



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

## ESTIMACIÓN BORROSA DEL RIESGO BETA. ANÁLISIS COMPARATIVO

Yanina Laumann

**ADVERTIMENT.** L'accés als continguts d'aquesta tesi doctoral i la seva utilització ha de respectar els drets de la persona autora. Pot ser utilitzada per a consulta o estudi personal, així com en activitats o materials d'investigació i docència en els termes establerts a l'art. 32 del Text Refós de la Llei de Propietat Intel·lectual (RDL 1/1996). Per altres utilitzacions es requereix l'autorització prèvia i expressa de la persona autora. En qualsevol cas, en la utilització dels seus continguts caldrà indicar de forma clara el nom i cognoms de la persona autora i el títol de la tesi doctoral. No s'autoritza la seva reproducció o altres formes d'explotació efectuades amb finalitats de lucre ni la seva comunicació pública des d'un lloc aliè al servei TDX. Tampoc s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant als continguts de la tesi com als seus resums i índexs.

**ADVERTENCIA.** El acceso a los contenidos de esta tesis doctoral y su utilización debe respetar los derechos de la persona autora. Puede ser utilizada para consulta o estudio personal, así como en actividades o materiales de investigación y docencia en los términos establecidos en el art. 32 del Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual (RDL 1/1996). Para otros usos se requiere la autorización previa y expresa de la persona autora. En cualquier caso, en la utilización de sus contenidos se deberá indicar de forma clara el nombre y apellidos de la persona autora y el título de la tesis doctoral. No se autoriza su reproducción u otras formas de explotación efectuadas con fines lucrativos ni su comunicación pública desde un sitio ajeno al servicio TDR. Tampoco se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al contenido de la tesis como a sus resúmenes e índices.

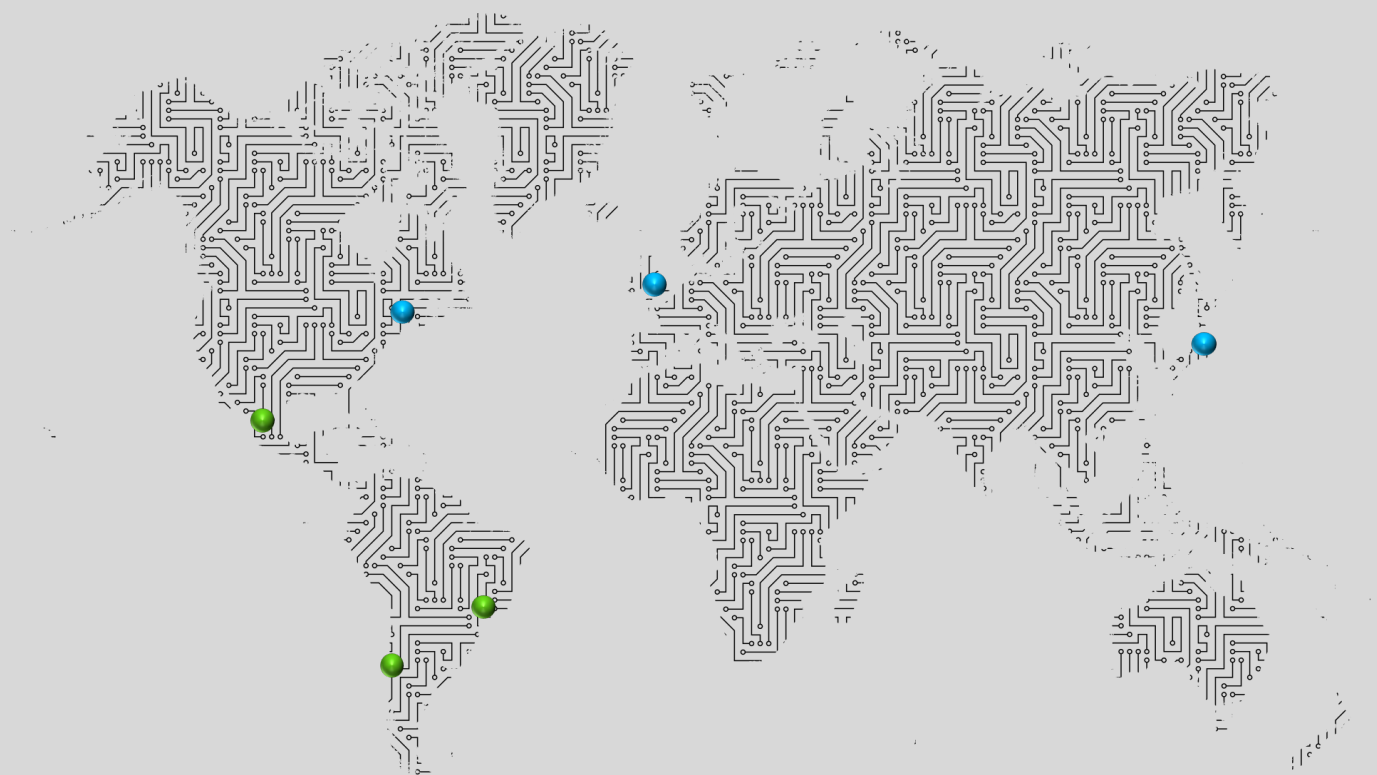
**WARNING.** Access to the contents of this doctoral thesis and its use must respect the rights of the author. It can be used for reference or private study, as well as research and learning activities or materials in the terms established by the 32nd article of the Spanish Consolidated Copyright Act (RDL 1/1996). Express and previous authorization of the author is required for any other uses. In any case, when using its content, full name of the author and title of the thesis must be clearly indicated. Reproduction or other forms of for profit use or public communication from outside TDX service is not allowed. Presentation of its content in a window or frame external to TDX (framing) is not authorized either. These rights affect both the content of the thesis and its abstracts and indexes.



# ESTIMACIÓN BORROSA DEL RIESGO BETA. ANÁLISIS COMPARATIVO

---

Yanina Laumann



TESIS DOCTORAL  
2018







**Yanina Laumann**

**ESTIMACIÓN BORROSA DEL RIESGO BETA.  
ANÁLISIS COMPARATIVO**

Tesis doctoral

Dirigida por el Dr. Antonio Terceño Gómez  
y la Dra. M. Glòria Barberà Mariné

Departamento de Gestión de Empresas



**UNIVERSITAT ROVIRA i VIRGILI**

Reus, 2018





UNIVERSITAT  
ROVIRA I VIRGILI

FAIG CONSTAR que aquest treball, titulat "Estimació borrosa del risc beta. Anàlisi comparativa", que presenta Yanina Laumann per a l'obtenció del títol de Doctor, ha estat realitzat sota la meva direcció al Departament de Gestió d'Empreses d'aquesta universitat.

---

HAGO CONSTAR que el presente trabajo, titulado "Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo", que presenta Yanina Laumann para la obtención del título de Doctor, ha sido realizado bajo mi dirección en el Departamento de Gestión de Empresas de esta universidad.

---

I STATE that the present study, entitled "Fuzzy estimation of beta risk. Comparative analysis", presented by Yanina Laumann for the award of the degree of Doctor, has been carried out under my supervision at the Department of Business Management of this university.

---

Reus, 9 d'abril de 2018 / Reus, 9 de abril de 2018 / Reus, April 9, 2018

El/s director/s de la tesi doctoral  
El/los director/es de la tesis doctoral  
Doctoral Thesis Supervisor/s

Dr. Antonio Terceño Gómez

Dra. M. Glòria Barberà Mariné





**A MIS HIJOS,  
BALTASAR, MÍA Y CHLOE**



## AGRADECIMIENTOS

Finalizar una etapa implica la satisfacción de haber conseguido la meta, pero aún más, implica saber que este fin es a su vez un inicio. Un nuevo inicio, un nuevo comenzar. Fue un proyecto largo, porque en el camino se entremezclaron nuevos destinos y nuevos objetivos, personales y laborales, pero siempre con la confianza y esperanza puesta en cumplir mi sueño.

En esa etapa conocí gente maravillosa, gente que ingresó a mi vida para siempre. Conocí un nuevo mundo, o tal vez para mi educación “el viejo mundo”; salí de mi Argentina natal para conocer España, y particularmente me dio la bienvenida la cultura catalana de la que hoy me siento parte. Allí conocí a Glòria, mi gran compañera en este viaje... Su compañía siempre fue mi sostén, siempre dispuesta a acompañarme, a fortalecerme, ayudándome a ser constante y a no abandonar. También conocí a Antonio, quien desde un primer momento con su actitud comprensiva me acompañó a transitar el cambio, ayudándome a crecer en este ambiente y a creer en mí. Glòria y Antonio me abrieron las puertas de sus hogares, y me permitieron compartir y disfrutar hermosos momentos familiares. Fueron mis grandes compañeros de este viaje y hoy son mis amigos, porque la distancia no existe cuando en el medio hay amistad, respeto, admiración.

Hoy cumplí mi sueño, pero sé que ningún sueño es individual. Por eso quiero agradecer a todos aquellos que me acompañaron estos años de mi vida, que sin duda hoy convergen en el cierre de esta etapa, pero que estarán para siempre en mi más profundo ser para todas las etapas nuevas que están por venir.

En especial a mis directores, el DR. ANTONIO TERCEÑO GÓMEZ y la DRA. M. GLÒRIA BARBERÀ MARINÉ. Desde el primer día y hasta hoy estuvieron a mi lado, con toda la dedicación que sólo ellos saben conceder. Me enseñaron, me explicaron, compartieron conmigo algo tan valioso como lo son sus conocimientos, con total entrega y dedicación. Pero por sobre todas las cosas, no puedo dejar de agradecer la confianza que tuvieron en mí, eternamente agradecida por haberme dado esta segunda oportunidad enseñándome a ser perseverante.

En particular, agradecer al DR. HERNÁN VIGIER por ser quien hace tantos años me impulsó a hacer este doctorado. Porque creyó en mí en ese entonces y me inspiró a tomar este desafío. También, quiero agradecerle por su colaboración y valiosos aportes en esta tesis y en las publicaciones realizadas.

Al DEPARTAMENTO DE GESTIÓN DE EMPRESAS de la UNIVERSIDAD ROVIRA I VIRGILI, por asignarme una beca de investigación predoctoral sin la cual no hubiera sido posible la realización de la misma. Y a la FACULTAD DE ECONOMÍA Y EMPRESA por brindarme la oportunidad de realizar esta tesis ofreciéndome los recursos necesarios para su elaboración.

Al DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA de la UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR, por formarme inicialmente en esta carrera. Porque es donde este sueño comenzó y porque me abrió las puertas para poder realizar la estancia de investigación.

A LAURA FABREGAT AIBAR por su invaluable trabajo. Su ayuda en la búsqueda en la base de datos fue fundamental para el desarrollo empírico de esta investigación.

A FLORENCIA GRILL GOÑI porque siempre encontró tiempo para ayudarme en las traducciones de forma totalmente generosa.

A DANIELA GRILL GOÑI por ayudarme tanto y porque siempre estuvo a mi lado dándome fuerzas para terminar.

A MI FAMILIA... En todo ese camino profesional me encontré con cuestiones personales muy importantes, y así fue como poco a poco lo profesional y lo personal se enlazaron. Gracias a mi familia, a su constante sostén, esa mezcla se transformó en unión.

Gracias a LUCIANO y a MIS HIJOS, por comprender la importancia de esta tesis, por acompañarme con paciencia y tolerancia. Por estar a mi lado en la búsqueda y cumplimiento de este sueño personal.

Gracias a mis hermanos, FLORENCIA, DANIELA y FRANCO, a mi MAMÁ y a RENÉ, por acompañarme siempre y en cada lugar del mundo, llenándome de alegría y optimismo.

*Gracias a TODOS los que me ayudaron a cumplir este sueño!!*

*Yanina*



## RESUMEN

Esta tesis representa un aporte a la literatura empírica sobre el riesgo sistemático a nivel sectorial en mercados emergentes latinoamericanos, al calcular betas borrosas, sectoriales e individuales, en Chile, Brasil y Méjico y comparar su comportamiento con él de las betas de algunos países desarrollados como Estados Unidos, Reino Unido y Japón.

Proponemos una representación borrosa del modelo de mercado que incorpora el cálculo del rendimiento de un activo expresado a través de un intervalo de confianza. Con ello incorporamos en el cálculo de la beta toda la información disponible de las cotizaciones de un activo durante el día. Como resultado de la estimación con dicho modelo obtenemos un coeficiente beta borroso.

Comenzamos el estudio comparando y evaluando los resultados obtenidos según se exprese la rentabilidad de los activos y según los diferentes métodos de estimación de la beta, MCO y regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992) mejorada con el método de detección de *outliers* de Hung y Yang (2006).

Por último, avanzamos en el estudio de la beta borrosa como indicador del riesgo sistemático. Proponemos una clasificación de los activos basada en la beta borrosa y verificamos si dos de las hipótesis tradicionales de la teoría de carteras se cumplen en un entorno de incertidumbre: i) la beta sectorial presenta mayor estabilidad que la beta individual; ii) cuánto mayor es el período de estimación, mayor es la estabilidad de la beta.



## **RESUM**

*Aquesta tesi representa una aportació a la literatura empírica sobre el risc sistemàtic a nivell sectorial en mercats emergents llatinoamericans, en calcular betes borroses, sectorials i individuals, de Xile, Brasil i Mèxic, i comparar el seu comportament amb el de les betes d'alguns països desenvolupats com Estats Units, Regne Unit i Japó.*

*Proposem una representació borrosa del model de mercat que incorpora el càlcul del rendiment d'un actiu expressat a través d'un interval de confiança. D'aquesta manera incorporarem en el càlcul de la beta tota la informació disponible de les cotitzacions d'un actiu durant el dia. Com a resultat de l'estimació amb aquest model obtenim un coeficient beta borrós.*

*Comencem l'estudi comparant i avaluant els resultats obtinguts segons s'expressi la rendibilitat dels actius i segons els diferents mètodes d'estimació de la beta, MCO i regressió borrosa lineal de Tanaka i Ishibuchi (1992) millorada amb el mètode de detecció d'outliers de Hung i Yang (2006).*

*Finalment, avancem en l'estudi de la beta borrosa com a indicador del risc sistemàtic. Proposem una classificació dels actius basada en la beta borrosa i verifiquem si dues de les hipòtesis tradicionals de la teoria de carteres es compleixen en un entorn d'incertesa: i) la beta sectorial presenta major estabilitat que la beta individual; ii) com més gran és el període d'estimació, major és l'estabilitat de la beta.*

## ***ABSTRACT***

*This thesis represents a contribution to empirical literature on systematic risk at the sectoral level in Latin American emerging markets, by calculating fuzzy betas, sectoral and individual, in Chile, Brazil and Mexico, and to compare its behavior with that of betas in some developed countries as the United States, the United Kingdom and Japan.*

*We propose a fuzzy representation of the model of market that incorporates the calculation of the return of an asset expressed through a confidence interval. With it we incorporate in the calculation of the beta all the information available of the quotation of an asset during the day. As a result of the estimation with that model we obtain a fuzzy beta coefficient.*

*We begin the study by comparing and evaluating the results obtained according to assets returns is expressed and according to the different beta methods of estimation, MCO and lineal fuzzy regression of Tanaka and Ishibuchi (1992) improved with the detection of outliers model of the Hung and Yung (2006).*

*Finally, we advance in the study of fuzzy beta as an indicator of systematic risk. We propose a classification of assets based on fuzzy beta and we verify if two of the traditional hypotheses of the portfolio theory are met in an uncertainty environment: i) sectoral beta shows greater stability than individual beta; ii) the longer the estimation period is, the greater the stability of the beta.*



## ÍNDICE GENERAL

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>PARTE I. LAS TEORÍAS DEL MERCADO FINANCIERO</b>	
<b>Capítulo 1. Teoría de carteras</b>	<b>7</b>
1.1 Teoría del mercado eficiente	7
1.1.1 Conceptos y formas de eficiencia de mercado	8
1.1.2 Eficiencia y equilibrio competitivo	11
1.2 Teoría de carteras	13
1.2.1 Modelo de Markowitz	14
1.2.1.1 Definición de variables. Rendimiento-riesgo	15
1.2.1.2 Supuestos y desarrollo del modelo	19
1.2.1.3 Críticas al modelo	20
1.2.2 Modelo de Tobin	21
1.2.3 Modelo diagonal	24
Bibliografía	29
<b>Capítulo 2. Teoría del mercado de capitales</b>	<b>31</b>
2.1 Supuestos	31
2.2 Equilibrio en el mercado de capitales	32
2.2.1 Deducción analítica de la ecuación de la LMC	34
2.2.2 Corolarios del teorema de equilibrio del mercado de capitales	35
2.3 Modelo de fijación de precios de activos financieros. El CAPM	36
2.3.1 El riesgo beta como medida de riesgo de los activos individuales	36
2.3.2 Línea del mercado de activos	38
2.3.2.1 Aproximación intuitiva	38
2.3.2.2 Deducciones analíticas de la LMA	40
2.4 Extensiones del CAPM	44
2.5 Modelo de mercado	48
2.5.1 Riesgo sistemático y riesgo específico	50
2.5.2 El principio de la diversificación en el contexto del modelo de mercado	51
Bibliografía	55
<b>Capítulo 3. Estimación del riesgo beta</b>	<b>57</b>
3.1 Índice de mercado	57
3.2 Efecto intervalo	59
3.3 Efecto de la longitud del período de estimación	63
3.4 Efecto de la formación de carteras	64
3.5 Betas sectoriales: evidencia empírica	67
Bibliografía	73

## PARTE II. METODOLOGÍA

---

<b>Capítulo 4. Regresión borrosa lineal. Enfoque posibilístico</b>	<b>79</b>
4.1 Regresión por MCO vs regresión borrosa	80
4.2 Modelo de Tanaka e Ishibuchi. Regresión con intervalos de confianza	81
4.3 Desventajas de la regresión posibilística	84
4.4 Enfoques de detección <i>outliers</i>	84
4.5 Aplicaciones en finanzas	89
Bibliografía	91
<b>Capítulo 5. Datos y estimaciones</b>	<b>95</b>
5.1 Datos	95
5.1.1 Selección de países	95
5.1.2 Selección de índices y empresas	96
5.1.3 Selección del período	100
5.1.4 Rendimientos de los activos: representación borrosa	101
5.2 Estimaciones	104
5.2.1 Métodos de estimación	104
5.2.2 Aplicación del método de Hung y Hang	105
5.2.3 Betas estimadas	107
5.2.4 Resultados	108
Bibliografía	109

## PARTE III. ANÁLISIS DE RESULTADOS EMPÍRICOS

---

<b>Capítulo 6. Análisis comparativo de las diferentes estimaciones de la beta</b>	<b>113</b>
6.1 Beta MCO vs beta borrosa con intervalo de rendimiento cierto	113
6.2 Beta borrosa: intervalo de rendimiento cierto vs incierto	119
6.3 Beta borrosa vs beta borrosa aplicando el método de Hung y Yang	125
Bibliografía	132
<b>Capítulo 7. Beta borrosa como indicador del riesgo sistemático</b>	<b>133</b>
7.1 Clasificación de los activos según la beta borrosa	133
7.2 Estabilidad de la beta borrosa	138
7.2.1 Efecto de la formación de carteras sectoriales	139
7.2.2 Efecto de la longitud del intervalo de estimación	139
Bibliografía	144
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>145</b>
<b>ANEXOS. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
Anexo 1. Chile	153
Anexo 2. Brasil	169
Anexo 3. Méjico	185
Anexo 4. Estados Unidos	195
Anexo 5. Reino Unido	203
Anexo 6. Japón	213
Anexo 7. Betas Promedio	223

## ÍNDICE DE TABLAS

### Capítulo 3. Estimación del riesgo beta

Tabla 3.1.	Betas estimadas en países desarrollados a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura	69
Tabla 3.2.	Betas estimadas en países emergentes a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura	72

### Capítulo 5. Datos y estimaciones

Tabla 5.1.	Clasificación de mercados según MSCI, año 2016	95
Tabla 5.2.	Índices de mercado utilizados en el calculo de las betas	96
Tabla 5.3.	Sectores y acciones utilizados en el análisis de los países emergentes	97
Tabla 5.4.	Sectores y acciones utilizados en el análisis de los países desarrollados	98
Tabla 5.5.	Activos analizados y betas estimadas	107
Tabla 5.6.	Total de estimaciones por MCO y de PPL resueltos	108

### Capítulo 6. Análisis comparativo de las diferentes estimaciones de la beta

Tabla 6.1.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Chile	114
Tabla 6.2.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Brasil	115
Tabla 6.3.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Méjico	115
Tabla 6.4.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Estados Unidos	116
Tabla 6.5.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Reino Unido	116
Tabla 6.6.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Japón	117
Tabla 6.7.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Síntesis de las estimaciones trimestrales	118
Tabla 6.8.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Síntesis de las estimaciones semestrales	118
Tabla 6.9.	Distancia entre $\bar{\beta}_{MCO}$ y $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Resultados comparativos	119
Tabla 6.10.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Chile	121
Tabla 6.11.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Brasil	122
Tabla 6.12.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Méjico	122
Tabla 6.13.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Estados Unidos	123
Tabla 6.14.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Reino Unido	123
Tabla 6.15.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Japón	124
Tabla 6.16.	Número (y porcentaje) de $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] < [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Síntesis de las estimaciones trimestrales	124
Tabla 6.17.	Número (y porcentaje) de $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] < [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ – Síntesis de las estimaciones semestrales	124
Tabla 6.18.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Resultados comparativos	125
Tabla 6.19.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Chile	127
Tabla 6.20.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Brasil	127
Tabla 6.21.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Méjico	128
Tabla 6.22.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Estados Unidos	128
Tabla 6.23.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Reino Unido	128
Tabla 6.24.	Comparación entre $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ y $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Japón	129
Tabla 6.25.	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Síntesis de las estimaciones trimestrales	129

Tabla 6.26.	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Síntesis de las estimaciones semestrales	129
Tabla 6.27.	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Resultados comparativos	130
Tabla 6.28.	Número (y porcentaje) de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Síntesis de las estimaciones trimestrales	130
Tabla 6.29.	Número (y porcentaje) de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Síntesis de las estimaciones semestrales	129
Tabla 6.30.	Ordenación de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ y $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ – Resultados comparativos	131

### Capítulo 7. Beta borrosa como indicador del riesgo sistemático

Tabla 7.1.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Chile	134
Tabla 7.2.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Brasil	135
Tabla 7.3.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Méjico	135
Tabla 7.4.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Estados Unidos	136
Tabla 7.5.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Reino Unido	136
Tabla 7.6.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Japón	136
Tabla 7.7.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Síntesis de las estimaciones trimestrales	137
Tabla 7.8.	Clasificación de activos según su beta borrosa – Síntesis de las estimaciones semestrales	137
Tabla 7.9.	Clasificación de activos según su beta borrosa: Resultados comparativos	138
Tabla 7.10.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Chile	140
Tabla 7.11.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Brasil	141
Tabla 7.12.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Méjico	141
Tabla 7.13.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Estados Unidos	142
Tabla 7.14.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Reino Unido	142
Tabla 7.15.	Desviación estándar del coeficiente beta $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ – Japón	142
Tabla 7.16.	Acciones con una beta más estable que la correspondiente a su sector	143
Tabla 7.17.	Sectores y acciones con una beta trimestral más estable que la correspondiente semestral	143

### Anexo 1. Chile

Tabla A.1.1.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANCA y de las acciones BCI y BSANTANDER	155
Tabla A.1.2.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial COMMODITIES y de las acciones CAP y CMPC	156
Tabla A.1.3.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONST. & INMOB. y de las acciones SALFACORP y BESALCO	157
Tabla A.1.4.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones CCU y CONCHATORO	158
Tabla A.1.5.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones VAPORES y MASISA	159
Tabla A.1.6.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial RETAIL y de las acciones FALABELLA y NUEVAPOLAR	160
Tabla A.1.7.	Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILITIES y de las acciones COLBUN y ENDESA-CH	161
Tabla A.1.8.	Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANCA y de las acciones BCI y BSANTANDER	162
Tabla A.1.9.	Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial COMMODITIES y de las acciones CAP y CMPC	163
Tabla A.1.10.	Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONST. & INMOB. y de las acciones SALFACORP y BESALCO	164
Tabla A.1.11.	Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones CCU y CONCHATORO	165

Tabla A.1.12. Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones VAPORES y MASISA	166
Tabla A.1.13. Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial RETAIL y de las acciones FALABELLA y NUEVAPOLAR	167
Tabla A.1.14. Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILITIES y de las acciones COLBUN y ENDESA-CH	168

## **Anexo II. Brasil**

Tabla A.2.1. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones AMBEV y MINERVA	171
Tabla A.2.2. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGÍA y de las acciones CPFL ENERGÍA y ELECTROBRAS	172
Tabla A.2.3. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones BRADESCO y BRASIL	173
Tabla A.2.4. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES BÁSICOS y de las acciones VALE y USIMINAS	174
Tabla A.2.5. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INMOBILIARIO y de las acciones GAFISA y CYRELA REALTY	175
Tabla A.2.6. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILIDAD PÚBLICA y de las acciones ENERGIAS BR y AES TIETE	176
Tabla A.2.7. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones KEPLER WEBER y M.DIASBRANCO	177
Tabla A.2.8. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones AMBEV y MINERVA	178
Tabla A.2.9. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGÍA y de las acciones CPFL ENERGÍA y ELECTROBRAS	179
Tabla A.2.10. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones BRADESCO y BRASIL	180
Tabla A.2.11. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES BÁSICOS y de las acciones VALE y USIMINAS	181
Tabla A.2.12. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INMOBILIARIO y de las acciones GAFISA y CYRELA REALTY	182
Tabla A.2.13. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILIDAD PÚBLICA y de las acciones ENERGIAS BR y AES TIETE	183
Tabla A.2.14. Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones KEPLER WEBER y M.DIASBRANCO	184

## **Anexo III. Méjico**

Tabla A.3.1. Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones GFINBUR y GFNORTE	187
Tabla A.3.2. Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones GCARSO y ICA	188
Tabla A.3.3. Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES y de las acciones CEMEX y MEXCHEM	189
Tabla A.3.4. Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TELECOM y de las acciones AMX y TLEVISA	190
Tabla A.3.5. Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones GFINBUR y GFNORTE	191
Tabla A.3.6. Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones GCARSO y ICA	192
Tabla A.3.7. Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES y de las acciones CEMEX y MEXCHEM	193



Tabla A.3.8. Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TELECOM y de las acciones AMX y TLEVISA	194
--	-----

#### **Anexo 4. Estados Unidos**

Tabla A.4.1. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGY y de las acciones CHK y WFT	197
Tabla A.4.2. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial HEALTHCARE y de las acciones JNJ y PFE	198
Tabla A.4.3. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIAL y de las acciones BAC y WFC	199
Tabla A.4.4. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGY y de las acciones CHK y WFT	200
Tabla A.4.5. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial HEALTHCARE y de las acciones JNJ y PFE	201
Tabla A.4.6. Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIAL y de las acciones BAC y WFC	202

#### **Anexo 5. Reino Unido**

Tabla A.5.1. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones LLOYDS y HSBC	205
Tabla A.5.2. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial OIL & GAS PRODUCERS y de las acciones BP y ROYALB	206
Tabla A.5.3. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial PHARM. & BIOTECH. y de las acciones GLAXO y ASTRA	207
Tabla A.5.4. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TOBACCO y de las acciones TOBACCO y BRANDS	208
Tabla A.5.5. Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones LLOYDS y HSBC	209
Tabla A.5.6. Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial OIL & GAS PRODUCERS y de las acciones BP y ROYALB	210
Tabla A.5.7. Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial PHARM. & BIOTECH. y de las acciones GLAXO y ASTRA	211
Tabla A.5.8. Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TOBACCO y de las acciones TOBACCO y BRANDS	212

#### **Anexo 6. Japón**

Tabla A.6.1. Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ELECTRIC APPLIANCES y de las acciones HITACHI y PANASONIC	215
Tabla A.6.2. Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TRANSPORT EQ. y de las acciones TOYOTA y HONDA	216
Tabla A.6.3. Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INFO & COM. y de las acciones NIPPON y KDDI	217
Tabla A.6.4. Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones MITSUBISHI y SUMITOMO	218
Tabla A.6.5. Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ELECTRIC APPLIANCES y de las acciones HITACHI y PANASONIC	219
Tabla A.6.6. Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TRANSPORT EQ. y de las acciones TOYOTA y HONDA	220
Tabla A.6.7. Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INFO & COM. y de las acciones NIPPON y KDDI	221
Tabla A.6.8. Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones MITSUBISHI y SUMITOMO	222

## **Anexo 7. Betas promedio**

Tabla A.7.1. Coeficientes betas promedio – Chile	225
Tabla A.7.2. Coeficientes betas promedio – Brasil	226
Tabla A.7.3. Coeficientes betas promedio – Méjico	227
Tabla A.7.4. Coeficientes betas promedio – Estados Unidos	228
Tabla A.7.5. Coeficientes betas promedio – Reino Unido	229
Tabla A.7.6. Coeficientes betas promedio – Japón	230



## INTRODUCCIÓN

El CAPM postula que, bajo determinadas condiciones, el rendimiento esperado de una acción está linealmente relacionado con la covarianza entre el rendimiento del activo y el rendimiento de la cartera de mercado (coeficiente beta). Estas condiciones son: los inversores tienen expectativas homogéneas, sus carteras son eficientes en términos de la media y la varianza, no existen fricciones en el mercado, y se puede prestar y tomar prestado a la tasa de interés libre de riesgo. De tal forma que, cuando el mercado está en equilibrio, el inversor sólo es remunerado por el riesgo sistemático o no diversificable, ya que el riesgo propio del título lo elimina en forma simple y sin costes a través de la diversificación de su cartera.

Por lo tanto, el riesgo sistemático de un activo, medido a través del coeficiente beta, es la única medida de riesgo relevante para determinar su precio. La importancia de la beta se refleja en ser una medida del riesgo que va más allá de la propia validez del modelo teórico que lo sustenta como medida de riesgo relevante. Es decir, no presupone que el CAPM es el modelo de valoración válido en los mercados financieros.

Un número considerable de analistas de inversión, gerentes de fondos, directores financieros y asesores financieros utilizan el coeficiente beta como un *input* informacional en el proceso de toma de decisiones, ya que este se utiliza como una estimación del riesgo de un activo individual o de una cartera. La beta de un fondo de inversión, por ejemplo, es una información sustancial que delimita el riesgo del fondo

respecto al mercado y, en consecuencia, es un elemento importante para la decisión de invertir o no en el mismo.

La beta es el estimador MCO del modelo de mercado. Su estabilidad depende de varios factores (el índice de mercado empleado, el período de estimación, el período de posesión, el número de títulos constitutivos de una cartera, entre otros).

La literatura empírica financiera tradicional considera que las cotizaciones históricas de los activos pueden ser usadas para determinar las tasas de rendimientos de los activos. Sin embargo, el precio que se negocia en los mercados financieros durante una sesión para un determinado activo difícilmente es único, sino que éste suele negociarse dentro de una horquilla delimitada por un precio mínimo y por un precio máximo. Para utilizar las técnicas econométricas tradicionales deben cuantificarse las observaciones de la variable explicada (y explicativa) a través de un único número, utilizándose por ejemplo el precio medio negociado o el precio de cierre en el modelo que se vaya a implementar. Este proceder es una decisión arbitraria e implica una importante pérdida de información.

Por consiguiente, proponemos calcular el rendimiento de un activo a partir del intervalo determinado por el precio mínimo y máximo. De esta forma, obtenemos el rendimiento, también expresado como un intervalo, que incorpora toda la información contenida en los diferentes precios de una sesión.

Además, proponemos una representación borrosa del modelo de mercado que incorpora el cálculo del rendimiento de un activo expresado a través de un intervalo de confianza. Para implementar los métodos de regresión borrosa no hace falta reducir el valor de las variables observadas a un número real cuando son observadas como intervalos. Así, podremos ajustar la relación funcional que busquemos trabajando con todos los valores observados, siendo posible entonces utilizar toda la información disponible. Como resultado de la estimación borrosa obtenemos el coeficiente beta borroso.

Hemos observado que las principales contribuciones que estiman betas sectoriales coinciden en dos características. Primero, el contexto de aplicación es el de países desarrollados. Segundo, emplean una gran variedad de técnicas en el cálculo de la beta

sectorial tendientes a comprobar la estacionariedad tomando un valor único para el rendimiento, como si este fuera cierto. Ningún estudio utiliza metodología borrosa.

El presente estudio ha sido motivado por la escasez de trabajos que tengan en cuenta las características de un mercado de valores pequeño, como las de los mercados de Chile, Brasil y Méjico, en un entorno de incertidumbre.

Contribuyendo a la literatura empírica sobre el riesgo sistemático a nivel sectorial, nuestro principal objetivo es calcular, conocer y describir betas borrosas, sectoriales e individuales, en los mercados emergentes latinoamericanos de Chile, Brasil y Méjico comparando su comportamiento con el de las betas de algunos países desarrollados, como Estados Unidos, Reino Unido y Japón.

Abordamos nuestro principal objetivo a través de objetivos intermedios:

Objetivos metodológicos:

- Comparar los coeficientes betas calculados a través de dos metodologías: MCO y regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992). En ambos casos consideramos la tasa de rendimiento tradicional calculada a partir del precio de cierre del activo.
- Comparar formas de tratamiento de la información en el cálculo de la tasa de rendimiento. Para ello, calculamos los coeficientes betas borrosos aplicando regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992), considerando la tasa de rendimiento tradicional calculada a partir del precio de cierre del activo y la tasa de rendimiento incierta calculada a partir de precios mínimos y precios máximos.
- Comparar los coeficientes betas borrosos aplicando regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992) con los coeficientes betas borrosos obtenidos luego de eliminar los *outliers* aplicando el método de omisión de Hung y Yang (2006).

Objetivos relacionados con el riesgo sistemático:

- Proponer una nueva clasificación de los activos respecto de su riesgo sistemático basada en la beta borrosa.
- Testear las siguientes hipótesis de la teoría de cartera tradicional, en un entorno

de incertidumbre:

- La beta sectorial presenta mayor estabilidad que la beta individual.
- Cuanto mayor es el período de estimación, mayor es la estabilidad de la beta.

El trabajo consta de tres partes que responden a la siguiente organización. En la primera parte efectuamos una serie de consideraciones sobre la evolución histórica de los principales desarrollos de la teoría financiera agrupados en torno a tres grandes capítulos. El primero, presenta sucintamente la teoría de la Eficiencia de Mercado y la Teoría de Carteras. En el segundo capítulo, desarrollamos la Teoría del Mercado de Capitales, con especial atención a uno de los modelos más importantes de valoración de activos financieros con riesgo, el CAPM. Por último, en el tercer capítulo, describimos las principales contribuciones teóricas y empíricas relacionadas con la estacionariedad y estabilidad del parámetro beta.

En la segunda parte, desarrollamos los modelos de regresión borrosa lineal que serán empleados para el cálculo de las betas borrosas. Además, presentamos nuestra propuesta de representación borrosa de los rendimientos de los activos financieros. Presentada la metodología, nos centramos en detallar los datos a emplear, justificando la selección de países, sectores y acciones y del período de estudio. Finalizamos, presentando las distintas estimaciones de las betas, sectoriales e individuales, en cada uno de los seis mercados de valores.

En la última parte analizamos las diferentes estimaciones de las betas. En el Capítulo 6 se comparan y evalúan los resultados obtenidos según diferentes métodos de estimación así como la diferente forma de calcular los rendimientos de los activos financieros. En el Capítulo 7 avanzamos en el estudio de la beta borrosa como indicador del riesgo sistemático. Para ello, proponemos una nueva clasificación de los activos respecto de su riesgo sistemático y verificamos si dos hipótesis tradicionales de la teoría de cartera se cumplen también cuando consideramos el rendimiento de la cartera como un intervalo de confianza.

Finalizamos remarcando las principales conclusiones que pueden extraerse del análisis.

PARTE I.  
LAS TEORÍAS DEL MERCADO FINANCIERO

---





## Capítulo 1. TEORÍA DE CARTERAS

### 1.1 TEORÍA DEL MERCADO EFICIENTE

La teoría del mercado eficiente postula que un mercado es eficiente cuando la competencia entre distintos agentes que intervienen en el mismo, guiados por el principio de máximo beneficio, conduce a una situación de equilibrio en la que, en todo momento, el precio de cualquier activo financiero constituye una buena estimación de su valor intrínseco.

Según esta teoría, el precio de un activo financiero es la estimación consensuada que los participantes en el mercado efectúan de su valor a partir de toda la información disponible sobre la economía, los mercados financieros y la empresa emisora.

En un mundo económico incierto el valor intrínseco de activo financiero no puede determinarse con exactitud. Las expectativas de los inversores difieren aún en el supuesto de que todos ellos dispongan de la misma información. Estas diferentes interpretaciones del futuro llevan a que el valor de un mismo activo financiero sea diferente para los distintos inversores que participan en el mercado. Pero en un mercado eficiente, las múltiples estimaciones del valor de un activo financiero deben oscilar de forma aleatoria en torno a su verdadero valor intrínseco. En otro caso, cuando las discrepancias entre el precio del activo financiero y su valor intrínseco son de carácter sistemático y no aleatorio, los inversores explotarían dichas diferencias hasta

hacerlas desaparecer. Un mercado eficiente es un “juego equitativo” o “juego limpio”, en el que todos los inversores tienen las mismas posibilidades de ganar o de perder. Más concretamente, en un mercado eficiente toda operación de compra o venta de activos financieros tiene siempre, *ex-ante* un valor presente nulo; mientras que *ex-post* este valor puede ser positivo o negativo en función de la propia dinámica del mercado y de las leyes del azar.

Cuando la disposición de nueva información pudiera modificar el valor intrínseco de un activo financiero, los movimientos en el precio del activo subsiguientes al proceso de ajuste a la nueva información determinan lo que se conoce como un camino aleatorio (*random walk*). Se dice que el precio de un activo financiero sigue un recorrido aleatorio cuando sus movimientos o variaciones son independientes y están idénticamente distribuidos. Los movimientos en los precios reflejan nueva información y ésta es un fenómeno independiente del tiempo, ya que no puede ser deducida de la información previamente disponible. Por tanto, a la vista de la información disponible, el valor esperado de un activo en el próximo período de tiempo tiene la misma probabilidad de ocurrencia que su valor actual. Así, la consecuencia práctica de esta hipótesis es que no es posible pronosticar cambios en los precios para conseguir beneficios extraordinarios mediante el empleo de reglas sistemáticas de actuación basadas en la observación de los movimientos de las series históricas, esto es, a través del análisis técnico.

### **1.1.1 CONCEPTOS Y FORMAS DE EFICIENCIA DE MERCADO**

El término mercado eficiente fue utilizado por Fama (1970, p. 383) para designar aquel “mercado en el cual los precios siempre reflejan completamente toda la información disponible”, si bien reconoció que era necesario una definición más formal para obtener implicaciones empíricas. Estableció que un mercado es eficiente, para un conjunto de información, si el precio futuro esperado condicionado a dicha información es igual, en media, al precio futuro real.

No obstante, Roberts (1959) ya se había referido a tres tipos de eficiencia, en el sentido de clasificar los mercados en función de su proximidad al comportamiento de un mercado ideal. Estos niveles de perfección, sucesivamente implícitos, se han mantenido

en la literatura financiera originando los correspondientes contrastes para determinar el grado de eficiencia de un mercado concreto.

La eficiencia débil de los mercados afirma que los precios de las acciones reflejan completamente la información contenida en las series históricas de precios y rentabilidades de las mismas. Tales series no contienen información que pueda ser utilizada por un inversor para formar una cartera que le permita obtener una rentabilidad superior a la que obtendría formando una cartera al azar. Esto es, cualquier exceso de rentabilidad sobre la rentabilidad normal o mínima es producto del azar.

La forma débil de eficiencia puede representarse formalmente por medio de una ecuación que exprese que el precio de hoy es igual a la suma del último precio observado, del rendimiento esperado, más un componente aleatorio que se presenta a lo largo del intervalo. El rendimiento esperado es una función del riesgo del activo financiero. El componente aleatorio se debe a la nueva información sobre los activos. Puede ser positivo o negativo y tiene esperanza nula. Este rendimiento aleatorio no está relacionado con el rendimiento aleatorio de ningún otro período histórico, por consiguiente, no es predecible a partir de datos históricos.

Sin embargo, si se dispone de información distinta (pública o confidencial) a la información contenida en las series históricas de precios, se puede anticipar el movimiento de los precios y obtener ganancias excepcionales. Un mercado de valores es eficiente cuando los precios reflejan, descuentan, inmediatamente toda la información, ya sea la contenida en las series históricas de precios o cualquier otro tipo de información pública o privada. Si el ajuste de los precios a la nueva información es gradual, el inversor inteligente podrá sacar provecho de esos recorridos no aleatorios. Pero si el ajuste es instantáneo, los cambios en los precios serán independientes y nadie podrá aprovecharse de sus tendencias.

La hipótesis intermedia, o semifuerte, del mercado eficiente postula que los precios de los activos financieros reflejan toda la información pública disponible, ya sea referida a la empresa o al entorno socioeconómico, que pueda afectar a su valor intrínseco. Sólo aquellos inversores privilegiados que tienen acceso a una información confidencial

pueden obtener una rentabilidad superior a la que obtendría un inversor medio con una cartera formada siguiendo un procedimiento aleatorio.

La información pública debe estar reflejada total e inmediatamente en los precios de los activos. Sin embargo, el ajuste de los precios a la nueva información pública no suele hacerse de forma inmediata, como se postula en la forma intermedia del mercado eficiente, sino después de un cierto período de adaptación o aprendizaje del mercado. Es decir, existirá un cierto desfase temporal entre la aparición de la nueva información y la variación de los precios, que será tanto menor cuanto más eficiente sea el mercado. En este punto, Lorie y Hamilton (1973) señalaban que para conseguir la eficiencia del mercado es necesario que haya inversores que no crean en ella, que busquen rentabilidades superiores esforzándose por analizar información relevante de manera rápida. Así, es posible interpretar que la eficiencia puede surgir de la conducta competitiva de los inversores que desemboca en la determinación de la igualdad entre valor y precio.

Finalmente, Roberts (1959) define la forma fuerte como el reflejo inmediato en el precio de la información tanto pública como privada, por lo que no existen personas o grupos que posean información particular adicional que les permita, haciendo uso de ella, alcanzar rentabilidades superiores a las obtenidas por el mercado en general. Esta circunstancia sólo es posible si nadie puede tener acceso a información confidencial. De acuerdo con Suárez (1996), los precios pueden reflejar una información que aún no es pública sólo si la información privada existente es conocida a pesar de no haber sido publicada; o simplemente porque esa información confidencial es conocida, descontada, tan sólo por un grupo de inversores privilegiados, pero lo suficientemente importante y amplio como para determinar el comportamiento de los precios y para que ninguno de ellos en particular pueda obtener una rentabilidad superior a la normal.

La hipótesis de eficiencia de los mercados de capitales ha sido uno de los temas más debatidos en la literatura financiera. La dificultad de recoger este concepto en una formulación susceptible de contraste estadístico ha supuesto un serio inconveniente.

Un grupo de definiciones se basan en la distribución de la información. En tal sentido, Beaver (1981) define eficiencia de mercado en términos de estabilidad de precios de los activos ante dos configuraciones de información. Así, un mercado es eficiente con

respecto a un conjunto de información, si y sólo si los precios de los activos actúan como si cada uno conociera aquella información. En otras palabras, un mercado es eficiente con respecto a una señal  $\xi$  si y sólo si la configuración de los precios de los activos financieros es la misma que observaríamos en otra economía idéntica excepto que en esta otra cada individuo,  $i$ , recibiría tanto la señal  $\xi$  como la señal  $\xi^i$ . Por consiguiente, hablar de eficiencia de mercado sólo constituye un problema cuando existen asimetrías de información. En una línea muy similar, Malkiel (1992) señala que un mercado es eficiente con respecto a un conjunto de información, si revelando dicha información a todos los agentes, los precios de los activos no cambian. Además, si el mercado es eficiente con respecto a dicho conjunto informativo, es imposible obtener beneficios económicos (ajustados por el riesgo) negociando sobre las bases de ese mismo conjunto de información. Alternativamente, el valor actual neto de toda inversión financiera debe ser igual a cero en un mercado eficiente.

Rubinstein (1975) y Latham (1986) han criticado las definiciones de eficiencia informativa que, como las anteriores, están basadas en los precios de los activos ya que ignoran las consecuencias sobre las carteras de los individuos. De hecho, una definición alternativa podría enfatizar el volumen de negociación observado en lugar de los precios. Así, se argumentó que un mercado podría ser eficiente bajo la definición basada en los precios, ya que la demanda agregada podría ser la misma bajo cualquiera de las señales informativas, mientras que las posiciones de cartera de los individuos podrían ser diferentes. De esta forma, cada individuo podría no encontrarse en la misma situación económica en las dos situaciones informativas y, por tanto, la revelación de información podría tener consecuencias sobre los individuos aún siendo los precios los mismos.

### 1.1.2 EFICIENCIA Y EQUILIBRIO COMPETITIVO

En su nivel más general, la teoría de los mercados eficientes es la teoría del equilibrio competitivo aplicada a dichos mercados. Un mercado eficiente es un mercado perfecto. Las condiciones que tendrá que reunir un mercado de valores para que sea eficiente son las exigidas en economía a un mercado perfecto, con las matizaciones o adaptaciones que corresponda, dada la naturaleza de los mercados financieros. Según manifiesta

LeRoy (1989), la mayoría de las conclusiones de la eficiencia de los mercados son consecuencia de pensar en la valoración de activos financieros como resultado de las condiciones de equilibrio de los mercados competitivos.

Una idea importante de la teoría del equilibrio competitivo es la ventaja competitiva, que aplicada a los mercados financieros, se basa en la diferencia de información entre los inversores. Bajo este marco de trabajo, la información compartida por todos los inversores no puede utilizarse para obtener beneficios extras una vez compensado el riesgo. Solamente la diferencia de información y, por tanto, la información no reflejada en los precios confiere ventaja comparativa y beneficios extras una vez compensado el riesgo de la inversión. Así, un mercado es eficiente desde el punto de vista informativo si no admite sistemáticamente tales ventajas comparativas.

Es la competencia entre los inversores la que conduce a que toda información que afecte al valor intrínseco de los activos se refleje inmediatamente en sus precios. Este ajuste instantáneo del mercado a la nueva información tiene realmente, como señala Fama (1965), dos consecuencias:

1. Los precios cambiarán para ajustarse al nuevo valor intrínseco derivado de la nueva información, que los participantes en el mercado sobrevalorarán e infravalorarán con igual frecuencia.
2. El intervalo de tiempo que media entre los sucesivos ajustes del precio de un activo a la nueva información, o equivalentemente, el tiempo que transcurre entre las sucesivas noticias que afectan al valor intrínseco de un determinado activo es una variable aleatoria independiente.

En un mercado de estas características todos los inversores se hallan en igualdad de condiciones; la mayor rentabilidad que algunos inversores puedan obtener será producto del azar.

Fama (1970) determina que las condiciones suficientes para la eficiencia de los mercados de capital se concretan en:

1. Costes de transacción nulos en el intercambio de activos.
2. Disponibilidad de información sin coste alguno para todos los participantes del mercado.

3. Acuerdo total en cuanto a las consecuencias que tiene la información en los precios actuales y en la distribución de precios futuros de cada activo.

Pero, en la práctica, estas condiciones no son representativas de los mercados. Fama (1970, p. 388) insiste en que el no cumplimiento estricto de estas condiciones “no son necesariamente fuentes de ineficiencia del mercado, son fuentes potenciales y las tres existen hasta cierto punto en todos los mercados reales”.

Con posterioridad, Fama (1976) plantea otra definición de eficiencia basándose en dos características. Un mercado será eficiente si no desprecia información relevante para la determinación de los precios y si actúa como si los agentes que en él intervienen tuviesen expectativas racionales. Esta definición presupone que los agentes conocen la estructura del mercado, el proceso de formación de precios y los valores de sus parámetros, lo que en definitiva les permite usar correctamente la información. Ello avala el hecho de que la eficiencia sólo pueda contrastarse junto con un modelo particular de equilibrio que no se infiere directamente de la eficiencia del mercado, sino viceversa.

## 1.2 TEORÍA DE CARTERAS

Los elementos básicos de la moderna teoría de carteras emanan de una serie de aportaciones relacionadas con el comportamiento del inversor racional propuestas por Markowitz en 1952 y en 1959, y Tobin en 1958.

Tal como afirma Markowitz (1991), la teoría de carteras considera cómo deben comportarse los inversores con conducta optimizadora. El objetivo de la teoría de carteras es la selección de carteras que maximicen el rendimiento esperado consistente con niveles de riesgo individualmente aceptables. Usando modelos cuantitativos y datos históricos, la teoría de carteras define rendimientos esperados y niveles aceptables de riesgo de cartera y muestra como construir la cartera óptima.



### 1.2.1 MODELO DE MARKOWITZ

Markowitz provee un marco teórico para determinar la composición de carteras óptimas. Con anterioridad a sus trabajos, el valor de las acciones se calculaba mediante el valor descontado de los dividendos esperados. Markowitz (1991, p. 470) argumenta que “si el inversor sólo tiene en cuenta el valor esperado de los activos financieros, también estará interesado sólo en el valor esperado de la cartera. Para maximizar el valor esperado de la cartera sólo necesita invertir en un único activo, el de mayor valor esperado. Por esta razón, las actuaciones basadas únicamente en la rentabilidad esperada deben ser rechazadas como descriptivas de la conducta de un inversor racional. Parece obvio que los inversores se preocupan tanto por el riesgo como por el rendimiento, y que éstas deberían ser medidas para la cartera como un todo.”

El tema central de su trabajo es que la conducta de un inversor racional debe ser aquella que refleje su inherente aversión a absorber riesgos crecientes sin una adecuada compensación, dada por un incremento del rendimiento esperado. El riesgo fue definido por Markowitz como la incertidumbre, o variabilidad, de los rendimientos, medido por la desviación estándar de los rendimientos esperados. Este fue el primer intento de cuantificar el riesgo de una inversión para objetivos de formación de carteras.

Markowitz observó que los inversores trataban de minimizar el riesgo de su cartera diversificando sus valores. La primera idea sobre diversificación fue la de poseer acciones o grupo de acciones que tuviesen poca relación entre sí, de tal manera que el efecto conjunto redujese la variabilidad de los rendimientos y, consecuentemente, el riesgo. De este modo, la forma más tradicional de diversificación se ha centrado en poseer varios tipos de valores entre los distintos tipos de industrias. Este tipo de diversificación, que evidentemente reduce el riesgo de la inversión pero que está basada en la mera combinación de valores pertenecientes a distintos sectores, suele denominarse diversificación ingenua.

No obstante, Markowitz señaló que poseer simplemente diferentes valores no reduciría significativamente la variabilidad del rendimiento esperado de una cartera si los precios de estos activos contienen un alto grado de correlación positiva. La diversificación efectiva sólo es alcanzada si la cartera se compone de activos financieros

que no fluctúen conjuntamente. En este caso, se obtendría que la variabilidad de la cartera es significativamente menor que la de los activos que la componen.

La diversificación científica o de Markowitz se sustenta en la combinación de valores que tengan una correlación, o covarianza, menos que perfecta para reducir, de este modo, el riesgo de la cartera sin sacrificar rentabilidad. En general, cuanto menor sea la correlación existente entre los activos de la cartera, menor será el riesgo de la misma.

Resumiendo, con la utilización de la media y la varianza, Markowitz determina el conjunto de carteras eficientes sobre las que el inversor, en función de sus preferencias sobre el riesgo, establecerá la decisión.

### 1.2.1.1 DEFINICIÓN DE VARIABLES. RENDIMIENTO-RIESGO

En los títulos de renta variable la rentabilidad que se obtiene de la compra del título depende fundamentalmente de dos componentes: por una parte, los dividendos percibidos por el poseedor del título durante el período de posesión del mismo; por otra parte, el (posible) incremento en su precio de mercado durante el mismo período<sup>1</sup>. Así, el rendimiento de un activo  $j$  durante un período  $t$ ,  $R_{jt}$ , es:

$$R_{jt} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1} + d_{j,t}}{P_{j,t-1}} \quad (1.1)$$

donde:

$d_{j,t}$ : es cualquier renta (dividendo por acción, intereses, derechos de suscripción preferentes o cualquier renta asociada a las posibles variaciones en el capital de la empresa) distribuida por el activo  $j$  entre las fechas  $t - 1$  y  $t$ ,

$P_{j,t-1}$ : precio (valor de mercado) del activo financiero  $j$  en la fecha  $t - 1$ ; y

$P_{j,t}$ : cotización del activo financiero  $j$  en la fecha  $t$ .

<sup>1</sup> Existe, además, un tercer componente de la rentabilidad de los títulos de renta variable. Se trata de la posibilidad que otorga la posesión de estos títulos de beneficiarse de futuras emisiones a un precio de emisión inferior al precio de mercado en el momento de la emisión. Es el derecho preferente de suscripción que puede ser ejercido; o bien, en caso contrario, puede venderse y embolsarse el importe de la venta del mismo. Para simplificar el análisis se supone que el derecho preferente de suscripción no se ejerce y se vende en su totalidad.

La aplicación de la fórmula (1.1) supone que los repartos de dividendos han tenido lugar al final de cada período, o bien, que los dividendos no son reinvertidos antes del fin del período. La elección del período es indiferente.

En el cálculo del rendimiento, se incluyen las variaciones de capital aun en el caso de que el activo no haya sido vendido al final del período. El razonamiento es que el inversor puede realizar la ganancia de capital vendiendo el activo. Si no lo vende, esto es tratado como una decisión implícita de venta y recompra inmediata.

El rendimiento de una cartera  $C$  compuesta por  $N$  activos,  $R_C$ , es la media ponderada de los rendimientos de los activos individuales que la componen:

$$R_C = \sum_{j=1}^N \omega_j R_j \quad (1.2)$$

En el modelo de selección de carteras formulado por Markowitz, así como en los posteriores desarrollos, se ha convenido en tomar como medida del riesgo de la inversión en un valor mobiliario en particular, o en una cartera, la varianza o desviación estándar de sus rendimientos, como ya mencionamos.

La decisión de compra de un activo debe basarse en una descripción completa de la distribución estadística de su rentabilidad. Existen, no obstante, dos simplificaciones hechas a menudo en la literatura, que permiten explicar la decisión de compra en función únicamente de la media y la varianza de las rentabilidades. La primera se refiere al caso en que las rentabilidades evolucionan en el tiempo siguiendo una distribución normal. La segunda, corresponde al caso en que las funciones de utilidad de los inversores son cuadráticas; es decir, funciones en las que solamente intervienen los dos primeros momentos de la distribución. Generalmente, se supone que se da alguno de los dos casos anteriores que permiten caracterizar un activo en función de su rentabilidad media y desviación estándar.

La asimilación de los conceptos de rentabilidad y de riesgo al par media-varianza supone que la distribución de la tasa de rentabilidad sigue una ley normal, lo cual posee propiedades muy útiles. Cuando las distribuciones de probabilidad de los rendimientos de los activos son normales, el conocimiento de su media y varianza es suficiente para describir completamente la distribución de probabilidad del rendimiento de una

cartera, y se pueden realizar comparaciones de carteras en términos de medias y varianzas únicamente.

El rendimiento se comportará en un principio siguiendo la misma ley de probabilidad que los cambios en los precios. En efecto, si se considera un período inferior al año no habrá lugar al reparto de dividendos, reflejándose la proximidad a la fecha de reparto de dividendos en el mayor precio de mercado para el correspondiente activo. Por ello, a propósito del análisis de carteras y la teoría del mercado eficiente, en la definición del rendimiento se incluye únicamente el cambio en los precios, es decir:

$$R_{jt} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1}}{P_{j,t-1}}$$

El supuesto de que los cambios en los precios, y por tanto, en los rendimientos, se comportan normalmente, se fundamenta en el teorema central del límite. Esto es, los cambios en los precios de un activo financiero en los sucesivos períodos de tiempo están determinados por la suma de los cambios de precio habidos en las innumerables transacciones realizadas en cada uno de esos períodos. Si los cambios en los precios de cada una de estas transacciones individuales son variables aleatorias independientes, dicho teorema permite sustentar la hipótesis de que los cambios de precios de un activo a lo largo de los sucesivos períodos se comportan normalmente.

El rendimiento esperado de una cartera  $C$ ,  $E(R_C)$ , es la media ponderada de los rendimientos esperados de los activos componentes de dicha cartera,

$$E(R_C) = E(\sum_{j=1}^N \omega_j R_j) = \sum_{j=1}^N \omega_j E(R_j) \quad (1.3)$$

La varianza del rendimiento de un activo individual  $j$ ,  $\sigma_j^2$ , mide la dispersión de los rendimientos alrededor de su media y da una idea de la variabilidad que experimenta el precio del activo. Su expresión es:

$$\sigma_j^2 = E\{[R_j - E(R_j)]^2\}$$

La varianza del rendimiento de una cartera  $C$ ,  $\sigma_C^2$ , es:

$$\sigma_C^2 = E\{[R_C - E(R_C)]^2\}$$

Por medio de las ecuaciones (1.2) y (1.3) puede ser reexpresada como:

$$\sigma_c^2 = E \left\{ \left[ \sum_{j=1}^N \omega_j (R_j - E(R_j)) \right]^2 \right\} \quad (1.4)$$

La expresión (1.4), en el caso de una cartera compuesta por dos activos, es:

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + 2 \omega_1 \omega_2 E\{[R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)]\} + \omega_2^2 \sigma_2^2 \quad (1.5)$$

donde la expresión  $E\{[R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)]\}$  es la covarianza entre los rendimientos de los dos activos,  $\sigma_{12}$ . La covarianza es una medida que indica cómo los rendimientos de dos activos tienden a moverse (variar) conjuntamente, medida que, como veremos, juega un papel fundamental en la valoración de activos financieros. Una covarianza negativa indica que los dos activos tienden a moverse en direcciones opuestas. Esto es, cuando el rendimiento de uno de los dos activos es superior a su media, el otro tiende a estar por debajo de la suya.

Reexpresando (1.5):

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2 \omega_1 \omega_2 \sigma_{12} \quad (1.6)$$

Resulta muy útil normalizar la covarianza de forma que acotemos sus valores entre  $-1$  y  $1$ . Estas cotas permiten saber con precisión el grado de variación conjunta que experimentan los rendimientos de dos activos financieros. Para normalizar la covarianza dividimos por el producto de las desviaciones estándar de los dos activos. El resultado se denomina coeficiente de correlación entre los rendimientos de los dos activos,  $\rho_{12}$ . Así, la covarianza puede escribirse en términos del coeficiente de correlación como:

$$\sigma_{12} = \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$

y la varianza de la cartera en términos del coeficiente de correlación es:

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2 \omega_1 \omega_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (1.7)$$

De la expresión (1.7) se deduce que la correlación entre los rendimientos de los activos que pertenecen a la cartera o, alternativamente, la propia covarianza entre dichos rendimientos juega un papel fundamental para entender el principio de la diversificación y la influencia que los activos individuales tienen en la varianza de una cartera. En particular, la varianza de una cartera (y su volatilidad) será más pequeña cuanto menor sea la correlación entre los rendimientos de los activos que la componen.

Generalizando la ecuación (1.6), la varianza de los rendimientos de una cartera con múltiples activos es:

$$\sigma_C^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \quad (1.8)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación anterior es la suma de las varianzas individuales ponderadas por las respectivas participaciones en la cartera al cuadrado. En el segundo término aparecen sólo los términos de covarianzas. Es decir, la varianza de una cartera puede reexpresarse en sus dos componentes: los términos asociados a las varianzas y los términos asociados a las covarianzas.

Considerando que  $\sigma_j^2 = \sigma_{jj}$  la ecuación (1.8) puede escribirse como:

$$\sigma_C^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh}$$

### 1.2.1.2 SUPUESTOS Y DESARROLLO DEL MODELO

Markowitz consideró las siguientes hipótesis:

1. El inversor conoce el horizonte temporal de la inversión; los títulos que integrarán la cartera,  $j = 1, 2, \dots, N$ , y la distribución de probabilidad de su rendimiento.
2. Todos los activos tienen un riesgo asociado, siendo la varianza o dispersión la medida más adecuada del mismo.
3. La rentabilidad de cada título se distribuye según ley normal de media  $E(R_j)$  y varianza  $\sigma_j^2$ .
4. Se agota todo el presupuesto. Esto es,  $\sum_{j=1}^N \omega_j = 1$ , donde  $\omega_j$  es la proporción del título  $j$  en la cartera. Además, los activos son infinitamente divisibles,  $\omega_j \in R$ .
5. No se permiten ventas al descubierto:  $\omega_j \geq 0$ .
6. La función de utilidad del inversor,  $U$ , depende únicamente de dos parámetros o características de la variable aleatoria rendimiento: el rendimiento esperado y la dispersión o riesgo:  $U(E(R_C), \sigma_C^2)$ .

Como la conducta del inversor hace que prefiera las carteras con mayor rentabilidad y menor riesgo, se cumple que:

$$\frac{\partial U}{\partial E(R_C)} > 0; \frac{\partial U}{\partial \sigma_C^2} < 0$$

7. No existen gastos, costes de agencia, inflación ni impuestos.

Una cartera es eficiente cuando proporciona la máxima ganancia para un riesgo dado, o proporciona el mínimo riesgo para un valor dado de la esperanza matemática. Markowitz propone la obtención del conjunto de alternativas eficientes por la aplicación del criterio esperanza-varianza sobre el conjunto de alternativas factibles. En la práctica, el conjunto de carteras eficientes se determina resolviendo un problema de programación cuadrática paramétrica.

Entre las carteras eficientes el inversor elegirá aquella que mejor responda a sus preferencias. De esta forma, el objetivo final del inversor que tome sus decisiones con las pautas del modelo de Markowitz será maximizar su función cuadrática de utilidad esperada de la rentabilidad de la cartera sujeto al conjunto de carteras eficientes. Esto es:

$$\text{Max } E [U(R_C)]$$

$$\text{s. a: } (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N) \in A_E$$

donde  $A_E$  es el conjunto de alternativas eficientes.

Un resultado importante de este modelo es que la cartera óptima es eficiente.

### 1.2.1.3 CRÍTICAS AL MODELO

En las teorías de selección de carteras y del equilibrio en el mercado de capitales, desde que Markowitz y Tobin establecieron su fundamentación básica, se ha convenido definir el riesgo en términos de una medida estadística, la varianza (o la desviación estándar) del rendimiento. Sin embargo, hay dos críticas al uso de la varianza como medida de riesgo. La primera indica que, dado que la varianza mide la dispersión del rendimiento de un activo alrededor de su valor esperado, considera la posibilidad de rendimientos superiores e inferiores al rendimiento esperado. Sin embargo, los inversores no ven los posibles resultados superiores a la media como un resultado desfavorable. Por esta razón, algunos investigadores han argumentado que la medida de riesgo no debería considerar estos resultados positivos, proponiendo a la semivarianza negativa como

medida de riesgo. La segunda crítica indica que, cuando la función de densidad de una variable aleatoria es simétrica, el uso de la varianza conduce, en principio, a un resultado correcto. Sin embargo, si la función de densidad no es simétrica, los resultados obtenidos en base a la varianza pueden ser engañosos, y deben estudiarse otras medidas estadísticas de la distribución.

El modelo de Markowitz también ha sido criticado desde un punto de vista práctico, ya que la determinación de la frontera eficiente requiere un gran número de estimaciones. Este problema se ve agravado cuando se reconoce que la composición de la cartera óptima debe reevaluarse continuamente, producto de los rápidos movimientos del precio de los títulos en el mercado, para preservar el balance rendimiento-riesgo deseado. El modelo simplificado o modelo diagonal de Sharpe (1963), que será presentado más adelante, constituye un instrumento para resolver el problema de las estimaciones, simplificándolo considerablemente.

Tanto el modelo de Markowitz como sus extensiones tienen como objetivo básico maximizar la rentabilidad de la cartera, dejando de lado otros aspectos importantes de los activos financieros como son la liquidez, la solvencia o el control. En tal sentido, es posible que, a un inversor a largo plazo, sólo le preocupe el precio de realización y no la volatilidad intermedia de los precios.

### 1.2.2 MODELO DE TOBIN

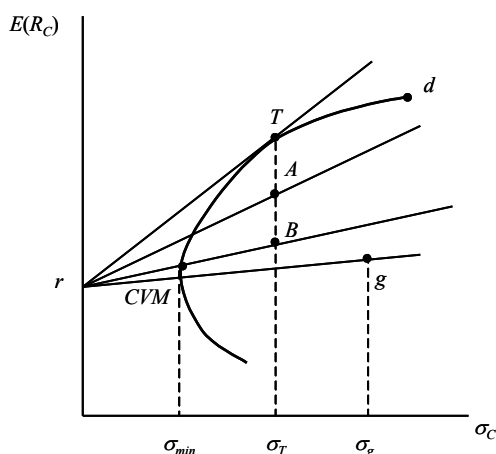
Como hemos observado, el modelo de Markowitz no considera la posibilidad de realizar ventas en descubierto ni de prestar o tomar prestado a un tipo de interés libre de riesgo<sup>2</sup>. Tobin (1958) completó este último aspecto introduciendo un activo seguro y admitiendo la posibilidad de préstamo y endeudamiento del inversor a una misma tasa de interés. De este modo, se habla de carteras con préstamo (*lending portfolios*) cuando una parte del presupuesto de inversión se presta al tipo de interés sin riesgo. Cuando se pide prestado a la tasa libre de riesgo para invertir en activos con riesgo se habla de carteras

---

<sup>2</sup> El modelo de Black (1972) es una ampliación del modelo de Markowitz que introduce las ventas al descubierto. Esto es, incorpora la posibilidad de que el inversor pueda vender activos financieros que no posee en el momento actual con la expectativa de obtener una ganancia. Para ello ha de comprometerse a adquirirlos y liquidarlos al final de la operación.



con endeudamiento (*borrowing portfolios*). Sharpe (1964) y Lintner (1965) desarrollan este modelo aunque con un planteamiento diferente. Sin embargo, Fama (1968) muestra que no existe en realidad conflicto entre los planteamientos de uno y otro autor. Suponga que la curva *CVM-d* en la Figura 1.1 representa el conjunto de carteras eficientes para  $N$  activos con riesgo y se considera, además, la existencia de un activo seguro cuyo rendimiento es igual a  $r$ .



**Figura 1.1.** Carteras eficientes con un activo seguro y múltiples activos con riesgo

Consideremos una cartera compuesta por el activo sin riesgo y por cualquier activo (o cartera) con riesgo,  $g$ . Dicha cartera tendrá un rendimiento esperado dado por:

$$E(R_C) = \omega E(R_g) + (1 - \omega) r \quad (1.9)$$

Para cualquier ponderación entre 0 y 1 en ambos activos, la cartera escogida tendrá una volatilidad inferior a la volatilidad obtenida en una inversión del 100% en el activo con riesgo. Por otra parte, si la ponderación en el activo seguro es negativa, esto es, se pide un préstamo en el activo sin riesgo para invertir los fondos del préstamo en el activo con riesgo, obtendremos una volatilidad de la cartera superior a la volatilidad correspondiente a una inversión del 100% en el activo con riesgo.

Dado que, la varianza del activo libre de riesgo y su covarianza con el otro activo son iguales a cero, se obtiene que la desviación estándar de esta cartera viene dada por:

$$\sigma_C = |\omega| \sigma_g$$

y si no admitimos la posibilidad de ventas al descubierto del activo con riesgo (esto es,  $\omega \geq 0$ ), tenemos que:

$$\sigma_C = \omega \sigma_g \quad (1.10)$$

De la ecuación (1.10) se deduce que:

$$\omega = \frac{\sigma_C}{\sigma_g}$$

que sustituyendo en (1.9) y simplificando se obtiene:

$$E(R_C) = r + \left[ \frac{E(R_g) - r}{\sigma_g} \right] \sigma_C$$

que implica que el conjunto de oportunidades de inversión entre un activo con riesgo y un activo seguro están situadas a lo largo de una línea recta, con intersección en el eje vertical igual a  $r$  (punto con volatilidad igual a cero) en el espacio rendimiento esperado-desviación estándar.

Si se invierte el 100 % en el activo con riesgo, el individuo estaría situado en el punto  $g$  donde la volatilidad de la cartera coincide con la volatilidad del activo con riesgo. Ponderaciones para ambos activos entre 0 y 1, carteras con préstamo, sitúan al inversor en algún punto de la recta entre  $r$  y  $g$ . El inversor puede situarse a la derecha del punto  $g$ , pidiendo prestado el activo seguro y colocando los fondos del préstamo en el activo con riesgo (carteras con endeudamiento).

Obsérvese, en la Figura 1.1, que pueden obtenerse mejores resultados del activo seguro que los obtenidos combinándolo con  $g$ . Por ejemplo, cualquier inversor podría combinar el activo sin riesgo y la cartera de activos con riesgo de varianza mínima global (CVM). De esta forma sus combinaciones de pares rendimiento esperado-riesgo se situarían en algún punto de la línea recta que une  $r$  y CVM. Imaginemos que el inversor elige un nivel de riesgo igual a  $\sigma_T$ . Así, su cartera escogida sería la cartera  $B$  en la Figura 1.1. Esto lo conseguiría endeudándose al tipo de interés  $r$  e invirtiendo los fondos del préstamo en la cartera CVM.

Sin embargo, podría combinar directamente la cartera  $A$  de activos con riesgo con el activo seguro. El inversor podría obtener el mismo riesgo  $\sigma_T$  pero con un rendimiento esperado mayor. De hecho, para cualquier punto de la recta  $r$ -CVM- $B$  existe al menos otro que domina en el sentido media-varianza.

Pero aún podría combinar la cartera  $T$  de activos con riesgo con el activo seguro y situarse en cualquier punto de la recta  $r$ - $T$ . De nuevo, obtendría una volatilidad  $\sigma_T$  pero ahora con un rendimiento esperado  $E(R_T)$  que es mayor que el rendimiento esperado de

las alternativas anteriores. No podría situarse en una línea recta con mayor pendiente que la recta  $r-T$ , porque no es posible obtener una cartera de activos con riesgo con un nivel de riesgo de  $\sigma_T$  y con un rendimiento esperado mayor que  $E(R_T)$ .

La recta  $r-T$  es la nueva frontera eficiente cuando existen  $N$  activos con riesgo y un activo seguro. Es la recta de mayor pendiente posible dado el conjunto de  $N$  activos con riesgo y el activo seguro.  $T$  es la cartera de activos con riesgo situada en la recta tangente a la frontera eficiente de Markowitz. Con expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión al que se enfrentan, todos los inversores se situarían en dicha cartera tangente, ya que es la única cartera de activos con riesgo que les permitiría colocarse en la nueva frontera eficiente.

Con la introducción de un activo sin riesgo se modifica la conclusión de la teoría de carteras de que un inversor seleccionará una cartera de la frontera eficiente de Markowitz en función de sus preferencias.

En base a estos resultados, Tobin (1958) establece el teorema de la separación. Éste dice que la función de utilidad del inversor afecta únicamente a la cantidad prestada o tomada en préstamo, pero no afecta en absoluto a la definición de la cartera óptima. Cuando se introduce una tasa sin riesgo, la cartera óptima domina a todas las demás. En esencia, la decisión de invertir está dividida en dos fases. En la primera, se determina la cartera óptima, y en la segunda el inversor determina su combinación óptima de inversión. Sólo esta segunda fase depende de sus preferencias.

### **1.2.3 MODELO DIAGONAL**

La operatoria del modelo de Markowitz implica el cálculo de un elevado número de variables (medias, varianzas y covarianzas). Con el objeto de facilitar su aplicación práctica, Sharpe (1963) supone que la dependencia estadística entre los rendimientos de los diferentes activos no es una dependencia directa, sino derivada de la relación existente entre esos rendimientos y un grupo fundamental de índices representativos de la evolución de la actividad económica. Sharpe estudia primero el caso en que el rendimiento depende de un solo índice, y toma un índice bursátil o índice de mercado,

para estudiar luego el caso en que los rendimientos dependen de varios índices. Presentaremos aquí únicamente el primer caso por ser el que mayor influencia ejerció en la literatura financiera.

Sharpe postula que la rentabilidad de cada activo,  $R_j$ , está relacionada, con un índice y, por consiguiente, las relaciones entre los rendimientos de los activos se deducen de las relaciones con el índice. Así, sostiene que dicha relación de dependencia viene definida por un modelo econométrico del tipo:

$$R_j = \alpha_j + \beta_j I + \varepsilon_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1.11)$$

donde  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  son parámetros;  $I$  es el valor del índice;  $\varepsilon_j$  es una variable aleatoria que incluye todos aquellos factores que dependen de las características propias o específicas del activo, individualmente irrelevantes e independientes del mercado, que influyen en el valor de  $R_j$ .

Si disponemos de  $T$  observaciones para el par de valores  $(I_t, R_{jt})$ , donde  $t = 1, \dots, T$ , obtenidas a partir de series históricas de dichas variables, los parámetros estructurales se pueden estimar utilizando algunos de los métodos que el análisis econométrico proporciona, siendo él de mínimos cuadrados el más común. Estas estimaciones muestrales podrán ser utilizadas también para estimar determinados momentos de las variables observables y de la perturbación aleatoria. En este caso habrá que estimar la media y varianza de las variables, la varianza de la perturbación aleatoria (no su media ya que por definición es igual a cero) y el coeficiente de determinación del modelo, con el objetivo de comprobar la bondad o capacidad descriptiva del mismo. Para cada par de observaciones muestrales se tendrá una relación del tipo:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j I_t + \varepsilon_{jt} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1.12)$$

Aplicando las fórmulas de la esperanza matemática y de la varianza a la relación (1.11), se obtiene:

$$\begin{aligned} E(R_j) &= \alpha_j + \beta_j E(I) & j &= 1, 2, \dots, N \\ \sigma_j^2 &= \beta_j^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2 & j &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1.13)$$

El término  $\sigma_j^2$  proporciona una medida del riesgo total del activo  $j$ , mientras que los términos  $\beta_j^2 \sigma_I^2$  y  $\sigma_{\varepsilon_j}^2$  miden, respectivamente, el riesgo sistemático y el riesgo no

sistemático. Como medida del riesgo total, en lugar de la varianza, se suele utilizar la desviación estándar, y como medida del riesgo sistemático  $\beta_j \sigma_I$  o simplemente  $\beta_j$ .

Sustituyendo en (1.2) la expresión (1.11), se tiene que:

$$R_C = \sum_{j=1}^N \omega_j (\alpha_j + \beta_j I + \varepsilon_j)$$

Así, el rendimiento de la cartera es la suma de tres términos:

$$R_C = \sum_{j=1}^N \omega_j \alpha_j + \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_j \right) I + \sum_{j=1}^N \omega_j \varepsilon_j$$

donde el término entre paréntesis indica el peso o grado de intensidad con que las fluctuaciones del mercado inciden sobre la variabilidad del rendimiento de la cartera. Proporciona una medida del riesgo sistemático de la cartera  $C$ . Es el promedio ponderado de los valores de  $\beta_j$  de los activos constitutivos de la cartera,  $\beta_C$ :

$$R_C = \sum_{j=1}^N \omega_j \alpha_j + \beta_C I + \sum_{j=1}^N \omega_j \varepsilon_j$$

La esperanza matemática de  $R_C$  es:

$$E(R_C) = \sum_{j=1}^N \omega_j \alpha_j + \beta_C E(I)$$

y la varianza de la cartera es:

$$\sigma_C^2 = \beta_C^2 \sigma_I^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \quad (1.14)$$

El primer término indica el riesgo originado por las relaciones de los títulos con el índice. Los últimos  $N$  términos indican el riesgo asociado con las características particulares de cada título. En la relación (1.14) aparece desagregado el riesgo de la cartera, al igual que en la relación (1.13) aparecía descompuesto el riesgo de un activo individual. El riesgo total de la cartera es igual a la suma del riesgo sistemático y el riesgo específico.

Cuánto mayor sea  $\beta_C$ , más vinculado estará el rendimiento de la cartera a las fluctuaciones del mercado. Un inversor averso al riesgo invertirá más en aquellos valores que tengan un coeficiente beta reducido con el fin de minimizar el valor de  $\beta_C$ .

La parte del riesgo de la cartera debida al mercado podrá reducirse con una diversificación conveniente pero nunca eliminarse completamente.

Sin embargo, la porción del riesgo debida a características propias de los activos puede eliminarse con una diversificación adecuada. El riesgo originado por las características específicas de los activos es:

$$\omega_1^2 \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \omega_2^2 \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \dots + \omega_N^2 \sigma_{\varepsilon_N}^2 \quad (1.15)$$

Suponiendo que todos los títulos tienen la misma participación en la cartera, la ecuación (1.15) puede expresarse de la siguiente manera:

$$\left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \dots + \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_{\varepsilon_N}^2 = \frac{1}{N} \left( \frac{\sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \dots + \sigma_{\varepsilon_N}^2}{N} \right)$$

La expresión entre paréntesis a la derecha de la igualdad representa el valor medio de  $\sigma_{\varepsilon_c}^2$  para los  $N$  activos incluidos en la cartera. Sin embargo, para la cartera considerada en su conjunto, el riesgo total debido a estos factores es sólo una enésima parte del valor medio de los títulos constitutivos de la cartera. Esto demuestra que la diversificación puede reducir en gran parte el riesgo originado por sucesos no correlacionados pero aleatorios. La relación decreciente entre riesgo y número de activos será mayor en el caso de una diversificación eficiente en el sentido de Markowitz que en el caso de una diversificación ingenua.

Sharpe se ocupa explícitamente de la obtención de la frontera eficiente. Para ello mantiene todos los supuestos de Markowitz excepto los relativos a la variable rendimiento. Este supuesto se sustituye por la hipótesis presentada anteriormente de que la rentabilidad de todos los activos está linealmente relacionada con un índice de mercado<sup>3</sup>.

La principal preocupación de Sharpe consistió inicialmente en simplificar o reducir el número de estimaciones a efectuar a la hora de aplicar el modelo de Markowitz, aunque ya en este primer trabajo introdujo los conceptos de *lending* y *borrowing* portfolios. Sin embargo, desde el punto de vista del análisis del riesgo, dicho trabajo ejerció una gran

---

<sup>3</sup> No explicita el comportamiento del inversor pero implícitamente supone que el inversor sigue la idea de Markowitz en cuanto a la aversión al riesgo.

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

---

influencia en el desarrollo de la teoría de la selección de carteras y el equilibrio en el mercado de capitales, y en particular en el desarrollo del CAPM.

