ¿cuál es el problema para el relacionalista? Simplemente que la interpretación tradicional sustancialista de la dinámica de Newton funciona. Y, se esperaría que a su costado el relacionalista ofreciera, al menos, una dinámica relacional igual de consistente. Las credenciales empíricas de la dinámica de Newton parecen haber puesto esta labor cuesta arriba para Leibniz, Berkeley e incluso para Mach.

¹No sobra remarcar que aquí, y en adelante, por la sustancialidad del espacio me refiero a su categoría ontológica como entidad física real independiente de la materia ordinaria. En este sentido el significado del vocablo ‘sustancia’ difiere notablemente del que el propio Newton hubiera aceptado. Así que, aunque Newton afirmó la realidad del espacio, llegó a rechazar -como Leibniz- que se tratara de una sustancia. En todo caso el rechazo de Newton a la sustancialidad del espacio es de una naturaleza harto distinta a la discutida aquí. Newton aborrece pensar que el espacio sea una sustancia básicamente porque éste no actúa como lo hace la materia ponderable (no interactúa, no reacciona y no puede desplazarse) y además de esto no genera percepciones sensitivas (es invisible). Para un estudio cuidadoso al respecto véase Stein (2002).

El asunto de las credenciales empíricas del movimiento absoluto es tratado en el escolio por Newton en el segundo experimento rotacional. Curiosamente, este es un experimento mental. En éste, dos globos atados por una cuerda, en un universo vacío, giran en torno a su centro de gravedad común generando una tensión en la cuerda. Newton indica cómo determinar la velocidad y el sentido de la rotación de los globos: aplicando fuerzas sobre el par de caras complementarias de los globos se puede aumentar (o disminuir) la tensión de la cuerda. La misma fuerza aplicada sobre el par de caras opuestas disminuye (o aumenta) la tensión. Esto, hipotéticamente, debe poder hacerse en un universo vacío o debe resultar, al menos, cuando no hay ningún cuerpo de referencia exterior al sistema para determinar la rotación. La conclusión newtoniana debería ser que la rotación se realiza con respecto al espacio absoluto.

La razón para entenderlo así, suponiendo que el experimento funciona, es que las distancias relativas entre los dos globos, independientemente del cambio en la tensión de la cuerda, son constantes. De igual forma las distancias entre todas las partes materiales que componen el sistema permanecen (al menos mientras no se presenten deformaciones) inalteradas. De modo que a partir de las relaciones (distancias) entre las partes materiales que componen el sistema no parece posible encontrar una justificación dinámica para las variaciones en la tensión de la cuerda. Desde la perspectiva relacional todas las tensiones sucesivas corresponde a la misma configuración material. En este caso no parece existir un criterio dinámico para distinguir el reposo, por ejemplo, de la rotación común de las esferas. Este es el nudo del asunto ya que por su parte Newton cuenta con el espacio absoluto para justificar su distinción dinámica. El espacio absoluto le permite salir de la restricción al conjunto limitado de las distancias entre partes materiales del sistema.

Newton cuenta con las partes del espacio, los puntos del espacio que persisten en el tiempo. Y éstos proveen un sistema de referencia que permite hablar convenientemente incluso de la ubicación de cada punto material en el espacio en instantes distintos sin relación a marca material alguna. Tiene sentido entonces, para Newton, hablar de la distancia entre el punto del espacio que ocupaba un cuerpo en este instante y el punto en el espacio ocupado por el mismo cuerpo poco después sin relación a objetos exteriores.

De cualquier forma, aunque Newton cuenta con la nada despreciable ventaja del vasto conjunto formado por las partes del espacio y sus relaciones, estas consideraciones resultaron insuficientes para Leibniz, fundador canónico de la tesis relacional. Seguidamente introduzco algunos de sus argumentos más celebrados.

2.3. Leibniz

Los argumentos más conocidos utilizados por Leibniz para ‘refutar’ la sustancialidad del espacio se encuentran documentados en la correspondencia epistolar que sostuvo con Samuel Clarke -portavoz oficial de Newton- durante los años de 1715-1716. Esta serie de cartas abarcan un considerable número de cuestiones filosóficas, teológicas y físicas. Pero, sobre todo, la *correspondencia* es considerada como el *Locus Classicus* del debate original. Allí, Leibniz defiende su tesis relacional. Sin más preámbulos, ésta puede bien abreviarse así:

A_L) El espacio no es una entidad física real en toda regla (‘not a substance, or at least an absolute being’. Alexander 1984 p. 26.). Para referirnos a él tenemos el conjunto ordenado de relaciones entre objetos materiales coexistentes.

B_L) Todo movimiento es movimiento relativo entre cuerpos materiales.

Sin embargo,

C_L) Existe el movimiento absoluto, pero este no es un movimiento con respecto al espacio absoluto. Es un movimiento cuya causa es intrínseca al propio cuerpo en movimiento (‘When the immediate cause of the change is in the body, that body is truly in motion’. Alexander 1984 p.74.)

Los principales argumentos para A_L son conocidos como los desplazamientos de Leibniz (Leibniz shifts). En ellos se cuestiona la sustancialidad del espacio imaginando el mundo situado en otra parte o moviéndose en conjunto. Por otra parte, C_L suele ser omitido en las discusiones sobre el relacionismo de Leibniz, pero es importante mencionarlo porque una de las definiciones más conocidas del relacionismo afirma lo siguiente (Earman, 1989 p.12):

R1 All motion is the relative motion of bodies, and consequently, space-time does not have, and cannot have, structures that support absolute quantities of motion.

Aunque Leibniz no deje del todo claro cuáles sean las estructuras que soportan C_L (podríamos incluir, por ejemplo, la topología, la simultaneidad absoluta, la geometría) se ve que *R1* no sintetiza fielmente el relacionismo originario de Leibniz. En todo caso a este respecto Earman concede que la doctrina de fuerza de Leibniz amenaza la concepción relacional del movimiento. La relación entre las concepciones de sustancia, espacio y la metafísica de Leibniz ha sido bien estudiada por Winterbourne (1981) y Cover y Hartz (1988). Saunders (2003) ha estudiado la relación de los principios de leibniz (PII y PSR)

con la física. Sin embargo, el estudio de la posible proyección de la noción de fuerza de Leibniz en una la forma de una dinámica leibniziana y el vínculo de ésta con su propia metafísica es quizá un tema poco tratado en la literatura.

En todo caso, para nuestro interés, el estudio de la naturaleza del movimiento y su relación con las estructuras espaciotemporales es seguramente el asunto más importante para la comprensión del debate original y su subsecuente desarrollo. Sin embargo, su relación es más compleja que la enunciada en *R1*. Ésta no corresponde a la fidelidad histórica, ni al rigor filosófico (Rynasiewicz 2000 p.76). Basta con mencionar que en TGR pueden definirse movimientos absolutos en modelos cosmológicos completamente relacionales. También puede hacerse en presentaciones relacionales recientes de la dinámica clásica como las desarrolladas por Barbour y Bertotti (1977, 1982). Sobre esto se volverá más adelante. Por ahora centramos la atención en los argumentos antisustancialistas originarios de Leibniz.

De éstos, el argumento más famoso contra el substancialismo se origina en una situación hipotética planteada por Clarke. Fue Clarke quien primero imagino el mundo desplazado o en movimiento sin que las relaciones espaciotemporales entre los objetos materiales que lo componen resultaran modificadas. Esto debía producir situaciones ontológicamente distintas que servían de apoyo al substancialismo. Pero Leibniz, amparado en su Principio de Razón Suficiente (PRS) y su Principio de Identidad de los Indiscernibles (PII), revirtió el argumento a su favor. Esto fue lo que escribió en su tercera carta (Alexander 1984, p. 26):

I say then that, if space was an absolute being, there would something happen for which it be impossible there should be sufficient reason. Which is against

my axiom. And I prove it thus. Space is something absolutely uniform; and, without the things placed in it, one point of space does not differ in any respect whatsoever from another point of space. Now from hence it follows, (supposing space to be something in itself, besides the order of bodies among themselves,) that 'tis impossible there should be a reason why God, preserving the same situations of bodies among themselves, should have placed them in space after one certain particular manner, and not otherwise; why everything was not placed quite the contrary way, for instance, by changing East into West. But if space is nothing else, but that order of or relation; and is nothing at all without bodies, but the possibility of placing them; then those two states, the one such as it now is, the other supposed to be quite the contrary way, would not at all differ from one another. Their difference therefore is only to be found in our chimerical supposition of the reality of space itself. But in truth the one would exactly be the same thing as the other, they being absolutely indiscernible; and consequently there is no room to enquire after a reason of the preference of the one to the other.

El argumento de Leibniz se apoya en la suposición de que PRS y PII son principios filosóficamente fuertes. Esto puede resultar objetable en la filosofía reciente. El primer principio es un principio de orientación teológica que puede tener una interpretación causal. En esta línea se diría que como Dios no tiene ninguna razón para producir mundos distintos indistinguibles, a cada diferencia actual observada en el mundo real debe corresponder una diferencia en la disposición original del mundo. Es decir, disposiciones distintas del mundo deben producir mundos actuales diferenciables. Es por esta vía que

PSR está conectado con PII. Éste último afirma que hablar de situaciones del mundo ontológicamente distintas pero indistinguibles no tiene sentido. En todo caso PII tiene algo más de repercusión si el criterio de indistinguibilidad se entiende en términos de indiscernibilidad empírica ya que en este caso el principio tiene implicaciones físicas y se arguye que su aplicación funciona como una especie de cura preventiva para desaciertos metafísicos en nuestras teorías físicas.

Con PII, Leibniz cuestionó la identidad de los puntos del espacio. La persistencia, o identidad, de los puntos del espacio invisible a través del tiempo proporcionó a Newton un sistema de referencia universal que, en principio, permitió una definición sólida del movimiento absoluto. Pero Leibniz advierte que si el mundo estuviera en *otra parte* esta identidad produciría situaciones ontológicamente redundantes y esto, al parecer, es una carga metafísica innecesaria. La identidad de los puntos del espacio es, pues, un atributo exclusivo de la tesis sustancialista. Su rechazo obedece a un principio cuya motivación es estrictamente relacional, pero que algunas formas de substancialismo reciente han adoptado. Sobre esto se volverá más adelante.

En la tercera carta a Clarke, PRS y PII son utilizados por Leibniz para refutar el espacio sustancialista imaginando, como Clarke, el mundo material en *otra parte* o invertido del este hacia el oeste. Este desplazamiento imaginario es acompañado por otro en el que Leibniz, como Clarke, se imagina un mundo material moviéndose en conjunto sin que las relaciones espaciotemporales entre sus partes materiales se vean alteradas. Veamos lo escrito por Leibniz a este respecto en su quinta carta a Clarke (Alexander 1984, p.73):

In order to prove that space without bodies, is an absolute reality; the author

[Clarke] objected, that a finite material universe might move forward in space. I answered, it does not appear reasonable that the material universe should be finite; and, though we should suppose it to be finite, yet 'tis unreasonable it should have motion in any otherwise, than as its parts change their situation among themselves; because such a motion would produce no change that could be observed, and would be without design.

Dada la relatividad galileana, el argumento funciona contra el espacio sustancialista de Newton-Clarke si imaginamos que el mundo material se mueve en conjunto con 'otra velocidad absoluta'. Pero en este caso es cierto que Newton era muy consciente de la imposibilidad para proporcionar efectos dinámicos que permitieran distinguir entre diversas velocidades absolutas, al igual que entre diversas posiciones absolutas. Sólo las aceleraciones absolutas generan efectos dinámicos. El asunto es que la relatividad de Galileo permite transformaciones que conectan sistemas inerciales empíricamente indistinguibles que presumiblemente instancian distintos conjuntos de puntos del espacio absoluto. Los mundos desplazados atacan directamente la invisibilidad de los puntos inmóviles del espacio absoluto. Empero, como hemos visto, la distinción entre movimientos relativos o aparentes y movimientos verdaderos o absolutos es tratada por Newton pasando de sistemas inerciales a sistemas de referencia no inerciales. En estos últimos se producen efectos inerciales observables, como las fuerzas centrífugas en el agua del vaso en rotación o la tensión en la cuerda que une las dos esferas, sin que se produzcan las correspondientes variaciones espaciotemporales entre las partes materiales esperadas por el relacionalista.

Debe quedar claro que la persistencia de los puntos del espacio a través del tiempo permitió a Newton ampliar el conjunto de relaciones (distancias) entre puntos materiales

coexistentes (simultáneos) al conjunto de relaciones entre puntos espaciales en instantes distintos. Quiero insistir en que el rechazo a la identidad de los puntos espaciales deja para el relacionista el problema abierto de la justificación relacional de la inercia.

Tomando por sentada la dinámica de Newton, PII no puede ser extendido arbitrariamente de la identidad entre sistemas de referencia inerciales a la identidad entre sistemas de referencia arbitrarios. Esto porque la dinámica de Newton no comporta un principio de relatividad generalizado (PRG). Leibniz parecía convencido de que en la dinámica PRG sería comprensible, pero al no dejar alguna justificación relacional para la inercia sus ideas se quedaron en una mera declaración de intenciones. Su *equivalencia de las hipótesis* suele ser tomada como el enunciado germinal de PRG. Por ahora, cierro esta sección con un cita suya al respecto antes de pasar a las consideraciones relacionales de Mach quien, como es sabido, tuvo algo que decir sobre el asunto pendiente de la inercia. Leo a Leibniz de una carta dirigida a Huygens fechada en junio de 1694 (Huygens 1905, p. 645):

Mr. Newton recognizes the equivalence of hypotheses in the case of rectilinear motions; but in respect of the circular ones, he believes that the effort of circulating bodies to increase their distance from the center or axis of circulation manifests their absolute motion. But I have reasons that make me believe that nothing breaks the general law of equivalence.

2.4. Sustancialismo Sofisticado en el Espacio Neo-Newtoniano

Conviene redondear lo dicho hasta ahora. Del debate original nos quedamos con la enseñanza de que la principal objeción relacional a Newton proviene de la creencia ya superada, pero comúnmente compartida incluso hasta los días de Poincaré, de que el movimiento absoluto es necesariamente movimiento con respecto al espacio absoluto (C_N). Esto llevó a Newton a insistir en la realidad del reposo absoluto y de la velocidad absoluta. En suma, en la realidad de la persistente identidad de los puntos del espacio absoluto a través del tiempo. Pero la relatividad galileana de su propia dinámica lo dejaba presumiblemente en un lugar incómodo ya que en el caso de movimientos inerciales, Leibniz pudo objetar, vía PII, que dada la equivalencia de las hipótesis este tipo de movimientos no producía efectos observables. La crítica de Leibniz parece casi incontrovertible al nivel cinemático pero Newton tenía toda la fuerza de su dinámica para cargar al relacionalismo clásico con la loza de la inercia.

En todo caso, históricamente, la dinámica newtoniana preservó su interpretación sustancialista. No existen, que yo sepa, figuras importantes que hayan defendido algún tipo de relacionalismo newtoniano sin que esto suponga enredadas maniobras instrumentalistas. El relacionalismo clásico estaba a la espera de una teoría de principios relacionales, fundada desde su propia filosofía. Y aunque Leibniz entretuvo su propia definición de fuerza, y por tanto su propia dinámica, la contundencia de la dinámica newtoniana eclipsó cualquier ontología alternativa.

Dejando a un lado la lealtad histórica al debate original, existe, sin embargo, una alternativa filosóficamente relevante que ha sido publicitada como la mejor forma de pre-

sentar la dinámica de Newton. Se trata de la presentación neo-newtoniana de la dinámica clásica. En ésta se sustituye el espacio absoluto por el espaciotiempo neo-newtoniano. El término es de Sklar (1976). También es conocido como el espaciotiempo Galileano. Este espaciotiempo tiene todas las estructuras necesarias para definir la aceleración absoluta sin relación a los puntos del espacio absoluto, es decir, tiene una estructura afín (inercial) a través de todo el espaciotiempo. También absorbe la estructura métrica absoluta newtoniana aunque solamente sobre cada plano de simultaneidad absoluta. La estructura afín es una estructura geométrica abstracta que se cuelga sobre los puntos de la variedad (manifold) y permite la explicación de las propiedades del movimiento en términos de geodésicas y curvas sobre la misma. Ésta sirve para determinar cuáles trayectorias son inerciales (geodésicas rectas en este caso) y para codificar la estructura general de las fuerzas inerciales. En la representación neo-newtoniana esta estructura afín es independiente de la presencia de partículas, campos o cualquier objeto material. Como consecuencia de la introducción de la estructura afín el asunto de interés es que en el espaciotiempo neo-newtoniano existen las aceleraciones absolutas, pero el reposo y la velocidad absoluta son removidas. Así que el sustancialista puede consistentemente escapar de las objeciones planteadas por los mundos desplazados de Leibniz. Las objeciones cinemáticas relacionistas ya no funcionan del todo.

Para esto, al igual que hiciera inicialmente Leibniz para rebatir a Clarke, ahora el sustancialista neo-newtoniano puede revertir los argumentos relacionales. Lo hace adoptando una nueva forma de sustancialismo: El sustancialismo sofisticado. Esta forma de sustancialismo toma PII como suyo y, al igual que el relacionista leibniziano, rechaza la identidad de los puntos del espacio. En este caso la sustancialidad del espacio, evidente-

mente, no está dada por la identidad de los puntos del espacio sino por la existencia de estructuras espaciotemporales que permiten definir el movimiento sin relación a objeto material alguno. Este tipo de estructuras, como la inercia codificada en la conexión afín, al no depender de fuentes materiales, son tomadas como cualidades intrínsecas de un espacio-tiempo real.

La implementación del principio de identidad de los indiscernibles (PII) en el contexto neo-newtoniano simplemente requiere una interpretación pasiva de las transformaciones de Galileo (en general de las transformaciones correspondientes al grupo de simetría de la teoría). Esto es, las transformaciones que permiten el paso de un sistema inercial a otro, deben ser interpretadas como representaciones distintas de una misma situación física. Las transformaciones no generan mundos desplazados en el espacio, tan sólo descripciones distintas de un mismo mundo. De este modo, la identidad de los puntos del espacio es suprimida y, consecuentemente, la redundancia ontológica es reemplazada por una multiplicidad de representaciones posibles de una misma situación física.

Todo esto permite sintetizar el sustancialismo sofisticado en el espacio neo-newtoniano así:

A_n) El espacio es una entidad física en toda regla (sustancialismo).

B_n) El movimiento absoluto está bien definido y es real.

C_n) El movimiento absoluto no es movimiento con respecto al espacio absoluto (negación de identidad de los puntos del espacio), sino que está definido con respecto a la familia de sistemas inerciales o conexión afín ($\Gamma_{\mu\nu}^\sigma$).

Ahora bien, si el espacio newtoniano resultaba hostil para el relacionista, a pesar de las objeciones cinemáticas, el espaciotiempo neo-newtoniano resulta aún más. Los

mundos desplazados de Leibniz se congelan en el espacio newtoniano. En todo caso el salto de la perspectiva espacial tridimensional a la perspectiva tetradimensional espaciotemporal permite al relacionista pasar de una ontología de partículas a una ontología de eventos (coincidencias espaciotemporales) pero en este caso una definición presumiblemente aceptable de la inercia pasa nuevamente por elaborar complicadas maniobras instrumentalistas que, en general, suponen cierto tipo de inmersión en el espaciotiempo sustancialista ². Un camino difícil que casi nadie está dispuesto a tomar en este contexto.

Seguidamente, introduzco las ideas relacionales de Mach. Como veremos, éstas tienen implicaciones ontológicas importantes.

2.5. Mach

Cuando Mach escribió su *Science of Mechanics* (1883), pretendió en parte curar la mecánica de lagunas metafísicas. Se detuvo en el problema del espacio, el tiempo y el movimiento. Como el espacio no aparece en nuestra experiencia, para Mach, esta invisibilidad convertía cualquier referencia explícita al mismo en una concesión metafísica innecesaria. En breve, el movimiento no debe referirse al espacio (absoluto).

En todo caso, existe una cierta ambigüedad en la lectura de la conocida crítica de

²A pesar de su originaria motivación epistemológica, el relacionismo es una doctrina ontológica sobre la posible interpretación de estructuras espaciotemporales. Friedman (1983, cap 6) argumenta que para formular leyes físicas se precisan sistemas inerciales y que éstos, en general, corresponden a puntos físicos no ocupados por materia alguna. Todos los sistemas inerciales existen para el sustancialista mientras que difícilmente un cuerpo material ocupa un sistema inercial. Por su parte la objeción relacional a este tipo de argumentación es que el relacionista no necesita sistemas inerciales necesariamente ocupados, simplemente un método para derivarlos a partir de relaciones espaciotemporales entre puntos hipotéticamente ocupados. De este modo el relacionista puede absorber el conjunto operativo de la teoría sustancialista, al menos hasta donde lo permiten las restricciones impuestas por el tipo de derivación de tales sistemas de coordenadas. Pero, en todo caso, mi parecer es que ambas posiciones son desacertadas: la primera por desconocer el estatus ontológico del relacionismo y la segunda por confundir relacionismo con instrumentalismo. La segunda vía deja pendiente el papel dinámico que debe cumplir la materia en la explicación de las fuerzas inerciales. Más sobre esto en la siguiente sección. También véase Maudlin (1993, pp. 192-4) para una versión alternativa.

Mach a las nociones de espacio, tiempo y movimiento absolutos de Newton. Ésta proviene de la tensión entre sus objeciones epistemológicas y las implicaciones ontológicas de su celebrada solución relacional al problema de la inercia.

Veamos: La epistemología de Mach define a la ciencia como un sistema económico de relaciones que permiten describir la experiencia. La mejor ciencia es, pues, la más económica. Desde esta lectura pareciera que la ciencia debiera conformarse con *salvar económicamente las apariencias* ya que al entrar en consideraciones ontológicas posteriores se correría el riesgo de permitir que nociones metafísicas se cuelen en nuestras teorías científicas. Visto así, tal vez a Newton le hubiera bastado con no hablar del espacio (y el tiempo) como si se tratara de entidad física real en toda regla. Al fin y al cabo su dinámica parecía salvar las apariencias. Este tipo de interpretación fenomenológica de tinte instrumentalista fue recogido por algunos filósofos positivistas que vieron en Mach a su discutible precursor.

En esta línea argumental, podemos leer a Mach cuestionando el movimiento inercial (Mach, 1883 p. 286):

When, accordingly, we say a body preserves unchanged its direction and velocity *in space*, our assertion is nothing more or less than an abbreviated reference to the *entire universe*.

Mach estaba reclamando una lectura inteligible del movimiento inercial. La primera ley, la ley de la inercia, permite pensar un cuerpo único abandonado a sí mismo, moviéndose rectilíneamente en un espacio vacío y sin relación a nada (material). En este contexto, la ley de la inercia salva económicamente las apariencias. Pero pasar de ahí a afirmar la sustancialidad (existencia) del espacio es, según él, un atavismo medieval.

Pura metafísica ociosa. En su lugar, parece bastar con que la referencia al espacio sea sustituida por la referencia al universo material. En suma, con referir las familias de sistemas inerciales empíricos al conjunto de la materia estelar. Este fue un camino seguido por algunos pre-relativistas del siglo XIX. Pero este camino captura a medias el alcance de la crítica de Mach.

Esto porque si bien la ley de la inercia -y en general la estructura inercial de la dinámica newtoniana- se antoja como una buena descripción económica y aunque su propia epistemología se incline hacia este tipo de fenomenología del mundo físico, Mach no parece conforme con la forma en que la inercia newtoniana salva las apariencias. Esta es la fuente de la tensión entre su epistemología y su intento por hacer inteligible una ontología relacional de la dinámica clásica.

Por esto, yendo más allá, para proveer una explicación consistente de la inercia, Mach no se limitó a reclamar que el fondo espacial fuera sustituido por un conjunto apropiado de estrellas fijas, de materia estelar distante, o de puntos materiales para referir adecuadamente la inercia. En este caso los puntos materiales simplemente servirían para sustituir a los puntos del espacio en su función como marcas o rótulos (coordenadas) para referir el movimiento. La dinámica newtoniana quedaría prácticamente inalterada, bien podían las estrellas fijas estar amarradas al espacio absoluto, pero nos ahorraríamos el malestar de hablar del espacio como si se tratara de una entidad real invisible. En su lugar Mach, en su pertinente discusión del experimento del vaso de Newton, reclamó una función dinámica para la materia en el estudio de la inercia. Su argumento es popular y constituye el primer intento -instrumentalismo aparte- de remover con una interpretación relacional la pesada loza de la inercia puesta por la interpretación convencional sustan-

cialista newtoniana (o neo-newtoniana) en la dinámica clásica.

Sobre este asunto ya desde 1872, en su *History and Root of the Principle of the Conservation of Energy*, Mach anticipaba alguna pista cuando refiriéndose a la ley de la inercia se preguntó (Mach 1872, p 41):

Now what share has every mass in the determination of direction and velocity of the law of inertia?

Esto tan sólo para la ley de la inercia, pero su solución general al problema de los efectos inerciales, al problema idéntico de la inercia de un cuerpo cuando éste se acelera, fue conocida años más tarde en su *Science of Mechanics* (1883). En un pasaje bien conocido, refiriéndose al experimento del vaso de Newton, escribió lo siguiente (Mach, 1883 p. 284):

Newton's experiment with the rotating vessel of water simply informs us, that the relative rotation of the water with respect to the sides of the vessel produces no noticeable centrifugal forces, but that such forces are produced by its relative rotation with respect to the mass of the earth and the other celestial bodies. No one is competent to say how the experiment would turn out if the sides of the vessel increased in thickness and mass till they were ultimately several leagues thick. The one experiment only lies before us, and our business is, to bring it into accord with other facts known to us, and not with the arbitrary fictions of our imagination.

Mach había leído el experimento del vaso de Newton en el ambiente vacío de las esferas atadas por una cuerda. Aún así, su crítica funciona. La tradición newtoniana se

había servido del espacio para sentar la inercia y definir el movimiento absoluto. La idea de Mach es que, al igual que las demás fuerzas, las fuerzas inerciales debían originarse en algún tipo de interacción entre cuerpos materiales. En este caso de la interacción de la materia inmediata con el conjunto de la materia estelar. De esta forma se podía romper el aparente vínculo causal que amarraba la inercia a la sustancialidad del espacio.

Para Mach, se ha dicho, no bastaba con utilizar la tierra y las estrellas distantes como marcas para referir el movimiento inercial y, por tanto, definir los sistemas inerciales en los cuales las fuerzas inerciales -como la fuerza centrífuga- no aparecen. Toda esta materia estelar debería, además, originar las fuerzas inerciales. En este sentido la idea de Mach es que podemos explicar los efectos dinámicos de la aceleración absoluta en términos de aceleraciones relativas con respecto a la distribución total de materia. La concavidad del agua en el vaso de Newton debe aparecer indistintamente si rotamos el universo alrededor del vaso o si rotamos el vaso, al fin y al cabo el universo nos ha sido dado una vez y para siempre con el conjunto de relaciones entre sus partes materiales. Uno y otro caso son dos formas de bautizar el mismo movimiento relativo. Esto da algo que pensar. Uno puede intentar imaginarse el universo rotando y preguntar: ¿Surgirán fuerzas centrífugas? ¿Puede, entonces, funcionar un argumento similar al de los mundos desplazados de Leibniz pero si, en su lugar, imaginamos un par de universos materiales, con el conjunto de relaciones (distancias) idénticas entre sus partes, uno en rotación y el otro no? ¿Se producirían en este caso situaciones ontológicamente distintas pero físicamente indistinguibles? Y, en el espíritu relacional, ¿tienen sentido este tipo de preguntas? ¿Si el universo rota, rota con respecto a qué?

Newton tenía un asiento dinámico en el espacio absoluto para distinguir las rotaciones

relativas de las rotaciones absolutas y en general para distinguir movimientos aparentes de movimientos reales. Tenía las fuerzas centrífugas -y en general el conjunto de fuerzas inerciales-, pero Mach se atreve a conjeturar lo siguiente (Mach, 1883 p. 284):

The principles of mechanics can, indeed be so conceived, that even for relative rotations centrifugal forces arise.

La dinámica newtoniana no predice este tipo de efectos inerciales (fuerza centrífuga) para movimientos puramente relativos. En realidad Mach estaba legando un desafío importante a sus seguidores: la edificación de una nueva dinámica levantada sobre principios relacionales.

Este reto fue en parte asumido por Einstein. Este asunto será tratado en breve. Pero antes, resultará conveniente sintetizar, por ahora, el relacionismo de Mach de la siguiente manera:

A_M) El espacio (absoluto) no es una entidad en toda regla, es una abstracción a partir de las relaciones entre todas las cosas.

B_M) Todo movimiento es movimiento relativo entre en cuerpos materiales. Incluso el movimiento no inercial.

C_M) El conjunto de la materia estelar, no el espacio absoluto, determina la estructura inercial (sistemas inerciales+fuerzas inerciales).

El debate $R-S$, está conectado al problema de la inteligibilidad del movimiento. A diferencia de Leibniz, Mach había reconocido que la estructura inercial de la dinámica permitía una lectura inteligible del movimiento local de un cuerpo. ¿Puede concebirse el movimiento de un cuerpo en relación única con el espacio(C_N)? O, por el contrario,

¿Una interpretación del movimiento de un cuerpo sólo resulta acertada en relación a otros cuerpos materiales (B_M)?

Respondiendo a esta cuestión, Newton no había podido escoger los puntos del espacio que servían para dibujar las trayectorias verdaderas de los cuerpos en movimiento. En su lugar tenía toda una familia de sistemas inerciales equivalentes que permitían distinguir movimientos verdaderos de aparentes. Por su parte, Mach no conocía la interpretación neonewtoniana de la dinámica clásica, pero acertadamente había trasladado la disputa sobre la sustancialidad del espacio de la vieja cuestión por la identidad de las partes (puntos) del espacio, a la cuestión por el origen de la estructura inercial. Otras estructuras espaciotemporales no fueron puestas en discusión. En todo caso, histórica e intuitivamente, queda la impresión de que la mejor forma de sustancialismo debería ser la que afirma la identidad de las partes del espacio, pero en vista de que el problema hermano de la inteligibilidad del movimiento puede prescindir de ella, con Mach quedaba claro que la existencia del espacio estaba signada por su estructura inercial. La vía de escape a este tipo de sustancialismo no era otra que una formulación relacional de la inercia (C_M). La idea fue recogida por Einstein.

Fue tal su impresión hacia la idea original de Ernst Mach de atar la estructura inercial a la materia estelar que a esta conexión causal entre inercia y materia terminó por bautizarla, en el contexto de TGR, como el **Principio de Mach**. Y es que Einstein, al concebir su pretendida extensión del principio restringido de la relatividad para cubrir cualquier tipo de movimiento, daba por sentado que ésto suponía la incorporación natural de las ideas de Mach sobre el origen de la inercia en su nueva teoría de gravitación (TGR). No obstante, entre lo propuesto por Mach y lo hecho, finalmente, por Einstein

hay diferencias importantes.

El consenso más generalizado afirma que Einstein fracasó en su intento por instalar el principio de Mach en su teoría general de la relatividad. La interpretación de TGR sigue siendo discutida, pero aún así la interpretación más consensuada toma esta teoría por una teoría sustancialista sobre el espaciotiempo. Mi opinión es contraria a lo anterior. De cualquier forma, antes de argumentarla, un tratamiento razonable del tema obliga a repasar el propio calvario de Einstein en su intento de concebir una teoría de gravitación machiana.

A continuación se intenta distinguir lo hecho por Einstein de lo propuesto por Mach, antes de pasar a un estudio histórico-conceptual más detallado del proyecto machiano en manos de Einstein.

2.6. Mach, Einstein y TGR

Es cierto que la influencia de Mach sobre el joven Einstein -seguramente la más importante- consistió en *quebrantar su fe dogmática en la mecánica de Newton*, en herir de gravedad las nociones absolutas de espacio, tiempo y movimiento. Esto no es baladí. Si se repara en que cuando Einstein labraba el terreno para su Teoría Especial de la Relatividad (TER), las transformaciones que conectan los sistemas de referencia privilegiados -las transformaciones de Lorentz- ya existían, con su discutible interpretación; si también se repara en que por entonces Henri Poincaré ya vislumbraba una teoría en que la inercia de un cuerpo aumentaría con su velocidad y, sobre todo, si se señalan las dificultades para incorporar la *electrodinámica de los cuerpos en movimiento* de forma natural en la mecánica clásica, se está tentado a pensar que TER era una inminente necesidad históri-

ca y que precisamente este quebranto en la fe hacia las nociones newtonianas era lo que se requería para que alguien se atreviera a interpretar las transformaciones de Lorentz como contracciones y dilataciones relativas del espacio y del tiempo. Pero esto último, que fue lo que Einstein hizo, y lo que Mach cortejó con sus sendas críticas son cosas muy distintas. Este parece ser el sino del complicado derrotero epistemológico seguido por Einstein a tenor de la influencia de Mach. A nosotros nos ocupa la historia subsiguiente, la que relaciona las ideas de Mach con la Teoría General de la Relatividad (TGR) y puestos a buscar consecuencias se dirá que la influencia persiste y que para los años en que Einstein preparaba su bella teoría de gravitación esperaba que ésta satisficiera las ideas de Mach.

Es justo advertir que buena parte de la notoriedad actual de Mach se debe a las reiteradas muestras de gratitud legadas por Einstein y al empeño puesto por éste en satisfacer las ideas del primero. Sin embargo, entre lo dicho por Mach y lo entendido y hecho por Einstein, hay diferencias sustanciales, seguramente justificadas por los profundos cambios que la física, ejemplificada en la emblemática figura del propio Einstein, sufría entre los 80s del XIX -cuando Mach publicaba su *Mecánica*-, el cambio de siglo -cuando Einstein debió leerle- y los años de TGR -cuando todavía las ideas de Mach jalonan sus esfuerzos-.

A fin de despejar, en lo posible, parte de este nebuloso episodio es preciso reparar sucintamente en las intenciones que pueden leerse en las palabras de Mach. A estas alturas es razonable afirmar que si de sus comentarios hubiera que proyectar alguna intención -o conjunto de intenciones- que en el contexto de la dinámica mereciera el calificativo de *Programa Machiano* no es atrevido pensar que éste apuntaría en el siguiente

orden:

Es preciso dar a la ley de la inercia una correcta formulación que, además de salvar las apariencias, responsabilice a las fuentes materiales por el comportamiento inercial de los cuerpos. En la misma línea argumental los efectos diferenciales debidos a cualquier tipo de movimiento ‘absoluto’ han de justificarse en función de movimientos relativos con respecto a las fuentes materiales del universo.

Desde luego, la principal contrariedad consiste en que Mach nunca llevó a buen concurso sus ideas, sólo en un brevísimo pasaje de su *Science of Mechanics* soslaya una pista más específica sobre la ruta que debería seguir algún continuador de su programa. Sugiere algún tipo de suma de interacciones relativas a la materia estelar (Mach 1883 p. 287-289). Posteriormente Einstein, con su estructura inercial ($\Gamma_{\mu\nu}^{\gamma}$) y con su métrica ($g_{\mu\nu}$) asociadas a un tensor de energía-momento ($T_{\mu\nu}$) que da cuenta del contenido material del universo, avanza en cierto medida en esta dirección. Pero es más ajustado decir que el camino transitado hasta allí diverge del perfilado por Mach.

En el pensamiento de Einstein las ideas de Mach parecen sostenerse como una persuasiva convicción ideológica más que como un consciente camino teórico. En primer lugar la ley de la inercia y su formulación *à la Mach* se ha evaporado, o acaso nunca la contempló en sus inquietudes fundamentales. En todo caso esto no debería extrañarnos si se piensa que una teoría relativista *à la Mach* que pueda justificar los efectos diferenciales de los movimientos absolutos parece implicar la ley de la inercia en algún tipo de límite. Si se busca lo segundo, si se ataca el problema general, como en cierto sentido es el propósito de Einstein, se podría obtener lo primero.

Históricamente conviene resaltar que, en parte debido a la nueva profundidad con que el problema del movimiento y las leyes que le gobiernan había sido auscultado por Mach, la dudosa ley de la inercia cedía paso a concepciones epistemológicamente más aceptables. En particular L. Lange (1885) encausó sus esfuerzos hacia la obtención de una interpretación de la primera ley de Newton en la que el peso interpretativo recaía en el sistema de coordenadas (el sistema inercial) al cual habría que referirla. Este sistema de coordenadas podía encontrarse con la ayuda de puntos materiales que le sirvieran de referencia³. Pero claro, esto dista mucho de satisfacer una relación inercia-materia estelar del talante anticipado por Mach. De modo que Seeliger (1895), el mismo Lange (1902), y otros intentaron subsanar esta limitación. Ellos buscaron, entre otras cosas, la relación entre un sistema de coordenadas inercial apropiado y el sistema empírico de coordenadas astronómicas. Intentaron, en otras palabras, encontrar el conjunto empírico de familias de sistemas de referencia inerciales o, mejor, de sistemas de referencia privilegiados en los cuales la ley de la inercia y consecuentemente, la segunda ley fuesen físicamente aceptables⁴.

No es fácil atribuir una influencia concreta sobre Einstein a los trabajos de Lange y a los del creciente número de relativistas que con el cambio de siglo suscribieron sus creencias y sus esfuerzos en este sentido. Pero aunque Einstein vea en Mach al más genuino inspirador de su Teoría General de la Relatividad, esta claro que el enfoque seguido

³Según la definición inicial de Lange, un sistema inercial es un sistema de coordenadas con respecto al cual tres partículas libres, proyectadas desde un mismo punto y moviéndose en direcciones no coplanares, se mueven en líneas rectas avanzando distancias mutuamente proporcionales. En consecuencia, la Ley de la Inercia postula que una cuarta partícula se mueve uniformemente con respecto a este sistema de coordenadas.

⁴En todo caso, en todas estas estrategias de machianización de la inercia de finales del S. XIX se cae en la trampa instrumentalista ya que los puntos materiales siguen ejerciendo una función pasiva, son rótulos para las trayectorias inerciales y no cumplen la función dinámica de actuar como fuentes materiales de inercia al estilo de las fuentes materiales de la gravitación.

por él fue coloreado por los novedosos planteamientos que sobre la ley de la inercia entretuvieron estos últimos. Porque, como ya se ha señalado, la cuestión sobre una ley de la inercia que satisfaga las ideas de Mach nunca fue contemplada directamente por Einstein. En su lugar, en concordancia con lo dicho aquí, la atención se ha desplazado hacia los sistemas de referencia privilegiados. No sobra decir que éstos habían desempeñado un papel determinante en su Teoría Especial de la Relatividad (1905) y que, siguiendo este camino, por extensión, probarían su importancia en la gestación de la Teoría General de la Relatividad (1915) y en la lectura que Einstein hiciera de las observaciones de Mach.

Así que cuando Mach sentenciaba que podía concebirse una dinámica en que incluso para rotaciones relativas las fuerzas centrífugas aparecieran, la insinuación pasaba por una suma de interacciones entre cuerpos materiales que permitiera despojar dichas fuerzas centrífugas, y en general las llamadas seudofuerzas debidas a movimientos no inerciales, de su interpretación sustancialista. En suma, cualquier efecto diferencial que en la mecánica clásica fuese interpretado como debido a una aceleración absoluta, cabría esperar que en una teoría de tinte decididamente machiano fuese interpretado como causado por una sumatoria de interacciones relativas al conjunto de puntos materiales del universo que la dinámica newtoniana abstrae en favor del espacio absoluto. Y, aunque es bien cierto que Mach alcanza a soslayar la posibilidad de que algún tipo de éter permee la acción inercial sobre los cuerpos, el tipo de interacciones que entretenía seguía anclado en el esquema acostumbrado de la acción instantánea a distancia. Es más, se esperaba que esta fuerza fuera de origen gravitacional o correspondiera a una modificación apropiada para incluir la materia distante.

Einstein, por su parte, al plantearse previamente el problema ya canónico de la

electrodinámica de los cuerpos en movimiento, había adoptado el tratamiento formal de la teoría de campos y esto ya le ponía en otra perspectiva. La teoría de campos es una teoría local. El valor instantáneo de un campo está determinado por la estructura del campo en el pasado inmediato y en la vecindad más próxima. Fuentes distantes, como la materia de las estrellas fijas, podrían generar la inercia, pero su influencia llegaría con retardo tras la propagación del campo a través del espacio intermedio. No sobra decir que fue precisamente un análisis juicioso de este ‘retardo’ y sus implicaciones en la propagación de señales luminosas -del campo electromagnético- lo que le había llevado a desechar la simultaneidad absoluta; criterio este indispensable para la vieja noción de fuerzas de acción a distancia.

El enfoque acogido por Einstein en relación a los sistemas de referencia privilegiados, en este contexto, tampoco fue abierto explícitamente por Mach, pero claro había llovido mucho desde entonces y cuando Einstein preparaba su TGR, las fuerzas a distancia, paradigmáticas del modelo newtoniano, se ha dicho, cedían paso de la mano de la electrodinámica a la noción de campo; el formalismo de la covariancia general (inventado por Ricci y Levi-Civita en 1901) estaba siendo incorporado por el propio Einstein en la nueva teoría de gravitación y la ley de la inercia diluía su relevancia en favor de la cuestión de los sistemas de referencia privilegiados.

Estos sistemas de referencia privilegiados -los sistemas inerciales- habían probado su importancia en TER. Al igual que en la mecánica newtoniana, estos satisfacen un principio de relatividad. Einstein les definió como aquellos sistemas o marcos de referencia en que las leyes de Newton se cumplen o, de forma más general y por lo mismo más equívoca, como aquellos en que las leyes de la física toman su forma más simple. Esto conlleva a

que los sistemas inerciales sean dinámicamente indistinguibles o a que las descripciones de un movimiento juzgado por distintos observadores inerciales sean físicamente equivalentes. Empero ni la mecánica clásica, ni la teoría especial de la relatividad admiten un principio de relatividad para sistemas de referencia acelerados (no inerciales). Esta es la principal dificultad que entraña una auténtica teoría general de la relatividad del movimiento. Los sistemas de referencia acelerados son físicamente discernibles de los sistemas inerciales. Por esto las tempranas objeciones de Leibniz a Newton se disiparon en terreno de nadie. Su identidad de los indiscernibles no podía extenderse arbitrariamente de sistemas de referencia inerciales a sistemas de referencia acelerados.

El vaso de Newton, prácticamente invulnerable durante dos siglos como estandarte de este peculiar triunfo del movimiento absoluto en la mecánica clásica, encontró la primera oposición incisiva en las objeciones de Mach. Con todo, éstas no parecían insinuar una extensión del principio de relatividad, pero el daño estaba hecho y cuando Einstein, sin duda profundamente alentado por el que reconocería como el *pensamiento más feliz de su vida* - el principio de equivalencia- dirigía sus esfuerzos en este sentido, no pudo menos que rememorar la inspiración cultivada desde las palabras de Mach.

Poco después de concebir su Teoría Especial de la Relatividad, Einstein ya contemplaba la extensión de su principio de relatividad restringido (Einstein 1907 p.411). Y, con el fuerte impulso recibido por el posterior descubrimiento del principio de equivalencia, la estética de la empresa debió resultarle irresistible⁵.

⁵El principio de relatividad restringido reafirmaba la equivalencia, inherente ya a la mecánica clásica, entre sistemas de referencia inerciales. El principio de equivalencia parecía extender esta condición estableciendo una ecuación entre sistemas de referencia uniformemente acelerados y campos gravitacionales homogéneos. Que con esto se pueda vislumbrar la naturaleza gravitatoria de la inercia y, de paso, apuntar en la dirección de la eliminación de los sistemas de referencia privilegiados, dicho así tan ligeramente, ya vibra en un tono machiano. Sobre esto Einstein en 1916, en su lectura obituarial dedicada a Ernst Mach escribiría (Einstein 1916b, p 101.):

En 1911, trabajando aún en su primera teoría escalar de gravitación, satisfecho por su enfoque, escribió (Einstein 1911, p.898):

In such an approach one cannot speak of the absolute acceleration of the coordinate system any more than in the special theory of relativity one can speak of the absolute velocity of the system.

Se ve que el sempiterno problema de la relatividad del movimiento había sido convertido por Einstein en el problema de la extensión del principio de relatividad o en el de la eliminación de los sistemas de referencia privilegiados. Años después, tras ver concluida su Teoría General de la Relatividad, cuando todavía creía que ésta entrañaba un principio general de relatividad para todo tipo de movimientos, daba por sentado que el rumbo trazado al fraguar su nueva teoría había sido franqueado siguiendo las líneas insinuadas por Mach y que además ésta satisfacía las ideas de él sobre los orígenes de la inercia. Por esto no sorprende que en 1916, en un extenso artículo titulado precisamente *The Foundation of the General Theory of Relativity*, para justificar la necesidad de extender el postulado de la relatividad Einstein nos regalara un pasaje tan ilustrativo como envolvente. En éste, el vaso de Newton ha sido sustituido por dos esferas en rotación relativa. Las ideas de Mach se envuelven en la particular interpretación de Einstein. Cito en extensión por la justa relevancia del texto (Einstein 1916 (1952), p.112-113):

In classical mechanics, and no less in the special theory of relativity, there

His comments about Newton's bucket experiment show how near to his mind the demands of relativity in the more general sense (relativity of acceleration) lay. Nevertheless, active awareness was lacking here about the insight that the equivalence of the inertial and gravitational mass of the bodies required a relativity postulate in a broader sense, since we are not in a position to decide by experiment whether the fall of bodies relative to a coordinate system is to be traced back on the one hand to a gravitational field or a condition of acceleration of the coordinate system.

is an inherent epistemological defect which was perhaps for the first time, clearly pointed out by **Ernst Mach**. We will elucidate it by the following example: -Two fluid bodies of the same size and nature hover freely in space at so great a distance from each other and from all other masses that only those gravitational forces need be taken into account which arise from the interaction of different parts of the same body. Let the distance between the two bodies be invariable, and in neither of the bodies let there be any relative movements of the parts with respect to one another. But let either mass, as judged by an observer at rest relatively to other mass, rotate with constant angular velocity about the line joining the masses. This is a verifiable relative motion of the two bodies. Now let us imagine that each of the bodies has been surveyed by measurement instruments at rest relatively to itself, and let the surface of S_1 prove to be a sphere, and that of S_2 an ellipsoid of revolution. Thereupon we put the question -What is the reason for this difference in the two bodies? No answer can be admitted as epistemologically satisfactory,*⁶ unless the reason given is an *observable fact of experience*. The law of causality has not the significance of a statement as to the world of experience, except when *observable facts* ultimately appear as causes and effects.

Newtonian mechanics does not give any satisfactory answer to this question. It pronounces as follows: -The laws of mechanics apply to the space R_1 , in respect to which the body S_1 is at rest, but not to the space R_2 ,

^{6*}Of course an answer may be satisfactory from the point of view of epistemology, and yet be unsound physically, if it is in conflict with other experiences. [Esta nota aclaratoria es de Einstein]

in respect to which the body S_2 is at rest. But the privileged space R_1 of Galileo, thus introduced, is a merely *facticious* cause, and not a thing that can be observed. It is therefore clear that Newton's mechanics does not really satisfy the requirement of causality in the case under consideration, but only apparently so, since it makes the factitious cause R_1 responsible for the observable difference in the bodies S_1 and S_2 .

The only satisfactory answer must be that the physical system consisting of S_1 and S_2 reveals within itself no imaginable cause to which the differing behaviour of S_1 and S_2 can be referred. The cause must therefore lie *outside* this system. We have to take it that the general laws of motion, which in particular determine the shapes of S_1 and S_2 , must be such that the mechanical behaviour of S_1 and S_2 is partly conditioned, in quite essential respects, by distant masses which we have not included in the system under consideration. These distant masses and their motion relative to S_1 and S_2 must then be regarded as the seat of causes (which must be susceptible of observation) of the different behaviour of our two bodies S_1 and S_2 . They take over the role of the factitious cause R_1 . Of all imaginable spaces $R_1, R_2, \text{etc.}$, in any kind of motion relatively to one another, there is none which we may look upon as privileged *a priori* without reviving the above-mentioned epistemological objection. *The laws of physics must be of such a nature that they apply to systems of reference in any kind of motion.* Along this road we arrive at an extension of the postulate of relativity.

El fragmento anterior ha sido escrutado con cierta atención (Friedman 1983, Dorling

1978). En él, Einstein parece haber sido víctima de un conjunto de confusiones respecto a la interpretación y el alcance de su teoría. Aquí centramos la atención en lo que concierne a la verosimilitud de las implicaciones machianas que Einstein atribuye a su teoría.

Einstein insiste en que una versión empíricamente aceptable de la ley de la causalidad requiere que hechos observables aparezcan finalmente como causas y efectos. Dicho de otro modo, que a cada efecto observable corresponda una causa independiente, también observable. La dinámica de Newton distinguiría $R1$ de $R2$ por sus efectos. Aparentemente no provee una forma independiente de distinguir $R1$ sin recurrir a cierta circularidad. La determinación empírica de los sistemas inerciales pasa por verificar que efectivamente sobre éstos no se producen efectos (fuerzas) inerciales. Pero, en principio, no se tiene una causa observable -no dinámica- para estos efectos. En este sentido el espacio absoluto (i.e. la familia de sistemas de referencia inerciales $R1$) es inobservable y por tanto no puede cumplir el rol causal que se le asigna en la interpretación convencional de la inercia.

