

## ***Capítulo 10:***

***Selección de condiciones robustas:***

***Errores a evitar***



## ***10 Selección de condiciones robustas: Errores a evitar***

En este capítulo vamos a presentar dos métodos utilizados habitualmente para seleccionar las condiciones en los factores de control, robustas al efecto de los factores ruido. Estas condiciones no tienen porqué ser las condiciones definitivas que seleccione el experimentador ya que se han de tener en cuenta otros criterios como el de la localización de la respuesta o el coste (ver Jones (1990) y Grima (1993) para estrategias de selección teniendo en cuenta más de un criterio).

Hemos comprobado que los métodos que aquí presentamos se utilizan con frecuencia de forma inadecuada pudiendo llevar a una interpretación errónea del problema y en particular a una selección de condiciones no robustas.

Para plasmar estas situaciones a evitar, vamos a presentar diversos escenarios a través de ejemplos. Con ellos pretendemos reflejar de una manera muy intuitiva las estrategias habituales de selección, los errores que se pueden llegar a cometer y las pautas que se debieran seguir para evitar los errores.

### **10.1 Modelos para estudiar el efecto de los factores ruido**

A lo largo de esta tesis hemos presentado dos maneras de abordar el estudio del efecto de los factores ruido en la respuesta.

En una de ellas se partía de un diseño en forma de matriz producto y se lograba un modelo que aproximaba la variabilidad de la respuesta en las condiciones de los factores de control debida a factores ruido. Con estas métricas resumen se tenía un modelo para  $\sigma^2(Y)$  u otra métrica equivalente. Además, si la matriz se reordenaba presentándose como una matriz ampliada, se podía obtener un modelo para la respuesta  $Y$  en función de los factores de control y ruido.

La segunda manera de abordar el estudio partía de un diseño factorial en los factores de control y ruido que no podía presentarse como matriz producto. Con este diseño se obtenía una estimación del modelo para la respuesta  $Y$  en función de los factores de control y ruido.

Por último, apoyándose en cualesquiera de los modelos para  $Y$  se podían deducir modelos para  $\sigma^2(Y)$ , que denominábamos aproximaciones por métricas no-resumen.

Si los diseños de partida son diseños factoriales a 2 niveles en los factores de control, los modelos por métricas resumen para  $\sigma^2(Y)$  no contienen los términos cuadráticos puros que contienen los obtenidos por métricas no-resumen.

En la práctica, el modelo que se obtiene para  $\sigma^2(Y)$  a partir de métricas no-resumen suele ser utilizado para estudiar el comportamiento de la variabilidad en las condiciones experimentales, condiciones que cumplen  $X_i^2 = 1$ , por lo que el modelo se simplifica en sus términos cuadráticos puros pasando a tener la misma estructura que el que se obtiene a partir de métrica resumen.

Si suponemos que la única fuente de variación no aleatoria es la debida a los factores ruido a estudio, que el modelo para la respuesta  $Y$  recoge completamente la influencia de los factores ruido y que en la aproximación por métricas no-resumen se ha forzado la condición  $X_i^2 = 1$ , las dos aproximaciones a  $\sigma^2(Y)$  son iguales (salvo problemas de variación muestral).

Por lo tanto tenemos 2 tipos de modelos para estudiar la transmisión del efecto de los factores ruido en la respuesta: modelo para la respuesta  $Y$  en función de los factores de control y ruido y modelo para la variabilidad  $\sigma^2(Y)$  en función de los factores de control.

Los dos métodos que presentamos para seleccionar las condiciones robustas dependen del modelo utilizado en el estudio (salvo transformación de la respuesta):

- Modelo para la localización:  $Y$ . Las condiciones robustas se seleccionan a partir de un estudio gráfico de los efectos significativos que incluyan interacciones entre factores ruido y factores de control. El objetivo es seleccionar las condiciones de los factores de control que minimice el efecto de los factores ruido.
- Modelo para la variabilidad:  $\sigma^2(Y)$ . Las condiciones robustas se seleccionan a partir de un estudio gráfico de los efectos significativos. El objetivo es seleccionar las condiciones de los factores de control que minimice la respuesta.

Partiendo de un único modelo para  $\sigma^2(Y)$ , representado por un polinomio sin términos cuadráticos puros, veremos que siguiendo las pautas habituales de selección de condiciones robustas propias de cada método, es fácil caer en los siguientes errores:

- Selección incorrecta de condiciones robustas;
- Interpretación incorrecta del comportamiento de  $\sigma^2(Y)$ ;

- Selección de una estrategia incorrecta de experimentación secuencial.

Para plasmar estas ideas que acabamos de mencionar, vamos a asumir un modelo general para la respuesta  $Y$  en función de los factores de control  $X_i$  y de los factores ruido  $Z_l$  del tipo:

$$Y = \mu + \sum_{l=1}^r \theta_l Z_l + \sum_{i=1}^k \sum_{l=1}^r \delta_{il} X_i Z_l + \sum_{l \neq l^*}^r \theta_{ll^*} Z_l Z_{l^*} + \varepsilon \quad (10.1)$$

$i = 1, \dots, k \quad l, l^* = 1, \dots, r \quad \varepsilon - iid -> N(0, \sigma)$

Con el fin de llegar a unas pautas generales sobre “maneras de obrar” para seleccionar las condiciones robustas en este tipo de modelos vamos a analizar 3 situaciones:

- La selección de condiciones robustas cuando se tiene un único factor ruido interaccionando con un único factor de control;
- La selección de condiciones robustas cuando se tiene un único factor ruido interaccionando con más de un factor de control;
- La selección de condiciones robustas cuando se tiene más de un factor ruido interaccionando con uno o más de factores de control.

La estructura de los apartados que se presentan a continuación será similar: Partiendo de un modelo de partida para la relación entre la respuesta  $Y$  con los factores de control y ruido, se presentarán las condiciones robustas a las que se llega por los dos métodos así como las condiciones robustas teóricas.

Para seleccionar las condiciones robustas se presentarán los siguientes gráficos:

- Modelo para la localización de  $Y$ : Gráficos de interacciones entre factores de control y factores ruido;
- Modelo aproximado para la variabilidad: Gráfico de los efectos significativos sobre la respuesta;
- Modelo teórico para la variabilidad.

En todos los ejemplos seleccionados existen condiciones teóricas robustas entendiendo como tales las condiciones donde se minimiza el efecto de los factores ruido.

## 10.2 Selección de condiciones robustas con $r = 1$ y $k = 1$

En la primera situación que presentamos la respuesta  $Y$  depende de un único factor de control,  $A$ , y un único factor ruido,  $T$ . Nos interesa seleccionar las condiciones del factor  $A$  que hacen a  $Y$  robusta ante el efecto del factor ruido  $T$ . Hemos seleccionado 4 modelos para la respuesta  $Y$  donde la magnitud relativa del coeficiente del efecto principal del factor  $T$  respecto a la interacción de este factor con el factor  $A$  varía.

En la Figura 10.1 se encuentran los gráficos que se obtendrían previamente a la selección de las condiciones robustas dependiendo de si el método de análisis se apoya en el modelo para  $Y$  (en cuyo caso se estudia la interacción  $AT$ ) o en el modelo que aproxima  $\sigma^2(Y)$  (en cuyo caso se estudia el efecto de  $A$  sobre esta respuesta). Un resumen de los resultados principales sobre las condiciones robustas que aportan cada método se encuentra en la Tabla 10.1.

Tabla 10.1 Descripción de los ejemplos estudiados para  $k = 1$  y  $r = 1$

Modelo $Y$	Superficie teórica $\sigma^2(Y)$	Estudio a partir del modelo para $Y$	Estudio a partir del la aproximación a $\sigma^2(Y)$ sin términos cuadráticos puros
$Y = AT$	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en $A(0)$	El efecto de $T$ depende de $A$ pero no se detectan condiciones robustas Plan secuencial: situación intermedia entre $A(-1)$ y $A(+1)$	No se detecta el efecto de $A$ ni las condiciones robustas  Plan secuencial: No experimentar con $A$
$Y = T + 2 AT$	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en $A(-1/2)$	Condición robusta: $A(-1)$ . Plan secuencial: situación intermedia entre $A(-1)$ y $A(+1)$	Condición robusta: $A(-1)$ Plan secuencial: Disminuir $A$ más allá de $A(-1)$
$Y = T + AT$	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en $A(-1)$	Condición robusta: $A(-1)$ Plan secuencial: Permanecer en $A(-1)$	Condición robusta: $A(-1)$ Plan secuencial: Disminuir $A$ más allá de $A(-1)$
$Y = 2T + AT$	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en $A(-2)$	Condición robusta: $A(-1)$ . Plan secuencial: Disminuir $A$ más allá de $A(-1)$	Condición robusta: $A(-1)$ Plan secuencial: Disminuir $A$ más allá de $A(-1)$