## BIBLIOGRAFÍA

- BEAVER, W. H. (1981). Market Efficiency. *The Accounting Review*, LVI(1), 23–37.
- BLACK, M. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45(3), 444–455.
- FAMA, E. F. (1965). Random Walks in Stocks Markets. *Financial Analyst Journal*, Sep.-Oct., 55–59.
- FAMA, E. F. (1968). Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments. *The Journal of Finance*, 23(1), 29–40.
- FAMA, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- FAMA, E. F. (1976). *Foundations of Finance*. (Basic Books, Ed.). New York.
- LATHAM, M. (1986). Informational Efficient and Information Subsets. *The Journal of Finance*, 41(1), 39–52.
- LEROY, S. R. (1989). Efficient Capital Markets and Martingales. *Journal of Economic Literature*, 27, 1583–1621.
- LINTNER, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Section of Risky Investments in Stocks Portfolio and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13–37.
- LORIE, J.; HAMILTON, M. (1973). *The Stock Market: Theories and Evidence*. (Homewood. Richard D. Irwin, Ed.).
- MALKIEL, B. (1992). *Efficient Market Hypothesis*. En P. Newman, M. Milgate y J. Eatwell (editors), *New Palgrave Dictionary of Money and Finance*. (MacMillan, Ed.). Londres.
- MARKOWITZ, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- MARKOWITZ, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. (John Wiley&Sons, Ed.). New York.
- MARKOWITZ, H. M. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *The Journal of Finance*, 46(2), 469–477.
- ROBERTS, H. V. (1959). Stock Market “Patterns” and Financial Analysis: Methodological Suggestions. *The Journal of Finance*, 14(1), 1–10.
- RUBINSTEIN, M. (1975). Securities Market Efficient in an Arrow-Debreau Economy. *American Economic Review*, 65, 812–824.
- SHARPE, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293.
- SHARPE, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- SUÁREZ, A. S. (1996). *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Pirámide, Ed. (18th ed.). Madrid.
- TOBIN, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Toward Risk. *Review of Economic Studies*, 26(1), 65–86.





## Capítulo 2. TEORÍA DEL MERCADO DE CAPITALES

Analizados los principios de la teoría de carteras, presentamos la teoría del mercado de capitales y sus implicaciones para el precio de los activos financieros. La teoría del mercado de capitales trata los efectos de las decisiones del inversor sobre los precios de los activos. Más específicamente, muestra la relación que debería existir entre rendimiento y riesgo de los activos si los inversores construyen sus carteras como lo indica la teoría de carteras.

Uno de los modelos más conocidos de fijación de precios de activos financieros es el CAPM. Generalmente se reconoce a Sharpe (1964), Lintner (1965), Treynor (1961) y Mossin (1966) como los que desarrollaron este modelo. Los modelos de fijación de precio de activos son modelos de equilibrio. Esto es, dados los supuestos acerca del comportamiento y expectativas de los inversores y los supuestos del mercado de capitales, estos modelos predicen el precio de equilibrio teórico de un activo.

### 2.1 SUPUESTOS

La teoría del mercado de capitales se construye a partir del modelo de Markowitz; por tanto, toma automáticamente todos los supuestos de este modelo. En particular, asume que los inversores son adversos al riesgo, que maximizan su utilidad esperada y que

tienen un horizonte temporal de un período que es el mismo para todos los inversores. En este único período los activos se negocian o intercambian al principio del mismo y el consumo se lleva a cabo al final del período cuando los activos producen un pago o rendimiento. Como mencionamos anteriormente, estos supuestos implican que los inversores diversificaran su cartera y seleccionarían alguna cartera sobre la frontera eficiente.

Sin embargo, la teoría del mercado de capitales y el CAPM realizan supuestos adicionales:

1. Existe un activo seguro a cuyo rendimiento,  $r$ , se puede prestar y pedir prestada una cantidad ilimitada de recursos. La oferta neta del activo seguro debe ser igual a cero ya que la cantidad demandada de fondos por parte de los prestatarios debe ser igual a la cantidad que ofrecen los prestamistas.
2. Las creencias o expectativas de todos los inversores sobre los rendimientos esperados, volatilidades y covarianzas entre los activos son las mismas. Todos los individuos tienen expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión al que se enfrentan.
3. Los mercados financieros son competitivos. Ningún inversor es suficientemente importante como para influir en el precios de los activos (son precio aceptantes).
4. No existen costes de transacción, impuestos ni cualquier otra fricción en los mercados financieros.

## **2.2 EQUILIBRIO EN EL MERCADO DE CAPITALS**

El modelo de dos parámetros es un modelo para la toma de decisiones de carteras en un mundo donde las distribuciones de probabilidad de los rendimientos de las carteras son normales. En este modelo media-varianza, el inversor puede ordenar los rendimientos de las carteras en términos únicamente de estos parámetros. Más aún, se asume que el inversor es adverso al riesgo. Los supuestos sobre los gustos del inversor conducen al resultado fundamental de ese modelo, la cartera óptima es eficiente.

La posibilidad de invertir en un activo seguro implica que los inversores puedan prestar y pedir prestado al tipo de interés libre de riesgo. Un resultado clave de esta posibilidad

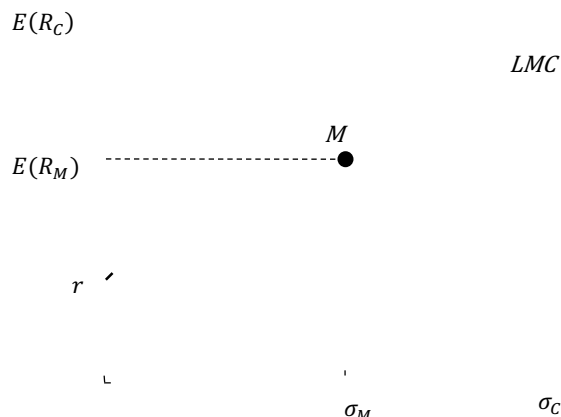
de inversión es que, al combinar el activo seguro con cualquier activo con riesgo o cartera de activos con riesgo, los pares eficientes de rendimiento esperado-volatilidad se sitúan a lo largo de una línea recta. Esta nueva frontera eficiente es la recta de mayor pendiente posible dado el conjunto de  $N$  activos con riesgo y el activo seguro.

La cartera de activos con riesgo óptima es la situada en la recta tangente a la frontera eficiente de Markowitz. Con expectativas homogéneas sobre el conjunto de oportunidades de inversión al que se enfrentan, todos los inversores se situarían en dicha cartera tangente, ya que es la única cartera de activos con riesgo que les permitiría colocarse en la frontera eficiente.

La frontera eficiente está determinada por las posibilidades objetivas del mercado y son iguales, por tanto, para todos los inversores, en el supuesto de que todos ellos dispongan de la misma información. Según cuales sean las funciones de utilidad de los diferentes inversores, éstos se situarán, en la Figura 1.1, a la izquierda o a la derecha del punto  $T$  (o incluso sobre este mismo punto) sobre la recta  $r-T$  o frontera eficiente, pero tomando siempre los puntos  $r$  y  $T$  como base de la combinación que define la cartera mixta. Así, la cartera óptima formada por activos individuales con riesgo no depende de la actitud frente al riesgo de los inversores individuales, sino que es la misma para todos ellos.

Fueron Sharpe, Lintner, Treynor y Mossin quienes demostraron, en el contexto media-varianza, que la oportunidad de prestar o endeudarse al tipo de interés libre de riesgo implica un mercado de capitales donde los inversores adversos al riesgo preferirán mantener carteras consistentes con combinaciones del activo sin riesgo y la cartera tangente de la frontera eficiente de Markowitz. Sharpe llamó a esta nueva frontera eficiente (recta  $r-T$ , en términos de la Figura 1.1) Línea del Mercado de Capitales, LMC, (Figura 2.1).

Fama (1970) demostró que la cartera tangente  $T$  debe ser consistente con todos los activos disponibles en el mercado. Dados los supuestos enunciados anteriormente, todos los inversores combinan los activos con riesgo en la misma proporción, ya que todos ellos invertirían en la única cartera eficiente de activos con riesgo que es óptima dado un activo seguro. El funcionamiento del mercado, en condiciones ideales, llevará a que la composición de la cartera tangente  $T$  coincida con la cartera de mercado,  $M$ .



**Figura 2.1.** Línea del Mercado de Capitales

Resumiendo, un inversor averso al riesgo que toma sus decisiones de inversión como lo sugiere Markowitz, y que puede prestar o endeudarse a la tasa libre de riesgo, construirá el conjunto eficiente combinando una inversión en el activo seguro y en la cartera de mercado. Mientras que, en equilibrio, todos los inversores se ubicarán en un punto situado en la LMC, la definición de la situación óptima de cada inversor se determina por el punto de tangencia de la LMC y su función de utilidad, pudiendo situarse a la derecha o izquierda de  $M$ , según esté en posición prestamista o prestatario.

Las carteras eficientes se diferencian en la forma en que los recursos se dividen entre el activo seguro y la cartera de mercado, pero todas son combinaciones de ambos fondos. Naturalmente, la cartera de mercado es la única cartera eficiente compuesta únicamente por activos con varianzas estrictamente positivas.

### 2.2.1 DEDUCCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DE LA LMC

Sea  $\omega$  la ponderación invertida en la cartera de mercado  $M$  y  $(1 - \omega)$  la asignada al activo seguro con rendimiento  $r$ .

El rendimiento esperado de cualquier cartera eficiente  $C$  será:

$$E(R_C) = \omega E(R_M) + (1 - \omega) r \tag{2.1}$$

y su volatilidad,

$$\sigma_C = \omega \sigma_M; (1 - \omega) \leq 1$$

Sustituyendo  $\omega = \sigma_C / \sigma_M$  en (2.1) y simplificando resulta la ecuación de la LMC, la cual expresa la relación que existe entre el rendimiento esperado y la volatilidad de cualquier cartera eficiente  $C$ :

$$E(R_C) = r + \left( \frac{E(R_M) - r}{\sigma_M} \right) \sigma_C \quad (2.2)$$

La medida adecuada del riesgo de una cartera es la desviación estándar de su rendimiento. En el equilibrio, habrá una relación lineal entre el riesgo (medido de esta manera) y la rentabilidad esperada de las carteras eficientes.

La pendiente de la LMC mide la compensación de rendimiento extra sobre el activo seguro por unidad de riesgo o, en otras palabras, la cantidad de riesgo y rendimiento que puede intercambiarse cuando se elige una cartera de activos con riesgo como la cartera de mercado  $M$ . Así, la pendiente indica la rentabilidad esperada que puede obtenerse si se acepta una unidad de riesgo adicional, o representa la rentabilidad esperada a la que hay que renunciar para disminuir el riesgo. Dicha pendiente se conoce como el precio del riesgo de la cartera  $M$  o como el índice de Sharpe de la cartera  $M$ .

### 2.2.2 COROLARIOS DEL TEOREMA DE EQUILIBRIO DEL MERCADO DE CAPITALES

Teorema del equilibrio del mercado de capitales (LMC): La frontera eficiente comprende todas las posibles combinaciones lineales de un activo sin riesgo y la cartera de mercado.

*Corolario 1:* Los rendimientos de las carteras eficientes están perfectamente correlacionados con el rendimiento de la cartera de mercado:  $\rho_{CM} = 1$

*Corolario 2:* Las carteras eficientes no tienen riesgo no sistemático. Todo el riesgo de una cartera eficiente es aquél inherente a la cartera de mercado:  $\sigma_C^2 = \beta_C^2 \sigma_M^2$

## 2.3 MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS FINANCIEROS. EL CAPM

### 2.3.1 EL RIESGO BETA COMO MEDIDA DE RIESGO DE LOS ACTIVOS INDIVIDUALES

Los inversores mantienen, en último término, carteras de activos con riesgo eficientes y, de hecho, si existe un activo seguro y las expectativas son homogéneas, sólo existe una cartera eficiente de activos con riesgo. Así, el riesgo apropiado al que se enfrentan los individuos es la volatilidad o desviación estándar de la cartera eficiente escogida. La variabilidad que experimenta el rendimiento de dicha cartera eficiente es la medida de riesgo final que debe preocupar al inversor.

Sin embargo, no es lo mismo hablar de la cartera eficiente en la que invierte un individuo, en cuyo caso nos preocupará la volatilidad como medida de riesgo, que hablar de activos individuales donde lo que debe preocupar a los inversores es cómo y cuánto dicho activo individual contribuye al riesgo de la cartera eficiente finalmente escogida.

El riesgo de un activo individual se mide por su contribución al riesgo de la cartera bien diversificada y eficiente escogida por el inversor y se estima por la correlación o covarianza entre el rendimiento del activo en cuestión  $j$  y el rendimiento del resto de los activos que componen la cartera.

La covarianza entre el rendimiento de un activo individual  $j$ ,  $R_j$ , y el rendimiento de una cartera  $C$ ,  $R_C$ , compuesta por  $N$  activos es la media ponderada de las covarianzas de los rendimientos de los activos en la cartera con el rendimiento del activo  $j$ , y donde las ponderaciones son las proporciones que recibe cada activo en la cartera. Así,

$$\sigma_{jC} = \text{cov}(R_j, R_C) = \text{cov}(R_j, \sum_{h=1}^N \omega_h R_h) = \sum_{h=1}^N \omega_h \sigma_{jh} \quad (2.3)$$

Por otra parte, la desviación estándar de la cartera  $C$  viene dada por la expresión:

$$\sigma_C = \left[ \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \right]^{1/2}$$

Para conocer la contribución de cualquier activo  $j$  al riesgo de la cartera necesitamos saber en cuánto varía  $\sigma_C$  al variar la cantidad del activo  $j$  invertida en  $C$ :

$$\frac{\partial \sigma_C}{\partial \omega_j} = 2 \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \right]^{-1/2} \left[ \sum_{h=1}^N \omega_h \sigma_{jh} \right] = \frac{\sum_{h=1}^N \omega_h \sigma_{jh}}{\sigma_C}$$

Reemplazando (2.3) en esta expresión obtenemos:

$$\frac{\partial \sigma_C}{\partial \omega_j} = \frac{\text{cov}(R_j, R_C)}{\sigma_C} \quad (2.4)$$

Dicha contribución suele medirse en términos proporcionales, en el sentido de saber cuánto supone la contribución al riesgo dada por (2.3) sobre la volatilidad total de la cartera. De esta forma tendremos que la contribución proporcional de  $j$  al riesgo de la cartera eficiente, que denominaremos  $\beta_{jC}$ , es:

$$\frac{\frac{\partial \sigma_C}{\partial \omega_j}}{\sigma_C} = \frac{\text{cov}(R_j, R_C)}{\sigma_C^2} = \beta_{jC}$$

Esta expresión indica que la medida de riesgo individual de un activo  $j$  es el cociente entre la covarianza del rendimiento del activo individual  $j$  y el rendimiento de la cartera eficiente  $C$  y la varianza de la cartera  $C$ . Esta medida de riesgo se denomina coeficiente beta del activo  $j$ .

Si existe un activo seguro y la cartera eficiente de activos con riesgo escogida por todos los inversores es la cartera de mercado, el riesgo de cualquier activo individual  $j$  vendría dado por el coeficiente beta del activo  $j$  con relación a la cartera de mercado  $M$ ,  $\beta_{jM}$ :

$$\beta_{jM} = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma_M^2} \quad (2.5)$$

La beta de una cartera cualquiera  $C$  con relación a la cartera de mercado  $M$  (o con relación a cualquier cartera eficiente) es el promedio ponderado de los coeficientes betas de sus activos componentes:

$$\beta_{CM} = \sum_{j=1}^N \omega_{jC} \beta_{jM}$$

donde  $\omega_{jC}$  es la participación del activo  $j$  en la cartera  $C$ .



## 2.3.2 LÍNEA DEL MERCADO DE ACTIVOS

El riesgo de una cartera se mide por la desviación estándar del rendimiento. En equilibrio se da una relación lineal entre rentabilidad esperada y el riesgo de las carteras eficientes. Pero esta relación no se cumple con las carteras ineficientes ni, por consiguiente, con los activos aislados. En este apartado presentamos otra medida de riesgo que permite presentar una relación entre rendimiento esperado y riesgo de un activo individual.

### 2.3.2.1 APROXIMACIÓN INTUITIVA

La teoría del equilibrio en el mercado de capitales muestra que el rendimiento esperado o requerido de una cartera eficiente es igual al rendimiento de los activos libres de riesgo más una prima o premio por cada unidad adicional de riesgo. Sin embargo, las carteras que se sitúan sobre la frontera eficiente son combinaciones de varianzas mínima para su nivel de rendimiento, habiendo desaparecido su riesgo propio o específico con la diversificación (§ 2.2.2, corolario 2). En consecuencia, el riesgo total es igual al componente sistemático:

$$\sigma_C = \beta_C \sigma_M$$

Reemplazando en la expresión de la LMC (ecuación (2.2)) obtenemos la relación rendimiento-riesgo en una situación de equilibrio de mercado expresada en función del coeficiente beta:

$$E(R_C) = r + [E(R_M) - r] \beta_C \quad (2.6)$$

Sin embargo, la ecuación (2.6) no dice nada acerca de cómo valorar activos individuales con riesgo, que por tener riesgo propio no se sitúan sobre la LMC, sino por debajo. En un mercado en equilibrio, a ningún activo se le puede contemplar aisladamente, sino en tanto dicho activo es susceptible de ser combinado con otros. Por consiguiente, dado que el riesgo específico desaparece con la diversificación, el riesgo a tener en cuenta por los inversores a la hora de seleccionar activos financieros individuales es el riesgo de mercado. Cuanto mayor sea el riesgo sistemático de un activo, es decir, cuanto mayor sea el riesgo que no puede ser eliminado con la diversificación, mayor rentabilidad

exigirán los inversores de dicho título para decidirse a comprarlo o mantenerlo en la cartera.

La propia dinámica del mercado (el arbitraje) conducirá a una situación de equilibrio en la que el exceso de rendimiento de un activo sobre el rendimiento del activo libre de riesgo por unidad de riesgo sistemático sea igual para todos los activos, e igual a su vez a la prima o premio del mercado durante el período de referencia. Formalmente,

$$E(R_j) = r + [E(R_M) - r] \beta_j \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) recibe el nombre de Línea del Mercado de Activos (LMA). La LMA relaciona el rendimiento esperado de cualquier activo (incluso los activos ineficientes en el sentido media-varianza) con el riesgo beta. La LMC relaciona el rendimiento esperado y el riesgo volatilidad (o riesgo varianza) para carteras eficientes.

La LMA constituye el núcleo central del CAPM y es por ello que a esta recta se le suele aplicar el propio nombre del modelo. Este modelo puede entenderse como el rendimiento esperado (requerido) por cualquier inversor interesado en comprar el activo  $j$ . Así, el inversor exigiría al menos el tipo de interés,  $r$ , que ofrece el activo seguro. Pero, además, exigiría una compensación adicional por soportar el riesgo de invertir en el activo  $j$ . Esta compensación es la prima de riesgo del activo  $j$ ,  $[E(R_j) - r] \beta_j$ . Dicha prima tiene, según el CAPM, dos componentes. Por un lado, la beta del activo  $j$ , o lo que es lo mismo, la contribución del riesgo de  $j$  al riesgo de la cartera de mercado. Por otro, la prima de riesgo del mercado,  $[E(R_M) - r]$ . Así, el CAPM dice que el rendimiento esperado de cualquier activo es una función lineal y positiva del riesgo beta respecto a la cartera de mercado.

*Ex-ante* la ecuación (2.7) constituye una fórmula fundamental a la hora de valorar activos con riesgo. En función del parámetro  $\beta_j$  se podrá determinar el rendimiento esperado o requerido del activo  $j$ , lo que en definitiva determina su valor o precio de mercado. Los valores de los términos  $r$  y  $E(R_M)$  están determinados por el mercado y son comunes para todos los inversores. Para fines prácticos, el coeficiente beta en la ecuación de la LMA es la misma beta del modelo de mercado o de un sólo índice.

La covarianza o simplemente el coeficiente de correlación entre el rendimiento de cualquier activo y el rendimiento de la cartera de mercado, se denomina riesgo sistemático o riesgo de mercado, al ser la sensibilidad de las variaciones en el precio del activo ante variaciones en el agregado económico representado por la cartera de mercado. De la sección anterior sabemos que el coeficiente de volatilidad  $\beta_j$ , o coeficiente de regresión de  $R_j$  sobre  $R_M$ , está dado por (2.5). Sustituyendo (2.5) en (2.7) obtenemos la LMA expresada en función de la covarianza ( $\sigma_{jM}$ ):

$$E(R_j) = r + \left[ \frac{E(R_M) - r}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{jM} \quad (2.8)$$

La fórmula demuestra que el exceso de la rentabilidad esperada del título sobre la tasa libre de riesgo equivale a un número constante de veces la covarianza entre el rendimiento del activo y el de la cartera de mercado. Esta versión de la LMA enfatiza que no es la varianza o la desviación estándar del rendimiento de un activo lo que determina su rendimiento. Es la covarianza del rendimiento del activo con el rendimiento del mercado lo que determina su rendimiento. Un activo que tenga una covarianza negativa tendrá un rendimiento esperado menor que el activo sin riesgo debido a los beneficios de la diversificación. Si la covarianza es positiva, el activo incrementa el riesgo de la cartera, y por tanto, los inversores lo comprarán si esperan obtener un rendimiento superior a la tasa libre de riesgo.

En síntesis, cada cartera eficiente situada en algún punto de la LMC y que se genera por unas determinadas ponderaciones de  $M$  y el activo seguro, se localiza en algún punto de la LMA. Pero además, cualquier activo ineficiente y, por tanto, no situado en la LMC, está también localizado en algún lugar de la LMA.

### **2.3.2.2 DEDUCCIONES ANALÍTICAS DE LA LMA**

#### **Deducción de Sharpe**

La Figura 2.2 muestra la recta LMC siendo el punto  $M$  la cartera de mercado. El punto  $j$ , representativo de un activo aislado, se sitúa en alguna parte por debajo de la LMC, señalando el hecho de que la inversión en un sólo activo es ineficiente. Las carteras que

se sitúan sobre la LMC son eficientes, habiendo desaparecido su riesgo propio con la diversificación.

Consideremos el efecto de repartir los fondos entre una cartera constituida totalmente por el activo  $j$  y la cartera de mercado, con proporciones  $\omega_j$  y  $\omega_M$  respectivamente.

Siendo  $Z$  la cartera resultante se obtiene:

$$E(R_Z) = \omega_j E(R_j) + \omega_M E(R_M) \quad (2.9)$$

$$\sigma_Z^2 = \omega_j^2 \sigma_j^2 + \omega_M^2 \sigma_M^2 + 2\omega_j \omega_M \rho_{jM} \sigma_j \sigma_M \quad (2.10)$$

Según sean las ponderaciones invertidas en  $j$  y  $M$ , la cartera  $Z$  se situará en un punto de una curva que una los puntos  $j$  y  $M$ , que se denominará la curva  $j$ - $M$ . La forma de esta curva dependerá del coeficiente de correlación entre  $R_j$  y  $R_M$ .

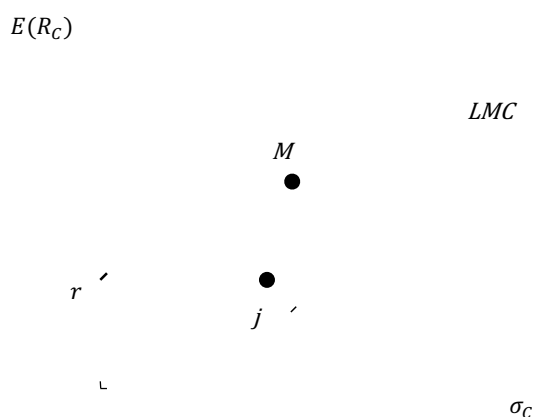


Figura 2.2. La LMC y la curva  $j$ - $M$

La pendiente de la curva en el punto  $M$  presenta un interés especial. Reexpresando (2.10):

$$\begin{aligned} \sigma_Z^2 &= \omega_j^2 \sigma_j^2 + (1 - \omega_j)^2 \sigma_M^2 + 2\omega_j(1 - \omega_j) \sigma_{jM} \\ \sigma_Z^2 &= \omega_j^2 \sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\omega_j \sigma_M^2 + \omega_j^2 \sigma_M^2 + 2\omega_j \sigma_{jM} - 2\omega_j^2 \sigma_{jM} \\ 0 &= \omega_j^2 (\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM}) + \omega_j (2\sigma_{jM} - 2\sigma_M^2) + \sigma_M^2 - \sigma_Z^2 \\ \omega_j &= \frac{(2\sigma_M^2 - 2\sigma_{jM}) \pm \{(2\sigma_{jM} - 2\sigma_M^2)^2 - 4(\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM})(\sigma_M^2 - \sigma_Z^2)\}^{1/2}}{2(\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM})} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Reexpresando (2.9):

$$E(R_Z) = E(R_M) + \omega_j [E(R_j) - E(R_M)] \quad (2.12)$$

Derivando respecto a  $\sigma_Z$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(R_Z)}{\partial \sigma_Z} &= \frac{\partial E(R_Z)}{\partial \omega_j} \frac{\partial \omega_j}{\partial \sigma_Z} = \\ &= [E(R_j) - E(R_M)] \frac{8(\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM})\sigma_Z}{2\{(2\sigma_{jM} - 2\sigma_M^2)^2 - 4(\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM})(\sigma_M^2 - \sigma_Z^2)\}^{1/2} [2(\sigma_j^2 + \sigma_M^2 - 2\sigma_{jM})]} \end{aligned}$$

Como en el punto M,  $\omega_j = 0$  y  $\sigma_Z = \sigma_M$

$$\left. \frac{\partial E(R_Z)}{\partial \sigma_Z} \right|_{\omega_j=0} = [E(R_j) - E(R_M)] \frac{\sigma_M}{(\sigma_{jM} - \sigma_M^2)}$$

Ecuación que representa la pendiente de la curva  $j$ -M en el punto M.

En equilibrio, la curva  $j$ -M ha de ser tangente a la LMC, en el punto M. El intercambio entre rendimiento esperado y riesgo, en pequeñas cantidades del título  $j$ , incluido en la cartera tangente, han de igualar al intercambio operado en el mercado de capitales, considerado en su conjunto. Esto es, la pendiente de la LMC ha de ser igual a la pendiente de la  $j$ -M en el punto M:

$$\frac{E(R_M) - r}{\sigma_M} = \frac{[E(R_j) - E(R_M)]}{\sigma_{jM} - \sigma_M^2} \sigma_M$$

Simplificando,

$$E(R_j) - r = \frac{E(R_M) - r}{\sigma_M^2} \sigma_{jM} \quad (2.13)$$

## Deducción 2

La LMA es una derivación de la LMC y, en definitiva, una generalización, en tanto que la LMA expresa la relación teórica de equilibrio entre rendimiento y riesgo para todo tipo de activos.

La LMA puede obtenerse de forma analítica resolviendo un problema de minimización condicionado. Esto es, minimizando la desviación estándar para un valor dado de la esperanza matemática del rendimiento, definidas ambas por las siguientes expresiones:

$$\sigma_C = \sqrt{\sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2 + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ h>j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh}} \quad (2.14)$$

$$E(R_C) = (1 - \sum_{j=1}^N \omega_j) r + \sum_{j=1}^N \omega_j E(R_j) \quad (2.15)$$

Para resolver el problema de minimización de (2.14) sujeto a (2.15) formamos el lagrangiano siguiente:

$$L = \sqrt{\sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2 + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ h>j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh}} + \lambda [E(R_C)] - \sum_{j=1}^N \omega_j E(R_j) - \left(1 - \sum_{j=1}^N \omega_j\right) r$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange.

Resolviendo el programa planteado se obtiene:

$$E(R_j) = r + [E(R_M) - r] \beta_{jM}$$

que es la ecuación de la LMA

### Deducción 3

Dada la LMC, se sigue que el rendimiento esperado de equilibrio de un activo individual está dado por la ecuación de la LMA:

$$E(R_j) = r + [E(R_M) - r] \beta_{jM}$$

Demostración:

A partir del corolario 2 del teorema del equilibrio del mercado de capitales, sabemos que el riesgo de las carteras eficientes es:

$$\sigma_C^2 = \beta_C^2 \sigma_M^2$$

Por consiguiente,

$$\beta_C = \frac{\sigma_C}{\sigma_M}$$

que sustituyendo en la ecuación (2.2) de la LMC obtenemos:

$$E(R_C) = r + [E(R_M) - r] \beta_C \quad (2.16)$$

Por tanto, la prima de riesgo esperada por invertir en carteras eficientes puede ser expresada de dos formas:

1. Como el producto del precio de mercado del riesgo y la desviación estándar de la cartera, ecuación (2.2).
2. Como el producto de la prima de riesgo del mercado y la beta de la cartera, ecuación (2.16).

Estas dos expresiones son idénticas porque las carteras eficientes no poseen riesgo no sistemático.

Como se cumple que:

$$\begin{aligned} E(R_C) &= \sum_{j=1}^N \omega_j E(R_j) \\ \beta_C &= \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_j \\ \sum_{j=1}^N \omega_j &= 1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) se puede escribir como:

$$\sum_{j=1}^N \omega_j E(R_j) = \sum_{j=1}^N \omega_j \{r + [E(R_M) - r] \beta_j\} \quad (2.18)$$

Habiendo establecido en la ecuación (2.16) que la LMA se mantiene para las carteras eficientes, la ecuación (2.18) demuestra que la LMA debe necesariamente cumplirse también para cada activo individual constitutivo de la cartera. Este resultado se obtiene debido a las identidades dadas en (2.17).

## 2.4 EXTENSIONES DEL CAPM

El CAPM estándar se basa en un conjunto de restricciones exigentes que, en diferentes extensiones, se han relajado. Así, por ejemplo, la eliminación de las ventas al descubierto no influye en el modelo, puesto que se presume que los inversores invierten

en la cartera de mercado que no presenta ventas al descubierto por lo que su eliminación no puede modificar el modelo.

La eliminación de la existencia de una tasa libre de riesgo única para prestar y endeudarse, para contemplar que sean distintas o que existan limitaciones al endeudamiento o bien que no pueda prestarse o endeudarse a la tasa libre de riesgo, tampoco modifican sustancialmente la ecuación que describe la rentabilidad esperada de los activos con riesgo o de carteras formadas exclusivamente por activos con riesgo. Black (1972) examina los resultados del CAPM cuando no existe una tasa libre de riesgo. Esta modificación pasa por incorporar una cartera incorrelacionada con el mercado (es decir, que tenga un coeficiente beta nulo) en lugar del anterior tipo de interés libre de riesgo<sup>4</sup>. A dicha modificación se le suele denominar Cero-Beta CAPM. Hay que tener en cuenta que la relajación de la hipótesis inicial ha sido estudiada “*ceteris paribus*”, es decir, admitiendo la posibilidad de ventas al descubierto ilimitadas, ya que sin ésta sería prácticamente imposible encontrar carteras incorrelacionadas con el mercado.

La incorporación de impuestos personales sí provoca variaciones importantes en el equilibrio. Elton y Gruber (1978) prueban que la rentabilidad esperada de un título ya no dependerá exclusivamente de la beta, sino que también afectan los dividendos. De esta nueva relación de equilibrio se intuye la posibilidad de derivar carteras óptimas de inversores en función de los tipos de impuestos sobre dividendos y ganancias de capital.

La incorporación de activos no valorados en el mercado, como el capital humano, aunque permite una relación de equilibrio general similar a la obtenida sin su consideración, cambia el *trade-off* entre rendimiento y riesgo, ya que cambia la medida del riesgo de los activos. En este sentido, Mayers (1972) fue el primero en analizar las consecuencias de la inclusión de activos no negociables en el modelo CAPM. En general, sólo si tuviesen poco valor o estuviesen incorrelacionados (o con correlación débil) con los elementos valorados en el mercado, el impacto sobre el CAPM estándar sería pequeño, hecho que parece poco probable cuando hablamos de elementos como el capital humano. Brito (1977), por su parte, analiza con más detalle la elección de la cartera

---

<sup>4</sup> El activo sin riesgo se caracteriza por no contribuir al riesgo de mercado, es decir, la correlación de su rentabilidad con la del mercado es cero; lo que origina que su beta sea también cero.



óptima individual en el equilibrio cuando se incluyen activos no valorados por el mercado.

La relajación de la hipótesis de expectativas homogéneas ha sido objeto de atención por distintos autores (Lintner, 1969; Fama, 1976; Gonedes, 1976). Sin embargo, no se ha dispuesto de una solución general al problema de expectativas heterogéneas, puesto que se ven involucradas varias cuestiones de difícil aproximación. Así, aunque el equilibrio se expresa en términos de medias, varianzas y covarianzas, éstas son medidas ponderadas complejas tomadas de los diferentes individuos con diferente información sobre su función de utilidad. Gonedes (1976), no obstante, muestra que la beta es una medida suficiente de riesgo y que la relación de equilibrio entre rentabilidad y beta es similar a la forma simple estándar del CAPM.

La posibilidad de que existan agentes que influyan en el precio también ha sido objeto de atención en la literatura. Por ejemplo, Lindenberg (1979) parte del supuesto de un agente que afecta al precio. Éste, consciente de su liderazgo, elige su cartera para maximizar su utilidad a los precios de equilibrio que resultarán de su acción. En estas condiciones observa que todos los inversores tendrán la misma cartera de mercado y activo sin riesgo (si bien, el agente informado tendrá una proporción inferior del activo sin riesgo) por lo que mantendrá la relación estándar del CAPM, aunque el precio de mercado del riesgo será menor que si no hubiese agente con poder de fijación de precios.

También se han realizado extensiones del CAPM a un contexto multi-período. Tanto Fama (1970) como Elton y Gruber (1974) han determinado las condiciones bajo las que la decisión consumo-inversión multi-período puede reducirse a la maximización de la función de utilidad mono-período. Sin embargo, como indican Elton y Gruber (1974), no parece razonable asumir dichas condiciones, por lo que el problema de elección multi-período no puede reducirse al mono-período. Merton (1973) afirma que, dado que la economía se mueve en el tiempo, las decisiones estáticas óptimas de los individuos serán generalmente no óptimas en un contexto multi-período. Dado que son adversos al riesgo, la elección de la cartera de inversión y de las decisiones de consumo tendrán en cuenta la posibilidad de cubrirse contra cambios adversos en el conjunto de posibilidades de producción. Estas posibilidades cambian el CAPM, originando el *Intertemporal CAPM* (ICAPM) propuesto por Merton (1973). Este autor afirma que el

exceso de rendimiento de un activo está dado por una versión multi-beta del CAPM, donde el número de betas es igual a uno más el número de variables de estado necesarias para describir las características de las oportunidades de inversión futuras.

El problema de valoración multi-período se plantea porque el individuo debe preocuparse por su consumo actual y futuro, por lo que debe elegir su nivel de consumo presente y las proporciones de ahorros destinados a inversión en cada activo para maximizar la función de utilidad multi-período, sujeto a restricciones presupuestarias intertemporales.

Breeden (1979) simplifica el modelo *intertemporal* de Merton en un modelo mono-beta, si bien dicha beta no está referida a la cartera de mercado, sino al consumo agregado, dando origen al CAPM basado en consumo o *Consumption CAPM* (CCAPM). En este modelo se relaciona el exceso (condicional o incondicional) de la rentabilidad esperada de un activo con la matriz de covarianzas (condicional o incondicional) de la rentabilidad de los activos con el consumo agregado. Breeden (1979) muestra que basta la beta sobre el consumo agregado para reflejar las preferencias intertemporales. Además, señala la coincidencia de intuición del modelo uni-período con el contexto multi-período ya que, en el primero, la riqueza no es sino una versión uni-período del flujo de consumo. Nuevas contribuciones al CAPM basado en el consumo se encuentran en: Lettau y Ludvigson (2001), Jacobs y Wang (2004), Parker y Julliard (2005), Santos y Veronesi (2006), Jagannathan y Wang (2007), entre otros.

Otra contribución significativa al CAPM fue desarrollada por Kraus y Litzenberger (1976). Estos autores relajan los supuestos de normalidad de los rendimientos y de que la función de utilidad es cuadrática. Kraus y Litzenberger (1976) formulan el CAPM de tres momentos incorporando el coeficiente de asimetría (tercer momento de una distribución). Otras contribuciones incorporan, además, el coeficiente de curtosis (cuarto momento) formulando CAPM de cuatro momentos, investigado por Fang y Lai (1997), Hwang y Satchell (1999), Christie-David y Chaudhry (2001), Rinaldo y Favre (2005), entre otros.

En respuesta al bajo desempeño del CAPM han sido desarrollados modelos multifactores. El modelo de Fama y French (1993) sostiene que la rentabilidad esperada

de un activo o cartera viene determinada por la sensibilidad de su rentabilidad a tres factores: mercado (exceso de rentabilidad del mercado respecto a un activo libre de riesgo), tamaño (capitalización bursátil de la empresa), y valor (valor en libros de la empresa en comparación con su valoración en bolsa). Carhart (1997) agrega, al modelo multifactorial de Fama y French (1993), un cuarto factor, *momentum*. Recientemente, Fama y French (2015), agregando dos factores, rentabilidad e inversión, a su modelo de 1993 presentan el modelo de cinco factores. Estos modelos han sido criticados por el hecho que los factores no están explicados por la teoría, sino que se encuentran motivados por la evidencia empírica.

## 2.5 MODELO DE MERCADO

El CAPM necesita ser convertido en una forma empíricamente útil para fines prácticos y de investigación. El modelo de un índice propuesto inicialmente por Sharpe (1963), cuya base es el modelo diagonal, y reformulado por Fama (1976) como el modelo de mercado, es el análogo directo de la Línea del Mercado de Activos y es comúnmente usado como una forma de testear el CAPM.

La noción básica subyacente en el modelo de un índice es que todos los activos están afectados por movimientos del mercado general. Se asume que este movimiento general de mercado o factor de mercado es una fuerza sistemática que actúa sobre todos los activos. El resto de los efectos se suponen que son específicos o únicos de un activo individual y que se diversifican en una cartera. En otras palabras, la única razón por la que los rendimientos de los activos están correlacionados es por una respuesta común a los cambios del mercado, y una medida de esta correlación podría ser obtenida relacionando el rendimiento del activo con el rendimiento de un índice de mercado. Analíticamente, el modelo supone que la variable aleatoria  $R_j$  sigue un proceso estocástico en el tiempo relacionado con el seguido por la variable rentabilidad de la cartera de mercado,  $R_M$ , de acuerdo con la siguiente expresión:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{Mt} + \varepsilon_{jt} \quad j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.19)$$

donde suponemos:

$$E(\varepsilon_j, R_M) = E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = E(\varepsilon_j) = 0; \forall j, j \neq h$$

El rendimiento de mercado no está correlacionado con el componente idiosincrásico del rendimiento, lo que implica suponer que la calidad de la expresión (2.19) para describir el proceso generador de rendimientos es independiente de cuál sea el rendimiento del mercado<sup>5</sup>.

Además,  $\varepsilon_j$  y  $\varepsilon_h$  tampoco están correlacionados por lo que, según (2.19), la única razón por la que los rendimientos de los activos tienden a moverse de forma conjunta es porque experimentan movimientos en común con la cartera de mercado como única fuente de riesgo sistemático. Esto es, no existen otros factores de riesgo sistemático que afecten a los activos financieros. Toda fuente de riesgo agregado o sistemático se resumiría en la cartera de mercado.

Entender correctamente el componente idiosincrásico del rendimiento y riesgo de los activos supone haber identificado correctamente las fuentes de riesgo sistemático. En este modelo, no hay ningún razonamiento económico (a diferencia de lo que ocurre en el CAPM) que justifique la cartera de mercado como único factor de riesgo sistemático y, consecuentemente, tampoco hay justificación alguna que permita entender la perturbación de dicho modelo como componente idiosincrásico del rendimiento de un activo financiero.

Imponer el rendimiento de la cartera de mercado como único factor de riesgo agregado, sin justificarlo por motivos de elección óptima y vaciado de mercado, es ciertamente un supuesto exigente. Si existiesen factores de riesgo sistemático más allá que la propia cartera de mercado, pero se utilizara el modelo de mercado como el verdadero modelo factorial, se estaría entendiendo a la perturbación de dicho modelo como componente diversificable, cuando en realidad no lo sería. Se seguiría suponiendo que  $E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0$  para cualquier activo  $j$  y  $j \neq h$ , cuando en realidad  $E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) \neq 0$ .

Elton y Gruber (1991) realizan la siguiente precisión aunque el resto de la literatura se refiere a ambos modelos como sinónimos. El modelo de mercado es idéntico al modelo de un índice excepto que no hace el supuesto de que todas las covarianzas entre los activos se deben a la covarianza común con el mercado ( $cov(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0$ ). Como no realiza

---

<sup>5</sup> El análisis de regresión es una técnica que garantiza el cumplimiento de este supuesto, al menos sobre el período sobre el cual se ajusta la ecuación.

este supuesto no conduce a las mismas expresiones simplificadas del riesgo de una cartera que sí surgen bajo el modelo de un índice. No obstante, la discusión sobre estimación de la beta es igualmente aplicable tanto si hablamos del modelo de un índice como del modelo de mercado ya que el modelo de regresión no requiere el cumplimiento de este supuesto. Por consiguiente, nos referimos a ambos modelos indistintamente.

En el caso de que el pasado sea representativo del futuro, el modelo (2.19) va a ser utilizado con fines predictivos. La información histórica es empleada entonces, en una perspectiva *ex-ante*, para estimar determinadas características de las variables, en base a las cuales se toman las decisiones de cartera. El modelo de mercado es en realidad el modelo diagonal de Sharpe de un sólo índice (si bien sustituyendo el índice de mercado por su rendimiento). En su fase previa o preliminar se utiliza para contrastar la validez empírica del CAPM. El CAPM es un modelo de equilibrio *ex-ante*, mientras que el modelo de mercado es un modelo de análisis empírico *ex-post*, en base al cual se pretende explicar el comportamiento de los rendimientos de los activos. A diferencia del CAPM, que presupone una determinada teoría del equilibrio en el mercado de capitales, el modelo de mercado opera sin estar ligado a ninguna teoría en particular.

### 2.5.1 RIESGO SISTEMÁTICO Y RIESGO ESPECÍFICO

El modelo de mercado expresa el rendimiento de cualquier activo  $j$  como la suma de dos partes: un componente no dependiente del mercado y que tiene su justificación en el componente exclusivamente propio del activo  $j$  y que viene dado por la suma de  $\alpha_j + \varepsilon_j$ , y su componente de mercado,  $\beta_j R_M$ :

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{Mt} + \varepsilon_{jt}$$

Como  $\varepsilon_j$  y  $R_M$  son independientes, la varianza del rendimiento del activo  $j$ ,  $\sigma_j^2$ , puede descomponerse también en dos términos:

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2 \quad (2.20)$$

El primero de ellos surge de la relación del título con los movimientos generales del mercado y se denomina riesgo sistemático o no diversificable. El segundo es la varianza

del componente del rendimiento propio de la empresa, denominado riesgo idiosincrásico o específico del activo  $j$ . Este resultado supone que la única fuente de riesgo sistemático es el rendimiento de la cartera de mercado, con las limitaciones ya señaladas.

Para examinar la proporción de la varianza del rendimiento de  $j$  que se debe a cada uno de estos dos componentes, dividimos ambos lados de (2.20) por  $\sigma_j^2$ .

$$1 = \frac{\beta_j^2 \sigma_M^2}{\sigma_j^2} + \frac{\sigma_{\varepsilon_j}^2}{\sigma_j^2}$$

De la ecuación (2.5) sabemos que:

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma_M^2}$$

y como

$$\rho_{jM} = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma_j \sigma_M}$$

resulta que,

$$1 = \rho_{jM}^2 + \frac{\sigma_{\varepsilon_j}^2}{\sigma_j^2}$$

$$\rho_{jM}^2 = 1 - \frac{\sigma_{\varepsilon_j}^2}{\sigma_j^2}$$

Así, el coeficiente de correlación al cuadrado ( $R^2$  en el contexto de la regresión simple) es la proporción de la varianza del rendimiento de  $j$  que puede atribuirse al término  $\beta_{jM} R_M$  en el modelo de mercado (proporción de la varianza que puede atribuirse a la relación entre  $R_j$  y  $R_M$ ), mientras que  $1 - \rho_{jM}^2$  es la proporción que puede asociarse con el componente idiosincrásico del rendimiento,  $\varepsilon_j$ .

### 2.5.2 EL PRINCIPIO DE LA DIVERSIFICACIÓN EN EL CONTEXTO DEL MODELO DE MERCADO

La contribución a la varianza de una cartera de los términos de varianza de los activos individuales que la componen tiende a cero cuando  $N$  es muy grande. Sin embargo, la contribución de los términos de covarianza se aproxima a la covarianza promedio de los

rendimientos de los componentes de la cartera cuando  $N$  es muy grande. En general, el riesgo de una cartera, entendido como la variabilidad de su rendimiento y medido como la varianza del mismo, no puede eliminarse completamente y el grado de diversificación posible depende de cómo se muevan conjuntamente los rendimientos de los componentes de la misma. Este mismo tipo de razonamiento se puede hacer a través del modelo de un índice dado por la expresión (2.19), y donde la varianza del rendimiento de  $j$  está dada por (2.20). Por consiguiente, la covarianza entre los rendimientos de dos activos cualesquiera,  $j$  y  $h$ , en función de las betas de dichos activos con relación al mercado es:

$$\begin{aligned}\sigma_{jh} &= E\{[R_j - E(R_j)][R_h - E(R_h)]\} \\ \sigma_{jh} &= E\{[\beta_j(R_M - E(R_M)) + \varepsilon_j][\beta_h(R_M - E(R_M)) + \varepsilon_h]\} \\ \sigma_{jh} &= \beta_j \beta_h E[R_M - E(R_M)]^2 + \beta_h E[\varepsilon_j(R_M - E(R_M))] + \beta_j E[\varepsilon_h(R_M - E(R_M))] + E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) \\ \sigma_{jh} &= \beta_j \beta_h E[R_M - E(R_M)]^2\end{aligned}$$

donde hemos impuesto el modelo de mercado y donde es crucial que los rendimientos de los activos individuales no estén correlacionados de forma que  $E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0$ .

Bajo el modelo de mercado demostramos que los rendimientos de dos activos tienden a moverse conjuntamente como consecuencia de respuestas comunes ante las variaciones en el rendimiento del mercado. Así, la covarianza entre los rendimientos de dos activos individuales cualesquiera sólo depende del comportamiento del único factor de riesgo impuesto, el rendimiento del mercado:

$$\sigma_{jh} = \beta_j \beta_h \sigma_M^2 \quad (2.21)$$

La varianza de una cartera con  $N$  activos está dada, tal como vimos, por:

$$\sigma_C^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \quad (2.22)$$

Sustituyendo (2.20) y (2.21) en la expresión (2.22):

$$\sigma_C^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \beta_j^2 \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \beta_j \beta_h \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \quad (2.23)$$

donde el último sumando del lado derecho de (2.23) hace uso del supuesto de la cartera de mercado como único factor de riesgo sistemático, de forma que los componentes idiosincrásicos de los rendimientos de los activos de una cartera no están

correlacionados. Así, el riesgo idiosincrásico de una cartera en el contexto del modelo de mercado puede escribirse como:

$$\sigma_{\varepsilon_C}^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2$$

La beta de una cartera, con relación al único factor de riesgo supuesto, el mercado, es la media ponderada de las betas de los activos componentes de dicha cartera. Por consiguiente, combinando los términos de varianzas y covarianzas, podemos reescribir (2.23) como:

$$\begin{aligned} \sigma_C^2 &= \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \beta_j \beta_h \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \\ \sigma_C^2 &= \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_j \right) \left( \sum_{h=1}^N \omega_h \beta_h \right) \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \end{aligned}$$

Por tanto, obtenemos la expresión equivalente a (2.20) para carteras en lugar de activos individuales:

$$\sigma_C^2 = \beta_C^2 \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2$$

que tiene dos componentes. El primero, componente sistemático no diversificable y el segundo, componente idiosincrásico diversificable.

Si la cartera en cuestión está bien diversificada  $\left( \omega_j = \frac{1}{N}, \forall j \right)$  y  $N \rightarrow \infty$ , tenemos que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_{\varepsilon_C}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{N} \sigma_{\varepsilon_j}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \bar{\sigma}_{\varepsilon_j}^2 = 0$$

y, por tanto, la varianza de una cartera bien diversificada es:

$$\sigma_C^2 = \beta_C^2 \sigma_M^2$$

Nuevamente, obtenemos que el límite de la diversificación está relacionado con la covarianza entre los rendimientos de los activos o, alternativamente y bajo el contexto del modelo de mercado, dicho límite está relacionado con la covarianza entre el rendimiento de la cartera diversificada y el rendimiento de la cartera de mercado. Es decir, es el propio factor de riesgo el que marca los límites de la diversificación al ser una fuente de riesgo agregada y, por tanto, común a todas las empresas existentes. Este



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

---

riesgo sistemático no puede diversificarse y marca los límites a la posible reducción del riesgo en la gestión de carteras.

Para una cartera bien diversificada con una inversión igual en cada activo, la varianza del rendimiento de la cartera se aproxima a la varianza del mercado por el cuadrado de los coeficientes de cada activo. Como la varianza del mercado es constante para todos los activos, la beta promedio se convierte en una medida de riesgo de la cartera y, por consiguiente, la beta individual, como su contribución al promedio, es una medida del riesgo del activo individual. Como cualquier inversor puede diversificar su cartera de valores y eliminar de esta forma el riesgo no sistemático, dicho riesgo no debe conllevar ninguna prima.

## BIBLIOGRAFÍA

- BLACK, M. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45(3), 444–455.
- BREEDEN, D. (1979). An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities. *Journal of Financial Economics*, 7(3), 265–296.
- BRITO, O. N. (1977). Marketability Restrictions and the Valuation of Capital Asset Under Uncertainty. *The Journal of Finance*, 32(4), 1109–1123.
- CARHART, M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57–82.
- CHRISTIE-DAVID, R.; CHAUDHRY, M. (2001). Coskewness and Cokurtosis in Futures Markets. *Journal of Empirical Finance*, 8(1), 55–81.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. (1974). On the Optimality of Some Multiperiod Portfolio Selection Criteria. *Journal of Business*, 47, 231–243.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. (1978). Taxed and Portfolio Compensation. *Journal of Financial Economics*, 6(4), 339–410.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. (1991). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. J. Wiley & Sons, Eds. (4th ed.) New York.
- FAMA, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- FAMA, E. F. (1976). *Foundations of Finance*. Basic Books, Ed. New York.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. (2015). A Five-Factor Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1–22.
- FANG, H.; LAI, T. (1997). Co-Kurtosis and Capital Asset Pricing. *Financial Review*, 32(2), 293–307.
- GONEDES, N. (1976). Capital Market Equilibrium for a Class of Heterogeneous Expectations in Two-parameter World. *The Journal of Finance*, 31(1), 1–15.
- HWANG, S.; SATCHELL, S. (1999). Modelling Emerging Market Risk Premia Using Higher Moments. *International Journal of Finance and Economics*, 4(4), 271–296.
- JACOBS, K.; WANG, K. (2004). Idiosyncratic Consumption Risk and the Cross-Section of Asset Returns. *Journal of Finance*, 59, 2211–2252.
- JAGANNATHAN, R.; WANG, Y. (2007). Lazy Investors, Discretionary Consumption, and the Cross-Section of Stock Returns. *Journal of Finance*, 62(4), 1623–1661.
- KRAUS, A.; LITZENBERGER, R. (1976). Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. *Journal of Finance*, 31(4), 1085–1099.
- LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. (2001). Resurrecting the (C)CAPM: a Cross-Sectional Test When Risk Premia are Time-Varying. *Journal of Political Economy*, 109, 1238–1287.
- LINDENBERG, E. (1979). Capital Market Equilibrium with Price Affecting Institutional Investors. In *En Elton y Gruber (Eds.), Portfolio Theory, 25 years later*. North Holland,

Amsterdam.

- LINTNER, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Section of Risky Investments in Stocks Portfolio and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13–37.
- LINTNER, J. (1969). The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4(4), 347–400.
- MAYERS, D. (1972). *Non Marketable Assets and Capital Market Equilibrium Under Uncertainty. En Jensen (Ed.) Studies in Theory of Capital Markets*. Praeger, New York.
- MERTON, R. C. (1973). An Intertemporal CAPM. *Econometrica*, 41(5), 867–888.
- MOSSIN, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), 768–783.
- PARKER, J.; JULLIARD, C. (2005). Consumption Risk and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Political Economy*, 185–222.
- RANALDO, A.; FAVRE, L. (2005). Hedge Fund Performance and Higher-Moment Market Models. *Journal of Alternative Investments*, 8(3), 37–51.
- SANTOS, T.; VERONESI, R. (2006). Labor Income and Predictable Stock Returns. *Review of Financial Studies*, 19, 1–44.
- SHARPE, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293.
- SHARPE, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- TREYNOR, J. L. (1961). Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. *Unpublished Paper, Arthur D. Little, Cambridge, MA*.

## Capítulo 3. ESTIMACIÓN DEL RIESGO BETA

Cuando las betas se calculan a través del modelo de mercado usando datos históricos se obtienen diferentes betas en función del índice de mercado usado como referencia, del intervalo del rendimiento, del período de estimación, del número de títulos constitutivos de una cartera, entre otros factores condicionantes. A continuación exponemos los principales aportes respecto a los factores que pueden influir en la estabilidad de beta, centrándonos en dos de ellos: el efecto de la longitud del período de estimación y el efecto de formación de carteras.

### 3.1 ÍNDICE DE MERCADO

Dos significados diferentes del coeficiente beta son usados en la moderna teoría financiera. Markowitz (1984) aborda la distinción entre ambos conceptos destacando la importancia de entender cómo es estimada una beta y enfatizando las consecuencias que su proceso de estimación tiene sobre su uso. Markowitz describe la trampa de las dos betas (“*Two-Beta Trap*”) como sigue: “El primer significado de beta surgió en los primeros intentos de usar el análisis media-varianza para ayudar en la gestión de carteras -esto es, en el análisis de carteras normativo. El segundo significado emerge en el supuesto de la teoría de mercados de capitales que sostiene que los inversores usan el análisis media-varianza -esto es, en la teoría media-varianza positiva” (Markowitz, 1984, p. 12 ).

Un tipo de beta es un estadístico usado para reducir el esfuerzo computacional requerido para poder formar una cartera diversificada de activos financieros. El análisis normativo requiere calcular todas las posibles relaciones entre los componentes de la cartera. Para reducir el esfuerzo computacional, Sharpe (1963) desarrolló el modelo diagonal. La premisa principal de este modelo es que los rendimientos de los activos están explicados por su correlación con algún factor fundamental, el cual está representado por un índice. Este índice, independientemente de cuantos activos lo forman, nunca mide exactamente el factor. Este modelo no requiere ningún supuesto acerca de la racionalidad del inversor ni sobre la eficiencia del mercado.

Es importante observar que en él no hay ningún rol especial para la cartera de mercado. Por consiguiente, el índice usado en el modelo diagonal no necesita ser un índice global de mercado. Por el contrario, cualquier índice es apropiado. Esta beta sólo provee una medida estadística de la relación entre un activo y un *benchmark*. El único requisito sobre el índice es uno de tipo estadístico: el índice debería estar compuesto por varios activos, pero no es necesario que represente a un grupo particular de activos, ni a una gran proporción de todos los activos que existen en el mercado. Por tanto, no necesita ser una *proxy* del mercado global.

La beta estimada de esta forma es una medida de riesgo contra un *benchmark* particular, pero no contra el mercado. No requiere ninguna teoría como fundamento ni ningún supuesto. Sólo es un parámetro de una regresión, una construcción estadística consistente con el modelo diagonal y que, como tal, tiene una interpretación ampliamente estadística. Específicamente, es una medida de la dirección y la intensidad de la relación entre rendimiento de la cartera examinada y el índice elegido, sobre un período de tiempo. Por consiguiente, esta beta debería emplearse cuando se pretende analizar las características de riesgo histórico de una cartera dada en relación a un *benchmark* elegido por su similitud estadística.

El uso de un índice amplio de mercado indica que lo que se está estimando es la forma empírica del CAPM, donde la cartera de mercado es central para describir la relación entre rendimiento y riesgo. A diferencia del modelo diagonal, el cual simplemente emplea relaciones con datos históricos para describir la manera en la cual las cosas *son*, el CAPM se desarrolla a partir de una teoría del mercado de capitales y describe la

manera en la cual las cosas *deberían ser* en un mundo teórico altamente idealizado de inversores racionales y mercados eficientes. El CAPM no supone que las covarianzas entre los activos satisfacen la ecuación del modelo diagonal. Los supuestos que hace sobre covarianza son más generales y, por tanto, son consistentes con dicho modelo y con la existencia de factores industria (King, 1966) o con otras fuentes de riesgo sistemático. Por consiguiente, una beta que proviene del análisis del CAPM no presupone el modelo diagonal.

En la teoría del mercado de capitales, los inversores racionales se concentran sólo en el riesgo de sus carteras en relación con el mercado como un todo, el cual está medido por una beta estimada contra un índice de mercado. Esta teoría indica que se puede obtener una estimación del riesgo sistemático de una cartera contra un índice global del mercado y luego usar el CAPM para estimar su rendimiento esperado. Esto es, según la teoría del mercado de capitales, para el cálculo de una medida de riesgo sistemático, se debe usar la beta que ha sido estimada contra índices amplios del mercado y éstos tienen que ser ponderados por los valores de mercado, de lo contrario se incurre en un considerable error. Contrariamente, para estimar la beta del modelo diagonal, un índice equiproporcional no será malo ya que un gran número de activos puede compensar el efecto de usar ponderadores no óptimos.

Además, si la beta se usara luego para contrastar el CAPM, debe ponerse especial cuidado en la elección de la cartera de mercado. Aparece aquí la conocida crítica de Roll (1977), si la cartera de mercado es eficiente, el CAPM funcionará y no lo hará en caso contrario; al tener que usar aproximaciones, no debe extrañar que el CAPM funcione mal (Roll y Ross, 1994). Aunque otros autores (Stambaugh, 1982) sostienen que los contrastes del CAPM son poco sensibles a la aproximación de cartera de mercado utilizada.

### 3.2 EFECTO INTERVALO

El impacto del intervalo del rendimiento sobre la beta estimada es conocido como efecto intervalo. El intervalo del rendimiento es la referencia temporal propia de las tasas de rendimiento según las cuales se calculan las betas. Se denomina así para indicar el

hecho de que si éste fuese anual, sería equivalente a considerar que los activos o carteras fueron comprados por los inversores al inicio del año y vendidos al final de éste. Así, dependiendo de la frecuencia de los datos disponibles, se podrán determinar betas según rendimientos diarios, semanales, etc. La teoría de carteras sostiene que las tasas históricas de rendimiento de un activo pueden ser usadas para estimar su riesgo sistemático. Sin embargo, no especifica cómo estas tasas deberían ser medidas. Es decir, no se refiere a si se deben tomar tasas de rendimientos diarias, semanales, mensuales, etc.

Varios estudios han demostrado que los coeficientes betas, estimados a través del modelo de mercado, pueden variar sustancialmente dependiendo del intervalo del rendimiento según el cual hayan sido determinados sus rendimientos. La magnitud de tales cambios proporciona una medida de estabilidad de las betas. Entre estos estudios empíricos pioneros pueden citarse Altman *et al.* (1974), Pogue y Solnik (1974), Levhari y Levy (1977), Scholes y Williams (1977), Smith (1978), Dimson (1979), Ng (1981), entre otros.

Levhari y Levy (1977) muestran que si el analista emplea un intervalo del rendimiento más corto que el horizonte temporal implícito en el proceso de toma de decisión de los inversores la beta estimada estaría sesgada. Por esta razón, sugieren usar el horizonte temporal relevante en el proceso de toma de decisiones con el fin de evitar sesgar la beta aún cuando la información estuviese disponible a mayor frecuencia.

Hawawini (1983) presenta un modelo que explica que la beta estimada depende de la longitud del intervalo del rendimiento debido a la existencia de relaciones intertemporales (no contemporáneas) entre rendimientos de varios activos individuales y los del mercado. Cuando el intervalo del rendimiento se acorta, activos con un valor de mercado mayor que la media de todos los activos (el mercado) tenderán a tener betas estimadas sesgadas hacia arriba, mientras que las betas de activos con valores de mercado menores estarán sesgadas hacia cero. Consecuentemente, títulos con valores de mercado relativamente pequeños pueden parecer menos arriesgados de lo que realmente son, mientras que con los de valor grande puede suceder lo contrario.

Fowler *et al.* (1980) en Canadá, Fung *et al.* (1985) en Francia, Corhay (1992) en Bélgica, Frankfurter *et al.* (1994) en US, Brailsford y Josev (1997) en Australia, Kim (1999) y Ho y Tsay (2001) en US, Diacogiannis y Makri (2008) en Grecia, Rama Krishna (2010) en India, Brzezczynski *et al.* (2011) en Polonia, y Armitage y Brzezczynski (2011) en UK, entre otros, también documentan la sensibilidad de la beta estimada respecto al intervalo del rendimiento.

Este sesgo en la beta estimada ha sido atribuido a la escasa frecuencia con la que las acciones de empresas pequeñas son transadas en el mercado (Scholes y Williams, 1977; Dimson, 1979) y más generalmente a las fricciones del proceso de intercambio (Cohen *et al.*, 1983).

De acuerdo con Cohen *et al.* (1983) las fricciones del proceso de intercambio retrasan el ajuste de los precios a la llegada de nueva información y la magnitud de estos retrasos está inversamente relacionada con el tamaño de la empresa. Para empresas grandes, con mayor volumen de intercambios, los retrasos en los ajustes son menores que para las empresas más pequeñas cuyo volumen de intercambio es menor. El sesgo está inversamente relacionado con el valor de mercado de las empresas. Su modelo predice que empresas pequeñas, con grandes retrasos de ajustes de precios, tienden a tener un sesgo a la baja en sus betas, y empresas con relativamente pequeños retrasos tienen un sesgo hacia arriba.

La escasa negociación de empresas pequeñas está acompañada de la no sincronización de los precios individuales en relación al índice de mercado, lo cual induce a una correlación intertemporal (serial) entre rendimientos y a una autocorrelación en los rendimientos del mercado produciendo cambios del sesgo en la beta cuando el intervalo del rendimiento se alarga.

En principio son preferibles los rendimientos diarios, a los rendimientos semanales o mensuales, ya que contienen más información acerca de la variación de la acción y del mercado y dan un mayor número de observaciones dado un período de estimación. Sin embargo, puede argumentarse que el impacto de la información no siempre incide en los precios cuando el intervalo es diario porque los precios se ajustan con retrasos, especialmente en mercados no desarrollados. Así, cuando el intervalo aumenta,



disminuye el impacto de los retrasos y los precios incorporan más información. Por tanto, cuando la beta se calcula con intervalos de rendimiento mayores el sesgo es menor. La negociación infrecuente de un activo dado hace que el precio de la acción cambie con menor frecuencia que el valor del índice de mercado. Esta falta de sincronización da como resultado un sesgo a la baja en las estimaciones de la beta por MCO. Aún en Estados Unidos, hay una fuerte relación entre la beta y la frecuencia de la negociación, siendo peor el problema de la falta de intercambio cuanto menor es el intervalo sobre el cual se miden los rendimientos (Armitage y Brzeszczyński, 2011).

Handa *et al.* (1989) afirman que el efecto intervalo ocurre porque la covarianza entre el activo con el mercado y la varianza del índice de mercado no cambian proporcionalmente cuando cambia el intervalo del rendimiento. Estiman, con datos de Estados Unidos, las betas de carteras ordenadas por su valor de mercado, a través del modelo de mercado con rendimientos diarios, semanales, mensuales, bimestrales, trimestrales, semestrales y anuales. Específicamente, encuentran que las betas estimadas de carteras de pequeño valor de mercado crecen con el intervalo del rendimiento, mientras que las betas estimadas de carteras de alto valor de mercado decrecen con el intervalo del rendimiento.

Scholes y Williams (1977), Dimson (1979) y Cohen *et al.* (1983) fueron los primeros estudios que propusieron técnicas para reducir el sesgo en la estimación de la beta MCO causada por el efecto intervalo. Sin embargo, no hay acuerdo en la literatura empírica sobre qué método de ajuste es superior. Fung *et al.* (1985), McInish y Wood (1986), Diacogiannis y Makri (2008), son algunos ejemplos de contribuciones que han testado la eficiencia de las distintas técnicas reportando todos diferentes resultados.

Gençay *et al.* (2003, 2005) proponen una solución alternativa basada en el análisis *wavelet*. Este enfoque descompone las series de tiempo, medidas a la mayor frecuencia posible y en diferentes escalas de tiempo, para estudiar el comportamiento de la beta con diferentes horizontes de tiempo sin perder información. Sus resultados empíricos validan la sensibilidad de la beta y del CAPM a la escala.

Existen estudios, tanto en mercados desarrollados como emergentes, que han utilizado *wavelet* para estimar el riesgo sistemático y analizar su comportamiento en

diferentes escalas de tiempo. Yamada (2005), Rhaeim *et al.* (2007) y Mbairadjim Moussa *et al.* (2014) se centran en mercados desarrollados (Japón y Francia), mientras que Aktan *et al.* (2009), Masih *et al.* (2010), Rua y Nunes (2012), Samaei (2012), Bortoluzzo *et al.* (2014) y Dewandaru *et al.* (2015) lo hacen en mercados emergentes (Estambul, Estados Árabes del Golfo, Irán y Brasil, entre otros).

### 3.3 EFECTO DE LA LONGITUD DEL PERÍODO DE ESTIMACIÓN

El período de estimación de un título o cartera hace referencia al horizonte temporal que se va a utilizar como unidad de comparación al calcular betas. Si este período fuese, por ejemplo, anual para detectar la presencia o ausencia de estabilidad habría que comparar las betas correspondientes al primer año con las obtenidas durante los años segundo, tercero y siguientes y observar si permanecen constantes o fluctúan significativamente.

Formalmente, la varianza del estimador de MCO del coeficiente beta en el modelo de mercado,  $\sigma_{\hat{\beta}_j}^2$ , viene dada por la expresión:

$$\sigma_{\hat{\beta}_j}^2 = \frac{\sigma_{\varepsilon_j}^2}{\sum_{t=1}^T (R_{Mt} - \bar{R}_M)^2} \quad (3.1)$$

Donde  $R_{Mt}$  es el rendimiento de la cartera de mercado en  $t$ ,  $\bar{R}_M$  es la media del rendimiento de la cartera de mercado durante el período muestral, y  $\sigma_{\varepsilon_j}^2$  es el riesgo idiosincrásico o varianza del componente idiosincrásico del rendimiento del activo  $j$ . Cuanto más pequeña sea la varianza del estimador de  $\hat{\beta}_j$ ,  $\sigma_{\hat{\beta}_j}^2$ , el estimador contiene menos ruido o, lo que es lo mismo, el estimador contiene un menor error de estimación.

Utilizar una serie larga de rendimientos, asegura que el denominador de la ecuación (3.1) sea grande, y por tanto, la varianza del estimador pequeña. Sin embargo, este enfoque depende crucialmente de suponer que el valor de  $\beta_j$ , es estable en el tiempo.

Levy (1971) y Blume (1971) analizan la relación entre longitud del período de estimación y estabilidad encontrando que la capacidad de predicción aumenta cuando se consideran períodos más amplios. Igual comportamiento observan Altman *et al.*

(1974) en la Bolsa de Paris. Las investigaciones empíricas de Baesel (1974), Roenfeldt *et al.* (1978), Eubank y Zumwalt (1979, 1981) y Harrington (1983) presentan resultados similares. Theobald (1981) realiza el desarrollo analítico explicativo de la influencia de la longitud de períodos de estimación en la estabilidad de las betas.

### 3.4 EFECTO DE LA FORMACIÓN DE CARTERAS

Las betas de un activo varían de un período a otro, en primer lugar, porque el riesgo, medido por el coeficiente beta de un valor puede variar con el tiempo. En segundo lugar, la beta de cada período está calculada con un error aleatorio que, cuanto mayor sea, menor es la bondad del coeficiente y menor es el poder de predicción. Si consideramos una cartera, los errores aleatorios cometidos en el cálculo de las betas individuales tenderán a anularse unos con otros, por lo que se observa una mayor estabilidad en la beta de una cartera que en la de un valor individual. Dado que las betas de una cartera están calculadas con menor error, y dado que tienen menor variabilidad, es evidente que las betas históricas de carteras tienen un mayor poder de predicción que las betas individuales.

Formalmente, la varianza del estimador de MCO del coeficiente beta en el modelo de mercado viene dada por la expresión (3.1). Trabajar con carteras, en lugar de hacerlo con activos individuales, reduce el numerador de la ecuación (3.1) ya que a través del efecto de la diversificación, con un número suficiente de activos, se puede eliminar el riesgo idiosincrásico en las carteras<sup>6</sup>:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_{\varepsilon_c}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_{\varepsilon_j}^2}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \bar{\sigma}_{\varepsilon_j}^2 = 0$$

Si la estabilidad del coeficiente beta es mayor empleando carteras en lugar de activos individuales, tendremos más confianza en la predicción del riesgo beta de una cartera que en la de un activo individual.

---

<sup>6</sup> Este enfoque es correcto, suponiendo que el modelo de mercado captura suficientemente las fuentes de riesgo sistemático. En otras palabras, el argumento supone que, dado el rendimiento del mercado como factor de riesgo, los rendimientos son mutuamente independientes. En caso contrario, tendríamos covarianzas entre los componentes de la perturbación del modelo de mercado.

Blume (1971) y Levy (1971) fueron los primeros estudios que analizaron la estabilidad de las betas, tanto de valores individuales como de carteras. Sus resultados indican que la beta de un título individual fluctúa más que la de una cartera. La misma relación directa entre tamaño de las carteras y la estabilidad de las betas es observada por Altman *et al.* (1974), Tole (1981), Dimson y Marsh (1983), Harrington (1983), Alexander y Chervany (1980), entre otros.

Sunder (1980) testea la hipótesis de estabilidad de la beta en 8 subperíodos de 75 meses desde 1926 hasta 1975. Analiza activos individuales y carteras de 10, 25, 50 y 100 acciones de la Bolsa de Nueva York elegidas aleatoriamente e igualmente ponderadas. Sus resultados indican que la varianza de los cambios en el riesgo de mercado de una cartera disminuye cuando aumenta el tamaño de la cartera, evidencia que respalda la presencia del efecto diversificación.

La teoría financiera y la evidencia empírica mencionada anteriormente sugieren que, en la medida que activos individuales son agregados en carteras, la diversificación debería producir que la beta de cartera sea relativamente más estable, si la inestabilidad de la beta de activos individuales es impulsada, al menos en parte, por factores microeconómicos. Sin embargo, otras contribuciones, Collins *et al.* (1987), Faff *et al.* (1992), Brooks *et al.* (1992), Gregory-Allen *et al.* (1994), encuentran que la inestabilidad de la beta aumenta cuando crece el tamaño de la cartera. Esto parecería inconsistente con la existencia del efecto diversificación sobre la inestabilidad de la beta causada por factores microeconómicos.

Collins *et al.* (1987) sugiere dos posibles explicaciones de sus hallazgos, el “efecto *background noise*” o bien que la inestabilidad de la beta esté dada por factores macroeconómicos.

En la medida que la inestabilidad de la beta individual está dada por factores microeconómicos, el aumento de tamaño de la cartera reducirá la inestabilidad de la beta a través del efecto de la diversificación. Pero, además, es cierto que formar carteras más grandes reduce el ruido (“*background noise*”) en los datos, es decir, la formación de carteras hace que la inestabilidad de la beta sea más fácil de detectar. Así, hay dos

efectos contrapuestos y, dependiendo de cuál domine, el grado de inestabilidad de la beta podrá disminuir o aumentar al formar carteras.

Collins *et al.* (1987) señalan que otra posible explicación sería que la inestabilidad de la beta esté causada por factores macroeconómicos. En este caso, no habría efecto diversificación ya que éste solo eliminaría los factores específicos de la empresa y la formación de carteras reforzaría la causa de la inestabilidad de la beta, produciendo una mayor inestabilidad en la beta de la cartera.

Para explicar estos hallazgos, Brooks *et al.* (1994) investigan el efecto de la formación de cartera sobre la estabilidad de la beta considerando carteras formadas por activos individuales que cumplen determinadas características de estabilidad de la beta. Buscan testear las siguientes hipótesis:

1. Si la diversificación fuera cierta y la inestabilidad de la beta fuera generada por factores microeconómicos, debería observarse que carteras formadas con activos con betas variables pueden tener una beta constante.
2. Si los factores macroeconómicos son los que causan la inestabilidad de la beta, las carteras formadas por activos de beta variable deberían tener beta variable.
3. Si el efecto “*background noise*” fuera cierto, carteras formadas por activos de beta constante deberían tener una beta variable.

Encuentran evidencia empírica de los dos efectos contrapuestos, efecto “*background noise*” y efecto diversificación.

Brooks *et al.* (1997) avanzan en el estudio del efecto diversificación examinando las características de la estabilidad de la beta de carteras formadas por activos de beta constante y activos de beta variable. Los resultados son consistentes con la presencia del efecto diversificación: en una cartera de un tamaño dado, la sustitución de activos de beta constante por activos de beta variable hace más probable que la cartera tenga beta constante, aunque la velocidad de la diversificación puede ser lenta. Encuentran también que, a medida que la cartera crece, una mayor proporción de activos de beta constante es necesaria para mantener la relativa estabilidad de la beta de la cartera. En el límite, aumentando el tamaño de la cartera, se formaría la cartera de mercado la cual por definición tiene una beta unitaria y constante. Esta aparente contradicción

puede resolverse observando que hay un número finito de activos de beta variable y típicamente la mayor parte de los activos tienen beta constante. Por tanto, a medida que la cartera crece, la proporción de activos de beta constante crece constantemente y eventualmente produce el efecto diversificación. De cualquier manera, este efecto no se aplicaría a carteras pequeñas.

La respuesta a si las betas de una cartera son más estables que las betas de activos individuales continua siendo ambigua. Si bien se encuentran en la literatura un gran número de contribuciones sobre la estabilidad de la beta que han continuado el trabajo pionero de Blume, solo un pequeño número de estos estudios han considerado específicamente el efecto de la formación de carteras, y ninguno de ellos analiza dicho efecto sobre carteras sectoriales.

### **3.5 BETAS SECTORIALES: EVIDENCIA EMPÍRICA**

La evidencia empírica sugiere que el riesgo sistemático y sus determinantes pueden diferir sustancialmente entre los sectores (Fama y French, 1997). En esta sección presentamos las principales contribuciones a la literatura empírica sobre el riesgo sistemático de diferentes sectores.

Damodaran (2001) reconoce que las betas de las empresas oscilan mucho, pero afirman que las betas sectoriales (beta de la cartera compuesta por las empresas de un mismo sector) oscilan muy poco. Por eso recomienda utilizar la beta calculada de un sector. Por su parte, Yao y Gao (2004) señalan, desde una perspectiva práctica, que las betas son especialmente útiles en el contexto de sectores.

Las Tablas 3.1 y 3.2 presentan las principales contribuciones que estiman betas sectoriales a partir de índices bursátiles en países desarrollados y en países emergentes respectivamente. Se observa que han sido empleadas una variedad de técnicas en el cálculo de la beta sectorial. Sin embargo, ningún estudio utiliza metodología borrosa para analizar el riesgo sistemático en un ambiente de incertidumbre y menos aún se centra en estudiar el efecto de la formación de carteras sobre la estabilidad de la beta ni el efecto de la longitud del período de estimación. También observamos que el análisis

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

---

empírico de las betas se ha realizado básicamente en países desarrollados. Entre la evidencia empírica encontramos tan sólo el estudio de Ortas *et al.* (2010) que trata el tema de la estimación del coeficiente beta sectorial en el mercado latinoamericano.

Tabla 3.1. Betas estimadas en países desarrollados a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura (I)

País	Autor	Sectores	Período	Intervalo Rendimiento	Método Estimación	Principales Resultados
	Brooks <i>et al.</i> (1998)	24	01-1974/ 03-1996	Mensual	Comparan estimaciones de beta dinámica: enfoque ARCH Multivariante (M-GARCH), el modelo de Schwert y Seguin (1990) y el algoritmo del filtro de Kalman.	Encuentran evidencia que respalda técnica del filtro de Kalman.
	Faff y Brooks (1998)	23	1974/ 1992	Mensual	Aplican el modelo de Fabozzi y Francis (1977). Modelan las betas industriales por diferentes regímenes, rendimientos de mercado y volatilidad de la tasa libre de riesgo.	Encuentran evidencia mixta respecto a la aplicabilidad de un modelo de beta variable que incorpore las variables analizadas. Identifican sectores y empresas que tienen una beta muy variable especialmente durante regímenes extremadamente volátiles.
AUSTRALIA	Greenewold y Fraser (1999)	23	12-1979/ 02-1994	Mensual	Comparan betas del modelo de mercado con 3 modelos de betas dinámicas: regresiones recursivas, regresiones <i>rolling</i> y el modelo del filtro de Kalman.	Encuentran evidencia de una profunda inestabilidad de la beta para las 23 carteras industriales. Sin embargo, señalan que la naturaleza de la variación temporal de beta depende del método de estimación usado. Casi todas las betas estimadas por el método de estimación recursivo fueron encontradas no estacionarias, mientras que aproximadamente la mitad de las industrias tienen betas no estacionarias cuando fueron estimadas por el procedimiento del filtro de Kalman. Dividen los sectores en dos grupos: uno de ellos tiene alta volatilidad y betas no estacionarias y el otro grupo tiene beta relativamente constante y estacionaria.
	Yaoy Gao (2004)	19	12-1979/ 03-2000	Mensual	Comparan betas MCO con modelos de beta dinámica (modelo de camino aleatorio, modelo de coeficiente aleatorio, modelo de reversión de media, modelo ARMA(1,1)) usando el filtro de Kalman.	Encuentran que las betas industriales son inestables. El modelo de mercado con beta variable tiene mejor desempeño entre las carteras industriales que el modelo de mercado MCO. Los modelos que mejores resultados generan son el modelo de media móvil y el modelo de reversión de media.



**Tabla 3.1.** Betas estimadas en países desarrollados a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura (II)

<b>País</b>	<b>Autor</b>	<b>Sectores</b>	<b>Período</b>	<b>Intervalo Rendimiento</b>	<b>Método Estimación</b>	<b>Principales Resultados</b>
CANADA	He y Kryzanowski (2008)	10	01-1988/ 12-2004	Mensual	Estiman betas dinámicas con el algoritmo del filtro de Kalman.	Encuentran una fuerte variación temporal de las las betas sectoriales.  Clasifican las betas sectoriales dinámicas en dos categorías: 1. Sectores típicamente cíclicos ( <i>Financials, Energy, Industrials, Consumer Discretionary y Telecom Sectors</i> ), 2. Sectores típicamente no cíclicos ( <i>Utilities, Materials, Health, Consumer Staples, y IT Sectors</i> ).  Esto implica que las características de riesgo de las carteras sectoriales están cercanamente relacionadas con la diferente sensibilidad del sector con el ciclo del negocio.
	Terceno <i>et al.</i> (2014)	6	01-2005/ 06-2009	Semanal	Estiman los coeficientes betas con un modelo de regresión borroso lineal.	En un entorno de incertidumbre, encuentran evidencia empírica consistente con la reportada por estudios tradicionales: Las betas sectoriales son más estables que las betas subsectoriales y las betas semestrales son más estables que las trimestrales.  Además, encuentran que algunos sectores son más estables que otros, independientemente del periodo de estimación. Bienes de Consumo y Servicios de Consumo son los sectores más estables, mientras que Tecnología y Comunicaciones son altamente inestables.
ESTADOS UNIDOS	Chen <i>et al.</i> (2009)	8	01-1981/ 12-2002	Mensual	Comparan tres medidas de riesgo a la baja con tres medidas de riesgo tradicionales: beta, varianza y desviación estándar.	La beta no es una buena variable para explicar el rendimiento. La varianza y la desviación estándar presentan mejor performance que la beta.  Las medidas de riesgo tradicionales tienen menor poder explicativo que las medidas de riesgo a la baja.
	Hasnaoui y Fatnassi (2014)	10	06-2002/ 01-2014	Diario	Estiman betas dinámicas por el modelo bivariante GARCH.	Obtienen diferentes betas sectoriales por efecto de la crisis financiera del 2008.