En este punto, es cierto que Mach respaldaría la eliminación de $R1$ como causa inobservable de los efectos diferenciales entre las dos esferas. En su lugar, propuso la materia distante. Por esto apuntó a las estrellas y por esto resultó inicialmente más lícito pensar en una derivación de la familia empírica de sistemas de referencia privilegiados. A cambio, Einstein en lugar de buscar el asiento del comportamiento privilegiado de las leyes de la física en estos sistemas de referencia mediante interacciones relativas a la materia distante, intenta eliminar los sistemas de referencia privilegiados. Eliminarlos en lugar de justificarlos empíricamente parece un golpe de ingenio que el propio Mach no debió imaginar.

El enfoque de Einstein se origina en las leyes que gobiernan el movimiento local de

los cuerpos y la relación entre las mismas cuando se pasa de un sistema de referencia a otro. Después habrá que mirar a las estrellas. Su meta, ha insistido: extender el principio de relatividad para cubrir todo tipo de movimientos.

Pero, volviendo atrás, ¿es cierto que la distinción entre $R1$ y $R2$ viola la ley de la causalidad en la teoría especial de la relatividad? ¿No existen, acaso, mecanismos empíricamente independientes para distinguir $R1$ de $R2$? ¿Es consistente la objeción epistemológica que Einstein atribuye a Mach en el contexto de TER?

Veamos: la causa aparente de la distinción entre la esfera en rotación y la no rotante se atribuye al papel causal desempeñado por el conjunto de sistemas inerciales (matemáticamente definibles). Einstein alega que no existe un modo independiente -no dinámico- para establecer previamente la observación sobre la naturaleza distinta de los sistemas de referencia. Esto es cierto en la dinámica de Newton. Pero en TER las cosas son distintas.

Einstein mezcla dos formas de aliviar la enfermedad epistemológica. La una consiste en cambiar la dinámica de modo que las fuerzas inerciales tengan un asiento causal observable. Para esto, Mach propuso la materia distante. La otra, consiste en modificar la cinemática de modo que a diferencias cinemáticas correspondan diferencias dinámicas sin recurrir a ninguna circularidad.

En el caso de TER, suponiendo que la interpretación geométrica de Minkowski es tomada por buena, bastaría con utilizar relojes atados a las dos esferas y comparar su marcha. El reloj atado a la esfera en reposo sigue una trayectoria geodésica en el espacio-tiempo, mientras que el otro se desvía. A nivel experimental el reloj atado a la esfera en rotación (acelerado) debe atrasarse con respecto al otro cuando comparamos su marcha

en pasos sucesivos. En definitiva, la desviación de las líneas geodésicas corresponde, en la interpretación convencional, a un movimiento absoluto distinguible empíricamente de un movimiento meramente relativo. Y esta distinción se realiza a nivel cinemático. Los relojes *leen* la geometría espaciotemporal. Y por tanto, es posible distinguir la rotación de las esferas sin recurrir a la observación subsiguiente de los efectos dinámicos que provocan la curvatura elipsoidal. Podríamos saber de antemano cual esfera resultará obloide. No es el caso de la dinámica clásica. Así pues, aparentemente, no existe en TER una violación real de la causalidad en la forma entretenida por Einstein. Tenemos una justificación causal observable en forma independiente (cinemática) de la condición de movimiento de las esferas en rotación relativa aparente. Una respuesta similar funciona para el caso TGR, sólo que allí las geodésicas integran el campo gravitacional.

A esta conclusión llega Jon Dorling en su artículo de 1978. En todo caso, más allá de la validez de la justificación empírica de la causalidad en TER, Einstein estaba preocupado en mayor grado por el hecho de que en esta teoría la materia era afectada por el espaciotiempo y sus estructuras -‘éstas le dicen a la materia cómo moverse’- mientras que no existe algún tipo de determinación recíproca de la materia sobre el espaciotiempo.⁷

La geometría, la estructura inercial e incluso la estructura conformal (causal) siguen siendo entidades absolutas que no alteran su forma ni estructura ante la presencia de materia. Que relojes sincronizados puedan leer la geometría, y por lo tanto determinar ‘cinemáticamente’ por anticipado la diferencia elipsoidal entre los globos rotantes, puede hacernos pensar que el asunto no está resuelto. Que al contrario, la geometría segura-

⁷Misner, Thorne y Wheeler nos recuerdan la efectiva influencia recíproca entre espaciotiempo y materia en TGR con una frase ya de antología. Ellos escriben (MTW, 1973):

Space-Time tells matter how to move. Matter tells space-time how to curve.

mente está pendiente de algún tipo de interpretación dinámica en la teoría. Sabemos que, en cierto sentido, este camino conduce a TGR. Pero más allá de esto, el vínculo causal materia-inercia sigue quedando pendiente en todo caso. Y este es un asunto que escapa a las objeciones de Dorling. Él se muestra sorprendido de que Einstein haya pasado por alto las implicaciones filosóficas de su teoría en este asunto. ¿Por qué Einstein subestimó los alcances epistemológicos de TER?

Aparte de lo anterior, creo que no es atrevido pensar que Einstein dudaba de la interpretación literal de la presentación geométrica (Minkowski) de su teoría. Es bastante seguro que dudara de la interpretación cinemática de la contracción de longitudes y la dilatación temporal de TER. No está de más recordar que para Lorentz y Fitzgerald éstas eran de naturaleza dinámica y Einstein entretuvo algunas dudas en este sentido hasta bien entrados los años de la cosmología relativista (Véase, por ejemplo, Brown y Pooley 2001). En sus notas autobiográficas -y en otras partes- se mostró inconforme porque sus teorías (TER y TGR) no explicaban las barras de medir ni los relojes. Se postulaba que éstos leían directamente la geometría. Las dudas lo llevaron a catalogar a su teoría especial de la relatividad como una *teoría de principios*, es decir, como una de aquellas teorías que, en forma similar a la termodinámica, se yerguen sobre principios generales suficientemente sólidos y empíricamente contrastados que permiten obviar detalles explicativos sobre la estructura interna de los elementos que componen el objeto de estudio. Einstein comparó en este sentido a TER con la termodinámica clásica. En contraste a estas teorías de principios que proveían una representación fenomenológica de la naturaleza, las *teorías constructivas* suministraban una explicación a un nivel fundamental que parecía tener implicaciones ontológicas relevantes. Las teorías construc-

tivas se ocupaban de los detalles sobre la constitución dinámica interna de los sistemas físicos. En este grupo Einstein ponía a la teoría cinética de los gases. Refiriéndose a esto en 1919, en un artículo para el London Times, titulado *Time, Space and Gravitation* Einstein escribió (Einstein 1919):

Most [theories in physics] are constructive. They attempt to build up a picture of the more complex phenomena out of the materials of a relatively simple formal scheme from which they start out. Thus, the kinetic theory of gases seeks to reduce mechanical, thermal, and diffusional processes to movements of molecules . . . [Principle theories] employ the analytic, not the synthetic method. The elements which form their basis and starting point are not hypothetically constructed but empirically discovered ones, general characteristics of natural processes, principles that give rise to mathematically formulated criteria which the separate processes . . . have to satisfy . . . The theory of relativity belongs to the latter class.

La cuestión es que si Einstein estaba considerando a TER como una teoría de principios no podía entretener la justificación suministrada por la lectura de relojes como una causa no dinámica independiente. TER aparecería como una teoría fenomenológica que ‘disfrazaba’ en lenguaje cinemático (geométrico) efectos dinámicos que correspondían a la constitución interna de relojes y barras de medir. La teoría suministraba una descripción aceptable de la función operativa de las barras de medir y los relojes, pero la justificación ontológicamente fuerte debía esperarse hasta que una teoría pudiera proveer una explicación dinámica del funcionamiento interno de éstos.

De todas formas Dorling (1978) argumenta que el problema del espacio absoluto es el

problema del movimiento absoluto y que TER por tanto resuelve el problema de entrada. A estas alturas debe quedar claro que aunque se salve la causalidad en el sentido referido, el problema del espacio absoluto es mucho más complejo. La calificación de absoluto para el espacio es susceptible de múltiples interpretaciones dependiendo del contexto. Una de ellas es la interpretación causal. Aquí nos interesa cuestionar el estatus ontológico del espacio, o del espaciotiempo, como una entidad real en toda regla.

Lo que Einstein buscaba en realidad era salvar la causalidad de una forma singular. Pasó por alto la interpretación literal geométrica de su teoría para justificar a nivel cinemático las diferencias observables entre sistemas de referencia privilegiados y acelerados. Tampoco intentó una modificación dinámica que incorporara de entrada la materia *à la Mach* en la justificación dinámica de la naturaleza privilegiada de dichos sistemas. En su lugar, pensaba que por la vía de un principio general de relatividad podía eliminar completamente la distinción entre unos sistemas y otros. TER no entraña un principio general de la relatividad. Esta fue la fuente de su inconformismo con la teoría.

Pero, aún así, a pesar del feliz convencimiento inicial con que Einstein vió resueltas sus dudas y de la certeza que creyó abrazar con sus ecuaciones de campo gravitatorio (1915), puede resultar objetable pensar que su posterior *Teoría General de la Relatividad* entrañe un auténtico principio general de la relatividad de movimiento. Por el contrario: ¿Acaso en TGR cualquier desviación en el espacio-tiempo de las líneas geodésicas no supone la admisión de un movimiento absoluto? ¿Acaso estas familias de líneas geodésicas no trazan las trayectorias inherentes a los sistemas de referencia privilegiados? ¿Acaso estas trayectorias no ‘leen’ la geometría intrínseca de un espaciotiempo sustancialista en toda regla?

Estas preguntas siembran dudas. Sin embargo, el hecho de que la estructura inercial ($\Gamma_{\mu\nu}^{\gamma}$) esté determinada por la métrica del espacio-tiempo ($g_{\mu\nu}$) y que a su vez ésta dependa de la distribución total de materia contemplada en el tensor de energía-momento ($T_{\mu\nu}$), parece presagiar la posibilidad de que en cierta medida las insinuaciones relativistas que Mach ligara a la materia cósmica podrían ser satisfechas en el espíritu relacional.

Estas consideraciones (y otras posteriormente acogidas por Einstein) le llevaron a intentar nuevas estrategias para ajustar sus ecuaciones de campo a los requerimientos relacionales de Mach sobre los orígenes de la inercia propiciando ulteriormente su definición definitiva del **Principio de Mach**.

Con el fin de mostrar la complejidad de la empresa relacional machiana en manos de Einstein, el siguiente capítulo es dedicado al estudio de esta entramada historia.

Capítulo 3

De la Relatividad de la Inercia al Principio de Mach

3.1. Introducción

La relatividad de movimiento entre cuerpos materiales, que llevó a Mach a señalar la materia estelar como fuente de la inercia de un cuerpo, fue interpretada por Einstein como una atractiva confesión de intenciones. Y es que desde que Einstein empezara a contemplar formalmente el proyecto de TGR, a saber, la extensión del principio de relatividad para cubrir todo tipo de movimientos incorporando el aparato de la geometría diferencial, exigía que éste satisficiera el deseo de Mach de implementar la *relatividad de la inercia*¹. De alguna manera, sintéticamente, la persistente influencia de Mach, en el contexto de la novedosa teoría de gravitación se resumía bajo el lema de la **hipótesis de la relatividad de la inercia**. Mach no refirió sus ideas en estos términos pero Einstein había acuñado la hipótesis como uno de sus mas preciados objetivos.

En este capítulo se estudian las dificultades enfrentadas por Einstein en su intento de incorporar la relatividad de la inercia -hasta tomar la forma final del Principio de

¹Al parecer esta forma de sintetizar las ideas de Mach sobre la inercia fue hecha por primera vez en 1912 (Einstein 1912) pero persiste en escritos posteriores a 1917.

Mach- en su Teoría General de la Relatividad (TGR). Antes de esto es justo advertir que la historia que conduce desde la relatividad especial, pasando por el principio de equivalencia, para conformar finalmente las ecuaciones de campo gravitacional en la forma definitiva de TGR ha sido narrada ampliamente. La ardua tarea de revelar incluso importantes detalles de su desarrollo conceptual ha sido bien enfrentada por John Norton (1989a, 1989b), John Stachel (1989a, 1989b) y otros. Pero, aparte del trabajo específico de Hofer (1994) y las digresiones históricas realizadas por Barbour (1992) en su intento de alcanzar una formulación limpia del principio de Mach en este contexto, la historia de la gestación del principio de Mach en manos de Einstein ha sido considerablemente ignorada o, al menos, relegada como un apartado lateral. En nuestro caso resulta significativa pues revela el calvario del propio Einstein en su tentativa de hacer una teoría de gravitación e inercia relacional. Siguiéndole desde su ilusión inicial hasta sus sucesivos desencantos se deben ilustrar aspectos importantes sobre la complejidad del asunto. La esperanza es que al final, de toda esta historia, se pueda extraer mayor claridad en la discusión puntualizada del problema de la interpretación relacional de TGR.

3.2. La Relatividad de la Inercia en la Teoría Einstein-Grossman

En 1913 cuando Einstein, con la ayuda del matemático Marcel Grossman, publicaba su primera teoría tensorial de campo gravitatorio -la llamada teoría Entwurf- mostraba su satisfacción a razón de que ésta, aparentemente, al incorporar la relatividad de la inercia resolvía el defecto epistemológico de la postulación de aceleraciones absolutas en TER. Entonces escribió (Einstein 1913a, p. 290):

The sketched theory eliminates an epistemological defect, emphasized particularly by E. Mach, that affects not only the original theory of relativity theory but also Galilean mechanics. It is plausible to suppose that the concept of acceleration of a material particle can no more have an absolute meaning ascribed to it than the concept of velocity...One must demand that the occurrence of an inertial resistance be tied to the acceleration of the body under consideration relative to other bodies... It is apparent that this behaviour of inertial resistance does indeed arise from the equations(5), which we can refer to as the relativity of inertia. This circumstance provides one of the most important supports for the theory sketched.

Einstein parecía convencido de que podía satisfacer la exigencia de la hipótesis de la relatividad de la inercia, es decir, que podía dar cuenta de la resistencia inercial de un cuerpo sin recurrir al espacio absoluto, culpando en cambio de su origen a los cuerpos circundantes².

La teoría Entwurf, al igual que la subsiguiente TGR, es una teoría de gravitación que postula un tensor métrico para el espaciotiempo ($g_{\mu\nu}$) y, por lo tanto, una estructura inercial que mediante sus ecuaciones de campo se relaciona con tensores (energía-momento) que dan cuenta del contenido material del universo. Ahora bien, buscando ceñir las ideas de Mach a este nuevo paisaje Einstein posteriormente llegaría a vincular la hipótesis de

²Esto dicho mejor en las palabras del propio Einstein reza así (Einstein 1913, p.1960):

One can only speak of movement or relative acceleration of a body A relative to other bodies B, C and so on. That which holds kinematically regarding acceleration, should also hold for the inertial resistance that a body presents to acceleration; a priori one would expect, even if it is not directly necessary, that inertial resistance is nothing else but the resistance of a body A to acceleration relative to the totality of other bodies B, C and so on. It is well known that E. Mach first defended this standpoint in all sharpness and clarity in his history of mechanics...

la relatividad de la inercia a la imposición, en el seno de su teoría de gravitación, de la condición de que la métrica ($g_{\mu\nu}$) estuviere completamente determinada por la distribución material ($T_{\mu\nu}$). Sin embargo, contrario a las insinuaciones de Mach que parecían reclamar una teoría de gravitación que vinculara de entrada la materia estelar a las leyes de movimiento, Einstein al fraguar su primera teoría de gravitación había partido de un enfoque puramente local, que buscaba extender el principio de relatividad a sistemas de referencia arbitrarios³. Así que Einstein, al decantarse por el formalismo definitivo de la geometría diferencial, perfiló su objetivo buscando las ecuaciones que gobiernan el movimiento de una partícula en la forma de un principio geodésico:

$$\delta \int ds = 0, \quad ds = (g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu)^{\frac{1}{2}}.$$

De las leyes del movimiento locales habría que pasar después a las ecuaciones de campo que les amarraban a la materia cósmica. Y así como en TER, en virtud del principio de relatividad restringido, las ecuaciones de movimiento toman la misma forma en cualquier sistema de referencia inercial, para Einstein, atendiendo a su deseo de satisfacer el principio de relatividad generalizado, dichas ecuaciones debían tener la misma forma en cualquier sistema de coordenadas. Einstein creía que de esta manera podía garantizar la extensión del principio de relatividad a sistemas no-inerciales arbitrarios.

La demanda de esta covarianza general, que por sí sola parecía resolver la limitación epistemológica de los sistemas de referencia privilegiados, habría de proyectarse al paso

³Aquí -y en general- por el enfoque local (de Einstein) debe entenderse la usual inclinación a suponer que en las interacciones mutuas entre partículas y las leyes que les gobiernan prevalece la acción de la materia cercana, con lo cual la materia distante y el universo en su conjunto puede ser descontado. En este sentido lo local es contrapuesto a lo global o cosmológico, que debe englobar al universo como un todo. Lo local se refiere a lo cercano y no tiene necesariamente el significado habitual de la localidad asociado a la teoría de campos que le restringe a la acción de la vecindad inmediata. Esto será especialmente relevante al tratar el tema de la inercia en el capítulo siguiente.

siguiente, pues faltaba encontrar las ecuaciones de campo gravitatorio. Y el impulso natural y persistente de Einstein fue exigir que sus ecuaciones de campo gravitacional también lo fueran. Aquí es justo señalar que cuando finalmente estas ecuaciones fueron halladas, por primera vez se vislumbró la posibilidad de atar las leyes del movimiento a la materia total del universo -un fuerte guiño a la memoria de Mach- y esto supuso la posibilidad de pensar modelos cosmológicos científicamente aceptables. Pero el camino no fue tan simple y la covarianza general supuso dificultades.

Las primeras ecuaciones de campo gravitacional (1913), de la entonces ya bautizada por su principal progenitor con el flamante nombre de *Teoría General de la Relatividad*, no fueron completamente covariantes. Sin embargo, esta frustración fue lánguidamente aplacada por su convencimiento de que éstas apuntaban en la dirección que le conducía a implantar satisfactoriamente el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Así las cosas, sobre la limitada covarianza de sus ecuaciones no sobra decir que Einstein llegó a justificarla, durante el breve período de vida de su incipiente teoría, convenciéndose de que sus ecuaciones de campo no podían satisfacer el requerimiento de la covarianza general al parecer porque ésta limitaba la posibilidad de determinar la métrica del espaciotiempo enteramente a partir de la distribución total de materia. Los argumentos de Einstein para justificar la limitada covarianza de sus ecuaciones iniciales fueron el argumento del agujero -the hole argument- y otro que atañe a las limitaciones impuestas por la ley de conservación

$$\sum_{\nu} \frac{\partial(T\sigma\nu + t\sigma\nu)}{\partial x_{\nu}} = 0,$$

a los sistemas de coordenadas. Del argumento del agujero se desprenden importantes lecciones sobre el significado físico de la covarianza general. Por esto, éste será tratado

más adelante en el capítulo destinado a revisar la interpretación de TGR. Aunque el vínculo de estos argumentos con las ideas de Mach puede ser discutible, es bien cierto que durante este período -y durante un par de años más- el machianismo de Einstein probó ser una intensa fuente de inspiración y aliento para perseverar en el proyecto TGR y en la confección de los primeros modelos cosmológicos⁴. Le cito de una carta a De Sitter, donde, tras explicar su concepción de las ideas de Mach escribía (EA 20-539, Nov 1916) ⁵:

Psychologically, this view has played an important role for me, since it gave me the courage to work on, when I absolutely could not find covariant field equations.

No es precipitado afirmar que durante el período de la teoría *Entwurf* (1913-1915), Einstein había aliviado parcialmente la latente tensión entre su deseo de implantar el principio de relatividad general en su teoría y la limitada covarianza de sus ecuaciones invocando la hipótesis de relatividad de la inercia. En todo caso este resquemor debió carcomerle hasta que en 1915, aliviado de sus espejismos, encontró finalmente las ecuaciones de campo gravitatorio covariantemente generales. Entonces, aunque transitoriamente, pudo acariciar la ilusión de haber edificado unas ecuaciones de campo gravitacional covariantemente generales que consecuentemente, al implantar el principio de relatividad general, salvaban la enfermedad epistemológica que, según él, Mach había señalado en los sistemas de referencia privilegiados sin que esto supusiera algún tipo de

⁴Para una convincente relación de estos argumentos con el principio de Mach, véase *Hoefler* 1994, pp. 297-302 .

⁵EA por *Einstein Archives*.

limitación para la preciada hipótesis de la relatividad de la inercia⁶.

No hay duda de que durante el período de gestación de su TGR, Einstein estaba convencido de que la covarianza general de sus ecuaciones era suficiente para garantizar el cumplimiento de sus objetivos machianos. El tensor de energía-momento condiciona la métrica del espaciotiempo mediante ecuaciones de campo covariantes que les relacionan. Ahora, desde esta perspectiva, Einstein podía trazar su objetivo *à la Mach*, intentando determinar las ecuaciones de movimiento locales, y por lo tanto la inercia, partiendo de consideraciones cosmológicas que permitían ligar la distribución de la materia cósmica contenida en el tensor de energía-momento ($T_{\mu\nu}$) a las ecuaciones de movimiento (las ecuaciones de las geodésicas) condicionadas por la métrica del espaciotiempo ($g_{\mu\nu}$).

El universo podía ser contemplado como un todo material que dirige los cuerpos en su movimiento local. Pero paradójicamente serían las primeras consideraciones cosmológicas las que vendrían a empantanar el breve idilio entre TGR y relatividad de la inercia, obligando a Einstein a estudiar nuevas estrategias para restituirlo. Porque en 1916 cuando Schwarzschild construyó su modelo inaugurando de paso la cosmología relativista, lo hizo suponiendo que los valores de las soluciones a las ecuaciones de campo,

⁶En *the Foundations of general relativity* Einstein remarcaba su ecuación entre covarianza general y relatividad general. Allí escribía (Einstein 1916, p.117) :

The general laws of nature are to be expressed by equations which hold good for all systems of co-ordinates, that is, are co-variant with respect to any substitutions whatever (generally covariant). It is clear that a physical theory which satisfies this postulate will also be suitable for the general postulate of relativity. For the sum of all substitutions in any case includes those which correspond to all relative motions of three-dimensional systems of co-ordinates.

los $g_{\mu\nu}$, debían tender en el infinito a los valores de la métrica de Minkowski ($\eta_{\mu\nu}$).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Y esto iba en manifiesta contradicción con la hipótesis de la relatividad de la inercia ya que la imposición de los valores de Minkowski como condición de frontera en el infinito parcialmente determinaba la estructura inercial del espaciotiempo. Es decir, de entrada se le asignaba una estructura inercial absoluta al espacio-tiempo lejos de la materia sin que ésta pudiera atribuirse a fuentes materiales. La métrica, en general, permite escoger las familias de sistemas de referencia privilegiados (inerciales) del espaciotiempo y la métrica de Minkowski, en particular, los escoge como aquellos de la relatividad especial. Que esto, en parte, pudiera hacerse sin recurrir a fuentes materiales debió causar gran malestar a Einstein. La inercia recuperaba su estatus absoluto. Seguía sellada a la sustancialidad del espaciotiempo.

La corrosiva objeción epistemológica señalada por Mach que hace de la inercia una noción vacía sin la presencia de cuerpos materiales, en manos de Einstein, y ante las dudas abiertas ya en su TGR, pasaba por exigir que lejos de cualquier distribución de materia la inercia de un cuerpo debía tender a cero. Según nos cuenta, esto le llevó a entretener su primera estrategia directa de Machianización de su modelo cosmológico. En este sentido, en 1917, en su primer artículo sobre cosmología Einstein comentaba (Einstein 1917, p. 178):

In a consistent theory of relativity there can be no inertia *relatively* to ‘space’, but only an inertia of masses *relatively to one another*. If, therefore, I have a mass at a sufficient distance from all other masses in the universe, its inertia

must fall to zero.

Entender qué, exactamente, significa esto en el contexto de TGR entraña dificultades. Pero para Einstein ciertamente esta idea se tradujo en la exigencia de que las componentes espaciales de la métrica lejos de la materia, en el infinito, debían ser nulas.

Sin embargo, en este punto cabe hacer un paréntesis para volver atrás brevemente y subrayar que tanto las ecuaciones de campo de la teoría Entwurf como las posteriores ecuaciones de campo covariantes admiten la solución de Minkowski para el caso de un espaciotiempo vacío ($T_{\mu\nu} \equiv 0$) ¿Por qué entonces esta estructura inercial absoluta, sin fuentes materiales, pareció no molestar a Einstein previamente? El interrogante es caldo de especulación. Pero es bastante probable que desde entonces ya contemplara un enfoque semejante al que abordaría al enfrentarse al problema explícitamente abierto por el modelo de Schwarzschild. Es probable que desde aquel tiempo Einstein ya aspirara a limitar las soluciones a las ecuaciones de campo mediante la imposición de condiciones de frontera apropiadas que permitieran excluir modelos cosmológicos con estructura inercial absoluta, como el de Minkowski o cuasi-absoluta como después el de Schwarzschild, y que además éstos correspondieran a consideraciones empíricas y cosmológicas físicamente aceptables. En todo caso esta fue la primera herramienta que Einstein utilizó para reconciliar sus ecuaciones de campo gravitacional con la relatividad de la inercia, a saber, la imposición de condiciones de frontera en el infinito espacial para redimir el machianismo de sus ecuaciones de campo.

Dada la complejidad de las ecuaciones de campo -ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden- desde la comodidad retrospectiva resulta algo desconcertante pensar que Einstein tuviera tanta fe en el alcance de las condiciones de frontera

para limitar tan drásticamente las soluciones de sus ecuaciones. Empero, la solución de Schwarzschild tenía estructura cuasi-absoluta debido precisamente a la imposición de condiciones de frontera en el infinito que permitían, lejos de cualquier fuente material, atribuir una estructura inercial local que distingue los tipos de movimientos inerciales. Quizá, pensaba Einstein, restringiendo estas condiciones imponemos la estructura inercial apropiada.

Ahora bien, la confianza de Einstein en la covarianza de sus ecuaciones de campo y en este criterio para satisfacer la demanda de la relatividad de la inercia parece completar su justificado esfuerzo. Y es que los valores de Minkowski cambian ante transformaciones de coordenadas. No son invariantes. Einstein pareció haber pensado que de alguna manera esto rompía la covarianza general (que por sí sola debía bastar para satisfacer la relatividad de la inercia) de sus ecuaciones de campo al aproximarse al infinito, así que consecuentemente decidió considerar valores para la métrica en el infinito que permanecieran invariantes ante cualquier tipo de transformación. En esto trabajaba durante su visita a Holanda (septiembre de 1916), durante la cual sostuvo una fructífera serie de discusiones con el astrónomo Willem De Sitter sobre la viabilidad de la hipótesis de la relatividad de la inercia. Los valores que Einstein estaba considerando para la métrica, según reporta el propio de Sitter, fueron (De Sitter 1916, p. 531) :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty^2 \end{pmatrix}$$

A estos valores llegó a llamarlos *valores naturales*. Para Einstein la relevancia de estos valores se asentaba en el hecho de que estos permanecen invariantes ante todas las transformaciones $x_\mu \rightarrow x'_\mu$ tales que en el infinito x_4 es función de x'_4 solamente. Einstein

esperaba que, consiguientemente, la elección de estos valores en la frontera sostuviera la covarianza de las ecuaciones de campo, garante de la relatividad de la inercia⁷.

En febrero de 1917, cuando publicó su modelo cosmológico, Einstein ya había desechado el enfoque de las condiciones de frontera en el infinito. De Sitter le había criticado por tener que invocar enormes fuentes materiales (supernatural masses) muy superiores a las del universo visible para ajustar sus ecuaciones a las condiciones de frontera. Einstein pareció no prestar demasiada atención a esta objeción empírica del reputado astrónomo holandés y sin embargo al explicar, en el mismo artículo de febrero de 1917, las razones que le llevaron a abandonar definitivamente el enfoque de las condiciones de frontera en el infinito cuenta que precisamente la imposibilidad para reconciliar dichas condiciones de frontera con la velocidad observada para las estrellas le han convencido del desacierto de tal enfoque.

Einstein, con la ayuda del matemático J. Grommer, había calculado unos valores incompatibles con los observados para las velocidades estelares medias ya que, para el caso de un universo isla, lejos del centro de la distribución de materia resultaban excesivamente elevados. Tras justificarlo escribía (en Einstein 1917 (1923), p 182):

At any rate, our calculations have convinced me that such conditions of degeneration for the metric in spatial infinity may not be postulated.

Que Einstein argumentara, ahora, una refutación empírica para desechar una idea que le había ocupado persistentemente al menos desde principios de 1916, cuando vio la luz el modelo de Schwarzschild, no parecía ajustarse mucho a su carácter, dispuesto siempre

⁷Sobre la confusión histórica y el desliz semántico que por momentos intercambia los vocablos covarianza, invarianza e incluso equivalencia, véase la elegante distinción que hace Michael Friedman en *Friedman 1983* caps 1,2.

a empujar hasta el final sus convicciones. Pero es que lo que vino después, lo que en su lugar debía mandar al traste las condiciones de frontera en el infinito, probó ser una de sus más irresistibles ideas. Einstein había decidido cerrar el universo.

Más de tres siglos atrás las observaciones de Tycho Brahe habían empezado a fragmentar las esferas Ptolemaicas, hijas de la cosmología cerrada de la Grecia helenística. Einstein sentaba formalmente las bases para cerrar de nuevo el cosmos (al menos espacialmente) desechando finalmente sus condiciones de frontera. En el mismo artículo de febrero de 1917 nos dice (Einstein 1923, 183):

if it were possible to regard the universe as a continuum which *is finite (closed) with respect to its spatial dimensions*, we should not have any need at all of any such boundary conditions.

Esta singular aserción daba origen el modelo cosmológico de Einstein (1917). Hacía ya más de un año que Einstein había encontrado sus ecuaciones de campo covariantes,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -8\pi GT_{\mu\nu}.$$

Pero las soluciones a estas ecuaciones de campo predecían el colapso gravitacional para modelos cerrados con distribución homogénea de materia. Y Einstein quería un universo estático y cerrado. Así que para contrarrestar la atracción gravitacional modificó sus ecuaciones introduciendo su célebre constante cosmológica (λ). Por consiguiente, su modelo es una solución a las ecuaciones de campo modificadas

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi GT_{\mu\nu}.$$

El término $-\lambda g_{\mu\nu}$ del lado izquierdo de la ecuación introduce una presión repulsiva de materia. Einstein esperaba que esto bastara para balancear el efecto de la atracción

gravitacional garantizando así la estabilidad de las soluciones a sus ecuaciones de campo. Reparemos ahora en que desde que Einstein encuentra sus ecuaciones de campo todo su esfuerzo parece encausado a construir modelos cosmológicos que cumplan con el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Esto le llevó a imponer restricciones mediante condiciones de frontera. Cuando se cierra el universo y éstas son finalmente desechadas, la relatividad de la inercia que le ha conducido hasta allí sigue empujando sus convicciones. Es por esto que al introducir la constante cosmológica Einstein esperaba también que sus ecuaciones no tuvieran una solución aceptable sin la presencia de fuentes materiales. Pero este nuevo intento de machianización aguardaba una resolución paradójica a la luz de las réplicas de Willem de Sitter.

3.3. Sobre Einstein, De Sitter y la Cosmología Relativista

No habían transcurrido dos meses desde la publicación del modelo cosmológico de Einstein cuando, en marzo de 1917, de Sitter hacía lo propio con el suyo. El modelo de De Sitter nacía como reacción directa al modelo de Einstein. La razón: la limitada simetría que veía en el modelo de Einstein. Volvamos atrás para enfatizar esto brevemente. El modelo de Einstein era finito, cerrado esféricamente en sus dimensiones espaciales pero abierto en su dimensión temporal. Por esto se le conoce como el universo cilíndrico. La dimensión temporal podía remontarse desde el infinito en el pasado hasta el infinito en el futuro. Y precisamente este distinto tratamiento para la geometría espacial y la dimensión temporal incomodaban a De Sitter. Le resultaban ajenos al elevado espíritu de la Teoría General de la Relatividad.

Pero este malestar no era nuevo. Desde que Einstein intentara su enfoque desde las

condiciones de frontera le había molestado que esto pasara por suponer que la inercia de un cuerpo en el infinito espacial fuera nula sin que existiera una condición análoga para el tratamiento temporal de la inercia o simplemente una única condición espacio-temporal, acorde con el talante tetradimensional de la Relatividad General.

Por esto su punto de partida, al construir su modelo cosmológico, pasó nuevamente por retomar las condiciones de frontera exigiendo ahora que todas las componentes del tensor métrico, las $g_{\mu\nu}$, fueran nulas en el infinito. A esta condición le llamó el *postulado matemático de la relatividad de la inercia*. Su criterio en este sentido fue expresado de esta forma: (De Sitter 1917, pp. 4-5)

Once the system of reference of space -and time -variables has been chosen, [the field] equations determine the $g_{\mu\nu}$ apart from constants of integration, or boundary conditions at infinity. Only the deviations of the actual $g_{\mu\nu}$ from these values at infinity are thus due to the effect of matter, through the mechanism of [the field equations]. If at infinity all $g_{\mu\nu}$ were zero, then we could say that the whole of inertia, as well as gravitation, is thus produced. This is the reasoning which has led to the postulate that at infinity all $g_{\mu\nu}$ shall be zero. I have called this the *mathematical postulate of relativity of inertia*.[The Machian] point of view, which denies the logical possibility of the existence of a world without matter, I call the *material postulate of relativity of inertia*.

El universo de Einstein era espacialmente esférico. Su elemento de línea puede inducirse como el de la superficie de una esfera tridimensional inmersa en un espacio euclideo tetradimensional. Éste típicamente se expresa en coordenadas esféricas polares

espaciales r, θ, φ y la coordenada temporal t , así:

$$ds^2 = dt^2 + dr^2 + R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\varphi^2 + \sin^2 \varphi d\theta^2].$$

Empero de Sitter observó que si escoge la proyección estereográfica esta métrica puede escribirse así:

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{1 + \epsilon r^2} + \frac{\epsilon x_i x_j}{(1 + \epsilon r^2)^2}, \quad g_{44} = 1$$

Esto significa que en la frontera, en el infinito ($r = \infty$), los valores de la métrica de Einstein son :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se ve que la componente g_{44} rompe la simetría que De Sitter buscaba en consonancia con su postulado matemático de la inercia. Cuando Einstein cierra el universo espacialmente el elemento de línea correspondiente a la superficie esférica tridimensional (en su proyección estereográfica) comporta la nulidad de las componentes espaciales en el infinito, así que de Sitter obtuvo su solución al sumergir una hiper-esfera tetradimensional en un espacio penta-dimensional cuyo elemento de línea, en su respectiva proyección estereográfica:

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{1 + \epsilon r^2} + \frac{\epsilon x_i x_j}{(1 + \epsilon r^2)^2} \quad g_{44} = \frac{1}{1 + \epsilon r^2},$$

arrojaba los valores esperados para la métrica en el infinito:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

De esta forma De Sitter satisfacía su postulado matemático de la relatividad de la inercia, cerrando el cosmos tetra-dimensional para esquivar completamente las condiciones de frontera⁸. Pero, y el llamado ahora *postulado material de la relatividad de la inercia* ¿acaso también era cubierto por su modelo cosmológico? Veamos: Einstein había argumentado que desechaba el enfoque de la imposición de condiciones de frontera en el infinito espacial objetando la imposibilidad de reconciliarlas con observaciones empíricas pero, si se mira bien, tanto su modelo como después el modelo de De Sitter habían sido edificados, por decirlo de alguna manera, partiendo de consideraciones estéticas o si se quiere incluso metafísicas.

Tanto Einstein como De Sitter sabían a priori la forma del universo que querían, cerrado espacial o cerrado espacio-temporalmente, respectivamente. Además de la elevada simetría -más que justificable por la simplicidad matemática que traduce a las complejas ecuaciones de campo- Einstein llegó a exigir que su universo fuera estático y caracterizado por una distribución homogénea de materia. Aunque esta última condición parezca justificable atendiendo a consideraciones cosmológicas a gran escala, todo eso vibra en resonancia con consideraciones estéticas que no necesariamente han de corresponder al universo fáctico. Como testimonio de esto se dirá que tanto Einstein como De Sitter obtuvieron la geometría deseada en sus modelos. Después las ecuaciones de campo les permitirían calcular la cantidad media de materia requerida para curvar el universo en concordancia con sus respectivos elementos de línea. Así las grandes consideraciones empíricas sobre la distribución material, contempladas en el tensor energía-momento, entraban después y fue esto lo que condujo a un interesante desenlace que parecía prelu-

⁸La degeneración de los valores de la métrica en el infinito espacial puede ser, como después se ha visto, un artificio de la elección del sistema de coordenadas. El enfoque de las condiciones de frontera en el infinito es más que espinoso. Aquí simplemente se señala como estrategia histórica de importancia.

diar el fin del hasta entonces indisoluble machianismo de Einstein. Porque al determinar la cantidad media de materia requerida por la geometría espacio-temporal del universo de De Sitter, éste encontró que no se requería ninguna. ¡La solución de De Sitter a las ecuaciones de campo modificadas era una solución para un universo materialmente vacío! Todo el objetivo de la constante cosmológica parecía venirse al traste⁹. Tiempo después Einstein llegaría a juzgar la inclusión de la constante cosmológica como su más craso error pero recién golpeado por los resultados de De Sitter no estaba dispuesto a renunciar a sus más caras convicciones y tuvo fuerzas para encontrar objeciones al modelo de éste último antes de reconocer su validez y renunciar a su profesado machianismo. Leámosle en una carta a De Sitter donde con sobervia claridad, enterado ya de los resultados de De Sitter, manifiesta(EA 20-548):

In my opinion it would be dissatisfying, if there were a conceivable world without matter. The $g^{\mu\nu}$ -field should rather be *determined by the matter, and not be able to exist without it*. This is the heart of what I understand by the demand for the relativity of inertia. One could just well speak of the ‘material conditionedness of geometry’. As long as this demand is not fulfilled, for me the goal of a general relativity was not yet completely achieved. This was first achieved through the introduction of the λ term.

Poco más de un año habría de transcurrir antes de que Einstein renunciara a sus infructuosos intentos por impugnar el modelo de De Sitter¹⁰. Vuelvo sucintamente al fragmento

⁹Amén del modelo cosmológico de De Sitter, años después, a mediados de los 20 Edington probaría que para cualquier modelo cosmológico que no sea perfectamente homogéneo la constante cosmológica no es ninguna garantía de estabilidad y esto sería la puntilla definitiva para Einstein.

¹⁰La principal objeción de Einstein pasó por señalar una singularidad que después probaría ser una singularidad de coordenadas y no una singularidad intrínseca del espacio-tiempo.

citado en la carta a De Sitter. Si la relatividad de la inercia se disipaba ante la tentativa de De Sitter, para Einstein sostener el sueño de una auténtica teoría de la relatividad parecía empantanarse. Esto refuerza la profundidad de sus convicciones con respecto a las ideas de Mach sobre la inercia. Pues en el mismo año en que su modelo cosmológico y el de De Sitter dirimían esta crónica sobre la relatividad de la inercia, en 1917, Kretschman abrió otra honda grieta en sus convicciones rebatiendo, acertadamente, la presunción de que la covariancia general por sí sola implicara el contenido físico de un principio general de relatividad. Sólo a mediados de 1918 Einstein reconoció el carácter meramente formal de la covariancia general pero antes, atendiendo a las objeciones de Kretschman, todavía refinaba sus ideas sobre la relatividad de la inercia escribiendo (Einstein 1918a, p 241):

The G-Field [the metric] is *completely* determined by the masses of the bodies. Since mass and energy are identical in accordance with the results of the special theory of relativity and energy is described formally by the symmetric tensor ($T_{\mu\nu}$), this means that the G-field is conditioned and determined [*bedingt und bestimmt*] by the energy tensor of the matter.

Entonces la relatividad de la inercia pasaba a conocerse como el **Principio de Mach**.

Se sabe que gradualmente Einstein declinó su abogacía de las ideas de Mach sobre la inercia, llegando incluso a entretener la idea de que la métrica pudiera ser vista como una propiedad intrínseca de la naturaleza, como una especie de propiedad ubicua del espaciotiempo que llegó a merecer el nombre de éter, pero hasta el final de sus días las ideas de Mach sobre la inercia, aunque ya no defendidas con la insistente sagacidad de los años de gestación de su teoría de gravitación ni de los primeros años de la cosmología relativista, se resumieron bajo el dudoso título de *el Principio de Mach*.

Es cierto que Einstein abdicó de las ideas de Mach, pero de los años en que éstas empujaron sus esfuerzos nacieron sus más apreciables monumentos científicos, la Teoría General de la Relatividad y luego la Cosmología Relativista. La primera se nutre de muchas fuentes, de muchos elementos formales que finalmente la configuran, pero en la motivación necesaria para sostener esta empresa, según reitera el propio Einstein, campea el terco deseo de superar las objeciones de Mach al movimiento absoluto y a la sustancialidad del espacio.

Cito nuevamente a Mach de otro de los tantos pasajes premonitorios en que casi pareciera leerse al joven Einstein (Mach 1883, p. 296):

The natural investigator must feel the need of further insight -of knowledge of the *immediate* connections, say, of the masses of the universe. There will hover before him as an ideal an insight into the principles of the whole matter, from which accelerated and inertial motions result in the *same* way.

Sobre la cosmología relativista ya se ha dicho alguna cosa, así que cierro este capítulo con un pasaje extraído de una conferencia dictada por Einstein en Kyoto, en 1922, donde sucintamente se refiere así (en Ono 1983, p 26):

About my work after 1915, I would like to mention only the problem of cosmology. The foundation of this problem comes from the boundary of general theory of relativity and the discussion of the problem of inertia by Mach. Although I did not exactly understand Mach's ideas about inertia, his influence on my thought was enormous.

Capítulo 4

Efectos Machianos en TGR: Inercia Local

4.1. Introducción

La física helenística, que soportaba la carga de la materia estelar y el movimiento de la materia cósmica anclándola en el lomo de esferas rotatorias concéntricas, permitió durante dos milenios pensar el universo a escala cosmológica. Refinada en la complejidad del cálculo de epiciclos y secantes ptolemaicas, permitía pensar el universo observable como un todo integrado en un modelo empíricamente imaginable. Empero, el movimiento local, canónicamente representado por la caída de los graves y los proyectiles disparados, obedecía a leyes distintas. Separados por la esfera lunar, aquí en el corruptible teatro sublunar, los cuerpos no están atados a las esferas distantes de la escala cosmológica. Aunque vulneradas por las observaciones de Tycho Brahe y casi rotas las esferas de cristal, Galileo y Kepler parecen confirmar este aspecto de la herencia helenística, a saber: que la física del suelo, la cinemática de Galileo, poco tiene que ver con la física del cielo, con las leyes orbitarias de Kepler. Es el momento de Newton. Se ha celebrado el triunfo de su genio por haber mostrado la concordancia entre movimientos planetarios

supralunares y movimientos sublunares como la caída libre de una partícula material. Con esto, las esferas ptolemaicas terminan desintegradas por la ley de gravitación universal que permite el paso continuo entre la vecindad, el mundo cercano y el universo de los astros. Este feliz desenlace sigue el camino de movimientos locales, individualizados, y proyectados a cualquier escala. La Luna, por ejemplo, puede ser entendida como una gran piedra cayendo continuamente bajo la acción de la Tierra. La esfera que le amarraba fue solo un espejismo que ocultó la interacción entre dos cuerpos. La estructura cosmológica, global, fue rota.

Proscritas las esferas celestes no parece tener sentido la pregunta contrapuesta: ¿Y, que tal si las esferas celestes dirigen a los cuerpos en su movimiento local? ¿Qué tal si consideraciones cosmológicas influyen en la descripción local de la dinámica de una partícula?

Instalados ya en el paradigma newtoniano, el más que probable sarcasmo que se leería en la reacción de cualquier seguidor suyo, más de dos siglos después de la publicación de los Principia, ante sugerencias de este perfil es más que justificado. Ante un universo infinito, inconmesurable, la cosmología pierde luz. Su objeto, el cosmos como un todo, resulta inasible. El universo visible, limitado por la tecnología, es objeto de atención astronómica, de cartografía celeste y de un incierto afán por remontar distancias, pero el interés fundamental en la cosmología palidece. Todo parece estar dado. Dada estaba la forma, dada estaba la geometría del universo, conocida era su extensión en el espacio y en el tiempo. Conocidas las leyes que gobiernan los cuerpos depositados en este recipiente espacial inmutable. Difícil resultaba también cualquier conclusión sobre la naturaleza intrínseca de los objetos celestes. Todo esto, amén del positivismo influyente

del siglo XIX, oscureció aún más el ya incierto escenario del estudio cosmológico. Incluso la astrofísica pareció sufrir un ostracismo semejante¹.

Pero aunque el clima general hubiera acusado este letargo cosmológico, en 1895, el astrónomo Hugo Seeliger, que ya había sido mencionado entre quienes intentaron encontrar un sistema inercial de coordenadas empíricas, redimió un problema que curiosamente había advertido el propio Newton desde 1692 en su serie epistolar con el teólogo Richard Bentley. Ante las preocupaciones de Bentley por la infinitud del universo, Newton observó que en un universo infinito la distribución homogénea de materia traería problemas de estabilidad. La homogeneidad del universo fue considerada como uno de los pilares cosmológicos del universo de Newton así que el asunto de la inestabilidad fue soslayado durante mucho tiempo arguyendo, por ejemplo, que consideraciones de simetría podrían dar cuenta del extraño comportamiento de la ley de gravitación a gran escala. Pero a finales del siglo XIX Mach ya había reclamado la necesidad de atender a consideraciones que tuvieran en cuenta la materia distante. Seeliger sostuvo que el problema no podía esquivarse y propuso una corrección para la ley de gravitación cuyos efectos serían aparentes sólo a *distancias cósmicas* (Seeliger 1895). Al problema se le buscaron remedios alternativos². Pero Einstein, al igual que Seeliger, en su célebre *Cosmological Considerations of the General Theory of Relativity*(1917) consideró per-

¹En pleno apogeo del positivismo del siglo XIX, un predecesor de Mach, el influyente Augusto Comte sentenciaba(1835):

Il faut concevoir l'astronomie positive comme consistant essentiellement dans l'étude géométrique et mécanique du petit nombre de corps célestes que composent le monde dont nous faisons partie.

Citado por Bertotti en Bertotti B. et. al.(eds) (1990) p. 6.

²Para un recuento detallado sobre el problema de estabilidad gravitatoria del cosmos newtoniano y las posibles alternativas como los universos tipo isla o la estructura jerárquica en la distribución de materia, Véase Norton (1999).

tinente ajustar la ley de gravitación para salvar la valorada estabilidad gravitatoria del cosmos. Esto le sirvió como motivación para introducir la constante cosmológica que da origen a su universo cilíndrico. Entonces, a tenor de la discusión con De Sitter sobre el origen material de la inercia, se estaban edificando las bases de la cosmología relativista. En el corazón de este renacimiento de la cosmología campean las ideas de Mach sobre la inercia y la empeñada convicción de Einstein en ellas.

Las ideas de Mach cobran su mayor sentido en un contexto cosmológico, global. Por esto no sorprende que la formulación más enfática y, si cabe, precisa que Einstein hiciera del principio de Mach(1918) fuera enunciada tras haber engendrado su primer modelo cosmológico, en el calor de las discusiones sobre la inercia y la naciente cosmología relativista.

Sin embargo, Einstein, antes de concebir una teoría que le permitiera la visión de un principio de Mach en un contexto rigurosamente global, entretuvo, como cabría esperar, la inercia desde un enfoque puramente local. Enfatizando; Einstein pasa, como titula el capítulo anterior, *de la relatividad de la inercia al principio de Mach*, al tiempo que busca una teoría de gravitación.

En 1907 Einstein enunció su principio de equivalencia y poco después pronosticaba que inercia y gravedad debían tener un mismo origen formal. Pero en esta época de sinuosa germinación su perspectiva está centrada en la relatividad local de la inercia. Esto es: la inercia entendida no como la resistencia al movimiento en el espacio (absoluto), sino como resistencia al movimiento con respecto a otros cuerpos materiales. La compleja dificultad que comporta este proyecto sigue siendo impugnado. Que los cuerpos circundantes gobiernen la inercia tiene un color Machiano evidente aunque discutible.

Sin un contexto cosmológico esta sentencia puede quedarse a mitad de camino ya que es posible, como en la práctica ocurría en la mecánica clásica, hacer abstracción de la materia distante y ocuparnos de las interacciones relativas *significativas* en vista de que la materia cercana suele resultar dominante en el contexto de la gravitación clásica. ¿Cabría esperar algo semejante para el origen de la inercia?