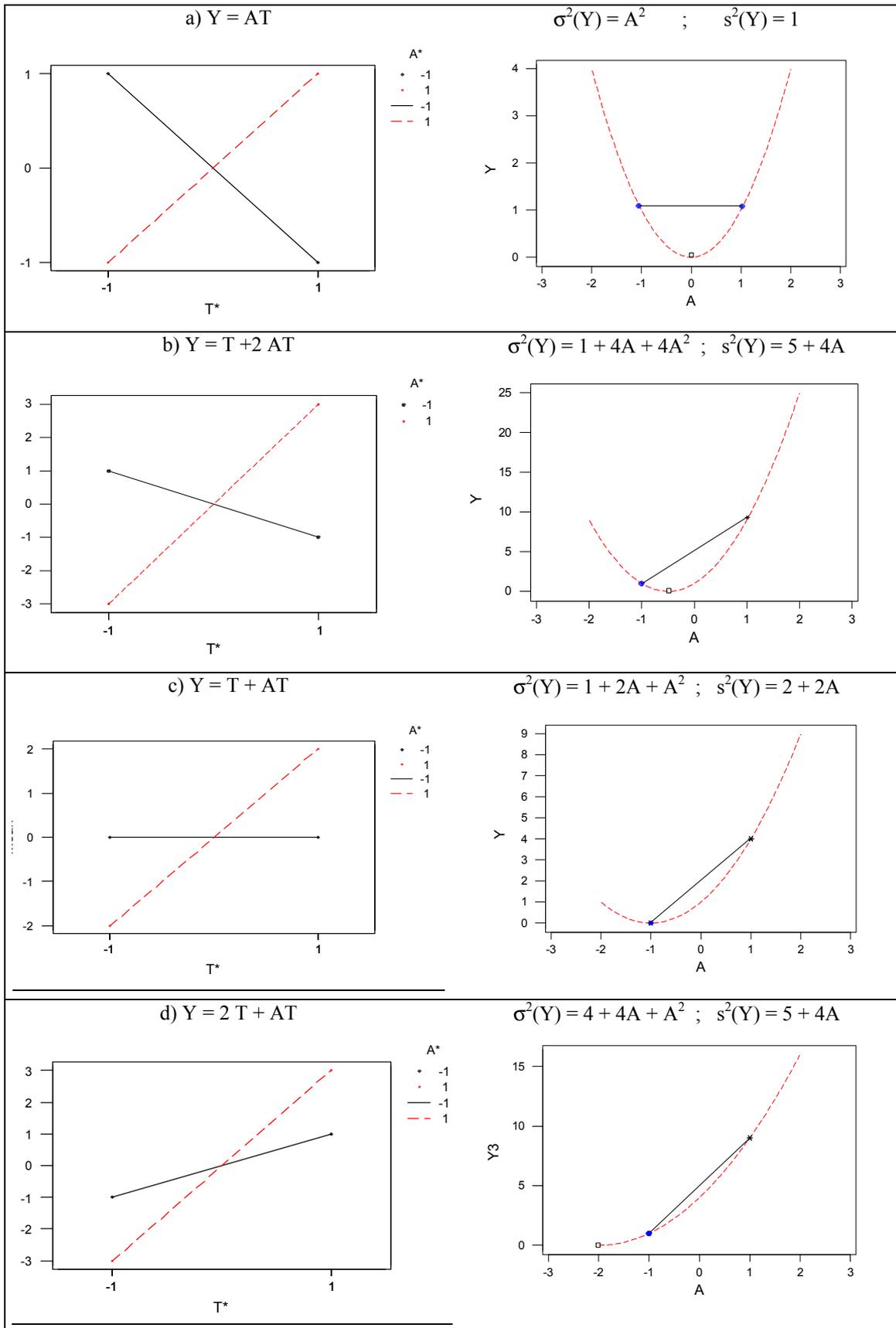


Figura 10.1 Izqda.: Interacción AT para los distintos modelos de Y. Dcha.: En trazo continuo la aproximación a  $\sigma^2(Y)$  y en trazo discontinuo la superficie teórica  $\sigma^2(Y)$  (los pto. redondo y cuadrado representan a la c. robusta elegida y la condición teórica)

Algunas de las conclusiones que se pueden extraer de estos ejemplos y que pueden ser aplicadas a problemas con la misma estructura son:

- El conocimiento que se obtiene del efecto del factor ruido  $T$  en la respuesta es mayor cuando se trabaja con el modelo para  $Y$  que con el modelo aproximado a  $\sigma^2(Y)$  aunque en ninguno de los casos se logra identificar la superficie cuadrática;
- Cuando la condición robusta teórica coincide con una de las condiciones experimentales, los dos métodos seleccionan esta condición. Ahora bien, si la condición robusta teórica no coincide con una de las condiciones experimentales los dos métodos seleccionan como condición robusta la condición experimental que mejor se comporta resultando ser la más próxima a la teórica;
- En caso de seguir un plan de experimentación secuencial, el método que se apoya en el modelo para  $Y$  permite seleccionar de forma adecuada una dirección de experimentación para el factor  $A$ ; en cambio el método que parte del modelo aproximado de  $\sigma^2(Y)$  fácilmente selecciona estrategias incorrectas, tal y como se puede ver en los casos mostrados en la Figura 10.1:
  - En el caso a), al no detectarse diferencias en el valor de  $\sigma^2(Y)$  entre  $A(-1)$  y  $A(+1)$  no se detecta oportunidades de mejora y por consiguiente tendencias y se optaría por no experimentar en otras condiciones de  $A$ ;
  - En los casos b) y c) las aproximaciones a  $\sigma^2(Y)$  discriminan bien entre  $A(-1)$  y  $A(+1)$  pero interpretan erróneamente la superficie no detectando la curvatura; en consecuencia se tiende a seguir por un camino equivocado reduciendo el nivel de  $A$ , cuando lo correcto sería probar en valores intermedios;
  - Por último, cuando la condición robusta teórica está suficientemente alejada como en el caso d) la tendencia a reducir el nivel de  $A$  para disminuir  $\sigma^2(Y)$  es acertada.

Todos estos problemas se derivan de no haber incluido los términos cuadráticos en el modelo para  $\sigma^2(Y)$  bien por no haber podido estimarlos (caso de la aproximación por métricas resumen) o bien por haber simplificado el modelo tomando  $X_i^2 = 1$  (caso de la aproximación por métricas no-resumen). Por lo tanto si se va a estudiar el efecto del factor ruido a partir de un modelo que aproxime  $\sigma^2(Y)$ , se recomienda utilizar siempre que se pueda aproximaciones de segundo orden y no restringir el estudio sólo a las condiciones experimentales.

### 10.3 Selección de condiciones robustas con $r = 1$ y $k = 2$ . Generalización para $r = 1$

En este segundo escenario, la respuesta  $Y$  depende de 2 factores de control, A y B, y 1 factor ruido, T. Nos interesa seleccionar las condiciones de los factores A y B que hacen a  $Y$  robusta ante el efecto del factor ruido T y en un segundo término planificar la dirección a tomar para los siguientes experimentos.

Hemos seleccionado 5 modelos para la respuesta  $Y$  donde la magnitud relativa del coeficiente del efecto principal del factor T respecto a las interacciones de este factor con los factores A y B varía de tal forma que las condiciones robustas quedan más o menos cercanas a la zona experimental.

Ahora veremos que al trabajar con el modelo para  $Y$ , los gráficos de interacciones AT y BT no tienen por qué recoger de una forma “completa” la transmisión del efecto de T a la respuesta, por lo que son menos eficaces que en el apartado anterior.

En la Figura 10.2 se encuentran los gráficos que se obtendrían previamente a la selección de las condiciones robustas dependiendo de si el método de análisis se apoya en el modelo para  $Y$  (en cuyo caso se estudia la interacción AT y BT por un parte, y el cubo representando a la interacción ABT por otro) o en el modelo que aproxima  $\sigma^2(Y)$  sin términos cuadráticos puros (en cuyo caso se estudia el efecto de los factores A y B sobre esta respuesta).

En el mismo gráfico en el que se representa los efectos sobre la aproximación a  $\sigma^2(Y)$  se ha representado con líneas discontinuas la superficie teórica  $\sigma^2(Y)$  para un rango de valores entre (-2, 2) de B y tres valores para A: -1, 0 y 1 (se ha añadido el valor “0” a título informativo y por contener el centro de la experimentación).

Por último, se ha representado en el espacio de los factores de control A y B la zona de mínima varianza, o de condiciones robustas teóricas, y las condiciones robustas que se seleccionarían en la práctica cuando se restringe el estudio a las condiciones experimentales.

La Tabla 10.2 contiene información de los modelos seleccionados, la localización de los gráficos característicos asociados a cada modelo, así como un resumen de los resultados principales sobre las condiciones robustas que aporta cada método.