Tabla 3.1. Betas estimadas en países desarrollados a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura (III)

<b>País</b>	<b>Autor</b>	<b>Sectores</b>	<b>Período</b>	<b>Intervalo Rendimiento</b>	<b>Método Estimación</b>	<b>Principales Resultados</b>
NUEVA ZELANDA	Li (2003)	19	01-1997/ 08-2002	Diario	Compara estimaciones de la beta MCO con betas dinámicas a través de los modelos GARCH(1,1), de Schwert y Seguin (1990) (SS), del filtro de Kalman, de volatilidad estocástica (SV) y el modelo SS en conjunto con SV.	Encuentra que las betas de las carteras industriales son inestables y que el enfoque SV genera las mejores estimaciones.
	Mergner y Bulla (2008)	18	12-1987/ 02-2005	Semanal	Comparan las estimaciones de la beta constante con seis modelos de beta variable (modelo de volatilidad estocástica, modelo Markov-switching, modelo GARCH(1,1) bivalente, dos enfoques basados en el algoritmo del filtro de Kalman y un modelo bivalente de volatilidad estocástica).	Encuentran evidencia que las betas sectoriales, en el contexto europeo, no son estables en el tiempo. Las mejores betas sectoriales variables son descriptas por un proceso de camino aleatorio estimado por el modelo del filtro de Kalman.
PAN-EUROPEAN	Faff <i>et al.</i> (2000)	32	01-1969/ 04-1998	Diario	Comparan los modelos MCO, GARCH, el modelo de Schwert y Seguin (1990) y el algoritmo del filtro de Kalman.	Las betas del modelo de mercado son inestables y variables. Encontraron que la técnica del filtro de Kalman es superior a los otros modelos comparados.
	Brooks y Henry (2002)	6	01-1965/ 12-1999	Semanal	Estiman una beta asimétrica. Desarrollan un modelo empírico para medir el impacto de las noticias en las medidas de la beta dinámica.	La beta sectorial depende de noticias acerca del mercado y de noticias acerca del sector. El sector Cuidados de la Salud es el sector con menor riesgo.
	Fraser <i>et al.</i> (2004)	7	02-1975/ 12-1996	Mensual	Comparan MCO con modelos de beta dinámica tipo ARCH.	Ningún método de estimación produce betas que tengan una relación significativa con los rendimientos.

Fuente: *Elaboración Propia*

**Tabla 3.2.** Betas estimadas en países emergentes a partir de índices sectoriales: revisión de la literatura

País	Autor	Sectores	Período	Intervalo Rendimiento	Método Estimación	Principales Resultados
BRASIL	Laumann (2015)	6	01-2008/ 04/2014	Semanal	Estima los coeficientes betas con un modelo de regresión borroso lineal, con datos ciertos e inciertos. Compara los coeficientes borrosos calculados con las betas MCO.	<p>Encuentra que la regresión borrosa genera mejores resultados y presenta ventajas respecto de MCO.</p> <p>Cuando el análisis de regresión se aplica con datos ciertos, los resultados borrosos se aproximan a los resultados de la regresión ordinaria.</p> <p>Incorporar el rendimiento del sector como un dato incierto no implica mayor inestabilidad del coeficiente.</p> <p>Cuando mayor es el período de estimación, mayor es la estabilidad de la beta.</p>
	Onour (2010)	5	07-2002/ 02-2008	Diario	Estima beta dinámica con modelo GARCH asimétrico.	<p>Encuentra evidencia de beta variable para todos los sectores.</p> <p>Los sectores bancos e inmobiliario muestran una amplia variación del riesgo sistemático comparado con otros sectores. Esto implica que los activos de estos dos sectores tienen mayor riesgo y mayores dificultades para controlar y gestionar su riesgo.</p>
CHILE	Ortas <i>et al.</i> (2010)	7	04-2002/ 02-2010	Diario	Estiman betas dinámicas con el algoritmo del filtro de Kalman.	<p>Encuentran que el coeficiente de riesgo sistemático de los índices bursátiles sectoriales chilenos no es constante a lo largo del tiempo, proporcionando el filtro de Kalman una estimación recursiva más satisfactoria de su evolución a lo largo del tiempo.</p>

*Fuente: Elaboración Propia*

## BIBLIOGRAFÍA

- AKTAN, B.; MABROUK, A. B.; OZTURK, M.; RHAHEM, N. (2009). Wavelet-based Systematic Risk Estimation an Application on Istanbul Stock Exchange. *International Research Journal of Finance and Economics*, 1(23), 33–45.
- ALEXANDER, G.; CHERVANY, N. (1980). On the Estimation and Stability of Beta. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15(1), 123–137.
- ALTMAN, E. I.; JACQUILLAT, B.; LEVASSEUR, M. (1974). Comparative Analysis of Risk Measures: France and the United States. *The Journal of Finance*, 29(5), 1495–1511.
- ARMITAGE, S.; BRZESZCZYNSKI, J. (2011). Heteroscedasticity and Interval Effects in Estimating Beta: UK Evidence. *Applied Financial Economics*, 21(20), 1525–1538.
- BAESEL, J. B. (1974). On the Assessment of Risk: Some Further Considerations. *The Journal of Finance*, 29(5), 1491–1494.
- BLUME, M. E. (1971). On the Assessment of Risk. *The Journal of Finance*, 26(1), 1–10.
- BORTOLUZZO, A. B.; MINARDI, A. M. A. F.; PASSOS, B. C. F. (2014). Analysis of Multi-Scale Systemic Risk in Brazil's Financial Market. *Revista de Administração*, 49(2), 240–250.
- BRAILSFORD, T.; JOSEV, T. (1997). The Impact of the Return Interval on the Estimation of Systematic Risk. *Pacific-Basin Finance Journal*, 5, 357–376.
- BROOKS, R. D.; FAFF, R. W.; MCKENZIE, M. (1998). Time-Varying Beta Risk of Australian Industry Portfolios: A Comparison of Modelling Techniques. *Australian Journal of Management*, 23(1), 1–22.
- BROOKS, C.; HENRY, O. (2002). The Impact of News on Measures of Undiversifiable Risk: Evidence from the UK Stock Market. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 64(5), 487–508.
- BROOKS, R. D.; FAFF, R. W.; GANGEMI, M. A. M.; LEE, J. H. H. (1997). A Further Examination of the Effect of Diversification on the Stability of Portfolio Betas. *Applied Financial Economics*, 7, 9–14.
- BROOKS, R. D.; FAFF, R. W.; LEE, J. H. H. (1992). The Form of Time Variation of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Applied Financial Economics*, 2(4), 191–198.
- BROOKS, R. D.; FAFF, R. W.; LEE, J. H. H. (1994). Beta Stability and Portfolio Formation. *Pacific-Basin Finance Journal*, 2(4), 463–479.
- BRZESZCZYŃSKI, J.; GAJDKA, J.; SCHABEK, T. (2011). The Role of Stock Size and Trading Intensity in the Magnitude of the “Interval Effect” in Beta Estimation: Empirical Evidence from the Polish Capital Market. *Emerging Markets Finance and Trade*, 47(1), 28–49.
- CHEN, D.; CHEN, C.; CHEN, J. (2009). Downside Risk Measures and Equity Returns in the NYSE. *Applied Economics*, 41(8), 1055–1070.
- COHEN, K. J.; HAWAWINI, G. A.; MAIER, S. F.; SCHWARTZ, R. A.; WHITCOMB, D. K. (1983). Friction in the Trading Process and the Estimation of Systematic Risk. *Journal of Financial Economics*, 12(2), 263–278.
- COLLINS, D. W.; LEDOLTER, J.; RAYBURN, J. (1987). Some Further Evidence on the Stochastic Properties of Systematic Risk. *Journal of Business*, 60(3), 425–448.

- CORHAY, A. (1992). The Intervalling Effect Bias in Beta: A Note. *Journal of Banking and Finance*, 16(61–73).
- DAMODARAN, A. (2001). *The Dark Side of Valuation* (Financial). New Jersey.
- DEWANDARU, G.; BACHA, O. I.; MASIH, A. M. M.; MASIH, R. (2015). Risk-Return Characteristics of Islamic Equity Indices: Multi-timescales Analysis. *Journal of Multinational Financial Management*, 29, 115–138.
- DIACOGLIANNIS, G.; MAKRI, P. (2008). Estimating Betas in Thinner Markets: The Case of the Athens Stock Exchange. *International Research Journal of Finance and Economics*, 13, 108–122.
- DIMSON, E. (1979). Risk Measurement When Shares are Subject to Infrequent Trading. *Journal of Financial Economics*, 7(2), 197–226.
- DIMSON, E.; MARSH, P. (1983). The Stability of UK Risk Measures and the Problem of Thin Trading. *The Journal of Finance*, 38(3), 753–783.
- EUBANK, A. A.; ZUMWALT, J. K. (1979). An Analysis of the Forecast Error Impact of Alternative Beta Adjustment Techniques and Risk Classes. *The Journal of Finance*, 34(3), 761–776.
- EUBANK, A. A.; ZUMWALT, J. K. (1981). Impact of Alternative Length Estimation and Prediction Periods on the Stability of Security and Portfolio Betas. *Journal of Business Research*, 9(3), 321–325.
- FABOZZI, F. J.; FRANCIS, J. C. (1977). Stability Tests for Alphas and Betas Over Bull and Bear Market Conditions. *The Journal of Finance*, 32(4), 1093–1099.
- FAFF, R.; LEE, J.; FRY, T. (1992). Time Stationarity of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Journal of Business Finance & Accounting*, 19(2), 253–270.
- FAFF, R. W.; BROOKS, R. D. (1998). Time-Varying Beta Risk for Australian Industry Portfolios: An Exploratory Analysis. *Journal of Business Finance and Accounting*, 25(5–6), 721–745.
- FAFF, R. W.; HILLIER, D.; HILLIER, J. (2000). Time varying beta risk: An analysis of alternative modelling techniques. *Journal of Business Finance and Accounting*, 27(5–6), 523–554.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. (1997). Industry Costs of Equity. *Journal of Financial Economics*, 43(2), 153–193.
- FOWLER, D. J.; RORKE, C. H.; JOG, V. M. (1980). Thin Trading and Beta Estimation Techniques on the Toronto Stock Exchange. *Journal of Business Administration*, 12, 77–90.
- FRANKFURTER, G. M.; LEUNG, W. K.; BROCKMAN, P. D. (1994). Compounding Period Length and the Market Model. *Journal of Economics and Business*, 46(3), 179–193.
- FRASER, P.; HAMELINK, F.; HOESLI, M.; MACGREGOR, B. (2004). Time-varying Betas and the Cross-sectional Return-Risk Relation: Evidence from the UK. *European Journal of Finance*, 10(4), 255–276.
- FUNG, W.; SCHWARTZ, R.; WHITCOMB, D. (1985). Adjusting for the Intervalling Effect Bias in Beta. A Test Using Paris Bourse Data. *Journal of Banking and Finance*, 9(3), 443–460.
- GENÇAY, R.; SELÇUK, F.; WHITCHER, B. (2003). Systematic Risk and Timescales. *Quantitative Finance*, 3(2), 108–116.
- GENÇAY, R.; SELÇUK, F.; WHITCHER, B. (2005). Multiscale Systematic Risk. *Journal of International Money and Finance*, 24(1), 55–70.
- GREGORY-ALLEN, R.; IMPSON, C. M.; KARAFIATH, I. (1994). An Empirical Investigation of Beta Stability: Portfolios vs. Individual Securities. *The Journal of Business, Finance and Accounting*, 21(6), 909–916.
- GROENEWOLD, N.; FRASER, P. (1999). Time-varying estimates of CAPM betas. *Mathematics and Computers in Simulation*, 48(4–6), 531–539.

- HANDA, P.; KOTHARI, S. P.; WASLEY, C. (1989). The Relation Between the Return Interval and Betas. Implications for the Size Effect. *Journal of Financial Economics*, 23(1), 79–100.
- HARRINGTON, D. R. (1983). Whose Beta is Best? *Financial Analysts Journal*, 39(4), 67–73.
- HASNAOUI, H.; FATNASSI, I. (2014). Time-Varying Beta and the Subprime Financial Crisis: Evidence from U.S. Industrial Sectors. *Journal of Applied Business Research*, 30(5), 1465–1476.
- HAWAWINI, G. A. (1983). Why Beta Shifts as the Return Interval Changes. *Financial Analysts Journal*, 39(3), 1–6.
- HE, Z.; KRYZANOWSKI, L. (2008). Dynamic Betas for Canadian Sector Portfolios. *International Review of Financial Analysis*, 17(5), 1110–1122.
- HO, L. C. J.; TSAY, J. J. (2001). Option Trading and the Intervalling Effect Bias in Beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 17(3), 267–282.
- KIM, D. (1999). Sensitivity of Systematic Risk Estimates to the Return Measurement Interval Under Serial Correlation. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 12(1), 49–64.
- KING, B. F. (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. *The Journal of Finance, Supplement*.
- LAUMANN, Y. (2015). Analysis of Beta Coefficients in the Brazilian Stock Market Using Fuzzy Linear Regression Methodology. *Fuzzy Economic Review*, 20(2), 3–17.
- LEVHARI, D.; LEVY, H. (1977). The Capital Asset Pricing Model and the Investment Horizon. *The Review of Economics and Statistics*, 59(1), 92–104.
- LEVY, R. A. (1971). On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficients. *Financial Analysts Journal*, 27(6), 55–62.
- LI, X. (2003). *On Unstable Beta Risk and Its Modelling Techniques for New Zealand Industry Portfolios. Massey University Commerce Working Paper No. 03.01.*
- MARKOWITZ, H. M. (1984). The ‘Two-Beta’ Trap. *The Journal of Portfolio Management*, Fall, p. 12-20.
- MASIH, M.; ALZHRANI, M.; AL-TITI, O. (2010). Systematic Risk and Time Scales: New Evidence from an Application of Wavelet Approach to the Emerging Gulf Stock Markets. *International Review of Financial Analysis*, 19(1), 10–18.
- MBAIRADJIM MOUSSA, A.; SADEFO KAMDEM, J.; SHAPIRO, A. F.; TERRAZA, M. (2014). CAPM with Fuzzy Returns and Hypothesis Testing. *Insurance: Mathematics and Economics*, 55, 40–57.
- MCINISH, T.; WOOD, R. (1986). Adjusting for Beta Bias: An Assessment of Alternate Techniques: A Note. *The Journal of Finance*, 41(1), 277–286.
- MERGNER, S.; BULLA, J. (2008). Time-varying Beta Risk of Pan-European Industry Portfolios: A Comparison of Alternative Modeling Techniques. *The European Journal of Finance*, 14(8), 771–802.
- NG, K. W. (1981). *Theoretical and Empirical Evaluation of Alternative Procedures for Estimating Betas on Nonsynchronous Data. M.S. Thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester.*
- ONOUR, I. A. (2010). Exploring Stability of Systematic Risk: Sectoral Portfolio Analysis, 6(6).
- ORTAS, E.; MONEVA, J.; SALVADOR, M. (2010). Dinámica del Riesgo Sistemático en los Principales Índices Bursátiles del Mercado Chileno. *Panorama Socioeconómico*, 28(40), 34–50.
- POGUE, G.; SOLNIK, B. (1974). The Market Model Applied to European Common Stocks: Some Empirical Results. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 9(6), 917–944.
- RAMA KRISHNA, Y. (2010). Estimating Systematic Risk: The Return Interval and Proxy for the Market Effect. *International Research Journal of Finance and Economics*, 51, 162–167.

- RHAEIM, N.; AMMOU, S.B.; MABROUK, A. B. (2007). Wavelet Estimation of Systematic Risk at Different Time Scales: Application to French Stock Market. *The International Journal of Applied Economics and Finance*, 1(2), 113–119.
- ROENFELDT, R. L.; GRIEPENTROG, G. L.; PFLAUM, C. C. (1978). Further Evidence on the Stationarity of Beta Coefficients. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(1), 117–121.
- ROLL, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Test. Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129–176.
- ROLL, R.; ROSS, S. (1994). On the Cross-Sectorial Relation Between Expected Returns and Betas. *The Journal of Finance*, 49(1), 101–121.
- RUA, A.; NUNES, L. C. (2012). A Wavelet-Based Assessment of Market Risk: The Emerging Markets Case. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 52(1), 84–92.
- SAMAEI, R. T. (2012). Multi Scale Systematic Risk (an application on Tehran Stock Exchange). *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, 2(11), 11254–11265.
- SCHOLES, M.; WILLIAMS, J. (1977). Estimating Betas from Nonsynchronous Data. *Journal of Financial Economics*, 5(3), 309–327.
- SCHWERT, G. W.; SEGUIN, P. J. (1990). Heteroscedasticity in Stock Returns. *Journal of Finance*, 45, 1129–1155.
- SHARPE, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293.
- SMITH, K. V. (1978). The Effect of Intervaling on Estimating Parameters of the Capital Asset Pricing Model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(2), 313–332.
- STAMBAUGH, R. F. (1982). On the Exclusion of Assets from Test of The Two-Parameters Model: A Sensitivity Analysis. *Journal of Financial Economics*, 10(3), 237–268.
- SUNDER, S. (1980). Stationarity of Market Risk: Random Coefficients Tests for Individual Stocks. *Journal of Finance*, 35(4), 883–896.
- TERCEÑO, A.; BARBERÀ-MARINÉ, G.; VIGIER, H.; LAUMANN, Y. (2014). Stability of Beta Coefficients of Sector and Subsector Portfolios in an Uncertain Environment. *Computer Science and Information Systems*, 11(2), 859–880.
- THEOBALD, M. (1981). Beta Stationarity and Estimation Period: Some Analytical Results. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, XVI(5), 747–757.
- TOLE, T. M. (1981). How to Maximize Stationarity of Beta. *Journal of Portfolio Management*, 7(2), 45–49.
- YAMADA, H. (2005). Wavelet-Based Beta Estimation and Japanese Industrial Stock Prices. *Applied Economics Letters*, 12(2), 85–88.
- YAO, J.; GAO, J. (2004). Computer-Intensive Time-Varying Model Approach to the Systematic Risk of Australian Industrial Stock Returns. *Australian Journal of Management*, 29(1), 121–145.

PARTE II.  
METODOLOGÍA

---





## Capítulo 4. REGRESIÓN BORROSA LINEAL. ENFOQUE POSIBILÍSTICO

El objetivo de una regresión borrosa es determinar una relación funcional entre la variable dependiente y un conjunto de variables independientes. El análisis de regresión borrosa fue propuesto inicialmente por Tanaka *et al.* (1982).

La regresión borrosa es más versátil que la regresión convencional porque la relación funcional puede ser obtenida cuando las variables independientes, la variable dependiente o ambas, no son ciertas sino intervalos de confianza o números borrosos.

Hay dos enfoques principales en el análisis de regresión borrosa, el enfoque de regresión de mínimos cuadrados borrosos (Diamond, 1988) y el enfoque de regresión posibilística, basado en programación lineal (Tanaka *et al.*, 1982). Además han sido propuestos modelos híbridos que combinan ambos enfoques (Ishibuchi y Nii, 2001).

El enfoque basado en métodos de mínimos cuadrados borrosos tiene como objetivo minimizar la distancia entre los valores de la variable dependiente estimados y los observados. Diamond (1988) propuso varios modelos para un ajuste simple de mínimos cuadrados de datos borrosos. Celmiņš (1987a, 1987b), Savic y Pedrycz (1991), D'Urso y Gastaldi (2000), D'Urso (2003), Kao y Chyu (2003), D'Urso y Santoro (2006) y D'Urso *et al.* (2011), entre otros, continúan esta línea de trabajo.

La idea básica del enfoque posibilístico, desarrollado posteriormente por Tanaka (1987), Tanaka y Watada (1988) y Tanaka *et al.* (1989), consiste en minimizar la incertidumbre del modelo, minimizando la amplitud de los coeficientes borrosos bajo un criterio de ajuste especificado. Se obtienen diferentes modelos dependiendo del criterio de ajuste usado. Tanaka e Ishibuchi (1991) consideran funciones de pertenencia cuadráticas para obtener los coeficientes borrosos, y Tanaka *et al.* (1995) una función de pertenencia exponencial. Tanaka y Lee (1998) consideran la tendencia central sobre el modelo posibilístico de Tanaka. Ramli *et al.* (2011) extienden el modelo de regresión posibilístico al análisis de regresión borrosa en tiempo real. Para tratar con datos borrosos híbridos, Watada y Pedrycz (2009) desarrollan un modelo de regresión borroso aleatorio basado en intervalos de confianza.

Modelos de regresión borrosa no lineal, principalmente con el uso de redes neuronales, fueron empleados en Ishibuchi *et al.* (1993), Lei *et al.* (1998), Dunyak y Wunsch (2000), Nasrabadi y Hashemi (2008).

#### **4.1 REGRESIÓN POR MCO VS REGRESIÓN BORROSA**

La regresión estadística se enfrenta a problemas cuando:

1. el número de observaciones es pequeño.
2. hay dificultades para verificar que la función de distribución de los errores es normal.
3. hay incertidumbre en la relación entre las variables independientes y la dependiente.
4. las observaciones de las variables son inciertas.

Ante estas situaciones es más apropiado ajustar un modelo de regresión borrosa.

A diferencia de la regresión ordinaria, la cual se basa en la teoría de la probabilidad, la regresión borrosa se basa en la teoría de la posibilidad y la teoría de los subconjuntos borrosos. Por consiguiente, la principal diferencia entre ambos métodos de regresión, aun cuando se consideran las mismas observaciones, se debe a la naturaleza de los parámetros observados y de las desviaciones entre los valores observados y los estimados.

Las estimaciones que se obtienen después de ajustar los coeficientes borrosos no son variables aleatorias sino números borrosos.

En la regresión ordinaria, las desviaciones son vistas como una variable aleatoria con distribución normal, varianza constante y media cero. En la regresión borrosa, las desviaciones se deben a la borrosidad del sistema. En la regresión ordinaria, se emplea la teoría de la probabilidad para modelizar los errores aleatorios y el resultado es presentado como una ecuación de regresión ordinaria. En el caso de la regresión borrosa el término de error no queda introducido como un sumando en la ecuación de regresión borrosa, sino que está incorporado en los coeficientes al asumirse su naturaleza borrosa.

Para utilizar las técnicas de mínimos cuadrados deben cuantificarse las observaciones, de la variable explicada y explicativas, a través de un número cierto representativo, lo cual conlleva gran pérdida de información. Además, la selección de un valor u otro puede ser arbitraria. Para implementar los métodos de regresión borrosa no hace falta reducir el valor de las variables observadas a un número real, sino que se puede ajustar la relación funcional que busquemos trabajando con todos los valores observados siendo posible entonces utilizar toda la información disponible.

## 4.2 MODELO DE TANAKA E ISHIBUCHI. REGRESIÓN CON INTERVALOS DE CONFIANZA

Tanaka *et al.* (1982) proponen el primer modelo de regresión borrosa lineal. Según este método, los coeficientes de regresión son números borrosos, los cuales pueden ser expresados como intervalos de confianza representativos de niveles de pertenencia. Como los coeficientes de regresión son números borrosos, la variable dependiente estimada también es un número borroso.

El modelo de regresión borrosa que presentamos a continuación se encuentra desarrollado en Tanaka (1987) y en Tanaka e Ishibuchi (1992).

El objetivo de la regresión borrosa es determinar una relación funcional entre una variable dependiente con varias variables explicativas donde los parámetros estimados

son intervalos de confianza (IC).

Un IC se puede representar a través de su extremo inferior y superior como  $A = [a_1, a_2]$  o a través de su centro y de su radio como  $A = \langle a_C, a_R \rangle$ .

Tanaka e Ishibuchi (1992) parten de que para un determinado fenómeno, el observador dispone de una muestra que representamos como:  $\{(Y_1, X_1), (Y_2, X_2), \dots, (Y_j, X_j), \dots, (Y_n, X_n)\}$ , donde:

- $Y_j$  es la observación  $j$ -ésima de la variable dependiente,  $j=1,2,\dots,n$ . Puede representarse como  $Y_j = [Y_j^1, Y_j^2] = \langle Y_{jC}, Y_{jR} \rangle$ . Puede ser un valor cierto o un IC. Si  $Y_j$  es un número cierto,  $Y_j^1 = Y_j^2 = Y_{jC}$  y  $Y_{jR} = 0$ .
- $X_j$  es un vector  $m$ -dimensional  $X_j = (X_{0j}, X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{ij}, \dots, X_{mj})$  donde  $X_{0j} = 1, \forall j$ , y  $X_{ij}$  es el valor en la  $j$ -ésima observación para la variable independiente  $i$ -ésima, con  $i = 0, \dots, m$ . Asumimos que se tratan de observaciones representadas por datos ciertos.

En el modelo de Tanaka se asume que la relación existente entre la variable dependiente y la variable independiente es lineal:

$$Y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + \dots + A_mX_m$$

donde  $A_i = \langle a_{iC}, a_{iR} \rangle$

Para estimar el valor de la  $j$ -ésima variable independiente  $\hat{Y}_j = \langle \hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR} \rangle$ , se realiza la suma:

$$\langle \hat{Y}_{jC}, \hat{Y}_{jR} \rangle = \sum_{i=0}^m \langle a_{iC}, a_{iR} \rangle X_{ij} = \left\langle \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij}, \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \right\rangle \quad j = 1, 2, \dots, n$$

La bondad del ajuste es inversa a la incertidumbre (amplitud) de las estimaciones de las observaciones  $Y_j, \hat{Y}_j$ . Así, una medida de la amplitud de  $\hat{Y}_j$  se obtiene con el radio de dicho intervalo de confianza  $\hat{Y}_{jR}$ :

$$\hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| = a_{0R} + a_{1R}|X_{1j}| + \dots + a_{mR}|X_{mj}|$$

Por tanto, la incertidumbre total de todas las estimaciones de la muestra,  $Z$ , será la suma de los radios de las estimaciones:

$$Z = \sum_{j=1}^n \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}|$$

El objetivo final será minimizar la incertidumbre total de las estimaciones. Los parámetros  $A_i$  deben procurar, no sólo que la incertidumbre de  $\hat{Y}_j$  sea lo menor posible, sino que  $\hat{Y}_j$  sea lo más congruente posible con la observación de la variable explicada que pretenden aproximar,  $Y_j$ .

Tanaka e Ishibuchi (1992) postulan que la observación debe estar incluida dentro de su estimación:  $Y_j \subseteq \hat{Y}_j, \forall j$ . Es decir, debe cumplirse que:

$$Y_{jC} - Y_{jR} \geq \hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} \text{ y } Y_{jC} + Y_{jR} \leq \hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR}$$

Para determinar los parámetros  $A_i$  debe resolverse el siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{j=1}^n \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \\ \text{s. a:} & \\ \hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} &= \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} - \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \leq Y_{jC} - Y_{jR} & j = 1, 2, \dots, n \\ \hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} &= \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq Y_{jC} + Y_{jR} & j = 1, 2, \dots, n \\ a_{iR} &\geq 0 & i = 0, 1, \dots, m \end{aligned} \tag{4.1}$$

La función objetivo es la minimización de la incertidumbre, es decir, de la amplitud de los intervalos. La primera restricción asegura que los extremos inferiores de las estimaciones sean inferiores a los extremos inferiores de las observaciones mientras que la segunda garantiza que los extremos superiores de las estimaciones sean superiores a los de las observaciones. El tercer bloque de restricciones asegura que el radio del IC sea positivo.

### 4.3 DESVENTAJAS DE LA REGRESIÓN POSIBILÍSTICA

Los diferentes métodos usados en el enfoque de regresión posibilística, enfoque de Tanaka, presentan ciertas desventajas:

1. Chang y Ayyub (2001) y D'Urso (2003) señalan que cuando el número de observaciones crece, aparece una dificultad en el empleo de programación lineal para estimar el coeficiente borroso. Cada observación se transforma en dos restricciones de la formulación de la regresión borrosa. Al incrementarse el número de observaciones, crece el número de restricciones proporcionalmente. Este incremento podría llevar a dificultades computacionales.
2. La mayoría de los coeficientes estimados se convierten en ciertos debido a que el análisis de regresión ha sido reducido a un problema de programación lineal (Tanaka y Lee, 1998; Hwang *et al.*, 2006 y Huang y Kao, 2009).
3. Propiedad de no centralidad: el método borroso podría estimar IC para los parámetros del modelo cuyo centro se ajusta mal a los datos con respecto a un buen ajuste tradicional como el  $R$ -cuadrado (Tanaka y Lee, 1997; Tanaka y Lee, 1998).
4. Influencia de diferentes tendencias. Chang y Lee (1994) descubren que, cuando la tendencia en la amplitud de las observaciones y la tendencia en el centro de las mismas están en conflicto o son inconsistentes, los resultados de la regresión borrosa lineal basada en el enfoque de Tanaka frecuentemente interpreta incorrectamente los datos. Para evitar este problema, proponen una modificación al método de regresión borrosa lineal sacando el tercer bloque de restricciones que aseguraba que el radio del IC sea positivo. Así, esta propuesta es conocida en la literatura como regresión lineal borrosa sin restricción en signo.

### 4.4 ENFOQUES DE DETECCIÓN *OUTLIERS*

Las series de datos pueden contener observaciones que son consideradas *outliers*, esto es, valores que se encuentran alejados del resto de los datos. Estos casos extremos pueden presentarse en la variable dependiente, en la variable independiente o en ambas, y en la amplitud o en el centro de la variable dependiente estimada. La

existencia de *outliers* en los datos pueden causar una interpretación incorrecta de los resultados de la regresión borrosa.

Varios autores advierten que los modelos de regresión posibilística son sensibles a los *outliers* debido a la relación de inclusión entre los datos observados y los estimados. El problema de los *outliers* puede ser considerado desde dos puntos de vista, no mutuamente excluyentes:

1. Detección de *outliers*, definición de un criterio para identificar, eliminar o posiblemente sustituir el dato anómalo.
2. Estimación robusta, definición de un método de estimación apropiado para neutralizar el efecto distorsivo de los *outliers* en el proceso de estimación.

La literatura ha tratado el problema de los *outliers*, aplicado a métodos borrosos, desde ambos enfoques. D'Urso *et al.* (2011) y Wang *et al.* (2015) exponen las principales contribuciones.

Wang *et al.* (2015) dividen en tres categorías los enfoques de detección de *outliers* y señalan sus desventajas. Primero, modelos que introducen variables auxiliares en el modelo original para relajar la relación de inclusión entre las observaciones y los valores estimados (Peters, 1994 y Özelkan y Duckstein, 2000). Introducir nuevas variables hace más complejo el proceso computacional y sus métodos carecen de soporte teórico.

Segundo, modelos que parten de la formulación de Chang y Lee (1994) de regresión lineal borrosa sin restricción en signo (Chen, 2001). Parece que no imponer restricciones sobre el radio del IC hace que el modelo de regresión se ajuste mejor a los datos observados. Sin embargo, no hay una explicación razonable para un radio negativo y, más grave aún, estos métodos violan el principio de extensión de la teoría de los conjuntos borrosos.

Tercero, métodos de omisión basados en el enfoque de Tanaka (Hung y Yang, 2006 y Gladysz, 2010). Estos métodos examinan cómo se comporta el valor de la función objetivo cuando alguna observación es omitida del conjunto de datos. El problema es el



gran número de programas lineales a resolver en función de la cantidad de observaciones.

Peters (1994) considera un enfoque de detección de *outliers* con respecto a la variable dependiente estimada, en un sistema donde las observaciones  $(X_j, Y_j)$  son ciertas. En términos de nuestra terminología,  $Y_{jR} = 0, \forall j$ . Para ello, modifica el enfoque de Tanaka tratando los límites del intervalo como borroso fijando una tolerancia máxima para los límites superior e inferior del intervalo. Las observaciones que caen fuera de los límites predeterminados son considerados *outliers*.

Peters introduce la variable  $\lambda$  que representa el grado de pertenencia con el cual la solución se ajusta a una “buena solución”. El problema de programación lineal a resolver es:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \lambda \\
 & \text{s. a:} \\
 & (1 - \lambda)p_0 - \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq -d_0 \quad (\text{Función objetivo del modelo de Tanaka}) \\
 & (1 - \lambda)p_j - \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq -Y_{jC} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Límite inferior}) \\
 & (1 - \lambda)p_j + \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq Y_{jC} \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (\text{Límite superior}) \\
 & -\lambda \geq -1, \quad \lambda, a_{iR} \geq 0 \quad i = 0, 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

Donde,  $d_0$  representa el valor deseado de la función objetivo,  $p_0$  es considerada como la tolerancia deseada del límite inferior y  $p_j$  como la amplitud de intervalo de tolerancia de  $Y_{jC}$ . El principal problema de este enfoque es cómo determinar los valores de  $d_0$ ,  $p_0$  y  $p_j$ . Peters sugiere seleccionar  $d_0 = 0$  lo cual hace que  $\sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| = 0$  para el valor deseado de vaguedad total. Esto significa que prefiere obtener el modelo tan cierto como sea posible. Pero los valores de  $p_0$  y  $p_j$  deben ser determinados según el contexto.

Chen (2001) aborda el problema de detección de *outliers* en el análisis de regresión borrosa lineal sin restricciones en signo de Chang y Lee (1994), cuando la variable dependiente es borrosa y las independientes ciertas. Identifica *outliers* con respecto a la amplitud. Una observación es considerada *outlier* si la diferencia entre la amplitud observada y la amplitud estimada es mayor que una constante  $k$ . Así, Chen introduce un valor  $k$ -límite preasignado, el cual es determinado en función de las condiciones del problema.

Basado en la idea de detectar la diferencia en la amplitud entre el intervalo estimado y el observado y mantener esta diferencia menor a un cierto valor  $k$ , Chen propone el siguiente problema:

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}|$$

s. a:

$$\hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} - \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \leq Y_{jC} - Y_{jR} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq Y_{jC} + Y_{jR} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| - Y_{jR} \leq k \quad i = 0, 1, \dots, m$$

El problema de este enfoque es similar al de Peters, es decir, cómo determinar el valor de  $k$ . Si el valor de  $k$  es demasiado pequeño, observaciones normales podrían ser consideradas anormales. Si el valor de  $k$  es demasiado grande, valores anormales podrían no ser detectados. Para resolver este inconveniente, Chen (2001) propuso siete enfoques diferentes para obtener el valor  $k$ , todos ellos basados en el valor de  $Y_{jR}$ . Como es difícil encontrar la relación entre  $k$  y  $Y_{jR}$ , el valor de  $k$  no puede ser encontrado sistemáticamente.

Hung y Yang (2006) destacan que el principal problema de las propuestas de Peter y Chen es la falta de definición de los puntos de corte de los *outliers*. Por consiguiente, proponen un enfoque de omisión para el método de programación lineal de Tanaka. Este método mide la influencia de la observación  $l$ -ésima sobre el valor de la función objetivo en el enfoque de Tanaka cuando la observación  $l$ -ésima es omitida. Así, desarrollan el enfoque de omisión para detectar un *outlier* individual en el conjunto de datos. El procedimiento consiste en eliminar en primer lugar la observación  $l$ -ésima, aplicar el enfoque de Tanaka a las restantes  $(n-1)$  observaciones y obtener el valor minimizado de la función objetivo ( $Z^l$ ). Al borrar la observación  $l$ -ésima, el enfoque de Tanaka se convierte en:

$$\text{Min } Z^l = \sum_{j=1, j \neq l}^n \hat{Y}_{jR} = \sum_{j=1, j \neq l}^n \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}|$$

s. a:

$$\hat{Y}_{jC} - \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} - \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \leq Y_{jC} - Y_{jR} \quad j = 1, 2, \dots, n, j \neq l$$

$$\hat{Y}_{jC} + \hat{Y}_{jR} = \sum_{i=0}^m a_{iC} X_{ij} + \sum_{i=0}^m a_{iR} |X_{ij}| \geq Y_{jC} + Y_{jR} \quad j = 1, 2, \dots, n, j \neq l$$

$$a_{iR} \geq 0 \quad i = 0, 1, \dots, m$$

Sea  $Z$  el valor mínimo de la función objetivo obtenido con el enfoque de Tanaka con todas las observaciones. La diferencia absoluta entre  $Z$  y  $Z^l$  será  $d_l$ :

$$d_l = |Z - Z^l| \quad l = 1, 2, \dots \quad (4.3)$$

y  $r_l$  la diferencia absoluta normalizada:

$$r_l = d_l / Z \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

El valor  $r_l$  muestra el impacto de la observación  $l$ -ésima sobre el valor de la función objetivo. Un mayor valor de  $r_l$  indica un mayor impacto de la observación  $l$  en el valor de la función objetivo. Asumen que hay al menos un *outlier* en el conjunto de datos. El *outlier* es el dato con mayor  $r_l$ . Por lo tanto, usan  $r_{max} = \max\{r_l | 1 \leq l \leq n\}$  para detectar un *outlier* individual en el modelo de regresión borrosa. Pero la determinación del valor crítico de  $r_l$  es difícil. Por consiguiente, los autores usan el método “*box plot*” o diagrama de caja para comparar valores de  $r_l$ .

El diagrama de caja describe los datos a través de 5 medidas: valor mínimo, máximo, primer y tercer cuartil y la mediana. Para definir los cortes de *outliers* emplean el rango inter-cuartil (IQR), que es la diferencia entre el primer y el tercer cuartil. Los límites interiores son construidos a la derecha y a la izquierda a una distancia de 1,5 veces el IQR del primer cuartil. Los límites exteriores son construidos de la misma forma a una distancia de 3 veces el IQR. Los puntos que caen entre los límites interiores y los exteriores son *outliers*, mientras que los que caen fuera de los límites exteriores son llamados *outliers* extremos.

## 4.5 APLICACIONES EN FINANZAS

En muchas circunstancias las observaciones de la variable dependiente, de la variable independiente o de ambas no vienen dadas por un número cierto, sino por un intervalo de confianza. En los mercados financieros, por ejemplo, el precio que se negocia durante una sesión para un determinado activo difícilmente es único, sino que éste suele negociarse dentro de una horquilla delimitada por un precio máximo y por un precio mínimo. Los métodos de regresión borrosa permiten ajustar una relación funcional usando toda la información disponible en los valores observados.

Por consiguiente, la aplicación de los métodos de regresión borrosa en el ámbito de las finanzas es particularmente útil y sus aplicaciones son crecientes. A continuación presentamos contribuciones en esta área:

- Tseng *et al.* (2001) emplean modelos de regresión borrosa para predecir el tipo de cambio.
- de Andrés Sánchez y Terceño (2003a, 2003b, 2004), Shapiro (2004), Koissi y Shapiro (2006) y Berry-Stölzle *et al.* (2010) aplican diversos métodos de regresión borrosa en diferentes áreas del ámbito actuarial.
- Khashei *et al.* (2008) proponen un método, basado en conceptos de redes neuronales artificiales y regresión borrosa, para predecir series financieras.
- Muzzioli y De Baets (2013) comparan diferentes métodos de regresión borrosa para predecir volatilidad.
- Muzzioli *et al.* (2015) estiman la función smile.

En el ámbito del CAPM:

- Smimou (2006, 2013) introduce precios límites al CAPM y determina, con métodos de regresión borrosa, el riesgo sistemático en los mercados de futuro de *commodities* en Canadá.
- Terceño *et al.* (2011) calculan betas sectoriales de la Bolsa de Madrid empleando el modelo de regresión borrosa de Tanaka e Ishibuchi (1992). Comparan los resultados obtenidos a través de regresión borrosa, con la aplicación de datos ciertos y datos borrosos, con los resultados obtenidos por MCO. Los autores amplían el estudio al cálculo de la beta subsectorial en Terceño *et al.* (2014).

Laumann (2015) replica la metodología propuesta en el mercado bursátil brasilero calculando betas sectoriales y de activos individuales.

- Cortez *et al.* (2013) estiman el alpha de Jensen y la beta borrosa de 644 empresas de diversos países de la OCDE. Comparan la metodología de regresión borrosa lineal con mínimos cuadrados ordinarios. Encuentran que las estimaciones obtenidas con regresión borrosa generan mejores resultados que la regresión por MCO especialmente en dos situaciones. Primero, cuando el período de estudio presenta una gran volatilidad, como entre el 2008 y 2011 cuando la crisis financieras afectaron a los mercados internacionales. Segundo, en el caso de países emergentes como Méjico.
- Kocadagli (2013) estima coeficientes beta de tres activos de la bolsa de Estambul a través de métodos borrosos y técnicas tradicionales para comparar los resultados. Propone un enfoque borroso basado en conceptos posibilísticos y en la tendencia central, para estimar el coeficiente beta. Para testear la existencia de *outliers* en la muestra, usa el criterio de la distancia de Cook.
- Mbairadjim Moussa *et al.* (2014) estiman betas en el mercado francés a través de la regresión borrosa de mínimos cuadrados y comparan sus resultados con estimaciones clásicas.

## BIBLIOGRAFÍA

- BERRY-STÖLZLE, T. R.; KOISSI, M. C.; SHAPIRO, A. F. (2010). Detecting Fuzzy Relationships in Regression Models: The Case of Insurer Solvency Surveillance in Germany. *Insurance: Mathematics and Economics*, 46(3), 554–567.
- CELMIŃŠ, A. (1987a). Least Squares Model Fitting to Fuzzy Vector Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 22(3), 245–269.
- CELMIŃŠ, A. (1987b). Multidimensional Least-Squares Fitting of Fuzzy Models. *Mathematical Modelling*, 9(9), 669–690.
- CHANG, P.-T.; LEE, E. S. (1994). Fuzzy Linear Regression with Spreads Unrestricted in Sign. *Computers & Mathematics with Applications*, 28(4), 61–70.
- CHANG, Y.-H.; AYYUB, B. (2001). Fuzzy Regression Methods – A Comparative Assessment. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 187–203.
- CHEN, Y.-S. (2001). Outliers Detection and Confidence Interval Modification in Fuzzy Regression. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 259–272.
- CORTEZ, A.; RODRÍGUEZ, M.; MENDEZ, B. (2013). An Assessment of Abnormal Returns and Risk in Socially Responsible Firms Using Fuzzy Alpha Jensen and Fuzzy Beta. *Fuzzy Economic Review*, 18(1), 37–59.
- D'URSO, P. (2003). Linear Regression Analysis for fuzzy/Crisp Input And Fuzzy/Crisp Output Data. *Computational Statistics and Data Analysis*, 42(1–2), 47–72.
- D'URSO, P.; GASTALDI, T. (2000). A Least-Squares Approach to Fuzzy Linear Regression Analysis. *Computational Statistics & Data Analysis*, 34(4), 427–440.
- D'URSO, P.; MASSARI, R.; SANTORO, A. (2011). Robust Fuzzy Regression Analysis. *Information Sciences*, 181(19), 4154–4174.
- D'URSO, P.; SANTORO, A. (2006). Goodness of Fit and Variable Selection in the Fuzzy Multiple Linear Regression. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(19), 2627–2647.
- DE ANDRÉS SÁNCHEZ, J.; TERCEÑO GÓMEZ, A. (2003a). Applications of Fuzzy Regression in Actuarial Analysis. *Journal of Risk and Insurance*, 70(4), 665–699.
- DE ANDRÉS SÁNCHEZ, J.; TERCEÑO GÓMEZ, A. (2003b). Estimating a Term Structure of Interest Rates for Fuzzy Financial Pricing by Using Fuzzy Regression Methods. *Fuzzy Sets and Systems*, 139, 313–331.
- DE ANDRÉS SÁNCHEZ, J.; TERCEÑO GÓMEZ, A. (2004). Estimating a Fuzzy Term Structure of Interest Rates Using Fuzzy Regression Techniques. *European Journal of Operational Research*, 154(3), 804–818.
- DIAMOND, P. (1988). Fuzzy Least Squares. *Information Sciences*, 46(3), 141–157.
- DUNYAK, J. P.; WUNSCH, D. (2000). Fuzzy Regression by Fuzzy Number Neural Networks. *Fuzzy Sets and Systems*, 112(3), 371–380.
- GLADYSZ, B. (2010). A Method for Detecting Outliers in Fuzzy Regression. *Operations Research and Decisions*, (2), 25–39.
- HUANG, C.-H.; KAO, H.-Y. (2009). Interval Regression Analysis with Soft-Margin Reduced Support Vector Machine. *Lecture Notes in Computer Science*, 5579, 826–835.

- HUNG, W.-L.; YANG, M.-S. (2006). An Omission Approach for Detecting Outliers in Fuzzy Regression Models. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(23), 3109–3122.
- HWANG, C.; HONG, D. H.; HA SEOK, K. (2006). Support Vector Interval Regression Machine for Crisp Input and Output Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(8), 1114–1125.
- ISHIBUCHI, H.; NII, M. (2001). Numerical Analysis of the Learning of Fuzzified Neural Networks from fuzzy If-Then Rules. *Fuzzy Sets and Systems*, 120(3), 281–307.
- ISHIBUCHI, H.; TANAKA, H.; OKADA, H. (1993). An Architecture of Neural Networks with Interval Weights and Its Application to Fuzzy Regression Analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 57(1), 27–39.
- KAO, C.; CHYU, C. L. (2003). Least-Squares Estimates in Fuzzy Regression Analysis. *European Journal of Operational Research*, 148(2), 426–435.
- KHASHEI, M.; REZA HEJAZI, S.; BIJARI, M. (2008). A New Hybrid Artificial Neural Networks and Fuzzy Regression Model for Time Series Forecasting. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(7), 769–786.
- KOCADAGLI, O. (2013). A Novel Nonlinear Programming Approach for Estimating CAPM Beta of an Asset Using Fuzzy Regression. *Expert Systems with Applications*, 40(3), 858–865.
- KOISSI, M. C.; SHAPIRO, A. F. (2006). Fuzzy Formulation of the Lee-Carter Model For Mortality Forecasting. *Insurance: Mathematics and Economics*, 39(3), 287–309.
- LAUMANN, Y. (2015). Analysis of Beta Coefficients in the Brazilian Stock Market Using Fuzzy Linear Regression Methodology. *Fuzzy Economic Review*, XX(2), 3–17.
- LEI, H.; ZHANG, B. L.; HUANG, Q. (1998). Robust Interval Regression Analysis Using Neural Networks. *Fuzzy Sets and Systems*, 97(3), 337–347.
- MBAIRADJIM MOUSSA, A.; SADEFO KAMDEM, J.; SHAPIRO, A. F.; TERRAZA, M. (2014). CAPM with Fuzzy Returns and Hypothesis Testing. *Insurance: Mathematics and Economics*, 55(1), 40–57.
- MUZZIOLI, S.; DE BAETS, B. (2013). A Comparative Assessment of Different Fuzzy Regression Methods for Volatility Forecasting. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 12(4), 433–450.
- MUZZIOLI, S.; RUGGIERI, A.; DE BAETS, B. (2015). A Comparison of Fuzzy Regression Methods for the Estimation of the Implied Volatility Smile Function. *Fuzzy Sets and Systems*, 266, 131–143.
- NASRABADI, E.; HASHEMI, S. M. (2008). Robust Fuzzy Regression Analysis Using Neural Networks. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 16(4), 579–598.
- ÖZELKAN, E. C.; DUCKSTEIN, L. (2000). Multi-Objective Fuzzy Regression: A General Framework. *Computers & Operations Research*, 27(7–8), 635–652.
- PETERS, G. (1994). Fuzzy Linear Regression With Fuzzy Intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, 63(1), 45–55.
- RAMLI, A. A.; WATADA, J.; PEDRYCZ, W. (2011). Real-Time Fuzzy Regression Analysis: A Convex Hull Approach. *European Journal of Operational Research*, 210(3), 606–617.
- SAVIC, D. A.; PEDRYCZ, W. (1991). Evaluation of Fuzzy Linear Regression Models. *Fuzzy Sets and Systems*, 39(1), 51–63.
- SHAPIRO, A. F. (2004). Fuzzy Regression and the Term Structure Of Interest Rates Revisited. In *Proceedings of the 14th International AFIR Colloquium*.
- SMIMOU, K. (2006). Estimation of Canadian Commodity Market Risk Premiums Under Price Limits: Two-Phase Fuzzy Approach. *Omega*, 34(5), 477–491.

- SMIMOU, K. (2013). On the Significance Testing of Fuzzy Regression Applied to the CAPM: Canadian Commodity Futures Evidence. *International Journal of Applied Management Science*, 5(2), 144.
- TANAKA, H. (1987). Fuzzy Data Analysis by Possibilistic Linear Models. *Fuzzy Sets and Systems*, 24(3), 363–375.
- TANAKA, H.; HAYASHI, I.; WATADA, J. (1989). Possibilistic Linear Regression Analysis for Fuzzy Data. *European Journal of Operational Research*, 40(3), 389–396.
- TANAKA, H.; ISHIBUCHI, H. (1991). Identification of Possibilistic Linear Systems by Quadratic Membership Functions of Fuzzy Parameters. *Fuzzy Sets and Systems*, 41(2), 145–160.
- TANAKA, H.; ISHIBUCHI, H. (1992). A Possibilistic Regression Analysis Based on Linear Programming. In J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis* (pp. 47–60). Physica-Verlag Heidelberg.
- TANAKA, H.; ISHIBUCHI, H.; YOSHIKAWA, S. (1995). Exponential Possibility Regression Analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 69(3), 305–318.
- TANAKA, H.; LEE, H. (1997). Fuzzy Linear Regression Combining Central Tendency and Possibilistic Properties. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (Vol. 1, pp. 63–68). IEEE.
- TANAKA, H.; LEE, H. (1998). Interval Regression Analysis by Quadratic Programming Approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(4), 473–481.
- TANAKA, H.; UEJIMA, S.; ASAI, K. (1982). Linear Regression Analysis With Fuzzy Model. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- TANAKA, H.; WATADA, J. (1988). Possibilistic Linear Systems and Their Application to the Linear Regression Model. *Fuzzy Sets and Systems*, 27(3), 275–289.
- TERCEÑO, A.; BARBERÀ-MARINÉ, G.; VIGIER, H.; LAUMANN, Y. (2011). Coeficiente Beta en Sectores del Mercado Español. Regresión Borrosa vs Regresión Ordinaria. *Cuadernos Del CIMBAGE*, 13, 79–105.
- TERCEÑO, A.; BARBERÀ-MARINÉ, G.; VIGIER, H.; LAUMANN, Y. (2014). Stability of Beta Coefficients of Sector and Subsector Portfolios in an Uncertain Environment. *Computer Science and Information Systems*, 11(2), 859–880.
- TSENG, F. M.; TZENG, G. H.; YU, H. C.; YUAN, B. J. C. (2001). Fuzzy ARIMA Model for Forecasting the Foreign Exchange Market. *Fuzzy Sets and Systems*, 118(1), 9–19.
- WANG, C.; LI, J.; GUO, P. (2015). The Normalized Interval Regression Model with Outlier Detection and Its Real-World Application to House Pricing Problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 274, 109–123.
- WATADA, J.; PEDRYCZ, W. (2009). Building Confidence-Interval-Based Fuzzy Random Regression Models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(6), 1273–1283.





## Capítulo 5. DATOS Y ESTIMACIONES

### 5.1 DATOS

#### 5.1.1 SELECCIÓN DE PAÍSES

*Morgan Stanley Capital International* (MSCI) diferencia tres clases de mercados: los desarrollados, los emergentes y los frontera para elaborar sus índices de renta variable internacional. La industria financiera suele utilizar esta clasificación como referencia. En la Tabla 5.1 se muestra la clasificación de los mercados desarrollados y emergentes en el año 2016.

**Tabla 5.1.** Clasificación de mercados según MSCI, año 2016

<b>Mercados Desarrollados</b>	
<b>América</b>	Canadá, Estados Unidos.
<b>Europa &amp; Oriente Medio</b>	Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Irlanda, Israel, Italia, Países Bajos, Noruega, Portugal, España, Suecia, Suiza, Reino Unido.
<b>Pacífico</b>	Australia, Hong Kong, Japón, Nueva Zelanda, Singapur.
<b>Mercados Emergentes</b>	
<b>América</b>	Brasil, Chile, Colombia, Méjico, Perú.
<b>Europa, Oriente Medio, &amp; África</b>	República Checa, Egipto, Grecia, Hungría, Polonia, Qatar, Rusia, Sudáfrica, Turquía, Emiratos Árabes Unidos.
<b>Asia</b>	China, India, Indonesia, Corea, Malasia, Filipinas, Taiwán, Tailandia.

*Fuente: Adaptado de MSCI*

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

---

Para desarrollar el estudio tomamos datos de índices y acciones de tres bolsas de economías emergentes latinoamericanas y de tres bolsas de las economías desarrolladas.

La selección de las economías latinoamericanas responde a dos criterios. Un primer criterio es incluir en el análisis los países con mayor PIB. El segundo es seleccionar de entre los anteriores aquellos que tienen un mercado de renta variable activo, que calculen índices bursátiles sectoriales y que se dispongan de datos para un período temporal significativo. La intersección de estos dos criterios nos lleva a seleccionar para nuestro estudio a los siguientes países: Chile, Brasil y México.

La selección de las economías desarrolladas responde a las mayores bolsas de valores del mundo de acuerdo a dos criterios, el de capitalización de mercado y el del número de empresas que cotizan en Bolsa. De esta forma, trabajaremos con las bolsas de Estados Unidos, Japón y Reino Unido.

### 5.1.2 SELECCIÓN DE ÍNDICES Y EMPRESAS

Para cada país, tomamos los precios diarios del índice de mercado más representativo de la bolsa, de los índices sectoriales que publica y de dos empresas pertenecientes a cada índice sectorial (ver Tabla 5.2, 5.3 y 5.4). En todos los países consideramos los índices sectoriales calculados y publicados por la Bolsa de Valores del país.

**Tabla 5.2.** Índices de mercado utilizados en el cálculo de las betas

<b>Países</b>	<b>Índice de Mercado</b>	<b>Web</b>
<b>Emergentes</b>	Chile Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA)	<a href="http://www.bolsadesantiago.com">www.bolsadesantiago.com</a>
	Brasil Índice Bovespa (Ibovespa)	<a href="http://www.bmfbovespa.com.br">www.bmfbovespa.com.br</a>
	México Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)	<a href="http://www.bmv.com.mx">www.bmv.com.mx</a>
<b>Desarrollados</b>	Estados Unidos Índice NYSE <i>Composite</i>	<a href="http://www.nyse.com">www.nyse.com</a>
	Reino Unido Índice FTSE <i>All-Share</i>	<a href="http://www.londonstockexchange.com">www.londonstockexchange.com</a>
	Japón Índice TOPIX	<a href="http://www.jpx.co.jp">www.jpx.co.jp</a>

*Fuente: Elaboración propia*

**Tabla 5.3.** Sectores y acciones utilizados en el análisis de los países emergentes

<b>País</b>	<b>Sector</b>	<b>Acción</b>
<b>CHILE</b>	CL - Banca	Banco de Crédito e Inversiones (BCI) Banco Santander-Chile (BSANTANDER)
	CL - Commodities	Cap S.A. (CAP) Empresas CMPC S.A. (CMPC)
	CL - Construcción & Inmobiliaria (Const. & Inmob.)	Salfacorp S.A. (SALFACORP) Besalco S.A. (BESALCO)
	CL - Consumo	Consumo: Compañía Cervecerías Unidas S.A. (CCU) Vina Concha y Toro S.A. (CONCHATORO)
	CL - Industrial	Compañía Sud Americana de Vapores S.A. (VAPORES) Masisa S.A. (MASISA)
	CL - Retail	S.A.C.I. Falabella (FALABELLA) Empresas La Polar S.A. (NUEVAPOLAR)
	CL - Utilities	Colbun S.A. (COLBUN) Empresa Nacional de Electricidad S.A. (ENDESA-CH)
<b>BRASIL</b>	BR - Consumo	Ambev S.A. (AMBEV) Minerva S.A. (MINERVA)
	BR - Energía Eléctrica (Energía)	CPFL Energía S.A. (CPFL ENERGÍA) Centrais Elet Bras S.A. (ELECTROBRAS)
	BR - Financiero	Banco Bradesco S.A. (BRADESCO) Banco do Brasil S.A. (BRASIL)
	BR - Materiales Básicos	Vale On (VALE) Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais On (USIMINAS)
	BR - Inmobiliario	Gafisa S.A. (GAFISA) Cyrela Brazil Realty S.A. (CYRELA REALTY)
	BR - Utilidad Pública	EDP - Energias Do Brasil S.A. (ENERGIAS BR) AES TIETE ENERGIA SA (AES TIETE)
	BR - Industrial	Kepler Weber S.A. (KEPLER WEBER) M Dias Branco Industria S.A. (M.DIASBRANCO)
<b>MÉJICO</b>	BMV - Financiero	Grupo Financiero Inbursa, S.A.B. DE C.V. (GFINBUR) Grupo Financiero Banorte, S.A.B DE C.V. (GFNORTE)
	BMV - Industrial	Grupo Carso, S.A.B. DE C.V. (GCARSO) Empresas ICA, S.A.B. DE C.V. (ICA)
	BMV - Materiales	Cemex, S.A.B. DE C.V.(CEMEX) Mexichem, S.A.B. DE C.V. (MEXCHEM)
	BMV - Telecom	América Movil, S.A.B. DE C.V. (AMX) Grupo Televisa, S.A.B. (TLEVISA)

Fuente: *Elaboración propia*

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 5.4.** Sectores y acciones utilizados en el análisis de los países desarrollados

<b>País</b>	<b>Sector</b>	<b>Acción</b>
<b>ESTADOS UNIDOS</b>	NYSE - Energy	Chesapeake Energy Corporation (CHK) Weatherford International PLC (WFT)
	NYSE - Healthcare	Johnson & Johnson ( JNJ) Pfizer (PFE)
	NYSE - Financiaci	Bank Of America Corporation (BAC) Wells Fargo & Company (WFC)
<b>REINO UNIDO</b>	FTSE 350 - Banks	Lloyds (LLOYDS) HSBC Hldgs (HSBC)
	FTSE 350 - Oil & Gas Producers	BP (BP) Royal Dutch Shell B (ROYALB)
	FTSE 350 - Pharmaceuticals & Biotechnology (Pharm. & Biotech.)	GlaxoSmithKline (GLAXO) AstraZeneca (ASTRA)
	FTSE 350 - Tobacco	British American Tobacco (TOBACCO) Imperial Brands (BRANDS)
<b>JAPÓN</b>	JPX - Electric Appliances	Hitachi Ltd. (HITACHI) Panasonic Corporation (PANASONIC)
	JPX - Transportation Equipment (Transportation Eq.)	Toyota Motor Corporation (TOYOTA) Honda Motor Co.,Ltd. (HONDA)
	JPX - Information & Communication (Info & Com.)	Nippon Telegraph and Telephone Corporation (NIPPON) Kddi Corporation (KDDI)
	JPX - Banks	Mitsubishi UFJ Financial Group,Inc. (MITSUBISHI) Sumitomo Mitsui Financial Group,Inc. (SUMITOMO)

*Fuente: Elaboración propia*

A continuación se describen algunas características de los índices y sectores de cada país analizado.

### **Chile**

El índice IPSA mide las variaciones de precios de las 40 sociedades con mayor presencia bursátil (son las acciones con mayor liquidez o flujo en el mercado).

A partir del 2 de enero de 2007 la Bolsa de Comercio de Santiago incorporó la familia de Índices Sectoriales, representativos de los principales sectores componentes del mercado accionario chileno. Estas clasificaciones fueron analizadas bajo los criterios internacionales que propone MSCI. La metodología de cálculo de todos los Índices de la Bolsa de Comercio de Santiago responde a una estructura de índices de capitalización ajustada por *free-float*.

## Brasil

El IBOVESPA es el principal índice general de la *Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo* (BM&FBOVESPA S.A.), bolsa oficial de Brasil. Es una cartera teórica compuesta por las acciones que representaron el 80% del volumen negociado durante los últimos 12 meses.

El primer índice sectorial de la BM&FBOVESPA, el índice de Energía Eléctrica, fue lanzado en agosto de 1996. Actualmente se calculan siete índices sectoriales de retorno total. Los índices sectoriales están compuestos por acciones de compañías listadas en la BM&FBOVESPA y que siguen los criterios de inclusión establecidos. El criterio de ponderación es el valor de mercado de las acciones disponibles para negociación *free float* para todos los índices sectoriales, a excepción del índice Energía Eléctrica que aplica un método de igual ponderación por empresa.

## Méjico

El Índice IPC es el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Expresa el rendimiento del mercado accionario, en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa. Es un índice ponderado por valor de capitalización.

LA BMV cuenta con una nueva clasificación sectorial, desde marzo de 2009. La nueva estructura considera cuatro niveles de clasificación, incorporando un total de 10 Sectores, 24 Sub-Sectores, 78 Ramos y 192 Sub-Ramos. De los diez sectores, se desprendieron cinco Índices Sectoriales Invertibles de Rendimiento Total. Excluimos del análisis el índice sectorial Consumo Frecuente por no disponer de datos.

## Estados Unidos

El NYSE *Composite Index* es el principal índice general de la bolsa de valores de *New York Stock Exchange* (NYSE). Este índice mide la *performance* de todos los activos listados en la NYSE. El criterio de ponderación se basa en la capitalización de mercado ajustada por *free float*.

Los índices sectoriales, llamados NYSE *Sector Indexes*, son sub-conjuntos del NYSE *Composite Index* y representan tres sectores: Energía, Cuidados de la Salud y

Financiero. Los componentes de cada uno de los tres índices sectoriales son los activos listados en la NYSE que son clasificados de acuerdo a la *Dow Jones Global Classification Standard*.

### **Reino Unido**

El FTSE *All-Share Index* es el principal índice general de la bolsa de Londres, *London Stock Exchange* (LSE). Representa el 98-99% de la capitalización de mercado de Reino Unido.

El FTSE 350 *Index* representa los activos de la LSE de alta y media capitalización que cumplen con ciertos criterios de tamaño y liquidez. Los activos constitutivos del índice FTSE 350 son clasificados en 10 industrias, 19 supersectores, 41 sectores y 114 subsectores siguiendo la clasificación de *Industry Classification Benchmark* (ICB). Para nuestro análisis consideramos la familia de índices FTSE 350 sectoriales. Seleccionamos los 4 sectores que contienen las mayores empresas que cotizan en la bolsa.

### **Japón**

*Tokyo Stock Exchange, Inc.* (TSE), principal Bolsa de Valores de Japón, calcula y publica el índice de precios TOPIX (*Tokyo Stock Price Index*) y sus sub-índices sectoriales llamados TOPIX *Sector Indices*. El TOPIX es calculado sobre la base de todos los activos domésticos listados en la primera sección del TSE (cotizan los valores más importantes y de mayor capitalización). Es una medida de la tendencia global del mercado.

Los índices sectoriales TOPIX son creados dividiendo los activos constituyentes del TOPIX en 33 sectores industriales. Elegimos para el presente estudio, los 4 sectores industriales que tienen mayor ponderación en el TOPIX a finales del 2016.

#### **5.1.3 SELECCIÓN DEL PERÍODO**

Más allá de algunas excepciones, el período de estudio es 2010-2015. Las excepciones se deben a la falta de datos de precios mínimos y máximos. Así, en el caso de Brasil,

solo se disponen de datos del índice Financiero a partir de 11-6-2010, y de los índices Materiales Básicos y Utilidad Pública a partir de 1-6-2011. En el caso de Méjico, solo disponemos de datos de Telecom desde el 1-9-2010.

#### 5.1.4 RENDIMIENTO DE LOS ACTIVOS: REPRESENTACIÓN BORROSA

Los precios de cierre de los activos financieros generalmente contienen ruido causado por las imperfecciones en el proceso de intercambio (Aït-Sahalia *et al.*, 2011). Por consiguiente, los rendimientos basados en precio de cierre son variables que contienen errores, por lo que su uso conduciría a estimadores mínimo cuadrados ordinarios inconsistentes (Klepper y Leamer, 1984).

La representación borrosa de los rendimientos de los activos financieros ha sido explorada en la literatura por varios autores fuzificando un dato cierto. Una forma de fuzificar un dato cierto consiste en la estimación de una función de pertenencia (Dubois y Prade, 1980). Ross (2004) señala que la asignación de la función de pertenencia puede ser intuitiva o basada en algoritmos o en operaciones lógicas. Un ejemplo de cómo asignar una función de pertenencia al rendimiento de un activo financiero se puede encontrar en Smimou *et al.* (2008). El rendimiento del activo es representado por un conjunto borroso cuyo soporte determina un intervalo en el cual se encuentra el verdadero valor del rendimiento. La diferencia entre la cotización comprador-vendedor es considerado como el radio mientras que el rendimiento observado “cierto” es el centro del conjunto borroso. Otro ejemplo, se encuentra en Kocadagli (2013), quien define la función de pertenencia del rendimiento del activo siguiendo el enfoque de Civanlar y Trussell (1986).

Koissi y Shapiro (2006) especifican que un dato cierto puede ser fuzificado sumando un número  $\pm\Delta$  a cada valor, donde el  $\Delta$  elegido debe ser pequeño comparado con el valor central. La elección de  $\Delta$  puede ser arbitraria (Chang y Ayyub, 2001), generada aleatoriamente (Diamond, 1988) o resultante de una regresión borrosa (Chang y Ayyub, 2001). Por su parte, Mbairadjim Moussa *et al.* (2014) eligen  $\Delta$  como la volatilidad del período en el cual se calcula el rendimiento a través de variables aleatorias borrosas basadas en precios de cierre. Proponen fuzificar el rendimiento usando series de tiempo



de precios de cierre utilizando la mayor frecuencia (diaria) de la siguiente manera: dividen la serie de tiempo de los precios de un activo en subgrupos según el período (mensual). Para cada mes, calculan los rendimientos diarios observados. Luego, calculan el valor esperado y la varianza y el rendimiento del mes basado en el primer y último valor de precio de la serie de tiempo. El rendimiento mensual borroso es representado por un número LR-fuzzy simétrico, cuyo valor central es igual al rendimiento mensual y el radio  $\Delta$  es la desviación estándar de los rendimientos diarios normalizado (multiplicando la desviación estándar de los rendimientos diarios por la raíz cuadrada del número de observaciones del período). Este método supone que los rendimientos son independientes y están idénticamente distribuidos.

Consideramos que el rendimiento de un activo financiero no es un dato cierto que deba fuzificarse. Por el contrario, es un dato incierto. En el presente trabajo tenemos en consideración que el precio que se negocia durante una sesión para un determinado activo no es único, sino que se negocia dentro de una horquilla delimitada por un precio máximo y por un precio mínimo (Terceño *et al.*, 2014). A partir del intervalo del precio se obtiene la rentabilidad también como un intervalo. Esta forma de calcular las tasas de rendimiento permite incluir toda la información contenida en los diferentes precios de una sesión.

En nuestro caso, y para poder observar las diferencias, calculamos los rendimientos semanales de cualquier activo financiero de tres formas:

1. Tasa de rendimiento tradicional,  $R_C$  .

Rentabilidad calculada a partir de la cotización de cierre del día de referencia de la semana  $t$  ( $P_{cierre,t}$ ), con  $t=1,2, \dots, 13$ , para el período trimestral y  $t=1,2, \dots, 26$ , para el período semestral.

$$R_C = \frac{P_{cierre,t} - P_{cierre,t-1}}{P_{cierre,t-1}} 100$$

2. Intervalo de tasa de rendimiento cierto ( $[R_1, R_2]$ ).

Rentabilidad expresada por medio de un intervalo de confianza cuyos extremos coinciden y están dados por la rentabilidad tomando la cotización de cierre.

$$[R_1, R_2] = [R_C, R_C]$$

3. Intervalo de tasa de rendimiento incierto ( $[R_{min}, R_{max}]$ ).

Rentabilidad expresada por medio de un intervalo de confianza cuyos extremos están dados por:

- $R_{min}$ : rentabilidad mínima que puede obtener el inversor. Sucederá cuando compre el activo al mayor precio de cotización del día de referencia de la semana  $t-1$  ( $PC_{max,t-1}$ ) y lo venda en  $t$  al menor precio ( $PV_{min,t}$ ).

$$R_{min} = \frac{PV_{min,t} - PC_{max,t-1}}{PC_{max,t-1}} 100$$

- $R_{max}$ : rentabilidad máxima que puede obtener el inversor. Sucederá cuando compre el activo al menor precio de cotización en  $t-1$  ( $PC_{min,t-1}$ ) y lo venda en  $t$  al mayor precio ( $PV_{max,t}$ ).

$$R_{max} = \frac{PV_{max,t} - PC_{min,t-1}}{PC_{min,t-1}} 100$$

Tomar esta rentabilidad implica trabajar con el mayor intervalo posible considerando la incertidumbre en su expresión más amplia. Con ello nos aseguramos que cualquier resultado que se pudiese producir se encuentra dentro de este intervalo.

Todos los datos empleados en esta investigación fueron obtenidos de Datastream. En todos los casos consideramos las series en moneda local.

Para determinar la tasa de rendimiento semanal de cada índice tomamos, en las economías latinoamericanas, los precios en su versión con dividendo que considera la reinversión de los pagos de dividendos en la cartera del índice, llamados índices de retorno absoluto o total. El valor de los índices se ajusta ante la ocurrencia de todo tipo de variaciones de capital. Sin embargo, no disponemos de los valores máximos ni mínimos de los índices de rendimiento total de las bolsas de los países desarrollados. Por consiguiente, utilizamos los índices de precios.

La tasa de rendimiento semanal de cada activo se calcula a partir del correspondiente precio de cotización de los días viernes. En caso de no existir cotización ese día, se toma la cotización del día previo más cercano.

## 5.2 ESTIMACIONES

### 5.2.1 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN

Una vez obtenidas estas rentabilidades, estimamos las betas de las carteras sectoriales y de las acciones a través de dos metodologías:

- 1- MCO sobre la tasa de rendimiento tradicional del activo tomando el valor de cierre,  $R_C$ :

$$R_C = \alpha_{MCO} + \beta_{MCO} R_C^M$$

donde  $R_C^M$  es el rendimiento de la cartera de mercado, calculada a partir de la cotización de cierre.

- 2- Regresión borrosa de Tanaka e Ishibuchi (1992) a partir de la representación borrosa del modelo de mercado que incorpora el cálculo del rendimiento del activo, individual o de la cartera sectorial, expresado a través de un intervalo de confianza.

$$[R_1, R_2] = [\alpha_1, \alpha_2] + [\beta_1, \beta_2] R_C^M$$

donde:

$R_C^M$ : rendimiento de la cartera de mercado, calculada a partir de la cotización de cierre.

$[R_1, R_2]$ : rendimiento del activo expresado a través de un intervalo de confianza.

$[\alpha_1, \alpha_2], [\beta_1, \beta_2]$ : intervalos de confianza, parámetros borrosos a calcular.

Esta metodología la desarrollaremos utilizando dos tipos de tasas de rendimiento:

- 2.1. tasa de rendimiento cierta del activo expresada a través de un intervalo de confianza y calculada con los precios de cierre. En este caso obtenemos los coeficientes beta  $[\beta_1^C, \beta_2^C]$  a partir del siguiente modelo de mercado:

$$[R_C, R_C] = [\alpha_1^C, \alpha_2^C] + [\beta_1^C, \beta_2^C] R_C^M$$

- 2.2. tasa de rendimiento incierta del activo expresada a través de un intervalo de confianza y calculada a partir de las rentabilidades mínimas y máximas

definidas anteriormente. Con estos datos obtenemos los coeficientes betas  $[\beta_1^U; \beta_2^U]$  a partir de:

$$[R_{min}, R_{max}] = [\alpha_1^U, \alpha_2^U] + [\beta_1^U, \beta_2^U] R_c^M$$

Sobre las series de rendimientos de datos inciertos aplicamos el método de detección de *outliers* de Hung y Yang (2006). Eliminados los *outliers*, obtenemos los coeficientes beta borrosas con el modelo de Tanaka e Ishibuchi (1992):  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$ :

$$[R_{min}, R_{max}] = [\alpha_1^{U-HY}, \alpha_2^{U-HY}] + [\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}] R_c^M$$

### 5.2.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE HUNG Y YANG

La aplicación del método de Hung y Yang (2006) para la detección y omisión de *outliers* supone la resolución de un número considerable de problemas de programación lineal. A modo de ejemplo, a continuación presentamos los pasos a seguir para obtener la beta  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  de la acción Vapores para el primer trimestre del 2012.

**Paso 1.** A partir de las tasas de rendimiento del índice de mercado (IPSA) y del activo considerado (Vapores), correspondientes a las 13 semanas del trimestre, resolvemos el problema de programación lineal propuesto por Tanaka e Ishibuchi (1992) (ecuación 4.1) aplicando la herramienta SOLVER de Excel. La Imagen 5.1 muestra los datos utilizados y el resultado obtenido,  $Z = 544,63$ .

Observación (I)	$R_c^{IPSA}$	$R_{min}^{Vapores}$	$R_{max}^{Vapores}$
1	0.57	0.24	3.96
2	0.08	-2.38	-1.19
3	1.74	-0.48	1.95
4	-1.22	-4.79	-2.91
5	3.69	0.00	2.52
6	0.65	-2.94	1.00
7	3.06	4.16	15.66
8	-0.74	-1.75	8.37
9	0.89	-51.64	-48.08
10	-0.70	-4.72	2.14
11	1.45	21.05	40.33
12	0.69	-4.20	15.54
13	1.16	4.50	14.04

Z	544.63	
Z'	d <sub>i</sub>	r <sub>i</sub>

Z	544.63	
	Inferior	Superior
$\alpha$	-64.61	19.18
$\beta$	14.57	14.57

Imagen 5.1. Cálculo del coeficiente  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  – Paso 1

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Paso 2.** Borrarnos la primera observación y volvemos a aplicar el enfoque de Tanaka e Ishibuchi a las restantes ( $n-1=12$ ) observaciones. Con el nuevo valor minimizado de la función objetivo ( $Z^1$ ) calculamos  $d_1$  y  $r_1$  según (4.3) y (4.4) (ver Imagen 5.2). Luego, reincorporamos la primera observación y eliminamos la segunda, para calcular  $Z^2$ . Reiteramos el procedimiento con las observaciones siguientes hasta completar las 13 repeticiones.

Observación (i)	$R_c^{IPSA}$	$R_{min}^{Vapores}$	$R_{max}^{Vapores}$
1	0.00	0.00	0.00
2	0.08	-2.38	-1.19
3	1.74	-0.48	1.95
4	-1.22	-4.79	-2.91
5	3.69	0.00	2.52
6	0.65	-2.94	1.00
7	3.06	4.16	15.66
8	-0.74	-1.75	8.37
9	0.89	-51.64	-48.08
10	-0.70	-4.72	2.14
11	1.45	21.05	40.33
12	0.69	-4.20	15.54
13	1.16	4.50	14.04

Z	544.63	
$Z^1$	$d_1$ $r_1$	
502.73	41.89	0.077

$Z^{1,1}$	502.73	
	Inferior	Superior
$\alpha$	-64.61	19.18
$\beta$	14.57	14.57

**Imagen 5.2.** Cálculo del coeficiente  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  – Paso 2

**Paso 3.** Calculados todos los valores  $d_i$  y  $r_i$  determinamos los valores correspondientes a observaciones *outliers* a través del método *box plot*. En nuestro ejemplo, las observaciones 9 y 11 (Imagen 5.3). Identificados los *outliers*, procedemos a eliminarlos y a resolver nuevamente el problema de programación lineal. Como resultado, obtenemos  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]=[1.40, 1.40]$ .

Observación (i)	$R_c^{IPSA}$	$R_{min}^{Vapores}$	$R_{max}^{Vapores}$
1	0.57	0.24	3.96
2	0.08	-2.38	-1.19
3	1.74	-0.48	1.95
4	-1.22	-4.79	-2.91
5	3.69	0.00	2.52
6	0.65	-2.94	1.00
7	3.06	4.16	15.66
8	-0.74	-1.75	8.37
9	0.00	0.00	0.00
10	-0.70	-4.72	2.14
11	0.00	0.00	0.00
12	0.69	-4.20	15.54
13	1.16	4.50	14.04

Z	544.63	
$Z^1$	$d_1$	$r_1$
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077
497.24	47.39	0.087
249.94	294.69	0.541
502.73	41.89	0.077
403.14	141.49	0.260
502.73	41.89	0.077
502.73	41.89	0.077

$Z^{9,11}$	108.58	
	Inferior	Superior
$\alpha$	-5.17	14.57
$\beta$	1.40	1.40

**Imagen 5.3.** Cálculo del coeficiente  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  – Paso 3

En síntesis, para calcular una beta  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  trimestral (13 observaciones), resolvemos el modelo de Tanaka e Ishibuchi 14 veces luego de obtener  $[\beta_1^U, \beta_2^U]$ . En el cálculo de la beta semestral (26 observaciones) debemos resolver 27 problemas de programación lineal adicionales.

### 5.2.3 BETAS ESTIMADAS

Durante todo el período de análisis (2010-2015) estudiamos 24 trimestres y 12 semestres. Por consiguiente, para cada activo calculamos:

- 24+12 estimaciones MCO
- 24+12 coeficientes  $[\beta_1^C, \beta_2^C]$  resolviendo 36 problemas de programación lineal.
- 24+12 coeficientes  $[\beta_1^U, \beta_2^U]$  resolviendo 36 problemas de programación lineal.
- 24+12 coeficientes  $[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$  resolviendo 660  $(24*14+12*27)$  problemas de programación lineal.

Por tanto, para cada activo resolvemos 732  $(36 + 36 +660)$  problemas de programación lineal.

La Tabla 5.5 muestra para cada país el total de activos (carteras y acciones) analizados y betas estimadas. La Tabla 5.6 presenta la cantidad de estimaciones por MCO y la cantidad de problemas de programación lineal (PPL) resueltos.

**Tabla 5.5.** Activos analizados y betas estimadas

País	Total Activos	Total Betas Trimestrales	Total Betas Semestrales
Chile	21	2016	1008
Brasil*	21	2016	1008
Méjico*	12	1152	576
Estados Unidos	9	864	432
Reino Unido	12	1152	576
Japón	12	1152	576
<b>Total</b>	<b>87</b>	<b>8352</b>	<b>4176</b>

\* Por falta de disponibilidad de datos en algunos períodos no fue posible estimar la beta.