Mach nunca llevó a cabo su programa previendo quizá la complejidad del mismo. Pero sus declaraciones siempre apuntaban a las estrellas fijas, al universo remoto y al universo como un todo. Una teoría de inercia que vincule la totalidad del universo habría de predecir los efectos inerciales observados o, recíprocamente, a partir de los mismos debería poder predecir consideraciones cosmológicas importantes como la distribución isotrópica de materia y la densidad estimada del universo. En cualquier caso, sin la teoría a mano, partir de ecuaciones de movimiento local, que describen la trayectoria de partículas bajo la influencia de materia, parece ser un mecanismo de prueba no menos que razonable. Acaso sea lícito pensar el cosmos como la suma de la materia y sus interacciones locales. En mecánica clásica, el principio de superposición (suma vectorial de fuerzas) permite proyectar esta visión. Einstein se enfrenta a un porvenir más complicado. Mach había sustituido la función de las estrellas fijas distantes como simples puntos rotulados al espacio absoluto que permiten referir el movimiento local para sumarles una función dinámica. La pista que deja es que acaso apuntando a la materia distante, a escala cosmológica, el misterio de la inercia se aclare.

No entro en detalles pero hay que insistir en que el impulso inicial de Einstein fue incorporar predicciones de color machiano desde la relatividad local de la inercia. Y hay que insistir en esto porque de aquí nace otro capítulo importante en el desarrollo de

TGR que no ha recibido la atención que merece. Algunos han entendido que por esta vía es posible determinar cuáles modelos cosmológicos de TGR instancian una ontología relacional machiana (Gönnner 1972, Brill y Cohen 1966). Mi impresión es que TGR *es* una teoría relacional machiana y por lo tanto no es necesario distinguir entre modelos sustancialistas y relacionales de la teoría. Sobre esto volveré en el siguiente capítulo.

Recordemos que desde 1907, cuando empezó a trabajar en su teoría de gravitación (e inercia), Einstein ya esperaba que sus concepciones sobre la relatividad de la inercia se resolvieran en concordancia con las ideas de Mach sobre la misma. Por esto desde la relatividad de la inercia pudo pronosticar algunos efectos que, a su entender, cabría esperar en el tejido de una teoría ajustada a los requerimientos de Mach sobre ésta. Estos efectos fueron: el *aumento de la masa inercial* cuando se acumula materia en la vecindad de un cuerpo y lo que hoy conocemos como el *arrastre de los marcos inerciales* debido a la aceleración de la materia de su entorno.

Estos efectos Mach-Einstein nacieron de la fuerte convicción de Einstein en la relatividad de la inercia y su supuesta sintonía con las ideas de Mach sobre la misma. Por esto, éstos fueron concebidos durante el período de gestación de TGR como pruebas de su éxito en relación con las ideas de Mach. Pero ya en el contexto de TGR, Einstein presentó los cálculos de los mismos en 1922, en una época en que empezaba a declinar del principio de Mach y el difícil tinglado de la relatividad de la inercia desplazaba su protagonismo como principal fuerza motriz de sus investigaciones en favor del frustrado proyecto de una teoría de campo unificado. Con todo, los efectos Mach-Einstein ocupan un lugar importante en la historia y el presente de la relatividad general y de la cosmología relativista. El arrastre de marcos inerciales es considerado como una predicción

física real que sigue despertando interés ya sea como posible prueba experimental de la precisión predictiva de TGR o como la más efectiva realización de las ideas de Mach en la teoría de Einstein. Empero el aumento de la masa inercial de un cuerpo ante la presencia de materia en su vecindad es considerado como un engañoso *efecto de coordenadas* y su relación con las ideas de Mach es no menos que controversial, como controversial sigue siendo el **Principio de Mach**. Lo que resta de este capítulo estará dedicado a las primeras consideraciones que, ya en el contexto de TGR, se hicieron sobre los que aquí han sido bautizado como *efectos Mach-Einstein*.

4.2. Más sobre la relatividad de la inercia

La mecánica clásica no predice efectos inerciales como pseudo-fuerzas, fuerzas centrífugas o fuerzas de coriolis, para movimientos puramente relativos. Por ejemplo, un cascarón esférico que rota alrededor de un cuerpo interno no produce fuerzas centrífugas sobre éste. Mach invoca a la materia estelar para rescatar una posible interpretación relativista de dichos efectos y Einstein con la alegre clave del principio de equivalencia puede imaginar que la inercia tiene origen gravitacional. Por este camino, cree poder alcanzar un principio general de relatividad en que las ideas de Mach, materia, gravedad e inercia aparecerían muy bien atadas. Pero a diferencia de la teoría de Newton, la teoría de gravitación que Einstein buscaba, si hubiera de salvar la limitación señalada en la Mecánica Clásica, debería predecir un nuevo tipo de campos, de fuerzas o de efectos que la anterior teoría no predice para movimientos puramente relativos y que en concordancia con la relatividad de la inercia pudieran dar cuenta de los llamados efectos

inerciales.

Por ejemplo: si rotamos el universo alrededor del vaso de agua de Newton se esperaría que, puestos en reposo en el marco de referencia atado al vaso, predijese algún tipo de campo gravitatorio (o inercial) que incorpore las observadas fuerzas centrífugas que aparecen cuando suponemos que rota el agua contenida en el vaso. En 1909, Einstein ya intentaba entender el movimiento rotatorio como reposo. Las ideas sobre la relatividad de la inercia tomaban forma y su relación con las ideas de Mach, aunque compleja, es innegable. Nótese que con este giro en la perspectiva las fuerzas centrífugas podrían interpretarse como una medida de la tendencia del agua a quedarse anclada a las estrellas fijas (cuando suponemos que rota el agua) o de la tendencia a seguirlas (cuando suponemos que éstas giran en su entorno). En cualquier caso en una auténtica teoría de relatividad del movimiento y de inercia tal distinción sería superflua. Seguimos en el rastro a las palabras de Mach (1883, p. 284):

The universe is not *twice* given with an earth at rest and an earth in motion;
but only *once*, with its *relative* motion alone determinable.

Esta tendencia a *seguir* la materia, conocida luego como el arrastre de los marcos inerciales, fue predicha por Einstein por primera vez en 1912 como un interesante resultado de su incipiente teoría de gravitación escalar. Asimismo predijo el aumento de la masa inercial de un cuerpo como consecuencia de la presencia de materia en su vecindad.

En la tradición de sus experimentos mentales, Einstein se imaginó un cascarón esférico infinitamente delgado que se acelera (sin rotación) y en su interior una partícula material siente el arrastre al mismo tiempo que su masa inercial aumenta (Einstein, 1912).

Concretamente, Einstein calculó que la aceleración Γ de un cascarón esférico de masa M y radio R , sobre una masa puntual m en su centro, produciría un *arrastre*, una aceleración $\gamma = (3/2)G(M/Rc^2\Gamma)$ en la partícula puntual m y que la presencia del cascarón esférico M provocaría un incremento en la masa inercial de la partícula puntual de m a $m + G(mM/Rc^2)$ (donde G es la constante gravitacional de Newton).

Todavía en la quinta edición de su *The Meaning of Relativity*, revisada y aumentada en 1954, Einstein sostuvo el aumento de la masa inercial como un efecto real de su TGR. Hoy entendemos que éste no es más que otro efecto de coordenadas y esto arroja alguna luz sobre la dificultad que ha supuesto la interpretación de resultados en TGR. Sin una formulación intrínseca que permita la separación de la geometría (contenido físico) del álgebra que sobre ésta construimos y con la tendencia histórica a atribuirle valor concreto, real, ontológico a la lectura que hacemos de resultados tabulados a un sistema de coordenadas (que además puede ser arbitrario en la física covariante), Einstein fue víctima confesa y consciente de estos riesgos. Sobre esto algo se ha dicho y algo más se dirá más adelante.

Contrario al aumento de la masa inercial, el arrastre de las partículas de prueba, o de los marcos inerciales como consecuencia de la aceleración de la materia es considerado como un efecto real y ya en el contexto de la primera teoría tensorial de gravitación de Einstein -la teoría Entwurf- éste fue calculado por Einstein. En esta ocasión, empleando el mismo modelo del cascarón esférico (tan fructífero en TGR), predecía también el arrastre provocado por la rotación del cascarón esférico sobre los marcos inerciales en su interior. No entro en detalles porque cálculos y resultados semejantes fueron obtenidos por Einstein en 1921 y éstos, correspondientes ya a las ecuaciones de campo covariantes definitivas, serán objeto de posterior atención. En todo caso conviene mencionar estos resultados porque visiblemente complacido, Einstein los comunicaba al propio Ernst

Mach. En una carta fechada el 25 de junio de 1913, escribió (CP Doc. 448)³:

Highly esteemed Colleague,

You have probably received a few days ago my new paper on relativity and gravitation, which is now finally completed after unceasing toil and tormenting doubts. Next year, during the solar eclipse, we shall learn whether light rays are deflected by the sun, or in other words, whether the underlying fundamental assumption of the equivalence of the acceleration of the reference system, on the one hand, and the gravitational field, on the other hand, is really correct.

If yes, then -in spite of Planck's unjustified criticism- your brilliant investigations on the foundations of mechanics will have received a splendid confirmation. For it follows of necessity that *inertia* has its origin in some kind of *interaction* of the bodies, exactly in accordance with your argument about Newton's bucket experiment.

You will find a first consequence in this sense on the top of page 6 of the paper. Beyond that, the following results have been obtained:

1. If one accelerates an inertial spherical shell S , then, according to the theory, a body enclosed by it experiences an accelerating force.
2. If the shell S rotates about an axis passing through its center (relative to the fixed stars ('Restsystem')), then a Coriolis field arises inside the shell, i.e., the *plane* of the Foucault pendulum is being carried along (though with a practically unmeasurably small velocity).

It gives me great pleasure to be able to tell you about this, all the more so because Planck's criticism always seemed to me to be most unjustified.

With kindest regards, I remain very respectfully yours,

A. Einstein

Thank you sincerely for sending me your book.

³CP por el volumen correspondiente de *The Collected Papers of Albert Einstein*[63], seguido de la numeración del documento.

Como se ve, Einstein se mostraba bastante satisfecho por la predicción del arrastre por traslación y rotación de la esfera sobre una partícula en su interior por encontrarlo en concordancia exacta con las observaciones de Mach sobre el experimento del vaso de Newton y así se lo hacía saber. De Mach no tenemos respuesta, acaso porque no la hubo, pero se sabe que nunca terminó de aceptar TGR. Su muerte (1916) tampoco permitió una réplica directa a la ulterior formulación del **Principio de Mach**. El debate póstumo sobre su viabilidad sigue abierto y muy vivo. En todo caso aquí se ha tratado de sostener que el impulso inicial de asociar las ideas de Mach a la relatividad local de la inercia, llevó a Einstein a predecir estos *efectos machianos*. Se ha mostrado ya (en el capítulo anterior) que al componer sus ecuaciones de campo de 1913 Einstein declaraba que éstas satisfacían el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Pero; ¿Qué exactamente entendía Einstein por relatividad de la inercia? y ¿En qué sentido ésta se asocia a las ideas de Mach y a los resultados que de ésta desprende?

Algo se ha avanzado sobre esto, pero una mejor respuesta resultará al recordar las palabras de Einstein en el momento en que seguramente la relatividad local de la inercia tiene mayor vigor en su pensamiento. Antes de esto, será apropiado decir que después de enviar el artículo con su primera teoría tensorial de gravitación y la correspondiente carta a Mach, Einstein también presentó los cálculos y resultados que determinaban, ahora desde su teoría Entwurf, el restante efecto esperado, a saber, el aumento de la masa inercial cuando un conjunto de grandes masas se apilan en su vecindad. En este artículo, de diciembre de 1913, tras describirlo comentaba sus ideas sobre la relatividad de la inercia y alguna pista sobre su relación con la misma. Allí se explicaba así (Einstein,1913 b,p.1260):

This result is of great theoretical interest. For if the inertia of a body can be increased by the piling up of masses in its neighborhood, we will hardly be able to avoid regarding the inertia of a mass point as determined by the existence of the other masses. Inertia thus appears to depend on a kind of mutual interaction of the accelerated particle with all other point masses. This result seems quite acceptable, when one considers the following. It makes no sense to speak of the motion (and hence the acceleration), of a body *A per se*. One can only speak of movement or acceleration of a body *A* relative to other bodies *B*, *C* and so on. That which holds kinematically regarding acceleration, should also hold for the inertial resistance that a body presents to acceleration; *a priori* one would expect, even if it is not necessary, that inertial resistance is nothing else but the resistance of a body *A* to acceleration relative to the totality of other bodies *B*, *C* and so on. It is well known that E. Mach first defended this standpoint in all sharpness and clarity in his history of mechanics.

No tengo conocimiento de que Mach en algún momento llegará a preveer algún tipo de aumento de la masa inercial (o de la inercia, como la llama Einstein a secas en este caso). En la segunda ley de Newton la masa inercial aparece como un coeficiente de resistencia inercial. A este coeficiente de resistencia inercial Mach llegó a darle una definición operativa muy elegante que no contempla consideraciones de esta naturaleza (Mach 1960 (1883)p. 217). En todo caso que éste resulte equivalente a la masa gravitacional parece una más que afortunada coincidencia que daría mucho que pensar a Einstein pero que parece haber escapado a la agudeza crítica de Mach.

Ahora interesa más recalcar lo que sigue: Einstein, al amparo de su convicción en las ideas de Mach, está pensando la resistencia inercial como una medida de la resistencia de un punto material a la aceleración con respecto a la materia circundante. Por este camino es posible pensar, con él, que alteraciones de algún tipo en la distribución de la materia circundante puedan producir algún efecto detectable en la medida de ésta resistencia inercial, en la masa inercial. Concretamente Einstein esperaba que al aumentar la materia apilada en la vecindad de un cuerpo aumentara su resistencia al movimiento acelerado⁴. Ninguna alteración en la medida de la masa inercial de un cuerpo había sido detectada. Por esto la tradición Newtoniana pudo asentar la noción de la masa inercial como una propiedad intrínseca de cada punto material, una propiedad inalterable de la materia en su movimiento en el espacio y ajena a la materia estelar. Mach siembra las dudas, pero, de vuelta al experimento del vaso, había advertido (Mach 1883, p.216):

Nobody can say how the experiment would turn out if the sides of the vessel increased in thickness and mass till they were ultimately several leagues thick.

No le sentimos decir que espere un aumento en la masa inercial del agua contenida cuando aumenta indefinidamente el grosor del vaso, tampoco le sentimos decir lo contrario. Simplemente muestra cautela. Einstein arriesga y ahora parece zanjar la cuestión. Los cálculos le avalan y la conclusión que desprende, aunque un tanto vaga, es complaciente. Apenas afirma que con este resultado sería difícil refutar que la inercia de una

⁴Einstein manifestaba sus esperanzas en este sentido así (Einstein 1913 a):

It must be required that the inertial resistance of a body can be increase by bringing unaccelerated ponderable masses into the neighborhood of the body.

partícula material esté determinada por la *existencia* de otras masas. Y tiene razón. Mach ha afirmado la dependencia de la inercia de un cuerpo relativa a la materia total circundante. Einstein se concentra en la materia de la vecindad y con ésta le basta.

Pero, ¿Qué tal, si haciendo un poco de trampa y salvando algún anacronismo, nos arriesgamos a suponer que si Mach hubiera previsto algún tipo de alteración en la masa inercial de un cuerpo podría haber esperado algún tipo de dependencia funcional entre ésta (m), los cuerpos materiales que le circundan (M_i) y las distancias relativas entre cada uno de estos y la partícula en cuestión (R_i)? Einstein nos habla de algún tipo de relación sin llegar a precisarla. ¿Qué tal si la función de inercia fuese -como han pensado después algunos- de la forma $m = \alpha \sum_i (M_i/R_i)^5$? ¿Qué tal si atendiendo a consideraciones cosmológicas y al ideal del propio Einstein suponemos que a gran escala el universo distribuye homogéneamente su materia? Entonces siguiendo la tradición del modelo del cascarón esférico podemos pensar el cosmos material como compuesto por cascarones sucesivos delgadísimos de densidad homogénea (σ), puestos como capas de materia que se recubren alrededor del punto material que nos ocupa. La masa de cada cascarón es $M_i = 4\pi\sigma R_i^2$ y, consecuentemente, su contribución a la función de resistencia inercial (m) sería del orden de R_i ($m \approx R_i$). De modo que la mayor contribución a la inercia local vendría determinada por la materia distante como indiscutiblemente hubiera preferido Mach. Así que, siguiendo este ejemplo, para aumentar la inercia de un cuerpo mejor sería alejar la materia y acumularla lejos, en los confines del universo, y no apilarla en la vecindad como pretendía Einstein. ¿Qué hubiera sido mejor entonces, acercar la materia, alejarla o distribuirla anisotrópicamente en la vecindad de un cuerpo para detectar la relación de la misma con la inercia? Este ejemplo es traído a colación como manifiesto

⁵Véanse por ejemplo Sciama 1959, Cap 7 y Brans 1962.

de la complejidad y dificultad especulativa alrededor de este enfoque para la inercia.

No habiendo detectado nadie ninguna variación en la masa inercial y sabiendo que la variación estimada por Einstein era pequeñísima, la validez de sus resultados podría haberse tomado por una prueba que, merced al imaginable desarrollo tecnológico, evaluaría el poder predictivo de la teoría de Einstein. Pero estamos hablando de la teoría Einstein-Grossman y ésta rápidamente fue sustituida por la Teoría General de la Relatividad sin tiempo para asentarse y esperar este tipo de consideraciones. Empero en ésta última, como se ha dicho, Einstein también estimó el aumento de la masa inercial y el mismo tipo de reflexión cabe para la teoría definitiva. Sabemos que el resultado fue otro.

Einstein se concentra en efectos locales y en predicciones que parten de experimentos puramente mentales. En todo caso predice el arrastre por aceleración traslacional del cascarón esférico y lo que resulta más significativo, a razón de la crítica concreta del vaso de Newton, predice ¡el arrastre por rotación del mismo!

Estas predicciones corroboraban, en virtud de su compromiso machiano, la pasajera satisfacción de Einstein con su precursora teoría Entwurf pero se recordará que al igual que la teoría definitiva ésta estaba compuesta por ecuaciones de campo tensoriales que relacionan la métrica, y con ella la estructura inercial, con un tensor de materia-energía que permitiría paulatinamente a Einstein llegar a concebir la relatividad de la inercia, en su tránsito hacia consideraciones cosmológicas, en la forma del Principio de Mach. Después de 1915, tras el feliz hallazgo de las ecuaciones de campo covariantes de TGR, Einstein, todavía fiel a la influencia de Mach, estaba decidido ahora a lograr que su novedosa teoría de gravitación resultara compatible con el ideal machiano de exigir

que todos los movimientos inerciales estuviesen determinados por la materia. Por toda la materia en su conjunto. A este requerimiento pareció dársele por fin, aunque no sin cierta vaguedad, un significado teórico comprensible mediante su enunciación en la forma del principio de Mach. Sabemos que queriendo satisfacer el principio de Mach, Einstein restringe las soluciones a sus ecuaciones de campo y luego se concentra en los problemas fundacionales de la cosmología relativista.

Para Einstein, que la ecuación de movimiento local de su TGR -la ecuación de las geodésicas- sea función de la métrica (y sus segundas derivadas) y que ésta pudiera atarse a la materia del universo mediante ecuaciones de campo covariantes, debió significar una enorme satisfacción. Su ideal Machiano, ahora insertado como una cuestión fundamental del problema de la cosmología, le ocupó pertinazmente en los primeros años de TGR. Ciertamente, para entonces se percibe que la relatividad local de la inercia se había disipado en el pensamiento de Einstein. Pero ¿Y qué pasó, entonces, con los efectos Machianos en la teoría final? Pues bien, estando Einstein transitoriamente concentrado en MP y la cosmología relativista, el primer resultado sobre un efecto machiano (ya dentro de TGR) fue presentado por H. Thirring en 1918. Thirring había deducido el arrastre de marcos inerciales (Thirring 1918). Para ver los resultados que mostraban la predicción del aumento de la masa inercial habría que esperar a que Einstein, algo desencantado del Principio de Mach, les publicara en 1922. En lo que resta de este capítulo se estudiarán estos cálculos y algunas consideraciones de interés en lo relativo a su interpretación.

4.3. Efectos Mach-Einstein en TGR

No fue Einstein el único en suscribirse a las ideas de Mach sobre la inercia. Se ha mencionado que con el cambio de siglo algunos, como por ejemplo Seeliger o Lange, intentaron encontrar la relación entre sistemas de coordenadas inerciales y el sistema empírico de coordenadas astronómicas. Con esto se pretendía dar a la ley de la inercia un soporte epistemológico más aceptable al pretender referirla a puntos materiales.

En la física de Newton los puntos materiales son la fuente dinámica del movimiento gravitatorio, de la aceleración de la gravedad, pero en movimientos no inerciales (acelerados inercialmente) estos mismos puntos materiales se apagan, no cumplen ninguna función dinámica a pesar de la sorprendente equivalencia entre la masa inercial y la masa gravitatoria de los mismos. Mach apunta a la materia como fuente dinámica también para la inercia. Esta es la esencia crítica de sus observaciones. Hizo esto porque defendía un modo de empirismo científico que pretendía advertir los peligros de la especulación metafísica en el ejercicio científico. Por esto la materia concreta, observable y, por tanto, más inteligible que el invisible espacio absoluto como fuente de inercia. Y es que puede molestar que, por ejemplo, la fuerza centrífuga pudiera llegar a reventar las paredes del vaso de Newton y que esta desintegración se deba a un movimiento en sí mismo sin que medie interacción alguna. Pero en tanto que no podemos rotar el universo alrededor del vaso hasta reventarlo, o al menos hasta producir las fuerzas centrífugas apropiadas, las ideas de Mach sobre la inercia pueden ser objetables por parecer una especulación casi tan metafísica como la de Newton. El vacío experimental es evidente. A pesar de esto la situación no tiene que ser tan desesperada.

La teoría de Newton no nos dice que la materia, cuando se acelera, arrastre consigo los

marcos inerciales provocando las mal llamadas seudofuerzas. En cambio Mach, aunque no lo haya dicho de esta forma, sí que lo previó. El arrastre es una consecuencia de la suposición de que sólo existen movimientos relativos entre cuerpos materiales en el sentido de la crítica del vaso de Newton. Esta es la importancia del arrastre de los marcos inerciales. Siendo un efecto no previsto por la mecánica clásica, su detección cuando menos ahondaría las dudas abiertas por Mach.

En esta línea, en 1896 Inmanuel Friedlander proyectó un experimento consistente en una rueda pesada que rotaba a gran velocidad con una balanza de torsión alineada con su eje. No habló explícitamente del arrastre de los marcos inerciales, pero está claro que esto es lo que buscaba. Sobre su experimento, en clave machiana, comentó (Friedlander 1896, p. 10):

Then just as the centrifugal force arises on the flywheel at rest as a consequence of the rotation of the massive earth together with the universe, there should also arise, I believed, a centrifugal force effect -on a correspondingly smaller scale- in fixed bodies near to heavy moving flywheels. If this effect is demonstrated, a stimulus would be given for the reformulation of mechanics; simultaneously a deeper insight into the nature of gravitation would have been gained..

El experimento no pasaría de ser un acontecimiento anecdótico pues la precisión necesaria para producir resultados detectables a esta escala superaba cualquier imaginación técnica de la época. Tampoco se tenía una sustituta teoría machiana que produjera alguna estimación del orden de magnitud esperado para los efectos de arrastre. De modo que para proyectar a *escala*, como esperaba Friedlander, el arrastre de los marcos inerciales se

requeriría al menos alguna estimación razonable sobre el tamaño y la masa del universo que permitiera vislumbrar la viabilidad de la empresa⁶. Y no eran todavía los tiempos de la moderna cosmología. Similarmente, ya en 1904, August Föppl intentó determinar experimentalmente si la rotación de la tierra inducía el arrastre de los marcos inerciales (Föppl 1904a). Lo hizo utilizando un giroscopio cuya precisión era siete órdenes de magnitud más baja que la estimada por cálculos modernos. Otro resultado nulo.

Las primeras predicciones de arrastre fueron obtenidas por Einstein, como se ha visto, primero en la teoría escalar (1912) y luego en su teoría Entwurf (1913). Curiosamente en 1917 Hans Thirring parecía resuelto, ahora avalado por las predicciones teóricas de Einstein, a romper la nulidad de los experimentos de arrastre precedentes. Vislumbró un experimento en el que disponía un cilindro hueco en rotación para tal fin. Pero pronto se estrelló ante las dificultades para financiar su proyecto y dio un giro a sus intenciones optando entonces por hacer los cálculos correspondientes, ahora en el contexto de la Teoría General de la Relatividad. El resultado fue la primera deducción de arrastre de marcos inerciales en TGR.

4.3.1. Sobre los Cálculos de Thirring

En realidad Thirring no calculó el arrastre producido por un cilindro hueco como se hubiera esperado a juzgar por el experimento que tenía en mente. Se apoyó en el ya fructífero modelo del cascarón esférico, que había funcionado para Einstein. Y al igual que éste, Thirring imaginó ahora un cascarón que rota lentamente produciendo un arrastre de los marcos inerciales en su interior (Thirring 1918). Sus cálculos fueron

⁶Distinto hubiera sido si, a la inversa, se esperara que alguna detección experimental del arrastre sirviése para estimar el tamaño y la masa del universo, pero los experimentos no fueron pensados en esta dirección.

realizados dentro del esquema perturbativo de TGR. A éste corresponden las llamadas ecuaciones de campo débil, halladas por el propio Einstein en 1916. Repasaré brevemente en ellas.

Estas ecuaciones son obtenidas suponiendo que la métrica ($g_{\mu\nu}$) puede separarse así:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

donde $\eta_{\mu\nu}$ es la métrica de Minkowski y $h_{\mu\nu}$ es una cantidad a primer orden (una perturbación débil). Al definir

$$\phi_{\mu}^{\nu} = h_{\mu}^{\nu} - \delta_{\mu}^{\nu} h/2,$$

con la condición de coordenadas armónicas

$$\phi_{\mu}^{\nu}{}_{;\nu} = 0,$$

se obtiene el conjunto de las ecuaciones de campo débil que, consecuentemente, son bastante más sencillas que las originales ecuaciones de campo de TGR. Éstas son:

$$\square \phi_{\mu}^{\nu} = 16\pi T_{\mu}^{\nu}$$

donde \square es el operador D'Alembertiano.

Al encontrar una solución a estas ecuaciones -via funciones de Green- Thirring (1918, 1921) encontró una métrica válida dentro del cascarón a primer orden en la velocidad angular del mismo (ω). La solución de Thirring fue:

$$\begin{aligned}
ds^2 &= -(1 - 2m/r_0)dt^2 \\
&+ (1 + 2m/r_0)(dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2) \\
&- (8m\omega/3r_0)r^2\sin^2\theta d\phi dt.
\end{aligned}$$

Donde m es la masa del cascarón ω su velocidad angular y r_0 su radio. Lo que Thirring hizo con sus cálculos fue suponer que la materia perturba una métrica de fondo. Limitámonos, por ahora, la discusión al efecto local sobre los marcos inerciales en la región válida para la solución de Thirring. En este caso la presencia del cascarón debe producir un campo gravitacional tenue que *cambia* ligeramente la geometría plana en que se imbuye, al mismo tiempo que su rotación podría inducir un arrastre de los marcos inerciales en su interior. El interés, en relación con las ideas de Mach, pasaría por saber si los marcos inerciales (en este caso en el interior de la esfera) siguen a la materia o quedan anclados al espacio-tiempo de fondo. Con el fin de ilustrar la discusión veamos lo que sigue.

La métrica de fondo, en el esquema perturbativo utilizado es, como se ha dicho, la métrica de Minkowski. Su elemento de línea en coordenadas cuasi-esféricas (r, θ, ϕ, t) se escribe de la siguiente manera:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2.$$

Las componentes de esta métrica pueden expresarse en un arreglo matricial así:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Donde filas y columnas se ordenan como r, θ, ϕ, t . Asimismo esta métrica (limpia de perturbación alguna) determina los sistemas de coordenadas fijos al espaciotiempo vacío de Minkowski. Pero veamos qué pasa si cambiamos a un sistema de coordenadas cuyos ejes rotan al unísono con el cascarón esférico material ($d\phi \rightarrow d\phi - \omega dt$). En este caso

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\phi - \omega dt)^2 \\ &= -dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\phi^2 - 2\omega d\phi dt + \omega^2 dt^2), \end{aligned} \quad (4.1)$$

cuya expresión matricial se escribe:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta & -\omega(r^2 \sin^2 \theta) \\ 0 & 0 & -\omega(r^2 \sin^2 \theta) & -1 + \omega^2(r^2 \sin^2 \theta) \end{pmatrix}$$

Donde, nuevamente, filas y columnas se ordenan como r, θ, ϕ, t .

Reparemos ahora en que si la velocidad angular es pequeña (como es el caso) el término cuadrático en ω de la componente η_{44} puede ser despreciado, con lo cual dentro de una aproximación razonable $\eta_{44} \cong -1$. Ahora bien, con esto en mente resultará cómodo comparar y comprender alguna cosa sobre el famoso resultado de Thirring. La expresión para su métrica en componentes matriciales es:

$$\begin{pmatrix} 1 + 2m/r_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 + 2m/r_0)r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 + 2m/r_0)r^2 \sin^2\theta & (-4m\omega/3r_0)r^2 \sin^2\theta \\ 0 & 0 & (-4m\omega/3r_0)r^2 \sin^2\theta & -1 + 2m/r_0 \end{pmatrix}$$

Donde las filas y columnas, naturalmente, están ordenadas como r, θ, ϕ, t .

Comparando ésta con la expresión anterior, es aceptable concluir que la perturbación generada por el cascarón produce alteraciones débiles con respecto a la métrica de fondo, estas son las desviaciones del orden de m/r que típicamente representan la influencia del campo gravitacional producido por el cascarón de materia y que aquí perturba las componentes no nulas de la métrica. Sin que esto no sea importante, más interesante, en relación con el arrastre y las ideas de Mach, es ver que el cascarón induce, como se colige al comparar (4.1) con la métrica de Thirring, una velocidad angular no nula aunque muy pequeña sobre los marcos inerciales en su interior. Esta velocidad angular es $\Omega = 4m\omega/3r_0$.

Thirring debió sentir aliviada parcialmente la frustración por no haber podido realizar el experimento que proyectó inicialmente. Pues lo que su resultado mostraba, dicho ahora de otra forma, es que efectivamente en TGR un cascarón de masa m , radio r_0 y velocidad angular ω , induce una velocidad angular Ω , dada por la expresión anterior, sobre, por ejemplo, un péndulo de Foucault ubicado en el centro del cascarón. Para mayor claridad, ahora recuperamos las constantes de acoplamiento (c, G) que por simplicidad habían sido obviadas previamente en la fórmula para la velocidad angular inducida sobre los marcos inerciales. Es decir, reescribiendo:

$$\Omega = \frac{4Gm}{3c^2 r_0} \omega$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y G es la constante de gravitación de Newton. Se entenderá mejor el alivio que debió sentir Thirring si se repara en que, según sus propios cálculos, un cascarón de radio y masa equivalentes a los de la Tierra induciría sobre un giroscopio en su centro una velocidad angular ¡nueve órdenes de magnitud menor que la del cascarón! ($\Omega \approx 10^{-9}\omega_T$).

El resultado de Thirring deja entrever que TGR, al predecir el arrastre positivo de marcos inerciales, cuando menos muestra un nuevo talante machiano (aparte del ya insinuado por las ecuaciones de campo al incorporar la materia en la estructura inercial) que, a diferencia de la teoría newtoniana, permite pensar que en cierta medida se avanza hacia la relativización de la inercia. En todo caso este resultado merece algunos comentarios de cautela. Nótese que los marcos inerciales, al ser arrastrados con una velocidad angular bastante menor a la de la materia en rotación, permiten distinguir el movimiento de la esfera. Para esto basta con que las velocidades angulares de unos y otra sean distintas. Así como habíamos puesto una esfera a rotar con respecto a un espaciotiempo (absoluto) de fondo, ahora los marcos inerciales en su interior (sin materia) rotan con respecto a ésta o, recíprocamente, la esfera rota vista desde los marcos inerciales. Satisfacer las ideas de Mach en su sentido más amplio pasaría por requerir que los marcos inerciales fuesen arrastrados completamente por la materia. De este modo, tal vez, pueda entenderse verdaderamente la rotación como reposo en el sentido en que esperaba Einstein. Puestos en el calzado de Mach nos preguntamos:

¿Por qué habría un giroscopio de enterarse, de distinguir la rotación de una única esfera con respecto a nada? Sin más materia para culpar por esta peculiaridad y en el sentido más estricto de la relatividad del movimiento entre cuerpos materiales, sin

más referencias que un observador que en este caso lo tomamos por un giroscopio, ¿por qué habríamos de distinguir una rotación con respecto a nada del reposo? La pregunta tiene truco porque aquí la nada es la métrica de fondo y está claro que el resultado de Thirring depende de este espacio-tiempo de fondo, de la geometría de fondo en que se imbuje el cascarón de materia. Pero siendo esta la métrica de Minkowski, la métrica del vacío material, todos los temores de Einstein ya mencionados en el contexto de la controversia cosmológica con De Sitter resuenan en el trasfondo de esta discusión. Sin embargo, aquí se trata de un resultado significativo desde el punto de vista local. Queda pendiente ‘el resto del universo’ en la determinación local de la inercia.

El resultado, por una parte, muestra que los marcos inerciales, efectivamente dependen de la materia y su estado de movimiento, lo cual suena evidentemente machiano. Estos marcos inerciales ya no están fijos en el espacio. Siguen a la materia. Pero, por otra parte, esta dependencia no es total.

Los sistemas de referencia inercial siguen estando determinados parcialmente por un espaciotiempo absoluto de fondo. Mientras el arrastre no sea total, es decir en tanto que $\Omega \neq \omega$, lo de Thirring bastaría apenas para afirmar algo tan poco alentador como que el movimiento absoluto de la esfera visto desde adentro, desde los marcos inerciales arrastrados en su interior, es distinto al que se esperaría para un observador clásico desde el espacio absoluto. Pero todavía es un movimiento absoluto. La diferencia es una medida de la influencia que tiene la materia sobre los marcos inerciales en TGR.

Las ideas de Mach y la forma en que Einstein quería satisfacerlas exigen que la materia no solo influya sino que determine completamente la inercia. Y la materia que Mach tenía en mente era la materia del universo entero. Este resultado predice el arrastre

provocado por un cascarón rotando en el espacio vacío. Todo esto nos llevaría a pensar que para pasar desde este resultado *local* a un resultado *global* como el que requeriría el Principio de Mach, sería justo sumar sobre la materia del universo entero y esperar entonces un arrastre total de los marcos inerciales, desacoplados ya de la métrica de fondo. Es decir para un universo machiano se esperaría, como se ha adelantado, que $\Omega = \omega$.

Ahora bien, si se mira el resultado de Thirring se estaría tentado a conjeturar que ésta condición es satisfecha si al considerar la totalidad de la materia $\sum Gm/c^2r = 3/4$. Con lo cual se permitiría hacer cábalas sobre la relación entre el tamaño y la masa de un universo Machiano. El problema es que esta relación sigue dependiendo de la métrica de fondo y puede resultar como una buena aproximación sólo dentro de los límites de validez del método utilizado para calcularla.

Thirring utilizó las ecuaciones de campo débil, suponiendo pequeñas perturbaciones de la métrica de fondo. Estas perturbaciones son del orden de m/r (con $c = G = 1$) y el método funciona cuando está cantidad es pequeña comparada con la unidad (con las $\eta_{\mu\nu}$ de la métrica de Minkowski). De modo que el resultado de Thirring, siendo la primera predicción de arrastre en TGR, un esperado efecto machiano, estaba lejos de producir resultados concluyentes sobre la coherencia entre las ideas de Mach sobre la inercia y la teoría de Einstein.

El tema del arrastre, después de unas décadas de enfriamiento que coincidieron con el vuelco masivo de los investigadores hacia el prolífico terreno de la mecánica cuántica y el distanciamiento de Einstein de las ideas de Mach, vería renovado su interés principalmente a partir de la década de los años 60. Entonces las especulaciones abiertas

desde las predicciones de Thirring fueron retomadas formalmente⁷.

En particular Brill y Cohen (1968), buscando un modelo más realista, consideraron una esfera de un fluido incompresible en rotación que permitía el salto a un resultado global. La conclusión interesante fue mostrar que la esfera inducía un arrastre *perfecto* o total en su centro cuando el radio de la misma se aproxima al radio de Schwarzschild.

Algunos de los enfoques posteriores pasaron por cambiar la métrica de fondo para obtener una geometría exterior más adecuada y utilizar métodos de perturbación que no impongan limitaciones tan drásticas ya sea sobre la masa de los cuerpos o sobre las velocidades angulares de los mismos⁸. Más recientemente Ciufolini y Col. (1997, 1998, 2004) se han interesado por la verificabilidad experimental del efecto de arrastre Lense-Thirring. Esta discusión sigue abierta y muy viva. Aquí se ha intentado arrojar alguna luz sobre el origen de la misma y su relación con el relacionamiento de Mach.

4.3.2. Sobre los Cálculos de Einstein

En 1920, en la universidad de Leiden, Einstein dictaba una conferencia anunciada como *El Éter y la Teoría de la Relatividad*. La sólo mención del titular ya parece anticipar el cambio, que en relación con las ideas de Mach y la relatividad de la inercia, se estaba operando en el pensamiento de Einstein. Y es que al abrir la década de los 20, Einstein

⁷Poco después de su primer resultado, en compañía de J. Lense, el propio Thirring extendía sus investigaciones presentando un análisis de las fuerzas de coriolis debidas al arrastre tanto del cascarón de materia como de una esfera sólida (Thirring y Lense 1918). Pero en los dos casos la materia rotaba respecto al espacio asintótico de Minkowski, así que la línea general de la discusión aquí presentada no se ve alterada por estos resultados. Que posteriormente el tema del arrastre haya visto interrumpida su continuidad histórica no debe sorprender porque esta falta de interés afectó, durante este tiempo, al conjunto de TGR. Suficientemente ilustrativo en este sentido es el artículo de Jean Eisenstaedt (1986) titulado *The Low Water Mark of General Relativity, 1925-1955*.

⁸Véanse, por citar algunos, a: Hönl y Soergel-Fabricius(1961), Brill y Cohen (1966, 1968), Davies y Caplan (1968), Orwig (1978), Lewis (1980), Pfister (1989) y Klein (1993).

parecía ya dispuesto a negociar entre Mach y Newton. Estaba dispuesto a conceder, sin que esto pareciese causarle ya gran resquemor, que la inercia estuviese determinada *parcialmente* por la materia. Pero que a su vez ésta residiera en las cualidades estructurales de su tensor métrico. De esta forma Einstein llegó a admitir que la métrica cumpliera las funciones de una entidad física real que, bajo el dudoso título de éter, desempeñaba el papel de un soporte inercial similar al que cumplía el espacio absoluto de Newton.

No entro en detalles sobre las implicaciones que habrían de tener estos cambios en el pensamiento de Einstein. Lo que se entiende ahora es que Einstein había iniciado ya un camino que le distanciaba del principio de Mach, pero seguía viendo en el complejo vínculo entre materia e inercia exhibido por su TGR una alusión directa a la relatividad de la inercia que él había asociado siempre a las ideas de Mach. La ambigüedad de esta postura es perpetuada en muchos escritos posteriores y será subrayada a continuación. Cito un pasaje de la mencionada conferencia de Leiden para apoyar lo dicho (en Einstein 1923, p.17):

...Newton might no less well have called his absolute space 'Ether'; what is essential is merely that besides observable objects, another thing, which is not perceptible must be looked upon as real, to enable acceleration or rotation to be looked upon as something real. It is true that Mach tried to avoid having to accept as real something which is not observable by endeavouring to substitute in mechanics a mean acceleration with reference to the totality of the masses in the universe in place of an acceleration with reference to absolute space. But inertial resistance opposed to relative acceleration to distant masses presupposes action at a distance; and as the modern physicist does

not believe that he may accept this action at a distance, he comes back once more, if he follows Mach, to the ether, which has to serve as a medium for the effects of inertia. But this conception of the ether...not only *conditions* the behaviour of inert masses but *is also conditioned* in its state by them. Mach's idea finds its full development in the ether of the general theory of relativity. According to this theory the metrical qualities of the continuum of space-time differ in the environment of different points of space-time, and are *partly* conditioned by the matter existing outside the territory under consideration...⁹

Sin reparar en pormenores sobre la forma en que se iban modulando las ideas de Einstein en torno a la relatividad de la inercia y el ya, aparentemente, diluido sueño de hacer de TGR una teoría completamente machiana, lo anterior sirve para entender que Einstein contemplaba una postura más flexible con respecto a las ideas de Mach, distinta, naturalmente, de la obstinada convicción con que en los años de gestación de TGR y durante el ulterior nacimiento de la cosmología relativista le habían llevado a articular el proyecto machiano en la forma restrictiva del Principio de Mach.

De este modo se entenderá también que liberado ahora del cerrojo impuesto por el Principio de Mach, que cobra su sentido más amplio en el contexto puramente cosmológico, Einstein pudo naturalmente retomar el enfoque local de la relatividad de la inercia, el enfoque preliminar con el que había dado origen a sus tempranas predicciones sobre los efectos machianos. Antes, en 1918, todavía en plena resaca de la discusión sobre los primeros modelos cosmológicos, Thirring había realizado el primer cálculo correspon-

⁹He enfatizado *partly* en cursiva para insistir en la notable diferencia con el principio de Mach que exigía que la dependencia materia-inercia fuese total.

diente a estos efectos locales. Entonces Einstein estaba aún hermanado con el principio de Mach, pero este nuevo clima de flexibilidad epistemológica con respecto al mismo parecía preparar el momento para hacer lo propio.

En Mayo de 1921, dentro de un conjunto de conferencias ofrecidas en la Universidad de Princeton, Einstein mostraba los cálculos correspondientes a los esperados efectos machianos en TGR. Einstein, al igual que Thirring, al intentar estudiar la influencia de la presencia de materia y de su movimiento relativo en la inercia de los cuerpos, realizó sus cálculos dentro de su propio esquema de las ecuaciones perturbativas de campo débil. Éstas suponen que la geometría del espaciotiempo estudiado exhibe aproximadamente la geometría de Minkowski (o la Galilena-Euclideana, como hubiera preferido llamarla Einstein) y que la presencia de materia perturba débilmente esta geometría. Al final se tiene una geometría cuasi-euclideana que depende fuertemente de las condiciones de frontera. Que Einstein se permitiera utilizar este esquema para estudiar las ideas de Mach sobre el origen de la inercia hubiera resultado insólito pocos años atrás cuando el principio de Mach se erigía como emblema de su pensamiento. Pero ahora, de regreso al enfoque local, y sin olvidar que el esquema perturbativo simplifica considerablemente las ecuaciones de campo, el escenario es diferente.

La flexibilidad con que Einstein acogía ahora las ideas de Mach se advierte claramente en la discusión introductoria a sus resultados. Antes de citarle señalaré que el tono ambivalente con que parece entretener la posibilidad de ruptura con el principio de Mach depende ahora de la geometría del universo y no como antes, cuando, a la inversa, estuvo dispuesto a obtener una geometría del espaciotiempo (el universo cilíndrico) que le permitiera salvar el principio de Mach. La perspectiva había cambiado notablemente.

En todo caso se lee en las palabras de Einstein la pálida esperanza en que la predicción positiva de los efectos machianos restaure, al final, la completa relatividad de la inercia. Leamos de la conferencia de Princeton lo dicho por Einstein en este sentido (Einstein 1922, p. 99):

If the universe were quasi-Euclidean, then Mach was wholly wrong in his thought that inertia, as well as gravitation, depends upon a kind of mutual action between bodies. For in this case, for a suitably selected system of coordinates, the $g_{\mu\nu}$ would be constant at infinity, as they are in the special theory of relativity, while within finite regions the $g_{\mu\nu}$ would differ from these constant values by small amounts only, for a suitable choice of coordinates, as a result of the influence of the masses in finite regions. The physical properties of space would not then be wholly independent, that is, uninfluenced by matter, but in the main they would be, and only in small measure conditioned by matter. Such a dualistic conception is even itself not satisfactory; there are, however, some important physical arguments against it, which we shall consider. [...]But in the second place, the theory of relativity makes it appear probable that Mach was on the right road in his thought that inertia depends upon a mutual action of matter. For we shall show in the following that, according to our equations, inert masses do act upon each other in the sense of the relativity of inertia, *even if only very feebly*¹⁰. What is to be expected along the line of Mach's thought?

Seguidamente, sin más explicaciones Einstein pasa a enumerar los ya mencionados

¹⁰El énfasis en cursiva es es mío.

efectos que cabría esperar *siguiendo la línea de pensamiento de Mach*, los aquí llamados efectos machianos. Su discutible relación con las ideas de Mach ya se ha comentado. Ahora interesa revisar brevemente sus renovadas consideraciones en TGR.

Para investigar la relatividad de la inercia Einstein procedió a calcular la métrica del espaciotiempo debida una distribución de partículas materiales (correspondientes a una densidad de masa σ) que tienen pequeñas velocidades dx^i/ds . El movimiento (aceleración) de la materia debería inducir el arrastre sobre una partícula de prueba y la distribución material debería producir el aumento de la inercia (masa inercial) de la misma. Estos efectos serían visibles al calcular las ecuaciones de movimiento, las ecuaciones geodésicas para una partícula de prueba en un espaciotiempo que representa la acción del campo gravitatorio generado por la mencionada distribución de materia en movimiento. Para esto la métrica que Einstein encontró -dentro de la aproximación de campo débil- fue la siguiente ¹¹:

$$g_{00} = 1 - \frac{K}{4\pi} \int \frac{\sigma dV}{r},$$

$$g_{0i} = \frac{K}{2\pi} \int \frac{\sigma dx^i/ds}{r} dV,$$

$$g_{ij} = -\delta_{ij} \left(1 + \frac{K}{4\pi} \int \frac{\sigma dV}{r} \right)$$

Donde estas componentes métricas son válidas a primer orden en $k \int \sigma dV/r$ y dx^i/ds , dentro de la aproximación perturbativa empleada por Einstein.

¹¹Aquí se ha reemplazando el tiempo imaginario x^4 que Einstein utilizó, por el tiempo real $x^0 = ix^4$, pero esto sólo es un ajuste a una notación más convencional.

En este campo (espaciotiempo) la ecuación de las geodésicas,

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0,$$

se escribe así:

$$\frac{d}{dx^0} [(1 + \bar{\sigma})\vec{v}] = \nabla\bar{\sigma} + \frac{\partial\vec{\aleph}}{\partial x^0} + (\nabla \times \vec{\aleph}) \times \vec{v}, \quad (4.2)$$

donde

$$\vec{v} \equiv d\vec{x}/ds,$$

$$\bar{\sigma} \equiv \frac{K}{8\pi} \int \frac{\sigma dV}{r},$$

$$\vec{\aleph} \equiv \frac{K}{2\pi} \int \frac{\sigma\vec{v}}{r} dV.$$

La ecuación geodésica (4.2) que, insisto, describe el movimiento de una partícula de prueba ante la acción de gravedad e inercia (solamente) fue interpretada por Einstein de la siguiente manera (Einstein 1922, p 102):

1. The inert mass is proportional to $1 + \bar{\sigma}$, and therefore increases when ponderable masses approach the test body.
2. There is an inductive action of accelerated masses, of the same sign, upon the test body. This is the term $\frac{\partial\vec{\aleph}}{\partial x^0}$.

3. A material particle, moving perpendicularly to the axis inside a rotating hollow body, is deflected in the sense of the rotation (Coriolis field). The centrifugal action, mentioned above, inside a rotating hollow body, also follows from the theory, as has been shown by Thirring.¹²

Como se ve, los esperados efectos machianos encontraban (o al menos así lo creyó Einstein) forma predictiva explícita en el contexto de TGR. Con esto Einstein cerraba el largo camino emprendido al amparo de las ideas de Mach sobre la inercia.

En todo caso tras mencionar sus conclusiones se lee a un Einstein que aún parece esperanzado (aunque sin poner las manos en el fuego) en que lo local (representado por dichos efectos) pueda traducirse a nivel cosmológico en la restauración del principio de Mach. Leo(Einstein 1922, p103):

Although all of this effects are inaccessible to experiment, because K is so small, nevertheless they certainly exist according to the general theory of relativity. We must see in them a strong support for Mach's ideas as to the relativity of all inertial actions. If we think this ideas consistently through the end we must expect the *whole* inertia, that is the whole $g_{\mu\nu}$ -field, to be determined by the matter of the universe, and not mainly by the boundary conditions at infinity.