Tabla 10.2 Descripción de los ejemplos estudiados para  $k = 2$  y  $r = 1$

Modelo Y	Superficie teórica $\sigma^2(Y)$	Estudio a partir del modelo para Y Interacciones AT y BT frente al cubo ABT	Estudio a partir del la aproximación a $\sigma^2(Y)$ sin términos cuadráticos puros
<b>Y = AT+BT</b> (Figura 10.2)	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en:  $A + B = 0$  Incluye A(-) B(+) y A(+) B(-)	Condiciones robustas:  AT y BT: No se detectan  ABT: A(-) B(+) y A(+) B(-)	Condiciones robustas:  A(-) B(+) y A(+) B(-)
<b>Y = T+AT+BT</b> (Figura 10.3)	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en:  $A + B + 1 = 0$	Condiciones robustas:  AT y BT: A(-) B(-)  ABT: A(-) B(-), A(+) B(-) y A(-) B(+)	Condiciones robustas:  A(-) B(-), A(+) B(-) y A(-) B(+)
<b>Y= 2T+AT+3BT</b> (Figura 10.4)	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en:  $A + 3B + 2 = 0$  Incluye A(+) B(-)	Condiciones robustas:  AT y BT: A(-) B(-)  ABT: A(+) B(-)	Condiciones robustas:  A(+) B(-)
<b>Y= 2T+AT+BT</b> (Figura 10.5)	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en:  $A + B + 2 = 0$  Incluye A(-) B(-)	Condiciones robustas:  AT y BT: A(-) B(-)  ABT: A(-) B(-)	Condiciones robustas:  A(-) B(-)
<b>Y=15T+6AT+BT</b> (Figura 10.6)	$\sigma^2(Y)$ cuadrática con mínimo en:  $6A + B + 15 = 0$	Condiciones robustas:  AT y BT: A(-) B(-)  ABT: A(-) B(-)	Condiciones robustas:  A(-) B(-)