Fuente: *Elaboración Propia*

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 5.6.** Total de estimaciones por MCO y de PPL resueltos

País	Total Activos	Trimestrales		Semestrales		Total	
		MCO	PPL	MCO	PPL	MCO	PPL
Chile	21	504	8064	252	7308	756	15372
Brasil*	21	504	8064	252	7308	756	15372
Méjico*	12	288	4608	144	4176	432	8784
Estados Unidos	9	216	3456	108	3132	324	6588
Reino Unido	12	288	4608	144	4176	432	8784
Japón	12	288	4608	144	4176	432	8784
<b>Total</b>	<b>87</b>	<b>2088</b>	<b>33408</b>	<b>1044</b>	<b>30276</b>	<b>3132</b>	<b>63684</b>

\* Por falta de disponibilidad de datos en algunos períodos no fue posible estimar la beta.

Fuente: *Elaboración Propia*

## 5.2.4 RESULTADOS

En los Anexos 1 al 6 presentamos las betas semestrales y trimestrales de cada país con todos los métodos de estimación propuestos. En la muestra considerada se observan activos con betas negativas, lo cual carece de sustento teórico. Una beta negativa indica una situación anómala e irracional en la cual el rendimiento del activo se comporta en sentido contrario al rendimiento del mercado. Como se señaló anteriormente, la beta es una medida del riesgo sistemático, el cual por definición no puede ser negativo. Por consiguiente, calculamos las betas promedio para el período de estudio descartando las betas negativas e indicamos el número de betas positivas para cada activo durante el período de referencia  $N^{\circ}(\beta+)$ .

En el Anexo 7 presentamos los coeficientes beta promedio ( $\bar{\beta}+$ ), trimestral y semestral, de sectores y acciones de cada uno de los seis países estudiados, los cuales serán considerados en el análisis de los capítulos siguientes.

## BIBLIOGRAFÍA

- AÏT-SAHALIA, Y.; MYKLAND, P. A.; ZHANG, L. (2011). Ultra High Frequency Volatility Estimation with Dependent Microstructure Noise. *Journal of Econometrics*, 160(1), 160–175.
- CHANG, Y.-H.; AYYUB, B. (2001). Fuzzy Regression Methods – A Comparative Assessment. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 187–203.
- CIVANLAR, M. R.; TRUSSELL, H. J. (1986). Constructing Membership Functions Using Statistical Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(1).
- DIAMOND, P. (1988). Fuzzy Least Squares. *Information Sciences*, 46(3), 141–157.
- DUBOIS, D.; PRADE, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Academic Press.
- HUNG, W.-L.; YANG, M.-S. (2006). An Omission Approach for Detecting Outliers in Fuzzy Regression Models. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(23), 3109–3122.
- KLEPPER, S.; LEAMER, E. E. (1984). Consistent Sets of Estimates for Regressions with Errors in All Variables. *Econometrica*, 52(1), 163–183.
- KOCADAGLI, O. (2013). A Novel Nonlinear Programming Approach for Estimating CAPM Beta of an Asset Using Fuzzy Regression. *Expert Systems with Applications*, 40(3), 858–865.
- KOISSI, M. C.; SHAPIRO, A. F. (2006). Fuzzy Formulation of the Lee-Carter Model for Mortality Forecasting. *Insurance: Mathematics and Economics*, 39(3), 287–309.
- MBAIRADJIM MOUSSA, A.; SADEFO KAMDEM, J.; SHAPIRO, A. F.; TERRAZA, M. (2014). CAPM with Fuzzy Returns and Hypothesis Testing. *Insurance: Mathematics and Economics*, 55(1), 40–57.
- ROSS, T. J. (2004). *Fuzzy Logic with Engineering Applications* (second ed). John Wiley & Sons.
- SMIMOU, K.; BECTOR, C. R.; JACOBY, G. (2008). Portfolio Selection Subject to Experts' Judgments. *International Review of Financial Analysis*, 17(5), 1036–1054.
- TANAKA, H.; ISHIBUCHI, H. (1992). A Possibilistic Regression Analysis Based on Linear Programming. In J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis* (pp. 47–60). Physica-Verlag Heidelberg.
- TERCEÑO, A., BARBERÀ-MARINÉ, G., VIGIER, H., LAUMANN, Y. (2014). Stability of Beta Coefficients of Sector and Subsector Portfolios in an Uncertain Environment. *Computer Science and Information Systems*, 11(2), 859–880.





PARTE III.  
ANÁLISIS DE RESULTADOS EMPÍRICOS

---



## Capítulo 6. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS DIFERENTES ESTIMACIONES DE LA BETA

El objetivo de este capítulo es comparar y evaluar los resultados obtenidos según los diferentes métodos que hemos utilizado para la estimación de la beta así como la diferente forma de los datos utilizados.

### 6.1 BETA MCO VS BETA BORROSA CON INTERVALO DE RENDIMIENTO CIERTO

Para comparar los coeficientes betas obtenidos por regresión ordinaria ( $\beta_{MCO}$ ) con los obtenidos por medio de la regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992) ( $[\beta_1^C, \beta_2^C]$ ), considerando las rentabilidades semanales por medio de un IC cuyos extremos coinciden y están dados por la rentabilidad tomando la cotización de cierre ( $[R_C, R_C]$ ), medimos la distancia de  $\bar{\beta}_{MCO}$  al intervalo  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  ( $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ ), teniendo en cuenta tres alternativas:

- Si  $\bar{\beta}_1^C \leq \bar{\beta}_{MCO} \leq \bar{\beta}_2^C$ ,  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]) = 0$
- Si  $\bar{\beta}_{MCO} < \bar{\beta}_1^C$ ,  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]) = \left| \frac{\bar{\beta}_{MCO} - \bar{\beta}_1^C}{\bar{\beta}_1^C} \right| * 100$
- Si  $\bar{\beta}_{MCO} > \bar{\beta}_2^C$ ,  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]) = \frac{\bar{\beta}_{MCO} - \bar{\beta}_2^C}{\bar{\beta}_2^C} * 100$

Las Tablas 6.1 a 6.6 presentan las betas promedios y sus distancias correspondientes para cada uno de los sectores y acciones de los seis países estudiados.

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.1.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  – Chile

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$
CL - BANCA	0.91	[0.88, 0.90]	1.06 %	0.93	[0.90, 0.98]	0.00 %
BCI	1.08	[1.14, 1.17]	5.23 %	0.92	[0.99, 1.06]	7.02 %
BSANTANDER	1.04	[1.13, 1.20]	7.56 %	1.12	[1.21, 1.21]	7.61 %
CL - COMMODITIES	1.18	[1.16, 1.21]	0.00 %	1.18	[1.12, 1.17]	0.43 %
CAP	1.73	[1.48, 2.06]	0.00 %	1.79	[1.59, 2.61]	0.00 %
CMPC	1.29	[1.32, 1.33]	2.55 %	1.24	[1.37, 1.39]	9.46 %
CL - CONST. & INMOB.	0.99	[1.24, 1.34]	20.13 %	0.96	[1.22, 1.29]	21.79 %
SALFACORP	0.99	[1.38, 1.57]	28.44 %	1.04	[1.10, 1.21]	5.91 %
BESALCO	1.12	[1.34, 1.61]	16.75 %	1.00	[1.07, 1.16]	6.77 %
CL - CONSUMO	0.77	[0.81, 0.84]	5.83 %	0.76	[0.82, 0.84]	7.20 %
CCU	0.92	[1.03, 1.09]	10.89 %	0.85	[0.86, 0.87]	2.00 %
CONCHATORO	0.89	[1.07, 1.11]	16.71 %	0.78	[0.95, 0.95]	17.67 %
CL - INDUSTRIAL	1.02	[0.85, 1.05]	0.00 %	1.03	[0.90, 1.13]	0.00 %
VAPORES	1.25	[1.82, 2.18]	31.66 %	1.21	[1.93, 2.40]	37.48 %
MASISA	0.94	[1.26, 1.26]	25.38 %	0.82	[1.30, 1.38]	36.72 %
CL - RETAIL	1.08	[1.05, 1.07]	0.93 %	1.06	[1.09, 1.10]	2.94 %
FALABELLA	1.10	[1.21, 1.26]	9.35 %	1.03	[0.93, 1.02]	1.48 %
NUEVAPOLAR	1.71	[2.01, 2.01]	14.90 %	1.41	[1.70, 1.70]	17.17 %
CL - UTILITIES	0.86	[0.86, 0.89]	0.22 %	0.85	[0.82, 0.82]	4.50 %
COLBUN	0.87	[0.95, 0.99]	8.28 %	0.77	[0.72, 0.95]	0.00 %
ENDESA-CH	1.01	[0.92, 0.99]	2.57 %	1.02	[0.92, 1.01]	1.01 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>4.02 %</b>	-	-	<b>5.27 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>12.88 %</b>	-	-	<b>10.74 %</b>

Fuente: *Elaboración Propia*

Se observa en las tablas que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  en cada sector, en general, es menor que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  en cada acción constitutiva del mismo. No obstante, encontramos algunas situaciones llamativas:

- **Chile:** Tanto para las estimaciones trimestrales como semestrales, en el sector Industrial, la  $\bar{\beta}_{MCO}$  está contenida  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ . Sin embargo, sus acciones, Vapores y Masisa, presentan una  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  considerablemente superior. En el caso de la acción Vapores, esta diferencia podría estar explicada por un coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  extraordinariamente alto en el primer trimestre del 2012. Destaca así mismo el sector Construcción e Inmobiliaria que presenta en las estimaciones trimestrales tanto el sector como sus acciones distancias superiores al 20%, mientras que en las estimaciones semestrales, solo el sector mantiene esa distancia.

Capítulo 6. Análisis comparativo de las diferentes estimaciones de la beta

**Tabla 6.2.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Brasil

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$
BR - CONSUMO	0.58	[0.59, 0.60]	1.57 %	0.57	[0.57, 0.59]	0.00 %
AMBEV	0.38	[0.52, 0.61]	26.65 %	0.36	[0.44, 0.46]	17.47 %
MINERVA	0.55	[0.76, 0.90]	27.69 %	0.51	[0.76, 0.82]	33.13 %
BR - ENERGÍA	0.62	[0.51, 0.57]	9.52 %	0.55	[0.47, 0.51]	8.44 %
CPFL ENERGÍA	0.63	[0.75, 0.82]	15.32 %	0.57	[0.70, 0.71]	18.65 %
ELETRORAS	1.27	[1.49, 1.62]	14.41 %	1.24	[1.71, 1.86]	27.30 %
BR - FINANCIERO	1.01	[1.04, 1.09]	2.29 %	1.01	[1.01, 1.05]	0.00 %
BRADESCO	1.00	[0.96, 1.06]	0.00 %	0.99	[0.90, 1.12]	0.00 %
BRASIL	1.31	[1.39, 1.41]	5.67 %	1.32	[1.39, 1.43]	5.35 %
BR – MATERIALES BÁSICOS	0.87	[0.84, 0.94]	0.00 %	0.87	[0.84, 0.90]	0.00 %
VALE	1.00	[0.94, 1.16]	0.00 %	0.96	[0.81, 1.20]	0.00 %
USIMINAS	1.21	[1.01, 1.17]	2.88 %	1.11	[1.15, 1.25]	4.25 %
BR - INMOBILIARIO	0.96	[0.94, 1.05]	0.00 %	0.94	[0.99, 1.01]	5.36 %
GAFISA	1.41	[1.65, 1.69]	14.05 %	1.43	[1.44, 1.54]	0.32 %
CYRELA REALTY	1.03	[0.99, 1.10]	0.00 %	0.99	[0.88, 0.96]	3.05 %
BR – UTILIDAD PÚBLICA	0.66	[0.65, 0.66]	0.00 %	0.60	[0.59, 0.63]	0.00 %
ENERGIAS BR	0.64	[0.73, 0.78]	11.67 %	0.56	[0.58, 0.58]	3.76 %
AES TIETE	0.53	[0.74, 0.74]	28.57 %	0.49	[0.65, 0.74]	24.26 %
BR - INDUSTRIAL	0.67	[0.67, 0.69]	0.00 %	0.67	[0.67, 0.69]	0.62 %
KEPLER WEBER	0.85	[0.80, 0.92]	0.00 %	0.65	[0.59, 0.70]	0.00 %
M.DIASBRANCO	0.52	[0.49, 0.52]	1.10 %	0.45	[0.63, 0.69]	28.94 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>1.91 %</b>	-	-	<b>2.06 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>10.57 %</b>	-	-	<b>11.89 %</b>

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.3.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Méjico

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$
BMV - FINANCIERO	0.75	[0.81, 0.94]	7.09 %	0.77	[0.76, 0.83]	0.00 %
GFINBUR	0.99	[1.02, 1.09]	2.64 %	0.96	[0.92, 0.95]	0.06 %
GFNORTE	1.06	[0.99, 1.42]	0.00 %	0.91	[1.18, 1.38]	23.19 %
BMV - INDUSTRIAL	0.82	[0.92, 0.98]	10.91 %	0.83	[0.94, 0.98]	11.30 %
GCARSO	0.94	[0.96, 1.00]	1.55 %	0.86	[0.99, 1.03]	13.64 %
ICA	1.17	[1.41, 1.59]	17.01 %	1.19	[1.59, 1.66]	24.86 %
BMV - MATERIALES	0.93	[1.01, 1.07]	7.64 %	0.95	[0.96, 1.04]	0.37 %
CEMEX	1.57	[1.62, 1.86]	3.08 %	1.63	[1.46, 1.73]	0.00 %
MEXCHEM	1.13	[1.20, 1.21]	5.80 %	1.13	[1.17, 1.24]	3.71 %
BMV - TELECOM	0.82	[0.75, 0.94]	0.00 %	0.78	[0.74, 0.77]	1.31 %
AMX	1.06	[0.91, 0.93]	13.25 %	1.00	[0.96, 0.96]	4.17 %
TLEVISA	0.87	[0.93, 1.24]	6.49 %	0.80	[1.14, 1.38]	29.70 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>6.41 %</b>	-	-	<b>3.24 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>6.23 %</b>	-	-	<b>12.42 %</b>

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.4.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Estados Unidos

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$
NYSE - ENERGY	1.23	[1.22, 1.24]	0.00 %	1.25	[1.24, 1.25]	0.12 %
CHK	1.52	[1.89, 2.03]	19.48 %	1.43	[1.70, 1.70]	16.21 %
WFT	2.14	[2.21, 2.22]	2.81 %	2.07	[2.01, 2.01]	2.89 %
NYSE - HEALTHCARE	0.72	[0.67, 0.70]	2.65 %	0.72	[0.67, 0.74]	0.00 %
JNJ	0.64	[0.73, 0.77]	11.79 %	0.63	[0.78, 0.78]	18.51 %
PFE	0.76	[0.77, 0.85]	1.50 %	0.71	[0.58, 0.76]	0.00 %
NYSE - FINANCIAL	1.15	[1.12, 1.14]	1.58 %	1.14	[1.13, 1.16]	0.00 %
BAC	1.46	[1.41, 1.66]	0.00 %	1.41	[1.81, 1.84]	22.07 %
WFC	1.04	[0.98, 1.01]	2.04 %	1.05	[0.96, 1.03]	1.27 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>1.41 %</b>	-	-	<b>0.04 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>6.27 %</b>	-	-	<b>10.16 %</b>

Fuente: *Elaboración Propia*

**Tabla 6.5.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Reino Unido

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c])$
FTSE 350 - BANKS	1.28	[1.29, 1.32]	1.04 %	1.26	[1.30, 1.35]	3.07 %
LLOYDS	1.47	[1.53, 1.65]	3.91 %	1.42	[1.29, 1.42]	0.00 %
HSBC	1.10	[1.14, 1.18]	4.01 %	1.09	[1.21, 1.25]	10.16 %
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	1.10	[1.10, 1.12]	0.08 %	1.14	[1.26, 1.27]	10.00 %
BP	1.04	[1.14, 1.29]	8.16 %	1.08	[1.04, 1.26]	0.00 %
ROYALB	1.05	[1.26, 1.28]	16.74 %	1.03	[1.18, 1.21]	12.61 %
FTSE 350 - PHARM. & BIOTECH.	0.70	[0.70, 0.72]	0.41 %	0.70	[0.78, 0.78]	9.56 %
GLAXO	0.69	[0.67, 0.68]	0.81 %	0.71	[0.71, 0.71]	0.49 %
ASTRA	0.72	[0.91, 0.95]	21.12 %	0.66	[0.93, 1.03]	28.75 %
FTSE 350 - TOBACCO	0.77	[0.77, 0.82]	0.00 %	0.78	[0.65, 0.76]	2.47 %
TOBACCO	0.82	[0.83, 0.92]	2.04 %	0.84	[0.75, 0.78]	7.40 %
BRANDS	0.68	[0.65, 0.67]	1.05 %	0.62	[0.45, 0.55]	12.11 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>0.38 %</b>	-	-	<b>6.28 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>7.23 %</b>	-	-	<b>8.94 %</b>

Fuente: *Elaboración Propia*

**Tabla 6.6.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  – Japón

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$	$\bar{\beta}_{MCO}$	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	1.13	[1.11, 1.14]	0.00 %	1.13	[1.04, 1.10]	3.16 %
HITACHI	1.15	[1.21, 1.25]	4.83 %	1.20	[1.25, 1.26]	4.11 %
PANASONIC	1.35	[1.46, 1.48]	7.80 %	1.30	[1.48, 1.56]	12.65 %
JPX –TRANSPORT EQ.	1.13	[1.03, 1.11]	1.79 %	1.13	[1.05, 1.09]	4.35 %
TOYOTA	1.06	[1.03, 1.08]	0.00 %	1.08	[0.97, 1.02]	6.07 %
HONDA	1.20	[1.15, 1.27]	0.00 %	1.17	[1.10, 1.16]	1.58 %
JPX –INFO & COM.	0.75	[0.80, 0.89]	5.84 %	0.77	[0.74, 0.88]	0.00 %
NIPPON	0.65	[0.59, 0.69]	0.00 %	0.64	[0.53, 0.68]	0.00 %
KDDI	0.77	[0.79, 0.91]	3.69 %	0.77	[0.69, 0.86]	0.00 %
JPX –BANKS	1.19	[1.10, 1.23]	0.00 %	1.17	[1.07, 1.17]	0.15 %
MITSUBISHI	1.32	[1.22, 1.35]	0.00 %	1.29	[1.14, 1.29]	0.00 %
SUMITOMO	1.29	[1.13, 1.26]	2.14 %	1.27	[1.13, 1.21]	4.90 %
<b>Promedio Sectores</b>	-	-	<b>1.91 %</b>			<b>1.91 %</b>
<b>Promedio Acciones</b>	-	-	<b>2.31 %</b>			<b>3.66 %</b>

Fuente: Elaboración Propia

- **Brasil:** Tanto para las estimaciones trimestrales como semestrales, en el sector Consumo y Utilidad Pública, la  $\bar{\beta}_{MCO}$  está contenida en  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  o muy próxima al intervalo. Sin embargo, sus acciones presentan una distancia considerablemente superior.

La  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  semestral de la acción Eletrobras y de M.Diasbranco es casi un 20% más grande que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  de su correspondiente sector.

- **México:** La  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  semestral de la acción Gfnorte y Televisa es casi un 20% más grande que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  de su correspondiente sector.
- **Estados Unidos:** La  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  trimestral de la acción CHK es casi un 20% más grande que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  de su correspondiente sector. La acción BAC y JNJ presenta similar comportamiento en sus estimaciones semestrales.
- **Reino Unido:** La  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  trimestral y semestral de la acción Astra es casi un 20% más grande que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  de su correspondiente sector.

Puede apreciarse que las principales excepciones se dan en los países emergentes. No obstante, aún en los casos en los cuales, la distancia entre ambos coeficientes es mayor



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

al 20%, los coeficientes  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  son similares en cuanto a su clasificación de mayor, menor o igual a la unidad.

En general, la  $\bar{\beta}_{MCO}$  se encuentra a una distancia de  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  menor o igual al 10%, tanto en estimaciones trimestrales como semestrales. Las Tablas 6.7 y 6.8 resumen los resultados obtenidos de las estimaciones trimestrales y semestrales respectivamente y cuentan para cada país la cantidad de sectores y de acciones que tienen una  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]) > 10\%$ . Si bien son pocos los casos donde se obtiene estas distancias, esto ocurre principalmente en las acciones de los países emergentes, cuyos mercados son tradicionalmente más volátiles.

En la mayoría de los casos,  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  es menor en las estimaciones trimestrales que en las semestrales, excepto en las acciones de Chile y en los sectores de Méjico y de Estados Unidos (ver Tablas 6.7 y 6.8).

**Tabla 6.7.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  – Síntesis de las estimaciones trimestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
$\bar{d}$ Sectores	4.02 %	1.91 %	6.41 %	1.41 %	0.38 %	1.91 %
$\bar{d}$ Acciones	12.88 %	10.57 %	6.23 %	6.27 %	7.23 %	2.31 %
$d > 10\%$ en sectores	1 de 7 (14.28 %)	0 de 7 (0.00 %)	1 de 4 (25.00 %)	0 de 3 (0.00 %)	0 de 4 (0.00 %)	0 de 4 (0.00 %)
$d > 10\%$ en acciones	7 de 14 (50.00 %)	7 de 14 (50.00 %)	2 de 8 (25.00 %)	2 de 6 (33.33 %)	2 de 8 (25.00 %)	0 de 8 (0.00 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.8.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  – Síntesis de las estimaciones semestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
$\bar{d}$ Sectores	5.27 %	2.06 %	3.24 %	0.04 %	6.28 %	1.91 %
$\bar{d}$ Acciones	10.74 %	11.89 %	12.42 %	10.16 %	8.94 %	3.66 %
$d > 10\%$ en sectores	1 de 7 (14.28 %)	0 de 7 (0.00 %)	1 de 4 (25.00 %)	0 de 3 (0.00 %)	0 de 4 (0.00 %)	0 de 4 (0.00 %)
$d > 10\%$ en acciones	4 de 14 (28.57 %)	6 de 14 (42.86 %)	4 de 8 (50.00 %)	3 de 6 (50.00 %)	4 de 8 (50.00 %)	1 de 8 (12,5 %)

Fuente: Elaboración Propia

La Tabla 6.9 resume los resultados de las comparaciones entre sectores y acciones y entre grupo de países.

**Tabla 6.9.** Distancia entre  $\bar{\beta}_{MCO}$  y  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  – Resultados comparativos

	Trimestral	Semestral
<b>Sectores vs. Acciones</b>	Para un mismo país la $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en sectores es menor que la $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en acciones, excepto en Méjico cuyas distancias son similares.	Para un mismo país la $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en sectores es menor que la $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en acciones.
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	La $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en sectores de los países desarrollados es menor que en los sectores de países emergentes latinoamericanos.	La $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en sectores de los países desarrollados es menor que en los sectores de los países emergentes latinoamericanos, excepto en Reino Unido.
	La $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en acciones de los países desarrollados es menor que en las acciones de los países emergentes latinoamericanos.	La $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ en acciones de los países desarrollados es menor que en las acciones de los países emergentes latinoamericanos.

Fuente: *Elaboración Propia*

A pesar de las excepciones mencionadas, al estar la  $\bar{\beta}_{MCO}$  muy próxima al intervalo  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ , incluso en muchos casos incluída en el mismo, podemos deducir que las estimaciones son similares. Teniendo esto en cuenta, y siendo que la regresión borrosa presenta ventajas respecto a la regresión MCO porque permite obtener una relación funcional cuando las variables no son ciertas, incorporando toda la información disponible en los diferentes precios de los activos y porque no requiere el cumplimiento de supuestos estadísticos muchas veces de difícil cumplimiento, entre otras, sostenemos la supremacía de la estimación del coeficiente beta a partir del modelo de regresión borrosa.

## 6.2 BETA BORROSA: INTERVALO DE RENDIMIENTO CIERTO VS INCIERTO

En esta sección obtenemos el coeficiente beta borroso aplicando la regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992) utilizando, en este caso, el intervalo de rendimiento incierto  $[R_{min}, R_{max}]$  calculado a partir del precio mínimo y máximo del activo. Comparamos dichos coeficientes  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  con los obtenidos en la sección anterior  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ .

Para comparar y ordenar dichos IC, deberíamos considerar, en un sentido estricto, que:

$$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] \leq [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C] \text{ si } \bar{\beta}_2^U \leq \bar{\beta}_1^C \quad (6.1)$$

Dado que esta relación de orden no es total, es decir, en la mayoría de ocasiones no podría establecerse ninguna ordenación, relajamos la exigencia estableciendo la siguiente relación de orden:

$$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] \leq [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C] \text{ si } \bar{\beta}_1^U \leq \bar{\beta}_1^C \text{ y } \bar{\beta}_2^U \leq \bar{\beta}_2^C \quad (6.2)$$

Esta relación tampoco es de orden total, por lo que pueden haber intervalos que tampoco se puedan ordenar. En este caso utilizaremos la relación definida como:

$$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] \leq [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C] \text{ si } \frac{\bar{\beta}_1^U + \bar{\beta}_2^U}{2} \leq \frac{\bar{\beta}_1^C + \bar{\beta}_2^C}{2} \quad (6.3)$$

Las Tablas 6.10 a 6.15 presentan las betas borrosas promedios,  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  y  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ , y la relación entre ambos IC para cada uno de los seis países en estudio. Indicamos en qué casos se cumple que:  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] \leq [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ .

En las Tablas 6.16 y 6.17 se cuantifican los casos en que la beta borrosa calculada a partir de un intervalo de rendimiento incierto es menor a la obtenida tomando un rendimiento cierto. La evidencia empírica indica que en la mayoría de los casos  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U] \leq [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ , excepto en Estados Unidos.

La Tabla 6.18 resume los resultados de las comparaciones entre sectores y acciones y entre grupos de países.

En conclusión, observamos que el intervalo del rendimiento a partir de la tasa de rendimiento tradicional, precio de cierre, sobrestima el riesgo sistemático tanto en estimaciones trimestrales como semestrales y con mayor intensidad en los países desarrollados. Por consiguiente, y dada la ventaja de incorporar toda la información contenida en los diferentes precios de una sesión, sostenemos la supremacía de la estimación de la beta a través del modelo de mercado borroso, aplicando regresión borrosa  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y empleando  $[R_{min}, R_{max}]$ .

**Tabla 6.10.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Chile

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
CL - BANCA	[0.88, 0.90]	[0.78, 0.88]	Sí	[0.90, 0.98]	[0.85, 0.99]	Sí
BCI	[1.14, 1.17]	[1.00, 1.05]	Sí	[0.99, 1.06]	[0.86, 0.97]	Sí
BSANTANDER	[1.13, 1.20]	[1.09, 1.14]	Sí	[1.21, 1.21]	[1.14, 1.19]	Sí
CL - COMMODITIES	[1.16, 1.21]	[0.99, 1.07]	Sí	[1.12, 1.17]	[1.01, 1.05]	Sí
CAP	[1.48, 2.06]	[1.53, 2.22]	No	[1.59, 2.61]	[1.71, 2.71]	No
CMPC	[1.32, 1.33]	[1.26, 1.36]	Sí	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	Sí
CL - CONST. & INMOB.	[1.24, 1.34]	[1.14, 1.21]	Sí	[1.22, 1.29]	[1.18, 1.19]	Sí
SALFACORP	[1.38, 1.57]	[1.46, 1.57]	No	[1.10, 1.21]	[1.14, 1.26]	No
BESALCO	[1.34, 1.61]	[1.64, 1.99]	No	[1.07, 1.16]	[1.41, 1.77]	No
CL - CONSUMO	[0.81, 0.84]	[0.85, 0.89]	No	[0.82, 0.84]	[0.83, 0.89]	No
CCU	[1.03, 1.09]	[0.93, 1.08]	Sí	[0.86, 0.87]	[0.81, 0.99]	No
CONCHATORO	[1.07, 1.11]	[1.00, 1.03]	Sí	[0.95, 0.95]	[0.98, 0.98]	No
CL - INDUSTRIAL	[0.85, 1.05]	[2.02, 2.14]	No	[0.90, 1.13]	[1.44, 1.56]	No
VAPORES	[1.82, 2.18]	[2.13, 2.45]	No	[1.93, 2.40]	[2.18, 2.36]	No
MASISA	[1.26, 1.26]	[1.13, 1.23]	Sí	[1.30, 1.38]	[1.34, 1.53]	No
CL - RETAIL	[1.05, 1.07]	[0.95, 0.97]	Sí	[1.09, 1.10]	[0.91, 0.91]	Sí
FALABELLA	[1.21, 1.26]	[1.14, 1.22]	Sí	[0.93, 1.02]	[0.89, 0.92]	Sí
NUEVAPOLAR	[2.01, 2.01]	[2.51, 2.93]	No	[1.70, 1.70]	[2.50, 2.72]	No
CL - UTILITIES	[0.86, 0.89]	[0.74, 0.79]	Sí	[0.82, 0.82]	[0.72, 0.77]	Sí
COLBUN	[0.95, 0.99]	[1.11, 1.16]	No	[0.72, 0.95]	[0.80, 0.97]	No
ENDESA-CH	[0.92, 0.99]	[0.86, 0.86]	Sí	[0.92, 1.01]	[0.80, 0.86]	Sí

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.11.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Brasil

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
BR - CONSUMO	[0.59, 0.60]	[0.57, 0.58]	Sí	[0.57, 0.59]	[0.57, 0.58]	Sí
AMBEV	[0.52, 0.61]	[0.51, 0.56]	Sí	[0.44, 0.46]	[0.36, 0.36]	Sí
MINERVA	[0.76, 0.90]	[0.77, 0.92]	No	[0.76, 0.82]	[0.50, 0.50]	Sí
BR - ENERGÍA	[0.51, 0.57]	[0.56, 0.57]	No	[0.47, 0.51]	[0.61, 0.63]	No
CPFL ENERGÍA	[0.75, 0.82]	[0.71, 0.80]	Sí	[0.70, 0.71]	[0.60, 0.75]	Sí
ELETRORAS	[1.49, 1.62]	[1.37, 1.54]	Sí	[1.71, 1.86]	[1.33, 1.52]	Sí
BR - FINANCIERO	[1.04, 1.09]	[0.91, 0.97]	Sí	[1.01, 1.05]	[0.97, 1.06]	Sí
BRADESCO	[0.96, 1.06]	[0.98, 1.11]	No	[0.90, 1.12]	[0.88, 1.14]	Sí
BRASIL	[1.39, 1.41]	[1.21, 1.34]	Sí	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	Sí
BR – MATERIALES BÁSICOS	[0.84, 0.94]	[0.66, 0.82]	Sí	[0.84, 0.90]	[0.58, 0.82]	Sí
VALE	[0.94, 1.16]	[0.93, 1.34]	No	[0.81, 1.20]	[0.82, 1.39]	No
USIMINAS	[1.01, 1.17]	[1.34, 1.57]	No	[1.15, 1.25]	[1.47, 1.91]	No
BR - INMOBILIARIO	[0.94, 1.05]	[0.92, 1.03]	Sí	[0.99, 1.01]	[0.90, 0.98]	Sí
GAFISA	[1.65, 1.69]	[1.53, 1.93]	No	[1.44, 1.54]	[1.32, 1.91]	No
CYRELA REALTY	[0.99, 1.10]	[0.90, 0.95]	Sí	[0.88, 0.96]	[0.78, 0.82]	Sí
BR – UTILIDAD PÚBLICA	[0.65, 0.66]	[0.65, 0.66]	Sí	[0.59, 0.63]	[0.64, 0.64]	No
ENERGIAS BR	[0.73, 0.78]	[0.69, 0.78]	Sí	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.66]	No
AES TIETE	[0.74, 0.74]	[0.71, 0.71]	Sí	[0.65, 0.74]	[0.66, 0.72]	Sí
BR - INDUSTRIAL	[0.67, 0.69]	[0.61, 0.63]	Sí	[0.67, 0.69]	[0.66, 0.69]	Sí
KEPLER WEBER	[0.80, 0.92]	[0.95, 1.07]	No	[0.59, 0.70]	[0.58, 0.68]	Sí
M.DIASBRANCO	[0.49, 0.52]	[0.57, 0.59]	No	[0.63, 0.69]	[0.65, 0.73]	No

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.12.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Méjico

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
BMV - FINANCIERO	[0.81, 0.94]	[0.75, 0.86]	Sí	[0.76, 0.83]	[0.68, 0.74]	Sí
GFINBUR	[1.02, 1.09]	[1.11, 1.23]	No	[0.92, 0.95]	[0.98, 1.08]	No
GFNORTE	[0.99, 1.42]	[0.97, 1.40]	Sí	[1.18, 1.38]	[1.17, 1.28]	Sí
BMV - INDUSTRIAL	[0.92, 0.98]	[0.76, 0.78]	Sí	[0.94, 0.98]	[0.75, 0.77]	Sí
GCARSO	[0.96, 1.00]	[0.97, 1.01]	No	[0.99, 1.03]	[1.16, 1.16]	No
ICA	[1.41, 1.59]	[1.44, 1.64]	No	[1.59, 1.66]	[1.49, 1.49]	Sí
BMV - MATERIALES	[1.01, 1.07]	[0.85, 0.96]	Sí	[0.96, 1.04]	[0.88, 1.03]	Sí
CEMEX	[1.62, 1.86]	[1.36, 1.49]	Sí	[1.46, 1.73]	[1.06, 1.29]	Sí
MEXCHEM	[1.20, 1.21]	[1.12, 1.23]	Sí	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]	Sí
BMV - TELECOM	[0.75, 0.94]	[0.75, 0.96]	No	[0.74, 0.77]	[0.62, 0.71]	Sí
AMX	[0.91, 0.93]	[0.80, 0.84]	Sí	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	Sí
TLEVISA	[0.93, 1.24]	[0.73, 0.80]	Sí	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]	Sí

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.13.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Estados Unidos

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
NYSE - ENERGY	[1.22, 1.24]	[1.15, 1.16]	Sí	[1.24, 1.25]	[1.15, 1.18]	Sí
CHK	[1.89, 2.03]	[1.66, 1.99]	Sí	[1.70, 1.70]	[1.67, 1.85]	No
WFT	[2.21, 2.22]	[2.32, 2.32]	No	[2.01, 2.01]	[2.19, 2.21]	No
NYSE - HEALTHCARE	[0.67, 0.70]	[0.74, 0.74]	No	[0.67, 0.74]	[0.67, 0.68]	Sí
JNJ	[0.73, 0.77]	[0.71, 0.72]	Sí	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	Sí
PFE	[0.77, 0.85]	[0.85, 0.90]	No	[0.58, 0.76]	[0.77, 0.89]	No
NYSE - FINANCIAL	[1.12, 1.14]	[1.03, 1.09]	Sí	[1.13, 1.16]	[0.99, 1.03]	Sí
BAC	[1.41, 1.66]	[1.45, 1.68]	No	[1.81, 1.84]	[1.73, 1.76]	Sí
WFC	[0.98, 1.01]	[1.07, 1.08]	No	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]	No

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.14.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Reino Unido

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
FTSE 350 - BANKS	[1.29, 1.32]	[1.11, 1.18]	Sí	[1.30, 1.35]	[1.19, 1.22]	Sí
LLOYDS	[1.53, 1.65]	[1.66, 1.78]	No	[1.29, 1.42]	[1.67, 1.80]	No
HSBC	[1.14, 1.18]	[1.10, 1.13]	Sí	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	Sí
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	[1.10, 1.12]	[0.95, 0.95]	Sí	[1.26, 1.27]	[1.08, 1.08]	Sí
BP	[1.14, 1.29]	[0.90, 1.06]	Sí	[1.04, 1.26]	[0.75, 1.05]	Sí
ROYALB	[1.26, 1.28]	[1.40, 1.40]	No	[1.18, 1.21]	[1.41, 1.42]	No
FTSE 350 - PHARM. & BIOTECH.	[0.70, 0.72]	[0.65, 0.70]	Sí	[0.78, 0.78]	[0.67, 0.72]	Sí
GLAXO	[0.67, 0.68]	[0.63, 0.64]	Sí	[0.71, 0.71]	[0.69, 0.75]	No
ASTRA	[0.91, 0.95]	[0.90, 1.02]	No	[0.93, 1.03]	[0.88, 0.96]	Sí
FTSE 350 - TOBACCO	[0.77, 0.82]	[0.57, 0.67]	Sí	[0.65, 0.76]	[0.51, 0.62]	Sí
TOBACCO	[0.83, 0.92]	[0.73, 0.79]	Sí	[0.75, 0.78]	[0.60, 0.71]	Sí
BRANDS	[0.65, 0.67]	[0.50, 0.52]	Sí	[0.45, 0.55]	[0.51, 0.51]	No

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.15.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Japón

Sectores / Acciones	Trimestral			Semestral		
	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$	$[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$	$[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$	$\frac{[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]}{\leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]}$
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	[1.11, 1.14]	[0.99, 1.02]	Sí	[1.04, 1.10]	[0.99, 0.99]	Sí
HITACHI	[1.21, 1.25]	[1.09, 1.18]	Sí	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	Sí
PANASONIC	[1.46, 1.48]	[1.53, 1.55]	No	[1.48, 1.56]	[1.38, 1.41]	Sí
JPX –TRANSPORT EQ.	[1.03, 1.11]	[1.04, 1.10]	Sí	[1.05, 1.09]	[0.97, 0.99]	Sí
TOYOTA	[1.03, 1.08]	[0.96, 1.00]	Sí	[0.97, 1.02]	[0.94, 0.95]	Sí
HONDA	[1.15, 1.27]	[1.09, 1.12]	Sí	[1.10, 1.16]	[0.93, 1.04]	Sí
JPX –INFO & COM.	[0.80, 0.89]	[0.71, 0.79]	Sí	[0.74, 0.88]	[0.72, 0.84]	Sí
NIPPON	[0.59, 0.69]	[0.53, 0.66]	Sí	[0.53, 0.68]	[0.57, 0.60]	Sí
KDDI	[0.79, 0.91]	[0.76, 0.78]	Sí	[0.69, 0.86]	[0.90, 1.18]	No
JPX –BANKS	[1.10, 1.23]	[1.07, 1.17]	Sí	[1.07, 1.17]	[1.00, 1.20]	Sí
MITSUBISHI	[1.22, 1.35]	[1.15, 1.33]	Sí	[1.14, 1.29]	[1.11, 1.39]	No
SUMITOMO	[1.13, 1.26]	[1.12, 1.38]	No	[1.13, 1.21]	[1.09, 1.35]	No

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.16.** Número (y porcentaje) de  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] < [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Síntesis de las estimaciones trimestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	5 de 7 (71.43 %)	6 de 7 (85.72 %)	3 de 4 (75.00 %)	2 de 3 (66.67 %)	4 de 4 (100 %)	4 de 4 (100 %)
<b>Acciones</b>	8 de 14 (57.14 %)	7 de 14 (50.00 %)	5 de 8 (62.5 %)	2 de 6 (33.34 %)	5 de 8 (62.50 %)	6 de 8 (75.00 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.17.** Número (y porcentaje) de  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] < [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  – Síntesis de las estimaciones semestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	5 de 7 (71.43 %)	5 de 7 (71.43 %)	4 de 4 (100 %)	3 de 3 (100 %)	4 de 4 (100 %)	4 de 4 (100 %)
<b>Acciones</b>	5 de 14 (35.72%)	9 de 14 (64.28 %)	6 de 8 (75.00 %)	2 de 6 (33.34 %)	4 de 8 (50.00 %)	5 de 8 (62.50 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.18.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$  y  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  – Resultados comparativos

	Trimestral	Semestral
<b>Sectores vs. Acciones</b>	Para un mismo país el porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ es mayor en sectores que en acciones.	Para un mismo país el porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ es mayor en sectores que en acciones.
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ en sectores de los países desarrollados es mayor que en los sectores de países emergentes latinoamericanos, excepto en Estados Unidos.	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ en sectores de los países desarrollados es mayor que en los sectores de países emergentes latinoamericanos.
	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ en acciones de los países desarrollados es mayor que en las acciones de países emergentes latinoamericanos, excepto en Estados Unidos.	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u] \leq [\bar{\beta}_1^c, \bar{\beta}_2^c]$ en acciones de los países desarrollados es menor que en las acciones de países emergentes latinoamericanos.

Fuente: Elaboración Propia

### 6.3 BETA BORROSA VS BETA BORROSA APLICANDO EL MÉTODO HUNG Y YANG

Por las razones desarrolladas en el apartado anterior, en esta sección estimamos las betas tomando la tasa de rendimiento incierta calculada a partir del rendimiento mínimo y máximo ( $[R_{min}, R_{max}]$ ) luego de eliminar los *outliers* aplicando el método de omisión de Hung y Yang (2006).

Las Tablas 6.19 a 6.24 presentan las betas borrosas promedios, sin eliminar *outliers*,  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$ , y eliminando *outliers*,  $[\bar{\beta}_1^{u-HY}, \bar{\beta}_2^{u-HY}]$ , y la relación entre ambos IC para cada uno de los seis países en estudio. Indicamos en la columna (1) si se cumple que la amplitud de la  $[\bar{\beta}_1^{u-HY}, \bar{\beta}_2^{u-HY}]$  es menor que la amplitud de la  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$ , lo cual nos indica una beta más estable. En la columna (2) indicamos si se cumple que  $[\bar{\beta}_1^{u-HY}, \bar{\beta}_2^{u-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$  según los criterios (6.1), (6.2) y (6.3).

En las Tablas 6.25 y 6.26 se resume el porcentaje de betas  $[\bar{\beta}_1^{u-HY}, \bar{\beta}_2^{u-HY}]$  que tienen una amplitud menor que  $[\bar{\beta}_1^u, \bar{\beta}_2^u]$ , trimestrales y semestrales, para todos los países desagregando en sectores y acciones.

Se observa que, en la mayoría de los casos, la amplitud de la beta borrosa estimada aplicando el método de omisión de Hung y Yang (2006) es menor, excepto en las estimaciones trimestrales de las acciones de los países desarrollados.



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

---

La Tabla 6.27 presenta las comparaciones entre sectores y acciones y entre países emergentes y desarrollados.

En la Tabla 6.28 y 6.29 se cuantifican los casos en que la beta borrosa calculada a partir de un intervalo de rendimiento incierto luego de eliminar *outliers* es menor a la obtenida sin eliminarlos ( $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ ).

En el grupo de los países emergentes latinoamericanos, se observa que, en la mayoría de los activos, se cumple que  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ , siendo el porcentaje mayor en las estimaciones trimestrales respecto a las semestrales. Sin embargo, estas relaciones no se observan en las betas estimadas de los países desarrollados donde los porcentajes se acercan al 50%. Más aún, los porcentajes son mayores en las estimaciones semestrales que trimestrales.

La Tabla 6.30 presenta las comparaciones entre sectores y acciones y entre países emergentes y desarrollados.

La característica de que, en los países desarrollados, esta relación se presente en menor medida podría deberse al hecho de que los mercados emergentes tienen una dimensión y una eficiencia menor, lo que podría generar que los *outliers* en las series de datos de rendimientos afecten en mayor medida a las estimaciones de las betas, en este caso generando mayor amplitud y sobrestimando las mismas. Acorde con esta idea, puede observarse, en los países emergentes, que el porcentaje de betas sobrestimadas es mayor en las estimaciones trimestrales, en las cuales, al incluir un número menor de observaciones en la estimación de la beta, aumenta la posible influencia de un *outlier*.

En el caso de los países desarrollados, si bien existen *outliers* en las series de rendimientos de los activos, los mismos parecieran tener un efecto menor sobre la estimación de la beta borrosa.

En síntesis, observamos como la presencia de *outliers* sobrestima el riesgo sistemático y genera mayor amplitud en las betas estimadas.

**Tabla 6.19.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Chile

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
CL - BANCA	[0.78, 0.88]	[0.76, 0.85]	Sí	Sí	[0.85, 0.99]	[0.82, 0.90]	Sí	Sí
BCI	[1.00, 1.05]	[0.95, 0.97]	Sí	Sí	[0.86, 0.97]	[0.97, 1.09]	Sí	No
BSANTANDER	[1.09, 1.14]	[0.86, 0.93]	No	Sí	[1.14, 1.19]	[0.98, 0.98]	Sí	Sí
CL - COMMODITIES	[0.99, 1.07]	[1.11, 1.16]	Sí	No	[1.01, 1.05]	[1.11, 1.14]	Sí	No
CAP	[1.53, 2.22]	[1.32, 1.74]	Sí	Sí	[1.71, 2.71]	[1.42, 1.60]	Sí	Sí
CMPC	[1.26, 1.36]	[1.14, 1.26]	No	Sí	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]	Sí	No
CL - CONST. & INMOB.	[1.14, 1.21]	[1.01, 1.09]	No	Sí	[1.18, 1.19]	[1.13, 1.14]	Sí	Sí
SALFACORP	[1.46, 1.57]	[1.13, 1.14]	Sí	Sí	[1.14, 1.26]	[1.30, 1.43]	Sí	No
BESALCO	[1.64, 1.99]	[1.29, 1.40]	Sí	Sí	[1.41, 1.77]	[1.19, 1.29]	Sí	Sí
CL - CONSUMO	[0.85, 0.89]	[0.77, 0.82]	No	Sí	[0.83, 0.89]	[0.82, 0.84]	Sí	Sí
CCU	[0.93, 1.08]	[0.81, 0.86]	Sí	Sí	[0.81, 0.99]	[0.82, 0.89]	Sí	Sí
CONCHATORO	[1.00, 1.03]	[0.89, 0.99]	No	Sí	[0.98, 0.98]	[0.77, 0.77]	Sí	Sí
CL - INDUSTRIAL	[2.02, 2.14]	[0.84, 1.01]	No	Sí	[1.44, 1.56]	[0.83, 1.00]	No	Sí
VAPORES	[2.13, 2.45]	[1.36, 1.52]	Sí	Sí	[2.18, 2.36]	[1.62, 2.01]	No	Sí
MASISA	[1.13, 1.23]	[0.95, 0.97]	Sí	Sí	[1.34, 1.53]	[1.07, 1.17]	Sí	Sí
CL - RETAIL	[0.95, 0.97]	[0.90, 1.01]	No	Sí	[0.91, 0.91]	[0.93, 1.02]	No	No
FALABELLA	[1.14, 1.22]	[1.05, 1.13]	Sí	Sí	[0.89, 0.92]	[1.02, 1.14]	No	No
NUEVAPOLAR	[2.51, 2.93]	[1.87, 1.87]	Sí	Sí	[2.50, 2.72]	[1.94, 2.46]	No	Sí
CL - UTILITIES	[0.74, 0.79]	[0.71, 0.75]	Sí	Sí	[0.72, 0.77]	[0.74, 0.76]	Sí	Sí
COLBUN	[1.11, 1.16]	[0.74, 0.76]	Sí	Sí	[0.80, 0.97]	[0.80, 0.94]	Sí	Sí
ENDESA-CH	[0.86, 0.86]	[0.83, 0.90]	No	No	[0.80, 0.86]	[0.76, 0.88]	No	Sí

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.20.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Brasil

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
BR - CONSUMO	[0.57, 0.58]	[0.49, 0.50]	Sí	Sí	[0.57, 0.58]	[0.54, 0.55]	No	Sí
AMBEV	[0.51, 0.56]	[0.43, 0.46]	Sí	Sí	[0.36, 0.36]	[0.35, 0.35]	Sí	Sí
MINERVA	[0.77, 0.92]	[0.55, 0.56]	Sí	Sí	[0.50, 0.50]	[0.42, 0.44]	No	Sí
BR - ENERGÍA	[0.56, 0.57]	[0.53, 0.56]	No	Sí	[0.61, 0.63]	[0.46, 0.51]	No	Sí
CPFL ENERGÍA	[0.71, 0.80]	[0.68, 0.70]	Sí	Sí	[0.60, 0.75]	[0.61, 0.71]	Sí	Sí
ELETROBRAS	[1.37, 1.54]	[1.22, 1.22]	Sí	Sí	[1.33, 1.52]	[1.24, 1.26]	Sí	Sí
BR - FINAN	[0.91, 0.97]	[0.82, 0.87]	Sí	Sí	[0.97, 1.06]	[0.92, 0.94]	Sí	Sí
BRADESCO	[0.98, 1.11]	[0.95, 0.98]	Sí	Sí	[0.88, 1.14]	[1.01, 1.06]	Sí	No
BRASIL	[1.21, 1.34]	[1.19, 1.26]	Sí	Sí	[1.11, 1.29]	[1.29, 1.32]	Sí	No
BR – MAT BÁS.	[0.66, 0.82]	[0.75, 0.77]	Sí	No	[0.58, 0.82]	[0.81, 0.85]	Sí	No
VALE	[0.93, 1.34]	[1.10, 1.11]	Sí	Sí	[0.82, 1.39]	[1.14, 1.20]	Sí	No
USIMINAS	[1.34, 1.57]	[1.57, 1.58]	Sí	No	[1.47, 1.91]	[1.27, 1.37]	Sí	Sí
BR – INMOB.	[0.92, 1.03]	[0.85, 0.92]	Sí	Sí	[0.90, 0.98]	[0.85, 0.92]	Sí	Sí
GAFISA	[1.53, 1.93]	[1.28, 1.37]	Sí	Sí	[1.32, 1.91]	[1.34, 1.40]	Sí	Sí
CYRELA REALTY	[0.90, 0.95]	[0.98, 1.03]	Sí	No	[0.78, 0.82]	[0.71, 0.73]	Sí	Sí
BR – UT. PÚB.	[0.65, 0.66]	[0.59, 0.72]	No	Sí	[0.64, 0.64]	[0.57, 0.58]	No	Sí
ENERGIAS BR	[0.69, 0.78]	[0.66, 0.72]	Sí	Sí	[0.58, 0.66]	[0.58, 0.60]	Sí	Sí
AES TIETE	[0.71, 0.71]	[0.56, 0.56]	Sí	Sí	[0.66, 0.72]	[0.54, 0.59]	Sí	Sí
BR – IND.	[0.61, 0.63]	[0.62, 0.64]	Sí	No	[0.66, 0.69]	[0.58, 0.61]	Sí	Sí
KEPLER WEBER	[0.95, 1.07]	[0.83, 0.86]	Sí	Sí	[0.58, 0.68]	[0.97, 0.99]	Sí	No
M.DIASBRANCO	[0.57, 0.59]	[0.45, 0.50]	No	Sí	[0.65, 0.73]	[0.48, 0.48]	Sí	Sí

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.21.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Méjico

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
BMV - FINANCIERO	[0.75, 0.86]	[0.66, 0.77]	Sí	Sí	[0.68, 0.74]	[0.71, 0.80]	No	No
GFINBUR	[1.11, 1.23]	[0.87, 0.98]	Sí	Sí	[0.98, 1.08]	[0.69, 0.88]	No	Sí
GFNORTE	[0.97, 1.40]	[1.16, 1.21]	Sí	Sí	[1.17, 1.28]	[1.01, 1.04]	Sí	Sí
BMV - INDUSTRIAL	[0.76, 0.78]	[0.75, 0.82]	No	No	[0.75, 0.77]	[0.81, 0.81]	Sí	No
GCARSO	[0.97, 1.01]	[0.83, 0.86]	Sí	Sí	[1.16, 1.16]	[0.92, 0.98]	No	Sí
ICA	[1.44, 1.64]	[1.42, 1.50]	Sí	Sí	[1.49, 1.49]	[1.20, 1.48]	No	Sí
BMV - MATERIALES	[0.85, 0.96]	[0.71, 0.80]	Sí	Sí	[0.88, 1.03]	[0.80, 0.82]	Sí	Sí
CEMEX	[1.36, 1.49]	[1.30, 1.43]	Sí	Sí	[1.06, 1.29]	[1.32, 1.33]	Sí	No
MEXCHEM	[1.12, 1.23]	[1.10, 1.29]	No	No	[1.11, 1.25]	[1.16, 1.19]	Sí	Sí
BMV - TELECOM	[0.75, 0.96]	[0.66, 0.75]	Sí	Sí	[0.62, 0.71]	[0.73, 0.83]	No	No
AMX	[0.80, 0.84]	[0.86, 1.08]	No	No	[0.95, 0.95]	[0.99, 1.02]	No	No
TLEVISA	[0.73, 0.80]	[0.75, 0.76]	Sí	Sí	[0.86, 1.11]	[0.62, 0.71]	Sí	Sí

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.22.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Estados Unidos

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
NYSE – ENERGY	[1.15, 1.16]	[1.17, 1.23]	No	No	[1.15, 1.18]	[1.24, 1.28]	No	No
CHK	[1.66, 1.99]	[1.98, 2.18]	Sí	No	[1.67, 1.85]	[1.60, 1.66]	Sí	Sí
WFT	[2.32, 2.32]	[2.19, 2.31]	No	Sí	[2.19, 2.21]	[1.86, 2.23]	No	Sí
NYSE - HEALTHCARE	[0.74, 0.74]	[0.62, 0.66]	No	Sí	[0.67, 0.68]	[0.62, 0.62]	Sí	Sí
JNJ	[0.71, 0.72]	[0.54, 0.63]	No	Sí	[0.78, 0.78]	[0.54, 0.56]	No	Sí
PFE	[0.85, 0.90]	[0.75, 0.81]	No	Sí	[0.77, 0.89]	[0.66, 0.67]	Sí	Sí
NYSE - FINANCIAL	[1.03, 1.09]	[1.06, 1.10]	Sí	No	[0.99, 1.03]	[1.03, 1.06]	Sí	No
BAC	[1.45, 1.68]	[1.31, 1.66]	No	Sí	[1.73, 1.76]	[1.22, 1.58]	No	Sí
WFC	[1.07, 1.08]	[1.02, 1.16]	No	No	[1.08, 1.15]	[0.94, 0.99]	Sí	Sí

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.23.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Reino Unido

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
FTSE 350 - BANKS	[1.11, 1.18]	[1.12, 1.14]	Sí	Sí	[1.19, 1.22]	[1.24, 1.28]	No	No
LLOYDS	[1.66, 1.78]	[1.35, 1.39]	Sí	Sí	[1.67, 1.80]	[1.40, 1.49]	Sí	Sí
HSBC	[1.10, 1.13]	[0.99, 1.03]	No	Sí	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]	Sí	Sí
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	[0.95, 0.95]	[0.94, 1.02]	No	No	[1.08, 1.08]	[1.00, 1.05]	No	Sí
BP	[0.90, 1.06]	[0.98, 1.05]	Sí	No	[0.75, 1.05]	[0.94, 0.94]	Sí	No
ROYALB	[1.40, 1.40]	[0.98, 0.99]	No	Sí	[1.41, 1.42]	[1.00, 1.04]	No	Sí
FTSE 350 - PHARM. & BIOTECH.	[0.65, 0.70]	[0.64, 0.75]	No	No	[0.67, 0.72]	[0.65, 0.76]	No	No
GLAXO	[0.63, 0.64]	[0.69, 0.74]	No	No	[0.69, 0.75]	[0.59, 0.66]	Sí	Sí
ASTRA	[0.90, 1.02]	[0.73, 0.76]	Sí	Sí	[0.88, 0.96]	[0.88, 0.88]	Sí	Sí
FTSE 350 - TOBACCO	[0.57, 0.67]	[0.72, 0.75]	Sí	No	[0.51, 0.62]	[0.59, 0.64]	Sí	No
TOBACCO	[0.73, 0.79]	[0.75, 0.84]	No	No	[0.60, 0.71]	[0.60, 0.72]	No	No
BRANDS	[0.50, 0.52]	[0.74, 0.76]	No	No	[0.51, 0.51]	[0.62, 0.62]	Sí	No

Fuente: Elaboración Propia

Capítulo 6. Análisis comparativo de las diferentes estimaciones de la beta

**Tabla 6.24.** Comparación entre  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Japón

Sectores / Acciones	Trimestral				Semestral			
	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)	$[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	(1)	(2)
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	[0.99, 1.02]	[1.06, 1.07]	Sí	No	[0.99, 0.99]	[1.08, 1.09]	Sí	No
HITACHI	[1.09, 1.18]	[1.05, 1.14]	No	Sí	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]	Sí	Sí
PANASONIC	[1.53, 1.55]	[1.31, 1.39]	No	Sí	[1.38, 1.41]	[1.11, 1.14]	Sí	Sí
JPX –TRANSPORT EQ.	[1.04, 1.10]	[1.06, 1.10]	Sí	No	[0.97, 0.99]	[1.03, 1.07]	No	No
TOYOTA	[0.96, 1.00]	[1.05, 1.11]	No	No	[0.94, 0.95]	[0.94, 1.03]	No	No
HONDA	[1.09, 1.12]	[1.11, 1.16]	No	No	[0.93, 1.04]	[1.03, 1.14]	Sí	No
JPX –INFO & COM.	[0.71, 0.79]	[0.68, 0.78]	No	Sí	[0.72, 0.84]	[0.67, 0.73]	Sí	Sí
NIPPON	[0.53, 0.66]	[0.65, 0.72]	Sí	No	[0.57, 0.60]	[0.46, 0.61]	No	Sí
KDDI	[0.76, 0.78]	[0.77, 0.93]	No	No	[0.90, 1.18]	[0.69, 0.84]	Sí	Sí
JPX –BANKS	[1.07, 1.17]	[1.04, 1.12]	Sí	Sí	[1.00, 1.20]	[1.10, 1.17]	Sí	No
MITSUBISHI	[1.15, 1.33]	[1.22, 1.39]	Sí	No	[1.11, 1.39]	[1.12, 1.20]	Sí	Sí
SUMITOMO	[1.12, 1.38]	[1.13, 1.27]	Sí	Sí	[1.09, 1.35]	[1.22, 1.31]	Sí	No

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.25.**  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  con menor amplitud que  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Síntesis de las estimaciones trimestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	3 de 7 (42.85 %)	5 de 7 (71.43 %)	3 de 4 (75.00 %)	1 de 3 (33.33 %)	2 de 4 (50.00 %)	3 de 4 (75.00 %)
<b>Acciones</b>	10 de 14 (71.42 %)	13 de 14 (92.85 %)	6 de 8 (75.00 %)	1 de 6 (16.66 %)	3 de 8 (37.50 %)	3 de 8 (37.50 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.26.**  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  con menor amplitud que  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Síntesis de las estimaciones semestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	5 de 7 (71.42 %)	4 de 7 (57.14 %)	2 de 4 (50.00 %)	2 de 3 (66.67 %)	1 de 4 (25.00 %)	3 de 4 (75.00 %)
<b>Acciones</b>	10 de 14 (71.42 %)	13 de 14 (92.85 %)	4 de 8 (50.00 %)	3 de 6 (50.00 %)	6 de 8 (75.00 %)	6 de 8 (75.00 %)

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 6.27.**  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  con menor amplitud que  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Resultados comparativos

	Trimestral	Semestral
<b>Sectores vs. Acciones</b>	Para un mismo país emergente el porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ es mayor en acciones que en sectores.	Para un mismo país el porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ no muestra un claro patrón de comportamiento.
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	Para un mismo país desarrollado el porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ es mayor en sectores que en acciones.	El porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en acciones de los países desarrollados es similar que en las acciones de los países emergentes latinoamericanos.
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	El porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en sectores de los países desarrollados es menor que en los sectores de países emergentes latinoamericanos.	El porcentaje de betas $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$ con menor amplitud que $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en sectores de los países desarrollados es similar que en los sectores de países emergentes latinoamericanos, excepto Reino Unido.

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.28.** Número (y porcentaje) de  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Síntesis de las estimaciones trimestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	6 de 7 (85,71 %)	5 de 7 (71,42 %)	3 de 4 (75,00 %)	1 de 3 (33,33 %)	1 de 4 (25,00 %)	2 de 4 (50,00 %)
<b>Acciones</b>	13 de 14 (92,86 %)	12 de 14 (85,72 %)	6 de 8 (75,00 %)	4 de 6 (66,67 %)	4 de 8 (50,00 %)	3 de 8 (37,50 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.29.** Número (y porcentaje) de  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Síntesis de las estimaciones semestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
<b>Sectores</b>	5 de 7 (71,43 %)	6 de 7 (85,72 %)	1 de 4 (25,00 %)	1 de 3 (33,33 %)	1 de 4 (25,00 %)	1 de 4 (25,00 %)
<b>Acciones</b>	10 de 14 (71,43 %)	10 de 14 (71,43 %)	6 de 8 (75,00 %)	6 de 6 (100,00 %)	5 de 8 (62,50 %)	5 de 8 (62,50 %)

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 6.30.** Ordenación de  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  y  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  – Resultados comparativos

	<b>Trimestral</b>	<b>Semestral</b>
<b>Sectores vs. Acciones</b>	Para un mismo país, el porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ es mayor en acciones que en sectores, excepto en Japón.	Para un mismo país, el porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ es mayor en acciones que en sectores, excepto en Brasil.
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en sectores de los países emergentes latinoamericanos es mayor que en los sectores de países desarrollados. El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en acciones de los países emergentes latinoamericanos es mayor que en las acciones de países desarrollados.	El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en sectores de los países emergentes latinoamericanos es mayor que en los sectores de países desarrollados. El porcentaje de $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ en acciones de los países emergentes latinoamericanos es similar que en las acciones de países desarrollados.

Fuente: *Elaboración Propia*

## BIBLIOGRAFÍA

- Hung, W.-L.; Yang, M.-S. (2006). An Omission Approach for Detecting Outliers in Fuzzy Regression Models. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(23), 3109–3122.
- Tanaka, H.; Ishibuchi, H. (1992). A Possibilistic Regression Analysis Based on Linear Programming. In J. Kacprzyk & M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis* (pp. 47–60). Physica-Verlag Heidelberg.

## Capítulo 7. BETA BORROSA COMO INDICADOR DEL RIESGO SISTEMÁTICO

El objetivo de este capítulo es avanzar en el estudio de la beta borrosa como indicador del riesgo sistemático. Para ello, proponemos una clasificación de los activos respecto de su riesgo sistemático y verificamos si las hipótesis tradicionales de la teoría de cartera, respecto del efecto de la formación de carteras y de la longitud del intervalo de estimación, se cumplen también cuando consideramos el rendimiento de la cartera como un dato incierto.

### 7.1 CLASIFICACIÓN DE LOS ACTIVOS SEGÚN LA BETA BORROSA

El valor del coeficiente beta indica la sensibilidad del rendimiento del activo al rendimiento del mercado. Según este valor los activos financieros se suelen clasificar en dos grupos<sup>7</sup>.

- Activos defensivos ( $\beta < 1$ ). Son activos poco sensibles a los movimientos del mercado con lo cual el inversor queda defendido en cierto modo contra la aparición de una baja importante. Cuanto menor sea el valor de  $\beta$ , mayor será su defensa.

---

<sup>7</sup> Esta distinción fue realizada por Sharpe (1964).



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

- Activos agresivos ( $\beta > 1$ ). Activos muy sensibles a los movimientos del mercado que acentúan la marcha del mercado.
- Activo ni defensivo ni agresivo ( $\beta = 1$ ).

En función de la beta borrosa obtenida, proponemos la siguiente clasificación de los activo:

- Activo defensivo si  $\bar{\beta}_2^{U-HY} < 1$  o  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} < 1$
- Activo agresivo si  $\bar{\beta}_1^{U-HY} > 1$  o  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} > 1$
- Activo ni defensivo ni agresivo si  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} = 1$

Las Tablas 7.1 a 7.6 presentan las betas borrosas promedios  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  de cada uno de los sectores y acciones para cada uno de los seis países en estudio y la correspondiente clasificación.

**Tabla 7.1.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Chile

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación
CL - BANCA	[0.76, 0.85]	Defensivo	[0.82, 0.90]	Defensivo
BCI	[0.95, 0.97]	Defensivo	[0.97, 1.09]	Agresivo
BSANTANDER	[0.86, 0.93]	Defensivo	[0.98, 0.98]	Defensivo
CL - COMMODITIES	[1.11, 1.16]	Agresivo	[1.11, 1.14]	Agresivo
CAP	[1.32, 1.74]	Agresivo	[1.42, 1.60]	Agresivo
CMPC	[1.14, 1.26]	Agresivo	[1.39, 1.41]	Agresivo
CL - CONST. & INMOB.	[1.01, 1.09]	Agresivo	[1.13, 1.14]	Agresivo
SALFACORP	[1.13, 1.14]	Agresivo	[1.30, 1.43]	Agresivo
BESALCO	[1.29, 1.40]	Agresivo	[1.19, 1.29]	Agresivo
CL - CONSUMO	[0.77, 0.82]	Defensivo	[0.82, 0.84]	Defensivo
CCU	[0.81, 0.86]	Defensivo	[0.82, 0.89]	Defensivo
CONCHATORO	[0.89, 0.99]	Defensivo	[0.77, 0.77]	Defensivo
CL - INDUSTRIAL	[0.84, 1.01]	Defensivo	[0.83, 1.00]	Defensivo
VAPORES	[1.36, 1.52]	Agresivo	[1.62, 2.01]	Agresivo
MASISA	[0.95, 0.97]	Defensivo	[1.07, 1.17]	Agresivo
CL - RETAIL	[0.90, 1.01]	Defensivo	[0.93, 1.02]	Defensivo
FALABELLA	[1.05, 1.13]	Agresivo	[1.02, 1.14]	Agresivo
NUEVAPOLAR	[1.87, 1.87]	Agresivo	[1.94, 2.46]	Agresivo
CL - UTILITIES	[0.71, 0.75]	Defensivo	[0.74, 0.76]	Defensivo
COLBUN	[0.74, 0.76]	Defensivo	[0.80, 0.94]	Defensivo
ENDESA-CH	[0.83, 0.90]	Defensivo	[0.76, 0.88]	Defensivo

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.2.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Brasil

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	Clasificación
BR - CONSUMO	[0.49, 0.50]	Defensivo	[0.54, 0.55]	Defensivo
AMBEV	[0.43, 0.46]	Defensivo	[0.35, 0.35]	Defensivo
MINERVA	[0.55, 0.56]	Defensivo	[0.42, 0.44]	Defensivo
BR - ENERGÍA	[0.53, 0.56]	Defensivo	[0.46, 0.51]	Defensivo
CPFL ENERGÍA	[0.68, 0.70]	Defensivo	[0.61, 0.71]	Defensivo
ELETRORBRAS	[1.22, 1.22]	Agresivo	[1.24, 1.26]	Agresivo
BR - FINANCIERO	[0.82, 0.87]	Defensivo	[0.92, 0.94]	Defensivo
BRADESCO	[0.95, 0.98]	Defensivo	[1.01, 1.06]	Agresivo
BRASIL	[1.19, 1.26]	Agresivo	[1.29, 1.32]	Agresivo
BR – MATERIALES BÁSICOS	[0.75, 0.77]	Defensivo	[0.81, 0.85]	Defensivo
VALE	[1.10, 1.11]	Agresivo	[1.14, 1.20]	Agresivo
USIMINAS	[1.57, 1.58]	Agresivo	[1.27, 1.37]	Agresivo
BR - INMOBILIARIO	[0.85, 0.92]	Defensivo	[0.85, 0.92]	Defensivo
GAFISA	[1.28, 1.37]	Agresivo	[1.34, 1.40]	Agresivo
CYRELA REALTY	[0.98, 1.03]	Agresivo	[0.71, 0.73]	Defensivo
BR – UTILIDAD PÚBLICA	[0.59, 0.72]	Defensivo	[0.57, 0.58]	Defensivo
ENERGIAS BR	[0.66, 0.72]	Defensivo	[0.58, 0.60]	Defensivo
AES TIETE	[0.56, 0.56]	Defensivo	[0.54, 0.59]	Defensivo
BR - INDUSTRIAL	[0.62, 0.64]	Defensivo	[0.58, 0.61]	Defensivo
KEPLER WEBER	[0.83, 0.86]	Defensivo	[0.97, 0.99]	Defensivo
M.DIASBRANCO	[0.45, 0.50]	Defensivo	[0.48, 0.48]	Defensivo

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.3.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Méjico

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	Clasificación
BMV - FINANCIERO	[0.66, 0.77]	Defensivo	[0.71, 0.80]	Defensivo
GFINBUR	[0.87, 0.98]	Defensivo	[0.69, 0.88]	Defensivo
GFNORTE	[1.16, 1.21]	Agresivo	[1.01, 1.04]	Agresivo
BMV - INDUSTRIAL	[0.75, 0.82]	Defensivo	[0.81, 0.81]	Defensivo
GCARSO	[0.83, 0.86]	Defensivo	[0.92, 0.98]	Defensivo
ICA	[1.42, 1.50]	Agresivo	[1.20, 1.48]	Agresivo
BMV - MATERIALES	[0.71, 0.80]	Defensivo	[0.80, 0.82]	Defensivo
CEMEX	[1.30, 1.43]	Agresivo	[1.32, 1.33]	Agresivo
MEXCHEM	[1.10, 1.29]	Agresivo	[1.16, 1.19]	Agresivo
BMV - TELECOM	[0.66, 0.75]	Defensivo	[0.73, 0.83]	Defensivo
AMX	[0.86, 1.08]	Defensivo	[0.99, 1.02]	Agresivo
TLEVISA	[0.75, 0.76]	Defensivo	[0.62, 0.71]	Defensivo

Fuente: Elaboración Propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 7.4.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Estados Unidos

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación
NYSE - ENERGY	[1.17, 1.23]	Agresivo	[1.24, 1.28]	Agresivo
CHK	[1.98, 2.18]	Agresivo	[1.60, 1.66]	Agresivo
WFT	[2.19, 2.31]	Agresivo	[1.86, 2.23]	Agresivo
NYSE - HEALTHCARE	[0.62, 0.66]	Defensivo	[0.62, 0.62]	Defensivo
JNJ	[0.54, 0.63]	Defensivo	[0.54, 0.56]	Defensivo
PFE	[0.75, 0.81]	Defensivo	[0.66, 0.67]	Defensivo
NYSE - FINANCIAL	[1.06, 1.10]	Agresivo	[1.03, 1.06]	Agresivo
BAC	[1.31, 1.66]	Agresivo	[1.22, 1.58]	Agresivo
WFC	[1.02, 1.16]	Agresivo	[0.94, 0.99]	Defensivo

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.5.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Reino Unido

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación
FTSE 350 - BANKS	[1.12, 1.14]	Agresivo	[1.24, 1.28]	Agresivo
LLOYDS	[1.35, 1.39]	Agresivo	[1.40, 1.49]	Agresivo
HSBC	[0.99, 1.03]	Agresivo	[1.00, 1.06]	Agresivo
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	[0.94, 1.02]	Defensivo	[1.00, 1.05]	Agresivo
BP	[0.98, 1.05]	Agresivo	[0.94, 0.94]	Defensivo
ROYALB	[0.98, 0.99]	Defensivo	[1.00, 1.04]	Agresivo
FTSE 350 - PHARM. & BIOTECH.	[0.64, 0.75]	Defensivo	[0.65, 0.76]	Defensivo
GLAXO	[0.69, 0.74]	Defensivo	[0.59, 0.66]	Defensivo
ASTRA	[0.73, 0.76]	Defensivo	[0.88, 0.88]	Defensivo
FTSE 350 - TOBACCO	[0.72, 0.75]	Defensivo	[0.59, 0.64]	Defensivo
TOBACCO	[0.75, 0.84]	Defensivo	[0.60, 0.72]	Defensivo
BRANDS	[0.74, 0.76]	Defensivo	[0.62, 0.62]	Defensivo

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.6.** Clasificación de activos según beta borrosa – Japón

Activo	Trimestral		Semestral	
	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	Clasificación
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	[1.06, 1.07]	Agresivo	[1.08, 1.09]	Agresivo
HITACHI	[1.05, 1.14]	Agresivo	[0.98, 1.04]	Agresivo
PANASONIC	[1.31, 1.39]	Agresivo	[1.11, 1.14]	Agresivo
JPX –TRANSPORT EQ.	[1.06, 1.10]	Agresivo	[1.03, 1.07]	Agresivo
TOYOTA	[1.05, 1.11]	Agresivo	[0.94, 1.03]	Defensivo
HONDA	[1.11, 1.16]	Agresivo	[1.03, 1.14]	Agresivo
JPX –INFO & COM.	[0.68, 0.78]	Defensivo	[0.67, 0.73]	Defensivo
NIPPON	[0.65, 0.72]	Defensivo	[0.46, 0.61]	Defensivo
KDDI	[0.77, 0.93]	Defensivo	[0.69, 0.84]	Defensivo
JPX –BANKS	[1.04, 1.12]	Agresivo	[1.10, 1.17]	Agresivo
MITSUBISHI	[1.22, 1.39]	Agresivo	[1.12, 1.20]	Agresivo
SUMITOMO	[1.13, 1.27]	Agresivo	[1.22, 1.31]	Agresivo

Fuente: Elaboración Propia

La evidencia empírica indica que la mayoría de los activos mantiene su clasificación de riesgo cuando se modifica el período de estimación, pasando de un período trimestral a uno semestral. Para los sectores no se cumple sólo en un caso: FTSE 350 *Oil&Gas Producers* de Reino Unido. Para las acciones, en cambio, no se cumple en ninguno de los siguientes casos: BCI y Masisa (Chile); Bradesco y Cyrela Realty (Brasil); AMX (Méjico); WFC (Estados Unidos); BP y Royal B (Reino Unido) y Toyota (Japón). Estos resultados también son una evidencia de que en los sectores (carteras) la estabilidad de la beta es mayor respecto de las acciones, dado que los cambios son menores.

Las Tablas 7.7 y 7.8 muestran de forma resumida la clasificación de sectores y acciones para cada país, según las estimaciones trimestrales y semestrales respectivamente. La Tabla 7.9 resume las principales comparaciones.

**Tabla 7.7.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Síntesis de las estimaciones trimestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
Sectores Defensivos	5 de 7 (71.43 %)	7 de 7 (100 %)	4 de 4 (100 %)	1 de 3 (33.33 %)	3 de 4 (75.00 %)	1 de 4 (25.00 %)
Sectores Agresivos	2 de 7 (28.57 %)	0 de 7 (0 %)	0 de 4 (0 %)	2 de 3 (66.67 %)	1 de 4 (25.00 %)	3 de 4 (75.00 %)
Acciones Defensivas	7 de 14 (50.00 %)	8 de 14 (57.14 %)	4 de 8 (50.00 %)	2 de 6 (33.33 %)	5 de 8 (62.5 %)	2 de 8 (25.00 %)
Acciones Agresivas	7 de 14 (50.00 %)	6 de 14 (42.86 %)	4 de 8 (50.00 %)	4 de 6 (66.67 %)	3 de 8 (37.5 %)	6 de 8 (75.00 %)

Fuente: *Elaboración Propia*

**Tabla 7.8.** Clasificación de activos según su beta borrosa – Síntesis de las estimaciones semestrales

	Chile	Brasil	Méjico	Estados Unidos	Reino Unido	Japón
Sectores Defensivos	5 de 7 (71.43 %)	7 de 7 (100 %)	4 de 4 (100 %)	1 de 3 (33.33 %)	2 de 4 (50.00 %)	1 de 4 (25.00 %)
Sectores Agresivos	2 de 7 (28.57 %)	0 de 7 (0 %)	0 de 4 (0 %)	2 de 3 (66.67 %)	2 de 4 (50.00 %)	3 de 4 (75.00 %)
Acciones Defensivas	5 de 14 (35.71 %)	8 de 14 (57.14 %)	3 de 8 (37.50 %)	3 de 6 (50.00 %)	5 de 8 (62.50 %)	3 de 8 (37.50 %)
Acciones Agresivas	9 de 14 (64.29 %)	6 de 14 (42.86 %)	5 de 8 (62.50 %)	3 de 6 (50.00 %)	3 de 8 (37.50 %)	5 de 8 (62.50 %)

Fuente: *Elaboración Propia*

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 7.9.** Clasificación de activos según su beta borrosa: Resultados comparativos

	Trimestral	Semestral
<b>Sectores vs. Acciones</b> <sup>(1)</sup>	<p>Para un mismo país emergente latinoamericano, en general, el sector y sus acciones tienen la misma clasificación. Excepto en los sectores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Industrial y <i>Retail</i> de Chile. Si bien estos sectores presentan la característica de que la clasificación depende del extremo del intervalo considerado.</li> <li>- Energía, Financiero, Materiales Básicos e Inmobiliario de Brasil.</li> <li>- Financiero, Industrial y Materiales de Méjico.</li> </ul> <p>Para un mismo país desarrollado el sector y sus acciones tienen la misma clasificación con la única excepción del sector <i>Oil &amp; Gas Producers</i> de Reino Unido.</p>	<p>Para un mismo país emergente latinoamericano, en general sector y sus acciones tienen la misma clasificación. Excepto en los sectores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Banca, Industrial y <i>Retail</i> de Chile.</li> <li>- Energía, Financiero, Materiales Básicos e Inmobiliario de Brasil.</li> <li>- de Méjico.</li> </ul> <p>Para un mismo país desarrollado, el sector y sus acciones tienen la misma clasificación exceptuando los sectores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Financial</i> de Estados Unidos</li> <li>- <i>Oil &amp; Gas Producers</i> de Reino Unido.</li> <li>- <i>Transport</i> de Japón.</li> </ul>
<b>Países Desarrollados vs. Países Emergentes Latinoamericanos</b>	<p>En los países emergentes la mayoría de los sectores son defensivos.</p> <p>En los países desarrollados la mayoría de los sectores son agresivos, excepto en Reino Unido.</p> <p>Respecto a las acciones no se observan diferencias entre grupos de países.</p>	<p>En los países emergentes la mayoría de los sectores son defensivos.</p> <p>En los países desarrollados la mayoría de los sectores son agresivos.</p> <p>Respecto a las acciones no se observan diferencias entre grupos de países.</p>

<sup>(1)</sup> A pesar de las diferencias entre acciones y sectores, cabe mencionar que la mayoría de veces esta diferencia es con una de las acciones y no con las dos contempladas en el análisis.

Fuente: *Elaboración Propia*

## 7.2 ESTABILIDAD BETA BORROSA

En esta sección buscamos verificar si el número de activos y la longitud del período afecta a la estabilidad de la beta borrosa como se reporta en estudios empíricos con técnicas tradicionales.

Siguiendo a Terceño *et al.* (2014) para medir la estabilidad de la beta calculamos la desviación estándar de los coeficientes  $\beta_1^{U-HY}$  y  $\beta_2^{U-HY}$ ,  $\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$ . Las Tablas 7.10 a 7.15 presentan las desviaciones de las betas trimestrales y semestrales para cada sector y acción de los seis países analizados.

### **7.2.1 EFECTO DE LA FORMACIÓN DE CARTERAS SECTORIALES**

Según la teoría de carteras tradicional, la beta de una cartera es más estable que la beta de los activos que la conforman. Sin embargo, hemos visto que la evidencia empírica al respecto no siempre corrobora esta teoría y, además, no encontramos en la literatura aportaciones que estudien esta hipótesis en carteras sectoriales con una metodología borrosa.

Las carteras sectoriales son carteras formadas por acciones de la misma industria con similares características de riesgo respecto al ciclo de negocio. Además, en esta investigación las carteras consideradas son carteras bursátiles cuyas acciones constitutivas se corresponden con las de mayor volumen de cotización, excepto en los casos en que no había la serie de datos disponibles.

El análisis de las Tablas 7.10 a 7.15 verifica que la mayoría de betas sectoriales borrosas son más estables (presentan menor desviación estándar) que las betas de sus correspondientes activos, tanto en las estimaciones trimestrales como semestrales.

Existen algunas excepciones como muestra la Tabla 7.16. Observamos que en las estimaciones trimestrales prácticamente no hay excepciones. En las estimaciones semestrales, las mayores excepciones se dan en los países emergentes latinoamericanos y curiosamente en el Reino Unido.