De cualquier forma, esta incierta esperanza en la probable restauración del principio de Mach fue diluyéndose en el pensamiento de Einstein. Principalmente porque desde

¹²That the centrifugal action must be inseparably connected with the existence of the Coriolis field may be recognized, even without calculation in the special case of a co-ordinate system rotating uniformly relatively to an inertial system; our general co-variant equations naturally must apply to such a case [Esta nota al pie corresponde, evidentemente, al texto de Einstein].

principios de los años 20 Einstein se había visto fuertemente atraído por la idea original de Hermann Weyl de construir una teoría de campo unificado que, mediante una apropiada generalización del tensor métrico, permitiera fundir el campo electromagnético y la gravitación en un solo campo. Un único campo al que resultaría (de resultar) difícil sustraer su condición ontológica como entidad física real -y fundamental- y que al ser visto así (como llegó a verlo Einstein) podía resultar conflictivo con un principio de Mach al que ulteriormente llegaría a juzgar como una especie de atavismo propio de los años en que las masas ponderables y las fuerzas a distancia dominaban la forma de entender la realidad física¹³.

Con todo, estas palabras optimistas de la conferencia de Princeton, que habían sido publicadas por primera vez en 1922 bajo el título de *The Meaning of Relativity*, fueron conservadas hasta la quinta edición del libro (la última revisada por el propio Einstein que curiosamente ya incluía un apéndice sobre la teoría de campo relativista). Y menciono esto porque esta edición, de 1955, caería en manos de Carl Brans y el interés de este último por el tema del principio de Mach en el contexto de la teoría general de la relatividad es fundamental para redondear la historia que nos ocupa y también para alimentar el renovado interés que, pese a las dubitativas renuencias finales de Einstein, ha suscitado el tema principalmente a partir de los 60. A continuación se comentarán sucintamente las observaciones de Brans sobre los cálculos de Einstein.

¹³Véase por Ejemplo. *Einstein* 1949, p 29.

4.3.3. Sobre los Cálculos de Brans

Para abrir estas líneas reparemos en que el arrastre de los marcos inerciales parece una consecuencia directa de las ideas de Mach sobre la inercia y no sería atrevido suponer que en buena medida por esto algunos, como los ya mencionados Friedlander y Föppl, se anticiparon a Einstein al entretener algún tipo de consideración interesante al respecto. Pero al lado de este efecto machiano, el aumento de la masa inercial por aglomeración de materia en la vecindad de un cuerpo parece una predicción exclusiva, que yo sepa, de Einstein.

Sin ser el primero, Brans dedicó parte de su trabajo de tesis doctoral a poner algunas objeciones que resultarían perentorias para el ya discutible aumento de la masa inercial en TGR. El artículo, que resumía buena parte de su trabajo de tesis doctoral, fue publicado en 1962 en *Physical Review* llevando por título el de *Mach's Principle and the Locally Measured Gravitational Constant in General Relativity*. Allí se anticipaban algunas de las ideas germinales que, en compañía de R.H. Dicke, le llevaron a postular modificaciones importantes a las ecuaciones de campo de Einstein para ajustarlas al principio de Mach. Pero ahora nos ocupamos brevemente de las implicaciones de sus *correcciones* a los cálculos que habían llevado a Einstein a predecir felizmente el aumento de la masa inercial en TGR.

Recordemos que Einstein había asociado el término $1 + \bar{\sigma}$ de su ecuación de las geodésicas (4.2) con la masa inercial y este resultado era interesante porque a través de $\bar{\sigma}$ parecía mostrarse la dependencia explícita del aumento de la masa inercial del resto de la materia. Con esto en mente pasamos directamente a las observaciones de Brans.

Veamos: Para dejar a un lado el arrastre de los marcos inerciales (que dependen de

la aceleración de la materia) y concentrarse en el aumento de la masa inercial, Brans escoge un ejemplo *sencillo*. Imagina el movimiento de una masa de prueba muy próxima a una pequeña masa m que se encuentra en reposo en el origen. Ambas dentro de un cascarón esférico de masa M_s y radio R_s . Además el cascarón está en reposo. Con lo cual, al aplicar los resultados de Einstein al ejemplo en cuestión, la ecuación de las geodésicas (4.2) se convierte en:

$$\frac{d}{dx^0} \left[\left(1 + \frac{KM_s}{8\pi R_s} + \frac{km}{8\pi r} \right) v^i \right] = \frac{km}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (4.3)$$

Como bien señala Brans el término $(1 + KM_s/8\pi R_s + km/8\pi r)$ es un coeficiente multiplicativo de la *aceleración de coordenadas* de la partícula de prueba, semejante al coeficiente de resistencia inercial que aparece en la segunda ley de Newton y que por tanto Einstein asoció, como acostumbra hacerse, con la masa inercial. Ahora bien, si se recuerda, los cálculos de Einstein son válidos a primer orden en $k \int \sigma dV/r$ y v^i . Esto significa que la correspondiente ecuación geodésica (4.3) sólo es válida a primer orden en KM_s/R_s y km/r . Pero como se ve, ésta viene expresada en términos de orden superior y por lo tanto, dentro de los límites de aproximación del método utilizado para calcularlos, los términos que debían representar la influencia *machiana* sobre la masa inercial no pueden ser retenidos consistentemente. O como dice Brans (Brans 1962, p. 390):

In other words, the difference between (4.3) and

$$\frac{d}{dx^0} v^i = \frac{km}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (4.4)$$

is to small to be retained in view of the approximation made in deriving (4.3).¹⁴

Con lo cual, dentro de la precisión utilizada, el aumento de la masa inercial estimado por Einstein resultaría irrelevante o despreciable para utilizar la terminología acostumbrada.

En todo caso las objeciones a este resultado pueden impugnarse a las limitaciones del método de aproximación empleado para calcularlo. Así que Brans, para superarlas, decide estudiar las ecuaciones de movimiento llevándolas a orden superior. Antes ha preferido escribir la ecuación de movimiento (4.3) así¹⁵:

$$\frac{d}{dx^0}v^i = \frac{km}{8\pi [1 + (K/8\pi)(M_s/R_s + m/r)]} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{1}{r} \right)$$

El resultado encontrado por Brans, al obtener una expresión geodésica análoga, pero

¹⁴Evidentemente la numeración de las ecuaciones de Brans ha sido sustituida en esta cita por la empleada aquí.

¹⁵Al dar esta forma a la ecuación geodésica, Brans puede interpretar los resultados de Einstein como si estos supusieran una variación local entre la relación entre la masa gravitacional activa (la que aparece como fuente del campo gravitacional en la ecuación de Gauss o de Poisson) y la masa m ; así:

$$m_g = m / [1 + (K/8\pi)(M_s/R_s + m/r)],$$

o similarmente como una variación local de la constante efectiva de gravitación Newtoniana; así:

$$K_E = K / [1 + (K/8\pi)(M_s/R_s + m/r)].$$

En todo caso es bastante probable que esta interpretación hubiera disgustado a Einstein, primero, en virtud del principio de equivalencia que no admite variaciones locales en la ecuación entre masa inercial y masa gravitacional y, segundo, atendiendo a la forma en que están escritas sus ecuaciones de campo donde la constante gravitacional sigue siendo eso; *una constante universal*. Empero las conclusiones de Brans sobre el aumento nulo de la masa inercial quedan inalteradas en virtud de que los términos que dan cuenta del aumento de la masa inercial (Einstein) son los mismos que supondrían el desajuste local de la constante gravitatoria (Brans). Él prefiere, de todas formas, concluir que $m_g = m$ y $K_E = K$.

Aunque estas consideraciones resultan un tanto marginales al objeto central de este estudio, permiten anticipar algunas de las razones que llevaron a Brans (junto a Dicke) a intentar modificar las ecuaciones de campo de TGR para proponer, en su lugar, unas ecuaciones de campo con constante gravitatoria variable que, presumiblemente, al recuperar la influencia de la materia estelar -vía variaciones locales de la constante gravitacional- restauran el Principio de Mach.

llevada a orden superior (reteniendo los términos relevantes) fue:

$$\frac{d}{dx^0}v^i = \frac{km}{8\pi(1 + 5KM_s/8\pi R_s)} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (4.5)$$

Sin embargo esta expresión que incluye supuestos términos *machianos* que le diferencian de la expresión *newtoniana* (4.4) puede ser objetada, como hizo Brans, atendiendo a razones de honda significación en la interpretación de TGR. Para introducirlas será ilustrativo recordar que sólo hasta 1918 -tres años después de cristalizar las ecuaciones de campo gravitatorio de TGR- atendiendo a las incisivas objeciones de Kretschman (1917), Einstein había reconocido el carácter meramente formal de la covariancia general. Esto, a grandes rasgos, conlleva la nada despreciable consecuencia fundamental de que en la Teoría General de la Relatividad las coordenadas son cantidades auxiliares que permiten asignar valores arbitrarios para cada acontecimiento (evento). Es decir, las coordenadas son estampillas para tabular *puntos* del espaciotiempo que no tienen ninguna interpretación física relevante a menos que se especifique cómo está anclado el sistema de coordenadas (los puntos) a *eventos* en el espaciotiempo.

Einstein sabía esto, pero toda la tradición, que no había puesto sus ecuaciones en lenguaje covariante, y las teorías contemporáneas suyas (como la mecánica cuántica) que tampoco lo hacían, habían transmitido la costumbre de expresar resultados físicamente substanciales en términos de valores de coordenadas y el hábito, que es una fuerza mayor, también se había asentado en TGR aunque en esta teoría los valores coordenados no tuvieran, en sí mismos, un significado relevante.

Dicho esto se remarcará que tanto la expresión para las geodésicas calculada por Einstein (4.2), como la corrección a orden superior (4.5) efectuada por Brans expresan tanto las distancias como sus derivadas temporales (velocidad y aceleración) en términos

de coordenadas. Así que atendiendo a una de las premisas fundamentales en la interpretación habitual para las mediciones de tiempos y distancias en TGR, a saber, la identificación del llamado diferencial de *tiempo propio*,

$$d\tau = (-g_{\mu\nu}dx^{\mu\nu})^{\frac{1}{2}}; \quad (\text{si } d\tau^2 \geq 0),$$

con el tiempo medido por un reloj asociado al intervalo de coordenadas dx^u (como por ejemplo, el tiempo medido por un reloj atómico *anclado* al origen de las coordenadas x^u), Brans busca las correspondientes expresiones teóricamente substanciales. Por esta vía se obtiene un método para relacionar directamente las mediciones del tiempo propio (que llamaremos x_p^0 en nuestro caso) con el tiempo de coordenadas (x^0). Aún queda por establecer la relación entre las distancias propias (x_p^i) y las distancias de coordenadas (x^i). La primera tentación pasa, como es costumbre, por asociar distancias entre partículas (separaciones) a las mediciones hechas mediante barras rígidas. Pero éstas resultan correctas tan sólo en el caso en que las marcas de medir coinciden simultáneamente desde el punto de vista exclusivo del sistema en reposo anclado a la barra de medir. Pero estamos tratando ecuaciones de movimiento así que resulta conveniente reducir todas las mediciones en el espaciotiempo a mediciones hechas mediante algún tipo de reloj. Y Brans emplea precisamente un método basado en esta consideración. No entro en pormenores técnicos sobre el mismo, pero citaré la sucinta descripción que hace de éste (Brans 1962, p. 391):

Defining the velocity of light to be a null geodesic, provides the basis for a method of obtaining a ‘proper’ measurement of a ‘distance’ between particles. Specifically, the proper distance between two time-like paths will be taken as one-half the proper time of flight (measured along one path)

of a light ray from one path to the other and back again. This provides a coordinate free, if impractical, method for obtaining a measurable, numerical description of the relative motion of two bodies.

Brans encontró que al aplicar este método a la expresión geodésica (4.5), que comporta la aplicación de las transformaciones

$$\begin{aligned}x_p^0 &\cong [-\bar{g}_{00}(0)]^{\frac{1}{2}} x^0, \\x_p^i &\cong [\bar{g}_{ii}(0)]^{\frac{1}{2}} x^i,\end{aligned}$$

entre tiempos y distancias propias y sus respectivas expresiones en coordenadas, daba como resultado la nula predicción del aumento de la masa inercial de una partícula como consecuencia de la presencia de materia en su vecindad. Concretamente, Brans encontró que en la expresión (4.5) los términos *machianos*, que dan cuenta de la influencia de la materia circundante en el aumento de la masa inercial, desaparecen. Es decir, que la ecuación de las geodésicas corregida a orden superior se reduce a la expresión

$$\frac{d^2}{dx^{02}} x_p^i = \frac{km}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x_p^i} \left(\frac{1}{r_p} \right) \quad (4.6)$$

que, como se ve, al ser escrita libre ya de oscuros *efectos de coordenadas*, no es más que la aquí llamada expresión *newtoniana* (4.4). De esta forma se mostraba que el aumento de la masa inercial sostenido controversialmente en TGR durante cuatro décadas había sido, según parece, una quimera. El resultado de Brans es bien conocido. Nadie habla ya del aumento de la masa inercial en TGR. Sin embargo un estudio cuidadoso de sus implicaciones conceptuales, como el que aquí se ha pretendido presentar, estaba del todo ausente hasta ahora -que yo sepa- en la literatura.

La evidente lección, lentamente asimilada y olvidada tantas veces por quienes se enfrentan a problemas relacionados con TGR, como el propio Einstein, no era otra que el riesgo y la dificultad que conlleva la costumbre de suscribir significado intrínseco, real, a las cantidades expresadas en lenguaje de coordenadas. O dicho de otra forma, al riesgo que comporta suscribir identidad primitiva sin más a los puntos de la variedad sobre la que se cuelgan los campos y sistemas de coordenadas. Sobre esto se volverá en el siguiente capítulo.

Tiempo atrás, en 1917, antes de empezar a ceder a la resignación con respecto al Principio de Mach, Einstein había intentado impugnar el universo de De Sitter argumentando la presencia de una singularidad. Poco más de un año después, Einstein *validaba* el modelo de De Sitter ante la evidencia de que se trataba simplemente de una singularidad de coordenadas carente de significado intrínseco. En esta ocasión ya no estaba para ser testigo.

La moderna formulación intrínseca de TGR previene, en cierta medida, estos riesgos y aunque el comentario pueda colorearse de un matiz anacrónico se dirá que en parte por esto hoy solemos preferir escribir la ecuación de las geodésicas de TGR,

$$D_{T\sigma}T_\sigma = 0,$$

libre de la tara de las coordenadas, pero en algún momento hay que volver a ellas, ya sea para expresar resultados inteligibles o para ajustar modelos a predicciones experimentales.

Volviendo atrás, es interesante observar que las ideas de Mach requieren la derivación de las fuerzas inerciales -responsables del arrastre- a partir de la interacción con el universo material. Pero Einstein creyó que éstas también exigían la derivación de la

masa inercial. Esto le llevó a predecir la variación en la masa inercial como función de la distribución material circundante. Curiosamente, en los cálculos de Einstein (1912, 1913b, 1921), esta variación aparece como un término aditivo imputable a la presencia de materia. Pero otra parte de la masa inercial (la masa inercial en el vacío) entra como un invariante que nos haría creer que representa una cualidad intrínseca. Esta cualidad mixta, compuesta por una propiedad intrínseca y una dependencia funcional explícita de la materia, da que pensar. Pero hay que suponer que Einstein parecía esperanzado en que esta dicotomía se resolviera en favor de la dependencia funcional total. Se ha visto que Brans parece haber mostrado lo contrario en TGR. Pero Einstein estaba convencido de que de esta forma correspondía fielmente a la crítica de Mach. En 1912, tras calcular el aumento de la masa inercial en la teoría escalar, escribió (Einstein 1912, p. 39):

In itself this result is of great interest. It shows that the presence of the inertial shell K increases the inertial mass of the material point P within it. This makes it plausible that the *entire* inertia of a mass point is the effect of the presence of all other masses, resulting from a kind of interaction with them. This is exactly the standpoint for which E. Mach has argued persuasively in his penetrating investigations of this question.

Si la totalidad de la masa inercial dependiese de la materia, habría que pensar que, según los cálculos de Einstein en los cuales la materia de la vecindad ejerce una acción dominante, *lejos de la materia la inercia debía tender a cero*. Y esto fue precisamente lo que Einstein reclamó para sus ecuaciones de campo en el contexto de TGR (Einstein 1917). Sólo que en TGR no resultaba tan claro lo que se entendía por *inercia* y por *lejos de la materia*. Estaba más claro que Einstein por inercia ya no se refería a la

masa inercial y que esta aserción se convirtió en la imposición de condiciones de frontera sobre las componentes de la métrica asociadas a la estructura inercial que determina las fuerzas inerciales. La consecuente nulidad de las componentes métricas en el infinito espacial que Einstein llegó a reclamar como condiciones de frontera supuso, y supone, dificultades. Esta nulidad, que para Einstein comportaba la desaparición de la inercia, puede ser atribuible a la elección particular del sistema de coordenadas, de la misma forma que el infinito de coordenadas (empleado entonces por Einstein), y en general las distancias en coordenadas, pueden no corresponder a sus cualidades respectivas en el espaciotiempo. De nuevo, el acento parece puesto en la dificultad para expresar la idea de Einstein mediante algún procedimiento con significado intrínseco claro.

Como colofón a este capítulo sólo resta remarcar que el aumento de la masa inercial (al igual que alguna variación impugnada en la equivalencia entre masa inercial y masa gravitatoria) nunca había sido detectado. Y el resultado de Brans, tras alguna discusión consecuente, se convirtió en una razón concluyente para dejar de hacerlo. Así que, contrario al optimista parecer de Einstein, el aumento de la masa inercial no resultó ser un efecto real sino, como se ha dicho, un sutil efecto de coordenadas. Empero, a su lado, el arrastre de los marcos inerciales sí es considerado un efecto real y la última tecnología experimental se prepara para detectarlo como una prueba más de la precisión predictiva de TGR y de la probable, aunque discutible, cristalización de las ideas de Mach sobre la inercia¹⁶.

¹⁶En este sentido véanse en <http://einstein.stanford.edu>, detalles sobre *Gravity Probe-B*, un experimento desarrollado por la NASA y la universidad de Stanford destinado a verificar, de acuerdo con TGR, el arrastre inducido por la rotación de la tierra sobre 4 giroscopios puestos a orbitar en un satélite a 400 millas de altura directamente sobre los polos terrestres. Todo esto sucede exactamente 100 años después de que Föppl intentara un experimento similar en sus objetivos, pero sin contar con una teoría de apoyo y mucho menos con la precisión tecnológica necesaria.

4.4. Conclusión Preliminar: Más Allá del Principio de Mach

Hay que decir que la crítica de Mach, recibida de una forma tan comprometida por Einstein, nace de una epistemología empirista que pretendía limpiar la mecánica de lagunas metafísicas. Bien es cierto que Einstein, sobre todo en su juventud, antes de encausar el proyecto TGR, recibió el influjo de la filosofía anti-metafísica pregonada por Mach y materializada en el rechazo compartido hacia el invisible espacio absoluto.

Pero en parte tras el éxito de TER, el latente empirismo que fundamenta la crítica de Mach, aunque presente, no parece ser la fuerza determinante que impulsa su pertinencia científica. Al contrario, este palidece al lado de la evidente inyección de confianza con que Einstein acoge sus intuiciones estéticas o, a pesar de Mach, metafísicas.

Por esto puede verse que Einstein recorre toda esta historia fiel a su creciente compromiso estético, aquel que quisiera emparentar la verdad y la belleza con la unidad de la naturaleza. El principio de equivalencia puede juzgarse como la apología de esta filosofía. Y es que, sin ir más lejos, la equivalencia entre masa inercial y masa gravitacional permitió a Einstein vislumbrar la extensión de su principio de relatividad para intentar cubrir todo tipo de movimientos. Entonces lo que para Mach había sido una desagradable concesión metafísica de la mecánica clásica, a saber, sentar las bases de la inercia en un invisible espacio absoluto y no en la materia tangible, sirvió a Einstein para fortalecer y sostener su convicción en el proyecto TGR. La razón: según él, Ernst Mach había señalado el defecto epistemológico que supone el tratamiento privilegiado de la inercia en los marcos inerciales. Y aunque parezca cierto que para Mach hubiera podido ser un defecto epistemológico cuando observa que este tratamiento privilegiado

no depende del sustrato fundamental de la realidad física mecanicista, es decir, de la materia, también se entiende que para Einstein el defecto compartido por la mecánica clásica y su TER, es un defecto de naturaleza fundamentalmente estética aunque insista en llamarlo de otro modo. A Einstein le molestaba la falta de simetría, el tratamiento desigual entre unos sistemas y otros. De no ser así; ¿Por qué habría de disgustar tanto la existencia de sistemas privilegiados, siempre y cuando este privilegio que ostentan dependa de la distribución de materia? ¿Acaso no apuntaban en este sentido las críticas de Leibniz y Mach a la sustancialidad del espacio Newtoniano? Einstein, insisto, fiel a su intuición, no se planteó en un comienzo el problema machiano de la relatividad del movimiento en esta dirección. En su lugar optó por intentar eliminar los sistemas de referencia privilegiados. Y ya se ha visto que, en buena medida, la clave para esto pasaba por el ideal machiano de relativizar completamente la inercia configurando una dinámica relacional.

Sólo al final, cuando encuentra sus ecuaciones de campo gravitatorio tensoriales, Einstein intenta relacionar la estructura inercial (privilegiada) asociada al tensor métrico con la necesaria presencia de materia. Entonces centró sus esfuerzos en satisfacer el *Principio de Mach*. En el camino se había apoyado en efectos ilustrativos, los aquí llamados *efectos Mach-Einstein*, que le servían más para reforzar sus convicciones que para seguir construyendo los cimientos conceptuales de TGR.

Se ve que Einstein llegó a estar profundamente convencido de que la total relativización del movimiento sería posible (en el marco de una teoría de gravitación consistente). Este fue su principal objetivo durante casi 9 años (1907-1915). La historia muestra que al final de este arduo proceso, Einstein apostaba porque el éxito de la pre-

tendida extensión del principio de relatividad dependiera del nivel de covarianza de sus ecuaciones de campo. Pero estaba claro que, para él, la relatividad del movimiento no podía entenderse satisfactoriamente (siguiendo a Mach) sin la relatividad material de la inercia. Y la profunda convicción en la relatividad de la inercia, fue precisamente lo que supuso el gran impulso anímico y la motivación necesaria para persistir por encima de la limitada covarianza de sus primeras ecuaciones de campo tensoriales (1913).

En 1915 Einstein efímeramente cree reconciliadas, con sus ecuaciones de campo definitivas, la covarianza y su fuerte convicción en la relatividad general de la inercia. Pero poco después de noviembre de 1915, ya articulada en la forma del Principio de Mach (aunque sin haberla bautizado así), esta misma convicción le llevó, primero, a imponer restrictivas condiciones de frontera y, después, a modificar las ecuaciones de campo covariantes para intentar eliminar modelos con estructura inercial absoluta o cuasi-absoluta. Parafraseando al propio Einstein, de su trabajo después de 1915, en 1922 afirmó que el problema de los cimientos de la cosmología nacía de la discusión del problema machiano de la inercia. Y tenía razón: al lado del modelo de Schwarzschild, su universo cilíndrico y la réplica de De Sitter, sentaban las bases de la cosmología relativista.

Que al final para Einstein la relatividad general del movimiento y, a su lado, la relatividad general de la inercia no hayan pasado de sueños machianos inconclusos, puede parecer una mera frustración anecdótica si, en definitiva, esta ilusión empecinada sirvió de aliento decisivo nada menos que para concebir una nueva teoría de gravitación y fundar la moderna cosmología.

En todo caso esto da que pensar y puede uno ceder a la tentación de creer que

quizá Einstein no estuviera equivocado al ligar profundamente, equiparando por momentos, la relatividad general de la inercia a la relatividad general del movimiento. El tema sigue abierto y será tratado con alguna atención en el capítulo siguiente.

Al margen de lo anterior creo que buena parte del intrincado desarrollo de esta historia, de la historia concerniente al machianismo de Einstein, que durante mucho tiempo fue considerado como un apartado lateral en el desarrollo de TGR, se debe al hecho evidente de que el Principio de Mach, a diferencia del Principio de Equivalencia (PE) -y más allá de su ilustre sobrenombre- no es un principio fundamental de TGR. No lo es en el sentido de que sobre éste no se construyen, por ejemplo, las ecuaciones de movimiento, que dependen fuertemente de PE, y no articula tampoco la estructura general de las ecuaciones de campo, que admiten un rango amplio de posibilidades.

Esto ya ha sido puntualizado de otra forma al insistir en que Einstein apoyado en PE se inclina, al vislumbrar una nueva teoría de gravitación, por extender el principio de relatividad sin partir directamente de consideraciones machianas que relacionen, en principio, materia e inercia. El problema de la sustancialidad del espacio se atacaba en forma indirecta. Al lado de esto, los primeros resultados concretos, explícitos, sobre la relatividad de la inercia le sirven para corroborar que sus avances apuntan en la dirección esperada, como felizmente le escribía al propio Mach en su carta de 1913 (CP 448 [63]). Y así como el Principio de Mach o su idea germinal, la relatividad de la inercia, no está asentado en los fundamentos de TGR, tampoco éste se deriva como una consecuencia directa de la misma, como Einstein esperaba. No es un teorema. Al contrario, parecía, y sigue pareciendo, que la métrica no debía completamente su existencia a la materia. Yo pondré mis objeciones a esto más adelante. Pero en su momento Einstein se enfrentó a

infructuosas estrategias de machianización de las ecuaciones de campo para enmendar esta ‘debilidad’ de su teoría.

La fascinación de Einstein por las ideas de Mach se vio progresivamente mermada, seguramente ante la subsiguiente esperanza en el elevado designio de encontrar las ecuaciones de campo unificado. En todo caso, no debe quedar la sensación de que se trata ni de una historia suficientemente esclarecida, ni de un ideal científico condenado al ostracismo.

Porque la idea original de Ernst Mach de asociar la inercia a la distribución de la materia estelar ha sido retomada posteriormente y, aunque sin pertenecer a la corriente medular del interés en gravitación y cosmología, ha seguido siendo objeto de atenta reflexión científica por parte de algunos de los más prominentes investigadores.

De éstos apenas mencionaré que algunos han seguido la estela interrumpida de Einstein. Por ejemplo Wheeler (1964) reinterpreta el principio de Mach como una regla de selección impuesta como un conjunto de condiciones de frontera (sumado a un problema de valor inicial) a las ecuaciones de campo de TGR. Brans y Dicke (1962) -conjuntamente en lugar de introducir una constante cosmológica como hiciera Einstein, intentan modificar estas mismas ecuaciones introduciendo un campo escalar que, asociado a la materia, presumiblemente restaura el machianismo perdido de TGR. En cambio hay quienes, como Barbour y Bertotti (1977,1982), y Barbour y col. (2002), intentan construir una teoría relacional que desde el suelo se yerga sobre una estructura que incorpore las ideas de Mach sobre la relatividad del movimiento entre cuerpos materiales sin pasar por TGR¹⁷. Mi impresión es que el enfoque de Barbour y col. logra ilustrar aspectos importantes

¹⁷Para una revisión de los intentos post-Einstein de machianizar TGR o de construir una teoría machiana de gravitación pueden verse *Gönnner* 1972 y *Raine* 1981.

que permiten interpretar a TGR como una teoría relacional en la línea inaugurada por Leibniz y continuada por Mach. Este asunto será tratado en detalle más adelante.

En cualquier caso no sobra insistir en que el principio de Mach cobra sentido en un contexto cosmológico, que permite amarrar el movimiento de los cuerpos a la distribución del universo contemplado como un todo material. Antes de TGR -o de la teoría Entwurf, que ya llevaba este nombre- esta visión no fue del todo posible para Einstein. Precisamente TGR supuso la posibilidad de regresar al pensamiento cosmológico, interrumpido desde que el universo infinito, el infinito espacial de la mecánica, supusiera a su vez la forma definitiva del cosmos y el asiento de la inercia. Visto así, en retrospectiva, parece casi forzoso que Einstein haya empezado por concebir la relatividad de la inercia desde un punto de vista local, que recordando la tradición de la mecánica clásica se limitaba a considerar la interacción con los cuerpos de la vecindad haciendo abstracción u omisión de la materia distante para describir la dinámica de una partícula. Sólo que en el caso de la inercia la materia tendría ahora algo que decir. Y este algo que decir fue expresado por Einstein en la forma de los efectos Mach-Einstein.

La relatividad local de la inercia permitió a Einstein obtener los primeros resultados explícitos sobre un efecto contemplado en la línea de pensamiento de Mach. Se trataba del arrastre de los marcos inerciales implícito ya en la crítica del vaso de Newton. Al lado de éste, Einstein -y este nació directamente de la imaginación suya- calculó otro efecto: el aumento de la masa inercial por aglomeración de materia en la vecindad de un cuerpo. No es ninguna casualidad que estos efectos hayan sido calculados primero en el contexto de las teorías preliminares de gravitación, la escalar (1912) y la Entwurf (1913), cuando el principio de Mach apenas va camino de asomar en las especulaciones

de Einstein y, al contrario, la relatividad local de la inercia supone una de sus más firmes convicciones.

De la misma forma tampoco parece fortuito que estos efectos hayan sido calculados por Einstein en el contexto de TGR sólo hasta 1921, cuando algo desencantado del principio de Mach, que le había ocupado en el problema fundamental de la cosmología, regresa a la relatividad local de la inercia. De este último episodio se lee una vaga esperanza en que TGR pueda ver restaurada la plenitud del machianismo de sus intenciones iniciales. También es importante decir que estos efectos durante mucho tiempo fueron considerados como efectos reales y por lo tanto como posibles pruebas experimentales de TGR.

Sin entrar en los pormenores ya expuestos sobre esto, se ha visto que esta cualidad experimental es exclusiva del arrastre de los marcos inerciales ya que el aumento de la masa inercial no parece ser más que un efecto de coordenadas (Brans, 1962). Es interesante observar que para Einstein estos efectos supusieron, al principio, un importante soporte a sus convicciones en la medida en que reflejaban el machianismo de sus sucesivas teorías de gravitación. De manera similar, hoy el arrastre de los marcos inerciales o, mejor, el nivel de arrastre de los marcos inerciales sirve a quienes siguen prendados de la idea de Mach como una medida del nivel de machianismo ya sea de modelos cosmológicos de TGR, o de ecuaciones de campo alternativas. En este sentido, por ejemplo, la mencionada teoría de Brans-Dicke resulta más machiana que TGR ya que, a diferencia del arrastre parcial obtenido por Thirring, predice el arrastre total en el caso en que el cascarón en rotación es la única materia en el universo. Pero esto último es tan sólo mencionado para resaltar alguno de los enfoques alternativos que intentan verificar el

nivel de machianismo o relacionismo de TGR.

Mi tesis general apunta a que finalmente TGR resulta, en el contexto apropiado de una ontología de campos, mejor interpretada como una teoría relacional. Empero, esta interpretación no está comprometida con el Principio de Mach, al menos en la forma entretenida por Einstein.

La viabilidad del principio de Mach ha sido largamente discutida¹⁸. Aquí se ha reconstruido parte de la historia que ilustra las dificultades del propio Einstein para hacer de TGR una teoría relacional machiana. En cualquier caso, para cerrar este capítulo, antes de entrar en consideraciones detalladas sobre la interpretación de TGR, creo conveniente mencionar algunas de las objeciones más conocidas que en principio exhiben a TGR como una teoría contraria a las ideas de Mach sobre el origen material de la inercia. Éstas son:

- a) Las ecuaciones de Einstein admiten varias soluciones para un universo vacío (como la solución de Minkowski y la de De Sitter ya en el caso de ecuaciones con constante cosmológica). En estos modelos cosmológicos la inercia tiene una estructura absoluta no dependiente de fuentes materiales. El espacio-tiempo (sustancialista) aparece como el asiento de la estructura inercial al igual que en la dinámica newtoniana.
- b) Para obtener ciertas soluciones a las ecuaciones de campo se utilizan condiciones de frontera (en el infinito espacial) que determinan parcialmente la estructura inercial. Ésta no aparece completamente determinada por la materia.
- c) Resulta algo contradictorio hablar de modelos en que la materia genere

¹⁸Véase especialmente el volumen editado por Barbour y Pfister (1995) dedicado al principio de Mach en TGR

completamente la métrica o la estructura inercial mediante las ecuaciones de campo ya que la especificación del tensor de energía-momento implica el conocimiento previo de la forma general de la métrica. (En fluidos perfectos aparece explícitamente).

d) Existen soluciones a las ecuaciones de campo en las que el universo está en rotación absoluta (Gödel 1949).

e) En la inmensa mayoría de los modelos, aunque se produce un arrastre de los marcos inerciales éste no es total. Los marcos inerciales no dependen completamente de la distribución material.

Seguramente estas dificultades contribuyeron al distanciamiento progresivo de Einstein de su *Principio de Mach*. En este sentido, de una carta a Piranni escrita poco menos de un año antes de su muerte, se lee lo siguiente (EA 17-448):

In my opinion one shouldn't speak of Mach's principle at all any more. It comes from a time in which one thought that 'ponderable masses' were the only physical reality, and that any elements of theory not fully determined by them should be avoided.

Mi opinión es cercana a la de Einstein. El principio de Mach mezcla extrañamente distintas formas de entender la materia. En TGR el tensor de energía-momento sirve como una representación gruesa, fenomenológica del contenido y distribución de energía de los modelos cosmológicos. Allí caben, bajo la denominación de 'objetos materiales', campos físicos -como el electromagnético y cualquier campo de fuerzas- y masas ponderables (distribuidas como un fluido de polvo -por ejemplo-). El argumento es que la

equivalencia entre masa y energía permite entender los campos físicos como objetos materiales extendidos. En el tiempo de Mach la materia -y la realidad- no era otra cosa que las masas ponderables, pero para la época de TER la teoría de campos ya obligaba a replantearse la ontología de la física y el significado de la materia ponderable. Mi expectativa es que, una vez hecho esto, el campo métrico $g^{\mu\nu}$ sea bien entendido como un campo material, al igual que usualmente se entienden los demás campos, y por tanto las objeciones a , b , c , d y e , recién mencionadas se queden sin soporte alguno.

En el siguiente capítulo se tratará el asunto de la interpretación de TGR en el contexto propio de la teoría de campos.

Capítulo 5

Ontología del Espacio-Tiempo

5.1. Introducción

La ontología de la física es un territorio de delicada labranza. Leibniz y Newton sentaron la arena de discusión. Discutieron la filosofía del espacio y el tiempo. En el transcurso aprendimos que el debate que les enfrentó sigue teniendo vigencia oponiendo relacionistas -seguidores de Leibniz- a sustancialistas- seguidores de Newton- en este asunto. Einstein, por su parte, pretendió materializar el relacionismo inspirado en las ideas de Mach, al tiempo que buscaba una nueva teoría de gravitación. De paso trasladó la arena de discusión desde la sustancialidad del espacio y el tiempo hacia la sustancialidad del espaciotiempo.

Hoy no es tan claro que el espaciotiempo reivindique la tradición relacional. De hecho la interpretación más popular de su teoría general de la relatividad reclama una lectura sustancialista del espaciotiempo, aunque incorpora, insólitamente, uno de los principios relacionales más preciados de Leibniz; a saber, la Identidad de los Indiscernibles (PII). Yo creo que esta extraña forma de *sustancialismo relacional* es innecesaria y que la evidente tensión se resuelve en favor de una interpretación relacional limpia. Para puntualizar mi

posición empezaré, en este capítulo, por ofrecer una breve presentación retrospectiva del debate R-S, antes de perfilar mi punto de vista.

Einstein logró sobreponerse a la limitada covarianza de sus ecuaciones de campo preliminares (1913) superando las objeciones que él mismo había impuesto mediante las restricciones debidas a su argumento del agujero. Al rescatar la covarianza general en sus ecuaciones de campo definitivas Einstein había *salido de su propio agujero* argumentando que ‘todas nuestras verificaciones espaciotemporales invariablemente corresponden a la determinación de coincidencias espacio-temporales’(1916b).

La covarianza general es uno de los aspectos más distintivos de la teoría de Einstein y este tipo de aclaración vaga de su significado fue recogido con entusiasmo en tempranas interpretaciones de la teoría. En particular, quienes se agrupaban bajo el positivismo lógico vieron en ésta una confirmación de la filosofía positiva de Mach y, presuntamente, una reivindicación del relacionismo à la Leibniz-Mach. Al fin y al cabo, Einstein había superado las viejas nociones absolutas de espacio y tiempo newtoniano.

Este tipo de argumentación fue defendida, entre otros, por Hans Reichenbach. Su libro sobre filosofía del espacio y del tiempo (1928) enfatizaba el carácter empírico de la geometría física. En las notas introductorias a la edición inglesa, Rudolf Carnap, juzga al libro como la mejor contribución al tema hasta la fecha (1956)¹. Y así fue ampliamente aceptado, hasta que el desmoronamiento del positivismo lógico, el renacimiento del interés general por la cosmología relativista y el surgimiento del realismo científico obligaron a replantearse las cosas hacia finales de los 60s.

¹Hoy buena parte de los argumentos generales de Reichenbach, a pesar de su incuestionable estatura intelectual, son considerados como desacertados. Véase Earman 1989 p. 6. En este sentido el trabajo de Friedman (1983) y el del propio Earman con la herramienta de la geometría diferencial ha contribuido enormemente a una mejor comprensión de aspectos interpretativos de TGR.

En su lectura más inocente, el realismo científico interpreta las estructuras y objetos de nuestras mejores teorías literalmente. Los modelos de TGR consisten en una variedad (manifold) y unos campos distribuidos sobre los puntos (eventos) de la variedad espaciotemporal. Desde esta perspectiva, parecía natural interpretar la variedad espaciotemporal como un espaciotiempo sustancialista que aloja campos físicos. Así que por entonces la variedad se interpretó como una entidad estructurada cuya existencia es independiente de la presencia de campos materiales. Ésta se había convertido en el sucedáneo del contenedor absoluto espacial de la física de Newton (Earman 1970, Stein 1970, Friedman 1983). La variedad es parte integral de nuestras mejores teorías y las ecuaciones de campo hacían ver a los campos como propiedades de los puntos -las partes- de la variedad espaciotemporal.

Pero esta certidumbre sobre la existencia independiente del espaciotiempo en la forma de la variedad fue fracturada a finales de los 80. La filosofía del espaciotiempo se encontró entonces redescubriendo el argumento del agujero de Einstein. En su momento Einstein pensaba que la covarianza general implicada en el argumento violaba la ley de la causalidad. Igualmente, en su versión moderna (Earman y Norton 1987), el argumento del agujero debería señalar una dificultad interpretativa, a saber: si se suscribe una interpretación sustancialista de TGR, ésta teoría debe ser juzgada como una teoría indeterminista. Esta conclusión es, evidentemente, contraria a la concepción general de la teoría implicada en su práctica científica. Las reacciones no se hicieron esperar, bien fuera impugnando la forma de indeterminismo que involucra el argumento por ser físicamente irrelevante, bien fuera suscribiendo directamente el relacionismo o, alternativamente, modificando la forma de entender el sustancialismo en TGR.

Recuperados de las secuelas del agujero reabierto por Earman y Norton (1987) la mayoría de filósofos del espaciotiempo han encontrado un clima estable en la última alternativa. A esta se le conoce con el nombre de sustancialismo sofisticado (SS) (Mundy 1992, Brighouse 1994, Di Salle 1994, Hofer 1996, Bartels 1996, Pooley 2002). En éste se argumenta que la mejor forma de entender el espaciotiempo es suscribiendo una interpretación realista del mismo, pero que es erróneo juzgar a la variedad despojada de estructuras adicionales como si se tratase de un espaciotiempo en toda regla. Estas estructuras adicionales están codificadas en la métrica del espaciotiempo (el campo gravitacional). Es por esto que el sustancialista sofisticado considera a la dupla variedad+métrica (M, g) como la forma correcta de entender el espaciotiempo. Para salvar el agujero suscribe el principio relacional de la identidad de los indiscernibles en su versión moderna, conocida como equivalencia de Leibniz (LE). De este sustancialismo han quedado importantes lecciones relacionales que serán argumentadas más adelante.

En todo caso, la tensión del debate R-S sigue latente a pesar de que alguna de las reacciones más escépticas considera que el debate en el contexto actual está gastado (Rynasiewicz 1996). Esto porque, presumiblemente, las categorías que le dieron vida en los tiempos de Newton y Leibniz se proyectan indistintamente en la física actual. Mi opinión es contraria. La cuestión sobre la mejor -la correcta- interpretación de TGR es filosóficamente relevante, por una parte y, por otra, conduce a importantes consideraciones físicas (Belot 1996, Hofer 1998, Belot e Earman 2001, Butterfeld e Isham 1999, Callender y Hugget 2001).

En los tiempos de Newton, Leibniz, Huygens y Descartes se discutían los problemas fundacionales de la mecánica. Se estaba pintando la imagen unitaria del mundo mediante

la estructuración de una posible teoría física. Cuando esta teoría se estableció en la forma de la dinámica de Newton, algunos de sus problemas interpretativos no desaparecieron, pero la confianza en su poder pudo disipar la discusión filosófica por parecer físicamente intrascendente. Hoy, tres siglos después, el regreso a la filosofía natural viene por cuenta de esa nueva búsqueda de la imagen unitaria del mundo, esto es, de la búsqueda de una teoría de unificación de todas las fuerzas (TU) o, igualmente, de una teoría de gravitación cuántica (GQ). En este contexto muchos de los principales investigadores ven el debate como un instrumento importante para su trabajo (Smolin 1991, Rovelli 1996, Ashtekar 1998, Baez 2001, Barbour 2003). Pensar que el debate ha caducado equivale a pensar que TGR es una teoría definitiva sin problemas interpretativos y resulta también de ignorar algunos adelantos hacia una mejor comprensión de la física pre-relativista (e.g. Barbour y Bertotti 1982). Sobre esto volveré más adelante.

Se ha mencionado insistentemente el argumento del agujero y aunque este es bien conocido empezaré por ofrecer una sucinta reconstrucción del mismo. Para esto utilizaré el lenguaje más económico de la geometría diferencial, en detrimento de la enunciaci3n original de Einstein (1913) en lenguaje de coordenadas. Esto me permitir3, seguidamente, entrar en consideraciones propias al respecto.

5.2. Emergiendo del Agujero

Cualquier modelo de TGR (i.e, una soluci3n a las ecuaciones de campo), que representa un universo posible, es usualmente representado por la tripleta $\langle M, g, T \rangle$. Donde M es una variedad de puntos diferenciable con una cierta estructura topol3gica, g es el tensor métrico que codifica gravedad, estructura inercial y geometr3a, y T es el tensor de

energía-momento que representa la distribución de materia-energía del universo posible.

La covarianza general de TGR - y de cualquier teoría similar - implica, por definición, que si cualquier tensor X de la variedad es una solución a las ecuaciones de campo, también lo es el tensor $\phi * X$ que resulta de *empujar* X mediante la acción de un difeomorfismo *activo*. En este caso X es cualquier tensor métrico o material que pueda definirse sobre la variedad. Un difeomorfismo activo es esencialmente una transformación de coordenadas que lleva tensores de sus puntos de origen a otros deformando de paso la forma del tensor. Es importante distinguirlos de los difeomorfismos pasivos que actúan localmente como transformaciones de coordenadas que simplemente rebautizan los puntos de la variedad sin generar *movimientos* ni *deformaciones*. Este tipo de transformaciones pasivas resulta trivial para nuestra discusión ya que cualquier teoría puede hacerse covariante general pasiva simplemente requiriendo que sus ecuaciones de campo sean escritas en forma tensorial (Kretschman 1917, Friedman 1983). A cambio, un difeomorfismo activo $\phi : M \rightarrow M$ lleva un punto p de M a otro punto $q := \phi(p)$ en M , moviendo o deformando los ‘contenidos’ de la variedad.

El argumento del agujero es posible debido a la libertad para generar modelos de TGR mediante la acción de este tipo de difeomorfismos activos. El conjunto de estos difeomorfismos forma un grupo denotado habitualmente como $Diff(M)$. Con esto en mente enunció el argumento del agujero de Earman y Norton en forma compacta. Véamos:

Sea $U = \langle M, g, T \rangle$ un modelo de TGR. Por definición, es posible escoger cualquier difeomorfismo $\phi \in Diff(M)$ para generar un nuevo modelo $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ de TGR. Se escoje $\phi * = id$ (transformación identidad) en toda la variedad M exceptuando

una región $H \subset M$ dentro de la cual ϕ difiere suavemente de la identidad. Esta región H es el agujero de Einstein. Dentro de éste $\phi^* \neq id$. Por conveniencia suponemos que el espaciotiempo M admite una foliación (3+1) mediante rebanadas (hipersuperficies) globales tipo-espacio (spacelike). Es decir, suponemos que podemos partir el espaciotiempo en tajadas espaciales tabuladas por un parámetro temporal t que aumenta en la dirección futura a medida que nos desplazamos a lo largo de una curva tipo-tiempo (timelike). Ahora escojemos $H \subset M$ para $t > 0$.

El resultado de todo esto es que, como $\phi^* = id$ para $t \leq 0$, pero difiere suavemente para $t > 0$ (i.e dentro de $H \subset M$), tenemos dos modelos de la teoría que difieren a partir de $t = 0$. Esto es, $U = \langle M, g, T \rangle$ y $U^* = \langle M, \phi^* g, \phi^* T \rangle$ son idénticos hasta $t = 0$ pero difieren a partir de entonces². Y esto debería entenderse como una violación del determinismo en TGR ya que la especificación completa del espaciotiempo y sus contenidos materiales (g, T) fuera del agujero no determina unívocamente la forma en que éstos se distribuyen dentro de los puntos del agujero. En nuestro caso, con un agujero puesto en el futuro, según la teoría, el futuro no vendría determinado unívocamente por esta especificación completa del pasado. Falla el determinismo.

Pero aquí es importante advertir la forma en que falla el determinismo. Por ejemplo, si el centro de una asteroide χ se encuentra ubicado hoy en el punto p , las ecuaciones de campo más el pasado no podrían determinar si mañana éste pasa por el punto q de M o por el punto r de M . Lo chocante del argumento no es que el determinismo falle, al

²En la versión original de Einstein H no estaba, necesariamente, en el futuro. Pero fuera de H se suponía que el universo estaba lleno de materia ($T \neq 0$), mientras que en su interior no había materia ($T = 0$). Por esto recibió la denominación original de 'agujero'. El difeomorfismo activo generado por Einstein parecía violar 'la ley de la causalidad' ya que la materia fuera del hueco no determinaba unívocamente la estructura inercial dentro de éste. Esto, de paso, parecía una violación flagrante del principio Mach o de la *condicionalidad material del espacio*, como Einstein le llamaba por entonces.

fin y al cabo, el determinismo no tiene, necesariamente, que ser una camisa de fuerza de nuestras teorías. Ya tenemos a la mecánica cuántica en su interpretación estándar. Lo chocante proviene de la manera en que falla. El indeterminismo del agujero proviene de la imposibilidad para saber qué punto específico de la variedad subyace a qué proceso material concreto.

Las ecuaciones de campo no pueden escoger entre diferentes evoluciones de los campos dentro del agujero. En otras palabras, no pueden seleccionar a $U = \langle M, g, T \rangle$ sobre $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ para determinar si, por ejemplo, el asteroide χ pasará por q de M o por r de M . Pero, el asunto importante es que los modelos U y U^* de TGR son empíricamente indistinguibles. Comparten la misma variedad espaciotemporal de puntos subyacentes pero discrepan, dentro del hueco, sobre la forma en que los campos y la materia son distribuidos sin que esto suponga ningún tipo de diferencia observacional.

Todos los invariantes de la teoría son preservados ante el tipo de transformaciones que generan el indeterminismo en el agujero. Y en estas circunstancias, un sustancialismo directo que hace una lectura literal de la variedad como una entidad física real cuyos puntos existen objetivamente y forman el tejido sustancial del espaciotiempo, enfrenta la siguiente traba interpretativa: Si la variedad M es considerada como un espacio físico real en toda regla, esto es, como una entidad capaz de existencia concreta con independencia de la ocurrencia de procesos materiales, entonces el sustancialista directo debe considerar a U y U^* como modelos físicamente, ontológicamente, distintos aunque estos sean empíricamente equivalentes. Esto claramente recuerda el argumento de los mundos desplazados de Leibniz, donde un universo probable U_l resultaba empíricamente indistinguible de un universo probable U_s , al conservar el conjunto de relaciones entre objetos

materiales coexistentes, pero difería de éste por su ubicación en el espacio absoluto. El Newtoniano estaba obligado a conceder, dada la identidad presupuesta para los puntos del espacio, que los dos casos correspondían a situaciones ontológicamente diferentes. En su lugar Leibniz apelaba a la identidad de los indiscernibles (PII) para concluir que se trataba de dos representaciones de un mismo universo. En la terminología y contexto actuales la identidad de los indiscernibles recibe el nombre de *Equivalencia de Leibniz*. Este es un principio de inspiración relacional y puede enunciarse así:

Equivalencia de Leibniz (**LE**): Dos distribuciones de campos relacionadas por un difeomorfismo activo representan la misma situación física, esto es, $U = \langle M, g, T \rangle$ y $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ son equivalentes para cualquier $\phi \in Diff(M)$.