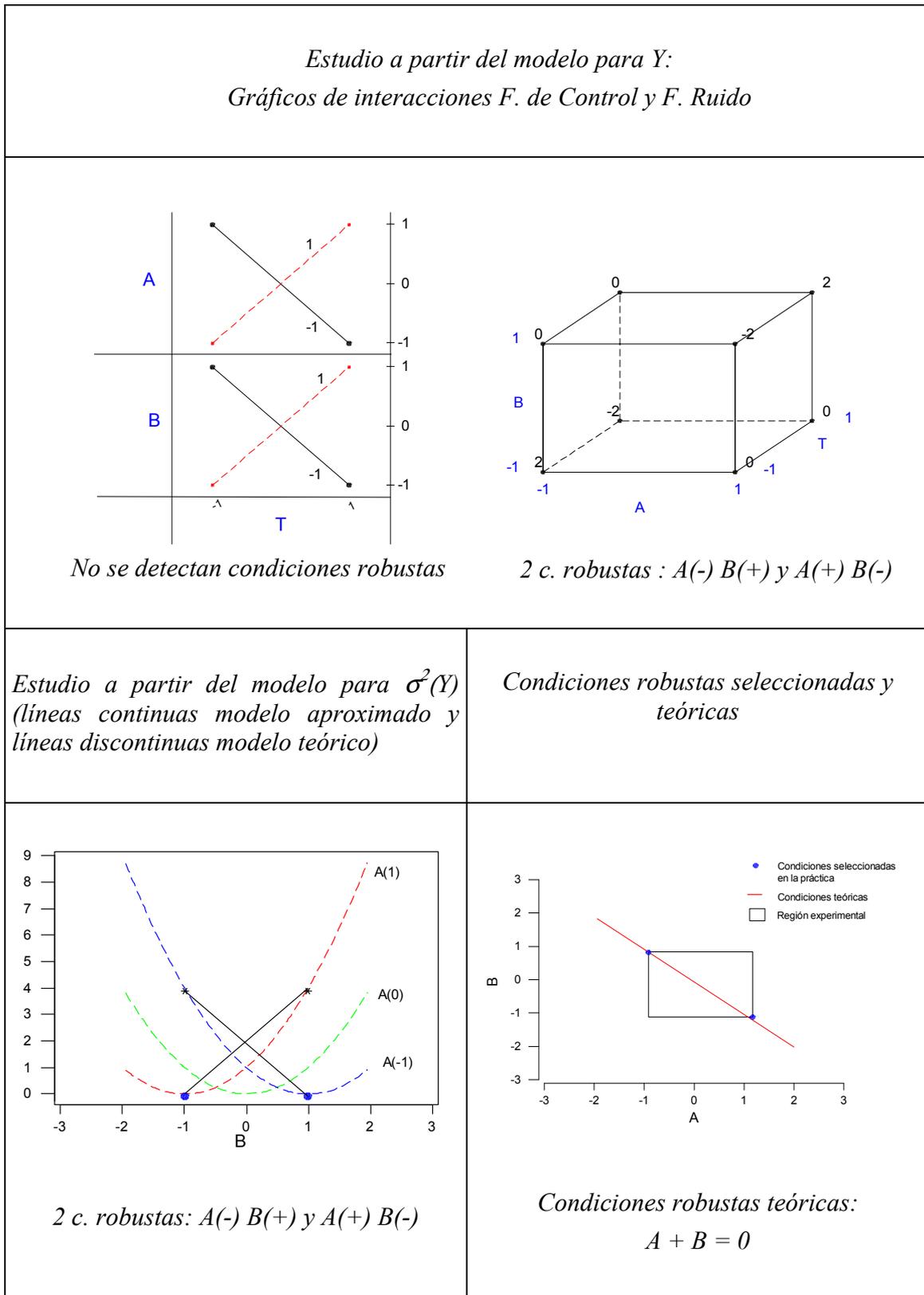


Figura 10.2 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y=AT+BT$

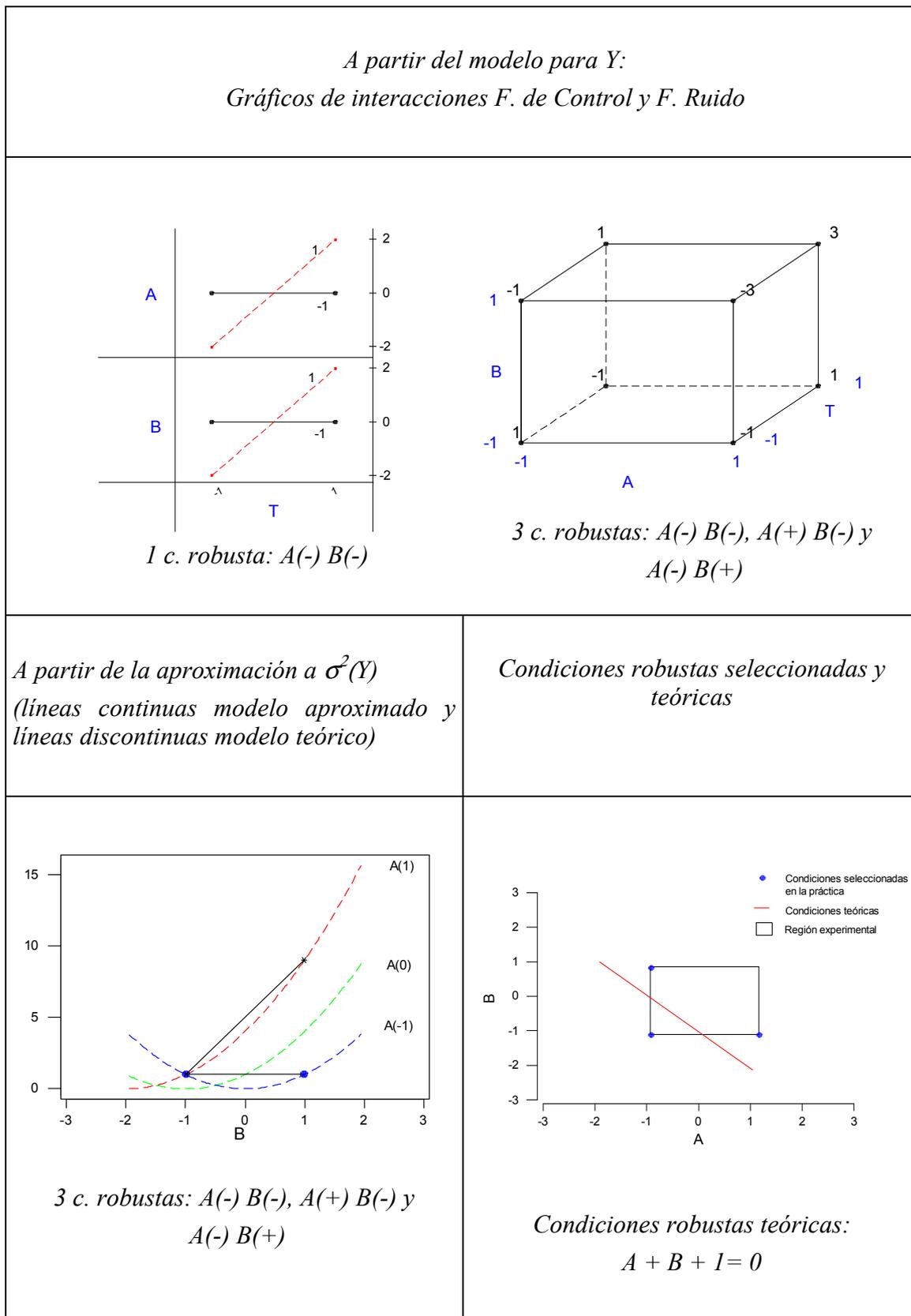


Figura 10.3 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y=T+AT+BT$

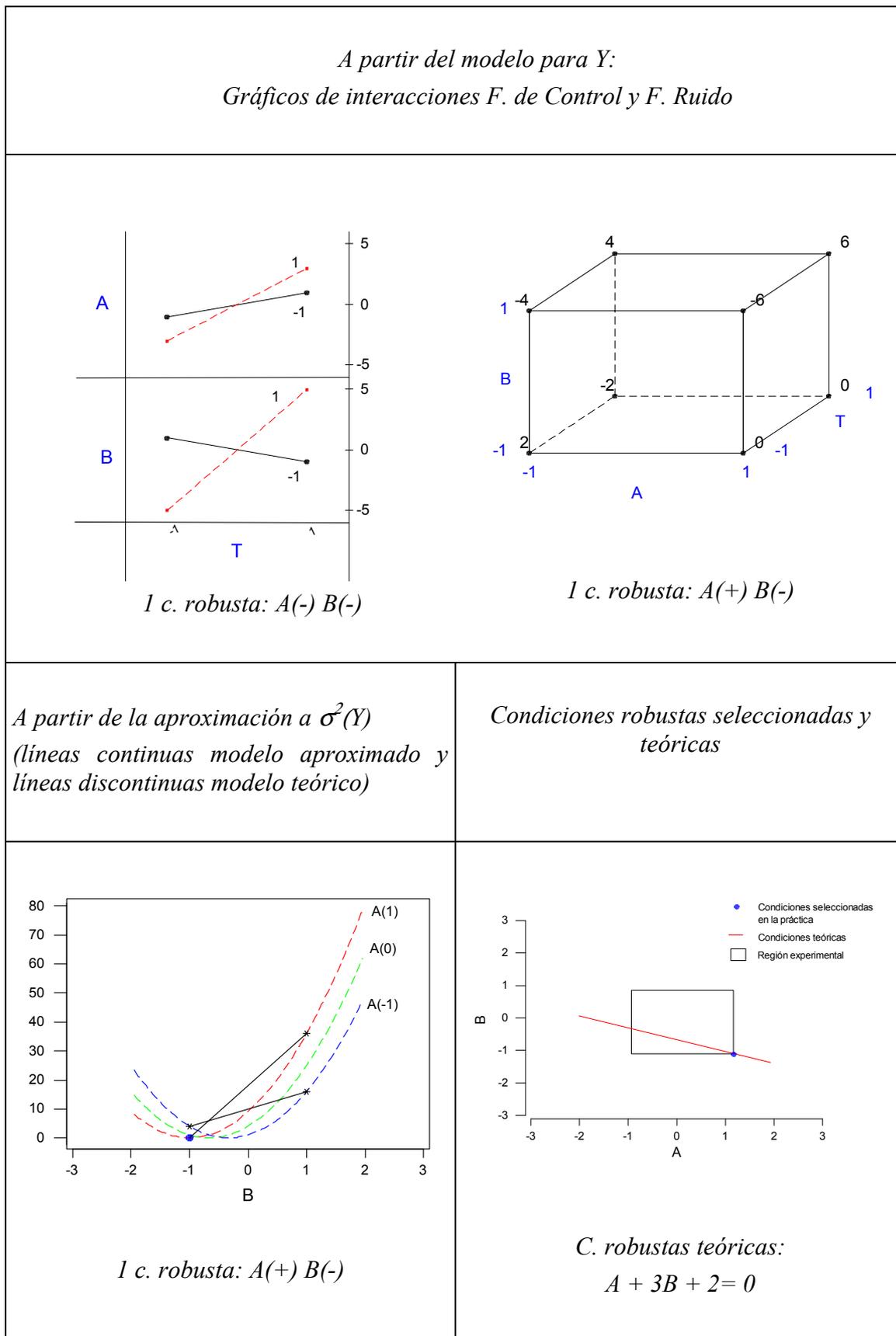


Figura 10.4 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y=2T+AT+3BT$

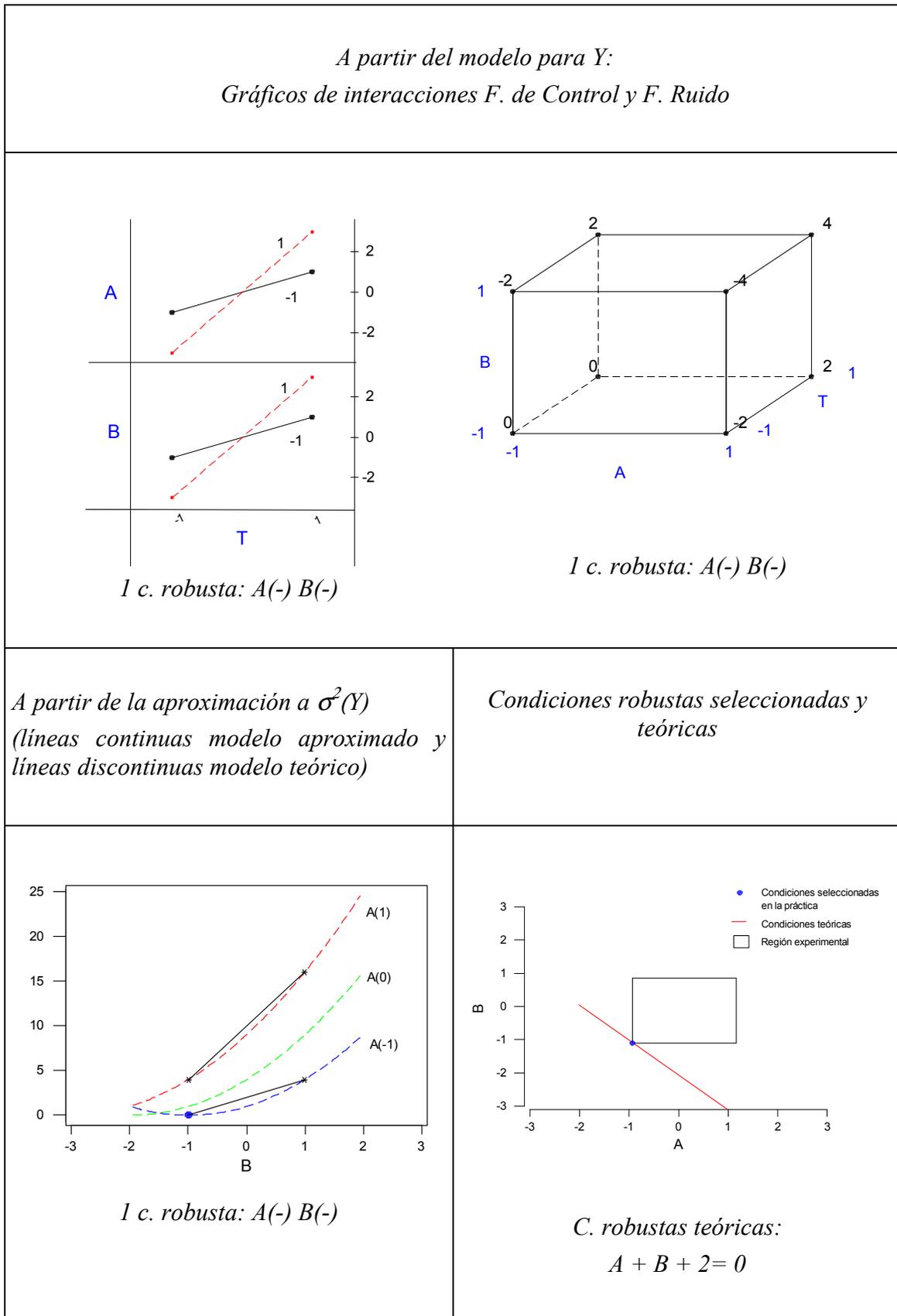


Figura 10.5 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = 2T + AT + BT$

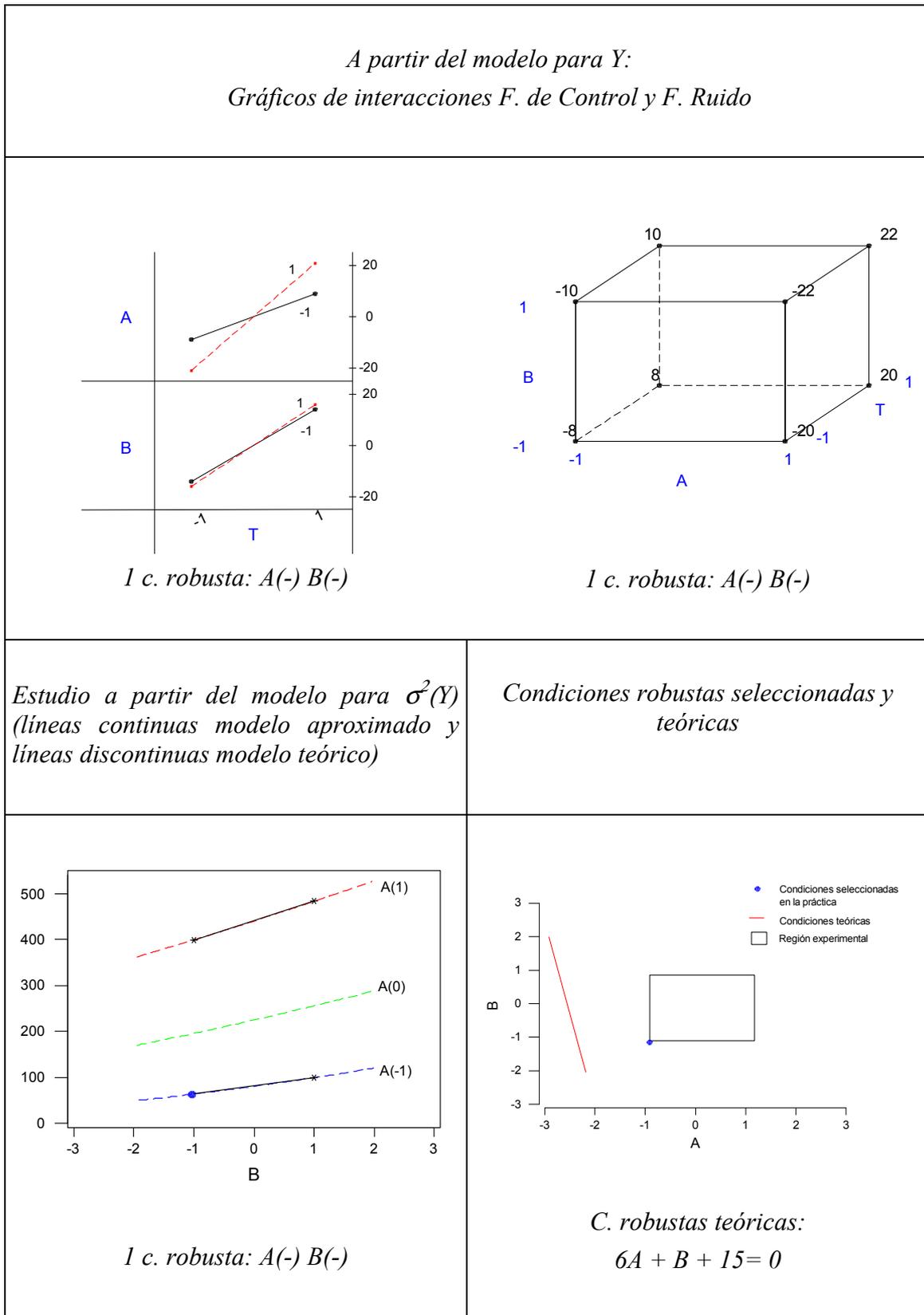


Figura 10.6 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = 15 T + 6 AT + BT$

El comportamiento observado en estos ejemplos se puede extender a aquellos casos donde el modelo para la respuesta de interés  $Y$  contiene más de una interacción de un único factor ruido con varios factores de control. En estos casos las conclusiones a las que hemos llegado son las siguientes.

- El método basado en el modelo para  $Y$  proporciona un mayor conocimiento del efecto del factor ruido  $T$  en la respuesta que el método basado en  $\sigma^2(Y)$ , sin embargo es más sencillo seleccionar las condiciones robustas con este último método;
- Cuando la zona de mínima varianza teórica incluye condiciones experimentales, los dos métodos seleccionan estas condiciones como condiciones robustas. Si no es así, los dos métodos seleccionan como condiciones robustas las condiciones experimentales más próximas a la zona de mínima varianza;
- Cuando la región de mínima varianza está próxima, tanto los gráficos de interacciones obtenidos a partir del modelo de  $Y$  como los gráficos de efectos obtenidos a partir del modelo aproximado a  $\sigma^2(Y)$  resultan muy poco útiles a la hora de planificar los experimentos a realizar en una segunda etapa;
- Cuando la región de mínima varianza está alejada,  $\sigma^2(Y)$  se aproxima a un plano (no existe el efecto de interacción) y en tal caso se puede establecer un plan de experimentación secuencial. Además este método es más sencillo que el que se apoya en el modelo para  $Y$  de cara a este objetivo;
- Si el estudio se realiza a partir de un modelo para  $Y$ :
  - Se recomienda utilizar un único gráfico conteniendo al factor ruido y a todos los factores de control que interaccionan con él;
  - Si se realiza un gráfico para cada interacción entre el factor ruido y los factores de control se pueden cometer errores similares a los presentados en este apartado: No detección de condiciones robustas (Figura 10.2), detección de sólo parte de las condiciones robustas (ver Figura 10.3) o selección de una condición que no es robusta (ver Figura 10.4);
  - Si la zona de mínima varianza pasa por el centro de la zona experimental, estos modelos no detectan condiciones robustas;
  - Si se deduce un modelo para  $\sigma^2(Y)$  a partir del modelo para  $Y$  sin imponer la restricción  $X_i^2 = 1$  que sólo la cumplen las condiciones experimentales, se logra un modelo válido en una zona más amplia que la limitada a las condiciones experimentales y que permite entender mejor la transmisión de la variabilidad globalmente. En este caso no ocurre lo comentado en el anterior punto;

- Si el estudio se realiza a partir de un modelo para  $\sigma^2(Y)$ :
  - La selección de las condiciones robustas se realiza directamente de los gráficos de los efectos realizando un gráfico para cada grupo de factores que tienen efectos comunes;
  - Si la aproximación se ha obtenido por métricas resumen partiendo de diseños factoriales en los factores de control, no se podrán estimar los términos cuadráticos puros por lo que no se podrá conocer el comportamiento de la variabilidad más allá de las condiciones experimentales. Si la zona de mínima varianza está centrada en la región experimental con este modelo no se detectan condiciones robustas.

## 10.4 Selección de condiciones robustas con varios factores ruido

Cuando tenemos varios factores ruido que afectan a la respuesta  $Y$  y estos factores a su vez interaccionan con varios factores de control, la variabilidad que se observa en  $Y$  desde el espacio generado por los factores de control se debe a la acción conjunta de estos factores ruido y por lo tanto no se debe de hacer un análisis por separado para cada factor ruido sino un análisis global.