### **7.2.2 EFECTO DE LA LONGITUD DEL INTERVALO DE ESTIMACIÓN**

Para estudiar si la extensión del período de estimación afecta la estabilidad de la beta, las betas se estiman para diferentes intervalos pero manteniendo constante el período de tenencia (semanal). Observamos que la desviación estándar de la beta semestral, generalmente es menor que la correspondiente desviación de la beta trimestral. Existen algunas excepciones como muestra la Tabla 7.17. A pesar de las excepciones mencionadas, verificamos que a mayor período, mayor estabilidad.

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

Por tanto, se corroboran, en nuestra muestra, las dos hipótesis clásicas de estabilidad de las betas utilizando regresión borrosa. Obtuvimos evidencia de que las betas borrosas sectoriales son más estables que las betas borrosas de sus correspondientes activos individuales y que las betas borrosas semestrales son más estables que las betas borrosas trimestrales.

**Tabla 7.10.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Chile

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
CL – BANCA	0.36	0.34
BCI	0.48	0.45
BSANTANDER	0.54	0.28
CL - COMMODITIES	0.28	0.19
CAP	1.26	0.90
CMPC	0.58	0.49
CL - CONST. & INMOB.	0.72	0.78
SALFACORP	0.91	0.72
BESALCO	0.97	0.78
CL - CONSUMO	0.36	0.23
CCU	0.44	0.25
CONCHATORO	0.51	0.26
CL - INDUSTRIAL	0.51	0.43
VAPORES	0.98	1.03
MASISA	0.60	0.81
CL - RETAIL	0.45	0.54
FALABELLA	0.63	0.42
NUEVAPOLAR	1.12	2.07
CL - UTILITIES	0.27	0.18
COLBUN	0.42	0.33
ENDESA-CH	0.44	0.30

Fuente: *Elaboración Propia*

**Tabla 7.11.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Brasil

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
BR – CONSUMO	0.25	0.22
AMBEV	0.24	0.21
MINERVA	0.38	0.27
BR – ENERGÍA	0.29	0.23
CPFL ENERGÍA	0.48	0.48
ELETRORAS	0.76	0.76
BR - FINANCIERO	0.30	0.25
BRDESCO	0.37	0.35
BRASIL	0.53	0.58
BR – MATERIALES BÁSICOS	0.37	0.34
VALE	0.72	0.57
USIMINAS	0.95	0.34
BR - INMOBILIARIO	0.37	0.23
GAFISA	0.62	0.59
CYRELA REALTY	0.40	0.38
BR – UTILIDAD PÚBLICA	0.30	0.25
ENERGIAS BR	0.35	0.38
AES TIETE	0.33	0.26
BR - INDUSTRIAL	0.27	0.23
KEPLER WEBER	0.72	0.66
M.DIASBRANCO	0.27	0.22

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.12.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Méjico

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
BMV - FINANCIERO	0.25	0.23
GFINBUR	0.56	0.44
GFNORTE	0.66	0.46
BMV - INDUSTRIAL	0.35	0.24
GCARSO	0.62	0.73
ICA	0.94	0.70
BMV - MATERIALES	0.37	0.32
CEMEX	0.69	0.75
MEXCHEM	0.51	0.61
BMV - TELECOM	0.32	0.23
AMX	0.67	0.50
TLEVISA	0.53	0.38

Fuente: Elaboración Propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla 7.13.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Estados Unidos

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
NYSE - ENERGY	0.30	0.35
CHK	1.51	0.98
WFT	1.01	1.01
NYSE - HEALTHCARE	0.25	0.21
JNJ	0.32	0.32
PFE	0.43	0.46
NYSE - FINANCIAL	0.24	0.29
BAC	0.91	0.62
WFC	0.52	0.33

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.14.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Reino Unido

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
FTSE 350 - BANKS	0.40	0.39
LLOYDS	0.73	0.88
HSBC	0.43	0.32
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	0.35	0.35
BP	0.63	0.54
ROYALB	0.38	0.31
FTSE 350 - PHARM. & BIOTECH.	0.38	0.33
GLAXO	0.28	0.28
ASTRA	0.75	0.59
FTSE 350 - TOBACCO	0.35	0.35
TOBACCO	0.34	0.28
BRANDS	0.43	0.35

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.15.** Desviación estándar del coeficiente beta  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$  – Japón

Sectores / Acciones	Trimestral	Semestral
	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$	$\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	0.21	0.19
HITACHI	0.60	0.34
PANASONIC	0.63	0.36
JPX –TRANSPORT EQ.	0.29	0.32
TOYOTA	0.38	0.32
HONDA	0.46	0.41
JPX –INFO & COM.	0.30	0.26
NIPPON	0.39	0.29
KDDI	0.49	0.40
JPX –BANKS	0.33	0.29
MITSUBISHI	0.48	0.31
SUMITOMO	0.35	0.38

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 7.16.** Acciones con una beta más estable que la correspondiente a su sector

<b>País</b>	<b>Trimestral</b>	<b>Semestral</b>
<b>Chile</b>	-	Bsantander, Salfacorp, Falabella
<b>Brasil</b>	Ambev	Ambev, M.Diasbranco
<b>Méjico</b>	-	-
<b>Estados Unidos</b>	-	-
<b>Reino Unido</b>	Glaxo, Tobacco	Hsbc, Royal B, Glaxo,Tobacco
<b>Japón</b>	-	-

*Fuente: Elaboración Propia*

**Tabla 7.17.** Sectores y acciones con una beta trimestral más estable que la correspondiente semestral

<b>Chile</b>	Sectores: Construcción e Inmobiliaria, Retail. Acciones: Vapores, Masisa, Nuevapolar
<b>Brasil</b>	Acciones: Brasil, Energías Br
<b>Méjico</b>	Acciones: Gcarso, Cemex, Mexchem
<b>Estados Unidos</b>	Sectores: Energy, Financial Acciones: PFE
<b>Reino Unido</b>	Acciones: Lloyds
<b>Japón</b>	Sectores: Transport Eq. Acciones: Sumitomo

*Fuente: Elaboración Propia*

## BIBLIOGRAFÍA

- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
- Terceño, A.; Barberà-Mariné; G., Vigier, H.; Laumann, Y. (2014). Stability of Beta Coefficients of Sector and Subsector Portfolios in an Uncertain Environment. *Computer Science and Information Systems*, 11(2), 859–880.

## CONCLUSIONES

Mientras que las características de estabilidad de la beta han sido extensamente exploradas en mercados desarrollados y en un entorno de certidumbre, pocas veces se han analizado considerando un entorno de incertidumbre o aplicado a mercados emergentes.

El presente estudio representa un aporte a la literatura empírica sobre el riesgo sistemático a nivel sectorial en mercados emergentes latinoamericanos, al calcular, y analizar betas borrosas, sectoriales e individuales, en Chile, Brasil y México y comparar su comportamiento con el de las betas de algunos países desarrollados como Estados Unidos, Reino Unido y Japón.

Comenzamos el estudio comparando y evaluando los resultados obtenidos según diferentes métodos de estimación de la beta y utilizando diferentes formas de cálculo de los datos.

Para ello, inicialmente incorporamos, en el análisis del riesgo, la característica de que el rendimiento de un activo no es un dato cierto sino un IC, cuyos extremos coinciden y están dados por la rentabilidad tomando la cotización de cierre ( $[R_C, R_C]$ ). En este caso, y aplicando el método de regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992), estimamos un valor mínimo y un valor máximo del coeficiente beta. De esta forma, como el riesgo sistemático se estima con un IC, y como consecuencia utilizamos regresión borrosa, obtenemos más información para la toma de decisiones.

Para comparar los coeficientes betas obtenidos por regresión ordinaria ( $\beta_{MCO}$ ) con los obtenidos por medio de la regresión borrosa lineal de Tanaka e Ishibuchi (1992) ( $[\beta_1^C, \beta_2^C]$ ), propusimos una medida de distancia entre ambas betas  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$ .

Encontramos que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  en cada sector es menor que la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  en cada acción constitutiva del mismo, aunque con algunas excepciones principalmente en los países emergentes.

Además, observamos que, en general, la  $\bar{\beta}_{MCO}$  se encuentra a una distancia de  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$  menor o igual al 10%. Una  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]) > 10\%$  se obtiene principalmente en las acciones de los países emergentes, cuyos mercados son tradicionalmente más volátiles. En la mayoría de los casos, la  $d(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  es menor en las estimaciones trimestrales que en las semestrales.

La  $\bar{d}(\bar{\beta}_{MCO}; [\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C])$  en sectores de los países desarrollados es menor que en los sectores de países emergentes latinoamericanos, tanto en las estimaciones trimestrales como semestrales. Similar patrón se observa con las acciones.

A pesar de las excepciones mencionadas, al estar la  $\bar{\beta}_{MCO}$  muy próxima al intervalo  $[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$ , incluso en muchos casos incluida en el mismo, podemos afirmar que las estimaciones son similares. Teniendo esto en cuenta, y siendo que la regresión borrosa presenta ventajas respecto a la regresión MCO porque, entre otras, permite: obtener una relación funcional cuando las variables no son ciertas, incorpora toda la información disponible de los diferentes precios de los activos y no requiere el cumplimiento de supuestos estadísticos muchas veces de difícil cumplimiento; sostenemos la supremacía de estimación del coeficiente beta a partir del modelo de regresión borrosa.

Seleccionado el modelo de regresión borroso, continuamos el análisis comparando formas de tratamiento de la información en el cálculo de la tasa de rendimiento. Para ello, calculamos los coeficientes betas borrosos considerando la tasa de rendimiento incierta calculada a partir de precios mínimos y precios máximos, con lo que incorporamos toda la información de precios que se producen en una sesión.

Observamos que el intervalo del rendimiento a partir de la tasa de rendimiento tradicional, precio de cierre, sobrestima el riesgo sistemático tanto en estimaciones trimestrales como semestrales y con mayor intensidad en los países desarrollados. Por consiguiente, y dadas las ventajas de calcular el intervalo del rendimiento a partir del precio mínimo y máximo  $[R_{min}, R_{max}]$ , afirmamos la superioridad de la estimación de la beta a través del modelo de mercado borroso, aplicando regresión borrosa  $[\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$  y empleando  $[R_{min}, R_{max}]$ .

Por último, dada la sensibilidad del método de regresión borrosa Tanaka e Ishibuchi a los *outliers* calculamos los coeficientes beta borrosos luego de eliminar los *outliers* por el método de omisión de Hung y Yang (2006), reduciéndose, en la mayoría de casos, la amplitud del coeficiente beta.

En el grupo de los países emergentes latinoamericanos, se observa que, en la mayoría de los activos, se cumple que  $[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}] \leq [\bar{\beta}_1^U, \bar{\beta}_2^U]$ , siendo el porcentaje mayor en las estimaciones trimestrales respecto a las semestrales. Sin embargo, estas relaciones no se observan en las betas estimadas de los países desarrollados donde los porcentajes se acercan al 50%. Más aún, los porcentajes son mayores en las estimaciones semestrales que trimestrales.

La característica de que, en los países desarrollados, esta relación se presente en menor medida podría deberse al hecho de que los mercados emergentes tienen una dimensión y una eficiencia menor, lo que podría generar que los *outliers* en las series de datos de rendimientos afecten en mayor medida a las estimaciones de las betas, en este caso generando mayor amplitud y sobrestimando las mismas. Acorde con esta idea, puede observarse, en los países emergentes, que el porcentaje de betas sobrestimadas es mayor en las estimaciones trimestrales, en las cuales, al incluir un número menor de observaciones en la estimación de la beta, aumenta la posible influencia de un *outlier*.

En el caso de los países desarrollados, si bien existen *outliers* en las series de rendimientos de los activos, los mismos parecieran tener un efecto menor sobre la estimación de la beta borrosa.

Siendo el coeficiente beta un indicador del riesgo sistemático, a partir de la estimación de los coeficientes betas borrosos luego de eliminar los *outliers*, propusimos la siguiente clasificación de los activos:

- Activo defensivo si  $\bar{\beta}_2^{U-HY} < 1$  o  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} < 1$
- Activo agresivo si  $\bar{\beta}_1^{U-HY} > 1$  o  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} > 1$
- Activo ni defensivo ni agresivo si  $\frac{\bar{\beta}_1^{U-HY} + \bar{\beta}_2^{U-HY}}{2} = 1$

Nuestra evidencia empírica indica que:

- La mayoría de los activos mantiene su clasificación de riesgo cuando se modifica el período de estimación, pasando de un período trimestral a uno semestral. Para los sectores no se cumple sólo en uno de los 28 sectores considerados. Para las acciones, en cambio, no se cumple en nueve casos de las 58 acciones estudiadas. Estos resultados son una evidencia de que en los sectores (carteras) la estabilidad de la beta es mayor respecto de las acciones, dado que los cambios son menores.
- Para un mismo país el sector y sus acciones tienen la misma clasificación. Cabe aclarar que se observan algunas excepciones principalmente en los países emergentes latinoamericanos (tanto en estimaciones trimestrales como semestrales).
- En los países emergentes la mayoría de los sectores son defensivos (tanto en estimaciones trimestrales como semestrales).
- En los países desarrollados la mayoría de los sectores son agresivos, excepto en Reino Unido.
- Respecto a las acciones no se observan diferencias entre grupos de países.

Por último, comprobamos si dos de las hipótesis tradicionales de estabilidad de la beta, el efecto del número de activos de las carteras sectoriales y el efecto de la longitud del intervalo de estimación, se verifican en un entorno de incertidumbre cuando consideramos el rendimiento de la cartera como un dato incierto.

Para medir la estabilidad de la beta borrosa, siguiendo a Terceño *et al.* (2014), calculamos la desviación estándar de los coeficientes  $\beta_1^{U-HY}$  y  $\beta_2^{U-HY}$ ,  $\sigma_{\beta_1^{U-HY} \beta_2^{U-HY}}$ . A través del análisis de este indicador, obtuvimos evidencia de que las betas borrosas

sectoriales son más estables que las betas borrosas de sus correspondientes activos individuales y que las betas borrosas semestrales son más estables que las betas borrosas trimestrales.





ANEXOS.  
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

---



## ANEXO 1. CHILE

---



**Tabla A.1.1.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANCA y de las acciones BCI y BSANTANDER

Período	CL - BANCA						BCI						BSANTANDER					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{L-HV}]$		
1 2010	1.14	[0.91, 0.91]	[0.71, 0.71]	[1.14, 1.14]	1.35	[0.88, 0.88]	[0.96, 0.96]	[0.99, 0.99]	1.26	[0.92, 0.92]	[1.07, 1.07]	[1.82, 1.82]						
2 2010	1.17	[1.22, 1.22]	[0.50, 0.50]	[0.98, 0.98]	1.28	[1.44, 1.44]	[-0.01, -0.01]	[0.89, 0.89]	1.51	[1.50, 1.50]	[1.10, 1.10]	[1.47, 1.47]						
3 2010	1.33	[0.86, 0.86]	[1.39, 1.39]	[1.35, 1.99]	0.89	[0.56, 0.56]	[0.98, 0.98]	[0.89, 0.89]	1.59	[1.82, 1.82]	[1.81, 1.81]	[0.74, 2.16]						
4 2010	0.55	[0.31, 0.31]	[0.59, 0.59]	[0.19, 0.19]	0.67	[-0.41, -0.41]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	0.41	[0.74, 0.74]	[-0.24, 0.45]	[0.49, 0.49]						
1 2011	0.91	[0.93, 0.93]	[1.19, 1.19]	[1.02, 1.06]	0.68	[1.17, 1.17]	[1.27, 1.27]	[0.82, 0.82]	1.25	[1.35, 1.35]	[0.88, 0.88]	[0.88, 0.88]						
2 2011	0.73	[0.63, 0.63]	[0.81, 0.81]	[0.81, 0.81]	1.27	[1.32, 1.32]	[1.63, 1.63]	[0.79, 0.79]	0.33	[-0.62, 0.66]	[-0.64, -0.64]	[-0.08, -0.08]						
3 2011	0.91	[0.88, 0.88]	[0.77, 0.77]	[0.72, 0.72]	0.79	[0.88, 0.88]	[0.52, 0.52]	[0.34, 0.34]	0.91	[0.84, 0.84]	[0.62, 0.62]	[1.28, 1.28]						
4 2011	0.96	[0.89, 0.89]	[0.97, 0.97]	[0.60, 0.60]	1.02	[1.04, 1.04]	[0.92, 0.92]	[0.74, 0.74]	1.05	[0.67, 0.67]	[1.13, 1.13]	[0.32, 0.32]						
1 2012	0.36	[-0.01, 1.18]	[-0.12, 0.96]	[0.66, 0.66]	-0.30	[-0.17, 0.98]	[0.76, 0.76]	[-0.04, 1.18]	0.25	[-0.37, 0.82]	[-0.34, 2.31]	[1.31, 1.31]						
2 2012	0.75	[0.57, 0.57]	[0.71, 0.71]	[0.60, 0.60]	0.90	[1.21, 1.21]	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]	0.52	[0.12, 0.12]	[0.04, 0.04]	[0.15, 0.15]						
3 2012	0.47	[0.26, 0.26]	[0.47, 0.47]	[-0.01, 0.50]	-0.16	[-0.46, -0.46]	[-0.21, -0.21]	[1.08, 1.08]	0.90	[0.76, 0.76]	[1.04, 1.04]	[-0.21, 0.06]						
4 2012	1.31	[1.46, 1.46]	[0.60, 0.60]	[1.20, 1.27]	1.66	[1.74, 1.74]	[1.12, 1.12]	[1.62, 1.62]	1.62	[2.08, 2.08]	[1.73, 1.73]	[1.10, 1.10]						
1 2013	0.74	[1.17, 1.17]	[1.24, 1.24]	[0.38, 1.40]	1.31	[1.14, 1.14]	[1.81, 1.81]	[0.56, 0.56]	0.59	[1.40, 1.40]	[1.13, 1.13]	[0.18, 0.18]						
2 2013	0.91	[0.92, 0.92]	[0.61, 0.61]	[0.76, 0.76]	0.93	[-0.01, -0.01]	[-0.14, -0.14]	[0.44, 0.44]	1.13	[1.15, 1.15]	[-0.10, -0.10]	[0.55, 0.55]						
3 2013	1.11	[0.97, 0.97]	[0.78, 0.78]	[0.57, 0.64]	1.15	[1.55, 1.55]	[1.74, 1.74]	[1.73, 1.73]	1.73	[1.81, 1.81]	[1.24, 1.24]	[1.84, 1.84]						
4 2013	1.46	[1.70, 1.70]	[0.97, 0.97]	[1.50, 1.50]	2.50	[2.64, 2.64]	[1.70, 1.70]	[2.02, 2.02]	1.81	[2.57, 2.57]	[1.96, 1.96]	[0.89, 0.89]						
1 2014	0.95	[1.13, 1.13]	[1.40, 1.40]	[0.83, 0.83]	0.51	[0.55, 0.55]	[1.12, 1.12]	[0.95, 0.95]	1.22	[1.32, 1.32]	[1.71, 1.71]	[1.33, 1.33]						
2 2014	1.06	[0.80, 0.80]	[0.74, 0.74]	[0.56, 0.78]	1.68	[1.23, 1.23]	[0.89, 0.89]	[1.69, 1.69]	1.04	[0.42, 1.04]	[0.47, 0.93]	[0.47, 0.47]						
3 2014	0.79	[1.01, 1.01]	[1.07, 1.07]	[0.68, 0.68]	1.20	[1.47, 1.56]	[0.78, 1.32]	[0.77, 0.77]	0.69	[1.28, 1.28]	[0.89, 0.89]	[0.49, 0.49]						
4 2014	0.88	[1.05, 1.05]	[0.53, 0.53]	[0.50, 0.50]	0.64	[0.02, 0.02]	[0.36, 0.36]	[0.88, 0.88]	1.28	[1.64, 1.64]	[0.38, 0.38]	[0.74, 0.74]						
1 2015	1.12	[1.19, 1.19]	[0.25, 1.24]	[0.81, 0.81]	1.21	[1.29, 1.71]	[1.30, 1.58]	[1.11, 1.58]	1.40	[1.03, 1.03]	[-0.60, -0.49]	[1.25, 1.25]						
2 2015	0.80	[0.44, 0.94]	[0.22, 1.11]	[0.58, 0.64]	0.87	[0.73, 0.73]	[0.32, 0.32]	[0.32, 0.34]	0.59	[0.05, 0.83]	[-0.58, 1.28]	[0.13, 0.17]						
3 2015	0.78	[0.39, 0.39]	[1.04, 1.04]	[0.41, 0.41]	0.65	[-0.11, 0.49]	[0.40, 0.40]	[0.98, 0.98]	0.97	[0.69, 0.69]	[1.73, 1.73]	[1.04, 1.04]						
4 2015	0.63	[0.50, 0.50]	[0.36, 0.78]	[0.68, 0.68]	0.62	[0.81, 0.81]	[1.03, 1.31]	[0.80, 0.80]	0.99	[0.67, 0.77]	[0.67, 1.19]	[0.49, 0.49]						
$\bar{\beta}$	<b>0.91</b>	<b>[0.84, 0.91]</b>	<b>[0.74, 0.88]</b>	<b>[0.73, 0.84]</b>	<b>0.97</b>	<b>[0.85, 0.95]</b>	<b>[0.86, 0.91]</b>	<b>[0.91, 0.98]</b>	<b>1.04</b>	<b>[0.99, 1.16]</b>	<b>[0.71, 0.97]</b>	<b>[0.78, 0.85]</b>						
$\bar{\beta}+$	<b>0.91</b>	<b>[0.88, 0.90]</b>	<b>[0.78, 0.88]</b>	<b>[0.76, 0.85]</b>	<b>1.08</b>	<b>[1.14, 1.17]</b>	<b>[1.00, 1.05]</b>	<b>[0.95, 0.97]</b>	<b>1.04</b>	<b>[1.13, 1.20]</b>	<b>[1.09, 1.14]</b>	<b>[0.86, 0.93]</b>						
$N^\circ(\beta+)$	24	23	23	23	22	19	21	23	24	22	18	22						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.2.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial COMMODITIES y de las acciones CAP y CMPC

Período	CL - COMMODITIES						CAP						CMPC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		
1 2010	1.39	[0.91, 1.51]	[0.87, 0.87]	[1.11, 1.11]	1.44	[2.54, 2.54]	[1.44, 1.44]	[0.65, 0.65]	1.22	[0.90, 0.90]	[0.79, 0.79]	[1.00, 1.00]						
2 2010	1.06	[1.29, 1.29]	[1.26, 1.26]	[1.07, 1.07]	0.93	[0.97, 0.97]	[0.60, 0.60]	[0.76, 0.76]	1.36	[2.24, 2.24]	[1.73, 2.10]	[1.42, 2.10]						
3 2010	0.94	[0.95, 0.95]	[0.98, 0.98]	[1.08, 1.20]	1.57	[0.53, 2.36]	[1.31, 2.60]	[1.31, 2.60]	0.80	[0.50, 0.50]	[0.67, 0.67]	[0.60, 0.60]						
4 2010	1.28	[1.26, 1.26]	[1.50, 1.50]	[1.40, 1.40]	2.22	[2.21, 2.21]	[2.58, 2.58]	[2.51, 2.51]	2.23	[2.39, 2.39]	[2.88, 2.88]	[2.70, 2.70]						
1 2011	0.99	[1.17, 1.17]	[0.95, 0.98]	[0.81, 0.81]	0.99	[1.28, 1.28]	[1.14, 1.14]	[1.07, 1.07]	0.94	[1.62, 1.62]	[1.31, 1.31]	[0.64, 0.64]						
2 2011	1.65	[1.85, 1.85]	[1.48, 1.48]	[1.30, 1.73]	2.19	[2.25, 2.25]	[2.64, 2.64]	[1.96, 2.34]	1.98	[2.51, 2.51]	[2.37, 2.37]	[1.80, 1.80]						
3 2011	1.07	[1.00, 1.00]	[0.97, 0.97]	[0.99, 0.99]	1.10	[1.29, 1.29]	[1.28, 1.28]	[0.99, 0.99]	1.00	[1.22, 1.22]	[1.18, 1.18]	[1.00, 1.41]						
4 2011	1.19	[0.96, 1.14]	[0.84, 0.97]	[0.97, 0.97]	1.48	[1.03, 1.74]	[0.87, 1.77]	[1.03, 1.03]	1.45	[1.46, 1.46]	[1.43, 1.80]	[0.77, 0.77]						
1 2012	1.12	[1.03, 1.03]	[0.66, 0.94]	[0.93, 0.93]	0.79	[0.43, 0.43]	[0.51, 0.70]	[1.17, 1.62]	1.05	[0.06, 0.06]	[0.02, 0.02]	[-0.25, 0.89]						
2 2012	1.33	[1.55, 1.55]	[1.07, 1.07]	[1.34, 1.80]	1.50	[2.22, 2.22]	[1.83, 1.84]	[1.74, 1.74]	1.44	[1.04, 1.04]	[0.75, 0.75]	[0.62, 0.62]						
3 2012	1.24	[1.31, 1.31]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	2.37	[3.25, 3.25]	[2.83, 2.83]	[1.23, 1.23]	1.79	[2.45, 2.45]	[2.28, 2.28]	[1.32, 1.32]						
4 2012	1.11	[0.97, 0.97]	[1.15, 1.15]	[1.08, 1.08]	1.63	[1.77, 1.77]	[2.08, 2.08]	[1.19, 1.66]	0.89	[1.38, 1.38]	[1.37, 1.37]	[0.87, 0.87]						
1 2013	1.30	[1.14, 1.27]	[0.74, 0.74]	[1.28, 1.28]	2.23	[1.72, 2.49]	[1.36, 1.36]	[2.17, 2.17]	1.58	[1.22, 1.22]	[1.75, 1.97]	[1.07, 1.97]						
2 2013	1.11	[1.10, 1.10]	[0.96, 0.96]	[0.90, 0.90]	1.18	[0.54, 0.54]	[1.11, 1.11]	[1.02, 1.02]	1.02	[1.18, 1.18]	[1.08, 1.08]	[1.14, 1.14]						
3 2013	1.09	[0.91, 0.91]	[1.40, 1.40]	[1.49, 1.49]	2.03	[0.67, 0.67]	[0.92, 0.92]	[1.23, 1.23]	1.02	[1.07, 1.07]	[1.19, 1.34]	[1.34, 1.34]						
4 2013	1.05	[1.02, 1.02]	[0.32, 0.32]	[1.08, 1.08]	0.32	[0.33, 0.33]	[-0.29, -0.29]	[0.83, 0.83]	1.27	[1.70, 1.70]	[0.82, 0.82]	[1.49, 1.49]						
1 2014	1.33	[1.29, 1.29]	[1.35, 1.35]	[1.34, 1.48]	1.20	[1.63, 1.63]	[1.75, 1.75]	[0.02, 0.37]	1.36	[1.46, 1.46]	[1.98, 1.98]	[1.52, 1.73]						
2 2014	0.87	[0.82, 0.82]	[0.48, 0.48]	[0.67, 0.67]	0.81	[0.58, 0.58]	[0.22, 0.22]	[0.06, 0.06]	1.00	[0.65, 0.65]	[0.66, 0.66]	[0.73, 1.11]						
3 2014	0.82	[0.81, 0.81]	[0.64, 1.16]	[0.83, 0.83]	0.55	[0.44, 0.44]	[-0.10, 0.99]	[0.54, 0.54]	1.74	[1.87, 1.87]	[0.07, 0.93]	[0.07, 0.07]						
4 2014	1.48	[1.73, 1.73]	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]	3.21	[3.04, 3.04]	[2.78, 2.78]	[-0.46, -0.46]	1.17	[0.99, 1.15]	[0.33, 0.33]	[1.70, 1.70]						
1 2015	1.07	[0.78, 1.17]	[0.06, 1.11]	[0.82, 0.82]	5.48	[2.53, 12.23]	[2.92, 13.29]	[2.92, 2.92]	0.95	[0.85, 0.85]	[1.14, 1.50]	[0.78, 0.78]						
2 2015	0.90	[0.74, 0.74]	[0.96, 0.96]	[0.96, 0.96]	3.19	[-0.25, 7.53]	[-0.37, 7.57]	[0.83, 7.57]	0.77	[0.28, 0.30]	[0.95, 0.95]	[1.12, 1.12]						
3 2015	1.24	[1.50, 1.50]	[0.93, 0.93]	[0.88, 0.88]	1.93	[1.80, 1.80]	[1.35, 1.35]	[3.71, 3.71]	1.05	[0.50, 0.50]	[1.27, 1.27]	[0.69, 0.69]						
4 2015	1.59	[1.63, 1.63]	[1.29, 1.29]	[1.49, 1.49]	1.13	[0.97, 1.43]	[0.58, 2.39]	[1.31, 1.31]	1.90	[2.25, 2.25]	[2.21, 2.21]	[1.92, 1.92]						
$\bar{\beta}$	1.18	[1.16, 1.21]	[0.99, 1.07]	[1.11, 1.16]	1.73	[1.41, 2.29]	[1.31, 2.29]	[1.24, 1.64]	1.29	[1.32, 1.33]	[1.26, 1.36]	[1.09, 1.24]						
$\bar{\beta}+$	1.18	[1.16, 1.21]	[0.99, 1.07]	[1.11, 1.16]	1.73	[1.48, 2.06]	[1.53, 2.22]	[1.32, 1.74]	1.29	[1.32, 1.33]	[1.26, 1.36]	[1.14, 1.26]						
$N^\circ(\beta^+)$	24	24	24	24	24	23	21	23	24	24	24	23	24	24	24	23		

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.1.3.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONST. & INMOB. y de las acciones SALFACORP y BESALCO

Periodo	CL - CONST. & INMOB.						SALFACORP						BESALCO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.13	[0.74, 0.74]	[0.20, 0.20]	[-1.13, -1.13]	0.34	[0.78, 0.78]	[0.23, 0.23]	[0.61, 0.61]	-0.52	[0.60, 0.60]	[-0.13, -0.13]	[-1.81, -1.81]						
2 2010	0.88	[0.59, 0.59]	[0.63, 0.63]	[0.82, 0.82]	0.60	[0.65, 0.65]	[0.84, 0.84]	[0.57, 0.57]	1.29	[1.30, 1.30]	[1.51, 1.51]	[1.16, 1.16]						
3 2010	0.92	[0.45, 1.88]	[1.20, 1.52]	[1.90, 1.90]	0.89	[0.08, 2.22]	[0.42, 1.51]	[1.18, 1.18]	1.66	[0.38, 3.38]	[0.81, 3.81]	[0.81, 2.50]						
4 2010	0.81	[0.91, 0.91]	[0.99, 0.99]	[0.31, 0.31]	0.43	[0.34, 0.34]	[0.29, 0.29]	[-0.58, -0.58]	1.08	[1.14, 1.14]	[1.11, 1.11]	[1.39, 1.39]						
1 2011	1.70	[1.79, 1.79]	[2.01, 2.01]	[1.91, 1.93]	1.64	[1.59, 1.59]	[1.42, 1.42]	[2.29, 2.51]	1.62	[1.31, 1.31]	[1.77, 1.77]	[1.20, 1.20]						
2 2011	0.70	[1.92, 1.92]	[0.82, 0.82]	[1.03, 1.03]	0.52	[1.82, 1.82]	[0.85, 0.85]	[0.28, 0.28]	-0.10	[-0.89, -0.89]	[-1.02, -1.02]	[0.34, 0.34]						
3 2011	1.41	[1.10, 1.10]	[1.44, 1.44]	[1.26, 1.26]	1.20	[1.03, 1.03]	[1.07, 1.07]	[0.96, 0.96]	2.03	[1.94, 1.94]	[2.47, 2.47]	[2.50, 3.02]						
4 2011	1.56	[1.88, 2.22]	[1.95, 2.33]	[1.26, 1.26]	1.45	[1.43, 1.67]	[1.77, 1.77]	[1.05, 1.05]	0.95	[0.95, 2.13]	[2.19, 2.46]	[0.33, 0.33]						
1 2012	1.38	[1.77, 1.77]	[1.32, 1.32]	[0.33, 1.46]	1.49	[2.94, 2.94]	[3.41, 3.41]	[0.42, 0.42]	0.50	[0.13, 0.13]	[-0.13, 0.20]	[-0.13, 1.24]						
2 2012	1.85	[1.73, 1.73]	[1.53, 1.53]	[1.18, 1.18]	1.77	[1.56, 1.56]	[1.74, 1.74]	[1.86, 1.86]	1.69	[1.05, 1.05]	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]						
3 2012	1.83	[2.23, 2.23]	[2.43, 2.43]	[3.30, 3.30]	2.53	[4.43, 4.43]	[4.13, 4.13]	[1.36, 1.36]	0.97	[1.03, 1.03]	[0.52, 0.52]	[1.86, 1.86]						
4 2012	1.22	[1.23, 1.23]	[1.58, 1.58]	[0.98, 1.52]	0.88	[2.45, 2.45]	[2.18, 2.18]	[4.21, 4.21]	1.47	[2.44, 2.44]	[1.68, 2.68]	[2.68, 2.68]						
1 2013	0.31	[-0.42, -0.42]	[-0.70, -0.70]	[1.30, 1.30]	0.44	[-0.53, -0.53]	[-1.76, -1.76]	[0.17, 0.17]	0.60	[0.42, 0.76]	[1.70, 1.70]	[0.60, 0.60]						
2 2013	0.61	[0.06, 0.06]	[0.12, 0.12]	[0.47, 0.47]	1.60	[0.66, 0.66]	[0.48, 0.48]	[1.19, 1.19]	-0.25	[-0.33, -0.33]	[-0.14, -0.14]	[0.29, 0.29]						
3 2013	1.80	[2.13, 2.13]	[1.56, 1.56]	[1.03, 1.03]	1.83	[1.45, 1.45]	[1.74, 1.74]	[2.16, 2.16]	2.70	[2.51, 2.51]	[1.92, 2.65]	[2.45, 2.45]						
4 2013	0.73	[0.79, 0.79]	[1.62, 1.62]	[0.52, 0.52]	1.08	[2.97, 2.97]	[2.19, 2.19]	[0.79, 0.79]	1.26	[4.02, 4.02]	[4.64, 4.64]	[2.32, 2.32]						
1 2014	0.45	[-0.17, 0.37]	[0.23, 0.23]	[-0.01, -0.01]	0.66	[0.48, 0.48]	[0.46, 0.46]	0.28, 0.28]	0.66	[0.51, 1.19]	[0.57, 0.96]	[0.64, 0.64]						
2 2014	0.23	[-0.25, -0.25]	[0.08, 0.08]	[0.13, 0.13]	0.19	[-0.85, -0.85]	[-1.02, -1.02]	[-0.30, -0.30]	0.10	[-1.10, -1.10]	[-0.52, -0.52]	[0.07, 0.07]						
3 2014	2.07	[2.90, 3.10]	[2.92, 3.41]	[1.51, 1.51]	1.39	[1.83, 2.63]	[1.90, 2.94]	[0.99, 0.99]	2.12	[2.43, 2.45]	[3.41, 3.93]	[3.41, 3.41]						
4 2014	-0.03	[0.56, 0.56]	[-0.10, -0.10]	[0.77, 0.77]	0.12	[1.24, 1.24]	[2.47, 2.47]	[0.74, 0.74]	0.47	[-0.15, 0.13]	[1.02, 1.02]	[-0.39, -0.39]						
1 2015	0.30	[0.12, 0.12]	[-0.02, -0.02]	[0.05, 0.05]	0.61	[0.50, 0.50]	[-0.93, -0.93]	[0.42, 0.42]	0.12	[0.56, 0.56]	[-0.15, -0.15]	[0.68, 0.68]						
2 2015	0.66	[0.64, 0.64]	[0.66, 0.95]	[0.95, 0.95]	0.34	[0.23, 1.32]	[0.51, 0.84]	[1.04, 1.04]	0.34	[1.05, 1.05]	[0.44, 0.44]	[0.53, 0.53]						
3 2015	1.06	[1.24, 1.24]	[0.29, 0.29]	[1.09, 1.09]	1.06	[1.42, 1.42]	[1.71, 1.71]	[1.71, 1.71]	1.54	[1.69, 1.69]	[0.88, 0.88]	[1.34, 1.34]						
4 2015	0.14	[0.00, 0.00]	[0.31, 0.31]	[0.23, 0.23]	0.63	[0.46, 0.46]	[0.79, 0.79]	[0.53, 0.53]	0.25	[-0.32, -0.32]	[-0.21, -0.21]	[-0.61, -0.61]						
$\bar{\beta}$	<b>0.95</b>	<b>[1.00, 1.10]</b>	<b>[0.96, 1.02]</b>	<b>[0.88, 0.95]</b>	<b>0.99</b>	<b>[1.21, 1.38]</b>	<b>[1.12, 1.22]</b>	<b>[1.00, 1.01]</b>	<b>0.94</b>	<b>[0.94, 1.19]</b>	<b>[1.07, 1.33]</b>	<b>[0.96, 1.11]</b>						
$\hat{\beta}+$	<b>0.99</b>	<b>[1.24, 1.34]</b>	<b>[0.14, 1.21]</b>	<b>[1.01, 1.09]</b>	<b>0.99</b>	<b>[1.38, 1.57]</b>	<b>[1.46, 1.57]</b>	<b>[1.13, 1.14]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.34, 1.61]</b>	<b>[1.64, 1.99]</b>	<b>[1.29, 1.40]</b>						
$N^{\circ}(\hat{\beta}+)$	23	20	21	22	24	22	21	22	21	19	17	20						

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.4.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones CCU y CONCHATORO

Período	CL- CONSUMO						CCU						CONCHATORO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$		
	$[\beta_V^C, \beta_V^U]$	$[\beta_V^U, \beta_V^U]$	$[\beta_V^U - HV, \beta_V^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_V^C, \beta_V^C]$	$[\beta_V^U, \beta_V^U]$	$[\beta_V^U - HV, \beta_V^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_V^C, \beta_V^C]$	$[\beta_V^U, \beta_V^U]$	$[\beta_V^U - HV, \beta_V^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_V^C, \beta_V^C]$	$[\beta_V^U, \beta_V^U]$	$[\beta_V^U - HV, \beta_V^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_V^C, \beta_V^C]$	$[\beta_V^U, \beta_V^U]$
1 2010	1.10	[1.34, 1.34]	[1.41, 1.41]	1.00	1.00	[1.00, 1.00]	1.28	[1.08, 1.08]	[1.26, 1.43]	[0.87, 1.19]	1.27	[1.33, 1.33]	[1.35, 1.35]	[1.12, 1.12]				
2 2010	0.89	[0.94, 0.94]	[0.77, 0.77]	0.70	0.70	[0.70, 0.70]	1.20	[0.87, 0.87]	[0.66, 2.06]	[0.66, 0.66]	0.96	[0.66, 0.66]	[0.82, 0.82]	[0.80, 0.80]				
3 2010	0.87	[0.65, 0.65]	[0.90, 0.90]	0.73	0.97	[0.73, 0.97]	0.67	[0.73, 0.73]	[0.95, 1.00]	[0.98, 1.09]	0.84	[1.97, 1.97]	[0.12, 0.12]	[1.68, 1.68]				
4 2010	0.42	[0.42, 1.00]	[0.34, 1.17]	0.65	0.65	[0.65, 0.65]	0.19	[-0.60, 3.01]	[-0.52, 2.61]	[-0.52, -0.52]	0.54	[0.66, 0.66]	[0.56, 0.56]	[0.30, 0.68]				
1 2011	0.87	[0.83, 0.83]	[0.95, 0.95]	0.94	0.95	[0.94, 0.95]	1.07	[1.04, 1.04]	[0.96, 0.96]	[1.19, 1.19]	1.33	[1.35, 1.35]	[1.71, 1.71]	[0.57, 0.57]				
2 2011	0.12	[-0.01, 0.35]	[0.31, 0.33]	-0.47	0.33	[-0.47, 0.33]	-0.13	[0.49, 0.49]	[0.19, 0.50]	[0.19, 0.29]	-0.43	[-0.26, -0.26]	[0.03, 0.08]	[-0.34, 0.08]				
3 2011	0.88	[0.87, 0.87]	[0.86, 0.86]	0.90	1.21	[0.90, 1.21]	0.88	[0.87, 0.87]	[0.82, 0.82]	[0.98, 0.98]	0.89	[0.83, 0.83]	[1.28, 1.28]	[1.01, 1.01]				
4 2011	0.62	[0.66, 0.66]	[0.72, 0.72]	0.45	0.64	[0.45, 0.64]	0.56	[1.02, 1.02]	[0.05, 0.68]	[0.98, 0.98]	1.11	[1.34, 1.34]	[1.30, 1.30]	[1.06, 1.20]				
1 2012	1.14	[0.88, 0.88]	[1.38, 1.38]	0.98	1.18	[0.98, 1.18]	1.28	[3.09, 3.09]	[1.99, 1.99]	[0.53, 0.53]	1.53	[1.03, 1.33]	[0.83, 1.24]	[0.83, 1.95]				
2 2012	0.34	[0.59, 0.59]	[0.62, 0.62]	0.48	0.48	[0.48, 0.48]	-0.36	[-0.03, -0.03]	[0.30, 0.30]	[0.24, 0.24]	1.24	[1.71, 1.71]	[1.58, 1.58]	[1.28, 1.28]				
3 2012	0.64	[0.60, 0.60]	[0.88, 0.88]	0.72	0.76	[0.72, 0.76]	0.58	[1.39, 1.39]	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]	0.52	[1.14, 1.14]	[-0.42, -0.42]	[-0.06, -0.06]				
4 2012	0.22	[0.20, 0.20]	[0.18, 0.18]	0.08	0.08	[0.08, 0.08]	0.64	[1.10, 1.10]	[1.13, 1.13]	[1.13, 1.13]	0.66	[0.60, 0.60]	[0.92, 0.92]	[0.87, 1.20]				
1 2013	0.34	[0.38, 0.38]	[0.65, 0.65]	0.34	0.34	[0.34, 0.34]	0.14	[0.20, 0.20]	[-0.16, -0.16]	[0.38, 0.38]	0.11	[-0.26, -0.26]	[-0.12, -0.12]	[-0.15, -0.15]				
2 2013	0.57	[0.63, 0.63]	[0.82, 0.82]	0.62	0.62	[0.62, 0.62]	0.96	[0.91, 0.91]	[0.73, 0.73]	[0.18, 0.18]	0.18	[0.41, 0.41]	[0.23, 0.23]	[-0.07, -0.07]				
3 2013	0.84	[0.83, 0.83]	[1.11, 1.11]	1.63	1.63	[1.63, 1.63]	0.80	[0.16, 0.16]	[0.67, 0.67]	[0.77, 0.77]	0.94	[0.98, 0.98]	[0.68, 0.68]	[0.94, 0.94]				
4 2013	1.60	[1.46, 1.46]	[1.92, 1.92]	1.36	1.40	[1.36, 1.40]	1.27	[0.84, 1.05]	[1.48, 1.48]	[2.01, 2.01]	1.98	[1.56, 1.56]	[1.41, 1.41]	[2.05, 2.05]				
1 2014	0.53	[0.70, 0.71]	[0.58, 0.64]	0.41	0.41	[0.41, 0.41]	0.59	[0.76, 0.97]	[0.33, 0.33]	[0.34, 0.34]	-0.10	[-0.03, -0.03]	[-0.06, -0.06]	[-0.14, -0.14]				
2 2014	1.23	[1.31, 1.31]	[1.38, 1.38]	1.36	1.54	[1.36, 1.54]	1.19	[1.60, 1.60]	[0.97, 0.97]	[0.89, 0.97]	1.30	[1.42, 1.42]	[2.32, 2.32]	[0.53, 0.53]				
3 2014	0.48	[0.62, 0.75]	[-0.12, 0.77]	0.72	0.77	[0.72, 0.77]	0.72	[0.38, 0.79]	[0.40, 1.12]	[0.56, 0.56]	0.25	[0.44, 0.44]	[-1.82, 0.19]	[0.19, 0.19]				
4 2014	0.85	[1.01, 1.01]	[0.92, 0.92]	0.72	0.72	[0.72, 0.72]	1.06	[1.34, 1.34]	[1.09, 1.09]	[1.13, 1.13]	0.85	[1.03, 1.03]	[0.69, 0.69]	[1.12, 1.12]				
1 2015	0.56	[0.70, 0.70]	[0.54, 0.54]	0.53	0.53	[0.53, 0.53]	0.65	[0.95, 0.95]	[0.98, 0.98]	[0.46, 0.46]	0.32	[0.11, 0.56]	[0.70, 0.70]	[0.38, 0.38]				
2 2015	0.86	[0.63, 0.63]	[0.89, 0.89]	0.73	0.73	[0.73, 0.73]	1.29	[1.53, 1.53]	[2.13, 2.13]	[0.63, 1.36]	0.90	[1.00, 1.00]	[0.93, 0.93]	[0.06, 0.06]				
3 2015	1.23	[1.63, 1.63]	[0.81, 0.81]	0.59	0.59	[0.59, 0.59]	1.82	[1.48, 1.48]	[1.06, 1.06]	[1.06, 1.06]	0.94	[0.90, 0.90]	[0.79, 0.79]	[1.08, 1.08]				
4 2015	1.17	[0.84, 0.84]	[0.63, 0.63]	0.99	0.99	[0.99, 0.99]	1.38	[0.86, 1.25]	[1.05, 1.05]	[1.05, 1.05]	0.96	[2.03, 2.03]	[1.81, 1.81]	[0.95, 0.95]				
$\bar{\beta}$	<b>0.77</b>	<b>[0.78, 0.82]</b>	<b>[0.81, 0.89]</b>	<b>0.72</b>	<b>0.80</b>	<b>[0.72, 0.80]</b>	<b>0.82</b>	<b>[0.92, 1.12]</b>	<b>[0.83, 1.09]</b>	<b>[0.75, 0.81]</b>	<b>0.80</b>	<b>[0.91, 0.95]</b>	<b>[0.74, 0.84]</b>	<b>[0.67, 0.77]</b>				
$\bar{\beta}+$	<b>0.77</b>	<b>[0.81, 0.84]</b>	<b>[0.85, 0.89]</b>	<b>0.77</b>	<b>0.82</b>	<b>[0.77, 0.82]</b>	<b>0.92</b>	<b>[1.03, 1.09]</b>	<b>[0.93, 1.08]</b>	<b>[0.81, 0.86]</b>	<b>0.89</b>	<b>[1.07, 1.11]</b>	<b>[1.00, 1.03]</b>	<b>[0.89, 0.99]</b>				
$N^\circ(\beta^+)$	24	23	23	23	23	23	22	22	22	23	22	21	20	19				

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.1.5.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones VAPORES y MASISA

Período	CL - INDUSTRIAL						VAPORES						MASISA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.34	[0.40, 0.40]	[0.20, 0.20]	1.14	[1.03, 1.94]	[0.85, 2.06]	0.85	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	-0.04	[-0.06, -0.06]	[-0.11, -0.11]	0.44	[0.44, 0.44]	[0.44, 0.44]			
2 2010	0.89	[0.83, 1.20]	[0.72, 0.84]	0.58	[0.04, 1.84]	[0.44, 1.70]	0.44	[0.44, 0.88]	[0.44, 0.88]	1.68	[1.89, 1.89]	[2.19, 2.19]	1.16	[1.09, 1.16]	[1.09, 1.16]			
3 2010	1.04	[0.70, 0.70]	[0.85, 0.85]	0.79	[0.97, 1.88]	[1.36, 1.36]	0.79	[0.79, 2.88]	[0.79, 2.88]	0.83	[1.39, 1.39]	[0.81, 0.81]	0.99	[0.99, 0.99]	[0.99, 0.99]			
4 2010	0.50	[0.39, 0.39]	[0.36, 0.36]	0.20	[1.13, 1.20]	[1.27, 1.27]	0.20	[-0.09, 1.20]	[-0.09, 1.20]	0.37	[0.34, 0.34]	[0.69, 0.69]	0.82	[0.54, 0.82]	[0.54, 0.82]			
1 2011	0.75	[0.53, 0.53]	[0.56, 0.56]	3.03	[2.81, 2.81]	[3.04, 3.04]	3.03	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]	0.80	[0.67, 0.67]	[0.34, 0.34]	1.08	[1.08, 1.08]	[1.08, 1.08]			
2 2011	0.68	[0.80, 0.80]	[26.16, 26.16]	-0.12	[-0.74, -0.74]	[-0.72, -0.72]	-0.12	[-0.43, -0.43]	[-0.43, -0.43]	0.60	[0.08, 0.08]	[0.22, 0.22]	-0.18	[-0.18, -0.18]	[-0.18, -0.18]			
3 2011	0.77	[0.39, 0.39]	[0.96, 0.96]	1.04	[1.96, 1.96]	[1.14, 1.14]	1.04	[0.54, 0.90]	[0.54, 0.90]	1.41	[1.48, 1.48]	[2.00, 2.00]	1.89	[1.89, 1.89]	[1.89, 1.89]			
4 2011	0.74	[0.79, 0.79]	[0.38, 0.64]	0.60	[0.16, 1.04]	[0.41, 1.32]	0.60	[-0.26, -0.26]	[-0.26, -0.26]	0.37	[-0.38, 1.44]	[-0.47, 2.03]	0.42	[-0.47, 0.42]	[-0.47, 0.42]			
1 2012	0.92	[0.84, 1.23]	[0.30, 1.12]	2.85	[13.96, 13.96]	[14.57, 14.57]	2.85	[1.40, 1.40]	[1.40, 1.40]	-0.25	[-1.20, -1.20]	[1.02, 1.07]	0.34	[0.34, 0.34]	[0.34, 0.34]			
2 2012	0.96	[0.79, 0.79]	[0.64, 0.64]	1.60	[0.78, 0.78]	[0.37, 0.37]	1.60	[0.86, 0.86]	[0.86, 0.86]	1.00	[0.78, 0.78]	[1.31, 1.31]	1.34	[1.34, 1.34]	[1.34, 1.34]			
3 2012	0.60	[1.20, 1.20]	[0.45, 0.45]	0.31	[0.55, 0.55]	[1.47, 1.47]	0.31	[2.05, 2.05]	[2.05, 2.05]	1.52	[2.39, 2.39]	[2.28, 2.28]	2.12	[2.12, 2.12]	[2.12, 2.12]			
4 2012	1.33	[1.34, 1.34]	[1.42, 1.42]	1.22	[1.48, 1.48]	[2.70, 2.70]	1.22	[1.86, 1.86]	[1.86, 1.86]	1.18	[1.66, 1.66]	[2.40, 2.40]	0.90	[0.90, 0.90]	[0.90, 0.90]			
1 2013	0.92	[0.80, 0.80]	[0.57, 0.57]	2.70	[1.13, 1.71]	[-0.02, -0.02]	2.70	[3.12, 3.12]	[3.12, 3.12]	2.02	[1.83, 1.83]	[2.32, 2.32]	1.51	[1.51, 1.51]	[1.51, 1.51]			
2 2013	0.59	[0.39, 0.39]	[0.50, 0.50]	0.70	[0.68, 0.68]	[-0.04, -0.04]	0.70	[0.20, 0.20]	[0.20, 0.20]	0.04	[0.25, 0.25]	[0.19, 0.19]	-0.49	[-0.49, -0.49]	[-0.49, -0.49]			
3 2013	1.18	[0.93, 0.93]	[0.60, 0.60]	1.41	[0.98, 0.98]	[1.59, 1.59]	1.41	[0.73, 0.73]	[0.73, 0.73]	1.17	[1.38, 1.38]	[0.89, 0.89]	1.44	[1.44, 1.44]	[1.44, 1.44]			
4 2013	1.05	[0.14, 0.14]	[0.06, 0.06]	-1.84	[-2.27, -2.27]	[-3.32, -3.32]	-1.84	[-2.32, -2.32]	[-2.32, -2.32]	1.07	[0.90, 0.90]	[0.81, 0.81]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]			
1 2014	1.29	[0.94, 1.60]	[1.39, 1.39]	2.61	[2.83, 2.83]	[3.21, 3.37]	2.61	[3.98, 3.98]	[3.98, 3.98]	0.88	[1.73, 1.73]	[1.30, 1.30]	0.18	[-0.11, 0.18]	[-0.11, 0.18]			
2 2014	0.86	[0.73, 0.77]	[-0.32, -0.32]	0.93	[1.34, 1.34]	[2.23, 2.23]	0.93	[1.72, 1.72]	[1.72, 1.72]	-0.42	[-1.29, -1.29]	[-1.37, -1.37]	-0.47	[-0.47, -0.47]	[-0.47, -0.47]			
3 2014	0.92	[1.76, 1.76]	[1.67, 1.67]	0.03	[-0.22, -0.22]	[-0.24, -0.24]	0.03	[-0.44, -0.44]	[-0.44, -0.44]	1.92	[2.51, 2.51]	[1.31, 3.13]	0.25	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]			
4 2014	0.74	[0.15, 1.09]	[-0.11, 0.77]	0.93	[1.56, 1.83]	[0.60, 1.74]	0.93	[-0.12, -0.12]	[-0.12, -0.12]	0.81	[-0.01, -0.01]	[0.06, 0.06]	1.29	[1.29, 1.29]	[1.29, 1.29]			
1 2015	1.62	[1.47, 1.47]	[1.74, 1.74]	0.99	[0.39, 2.49]	[0.22, 1.71]	0.99	[1.81, 1.81]	[1.81, 1.81]	-0.31	[-0.77, -0.77]	[-0.30, -0.30]	-0.30	[-0.30, -0.30]	[-0.30, -0.30]			
2 2015	1.72	[1.69, 2.57]	[1.36, 2.76]	0.96	[0.41, 0.41]	[2.44, 2.44]	0.96	[1.11, 1.11]	[1.11, 1.11]	0.44	[1.89, 1.89]	[0.95, 0.95]	0.48	[-0.48, 2.74]	[-0.48, 2.74]			
3 2015	2.19	[1.51, 1.51]	[1.64, 1.64]	1.93	[2.84, 2.84]	[2.28, 2.28]	1.93	[1.78, 1.78]	[1.78, 1.78]	0.70	[1.50, 1.50]	[1.34, 1.34]	0.10	[0.10, 0.10]	[0.10, 0.10]			
4 2015	1.79	[0.98, 2.42]	[1.96, 2.03]	0.87	[1.27, 1.27]	[0.21, 0.21]	0.87	[0.39, 0.39]	[0.39, 0.39]	0.06	[0.09, 0.09]	[0.24, 0.24]	0.02	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]			
$\bar{\beta}$	1.02	[0.85, 1.05]	[1.84, 1.98]	1.06	[1.46, 1.77]	[1.50, 1.76]	1.06	[0.87, 1.04]	[0.87, 1.04]	0.74	[0.79, 0.87]	[0.85, 1.03]	0.57	[0.57, 0.77]	[0.57, 0.77]			
$\bar{\beta}+$	1.02	[0.85, 1.05]	[2.02, 2.14]	1.25	[1.82, 2.18]	[2.13, 2.45]	1.25	[1.36, 1.52]	[1.36, 1.52]	0.94	[1.26, 1.26]	[1.13, 1.23]	0.95	[0.95, 0.97]	[0.95, 0.97]			
$N^\circ(\beta^+)$	24	22	24	22	21	19	18	20	18	20	18	20	17					

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.6.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial RETAIL y de las acciones FALABELLA y NUEVAPOLAR

Período	CL - RETAIL						FALABELLA						NUEVAPOLAR					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^L, \beta^U]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{L-HV}]$
1 2010	0.95	[1.32, 1.32]	[0.16, 0.16]	0.87	[0.87, 0.87]	[0.87, 0.87]	0.32	[0.00, 0.00]	[-0.03, -0.03]	[0.47, 0.47]	0.94	[0.94, 0.94]	[0.80, 0.80]	[1.65, 1.65]				
2 2010	1.18	[1.09, 1.09]	[1.02, 1.07]	1.02	[1.02, 1.14]	[1.02, 1.14]	0.92	[1.10, 1.10]	[0.73, 0.73]	[0.42, 0.42]	1.57	[1.30, 1.30]	[1.03, 1.03]	[0.73, 0.73]				
3 2010	1.25	[0.89, 0.89]	[1.04, 1.04]	1.68	[1.68, 1.68]	[1.68, 1.68]	1.51	[0.99, 1.82]	[1.36, 2.44]	[1.36, 1.88]	1.03	[0.34, 0.34]	[0.41, 2.70]	[1.14, 1.14]				
4 2010	2.09	[2.08, 2.08]	[1.85, 1.85]	1.64	[1.64, 1.64]	[1.64, 1.64]	2.27	[4.16, 4.16]	[2.83, 2.83]	[1.74, 1.74]	1.88	[2.77, 2.77]	[2.86, 2.86]	[1.43, 1.43]				
1 2011	0.95	[0.80, 0.80]	[1.12, 1.12]	0.82	[0.82, 0.87]	[0.82, 0.87]	0.51	[0.13, 0.33]	[0.40, 0.40]	[0.06, 0.35]	1.40	[1.28, 1.28]	[1.05, 1.05]	[1.64, 1.64]				
2 2011	1.44	[1.69, 1.69]	[1.88, 1.88]	1.02	[1.02, 1.42]	[1.02, 1.42]	2.29	[2.45, 2.45]	[2.66, 2.78]	[2.66, 2.78]	4.27	[4.71, 4.71]	[5.32, 5.32]	[-3.19, -3.19]				
3 2011	1.12	[1.21, 1.21]	[0.98, 0.98]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	1.26	[1.49, 1.49]	[1.11, 1.11]	[0.92, 1.07]	1.13	[1.00, 1.00]	[0.09, 0.09]	[1.19, 1.19]				
4 2011	0.91	[1.00, 1.00]	[1.03, 1.03]	0.89	[0.89, 0.89]	[0.89, 0.89]	1.16	[1.22, 1.22]	[1.63, 1.63]	[1.25, 1.25]	-0.52	[-1.87, -1.87]	[-2.17, -2.17]	[-2.24, 7.30]				
1 2012	1.51	[1.62, 1.62]	[0.88, 1.34]	0.88	[0.88, 0.88]	[0.88, 0.88]	1.72	[1.70, 1.70]	[1.81, 1.81]	[1.44, 1.44]	3.98	[-0.44, -0.44]	[-2.36, -2.36]	[3.60, 3.60]				
2 2012	1.17	[0.93, 0.93]	[1.64, 1.64]	0.63	[0.63, 0.63]	[0.63, 0.63]	1.53	[1.23, 1.23]	[1.07, 1.07]	[1.14, 1.14]	0.22	[2.36, 2.36]	[5.02, 5.02]	[-1.45, -1.45]				
3 2012	1.27	[0.95, 0.95]	[1.10, 1.10]	1.59	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	1.23	[1.90, 1.90]	[1.37, 1.37]	[1.99, 1.99]	1.64	[4.31, 4.31]	[6.68, 6.68]	[2.01, 2.01]				
4 2012	0.76	[0.79, 0.79]	[1.06, 1.06]	1.11	[1.11, 1.11]	[1.11, 1.11]	1.01	[0.94, 1.03]	[1.35, 1.35]	[0.91, 1.11]	3.38	[1.97, 1.97]	[3.56, 8.08]	[3.06, 3.06]				
1 2013	1.38	[1.72, 1.72]	[1.54, 1.54]	1.01	[1.01, 1.01]	[1.01, 1.01]	1.45	[0.83, 0.83]	[0.47, 0.47]	[1.13, 1.13]	-0.52	[-1.65, -1.65]	[-1.04, -1.04]	[-0.31, -0.31]				
2 2013	1.08	[1.06, 1.06]	[0.86, 0.86]	1.05	[1.05, 1.05]	[1.05, 1.05]	1.02	[1.28, 1.28]	[1.03, 1.03]	[1.43, 1.43]	0.30	[0.44, 0.44]	[-0.21, -0.21]	[0.31, 0.31]				
3 2013	0.82	[0.85, 0.85]	[0.87, 0.87]	0.87	[0.87, 0.87]	[0.87, 0.87]	0.55	[0.15, 0.15]	[0.09, 0.09]	[0.51, 0.51]	1.73	[1.39, 1.39]	[1.35, 1.35]	[1.65, 1.65]				
4 2013	0.60	[0.34, 0.85]	[0.23, 0.23]	0.93	[0.93, 0.93]	[0.93, 0.93]	1.25	[1.49, 1.49]	[0.76, 0.76]	[1.09, 1.09]	2.01	[-0.48, -0.48]	[0.37, 0.37]	[4.88, 4.88]				
1 2014	0.89	[0.89, 0.89]	[0.41, 0.41]	0.66	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	0.51	[0.40, 0.40]	[0.04, 0.04]	[0.67, 0.67]	0.91	[3.15, 3.15]	[3.80, 3.80]	[1.54, 1.54]				
2 2014	0.92	[0.47, 0.47]	[0.21, 0.21]	0.38	[0.38, 0.38]	[0.38, 0.38]	0.54	[0.43, 0.43]	[0.29, 0.29]	[-0.09, 0.45]	1.68	[3.85, 3.85]	[3.96, 3.96]	[1.15, 1.15]				
3 2014	0.66	[0.55, 0.55]	[0.20, 0.20]	0.20	[0.20, 0.20]	[0.20, 0.20]	0.35	[0.24, 0.24]	[-1.17, -1.17]	[0.12, 0.12]	-1.95	[-2.35, -2.35]	[-5.73, -5.73]	[-2.42, -2.42]				
4 2014	0.92	[0.71, 0.71]	[0.60, 0.60]	0.80	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	1.10	[1.42, 1.42]	[1.09, 1.09]	[0.48, 0.48]	0.21	[-0.98, -0.98]	[-2.02, -2.02]	[1.64, 1.64]				
1 2015	1.43	[1.56, 1.56]	[1.29, 1.29]	1.12	[1.12, 1.89]	[1.12, 1.89]	1.95	[2.63, 2.63]	[1.82, 1.82]	[1.36, 1.81]	1.80	[1.69, 1.69]	[2.25, 2.25]	[2.39, 2.39]				
2 2015	1.09	[1.04, 1.04]	[1.73, 1.73]	0.93	[0.93, 2.12]	[0.93, 2.12]	0.71	[0.92, 0.92]	[1.61, 2.13]	[1.25, 1.25]	2.48	[-1.93, 1.66]	[-0.15, 7.10]	[-3.04, -3.04]				
3 2015	0.77	[0.64, 0.64]	[0.04, 0.04]	0.04	[0.04, 0.04]	[0.04, 0.04]	0.34	[0.64, 0.64]	[0.41, 0.41]	[-0.72, -0.72]	-0.32	[-0.41, -0.41]	[-0.16, -0.16]	[-0.93, -0.93]				
4 2015	0.80	[0.98, 0.98]	[1.04, 1.04]	0.70	[0.70, 0.70]	[0.70, 0.70]	0.88	[1.36, 1.36]	[1.10, 1.10]	[0.81, 0.81]	-0.91	[0.72, 0.72]	[1.56, 1.56]	[-0.15, -0.15]				
$\hat{\beta}$	1.08	[1.05, 1.07]	[0.95, 0.97]	0.90	[0.90, 1.01]	[0.90, 1.01]	1.10	[1.21, 1.26]	[0.99, 1.06]	[0.93, 1.03]	1.18	[0.92, 1.07]	[1.09, 1.68]	[0.68, 1.08]				
$\bar{\beta}+$	1.08	[1.05, 1.07]	[0.95, 0.97]	0.90	[0.90, 1.01]	[0.90, 1.01]	1.10	[1.21, 1.26]	[1.14, 1.22]	[1.05, 1.13]	1.71	[2.01, 2.01]	[2.51, 2.93]	[1.87, 1.87]				
$N^{\circ}(\hat{\beta}+)$	24	24	24	24	24	24	24	24	22	22	19	16	16	16				

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.1.7.** Mercado de Chile. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILITIES y de las acciones COLBUN y ENDESA-CH

Período	CL - UTILITIES						COLBUN						ENDESA-CH					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	0.69	[0.63, 0.70]	[0.17, 0.70]	0.67	[0.67, 0.67]	[0.67, 0.67]	0.99	[0.86, 0.86]	[1.16, 1.16]	[1.04, 1.04]	0.59	[0.31, 0.31]	[-0.28, -0.26]	[0.15, 0.15]				
2 2010	0.85	[0.80, 0.80]	[0.85, 0.85]	0.79	[0.79, 0.79]	[0.79, 0.79]	1.00	[1.05, 1.94]	[1.42, 1.67]	[0.81, 0.81]	0.74	[0.70, 0.70]	[0.68, 0.68]	[0.26, 0.26]				
3 2010	0.81	[0.70, 0.70]	[0.80, 0.80]	0.60	[0.60, 0.60]	[0.60, 0.60]	0.06	[-0.15, -0.15]	[-0.64, -0.64]	[0.35, 0.35]	1.03	[0.97, 0.97]	[1.02, 1.02]	[0.89, 0.89]				
4 2010	0.63	[0.78, 0.78]	[0.55, 0.55]	0.41	[0.41, 0.41]	[0.41, 0.41]	0.68	[0.74, 0.74]	[0.71, 0.71]	[0.40, 0.40]	0.64	[0.45, 0.45]	[0.43, 0.43]	[0.43, 0.43]				
1 2011	0.90	[0.74, 0.74]	[0.95, 0.95]	0.93	[0.93, 0.97]	[0.93, 0.97]	1.31	[1.39, 1.39]	[1.09, 1.09]	[1.11, 1.11]	0.92	[0.60, 0.60]	[0.96, 0.96]	[1.06, 1.06]				
2 2011	0.33	[0.36, 0.36]	[0.00, 0.00]	0.42	[0.42, 0.42]	[0.42, 0.42]	0.88	[1.14, 1.14]	[0.43, 0.43]	[0.60, 0.60]	0.31	[0.20, 0.20]	[0.14, 0.14]	[0.76, 0.76]				
3 2011	0.81	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	0.70	[0.70, 0.70]	[0.70, 0.70]	0.94	[0.78, 0.78]	[1.16, 1.16]	[0.78, 0.78]	0.85	[0.83, 0.83]	[0.43, 0.43]	[0.60, 0.60]				
4 2011	0.89	[0.73, 0.87]	[0.56, 0.73]	0.73	[0.73, 0.73]	[0.73, 0.73]	0.72	[1.00, 1.00]	[0.24, 0.83]	[0.28, 0.28]	1.00	[0.94, 0.94]	[0.57, 0.57]	[0.47, 0.47]				
1 2012	0.85	[0.66, 0.84]	[0.12, 0.64]	0.82	[0.82, 0.82]	[0.82, 0.82]	0.27	[0.00, 0.00]	[-0.05, -0.05]	[0.31, 0.82]	1.21	[-0.22, 1.07]	[-0.40, 1.19]	[1.17, 1.19]				
2 2012	0.78	[0.89, 0.89]	[0.68, 0.68]	0.49	[0.49, 0.49]	[0.49, 0.49]	0.25	[0.39, 0.39]	[-0.04, -0.04]	[0.07, 0.07]	1.18	[0.88, 0.88]	[0.75, 0.75]	[0.93, 0.93]				
3 2012	1.13	[1.77, 1.77]	[1.86, 1.86]	0.22	[0.22, 0.22]	[0.22, 0.22]	0.32	[0.24, 0.24]	[-0.26, -0.26]	[0.52, 0.52]	1.07	[1.58, 1.58]	[1.50, 1.50]	[1.06, 1.06]				
4 2012	0.64	[0.72, 0.72]	[0.66, 0.66]	0.80	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	-0.14	[-0.25, -0.25]	[-0.02, -0.02]	[0.18, 0.18]	1.41	[1.42, 1.42]	[1.47, 1.47]	[1.21, 1.39]				
1 2013	0.86	[0.76, 0.76]	[0.80, 0.80]	0.80	[0.80, 1.04]	[0.80, 1.04]	1.74	[1.04, 1.04]	[2.73, 2.73]	[0.88, 0.88]	0.93	[0.72, 0.72]	[0.97, 0.97]	[0.77, 0.77]				
2 2013	0.89	[0.97, 0.97]	[0.74, 0.74]	0.93	[0.93, 0.93]	[0.93, 0.93]	0.96	[0.73, 0.73]	[1.04, 1.04]	[0.94, 0.94]	1.09	[0.89, 0.89]	[1.12, 1.12]	[1.08, 1.08]				
3 2013	0.58	[0.39, 0.39]	[0.46, 0.46]	0.45	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	0.58	[0.59, 0.59]	[0.68, 0.68]	[0.67, 0.67]	0.56	[0.82, 0.82]	[0.65, 0.65]	[0.51, 0.51]				
4 2013	0.76	[0.44, 0.44]	[0.68, 0.68]	0.32	[0.32, 0.32]	[0.32, 0.32]	0.56	[0.99, 0.99]	[0.87, 0.87]	[0.95, 0.95]	0.60	[-0.06, -0.06]	[0.65, 0.65]	[-0.09, -0.09]				
1 2014	0.84	[0.78, 0.81]	[0.95, 0.95]	0.63	[0.63, 0.84]	[0.63, 0.84]	0.46	[0.39, 0.39]	[-0.15, -0.15]	[0.54, 0.54]	1.27	[1.21, 1.37]	[1.42, 1.42]	[0.66, 1.41]				
2 2014	1.14	[1.08, 1.08]	[0.79, 0.79]	0.85	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	1.37	[1.57, 1.69]	[1.17, 1.26]	[1.60, 1.60]	1.61	[1.50, 1.50]	[0.73, 0.73]	[0.93, 0.93]				
3 2014	1.63	[1.92, 1.92]	[1.34, 1.34]	1.40	[1.40, 1.40]	[1.40, 1.40]	1.82	[1.96, 1.96]	[1.57, 1.57]	[1.82, 1.83]	1.74	[1.75, 1.75]	[1.10, 1.10]	[1.87, 1.87]				
4 2014	0.97	[1.17, 1.17]	[0.38, 0.38]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	0.84	[1.02, 1.02]	[1.25, 1.25]	[0.40, 0.40]	1.52	[1.89, 1.89]	[0.68, 0.68]	[1.77, 1.77]				
1 2015	0.69	[0.74, 0.74]	[0.78, 0.78]	0.53	[0.53, 0.91]	[0.53, 0.91]	1.39	[1.48, 1.48]	[1.49, 1.49]	[0.61, 0.61]	0.72	[0.63, 0.63]	[0.75, 0.75]	[0.45, 1.08]				
2 2015	1.02	[0.98, 1.00]	[0.94, 0.94]	0.97	[0.97, 0.97]	[0.97, 0.97]	0.56	[-0.29, 0.75]	[-1.41, -0.82]	[-1.41, -0.82]	0.75	[0.10, 1.44]	[-0.10, 0.55]	[0.75, 0.75]				
3 2015	0.98	[1.08, 1.08]	[1.05, 1.05]	-0.05	[-0.05, -0.05]	[-0.05, -0.05]	1.59	[1.68, 1.68]	[0.91, 0.91]	[1.03, 1.03]	1.19	[0.72, 0.72]	[0.77, 0.77]	[0.27, 0.27]				
4 2015	0.98	[0.95, 1.16]	[0.99, 0.99]	1.06	[1.06, 1.23]	[1.06, 1.23]	0.65	[0.81, 0.81]	[0.93, 0.93]	[1.01, 1.12]	1.34	[1.06, 1.06]	[1.29, 1.29]	[1.10, 1.10]				
$\bar{\beta}$	<b>0.86</b>	<b>[0.86, 0.89]</b>	<b>[0.74, 0.79]</b>	<b>[0.68, 0.72]</b>	<b>0.83</b>	<b>[0.80, 0.88]</b>	<b>[0.68, 0.74]</b>	<b>[0.80, 0.88]</b>	<b>[0.68, 0.74]</b>	<b>[0.65, 0.70]</b>	<b>1.01</b>	<b>[0.83, 0.95]</b>	<b>[0.72, 0.81]</b>	<b>[0.79, 0.86]</b>				
$\bar{\beta}+$	<b>0.86</b>	<b>[0.86, 0.89]</b>	<b>[0.74, 0.79]</b>	<b>[0.71, 0.75]</b>	<b>0.87</b>	<b>[0.95, 0.99]</b>	<b>[1.11, 1.16]</b>	<b>[0.95, 0.99]</b>	<b>[1.11, 1.16]</b>	<b>[0.74, 0.76]</b>	<b>1.01</b>	<b>[0.92, 0.99]</b>	<b>[0.86, 0.86]</b>	<b>[0.83, 0.90]</b>				
$N^\circ(\beta+)$	24	24	24	23	23	21	17	21	23	23	24	22	21	23				

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.8.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANCA y de las acciones BCI y BSANTANDER

Periodo	CL - BANCA						BCI						BSANTANDER					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	1.13	[1.19, 1.19]	[0.71, 0.71]	1.29	[1.01, 1.01]	[0.96, 0.96]	1.29	[1.01, 1.01]	[0.96, 0.96]	1.37	[0.92, 0.92]	[1.03, 1.03]	1.37	[0.92, 0.92]	[1.03, 1.03]	1.37	[0.92, 0.92]	[1.03, 1.03]
2 2010	1.08	[0.86, 0.86]	[1.39, 1.39]	0.81	[1.35, 1.35]	[0.98, 0.98]	0.81	[1.35, 1.35]	[0.98, 0.98]	1.23	[1.60, 1.60]	[1.76, 1.76]	1.23	[1.60, 1.60]	[1.76, 1.76]	1.23	[1.60, 1.60]	[1.76, 1.76]
1 2011	0.88	[0.93, 0.93]	[1.19, 1.19]	0.81	[1.17, 1.17]	[1.27, 1.27]	0.81	[1.17, 1.17]	[1.27, 1.27]	1.06	[1.18, 1.18]	[1.22, 1.22]	1.06	[1.18, 1.18]	[1.22, 1.22]	1.06	[1.18, 1.18]	[1.22, 1.22]
2 2011	0.93	[0.89, 0.89]	[0.89, 0.89]	0.94	[0.88, 0.90]	[0.52, 0.52]	0.94	[0.88, 0.90]	[0.52, 0.52]	0.93	[0.67, 0.67]	[1.05, 1.05]	0.93	[0.67, 0.67]	[1.05, 1.05]	0.93	[0.67, 0.67]	[1.05, 1.05]
1 2012	0.68	[0.34, 1.00]	[0.32, 0.92]	0.62	[0.70, 1.13]	[1.00, 1.31]	0.62	[0.70, 1.13]	[1.00, 1.31]	0.50	[-0.09, 0.62]	[-0.26, 1.37]	0.50	[-0.09, 0.62]	[-0.26, 1.37]	0.50	[-0.09, 0.62]	[-0.26, 1.37]
2 2012	0.93	[0.77, 0.77]	[1.12, 1.12]	0.76	[0.52, 0.52]	[0.51, 0.51]	0.76	[0.52, 0.52]	[0.51, 0.51]	1.27	[0.96, 0.96]	[1.17, 1.17]	1.27	[0.96, 0.96]	[1.17, 1.17]	1.27	[0.96, 0.96]	[1.17, 1.17]
1 2013	0.86	[0.98, 0.98]	[1.23, 1.23]	1.04	[-0.01, -0.01]	[0.58, 0.58]	1.04	[-0.01, -0.01]	[0.58, 0.58]	0.98	[1.28, 1.28]	[-0.10, -0.10]	0.98	[1.28, 1.28]	[-0.10, -0.10]	0.98	[1.28, 1.28]	[-0.10, -0.10]
2 2013	1.19	[1.26, 1.26]	[0.78, 0.78]	1.43	[1.55, 1.55]	[1.74, 1.74]	1.43	[1.55, 1.55]	[1.74, 1.74]	1.75	[0.84, 0.84]	[1.24, 1.24]	1.75	[0.84, 0.84]	[1.24, 1.24]	1.75	[0.84, 0.84]	[1.24, 1.24]
1 2014	0.98	[1.11, 1.11]	[1.40, 1.40]	0.78	[0.88, 0.88]	[1.12, 1.12]	0.78	[0.88, 0.88]	[1.12, 1.12]	1.18	[1.18, 1.18]	[1.71, 1.71]	1.18	[1.18, 1.18]	[1.71, 1.71]	1.18	[1.18, 1.18]	[1.71, 1.71]
2 2014	0.86	[1.05, 1.05]	[0.53, 0.53]	0.90	[1.42, 1.42]	[0.96, 0.96]	0.90	[1.42, 1.42]	[0.96, 0.96]	1.05	[1.91, 1.91]	[0.38, 0.38]	1.05	[1.91, 1.91]	[0.38, 0.38]	1.05	[1.91, 1.91]	[0.38, 0.38]
1 2015	1.00	[0.90, 1.19]	[0.25, 1.24]	1.00	[0.90, 1.19]	[0.25, 1.24]	1.00	[0.90, 1.19]	[0.25, 1.24]	1.13	[1.03, 1.03]	[-0.60, -0.49]	1.13	[1.03, 1.03]	[-0.60, -0.49]	1.13	[1.03, 1.03]	[-0.60, -0.49]
2 2015	0.66	[0.50, 0.50]	[0.36, 0.45]	0.66	[0.50, 0.50]	[0.36, 0.45]	0.66	[0.50, 0.50]	[0.36, 0.45]	1.02	[1.77, 1.77]	[0.67, 1.19]	1.02	[1.77, 1.77]	[0.67, 1.19]	1.02	[1.77, 1.77]	[0.67, 1.19]
$\bar{\beta}$	<b>0.93</b>	<b>[0.90, 0.98]</b>	<b>[0.85, 0.99]</b>	<b>0.92</b>	<b>[0.91, 0.97]</b>	<b>[0.86, 0.97]</b>	<b>0.92</b>	<b>[0.91, 0.97]</b>	<b>[0.86, 0.97]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.10, 1.16]</b>	<b>[0.77, 0.96]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.10, 1.16]</b>	<b>[0.77, 0.96]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.10, 1.16]</b>	<b>[0.77, 0.96]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.93</b>	<b>[0.90, 0.98]</b>	<b>[0.85, 0.99]</b>	<b>0.92</b>	<b>[0.99, 1.06]</b>	<b>[0.86, 0.97]</b>	<b>0.92</b>	<b>[0.99, 1.06]</b>	<b>[0.86, 0.97]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.21, 1.21]</b>	<b>[1.14, 1.19]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.21, 1.21]</b>	<b>[1.14, 1.19]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.21, 1.21]</b>	<b>[0.98, 0.98]</b>
$N^c(\beta^+)$	12	12	12	12	11	12	12	11	12	12	11	12	12	11	9	12	10	10

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.1.9.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial COMMODITIES y de las acciones CAP y CMPC