En resumen, según Earman y Norton, el sustancialista debe rechazar LE y concluir extrañamente que TGR es una teoría indeterminista. Por supuesto que las leyes de la física pueden admitir el indeterminismo, bien sea porque la teoría sea intrínsecamente probabilista, bien sea por la presencia de singularidades, o por la incursión de *invasores espaciales* (Earman, 1986 Cap 3). Pero todas estas parecen aceptables, o buenas, razones físicas. La cuestión es que el determinismo debería fallar por buenas razones de la física y no por compromisos con alguna doctrina ontológica que de entrada lo prosciba. En palabras de Earman y Norton, ‘al determinismo debería dársele una oportunidad.’

Los filósofos han visto diversas reacciones al argumento del agujero, pero la mayoría concuerdan con Earman y Norton en que el determinismo merece una oportunidad en la interpretación de TGR, al fin y al cabo, esta es la forma habitual de concebir la teoría en la práctica científica. Es un indeterminismo que no afecta la determinación predictiva empírica de la teoría. Esto es raro. Por esto la mayoría suscribe LE y rechaza el

sustancialismo directo que sostiene el argumento del agujero. La conclusión es la misma a la que Einstein llegó escapando del agujero, esto es, que los puntos de la variedad no tienen significado ontológico independiente, es decir, que presuponer la identidad primitiva de los puntos de la variedad lleva al tipo de indeterminación ‘ingenua’ que le hizo caer en el agujero desde el principio.

Esta es ciertamente la posición ampliamente mayoritaria entre filósofos del espacio-tiempo y cosmólogos activos. En su famoso tratado sobre la estructura del universo a gran escala, Hawking y Ellis (1973) simplemente se refieren a todos los modelos isomorfos de TGR relacionados mediante $Diff(M)$ como una clase equivalente que representa la misma solución de las ecuaciones de campo (i.e. un único universo posible) sin ninguna mención al argumento del agujero. La presentación de Wald (1984) es similar.

La presunción tácita de LE, común a prácticamente todas las representaciones de TGR, prohíbe la individuación apriorística de los puntos de la variedad. Pero aunque el rechazo generalizado a la identidad primitiva de los puntos del espaciotiempo -vía LE- pueda sonar muy relacional, la posición más consensuada se ha decantado por una interpretación sustancialista de TGR en la forma, ya mencionada, del sustancialismo sofisticado. La evidente tensión proviene, primero, de las diversas formas de definir el sustancialismo, y luego de los detalles interpretativos de estas definiciones. Por ahora, del argumento del agujero retenemos el siguiente corolario: *En TGR los puntos de la variedad no tienen identidad primitiva.*

A continuación argumentaré que esto, en parte, conduce mejor a una interpretación relacional de TGR.

5.3. Puntos sin Identidad Primitiva: ¿Relacionismo o Sustancialismo?

El argumento del agujero, hemos visto, está montado sobre la suposición de que el sustancialismo es una doctrina realista sobre los puntos del espaciotiempo y que estos constituyen el tejido del soporte universal de los procesos materiales. Por el contrario, el relacionismo debería refutar este estatus ontológico para el soporte universal de todos los fenómenos. Recientemente Belot y el propio Earman han insistido en esta forma de plantear el debate. Ellos escriben (Belot y Earman 2001, p 227):

Substantialists understand the existence of spacetime in terms of the existence of its pointlike parts, and gloss spatiotemporal relations between material contents in terms of the spatiotemporal relations between points at which they occur. Relationists will deny that spacetime points enjoy this robust sort of existence, and will accept spatiotemporal relations between events as primitive.

En discusiones recientes es bien cierto que por momentos una distinción clara entre los participantes de cada costado del debate R-S puede resultar cuando menos inquietante. La distinción que hacen Earman y Belot resulta interesante por cuanto parece estar atada estrechamente a las premisas del debate original, cuando Newton y Leibniz, presumiblemente, podían ‘darse el lujo de saber de que estaban hablando’³. Puntos o Materia. Contenedor o contenido. Esta forma de hablar hace parecer el debate una mera discusión sobre la aceptación de LE (relacionismo) o su rechazo (sustancialismo).

³La frase citada es original de Earman (1989, p 18). También es citada por Rynasiewicz (1996, p. 286) y Hofer (1998, p. 452).

Mi impresión es que LE, o el rechazo a la identidad robusta o primitiva de los puntos del espaciotiempo, es una premisa necesaria aunque no suficiente para cualquier forma de relacionismo. Por su parte el sustancialismo es neutro en este asunto. Esto debió quedar claro del paso de la representación convencional newtoniana de la dinámica clásica a su representación en el espaciotiempo neo-newtoniano. En esta última los puntos eran despojados de su identidad, al remover el espacio absoluto, y el énfasis del sustancialismo estaba puesto en la existencia robusta de las estructuras espaciotemporales. Estas estructuras eran independientes de la presencia de materia y hacían inteligible la idea de un cuerpo único moviéndose en el espacio sin relación a nada (material).

De todas formas Earman y Belot trazan su distinción argumentando que en el contexto de las probables teorías de campo unificado (TU) debe aparecer esta separación limpia en el debate. Ciertamente, la eclosión de una teoría en la que los puntos del espaciotiempo estuviesen cargados con el tipo de existencia robusta de la que hablan Earman y Belot, haría del sustancialismo una doctrina mucho más irrefutable, pero este no parece ser el caso, al menos hasta ahora. Sostengo que es más saludable considerar al sustancialismo como una doctrina realista sobre la existencia independiente de estructuras espaciotemporales.

En esta línea, esta es la definición que hace Hofer (1996, p. 5):

A modern-day substantialist thinks that spacetime is a kind of thing which can, in consistency with the laws of nature, exist independently of material things (ordinary matter, light, and so on) and which is properly described as having its own properties, over and above the properties of any material things that may occupy parts of it.

Estoy de acuerdo en la definición general. Pero discrepo en los detalles importantes. Especialmente en la clasificación de las ‘cosas materiales’⁴. Hofer hace su definición hablando como un sustancialista sofisticado.

El sustancialista sofisticado suscribe LE, es realista sobre la existencia independiente del espaciotiempo pero no asigna el estatus ontológico de espaciotiempo completo a la variedad desnuda. Una de las razones, aparte del argumento del agujero, es que la variedad funciona como una colección de puntos con estructura diferenciable y topológica pero carece prácticamente de todas las propiedades *paradigmáticas* que permiten referirse a ésta como si se tratara de un espaciotiempo en toda regla.

Por supuesto, para encontrar las propiedades paradigmáticas del espaciotiempo habría que mirar la dinámica de Newton. Y es que consideramos el espacio absoluto newtoniano como una entidad real en toda regla porque éste tenía todas las estructuras que hacían teóricamente inteligible la idea de un cuerpo único en movimiento sin relación a nada (material). Y la variedad, por sí sola, no permite ni siquiera definir distancias espaciales ni temporales, no contiene la estructura inercial, tampoco permite distinguir pasado de futuro y por lo tanto dista mucho de cumplir el papel paradigmático que cumplía el espacio y el tiempo newtonianos o, en su defecto, el espaciotiempo neo-newtoniano.

⁴No obstante, existen voces discordantes que vuelven a darle la vuelta al asunto. Por ejemplo Saunders (2002), sostiene que el relacionismo (no reductivo) es neutro en la distinción entre materia y espacio. Él está interesado en los principios relacionales de Leibniz (PSR y PII) y su proyección en la forma de principios de simetría e invarianza en las teorías de campo. Considerando que la covarianza general activa de TGR funciona como un principio de invarianza ante cualquier transformación del grupo $Diff(M)$, LE parece suficiente para hacer de TGR una teoría relacional, sin que esto implique una referencia explícita a la distinción entre materia y espacio. En este caso lo importante es que los invariantes de la teoría corresponden a especificaciones físicas relacionales, es decir, que no precisan puntos de referencia predeterminados. Teller (1991) argumenta en esta misma línea. El asunto de la especificación relacional de las cantidades físicas de la teoría será tratado en el siguiente capítulo.

Creo que esta razón es bastante sugestiva. La variedad es una entidad abstracta no exclusiva de TGR y sin cargarla con estructuras adicionales está lejos de cumplir el rol explicativo que cumplía el espacio en la dinámica de Newton. Estas estructuras adicionales son básicamente estructuras métricas. La variedad carece de la estructura métrica necesaria para hablar, de alguna forma, de un espaciotiempo inteligible. Resulta algo paradójico considerarla como un espaciotiempo sin estructuras espaciotemporales. Por esto, en esencia, para el sustancialista sofisticado es más natural hablar de la dupla métrica+variedad (M, g) para referirse a un espaciotiempo físico real⁵. En TGR, el rol explicativo que cumplía el espacio newtoniano es facilitado por la métrica (g) .

SS hace bien al señalar las debilidades de la variedad para ser considerada como un espaciotiempo en toda regla. Sin embargo, resulta poco convincente al asignarle a la métrica el estatus de estructura sustancialista. Al hacerlo, el sustancialista sofisticado está tomando todas las propiedades de la métrica como propiedades intrínsecas de un espaciotiempo real. La fuerza de esta línea argumental, vimos, depende de la clasificación de las estructuras espaciotemporales heredadas de la dinámica de Newton. Considero que esto no es correcto. Pero incluso si juzgamos a la métrica desde la perspectiva newtoniana las cosas no quedan muy claras.

El campo métrico de TGR tiene energía y momento. Resulta más natural pensar que la energía y el momento son cargados por campos físicos materiales. ¿Por qué elevar, entonces, la métrica a la categoría de espaciotiempo real independiente sin más? ¿Dónde ponemos el campo gravitacional? ¿En la materia como todos los demás campos físicos o en las propiedades del espacio? ¿Qué pasa con las ondas gravitacionales y la energía

⁵Dado que SS suscribe LE sería más preciso referirse a la dupla $(M, \{g\})$ como un espaciotiempo probable en toda regla. Aquí $\{g\}$ es una clase equivalente de métricas relacionadas entre sí mediante cualquier $\phi \in Diff(M)$.

contenida en campos gravitacionales sin fuentes? Stachel se expresa así en todo este asunto (1993, p.144):

Several philosophers of science have argued that the general theory of relativity actually supports spacetime substantivalism (if not separate spatial and temporal substantivalisms) since it allows solutions consisting of nothing but a differentiable manifold with a metric tensor field and no other fields present (empty spacetimes). This claim, however ignores the second role of the metric tensor field; if it is there chronogeometrically, it inescapably generates all the gravitational field structures. Perhaps the culprit here is the words 'empty spacetime'. An empty spacetime could also be called a pure gravitational field, and it seems to me that the gravitational field is just as real a physical field as any other. To ignore its reality in the philosophy of spacetime is just as perilous as to ignore it in everyday life.

Estoy de acuerdo con Stachel en que es mejor considerar al campo métrico como un campo físico material pero no sólo porque integre las estructuras del campo gravitacional. En breve volveré sobre esto.

TGR incorpora esencialmente, geometría, gravedad e inercia en la forma del campo métrico. En la física de Newton, geometría e inercia son cualidades estructurales del espacio, mientras que el campo gravitacional es un campo físico. SS escoge geometría e inercia -o las estructuras cronogeométricas- mientras que Stachel, Rovelli y otros relationalistas escogen el campo gravitacional para enfatizar sus respectivas posiciones. Esto es lo que dice Rovelli al respecto (Rovelli 1997, p. 193):

Einstein's identification between gravitational field and geometry can be read

in two alternative ways:

- i. as the discovery that the gravitational field is nothing but a local distortion of spacetime geometry; or
- ii. as the discovery that spacetime geometry is nothing but a manifestation of a particular field, the gravitational field.

The choice between these two points of view is a matter of taste, at least as long as we remain within the realm of nonquantistic and nonthermal general relativity. I believe, however, that the first view, which is perhaps more traditional, tends to obscure, rather than enlighten, the profound shift in the view of spacetime produced by general relativity . . .

Encuentro convincente la interpretación relacional (ii), pero a estas alturas uno puede imaginarse por qué Rynasiewicz (1996) argumenta que el debate ha caducado, o por qué Saunders (2002) intenta definir un relacionismo neutro en cuanto a la distinción entre materia y espacio. Creo que a pesar de las dificultades rendirse no es un camino acertado y tampoco lo es ignorar la distinción entre materia y espacio.

Recordemos que TER tiene básicamente las mismas estructuras -geometría e inercia- que la dinámica de Newton incorporadas a las cualidades del espacio. Igualmente, el campo gravitacional funciona como un campo físico independiente. En este sentido perpetúa la tradición newtoniana. En TGR las cosas son distintas. El desencanto de Rynasiewicz y Saunders es comprensible porque, al ser usualmente juzgada desde la tradición newtoniana, la estructura teórica y el papel explicativo del tensor métrico en TGR no parece permitir una distinción clara para decantar el debate. ‘Parece una cuestión de gusto’. La razón, creo, para haber convertido a la interpretación sustancialista en la más tradicional

es, tautológicamente, la fuerza de la *tradición*.

La dinámica Newtoniana, paradigmática de nuestras ideas sobre la materia y el espacio, es entendida como una teoría sustancialista sobre el espacio (y el tiempo). Así que mayoritariamente los físicos, los cosmólogos y los astrofísicos, han tomado a TGR, siguiendo la usanza newtoniana, como una teoría sustancialista sobre el espaciotiempo. La mayoría de filósofos de la ciencia también han suscrito esta interpretación pero, ante las dificultades presentadas por la ambigüedad en la lectura de TGR, deben existir mejores argumentos que la inercia histórica.

Es bien cierto que Newton tenía una teoría completa y Leibniz no. Pero liquidar al relacionismo amparándose en la victoria de Newton es puro atavismo gratuito. Podemos superar esto. Yo propongo el siguiente ejercicio: ¿Qué tal si tomamos por buenas algunas de las premisas relacionales de Leibniz (o Mach)? En este caso, la métrica -el nudo del asunto- ¿qué papel explicativo cumpliría? ¿Estaría bien planteada la elección entre geometría (i.) y campo gravitacional (ii.) asumida por Rovelli (y prácticamente por todos los participantes del debate R-S en TGR)? ¿Sería la geometría entendida como una cualidad intrínseca de un espacio real independiente de la materia?

Veamos: Para Leibniz el espacio no es otra cosa que el conjunto de relaciones entre objetos materiales coexistentes. En este caso, la geometría debe funcionar como una estructura que codifica el conjunto de relaciones métricas entre objetos materiales coexistentes. Pensemos que Leibniz tiene una teoría buena. ¿Sería sano concluir que la geometría *per se* es una entidad relacional pura y por tanto TGR es una teoría relacional? Creo que todo el mundo responderá negativamente a esto. Pero muchos filósofos encuentran muy natural hacer lo propio con la geometría para argumentar una inter-

pretación sustancialista de TGR. En realidad la geometría, sin más, parece neutra en este asunto. Forma parte de las estructuras que sirven al relacionista para codificar relaciones entre objetos materiales o al sustancialista para describir al espacio o al espaciotiempo. En este grupo también cabe la estructura diferencial y topológica de la variedad o inclusive toda la estructura inercial. Utilizar *per se* el papel geométrico, o métrico, o cronogeométrico, del campo gravitacional en TGR como un argumento decisivo en favor de la interpretación sustancialista se cae, desde esta perspectiva, por su propio peso.

La fragilidad de la interpretación sustancialista queda en evidencia. Por su parte el relacionista tiene razones importantes para considerar que el campo métrico es un campo material (energía, momento, campo gravitacional). Parece que la interpretación sustancialista se hubiera olvidado del asunto de fondo: la naturaleza *independiente* de las estructuras espaciotemporales que cumplen un cierto papel explicativo en la dinámica. Para ilustrarlo, propongo el siguiente ejercicio: Imaginemos que N y L discuten sobre si el rojo es una propiedad del espacio o el resultado de relaciones materiales. N y L logran construir buenas teorías en las cuales, por una parte, el rojo aparece como una cualidad del espacio y, por otra, como una entidad relacional (i.e. dependiente de la materia). N y L están de acuerdo sobre las propiedades esenciales de la materia y su papel dinámico y, en consecuencia, entienden el campo gravitacional como un objeto material igual que los demás campos. Por alguna razón la teoría de L se pierde durante 200 años. Nos acostumbramos a pensar, con N, que el rojo es una propiedad del espacio; de hecho que caracteriza un espacio independiente de la materia. Pero la teoría de N es mejorada por E. En la teoría de E, el campo gravitacional, un objeto dinámico como todos los demás campos físicos, también resulta siendo rojo. Los seguidores de N, la gran mayoría ya que

L cayó en el olvido, se encontrarán ante un dilema espeluznante. Interpretan al campo gravitacional como un espaciotiempo real en toda regla únicamente porque es rojo o lo interpretan como un campo material por las razones conocidas. Parece una elección arbitraria.

De todas formas la mayoría se decanta por el rojo porque al parecer este ha calado como la cualidad esencial para definir un espacio independiente de los objetos materiales. Pero su estatus de cualidad esencial (del espacio o la materia) era precisamente lo que discutían N y L. Si rescatamos la teoría de L y la ponemos a la par con la de N, el asunto cambia. En este caso si los seguidores de N no ignoran a la teoría de L, concluirán que el rojo en realidad es neutro en este asunto, que no es una razón convincente para dejar de considerar al campo gravitacional como un campo de materia. Ya sabíamos con L, desde el principio, que la materia podía codificar al rojo dentro de sus cualidades estructurales. El rojo *per se* no prueba nada contra la materia. Éste era el objeto de discusión. No puede funcionar en sí mismo como una justificación valedera. La cuestión aparecerá, en cambio, ante los ojos de los seguidores de L como un asunto resuelto. L tiene buenas razones para entender el campo gravitacional como un campo de materia, son las mismas razones que compartía con N desde el principio (energía, momento, estructura de campo físico, etc...) y, superada la teoría de N, el rojo ha dejado de lucir como una cualidad intrínseca de un espacio físico real independiente de la presencia de materia. El relacionismo no afirma que el espaciotiempo no exista, tan sólo supedita su estatus ontológico a las propiedades estructurales de la materia. No hay espaciotiempo sin materia. Con este ejemplo inocente sólo quiero enfatizar que una vez que estructuras espaciotemporales como la inercia y la geometría también puedan recibir un tratamiento relacional, parecerá mucho más natural

considerar un campo que integra dichas estructuras como un campo físico ya que dichas estructuras no pasarían a definir necesariamente a un espaciotiempo independiente.

El relacionismo ha sido proscrito por la evidencia histórica de que ni Leibniz, ni Mach construyeron una dinámica relacional capaz de rivalizar con la dinámica de Newton. Pero aún así, superada la dinámica newtoniana, la doctrina merece una oportunidad. Que se haya descartado en el contexto de TGR por razones que en el fondo están dictaminadas por la contingencia histórica puede resultar entendible pero no justificable.

En TGR las variables físicas, bien sea la ubicación de una partícula material, la intensidad de un campo en algún lugar, o la trayectoria de un rayo de luz, tienen que especificarse relacionalmente asumiendo LE, es decir, tomando los invariantes físicos de la clase equivalente $\{g\}$. En los tiempos de Leibniz la identidad de los indiscernibles (PII), precursora natural de LE, aparecía como un principio relacional fuera de toda duda. Similarmente, la geometría aparece en la física de Newton como una propiedad sustancialista fuera de toda duda. He admitido que LE *per se* es neutra en el debate, e insisto, la geometría y las estructuras cronogeométricas *per se* también lo son. Lo que está en juego es su naturaleza independiente.

De la misma forma en que los sustancialistas han respondido al argumento del agujero reconociendo hábilmente que LE no es una razón fuerte contra el sustancialismo, debían reconocer que por sí solas las estructuras espaciotemporales de la métrica tampoco pueden decantar en forma alguna el debate hacia su costado. Éstas (y su naturaleza independiente) son el objeto de discusión. No pueden funcionar como un argumento decisivo. Mientras el relacionismo tiene buenas razones para juzgar a la métrica como un campo de materia, el sustancialismo sofisticado, a mi juicio, no tiene argumentos

importantes para rechazar la naturaleza material del campo gravitacional. Este fue bien entendido como un campo físico antes del argumento del agujero. Esto debió tomarse como una buena nota de advertencia, ya que por entonces a casi nadie pareció incomodarle su estructura espaciotemporal para discriminar su naturaleza material. Si estamos preparados para vencer la inercia histórica y dar una oportunidad a Leibniz y Mach en todo esto, TGR aparecerá ante nosotros, en su interpretación más natural, como una teoría relacional limpia.

A continuación quiero enfatizar el papel dinámico de la materia. Como veremos, este aspecto importante suele ser ignorado por el sustancialismo en su interpretación del papel de la métrica en TGR. Las variables dinámicas de nuestras teorías están ligadas a propiedades estructurales de la materia. Esta es notablemente una característica distintiva de nuestras teorías físicas. Sin embargo, este consenso es roto por la interpretación sustancialista (SS) de TGR. Recordemos que un modelo de TGR $\langle M, g, T \rangle$ está dado por la variedad M , el campo métrico g , que funciona como un objeto dinámico que debe representar las propiedades del espaciotiempo, y T que, naturalmente, es también un objeto dinámico que representa los contenidos materiales del mismo. Hemos visto que no hay nada contradictorio en hablar de propiedades espaciotemporales relacionadas con la materia. El sustancialista quiere proscribir cualquier estructura espaciotemporal de la materia.

En este sentido el sustancialista quiere que en su teoría los objetos materiales aparezcan separados, limpiamente, de las estructuras espaciotemporales.

Supongamos que puede hacerse la distinción limpia entre objetos espaciotemporales A_i y objetos materiales P_i . En este caso los modelos \aleph de una buena teoría sustancialista

estarán representados de la siguiente forma $\aleph = \langle M, A_1, A_2, \dots, P_1, P_2, \dots \rangle$.

Afortunadamente, como es bien sabido, esta suposición funciona bien para modelos newtonianos, neo-newtonianos, y tipo-Minkowski (TER). La separación entre materia y espacio-tiempo está bien definida en estos casos. Funciona bien si tomamos cualquier ensamble de campos físicos (electromagnéticos, gravitacionales, fluidos de polvo, etc.) inmersos en los respectivos espacios newtoniano, neo-newtoniano o tipo-Minkowski (TER). En estos casos, hablando en forma bastante general, un modelo puede representarse así: $\aleph = \langle M, h, \Gamma, \phi, \rho, E, \dots \rangle$ ⁶. Donde M es la variedad, h es la estructura métrica, Γ es la conexión afín o estructura inercial, ϕ es el campo gravitacional, ρ es una densidad de fluido que puede representar la distribución de materia ponderable convencional, E es el campo electromagnético y los puntos suspensivos corresponden a cualquier otra forma de materia que queramos incluir en el modelo.

En todos estos modelos pre-TGR, h y Γ son entendidos como propiedades del espacio-tiempo, mientras que ϕ, ρ, E y el resto son objetos materiales. Todo el mundo desearía que las cosas fueran tan limpias cuando pasamos a los modelos de TGR y que una simple traducción directa de estas estructuras y campos bastara para la identificación, pero allí el tensor g integra simultáneamente los roles de ϕ -un campo físico de materia- y de h y Γ -estructuras espaciotemporales-. Así que necesitamos un criterio más fuerte que la simple identificación de estructuras. Aparte del transporte de energía y momento,

⁶Es claro que las estructuras espaciotemporales cambian detalles estructurales en el paso del espacio newtoniano, a los espaciotiempos neo-newtoniano y tipo-Minkowski de la relatividad especial, pero en todos los casos se está de acuerdo sobre cuáles son esencialmente las estructuras espaciotemporales. Éstas son, básicamente, estructura métrica e inercial. De todas formas no sobra recordar que incluso en el contexto de la dinámica newtoniana es posible integrar el potencial gravitacional en la conexión afín Γ -como curvatura variable- pero en este caso la conexión afín se dinamiza de la mano del campo gravitacional y parece más natural considerarla entonces como un campo de materia. A este respecto véase especialmente Friedman (1983), Cap 4: *Gravitation Theory: Curved Space-Time*, pp 108-114.

común a todos los campos materiales, un criterio conocido viene dado por la naturaleza dinámica de estos objetos.

En los modelos pre-TGR las estructuras espaciotemporales (h, Γ) son entidades absolutas que describen las propiedades del espaciotiempo. Por su parte, toda la materia está representada por objetos dinámicos (ϕ, ρ, E, \dots) . Un objeto absoluto es un objeto que retiene su estructura en todos los modelos de la teoría afectando la evolución dinámica de la materia sin ser recíprocamente afectado. En general los objetos absolutos son caracterizados por su grupo de simetría y el efecto de las correspondientes transformaciones de simetría es producir movimientos o arrastre de los campos dinámicos mientras el fondo absoluto permanece invariante⁷.

En todos los modelos (pre-TGR) del tipo $\aleph = \langle M, A_1, A_2, \dots, P_1, P_2, \dots \rangle$, los A_i son objetos absolutos, mientras que los P_i son objetos dinámicos que cambian en correspondencia con sus respectivas ecuaciones de campo⁸.

En los modelos $(\langle M, g, T \rangle)$ de TGR, g y T son objetos dinámicos. Encuentro algo obstinado desconocer la naturaleza material de los objetos dinámicos, común a los modelos de todas nuestras teorías, simplemente para salvar una doctrina ontológica. Sería algo obstinado desconocer la naturaleza material del campo gravitacional g . El campo gravitacional es un objeto dinámico material como todos los demás campos de fuerza. TGR recibe, por tanto, su interpretación natural como una teoría relacional en la que

⁷La distinción entre los objetos absolutos y los objetos dinámicos de las teorías espaciotemporales es originaria de Anderson (1967 p. 83-84) y es bien tratada por Friedman (1984 p. 47-60)

⁸En general las ecuaciones de campo tienen la estructura $D\varphi = \sigma$ donde el lado izquierdo de la ecuación representa la estructura diferencial del campo (i.e. un operador D actuando sobre el campo φ) y el lado derecho (σ) representa las fuentes de éste. En todos los casos ambos lados de la ecuación -el campo y las fuentes- son entendidos como objetos materiales ya que los campos son portadores de energía. Esta equivalencia material izquierda-derecha es rota por la interpretación sustancialista (SS) de TGR.

las estructuras espaciotemporales son absorbidas por un campo material g .

TGR es una teoría dinámica. Todos sus modelos son de la forma $\aleph = \langle M, P_1, P_2, \dots \rangle$ ⁹.

En todo caso la interpretación del campo gravitacional como un campo físico de fuerzas, descansa, en alguna medida en la viabilidad para entenderlo como una entidad portadora de energía-momento, al igual que todos los demás campos. Y aunque casi nadie duda que la energía del campo gravitacional se intercambie libremente con la energía de los demás campos -de hecho se supone que es la fuente de las grandes cantidades de energía liberada en la forma de radiación y calor en la descripción del colapso estelar-, en TGR, como consecuencia del principio de equivalencia, no se tiene una buena definición local de la densidad de energía del campo gravitacional. Es una asignatura pendiente de resolver en TGR, estrechamente vinculada con los problemas para cuantizar el campo gravitacional. De todas formas, que la energía no sea ‘localizable’ en regiones infinitesimales no significa que no exista, al menos, una forma aproximada para hacer estimaciones físicas empíricamente contrastables¹⁰.

Pero se esperaría que al menos una representación del intercambio y conservación de la energía fuese teórica y conceptualmente consistente. Existen problemas. Sin embargo, la opinión más consensuada al respecto indica que la ley de la conservación de la energía (que debe incluir la energía gravitatoria) funciona aceptablemente para espacio-

⁹Nótese que esta distinción entre objetos absolutos que caracterizan la estructura espaciotemporal -el fondo fijo- y objetos dinámicos -que representan la materia y su evolución- se aplica únicamente a los objetos (campos) que se cuelgan sobre la variedad. La variedad proporciona la estructura topológica y diferencial requerida por estos objetos. Pero no es en sí misma cobijada por la distinción. Su falta de estructura no permite entenderla ni como un espaciotiempo de fondo, en el caso de teorías con variedad absoluta (fija), ni como un objeto material -no es portadora de ningún tipo de interacción, ni tiene la estructura de un campo- en caso de teorías con variedad dinámica (TGR).

¹⁰Lo que se tiene, en el mejor de los casos, es una definición cuasi-local (i.e. localizable en regiones finitas del espaciotiempo) de la energía del campo gravitacional para una clase restringida de modelos de TGR (Szabados 2004) o un pseudotensor que representa la densidad de energía en ciertos sistemas de coordenadas altamente restringidos.

tiempos estáticos o asintóticamente planos. La razón, en el fondo, es que estos modelos reproducen cualidades que recuerdan la distribución de campos físicos sobre un soporte espaciotemporal absoluto (sustancialista), típica tanto de la dinámica newtoniana como de TER.

En el ejemplo canónico de los modelos asintóticamente planos, como resultado del teorema de Noether, las simetrías del espaciotiempo de fondo (en el límite de integración) determinan las leyes de conservación. Por esto, en este caso, la energía-momento global de un sistema aislado puede concebirse como la energía-momento de un sistema físico (material) en un espaciotiempo de Minkowski - el espaciotiempo plano de TER, donde tenemos buenas leyes de conservación-.

Pero considerar esto como el ejemplo paradigmático para hablar de una genuina ley de la conservación de energía-momento en TGR es conceder demasiado. Lo que se ha hecho es considerar la energía-momento para un sistema aislado en un espaciotiempo casi plano visto desde muy lejos. En estas circunstancias es posible (aproximadamente) romper el campo gravitacional en una fracción absoluta -que representa el espaciotiempo plano de fondo- y una fracción dinámica que funciona como un campo físico desacoplado de la estructura de fondo. Esto puede servir para hacer estimaciones empíricamente contrastables como la energía radiada por un pulsar binario, por ejemplo. Ya estamos acostumbrados a romper la estructura dinámica del campo gravitacional en TGR mediante el uso de la aproximación de campo débil (Einstein 1916) para todo tipo de predicciones en TGR. Se puede justificar este tipo tratamiento cuasi-absoluto del campo gravitacional y el uso respectivo de condiciones de frontera (en el infinito espacial o en el infinito nulo) cuando los modelos de TGR son usados como herramienta predictiva

suficientemente aproximada para situaciones físicamente realistas en regiones limitadas del espaciotiempo. Recuérdese, en este sentido, toda la discusión sobre el uso de las condiciones de frontera en el infinito para predecir el arrastre de los marcos inerciales en el interior de un cascarón o el uso extendido de la métrica de Schwarzschild -que es simétrica y asintóticamente plana- para describir el espaciotiempo en la vecindad de un objeto masivo.

Sin embargo, a nivel conceptual, esto resulta insuficiente para extraer conclusiones bien sea filosóficamente relevantes o suficientemente generales ya que seguramente uno de los rasgos más significativos de TGR es la naturaleza completamente dinámica del tensor métrico. La ruptura del campo gravitacional tan sólo es posible para una clase muy limitada de modelos y parece poco natural cuando se considera a fondo la repercusión conceptual de TGR. Sin ir más lejos, incluso cuando se quiere entrar en consideraciones cosmológicas globales, el universo fáctico es usualmente descrito utilizando métricas que no son ni estáticas ni asintóticamente planas, sino del tipo inflacionario Friedmann-Robertson-Walker (FRW).

En parte por todo esto ha existido cierta discusión respecto a la viabilidad tanto de una auténtica ley de la conservación de la energía-momento en TGR como de una buena definición de la energía del campo gravitacional. Revisando este asunto, Hofer (2000) concluye que no existe un principio general de la conservación de energía-momento en TGR. Estoy de acuerdo, pero a mi juicio esto conduce a consideraciones distintas a las suyas en cuanto a las implicaciones de este resultado en lo concerniente al debate R-L. Me inclino a pensar que el colapso de la conservación de la energía-momento en TGR está fuertemente vinculado con la naturaleza genuinamente relacional de la teoría.

En TGR no tenemos una ley de la conservación de la energía-momento bien definida como consecuencia de que esta teoría no tiene un fondo espaciotemporal independiente. Las leyes de conservación requieren simetrías que caracterizan los objetos absolutos y estos típicamente representan la estructura espaciotemporal del fondo, del contenedor físico del sustancialista. Este fondo no existe en TGR. No tenemos un espaciotiempo independiente para soportar la ley de conservación de la energía-momento¹¹. Todo es materia en la teoría de gravitación de Einstein.

La descripción estándar de la ley de la conservación de la energía -para el caso restringido de modelos asintóticamente planos- fue inaugurada por Einstein (1916, p.151) y es usualmente tratada en los libros de texto (Véase especialmente Wald 1984, cap 11). Una buena revisión crítica sobre la visión recibida al respecto puede encontrarse en Hofer (2000). En todo caso, sin entrar en algunos de los pormenores para los cuales remito a las referencias mencionadas, quiero enfatizar mi posición sobre el asunto de la energía del campo gravitacional, el de la conservación de la energía-momento en TGR, y su repercusión en el debate R-L. Veamos:

Al igual que en la dinámica newtoniana, en TER las leyes de conservación son usualmente presentadas en dos formas equivalentes; una diferencial y otra integral. La ecuación diferencial nos dice que no se crea energía-momento en una región infinitesimal del es-

¹¹Quiero remarcar que las dificultades para tener una ley general de la conservación de energía-momento en TGR están directamente relacionadas con la ausencia de fondo espaciotemporal absoluto *independiente* en la teoría, esto es, con su naturaleza relacional. Con esto no quiero decir que el relacionista quede proscrito para el uso de objetos absolutos en la formulación de sus posibles teorías y que como consecuencia de esto no pueda formular leyes de conservación. Solamente que para hacerlo nos debe una buena justificación relacional para la implementación teórica de estos objetos en la teoría. Por ejemplo, Barbour y Bertotti (1982) utilizan los planos de simultaneidad absoluta, que absorben la geometría euclídeana, en la formulación de una dinámica clásica genuinamente relacional. En este caso, los objetos absolutos codifican relaciones entre objetos materiales y se suprime la interpretación de su naturaleza *independiente*. En todo caso, al igual que en la dinámica newtoniana, allí las variables dinámicas están asociadas a la materia y su evolución. Sobre esto volveré en el siguiente capítulo.

paciotiempo, mientras que la formulación integral extiende esta idea a volúmenes finitos de éste. Las dos formas de presentar la ley de conservación de energía-momento están relacionadas mediante el teorema de Gauss y usualmente se denotan, respectivamente, así:

$$T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0, \quad (5.1)$$

$$\int_v T^{\mu\nu}_{;\mu} d^4V - \int_s T^{\mu\nu} d^3 \sum_\nu = 0, \quad (5.2)$$

donde $T^{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento, la coma denota la divergencia ordinaria, la primera integral se realiza sobre un 4-volumen y la segunda sobre una 3-superficie que envuelve el volumen¹².

Ahora bien, el tensor $T^{\mu\nu}$ representa los usualmente llamados campos de materia, pero no incluye ninguna contribución del campo gravitacional, así que (5.1) y (5.2) funcionan como leyes de conservación en *ausencia de gravedad*, pero incluso en la dinámica newtoniana debe incluirse la energía del potencial gravitacional para tener leyes de conservación¹³. Así que para incluir la gravitación en un sistema físico en lugar de (5.1) tenemos la siguiente ley de conservación diferencial:

$$T^{\mu\nu}_{;\mu} = G^\mu, \quad (5.3)$$

donde G^μ es la densidad de fuerza externa gravitacional. Escrita de esta forma la ecuación (5.3) es una expresión diferencial local para el intercambio entre la energía-momento

¹²Estrictamente hablando $T^{\mu\nu}$ es el tensor *tensión-energía* que representa la distribución de tensiones, presiones y energía de los campos de fuerza, pero al integrar como en (5.2) se obtiene el flujo del vector energía-momento del campo a través de la superficie que limita el hipervolumen tetradimensional V (véase especialmente MTW, cap 7).

¹³En este caso la energía del potencial gravitacional no es localizable, aunque funciona al menos como mecanismo de balance de contabilidad.

gravitacional y la energía-momento contenida en los demás campos de materia. Evidentemente el teorema de Gauss también permite la correspondiente expresión integral para representar la misma situación en un volumen finito del espaciotiempo. Nos gustaría tener el mismo tipo de ‘buenas leyes de conservación’ en TGR, pero el problema es que en TGR esta correspondencia general entre la ley de conservación local diferencial y su representación integral se rompe. Veremos por qué. TGR relaciona curvatura con gravedad, y puede decirse que en regiones infinitesimales el espaciotiempo parece plano. Por lo tanto en TGR habitualmente la ley de conservación diferencial infinitesimal puede bien escribirse así:

$$T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0 \quad (5.4)$$

donde el punto y coma representa la derivada covariante. Nótese que esta suele ser tomada como una buena expresión del principio de equivalencia entendido como la regla habitual de ‘convertir comas en puntos y coma’, es decir de convertir las derivadas ordinarias de TER en derivadas covariantes en TGR para buscar la ecuación correspondiente, como bien ocurre aquí al comparar (5.1) de TER y (5.4) de TGR.

Sin embargo, a pesar de la elegante correspondencia entre (5.1) de TER y (5.4) de TGR, es justo recordar que (5.1) es una ley de conservación diferencial en *ausencia de gravedad*. Aquí empiezan las dificultades. TGR es una teoría de gravitación donde las componentes métricas -el fondo en TER- no están desacopladas del campo gravitacional, así que (5.4) es tomada, más bien, como una representación del intercambio infinitesimal entre energía-momento del campo gravitacional y los demás campos al estilo de (5.3). Esto se ve mejor cuando escribimos (5.4) explícitamente así:

$$T^{\mu\nu}_{;\mu} = T^{\mu\nu}_{,\mu} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\nu} T^{\alpha\nu} + \Gamma^{\nu}_{\alpha\nu} T^{\mu\alpha} = 0, \quad (5.5)$$

donde los $\Gamma_{\alpha\nu}^{\mu}$ son las componentes de la conexión afín que expresan la contribución del potencial gravitacional.

En todo caso para que efectivamente (5.5) funcione como una ley de conservación que proporciona una representación *general* del balance local del intercambio de energía-momento entre el campo gravitacional y los demás campos, se esperaría que, a su vez, en TGR tuviéramos teóricamente bien definidas dos cosas:

A) una expresión equivalente, ya no del intercambio infinitesimal de energía-momento, sino del intercambio para regiones finitas del espaciotiempo o de la conservación global de estas cantidades.

B) una expresión explícita de la distribución local de energía-momento del campo gravitacional $g_{\mu\nu}$.

En primer lugar *A* no funciona porque para esto se requeriría una extensión del teorema de Gauss aplicable al espaciotiempo dinámico de TGR. Típicamente el teorema de Gauss es enunciado como la equivalencia entre el flujo de una cantidad (vectorial) a través de una superficie cerrada y la integral de la divergencia de la misma cantidad a través del volumen encerrado por esta superficie. En el caso de TER y TGR la divergencia mide el flujo del vector energía-momento en regiones infinitesimales. Pero, para tener una medida finita de este flujo de energía-momento lo que se hace es sumar las contribuciones infinitesimales (integrar) y el procedimiento implica comparar vectores definidos en regiones distantes del espaciotiempo. En TER no hay problema, se tiene un espaciotiempo absoluto de fondo cuyas simetrías permiten la comparación ‘distante’ de vectores pero en TGR, con su espaciotiempo curvo dinámico, esto no es así. En regiones infinitesimales el problema es resuelto utilizando el ‘transporte paralelo’ -la divergen-

cia covariante funciona- pero para contabilizar la contribución del flujo del vector de energía-momento en un 4-volumen finito el procedimiento dependería explícitamente del camino de transporte paralelo. No existe una extensión del teorema de Gauss aplicable a TGR y por tanto la formulación integral para la conservación-intercambio de la energía-momento al estilo de (5.2) no está bien definida en esta teoría.

En teorías con espaciotiempos absolutos (en el sentido sustancialista) las simetrías permiten hacer una comparación remota de objetos (campos) dinámicos como el representado por el vector energía-momento. Esto es, se cuenta con transformaciones que permiten llevar o arrastrar campos dinámicos sin que el espaciotiempo absoluto de fondo se altere. El problema en TGR es que la estructura espaciotemporal está integrada en un objeto dinámico y por tanto -en los casos más generales- no existen transformaciones que dejen dicha estructura (métrica) invariante. Aquí quiero hacer una observación: En teorías con espaciotiempo independiente dichas transformaciones producen el efecto de arrastrar o mover los campos *materiales*¹⁴. Mi impresión es que en TGR se sigue la misma línea argumental, dichas transformaciones arrastran los objetos materiales pero en TGR esto es todo lo que hay. No existe un espaciotiempo físico independiente de la presencia de objetos materiales. La estructura métrica se ha materializado, por decirlo de alguna manera, de la mano del campo gravitacional.

Creo que este es un argumento fuerte para entender mejor la naturaleza material del tensor métrico en TGR. La única razón que podría tener algún peso para intentar desechar su naturaleza material, creo, es el hecho de que este campo integre estructuras espaciotemporales como la estructura métrica e inercial. Pero, insisto, también

¹⁴Se dice, en estos casos (TER, por ejemplo) que el espaciotiempo permanece invariante, mientras los objetos dinámicos son arrastrados por una transformación. Estas transformaciones toman como referencia las simetrías del espaciotiempo de fondo. Son, en este caso, transformaciones tipo Lorentz.

creo que éstas pueden ser entendidas, incluso en la dinámica clásica, como estructuras relacionales y por tanto su presencia es neutral en cuanto a las implicaciones en el debate R-L. Volveré sobre esto en el siguiente capítulo. Más bien, a mi juicio, la interpretación sustancialista tendría que justificar de algún modo la existencia de estructuras espaciotemporales independientes del campo gravitacional en TGR.

De todas formas, volviendo atrás, quiero hacer una breve consideración sobre la forma en que habitualmente son superadas las dificultades A y B en TGR. Para hacerlo, la expresión (5.5) para la ley de conservación infinitesimal se suele ‘reescribir’ introduciendo un pseudotensor $t^{\mu\nu}$ que representa la densidad infinitesimal de energía-momento del campo gravitacional, así:

$$(T^{\mu\nu} + t^{\mu\nu})_{,\nu} = 0. \quad (5.6)$$

La idea es que como esta expresión contiene solamente derivadas ordinarias se puede integrar y utilizar el teorema de Gauss para formular la correspondiente ley de conservación para regiones finitas del espaciotiempo al estilo de (5.2). También, de paso, se esperaba poder integrar la densidad de energía-momento $t^{\mu\nu}$ del campo gravitacional para estimar la energía contenida en una región finita del espaciotiempo o la energía-momento global del sistema considerado. Sin embargo, estas integrales sólo arrojan resultados inequívocos en casos muy restringidos y las limitaciones están vinculadas a la estructura pseudotensorial utilizada para representar la energía-momento del campo gravitacional. A diferencia de lo que sucede con los tensores genuinos, estos pseudotensores no permiten el uso arbitrario en principio de cualquier sistema de coordenadas. Por ejemplo, dependiendo de que sistema de coordenadas éstos tienen valores no nulos en espaciotiempo

planos, o, más significativo aún, dependiendo también de que sistema de coordenadas su valor puede hacerse cero incluso para espaciotiempos llenos de radiación gravitacional. Debido a esta dependencia del sistema de coordenadas para caracterizar la energía del campo gravitacional en general se dice que estos seudotensores no ofrecen una buena definición *local* de la densidad de energía-momento del campo gravitacional. Y como en la mayoría de los casos no se tiene un valor inequívoco de la energía-momento del campo gravitacional para *cada punto*, en general su integral tampoco permite la estimación de la energía global del campo gravitacional. De todas formas, como se advertía, la idea detrás del enfoque seudotensorial es hacer que las integrales, requeridas para definir tanto la ley de la conservación de la energía-momento como la energía-momento global del campo gravitacional, sean bien comportadas.

Esto se logra imponiendo fuertes restricciones sobre el tipo de modelos tratados. Ya se ha mencionado que lo que usualmente se hace es exigir que el espaciotiempo sobre el que se distribuyen los campos materiales sea asintóticamente plano. En este caso se puede descomponer la métrica en una parte absoluta ($n^{\mu\nu}$) que funciona como un espaciotiempo de fondo plano y una desviación dinámica ($h^{\mu\nu}$) vinculada al campo gravitacional físico:

$$g^{\mu\nu} = n^{\mu\nu} + h^{\mu\nu}. \quad (5.7)$$

Las integrales se realizan en el límite en que $r \rightarrow \infty$, es decir, en el límite en que para estos modelos el espaciotiempo es prácticamente plano ($g^{\mu\nu} \cong n^{\mu\nu}$) y coincide con el espaciotiempo de fondo. En este límite las simetrías del espaciotiempo plano permiten obtener tanto las leyes de conservación como la energía global esperadas (teorema de Noether). En este caso el resultado de realizar una transformación lorentziana, es

decir, una transformación que caracteriza las simetrías del espaciotiempo de fondo, es arrastrar los campos físicos y la componente dinámica del tensor métrico. Esto es, la componente dinámica del campo métrico se transforma, bajo transformaciones de Lorentz, como un tensor. Los objetos dinámicos son afectados mientras que los objetos absolutos permanecen invariantes. Se está tentado a concluir que el campo físico gravitacional -representado ahora por $h^{\mu\nu}$ - se ha desacoplado, como los demás campos, de la estructura métrica de fondo $n^{\mu\nu}$ y que en definitiva la materia al aparecer caracterizada por objetos dinámicos puede visualizarse como una suerte de sustancia que evoluciona sobre un soporte espaciotemporal absoluto¹⁵. En definitiva que la materia es dinámica.

En general los modelos de TGR no son asintóticamente planos y esta separación del campo gravitacional y la estructura métrica de fondo no puede hacerse. Lo que se tiene es un campo material que incorpora la estructura métrica en la forma del campo gravitacional.

Aunque los seudotensores no den una buena definición local de la energía del campo gravitacional sus integrales son útiles para calcular la energía gravitatoria de sistemas relativamente aislados. En la práctica se han utilizado para calcular la radiación gravita-

¹⁵La descomposición (5.7) es generalmente usada para calcular la energía contenida en las ondas gravitacionales. El seudotensor de energía momento $t^{\mu\nu}$ es, en general, función de las componentes de la conexión afín $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$. Pero en este caso estas componentes dependen únicamente de las derivadas de la parte dinámica de la métrica ($h^{\mu\nu},_{,\alpha}$); de las desviaciones de la métrica con respecto al espaciotiempo plano de fondo. Así que habitualmente se considera que la energía de las ondas gravitatorias se debe a la contribución de la perturbación $h^{\mu\nu}$ del tensor métrico. Uno puede imaginarse, por ponerlo de algún modo, las ondas gravitacionales como perturbaciones materiales propagándose en un fondo espaciotemporal. Las componentes métricas que representan el fondo, las $n^{\mu\nu}$, en el procedimiento se utilizan para *subir y bajar índices*, mientras que la parte material $h^{\mu\nu}$ se transforma como un tensor tipo lorentz al igual que los demás campos de fuerza y no adquiere el uso operativo geométrico de subir y bajar índices. Las ecuaciones de Einstein en esta formulación linealizada para ondas gravitacionales son:

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} = -16\pi T^{\mu\nu},$$

donde $\square = \nabla^2 - \partial_t^2$ es el operador de onda.

cional generada por sistemas autogravitantes. El primero en hacerlo fue Einstein. En su momento se llegó a discutir si las ondas gravitacionales eran reales o meros artificios de los sistemas de coordenadas pero Bondi y otros (1957, 1963) mostraron que se trataba de efectos intrínsecos y el análisis específico de ondas cortas de Isaacson (1968) pareció confirmarlo. Las predicciones sobre la energía radiada gravitacional han sido empíricamente contrastadas al menos para el pulsar binario PSR 1913+16 descubierto por Hulse y Taylor en 1974. Y a pesar de los problemas para tener una definición (local) de la energía gravitacional y su conservación, éstas consideraciones inclinan hoy a la inmensa mayoría a aceptar la realidad de la energía de las ondas gravitacionales y en general de la energía del campo gravitacional en TGR¹⁶. Estoy de acuerdo pero veo las dificultades relacionadas, más bien, con la ausencia de un espaciotiempo de fondo independiente en TGR ya que incluso en los casos en que para efectos prácticos se rompe la estructura dinámica del tensor métrico $g^{\mu\nu}$ (5.7), la materia aparece en su presentación dinámica y el campo gravitacional -representado en estos casos por $h^{\mu\nu}$ - retiene su estructura dinámica. Toda la estructura espaciotemporal de TGR es dinámica. Parece más natural suponer que la materia ha absorbido las estructuras espaciotemporales.