Por lo tanto, a la hora de seleccionar las condiciones robustas hay que tener en cuenta, además de los aspectos mencionados en el apartado anterior para un factor ruido, el hecho de que las condiciones robustas para cada factor ruido, o condiciones individuales, no tienen porqué corresponder con las condiciones robustas globales.

Vamos a mostrar a partir de ejemplos que esta nueva situación puede pasar desapercibida para el experimentador si a la hora de seleccionar las condiciones robustas se utiliza el método basado en el modelo para  $Y$  y no se trata de una manera adecuada los gráficos de interacciones entre factores ruido y factores de control.

Para mostrar estas ideas hemos seleccionado 5 casos con modelos que relacionan la respuesta  $Y$  con 2 factores de control, A y B, y 2 factores ruido, T y R.

Como en los apartados anteriores, seleccionaremos las condiciones robustas a partir de un modelo para  $Y$  o a partir del modelo para  $\sigma^2(Y)$  (modelo aproximado por un polinomio sin términos cuadráticos puros). También compararemos las condiciones robustas seleccionadas con las teóricas.

La Tabla 10.3 contiene información de los modelos seleccionados, la localización de los gráficos característicos asociados a cada modelo, así como un resumen de los resultados principales sobre las condiciones robustas que aporta cada método.

Tabla 10.3 Descripción de los ejemplos estudiados para  $k = 2$  y  $r = 2$

Modelo para Y	Estudio del modelo para Y: Robustez ante T y R por separado y conjuntamente	Aproximación de 1 <sup>er</sup> orden a la superficie $\sigma^2(Y)$	Superficie teórica $\sigma^2(Y)$
$Y = TA + TB$ $+RA - RB$ (Figura 10.7)	Condiciones robustas: T: $A(-) B(+)$ y $A(+) B(-)$ R: $A(-) B(-)$ y $A(+) B(+)$ T y R: no hay diferencias	No hay condiciones robustas	<i>C. robustas:</i> $A(0) B(0)$
$Y = TA + TB$ $+2R + RA + RB$ (Figura 10.8)	Condiciones robustas: T: $A(-) B(+)$ y $A(+) B(-)$ R: $A(-) B(-)$ T y R: $A(-) B(+)$ , $A(+) B(-)$ y $A(-) B(-)$	Condiciones robustas: $A(-) B(+)$ , $A(+) B(-)$ y $A(-) B(-)$	<i>C. robustas:</i> Recta: $A + B + 1 = 0$
$Y = TA + TB$ $+2R - RA + RB$ (Figura 10.9)	Condiciones robustas: T: $A(-) B(+)$ y $A(+) B(-)$ R: $A(+) B(-)$ T y R: $A(+) B(-)$	Condiciones robustas: $A(+) B(-)$	Condiciones robustas: $A(+) B(-)$
$Y = 2T + TA - TB$ $+2R - RA + RB$ (Figura 10.10)	Condiciones robustas: T: $A(-) B(+)$ R: $A(+) B(-)$ T y R: $A(+) B(+)$ y $A(-) B(-)$	Condiciones robustas: $A(+) B(+)$ y $A(-) B(-)$	<i>C. robustas:</i> Recta: $A - B = 0$
$Y = 2T + TA - TB$ $+2R - RA + RB$ (Figura 10.11)	Condiciones robustas: T: $A(-) B(-)$ R: $A(-) B(-)$ T y R: $A(-) B(-)$	<i>C. robustas:</i> $A(-) B(-)$	<i>C. robustas:</i> $A(-2) B(-1)$

Los gráficos que se incluyen son similares a los tratados en el apartado anterior con la salvedad que se ha incorporado un nuevo gráfico que incluye a dos efectos ruido. Los gráficos presentados dependen del modelo de partida:

- Modelo de la respuesta  $Y$ . Primeramente se muestran las interacciones de cada factor ruido con los factores de control: Un solo gráfico, ABT y ABR, para cada factor ruido (tal y como se había sugerido en el apartado anterior). Además se presenta un gráfico que incluye a todos los factores de control y todos los factores ruido, ABTR;
- Modelo de la variabilidad,  $\sigma^2(Y)$ . Se ha representado por una parte los efectos de los factores A y B en el modelo obtenido aproximando la variabilidad con polinomios sin términos cuadráticos puros (en líneas continuas). En el mismo gráfico, y con líneas continuas, el comportamiento teórico de la variabilidad en los niveles para un rango de variación de B entre (-2, 2) y valores (-1), (0) y (1) de A;
- Por último, se ha representado en el espacio de los factores de control las condiciones robustas teóricas y las condiciones experimentales que se seleccionarían en la práctica.