Período	CL - COMMODITIES						CAP						CMPC							
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	1.22	[1.36, 1.36]	[0.87, 0.87]	[1.11, 1.11]	1.18	[2.15, 2.15]	[1.44, 1.44]	[1.13, 1.13]	1.28	[1.89, 1.89]	[1.60, 1.95]	[1.41, 1.41]	1.28	[1.89, 1.89]	[1.60, 1.95]	[1.41, 1.41]	1.28	[1.89, 1.89]	[1.60, 1.95]	[1.41, 1.41]
2 2010	1.05	[1.00, 1.00]	[0.93, 0.93]	[0.89, 0.89]	1.72	[0.89, 2.36]	[1.70, 2.60]	[1.43, 2.95]	1.28	[1.04, 1.04]	[1.48, 2.03]	[1.78, 1.78]	1.28	[1.04, 1.04]	[1.48, 2.03]	[1.78, 1.78]	1.28	[1.04, 1.04]	[1.48, 2.03]	[1.78, 1.78]
1 2011	1.13	[1.20, 1.20]	[0.95, 0.95]	[1.13, 1.13]	1.22	[0.36, 0.36]	[1.23, 1.23]	[1.23, 1.23]	1.16	[1.62, 1.62]	[1.31, 1.31]	[1.35, 1.35]	1.16	[1.62, 1.62]	[1.31, 1.31]	[1.35, 1.35]	1.16	[1.62, 1.62]	[1.31, 1.31]	[1.35, 1.35]
2 2011	1.16	[1.19, 1.19]	[1.20, 1.20]	[1.19, 1.25]	1.32	[1.53, 1.53]	[1.33, 1.44]	[1.31, 1.34]	1.21	[1.25, 1.25]	[1.38, 1.47]	[1.04, 1.04]	1.21	[1.25, 1.25]	[1.38, 1.47]	[1.04, 1.04]	1.21	[1.25, 1.25]	[1.38, 1.47]	[1.04, 1.04]
1 2012	1.22	[1.03, 1.55]	[0.93, 0.94]	[0.93, 0.97]	1.24	[0.76, 1.85]	[0.95, 1.07]	[1.40, 1.59]	1.22	[0.83, 0.83]	[0.75, 0.75]	[0.24, 0.24]	1.22	[0.83, 0.83]	[0.75, 0.75]	[0.24, 0.24]	1.22	[0.83, 0.83]	[0.75, 0.75]	[0.24, 0.24]
2 2012	1.14	[1.31, 1.31]	[1.37, 1.37]	[1.59, 1.59]	2.00	[2.87, 2.87]	[2.83, 2.83]	[1.64, 1.64]	1.32	[1.60, 1.60]	[1.57, 1.57]	[1.68, 1.68]	1.32	[1.60, 1.60]	[1.57, 1.57]	[1.68, 1.68]	1.32	[1.60, 1.60]	[1.57, 1.57]	[1.68, 1.68]
1 2013	1.13	[1.10, 1.10]	[0.94, 0.94]	[1.00, 1.00]	1.45	[1.09, 1.09]	[1.11, 1.11]	[1.56, 1.56]	1.11	[1.22, 1.22]	[1.35, 1.40]	[1.07, 1.07]	1.11	[1.22, 1.22]	[1.35, 1.40]	[1.07, 1.07]	1.11	[1.22, 1.22]	[1.35, 1.40]	[1.07, 1.07]
2 2013	1.09	[0.91, 0.91]	[1.40, 1.40]	[1.01, 1.01]	1.68	[0.67, 0.67]	[0.92, 0.92]	[1.10, 1.10]	1.08	[1.08, 1.08]	[1.27, 1.34]	[1.98, 1.98]	1.08	[1.08, 1.08]	[1.27, 1.34]	[1.98, 1.98]	1.08	[1.08, 1.08]	[1.27, 1.34]	[1.98, 1.98]
1 2014	1.22	[1.02, 1.02]	[1.10, 1.10]	[1.15, 1.36]	1.11	[1.62, 1.62]	[1.85, 1.85]	[0.02, 0.37]	1.28	[1.46, 1.46]	[1.73, 1.73]	[1.52, 1.73]	1.28	[1.46, 1.46]	[1.73, 1.73]	[1.52, 1.73]	1.28	[1.46, 1.46]	[1.73, 1.73]	[1.52, 1.73]
2 2014	1.26	[1.11, 1.11]	[1.25, 1.25]	[1.24, 1.24]	2.46	[3.04, 3.04]	[2.78, 2.78]	[0.99, 0.99]	1.39	[1.67, 1.67]	[0.13, 0.13]	[1.36, 1.36]	1.39	[1.67, 1.67]	[0.13, 0.13]	[1.36, 1.36]	1.39	[1.67, 1.67]	[0.13, 0.13]	[1.36, 1.36]
1 2015	1.02	[0.74, 0.81]	[0.28, 0.72]	[0.91, 0.91]	4.69	[2.53, 12.23]	[2.92, 13.29]	[3.89, 3.89]	0.89	[0.28, 0.58]	[0.95, 1.22]	[1.14, 1.14]	0.89	[0.28, 0.58]	[0.95, 1.22]	[1.14, 1.14]	0.89	[0.28, 0.58]	[0.95, 1.22]	[1.14, 1.14]
2 2015	1.49	[1.50, 1.50]	[0.93, 0.93]	[1.16, 1.16]	1.36	[1.55, 1.55]	[1.45, 1.94]	[1.35, 1.35]	1.65	[2.49, 2.49]	[0.56, 0.56]	[2.10, 2.10]	1.65	[2.49, 2.49]	[0.56, 0.56]	[2.10, 2.10]	1.65	[2.49, 2.49]	[0.56, 0.56]	[2.10, 2.10]
$\beta$	1.18	[1.12, 1.17]	[1.01, 1.05]	[1.11, 1.14]	1.79	[1.59, 2.61]	[1.71, 2.71]	[1.42, 1.60]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]
$\bar{\beta}+$	1.18	[1.12, 1.17]	[1.01, 1.05]	[1.11, 1.14]	1.79	[1.59, 2.61]	[1.71, 2.71]	[1.42, 1.60]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]
$N^c(\beta+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.10.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONST. & INMOB. y de las acciones SALFACORP y BESALCO

Período	CL - CONST. & INMOB.						SALFACORP						BESALCO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		
1 2010	0.44	[0.59, 0.59]	[0.63, 0.63]	[0.74, 0.74]	0.40	[0.65, 0.65]	[0.84, 0.84]	[0.62, 0.62]	0.30	[1.17, 1.17]	[1.20, 1.20]	[0.95, 0.95]						
2 2010	0.75	[0.73, 0.73]	[0.79, 0.79]	[0.70, 0.70]	0.58	[0.09, 0.09]	[0.37, 0.37]	[0.35, 0.35]	1.37	[1.14, 1.14]	[1.11, 2.51]	[1.26, 1.26]						
1 2011	1.46	[1.95, 1.95]	[1.62, 1.62]	[1.93, 1.93]	1.39	[1.82, 1.82]	[1.15, 1.15]	[1.55, 2.12]	1.24	[0.15, 0.15]	[0.89, 0.89]	[0.30, 0.30]						
2 2011	1.45	[1.97, 2.14]	[1.95, 2.10]	[1.61, 1.61]	1.25	[1.56, 1.56]	[1.37, 1.37]	[1.07, 1.07]	1.66	[1.46, 2.13]	[2.19, 2.46]	[2.42, 2.42]						
1 2012	1.72	[1.09, 1.09]	[1.18, 1.18]	[1.06, 1.18]	1.63	[-0.17, -0.17]	[0.01, 0.01]	[1.27, 1.27]	1.39	[1.05, 1.05]	[1.26, 1.26]	[1.24, 1.24]						
2 2012	1.46	[1.95, 1.95]	[1.84, 1.84]	[2.12, 2.12]	1.55	[2.68, 2.68]	[2.18, 2.18]	[2.54, 2.54]	1.21	[1.16, 1.16]	[0.68, 0.68]	[1.86, 1.86]						
1 2013	0.63	[0.06, 0.06]	[0.12, 0.12]	[0.30, 0.30]	1.49	[0.54, 0.54]	[0.48, 0.48]	[0.79, 0.79]	0.03	[-0.33, -0.33]	[-0.14, -0.14]	[0.37, 0.37]						
2 2013	1.58	[2.12, 2.12]	[1.56, 1.56]	[2.17, 2.17]	1.68	[1.45, 1.45]	[1.74, 1.74]	[2.19, 2.19]	2.41	[2.51, 2.51]	[2.69, 2.69]	[1.92, 3.13]						
1 2014	0.39	[-0.17, 0.37]	[0.23, 0.23]	[0.16, 0.16]	0.55	[0.39, 0.39]	[-0.46, -0.46]	[-0.03, -0.03]	0.52	[1.19, 1.19]	[0.71, 0.96]	[0.64, 0.64]						
2 2014	0.77	[2.34, 2.34]	[2.42, 2.42]	[2.07, 2.07]	0.61	[1.83, 2.26]	[2.47, 2.47]	[1.78, 2.13]	1.17	[-0.15, 2.45]	[1.99, 3.26]	[1.97, 1.97]						
1 2015	0.45	[0.49, 0.49]	[-0.02, -0.02]	[0.16, 0.16]	0.54	[0.50, 0.50]	[-0.93, -0.93]	[0.42, 0.84]	0.21	[0.56, 0.56]	[-0.15, -0.15]	[0.57, 0.57]						
2 2015	0.39	[0.19, 0.75]	[0.61, 0.61]	[0.48, 0.48]	0.75	[0.60, 1.42]	[0.79, 2.03]	[1.77, 1.77]	0.47	[0.32, 0.53]	[-1.08, -0.21]	[0.79, 0.79]						
$\bar{\beta}$	<b>0.96</b>	<b>[1.11, 1.21]</b>	<b>[1.08, 1.09]</b>	<b>[1.13, 1.14]</b>	<b>1.04</b>	<b>[1.00, 1.10]</b>	<b>[0.83, 0.94]</b>	<b>[1.19, 1.31]</b>	<b>1.00</b>	<b>[0.85, 1.14]</b>	<b>[0.94, 1.28]</b>	<b>[1.19, 1.29]</b>						
$\bar{\beta}+$	<b>0.96</b>	<b>[1.22, 1.29]</b>	<b>[1.18, 1.19]</b>	<b>[1.13, 1.14]</b>	<b>1.04</b>	<b>[1.10, 1.21]</b>	<b>[1.14, 1.26]</b>	<b>[1.30, 1.43]</b>	<b>1.00</b>	<b>[1.07, 1.16]</b>	<b>[1.41, 1.77]</b>	<b>[1.19, 1.29]</b>						
$N^\circ(\beta+)$	12	11	11	12	12	11	10	11	12	10	9	12						

Fuente: Elaboración propia

Tabla A.1.11. Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones CCU y CONCHATORO

Período	CL - CONSUMO						CCU						CONCHATORO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		
1 2010	1.01	[0.94, 0.94]	[1.04, 1.04]	[0.65, 0.65]	1.27	[0.87, 0.87]	[0.70, 2.06]	[0.93, 0.93]	1.09	[1.27, 1.27]	[1.35, 1.35]	[1.12, 1.12]						
2 2010	0.69	[0.74, 0.74]	[0.91, 0.91]	[0.73, 0.90]	0.52	[0.13, 0.13]	[0.20, 0.20]	[0.15, 1.00]	0.71	[0.85, 0.85]	[0.12, 0.12]	[0.82, 0.82]						
1 2011	0.71	[0.68, 0.80]	[0.95, 0.95]	[0.49, 0.49]	0.81	[0.72, 0.72]	[0.93, 0.93]	[0.83, 0.83]	0.97	[1.35, 1.35]	[1.65, 1.65]	[0.57, 0.57]						
2 2011	0.77	[0.82, 0.82]	[0.85, 0.85]	[0.82, 0.82]	0.75	[0.88, 0.88]	[0.51, 0.78]	[0.84, 0.84]	1.07	[0.90, 0.90]	[1.28, 1.28]	[1.13, 1.13]						
1 2012	0.74	[1.09, 1.09]	[1.26, 1.26]	[1.18, 1.18]	0.48	[1.32, 1.32]	[1.54, 1.54]	[0.53, 0.53]	1.37	[1.28, 1.30]	[1.24, 1.24]	[0.83, 0.83]						
2 2012	0.45	[0.42, 0.42]	[0.46, 0.46]	[0.88, 0.88]	0.61	[1.39, 1.39]	[1.23, 1.23]	[1.17, 1.17]	0.53	[0.73, 0.73]	[0.27, 0.27]	[0.43, 0.43]						
1 2013	0.53	[0.63, 0.63]	[0.67, 0.67]	[0.60, 0.60]	0.78	[0.91, 0.91]	[0.73, 0.73]	[0.54, 0.54]	0.14	[0.27, 0.27]	[0.23, 0.23]	[-0.28, -0.28]						
2 2013	1.00	[0.83, 0.83]	[1.11, 1.11]	[0.77, 0.77]	0.90	[0.16, 0.16]	[0.67, 0.67]	[0.84, 0.84]	1.15	[1.31, 1.31]	[0.85, 0.85]	[0.96, 0.96]						
1 2014	0.69	[0.80, 0.94]	[0.66, 0.96]	[0.78, 0.78]	0.73	[1.03, 1.03]	[0.46, 0.46]	[0.79, 0.79]	0.22	[0.07, 0.07]	[0.58, 0.58]	[-0.06, -0.06]						
2 2014	0.74	[0.69, 0.69]	[0.41, 0.77]	[0.88, 0.88]	0.96	[0.73, 0.79]	[0.63, 1.12]	[1.09, 1.09]	0.66	[0.81, 0.81]	[-0.13, -0.13]	[0.62, 0.62]						
1 2015	0.66	[0.63, 0.63]	[0.86, 0.86]	[0.77, 0.77]	0.88	[1.35, 1.35]	[1.06, 1.06]	[1.05, 1.05]	0.55	[0.56, 0.56]	[1.35, 1.35]	[0.38, 0.38]						
2 2015	1.16	[1.60, 1.60]	[0.81, 0.81]	[1.34, 1.34]	1.47	[0.86, 0.86]	[1.05, 1.05]	[1.06, 1.06]	0.94	[2.03, 2.03]	[1.81, 1.81]	[0.79, 0.79]						
$\bar{\beta}$	<b>0.76</b>	<b>[0.82, 0.84]</b>	<b>[0.83, 0.89]</b>	<b>[0.82, 0.84]</b>	<b>0.85</b>	<b>[0.86, 0.87]</b>	<b>[0.81, 0.99]</b>	<b>[0.82, 0.89]</b>	<b>0.78</b>	<b>[0.95, 0.95]</b>	<b>[0.88, 0.88]</b>	<b>[0.61, 0.61]</b>						
$\bar{\beta}+$	<b>0.76</b>	<b>[0.82, 0.84]</b>	<b>[0.83, 0.89]</b>	<b>[0.82, 0.84]</b>	<b>0.85</b>	<b>[0.86, 0.87]</b>	<b>[0.81, 0.99]</b>	<b>[0.82, 0.89]</b>	<b>0.78</b>	<b>[0.95, 0.95]</b>	<b>[0.98, 0.98]</b>	<b>[0.77, 0.77]</b>						
$N^c(\beta+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	10						

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.12.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones VAPORES y MASISA

Período	CL - INDUSTRIAL						VAPORES						MASISA					
	$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_V^U, \beta_V^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	
1 2010	0.60	[0.49, 0.99]	[0.42, 0.52]	[0.67, 0.67]	0.87	[0.44, 1.84]	[0.50, 1.70]	[1.05, 1.22]	0.78	[2.36, 2.36]	[2.37, 2.37]	[0.50, 0.50]						
2 2010	0.92	[0.41, 0.41]	[0.18, 0.18]	[1.04, 1.60]	0.68	[1.11, 1.73]	[0.31, 0.31]	[-0.09, 2.16]	0.71	[0.94, 0.94]	[0.81, 0.81]	[0.92, 0.92]						
1 2011	0.74	[0.53, 0.53]	[8.85, 8.85]	[0.51, 0.51]	2.40	[2.81, 2.81]	[3.04, 3.04]	[3.08, 3.08]	0.73	[0.67, 0.67]	[0.92, 0.92]	[0.50, 0.50]						
2 2011	0.78	[0.15, 0.39]	[0.19, 0.96]	[0.59, 0.59]	1.01	[2.24, 2.24]	[2.06, 2.06]	[0.54, 2.10]	0.98	[0.66, 1.44]	[0.46, 2.03]	[0.98, 2.00]						
1 2012	0.98	[0.99, 1.12]	[0.64, 0.64]	[0.54, 0.54]	1.85	[6.62, 6.62]	[6.79, 6.79]	[-0.81, 0.05]	0.76	[0.70, 0.70]	[1.05, 1.07]	[1.66, 1.66]						
2 2012	0.95	[1.20, 1.20]	[0.45, 0.45]	[0.82, 0.82]	0.79	[0.77, 0.77]	[2.84, 2.84]	[1.47, 1.47]	1.38	[1.96, 1.96]	[2.36, 2.36]	[2.40, 2.43]						
1 2013	0.67	[0.77, 0.77]	[0.50, 0.50]	[0.33, 0.66]	1.30	[0.68, 1.71]	[0.32, 0.32]	[0.22, 1.63]	0.45	[-0.57, -0.57]	[-0.48, -0.48]	[-0.12, -0.12]						
2 2013	1.15	[1.18, 1.18]	[0.60, 0.60]	[1.14, 1.14]	0.73	[0.66, 0.66]	[1.59, 1.59]	[0.85, 0.85]	1.14	[0.90, 0.90]	[0.63, 0.63]	[2.32, 2.32]						
1 2014	1.18	[0.94, 1.60]	[1.04, 1.04]	[0.94, 1.11]	2.21	[2.83, 2.83]	[3.21, 3.37]	[3.37, 3.37]	0.60	[1.65, 1.65]	[1.30, 1.30]	[0.03, 0.03]						
2 2014	0.80	[0.95, 0.95]	[0.62, 0.62]	[0.86, 0.86]	0.55	[-0.22, 1.68]	[-0.16, 0.86]	[-0.16, -0.16]	1.33	[2.51, 2.51]	[2.91, 3.13]	[0.72, 0.72]						
1 2015	1.65	[1.61, 1.98]	[1.74, 2.35]	[1.36, 2.32]	1.01	[1.01, 2.49]	[1.05, 1.71]	[-0.22, -0.22]	-0.03	[-0.51, -0.51]	[-1.81, -1.81]	[-0.93, 0.40]						
2 2015	1.91	[1.59, 2.42]	[2.02, 2.03]	[1.19, 1.19]	1.10	[2.11, 2.69]	[2.24, 2.24]	[2.38, 2.38]	0.18	[0.64, 0.67]	[0.64, 0.67]	[0.64, 0.67]						
$\bar{\beta}$	<b>1.03</b>	<b>[0.90, 1.13]</b>	<b>[1.44, 1.56]</b>	<b>[0.83, 1.00]</b>	<b>1.21</b>	<b>[1.75, 2.34]</b>	<b>[1.98, 2.24]</b>	<b>[0.97, 1.49]</b>	<b>0.75</b>	<b>[0.99, 1.06]</b>	<b>[0.93, 1.08]</b>	<b>[0.80, 1.00]</b>						
$\beta^+$	<b>1.03</b>	<b>[0.90, 1.13]</b>	<b>[1.44, 1.56]</b>	<b>[0.83, 1.00]</b>	<b>1.21</b>	<b>[1.93, 2.40]</b>	<b>[2.18, 2.36]</b>	<b>[1.62, 2.01]</b>	<b>0.82</b>	<b>[1.30, 1.38]</b>	<b>[1.34, 1.53]</b>	<b>[1.07, 1.17]</b>						
$N^\circ(\beta^+)$	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>8</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>						

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.1.13.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial RETAIL y de las acciones FALABELLA y NUEVAPOLAR

Período	CL - RETAIL						FALABELLA						NUEVAPOLAR					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		
1 2010	1.07	[1.32, 1.32]	[0.59, 0.59]	[0.93, 0.93]	0.63	[0.71, 0.71]	[0.56, 0.56]	[0.60, 0.60]	1.25	[1.20, 1.20]	[0.80, 0.80]	[0.73, 0.73]						
2 2010	1.53	[1.03, 1.03]	[1.04, 1.04]	[2.30, 2.30]	1.72	[0.99, 0.99]	[1.40, 1.40]	[1.39, 1.74]	1.43	[0.96, 0.96]	[0.95, 2.70]	[1.99, 1.99]						
1 2011	1.03	[1.43, 1.43]	[1.50, 1.50]	[1.05, 1.05]	0.87	[0.76, 0.76]	[1.26, 1.26]	[1.27, 1.27]	1.74	[2.02, 2.02]	[2.30, 2.30]	[0.34, 0.34]						
2 2011	1.00	[1.17, 1.28]	[0.98, 1.06]	[1.03, 1.03]	1.15	[1.47, 1.49]	[1.22, 1.22]	[1.16, 1.28]	0.36	[0.35, 0.35]	[-0.64, -0.64]	[1.02, 1.02]						
1 2012	1.28	[1.41, 1.41]	[1.64, 1.64]	[0.84, 0.84]	1.51	[1.19, 1.19]	[1.07, 1.07]	[1.46, 1.46]	1.54	[-0.44, -0.44]	[-1.85, -1.85]	[5.02, 5.02]						
2 2012	0.97	[0.95, 0.95]	[1.10, 1.10]	[1.11, 1.38]	1.08	[1.69, 1.69]	[1.37, 1.37]	[1.42, 1.42]	2.65	[4.31, 4.31]	[5.71, 5.71]	[5.70, 5.79]						
1 2013	1.18	[1.14, 1.14]	[1.07, 1.07]	[0.93, 0.93]	1.11	[0.61, 0.61]	[0.89, 0.89]	[0.91, 0.91]	0.24	[0.44, 0.44]	[-0.21, -0.21]	[0.31, 0.31]						
2 2013	0.78	[0.81, 0.81]	[0.87, 0.87]	[0.28, 0.28]	0.69	[0.15, 0.15]	[0.52, 0.52]	[0.58, 0.58]	1.79	[2.15, 2.15]	[2.62, 2.62]	[1.35, 1.35]						
1 2014	0.90	[0.89, 0.89]	[0.41, 0.41]	[0.64, 0.64]	0.52	[0.40, 0.40]	[0.04, 0.04]	[-0.02, -0.02]	1.08	[3.15, 3.15]	[3.80, 3.80]	[1.82, 1.82]						
2 2014	0.83	[0.71, 0.71]	[0.60, 0.60]	[0.50, 0.50]	0.81	[1.20, 1.20]	[0.75, 0.75]	[1.06, 1.06]	-0.40	[-0.98, -0.98]	[-2.56, -2.56]	[-4.35, -4.35]						
1 2015	1.31	[1.56, 1.56]	[0.99, 0.99]	[1.12, 1.88]	1.54	[1.77, 1.77]	[1.02, 1.02]	[0.91, 1.81]	1.98	[1.69, 1.69]	[2.25, 2.25]	[2.13, 7.10]						
2 2015	0.80	[0.64, 0.64]	[0.11, 0.11]	[0.44, 0.44]	0.75	[0.25, 1.24]	[0.54, 0.98]	[0.41, 0.41]	-0.67	[0.72, 0.72]	[1.56, 1.56]	[0.88, 1.55]						
$\bar{\beta}$	1.06	[1.09, 1.10]	[0.91, 0.91]	[0.93, 1.02]	1.03	[0.93, 1.02]	[0.89, 0.92]	[0.93, 1.04]	1.08	[1.30, 1.30]	[1.23, 1.37]	[1.41, 1.89]						
$\bar{\beta}+$	1.06	[1.09, 1.10]	[0.91, 0.91]	[0.93, 1.02]	1.03	[0.93, 1.02]	[0.89, 0.92]	[1.02, 1.14]	1.41	[1.70, 1.70]	[2.50, 2.72]	[1.94, 2.46]						
$N^c(\beta+)$	12	12	12	12	12	12	12	11	10	8	11	11						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.1.14.** Mercado de Chile. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILITIES y de las acciones COLBUN y ENDESA-CH

Período	COLBUN						ENDESA-CH					
	CL - UTILITIES			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.78	[0.63, 0.63]	[0.17, 0.70]	0.99	[1.05, 1.94]	[1.42, 1.65]	0.67	[0.31, 0.62]	[0.97, 0.97]	0.67	[0.31, 0.62]	[0.28, 0.52]
2 2010	0.74	[0.30, 0.30]	[0.36, 0.36]	0.33	[-0.15, -0.15]	[0.10, 0.10]	0.85	[0.42, 0.42]	[-0.05, -0.05]	0.85	[0.42, 0.42]	[0.33, 0.33]
1 2011	0.79	[0.64, 0.64]	[1.01, 1.01]	1.20	[1.02, 1.02]	[1.09, 1.09]	0.78	[0.64, 0.64]	[1.11, 1.11]	0.78	[0.64, 0.64]	[0.64, 0.64]
2 2011	0.82	[0.73, 0.73]	[0.62, 0.70]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.40, 1.16]	0.89	[0.87, 0.87]	[0.85, 0.85]	0.89	[0.87, 0.87]	[0.43, 0.58]
1 2012	0.77	[0.74, 0.74]	[0.49, 0.49]	0.27	[0.00, 0.00]	[-0.05, -0.05]	1.17	[0.69, 0.89]	[-0.11, -0.11]	1.17	[0.69, 0.89]	[0.52, 1.03]
2 2012	0.95	[1.70, 1.70]	[1.72, 1.72]	0.11	[0.24, 0.24]	[-0.26, -0.26]	1.26	[1.58, 1.58]	[0.52, 0.52]	1.26	[1.58, 1.58]	[1.50, 1.50]
1 2013	0.89	[0.88, 0.88]	[0.74, 0.74]	1.15	[0.73, 0.73]	[1.29, 1.68]	1.07	[1.03, 1.03]	[1.07, 1.07]	1.07	[1.03, 1.03]	[1.12, 1.12]
2 2013	0.61	[0.39, 0.39]	[0.46, 0.46]	0.58	[0.53, 0.53]	[0.68, 0.68]	0.56	[0.82, 0.82]	[0.84, 0.84]	0.56	[0.82, 0.82]	[0.65, 0.65]
1 2014	0.90	[0.81, 0.81]	[0.91, 0.91]	0.67	[0.76, 0.76]	[-0.15, -0.15]	1.35	[1.21, 1.37]	[0.40, 0.40]	1.35	[1.21, 1.37]	[1.42, 1.42]
2 2014	1.19	[1.17, 1.17]	[0.43, 0.43]	1.20	[1.33, 1.33]	[1.25, 1.25]	1.57	[1.89, 1.89]	[1.21, 1.21]	1.57	[1.89, 1.89]	[0.68, 0.68]
1 2015	0.81	[0.74, 0.74]	[0.78, 0.78]	1.12	[0.10, 1.48]	[-1.07, 1.08]	0.74	[0.81, 1.00]	[0.10, 1.48]	0.74	[0.81, 1.00]	[0.55, 0.55]
2 2015	0.98	[1.06, 1.06]	[0.99, 0.99]	0.88	[0.64, 0.64]	[0.15, 0.15]	1.32	[0.72, 0.97]	[0.97, 0.97]	1.32	[0.72, 0.97]	[1.08, 1.08]
$\bar{\beta}$	<b>0.85</b>	<b>[0.82, 0.82]</b>	<b>[0.72, 0.77]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.59, 0.78]</b>	<b>[0.40, 0.70]</b>	<b>1.02</b>	<b>[0.92, 1.01]</b>	<b>[0.66, 0.77]</b>	<b>1.02</b>	<b>[0.92, 1.01]</b>	<b>[0.71, 0.83]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.85</b>	<b>[0.82, 0.82]</b>	<b>[0.72, 0.77]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.72, 0.95]</b>	<b>[0.80, 0.97]</b>	<b>1.02</b>	<b>[0.92, 1.01]</b>	<b>[0.80, 0.94]</b>	<b>1.02</b>	<b>[0.92, 1.01]</b>	<b>[0.80, 0.86]</b>
$N^*(\beta+)$	12	12	12	12	10	8	12	12	10	12	12	11

Fuente: Elaboración propia

## ANEXO 2. BRASIL

---



**Tabla A.2.1.** Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones AMBEV y MINERVA

Periodo	BR - CONSUMO						AMBEV						MINERVA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		
1 2010	0.63	[0.74, 0.82]	[0.42, 0.48]	[0.52, 0.52]	0.42	[0.63, 0.90]	[0.52, 0.57]	[0.61, 0.61]	0.59	[0.48, 2.53]	[0.64, 3.32]	[0.64, 0.64]						
2 2010	0.71	[0.64, 0.64]	[0.91, 0.91]	[0.61, 0.61]	0.41	[0.49, 0.49]	[0.42, 0.42]	[0.51, 0.51]	1.13	[1.80, 1.80]	[1.46, 1.46]	[1.46, 1.46]						
3 2010	0.26	[0.47, 0.47]	[0.07, 0.07]	[0.20, 0.20]	0.39	[-0.03, -0.03]	[0.17, 0.17]	[0.42, 0.42]	0.32	[-0.14, -0.14]	[0.61, 0.61]	[-0.16, -0.16]						
4 2010	0.63	[0.61, 0.61]	[0.81, 0.81]	[0.40, 0.40]	0.17	[-0.58, -0.58]	[-0.81, -0.81]	[-0.22, -0.22]	0.23	[0.70, 0.70]	[0.87, 0.87]	[-0.30, -0.30]						
1 2011	1.19	[0.77, 0.77]	[1.12, 1.12]	[1.45, 1.45]	1.01	[0.81, 0.81]	[1.21, 1.21]	[0.71, 0.71]	0.89	[0.85, 0.85]	[1.17, 1.17]	[0.57, 0.57]						
2 2011	0.64	[0.42, 0.42]	[0.50, 0.50]	[0.38, 0.38]	0.11	[-0.33, -0.33]	[0.17, 0.17]	[-0.48, -0.48]	0.35	[-0.26, -0.26]	[0.40, 0.40]	[0.01, 0.01]						
3 2011	0.72	[0.87, 0.87]	[0.75, 0.75]	[0.64, 0.64]	0.55	[0.86, 0.86]	[1.06, 1.06]	[0.76, 0.76]	0.60	[0.52, 0.52]	[0.36, 0.36]	[0.52, 0.52]						
4 2011	0.41	[0.56, 0.56]	[0.44, 0.44]	[0.44, 0.44]	0.03	[-0.03, 0.28]	[-0.24, 0.36]	[0.02, 0.02]	-0.09	[0.19, 0.19]	[-0.75, -0.75]	[-0.22, -0.22]						
1 2012	0.49	[0.28, 0.28]	[0.36, 0.36]	[0.68, 0.68]	0.14	[-0.63, 0.11]	[-0.49, -0.09]	[0.29, 0.29]	-0.35	[-0.95, -0.95]	[-0.81, -0.81]	[-0.36, 0.52]						
2 2012	0.76	[0.89, 0.89]	[0.87, 0.87]	[0.49, 0.49]	0.19	[0.49, 0.49]	[-0.31, -0.31]	[0.03, 0.03]	0.36	[0.93, 0.93]	[1.14, 1.14]	[-0.24, -0.24]						
3 2012	0.30	[0.52, 0.52]	[0.41, 0.41]	[0.38, 0.47]	0.09	[0.18, 0.53]	[0.24, 0.35]	[0.24, 0.35]	0.19	[0.31, 0.31]	[0.20, 0.20]	[0.71, 0.71]						
4 2012	0.30	[0.26, 0.26]	[0.47, 0.47]	[0.09, 0.09]	0.02	[0.33, 0.78]	[0.12, 0.81]	[-0.26, -0.26]	0.60	[-0.07, -0.07]	[0.53, 0.53]	[0.44, 0.44]						
1 2013	0.53	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.45, 0.45]	0.22	[1.05, 1.05]	[0.77, 0.77]	[0.34, 0.34]	-0.58	[-0.92, -0.92]	[-0.44, -0.44]	[-1.10, -1.10]						
2 2013	0.78	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	[0.67, 0.67]	0.58	[0.32, 0.53]	[0.47, 0.47]	[0.72, 0.72]	0.00	[0.58, 0.58]	[0.61, 0.61]	[0.39, 0.39]						
3 2013	0.20	[-0.01, -0.01]	[0.08, 0.08]	[0.31, 0.31]	-0.30	[-0.72, -0.72]	[-0.54, -0.54]	[-0.04, -0.04]	0.71	[0.63, 0.63]	[1.13, 1.13]	[0.65, 0.65]						
4 2013	0.39	[0.44, 0.44]	[0.44, 0.44]	[0.39, 0.39]	0.49	[0.04, 0.04]	[-0.24, -0.24]	[0.40, 0.40]	0.41	[0.84, 0.84]	[-0.37, -0.37]	[0.01, 0.01]						
1 2014	0.54	[0.47, 0.47]	[0.17, 0.17]	[0.69, 0.69]	0.38	[0.03, 0.03]	[0.96, 0.96]	[0.39, 0.39]	0.38	[0.91, 0.91]	[0.76, 0.76]	[0.42, 0.42]						
2 2014	0.64	[0.76, 0.76]	[0.50, 0.50]	[0.26, 0.26]	0.12	[-0.52, -0.14]	[-0.64, -0.43]	[0.21, 0.21]	0.55	[0.55, 0.55]	[0.73, 0.73]	[0.72, 0.72]						
3 2014	0.69	[0.69, 0.69]	[0.52, 0.52]	[0.59, 0.59]	0.77	[1.15, 1.15]	[0.89, 0.89]	[0.70, 0.70]	0.51	[0.40, 0.57]	[0.79, 0.79]	[0.24, 0.24]						
4 2014	0.77	[0.84, 1.08]	[0.99, 1.05]	[0.40, 0.40]	0.68	[0.70, 0.70]	[0.39, 0.39]	[0.39, 0.59]	0.72	[0.86, 1.01]	[0.50, 0.50]	[0.50, 0.67]						
1 2015	0.39	[0.23, 0.23]	[0.48, 0.48]	[0.24, 0.44]	0.27	[-0.01, -0.01]	[0.26, 0.26]	[0.24, 0.39]	1.02	[1.30, 1.30]	[0.72, 0.72]	[0.86, 0.86]						
2 2015	0.62	[0.56, 0.56]	[0.53, 0.53]	[0.55, 0.55]	0.61	[0.48, 0.48]	[0.37, 0.37]	[0.79, 0.85]	-0.12	[-1.20, -1.20]	[-0.39, -0.39]	[0.13, 0.13]						
3 2015	0.68	[0.66, 0.66]	[0.67, 0.67]	[0.49, 0.49]	0.66	[0.56, 0.56]	[0.28, 0.28]	[0.19, 0.19]	1.39	[1.13, 1.13]	[1.28, 1.28]	[1.28, 1.28]						
4 2015	0.64	[0.58, 0.58]	[0.87, 0.87]	[0.48, 0.48]	0.52	[0.28, 0.35]	[0.35, 0.35]	[0.66, 0.66]	0.08	[-0.19, -0.19]	[-0.39, -0.39]	[0.28, 0.28]						
$\bar{\beta}$	<b>0.58</b>	<b>[0.56, 0.58]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.49, 0.50]</b>	<b>0.36</b>	<b>[0.23, 0.35]</b>	<b>[0.22, 0.31]</b>	<b>[0.32, 0.34]</b>	<b>0.41</b>	<b>[0.38, 0.48]</b>	<b>[0.45, 0.56]</b>	<b>[0.31, 0.35]</b>						
$\bar{\beta}+$	<b>0.58</b>	<b>[0.59, 0.60]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.49, 0.50]</b>	<b>0.38</b>	<b>[0.52, 0.61]</b>	<b>[0.51, 0.56]</b>	<b>[0.43, 0.46]</b>	<b>0.55</b>	<b>[0.76, 0.90]</b>	<b>[0.77, 0.92]</b>	<b>[0.55, 0.56]</b>						
$N^\circ(\beta+)$	24	23	24	24	23	16	17	20	20	17	18	18						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.2.2.** Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGÍA y de las acciones CPFL ENERGÍA y ELECTROBRAS

Periodo	BR - ENERGÍA						CPFL ENERGÍA						ELETROBRAS					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$			
1 2010	0.34	[0.20, 0.36]	[0.41, 0.41]	[0.41, 0.41]	[0.41, 0.41]	0.51	[0.75, 0.75]	[0.61, 0.61]	[0.53, 0.61]	1.61	[4.55, 4.55]	[3.92, 3.92]	[0.93, 0.93]					
2 2010	0.54	[0.63, 0.63]	[0.56, 0.56]	[0.69, 0.69]	[0.69, 0.69]	-0.15	[-0.11, -0.11]	[-0.07, -0.07]	[-0.05, -0.05]	1.16	[1.64, 1.64]	[1.23, 1.23]	[1.55, 1.55]					
3 2010	0.40	[0.22, 0.22]	[0.51, 0.51]	[0.15, 0.15]	[0.15, 0.15]	0.16	[0.26, 0.26]	[-0.14, -0.14]	[0.42, 0.42]	0.76	[0.28, 0.64]	[0.05, 0.05]	[0.33, 0.33]					
4 2010	0.59	[0.54, 0.54]	[0.19, 0.19]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	0.34	[0.55, 0.61]	[0.35, 0.35]	[0.00, 0.00]	1.83	[1.79, 1.79]	[1.43, 1.43]	[1.53, 1.53]					
1 2011	0.74	[0.75, 0.75]	[0.66, 0.66]	[0.67, 0.67]	[0.67, 0.67]	0.95	[1.19, 1.19]	[0.54, 0.54]	[0.68, 0.68]	0.73	[1.07, 1.07]	[0.90, 0.90]	[0.24, 0.24]					
2 2011	0.10	[0.12, 0.12]	[0.24, 0.24]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	-0.15	[-0.23, -0.23]	[0.27, 0.27]	[-0.39, -0.39]	0.54	[0.41, 0.41]	[0.81, 0.81]	[1.16, 1.16]					
3 2011	0.47	[0.43, 0.43]	[0.52, 0.52]	[0.35, 0.35]	[0.35, 0.35]	0.33	[0.33, 0.33]	[0.56, 0.56]	[0.01, 0.01]	0.77	[1.39, 1.39]	[0.67, 0.67]	[0.38, 0.38]					
4 2011	0.30	[0.35, 0.35]	[0.17, 0.17]	[0.30, 0.30]	[0.30, 0.30]	0.04	[0.12, 0.12]	[0.03, 0.03]	[0.01, 0.01]	0.70	[0.74, 0.74]	[1.05, 1.05]	[0.64, 0.64]					
1 2012	-0.03	[0.01, 0.01]	[0.07, 0.07]	[0.07, 0.07]	[0.07, 0.07]	0.09	[0.12, 0.12]	[0.05, 0.05]	[0.21, 0.21]	0.15	[0.57, 0.64]	[-0.39, -0.39]	[0.73, 0.73]					
2 2012	0.53	[0.25, 0.25]	[0.27, 0.27]	[0.55, 0.55]	[0.55, 0.55]	0.52	[0.70, 0.70]	[1.01, 1.01]	[0.87, 0.87]	0.51	[0.47, 0.47]	[1.26, 1.26]	[0.55, 0.55]					
3 2012	-0.12	[-0.34, 0.28]	[-0.37, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	0.74	[1.16, 1.16]	[0.91, 0.91]	[0.22, 0.22]	0.48	[0.71, 0.71]	[0.72, 0.72]	[-0.13, 0.71]					
4 2012	0.50	[0.61, 0.61]	[0.30, 0.30]	[0.99, 0.99]	[0.99, 0.99]	0.31	[1.01, 1.01]	[0.81, 0.81]	[-0.10, -0.10]	-1.14	[-2.68, -2.68]	[-2.71, -2.71]	[-0.08, -0.08]					
1 2013	1.01	[0.69, 1.11]	[0.88, 1.05]	[1.16, 1.16]	[1.16, 1.16]	1.16	[0.91, 0.91]	[1.36, 1.36]	[1.13, 1.13]	3.45	[3.42, 3.42]	[2.85, 2.85]	[2.69, 2.69]					
2 2013	1.08	[1.02, 1.02]	[1.19, 1.19]	[0.56, 0.56]	[0.56, 0.56]	1.39	[2.07, 2.07]	[1.73, 1.73]	[1.85, 1.85]	1.97	[2.00, 3.50]	[2.34, 3.13]	[3.00, 3.00]					
3 2013	0.54	[0.16, 0.64]	[0.16, 0.33]	[0.34, 0.60]	[0.34, 0.60]	0.25	[0.41, 0.41]	[-0.26, -0.26]	[-0.10, 0.21]	1.22	[0.92, 0.92]	[0.07, 0.37]	[1.41, 1.41]					
4 2013	0.85	[0.93, 0.93]	[1.08, 1.08]	[0.91, 1.02]	[0.91, 1.02]	0.78	[0.57, 0.79]	[0.62, 0.86]	[0.86, 0.86]	1.53	[1.79, 1.79]	[2.58, 2.58]	[1.06, 1.06]					
1 2014	0.87	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.67, 1.03]	[0.67, 1.03]	0.60	[0.60, 0.60]	[0.41, 0.41]	[-0.17, -0.17]	2.03	[1.58, 1.58]	[1.48, 1.48]	[2.21, 2.21]					
2 2014	0.60	[0.12, 0.12]	[-0.26, -0.26]	[0.30, 0.30]	[0.30, 0.30]	0.70	[0.27, 1.01]	[0.38, 1.13]	[0.38, 0.82]	1.52	[1.95, 2.67]	[0.31, 2.80]	[0.46, 0.46]					
3 2014	0.81	[0.61, 0.61]	[0.61, 0.61]	[0.81, 0.81]	[0.81, 0.81]	1.05	[1.27, 1.63]	[1.09, 1.65]	[1.28, 1.28]	1.52	[1.52, 1.52]	[1.63, 1.63]	[1.49, 1.49]					
4 2014	0.64	[0.62, 0.62]	[0.54, 0.54]	[0.50, 0.50]	[0.50, 0.50]	0.93	[1.03, 1.03]	[0.91, 0.91]	[0.81, 0.81]	1.23	[1.22, 1.22]	[1.12, 1.12]	[1.22, 1.22]					
1 2015	0.71	[0.94, 0.94]	[0.90, 0.90]	[0.58, 0.64]	[0.58, 0.64]	0.86	[1.18, 1.18]	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	0.90	[1.15, 1.15]	[0.98, 1.05]	[0.55, 0.55]					
2 2015	0.65	[0.99, 0.99]	[1.03, 1.03]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	0.93	[0.81, 0.97]	[0.93, 1.37]	[1.04, 1.04]	2.07	[2.75, 2.75]	[1.35, 1.35]	[2.23, 2.23]					
3 2015	0.78	[0.54, 0.54]	[0.55, 0.55]	[0.87, 0.87]	[0.87, 0.87]	0.63	[0.47, 0.47]	[0.45, 0.45]	[1.02, 1.02]	1.29	[1.05, 1.38]	[2.15, 2.15]	[1.39, 1.39]					
4 2015	0.57	[0.39, 0.64]	[0.79, 0.79]	[0.44, 0.44]	[0.44, 0.44]	0.66	[0.67, 0.67]	[1.17, 1.17]	[0.88, 0.88]	1.34	[1.28, 1.28]	[1.26, 1.26]	[1.00, 1.00]					
$\bar{\beta}$	<b>0.56</b>	<b>[0.47, 0.55]</b>	<b>[0.48, 0.52]</b>	<b>[0.53, 0.56]</b>	<b>[0.53, 0.56]</b>	<b>0.57</b>	<b>[0.67, 0.74]</b>	<b>[0.60, 0.68]</b>	<b>[0.50, 0.54]</b>	<b>1.17</b>	<b>[1.32, 1.44]</b>	<b>[1.13, 1.28]</b>	<b>[1.10, 1.14]</b>					
$\bar{\beta}+$	<b>0.62</b>	<b>[0.51, 0.57]</b>	<b>[0.56, 0.57]</b>	<b>[0.53, 0.56]</b>	<b>[0.53, 0.56]</b>	<b>0.63</b>	<b>[0.75, 0.82]</b>	<b>[0.71, 0.80]</b>	<b>[0.68, 0.70]</b>	<b>1.27</b>	<b>[1.49, 1.62]</b>	<b>[1.37, 1.54]</b>	<b>[1.22, 1.22]</b>					
$N^\circ(\beta+)$	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>22</b>	<b>22</b>	<b>21</b>	<b>19</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>22</b>	<b>22</b>					

Fuente: Elaboración propia

Tabla A.2.3. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones BRADESCO y BRASIL

Período	BR - FINANCIERO						BRADESCO						BRASIL					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		
1 2010	0.96	[0.94, 0.94]	[0.77, 1.10]	[0.77, 1.10]	0.75	[0.75, 0.75]	[0.81, 0.81]	[1.14, 1.14]	0.74	[0.61, 1.12]	[0.78, 0.80]	[0.78, 1.57]						
2 2010	0.70	[0.81, 0.81]	[0.77, 1.10]	[0.77, 1.10]	0.31	[0.34, 0.34]	[0.40, 0.40]	[0.21, 0.21]	0.51	[0.57, 0.57]	[1.08, 1.08]	[0.69, 0.69]						
3 2010	1.01	[1.14, 1.45]	[0.92, 0.92]	[0.92, 0.92]	1.17	[1.29, 1.29]	[1.02, 1.26]	[0.92, 0.92]	1.01	[1.35, 1.35]	[0.94, 0.94]	[0.87, 0.97]						
4 2010	0.92	[0.80, 1.07]	[1.24, 1.24]	[1.24, 1.24]	0.57	[0.25, 0.48]	[0.59, 0.90]	[0.59, 0.59]	1.15	[1.03, 1.03]	[1.47, 1.47]	[0.66, 0.66]						
1 2011	1.47	[1.31, 1.31]	[0.68, 0.68]	[0.68, 0.68]	1.41	[1.24, 2.43]	[1.90, 2.24]	[1.12, 1.12]	1.58	[1.53, 1.53]	[1.35, 1.35]	[1.80, 1.80]						
2 2011	0.86	[0.58, 0.58]	[0.56, 0.56]	[0.56, 0.56]	0.83	[0.59, 0.59]	[0.66, 0.66]	[0.49, 0.49]	1.13	[1.38, 1.38]	[0.02, 0.02]	[0.80, 0.80]						
3 2011	1.01	[1.16, 1.16]	[0.82, 0.82]	[0.82, 0.82]	0.90	[0.80, 0.80]	[1.10, 1.10]	[0.51, 0.51]	1.13	[1.07, 1.07]	[0.84, 0.84]	[0.99, 0.99]						
4 2011	0.90	[0.72, 1.30]	[0.63, 0.63]	[0.63, 0.63]	1.01	[0.80, 1.08]	[0.72, 1.10]	[0.72, 0.72]	1.06	[1.05, 1.05]	[0.72, 1.04]	[0.71, 0.71]						
1 2012	0.77	[0.88, 0.91]	[0.54, 0.61]	[0.54, 0.61]	0.60	[0.00, 0.77]	[-0.15, 0.61]	[0.75, 0.75]	1.24	[0.89, 0.89]	[1.12, 1.71]	[1.12, 1.12]						
2 2012	0.85	[1.20, 1.20]	[0.65, 0.65]	[0.65, 0.65]	0.78	[1.02, 1.02]	[1.24, 1.24]	[0.58, 0.58]	0.69	[1.05, 1.05]	[1.36, 1.36]	[0.77, 0.77]						
3 2012	1.2	[1.37, 1.37]	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]	0.94	[1.25, 1.25]	[0.97, 0.97]	[0.26, 0.77]	1.30	[1.11, 1.11]	[1.35, 1.35]	[1.17, 1.17]						
4 2012	0.82	[0.79, 0.79]	[0.46, 0.46]	[0.46, 0.46]	0.75	[0.50, 0.50]	[-0.33, -0.33]	[1.57, 1.85]	1.50	[1.98, 2.13]	[1.95, 1.95]	[1.10, 1.10]						
1 2013	1.09	[1.30, 1.30]	[0.67, 0.67]	[0.67, 0.67]	1.23	[0.83, 0.83]	[1.28, 1.28]	[0.92, 0.92]	0.59	[-0.47, -0.47]	[-0.70, -0.70]	[0.86, 0.86]						
2 2013	0.91	[0.70, 0.70]	[1.13, 1.13]	[1.13, 1.13]	0.62	[0.14, 0.14]	[0.42, 0.42]	[1.41, 1.41]	1.19	[0.49, 0.49]	[1.34, 1.34]	[1.42, 1.42]						
3 2013	0.40	[0.63, 0.63]	[0.55, 0.55]	[0.55, 0.55]	0.41	[0.68, 0.68]	[0.41, 0.41]	[-0.01, -0.01]	0.38	[0.62, 0.62]	[0.60, 0.60]	[0.60, 0.60]						
4 2013	1.08	[1.26, 1.26]	[0.82, 0.82]	[0.82, 0.82]	1.22	[1.38, 1.38]	[1.09, 1.09]	[1.28, 1.28]	1.04	[1.38, 1.38]	[0.42, 0.42]	[-0.06, 0.31]						
1 2014	1.11	[1.17, 1.17]	[1.38, 1.38]	[1.38, 1.38]	1.45	[1.28, 1.67]	[1.29, 1.76]	[1.14, 1.14]	1.70	[1.24, 1.24]	[2.14, 2.14]	[1.39, 1.39]						
2 2014	1.07	[1.03, 1.06]	[1.01, 1.10]	[1.01, 1.10]	1.32	[1.04, 1.04]	[0.72, 0.72]	[0.86, 0.86]	1.49	[1.10, 1.10]	[0.94, 0.94]	[1.02, 1.61]						
3 2014	1.16	[1.41, 1.41]	[1.04, 1.04]	[1.04, 1.04]	1.13	[1.27, 1.27]	[1.34, 1.34]	[1.29, 1.29]	2.11	[2.27, 2.27]	[2.37, 2.37]	[2.09, 2.09]						
4 2014	1.29	[1.27, 1.27]	[1.01, 1.01]	[1.01, 1.01]	1.44	[1.44, 1.44]	[1.20, 1.20]	[1.01, 1.01]	2.32	[2.27, 2.27]	[1.70, 1.70]	[1.56, 1.83]						
1 2015	1.16	[1.07, 1.12]	[1.16, 1.16]	[1.16, 1.16]	1.20	[1.15, 1.15]	[1.24, 1.24]	[1.18, 1.18]	1.95	[2.32, 2.32]	[2.13, 2.13]	[1.70, 1.70]						
2 2015	1.19	[1.15, 1.15]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	1.30	[1.05, 1.19]	[1.00, 1.03]	[1.08, 1.11]	1.87	[2.47, 2.47]	[0.83, 0.83]	[0.89, 0.89]						
3 2015	1.09	[0.77, 0.77]	[1.41, 1.41]	[1.41, 1.41]	1.34	[1.44, 1.44]	[1.59, 1.59]	[1.27, 1.27]	1.48	[1.68, 1.68]	[1.73, 1.73]	[1.49, 1.49]						
4 2015	1.33	[1.47, 1.47]	[0.85, 1.33]	[0.85, 1.33]	1.41	[1.60, 1.60]	[0.67, 1.75]	[1.46, 1.46]	2.21	[2.40, 2.40]	[0.72, 2.78]	[2.78, 2.78]						
$\bar{\beta}$	1.01	[1.04, 1.09]	[0.91, 0.97]	[0.82, 0.87]	1.00	[0.92, 1.05]	[0.88, 1.03]	[0.91, 0.94]	1.31	[1.31, 1.34]	[1.13, 1.26]	[1.13, 1.22]						
$\bar{\beta}+$	1.01	[1.04, 1.09]	[0.91, 0.97]	[0.82, 0.87]	1.00	[0.96, 1.06]	[0.98, 1.11]	[0.95, 0.98]	1.31	[1.39, 1.41]	[1.21, 1.34]	[1.19, 1.26]						
$N^*(\beta+)$	24	24	22	22	24	23	22	23	24	23	23	23						

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.2.4.** Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES BÁSICOS y de las acciones VALE y USIMINAS

Periodo	BR - MATERIALES BÁSICOS												VALE												USIMINAS											
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				Regresión Borrosa - Modelo Tanaka															
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$																
1 2010	1.18	[1.25, 1.25]			1.32	[1.42, 1.42]	[1.44, 1.62]	[1.31, 1.31]	0.94	[0.33, 1.25]	[0.25, 1.19]	[1.64, 1.64]																								
2 2010	1.24	[1.50, 1.50]			1.00	[1.04, 1.04]	[1.04, 1.80]	[1.11, 1.11]	1.22	[1.45, 1.45]	[1.38, 1.38]	[1.32, 1.32]																								
3 2010	1.66	[1.58, 1.58]			1.76	[1.83, 1.83]	[1.67, 1.67]	[2.19, 2.19]	2.44	[2.23, 2.23]	[0.90, 0.90]	[1.92, 2.03]																								
4 2010	0.67	[0.77, 0.77]			0.47	[0.64, 0.64]	[0.48, 0.48]	[0.39, 0.39]	0.35	[0.50, 0.50]	[0.84, 0.84]	[0.24, 0.24]																								
1 2011	1.06	[1.23, 1.23]			0.89	[1.24, 1.24]	[1.32, 1.32]	[1.24, 1.24]	-0.42	[-0.18, -0.18]	[-2.12, -2.12]	[-0.57, -0.57]																								
2 2011	1.37	[1.23, 1.23]			1.30	[1.25, 1.25]	[1.41, 1.41]	[0.79, 0.79]	1.54	[1.35, 1.35]	[1.71, 1.71]	[1.02, 1.02]																								
3 2011	1.08	[1.09, 1.09]	[1.07, 1.07]	[1.12, 1.12]	0.97	[1.07, 1.07]	[0.72, 0.72]	[1.11, 1.11]	0.53	[1.40, 1.40]	[2.53, 2.53]	[0.79, 0.79]																								
4 2011	1.17	[1.12, 1.26]	[1.20, 1.37]	[1.07, 1.07]	1.10	[1.05, 1.14]	[0.98, 0.98]	[0.92, 1.13]	1.07	[0.88, 0.92]	[0.75, 0.95]	[0.75, 0.83]																								
1 2012	1.18	[0.82, 0.82]	[0.41, 0.41]	[0.77, 0.77]	0.99	[0.59, 0.59]	[0.66, 0.80]	[0.80, 0.80]	-0.12	[0.31, 0.31]	[-0.22, -0.22]	[-0.48, -0.48]																								
2 2012	1.08	[0.59, 0.59]	[1.49, 1.49]	[1.45, 1.45]	0.74	[0.06, 0.06]	[0.71, 0.71]	[0.98, 0.98]	2.70	[2.98, 2.98]	[3.43, 3.43]	[3.23, 3.23]																								
3 2012	1.59	[0.97, 1.74]	[0.27, 2.41]	[1.34, 1.34]	1.17	[1.05, 1.50]	[0.12, 2.10]	[0.59, 0.59]	2.67	[2.05, 2.05]	[0.94, 1.88]	[2.86, 2.86]																								
4 2012	1.19	[0.85, 1.27]	[0.65, 0.65]	[0.74, 0.74]	1.19	[0.88, 1.86]	[0.76, 1.70]	[0.70, 0.70]	0.96	[-0.31, 0.28]	[-0.33, -0.33]	[-0.33, -0.33]																								
1 2013	0.96	[0.95, 0.95]	[1.06, 1.06]	[1.06, 1.06]	0.64	[1.17, 1.17]	[0.84, 0.84]	[1.52, 1.52]	1.79	[1.05, 1.05]	[1.36, 1.36]	[1.47, 1.47]																								
2 2013	0.34	[0.15, 0.15]	[0.38, 0.38]	[0.26, 0.26]	0.20	[0.38, 0.38]	[1.00, 1.00]	[0.91, 0.91]	0.43	[0.34, 1.11]	[0.64, 1.53]	[-0.60, -0.60]																								
3 2013	0.53	[0.69, 0.93]	[0.59, 0.59]	[0.43, 0.81]	0.89	[0.95, 1.65]	[1.11, 1.30]	[0.94, 0.94]	1.18	[0.59, 1.62]	[1.29, 1.57]	[1.36, 1.36]																								
4 2013	0.43	[0.57, 0.57]	[0.44, 0.44]	[0.44, 0.44]	0.38	[0.27, 0.27]	[0.50, 0.50]	[0.37, 0.37]	0.18	[0.06, 0.79]	[0.17, 1.24]	[0.47, 0.47]																								
1 2014	0.80	[0.76, 0.76]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	0.99	[1.10, 1.10]	[1.15, 1.15]	[1.36, 1.36]	1.16	[1.08, 1.08]	[0.89, 0.89]	[1.53, 1.53]																								
2 2014	0.73	[0.42, 0.42]	[-0.14-0.14]	[0.55, 0.55]	0.70	[0.51, 0.70]	[0.59, 0.92]	[0.45, 0.45]	0.74	[0.34, 0.34]	[-0.16, -0.16]	[0.86, 0.86]																								
3 2014	0.23	[0.39, 0.39]	[0.40, 0.40]	[0.40, 0.40]	-0.04	[-0.41, -0.41]	[-0.20, -0.20]	[0.21, 0.21]	0.36	[1.54, 1.54]	[0.59, 0.59]	[1.21, 1.21]																								
4 2014	0.30	[0.60, 0.60]	[0.14, 0.14]	[0.45, 0.45]	0.50	[0.36, 0.36]	[-0.08, -0.08]	[0.80, 0.80]	-0.34	[0.80, 0.80]	[0.20, 0.20]	[-1.70, -1.70]																								
1 2015	0.58	[0.68, 0.68]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	1.76	[1.75, 1.75]	[1.68, 2.15]	[2.28, 2.28]	1.31	[0.60, 0.60]	[5.59, 5.59]	[4.01, 4.01]																								
2 2015	0.60	[0.27, 1.23]	[0.21, 0.60]	[1.05, 1.05]	1.65	[0.78, 3.55]	[0.88, 3.48]	[3.55, 3.55]	-0.74	[-1.14, -1.14]	[-1.63, -1.63]	[-1.00, -1.00]																								
3 2015	0.52	[1.31, 1.31]	[0.80, 0.80]	[0.09, 0.09]	1.26	[0.83, 0.83]	[0.90, 0.90]	[1.05, 1.05]	1.31	[0.13, 0.13]	[0.96, 0.96]	[1.89, 1.89]																								
4 2015	0.33	[0.33, 0.33]	[0.51, 0.51]	[0.65, 0.65]	1.21	[1.41, 1.41]	[0.57, 1.86]	[0.81, 0.81]	1.25	[1.14, 1.14]	[1.16, 1.16]	[1.60, 1.60]																								
$\bar{\beta}$	<b>0.87</b>	<b>[0.84, 0.94]</b>	<b>[0.62, 0.77]</b>	<b>[0.75, 0.77]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.88, 1.10]</b>	<b>[0.84, 1.21]</b>	<b>[1.10, 1.11]</b>	<b>0.94</b>	<b>[0.81, 0.98]</b>	<b>[0.88, 1.06]</b>	<b>[0.98, 0.99]</b>																								
$\bar{\beta}^+$	<b>0.87</b>	<b>[0.84, 0.94]</b>	<b>[0.66, 0.82]</b>	<b>[0.75, 0.77]</b>	<b>1.00</b>	<b>[0.94, 1.16]</b>	<b>[0.93, 1.34]</b>	<b>[1.10, 1.11]</b>	<b>1.21</b>	<b>[1.01, 1.17]</b>	<b>[1.34, 1.57]</b>	<b>[1.57, 1.58]</b>																								
$N^{\circ}(\beta^+)$	24	24	17	18	23	23	22	24	20	21	19	18																								

Fuente: *Elaboración propia*

Tabla A.2.5. Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INMOBILIARIO y de las acciones GAFISA y CYRELA REALTY

Período	BR - INMOBILIARIO						GAFISA						CYRELA REALTY					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$			
1 2010	0.81	[0.37, 1.32]	[0.39, 1.55]	[0.94, 1.13]	1.12	[-0.09, 2.08]	[0.97, 2.11]	[0.40, 0.40]	1.15	[0.63, 1.16]	[1.05, 1.05]	[1.52, 1.52]						
2 2010	0.85	[0.65, 0.65]	[1.12, 1.35]	[1.12, 1.12]	0.69	[0.50, 0.64]	[0.78, 0.78]	[0.70, 0.70]	0.74	[0.75, 0.75]	[1.13, 1.13]	[0.85, 1.01]						
3 2010	0.69	[0.19, 0.19]	[-0.08, -0.08]	[0.35, 0.35]	1.14	[1.59, 1.59]	[0.80, 0.80]	[0.63, 2.17]	1.28	[1.17, 1.17]	[-0.17, -0.17]	[0.78, 0.78]						
4 2010	1.9	[1.60, 1.60]	[1.55, 1.55]	[1.62, 1.62]	2.21	[2.04, 2.04]	[1.50, 1.50]	[1.58, 1.58]	1.94	[1.39, 1.39]	[1.74, 1.74]	[1.67, 1.67]						
1 2011	1.03	[1.02, 1.02]	[1.25, 1.25]	[1.13, 1.13]	1.15	[0.75, 0.75]	[0.90, 0.90]	[1.05, 1.05]	0.84	[0.45, 0.45]	[0.86, 0.86]	[0.99, 0.99]						
2 2011	0.81	[0.36, 0.36]	[0.55, 0.55]	[1.15, 1.15]	1.48	[1.45, 1.45]	[1.64, 1.64]	[2.14, 2.14]	1.41	[1.49, 1.49]	[1.76, 1.76]	[1.39, 1.39]						
3 2011	1.34	[1.51, 1.51]	[1.55, 1.55]	[1.01, 1.01]	1.50	[1.93, 1.93]	[1.20, 1.20]	[1.31, 1.31]	1.40	[1.25, 1.25]	[1.37, 1.37]	[1.22, 1.22]						
4 2011	0.92	[0.85, 0.85]	[0.77, 0.77]	[0.77, 0.77]	1.36	[1.21, 1.21]	[1.01, 1.01]	[1.91, 1.91]	1.52	[1.54, 1.54]	[1.25, 1.25]	[1.05, 1.05]						
1 2012	1.22	[1.13, 1.13]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	1.76	[1.74, 2.02]	[0.82, 2.65]	[0.82, 0.82]	1.77	[2.20, 2.20]	[0.08, 0.08]	[0.71, 1.17]						
2 2012	1.54	[2.06, 2.06]	[1.19, 1.19]	[1.19, 1.19]	2.89	[3.39, 3.39]	[4.58, 4.58]	[1.55, 1.55]	1.13	[1.74, 1.74]	[1.24, 1.24]	[1.48, 1.48]						
3 2012	0.22	[0.61, 0.61]	[0.72, 0.72]	[0.23, 0.23]	1.68	[2.97, 2.97]	[0.62, 4.49]	[0.22, 0.22]	0.78	[0.84, 0.84]	[1.14, 1.14]	[0.68, 0.68]						
4 2012	1.01	[0.80, 1.41]	[1.11, 1.12]	[0.27, 0.27]	1.93	[3.16, 3.16]	[2.70, 2.71]	[2.11, 2.11]	1.56	[0.25, 1.35]	[0.34, 0.82]	[1.76, 1.76]						
1 2013	0.68	[0.49, 0.67]	[0.79, 0.79]	[0.56, 0.56]	1.26	[2.05, 2.05]	[1.74, 1.74]	[2.00, 2.23]	0.43	[0.66, 0.66]	[0.85, 0.85]	[0.68, 0.68]						
2 2013	0.96	[1.01, 1.01]	[0.92, 0.92]	[1.02, 1.02]	1.66	[1.69, 1.69]	[3.00, 3.00]	[1.83, 1.83]	1.02	[1.32, 1.32]	[0.97, 0.97]	[1.10, 1.10]						
3 2013	0.75	[0.83, 0.83]	[0.42, 0.42]	[0.61, 0.61]	1.81	[1.92, 1.92]	[2.52, 2.52]	[1.71, 1.71]	0.52	[-0.38, 1.09]	[-0.35, 0.58]	[0.08, 0.08]						
4 2013	1.11	[1.04, 1.82]	[1.39, 1.68]	[0.79, 1.68]	0.59	[1.08, 1.38]	[1.08, 1.38]	[1.38, 1.38]	0.77	[0.62, 0.62]	[0.98, 0.98]	[0.98, 0.98]						
1 2014	0.84	[0.76, 0.76]	[0.51, 0.51]	[0.69, 0.71]	1.29	[-0.09, -0.09]	[-0.82, -0.82]	[0.34, 0.34]	0.80	[0.93, 0.93]	[0.44, 0.44]	[0.66, 0.75]						
2 2014	0.54	[0.66, 0.66]	[0.29, 0.97]	[0.29, 0.60]	0.79	[1.55, 1.55]	[0.84, 2.27]	[1.27, 1.27]	0.36	[0.35, 0.35]	[0.32, 0.32]	[0.31, 0.68]						
3 2014	1.15	[1.38, 1.38]	[1.44, 1.44]	[1.26, 1.26]	1.22	[1.14, 1.14]	[0.86, 0.86]	[1.12, 1.12]	1.03	[0.74, 1.26]	[0.86, 1.23]	[0.90, 0.90]						
4 2014	1.09	[1.35, 1.35]	[0.92, 0.92]	[1.10, 1.10]	1.58	[1.38, 1.38]	[0.75, 1.06]	[0.75, 1.06]	0.84	[0.51, 0.51]	[1.14, 1.14]	[0.73, 0.73]						
1 2015	1.09	[1.39, 1.39]	[1.03, 1.03]	[0.60, 0.72]	0.77	[1.28, 1.28]	[1.68, 1.68]	[1.82, 1.82]	0.96	[0.87, 1.08]	[0.61, 0.63]	[0.61, 0.61]						
2 2015	0.86	[0.82, 0.82]	[0.66, 0.66]	[0.90, 0.90]	1.35	[0.24, 0.24]	[2.44, 2.44]	[2.31, 2.31]	0.47	[0.41, 0.41]	[0.13, 0.13]	[0.83, 0.83]						
3 2015	0.99	[1.17, 1.17]	[1.24, 1.24]	[0.95, 0.95]	1.19	[1.86, 1.86]	[1.17, 1.17]	[0.97, 0.97]	1.21	[1.77, 1.77]	[1.08, 1.08]	[1.37, 1.37]						
4 2015	0.75	[0.62, 0.62]	[0.61, 0.85]	[1.24, 1.24]	1.52	[1.28, 1.49]	[-0.02, 1.99]	[0.88, 0.88]	0.68	[-0.15, 0.90]	[0.42, 0.70]	[1.21, 1.21]						
$\bar{\beta}$	0.96	[0.94, 1.05]	[0.88, 0.98]	[0.85, 0.92]	1.41	[1.50, 1.63]	[1.36, 1.82]	[1.28, 1.37]	1.03	[0.89, 1.09]	[0.80, 0.89]	[0.98, 1.03]						
$\bar{\beta}+$	0.96	[0.94, 1.05]	[0.92, 1.03]	[0.85, 0.92]	1.41	[1.65, 1.69]	[1.53, 1.93]	[1.28, 1.37]	1.03	[0.99, 1.10]	[0.90, 0.95]	[0.98, 1.03]						
$N^\circ(\beta^+)$	24	24	23	24	24	22	22	24	24	22	22	24						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.2.6.** Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILIDAD PÚBLICA y de las acciones ENERGIAS BR y AES TIETE

Periodo	BR – UTILIDAD PÚBLICA						ENERGIAS BR						AES TIETE					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.45	[0.66, 0.66]		0.47	[0.31, 0.31]	[0.61, 0.61]	0.41	[0.41, 1.05]	0.24	[0.84, 0.84]	[0.75, 0.75]	0.41	[0.41, 0.41]					
2 2010	0.48	[0.35, 0.35]		0.33	[0.52, 0.52]	[-0.12, -0.12]	[-0.22, -0.22]	0.34	[0.07, 0.07]			0.24	[0.24, 0.24]					
3 2010	0.44	[0.09, 0.09]		0.42	[-0.28, -0.28]	[-0.35, -0.35]	[0.49, 0.49]	0.42	[0.73, 0.73]			0.14	[-0.14, -0.14]					
4 2010	0.87	[0.80, 0.80]		-0.12	[-0.30, 0.44]	[0.26, 0.57]	[0.57, 0.57]	0.84	[0.77, 0.77]			0.52	[0.52, 0.52]					
1 2011	1.00	[0.92, 0.92]		0.80	[0.98, 0.98]	[0.65, 0.65]	[1.18, 1.18]	0.26	[-0.06, -0.06]			0.25	[0.25, 0.25]					
2 2011	0.13	[0.05, 0.05]		-0.12	[-0.20, -0.20]	[-0.23, -0.23]	[0.70, 0.70]	0.64	[1.38, 1.38]			0.86	[0.86, 0.86]					
3 2011	0.45	[0.33, 0.33]		0.42	[0.26, 0.26]	[0.15, 0.15]	[0.47, 0.47]	0.35	[0.62, 0.62]			0.52	[0.52, 0.52]					
4 2011	0.28	[0.28, 0.28]		-0.01	[0.08, 0.08]	[-0.06, -0.06]	[0.00, 0.00]	0.04	[0.27, 0.27]			-0.16	[-0.16, -0.16]					
1 2012	0.04	[-0.06, -0.06]		0.06	[0.04, 0.79]	[0.19, 0.19]	[0.19, 0.80]	-0.32	[-0.13, -0.13]			-0.21	[-0.21, -0.21]					
2 2012	0.56	[0.29, 0.29]		0.64	[1.46, 1.46]	[0.99, 0.99]	[0.37, 0.37]	-0.14	[-0.11, -0.11]			-0.12	[-0.12, -0.12]					
3 2012	-0.23	[-0.59, 0.50]		0.17	[0.09, 0.29]	[0.36, 0.36]	[0.99, 0.99]	-0.25	[-1.06, 0.74]			1.00	[1.00, 1.00]					
4 2012	0.55	[1.08, 1.08]		0.55	[0.47, 0.47]	[-0.03, 0.28]	[0.79, 1.21]	-0.86	[-1.08, -1.08]			-1.21	[-1.21, -1.21]					
1 2013	1.02	[0.87, 0.87]		0.56	[0.28, 0.28]	[1.61, 1.61]	[0.35, 0.35]	0.46	[0.55, 0.55]			0.55	[0.55, 0.55]					
2 2013	1.16	[1.22, 1.22]		1.41	[2.02, 2.02]	[1.68, 1.68]	[1.34, 1.34]	0.79	[1.84, 1.84]			0.05	[0.05, 0.05]					
3 2013	0.51	[0.30, 0.46]		0.59	[-0.04, 0.29]	[0.13, 0.47]	[0.50, 0.50]	0.29	[-0.55, 0.11]			-0.34	[-0.34, 0.15]					
4 2013	0.95	[0.80, 0.99]		0.45	[0.51, 0.51]	[0.28, 0.29]	[0.29, 0.29]	1.26	[1.59, 1.59]			0.69	[0.69, 0.69]					
1 2014	0.96	[0.75, 0.75]		0.85	[-0.83, -0.83]	[-0.26, -0.26]	[1.23, 1.23]	0.63	[0.26, 0.26]			0.63	[0.63, 0.63]					
2 2014	0.74	[0.42, 0.42]		0.67	[-0.16, 0.39]	[-0.29, 0.42]	[-0.29, 0.67]	0.37	[-1.03, 1.11]			1.25	[1.25, 1.25]					
3 2014	0.86	[0.58, 0.58]		0.85	[0.97, 0.97]	[0.98, 0.98]	[1.07, 1.07]	0.94	[0.62, 0.62]			1.00	[1.00, 1.00]					
4 2014	0.66	[0.58, 0.58]		0.62	[0.72, 0.72]	[0.68, 0.68]	[0.76, 0.99]	0.42	[0.29, 0.29]			0.47	[0.47, 0.47]					
1 2015	0.82	[1.03, 1.03]		1.14	[-0.03, 1.62]	[0.55, 1.11]	[0.57, 0.57]	0.84	[0.82, 0.82]			-0.51	[-0.51, -0.51]					
2 2015	0.85	[1.17, 1.17]		1.13	[2.10, 2.10]	[1.17, 1.17]	[1.04, 1.04]	0.75	[0.85, 0.85]			0.40	[0.40, 0.40]					
3 2015	0.75	[0.84, 0.84]		0.50	[0.59, 0.59]	[0.48, 0.48]	[0.41, 0.41]	0.37	[0.29, 0.29]			-0.12	[-0.12, -0.07]					
4 2015	0.63	[0.82, 0.82]		0.87	[0.44, 0.44]	[0.80, 0.80]	[0.71, 0.71]	0.38	[0.86, 0.86]			0.15	[0.15, 0.15]					
$\bar{\beta}$	<b>0.62</b>	<b>[0.57, 0.63]</b>		<b>0.55</b>	<b>[0.44, 0.61]</b>	<b>[0.46, 0.56]</b>	<b>[0.58, 0.68]</b>	<b>0.38</b>	<b>[0.36, 0.55]</b>			<b>0.26</b>	<b>[0.26, 0.28]</b>					
$\bar{\beta}+$	<b>0.66</b>	<b>[0.65, 0.66]</b>		<b>0.64</b>	<b>[0.73, 0.78]</b>	<b>[0.69, 0.78]</b>	<b>[0.66, 0.72]</b>	<b>0.53</b>	<b>[0.74, 0.74]</b>			<b>0.56</b>	<b>[0.56, 0.56]</b>					
$N^\circ(\beta^+)$	23	22	17	21	17	18	22	20	17	18	16							

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.2.7.** Mercado de Brasil. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones KEPLER WEBER y M.DIASBRANCO

Período	BR - INDUSTRIAL						KEPLER WEBER						M.DIASBRANCO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$
1 2010	0.96	[0.83, 0.84]	[0.75, 0.76]	[0.79, 0.79]	-0.94	[0.44, 0.44]	[1.44, 1.44]	[-2.64, -2.64]	-0.65	[0.00, 0.00]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]	[0.08, 0.08]
2 2010	0.99	[0.97, 0.97]	[1.19, 1.19]	[0.82, 1.04]	1.65	[1.59, 1.59]	[2.11, 2.11]	[1.98, 1.98]	0.95	[0.63, 0.63]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]	[1.75, 1.75]
3 2010	0.89	[0.78, 0.78]	[0.63, 0.63]	[0.89, 0.89]	0.87	[0.50, 0.50]	[0.80, 0.80]	[0.91, 0.91]	0.35	[0.23, 0.23]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]	[-0.06, -0.06]
4 2010	0.84	[0.80, 0.80]	[0.59, 0.59]	[0.67, 0.67]	1.70	[1.87, 1.87]	[1.56, 1.56]	[0.83, 1.09]	0.27	[0.70, 0.70]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]	[1.59, 1.59]
1 2011	1.05	[0.81, 0.81]	[0.79, 0.79]	[1.12, 1.12]	0.67	[-0.09, -0.09]	[-0.79, -0.79]	[1.06, 1.06]	0.03	[0.18, 0.18]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]
2 2011	0.89	[0.98, 0.98]	[0.71, 0.71]	[0.91, 0.91]	0.33	[-1.67, -1.67]	[-0.43, -0.43]	[-0.58, -0.58]	0.27	[0.57, 0.57]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]	[0.45, 0.45]
3 2011	0.89	[1.04, 1.04]	[0.79, 0.79]	[0.89, 0.89]	0.32	[0.47, 0.47]	[0.55, 0.55]	[0.43, 0.43]	0.75	[0.86, 0.86]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]	[0.94, 0.94]
4 2011	0.71	[0.62, 0.62]	[0.72, 0.72]	[0.72, 0.72]	0.28	[0.44, 0.44]	[0.00, 0.00]	[0.00, 0.00]	0.39	[0.32, 0.32]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]
1 2012	0.79	[0.67, 0.67]	[0.51, 0.51]	[0.66, 0.66]	-0.48	[-0.93, -0.93]	[-0.05, -0.05]	[0.07, 0.07]	-0.03	[0.31, 0.31]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]	[0.52, 0.52]
2 2012	0.90	[0.77, 0.77]	[0.78, 0.78]	[1.04, 1.04]	-0.23	[-0.05, -0.05]	[0.75, 0.75]	[0.12, 0.12]	0.55	[0.44, 0.44]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]
3 2012	0.70	[0.66, 0.66]	[0.54, 0.91]	[0.91, 0.91]	-0.65	[-0.61, -0.10]	[0.18, 0.18]	[-0.62, -0.28]	-0.09	[0.46, 0.46]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]
4 2012	0.64	[0.55, 0.62]	[0.84, 0.84]	[0.32, 0.53]	-0.21	[0.34, 0.34]	[-0.34, -0.34]	[0.38, 0.38]	-0.01	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]
1 2013	0.70	[0.76, 0.76]	[0.73, 0.73]	[0.62, 0.62]	-0.99	[-1.07, -1.07]	[-2.43, -2.43]	[-1.01, -1.01]	0.49	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]	[0.02, 0.02]
2 2013	0.62	[0.69, 0.69]	[0.61, 0.61]	[0.69, 0.69]	0.75	[-0.51, -0.51]	[-0.42, -0.42]	[0.58, 0.58]	1.12	[0.90, 0.90]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]
3 2013	0.24	[0.37, 0.56]	[0.33, 0.33]	[0.19, 0.19]	0.17	[0.60, 0.60]	[0.51, 0.51]	[-0.26, 0.52]	0.20	[0.78, 0.78]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]	[0.13, 0.13]
4 2013	0.39	[0.29, 0.53]	[0.31, 0.41]	[0.43, 0.43]	1.09	[1.65, 1.65]	[1.46, 1.46]	[1.19, 1.19]	-0.07	[-0.07, -0.07]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]
1 2014	0.56	[0.72, 0.72]	[0.45, 0.45]	[0.61, 0.61]	0.93	[0.41, 0.93]	[0.49, 0.75]	[1.66, 1.66]	1.08	[0.19, 0.19]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]
2 2014	0.57	[0.66, 0.66]	[0.23, 0.23]	[0.49, 0.49]	-0.26	[-0.60, -0.60]	[-0.37, -0.37]	[-0.16, -0.16]	0.48	[0.15, 0.15]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]	[0.16, 0.16]
3 2014	0.58	[0.91, 0.91]	[0.55, 0.55]	[0.53, 0.53]	0.58	[0.09, 0.09]	[-0.03, -0.03]	[0.41, 0.41]	0.62	[0.40, 0.40]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]
4 2014	0.66	[0.77, 0.77]	[0.51, 0.51]	[0.58, 0.58]	0.73	[0.36, 0.36]	[0.55, 0.55]	[0.16, 0.16]	0.49	[0.38, 0.38]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]
1 2015	0.31	[0.18, 0.18]	[0.44, 0.44]	[0.21, 0.21]	1.52	[0.47, 1.72]	[0.00, 1.39]	[0.50, 0.50]	0.40	[0.84, 0.84]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]	[0.34, 0.42]
2 2015	0.41	[0.45, 0.45]	[0.41, 0.41]	[0.35, 0.35]	0.50	[1.30, 1.30]	[1.55, 1.55]	[1.25, 1.25]	0.42	[0.41, 0.68]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]
3 2015	0.56	[0.74, 0.74]	[0.52, 0.52]	[0.24, 0.24]	0.66	[-1.01, -1.01]	[-2.01, -2.01]	[0.82, 0.82]	0.19	[0.28, 0.28]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]
4 2015	0.33	[0.14, 0.14]	[0.62, 0.62]	[0.20, 0.20]	1.62	[1.44, 1.44]	[1.38, 1.38]	[2.50, 2.94]	0.90	[1.52, 1.52]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]	[1.45, 1.74]
$\bar{\beta}$	<b>0.67</b>	<b>[0.67, 0.69]</b>	<b>[0.61, 0.63]</b>	<b>[0.62, 0.64]</b>	<b>0.44</b>	<b>[0.23, 0.32]</b>	<b>[0.27, 0.34]</b>	<b>[0.40, 0.48]</b>	<b>0.38</b>	<b>[0.45, 0.47]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.67</b>	<b>[0.67, 0.69]</b>	<b>[0.61, 0.63]</b>	<b>[0.62, 0.64]</b>	<b>0.85</b>	<b>[0.80, 0.92]</b>	<b>[0.95, 1.07]</b>	<b>[0.83, 0.86]</b>	<b>0.52</b>	<b>[0.49, 0.52]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>
$N^{\circ}(\bar{\beta}+)$	24	24	24	24	17	15	14	18	19	22	23	23	23	23	23	23	23	20