De todas formas alguien puede albergar, todavía, alguna duda sobre el estatus ontológico de la variedad. Ésta dejó de ser considerada como un espaciotiempo que alojaba campos físicos ya que, hemos visto, la falta de identidad primitiva de los puntos que la componen y la carencia de estructuras que le permitan alcanzar algún rol explicativo

¹⁶Hoefer (1996, 2000) manifiesta que si efectivamente el tensor métrico $g^{\mu\nu}$ contiene energía-momento esto no significa que el espaciotiempo representado, según el, por $g^{\mu\nu}$ sea un campo material. Al revés, en este caso la energía lo convierte en un espaciotiempo más real. El argumento funciona si efectivamente $g^{\mu\nu}$ puede ser tomado como un espaciotiempo independiente. Es decir si, como he dicho, las estructuras métrica e inercial -integradas ahora en un objeto dinámico- sirvieran para definir por sí mismas un espaciotiempo sustancialista independiente. En el siguiente capítulo intentaré mostrar que este no es el caso.

en los fenómenos físicos son razones fuertes para dejar de pensarla como el contenedor espaciotemporal de todos los fenómenos físicos. Su papel, desde el punto de vista relacional, es similar en cierto sentido al que cumpliría, por ejemplo, la estructura métrica o geométrica en una teoría al estilo de Leibniz. Imaginemos, de nuevo, que para codificar el conjunto de relaciones coexistentes entre objetos materiales, Leibniz o algún seguidor suyo hubiera tenido que utilizar el conjunto de relaciones métricas euclidianas que le correspondían. En este caso, ¿diríamos que la estructura métrica es un espacio sustancialista? No. Ésta es simplemente una estructura necesaria para codificar relaciones entre objetos materiales. La estructura métrica o geométrica *per se* no cumple el papel explicativo de un espacio físico. No suministra un criterio de distinción entre aceleración y reposo, no proporciona el contenido estructural suficiente para levantar una teoría dinámica. No alcanza, en el contexto de la dinámica clásica, el poder explicativo para soportar una teoría de movimiento. No contiene una noción completa de inercia.

Esta fue, precisamente, la razón que llevó a Mach a reclamar una derivación relacional explícita de la inercia. La estructura métrica no estuvo en discusión ya que el espacio absoluto newtoniano soporta su dinámica en el poder explicativo proporcionado por la riqueza de su estructura inercial. La estructura métrica para Leibniz y sus seguidores, sería simplemente una estructura necesaria para codificar distancias entre objetos materiales. El asunto importante sería ver cómo puede funcionar una teoría de esta naturaleza capaz de alcanzar el poder explicativo suministrado por la inercia en la dinámica de Newton.

La variedad proporciona la estructura diferencial y topológica para levantar cualquier teoría de campos. Es incluso menos estructurada que la posible métrica utilizada por

algún Leibniziano. Algunos sustancialistas se han descaminado en este asunto al objetar el uso de la variedad y otras estructuras *espaciotemporales* en la concepción relacional de una teoría física¹⁷. El asunto importante en realidad pasa por determinar si el espaciotiempo físico puede -o no- funcionar como una entidad independiente de la presencia de materia conservando su poder explicativo, soportando la dinámica de la teoría.

En TGR los puntos de la variedad no tienen identidad, ni siquiera la estructura topológica está determinada en forma independiente por la colección de puntos. Éstos sólo pueden elevarse a la categoría de posibles eventos espaciotemporales cuando un tensor métrico específico -un campo material- es definido sobre la variedad. Incluso la estructura topológica global requiere la especificación del tensor métrico. En cierto sentido, la variedad es también una estructura dinámica ya que ésta cambia de modelo a modelo de la teoría con el campo gravitacional. Su estructura dinámica es heredada del campo gravitacional vía ecuaciones de campo (Stachel 1994, Isham 1994, Sorkin 1997).

El espacio (y el tiempo) newtoniano, por el contrario, puede pensarse sin la presencia de ningún objeto material. Removida la materia éste conserva toda la riqueza de su estructura espaciotemporal. Este no es el caso en TGR. Ni siquiera la variedad retiene algún tipo de significado espaciotemporal sin la presencia del campo gravitacional. Es una teoría relacional. Esta fue la conclusión madura de Einstein.

En la edición de 1954 de su *Relativity, The Special and the General Theory* (la última antes de su muerte), Einstein incluyó un apéndice bastante conocido. Éste se titulaba

¹⁷Earman, por ejemplo, no ha dejado de manifestar su malestar porque, en principio, la teoría de campos requiere, en el fondo, algún tipo de sustanciación ya que éstos especifican sus cantidades en función de las coordenadas adaptadas a un fondo espacial sustancial al estilo de la variedad de TGR. Earman no duda que el campo gravitacional haga parte de los contenidos materiales del espaciotiempo, pero el uso de este tipo de puntos (no individuados) de la variedad le llevó a sugerir que el debate debía dirimirse fuera de las formas tradicionales de entender el sustancialismo y el relacionismo (Earman 1989, p.208).

Relativity and the Problem of Space. Le cito en cierta extensión porque considero que este no deja dudas al respecto (Einstein 1954 Appendix V, P.155):

We are now in a position to see how far the transition to the general theory of relativity modifies the concept of space. In accordance with classical mechanics and according to the special theory of relativity, space (space-time) has an existence independent of matter or field. [...] On the basis of the general theory of relativity, on the other hand, space as opposed to ‘what fills space’, which is dependent on the co-ordinates, has no separate existence. Thus a pure gravitational field might have been described in terms of the g_{ik} (as functions of the co-ordinates), by solution of the gravitational equations. If we imagine the gravitational field, i.e. the functions g_{ik} , to be removed, there does not remain a space of type (I)¹⁸, but absolutely nothing, and also no ‘topological space’. For the functions g_{ik} describe not only the field but, at the same time also the topological and metrical structural properties of the manifold. A space of type (I), judged from the standpoint of the general theory of relativity, is not a space without field, but a special case of the g_{ik} field, for which -for the co-ordinate system used, which itself has no objective significance- the functions g_{ik} have values that do not depend on the co-ordinates. There is no such thing as empty space, i.e. a space without a field. Space-time does not claim existence on its own, but only as a structural quality of the field.

¹⁸Aquí por (I), Einstein se está refiriendo al espaciotiempo de Minkowski. Éste hubiera sido inaceptable en la época en que el *problema del espacio* se había convertido para Einstein en el problema de satisfacer el principio de Mach. Pero, incorporada consistentemente la noción de campo a la de objeto material, no existe, ni siquiera teóricamente, la posibilidad de un espacio vacío sin la presencia de materia. Difícilmente, puede uno imaginarse algo más relacional.

He argumentado que, en buena medida, la interpretación sustancialista (SS) de TGR debe su popularidad a la carga atávica de la dinámica de Newton. Con el fin de dar una oportunidad equitativa al relacionismo y limpiar parte de la inercia histórica de toda esta discusión, he propuesto el ejercicio de imaginar que Leibniz, o un seguidor suyo o cualquier Leibniziano, tenía una teoría relacional buena, a la par con la de Newton. Este no tiene que ser tan sólo un ejercicio de pura imaginación ya que, a mi juicio las ideas de Leibniz y Mach han encontrado buena forma en las teorías relacionales desarrolladas inicialmente por Barbour y Bertotti (1977, 1982) y, luego, por Barbour y Col. (1994, 1999, 2001, 2003). La condena histórica del relacionismo puede ser subsanada. Por esto, en el siguiente capítulo se estudian las teorías clásicas de Barbour y Bertotti. Intentaré mostrar que Barbour y Bertotti, efectivamente, han logrado construir una dinámica clásica genuinamente relacional y que además ésta es mejor, por ser más explicativa, que la dinámica convencional sustancialista newtoniana. Si esto es cierto creo que, como he intentado argumentar, la interpretación de TGR y en particular el papel desempeñado por el campo gravitacional reciben su lectura más natural en la línea relacional.

Mi impresión es que en este caso, una vez que se muestre que las estructuras espaciotemporales -como la geometría y la estructura inercial- reciben una interpretación relacional consistente, la obligación explicativa se invierte en el debate R-L en TGR. No correspondería al relacionista mostrar por qué el campo gravitacional no funciona como un espaciotiempo independiente ya que éste cumpliría funciones, o tendría propiedades, representativas de estructuras genuinamente relacionales; así que la deuda explicativa quedaría pendiente, más bien, para el costado sustancialista que necesitaría argumentos más fuertes para elevar el campo gravitacional a la categoría de entidad espaciotemporal

independiente y mostrar por qué no puede ser entendido como una entidad relacional material.

Capítulo 6

Dinámica Relacional

6.1. Introducción

Robert Rynasiewicz (1996) ha argumentado que el debate contemporáneo entre sustancialistas y relacionistas, en lo concerniente a la física, ha dejado de tener sentido. Entre otras cosas porque las categorías que parecían darle sentido al debate original se han difuminado en las teorías físicas recientes. Como Hofer (1998), yo no creo que el debate esté pasado de moda. Creo que espera su papel más significativo en el desarrollo de las teorías de unificación. Pero por ahora conviene tomar nota.

El consenso casi unánime indica que en el ámbito de la física clásica (pre-relativista) se ha tomado prácticamente a rajatabla la lección de que en la disputa sobre la naturaleza del espacio, el sustancialismo de Newton, históricamente sale victorioso sobre el relacionismo de Leibniz. Esto básicamente por la incapacidad de los relacionistas clásicos subsiguientes (como Mach) para formular una teoría en términos puramente relacionales no subsidiarios de un fondo espacial sustancial. Este es un punto repetido con insistencia por John Earman en su *World Enough and Spacetime*. De hecho se expresa en líneas similares refiriéndose al debate reciente, pero concede que el debate clásico ha de servir

como una guía heurística en este terreno. Le cito (Earman 1989 p.172):

The debate about the nature of motion is again a useful guiding analogy. If the classical relationist had been forced to admit that empirically adequate laws of motion could not be formulated in terms of relative particle quantities, I am confident that they would not have resorted to finesse but instead would have honestly admitted defeat. I would expect the same honesty on the issue of substantivalism.

En todo caso, cuando Earman escribe supone que no existe una teoría formulada en términos de cantidades relativas entre partículas que se capaz de competir con la de Newton y cuyo modelo sea extensible a la física reciente. Creo que Rynacewicz, cuando escribe, piensa lo mismo. Intentaré mostrar que, afortunadamente, la situación es diferente.

Fuertemente inspirado en las ideas de Mach, Julian Barbour ha trabajado durante casi cuatro décadas en la formulación y desarrollo de teorías relacionales. En esta sección se discutirán las teorías clásicas relacionales (dinámica de partículas), empezando por la teoría de acción a distancia formulada inicialmente en compañía de B. Bertotti, siguiendo hasta la más reciente dinámica intrínseca. De resultar alguna de éstas como una teoría puramente relacional, el triunfo del sustancialismo newtoniano habría sido una cuestión de contingencia histórica¹. Barbour habría llegado muy tarde. En todo caso atendiendo a las dudas de Rynacewicz sobre la difusa proyección del debate clásico al contexto contemporáneo, resulta muy conveniente tener a mano una teoría clásica relacional,

¹Si las dos teorías (sustancialista y relacional) fuesen empíricamente equivalentes o isomorfas, discutiblemente el empate se decantaría hacia la esquina relacional por razones epistemológicas. Como se verá se trata de teorías distintas en este sentido.

al lado de la teoría sustancialista de Newton, para una proyección más limpia de sus argumentos al debate reciente. El formalismo empleado por Barbour y Bertotti (1982) fue pensado para contemplar su extensión al contexto de las teorías de campo actuales. Resultará, cuando menos, ilustrativo seguirle en esto.

6.2. Dinámica de Partículas

Antes de Einstein, si a algo se le podía llamar el principio de Mach era a la consigna de que las familias de sistemas inerciales empíricamente aceptables debían derivarse del conjunto de interacciones relativas entre los puntos materiales que componen el universo entero. Este debía conducir a una dinámica de partículas inteligible en el espíritu relacional. Sabemos que Einstein no tomó este camino. La historia ya ha sido contada (Caps 3 y 4). Dejamos a Einstein y seguimos ahora a Barbour en su intento por dar continuidad al principio de Mach en el contexto clásico de partículas.

La idea original de Barbour (1974) y Barbour y Bertotti (1977) fue considerar el principio de Mach como el requerimiento de que las leyes de la dinámica fuesen invariantes bajo la acción del grupo:

$$x^i \longrightarrow \bar{x}^i = R_j^i x^j(\lambda) + a^i(\lambda), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (6.1)$$

$$\lambda \longrightarrow \bar{\lambda} = f(\lambda), \quad (df/d\lambda) > 0 \quad (6.2)$$

donde λ es un parámetro temporal arbitrario utilizado para tabular configuraciones instantáneas, $R_j^i x^j(\lambda)$ es una matriz ortogonal dependiente del parámetro temporal y las

$a^\alpha(\lambda)$ son funciones suaves dependientes de λ . Barbour llama a este el grupo de Leibniz, pero yo prefiero -siguiendo a Earman (1989 p.27)- llamarlo el grupo de Mach. Básicamente porque la condición (6.2) es flexible respecto a la definición del tiempo y no presupone una métrica temporal exterior absoluta. El tiempo puede surgir como una *abstracción* derivada de la propia dinámica².

La invariancia ante la condición (6.1) es la expresión matemática para la aplicación del principio de Identidad de los Indiscernibles (PII) de Leibniz a un conjunto de configuraciones relativas equivalentes flotando (o gravitando) en un espacio métrico Euclideo (E^3). Nótese que para que esta aplicación de PII sea efectiva, las transformaciones $x^\alpha \longrightarrow \bar{x}^\alpha$ deben ser interpretadas como transformaciones pasivas, como una mera renombración de puntos. La idea es que representaciones matemáticas de configuraciones instantáneas relativas equivalentes pero rotadas globalmente (π , por ejemplo) o desplazadas (3 metros hacia el este -por ejemplo-) correspondan a la misma configuración física.

Barbour y col. estudian teorías invariantes bajo el grupo de Mach que puedan

²Rara vez se menciona a Mach en este sentido. Por esto acaso sea conveniente recordar, ahora, sus palabras al respecto (Mach 1883, p.272):

It is utterly beyond our power to *measure* the change of things by *time*. Quite the contrary, time is an abstraction, at which we arrive by means of the changes of things; made because we are not restricted to any *definite* measure, all being interconnected. A motion is termed uniform in which equal increments of space described correspond to equal increments of space described by some motion with which we form a comparison, as the rotation of the earth. A motion may, with respect to another motion be uniform. But the question whether a motion is *in itself* uniform, is senseless. With just a little justice, also, may we speak of an 'absolute time' -of a *time independent of* change. This absolute time can be measured by comparison with no motion; it is neither a practical nor scientific value; and no one is justified in saying he knows aught about it. It is an idle metaphysical conception.

[Énfasis en cursiva del original.]

derivarse de un principio variacional. Para esto consideran teorías cuya acción,

$$J = \int d\lambda L, \quad (6.3)$$

resulte invariante ante las simetrías (6.1) y (6.2). En las que L es un Lagrangiano de la forma $L = VT$ (No $L = V + T$, como el lagrangiano estándar).

En la más prometedora de estas teorías (Barbour y Bertotti 1977) escogen:

$$V = \sum_{i \angle j}^N \frac{m_i m_j}{r_{ij}} \quad (6.4a)$$

$$T = \left(\sum_{i \angle j}^N m_i m_j \dot{r}_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6.4b)$$

donde $\dot{r}_{ij} = \frac{dr_{ij}}{d\lambda}$.

Lo que debe hacer especialmente Machiana esta teoría (en comparación con una leibniziana), se ha dicho, es la posibilidad de definir una métrica temporal desde la propia dinámica. Es más probable que para un relacionista leibniziano la medida del cambio relativo entre configuraciones espaciales sucesivas pueda estar tabulada por un tiempo absoluto (i.e. $d\lambda = dt$). Los detalles históricos sobre esta interpretación pueden ser discutibles. No así en el caso de Mach quien explícitamente considera al tiempo como una medida del cambio facilitada por la regularidad relativa entre ciertos movimientos (como el de la rotación de la tierra con respecto a las estrellas distantes). En esta línea argumental, Barbour y Bertotti emplean una definición cosmológica para el tiempo, así:

$$d\lambda = d\tau = \left(\sum_{i \angle j}^N m_i m_j dr_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.5)$$

de modo que

$$T \equiv 1 \tag{6.6}$$

La expresión (6.6) que usualmente se tomaría por una imposición sobre la energía cinética del sistema es interpretada como la definición dinámica de la métrica temporal. Esta es una expresión explícita de la aseveración de que el tiempo es una medida del cambio. Puede mostrarse que en términos de la masa del universo M y su radio R , $\tau \propto MR^{\frac{1}{2}}$. De aquí Barbour y Bertotti llegan a la elegante conclusión de que *el universo es su propio reloj* (ibid p.5).

Para esta teoría (BB1) las ecuaciones de movimiento (las ecuaciones de Euler-lagrange) expresadas con respecto al tiempo cósmico τ son:

$$V \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}} \ddot{r}_{ij} = - \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}^2} + \frac{V}{2} \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}^2} \dot{r}_{ij}^2 - V \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}} \dot{r}_{ij},$$

En el espíritu relacional, el lagrangiano y las ecuaciones de movimiento dependen de distancias puramente relativas y sus derivadas $L = L(r_{ij}, \dot{r}_{ij})$. Por esto la teoría es mejor formulada en un espacio de configuración relativa ($Tx\tilde{Q}$). En el caso de una partícula ‘libre’, el espacio de configuración relativa no existe y no hay teoría de movimiento. En el caso de que existan tan sólo dos partículas en el universo, lo único que se puede determinar es si éstas se alejan o se aproximan. ‘Pero ningún significado puede asignarse a la velocidad con que lo hacen pues el tiempo es este movimiento relativo’(ibid p.6.). Cuando se estudian tres (o más) cuerpos, Barbour y Bertotti encuentran que ciertas configuraciones (en particular aquellas en que N cuerpos son coplanares) no permiten una descripción unívoca de su movimiento relativo futuro. El problema del valor inicial

no puede ser formulado satisfactoriamente en todos los casos³. De hecho en el caso de los tres cuerpos se ven obligados e introducir ‘fronteras’ para redefinir el problema del valor inicial más allá de las regiones en que las soluciones no son *físicamente aceptables*.

A estas alturas uno puede preguntarse qué sentido tiene una teoría que soluciona satisfactoriamente el problema relacional para uno o dos cuerpos pero que para un número finito de partículas autogravitantes encuentra serias limitaciones en comparación con la teoría de Newton. Sin embargo, el relacionista puede alegar que *nunca* han sido observados 3 cuerpos completamente aislados en un universo vacío o que un universo cuyas partículas se distribuyen coplanarmente es altamente improbable, de hecho que ni siquiera es empíricamente correcto. Al fin al cabo, se ha discutido (caps 3 y 4), el principio de Mach cobra sentido en un contexto cosmológico. Así que resulta conveniente intentar definir una dinámica *local* causalmente relacionada con un entorno cosmológico adecuado y sólo modelos de universo tipo isla finitos pueden ser contemplados consistentemente.

Barbour y Bertotti estudian la dinámica de un sistema local de n partículas ubicadas cerca del centro de un cascarón esférico delgado de masa M y radio R en reposo. La simetría esférica está motivada por razones de consistencia observacional y por simplicidad. El origen de coordenadas está puesto en su centro. En el límite cosmológico,

$$r_i/R \rightarrow 0, \quad m_i/M \rightarrow 0, \quad r_i M/Rm_i \rightarrow \textit{finito}, \quad (6.7)$$

donde r_i y m_i son respectivamente las coordenadas y las masas de las partículas que componen el sistema local, el Lagrangiano local toma la forma:

³Sobre el espacio de configuración relativa y su relación con el problema de Cauchy se volverá más adelante.

$$L_{loc} = \frac{1}{2} \sum_i |\dot{r}|^2 + \frac{4R\dot{R}^2}{M} \sum_{i \neq j} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} + \frac{3R}{2M} \sum_{i \neq j} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} \dot{r}_{ij}^2, \quad (6.8)$$

donde el punto denota la diferenciación con respecto al tiempo local t , relacionado con el tiempo cósmico τ por $dt \propto R^2 d\tau$.

El primer resultado interesante es que dentro del límite cosmológico (6.7), el lagrangiano (6.8) es invariante ante transformaciones de Galileo. Esto es importante ya que la invarianza galileana local es derivada de una dinámica global invariante ante el grupo de Mach. La dinámica cosmológica relacional produce la *apariencia local* de una dinámica al estilo de la newtoniana. Esto permite hablar localmente de fuerzas inerciales, de fuerzas centrífugas y de partículas *libres* aunque queda claro que este tipo de movimientos están mediados por la influencia causal de la materia estelar distante. La respuesta de Barbour y Bertotti al desafío epistemológico planteado por Mach parece contundente (al menos para un universo altamente simétrico como el propuesto)(ibid. p. 12):

If the local dynamics is subjected to a transformation (6.1) corresponding to an accelerated and rotated frame of reference, the usual apparent forces show up in the equations of motion; since, however, (6.8) is derived from a relative configuration dynamics, just the same forces are obtained if one starts from an accelerated and rotating mass shell. The Machian origin of apparent forces is now clear and explicit.

Aquí resulta casi inevitable imaginar el universo rotando alrededor del vaso de Newton.

Dentro del límite en que $\chi = Rm/Mr \ll 1$, el tercer término de (6.8) puede ser despreciado y las ecuaciones de movimiento locales son idénticas a las de Newton, pero

con una constante cosmológica $G = 4R\dot{R}^2$. Esto permite a Barbour y Bertotti hacer un ajuste apropiado de los valores de R , \dot{R} y M consistente con los valores conocidos para el avance del perihelio de mercurio. Las leyes de gravitación e inercia de Newton son recuperadas localmente con una pequeña corrección que permite mejorar su dinámica planetaria.

La restricción $\chi \ll 1$ no es una camisa de fuerza de la teoría. Al levantarla, se ve que el tercer término de (6.8) es el responsable *local* de los *efectos machianos* de la teoría. Al igual que Einstein (1912, 1921), Barbour y Bertotti consideran la influencia de un cascarón esférico de radio R_0 y masa M_0 sobre una partícula de prueba ubicada cerca de su centro (que en este caso, a su vez coincide con el centro del cascarón cosmológico, ¡con el centro del universo!). Y al igual que Einstein encuentran que: (a) la presencia de materia cercana (M_0) aumenta la masa inercial de un cuerpo y (b) que la rotación del cascarón R_0 induce un arrastre inercial recuperando el efecto de arrastre parcial de Lense-Thirring (1918) para TGR.

La ventaja comparativa de los cálculos de Barbour y Bertotti es que en éstos se prescinde de la estructura inercial absoluta del espacio exterior al cascarón en rotación. Esto conllevaba, en el caso de Lense-Thirring, a la agri dulce conclusión de que la materia arrastraba parcialmente los marcos inerciales dejando parte de la estructura inercial anclada al espacio exterior (cap 3). En este caso el arrastre parcial es justificado por la presencia exterior de materia distante en el cascarón cosmológico. Un resultado perfectamente machiano.

Parece claro que Brans (1962) mostró que (a) no es más que un efecto de coordenadas en TGR y por otra parte la efectividad predictiva de (b) espera ser comprobada empíri-

camente con los giroscopios de Gravity Probe-B. Para (a) podrían alegarse las mismas dificultades que en TGR para detectar un aumento local de la masa inercial, a saber, la insignificancia relativa de la presencia de nueva materia (una galaxia, por ejemplo) en la vecindad de un cuerpo comparada con la materia total del universo. Sin embargo, prescindiendo de la altísima simetría que obliga a ubicar las partículas de prueba o el sistema solar cerca del centro del universo, la teoría también predice indeseables efectos anisotrópicos sobre la masa inercial de un cuerpo que no pueden ser justificados de igual manera⁴. Esta es la gran desventaja experimental de la teoría al compararla con la teoría sustancialista de Newton.

Resumiendo, Barbour y Bertotti han construido una teoría clásica que desde el punto de vista formal es completamente relacional y machiana, que mejora la dinámica planetaria de Newton, pero que a su vez predice efectos anisotrópicos físicamente inaceptables. En su discusión sobre la teoría, Earman (1989, p 95) se muestra preocupado por las credenciales empíricas de la teoría, por esto considera este último punto como el más hiriente de la teoría, pero en todo caso se queda con la misma lección formal que Barbour y Bertotti pretenden haber sentado. Yo estoy de acuerdo y la pondría así: tras 300 años de desarrollo convencional de física clásica espacio-temporal sustancialista, por primera vez una teoría relacional parece haberse levantado del suelo. Leibniz, Berkeley e incluso Mach habían defendido su relacionismo a nivel epistemológico sin llegar a proporcionar una teoría cuantitativa capaz de rivalizar con la de Newton.

Aquí la clave pasa por saber cuán capaz de rivalizar con la de Newton resulta esta teoría. Aparte de los indeseables efectos anisotrópicos, que deberían servir de estímulo

⁴El experimento de Hughes-Drever, con espectroscopía nuclear, pone un límite superior de 10^{-23} a este tipo de anisotropías. BB1 predice anisotropías de masa potencialmente detectables del orden de 10^{-8} .

para intentar algún tipo de corrección apropiada para la forma del lagrangiano, la teoría tiene otra desventaja significativa en este caso inherente al propio enfoque relacional y esto sí que podría resultar hiriente. Se trata del problema del valor inicial. Earman lo pasa por alto, pero la atención prestada a éste por Barbour y col. les lleva a desarrollar un nuevo principio relacional que puede ser extendido a teorías de campo relativistas⁵.

Por ahora volvamos al problema del valor inicial. Debido a la invariancia ante el grupo de Mach ((6.1)+(6.2)) las ecuaciones de movimiento contienen siete funciones arbitrarias de λ . La arbitrariedad de estas funciones, que en general contienen información sobre la energía, el momento lineal y el momento angular de un sistema aislado de N partículas, es el resultado directo de las simetrías de las ecuaciones de movimiento (Teorema de Noether). Como consecuencia de esto, no existe una forma objetiva de definir las. Todo esto sería irrelevante si parte de esta información no resultara determinante en la evolución futura del sistema. Nos gustaría un comportamiento similar al de la dinámica newtoniana. Allí podemos escoger el origen de coordenadas y su velocidad -las constantes arbitrarias de integración- sin que esto afecte la descripción física futura de un sistema newtoniano. En la dinámica relacional parte de la información arbitraria resulta determinante así que hay que añadir importantes restricciones adicionales para determinar unívocamente la evolución del sistema.

Esto puede resultar chocante para algunos relacionistas. El argumento es que si se sigue consistentemente a Leibniz, para determinar unívocamente la evolución de un sistema aislado debería bastar con la información sobre la configuración relativa instan-

⁵Earman apenas dedica una nota al pie a la posterior teoría de Barbour y Bertotti (1982) señalando que su única ventaja pasa por superar los problemas de anisotropía de la aquí expuesta, pero que se trata de un redescubrimiento del trabajo de Zanstra (1924). Éste, discutiblemente sería un submodelo variacional relacional de la teoría newtoniana.

tánea y su velocidad relativa de cambio (si además se sigue a Mach, la métrica temporal, indispensable para tabular la velocidad relativa, debería estar determinada por el propio sistema)⁶.

El relacionismo *per se* no debería implicar determinismo. Pero el determinismo de la física de Newton enfrenta al relacionista a un grueso dilema. O se limita a proporcionar la misma información inicial requerida por la dinámica newtoniana y construye una teoría que admite la evolución no determinista de sistemas de partículas autogravitantes, o, para salvar el determinismo, impone restricciones adicionales que restringen considerablemente el tipo de sistemas que pueden ser consistentemente estudiados. Desde luego parece más sano escojer lo segundo, pero en cualquier caso esta alternativa supone limitaciones en el poder predictivo de la dinámica relacional. Los sistemas *mal comportados* podrían ser considerados físicamente inaceptables por la teoría, pero hace falta algún tipo de justificación teórica o empírica más fuerte para descartarlos de golpe.

6.3. El Criterio de Poincaré

En su discusión ‘sobre el movimiento relativo y absoluto’, Poincaré (1905, pp 111-121) anticipó los problemas formales que debía enfrentar algún tipo de dinámica relacional. Encontró la falta de poder predictivo inquietante. El asunto es que en la dinámica new-

⁶Barbour y Bertotti (1977) resuelven el problema de Cauchy así:

Given a relative configuration and the direction in which a configuration is moving in the relative configuration space, *choose an arbitrary particle i as the origin of the Cartesian co-ordinate system for all times. Take two other particles j and k and require the xy -plane always coincide with the plane defined by i, j and k and that j always lie on the x -axis. This fixes six of the arbitrary functions. The seventh is fixed by choosing a definite time parameter.* The motion is then uniquely defined by the initial conditions.

La cursiva es mía y corresponde a toda la información adicional requerida para resolver el problema del valor inicial.

toniana las coordenadas (r_i, \dot{r}_i) son expresadas con respecto a un sistema inercial. Si en las ecuaciones de movimiento éstas son sustituidas por cantidades puramente relativas (r_{ij}, \dot{r}_{ij}) , la configuración relativa de un sistema newtoniano de partículas coexistentes y la velocidad relativa con que cambian sus posiciones no bastan para determinar unívocamente la evolución futura del sistema. Para algunos relacionistas esta información debería bastar para determinar la evolución determinista de un sistema cerrado. A esta condición Barbour la ha bautizado como el *criterio de Poincaré*. El propio Poincaré lo expresaba de esta forma (Poincaré 1905, p.117):

For the mind to be fully satisfied, the law of relativity would have to be enunciated as follows: The state of bodies and their mutual distances at any given moment, as well as the velocities with which these distances are changing at the moment, will depend only on the states of these bodies, on their mutual distances at the initial time, and on the velocities with which these distances are changing at the initial time.

Nótese que el criterio de Poincaré supone la admisión -via \dot{r}_{ij} - de una métrica temporal exterior absoluta.

Lo anterior puede ser mejor ilustrado mediante un experimento mental que tomo prestado de Barbour (1982). Supongamos que son tomadas dos ‘fotografías’ sucesivas de un universo compuesto por N puntos materiales cuyas masas son conocidas. Éstos se mueven en el espacio euclideo de acuerdo con las leyes de Newton. Las fotografías sólo muestran las distancias relativas entre cuerpos y difieren intrínsecamente por muy poco. La separación temporal entre las dos fotografías tampoco es conocida. ¿Es posible, en este caso, predecir la evolución futura del sistema unívocamente?

Ya sabemos que la respuesta es que no. La razón es que a partir de las distancias relativas entre las dos fotografías, es imposible determinar ya sea el momento angular o la energía cinética del sistema y ambas cantidades son importantes en la evolución del sistema⁷. El lector habrá podido darse cuenta que la indeterminación del momento angular viene condicionada por la supresión del sistema inercial, y que la indeterminación de la energía cinética corresponde a la supresión de la métrica exterior absoluta.

Recuperar el tiempo absoluto equivaldría a conocer la distancia temporal entre foto y foto. Recuperar el sistema inercial equivaldría a fijar la cámara. De esta forma sabríamos qué puntos ocupan sucesivamente los cuerpos en el espacio y así recuperamos información sobre la rotación relativa del sistema. Esto supone asignar a-priori una relación de *equilocalidad* para el espacio. Para el relacionista es anatema pensar en una cámara fija que identifica las partes del espacio. Esta es, a mi juicio, la ventaja *sustancial* de la estructura inercial de Newton.

O. Pooley y H. Brown ponen acertadamente el asunto así (Pooley y Brown 2001, p. 185):

Newton effectively postulated a preferred *equilocality relation* between the points of space at different times and a primitive measure of the *temporal distance* between them in order to associate with every body an unambiguous measure of its motion. His equilocality was defined by the simple persistence of the points of space.

⁷En realidad si el criterio de Poincaré se ciñe a la misma información inicial requerida por la dinámica newtoniana -con su sistema inercial- sería admisible conocer la separación temporal entre las dos fotografías. Pero aquí se está extendiendo el criterio desde el relacionismo Leibniziano al relacionismo Machiano.

No sobra subrayar que esta *equilocalidad* está determinada de forma independiente de la naturaleza de la materia y su movimiento relativo.

Aunque la teoría de Barbour y Bertotti (BB1, 1977) presenta dificultades con el problema del valor inicial y la anisotropía, es posible hacer una reflexión. Si concedemos que, al menos desde el punto de vista formal, esta es una genuina teoría relacional es posible pensar lo siguiente:

a) La teoría acepta una estructura geométrica (E^3 para los planos de simultaneidad absoluta). En este caso la geometría es entendida como una estructura necesaria para codificar las relaciones entre puntos materiales. No indica una cualidad intrínseca de un espacio físico real. Es decir, teorías relacionales pueden formularse en espacios métricos siempre y cuando:

b) Los sistemas de coordenadas utilizados para representar las relaciones (distancias) entre puntos materiales no supongan la asignación de una relación de equilocalidad absoluta (i.e. independiente de la presencia de materia)⁸.

En cualquier caso

c) La estructura inercial debe ser producto de dichas relaciones entre objetos materiales.

La siguiente sección trata sobre la *dinámica intrínseca* de Barbour y Bertotti. Esta teoría, además de satisfacer (a), (b), (c), como BB1, pretende cumplir con el *criterio de Poincaré*.

⁸En la dinámica clásica la relación de equilocalidad absoluta podía hacerse bien sea identificando los puntos del espacio absoluto à la Newton o asignando la familia de sistemas inerciales à la neo-Newton.

6.4. Dinámica Intrínseca: Partículas

La información inicial para describir la evolución futura de un sistema dinámico de N partículas es restringida por el *criterio de Poincaré* al conocimiento de las distancias entre partículas (r_{ij}) y sus derivadas (\dot{r}_{ij}). Al escribir la dinámica newtoniana en términos de estas cantidades relativas únicamente, es preciso tener información adicional sobre tres derivadas terceras o alternativamente sobre una derivada segunda, la energía total y el momento angular total. En todo caso se necesitan apenas tres números adicionales, independientemente del valor de N . El objetivo de una dinámica intrínseca será, entre otras cosas, proveer algún tipo de criterio relacional para suprimir o justificar esta información adicional.

Por ahora introduzcamos alguna terminología. Denotamos por T al espacio unidimensional del tiempo newtoniano absoluto y por Q al espacio de configuración $3N$ -dimensional de N partículas de masas m_i . Un punto en el espacio $T \times Q$ contiene la información sobre las posiciones y momentos de las partículas con respecto a un sistema inercial. En la mecánica Lagrangiana la evolución de un sistema, su historia, es representada por una curva en el espacio $T \times Q$.

El relacionista leibniziano debe preferir que todas las configuraciones de partículas que pueden ser llevadas a otras mediante rotaciones y traslaciones sean identificadas (PII). Para esto denotamos como \tilde{Q} al espacio de configuración *relativa*, que no es otra cosa que el espacio $(3N - 6)$ dimensional obtenido al fraccionar Q con respecto al grupo E^3 de rotaciones y traslaciones euclidianas. Un punto en $T \times \tilde{Q}$ contiene *únicamente* la información instantánea sobre las distancias y velocidades relativas de las partículas del sistema y consecuentemente ninguna información sobre su ubicación y orientación en

algún sistema inercial.

La dinámica newtoniana (en su presentación Lagrangiana) es formulada en TxQ . Dadas las masas y las leyes, sus ecuaciones predicen a partir de un punto tq de TxQ y su dirección inicial en tq , una única curva en TxQ . Para satisfacer el criterio de Poincaré necesitaríamos un comportamiento similar en el espacio de configuración relativa, es decir, que un punto $t\tilde{q}$ y su dirección inicial en $Tx\tilde{Q}$ bastarán para determinar el futuro del sistema. El criterio de Poincaré, hemos visto, en general no es satisfecho en $Tx\tilde{Q}$.

Sin embargo, existe un subconjunto de soluciones Newtonianas que pueden ser consistentemente formuladas en $Tx\tilde{Q}$. Se trata de aquellos sistemas de partículas cuyo momento angular total, medido en el sistema inercial de su centro de masa, es nulo ($\mathbf{J}_{cms} = 0$). Para estos sistemas la especificación de las cantidades relativas basta para determinar la evolución del sistema y el criterio de Poincaré es satisfecho.

Earman se muestra escéptico sobre cualquier conclusión relacionista que pueda sacarse de modelos dinámicos carentes de rotación (1989, cap 4 y 5). En todo caso existe una historia, empezando por H. Zanstra (1924), del redescubrimiento de estas soluciones. En todos los casos se intenta una interpretación relacional alimentada fuertemente por el hecho de que el universo no está rotando⁹.

Existe una tensión en este tipo de interpretaciones de los modelos con momento angular nulo. Tomados éstos como descripciones del universo como un todo, desde la perspectiva del substancialista la ausencia de rotación del universo -dada la gran variedad de velocidades de rotación admitidas por la teoría- que el universo no esté rotando parece

⁹Véase Schiff (1964) y Barrow, Juskiewicz y Sonoda (1985) para pruebas experimentales y Belot (2000) para una interpretación 'estrictamente relacional' de las soluciones $\mathbf{J}_{cms} = 0$ en su presentación hamiltoniana.

un hecho *contingente* y por tanto una interpretación relacional de la teoría resulta poco más que accidental. Es el resultado de la restricción a un submodelo muy particular de la gran variedad de modelos que admite la teoría.

En cambio el relacionista puede alegar que la carencia de rotación del universo es la prueba de fuego para su teoría. Que mientras no se encuentren evidencias experimentales de lo contrario este es un punto fuerte de su teoría. Que el universo actual es relacional y más interesante que cualquier universo improbable. Brown y Pooley (2001, p.190) afirman que, desde el punto de vista de la teoría relacional, la carencia de rotación del universo no es contingente, es algo que la teoría *predice* y *explica*¹⁰.

A estas alturas debe resultar difícil ver cómo la teoría relacional predice o explica la carencia de rotación del universo. Sería más justo afirmar que la teoría relacional *postula* la rotación nula del universo. Esta es una condición necesaria de la teoría. Si $\mathbf{J}_{cms} = 0$, entonces un punto $tx\tilde{q}$ de $Tx\tilde{Q}$ basta para predecir el futuro del sistema. Es decir, $\mathbf{J}_{cms} = 0$ viene antes, como un postulado o en las condiciones libremente impuestas al sistema y no después, en las predicciones ni en los hechos que la teoría pretende explicar. Esta es la fuente de la tensión interpretativa de este tipo de modelos. Al postular $\mathbf{J}_{cms} = 0$ el relacionista encuentra dificultades para argumentar que no se trata de una maniobra o una '*estafa instrumentalista barata*'¹¹. Para librarla, el relacionista debería proporcionar algún tipo de principio o ley relacional que permitiera a la estructura de la teoría realmente explicar o predecir la situación actual del universo.

Existe un tipo de creencia según la cual una teoría resulta más acertada cuando el tipo de modelos o universos admitidos resultan más cercanos al nuestro sin la necesidad

¹⁰Brown y Pooley (2001) hacen esta afirmación antes de discutir BB1 y antes de considerar la dinámica intrínseca(BB2), pero es probable que tengan en mente sólo la segunda.

¹¹La frase en cursiva es de de Earman(1989, p. 127): *Cheap instrumentalist rip-off*.

de imponer condiciones arbitrarias (menos parámetros libres). En este sentido la teoría de gravitación de Einstein (\mathbf{G}), por ejemplo, admite infinidad de modelos cosmológicos así que tenemos que hacer importantes restricciones al problema del valor inicial y ajustar muy específicamente las condiciones de frontera para derivar el modelo cosmológico del universo ‘real’. Las condiciones de frontera no son *explicadas*. Si alguien proporcionara una teoría \mathbf{T} que, en lugar de imponer condiciones de frontera para restringir los modelos posibles al universo real, explicara dichas condiciones como consecuencia de sus principios, creo que todos estaríamos de acuerdo en conceder que \mathbf{T} es mejor que \mathbf{G} por ser más explicativa.

Volviendo al relacionismo clásico, la novedad de la *dinámica intrínseca* de Barbour y Bertotti (1982, BB2) consiste en que está formulada como una teoría de principios relacionales, no como una teoría que restringe arbitrariamente los modelos newtonianos para producir un efecto relacional. Ésta supera la tensión interpretativa discutida anteriormente y efectivamente, desde su perspectiva, predice y explica la ausencia de rotación. La clave inicial pasa por dar una solución relacional al *problema de la equilocidad* y luego por formular un principio variacional en $Tx\tilde{Q}$, al estilo de (6.3).

La siguiente sección introduce la solución objetiva al problema de la equilocidad de BB2.

6.4.1. Equilocidad

Hemos visto que el sistema inercial de Newton permite asignar una relación de equilocidad privilegiada a los puntos del espacio. Una vez escogido el sistema inercial (o el espacio absoluto), la persistencia de sus puntos sirve para determinar en qué lugar del espacio se encuentra ubicada una partícula m_i en dos instantes diferentes. Esta equilo-

calidad es independiente de la configuración de materia y su movimiento relativo en el espacio y permite asignar las coordenadas x_0^i y x_1^i a una misma partícula m_i en instantes diferentes (t_0, t_1) . La existencia de sistemas inerciales es incuestionable. Newton no explicó el sistema inercial, simplemente supuso que esta equilocidad era una cualidad intrínseca del espacio. De hecho no es otra cosa que la persistente identidad de los puntos del espacio absoluto a través del tiempo o, en su lugar, la persistencia de los puntos amarrados a un sistema de coordenadas inercial concreto.

A pesar de las objeciones relacionales (Leibniz, Berkeley) todo esto fue tomado por cierto. Sólo hasta finales del siglo XIX y principios del XX, cuando el principio de Mach empezó a ser visto como la necesidad de derivar las familias de sistemas inerciales a partir de las configuraciones materiales del universo (Tait 1883, Lange 1885, Hoffman 1904, Föppl 1904), se intentó dar algún tipo de explicación a lo que había sido tomado por Newton como una propiedad intrínseca del espacio.

En la vena relacional, prescindiendo del sistema inercial, nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Existe alguna forma de definir la equilocidad a partir de la configuración relativa de puntos materiales? Es decir: ¿Es posible definir una métrica en $T_x\tilde{Q}$?¹²

Para responder a esto volvamos al experimento mental de las dos fotografías de configuraciones materiales sucesivas del universo. Por ahora supongamos que la distancia temporal entre las dos fotos es conocida. ¿Cómo hacemos para definir objetivamente la diferencia intrínseca entre las dos configuraciones?

El procedimiento que Barbour y Bertotti (1982) proponen se llama *Best-Matching* (**B-M**, en adelante). A grandes rasgos consiste en lo siguiente:

¹²Esto es, una relación métrica que me permita determinar intrínsecamente la distancia *relativa* entre los puntos instanciados por una partícula i en dos momentos diferentes $d : t_0\tilde{x}_i - t_1\tilde{x}_i$.

Supongamos que las fotografías han sido impresas sobre transparencias que sólo dejan ver puntos con diferentes intensidades en función de las masas de las partículas que componen el sistema (universo). Se toma la primera fotografía fija. Luego se ubica la segunda sobre la primera y se mueve alrededor de ésta hasta que las configuraciones encajen lo mejor posible (**B-M**). Una vez que esto es hecho se define una métrica en el espacio de configuración relativa que permite determinar la distancia δx_i entre las posiciones de la partícula m_i en las dos configuraciones. A partir de aquí puede definirse un principio geodésico que satisface el criterio de Poincaré en el espacio de configuración relativa.

Para mayor claridad pongamos todo esto en un lenguaje menos informal. Cada configuración instantánea se ajusta a la geometría euclideana. Para conocer la medida de la diferencia intrínseca entre las dos es preciso utilizar algún sistema de coordenadas. En este caso se pone un sistema de coordenadas cartesiano arbitrario -una rejilla cuadrículada- sobre cada configuración. Éstos sirven para tabular las coordenadas de cada partícula en cada configuración. Cada posicionamiento relativo de la segunda configuración (q_1) con respecto a la primera (q_0) produce una distancia δx_i , para cada partícula m_i dada por la diferencia entre las coordenadas ocupadas por la misma partícula en las dos configuraciones. El truco consiste en mover suavemente la segunda configuración hasta llevarla a la máxima congruencia con la primera. Se necesita algún criterio para maximizar la congruencia o, lo que es igual, para minimizar la diferencia

entre configuraciones relativas. Para esto Barbour y Bertotti utilizan la función¹³:

$$D = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_1^N m_i \delta x_i \cdot \delta x_i}. \quad (6.9)$$

Por ahora esta función es una medida de la diferencia entre las dos configuraciones, pero es arbitraria porque el posicionamiento de la segunda con respecto a la primera sigue siendo arbitrario. Si la distancia inicial entre q_0 y q_1 es pequeña, los desplazamientos efectuados para aproximarlas pueden escribirse, para cada partícula, de la siguiente manera:

$$\delta x_i \longrightarrow \delta x_i - \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} O_{\alpha} x_i \quad (6.10)$$

donde los O_{α} s son los seis generadores del grupo euclideo sobre los cuales se realiza la sumatoria(α).

Entonces se establece un primer principio variacional para minimizar (6.9). La minimización se realiza con respecto a las variables auxiliares de los desplazamientos ϵ_{α} s, así:

$$\delta D = 0, \quad (6.11)$$

donde

$$D = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_1^N m_i (\delta x_i - \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} O_{\alpha} x_i) \cdot (\delta x_i - \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} O_{\alpha} x_i)} \quad (6.12)$$

Este procedimiento define una métrica en el espacio de configuración relativa. La métrica resultante de dicha minimización(con respecto a los $\epsilon_{0\alpha}$),

$$D_{int} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_1^N m_i (\delta x_i - \sum_{\alpha} \epsilon_{0\alpha} O_{\alpha} x_i) \cdot (\delta x_i - \sum_{\alpha} \epsilon_{0\alpha} O_{\alpha} x_i)}, \quad (6.13)$$

¹³Utilizo la notación empleada por Brown y Pooley (2001), que difiere ligeramente de la empleada por Barbour y Bertotti (1982).

es la *diferencia intrínseca* entre (q_0) y (q_1) y representa la solución formal al problema de la equilocidad. Lo que se hace es declarar dos puntos de los espacios de las configuraciones instantáneas (q_0) y (q_1) *equilocal*, cuando tienen las mismas coordenadas en los sistemas de referencia cartesianos que minimizan (6.9). De esta manera se ‘identifican’ los puntos del espacio entre dos configuraciones relativas. Se dice que dos configuraciones relativas llevadas a la máxima congruencia de esta forma han sido *apiladas horizontalmente* (horizontally stacked) mediante el procedimiento del *mejor encaje* (B-M).

Sin embargo, esta equilocidad no ha sido definida por la *simple persistencia* (i.e. *identidad*) de los puntos del espacio a través del tiempo. Cuando dos configuraciones relativas son apiladas horizontalmente las coordenadas no representan las posiciones de las partículas en *algún sistema inercial*. Se trata de un recurso para representar las posiciones relativas de las partículas en algún sistema de coordenadas cartesiano. La equilocidad es el resultado de una medida objetiva -vía D- de la máxima congruencia entre configuraciones relativas de puntos materiales.

Recordemos que los sistemas de coordenadas cartesianos utilizados para tabular las configuraciones relativas fueron escogidos arbitrariamente. En cambio, en la física newtoniana se escoge un sistema de coordenadas adaptado a algún sistema inercial. Una vez hecho esto el sistema queda fijo y su persistencia permite que las coordenadas representen la ubicación espacial de las partículas en instantes diferentes. La comparación entre dos configuraciones instantáneas viene dada por la identidad postulada para los puntos del espacio. Al contrario, en la *dinámica intrínseca*, D_{int} define una equilocidad objetiva dada por la diferencia que resulta únicamente de la comparación entre los objetos materiales que componen las dos distribuciones instantáneas. La equilocidad

es el resultado de esta comparación, no es postulada para permitirla.

Una vez resuelto el problema de la equilocidad, el siguiente paso de la dinámica intrínseca será intentar describir la evolución de un sistema de partículas en el espacio de configuración relativa $T\tilde{x}\tilde{Q}$. Para esto Barbour y Bertotti se apoyan en un principio variacional estudiado por Jacobi (véase Lanczos 1949). Éste también permite la eliminación machiana del tiempo. A continuación se presentan, primero, la eliminación del tiempo mediante el principio de Jacobi y, luego, su adaptación al espacio de configuración relativa.

6.4.2. El Principio de Jacobi

Jacobi encontró un principio variacional que describe los movimientos de un sistema conservativo newtoniano de N partículas en el espacio (absoluto) de configuración. El objetivo será trasladar este principio al espacio de configuración *relativa* y eliminar el tiempo absoluto de la dinámica. Veamos:

Para un sistema de N partículas de masas m_i con potencial $U(x_1, \dots, x_N)$ y con energía total E , la acción de Jacobi es

$$I_{Jacobi} = 2 \int \sqrt{E - U} \sqrt{T} d\lambda, \quad (6.14)$$

donde λ es un parámetro temporal arbitrario y $T = \frac{m_i}{2} \frac{dx_i}{d\lambda} \frac{dx_i}{d\lambda}$ es la energía cinética parametrizada. Al igual que en la teoría de Barbour y Bertotti (1977), esta acción es invariante ante la reparametrización $\lambda \rightarrow \bar{\lambda} = f(\lambda)$ (6.2). Esto permite la derivación dinámica de la métrica temporal. En realidad (λ) puede ser omitido de la acción 6.14 y el principio de Jacobi puede escribirse como un principio atemporal (i.e un principio variacional en \tilde{Q} en vez de en $T\tilde{x}\tilde{Q}$). Barbour (1994, 1999, 2001, 2003) se muestra muy

complacido con la *eliminación del tiempo* de la dinámica.