El comportamiento observado en estos ejemplos se puede extender a aquellos casos donde el modelo para la respuesta de interés  $Y$  contiene más de un factor ruido interaccionando con los factores de control. En estos casos, a las conclusiones citadas en el apartado anterior para modelos conteniendo un único factor ruido, habrían que añadir las siguientes recomendaciones:

- Si el estudio se realiza a partir de un modelo para  $Y$ , las condiciones robustas se han de seleccionar a partir de gráficos que incluyan a todos los factores ruido y factores de control con efectos comunes. Si no es así y se estudia por separado cada factor ruido en las condiciones del diseño, pueden ocurrir situaciones similares a las descritas en los ejemplos:
  - No se detectan condiciones robustas globales aunque si existen condiciones robustas individuales (ver Figura 10.7);
  - Las condiciones robustas globales recogen todas las condiciones robustas individuales (ver Figura 10.8);
  - Las condiciones robustas globales recogen sólo las condiciones robustas individuales comunes (ver Figura 10.9 y Figura 10.11);
  - Las condiciones robustas globales son condiciones diferentes a las condiciones robustas individuales (ver Figura 10.10);

Si se trabaja con un modelo que aproxima  $\sigma^2(Y)$  a partir de polinomios sin términos cuadráticos puros, el estudio se ha de hacer igualmente a partir de gráficos que incluyan a todos los factores de control con efectos comunes.

Si se siguen las pautas anteriores, las condiciones seleccionadas como robustas por los dos métodos de análisis son las condiciones “más robustas entre las condiciones donde se ha experimentado” no teniendo porqué coincidir con las condiciones robustas teóricas.

Los dos métodos anteriores se utilizarán para estudiar el comportamiento de la variabilidad en las condiciones experimentales no siendo aconsejable utilizarlos para ampliar el estudio a otros valores sobre todo si la zona de mínima varianza está próxima. Si por ejemplo se utiliza la aproximación a  $\sigma^2(Y)$  para interpretar la superficie en toda la región acotada por las condiciones experimentales se puede caer en errores de interpretación similares a los que se cometen en los ejemplos presentados:

- En la Figura 10.7 no se detecta la existencia de condiciones robustas;
- En la Figura 10.8 se interpreta que manteniendo A(-) da igual el valor en que se sitúe B dentro del rango a estudio ya que la variabilidad se mantendrá constante (hecho, que se puede comprobar a través de la representación teórica, no es cierto);
- En las Figura 10.9 y Figura 10.10 se interpreta que tanto para A(-) como para A(+) si se continua disminuyendo B por debajo de B(-) se logra reducir la variabilidad (sin embargo, teóricamente ocurre todo lo contrario);

Si se deduce un modelo para  $\sigma^2(Y)$  a partir del modelo para  $Y$  sin imponer la restricción  $X_i^2 = 1$  que sólo la cumplen las condiciones experimentales, se logra un modelo válido en una zona más amplia que la limitada a las condiciones experimentales y que permite entender mejor la transmisión de la variabilidad globalmente.

Nota: Si se toma el primer caso presentado en el capítulo 3 se puede encontrar una aplicación de los resultados que se están presentando en este capítulo.

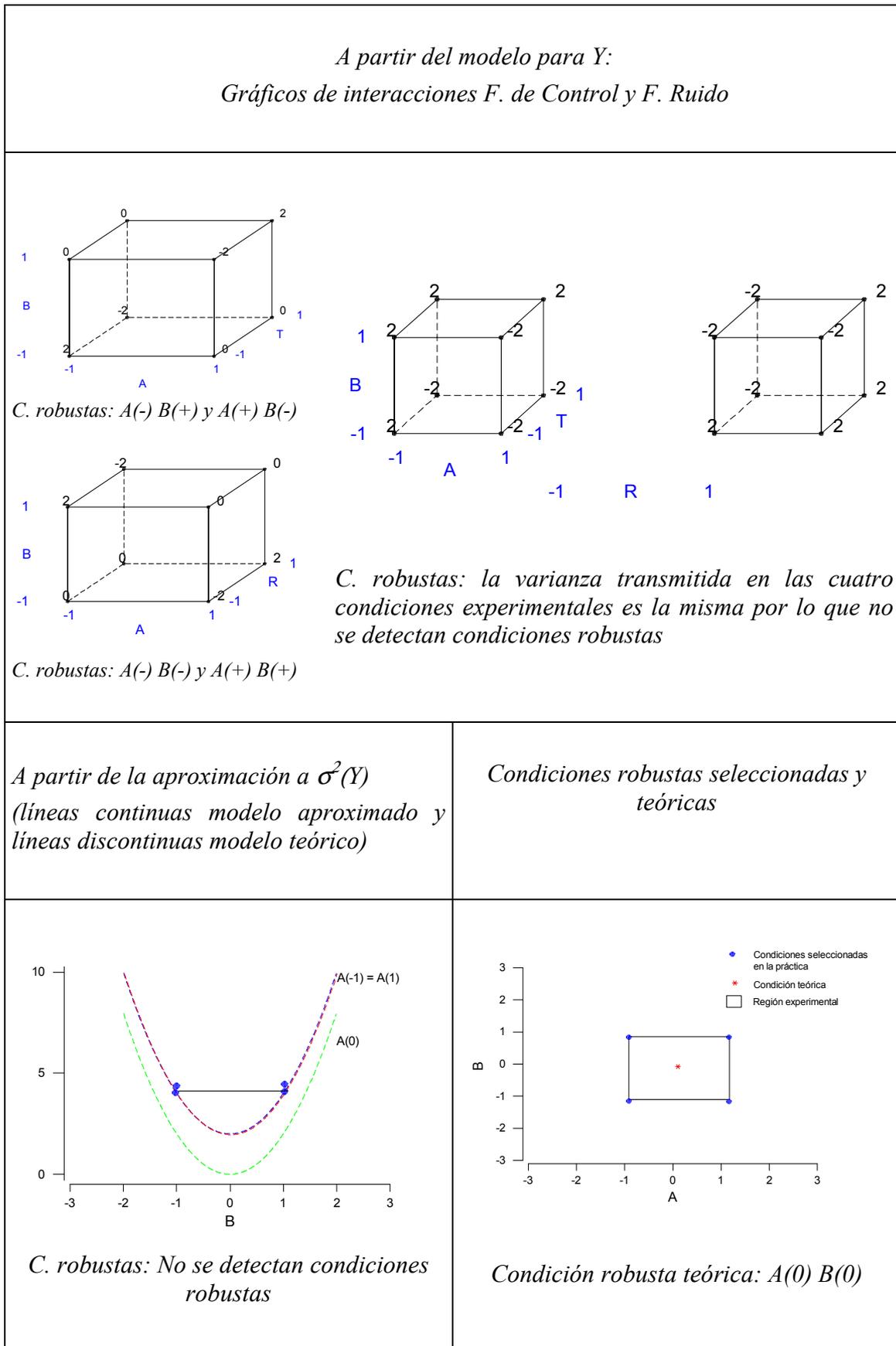


Figura 10.7 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = TA + TB + RA - RB$