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.2.8.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial CONSUMO y de las acciones AMBEV y MINERVA

Período	BR - CONSUMO						AMBEV						MINERVA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U - HV, \beta_1^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U - HV, \beta_1^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U - HV, \beta_1^U - HV]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U, \beta_1^C]$	$[\beta_1^U - HV, \beta_1^U - HV]$		
1 2010	0.62	[0.74, 0.74]	[0.59, 0.59]	[0.87, 0.87]	0.34	[0.49, 0.49]	[0.42, 0.42]	[0.45, 0.45]	0.94	[1.46, 1.46]	[1.27, 1.27]	[0.87, 0.87]						
2 2010	0.43	[0.15, 0.15]	[0.43, 0.43]	[0.08, 0.08]	0.26	[-0.58, -0.58]	[-0.81, -0.81]	[0.17, 0.17]	0.26	[0.83, 0.83]	[0.23, 0.23]	[0.31, 0.31]						
1 2011	0.90	[0.69, 0.69]	[0.91, 0.91]	[0.86, 0.86]	0.51	[0.19, 0.19]	[0.45, 0.45]	[-0.46, -0.46]	0.69	[-0.20, -0.20]	[0.06, 0.06]	[0.01, 0.01]						
2 2011	0.58	[0.62, 0.62]	[0.71, 0.75]	[0.64, 0.64]	0.31	[0.36, 0.36]	[0.30, 0.30]	[0.47, 0.47]	0.27	[0.53, 0.53]	[0.32, 0.32]	[0.36, 0.36]						
1 2012	0.64	[0.57, 0.57]	[0.59, 0.59]	[0.63, 0.63]	0.22	[-0.30, 0.11]	[-0.17, -0.09]	[0.03, 0.03]	0.08	[-0.37, -0.37]	[0.59, 0.59]	[-0.33, -0.33]						
2 2012	0.29	[0.42, 0.42]	[0.32, 0.32]	[0.32, 0.47]	0.03	[0.27, 0.27]	[0.13, 0.13]	[-0.26, -0.26]	0.37	[-0.85, -0.85]	[0.37, 0.37]	[-0.50, -0.50]						
1 2013	0.67	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	[0.67, 0.67]	0.42	[0.32, 0.53]	[0.59, 0.59]	[0.72, 0.72]	-0.12	[-0.64, -0.64]	[-1.41, -1.41]	[-0.43, -0.43]						
2 2013	0.27	[0.23, 0.23]	[0.08, 0.08]	[0.32, 0.32]	-0.04	[-0.24, -0.24]	[-0.37, -0.37]	[-0.21, -0.21]	0.55	[0.63, 0.63]	[0.55, 0.55]	[0.65, 0.65]						
1 2014	0.59	[0.74, 0.74]	[0.17, 0.17]	[0.50, 0.50]	0.24	[-0.52, -0.14]	[-0.32, -0.23]	[0.21, 0.21]	0.49	[0.55, 0.55]	[0.73, 0.73]	[0.76, 0.76]						
2 2014	0.73	[0.82, 1.08]	[0.99, 1.05]	[0.56, 0.56]	0.69	[0.99, 0.99]	[0.45, 0.45]	[0.54, 0.54]	0.72	[0.86, 0.86]	[0.50, 0.50]	[0.24, 0.24]						
1 2015	0.49	[0.52, 0.52]	[0.51, 0.51]	[0.34, 0.37]	0.40	[0.31, 0.31]	[0.26, 0.26]	[0.28, 0.28]	0.63	[1.07, 1.07]	[0.72, 0.72]	[0.33, 0.33]						
2 2015	0.64	[0.62, 0.62]	[0.87, 0.87]	[0.63, 0.63]	0.54	[0.56, 0.56]	[0.31, 0.31]	[0.31, 0.31]	0.61	[0.18, 0.65]	[0.20, 0.20]	[0.29, 0.43]						
$\bar{\beta}$	<b>0.57</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.54, 0.55]</b>	<b>0.33</b>	<b>[0.15, 0.24]</b>	<b>[0.10, 0.12]</b>	<b>[0.19, 0.19]</b>	<b>0.46</b>	<b>[0.34, 0.38]</b>	<b>[0.34, 0.34]</b>	<b>[0.21, 0.23]</b>						
$\bar{\beta}+$	<b>0.57</b>	<b>[0.57, 0.59]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.54, 0.55]</b>	<b>0.36</b>	<b>[0.44, 0.46]</b>	<b>[0.36, 0.36]</b>	<b>[0.35, 0.35]</b>	<b>0.51</b>	<b>[0.76, 0.82]</b>	<b>[0.50, 0.50]</b>	<b>[0.42, 0.44]</b>						
N°( $\beta+$ )	12	12	12	12	11	8	8	9	11	8	11	9						

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.2.9.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGÍA y de las acciones CPFL ENERGÍA y ELECTROBRAS

Período	BR - ENERGÍA				CPFL ENERGÍA				ELECTROBRAS			
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.43	[0.37, 0.37]	[0.65, 0.65]	[0.56, 0.56]	0.13	[0.27, 0.27]	[0.22, 0.22]	[-0.03, -0.03]	1.28	[4.55, 4.55]	[3.92, 3.92]	[0.93, 0.93]
2 2010	0.46	[0.25, 0.25]	[0.51, 0.51]	[0.26, 0.26]	0.20	[0.61, 0.61]	[-0.26, -0.26]	[0.14, 0.14]	1.13	[1.10, 1.10]	[0.79, 0.79]	[0.58, 0.66]
1 2011	0.45	[0.27, 0.54]	[0.40, 0.66]	[0.48, 0.48]	0.46	[0.27, 0.27]	[0.27, 0.27]	[0.19, 0.19]	0.77	[0.41, 0.41]	[0.81, 0.81]	[1.10, 1.10]
2 2011	0.42	[0.13, 0.13]	[0.34, 0.34]	[0.35, 0.35]	0.25	[0.11, 0.11]	[0.23, 0.23]	[0.01, 0.01]	0.35	[1.10, 1.10]	[0.41, 0.41]	[0.75, 0.75]
1 2012	0.26	[0.25, 0.25]	[0.27, 0.27]	[0.13, 0.13]	0.33	[0.70, 0.70]	[1.01, 1.01]	[0.98, 0.98]	0.35	[-0.53, -0.53]	[0.99, 0.99]	[0.55, 0.55]
2 2012	0.08	[-0.34, 0.21]	[-0.37, -0.35]	[0.30, 0.30]	0.57	[1.16, 1.34]	[0.91, 2.14]	[0.43, 0.43]	-0.03	[-2.33, -2.33]	[-2.71, -2.71]	[0.19, 0.19]
1 2013	1.04	[0.72, 0.72]	[1.03, 1.03]	[0.99, 0.99]	1.27	[1.10, 1.10]	[1.73, 1.73]	[1.36, 1.36]	2.62	[2.00, 3.50]	[2.34, 3.13]	[3.00, 3.00]
2 2013	0.63	[0.62, 0.62]	[0.71, 0.71]	[0.16, 0.71]	0.37	[0.79, 0.79]	[0.20, 0.20]	[-0.04, -0.04]	1.35	[1.05, 1.05]	[1.07, 1.07]	[1.72, 1.72]
1 2014	0.78	[0.42, 0.42]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	0.65	[0.60, 0.60]	[0.41, 0.41]	[0.20, 1.13]	1.76	[1.71, 1.71]	[0.31, 1.64]	[2.11, 2.11]
2 2014	0.67	[0.55, 0.62]	[0.54, 0.54]	[0.61, 0.61]	0.94	[1.09, 1.09]	[0.42, 0.91]	[0.63, 0.63]	1.33	[1.48, 1.48]	[1.12, 1.12]	[1.17, 1.17]
1 2015	0.69	[1.26, 1.26]	[0.94, 0.94]	[0.47, 0.47]	0.91	[1.18, 1.18]	[0.74, 0.74]	[1.10, 1.10]	1.40	[2.40, 2.40]	[1.35, 1.35]	[1.47, 1.74]
2 2015	0.67	[0.38, 0.38]	[0.71, 0.71]	[0.62, 0.62]	0.71	[0.47, 0.47]	[0.45, 0.45]	[1.07, 1.07]	1.32	[1.28, 1.28]	[1.52, 1.52]	[1.26, 1.26]
$\bar{\beta}$	<b>0.55</b>	<b>[0.41, 0.48]</b>	<b>[0.53, 0.55]</b>	<b>[0.46, 0.51]</b>	<b>0.57</b>	<b>[0.70, 0.71]</b>	<b>[0.53, 0.67]</b>	<b>[0.50, 0.58]</b>	<b>1.14</b>	<b>[1.19, 1.31]</b>	<b>[1.00, 1.17]</b>	<b>[1.24, 1.26]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.55</b>	<b>[0.47, 0.51]</b>	<b>[0.61, 0.63]</b>	<b>[0.46, 0.51]</b>	<b>0.57</b>	<b>[0.70, 0.71]</b>	<b>[0.60, 0.75]</b>	<b>[0.61, 0.71]</b>	<b>1.24</b>	<b>[1.71, 1.86]</b>	<b>[1.33, 1.52]</b>	<b>[1.24, 1.26]</b>
$N^\circ(\beta+)$	12	11	11	12	12	12	11	10	11	10	11	12

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.2.10.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones BRADESCO y BRASIL

Periodo	BR - FINANCIERO						BRADESCO						BRASIL							
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka				
	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	0.81	[0.81, 0.81]	0.50	[0.40, 0.40]	[0.55, 0.55]	0.62	[0.65, 0.70]	0.62	[1.06, 1.06]	[1.08, 1.08]	0.62	[0.65, 0.70]	0.62	[1.06, 1.06]	[1.08, 1.08]	0.62	[0.65, 0.70]	0.62	[1.06, 1.06]	[1.08, 1.08]
2 2010	1.00	[0.80, 1.29]	0.95	[0.25, 0.75]	[0.59, 1.26]	1.11	[0.96, 0.96]	1.11	[1.05, 1.35]	[1.10, 1.10]	1.11	[0.96, 0.96]	1.11	[1.05, 1.35]	[1.10, 1.10]	1.11	[0.96, 0.96]	1.11	[1.05, 1.35]	[1.10, 1.10]
1 2011	1.16	[1.31, 1.31]	1.14	[1.24, 2.43]	[1.52, 2.24]	1.33	[1.24, 1.24]	1.33	[1.53, 1.53]	[1.71, 1.71]	1.33	[1.24, 1.24]	1.33	[1.53, 1.53]	[1.71, 1.71]	1.33	[1.24, 1.24]	1.33	[1.53, 1.53]	[1.71, 1.71]
2 2011	0.96	[0.87, 0.94]	0.95	[0.90, 0.90]	[1.10, 1.10]	1.04	[0.88, 1.10]	1.04	[1.10, 1.10]	[0.72, 0.84]	1.04	[0.88, 1.10]	1.04	[1.10, 1.10]	[0.72, 0.84]	1.04	[0.88, 1.10]	1.04	[1.10, 1.10]	[0.72, 0.84]
1 2012	0.80	[0.98, 0.98]	0.67	[0.34, 0.57]	[0.36, 0.36]	1.00	[0.61, 0.61]	1.00	[1.05, 1.05]	[1.01, 1.01]	1.00	[0.61, 0.61]	1.00	[1.05, 1.05]	[1.01, 1.01]	1.00	[0.61, 0.61]	1.00	[1.05, 1.05]	[1.01, 1.01]
2 2012	1.06	[1.37, 1.37]	0.84	[0.89, 0.89]	[0.97, 0.97]	1.39	[1.45, 1.85]	1.39	[1.95, 2.13]	[0.96, 0.96]	1.39	[1.45, 1.85]	1.39	[1.95, 2.13]	[0.96, 0.96]	1.39	[1.45, 1.85]	1.39	[1.95, 2.13]	[0.96, 0.96]
1 2013	1.00	[0.73, 0.73]	0.91	[0.72, 0.72]	[0.88, 0.88]	1.00	[1.18, 1.18]	1.00	[0.49, 0.49]	[1.34, 1.34]	1.00	[1.18, 1.18]	1.00	[0.49, 0.49]	[1.34, 1.34]	1.00	[1.18, 1.18]	1.00	[0.49, 0.49]	[1.34, 1.34]
2 2013	0.61	[0.65, 0.65]	0.70	[0.98, 0.98]	[0.52, 0.52]	0.62	[0.52, 0.52]	0.62	[0.55, 0.55]	[0.60, 0.60]	0.62	[0.52, 0.52]	0.62	[0.55, 0.55]	[0.60, 0.60]	0.62	[0.52, 0.52]	0.62	[0.55, 0.55]	[0.60, 0.60]
1 2014	1.08	[1.03, 1.05]	1.35	[1.04, 1.67]	[1.25, 1.69]	1.62	[0.95, 0.95]	1.62	[1.10, 1.10]	[1.30, 1.39]	1.62	[0.95, 0.95]	1.62	[1.10, 1.10]	[1.30, 1.39]	1.62	[0.95, 0.95]	1.62	[1.10, 1.10]	[1.30, 1.39]
2 2014	1.24	[1.27, 1.27]	1.34	[1.44, 1.44]	[0.82, 1.20]	2.23	[1.01, 1.01]	2.23	[2.03, 2.03]	[1.72, 1.83]	2.23	[1.01, 1.01]	2.23	[2.03, 2.03]	[1.73, 1.73]	2.23	[1.01, 1.01]	2.23	[2.03, 2.03]	[1.73, 1.73]
1 2015	1.17	[1.15, 1.15]	1.23	[1.05, 1.17]	[1.24, 1.24]	1.93	[1.06, 1.06]	1.93	[2.47, 2.47]	[0.90, 0.90]	1.93	[1.06, 1.06]	1.93	[2.47, 2.47]	[0.92, 0.92]	1.93	[1.06, 1.06]	1.93	[2.47, 2.47]	[0.92, 0.92]
2 2015	1.22	[1.11, 1.11]	1.33	[1.56, 1.56]	[0.72, 1.63]	1.92	[1.59, 1.59]	1.92	[2.32, 2.32]	[2.77, 2.77]	1.92	[1.59, 1.59]	1.92	[2.32, 2.32]	[2.77, 2.77]	1.92	[1.59, 1.59]	1.92	[2.32, 2.32]	[2.77, 2.77]
$\bar{\beta}$	1.01	[1.01, 1.05]	0.99	[0.90, 1.12]	[0.88, 1.14]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]
$\beta^+$	1.01	[1.01, 1.05]	0.99	[0.90, 1.12]	[0.88, 1.14]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	1.32	[1.01, 1.06]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.2.11.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES BÁSICOS y de las acciones VALE y USIMINAS

Período	BR - MATERIALES BÁSICOS						VALE						USIMINAS																																																																																																																																																																									
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka																																																																																																																																																																					
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U, \beta_2^L, \beta_2^H]$																																																																																																																																																																				
1 2010	1.26	[1.32, 1.32]		1.21	[1.42, 1.42]	[1.04, 1.80]	1.62	[1.62, 1.62]	1.18	[0.75, 0.75]	[0.86, 1.17]	1.32	[1.32, 1.32]		1.19	[1.21, 1.21]		1.16	[1.39, 1.39]	[1.09, 1.09]	1.15	[1.15, 1.15]	1.52	[1.37, 1.37]	[1.22, 1.22]	1.24	[1.24, 1.24]		1.21	[1.28, 1.28]		1.06	[1.24, 1.24]	[1.40, 1.40]	1.24	[1.24, 1.24]	0.66	[-0.68, -0.68]	[-2.03, -2.03]	-0.11	[-0.11, -0.11]		1.10	[1.12, 1.12]	[1.20, 1.20]	1.09	[1.09, 1.24]	[0.94, 0.94]	0.73	[0.73, 0.73]	0.69	[1.40, 1.40]	[1.92, 1.92]	0.80	[0.80, 0.80]		1.11	[1.13, 1.13]	[0.82, 0.82]	1.03	[1.03, 1.03]	0.80	[0.40, 0.40]	[0.56, 0.56]	0.49	[0.49, 0.77]	1.69	[1.92, 1.92]	[1.39, 1.39]	2.05	[2.05, 2.05]		1.44	[0.97, 1.69]	[0.27, 2.05]	1.17	[1.17, 1.17]	1.14	[1.05, 1.05]	[0.12, 1.85]	1.84	[1.84, 2.25]	2.09	[1.78, 1.78]	[1.70, 1.88]	1.54	[1.54, 1.54]		0.58	[0.32, 0.32]	[0.41, 0.41]	0.79	[0.79, 0.79]	0.36	[0.38, 0.38]	[1.00, 1.00]	1.09	[1.09, 1.09]	0.99	[1.11, 1.11]	[1.53, 1.53]	1.18	[1.18, 1.36]		0.50	[0.32, 0.32]	[0.59, 0.59]	0.59	[0.55, 0.76]	[0.50, 1.30]	1.07	[1.07, 1.07]	0.90	[0.55, 1.62]	[1.29, 1.56]	1.17	[1.17, 1.17]		0.79	[0.46, 0.46]	[0.52, 0.52]	0.75	[0.75, 0.75]	0.86	[0.97, 0.97]	[0.82, 0.82]	0.76	[0.76, 0.76]	0.95	[0.52, 0.52]	[0.00, 0.00]	1.53	[1.53, 1.53]		0.28	[0.60, 0.60]	[0.14, 0.41]	-0.01	[-0.01, -0.01]	0.36	[0.36, 1.07]	[-0.08, 0.67]	0.13	[0.13, 0.13]	-0.24	[0.80, 0.80]	[0.20, 0.20]	-0.13	[-0.13, -0.13]		0.57	[0.68, 0.68]	[0.71, 0.80]	1.01	[1.01, 1.01]	1.73	[0.78, 3.55]	[0.93, 3.48]	2.07	[2.07, 2.07]	0.29	[0.60, 0.60]	[2.00, 5.59]	-1.23	[-1.23, -1.23]		0.40	[0.70, 0.70]	[0.58, 0.58]	0.09	[0.09, 0.09]	1.12	[0.50, 0.50]	[0.57, 1.03]	1.47	[1.47, 1.47]	1.20	[1.90, 1.90]	[2.61, 2.61]	1.31	[1.31, 1.31]	
$\bar{\beta}$	<b>0.87</b>	<b>[0.84, 0.90]</b>	<b>[0.58, 0.82]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.81, 1.20]</b>	<b>[0.74, 1.33]</b>	<b>1.14</b>	<b>[1.14, 1.20]</b>	<b>0.99</b>	<b>[1.00, 1.09]</b>	<b>[1.06, 1.42]</b>	<b>0.83</b>	<b>[0.83, 0.90]</b>		<b>0.87</b>	<b>[0.84, 0.90]</b>	<b>[0.58, 0.82]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.81, 1.20]</b>	<b>[0.82, 1.39]</b>	<b>1.14</b>	<b>[1.14, 1.20]</b>	<b>1.11</b>	<b>[1.15, 1.25]</b>	<b>[1.47, 1.91]</b>	<b>1.27</b>	<b>[1.27, 1.37]</b>		<b>0.87</b>	<b>[0.84, 0.90]</b>	<b>[0.58, 0.82]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.81, 1.20]</b>	<b>[0.82, 1.39]</b>	<b>1.14</b>	<b>[1.14, 1.20]</b>	<b>1.11</b>	<b>[1.15, 1.25]</b>	<b>[1.47, 1.91]</b>	<b>1.27</b>	<b>[1.27, 1.37]</b>																																																																																																																																													
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	9	12	12	11	12	12	12	12	11	12	12	11	12	12	11	12	12	11	12	12	11	11	10	9		12	12	9	12	12	11	12	12	11	10	9																																																																																																																																																

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.2.12.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INMOBILIARIO y de las acciones GAFISA y CYRELA REALTY

Periodo	BR - INMOBILIARIO						GAFISA						CYRELA REALTY					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.76	[0.89, 0.89]	[0.56, 1.35]	0.85	[1.19, 1.19]	[0.97, 1.39]	0.88	[0.86, 0.86]	[1.30, 1.30]	0.88	[0.86, 0.86]	[1.20, 1.20]	0.88	[0.86, 0.86]	[1.20, 1.20]	0.88	[0.86, 0.86]	[1.11, 1.11]
2 2010	1.27	[0.85, 0.85]	[0.76, 0.76]	1.67	[1.59, 1.59]	[1.03, 1.03]	1.63	[1.39, 1.39]	[1.08, 1.79]	1.63	[1.39, 1.39]	[0.90, 0.90]	1.63	[1.39, 1.39]	[0.90, 0.90]	1.63	[1.39, 1.39]	[0.82, 0.82]
1 2011	0.88	[1.02, 1.02]	[1.25, 1.25]	1.34	[1.25, 1.25]	[1.44, 1.44]	1.01	[0.43, 0.43]	[0.90, 0.90]	1.01	[0.43, 0.43]	[0.41, 0.41]	1.01	[0.43, 0.43]	[0.41, 0.41]	1.01	[0.43, 0.43]	[0.25, 0.25]
2 2011	1.12	[1.51, 1.51]	[1.55, 1.55]	1.36	[0.17, 0.17]	[0.24, 0.24]	1.49	[1.51, 1.51]	[0.97, 0.97]	1.49	[1.51, 1.51]	[1.30, 1.30]	1.49	[1.51, 1.51]	[1.30, 1.30]	1.49	[1.51, 1.51]	[1.34, 1.34]
1 2012	1.33	[1.09, 1.09]	[1.02, 1.02]	2.23	[2.23, 3.39]	[1.85, 4.58]	1.29	[1.11, 1.11]	[2.09, 2.09]	1.29	[1.11, 1.11]	[1.24, 1.24]	1.29	[1.11, 1.11]	[1.24, 1.24]	1.29	[1.11, 1.11]	[0.76, 0.76]
2 2012	0.52	[0.80, 0.80]	[0.93, 0.93]	1.82	[2.97, 2.97]	[1.79, 4.49]	1.07	[1.13, 1.13]	[2.46, 2.46]	1.07	[1.13, 1.13]	[0.34, 0.34]	1.07	[1.13, 1.13]	[0.34, 0.34]	1.07	[1.13, 1.13]	[0.70, 0.70]
1 2013	0.85	[0.74, 0.74]	[0.92, 0.92]	1.51	[2.00, 2.00]	[2.81, 2.81]	0.79	[1.10, 1.10]	[1.83, 1.83]	0.79	[1.10, 1.10]	[0.97, 0.97]	0.79	[1.10, 1.10]	[0.97, 0.97]	0.79	[1.10, 1.10]	[0.98, 0.98]
2 2013	0.87	[1.04, 1.26]	[0.95, 0.95]	1.47	[1.03, 1.12]	[2.21, 2.21]	0.64	[0.14, 0.14]	[1.18, 1.18]	0.64	[0.14, 0.14]	[0.34, 0.58]	0.64	[0.14, 0.14]	[0.34, 0.58]	0.64	[0.14, 0.14]	[0.08, 0.08]
1 2014	0.70	[0.66, 0.66]	[0.72, 0.72]	1.07	[0.33, 0.33]	[0.19, 0.19]	0.62	[0.86, 0.86]	[0.44, 0.44]	0.62	[0.86, 0.86]	[0.44, 0.44]	0.62	[0.86, 0.86]	[0.44, 0.44]	0.62	[0.86, 0.86]	[0.66, 0.66]
2 2014	1.10	[1.35, 1.35]	[0.92, 0.92]	1.46	[1.35, 1.35]	[0.75, 1.06]	0.88	[0.59, 0.59]	[0.93, 0.93]	0.88	[0.59, 0.59]	[1.14, 1.14]	0.88	[0.59, 0.59]	[1.14, 1.14]	0.88	[0.59, 0.59]	[0.57, 0.79]
1 2015	0.97	[0.92, 0.92]	[0.56, 0.56]	1.02	[1.28, 1.28]	[1.68, 1.68]	0.69	[1.08, 1.08]	[1.96, 1.96]	0.69	[1.08, 1.08]	[0.63, 0.63]	0.69	[1.08, 1.08]	[0.63, 0.63]	0.69	[1.08, 1.08]	[0.18, 0.18]
2 2015	0.88	[1.01, 1.01]	[0.72, 0.85]	1.40	[1.86, 1.86]	[0.85, 1.79]	0.90	[0.39, 0.39]	[0.97, 0.97]	0.90	[0.39, 0.39]	[0.42, 0.70]	0.90	[0.39, 0.39]	[0.42, 0.70]	0.90	[0.39, 0.39]	[1.09, 1.09]
$\bar{\beta}$	<b>0.94</b>	<b>[0.99, 1.01]</b>	<b>[0.90, 0.98]</b>	<b>1.43</b>	<b>[1.44, 1.54]</b>	<b>[1.32, 1.91]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[1.34, 1.40]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.78, 0.82]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.78, 0.82]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.71, 0.73]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.94</b>	<b>[0.99, 1.01]</b>	<b>[0.90, 0.98]</b>	<b>1.43</b>	<b>[1.44, 1.54]</b>	<b>[1.32, 1.91]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[1.34, 1.40]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.78, 0.82]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.78, 0.82]</b>	<b>0.99</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.71, 0.73]</b>
$N^\circ(\beta+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.2.13.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial UTILIDAD PÚBLICA y de las acciones ENERGIAS BR y AES TIETE

Periodo	BR – UTILIDAD PÚBLICA						ENERGIAS BR						AES TIETE					
	$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	
	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	0.44	[0.63, 0.63]		[0.59, 0.59]	[1.04, 1.04]	[0.59, 0.59]	[0.26, 0.26]	0.27	[0.07, 0.07]	[0.05, 0.05]	[0.24, 0.24]							
2 2010	0.59	[0.32, 0.32]		[-0.35, -0.35]	[0.22, 0.22]	[-0.35, -0.35]	[0.34, 0.47]	0.52	[0.73, 0.73]	[0.72, 0.72]	[0.84, 0.84]							
1 2011	0.60	[0.48, 0.67]		[0.50, 0.50]	[0.47, 0.47]	[0.50, 0.50]	[0.49, 0.49]	0.44	[1.34, 1.34]	[1.25, 1.25]	[0.69, 0.69]							
2 2011	0.41	[0.28, 0.28]	[0.23, 0.23]	[0.15, 0.15]	[0.08, 0.08]	[0.15, 0.15]	[0.19, 0.19]	0.26	[0.62, 0.62]	[0.35, 0.35]	[0.57, 0.57]							
1 2012	0.31	[0.29, 0.29]	[0.30, 0.30]	[0.01, 0.01]	[0.86, 0.86]	[0.60, 0.60]	[0.36, 0.36]	-0.13	[-0.21, -0.21]	[-0.20, -0.20]	[0.17, 0.17]							
2 2012	0.02	[-0.59, 0.41]	[-0.52, -0.52]	[0.47, 0.55]	[0.12, 0.12]	[0.36, 0.36]	[0.78, 0.99]	-0.52	[-1.06, -0.32]	[-1.16, -0.90]	[-0.39, -0.39]							
1 2013	1.11	[1.02, 1.02]	[1.37, 1.37]	[0.92, 0.92]	[1.28, 1.28]	[1.63, 1.63]	[1.39, 1.39]	0.56	[1.22, 1.22]	[1.36, 1.36]	[0.62, 0.62]							
2 2013	0.61	[0.38, 0.64]	[0.36, 0.36]	[0.65, 0.71]	[0.51, 0.51]	[0.47, 0.47]	[0.46, 0.46]	0.57	[0.63, 0.63]	[0.62, 0.62]	[-0.34, 0.11]							
1 2014	0.88	[0.55, 0.55]	[0.76, 0.76]	[0.51, 0.51]	[-0.34, -0.34]	[-0.12, -0.12]	[0.10, 0.10]	0.54	[0.23, 1.11]	[0.11, 0.70]	[0.94, 0.94]							
2 2014	0.70	[0.58, 0.58]	[0.63, 0.63]	[0.62, 0.62]	[0.72, 0.72]	[0.48, 0.68]	[0.72, 0.72]	0.55	[0.29, 0.29]	[0.50, 0.50]	[0.36, 0.36]							
1 2015	0.84	[1.16, 1.16]	[0.87, 0.87]	[0.59, 0.59]	[-0.03, 1.50]	[0.55, 1.11]	[1.03, 1.03]	0.82	[1.11, 1.11]	[1.51, 1.51]	[0.44, 0.86]							
2 2015	0.71	[0.84, 0.84]	[0.57, 0.57]	[0.83, 0.83]	[0.53, 0.53]	[0.48, 0.48]	[0.80, 0.80]	0.41	[0.29, 0.29]	[0.15, 0.15]	[-0.12, -0.07]							
$\bar{\beta}$	<b>0.60</b>	<b>[0.49, 0.62]</b>	<b>[0.51, 0.51]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.45, 0.58]</b>	<b>[0.45, 0.51]</b>	<b>[0.58, 0.60]</b>	<b>0.36</b>	<b>[0.44, 0.57]</b>	<b>[0.44, 0.51]</b>	<b>[0.34, 0.41]</b>							
$\bar{\beta}+$	<b>0.60</b>	<b>[0.59, 0.63]</b>	<b>[0.64, 0.64]</b>	<b>[0.57, 0.58]</b>	<b>[0.58, 0.58]</b>	<b>[0.58, 0.66]</b>	<b>[0.58, 0.60]</b>	<b>0.49</b>	<b>[0.65, 0.74]</b>	<b>[0.66, 0.72]</b>	<b>[0.54, 0.59]</b>							
$N^\circ(\beta+)$	12	11	8	9	10	10	12	10	10	10	9	10	10	10	10	10	10	9

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.2.14.** Mercado de Brasil. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL, y de las acciones KEPLER WEBBER y M.DIASBRANCO

Periodo	BR - INDUSTRIAL						KEPELER WEBBER						M. DIASBRANCO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		
1 2010	0.94	[0.97, 0.97]	[1.07, 1.07]	[0.87, 1.16]	0.71	[0.66, 0.66]	[1.44, 1.44]	[1.51, 1.51]	0.27	[-0.48, -0.48]	[-0.70, -0.70]	[0.75, 0.75]	0.27	[-0.48, -0.48]	[-0.70, -0.70]	[0.75, 0.75]		
2 2010	0.86	[0.78, 0.78]	[0.63, 0.63]	[0.72, 0.72]	1.19	[1.48, 1.48]	[0.91, 0.91]	[0.97, 0.97]	0.35	[0.79, 0.79]	[1.17, 1.17]	[0.69, 0.69]	0.35	[0.79, 0.79]	[1.17, 1.17]	[0.69, 0.69]		
1 2011	0.97	[0.81, 0.81]	[0.79, 0.79]	[0.66, 0.66]	0.48	[-0.09, -0.09]	[-0.43, -0.43]	[-0.58, -0.58]	0.11	[0.18, 0.18]	[0.58, 0.58]	[0.45, 0.45]	0.11	[0.18, 0.18]	[0.58, 0.58]	[0.45, 0.45]		
2 2011	0.81	[1.00, 1.00]	[0.79, 0.79]	[0.83, 0.89]	0.29	[0.47, 0.47]	[0.18, 0.18]	[0.55, 0.55]	0.63	[0.86, 0.86]	[0.94, 0.94]	[0.62, 0.62]	0.63	[0.86, 0.86]	[0.94, 0.94]	[0.62, 0.62]		
1 2012	0.85	[0.77, 0.77]	[0.78, 0.78]	[0.81, 0.81]	-0.06	[-1.02, -1.02]	[0.75, 0.75]	[0.00, 0.00]	0.10	[0.13, 0.13]	[0.42, 0.42]	[0.31, 0.31]	0.10	[0.13, 0.13]	[0.42, 0.42]	[0.31, 0.31]		
2 2012	0.68	[0.62, 0.62]	[0.54, 0.91]	[0.54, 0.54]	-0.57	[-0.61, -0.61]	[0.18, 0.18]	[-0.34, -0.34]	-0.07	[0.52, 0.52]	[0.48, 0.48]	[0.20, 0.20]	-0.07	[0.52, 0.52]	[0.48, 0.48]	[0.20, 0.20]		
1 2013	0.64	[0.69, 0.69]	[0.61, 0.61]	[0.68, 0.68]	0.02	[-0.51, -0.51]	[-0.33, -0.33]	[-0.42, -0.42]	0.85	[1.06, 1.06]	[0.85, 0.85]	[0.45, 0.45]	0.85	[1.06, 1.06]	[0.85, 0.85]	[0.45, 0.45]		
2 2013	0.30	[0.29, 0.56]	[0.33, 0.33]	[0.25, 0.25]	0.32	[1.02, 1.02]	[1.10, 1.10]	[1.19, 1.19]	0.19	[0.22, 0.22]	[0.01, 0.01]	[0.04, 0.04]	0.19	[0.22, 0.22]	[0.01, 0.01]	[0.04, 0.04]		
1 2014	0.57	[0.71, 0.71]	[0.79, 0.79]	[0.49, 0.49]	0.46	[0.00, 0.00]	[0.47, 0.47]	[0.20, 0.38]	0.85	[1.36, 1.36]	[1.07, 1.07]	[0.70, 0.76]	0.85	[1.36, 1.36]	[1.07, 1.07]	[0.70, 0.76]		
2 2014	0.62	[0.77, 0.77]	[0.51, 0.51]	[0.43, 0.43]	0.67	[0.44, 0.44]	[0.55, 0.59]	[-0.03, -0.03]	0.52	[0.40, 0.40]	[0.35, 0.35]	[0.37, 0.37]	0.52	[0.40, 0.40]	[0.35, 0.35]	[0.37, 0.37]		
1 2015	0.34	[0.18, 0.18]	[0.44, 0.44]	[0.47, 0.47]	1.16	[0.47, 1.30]	[0.00, 1.00]	[1.25, 1.25]	0.41	[0.51, 0.53]	[0.34, 0.42]	[0.45, 0.45]	0.41	[0.51, 0.53]	[0.34, 0.42]	[0.45, 0.45]		
2 2015	0.41	[0.44, 0.44]	[0.62, 0.62]	[0.24, 0.24]	1.15	[0.20, 0.20]	[0.23, 0.23]	[2.09, 2.09]	0.66	[0.93, 1.52]	[0.95, 1.74]	[0.70, 0.70]	0.66	[0.93, 1.52]	[0.95, 1.74]	[0.70, 0.70]		
$\bar{\beta}$	<b>0.67</b>	<b>[0.67, 0.69]</b>	<b>[0.66, 0.69]</b>	<b>[0.58, 0.61]</b>	<b>0.49</b>	<b>[0.21, 0.28]</b>	<b>[0.42, 0.51]</b>	<b>[0.53, 0.55]</b>	<b>0.41</b>	<b>[0.54, 0.59]</b>	<b>[0.54, 0.61]</b>	<b>[0.48, 0.48]</b>	<b>0.41</b>	<b>[0.54, 0.59]</b>	<b>[0.54, 0.61]</b>	<b>[0.48, 0.48]</b>		
$\bar{\beta}^+$	<b>0.67</b>	<b>[0.67, 0.69]</b>	<b>[0.66, 0.69]</b>	<b>[0.58, 0.61]</b>	<b>0.65</b>	<b>[0.59, 0.70]</b>	<b>[0.58, 0.68]</b>	<b>[0.97, 0.99]</b>	<b>0.45</b>	<b>[0.63, 0.69]</b>	<b>[0.65, 0.73]</b>	<b>[0.48, 0.48]</b>	<b>0.45</b>	<b>[0.63, 0.69]</b>	<b>[0.65, 0.73]</b>	<b>[0.48, 0.48]</b>		
N° ( $\beta^+$ )	12	12	12	12	10	8	10	8	11	11	11	12	11	11	11	12		

Fuente: Elaboración propia

## ANEXO 3. MÉJICO

---



Tabla A.3.1. Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones GFNBUR y GFNORTE

Periodo	BVM - FINANCIERO						GFNBUR						GFNORTE					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$			
1 2010	0.88	[0.84, 0.84]	[0.98, 0.98]	1.51	[0.65, 0.65]	[0.90, 0.90]	1.08	[1.37, 1.37]	[1.15, 1.15]	[1.43, 1.43]								
2 2010	1.12	[1.14, 1.14]	[1.00, 1.00]	1.79	[2.12, 2.12]	[1.53, 1.53]	0.88	[1.08, 1.08]	[1.24, 1.24]	[1.44, 1.44]								
3 2010	0.96	[1.12, 1.38]	[1.38, 1.38]	1.18	[1.02, 1.02]	[1.30, 1.30]	0.24	[0.57, 0.57]	[0.96, 0.96]	[0.51, 0.51]								
4 2010	0.75	[0.20, 2.41]	[0.43, 2.11]	-0.27	[-0.89, 0.55]	[-0.79, 2.50]	2.72	[1.78, 7.06]	[3.22, 7.66]	[3.22, 3.22]								
1 2011	0.37	[0.10, 0.10]	[0.57, 0.57]	0.53	[0.06, 0.06]	[-0.33, -0.33]	0.95	[1.26, 1.26]	[0.93, 0.93]	[1.50, 1.50]								
2 2011	0.78	[0.63, 0.63]	[0.67, 0.67]	1.04	[0.69, 0.69]	[1.41, 1.41]	0.46	[0.44, 0.44]	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]								
3 2011	1.12	[1.18, 1.18]	[0.95, 1.55]	1.10	[0.98, 0.98]	[0.67, 1.45]	1.68	[1.91, 1.91]	[1.43, 1.75]	[1.34, 1.34]								
4 2011	1.14	[1.00, 1.00]	[1.10, 1.10]	1.31	[0.99, 1.51]	[0.47, 0.76]	1.79	[2.12, 2.12]	[1.83, 1.83]	[1.57, 1.57]								
1 2012	0.04	[-0.14, -0.14]	[-0.32, -0.32]	-0.38	[-0.35, -0.35]	[-0.96, -0.96]	-0.68	[-1.08, -0.34]	[-0.78, 0.57]	[-0.78, -0.78]								
2 2012	0.67	[0.68, 0.68]	[0.74, 0.74]	0.30	[0.28, 0.28]	[0.31, 0.84]	0.30	[0.07, 0.07]	[0.25, 0.25]	[-0.16, 0.29]								
3 2012	0.37	[-0.02, -0.02]	[0.20, 0.20]	0.10	[-1.06, -1.06]	[-0.25, -0.25]	1.92	[1.15, 2.10]	[1.06, 1.06]	[1.30, 1.30]								
4 2012	0.90	[1.02, 1.02]	[1.15, 1.29]	1.17	[1.56, 1.56]	[3.00, 3.00]	1.36	[-0.17, 1.79]	[0.32, 2.59]	[1.62, 1.62]								
1 2013	0.61	[0.84, 0.84]	[0.73, 0.73]	0.64	[0.98, 0.98]	[0.98, 0.98]	-0.65	[-0.82, -0.82]	[-0.92, -0.92]	[1.02, 1.02]								
2 2013	0.60	[0.61, 0.61]	[0.56, 0.81]	1.02	[1.21, 1.21]	[1.43, 1.43]	0.91	[0.48, 0.48]	[0.25, 0.25]	[0.26, 0.26]								
3 2013	0.77	[0.90, 0.90]	[0.83, 0.85]	1.21	[1.59, 1.59]	[1.34, 1.34]	0.41	[1.28, 1.28]	[0.81, 0.81]	[0.89, 0.89]								
4 2013	0.67	[0.55, 0.74]	[0.72, 0.72]	1.22	[0.15, 0.15]	[0.89, 0.89]	0.69	[0.61, 0.61]	[0.32, 0.32]	[0.88, 0.88]								
1 2014	0.92	[1.16, 1.16]	[0.49, 0.49]	1.50	[1.07, 1.07]	[0.25, 0.25]	1.27	[1.27, 1.27]	[0.95, 0.95]	[0.37, 0.37]								
2 2014	0.93	[0.71, 0.95]	[0.76, 0.76]	0.38	[0.95, 0.95]	[-0.13, -0.13]	1.15	[1.14, 2.67]	[0.84, 2.32]	[1.57, 1.93]								
3 2014	0.96	[1.50, 1.50]	[0.82, 0.82]	0.30	[-0.32, -0.32]	[0.48, 0.48]	1.22	[1.14, 1.43]	[0.26, 0.26]	[1.23, 1.23]								
4 2014	0.68	[0.65, 0.65]	[0.46, 0.46]	1.03	[1.21, 2.03]	[1.32, 2.02]	1.31	[1.19, 1.19]	[1.38, 1.38]	[1.03, 1.75]								
1 2015	0.69	[0.69, 0.69]	[0.76, 0.76]	0.99	[-0.12, -0.12]	[1.31, 1.31]	0.91	[0.97, 0.97]	[1.05, 1.05]	[1.06, 1.06]								
2 2015	0.63	[0.79, 0.79]	[0.53, 0.53]	1.49	[1.49, 1.49]	[1.23, 1.23]	0.21	[0.05, 0.92]	[-0.09, 1.32]	[-0.09, 2.48]								
3 2015	0.66	[0.66, 0.66]	[0.52, 0.52]	1.43	[1.63, 1.63]	[1.66, 1.66]	1.36	[1.03, 1.03]	[1.49, 1.49]	[1.19, 1.19]								
4 2015	0.81	[0.81, 0.81]	[0.80, 0.80]	0.63	[0.77, 0.77]	[0.50, 0.50]	1.09	[0.86, 1.00]	[0.72, 1.13]	[0.84, 0.84]								
$\bar{\beta}$	0.75	[0.73, 0.86]	[0.70, 0.81]	0.88	[0.69, 0.81]	[0.77, 1.01]	0.92	[0.78, 1.27]	[0.78, 1.26]	[0.97, 1.14]								
$\bar{\beta}+$	0.75	[0.81, 0.94]	[0.75, 0.86]	0.99	[1.02, 1.09]	[1.11, 1.23]	1.06	[0.99, 1.42]	[0.97, 1.40]	[1.16, 1.21]								
$N^c(\beta^+)$	24	22	23	22	19	19	22	21	21	21								

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.3.2.** Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones GCARSO y ICA

Período	GCARSO						ICA						
	BMV - INDUSTRIAL			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta^c, \beta^e]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^c, \beta^e]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^c, \beta^e]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta^c, \beta^e]$	$[\beta^u, \beta^l]$	
1 2010	0.79	[0.90, 0.90]	[1.01, 1.01]	0.70	[0.70, 0.70]	1.18	[0.88, 0.88]	[0.58, 0.58]	[0.51, 0.51]	0.64	[0.72, 1.15]	[1.22, 1.22]	[0.91, 0.91]
2 2010	0.98	[0.95, 0.95]	[0.98, 0.98]	0.90	[0.90, 0.90]	1.13	[1.07, 1.07]	[1.17, 1.17]	[1.03, 1.40]	0.99	[1.00, 1.00]	[1.27, 1.27]	[0.88, 0.92]
3 2010	0.53	[0.86, 0.86]	[0.61, 0.66]	0.43	[0.43, 0.66]	-0.43	[-0.45, -0.45]	[-2.95, -2.95]	[0.15, 0.15]	0.62	[0.73, 0.73]	[0.83, 0.95]	[0.83, 0.83]
4 2010	0.43	[0.45, 1.02]	[1.04, 1.04]	-0.18	[0.18, 0.59]	0.84	[-3.32, 3.16]	[-4.01, 1.87]	[-2.38, -2.38]	1.43	[0.15, 0.15]	[-0.07, -0.07]	[1.18, 1.18]
1 2011	0.72	[0.87, 0.87]	[0.47, 0.47]	0.73	[0.73, 0.73]	-0.22	[-0.16, -0.16]	[0.51, 0.51]	[-0.02, -0.02]	1.08	[1.64, 1.74]	[1.49, 1.49]	[0.84, 0.84]
2 2011	0.55	[0.42, 0.42]	[0.27, 0.27]	0.59	[0.59, 0.59]	0.57	[-0.38, -0.38]	[-0.27, -0.27]	[0.49, 0.49]	0.19	[0.47, 0.47]	[0.90, 0.90]	[0.10, 0.10]
3 2011	1.07	[0.99, 0.99]	[1.03, 1.03]	0.81	[0.81, 0.81]	1.51	[1.61, 1.61]	[1.86, 1.86]	[0.97, 0.97]	1.53	[1.95, 1.95]	[1.82, 1.82]	[0.69, 0.69]
4 2011	0.71	[0.50, 0.50]	[0.57, 0.57]	0.55	[0.55, 0.61]	1.25	[1.10, 1.10]	[1.01, 1.11]	[0.56, 0.56]	1.34	[1.93, 1.93]	[1.17, 1.17]	[1.36, 1.36]
1 2012	0.05	[0.84, 0.84]	[0.19, 0.19]	0.09	[0.09, 0.09]	-0.22	[-0.85, -0.85]	[0.73, 1.29]	[0.16, 0.16]	-0.06	[-0.91, -0.91]	[-1.57, -1.57]	[1.27, 1.27]
2 2012	1.56	[1.73, 1.73]	[1.38, 1.38]	1.38	[1.38, 1.81]	1.03	[2.24, 2.24]	[1.81, 1.81]	[1.14, 1.14]	2.47	[2.57, 2.57]	[2.34, 2.34]	[0.90, 2.26]
3 2012	1.07	[1.23, 1.23]	[0.93, 1.41]	1.34	[1.34, 1.34]	0.57	[0.55, 0.55]	[0.38, 0.38]	[-0.52, 0.76]	0.16	[0.06, 0.06]	[0.73, 0.73]	[0.11, 0.11]
4 2012	0.81	[0.79, 0.79]	[1.06, 1.06]	1.10	[1.10, 1.58]	0.54	[0.72, 0.72]	[2.58, 2.58]	[3.18, 3.18]	1.62	[2.14, 2.14]	[2.39, 2.39]	[1.79, 2.10]
1 2013	1.11	[1.03, 1.03]	[1.34, 1.34]	1.10	[1.10, 1.10]	1.04	[0.81, 1.67]	[1.48, 1.48]	[1.05, 1.05]	0.64	[0.81, 0.81]	[0.93, 0.93]	[0.75, 0.75]
2 2013	0.73	[0.97, 0.97]	[0.93, 0.93]	0.69	[0.69, 0.69]	0.66	[0.87, 0.87]	[0.97, 0.97]	[0.58, 0.65]	0.81	[-0.60, -0.60]	[0.01, 0.01]	[-0.61, 0.47]
3 2013	0.96	[0.62, 1.46]	[0.59, 0.59]	0.76	[0.76, 0.76]	0.56	[0.65, 0.65]	[0.72, 0.72]	[0.72, 0.72]	1.82	[2.66, 3.23]	[1.73, 3.34]	[0.73, 0.73]
4 2013	0.82	[0.64, 0.64]	[0.23, 0.23]	0.83	[0.83, 0.83]	1.30	[0.95, 0.95]	[0.79, 0.79]	[0.25, 0.25]	1.16	[0.11, 0.11]	[-0.27, -0.27]	[1.75, 1.75]
1 2014	0.91	[1.00, 1.00]	[0.55, 0.55]	0.66	[0.66, 0.66]	1.05	[0.59, 0.59]	[0.93, 0.93]	[0.53, 0.53]	2.41	[3.09, 3.09]	[2.29, 2.29]	[4.23, 4.23]
2 2014	0.93	[1.25, 1.25]	[0.88, 0.88]	0.84	[0.84, 0.84]	1.26	[1.33, 1.33]	[1.26, 1.26]	[0.91, 0.91]	1.26	[1.52, 3.46]	[1.84, 2.76]	[2.26, 2.26]
3 2014	1.00	[1.51, 1.51]	[1.28, 1.28]	0.88	[0.88, 1.00]	0.64	[0.67, 0.67]	[0.28, 0.28]	[0.64, 0.64]	0.60	[0.76, 1.51]	[0.50, 1.87]	[1.76, 1.87]
4 2014	0.85	[0.71, 0.71]	[0.76, 0.76]	0.62	[0.62, 0.62]	0.43	[0.15, 0.15]	[0.66, 0.66]	[0.50, 0.50]	2.05	[1.97, 1.97]	[1.87, 1.87]	[2.04, 2.04]
1 2015	0.68	[1.05, 1.05]	[0.61, 0.61]	0.70	[0.70, 0.70]	1.15	[1.40, 1.40]	[0.84, 0.84]	[0.79, 0.79]	0.70	[1.63, 1.63]	[0.77, 0.77]	[2.41, 2.41]
2 2015	0.85	[1.19, 1.19]	[-0.06, 0.42]	-0.06	[0.42, 0.42]	1.21	[1.92, 1.92]	[0.39, 0.61]	[1.10, 1.10]	1.14	[1.84, 1.84]	[1.78, 1.78]	[1.67, 1.67]
3 2015	0.77	[0.87, 0.87]	[0.41, 0.41]	0.20	[0.20, 0.20]	0.81	[0.53, 0.53]	[0.20, 0.20]	[0.59, 0.59]	1.95	[2.73, 2.73]	[2.84, 2.84]	[2.70, 2.70]
4 2015	0.73	[0.62, 0.62]	[0.34, 0.34]	0.55	[0.55, 0.76]	1.12	[0.20, 0.20]	[1.14, 1.14]	[0.97, 0.97]	0.40	[0.65, 0.65]	[-0.61, -0.61]	[-4.04, 2.55]
$\bar{\beta}$	<b>0.82</b>	<b>[0.92, 0.98]</b>	<b>[0.73, 0.77]</b>	<b>[0.67, 0.79]</b>	<b>[0.67, 0.79]</b>	<b>0.79</b>	<b>[0.55, 0.85]</b>	<b>[0.54, 0.83]</b>	<b>[0.58, 0.65]</b>	<b>1.12</b>	<b>[1.23, 1.39]</b>	<b>[1.09, 1.26]</b>	<b>[1.10, 1.50]</b>
$\bar{\beta}^+$	<b>0.82</b>	<b>[0.92, 0.98]</b>	<b>[0.76, 0.78]</b>	<b>[0.75, 0.82]</b>	<b>[0.75, 0.82]</b>	<b>0.94</b>	<b>[0.96, 1.00]</b>	<b>[0.97, 1.01]</b>	<b>[0.83, 0.86]</b>	<b>1.17</b>	<b>[1.41, 1.59]</b>	<b>[1.44, 1.64]</b>	<b>[1.42, 1.50]</b>
N°( $\beta^+$ )	24	24	23	22	21	19	21	21	20	23	22	20	22

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.3.3.** Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES y de las acciones CEMEX y MEXCHEM

Período	CEMEX						MEXCHEM					
	BMV - MATERIALES			CEMEX			BMV - MATERIALES			CEMEX		
	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	1.05	[1.33, 1.33]	[1.49, 1.49]	[0.67, 0.67]	1.62	[1.87, 1.87]	[1.43, 1.43]	[1.41, 1.41]	1.30	[1.71, 1.71]	[0.96, 2.28]	[1.41, 1.41]
2 2010	1.43	[1.71, 1.71]	[1.53, 1.53]	[1.31, 1.31]	1.80	[2.04, 2.04]	[0.81, 0.81]	[1.40, 1.40]	1.24	[1.24, 1.24]	[1.29, 1.29]	[1.14, 1.14]
3 2010	0.97	[0.75, 0.99]	[0.70, 0.92]	[0.69, 0.69]	1.87	[1.94, 1.94]	[1.24, 1.24]	[1.47, 1.47]	0.64	[0.87, 0.87]	[0.92, 0.92]	[0.79, 1.13]
4 2010	1.87	[1.58, 1.58]	[0.48, 1.83]	[0.48, 1.83]	1.67	[1.08, 2.50]	[-0.63, 2.17]	[2.17, 2.17]	2.28	[2.90, 2.90]	[2.26, 2.26]	[0.66, 2.46]
1 2011	1.01	[1.05, 1.05]	[1.06, 1.06]	[1.04, 1.04]	1.36	[1.16, 1.28]	[1.11, 1.11]	[1.09, 1.09]	1.36	[1.49, 1.49]	[1.59, 1.59]	[1.21, 1.21]
2 2011	0.93	[0.88, 0.88]	[0.78, 0.78]	[0.82, 0.82]	1.28	[1.24, 1.24]	[1.24, 1.24]	[1.24, 1.24]	0.34	[0.46, 0.46]	[0.27, 0.34]	[-1.19, -1.19]
3 2011	1.08	[1.12, 1.12]	[1.04, 1.04]	[1.19, 1.19]	1.85	[1.96, 1.96]	[2.43, 2.43]	[1.48, 1.48]	1.10	[1.12, 1.12]	[0.87, 0.97]	[1.22, 1.22]
4 2011	1.29	[1.24, 1.24]	[0.97, 0.97]	[1.06, 1.06]	3.58	[3.47, 3.47]	[3.23, 3.23]	[2.57, 2.57]	0.89	[0.72, 0.72]	[0.17, 1.16]	[0.66, 0.66]
1 2012	0.56	[0.92, 0.92]	[1.06, 1.06]	[0.08, 0.08]	2.31	[4.50, 5.20]	[3.89, 4.28]	[1.92, 1.92]	1.15	[1.91, 1.91]	[2.55, 2.55]	[1.28, 1.28]
2 2012	1.14	[1.16, 1.16]	[0.91, 0.91]	[0.90, 0.95]	2.83	[2.50, 3.04]	[2.31, 2.62]	[2.31, 2.62]	0.86	[1.77, 1.77]	[0.59, 0.59]	[0.26, 0.83]
3 2012	1.05	[0.56, 0.56]	[0.32, 0.32]	[1.01, 1.30]	1.74	[1.98, 1.98]	[0.11, 0.11]	[0.11, 0.14]	1.42	[1.44, 1.44]	[1.10, 1.10]	[1.46, 1.92]
4 2012	0.68	[1.03, 1.03]	[0.61, 0.61]	[0.30, 0.30]	1.93	[1.53, 2.41]	[0.98, 2.84]	[0.98, 2.84]	0.28	[0.76, 0.76]	[0.76, 0.76]	[-0.34, -0.34]
1 2013	0.53	[0.70, 0.70]	[0.52, 0.52]	[0.39, 0.39]	0.19	[1.12, 1.12]	[0.37, 0.37]	[0.90, 0.90]	0.92	[1.39, 1.39]	[1.22, 1.22]	[1.22, 1.22]
2 2013	0.69	[0.79, 0.79]	[0.88, 0.88]	[0.32, 0.32]	0.89	[0.85, 0.85]	[1.61, 1.61]	[2.06, 2.06]	0.40	[0.34, 0.34]	[0.38, 0.38]	[0.68, 0.68]
3 2013	0.72	[0.95, 0.95]	[1.04, 1.04]	[0.85, 0.85]	0.53	[0.69, 0.69]	[1.10, 1.10]	[0.53, 0.53]	2.36	[2.86, 2.86]	[3.35, 3.35]	[2.45, 2.45]
4 2013	0.55	[0.00, 0.00]	[-0.27, -0.27]	[0.55, 0.55]	0.58	[0.52, 0.52]	[0.85, 0.85]	[0.20, 0.20]	1.07	[0.25, 0.25]	[0.10, 0.10]	[1.48, 1.48]
1 2014	1.24	[1.64, 1.64]	[1.33, 1.33]	[1.00, 1.00]	1.13	[1.86, 1.86]	[1.14, 1.14]	[1.57, 1.57]	1.64	[1.08, 1.08]	[1.62, 1.62]	[1.84, 1.84]
2 2014	0.62	[0.83, 0.83]	[0.65, 0.65]	[0.19, 0.64]	0.75	[0.52, 2.42]	[0.24, 0.75]	[0.79, 0.79]	1.26	[0.98, 0.98]	[0.89, 0.89]	[0.94, 0.94]
3 2014	0.63	[0.46, 0.71]	[0.24, 0.24]	[0.51, 0.51]	0.64	[0.87, 0.87]	[0.80, 0.80]	[0.34, 0.65]	1.12	[0.56, 0.56]	[0.51, 0.51]	[0.62, 1.33]
4 2014	0.80	[1.07, 1.07]	[1.05, 1.05]	[0.91, 0.91]	0.94	[0.92, 0.92]	[0.67, 0.67]	[0.85, 0.85]	1.66	[1.38, 1.38]	[1.39, 1.39]	[0.73, 0.90]
1 2015	0.93	[1.24, 1.24]	[0.54, 0.54]	[1.07, 1.07]	1.82	[1.83, 1.83]	[1.45, 1.45]	[1.96, 1.96]	1.32	[0.89, 0.89]	[0.88, 0.88]	[1.24, 1.24]
2 2015	0.63	[1.65, 1.65]	[1.20, 1.20]	[0.26, 0.26]	1.87	[1.98, 1.98]	[1.73, 1.73]	[1.03, 1.20]	0.81	[-0.25, 0.01]	[-0.31, 1.17]	[1.23, 1.23]
3 2015	0.91	[1.00, 1.00]	[0.56, 0.56]	[0.86, 0.86]	2.45	[1.84, 1.84]	[1.94, 1.94]	[1.42, 1.42]	0.40	[0.47, 0.47]	[0.73, 0.73]	[0.43, 0.43]
4 2015	1.11	[0.60, 1.61]	[0.57, 1.62]	[0.67, 0.67]	2.15	[0.71, 0.71]	[0.55, 0.55]	[1.44, 1.95]	1.37	[1.09, 1.27]	[1.36, 1.36]	[1.31, 1.31]
$\bar{\beta}$	0.93	[1.01, 1.07]	[0.80, 0.91]	[0.71, 0.80]	1.57	[1.62, 1.86]	[1.27, 1.52]	[1.30, 1.43]	1.13	[1.14, 1.16]	[1.06, 1.23]	[0.95, 1.12]
$\bar{\beta}^+$	0.93	[1.01, 1.07]	[0.85, 0.96]	[0.71, 0.80]	1.57	[1.62, 1.86]	[1.36, 1.49]	[1.30, 1.43]	1.13	[1.20, 1.21]	[1.12, 1.23]	[1.10, 1.29]
$N^\circ(\beta^+)$	24	24	23	24	24	24	23	24	24	23	23	22

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.3.4.** Mercado de Méjico. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TELECOM y de las acciones AMX y TLEVIS

Período	BMV - TELECOM						AMX						TLEVIS					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$		
	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$		$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$		$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$		$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$			
1 2010	0.88	[0.84, 0.84]		0.98	[1.13, 1.13]	[1.17, 1.17]	0.69	[0.93, 0.93]	[0.56, 0.56]	[1.07, 1.07]								
2 2010	1.12	[1.14, 1.14]		0.47	[0.54, 0.54]	[0.48, 0.48]	0.51	[-0.04, -0.04]	[0.03, 0.03]	[0.47, 0.47]								
3 2010	0.96	[1.12, 1.38]		1.33	[1.16, 1.16]	[1.09, 1.09]	0.49	[0.76, 0.76]	[1.00, 1.16]	[0.37, 0.37]								
4 2010	0.75	[0.20, 2.41]	[0.43, 2.11]	1.54	[1.10, 1.10]	[1.02, 1.02]	2.32	[0.37, 5.65]	[-0.03, 5.54]	[-0.03, 0.08]								
1 2011	0.37	[0.10, 0.10]	[0.57, 0.57]	1.08	[0.94, 0.94]	[1.14, 1.14]	1.20	[1.44, 1.44]	[0.94, 0.94]	[1.23, 1.23]								
2 2011	0.78	[0.63, 0.63]	[0.67, 0.67]	1.58	[1.59, 1.59]	[1.60, 1.60]	0.66	[1.09, 1.09]	[0.85, 0.85]	[0.58, 0.58]								
3 2011	1.12	[1.18, 1.18]	[0.95, 1.55]	1.00	[0.71, 0.71]	[0.87, 0.87]	0.81	[0.60, 0.60]	[0.92, 0.92]	[0.92, 0.92]								
4 2011	1.14	[1.00, 1.00]	[1.10, 1.10]	1.09	[1.07, 1.07]	[0.76, 0.87]	0.78	[0.95, 0.95]	[0.57, 0.57]	[0.43, 0.56]								
1 2012	0.04	[-0.14, -0.14]	[-0.32, -0.32]	1.39	[0.71, 0.71]	[0.78, 0.78]	0.60	[-1.80, -1.80]	[-1.85, -1.85]	[0.10, 0.10]								
2 2012	0.67	[0.68, 0.68]	[0.74, 0.74]	0.82	[0.85, 0.85]	[0.69, 0.69]	0.54	[1.01, 1.01]	[0.73, 0.73]	[0.47, 0.47]								
3 2012	-0.49	[0.86, 0.86]	[0.90, 0.90]	0.42	[0.24, 0.53]	[0.01, 0.01]	0.96	[1.39, 1.39]	[0.89, 0.89]	[-0.58, 1.15]								
4 2012	0.79	[0.50, 0.69]	[1.03, 1.45]	0.98	[0.41, 0.41]	[0.58, 0.58]	0.70	[0.44, 1.52]	[0.60, 1.66]	[0.95, 0.96]								
1 2013	0.69	[0.17, 0.17]	[0.00, 0.00]	2.77	[2.68, 2.68]	[2.47, 2.47]	1.01	[1.07, 1.07]	[0.96, 0.96]	[0.85, 0.85]								
2 2013	0.78	[0.82, 0.82]	[0.80, 0.80]	1.28	[1.19, 1.19]	[0.85, 0.85]	1.04	[1.51, 1.51]	[1.21, 1.21]	[1.10, 1.10]								
3 2013	0.63	[0.42, 0.42]	[1.10, 1.10]	0.62	[0.51, 0.79]	[0.09, 0.91]	1.31	[1.00, 1.00]	[0.64, 0.64]	[1.08, 1.08]								
4 2013	0.85	[1.06, 1.65]	[1.02, 1.02]	0.96	[1.38, 1.38]	[-0.36, -0.36]	1.52	[2.07, 2.07]	[-0.13, -0.13]	[0.70, 0.70]								
1 2014	1.24	[1.08, 1.08]	[1.30, 1.30]	0.43	[0.08, 0.08]	[0.18, 0.18]	0.58	[0.78, 0.78]	[1.18, 1.18]	[0.08, 0.08]								
2 2014	1.06	[0.52, 1.21]	[0.27, 0.84]	0.97	[1.08, 1.08]	[0.84, 0.84]	0.68	[0.47, 0.47]	[0.08, 0.08]	[0.31, 0.31]								
3 2014	1.00	[1.02, 1.02]	[1.05, 1.05]	0.78	[-0.28, -0.28]	[-0.60, -0.60]	1.11	[0.62, 0.62]	[-0.06, -0.06]	[2.60, 2.60]								
4 2014	0.79	[0.83, 0.83]	[0.63, 0.63]	0.84	[0.72, 0.72]	[0.59, 0.59]	0.96	[0.84, 1.02]	[0.97, 1.00]	[0.67, 0.67]								
1 2015	0.56	[0.48, 0.48]	[0.20, 0.20]	0.82	[0.92, 0.92]	[0.81, 0.81]	0.39	[0.13, 0.13]	[0.24, 0.24]	[0.36, 0.36]								
2 2015	0.54	[0.69, 0.69]	[0.14, 0.14]	1.11	[0.73, 0.73]	[0.10, 0.10]	0.91	[1.16, 1.36]	[-0.03, 0.92]	[0.92, 0.92]								
3 2015	1.29	[1.55, 1.55]	[1.26, 1.40]	0.90	[0.52, 0.52]	[0.56, 0.56]	0.35	[0.39, 0.39]	[0.75, 0.75]	[-0.03, -0.03]								
4 2015	0.90	[0.43, 0.79]	[0.07, 0.60]	1.23	[0.65, 0.65]	[0.84, 0.84]	0.83	[1.53, 1.53]	[-0.37, -0.37]	[0.54, 0.54]								
$\bar{\beta}$	<b>0.77</b>	<b>[0.72, 0.90]</b>	<b>[0.66, 0.85]</b>	<b>1.06</b>	<b>[0.86, 0.88]</b>	<b>[0.69, 0.73]</b>	<b>0.87</b>	<b>[0.78, 1.06]</b>	<b>[0.44, 0.77]</b>	<b>[0.63, 0.71]</b>								
$\bar{\beta}+$	<b>0.82</b>	<b>[0.75, 0.94]</b>	<b>[0.75, 0.96]</b>	<b>1.06</b>	<b>[0.91, 0.93]</b>	<b>[0.80, 0.84]</b>	<b>0.87</b>	<b>[0.93, 1.24]</b>	<b>[0.73, 0.80]</b>	<b>[0.75, 0.76]</b>								
$N^\circ(\beta+)$	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>19</b>	<b>24</b>	<b>23</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>22</b>	<b>18</b>	<b>21</b>								

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.3.5.** Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIERO y de las acciones GFINBUR y GFNORTE

Periodo	BMV - FINANCIERO						GFINBUR						GFNORTE							
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	1.01	[1.14, 1.14]	[1.14, 1.14]	[1.00, 1.00]	1.67	[0.96, 0.96]	[0.90, 0.90]	[1.04, 1.04]	1.00	[1.85, 1.85]	[1.75, 1.75]	[1.15, 1.15]	1.00	[1.85, 1.85]	[1.75, 1.75]	[1.15, 1.15]	1.00	[1.85, 1.85]	[1.75, 1.75]	[1.15, 1.15]
2 2010	0.89	[0.80, 1.38]	[0.61, 0.61]	[0.51, 1.38]	0.85	[1.02, 1.02]	[1.30, 1.30]	[0.22, 0.96]	0.68	[2.81, 2.81]	[2.41, 2.41]	[0.90, 0.90]	0.68	[2.81, 2.81]	[2.41, 2.41]	[0.90, 0.90]	0.68	[2.81, 2.81]	[2.41, 2.41]	[0.90, 0.90]
1 2011	0.58	[0.63, 0.63]	[0.62, 0.62]	[0.65, 0.65]	0.79	[0.69, 0.69]	[1.41, 1.41]	[0.94, 0.94]	0.70	[0.95, 0.95]	[0.72, 0.72]	[0.89, 0.89]	0.70	[0.95, 0.95]	[0.72, 0.72]	[0.89, 0.89]	0.70	[0.95, 0.95]	[0.72, 0.72]	[0.89, 0.89]
2 2011	1.14	[1.18, 1.18]	[1.04, 1.54]	[0.93, 0.93]	1.24	[1.25, 1.25]	[0.55, 1.45]	[0.67, 0.76]	1.72	[1.91, 1.91]	[1.55, 1.55]	[1.56, 1.56]	1.72	[1.91, 1.91]	[1.55, 1.55]	[1.56, 1.56]	1.72	[1.91, 1.91]	[1.55, 1.55]	[1.56, 1.56]
1 2012	0.50	[0.60, 0.60]	[0.74, 0.74]	[-0.05, -0.05]	0.09	[-0.35, -0.35]	[0.48, 0.48]	[0.00, 0.00]	0.04	[0.07, 0.07]	[0.25, 0.29]	[0.20, 0.20]	0.04	[0.07, 0.07]	[0.25, 0.29]	[0.20, 0.20]	0.04	[0.07, 0.07]	[0.25, 0.29]	[0.20, 0.20]
2 2012	0.69	[0.04, 0.04]	[0.20, 0.20]	[0.63, 0.75]	0.68	[0.46, 0.46]	[-0.67, -0.67]	[-0.45, 1.83]	1.59	[0.00, 2.10]	[0.72, 1.55]	[1.30, 1.30]	1.59	[0.00, 2.10]	[0.72, 1.55]	[1.30, 1.30]	1.59	[0.00, 2.10]	[0.72, 1.55]	[1.30, 1.30]
1 2013	0.62	[0.69, 0.69]	[0.68, 0.68]	[0.67, 0.71]	0.93	[1.65, 1.65]	[1.41, 1.41]	[0.95, 1.35]	0.58	[-0.30, -0.30]	[-0.22, -0.22]	[0.25, 0.25]	0.58	[-0.30, -0.30]	[-0.22, -0.22]	[0.25, 0.25]	0.58	[-0.30, -0.30]	[-0.22, -0.22]	[0.25, 0.25]
2 2013	0.72	[0.65, 0.90]	[0.83, 0.85]	[0.34, 0.34]	1.22	[0.38, 0.38]	[1.34, 1.34]	[1.26, 1.26]	0.52	[1.14, 1.14]	[0.81, 0.81]	[0.72, 0.72]	0.52	[1.14, 1.14]	[0.81, 0.81]	[0.72, 0.72]	0.52	[1.14, 1.14]	[0.81, 0.81]	[0.72, 0.72]
1 2014	0.92	[1.16, 1.16]	[0.49, 0.49]	[0.84, 0.84]	1.19	[1.02, 1.02]	[0.25, 0.25]	[0.25, 0.25]	0.83	[1.49, 1.49]	[1.22, 1.47]	[0.84, 1.13]	0.83	[1.49, 1.49]	[1.22, 1.47]	[0.84, 1.13]	0.83	[1.49, 1.49]	[1.22, 1.47]	[0.84, 1.13]
2 2014	0.76	[0.86, 0.86]	[0.51, 0.51]	[0.62, 0.62]	0.82	[1.24, 1.62]	[1.32, 1.50]	[0.48, 0.48]	1.23	[1.19, 1.19]	[1.38, 1.38]	[1.69, 1.69]	1.23	[1.19, 1.19]	[1.38, 1.38]	[1.69, 1.69]	1.23	[1.19, 1.19]	[1.38, 1.38]	[1.69, 1.69]
1 2015	0.68	[0.69, 0.69]	[0.76, 0.76]	[0.83, 0.83]	1.07	[0.68, 0.68]	[1.31, 1.31]	[1.01, 1.07]	0.74	[0.63, 0.65]	[1.05, 1.05]	[1.21, 1.21]	0.74	[0.63, 0.65]	[1.05, 1.05]	[1.21, 1.21]	0.74	[0.63, 0.65]	[1.05, 1.05]	[1.21, 1.21]
2 2015	0.77	[0.66, 0.66]	[0.52, 0.69]	[0.78, 0.78]	0.91	[0.77, 0.77]	[0.50, 0.50]	[0.73, 1.54]	1.23	[0.92, 1.00]	[1.06, 1.13]	[1.41, 1.41]	1.23	[0.92, 1.00]	[1.06, 1.13]	[1.41, 1.41]	1.23	[0.92, 1.00]	[1.06, 1.13]	[1.41, 1.41]
$\bar{\beta}$	<b>0.77</b>	<b>[0.76, 0.83]</b>	<b>[0.68, 0.74]</b>	<b>[0.65, 0.73]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.81, 0.85]</b>	<b>[0.84, 0.93]</b>	<b>[0.59, 0.96]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.06, 1.24]</b>	<b>[1.06, 1.16]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.06, 1.24]</b>	<b>[1.06, 1.16]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.06, 1.24]</b>	<b>[1.06, 1.16]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.77</b>	<b>[0.76, 0.83]</b>	<b>[0.68, 0.74]</b>	<b>[0.71, 0.80]</b>	<b>0.96</b>	<b>[0.92, 0.95]</b>	<b>[0.98, 1.08]</b>	<b>[0.69, 0.88]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.18, 1.38]</b>	<b>[1.17, 1.28]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.18, 1.38]</b>	<b>[1.17, 1.28]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>	<b>0.91</b>	<b>[1.18, 1.38]</b>	<b>[1.17, 1.28]</b>	<b>[1.01, 1.04]</b>
$N^c(\beta+)$	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>12</b>

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.3.6.** Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INDUSTRIAL y de las acciones GCARSO y ICA

Periodo	BMV - INDUSTRIAL						GCARSO						ICA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$			
1 2010	0.92	[0.90, 0.90]	[1.01, 1.01]	1.18	[1.07, 1.07]	[0.92, 0.92]	0.85	[0.72, 1.15]	[0.59, 0.59]	0.85	[0.72, 1.15]	[1.22, 1.22]	0.85	[0.72, 1.15]	[0.91, 0.91]			
2 2010	0.48	[0.79, 0.79]	[0.66, 0.66]	-0.35	[-1.33, -1.33]	[-2.95, -2.95]	0.71	[0.59, 0.59]	[1.87, 1.87]	0.71	[0.59, 0.59]	[0.66, 0.66]	0.71	[0.59, 0.59]	[0.86, 0.95]			
1 2011	0.63	[0.87, 0.87]	[0.47, 0.47]	0.18	[-0.41, -0.41]	[-0.27, -0.27]	0.63	[1.18, 1.18]	[0.40, 0.40]	0.63	[1.18, 1.18]	[1.16, 1.16]	0.63	[1.18, 1.18]	[0.94, 0.94]			
2 2011	0.91	[0.91, 0.91]	[1.03, 1.03]	1.37	[1.61, 1.61]	[1.86, 1.86]	1.33	[1.95, 1.95]	[0.97, 0.97]	1.33	[1.95, 1.95]	[1.87, 1.87]	1.33	[1.95, 1.95]	[2.17, 2.31]			
1 2012	1.15	[1.14, 1.14]	[1.17, 1.17]	0.69	[2.63, 2.63]	[2.02, 2.02]	1.82	[2.09, 2.09]	[1.05, 1.38]	1.82	[2.09, 2.09]	[1.88, 1.88]	1.82	[2.09, 2.09]	[0.93, 0.93]			
2 2012	0.95	[0.79, 0.79]	[0.93, 1.18]	0.67	[0.72, 0.72]	[2.58, 2.58]	1.07	[1.87, 2.13]	[2.68, 2.97]	1.07	[1.87, 2.13]	[1.59, 1.59]	1.07	[1.87, 2.13]	[0.73, 0.73]			
1 2013	0.84	[0.97, 0.97]	[0.94, 0.94]	0.80	[0.87, 1.29]	[0.97, 0.97]	0.91	[-0.44, -0.44]	[1.00, 1.08]	0.91	[-0.44, -0.44]	[0.97, 0.97]	0.91	[-0.44, -0.44]	[0.61, 0.50]			
2 2013	0.89	[0.84, 1.38]	[0.80, 0.80]	0.84	[0.67, 0.67]	[0.79, 0.79]	1.49	[3.23, 3.23]	[0.30, 0.30]	1.49	[3.23, 3.23]	[2.99, 2.99]	1.49	[3.23, 3.23]	[0.73, 0.73]			
1 2014	0.90	[0.95, 0.95]	[0.55, 0.55]	1.03	[0.59, 0.59]	[0.93, 0.93]	2.11	[2.69, 2.69]	[0.53, 0.53]	2.11	[2.69, 2.69]	[2.29, 2.29]	2.11	[2.69, 2.69]	[2.13, 2.76]			
2 2014	0.90	[1.13, 1.13]	[0.86, 0.86]	0.55	[0.15, 0.15]	[0.66, 0.66]	1.70	[0.89, 0.89]	[0.50, 0.50]	1.70	[0.89, 0.89]	[1.37, 1.37]	1.70	[0.89, 0.89]	[1.77, 1.77]			
1 2015	0.71	[1.08, 1.08]	[0.55, 0.55]	1.17	[1.40, 1.40]	[0.84, 0.84]	0.84	[-0.50, -0.50]	[0.87, 0.87]	0.84	[-0.50, -0.50]	[0.36, 0.36]	0.84	[-0.50, -0.50]	[0.55, 2.82]			
2 2015	0.70	[0.89, 0.89]	[0.08, 0.08]	0.94	[0.20, 0.20]	[0.07, 0.07]	0.85	[0.65, 0.65]	[0.29, 0.29]	0.85	[0.65, 0.65]	[-0.61, -0.61]	0.85	[0.65, 0.65]	[1.45, 1.45]			
$\bar{\beta}$	<b>0.83</b>	<b>[0.94, 0.98]</b>	<b>[0.75, 0.77]</b>	<b>0.76</b>	<b>[0.68, 0.72]</b>	<b>[0.70, 0.70]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.24, 1.30]</b>	<b>[0.92, 0.98]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.24, 1.30]</b>	<b>[1.31, 1.31]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.24, 1.30]</b>	<b>[1.05, 1.40]</b>			
$\bar{\beta}+$	<b>0.83</b>	<b>[0.94, 0.98]</b>	<b>[0.75, 0.77]</b>	<b>0.86</b>	<b>[0.99, 1.03]</b>	<b>[1.16, 1.16]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.59, 1.66]</b>	<b>[0.92, 0.98]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.59, 1.66]</b>	<b>[1.49, 1.49]</b>	<b>1.19</b>	<b>[1.59, 1.66]</b>	<b>[1.20, 1.48]</b>			
$N^c(\beta^+)$	12	12	12	11	10	10	12	10	12	12	10	11	12	10	11			

Fuente: Elaboración propia

Tabla A.3.7. Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial MATERIALES y de las acciones CEMEX y MEXCHEM

Periodo	CEMEX						MEXCHEM					
	BMV - MATERIALES			CEMEX			BMV - MATERIALES			MEXCHEM		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	1.29	[1.33, 1.33]	[1.53, 1.53]	1.65	[2.44, 2.44]	[0.81, 0.81]	1.35	[1.60, 1.99]	[0.96, 2.28]	1.35	[1.60, 1.99]	[0.96, 2.28]
2 2010	1.11	[0.79, 1.00]	[0.48, 1.41]	1.95	[1.08, 2.50]	[0.46, 0.46]	0.92	[0.91, 1.29]	[0.98, 0.98]	0.92	[0.91, 1.29]	[0.98, 0.98]
1 2011	0.97	[1.05, 1.05]	[0.71, 0.71]	1.32	[1.24, 1.24]	[1.24, 1.24]	0.84	[0.52, 0.52]	[0.40, 0.40]	0.84	[0.52, 0.52]	[0.40, 0.40]
2 2011	1.21	[1.12, 1.12]	[1.04, 1.04]	2.91	[1.96, 3.15]	[2.43, 2.78]	1.00	[0.93, 0.93]	[0.77, 1.16]	1.00	[0.93, 0.93]	[0.77, 1.16]
1 2012	0.99	[0.92, 0.92]	[1.06, 1.06]	2.74	[2.09, 2.48]	[3.14, 4.28]	0.92	[1.77, 1.77]	[1.09, 1.09]	0.92	[1.77, 1.77]	[1.09, 1.09]
2 2012	0.82	[0.56, 0.56]	[0.14, 0.14]	1.80	[1.98, 1.98]	[0.11, 1.34]	0.77	[1.66, 1.66]	[1.49, 1.49]	0.77	[1.66, 1.66]	[1.49, 1.49]
1 2013	0.69	[0.70, 0.70]	[0.88, 0.88]	0.74	[1.07, 1.07]	[0.99, 0.99]	0.56	[1.28, 1.28]	[0.88, 0.88]	0.56	[1.28, 1.28]	[0.88, 0.88]
2 2013	0.63	[0.58, 0.58]	[0.79, 0.79]	0.53	[-0.50, -0.50]	[0.06, 0.06]	1.79	[1.02, 1.02]	[2.68, 2.68]	1.79	[1.02, 1.02]	[2.68, 2.68]
1 2014	1.05	[1.27, 1.27]	[1.25, 1.25]	0.94	[0.72, 0.72]	[0.74, 0.74]	1.62	[1.04, 1.04]	[1.62, 1.62]	1.62	[1.04, 1.04]	[1.62, 1.62]
2 2014	0.77	[1.05, 1.05]	[1.05, 1.05]	0.91	[0.92, 0.92]	[0.50, 0.50]	1.58	[1.38, 1.38]	[1.39, 1.39]	1.58	[1.38, 1.38]	[1.39, 1.39]
1 2015	0.88	[1.49, 1.49]	[1.03, 1.03]	1.83	[1.83, 1.83]	[1.73, 1.73]	1.24	[0.87, 0.87]	[1.17, 1.17]	1.24	[0.87, 0.87]	[1.17, 1.17]
2 2015	1.01	[0.60, 1.39]	[0.57, 1.41]	2.21	[0.71, 0.71]	[0.55, 0.55]	0.96	[1.09, 1.09]	[0.97, 0.97]	0.96	[1.09, 1.09]	[0.97, 0.97]
$\bar{\beta}$	0.95	[0.96, 1.04]	[0.88, 1.03]	1.63	[1.29, 1.54]	[1.06, 1.29]	1.13	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]	1.13	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]
$\bar{\beta}+$	0.95	[0.96, 1.04]	[0.88, 1.03]	1.63	[1.46, 1.73]	[1.06, 1.29]	1.13	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]	1.13	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]
$N^{\circ}(\beta^+)$	12	12	12	12	11	11	12	12	12	12	12	12