En este caso esto es mejor reflejado si reescribimos la acción de Jacobi (6.14) así:

$$I_{Jacobi} = 2 \int \sqrt{E - U} \sqrt{T^*}, \quad T^* = \sum \frac{m_i}{2} dx_i \cdot dx_i, \quad (6.15)$$

Aquí la atemporalidad resulta evidente pues hemos eliminado λ de la acción.

En cualquier caso, el principio de Jacobi establece que la aplicación del principio variacional $\delta \int I_{Jacobi} = 0$, permite hallar las ecuaciones de Euler-Lagrange que describen el movimiento de las partículas de un sistema con energía total E . En consecuencia, las ecuaciones de Euler-Lagrange resultantes son:

$$m_i \frac{d}{d\lambda} \left(\sqrt{\frac{E - U}{T}} \frac{dx_i}{d\lambda} \right) = - \sqrt{\frac{T}{E - U}} \frac{dU}{dx_i}, \quad (6.16)$$

donde el parámetro λ sigue siendo arbitrario. Sin embargo, si λ es escogido para hacer que

$$\frac{T}{E - U} = 1 \Rightarrow T = E - U, \quad (6.17)$$

las ecuaciones de movimiento (6.16) se convierten en la segunda ley de Newton con respecto a este parámetro temporal λ :

$$m_i \frac{d^2 x_i}{d\lambda^2} = - \frac{dU}{dx_i}. \quad (6.18)$$

La restricción (6.17) que usualmente se tomaría como una aplicación de la ley de conservación de la energía debe ser entendida, ahora, como la *definición de la métrica temporal*. La idea es que la interpretación de la teoría no debe hacerse por la vía de la teoría de Newton. El tiempo emerge de la dinámica.

Usualmente el principio variacional $\delta I_{Jacobi} = 0$ es tomado por un recurso conveniente para hallar la historia dinámica descrita por el auténtico principio variacional (Lagrange)

$\delta S = \int dt(T - V) = 0$. Este último no restringe la energía del sistema a un valor fijo predefinido. Invertimos la perspectiva y tomamos el principio de Jacobi como un principio fundamental. Visto así, el valor de E es mejor entendido como una constante de la naturaleza. Es la energía del universo como un todo y resulta determinante en la evolución temporal del sistema.

Desde esta misma perspectiva se entiende que (6.17) suponga la definición dinámica del tiempo. El tiempo absoluto de Newton es ‘finalmente’ derivado a partir de la dinámica del sistema. Esto está muy en línea con las expectativas de Mach y *resuelve* un problema similar planteado por los astrónomos desde Ptolomeo y, de igual forma, relevante para la astronomía newtoniana (Barbour 1989, pp. 175-183).

Se trata de lo siguiente: Los astrónomos utilizaron la rotación de la tierra con respecto a las estrellas fijas para medir el tiempo. Este tiempo fue sustituido por el tiempo solar. Pero ya en la dinámica Newtoniana la postulación de un tiempo absoluto, abre la siguiente pregunta: ¿Cómo sabemos si la tierra mantiene su marcha sincronizada con el tiempo absoluto? ¿Cómo sabemos si el sol o cualquier estrella mide eficazmente el tiempo absoluto en su período de retorno a su posición original? Sólo hasta hace poco más de un siglo, el tiempo solar y el tiempo sideral parecieron lo suficientemente precisos y los interrogantes anteriores no preocuparon demasiado a los astrónomos. Pero alrededor de 1900 las observaciones obligaban a una corrección debida a la perturbación interplanetaria. La solución fue el llamado tiempo efeméride. Éste consistía en usar el sistema solar en conjunto como un reloj que mide el tiempo absoluto de Newton. Esto se hizo calculando las posiciones de ciertos cuerpos celestes relevantes en concordancia con las leyes de Newton y un parámetro temporal. Después se usó un cuerpo (la Lu-

na) para monitorear las posiciones de los cuerpos celestes en relación con el parámetro temporal asumido. En las palabras de Barbour ‘los astrónomos utilizaron la Luna como la manecilla de un reloj formado por el sistema solar’ (Barbour 1999, p.107). Este tiempo efeméride claramente se asemeja al tiempo de la dinámica intrínseca¹⁴. Se trata de un parámetro temporal medido por la dinámica de un sistema considerado como un todo. El tiempo de la dinámica intrínseca no vive en su propio fluido, es generado por el cambio. Para ilustrar la forma en que el ‘cambio crea el tiempo’ (Barbour 2002,p. 7) es conveniente mostrar el incremento temporal δt en función de los desplazamientos δx_i :

$$\delta t = \frac{\sqrt{\sum m_i \delta x_i \cdot \delta x_i}}{\sqrt{2(E - U)}} \equiv \frac{\delta s}{\sqrt{2(E - U)}} \quad (6.19)$$

Cada partícula *avanza* en el tiempo en proporción a la raíz cuadrada de su masa y su desplazamiento. La contribución total δs es pesada por $\sqrt{2(E - U)}$. Una función del universo.

Hasta ahora el principio de Jacobi ha servido para proporcionar una derivación dinámica del tiempo. Esto va en consonancia con la filosofía relacional de Mach. Pero, como ya se advertía anteriormente, este principio describe la historia dinámica de un sistema en el espacio de configuración absoluto (en TxQ para (6.14) o, mejor, en Q cuando el tiempo ha sido eliminado en (6.15)). Así que continuando en esta línea, el relacionista aspira a presentar la evolución dinámica del universo en el espacio de configuración que le corresponde, i.e. en \tilde{Q} .

Veamos la adaptación del principio de Jacobi a este requerimiento. Considerado formalmente, el principio de Jacobi es un principio geodésico. El término cinético T^* de (6.15) por sí solo define una métrica (Riemanniana) en Q . Éste termino contiene

¹⁴Para Barbour este tiempo *emergente* es el tiempo operacional (eféméride) de los astrónomos. Los astrónomos no usan el universo entero, pero la idea es la misma.

posiciones absolutas (dx_i) y define una métrica cinética que describe el movimiento puramente inercial basado en la equilocidad absoluta de Newton.

Por otra parte la función $(E - U)$ que multiplica a T^* es un factor conformal (de escala) que transforma la métrica cinética. Esta transformación conformal de la métrica en Q introduce el efecto de las fuerzas y la energía en la dinámica newtoniana. Desde la perspectiva relacional, E es interpretada como una constante de la naturaleza y U ya es función de las posiciones relativas entre partículas. El único término absoluto de la acción de Jacobi (6.15) es T^* . Así que la idea de la dinámica intrínseca es sustituirle por un término cinético puramente relacional T_{int} . Esto se logra al introducir las coordenadas *horizontalmente apiladas* (**B-M**) en lugar de las coordenadas absolutas usando (6.13) así:

$$T^* \longmapsto T_{int} \equiv (D_{int})^2, \quad (6.20)$$

El nuevo término cinético define una métrica no trivial en el espacio de configuración relativa y permite describir el movimiento puramente inercial de las partículas que componen el sistema en coordenadas completamente relacionales. La dinámica es completada por el factor conformal $(E - U)$.

La nueva acción

$$I_{Mach} = 2 \int \sqrt{E - U} \sqrt{T_{int}}, \quad (6.21)$$

permite formular el correspondiente principio geodésico en el espacio de configuración relativa. Este no es más que el principio variacional

$$\delta I_{Mach} = 0. \quad (6.22)$$

La ecuación (6.22) es la ‘formulación machiana del principio de Jacobi’. En la dinámi-

ca intrínseca esta es la ley que gobierna la dinámica del universo como un todo. La dinámica intrínseca envuelve un doble principio variacional, el primero para resolver el problema de la equilocidad y el segundo para escojer la trayectoria dinámica del universo.

No sobra insistir en que, como debe haber quedado claro, ésta prescinde tanto del espacio absoluto (en el sentido sustancialista), como del tiempo absoluto. Es una teoría relacional que satisface el criterio de Poincaré. Predice una única curva para la evolución del sistema en el espacio de configuración relativa a partir de la mínima información inicial requerida por Poincaré.

¿En qué difiere entonces la evolución predicha por $\delta I_{Mach} = 0$ para la dinámica intrínseca, de la esperada por $\delta I_{Jacobi} = 0$ para la dinámica newtoniana?

Barbour y Bertotti, esperaban algún tipo de corrección, pero la respuesta parecía dictada por el criterio de Poincaré. Resulta que la sucesión de configuraciones relativas por las que pasa un universo que satisface (6.22) es idéntica a la sucesión de configuraciones relativas por las que pasa un universo Newtoniano que tiene una energía total E y un momento angular nulo ($J = 0$) (Barbour y Bertotti, 1982).

Formalmente el procedimiento del *mejor encaje* (**B-M**) conduce, al minimizar con respecto a los generadores de traslaciones y rotaciones -los generadores del grupo de Galileo-, a las siguientes restricciones globales, respectivamente:

$$\mathbf{P} \equiv \sum_i p_i = 0, \quad (6.23)$$

$$\mathbf{J} \equiv \sum_i x_i \times p_i = 0. \quad (6.24)$$

Mientras que la restricción (6.23) es compartida por la formulación newtoniana al escoger el sistema de referencia natural, el sistema de referencia inercial del centro de masa de la configuración (SCM), la restricción (6.24) debe ser vista como una predicción novedosa.

En todo caso creo conveniente recalcar que la dinámica intrínseca no debe ser interpretada como una reformulación de una subclase de los modelos newtonianos del universo. Es otra teoría con sus leyes y sus principios. Earman (1989) apenas dedica una nota al pie de página a esta teoría. Su escepticismo con respecto a teorías relacionales que ‘maten’ la rotación puede ser generalmente justificado. No en este caso¹⁵. Por su parte Belot (2000), al intentar una justificación completamente relacional de la presentación hamiltoniana de las soluciones $J = 0$, no puede evitar la tensión ante la arbitrariedad de la imposición $J = 0$, ya que no dispone de una justificación relacional suficientemente fuerte.

Desde la perspectiva de la dinámica intrínseca la ausencia de rotación del universo no es vista como un hecho contingente, ni como un hecho afortunado que permite la representación relacional de una subclase particular de la teoría sustancialista. Se trata de una predicción de la teoría. La ausencia de rotación es consecuencia de la solución al problema de la equilocidad mediante un principio relacional (**B-M**). Intuitivamente, al traer a la máxima congruencia o, al encajar lo mejor posible dos configuraciones relativas y escoger una secuencia futura, la rotación global del sistema desaparece. De esta forma la dinámica intrínseca *explica* la ausencia de rotación del universo¹⁶. Además el

¹⁵Seguramente lo que Earman tiene en mente son teorías que no permiten la descripción local de subsistemas en rotación al estilo del vaso de Newton o los globos de Einstein, pero la condición de carencia de rotación global -se ha visto- es bien justificada en en BB2.

¹⁶Sin embargo, el relacionista no debe imponer la restricción $J = 0$ a subsistemas del universo. Ésta es una predicción global de la teoría no aplicable a subsistemas. De esta forma el relacionista tiene acceso

comportamiento local, tanto inercial, como dinámico, de cualquier partícula es derivado a partir de la interrelación de las partículas materiales del universo en su conjunto. Tal como Mach había sugerido.

En todo caso, relanzamos la pregunta machiana: ¿Qué pasaría si, en lugar de poner el vaso de Newton en rotación, rotamos el universo alrededor de éste?

Sabemos que Newton respondería que nada, que no aparecen las fuerzas centrífugas, cuando el vaso está fijo al espacio. Por su parte la dinámica de partículas BB1 (1977) responde lo contrario, se trata de situaciones simétricas. Las fuerzas centrífugas emergen en una situación que no debe distinguirse de la primera. Seguramente esto es lo que Mach tenía en mente. Pero la dinámica intrínseca (BB2, 1982) pone la objeción directamente en el interrogante. Se trata de una pregunta mal formulada. El universo no puede rotar. ¡Y no rota! El universo material no vive en ningún tipo de contenedor o fluido exterior que le sirva como referencia o como asiento dinámico para su rotación.

Brown y Pooley (2001), refiriéndose a esta teoría, argumentan que en el ‘contexto de la mecánica newtoniana el marco machiano provee una interpretación de la dinámica que es genuinamente relacional y más explicativa que la interpretación, convencional, sustancialista’(ibid. p.183). Estoy de acuerdo.

En todo caso si vamos a conceder que BB2 es *mejor* que la interpretación sustancialista de la mecánica de Newton, creo que algunas de sus lecciones deben seguirse hasta el final en la posible interpretación de la dinámica relativista.

En este contexto la ortodoxia reciente dicta que el campo gravitacional -la métrica g_{uv} - debe tomarse como un espaciotiempo sustancialista en todo regla. A pesar de que en esta corriente interpretativa los puntos de la variedad (M) han sido despojados de su

al conjunto completo de los modelos newtonianos disponibles para describir subsistemas del mundo.

identidad, se argumenta que le métrica merece el status ontológico de un espaciotiempo real (Brighouse 1994, Hofer 1996, Bartels 1996, Pooley 2001). Ya se ha mencionado que la razón fundamental es que la métrica cumple las funciones, o tiene las propiedades, que tenía el espacio sustancialista de Newton. A saber, codifica las relaciones geométricas, es responsable de la estructura inercial y favorece trayectorias privilegiadas por las ecuaciones de movimiento. (¿Y la equilocidad privilegiada que tanto se ha discutido?)

No obstante si como he dicho, concedemos como Brown y Pooley, que BB2 es una mejor versión de la dinámica clásica, entonces creo que lo recomendable sería juzgar las propiedades estructurales de la dinámica relativista partiendo de esta teoría, de la mejor teoría. La contingencia histórica no debe dictaminar la interpretación de una teoría. Si BB2 llevara trescientos años de ventaja...

En el caso de BB2, no tenemos identidad privilegiada para los puntos espaciales, no tenemos una relación de equilocidad absoluta, la geometría es entendida como una estructura necesaria para codificar las relaciones y la estructura inercial y la dinámica son completamente relacionales. ¿No suena esto familiar?

Tomando nota, acaso sea tiempo de empezar a pensar que la geometría *per se* no es una cualidad intrínseca del espacio, que la estructura inercial tampoco debe serlo y que en este sentido el campo gravitacional de TGR (g_{uv}) cumple las funciones, o tiene las propiedades, de una entidad completamente relacional.

La eficacia de este argumento depende en parte de la interpretación asignada a los campos físicos y de la posible proyección del marco machiano al contexto de las teorías de campo relativistas.

6.5. Relacionismo y Campos

Una versión fuerte del sustancialismo afirma que cualquier teoría física que contenga estructuras espaciotemporales (posición, aceleración, geometría, inercia, etc.) no derivables a partir de relaciones entre objetos materiales debe instanciar una ontología sustancialista. En estas circunstancias, un relacionismo fuerte, pasa por exigir que nuestras teorías físicas no postulen (ni contengan) ninguna estructura espaciotemporal a) sin la presencia de objetos materiales y b) sin que dependa explícitamente de éstos.

Creo que esta forma de plantear el debate no es acertada en el contexto actual y tampoco corresponde a una buena proyección histórica del debate clásico. El propio Descartes, inventor de la geometría analítica, no creía en la sustancialidad del espacio y ésto no le privó para hablar de geometría espacial. Ni que decir de la simultaneidad absoluta y de la geometría euclideana asumidas por Leibniz y Mach como una herramienta codificada en el conjunto de relaciones espaciales entre objetos materiales.

Recientemente, la geometría diferencial ha enseñado a distinguir las estructuras espaciotemporales que los participantes en el debate clásico tomaban por sentado. Pero esto no debe conducirnos a pensar que su sólo presencia refuerza una ontología sustancialista. La ontología sustancialista fue privilegiada porque teníamos una sola teoría que favorecía la interpretación sustancialista de dichas estructuras. Ahora, como contrapunto a la interpretación sustancialista de la dinámica clásica newtoniana, contamos con la lectura relacional de BB2. Esto permite una valoración más ajustada del estatus de las estructuras espaciotemporales en la ontología de nuestras mejores teorías. Se restablece cierto equilibrio en el debate.

Desde Newton-Leibniz, el problema del relacionismo ha sido el problema de la acele-

ración o el problema de la inercia. Esta fue la principal preocupación de Mach. Entonces pareció bastar con que una teoría relacional pudiera dar cuenta de la estructura inercial que distingue las aceleraciones absolutas para tener un relacionismo consistente. Sin embargo, en manos de Einstein (1912-1918) el relacionismo pasó a exigir que incluso la estructura geométrica debería tener una justificación relacional (i.e. determinada explícitamente por la materia vía ecuaciones de campo). Esto es extendible en TGR, dada la compatibilidad métrica-estructura inercial de la teoría ($\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \Gamma(g_{\mu\nu})$). Pero no debe llevarnos a engaño. Pareciera que para el relacionista la lección de aquello fuera que *toda* estructura espaciotemporal (el nombre ya es engañoso), incluida la geometría, debería depender de la presencia de la materia ponderable (Principio de Mach).

En la interpretación sustancialista newtoniana tenemos una relación de equilocalidad absoluta independiente de los objetos materiales. Esta equilocalidad permite identificar puntos del espacio y como se postula con independencia de la distribución de materia parece natural considerar que todas las estructuras espaciotemporales absolutas restantes vienen a robustecer la estructura codificada en dichos componentes de un espacio sustancial. Como consecuencia de esto, la geometría, la simultaneidad absoluta, y la estructura inercial son vistas como propiedades intrínsecas de un espacio físico real. Sirven para situar cuerpos en movimiento en el espacio y el espacio tiene sentido sin la presencia de éstos. Lo anterior es reforzado en lo concerniente a la interpretación de las simetrías (En este caso el grupo de Galileo). La identidad de las partes del espacio permite una lectura activa de la acción de tales simetrías. Al contrario, el argumento del universo desplazado de Leibniz es un reclamo a la interpretación exclusivamente pasiva de las mismas.

En el caso de BB2, los planos de simultaneidad absoluta corresponden a la estructura geométrica euclídeana absoluta. Estas son estructuras absolutas, pero no robustecen la identidad de ninguna parte de ningún espacio físico real. Sin la relación de equilocidad absoluta que en cierto sentido supone la identidad presupuesta para un sistema espacial privilegiado, las estructuras absolutas, como la geometría en este caso, se liberan de su calificación de cualidad intrínseca del espacio. Sirven ahora para codificar relaciones entre objetos materiales. Llamémoslas entonces estructuras relacionales. Las variables dinámicas son en cualquier caso asociadas a la materia.

Einstein logró algo singular con TGR: Construir una teoría de gravitación libre de estructuras espaciotemporales absolutas. Todas las estructuras son dinámicas. Sin embargo, suele suponerse que la codificación de geometría, inercia y gravitación en un sólo campo $g_{\mu\nu}$ hacen de este un espacio-tiempo físico sustancialista. La calificación es errónea. Primero porque las estructuras absorvidas por el campo gravitacional robustecen la ontología espaciotemporal si, como se ha dicho, se presupone, que nuestra única opción es entenderlas como cualidades intrínsecas del espaciotiempo. Segundo, porque la interpretación convencional de TGR no postula una relación de equilocidad absoluta para las partes del espacio. Tercero, porque las estructuras espaciotemporales son ahora dinámicas y por lo tanto deben ser mejor entendidas como estructuras asociadas a objetos materiales y no como estructuras fijas que robustecen la inteligibilidad de un espaciotiempo independiente.

Uno de los principales objetivos de la dinámica intrínseca fue desarrollar un esquema que se pudiera trasladar a la ontología de la física relativista. En este contexto, la realidad no se agota con la presencia de puntos materiales y estructuras que les relacionen. Deben

tenerse en cuenta los campos físicos.

El concepto de campo es espinoso. Aquí apenas se sentará la forma que creo, es más acertada para una interpretación consecuente de la dinámica intrínseca. Los campos, en general, son vistos bien sea como cualidades del espacio o como objetos extendidos. Tomamos partido por lo segundo. Lo primero supondría ascribir *a priori* identidad robusta a las partes del espacio y hemos visto que el procedimiento del mejor encaje (B-M) o, en su defecto LE, despoja a los puntos de dicha identidad. Dicho esto enfatizo lo siguiente:

Se ha convertido en costumbre clasificar los campos físicos en dos categorías fundamentales:

- A) Campos geométricos como $g_{\mu\nu}$ de TGR, y
- B) Campos de materia o de fuerza (El resto)

La clasificación es justificada pero engañosa. Nos lleva a creer que el campo gravitacional $g_{\mu\nu}$ no puede ser entendido como un objeto material extendido. Esta calificación es errónea. El campo gravitacional es un objeto dinámico y por lo tanto debe ser mejor entendido como un objeto material. La calificación de éste como un campo geométrico-inercial que instancia un espaciotiempo sustancialista corresponde a la tradición newtoniana heredada por la Teoría Especial de la Relatividad (TER). Allí, al igual que en la física de Newton, la métrica (de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$) es un objeto absoluto que puede integrarse a las cualidades del espacio. La equilocalidad absoluta (a priori) de TER dicta esta interpretación. Pero en TER, el campo gravitacional ϕ es un objeto dinámico. Un campo de materia. En este sentido es más acertado decir que en la transición hacia TGR, el campo gravitacional (un campo de materia) absorbió las estructuras que la tradición

newtoniana adjudicaba al espacio independiente. Sobre esto ya he hablado en el capítulo anterior.

Todos los campos portadores de las interacciones fundamentales de la naturaleza son usualmente considerados como campos de materia salvo el campo gravitacional. Existen dos razones importantes para esto. Por una parte el campo gravitacional no ha podido ser cuantizado y por otra parte se trata de la única fuerza intrínsecamente geométrica de la naturaleza. Las dos razones están conectadas y obligan a trasladar parte del debate al contexto de las Teorías de Unificación (TU).

Es probable que la futura TU rompa la estructura completamente dinámica del campo métrico (en $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$, por ejemplo). Pero mientras toda la geometría esté contenida en la dinámica del campo gravitacional, este debe ser mejor entendido como un objeto material en toda regla.

Es cierto que el campo gravitacional es distinto a los demás. El campo gravitacional tiene una estructura geométrica. Esta es una peculiaridad del campo gravitacional. Pero como hemos visto, la geometría *per se* no es necesariamente una cualidad intrínseca de un espacio sustancialista. Esto podía ser cierto en la física de Newton pero hemos aprendido con BB2 que también puede entenderse como una estructura relacional.

Para quien ha tomado, erróneamente, por cualidades intrínsecas de un espacio independiente *todas* las estructuras que el espacio newtoniano tenía, la clasificación de los campos en (A) y (B) le lleva a suponer -sin más- que (A) es el heredero natural del espacio sustancialista de Newton. Todo esto a pesar de que (A) sea portador de importantes cualidades materiales. Hemos visto el error en este tipo de suposición. En TGR un campo de materia ha absorbido estas estructuras espaciotemporales y este campo de

materia ha terminado por debilitar la interpretación sustancialista (Directa o SS).

Tomando las lecciones sobre las estructuras espaciotemporales de la disputa Newton-BB2, es más natural y consecuente considerar que *todos* los campos son campos materiales. Esto viene reforzado por la naturaleza dinámica de la materia. La discriminación del campo gravitacional por su naturaleza geométrica no es justificada en este contexto.

Uno de los principales objetivos de la dinámica intrínseca fue buscar un esquema que se pudiera proyectar a las teorías de campos. En particular a teorías de campo relativista. Al tratar un campo como un objeto material continuo extendido, sus partes, o sus puntos, deben ser entendidos como puntos materiales. Y la geometría -el conjunto de relaciones métricas- nuevamente codifica el conjunto de distancias entre tales puntos materiales.

En la dinámica de partículas (BB1) las distancias entre partículas (puntos materiales) -las r_{ij} - son puestas directamente en un sistema de coordenadas cartesiano arbitrario. Después se factorizan las simetrías espaciotemporales exigiendo la invarianza ante el grupo de Mach. Esto garantiza un tratamiento relacional de las *distancias* escritas en tales coordenadas cartesianas. Para un sistema de N partículas su configuración relativa requiere las $\frac{1}{2}N(N - 1)$ distancias relativas entre partículas (r_{ij}). De éstas, solamente $3N - 6$ son independientes debido a la geometría euclídeana a la que se adaptan. Todas son puestas en el sistema de coordenadas arbitrario elegido desde el principio. Pero este tipo de tratamiento directo de las distancias entre puntos materiales resulta intratable en el caso de los campos.

Una teoría relacional de campos materiales formulada al estilo de BB1 tendría que contabilizar las infinitas distancias relativas entre los puntos materiales que se dis-

tribuyen en forma continua para componer un campo. Así que este paso de las configuraciones discretas de materia a la materia continua de un campo encuentra un tratamiento relacional conveniente en el procedimiento del *mejor encaje* (**B-M**) de la dinámica intrínseca. Allí en lugar de utilizar las distancias relativas r_{ij} entre puntos materiales (como en BB1) se utilizan las posiciones r_i definidas en el sistema de coordenadas relacional, en las coordenadas apiladas horizontalmente. Se entiende la ventaja formal de este tipo de tratamiento en el paso a teorías de campo. Necesitamos las coordenadas de las partes del campo definidas relacionadamente y no el conjunto de las distancias relativas entre todos los puntos que componen el campo.

Para ilustrarlo, por ahora limitémonos al caso de teorías de campo cuyas configuraciones instantáneas se conforman de acuerdo con la geometría euclídeana. Veamos:

En este caso, nuevamente el espacio de configuración absoluto estaría definido en algún sistema inercial. Prescindimos de esta relación de equilocidad y volviendo al ejemplo de las dos fotografías, suponemos que tenemos dos instantáneas que retratan los patrones de intensidad de un campo (o de un entramado de campos) en instantes diferentes. Por simplicidad pensemos que se trata de configuraciones de un campo escalar φ en instantes diferentes ($\lambda = 0, \lambda = t$). φ_0 y φ_t difieren intrínsecamente. Nuevamente se ubican arbitrariamente rejillas cartesianas sobre cada configuración. Esto permite definir una función al estilo de (6.9) que sirve como una medida de prueba arbitraria de la diferencia entre configuraciones. En este caso esta función de prueba podría ser, por ejemplo, $ds^2 = \int dx^3 (\varphi_T(x) - \varphi_0(x))^2$. Después se desplazan estas configuraciones hasta llevarlas a la máxima congruencia. El desplazamiento consiste en mover rígidamente - como exige la geometría euclídeana- las fotografías hasta lograr el *mejor encaje*. Entonces

se declaran equilocales dos puntos del campo que tengan las mismas coordenadas en los dos sistemas.

Al igual que en la dinámica intrínseca de partículas, mediante el mejor encaje las configuraciones quedan representadas en coordenadas horizontalmente apiladas. Éstas definen distribuciones de campo que permiten una asignación de equilocidad relacional para los puntos que componen un campo. El campo, al ser representado en este tipo de coordenadas, prescinde del supuesto espacio físico en el que habita según el sustancialista. De esta forma se elimina cualquier interpretación sustancialista de la variedad M y se despoja al campo de su posible interpretación como algún tipo de cualidad de un espacio físico¹⁷. Después, análogamente, se puede establecer un principio variacional al estilo del principio de Jacobi para describir la evolución de la distribución material (de los campos) en el espacio de configuración relativa; el espacio intrínseco que caracteriza su propia dinámica.

Antes de introducir el tratamiento específico de TGR, quiero insistir en lo siguiente: he argumentado que si concedemos que la interpretación relacional de BB2 es mejor que la interpretación sustancialista tradicional newtoniana de la dinámica clásica, es recomendable tomar por buenas las lecciones formales de la primera con el fin de permitir una proyección más limpia del debate (**R-S**) al contexto actual. Algunas conclusiones sobre estructuras ya han sido recogidas previamente. Pero ahora quiero enfatizar el papel dinámico de la materia.

Cuando hemos entendido que las estructuras históricamente atadas al espacio pueden

¹⁷Earman (1989,p 154-55) hace eco del conocido argumento de H. Field (1980, 1989) según el cual la teoría de campos no puede, en el fondo, librarse de los puntos espaciotemporales. Pero el procedimiento **B-M** -se ha visto- permite formular teorías de campos en coordenadas horizontalmente apiladas cuya definición intrínseca suprime el uso de las coordenadas -los puntos- ‘espaciotemporales’ de fondo.

caer del lado de la materia descrita en un esquema relacional, nos preguntamos: ¿En qué difiere la materia (y sus estructuras relacionales) del espacio (y sus estructuras sustancialistas)? Se argumenta con frecuencia que esta distinción era muy clara en el debate clásico pero no en el actual. La discusión presentada hasta ahora muestra que ésto tampoco es del todo cierto.

Según lo visto hasta ahora hay dos asuntos importantes: El primero es que para un espacio sustancialista la relación de equilocidad es postulada sin relación a ningún objeto material. Esta equilocidad absoluta queda descartada de cualquier tratamiento relacional de las estructuras espaciotemporales. El segundo es que, en cualquier caso, cuando éstas estructuras son dinámicas, cuando corresponden a objetos dinámicos, están incorporadas en la representación del contenido material de la teoría.

En la física de Newton la materia proporciona el elemento dinámico sobre un fondo fijo. En la dinámica intrínseca prescindimos de este fondo. La dinámica intrínseca -vía principio de Jacobi- describe la evolución de la materia en el espacio de configuración relativa. Esto es posible porque su elemento principal, las configuraciones instantáneas (campos o partículas) cambian, modifican su configuración intrínseca (i.e. con relación a sí mismas). En definitiva porque la materia es dinámica. Como corolario, en el tratamiento subsiguiente, los objetos dinámicos de nuestras teorías serán tratados como estructuras relacionadas con objetos materiales.

La dinámica intrínseca puede iluminar algunos aspectos interpretativos en el contexto más reciente de TGR. Antes de entrar en esta discusión es importante mencionar que la dinámica intrínseca formulada para teorías de campos cuyas configuraciones instantáneas se conforman de acuerdo con geometrías absolutas como la euclídeana o la de Minkowski,

produce teorías relacionales que resultan invariantes ante transformaciones de Galileo y ante transformaciones de Lorentz respectivamente (Barbour y Bertotti 1982).

En todo caso puede adivinarse una dificultad en el caso de teorías con invarianza tipo Lorentz que propongan una reinterpretación relacional dinámica de TER. Se trata de lo siguiente: La dinámica intrínseca describe la evolución de un sistema físico como una sucesión, una historia, de configuraciones materiales instantáneas. Esto no es ningún inconveniente en la dinámica no relativista donde la simultaneidad absoluta es postulada. Allí, el universo coexistente en un instante cualquiera es el mismo para todos los observadores. Sin embargo cuando se presupone la relatividad de la simultaneidad, como en TER, lo anterior no tiene sentido. Esto arroja dudas importantes sobre el valor ontológico de las configuraciones instantáneas (3D) del universo *versus* la representación espaciotemporal (4D). El mismo problema aparece, evidentemente, en el contexto de TGR. Éste está relacionado con el llamado *problema del tiempo* en el contexto de TU.

Seguidamente presento la formulación intrínseca de TGR.

6.6. Dinámica Intrínseca: Geometrodinámica

Los elementos principales de la formulación intrínseca de la dinámica son las configuraciones materiales instantáneas *tres-dimensionales* y la *acción* que permite escojer -vía principio de Jacobi- la historia conformada por la sucesión de tales configuraciones materiales relativas.

Minkowski (TER) y Einstein (TGR) rompieron la tradición tres-dimensional (3-D) al convertir el espaciotiempo en la ‘arena’ de la dinámica. Por esto el principio de acción

para TGR es usualmente expresado directamente en términos del campo gravitacional tetradimensional $g_{\mu\nu}$.

Por otra parte la mecánica cuántica (MQ), incluido el enfoque canónico para cuantizar la gravitación, hacen uso extendido de la formulación Hamiltoniana 3-D de la dinámica. Esto plantea una tensión adicional a la posible ruptura del *espaciotiempo* (4D) en *espacio + tiempo* (3+1).

Sin embargo, en la línea de la dinámica intrínseca, TGR puede formularse como una teoría de la evolución de campos métricos 3-Riemannianos g_{ij} . De hecho esto fue hecho por Arnowitt, Deser y Misner (ADM-1962) y Dirac (1964), quienes reformularon las ecuaciones de campo de Einstein (EFE) como un sistema hamiltoniano restringido que describe la dinámica como la evolución de configuraciones 3-D. La variable dinámica en este caso es el campo gravitacional g_{ij} y su naturaleza dinámica -se ha argumentado- obliga a pensarlo como un campo material. La teoría postula la codificación instantánea de la geometría en el campo gravitacional. Por ahora, por simplicidad, se presenta la dinámica para la evolución de un campo gravitacional puro (la única materia del universo), pero la teoría puede ser bien formulada para incluir otros campos de materia. Las ecuaciones correspondientes de la geometrodinámica para campos gravitacionales puros son las siguientes:

$$\mathbf{H} = \int d^3x (NH + \xi^i H_i), \quad (6.25)$$

$$H \equiv G_{ijkl} p^{ij} p^{kl} - \sqrt{g} R = 0, \quad (6.26)$$

$$H_i \equiv -2\nabla_j p_i^j = 0, \quad (6.27)$$

Aquí, la 3-métrica g_{ij} tiene determinante g y momento conjugado p^{ij} . R es el escalar de Ricci 3-dimensional y $G_{ijkl} \equiv \frac{1}{\sqrt{g}}(g_{i(k}g_{l)j} - \frac{1}{2}g_{ij}g_{kl})$ es la llamada supermétrica de DeWitt. Los elementos claves para *rebanar* el espaciotiempo en hipersuperficies tridimensionales son el lapso N y el desplazamiento ξ^i . Ambos son funciones de las posiciones sobre las hipersuperficies consideradas.

El lapso N determina la distancia ortogonal entre dos hipersuperficies. Se diría que cumple la función del parámetro temporal λ de la dinámica de partículas. Pero existe una diferencia importante: λ era un parámetro global que tabulaba todo el hiperplano o configuración 3-D. Sabemos que TGR utiliza un tiempo local, así que en este caso se trata de una función *local* que mide la variación del tiempo propio con respecto al tiempo paramétrico (label time).

El desplazamiento ξ^i determina la forma en que las coordenadas son puestas en hipersuperficies sucesivas. De hecho es el generador de los 3-difeomorfismos y es el análogo de los multiplicadores O_α de (6.10) que aparecen en la dinámica de partículas para generar las traslaciones rígidas euclidianas. Sirve para determinar el *desplazamiento* espacial de un punto del campo que tiene las mismas coordenadas en la siguiente configuración o hipersuperficie. En breve, para realizar el *mejor encaje* (B-M).

Por otra parte, a H (6.26) se le conoce como la restricción escalar hamiltoniana y a H_i (6.27), como la restricción diferencial vectorial del ‘momento’. El tratamiento de la gravitación cuántica canónica ha hecho popular este formalismo hamiltoniano.

En su momento Dirac (1958) se sintió impresionado por la simplicidad de la formu-

lación hamiltoniana en tres dimensiones y llegó a cuestionarse el estatus ontológico del espaciotiempo como una entidad irrompible, pero las restricciones del formalismo presuponen cierta embebibilidad en el espaciotiempo. Proviene de las simetrías difeomórficas de la estructura tetradimensional de TGR. Así que preguntamos con Dirac: ¿Es posible derivarlas de un enfoque enteramente tridimensional? ¿Es posible un enfoque que no presuponga el espaciotiempo para formular la dinámica intrínseca en su arena natural 3-D?

La solución afirmativa a estos interrogantes ocupó a Barbour y Col. desde principios de los ochenta. Recordamos que la dinámica intrínseca hace uso del formalismo lagrangiano en la forma del principio de Jacobi. Así que se buscó una acción tipo Jacobi en el correspondiente espacio de configuración. Barbour y Col. encontraron que una acción al estilo de la acción de Jacobi (6.14) de la dinámica de partículas ya había sido descubierta para TGR por Baierlein, Sharp y Wheeler (BSW). Curiosamente ésta había sido estimulada por dificultades relacionadas con el problema del valor inicial en TGR (sin mención directa al criterio de Poincaré). Wheeler acuñó el término *Geometrodinámica* para referirse a la representación de TGR como una teoría de la evolución de configuraciones tridimensionales.

A continuación se presentará a grandes rasgos la formulación intrínseca de la geometrodinámica defendida por Barbour (1999, 2002, 2003) y Barbour y Col.(2002) como una prolongación natural de la dinámica relacional.

Tomamos la acción geometrodinámica (BSW) como punto de partida en este contexto. Ésta es:

$$\mathbf{I}_{BSW} = \int d\lambda \int d^3x \sqrt{g} \sqrt{R} \sqrt{T}, \quad (6.28)$$

donde

$$T = \frac{1}{\sqrt{g}} G^{abcd} \frac{dg_{ab}}{d\lambda} \frac{dg_{cd}}{d\lambda}, \quad (6.29)$$

es el término cinético de la acción y R es el ‘potencial’.

La acción (6.28) es la generalización de la acción de Jacobi (6.14) de la dinámica de partículas. Se recordará que la acción de Jacobi por sí sola está formulada en el espacio de configuración absoluto Q y que el enfoque relacional pasaba por proponer una acción en el espacio de configuración relativa \tilde{Q} . Esto se lograba al llevar configuraciones sucesivas al mejor encaje. En el procedimiento, el término cinético de la acción era sustituido por su equivalente en coordenadas horizontalmente apiladas que eliminaban la equilocidad absoluta del espacio de configuración.

Un procedimiento similar se realiza en Geometrodinámica para llevar la acción a su forma intrínseca. La acción (6.28) está escrita en un espacio de configuración absoluto. Éste es el análogo del espacio de configuración newtoniano Q y es conocido como $Riem(\Sigma)$. Por ahora miremos de qué se trata.

En geometrodinámica, sobre las hipersuperficies con valor constante para la coordenada temporal se distribuye cada configuración instantánea. Sobre éstas hipersuperficies se induce una métrica 3-Riemanniana g_{ij} correspondiente al campo gravitacional.

Estos campos métricos gravitacionales g_{ij} son las variables dinámicas de la teoría. Son campos de materia¹⁸. Cada métrica corresponde a la representación del campo

¹⁸Es interesante anticipar que paradójicamente en su discusión sobre la geometrodinámica intrínseca, Oliver Pooley (2002) encuentra más natural entender esta geometría *dinámica*, portadora de energía-momento gravitacional, como un espacio sustancialista, mientras que la geometría *absoluta* de los planos de simultaneidad de BB2 pareció no incomodarle para su interpretación *genuinamente relacional* (BB2).

gravitacional en un sistema de coordenadas adaptado a la variedad. El espacio de configuración de *todas* las 3-métricas Riemannianas sobre una variedad dada Σ es el mencionado $Riem(\Sigma)$. *Todas* las 3-métricas relacionadas entre sí mediante transformaciones de coordenadas espaciales, es decir, mediante 3-difeomorfismos, corresponden a la *misma* geometría.

La interpretación convencional -y también la más acertada- sostiene que *todas las métricas que pueden ser relacionadas entre sí mediante la acción de difeomorfismos corresponden al mismo campo gravitacional*. En definitiva que cada 3-geometría corresponde a una única distribución instantánea del campo gravitacional. En el fondo lo que se hace es suprimir la relación de equilocalidad absoluta de los puntos de la variedad. Cada métrica elige puntos diferentes para caracterizar el mismo campo gravitacional y en general los mismos campos de materia.

El relacionista, se ha visto, no identifica los puntos del espacio. Así que entiende que los difeomorfismos cumplen una función similar a la de las rotaciones y traslaciones euclidianas en la física clásica. Producen el efecto de *trasladar* los contenidos materiales del universo sin que esto produzca configuraciones físicas intrínsecamente distinguibles. De aquí que la aplicación directa del principio relacional de la Identidad de los Indiscernibles (**PII**) obliga a identificar el conjunto de métricas relacionadas entre sí mediante la acción de difeomorfismos. A este conjunto se le llama una clase equivalente $\{g_{ij}\}$.

Hemos visto que en este contexto **PII** ha pasado a denominarse Equivalencia de Leibniz (LE) por razones obvias. En general LE es tomada por la lección inequívoca del argumento del agujero ya que en TGR se dice que no interesa qué punto de la variedad instancia qué propiedades métricas. Los puntos han perdido su identidad. En este sentido

TGR ya parece una teoría relacional.

Por ahora, volvamos a lo que nos ocupa. Así como en la dinámica de partículas se puede pasar del espacio de configuración absoluto Q al espacio de configuración relativa \tilde{Q} factorizando las simetrías que generan desplazamientos físicamente indistinguibles, la geometrodinámica realiza lo propio pasando de $Riem(\Sigma)$ -el espacio de configuración absoluto- al denominado, por el propio Wheeler, *superespacio*. Esto se logra al factorizar las simetrías de $Riem(\Sigma)$ por la acción de los correspondientes difeomorfismos y se denota así:

$$\mathbf{S}(\Sigma) \equiv \{Superespacio\} = \frac{Riem}{3 - Difeomorfismos} \quad (6.30)$$

$\mathbf{S}(\Sigma)$ es el espacio de todas las geometrías para una topología dada (i.e. un punto en el superespacio corresponde a una clase equivalente $\{g_{ij}\}$). $\mathbf{S}(\Sigma)$ es el espacio de configuración *relativa* para la geometrodinámica. En las palabras de Barbour y col., ‘el superespacio es la arena natural relacional de la geometrodinámica’(2002, p.2). En consecuencia la acción geometrodinámica intrínseca debe formularse en este espacio.

Esto se realiza llevando al mejor encaje (B-M) dos configuraciones sucesivas de la siguiente manera: Imaginemos dos configuraciones instantáneas de campos gravitacionales. Cada uno define una geometría. Sobre éstas ponemos rejillas de coordenadas blandas arbitrarias. Si suscribiéramos identidad a los puntos del espacio diríamos que los puntos para los cuales las coordenadas son las mismas en las dos configuraciones son equilocales. Al contrario, lo que se hace es desplazar los campos mediante la acción de todos los 3-difeomorfismos posibles y declarar equilocales los puntos de los campos que producen el mejor encaje, es decir la menor diferencia intrínseca entre las dos geometrías sucesivas.

Esto tiene que ser el resultado de una minimización con respecto a la acción de los difeomorfismos.

En forma similar a la dinámica de partículas, el resultado formal sobre la acción, pasa por introducir correcciones en las coordenadas de la acción (i.e pasar el término cinético a coordenadas horizontalmente apiladas). Al realizar el procedimiento del mejor encaje con respecto a los generadores de difeomorfismos ξ_i , las velocidades del término cinético (6.29) son corregidas y sustituidas en la acción geometrodinámica (6.28) por las velocidades en las coordenadas horizontalmente apiladas así¹⁹:

$$\frac{dg_{ab}}{d\lambda} \longrightarrow \frac{d\tilde{g}_{ab}}{d\lambda} \equiv \frac{\partial g_{ab}}{\partial \lambda} - (\xi^c \partial_c g_{ab} + g_{ac} \partial_b \xi^c + g_{bc} \partial_a \xi^c) = \frac{\partial g_{ab}}{\partial \lambda} - L_\xi g_{ab} \quad (6.31)$$

donde L_ξ es la derivada de Lie con respecto a ξ_i .

Esto convierte a la acción (6.28) en una acción en el *superespacio* $\mathbf{S}(\Sigma)$. Esto es, en una acción intrínseca que puede escribirse de la siguiente manera:

$$\mathbf{I}_{int} = \int d\lambda \int d^3x \sqrt{g} \sqrt{R} \sqrt{T}, \quad (6.32)$$

donde

$$T = \tilde{G}^{abcd} \frac{d\tilde{g}_{ab}}{d\lambda} \frac{d\tilde{g}_{cd}}{d\lambda}. \quad (6.33)$$

Ahora bien, volviendo a las inquietudes de Dirac sobre la naturaleza fundamental del enfoque tridimensional, es importante señalar un resultado importante. Barbour y Col.(2002) muestran que la presentación intrínseca de la geometrodinámica con su acción tipo BSW puede ser llevada al formalismo hamiltoniano ADM. Pero con una gran ventaja añadida que responde a las inquietudes de Dirac.

¹⁹Quizá no sobre decir que aquí la horizontalidad de las coordenadas no se refiere a una hipersuperficie ‘plana’ sino a cualquier hipersuperficie riemanniana tabulada por el mismo valor de λ .

En el caso de la dinámica de partículas, el procedimiento del mejor encaje con respecto a traslaciones y rotaciones producía las restricciones $\mathbf{P} = 0$ (6.23) y $\mathbf{J} = 0$ (6.24), respectivamente. Ahora el mejor encaje con respecto a la acción de difeomorfismos impone, precisamente la restricción vectorial $H_i = 0$ (6.27) de ADM que generaliza las anteriores.

Por otra parte, la restricción escalar $H = 0$ (6.26) es consecuencia directa de la forma (raíz-cuadrática) de la acción. De hecho ésta es el equivalente local de la condición $T = E - U$, usada en la dinámica de partículas para definir el tiempo. Es la definición local del paso del tiempo. En palabras de Barbour es el ‘tiempo local efemérides’. El tiempo surge nuevamente de la dinámica.

Desde la perspectiva ADM, $H = 0$ (6.26) se puede obtener al efectuar la variación con respecto al lapso N . En cierto sentido esta variación ya está incorporada en la forma de la acción BSW. Ninguna sorpresa, es una acción tipo Jacobi. En el lenguaje de Barbour, es una acción *atemporal*²⁰.

Atendiendo a los planteamientos de Dirac, al tomar como paradigmáticos la acción \mathbf{I}_{int} (6.32) y el correspondiente principio geodésico $\delta\mathbf{I}_{int} = 0$ para la evolución del universo, se diría, en primera instancia, que la geometrodinámica intrínseca es una teoría que describe la evolución temporal de las configuraciones materiales tridimensionales del universo sin necesidad de referencia alguna al espaciotiempo ya que las restricciones hamiltonianas no son presupuestas *ab initio*. En este sentido, para Barbour, el espaciotiempo de TGR es construído, no rebanado. Esto es objetable.

²⁰No sobra insistir en que las restricciones $\mathbf{P} = 0$, $\mathbf{J} = 0$ y $T = E - U$ para la dinámica de partículas difieren en un aspecto importante de sus análogas $H_i = 0$ y $H = 0$ en la geometrodinámica: las primeras son restricciones *globales* válidas para todo el universo, mientras que las segundas son restricciones *locales*, una por cada punto.

Quiero enfatizar que la covarianza tetradimensional (invarianza 4-difeomórfica) es usualmente vista como un elemento esencial de TGR. Por esto el tipo de representaciones (3+1) Hamiltonianas o Jacobianas de TGR son vistas con cierto escepticismo por algunos críticos importantes. La presentación geometrodinámica de TGR rompe la covarianza espaciotemporal de TGR. Esto es debido a que, para hacer posible la descomposición geometrodinámica en 3+1 dimensiones del espaciotiempo, sólo retenemos la covarianza espacial dejando un grado de libertad que, como se verá, genera el problema del tiempo.

Por otra parte la descomposición geometrodinámica (3+1) requiere que el espaciotiempo sea globalmente hiperbólico. En consecuencia el espectro de topologías admitidas por este enfoque se ve considerablemente reducido al compararlo con el amplio rango admitido por TGR. Esto puede ser visto como una ventaja *explicativa* del enfoque geometrodinámico, en caso de que las topologías descartadas no correspondan a la topología del universo real. Podemos descartarlas sin imponer condiciones de frontera. Una situación similar a la de la ausencia global de rotación en la física clásica. Mientras el universo no esté rotando, decíamos, la dinámica intrínseca resulta mas explicativa. Ahora afirmaríamos que en tanto que el espaciotiempo físico resulte globalmente hiperpólico, la geometrodinámica intrínseca resultará más explicativa. El asunto no es sencillo.

Desde la perspectiva completamente espaciotemporal, la geometrodinámica es tan sólo una parte de TGR. Es la parte que concierne al subconjunto de modelos que pueden ser representados como la evolución temporal de configuraciones 3D.

La versión intrínseca de la geometrodinámica permitiría -en principio- tomar la perspectiva tridimensional como fundamental. Esta ha sido la intención de Barbour con su dilatada saga de teorías machianas. Ha pretendido convertir los configuraciones instantá-

neas (3D) en las piezas fundamentales de su ontología. De hecho a estas configuraciones ha llegado a llamarlas ‘cápsulas de tiempo’(Barbour 1999). Pero, como se advertía, existe una tensión importante al intentar tomar estas cápsulas de tiempo o configuraciones 3-D como los elementos inequívocos de la historia dinámica del universo.

Veamos:

A cada descomposición 3+1 de un espaciotiempo Einsteiniano (i.e. un modelo de TGR) se le conoce como una *foliación*. Las hipersuperficies de valor constante para la cordenada temporal son las *hojas* de la foliación. Si dejamos la foliación fija, es decir, si no cambiamos las superficies $t = cte$, pero permitimos que las coordenadas cambien sobre cada hoja se obtiene una familia de curvas diferentes en $Riem(\Sigma)$ para cada espaciotiempo einsteniano. Todas éstas curvas en $Riem(\Sigma)$ representan *el mismo* espaciotiempo.