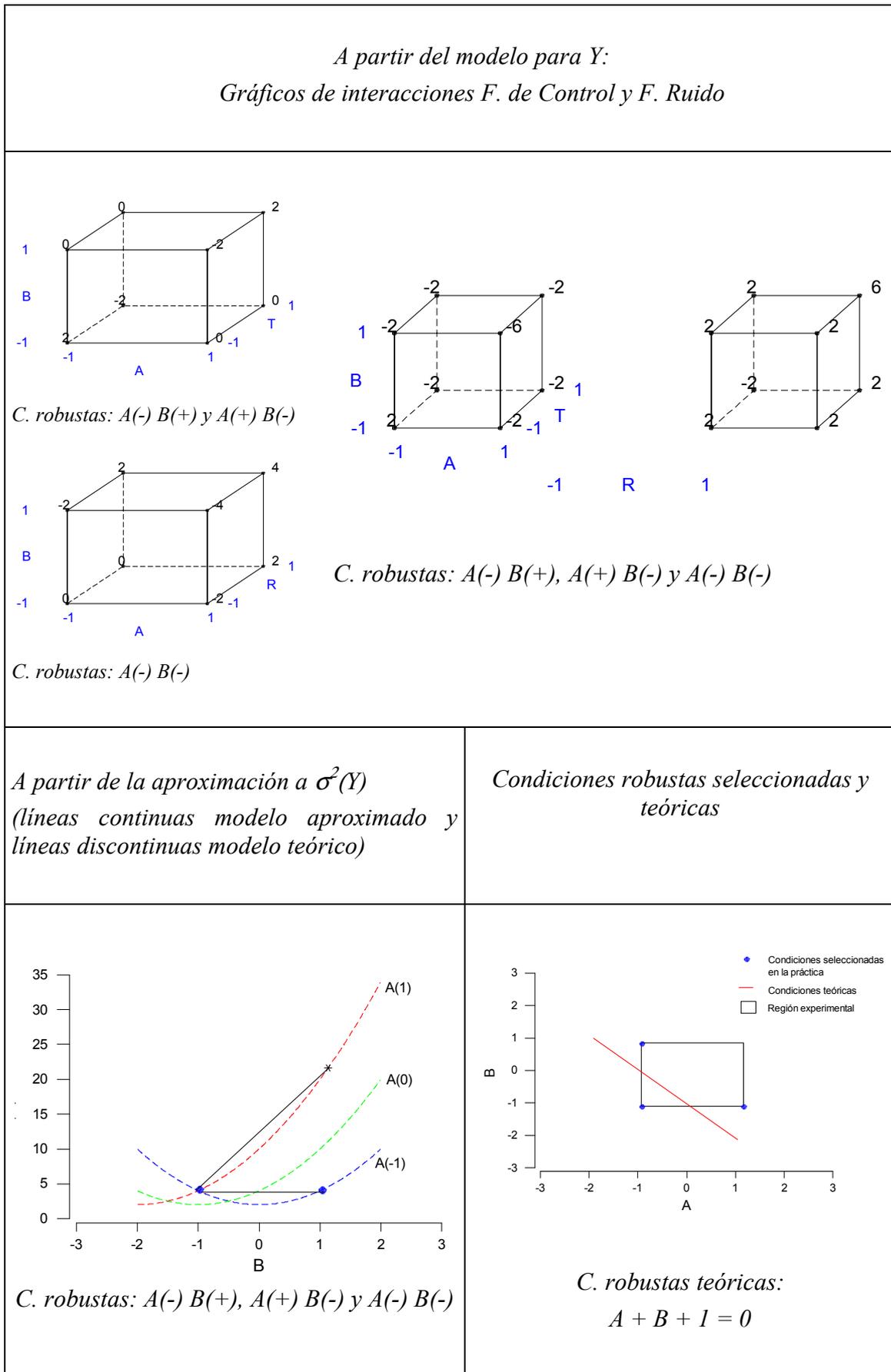


Figura 10.8 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = TA + TB + 2R + RA + RB$

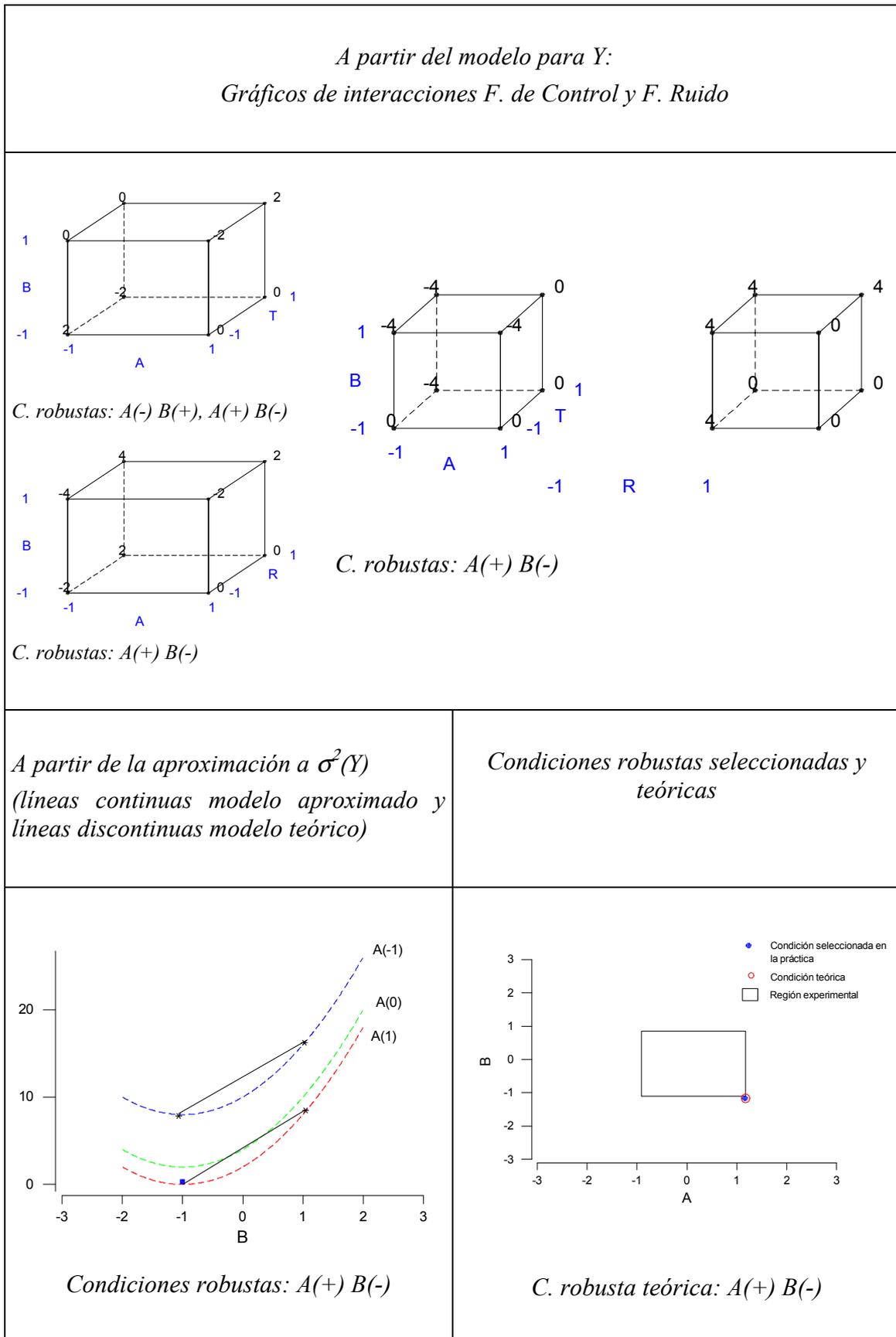


Figura 10.9 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = TA + TB + 2R - RA + RB$

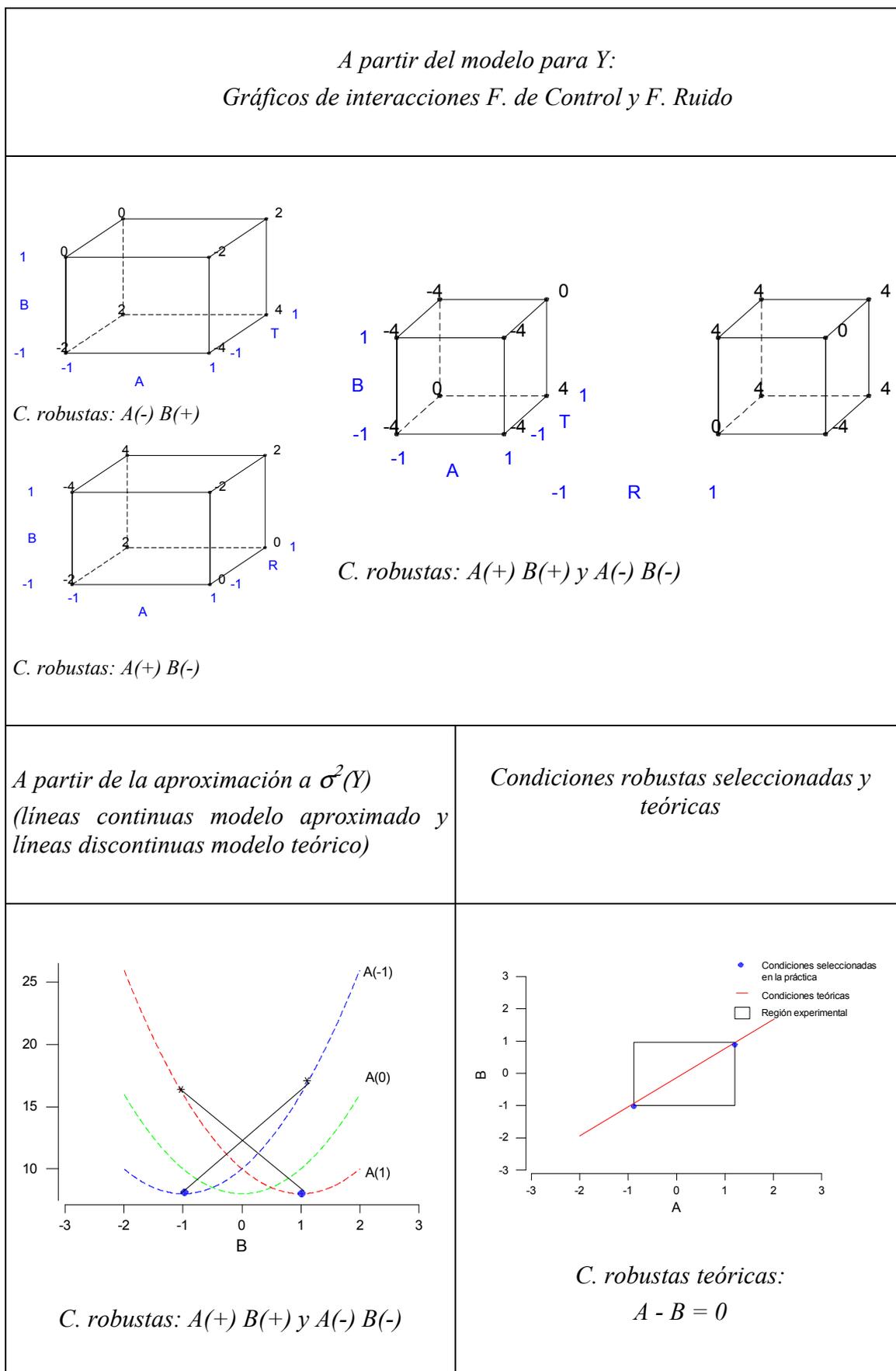


Figura 10.10 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = 2T + TA - TB + 2R - RA + RB$