En el espíritu relacional del argumento del agujero está la eliminación de este tipo de indeterminismo ingenuo, o de este tipo de redundancia en el formalismo y esto se resuelve adoptando **LE**, es decir, pasando al *superespacio* ($\mathbf{S}(\Sigma)$). Ahora bien, en el *superespacio* a cada foliación de un espaciotiempo dado corresponde una única curva. En consecuencia podría decirse que la historia del universo está compuesta por una sucesión de configuraciones instantáneas espaciales, de hojas, o de cápsulas de tiempo bien definidas y diferenciadas.

Pero, ¿Qué pasa si cambiamos la foliación? ¿Qué pasa si cambiamos la forma de rebajar el mismo espaciotiempo? ¿Qué pasa con la curva que representaría esta historia inequívoca del universo? La respuesta es que la curva cambia. En TGR cada espaciotiempo admite la multiplicidad de foliaciones y por lo tanto la representación geometrodinámica

de los mismos está dada por toda una familia de curvas en el *superespacio*. Todas estas curvas son las soluciones de la geometrodinámica intrínseca (i.e., curvas extremales de $\delta\mathbf{I}_{int} = 0$).

Esta multiplicidad de foliaciones o de curvas en el *superespacio* para un mismo espaciotiempo es debida a la relatividad del tiempo, más específicamente a la relatividad (local) de la simultaneidad, que es uno de los pilares de la teoría de Einstein. La geometrodinámica retiene la relatividad de la simultaneidad pero, al hacerlo, abre importantes dudas sobre la naturaleza fundamental de la ontología de las configuraciones tridimensionales. Esta debió ser la razón por la cual ni Dirac, ni Wheeler, se atrevieron a descartar definitivamente el espaciotiempo. Cada una de estas curvas escoje secuencias diferentes, escoje configuraciones instantáneas distintas para configurar la historia del universo.

En consecuencia, desde la perspectiva 3-D es forzosa la pregunta: ¿Cuál secuencia de configuraciones es la auténtica historia? ¿Cuáles configuraciones instantáneas son las auténticas piezas de la historia? La respuesta geometrodinámica intrínseca es que *todas* las curvas representan *la* historia. Pero aquí las cosas ya empiezan a torcerse porque esto equivale a admitir que las piezas que conforman la historia del universo no tienen una identidad unívoca bien diferenciada y creo que ésto es lo que se espera de las piezas que pretenden ser los pilares ontológicos de una teoría. Parece simple: la relatividad de la simultaneidad no permite definir configuraciones instantáneas absolutas como en el caso de la física pre-relativista.

El paso de $Riem(\Sigma)$ al *superespacio*($\mathbf{S}(\Sigma)$) permitía salvar el indeterminismo ingenuo de la representación geometrodinámica. Al escojer -en cada foliación- una sólo curva para la historia del universo hacíamos estéril la pregunta sobre qué punto del espacio instancia

qué cualidad local de cierto campo. Los puntos no tienen identidad. Existe la materia, los campos. Pero el tipo de indeterminismo generado por las múltiples foliaciones no peca de la misma ingenuidad. De hecho su origen no es otro que la ruptura de la covarianza 4-D de TGR. Un problema que desaparece al tomar la perspectiva espaciotemporal. Así que tomando el determinismo por un criterio importante para decidir cuáles son las mejores teorías, como suele hacerse en este contexto, la perspectiva tetradimensional de TGR parece estar dictada por razones de consistencia. De hecho es una postura dictada por el criterio de Poincaré. Resultaría bastante paradójico descartarlo a estas alturas. En consecuencia retenemos, a pesar de la geometrodinámica, el espaciotiempo como una colección de eventos bien individuados en contra de la identidad presupuesta para las configuraciones tridimensionales instantáneas.

Barbour es consciente de esta dificultad en el ámbito de la física relativista pero apuesta porque esta tensión se resuelva en favor de sus cápsulas de tiempo (configuraciones instantáneas 3-D) en el contexto propio de TU ²¹.

En todo caso, la representación geometrodinámica intrínseca de TGR provee un buen análisis de la estructura interna de la teoría. Mi conclusión general es que logra exhibir importantes aspectos que inclinan la balanza hacia la interpretación relacional

²¹Anderson, Barbour, Foster y Murchadha (2003) logran construir una teoría determinista, en el sentido referido, pasando de un principio geodésico en el *superespacio* a un principio geodésico en el *superespacio conformal*. Para esto, extienden el principio del mejor encaje (B-M) al conjunto de las transformaciones de escala. El resultado es una teoría de *gravedad conformal* (GC) que introduce un tiempo global (i.e. una definición única (absoluta) de simultaneidad). De este modo el espaciotiempo admite una única foliación que permite interpretar su correspondiente representación geometrodinámica como una historia de la evolución determinista de tres-espacios. La discutible ventaja de la teoría es que por esta vía puede resultar tratable el ‘problema del tiempo’ en TU (A este respecto, véase Barbour (2003)). Pero por otra parte, en GC el volumen del universo deja de ser una variable dinámica. Es constante. Esto implicaría cambios muy profundos en la concepción actual de la cosmología relativista. De entrada, el Big-Bang es un problema y la consecuente expansión del universo debería entenderse como un extraño efecto del incremento temporal en la inhomogeneidad del universo. Por ahora parece mucho más sensato retener la interpretación acostumbrada de la cosmología y la perspectiva espaciotemporal de la misma.

(Machiana) de TGR. La interpretación natural de TGR está puesta en el espacio de configuración relativa, *el espacio relacional*. Por ahora centrémonos en su presentación geometrodinámica.

En su discusión sobre la geometrodinámica intrínseca, al igual que Barbour, Pooley (2002) concluye que se trata de una teoría perfectamente machiana. Pero que incluso cuando la teoría es presentada de esta forma debe ser interpretada como una teoría sustancialista, como una teoría de la evolución de espacios físicos sustancialistas.

De entrada suena contradictorio pensar en una teoría machiana sustancialista. Sin embargo aquí la designación de machianismo, utilizada por Pooley y Barbour, se refiere a la posibilidad de presentar la teoría como una teoría de la evolución dinámica de configuraciones relativas instantáneas. Siendo estas últimas los elementos fundamentales del machianismo²². En este sentido yo estoy de acuerdo pero no dejo de manifestar mi malestar por la semántica del término. Preferiría reservar la designación de machiana para cualquier tipo de teoría *relacional* que no postule una métrica exterior absoluta. Y en este sentido yo concluiría que se trata, más bien, de una teoría relacional. O lo que es igual -aunque usando una acepción distinta a la de Pooley- que se trata de una teoría machiana. Lo que se tiene es la representación, mediante la variable dinámica g_{ij} , de la evolución de un todo material autocontenido.

Para la geometrodinámica intrínseca las configuraciones intrínsecas, es decir, las configuraciones relacionales son las 3-geometrías. Hasta ahora se ha presentado la acción

²²Si TGR, puede concebirse como la evolución determinista de las configuraciones tridimensionales intrínsecas instantáneas creo que Pooley y Barbour harían mejor denominando ésta como una teoría *à la Poincaré*. El problema del relacionismo en el contexto clásico de la dinámica de partículas estaba signado por el problema del determinismo. Pero en su paso a la teoría de campos, que la teoría sea determinista, según el criterio de Poincaré, sería una condición de consistencia de la teoría, pero no una condición suficiente para hacerla relacional o machiana.

geometrodinámica para los casos en que la única materia del universo que conforma estas 3-geometrías está contenida en el campo gravitacional, pero la acción geometrodinámica puede ser generalizada para incluir también los demás campos de materia y su evolución. En este caso, la acción geometrodinámica que incluye *otros* campos de materia, se escribe así:

$$\mathbf{I}_{BSW_m} = \int d\lambda \int d^3x \sqrt{g} \sqrt{U_g + U_m} \sqrt{T_g + T_m}, \quad (6.34)$$

donde U_g es el potencial gravitacional que depende únicamente de su propio campo g_{ij} , mientras que los demás potenciales U_m dependen de g_{ij} y los respectivos campos. Nótese que esta forma de incorporar los campos en la acción diluye la distinción izquierda-derecha (i.e., izquierda para geometría, derecha para materia) típica de la presentación convencional de TGR (EFE). En su discusión, Pooley concede que los demás campos de materia aparecen de una forma similar al campo gravitacional en la geometrodinámica, pero insiste en la naturaleza sustancialista de las 3-geometrías. Esto escribe al respecto (Pooley 2002, p.193):

They [3 – geometries] are ‘relational’ specifications of the geometrical properties of *space*. Even when cast as a dynamical theory concerning the evolution of 3-dimensional entities, GR turns out to be a theory involving substantial space if not substantial spacetime.

Pooley también está tomando a la geometría como la propiedad definitoria de un espacio sustancialista. Uno puede quedarse algo perplejo ante las especificaciones ‘relacionales’ de las propiedades geométricas del *espacio*. ¿No sería más sencillo hablar simplemente de las especificaciones relacionales de las configuraciones instantáneas de materia? Al final se trata de una teoría de la evolución dinámica de configuraciones ins-

tantáneas de materia. Pero parece que cuesta admitir el tratamiento relacional de la geometría, incluso cuando se incorpora a la dinámica del campo gravitacional.

Pooley quiere identificar estas 3-geometrías con espacios físicos y por esto considera que se trata de un teoría sustancialista. A mi juicio, esto resulta más paradójico cuando el propio Pooley (con Brown) ha concluido que BB2 es una teoría *genuinamente relacional*. Yo estoy de acuerdo en esto, pero ¿acaso BB2 no utilizaba una estructura geométrica muy fuerte para definir los planos de simultaneidad que soportaban los puntos materiales? ¿No sería ésta, entonces, una estructura fuertemente sustancialista? ¿Por qué antes, en BB2 fue pasada por alto y se admitió [la geometría] como un elemento natural de la interpretación ‘completamente relacional’ de la dinámica clásica? Y, ¿Por qué ahora en GDI, a la inversa, parece bastar para definir un espacio sustancialista? O lo que es más chocante, ¿Por qué el uso de una *geometría absoluta* como la empleada en BB2 no bastaba para definir un espacio físico, mientras que ahora el uso de una *geometría dinámica* como la de TGR parece suficiente para interpretar el campo métrico como un espacio sustancialista en la línea newtoniana?

Las razones ya han sido expuestas en el capítulo anterior, pero no sobra insistir: Inercia Histórica. La geometría *per se* no define a un espacio independiente. Tampoco lo hace ninguna estructura espaciotemporal. Si esto fuera así, algo de consistencia reclamaría una revisión de la interpretación *completamente relacional* de BB2. Y no es este el caso.

El propio Pooley quiere insistir en la diferencia entre el campo gravitacional y otros campos -cada campo es diferente-. Pero en particular subraya que se puede imaginar el espacio sin los *otros* campos de materia, pero que no se puede imaginar el espacio

sin el campo gravitacional. Esto es más bien relacionismo puro. No se puede concebir, ni siquiera teóricamente, un espacio sin materia. No se puede imaginar un espacio vacío *à la Newton*. Pero el espacio newtoniano no es la única opción. Ya hemos visto el tratamiento relacional que hace BB2 de las estructuras espaciotemporales. El espacio de la geometrodinámica y el espaciotiempo de TGR deben concebirse como resultado de propiedades subsidiarias de la materia.

El espacio, según Mach, ‘es una abstracción a la cual llegamos estando todas las cosas relacionadas como están’. La incorporación de las estructuras espaciotemporales en un campo de materia como el campo gravitacional, contrario a lo que sostiene Pooley, debe ser tomada como la realización del credo relacional machiano. Esto es, que el espacio vacío no puede imaginarse. Y no se trata de una cuestión meramente epistémica. Esta fue la conclusión de Einstein al final de sus días (Einstein 1954. Ap V.). Y es también la conclusión general del análisis geometrodinámico intrínseco de TGR.

La Teoría General de la Relatividad adopta, pues, su interpretación natural como una teoría relacional sobre el espaciotiempo.

Capítulo 7

Conclusión

Espero haber mostrado que, aunque el sustancialismo parece haberse instalado con cierta ventaja en TGR, el relacionismo es no sólo una alternativa viable para la interpretación de la teoría, sino que además supone la interpretación más natural para el espaciotiempo de TGR. La clave ya fue bien anticipada por Einstein al final de su vida y parecía dictada por su propio calvario al intentar hacer de TGR una teoría relacional. Su aparente fracaso inicial se debió en buena medida a que el proyecto relacional se convirtió, para Einstein, durante los años de gestación de TGR y de la temprana cosmología relativista, en la comprometida consigna de que la teoría debía satisfacer el Principio de Mach (1909-1918). Pero años más tarde, habiendo madurado este asunto, en una carta ya citada a Piranni de 1954, Einstein hacía bien en declarar que en su opinión ‘uno no debería volver a hablar nunca más del principio de Mach ya que éste proviene de una época en la que uno pensaba que las ‘masas ponderables’ eran la única realidad física y que todos los elementos de la teoría que no estén completamente determinados por éstas deben ser completamente eliminados’ (EA 17-448). Y es que, contradictoriamente, el Principio de Mach -en la forma enunciada por Einstein- admite la calificación de todos los campos de fuerzas, salvo el campo gravitacional, como objetos materiales a la par

con la materia ponderable. De esta forma la transición hacia una ontología adecuada de campos operada desde la electrodinámica y continuada apropiadamente con TER, se *materializaba* apenas a medias en su paso a TGR. Aquí ya se vislumbraba la paradoja de la cuestión: El Principio de Mach, que debía servir como criterio formal para apuntalar un relacionismo inteligible en TGR, al tener anclado un pie en el S. XIX, sirvió más bien como una especie de candado para impedir la lectura natural del campo gravitacional como un objeto material extendido al igual que los demás campos de fuerza. De esta forma los campos gravitacionales puros de TGR, los mal llamados espaciotiempos vacíos -como el espaciotiempo de Minkowski- y su uso respectivo en las condiciones de frontera de las ecuaciones de campo, se convirtieron en el estorbo infranqueable para avanzar hacia una mejor interpretación de la teoría. Pero, insisto, tardíamente Einstein superó su ambiguo compromiso con el principio de Mach.

También en 1954, en el popular apéndice sobre el problema del espacio, le leíamos sellando su rotunda conclusión final. Allí afirmababa que ‘no existe tal cosa como un espacio vacío, i.e. un espacio sin un campo. El espacio-tiempo no afirma su existencia independiente, tan sólo como una cualidad estructural del campo’(Einstein 1954, Appendix V, P.155). Allí mismo, Einstein también fue acertado al insistir en que sin la presencia del campo [gravitacional] no existe ni siquiera el espacio topológico [la variedad] ya que éste se dinamiza o hereda las propiedades espaciotemporales [métricas] del propio campo. A pesar de la claridad con que, a mi juicio, estaban ya puestas las cosas por entonces, ha habido una tendencia pertinaz a hacer del sustancialismo una doctrina ontológica consistente. Primero en la forma de la variedad -tomando al campo gravitacional como un campo de fuerza que hace parte integral de los supuestos contenidos materiales del

espaciotiempo- y luego en la forma más estructurada del sustancialismo sofisticado que carga esta variedad con las propiedades cronogeométricas del campo gravitacional y lo rechaza, por lo tanto, en su calificación natural como objeto material.

He insistido en que esta tensión sobre la correcta interpretación del campo gravitacional -en buena medida el fondo de la cuestión- es debida a la ambigua lectura que emerge cuando intentamos leer el campo gravitacional de TGR desde la tradición sustancialista newtoniana. La única tradición. El relacionismo había sido proscrito por la evidente lección histórica de que aunque los relacionistas fueran capaces de proveer ciertos modelos relacionales consistentes (universos no rotantes en la dinámica clásica o modelos cerrados homogéneos en la dinámica relativista -por ejemplo), éstos aparecían como subsidiarios de un fondo espacial -o espaciotemporal- sustancial. Creo haber mostrado, también, que esta condena atávica al relacionismo puede ser subsanada y que el debate restaura cierto equilibrio cuando se hace buena lectura de la formulación *genuinamente relacional* de la dinámica intrínseca de partículas de Barbour y Bertotti (1982) y se siguen con justicia sus lecciones para una lectura más inteligible de TGR.

Al lado de esto, considero importante remarcar que de la estela dejada por el argumento del agujero aprendimos que todos los modelos de TGR relacionados mediante un difeomorfismo activo corresponden a diferentes representaciones de un mismo universo posible (LE). De esta forma se restauraba el determinismo en la teoría y, de paso, se suprimía la identidad primitiva para los puntos de la variedad. He intentado mostrar que esto conduce mejor a una lectura relacional limpia de TGR. Pero, en todo caso, a pesar de esta falta de identidad robusta para las partes de la variedad, hay quien como Earman no ha dejado de manifestar su malestar porque, en principio, la teoría de campos

requiere, en el fondo, algún tipo de sustanciación ya que éstos especifican sus cantidades en función de las coordenadas adaptadas a un fondo espacial sustancial al estilo de la variedad de TGR. Earman no duda que el campo gravitacional haga parte de los contenidos materiales del espaciotiempo, pero el uso de este tipo de coordenadas espaciales le llevó a sugerir que el debate debía dirimirse fuera de las formas tradicionales de entender el sustancialismo y el relacionismo (Earman 1989, p.208). El *Tertium Quid* que surgió de aquello, a su pesar, fue nada menos que el intrincado sustancialismo relacional (SS).

He argumentado que a mi juicio este no era necesario pues Barbour y Bertotti, ya habían mostrado cómo suprimir el uso de este tipo de ‘coordenadas espaciales’. El procedimiento del mejor encaje (B-M) permite derivar coordenadas horizontalmente apiladas cuyo uso conlleva la especificación *estrictamente relacional* de la ubicación de un cuerpo o de la locación de alguna intensidad de un campo. Al llevar al mejor encaje dos configuraciones relativas de un conjunto de muchas partículas o un par de distribuciones relativas de un ensamble de campos físicos lo que se hacía con estas coordenadas era lograr una especificación intrínseca para el uso de las mismas. En el proceso, la estructura geométrica absorbida por los planos de simultaneidad absoluta -en la dinámica clásica- y la estructura diferencial y topológica de la variedad -tanto en la dinámica clásica como en la dinámica relativista- proporcionaban cualidades estructurales importantes al conjunto de relaciones entre objetos materiales. Pero éstas sólo adquieren un sentido rigurosamente relacional ya que únicamente la variación intrínseca de las configuraciones relativas de materia tiene algún sentido físico en este formalismo. Este fue el resultado de la solución al problema de la *equilocalidad* en la dinámica intrínseca. En

esta representación de la dinámica tenemos coordenadas relacionales que a ningún nivel presuponen la existencia de un espacio físico en el cual habitan los objetos materiales. El supuesto fondo o contenedor sustancialista es completamente suprimido (**B-M**). Ni las partículas habitaban un espacio absoluto, ni los campos llenan un espaciotiempo topológico (M).

Esto ya debió quedar claro cuando, como resultado de la maquinaria del mejor encaje (**B-M**), en la dinámica de partículas se suprimía el espacio de configuración absoluto Q y se presentaba la teoría en su *arena natural relacional*, el espacio de configuración relativo \tilde{Q} . En el proceso se factorizaban las simetrías que generan desplazamientos físicamente indistinguibles haciendo, de este modo, buen uso de la filosofía relacional de Leibniz (**PII**). El proceso comportaba la ausencia de rotación del universo y al estar ésta bien verificada experimentalmente era vista como una fortaleza de la teoría. Similarmente, en la representación geometrodinámica de TGR, el mecanismo del mejor encaje comportaba la eliminación de $Riem(\Sigma)$ -el espacio de configuración absoluto- para permitir, nuevamente, la formulación de la teoría en su arena natural relacional, el *superespacio* (**S**(Σ)). Éste resulta, análogamente, de factorizar el grupo de transformaciones de $Riem(\Sigma)$ que generan configuraciones físicamente indistinguibles, es decir, de factorizar el grupo correspondiente de difeomorfismos conforme a las premisas relacionales de Leibniz (**LE**). Después, en ambos casos, se montaba un principio geodésico al estilo del principio de Jacobi que debía permitir presentar la historia del universo como la evolución intrínseca de las configuraciones relativas (3-D) del universo como un todo. El universo era visto, en principio, como un todo material autocontenido muy al estilo anticipado por Mach.

En todo caso cuando se utiliza la maquinaria intrínseca (**B-M** + principio de Jacobi)

para proyectar esta idea de un universo material autocontenido a la representación de modelos relativistas generales dos importantes advertencias salían al paso:

A) El procedimiento funciona para los modelos globalmente hiperbólicos, es decir, para la subclase de modelos de TGR que permiten la descomposición geometrodinámica (3+1) del espaciotiempo. Aquí el problema es que el procedimiento no es aplicable al conjunto completo de modelos de TGR y no parece existir un criterio experimental fuerte (al estilo de la ausencia de rotación en la dinámica clásica) para justificar esta restricción.

B) A pesar de que la interpretación de la geometrodinámica intrínseca no debería hacerse por la vía de TGR, como consecuencia de la relatividad de la simultaneidad -que permite foliaciones múltiples de un mismo modelo- resulta más recomendable retener, incluso en la geometrodinámica, la perspectiva espaciotemporal (4D) típica de TGR.

Aunque la idea de Barbour era convertir, también en el contexto relativista, las configuraciones instantáneas 3D en los pilares fundamentales de la ontología, *A* y *B* sugieren que es mejor retener la perspectiva usual tetradimensional de TGR y tomar la geometrodinámica intrínseca como el subconjunto de modelos de TGR cuyo espaciotiempo puede ser representado, en ciertos sistemas de referencia, como la evolución temporal de configuraciones instantáneas espaciales de materia. En este sentido la geometrodinámica intrínseca no rompe, a nivel fundamental, la estructura tetradimensional de TGR y por tanto la tesis sigue girando en torno a la cuestión planteada desde el principio sobre la existencia independiente -o no- del espaciotiempo (4D) en el conjunto completo de modelos de TGR.

Pero también debe quedar claro que esto no significa que, en lo referente a la interpretación del espaciotiempo de TGR, el trabajo de Barbour y Bertotti (1977, 1982) y Barbour y col.(1994, 2001, 2002) resulte improductivo. Por una parte, como se mencionaba anteriormente, el procedimiento del mejor encaje permite, por decirlo de alguna manera, suprimir el contenedor físico que supuestamente ocupaban los campos y la materia ponderable. La idea es especialmente relevante para dejar de objetar el uso de la variedad en interpretaciones relacionales de TGR. Por otra parte, el hecho de que Barbour y Bertotti hayan construido una dinámica clásica genuinamente relacional (BB2) debe obligar a reevaluar el papel jugado por el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ en TGR. La versión difundida que invita a pensarlo como un espaciotiempo independiente ya que cumple las funciones, o contiene las estructuras, de un espacio típicamente sustancialista como el de Newton se apaga ante la evidencia de que estas estructuras -esencialmente estructura métrica e inercial- reciben un tratamiento genuinamente relacional en BB2. Uno también podría decir entonces, si la inercia histórica no pesara tanto, que el campo gravitacional $g_{\mu\nu}$ de TGR cumple funciones, o comprende propiedades, típicamente relacionales. Pero hay que superar la inercia histórica y considerar la justa rehabilitación del debate R-L propiciada por BB2 y el subsiguiente tratamiento intrínseco de la dinámica.

En BB2 y su extensión en el formalismo intrínseco a teorías de campo (Barbour 1982, 1994) uno ve que, al igual que en la dinámica newtoniana (en su presentación como una teoría de campos) y al igual que en TER, la materia está asociada a las variables dinámicas. La materia es dinámica y los campos (incluido el campo gravitacional) pueden ser bien vistos como campos físicos de materia. Mi impresión es que al abordar la interpretación de TGR este consenso no debe romperse simplemente para salvar una

doctrina ontológica como el sustancialismo (SS). Y es que siguiendo esta línea argumental resulta forzosa la interpretación del campo gravitacional dinámico $g_{\mu\nu}$ de TGR como un objeto material extendido que ha terminado, más bien, absorbiendo las estructuras espaciotemporales que por otra parte -ya se ha visto- pueden recibir un tratamiento genuinamente relacional incluso en el contexto hostil de la dinámica clásica. Todo es materia en TGR y, por tanto, el espaciotiempo no reclama -ni siquiera teóricamente- existencia independiente. En definitiva, TGR recibe su interpretación natural como una teoría relacional sobre el espaciotiempo.

Bibliografía

- [1] Alexander, H.G. (ed) (1984) *The Leibniz Clarke-Correspondence (1717)*. Barnes and Noble. New York.
- [2] Anderson, E., Barbour, J.B., Foster, B.Z. y Ó Murchadha, N. (2003) 'Scale Invariant Gravity: Geometrodynamics' *Class. Quantum Grav.* **20**. pp 157-170 . disponible en [gr-qc/0211022](#).
- [3] Anderson, J.L. (1967) *Principles of Relativity Theory*. Academic Press. New York
- [4] Arnowitt, R., Deser, S., y Misner, C.W. (1962) 'The Dynamics of General Relativity', en *Gravitation: An Introduction to Current Research*. L. Witten (ed.). Wiley. New York.
- [5] Ashtekar, A. 'Geometric Issues in Quantum Gravity', en *The Geometric Universe: Science Geometry and The Work of Roger Penrose*
- [6] Baez, J.C. (2001) 'Higher-dimensional algebra and Planck scale physics', en *Physics Meets Philosophy at the Planck Scale*, C. Callender y N. Hugget (eds.) Cambridge University Press. Cambridge, pp. 177-198.
- [7] Baierlein, R. F., Sharp, D. H. y Wheeler, J.A. (1962) 'Three-dimensional geometry as carrier of information about time', *Physical Review*, **126**(5), pp 1864-1865.

- [8] Barbour, J.B.(1974) ‘Relative-Distance Machian Theories’ *Nature*, **249**,pp 328-329. Erratum **250**, p 606.
- [9] Barbour, J.B.(1982) ‘Relational Concepts of Space and Time’ *British Journal for the Philosophy of Science*, **33**,pp 251-274.
- [10] Barbour, J.B., y Bertotti, B.(1977) ‘Gravity and Inertia in a Machian Framework’ *Il Nuovo Cimento B*, **38**,pp 1-27.
- [11] Barbour, J.B., y Bertotti, B.(1982) ‘Mach’s principle and the Structure of Dynamical Theories’ *Proceedings of the Royal Society*, **382**,pp 295-306.
- [12] Barbour, J.(1992) ‘Einstein and Mach’s Principle’, En Eisenstadt J. y Kox, A.(eds) *Studies in the History of General Relativity*, vol 3 de *Einstein Studies*.pp.125-153. Birkhäuser. Boston.
- [13] Barbour, J.(1994) ‘The timelessness of quantum gravity: I The evidence from the classical theory, II The appearance of dynamics in static configurations’. *Class. and Quant. Grav* **11**, pp. 2853.
- [14] Barbour, J.B. y Pfister, H. (eds)(1995) *Einstein’s Studies, vol 6: Mach’s Principle: From Newton’s Bucket to Quantum Gravity*. Birkhäuser. Boston.
- [15] Barbour, J.B. (1999) *The End of Time: The Next Revolution in Physics*. Wein-denfeld and Nicholson. London.
- [16] Barbour, J.B., Foster, B.Z., y Ó Murchadha, N.(2002) ‘Relativity without Relativity’ *Class. Quantum Grav.* **19**,pp. 3217. Disponible en *gr-qc/0012089*.

- [17] Barbour, J.B. (2002) 'Scale-Invariant Gravity: Particle Dynamics', E-Print disponible en *arXiv:gr-qc/0211021*.
- [18] Barbour, J.B. (2003) 'Dynamics of Pure Shape, Relativity and the Problem of Time' *arXiv:gr-qc/0309089*.
- [19] Barrow, J. D., Juszkiewicz, R. y Sonoda, D. H. (1985) 'Universal Rotation: How Large can it be?', *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **213**, pp 917-943.
- [20] Bartels, A. (1996) 'Modern essentialism and the problem of individuation of spacetime points', *Erkenntnis***45**, pp 25-43.
- [21] Belot, G.(1998) 'Why General Relativity Does Need an Interpretation' *Philosophy of Science (Proceedings)*, **63**,pp. 80-88.
- [22] Belot, G.(1999) 'Rehabilitating Relationism' *International Studies in the Philosophy of Science*, **13**,pp. 35-52.
- [23] Belot, G. y Earman, J.(2001) 'Pre-Socratic Quantum Gravity', en *Physics Meets Philosophy at the Planck Scale*, C. Callender y N. Hugget (eds.) Cambridge University Press. Cambridge, pp. 213-255.
- [24] Bertotti, B., Balbinot, R., Bergia, S. y Messina, A. (eds)(1990) *Modern Cosmology in Retrospect*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [25] Berkeley, G. (1712) *De Motu*. en: Works of George Berkeley. Ed y trad de A. A. Luce y T.E. Jessop. Vol 4., T. Nelson. London (1948-1959)

- [26] Bondi,H.(1957) *Nature*, **179**,p. 1072.
- [27] Bondi,H., J. van der Burg,M. G. and Metzner,A. W. K. (1962)*Proceedings for The Royal Society*,**A 269**, p.21-51.
- [28] Brans, C.(1962) ‘Mach’s Principle and the Locally Measured Gravitational Constant in General Relativity’,*Physical Review*, **125**,pp 388-396.
- [29] Brans, C. y Dicke, R.H.(1962) ‘Mach’s Principle and a Relativistic Theory of Gravitation’*Physical Review*, **124**,pp 925-930.
- [30] Brighouse,C.(1994) ‘Spacetime and Holes’, en *PSA 1994, Vol 1*, D. Hull, M. Forbes, y R. Burian (eds.). East Lansing Michigan. Michigan ,pp. 117-125.
- [31] Brill, D. R. y Cohen, J. M. (1966) ‘Rotating Masses and their Effect on Inertial Frames’,*Physical Review*, **143**,pp 1011-1015.
- [32] Brown, H. R. y Pooley,O. (2001b) ‘The origin of the spacetime metric: Bell’s Lorentzian pedagogy and its significance in general relativity’, en C. Callender and N. Huggett (eds.) *Physics Meets Philosophy at the Planck Length*. Cambridge University Press. Cambridge. pp. 256-272. Disponible en gr-qc/9908048.
- [33] Butterfield, J. e Isham, C. J. (1999) ‘On the Emergence of Time in Quantum Gravity’,en *The Arguments of Time*, J. Butterfeld (ed.). Oxford University Press, Oxford. pp. 111-168.
- Callender, C. y Hugget, N. (eds.) (2001)*Physics Meets Philosophy at the Planck Scale*, Cambridge University Press. Cambridge.

- [34] Ciufolini,I., Chieppa,F. , Lucchesi,D. y Vespe, F.(1997) ‘Test of Lense-Thirring orbital shift due to spin’, *Classical and Quantum Gravity*, **14**,pp 2701-2726.
- [35] Ciufolini,I. , Pavlis,E.C. , Chieppa,F. , Fernandes-Vieira,E. y J. Perez-Mercader, J. (1998) ‘Test of General Relativity and Measurement of the Lense-Thirring Effect with Two Earth Satellites’, *Science*, **279**,pp. 2100-2103.
- [36] Ciufolini,I.(2004) ‘Frame Dragging and Lense-Thirring Effect’, *General Relativity and Gravitation*, **36**, pp. 2257-2270.
- [37] Cohen, J. M. y Brill, D. R. (1968) ‘Further Examples of *Machian* Effects of Rotating Bodies in General Relativity’,*Nuovo Cimento*, **56B**,pp 209-219.
- [38] Cover, J.A. y Hartz,G. (1988) ‘Space and Time in the Leibnizian Metaphysics’, *Noûs*, **22**, pp 493-519.
- [39] Davies, H y Caplan, T.(1971) ‘The Spacetime Metric Inside a Rotating Cylinder’,*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **69**,pp 325-327.
- [40] De Sitter,W.(1916) ‘On the relativity of inertia in Eintein’s theory’,*Proceedings of the Section of sciences,Koninklijke Akademie van Wettenschappen*, **19**,pp 527-532.
- [41] De Sitter,W.(1916) ‘On Eintein’s theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper’,*Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, **78**,pp 3-28.
- [42] DiSalle, R. (1994) ‘On dynamics, indiscernibility, and spacetime ontology’, *British Journal for the Philosophy of Science*, **45**, pp. 265-287.

- [43] Dirac,P.A.M. (1958) *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*,**246**, pp. 333-358.
- [44] Dirac,P.A.M. (1964) *Lectures on Quantum Mechanics* Yeshiva University Press, New York.
- [45] Dorling, J. (1978) ‘Did Einstein need General Relativity to solve the Problem of Absolute Space? Or had the Problem already been solved by Special Relativity?’, *British Journal for the Philosophy of Science* **29**,pp. 311-323.
- [46] Earman,J.(1970) ‘Who’s Afraid of Absolute Space ’,*Australian Journal of Philosophy*, **48**,pp 287-317.
- [47] Earman, J.(1986) *A Primer on Determinism*.D. Reidel. Dordrecht, The Netherlands.
- [48] Earman,J., y Norton,J.(1987) ‘What Price Space-Time Substantivalism? The Hole Story’,*British Journal for The Philosophy of Science*, **38**,pp 515-525.
- [49] Earman, J.(1989) *World Enough and Space-Time*. MIT Press. Cambridge, Massachusetts.
- [50] Einstein, A.(1907) ‘Über das Relativitätsprinzip un die aus demselben gezogenen Folgerungen’, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4**,411.
- [51] Einstein, A.(1909) ‘Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes’,*Annalen der Physik*, **35**,pp. 898.

- [52] Einstein, A.(1912) ‘Gibt es eine Gravitationswirkung die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?’, *Vierteljahrschrift für Gerichtliche Medizin*, **44**,37-40.
- [53] Einstein, A.(1913a) ‘Physische Grundlagen einer Gravitationstheorie’, *Naturforschende Gesellschaft Vierteljahrschrift*, **58**,pp 284-290.
- [54] Einstein, A.(1913b) ‘Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems’, *Physikalische Zeitschrift*, **14**pp 1249-1266.
- [55] Einstein, A.(1916) ‘Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie’,*Annalen der Physik*, **49**,(translation published in:*The Principle of Relativity*, collection of papers by A. Einstein et al., New York:Dover[1952],pp 111-164.
- [56] Einstein,A.(1916b) *Physikalische Zeitschrift*, **17**.pp 101-104.
- [57] Einstein, A.(1917) ‘Cosmological Considerations on The General Theory of Relativity’,en*The Principle of Relativity*. pp. 177-188. Dover. New York. 1952.
- [58] Einstein, A.(1918) ‘Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie’,*Annalen der Physik*,**55**,pp 241-244.
- [59] Einstein, A.(1922) *The Meaning of Relativity*.Methuen. London.
- [60] Einstein, A.(1923) *Sidelights on Relativity*. Dover Publicatons Inc.
- [61] Einstein, A.(1949) ‘Autobiographical Notes’,En Schilp,P.A.(ed)*Albert Einstein: Philosopher-Scientist*. pp. 1-95. Open Court. La Salle, Illinois.

- [62] Einstein, A.(1954) ‘Relativity and the Problem of Space’, Appendix 5, *Relativity: The Special and General Theory*. 15 edición. Methuen.
- [63] Einstein, A.(1993) *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 5: The Swiss Years: Correspondence, 1902-1914*. Martin J. Klein, A. J. Kox, and Robert Schulmann (Eds). Princeton University Press. Princeton.
- [64] Eisenstaedt, J.(1986) ‘The Low Water Mark of General Relativity’, En Howard, D. y Stachel, J.(eds) *Einstein Studies, Volume 1: Einstein and the History of General Relativity*. pp 277-292. Birkhäuser. Boston.
- [65] Field, H. (1980) *Science Without Numbers*. Princeton University Press. Princeton.
- [66] Field, H. (1989). ‘Can We Dispense With Space-time?’ En *Realism, Mathematics and Modality*, chapter 6. New York: Basil Blackwell.
- [67] Föppl, A.(1904) ‘Über absolute und relative Bewegung’, *Akademie der wissenschaften. Mathematisch-physikalische Klasse. Sitzungsberichtr*, **34**,pp 5-28.(traducción parcial al inglés en [12]pp 120.)
- [68] Friedlander, B. and Friedlander, I.(1896) ‘Über absolute und relative Bewegung’, *Akademie der wissenschaften. Mathematisch-physikalische Klasse. Sitzungsberichtr*, **34**,pp 5-28.(traducción parcial al inglés en [12] p 114,314.)
- [69] Friedman, M.(1983) *Foundations of Space-Time Theories*. Princeton University Press. Princeton.

- [70] Gödel, K.(1949) ‘An Example of a New Type of Cosmological Solutions of Einstein’s Field Equations of Gravitation’, *Reviews of Modern Physics*, **21**, pp. 447-450.
- [71] Gönner, H.(1972) ‘Mach’s principle and Einstein’s Theory of gravitation’, en Cohen,R.S. y Seeger,R.J.(eds)*Ernst Mach: Physicist and Philosopher, volume 6 of Boston Studies in the Philosophy of Science*.pp 200-216. Reidel. Dordrecht.
- [72] Grünbaum, A. (1973) *Philosophical Problems of Space and Time*. 2a ed., D. Reidel. Dordrecht.
- [73] Hawking,S.W., y Ellis, G.F.R.(1973) *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [74] Hofer, C.(1994) ‘Einstein’s Struggle for a Machian Gravitation Theory’,*Studies for the History and Philosophy of Science*, **Vol. 25, 3**,pp 287-335.
- [75] Hofer, C.(1996) ‘The Metaphysics of Space-Time Substantivalism’,*The Journal of Philosophy*, **93**,pp. 5-27.
- [76] Hofer, C.(1998) ‘Absolute Versus Relational Spacetime: For Better or Worse, the Debate Goes On’,*British Journal for the Philosophy of Science*, **49**,pp. 451-467.
- [77] Hofer, C.(2000) ‘Energy Conservation in GTR’,*Studies for the History and Philosophy of Modern Science*, **31,II**,pp. 187-199.
- [78] Hoffman, W.(1904) *Bewegung und Trägheit*, Verlag von M. Kuppitsch Wwe.,Wien.

- [79] Hönl, H. y Soergel-Fabrizius, C. (1961) ‘Coriolis-Kräfte im Einstein-Kosmos und das Machsprinzip’, *Zeitschrift für Physik*, **166**, pp 544-558.
- [80] Isaacson, R. A. (1968) *Physical Review*, **166**, p.1263-1272.
- [81] Isham, C. (1993) ‘Canonical quantum gravity and the problem of time’, en *Integrable Systems, Quantum Groups, and Quantum Field Theories*. L. Ibart y M. Rodriguez (eds.). Kluwer. Amsterdam, pp. 157-288.
- [82] Isham, C. (1994) ‘Prima Facie Questions in Quantum Gravity’, en *Canonical Quantum Gravity: From Classical to Quantum (Lecture Notes in Physics 434)*. J Ehlers y H. Friedrich (eds.). Springer-Verlag. Berlín, pp.1-21.
- [83] Klein, C.(1993) ‘Rotational Perturbations and Frame Dragging in a Friedman Universe’, *Classical and Quantum Gravity*, **10**, pp. 1619-1631.
- [84] Kretschman, E. (1917) *Annalen der Physik* **53**, pp. 576-591.
- [85] Lanczos, C. (1949) *The Variational Principles of Mechanics*, Dover. New York.
- [86] Lange, L. (1885) ‘Über die wissenschaftliche Fassung der Galilei’schen Beharrungsgesetzes’, *Philosophische Studien*, **2**, pp 266-297.
- [87] Lange, L. (1902) ‘Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung’, *Philosophische Studien*, **20**, pp 1-71.
- [88] Laymon, R.(1978) ‘Newton’s Bucket Experiment’, *Journal of the History of Philosophy*, **16**, pp 399-413.

- [89] Lense, J. and Thirring, H. (1918) ‘Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie’, *Physikalische Zeitschrift*, **19**,pp 156-163 [On the Influence of the Proper Rotation of Central Bodies on the Motions of Planets and Moons According to Einstein’s Theory of Gravitation]
- [90] Lewis, S. M.(1980) ‘Machian Effects in Nonasymptotically Flat Spacetimes’,*General Relativity and Gravitation*, **12**,pp 917-924.
- [91] Mach, E.(1872) *History and Root of the Principle of the Conservaton of Energy*. Trad. de E.B. Jordain. Open Court. Chicago,Illinois. 1911.
- [92] Mach, E.(1883) *The Science of Mechanics*. Trad. de T.J Mc Cormack. Open Court. La Salle,Illinois. 1960.
- [93] Maudlin, T. (1993) ‘Buckets of Water and Waves of Space: Why Spacetime is Probably a Substance’, *Philosophy of Science*, **60**, pp. 183-203.
- [94] Misner, C.W., Thorne, K.S y Wheeler J.A. (1973) *Gravitation*. W. H. Freeman and Company, cop. San Francisco.
- [95] Mundy,R.(1992) ‘Space-Time and Isomorphism’, en *PSA 1992, Vol 1*, D. Hull, M. Forbes, y K. Okruhlik (eds.). East Lansing Michigan. Michigan ,pp. 515-527.
- [96] Nagel, E.(1961) *The Structure of Science*. Harcourt, Brace and World. New York.
- [97] Nerlich, G. (1976) *The Shape of Space*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [98] Newton, I.(1686) *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Trad. de A. Motte(1729). University of California Press. Berkeley. 1960.

- [99] Norton, J. D. (1989a) ‘What was Einstein’s Principle of Equivalence?’, en Howard, D. and Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*. pp, 5-47. Birkhäuser. Boston.
- [100] Norton, J. D. (1989b) ‘How Einstein found his Field Equations, 1912-1915’, en Howard, D. and Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*. pp, 101-159. Birkhäuser. Boston.
- [101] Norton, J.D.(1999) ‘The Cosmological Woes of Newtonian Gravitation Theory’,en Goenner, H., Renn, J., Ritter, J., y Sauer, T.(eds.)*Einstein Studies, Volume 7: The Expanding Worlds of General Relativity*. pp 271-322. Birkhäuser. Boston.
- [102] Ono, Y.A.(1983) ‘Einstein’s Speech at Kyoto University, December 14, 1922’, *NTM. Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik, und Medizin*, **20**,pp 26-27.
- [103] Orwig, L. P.(1978) ‘Machian Effects in Compact, Rapidly Spinning Shells’, *Physical Review*, **D18**,pp 1757-1763.
- [104] Pfister, H.(1989) ‘Rotating Mass Shells with flat Interiors’,*Classical and Quantum Gravity*, **6**,pp 487-503.
- [105] Poincaré, H.(1952) *Science and Hypotheses*. Dover. New York.
- [106] Pooley, O. y Brown, H.R. (2001) ‘Relationism Rehabilitated? I: Classic Mechanics’. *British Journal for the Philosophy of Science*, **53**,pp 183-204. E Print en <http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00000220>.

- [107] Pooley, O. (2002) 'Relationism Rehabilitated? II: Relativity'. E Print en <http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00000221>.
- [108] Raine, D.J.(1981) 'Mach's Principle and Space-Time Structure', *Reports on Progress in Physics*, **44**,pp 1151-1195.
- [109] Ray, C.(1990) 'The cosmological constant: Einstein's greatest mistake?', *Studies for the History and Philosophy of Science*, **21**,pp 589-604.
- [110] Reichenbach, H.(1957) *Space and Time*. Dover. New York.
- [111] Rovelli, C. (1996) 'Relational Quantum Mechanics', *International Journal of the Theoretical Physics*,**35**,pp 1637.
- [112] Rovelli, C. (1997) 'Halfway Through the Woods: Contemporary Research on Space and Time',en *The Cosmos of Science: Essays of Exploration*, J. Earman y J. Norton (eds.). University of Pittsburgh Press. Pittsburgh, pp 180-223.
- [113] Rovelli, C. y L. Smolin, L.(1995), 'Spin networks and quantum gravity'gr-qc/9505006, *Physical Review D* **52**, pp. 5743-5759.
- [114] Rynasiewicz, R.(1995) 'By their properties, causes and effects: Newton's Scholium on time, space, place, and motion I: The Text',*Studies in History and Philosophy of Science*, **26**.pp 133-153.
- [115] Rynasiewicz, R.(1996) 'Absolute Versus Relational Space-Time: An Otumoded Debate?',*Journal of Philosophy*, **93**.pp.279-306.

- [116] Saunders, S. (2002) ‘Indiscernibles, General Covariance, and Other Symmetries: The Case for Non-Reductive Relationism’, en *Revisiting the Foundations of Relativistic Physics*, J. Renn (ed.). Kluwer Press.
- [117] Saunders, S. (2003) ‘Physics and Leibniz Principles’, en *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*, K. Brading and E. Castellani (eds.), Cambridge University Press.
- [118] Sciama, D. W. (1959) *The Unity of The Universe*. Faber and Faber. London.
- [119] Sciama, D. W. y Waylen, P.C y Gilman R.C. (1969) ‘Generally Covariant Integral Formulation of Einstein’s Field Equations’, *Physical Review*, **187**, pp 1762-1766.
- [120] Seeliger, H. (1895) ‘Über das Newton’sche Gravitationsgesetz’, *Astronomische Nachrichten*, **137**, pp 129-136.
- [121] Sklar, L. (1976) *Space, Time, and Space-Time*. University of California Press. Berkeley.
- [122] Smolin, L. (1991) ‘Space and Time in the Quantum Universe’, en *Conceptual Problems of Quantum Gravity*, A. Ashtekar, y J. Stachel (eds.). Birkhäuser. Boston, pp 228-291.
- [123] Sorkin, R.D. (1997) ‘Forks in the Road, on the Way to Quantum Gravity’, *International Journal of Theoretical Physics*, **36**, pp. 2759-81.
- [124] Spezialli, P. (Ed.) (1972) En *Albert Einstein, Michel Besso: Correspondance 1903-1955* Hermann. Paris.

- [125] Stachel, J. (1989a) ‘The Rigidly Rotating Disc as the Missing Link in the history of General Relativity’, en Howard, D. and Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*. pp, 48-62. Birkhäuser. Boston.
- [126] Stachel, J. (1989b) ‘Einstein’s Search for General Covariance, 1912-1915’, en Howard, D. and Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*. pp, 63-100. Birkhäuser. Boston.
- [127] Stachel, J.(1993) ‘The Meaning of General Covariance’, en *Philosophical Problems of the Internal and External Worlds: Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum*, J. Earman, A. Janis, G. Massey, y N. Rescher, (eds.), Pittsburgh University Press. Pittsburgh, pp. 129-160.
- [128] Stachel, J.(1994) ‘Changes in the Concepts of Space and Time Brought About by Relativity’, en *Artifacts, Representation and Social Practice*, C.C. Gould y R.S. Cohen (eds.). Kluwer Academic. Dordrecht, pp. 141-162.
- [129] Stein, H. (1970), ‘Newtonian space-time’, en *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton 1666-1966*. The M. I.T. press. Cambridge, Mass., pp. 258-284.
- [130] Stein, H. (2002) ‘Newton’s metaphysics’, en I. B. Cohen and G. E. Smith, eds, *The Cambridge Companion to Newton*. Cambridge University Press. Cambridge, pp. 256-307.
- [131] Szabados, L. B. (2004) ‘Quasi-Local Energy-Momentum and Angular Momentum in GR: A Review Article.’ , *Living Rev. Relativity*, **7**, 4.

- [132] Teller, P. (1991) ‘Substances, Relations and Arguments About the Nature of Spacetime’, *The Philosophical Review*, **C3**, pp. 363-97.
- [133] Tait, P.G. (1883) ‘Note on Reference Frames’, *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, Session **1883-84**, p. 743.
- [134] Thirring, H. (1918) ‘Über die Wirkung rotierender, ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie’, *Physikalische Zeitschrift*, **19**, pp 33-39. [On the Effect of Rotating Distant Masses in Einstein’s Theory of Gravitation]
- [135] Thirring, H. (1921) ‘Berichtigung zu meiner Arbeit: Über die Wirkung rotierender Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie’, *Physikalische Zeitschrift* **22**pp, 29-32). [Correction to my paper ‘On the Effect of Rotating Distant Masses in Einstein’s Theory of Gravitation’]
- [136] Van Frassen, B.C. (1970) *An Introduction to the Philosophy of Time and Space*. Random House. New York.
- [137] Wald, R.M. (1984) *General Relativity*. University of Chicago Press. Chicago.
- [138] Winterbourne A.T. (1981) ‘On the Metaphysics of Leibnizian Space and Time’, *Studies in the History and Philosophy of Science*, **13**, pp 201-214.
- [139] Wheeler J.A. (1964) ‘Mach’s principle as boundary condition for Einstein’s equation’, en *Conférence Internationale sur les théories relativistes de la gravitation*. pp 223-232. Gauthier-Villars. Paris.
- [140] Zanstra, H. (1928) ‘A study of relative motion in connection with classical mechanics’, *Physical Review*, **23**, pp 528-545.