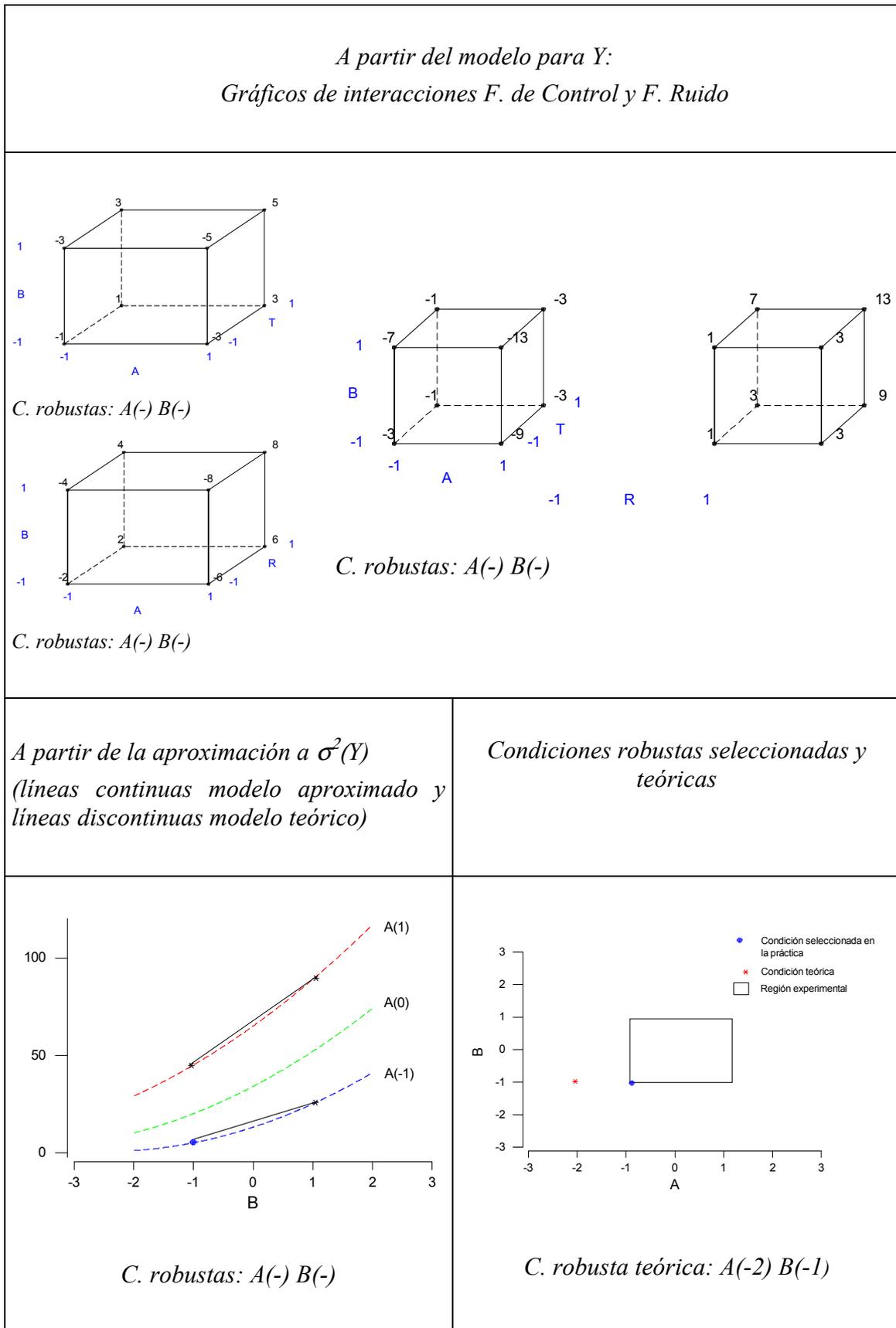


Figura 10.11 Estudio de las condiciones robustas por los dos métodos de análisis y condiciones teóricas. Modelo:  $Y = 3T + TA + TB + 5R + 2RA + RB$

## 10.5 Conclusiones

Hemos detectado que en el análisis de datos experimentales frecuentemente se cometen 2 tipos de errores a la hora de seleccionar condiciones robustas:

- No detección de condiciones robustas cuando en realidad existen;
- Selección incorrecta de condiciones robustas.

El primer tipo de “error” se debe principalmente a que los modelos que se utilizan habitualmente para estudiar la transmisión del efecto de los factores ruido a la respuesta limitan su estudio a las condiciones experimentales. De este modo, cuando la superficie cuadrática asociada a la variabilidad tiene su zona de mínima varianza centrada en la región experimental no se detectan diferencias de comportamiento entre las condiciones experimentales, interpretándose de forma errónea que no hay oportunidades de mejora.

Para corregir este error, si se trabaja con el modelo de la respuesta  $Y$  se puede deducir un modelo de segundo orden completo para  $\sigma^2(Y)$  y en este caso se logrará ampliar el estudio a toda la región experimental.

Si el estudio se realiza a partir de una aproximación directa a  $\sigma^2(Y)$  a partir de métricas resumen, se ha de partir de diseños de segundo orden para obtener un modelo adecuado; si no es así, la aproximación obtenida sólo será válida fuera de las condiciones experimentales si la zona de mínima varianza está alejada de la región experimental, en caso contrario se interpretará erróneamente la superficie.

El segundo tipo de error se debe a que no se tratan de forma adecuada los gráficos de interacciones, afectando este hecho principalmente al estudio de la robustez a partir del modelo para  $Y$ . Existe un convencimiento erróneo muy extendido entre los experimentadores de que sólo hay que realizar un gráfico de una interacción de orden superior, ABT por ejemplo, cuando su efecto surge estadísticamente significativo. Sin embargo hemos mostrado que esta condición no es necesaria, ya que si por ejemplo las interacciones AT y BT son significativas se ha de obtener el gráfico ABT para analizar el comportamiento de los 3 factores. Si esto no se hace así, la selección de condiciones robustas a partir de los gráficos de interacciones entre factores ruido y factores de control puede ser incorrecta.

Además, si hay más de un factor ruido en el estudio, las condiciones robustas a todos los factores ruido, no tienen por qué coincidir con las condiciones robustas individuales para cada factor, por lo que la búsqueda de soluciones globales se ha de llevar a cabo a partir de gráficos que contengan varios factores ruido.

Por ello si partiendo de un modelo para  $Y$  se desea estudiar la relación entre los factores de control y ruido sólo en las condiciones experimentales, recomendamos:

- Para analizar las condiciones robustas a un único factor ruido, hacer un gráfico que contenga a todos los factores de control que interaccionan con él;
- Para analizar las condiciones robustas a varios factores ruido, hacer un gráfico que contenga a los factores ruido y a todos los factores de control en común que interaccionan con ellos, añadiendo un gráfico para cada factor ruido con los factores de control que interacciona, pero no son comunes;
- Si se desea analizar las condiciones robustas a todos los factores ruido se debería de proceder como en el caso anterior.

Si partiendo del modelo para  $Y$  sólo se desea cuantificar la variabilidad sin investigar sobre la relación subyacente, se puede deducir el modelo para  $\sigma^2(Y)$  (modelo en métrica no-resumen) que vale para toda la región experimental. Si sólo se desea comparar el comportamiento de las condiciones experimentales se puede hacer en el anterior modelo  $X_i^2 = 1$ .

En general el método que se apoya en el modelo para  $\sigma^2(Y)$  es más sencillo de utilizar a la hora de seleccionar las condiciones robustas que el método que se apoya en  $Y$ , aunque se pierde la información sobre las fuentes de variación. Si este modelo es obtenido por métricas resumen a partir de diseños que no permiten estimar todos los términos de un polinomio de segundo orden, no se debe utilizar para interpretar la superficie fuera de las condiciones experimentales, sobre todo si hay indicios de falta de ajuste.