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.3.8.** Mercado de Méjico. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TELECOM y de las acciones AMX y TLEVIS

Período	BMV - TELECOM						AMX						TLEVIS					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$
1 2010	1.01	[1.14, 1.14]		0.66	[0.44, 0.44]	[1.15, 1.15]	0.59	[0.75, 0.75]	[0.75, 0.75]	0.59	[0.46, 0.46]	[0.35, 0.35]	0.47	[0.47, 0.47]		0.87	[1.14, 1.54]	[1.00, 3.39]
2 2010	0.89	[0.79, 0.79]		1.31	[1.10, 1.10]	[1.02, 1.02]	0.87	[1.14, 1.54]	[1.14, 1.54]	0.87	[1.98, 3.86]	[1.00, 3.39]	0.99	[0.99, 1.55]		0.92	[1.40, 1.40]	[0.85, 0.85]
1 2011	0.58	[0.63, 0.63]		1.33	[1.59, 1.59]	[1.50, 1.50]	1.01	[0.94, 0.94]	[0.76, 0.76]	0.82	[0.78, 0.78]	[1.08, 1.08]	0.59	[0.59, 0.59]		0.53	[-1.26, -1.26]	[-1.05, -1.05]
2 2011	1.14	[1.18, 1.18]		0.95	[0.85, 0.85]	[0.69, 0.69]	0.72	[0.41, 0.41]	[0.58, 0.58]	0.81	[0.83, 1.52]	[1.50, 1.66]	1.00	[0.60, 1.00]		1.01	[1.30, 1.30]	[1.21, 1.21]
1 2012	0.50	[0.60, 0.60]		1.60	[2.40, 2.40]	[1.68, 1.68]	0.79	[0.58, 0.58]	[-0.36, -0.36]	1.37	[2.17, 2.17]	[0.60, 0.60]	0.81	[0.70, 0.81]		0.54	[1.01, 1.01]	[1.12, 1.12]
2 2012	0.17	[0.50, 0.50]		0.69	[1.08, 1.08]	[0.84, 0.84]	0.69	[1.08, 1.08]	[0.84, 0.84]	0.54	[1.01, 1.01]	[1.12, 1.12]	0.22	[0.22, 0.22]		0.92	[0.94, 1.02]	[0.62, 0.62]
1 2013	0.76	[0.76, 0.76]		0.92	[0.53, 0.53]	[-0.10, -0.10]	0.90	[0.92, 0.92]	[0.47, 0.47]	0.52	[0.49, 0.49]	[0.24, 0.24]	0.39	[0.39, 0.39]		0.73	[1.53, 1.53]	[-0.37, -0.37]
2 2013	0.71	[0.86, 0.86]		1.00	[0.96, 0.96]	[0.75, 0.75]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.75, 0.75]	0.80	[0.94, 1.16]	[0.60, 0.81]	0.71	[0.62, 0.71]		0.80	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]
1 2014	1.10	[0.72, 0.72]		1.00	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	0.80	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]	0.71	[0.62, 0.71]		12	12	12
2 2014	0.85	[0.65, 0.65]		1.00	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	12	12	12	12	12		12	12	12
1 2015	0.55	[0.57, 0.57]		1.09	[0.65, 0.65]	[0.78, 0.78]	1.09	[0.65, 0.65]	[0.78, 0.78]	12	12	12	12	12		12	12	12
2 2015	1.05	[0.43, 0.79]		1.00	[0.65, 0.74]	[0.65, 0.74]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.75, 0.75]	12	12	12	12	12		12	12	12
$\bar{\beta}$	0.78	[0.74, 0.77]		1.00	[0.62, 0.71]	[0.62, 0.71]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.75, 0.75]	0.80	[0.94, 1.16]	[0.60, 0.81]	0.71	[0.62, 0.71]		0.80	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]
$\bar{\beta}^+$	0.78	[0.74, 0.77]		1.00	[0.62, 0.71]	[0.62, 0.71]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.75, 0.75]	0.80	[0.94, 1.16]	[0.60, 0.81]	0.71	[0.62, 0.71]		0.80	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	10	12	12	10	12	12	10	12	12	10	12	12		12	12	12

Fuente: *Elaboración propia*

## ANEXO 4. ESTADOS UNIDOS

---



**Tabla A.4.1.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGY y de las acciones CHK y WFT

Período	NYSE - ENERGY						CHK						WFT					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	1.31	[1.59, 1.59]	[1.34, 1.34]	[1.57, 1.57]	1.76	[1.94, 2.05]	[1.72, 1.72]	[2.20, 2.80]	2.40	[2.54, 2.54]	[2.31, 2.31]	2.40	[2.54, 2.54]	[2.31, 2.31]	[3.61, 3.85]			
2 2010	1.19	[1.22, 1.22]	[1.13, 1.13]	[0.93, 0.93]	1.23	[1.43, 1.43]	[1.01, 1.01]	[1.55, 1.55]	1.91	[1.86, 1.86]	[1.48, 1.48]	1.91	[1.86, 1.86]	[1.48, 1.48]	[2.58, 2.58]			
3 2010	1.12	[1.15, 1.15]	[0.71, 0.71]	[0.91, 0.91]	1.24	[0.70, 0.70]	[0.46, 0.46]	[1.09, 1.09]	1.65	[1.21, 1.61]	[1.56, 1.56]	1.65	[1.21, 1.61]	[1.56, 1.56]	[1.29, 1.51]			
4 2010	1.17	[0.98, 0.98]	[0.75, 0.75]	[1.10, 1.10]	0.59	[2.31, 2.31]	[1.63, 1.63]	[0.22, 0.22]	1.85	[1.78, 1.78]	[1.79, 1.79]	1.85	[1.78, 1.78]	[1.79, 1.79]	[2.57, 2.57]			
1 2011	1.12	[1.21, 1.21]	[1.69, 1.69]	[0.90, 0.90]	0.01	[-1.19, -1.19]	[0.93, 0.93]	[0.43, 0.43]	2.10	[2.62, 2.62]	[2.14, 2.14]	2.10	[2.62, 2.62]	[2.14, 2.14]	[0.93, 0.93]			
2 2011	1.55	[1.87, 1.87]	[1.41, 1.41]	[1.45, 1.61]	1.71	[2.25, 2.25]	[1.68, 1.68]	[1.51, 1.51]	1.59	[0.38, 0.38]	[0.19, 0.19]	1.59	[0.38, 0.38]	[0.19, 0.19]	[1.63, 1.63]			
3 2011	1.21	[1.25, 1.25]	[1.13, 1.13]	[0.96, 0.96]	1.50	[1.88, 1.88]	[1.10, 1.10]	[1.45, 1.45]	1.71	[1.93, 1.93]	[1.46, 1.46]	1.71	[1.93, 1.93]	[1.46, 1.46]	[1.22, 1.22]			
4 2011	1.26	[1.24, 1.27]	[1.51, 1.51]	[1.52, 1.52]	1.69	[1.60, 1.60]	[1.14, 1.14]	[1.47, 1.47]	1.87	[2.11, 2.11]	[2.11, 2.11]	1.87	[2.11, 2.11]	[2.11, 2.11]	[1.63, 1.63]			
1 2012	1.20	[0.66, 0.66]	[0.52, 0.52]	[1.09, 1.09]	1.13	[5.05, 5.05]	[3.01, 5.69]	[0.14, 0.14]	2.48	[1.45, 1.45]	[2.60, 2.60]	2.48	[1.45, 1.45]	[2.60, 2.60]	[3.80, 3.80]			
2 2012	1.29	[1.30, 1.30]	[1.21, 1.21]	[1.11, 1.11]	1.69	[2.44, 2.44]	[2.83, 2.83]	[1.99, 1.99]	1.98	[2.07, 2.07]	[1.65, 1.65]	1.98	[2.07, 2.07]	[1.65, 1.65]	[1.57, 1.57]			
3 2012	1.27	[1.29, 1.29]	[1.00, 1.02]	[1.00, 1.43]	1.90	[1.19, 1.19]	[0.58, 0.58]	[1.88, 4.85]	2.63	[1.42, 1.42]	[-0.01, 0.74]	2.63	[1.42, 1.42]	[-0.01, 0.74]	[3.14, 3.14]			
4 2012	1.05	[0.84, 0.85]	[1.05, 1.05]	[1.29, 1.29]	1.62	[0.42, 0.42]	[1.93, 1.93]	[3.20, 3.20]	1.80	[1.54, 1.54]	[2.35, 2.35]	1.80	[1.54, 1.54]	[2.35, 2.35]	[0.63, 0.63]			
1 2013	1.24	[1.25, 1.25]	[1.15, 1.15]	[1.21, 1.21]	2.52	[3.05, 3.63]	[2.44, 2.44]	[5.52, 5.52]	3.06	[4.20, 4.20]	[3.35, 3.35]	3.06	[4.20, 4.20]	[3.35, 3.35]	[2.78, 2.78]			
2 2013	1.11	[1.09, 1.18]	[0.94, 0.94]	[1.12, 1.12]	0.87	[-0.41, -0.41]	[0.85, 0.85]	[-0.25, -0.25]	1.76	[2.22, 2.22]	[2.62, 2.62]	1.76	[2.22, 2.22]	[2.62, 2.62]	[0.91, 1.06]			
3 2013	0.72	[0.78, 0.78]	[0.68, 0.68]	[1.04, 1.04]	0.71	[0.46, 0.46]	[0.79, 0.79]	[0.00, 0.00]	0.45	[-0.29, -0.29]	[-0.41, -0.34]	0.45	[-0.29, -0.29]	[-0.41, -0.34]	[1.43, 1.43]			
4 2013	1.13	[1.20, 1.20]	[1.24, 1.24]	[1.31, 1.31]	0.79	[1.18, 1.18]	[1.79, 1.79]	[0.92, 0.92]	1.44	[-0.04, -0.04]	[1.17, 1.17]	1.44	[-0.04, -0.04]	[1.17, 1.17]	[1.17, 1.17]			
1 2014	0.96	[1.22, 1.22]	[0.94, 0.94]	[0.54, 0.54]	-0.55	[-1.71, -1.71]	[-1.20, -1.20]	[-0.11, -0.11]	2.66	[3.71, 3.71]	[3.11, 3.11]	2.66	[3.71, 3.71]	[3.11, 3.11]	[2.29, 2.29]			
2 2014	1.10	[0.65, 0.65]	[0.57, 0.57]	[1.10, 1.10]	1.42	[0.85, 0.85]	[0.77, 0.77]	[-0.09, 1.03]	1.92	[0.10, 0.10]	[0.51, 0.51]	1.92	[0.10, 0.10]	[0.51, 0.51]	[2.71, 2.71]			
3 2014	1.26	[1.43, 1.43]	[1.84, 1.84]	[1.05, 1.05]	1.55	[0.52, 0.52]	[1.82, 1.82]	[1.23, 1.23]	2.41	[1.59, 1.59]	[2.91, 2.91]	2.41	[1.59, 1.59]	[2.91, 2.91]	[2.92, 2.92]			
4 2014	1.94	[2.21, 2.21]	[1.86, 1.86]	[1.32, 2.07]	3.09	[4.37, 4.37]	[4.48, 4.48]	[3.99, 3.99]	3.40	[5.20, 5.20]	[4.11, 4.11]	3.40	[5.20, 5.20]	[4.11, 4.11]	[2.07, 4.33]			
1 2015	1.41	[1.33, 1.33]	[1.56, 1.56]	[1.86, 1.86]	1.58	[1.13, 1.13]	[1.87, 1.87]	[3.47, 3.47]	1.89	[1.98, 1.98]	[3.18, 3.18]	1.89	[1.98, 1.98]	[3.18, 3.18]	[2.09, 2.09]			
2 2015	0.97	[0.74, 0.74]	[0.18, 0.18]	[1.25, 1.25]	-0.19	[-0.68, -0.68]	[-2.77, -2.77]	[0.86, 1.29]	2.63	[1.94, 1.94]	[1.93, 1.93]	2.63	[1.94, 1.94]	[1.93, 1.93]	[3.49, 3.49]			
3 2015	1.22	[1.08, 1.08]	[0.98, 0.98]	[1.07, 1.07]	2.48	[4.98, 4.98]	[3.59, 3.59]	[1.83, 1.83]	2.53	[3.78, 3.78]	[3.85, 3.85]	2.53	[3.78, 3.78]	[3.85, 3.85]	[2.13, 2.13]			
4 2015	1.75	[1.76, 1.98]	[2.09, 2.36]	[1.43, 1.43]	2.38	[0.03, 2.14]	[0.13, 4.57]	[4.57, 4.57]	3.35	[2.95, 2.95]	[4.72, 4.72]	3.35	[2.95, 2.95]	[4.72, 4.72]	[3.98, 3.98]			
$\bar{\beta}$	1.23	[1.22, 1.24]	[1.15, 1.16]	[1.17, 1.23]	1.36	[1.41, 1.52]	[1.36, 1.65]	[1.63, 1.84]	2.14	[2.01, 2.03]	[2.11, 2.15]	2.14	[2.01, 2.03]	[2.11, 2.15]	[2.19, 2.31]			
$\bar{\beta}^+$	1.23	[1.22, 1.24]	[1.15, 1.16]	[1.17, 1.23]	1.52	[1.89, 2.03]	[1.66, 1.99]	[1.98, 2.18]	2.14	[2.21, 2.22]	[2.32, 2.32]	2.14	[2.21, 2.22]	[2.32, 2.32]	[2.19, 2.31]			
$N^\circ(\beta^+)$	24	24	24	24	22	20	22	20	24	22	22	24	22	22	24	24		

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.4.2.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial HEALTHCARE y de las acciones JNJ y PFE

Periodo	NYSE - HEALTHCARE						JNJ						PFE					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		
1 2010	0.46	[0.50, 0.50]	[0.79, 0.79]	[0.37, 0.37]	0.39	[0.15, 0.47]	[0.39, 0.39]	[0.16, 0.37]	0.35	[0.60, 0.60]	[0.78, 0.78]	[0.01, 0.01]						
2 2010	0.61	[0.68, 0.68]	[0.73, 0.73]	[0.48, 0.48]	0.23	[0.08, 0.08]	[0.38, 0.38]	[0.47, 0.47]	0.47	[0.63, 0.63]	[0.63, 0.63]	[0.47, 0.47]						
3 2010	0.50	[0.07, 0.90]	[-0.24, 0.79]	[0.35, 0.35]	0.43	[0.00, 0.58]	[-0.26, 0.96]	[0.75, 0.96]	0.57	[0.42, 1.47]	[-0.27, 1.25]	[0.68, 0.68]						
4 2010	0.57	[0.57, 0.57]	[0.48, 0.48]	[0.48, 0.48]	0.47	[0.52, 0.77]	[0.52, 0.70]	[0.52, 0.52]	0.37	[0.09, 0.09]	[0.19, 0.19]	[0.71, 1.01]						
1 2011	0.81	[0.64, 0.64]	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.86]	0.71	[1.40, 1.40]	[1.20, 1.20]	[0.45, 0.45]	0.44	[0.61, 0.61]	[0.03, 0.03]	[0.29, 0.29]						
2 2011	0.57	[0.55, 0.55]	[0.95, 1.00]	[0.15, 0.15]	0.58	[0.88, 0.88]	[0.89, 0.89]	[0.07, 0.07]	0.76	[1.60, 1.60]	[2.27, 2.27]	[0.67, 0.67]						
3 2011	0.73	[0.78, 0.78]	[0.39, 0.39]	[0.62, 0.62]	0.44	[0.35, 0.35]	[0.33, 0.33]	[0.37, 0.37]	0.62	[0.68, 0.68]	[0.81, 0.81]	[0.37, 0.37]						
4 2011	0.67	[0.64, 0.64]	[0.54, 0.54]	[0.63, 0.67]	0.50	[0.41, 0.41]	[0.39, 0.39]	[0.49, 0.49]	0.70	[0.77, 0.77]	[0.72, 0.72]	[0.44, 0.86]						
1 2012	0.45	[0.21, 0.21]	[-0.03, -0.03]	[0.53, 0.56]	0.25	[0.23, 0.23]	[0.35, 0.35]	[-0.11, -0.11]	0.08	[-0.81, -0.81]	[-0.56, -0.56]	[-0.23, 0.39]						
2 2012	0.66	[0.67, 0.67]	[0.53, 0.53]	[0.54, 0.54]	0.50	[0.99, 0.99]	[1.02, 1.02]	[0.52, 0.52]	0.54	[0.26, 0.26]	[0.60, 0.60]	[0.70, 0.70]						
3 2012	0.25	[0.08, 0.08]	[0.13, 0.13]	[-0.06, 0.05]	0.16	[-0.07, -0.07]	[-0.13, -0.13]	[-0.11, -0.11]	-0.38	[0.06, 0.06]	[-0.08, -0.08]	[-0.48, -0.48]						
4 2012	0.88	[1.04, 1.04]	[0.90, 0.90]	[0.93, 1.06]	0.66	[0.53, 0.53]	[0.46, 0.46]	[0.58, 0.58]	0.80	[0.73, 0.73]	[1.43, 1.43]	[0.73, 0.73]						
1 2013	0.70	[0.79, 0.79]	[0.70, 0.70]	[0.90, 0.90]	0.45	[0.21, 0.21]	[0.51, 0.51]	[0.02, 0.52]	0.94	[0.85, 0.85]	[1.30, 1.30]	[0.42, 0.42]						
2 2013	0.58	[0.62, 0.66]	[0.75, 0.75]	[0.54, 0.56]	0.55	[0.34, 0.34]	[0.95, 0.95]	[0.18, 0.18]	0.21	[0.74, 0.80]	[-0.25, 0.66]	[0.47, 0.47]						
3 2013	0.92	[0.90, 0.90]	[0.78, 0.78]	[0.80, 0.80]	1.25	[1.41, 1.41]	[1.42, 1.42]	[1.17, 1.17]	0.70	[0.66, 0.66]	[0.02, 0.02]	[0.50, 0.50]						
4 2013	0.91	[1.01, 1.01]	[1.23, 1.23]	[0.99, 0.99]	0.78	[0.98, 0.98]	[0.89, 0.89]	[0.76, 0.99]	1.38	[0.98, 1.67]	[1.08, 1.75]	[1.08, 1.75]						
1 2014	1.03	[0.80, 0.80]	[1.06, 1.06]	[1.11, 1.11]	1.37	[1.28, 1.28]	[1.49, 1.49]	[0.85, 0.85]	1.25	[1.18, 1.18]	[1.33, 1.33]	[1.28, 1.28]						
2 2014	0.93	[0.99, 0.99]	[1.03, 1.03]	[0.68, 0.68]	0.77	[0.93, 0.93]	[0.57, 0.57]	[0.93, 0.93]	1.49	[0.77, 0.77]	[1.17, 1.17]	[1.56, 1.56]						
3 2014	0.84	[0.60, 0.60]	[0.76, 0.76]	[0.76, 0.76]	0.62	[1.43, 1.43]	[1.30, 1.30]	[0.71, 0.71]	1.47	[1.85, 1.85]	[1.73, 1.73]	[1.23, 1.23]						
4 2014	0.90	[0.97, 0.97]	[0.90, 0.90]	[0.60, 0.90]	0.95	[0.87, 1.22]	[0.91, 0.91]	[0.43, 1.30]	0.79	[0.59, 0.59]	[0.30, 0.30]	[0.67, 0.67]						
1 2015	0.71	[0.60, 0.60]	[0.32, 0.38]	[0.77, 0.77]	0.54	[0.29, 0.29]	[0.09, 0.09]	[-0.12, 0.50]	0.85	[0.75, 0.75]	[0.94, 0.94]	[1.00, 1.40]						
2 2015	1.02	[0.95, 0.95]	[1.06, 1.06]	[0.83, 0.83]	1.52	[1.44, 1.44]	[0.94, 0.98]	[1.10, 1.10]	0.94	[0.63, 0.63]	[0.53, 0.53]	[1.37, 1.37]						
3 2015	1.06	[1.10, 1.10]	[0.89, 0.89]	[0.46, 0.46]	0.76	[0.82, 0.82]	[0.43, 0.43]	[0.28, 0.28]	1.34	[1.43, 1.43]	[1.17, 1.17]	[1.03, 1.03]						
4 2015	0.54	[0.24, 0.24]	[-0.18, -0.18]	[0.25, 0.25]	0.53	[0.48, 0.48]	[0.23, 0.23]	[0.48, 0.48]	0.32	[-0.15, -0.15]	[0.05, 0.37]	[-0.01, -0.01]						
$\bar{\beta}$	<b>0.72</b>	<b>[0.67, 0.70]</b>	<b>[0.63, 0.68]</b>	<b>[0.59, 0.63]</b>	<b>0.64</b>	<b>[0.66, 0.73]</b>	<b>[0.64, 0.70]</b>	<b>[0.46, 0.57]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.66, 0.74]</b>	<b>[0.66, 0.80]</b>	<b>[0.62, 0.72]</b>						
$\bar{\beta}^+$	<b>0.72</b>	<b>[0.67, 0.70]</b>	<b>[0.74, 0.74]</b>	<b>[0.62, 0.66]</b>	<b>0.64</b>	<b>[0.73, 0.77]</b>	<b>[0.71, 0.72]</b>	<b>[0.54, 0.63]</b>	<b>0.76</b>	<b>[0.77, 0.85]</b>	<b>[0.85, 0.90]</b>	<b>[0.75, 0.81]</b>						
$N^\circ(\bar{\beta}^+)$	24	24	21	23	24	22	22	21	23	22	20	22						

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.4.3.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIAL y de las acciones BAC y WFC

Período	NYSE - FINANCIAL						BAC						WFC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	1.19	[1.17, 1.19]	[1.04, 1.04]	[1.05, 1.05]	1.41	[1.71, 2.00]	[1.25, 1.84]	[1.22, 1.22]	0.92	[0.72, 0.72]	[0.79, 0.79]	[1.31, 1.31]						
2 2010	1.13	[1.16, 1.16]	[1.14, 1.14]	[1.38, 1.38]	1.04	[1.46, 1.46]	[0.98, 0.98]	[1.17, 1.17]	0.99	[0.98, 0.98]	[1.29, 1.29]	[0.80, 1.33]						
3 2010	1.26	[1.00, 1.02]	[0.44, 0.86]	[0.44, 0.86]	1.40	[1.09, 1.38]	[-0.08, 1.38]	[1.17, 1.38]	1.60	[1.16, 1.84]	[1.33, 1.38]	[1.33, 1.33]						
4 2010	1.46	[1.37, 1.37]	[1.37, 1.37]	[1.01, 1.01]	1.96	[3.08, 3.08]	[3.14, 3.14]	[1.72, 1.72]	2.41	[0.37, 0.37]	[0.54, 0.54]	[2.05, 2.07]						
1 2011	1.06	[1.15, 1.17]	[0.80, 1.19]	[0.93, 0.93]	1.08	[0.47, 0.47]	[0.29, 0.29]	[1.44, 1.44]	0.53	[-0.51, 0.57]	[-0.60, 0.88]	[-0.46, -0.46]						
2 2011	1.05	[1.08, 1.08]	[1.01, 1.01]	[1.12, 1.12]	0.82	[0.55, 0.55]	[0.70, 0.70]	[0.79, 0.79]	0.86	[0.43, 0.43]	[0.49, 0.49]	[0.71, 0.71]						
3 2011	1.09	[1.17, 1.17]	[1.17, 1.17]	[0.84, 0.84]	1.47	[1.69, 1.69]	[1.97, 1.97]	[1.11, 1.11]	1.13	[1.22, 1.22]	[1.46, 1.46]	[0.98, 0.98]						
4 2011	1.24	[1.24, 1.24]	[1.33, 1.33]	[1.13, 1.13]	1.74	[2.05, 2.33]	[1.06, 1.99]	[1.47, 1.47]	1.20	[1.11, 1.16]	[0.96, 1.18]	[0.96, 1.18]						
1 2012	1.61	[1.71, 1.71]	[0.74, 1.08]	[1.26, 1.31]	3.14	[1.85, 6.43]	[2.17, 5.04]	[2.17, 5.04]	1.47	[1.41, 1.41]	[1.43, 1.43]	[2.19, 2.81]						
2 2012	1.23	[1.22, 1.22]	[1.10, 1.10]	[1.01, 1.01]	1.45	[1.40, 1.40]	[1.72, 1.72]	[0.74, 0.74]	1.26	[1.29, 1.29]	[0.77, 0.77]	[0.87, 0.87]						
3 2012	1.38	[1.23, 1.23]	[1.14, 1.17]	[1.14, 1.17]	3.25	[2.39, 2.39]	[3.67, 3.67]	[2.25, 4.13]	0.94	[0.75, 0.75]	[1.06, 1.06]	[0.09, 0.46]						
4 2012	1.17	[1.16, 1.16]	[1.27, 1.27]	[1.51, 1.51]	2.34	[2.73, 2.73]	[2.56, 2.56]	[2.56, 2.56]	1.39	[1.50, 1.50]	[1.74, 1.74]	[1.45, 1.45]						
1 2013	1.15	[1.31, 1.31]	[1.13, 1.34]	[1.25, 1.34]	1.95	[1.71, 1.71]	[2.96, 3.48]	[2.49, 2.49]	0.87	[1.18, 1.18]	[0.70, 0.70]	[0.76, 1.12]						
2 2013	1.16	[0.99, 0.99]	[0.79, 0.79]	[1.33, 1.33]	1.26	[0.69, 0.69]	[0.69, 0.69]	[1.17, 2.01]	0.37	[0.71, 0.71]	[0.29, 0.29]	[0.33, 0.33]						
3 2013	1.19	[1.14, 1.14]	[1.21, 1.21]	[1.12, 1.19]	1.46	[1.49, 1.49]	[1.69, 1.69]	[1.68, 1.68]	1.25	[1.12, 1.12]	[1.24, 1.24]	[1.15, 1.15]						
4 2013	1.24	[1.03, 1.03]	[1.13, 1.13]	[1.02, 1.02]	1.17	[-0.04, -0.04]	[0.83, 0.83]	[0.59, 2.69]	0.96	[1.04, 1.04]	[1.40, 1.40]	[1.26, 1.26]						
1 2014	1.10	[1.23, 1.23]	[1.11, 1.11]	[1.37, 1.37]	0.85	[0.09, 0.09]	[1.25, 1.25]	[0.83, 0.83]	0.88	[1.39, 1.39]	[1.41, 1.41]	[1.40, 1.40]						
2 2014	1.23	[1.09, 1.46]	[1.25, 1.25]	[1.25, 1.25]	1.51	[0.38, 0.38]	[0.68, 0.68]	[1.16, 1.16]	1.12	[1.04, 1.04]	[1.56, 1.56]	[0.77, 1.41]						
3 2014	1.06	[1.11, 1.11]	[1.21, 1.21]	[1.26, 1.26]	1.21	[1.57, 1.57]	[1.68, 1.68]	[2.10, 2.10]	1.05	[1.12, 1.12]	[1.25, 1.25]	[1.30, 1.30]						
4 2014	0.84	[0.74, 0.74]	[0.65, 0.65]	[0.48, 0.77]	0.87	[1.00, 1.00]	[0.77, 0.77]	[0.67, 0.67]	0.81	[0.99, 0.99]	[0.84, 0.84]	[0.45, 0.86]						
1 2015	1.12	[1.03, 1.03]	[1.02, 1.02]	[0.97, 0.97]	1.17	[1.27, 1.27]	[0.84, 0.84]	[0.69, 1.38]	1.07	[1.20, 1.20]	[1.60, 1.60]	[0.98, 0.98]						
2 2015	0.70	[0.51, 0.51]	[0.58, 0.58]	[0.78, 0.78]	0.02	[-0.22, -0.22]	[-0.43, -0.43]	[0.22, 0.22]	0.08	[0.33, 0.33]	[-0.23, -0.23]	[-0.19, -0.19]						
3 2015	1.02	[0.98, 0.98]	[1.05, 1.05]	[0.84, 0.84]	1.45	[1.82, 1.82]	[1.01, 1.01]	[1.04, 1.04]	0.92	[0.83, 0.83]	[0.54, 0.54]	[0.61, 0.61]						
4 2015	1.03	[1.03, 1.03]	[1.15, 1.15]	[0.96, 0.96]	0.96	[0.53, 0.53]	[0.06, 0.06]	[0.91, 0.91]	0.76	[0.71, 0.71]	[0.78, 0.78]	[0.62, 0.62]						
$\hat{\beta}$	1.15	[1.12, 1.14]	[1.03, 1.09]	[1.06, 1.10]	1.46	[1.28, 1.51]	[1.31, 1.58]	[1.31, 1.66]	1.04	[0.92, 1.00]	[0.94, 1.02]	[0.90, 1.04]						
$\bar{\beta}+$	1.15	[1.12, 1.14]	[1.03, 1.09]	[1.06, 1.10]	1.46	[1.41, 1.66]	[1.45, 1.68]	[1.31, 1.66]	1.04	[0.98, 1.01]	[1.07, 1.08]	[1.02, 1.16]						
$N^\circ(\hat{\beta}+)$	24	24	24	24	24	22	22	24	24	23	22	22						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.4.4.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ENERGY y de las acciones CHK y WFT

Período	NYSE - ENERGY						CHK						WFT					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$			
1 2010	1.21	[1.37, 1.37]	[1.13, 1.13]	1.33	[0.62, 0.62]	[0.62, 0.62]	1.96	[1.98, 1.98]	[1.43, 1.43]	1.96	[1.54, 1.54]	[1.79, 2.08]	1.96	[1.98, 1.98]	[1.54, 1.54]			
2 2010	1.13	[1.15, 1.15]	[0.71, 0.71]	1.03	[2.17, 2.17]	[1.54, 1.54]	1.70	[1.78, 1.78]	[0.59, 0.59]	1.70	[1.79, 1.79]	[0.87, 0.87]	1.70	[1.78, 1.78]	[1.79, 1.79]			
1 2011	1.40	[1.66, 1.66]	[1.50, 1.50]	1.09	[0.92, 0.92]	[0.93, 0.93]	1.84	[2.62, 2.62]	[0.70, 0.70]	1.84	[2.14, 2.14]	[0.93, 0.93]	1.84	[2.62, 2.62]	[2.14, 2.14]			
2 2011	1.24	[1.25, 1.25]	[1.13, 1.13]	1.47	[1.66, 1.66]	[0.47, 0.47]	1.81	[1.93, 1.93]	[0.80, 0.80]	1.81	[1.46, 1.46]	[1.43, 1.43]	1.81	[1.93, 1.93]	[1.46, 1.46]			
1 2012	1.24	[1.30, 1.30]	[0.83, 0.83]	1.59	[2.44, 2.44]	[2.83, 2.83]	2.02	[1.45, 1.45]	[2.43, 2.43]	2.02	[2.06, 2.06]	[2.20, 2.20]	2.02	[1.45, 1.45]	[2.06, 2.06]			
2 2012	1.15	[0.90, 0.90]	[1.05, 1.05]	1.75	[1.19, 1.19]	[1.39, 1.39]	2.15	[2.74, 2.74]	[1.88, 1.88]	2.15	[2.78, 2.78]	[1.04, 2.40]	2.15	[2.74, 2.74]	[2.78, 2.78]			
1 2013	1.15	[1.09, 1.18]	[0.94, 0.94]	1.53	[0.65, 0.65]	[1.23, 1.23]	2.13	[2.47, 2.47]	[1.33, 1.33]	2.13	[2.62, 2.62]	[2.12, 2.12]	2.13	[2.47, 2.47]	[2.62, 2.62]			
2 2013	0.88	[0.78, 0.78]	[0.70, 0.70]	0.73	[2.93, 2.93]	[2.94, 2.94]	0.82	[0.84, 0.84]	[1.13, 1.72]	0.82	[0.70, 0.89]	[0.80, 0.80]	0.82	[0.84, 0.84]	[0.70, 0.89]			
1 2014	1.03	[0.74, 0.74]	[0.57, 0.57]	0.34	[0.38, 0.38]	[0.28, 0.28]	2.38	[0.66, 0.66]	[-0.38, -0.38]	2.38	[1.39, 1.39]	[3.11, 3.11]	2.38	[0.66, 0.66]	[1.39, 1.39]			
2 2014	1.75	[1.65, 1.65]	[1.84, 1.84]	2.72	[4.32, 4.32]	[4.48, 4.48]	3.07	[4.83, 4.83]	[4.16, 4.16]	3.07	[4.11, 4.11]	[2.09, 3.98]	3.07	[4.83, 4.83]	[4.11, 4.11]			
1 2015	1.35	[1.29, 1.29]	[1.62, 1.62]	1.32	[-1.57, -1.57]	[-0.87, -0.87]	1.98	[1.98, 1.98]	[1.76, 1.76]	1.98	[3.18, 3.18]	[2.14, 3.02]	1.98	[1.98, 1.98]	[3.18, 3.18]			
2 2015	1.50	[1.75, 1.75]	[1.73, 2.19]	2.20	[1.44, 1.44]	[1.63, 3.62]	2.94	[0.85, 0.85]	[1.45, 1.45]	2.94	[2.52, 2.52]	[3.83, 3.83]	2.94	[0.85, 0.85]	[2.52, 2.52]			
$\bar{\beta}$	1.25	[1.24, 1.25]	[1.15, 1.18]	1.43	[1.43, 1.43]	[1.46, 1.62]	2.07	[2.01, 2.01]	[1.44, 1.49]	2.07	[2.19, 2.21]	[1.86, 2.23]	2.07	[2.01, 2.01]	[2.19, 2.21]			
$\bar{\beta}+$	1.25	[1.24, 1.25]	[1.15, 1.18]	1.43	[1.70, 1.70]	[1.67, 1.85]	2.07	[2.01, 2.01]	[1.60, 1.66]	2.07	[2.19, 2.21]	[1.86, 2.23]	2.07	[2.01, 2.01]	[2.19, 2.21]			
$N^\circ(\beta+)$	12	12	12	12	11	11	12	12	11	11	12	12	12	12	12			

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.4.5.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial HEALTHCARE y de las acciones JNJ y PFE

Período	NYSE – HEALTHCARE						JNJ						PFE					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	0.57	[0.54, 0.54]	[0.73, 0.73]	[0.76, 0.76]	[0.23, 0.23]	[0.38, 0.38]	0.30	[0.23, 0.23]	[0.38, 0.38]	[0.33, 0.33]	0.44	[0.53, 0.53]	[0.77, 0.77]	[0.31, 0.31]	0.44	[0.53, 0.53]	[0.77, 0.77]	[0.31, 0.31]
2 2010	0.53	[0.16, 0.90]	[-0.20, 0.79]	[0.35, 0.35]	[0.00, 0.58]	[-0.26, 0.96]	0.45	[0.00, 0.58]	[-0.26, 0.96]	[0.75, 0.75]	0.53	[0.09, 1.47]	[0.07, 1.25]	[-0.11, 0.05]	0.53	[0.09, 1.47]	[0.07, 1.25]	[-0.11, 0.05]
1 2011	0.65	[0.64, 0.64]	[0.85, 1.00]	[0.60, 0.60]	[1.33, 1.33]	[1.20, 1.20]	0.56	[1.33, 1.33]	[1.20, 1.20]	[0.24, 0.24]	0.66	[0.65, 0.65]	[1.44, 1.44]	[0.37, 0.37]	0.66	[0.65, 0.65]	[1.44, 1.44]	[0.37, 0.37]
2 2011	0.70	[0.76, 0.76]	[0.39, 0.39]	[0.62, 0.62]	[0.40, 0.40]	[0.32, 0.32]	0.45	[0.40, 0.40]	[0.32, 0.32]	[0.32, 0.32]	0.71	[0.68, 0.68]	[0.81, 0.81]	[0.54, 0.54]	0.71	[0.68, 0.68]	[0.81, 0.81]	[0.54, 0.54]
1 2012	0.60	[0.67, 0.67]	[0.40, 0.40]	[0.51, 0.51]	[0.99, 0.99]	[1.02, 1.02]	0.41	[0.99, 0.99]	[1.02, 1.02]	[0.35, 0.35]	0.44	[0.26, 0.26]	[0.33, 0.33]	[0.26, 0.26]	0.44	[0.26, 0.26]	[0.33, 0.33]	[0.26, 0.26]
2 2012	0.65	[0.55, 0.55]	[0.58, 0.58]	[0.64, 0.64]	[0.59, 0.59]	[0.41, 0.41]	0.46	[0.59, 0.59]	[0.41, 0.41]	[0.40, 0.40]	0.36	[-0.30, -0.30]	[-0.33, -0.33]	[0.08, 0.08]	0.36	[-0.30, -0.30]	[-0.33, -0.33]	[0.08, 0.08]
1 2013	0.65	[0.62, 0.62]	[0.75, 0.75]	[0.54, 0.54]	[0.34, 0.34]	[0.87, 0.87]	0.55	[0.34, 0.34]	[0.87, 0.87]	[0.18, 0.18]	0.56	[0.74, 0.80]	[-0.25, 0.66]	[-0.40, -0.18]	0.56	[0.74, 0.80]	[-0.25, 0.66]	[-0.40, -0.18]
2 2013	0.92	[0.94, 0.94]	[0.82, 0.82]	[0.87, 0.87]	[1.24, 1.24]	[1.42, 1.42]	1.07	[1.24, 1.24]	[1.42, 1.42]	[1.19, 1.19]	0.96	[0.98, 1.51]	[1.41, 1.41]	[1.15, 1.15]	0.96	[0.98, 1.51]	[1.41, 1.41]	[1.15, 1.15]
1 2014	0.97	[0.99, 0.99]	[1.03, 1.03]	[1.06, 1.06]	[1.01, 1.01]	[1.49, 1.49]	1.11	[1.01, 1.01]	[1.49, 1.49]	[0.82, 0.82]	1.29	[1.06, 1.06]	[1.33, 1.33]	[1.56, 1.56]	1.29	[1.06, 1.06]	[1.33, 1.33]	[1.56, 1.56]
2 2014	0.89	[0.97, 0.97]	[0.90, 0.90]	[0.76, 0.76]	[1.29, 1.29]	[0.91, 0.91]	0.86	[1.29, 1.29]	[0.91, 0.91]	[0.92, 1.12]	0.96	[0.74, 0.74]	[0.30, 0.30]	[0.89, 0.89]	0.96	[0.74, 0.74]	[0.30, 0.30]	[0.89, 0.89]
1 2015	0.74	[0.40, 0.40]	[0.38, 0.38]	[0.40, 0.40]	[0.39, 0.39]	[0.09, 0.09]	0.69	[0.39, 0.39]	[0.09, 0.09]	[0.50, 0.50]	0.84	[0.48, 0.48]	[0.70, 0.70]	[1.00, 1.12]	0.84	[0.48, 0.48]	[0.70, 0.70]	[1.00, 1.12]
2 2015	0.79	[0.85, 0.85]	[0.50, 0.50]	[0.34, 0.34]	[0.75, 0.75]	[0.51, 0.51]	0.70	[0.75, 0.75]	[0.51, 0.51]	[0.52, 0.52]	0.77	[0.21, 0.21]	[0.51, 0.51]	[0.44, 0.44]	0.77	[0.21, 0.21]	[0.51, 0.51]	[0.44, 0.44]
$\bar{\beta}$	<b>0.72</b>	<b>[0.67, 0.74]</b>	<b>[0.59, 0.69]</b>	<b>[0.62, 0.62]</b>	<b>[0.71, 0.76]</b>	<b>[0.70, 0.80]</b>	<b>0.63</b>	<b>[0.71, 0.76]</b>	<b>[0.70, 0.80]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.51, 0.67]</b>	<b>[0.59, 0.77]</b>	<b>[0.51, 0.55]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.51, 0.67]</b>	<b>[0.59, 0.77]</b>	<b>[0.51, 0.55]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.72</b>	<b>[0.67, 0.74]</b>	<b>[0.67, 0.68]</b>	<b>[0.62, 0.62]</b>	<b>[0.78, 0.78]</b>	<b>[0.78, 0.78]</b>	<b>0.63</b>	<b>[0.78, 0.78]</b>	<b>[0.78, 0.78]</b>	<b>[0.54, 0.56]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.58, 0.76]</b>	<b>[0.77, 0.89]</b>	<b>[0.66, 0.67]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.58, 0.76]</b>	<b>[0.77, 0.89]</b>	<b>[0.66, 0.67]</b>
$N^c(\beta+)$	12	12	11	12	11	11	12	11	11	12	12	11	10	10	12	11	10	10

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.4.6.** Mercado de Estados Unidos. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial FINANCIAL y de las acciones BAC y WFC

Período	NYSE - FINANCIAL						BAC						WFC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	1.16	[1.16, 1.16]	[1.14, 1.14]	1.23	[1.71, 1.98]	[1.83, 1.84]	1.04	[0.72, 0.72]	[1.21, 1.22]	1.04	[0.72, 0.72]	[1.44, 1.44]	1.31	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]	1.04	[0.72, 0.72]	[1.44, 1.44]
2 2010	1.32	[1.02, 1.02]	[0.44, 0.86]	1.55	[2.28, 2.28]	[1.48, 1.48]	1.80	[0.37, 0.37]	[1.72, 1.72]	1.80	[0.37, 0.37]	[0.54, 0.54]	1.33	[1.33, 1.33]	[1.33, 1.33]	1.80	[0.37, 0.37]	[0.54, 0.54]
1 2011	1.06	[1.15, 1.17]	[1.15, 1.15]	0.98	[0.47, 0.47]	[0.24, 0.24]	0.75	[0.43, 0.43]	[0.29, 1.44]	0.75	[0.43, 0.43]	[0.49, 0.49]	0.88	[0.56, 0.88]	[0.56, 0.88]	0.75	[0.43, 0.43]	[0.49, 0.49]
2 2011	1.16	[1.20, 1.20]	[1.17, 1.17]	1.61	[1.76, 1.76]	[1.97, 1.97]	1.15	[1.11, 1.11]	[1.13, 1.73]	1.15	[1.11, 1.11]	[1.41, 1.41]	0.96	[0.96, 0.96]	[0.96, 0.96]	1.15	[1.11, 1.11]	[1.41, 1.41]
1 2012	1.33	[1.22, 1.56]	[1.10, 1.10]	2.01	[4.08, 4.08]	[3.51, 3.90]	1.33	[1.41, 1.41]	[0.70, 0.70]	1.33	[1.41, 1.41]	[1.23, 1.43]	0.96	[0.96, 0.96]	[0.96, 0.96]	1.33	[1.41, 1.41]	[1.23, 1.43]
2 2012	1.24	[1.40, 1.40]	[1.14, 1.14]	2.60	[3.60, 3.60]	[3.36, 3.36]	1.21	[0.92, 1.10]	[2.25, 3.08]	1.21	[0.92, 1.10]	[1.53, 1.53]	1.24	[1.24, 1.24]	[1.24, 1.24]	1.21	[0.92, 1.10]	[1.53, 1.53]
1 2013	1.13	[0.99, 0.99]	[0.79, 0.79]	1.45	[1.24, 1.24]	[1.78, 1.78]	0.51	[0.80, 0.80]	[1.90, 1.90]	0.51	[0.80, 0.80]	[0.35, 0.35]	0.69	[0.48, 0.69]	[0.48, 0.69]	0.51	[0.80, 0.80]	[0.35, 0.35]
2 2013	1.21	[1.15, 1.15]	[1.13, 1.13]	1.35	[2.00, 2.00]	[2.43, 2.43]	1.15	[1.12, 1.71]	[1.45, 2.37]	1.15	[1.12, 1.71]	[1.24, 1.71]	1.40	[1.40, 1.40]	[1.40, 1.40]	1.15	[1.12, 1.71]	[1.24, 1.71]
1 2014	1.15	[1.23, 1.23]	[1.11, 1.11]	1.03	[0.38, 0.38]	[0.68, 0.68]	0.96	[1.32, 1.39]	[1.05, 1.05]	0.96	[1.32, 1.39]	[1.41, 1.41]	0.27	[0.27, 0.27]	[0.27, 0.27]	0.96	[1.32, 1.39]	[1.41, 1.41]
2 2014	0.89	[0.85, 0.85]	[0.65, 0.65]	0.93	[1.32, 1.32]	[1.14, 1.14]	0.88	[1.13, 1.13]	[1.23, 1.23]	0.88	[1.13, 1.13]	[0.97, 0.97]	0.86	[0.78, 0.86]	[0.78, 0.86]	0.88	[1.13, 1.13]	[0.97, 0.97]
1 2015	1.06	[1.13, 1.13]	[1.02, 1.02]	1.04	[1.27, 1.27]	[0.84, 0.84]	0.93	[1.20, 1.20]	[0.69, 1.48]	0.93	[1.20, 1.20]	[1.60, 1.75]	1.07	[1.07, 1.07]	[1.07, 1.07]	0.93	[1.20, 1.20]	[1.60, 1.75]
2 2015	1.02	[1.03, 1.03]	[1.05, 1.05]	1.18	[1.67, 1.67]	[1.47, 1.47]	0.85	[1.05, 1.05]	[1.01, 1.01]	0.85	[1.05, 1.05]	[0.78, 0.78]	0.88	[0.88, 0.88]	[0.88, 0.88]	0.85	[1.05, 1.05]	[0.78, 0.78]
$\bar{\beta}$	1.14	[1.13, 1.16]	[0.99, 1.03]	1.41	[1.81, 1.84]	[1.73, 1.76]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.22, 1.58]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]	0.99	[0.94, 0.99]	[0.94, 0.99]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]
$\beta^+$	1.14	[1.13, 1.16]	[0.99, 1.03]	1.41	[1.81, 1.84]	[1.73, 1.76]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.22, 1.58]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]	0.99	[0.94, 0.99]	[0.94, 0.99]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

Fuente: *Elaboración propia*

## ANEXO 5. REINO UNIDO

---



Tabla A.5.1. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones LLOYDS y HSBC

Período	FTSE 350 - BANKS						LLOYDS						HSBC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_2^{L-HY}]$
1 2010	1.50	[1.29, 1.40]	[1.64, 1.64]	[0.90, 0.90]	1.82	[2.04, 2.80]	[1.21, 1.21]	[1.22, 1.22]	0.91	[0.65, 0.65]	[0.75, 0.75]	[0.95, 0.95]						
2 2010	1.20	[1.09, 1.09]	[1.14, 1.31]	[1.37, 1.37]	1.70	[2.01, 2.01]	[2.31, 2.31]	[2.12, 2.12]	0.76	[0.99, 0.99]	[0.36, 0.45]	[0.85, 0.85]						
3 2010	1.23	[0.58, 0.58]	[0.79, 0.79]	[1.32, 1.32]	1.75	[0.55, 0.55]	[2.05, 2.05]	[1.13, 1.13]	0.86	[0.81, 0.81]	[0.73, 0.73]	[0.55, 0.55]						
4 2010	1.54	[1.74, 1.74]	[2.04, 2.04]	[1.79, 1.79]	1.79	[2.31, 2.63]	[2.50, 2.50]	[1.52, 1.52]	1.31	[1.20, 1.20]	[1.87, 1.87]	[1.36, 1.36]						
1 2011	1.34	[2.14, 2.14]	[1.24, 1.24]	[0.96, 0.96]	1.44	[2.08, 2.08]	[2.72, 2.72]	[2.00, 2.00]	1.24	[1.18, 1.18]	[1.14, 1.14]	[1.36, 1.78]						
2 2011	1.50	[1.36, 1.36]	[1.25, 1.25]	[-0.39, -0.39]	3.33	[2.41, 2.41]	[2.64, 2.64]	[2.68, 2.68]	0.87	[0.96, 0.96]	[0.99, 0.99]	[1.80, 1.80]						
3 2011	1.18	[1.24, 1.24]	[0.80, 0.80]	[1.28, 1.28]	2.54	[2.36, 2.36]	[3.20, 3.20]	[3.01, 3.01]	0.82	[0.81, 0.81]	[0.82, 0.82]	[0.72, 0.72]						
4 2011	1.66	[1.62, 1.62]	[2.06, 2.06]	[1.58, 1.58]	1.96	[2.34, 2.34]	[2.80, 2.80]	[1.73, 2.48]	1.34	[1.54, 1.54]	[1.69, 1.69]	[1.07, 1.25]						
1 2012	2.07	[2.04, 2.60]	[1.29, 2.20]	[0.64, 0.64]	3.13	[2.97, 2.97]	[1.42, 1.42]	[1.41, 1.41]	1.83	[1.70, 2.55]	[1.15, 1.74]	[0.88, 0.88]						
2 2012	1.54	[1.00, 1.00]	[0.79, 0.79]	[1.13, 1.13]	2.16	[1.94, 1.94]	[1.36, 1.36]	[0.83, 0.83]	1.36	[1.20, 1.20]	[0.97, 0.97]	[1.21, 1.21]						
3 2012	1.73	[1.73, 1.73]	[1.62, 1.74]	[1.62, 1.92]	1.76	[0.22, 1.42]	[-0.28, 2.08]	[-0.28, 1.46]	1.56	[1.51, 1.51]	[1.54, 1.54]	[1.94, 1.94]						
4 2012	1.09	[0.87, 0.87]	[0.42, 0.42]	[0.71, 0.71]	0.29	[-0.69, -0.69]	[-0.47, -0.47]	[0.24, 0.24]	1.27	[1.09, 1.09]	[0.75, 0.75]	[0.97, 0.97]						
1 2013	1.34	[1.63, 1.63]	[1.24, 1.64]	[1.64, 1.64]	0.15	[-0.71, -0.71]	[-1.42, -1.42]	[-0.32, -0.32]	1.19	[1.73, 1.73]	[1.46, 1.46]	[1.46, 1.46]						
2 2013	1.35	[1.76, 1.76]	[1.21, 1.21]	[1.21, 1.21]	1.89	[2.30, 2.30]	[1.26, 2.42]	[1.71, 1.71]	1.27	[1.54, 1.54]	[1.06, 1.06]	[0.82, 0.82]						
3 2013	1.43	[1.18, 1.18]	[1.28, 1.40]	[1.28, 1.40]	1.48	[1.68, 2.08]	[1.20, 2.45]	[0.90, 0.90]	1.59	[1.39, 1.39]	[1.29, 1.29]	[0.94, 1.34]						
4 2013	0.83	[0.62, 0.62]	[0.83, 0.83]	[0.95, 0.95]	1.02	[0.96, 0.96]	[1.01, 1.01]	[1.58, 1.58]	0.53	[0.50, 0.50]	[0.78, 0.78]	[0.49, 0.49]						
1 2014	1.13	[1.59, 1.59]	[1.69, 1.69]	[1.22, 1.22]	0.27	[-0.08, -0.08]	[-0.48, -0.48]	[0.37, 0.37]	1.32	[2.12, 2.12]	[2.49, 2.49]	[1.55, 1.55]						
2 2014	1.10	[1.13, 1.13]	[0.83, 0.83]	[1.19, 1.19]	2.75	[1.56, 1.56]	[2.00, 2.00]	[1.43, 1.43]	0.20	[0.42, 0.42]	[-0.03, -0.03]	[0.47, 0.47]						
3 2014	0.91	[1.07, 1.07]	[0.87, 0.87]	[0.94, 0.94]	0.91	[0.99, 0.99]	[1.35, 1.35]	[1.18, 1.18]	0.82	[0.64, 0.64]	[0.53, 0.53]	[0.68, 0.68]						
4 2014	0.79	[0.75, 0.75]	[0.39, 0.39]	[0.53, 0.53]	0.72	[0.61, 0.61]	[0.57, 0.57]	[1.45, 1.45]	0.76	[0.80, 0.80]	[0.11, 0.11]	[0.40, 0.40]						
1 2015	1.20	[1.34, 1.34]	[0.88, 0.88]	[1.29, 1.30]	0.78	[0.98, 0.98]	[0.91, 0.91]	[0.53, 0.53]	1.04	[0.98, 0.98]	[1.31, 1.31]	[1.03, 1.03]						
2 2015	0.79	[0.75, 0.75]	[0.32, 0.32]	[0.12, 0.12]	0.07	[0.02, 0.02]	[0.38, 0.38]	[-0.64, -0.64]	1.10	[1.03, 1.03]	[-0.01, -0.01]	[0.66, 0.66]						
3 2015	1.17	[1.32, 1.32]	[0.77, 0.77]	[1.12, 1.12]	0.83	[0.85, 0.85]	[1.46, 1.46]	[0.95, 0.95]	1.27	[1.28, 1.28]	[1.14, 1.14]	[0.68, 0.68]						
4 2015	1.09	[1.19, 1.19]	[1.21, 1.21]	[0.90, 0.90]	0.66	[0.89, 0.89]	[0.91, 0.91]	[0.41, 0.41]	1.13	[1.39, 1.39]	[1.30, 1.30]	[0.92, 0.92]						
$\bar{\beta}$	1.28	[1.29, 1.32]	[1.11, 1.18]	[1.05, 1.07]	1.47	[1.27, 1.39]	[1.28, 1.47]	[1.13, 1.24]	1.10	[1.14, 1.18]	[1.01, 1.04]	[0.99, 1.03]						
$\bar{\beta}+$	1.28	[1.29, 1.32]	[1.11, 1.18]	[1.12, 1.14]	1.47	[1.53, 1.65]	[1.66, 1.78]	[1.35, 1.39]	1.10	[1.14, 1.18]	[1.10, 1.13]	[0.99, 1.03]						
$N^{\circ}(\bar{\beta}+)$	24	24	24	23	24	21	20	21	24	24	22	24						

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.5.2.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial OIL & GAS PRODUCERS y de las acciones BP y ROYALB

Período	FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS						BP						ROYAL B					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$[\beta^C, \beta^E]$	$[\beta^U, \beta^D]$		$[\beta^{U-HV}, \beta^{D-HV}]$	$[\beta^C, \beta^E]$		$[\beta^U, \beta^D]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{D-HV}]$		$[\beta^C, \beta^E]$	$[\beta^U, \beta^D]$		$[\beta^{U-HV}, \beta^{D-HV}]$	$[\beta^C, \beta^E]$		$[\beta^U, \beta^D]$	$[\beta^{U-HV}, \beta^{D-HV}]$	$[\beta^C, \beta^E]$
1 2010	1.05	[0.89, 0.89]	[0.81, 0.87]	[0.99, 0.99]	1.06	[0.91, 0.91]	[1.12, 1.70]	[0.75, 0.75]	0.97	[1.03, 1.03]	[0.95, 0.95]	[0.90, 0.90]						
2 2010	0.69	[0.76, 0.76]	[0.75, 0.75]	[0.74, 0.74]	0.05	[-0.91, -0.91]	[-1.25, -1.25]	[0.30, 0.30]	0.99	[1.08, 1.08]	[0.85, 0.85]	[0.52, 0.52]						
3 2010	1.08	[0.70, 0.74]	[0.58, 0.58]	[1.19, 1.19]	1.49	[1.08, 1.08]	[0.81, 0.81]	[2.47, 2.47]	1.10	[1.40, 1.40]	[0.95, 0.95]	[1.08, 1.08]						
4 2010	0.97	[1.29, 1.29]	[1.01, 1.01]	[1.00, 1.00]	1.03	[1.73, 1.73]	[1.01, 1.01]	[1.10, 1.10]	0.70	[-0.01, -0.01]	[0.53, 0.53]	[0.91, 0.91]						
1 2011	0.74	[0.86, 0.86]	[0.76, 0.76]	[-0.01, 0.61]	0.94	[0.54, 1.96]	[0.20, 2.57]	[0.72, 0.72]	0.52	[0.55, 0.68]	[0.80, 0.80]	[0.60, 0.60]						
2 2011	1.48	[1.59, 1.59]	[0.77, 0.77]	[1.39, 1.39]	1.29	[1.69, 1.69]	[1.48, 1.48]	[1.60, 1.60]	1.30	[1.33, 1.33]	[0.49, 0.49]	[1.26, 1.26]						
3 2011	1.21	[1.21, 1.21]	[0.82, 0.82]	[0.98, 0.98]	0.94	[0.60, 0.60]	[0.76, 0.76]	[0.78, 0.78]	1.27	[1.20, 1.20]	[0.98, 0.98]	[1.07, 1.07]						
4 2011	0.99	[1.02, 1.02]	[1.16, 1.16]	[0.85, 0.85]	1.17	[1.12, 1.12]	[1.10, 1.10]	[1.36, 1.39]	0.73	[0.52, 0.73]	[0.72, 0.72]	[0.90, 0.90]						
1 2012	0.71	[0.40, 0.40]	[0.15, 0.15]	[0.44, 1.35]	1.00	[0.40, 1.13]	[0.46, 0.88]	[0.61, 0.61]	0.36	[0.38, 0.38]	[-0.12, -0.12]	[-0.22, -0.20]						
2 2012	1.11	[0.93, 0.93]	[1.36, 1.36]	[0.54, 0.54]	1.04	[1.46, 1.46]	[0.89, 0.89]	[0.80, 0.80]	0.92	[1.24, 1.24]	[1.36, 1.36]	[0.95, 0.95]						
3 2012	1.10	[1.28, 1.28]	[1.20, 1.20]	[1.53, 1.53]	0.68	[0.21, 0.59]	[-0.37, 1.23]	[0.24, 1.23]	1.42	[1.91, 1.91]	[9.12, 9.12]	[1.36, 1.36]						
4 2012	1.14	[0.99, 0.99]	[1.05, 1.05]	[0.89, 0.89]	1.30	[1.13, 1.62]	[0.98, 0.98]	[1.03, 1.03]	0.97	[1.15, 1.15]	[0.61, 0.61]	[0.79, 0.79]						
1 2013	1.19	[0.96, 0.96]	[0.73, 0.73]	[0.76, 0.76]	1.22	[0.94, 1.16]	[0.87, 0.87]	[-0.05, 1.24]	1.15	[1.67, 1.67]	[1.01, 1.01]	[0.57, 0.57]						
2 2013	0.86	[0.95, 0.95]	[0.96, 0.96]	[0.72, 0.72]	0.69	[0.38, 0.38]	[0.64, 0.64]	[0.48, 0.48]	0.89	[0.88, 0.88]	[1.00, 1.00]	[0.91, 0.91]						
3 2013	0.42	[-0.61, 0.64]	[-0.69, 0.10]	[-0.59, -0.59]	0.13	[-0.27, 0.37]	[-0.20, -0.20]	[-0.17, 0.17]	0.40	[-0.99, 0.95]	[-0.31, 0.53]	[-0.45, -0.45]						
4 2013	1.00	[0.52, 0.52]	[0.96, 0.96]	[0.89, 0.89]	0.90	[1.86, 1.86]	[1.17, 1.17]	[1.05, 1.05]	0.96	[0.74, 0.74]	[0.77, 0.77]	[0.29, 0.29]						
1 2014	1.07	[0.98, 0.98]	[0.40, 0.40]	[-0.28, 0.97]	0.82	[1.12, 1.12]	[0.00, 0.00]	[0.13, 0.13]	0.78	[0.89, 0.89]	[0.01, 0.01]	[1.22, 1.22]						
2 2014	1.08	[1.32, 1.32]	[0.78, 0.78]	[0.82, 0.82]	0.99	[0.89, 0.89]	[0.37, 0.37]	[0.33, 0.33]	0.94	[1.49, 1.49]	[1.45, 1.45]	[-0.25, -0.25]						
3 2014	0.88	[0.85, 0.85]	[0.79, 0.79]	[0.81, 0.81]	1.16	[1.10, 1.10]	[0.29, 0.29]	[1.96, 1.96]	0.50	[0.86, 0.86]	[0.50, 0.50]	[0.56, 0.56]						
4 2014	1.54	[1.81, 1.81]	[1.60, 1.60]	[1.53, 1.53]	1.47	[1.78, 1.78]	[1.80, 1.80]	[0.88, 0.88]	1.63	[1.88, 1.88]	[1.75, 1.75]	[1.34, 1.34]						
1 2015	1.91	[1.84, 2.11]	[1.71, 1.71]	[1.18, 1.18]	1.74	[1.87, 1.98]	[1.60, 1.60]	[1.59, 2.28]	2.05	[2.22, 2.22]	[1.81, 1.81]	[1.90, 1.97]						
2 2015	0.99	[0.68, 0.68]	[0.54, 0.54]	[0.51, 1.25]	1.17	[1.02, 1.02]	[0.84, 0.84]	[0.76, 0.76]	-0.35	[-0.44, -0.44]	[-0.13, -0.13]	[-0.46, -0.46]						
3 2015	1.16	[1.42, 1.42]	[0.75, 0.75]	[0.32, 0.32]	0.81	[0.88, 0.88]	[0.42, 0.42]	[0.52, 0.52]	1.39	[1.74, 1.74]	[1.40, 1.40]	[1.13, 1.13]						
4 2015	2.10	[2.10, 2.10]	[2.21, 2.21]	[1.63, 1.63]	1.97	[2.28, 2.28]	[2.15, 2.15]	[2.04, 2.04]	2.21	[2.31, 2.31]	[2.39, 2.39]	[1.44, 1.44]						
$\hat{\beta}$	1.10	[1.03, 1.10]	[0.88, 0.92]	[0.78, 0.93]	1.04	[0.99, 1.16]	[0.71, 0.92]	[0.89, 1.03]	0.99	[1.04, 1.14]	[1.20, 1.24]	[0.76, 0.77]						
$\bar{\beta}+$	1.10	[1.10, 1.12]	[0.95, 0.95]	[0.94, 1.02]	1.04	[1.14, 1.29]	[0.90, 1.06]	[0.98, 1.05]	1.05	[1.26, 1.28]	[1.40, 1.40]	[0.98, 0.99]						
$N^{\circ}(\beta+)$	24	23	23	21	24	22	21	22	23	21	21	20						

Fuente: *Elaboración propia*

Tabla A.5.3. Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial PHARM. & BIOTECH. y de las acciones GLAXO y ASTRA

Período	FTSE 350 – PHARM. & BIOTECH.						GLAXO						ASTRA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	0.43	[0.18, 0.18]	[0.27, 0.27]	[0.09, 0.52]	[0.25, 0.25]	[0.09, 0.09]	0.27	[0.25, 0.25]	[0.09, 0.09]	[0.09, -0.04]	0.63	[0.92, 0.92]	[0.77, 0.77]	[0.75, 0.75]				
2 2010	0.61	[0.45, 0.45]	[0.73, 0.73]	[0.69, 0.69]	[0.26, 0.26]	[0.64, 0.64]	0.67	[0.26, 0.26]	[0.64, 0.64]	[0.70, 0.70]	0.50	[0.18, 0.18]	[0.70, 0.70]	[0.66, 0.66]				
3 2010	0.43	[-0.14, -0.14]	[0.21, 0.21]	[-0.12, -0.12]	[-0.71, -0.71]	[0.08, 0.08]	0.35	[-0.71, -0.71]	[0.08, 0.08]	[-0.16, -0.16]	0.44	[0.20, 0.20]	[0.04, 0.23]	[0.04, 0.23]				
4 2010	0.70	[1.08, 1.08]	[0.67, 0.67]	[0.41, 0.41]	[0.95, 0.95]	[1.02, 1.02]	0.99	[0.95, 0.95]	[1.02, 1.02]	[0.41, 0.41]	0.42	[0.94, 0.94]	[1.07, 1.07]	[0.70, 0.70]				
1 2011	0.74	[0.24, 0.24]	[0.49, 0.49]	[0.56, 0.56]	[0.14, 0.14]	[0.39, 0.39]	0.96	[0.14, 0.14]	[0.39, 0.39]	[0.85, 0.85]	0.63	[0.14, 0.14]	[0.02, 0.02]	[0.46, 0.46]				
2 2011	0.36	[0.13, 0.13]	[0.95, 0.95]	[0.28, 0.28]	[0.73, 0.73]	[0.56, 0.56]	0.50	[0.73, 0.73]	[0.56, 0.56]	[0.79, 0.79]	0.15	[-0.21, -0.21]	[0.84, 0.84]	[-0.12, -0.12]				
3 2011	0.67	[0.72, 0.72]	[0.64, 0.64]	[0.66, 0.66]	[0.61, 0.61]	[0.69, 0.69]	0.54	[0.61, 0.61]	[0.69, 0.69]	[0.53, 0.53]	0.79	[0.76, 0.76]	[0.76, 0.76]	[0.21, 0.21]				
4 2011	0.52	[0.26, 0.58]	[0.52, 0.58]	[0.52, 0.58]	[0.14, 0.45]	[0.37, 0.44]	0.43	[0.14, 0.45]	[0.37, 0.44]	[0.37, 0.44]	0.70	[0.64, 0.64]	[0.65, 0.65]	[0.66, 0.72]				
1 2012	0.17	[-0.18, -0.18]	[-0.09, -0.09]	[-0.18, -0.18]	[-0.21, -0.21]	[0.27, 0.27]	0.28	[-0.21, -0.21]	[0.27, 0.27]	[-0.29, -0.16]	0.01	[0.36, 0.36]	[-0.69, -0.69]	[-0.71, -0.71]				
2 2012	0.56	[0.91, 0.91]	[0.44, 0.44]	[0.16, 0.16]	[0.85, 0.85]	[0.66, 0.66]	0.44	[0.85, 0.85]	[0.66, 0.66]	[0.15, 0.15]	0.67	[1.12, 1.12]	[0.22, 0.22]	[0.73, 0.73]				
3 2012	0.58	[0.76, 0.76]	[0.64, 0.83]	[0.64, 0.83]	[0.70, 0.70]	[0.76, 0.76]	0.72	[0.70, 0.70]	[0.76, 0.76]	[0.63, 0.94]	0.34	[0.87, 0.87]	[1.15, 1.15]	[0.37, 0.64]				
4 2012	0.77	[0.47, 0.47]	[0.36, 0.36]	[0.43, 0.43]	[0.51, 0.51]	[0.32, 0.32]	0.67	[0.51, 0.51]	[0.32, 0.32]	[0.30, 0.30]	0.88	[0.62, 0.62]	[0.28, 0.28]	[0.80, 0.80]				
1 2013	0.39	[0.05, 0.05]	[-0.13, -0.13]	[0.25, 0.25]	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	0.57	[0.29, 0.29]	[0.29, 0.29]	[0.98, 1.09]	-0.03	[-0.58, -0.58]	[-0.79, -0.79]	[-1.11, -1.11]				
2 2013	0.70	[0.67, 0.67]	[0.69, 0.69]	[0.69, 0.69]	[0.72, 0.72]	[0.76, 0.76]	0.79	[0.72, 0.72]	[0.76, 0.76]	[1.13, 1.13]	0.48	[0.63, 0.63]	[0.52, 0.52]	[0.33, 0.33]				
3 2013	0.97	[1.01, 1.01]	[0.63, 1.45]	[0.63, 1.45]	[1.15, 1.15]	[1.38, 1.48]	1.02	[1.15, 1.15]	[1.38, 1.48]	[0.79, 1.17]	0.81	[0.34, 0.34]	[0.46, 0.96]	[1.15, 1.15]				
4 2013	0.60	[0.42, 0.42]	[0.16, 0.16]	[0.87, 0.87]	[0.77, 0.77]	[0.74, 0.74]	0.68	[0.77, 0.77]	[0.74, 0.74]	[0.77, 0.77]	0.16	[-0.04, -0.04]	[-0.32, -0.32]	[0.21, 0.30]				
1 2014	0.90	[0.65, 0.65]	[1.16, 1.16]	[0.89, 0.97]	[1.06, 1.06]	[1.27, 1.27]	0.96	[1.06, 1.06]	[1.27, 1.27]	[1.04, 1.04]	0.75	[0.46, 0.46]	[0.52, 0.52]	[0.87, 0.87]				
2 2014	1.47	[1.35, 1.35]	[1.34, 1.34]	[1.80, 1.80]	[-0.27, -0.27]	[-0.52, -0.52]	0.04	[-0.27, -0.27]	[-0.52, -0.52]	[-0.02, -0.02]	3.28	[5.32, 5.32]	[6.30, 6.30]	[3.50, 3.50]				
3 2014	0.69	[1.06, 1.06]	[0.73, 0.73]	[1.05, 1.05]	[-0.62, -0.62]	[-0.60, -0.60]	0.37	[-0.62, -0.62]	[-0.60, -0.60]	[0.45, 0.45]	1.27	[1.37, 1.37]	[1.02, 1.02]	[1.97, 1.97]				
4 2014	0.81	[1.22, 1.22]	[1.05, 1.05]	[0.30, 0.55]	[0.86, 0.86]	[1.07, 1.07]	0.99	[0.86, 0.86]	[1.07, 1.07]	[0.94, 0.94]	0.64	[0.61, 1.00]	[0.16, 1.01]	[0.66, 0.66]				
1 2015	0.66	[0.66, 0.66]	[0.61, 0.73]	[0.68, 0.68]	[0.83, 0.83]	[0.83, 0.83]	1.09	[0.83, 0.83]	[0.83, 0.83]	[0.98, 0.98]	0.35	[-0.63, 0.53]	[-0.77, 0.88]	[0.10, 0.10]				
2 2015	1.33	[1.52, 1.52]	[1.02, 1.02]	[1.08, 1.08]	[0.75, 0.75]	[0.34, 0.34]	1.31	[0.75, 0.75]	[0.34, 0.34]	[0.77, 0.77]	0.94	[0.77, 0.77]	[-0.34, -0.34]	[0.25, 0.25]				
3 2015	0.97	[0.99, 0.99]	[0.49, 0.49]	[0.75, 0.75]	[0.82, 0.82]	[0.45, 0.45]	1.11	[0.82, 0.82]	[0.45, 0.45]	[0.58, 0.58]	0.76	[0.71, 0.71]	[0.69, 0.69]	[0.72, 0.72]				
4 2015	0.81	[0.72, 0.73]	[0.48, 0.48]	[0.62, 1.14]	[0.99, 0.99]	[0.95, 0.95]	0.82	[0.99, 0.99]	[0.95, 0.95]	[0.68, 0.68]	0.92	[1.24, 1.67]	[0.87, 1.66]	[0.14, 0.14]				
$\bar{\beta}$	0.70	[0.63, 0.65]	[0.59, 0.64]	[0.57, 0.67]	[0.48, 0.50]	[0.54, 0.54]	0.69	[0.48, 0.50]	[0.54, 0.54]	[0.55, 0.60]	0.69	[0.70, 0.78]	[0.59, 0.75]	[0.56, 0.58]				
$\bar{\beta}^+$	0.70	[0.70, 0.72]	[0.65, 0.70]	[0.64, 0.75]	[0.67, 0.68]	[0.63, 0.64]	0.69	[0.67, 0.68]	[0.63, 0.64]	[0.69, 0.74]	0.72	[0.91, 0.95]	[0.90, 1.02]	[0.73, 0.76]				
$N^\circ(\beta^+)$	24	22	22	22	20	22	24	20	22	20	23	20	19	21				

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.5.4.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TOBACCO y de las acciones TOBACCO y BRANDS

Periodo	FTSE 350 - TOBACCO						TOBACCO						BRANDS					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	0.44	[0.86, 0.86]	[0.61, 0.61]	[0.28, 0.52]	0.51	[1.15, 1.15]	[1.01, 1.01]	[0.35, 0.60]	0.28	[0.46, 0.46]	[0.06, 0.06]	[-0.22, -0.22]						
2 2010	0.52	[0.97, 0.97]	[0.79, 0.79]	[0.57, 0.57]	0.45	[1.05, 1.05]	[0.98, 0.98]	[0.50, 0.50]	0.67	[0.78, 0.78]	[0.83, 0.83]	[0.85, 0.85]						
3 2010	0.61	[0.39, 0.39]	[-0.04, -0.02]	[0.40, 0.40]	0.81	[0.57, 0.57]	[0.47, 0.47]	[0.71, 0.71]	0.15	[-0.56, -0.56]	[1.10, -0.76]	[0.75, 0.75]						
4 2010	1.03	[0.22, 0.22]	[0.06, 0.96]	[0.84, 0.84]	0.98	[0.47, 0.47]	[0.58, 0.58]	[0.68, 0.68]	1.15	[0.06, 0.06]	[0.02, 0.10]	[1.25, 1.30]						
1 2011	1.21	[1.49, 1.49]	[1.08, 1.08]	[0.84, 0.84]	1.341	[0.98, 1.75]	[1.01, 1.01]	[1.27, 1.27]	0.88	[1.10, 1.46]	[1.54, 1.54]	[0.88, 0.88]						
2 2011	0.47	[0.39, 0.39]	[0.08, 0.08]	[0.27, 0.27]	0.46	[0.15, 0.15]	[0.12, 0.12]	[0.34, 0.34]	0.51	[1.16, 1.16]	[0.49, 0.49]	[0.65, 0.65]						
3 2011	0.49	[0.46, 0.46]	[0.33, 0.33]	[0.34, 0.34]	0.63	[0.74, 0.74]	[0.36, 0.36]	[0.53, 0.53]	0.12	[0.06, 0.06]	[-0.12, -0.12]	[0.23, 0.23]						
4 2011	0.47	[0.29, 0.29]	[0.43, 0.56]	[0.56, 0.56]	0.50	[0.55, 0.55]	[0.37, 0.55]	[0.58, 0.58]	0.39	[0.46, 0.46]	[0.04, 0.31]	[0.28, 0.31]						
1 2012	0.24	[-0.45, 0.33]	[-0.83, -0.34]	[-0.83, -0.34]	0.35	[0.12, 0.12]	[-0.39, -0.29]	[-0.39, 0.13]	-0.02	[-1.43, 0.53]	[-1.75, -0.12]	[-0.12, -0.12]						
2 2012	0.77	[0.73, 0.73]	[0.30, 0.30]	[0.52, 0.52]	0.81	[1.17, 1.17]	[0.47, 0.47]	[0.66, 0.66]	0.68	[0.59, 0.59]	[0.06, 0.06]	[0.72, 0.72]						
3 2012	0.35	[-0.88, 0.67]	[-1.02, 0.48]	[0.48, 0.48]	0.35	[0.27, 0.60]	[-0.93, 0.40]	[0.40, 0.40]	0.33	[-1.35, 0.84]	[-1.30, 0.34]	[0.34, 0.34]						
4 2012	0.66	[0.26, 0.26]	[0.00, 0.00]	[0.91, 1.00]	0.66	[0.20, 0.20]	[0.01, 0.01]	[1.13, 1.13]	0.66	[0.24, 0.24]	[0.08, 0.08]	[0.37, 0.37]						
1 2013	0.9	[1.18, 1.18]	[0.95, 0.95]	[0.84, 0.84]	0.85	[1.56, 1.56]	[1.08, 1.08]	[0.66, 0.66]	1.05	[0.29, 0.29]	[0.17, 0.17]	[0.30, 0.30]						
2 2013	0.77	[0.63, 0.63]	[0.29, 0.29]	[0.79, 0.79]	0.9	[0.75, 0.75]	[0.46, 0.46]	[0.92, 0.92]	0.39	[0.20, 0.20]	[0.72, 0.72]	[0.21, 0.21]						
3 2013	0.88	[0.62, 1.36]	[0.48, 1.18]	[0.78, 0.92]	1.03	[0.69, 1.41]	[0.55, 1.67]	[0.55, 1.23]	0.41	[0.87, 0.87]	[0.34, 0.34]	[-0.50, -0.50]						
4 2013	1.36	[1.24, 1.24]	[1.52, 1.52]	[1.61, 1.65]	1.39	[1.71, 1.71]	[1.58, 1.58]	[1.50, 1.73]	1.28	[1.63, 1.63]	[0.84, 0.84]	[1.48, 1.48]						
1 2014	0.85	[0.77, 0.77]	[0.52, 0.52]	[0.71, 0.71]	1.00	[0.76, 0.76]	[0.67, 0.67]	[0.39, 0.39]	0.45	[0.39, 0.39]	[0.49, 0.49]	[1.52, 1.52]						
2 2014	0.18	[0.77, 0.77]	[0.26, 0.26]	[0.13, 0.13]	0.15	[0.64, 0.64]	[-0.68, -0.68]	[-1.10, -1.10]	0.28	[0.32, 0.32]	[0.03, 0.03]	[0.36, 0.36]						
3 2014	0.96	[0.88, 0.88]	[0.64, 0.64]	[0.67, 0.67]	1.05	[0.95, 0.95]	[0.86, 0.86]	[0.77, 0.77]	0.71	[0.42, 0.42]	[0.28, 0.28]	[-0.04, -0.04]						
4 2014	1.10	[1.07, 1.07]	[0.74, 0.74]	[0.93, 0.93]	1.13	[1.14, 1.14]	[0.71, 0.71]	[0.51, 1.10]	1.02	[0.89, 0.89]	[0.88, 0.88]	[0.69, 0.69]						
1 2015	0.84	[0.37, 0.78]	[0.40, 0.67]	[1.07, 1.07]	0.92	[0.38, 0.65]	[0.47, 0.62]	[1.05, 1.05]	0.67	[0.34, 0.48]	[-0.03, 1.11]	[0.60, 0.60]						
2 2015	1.12	[1.53, 1.53]	[1.25, 1.25]	[1.40, 1.40]	0.94	[1.34, 1.34]	[1.44, 1.44]	[1.32, 1.32]	1.52	[1.65, 1.65]	[1.21, 1.21]	[1.25, 1.66]						
3 2015	1.32	[0.96, 0.96]	[0.38, 0.38]	[0.94, 0.94]	1.35	[1.55, 1.55]	[1.16, 1.16]	[0.90, 0.90]	1.27	[1.20, 1.20]	[0.22, 0.22]	[1.06, 1.06]						
4 2015	0.92	[0.80, 0.80]	[0.95, 0.95]	[0.78, 0.78]	1.02	[1.10, 1.10]	[0.88, 0.88]	[0.84, 0.93]	0.73	[0.49, 0.49]	[1.17, 1.17]	[0.93, 0.93]						
$\bar{\beta}$	0.77	[0.65, 0.79]	[0.42, 0.59]	[0.66, 0.70]	0.82	[0.83, 0.92]	[0.55, 0.67]	[0.63, 0.73]	0.65	[0.43, 0.62]	[0.21, 0.43]	[0.58, 0.60]						
$\hat{\beta}^+$	0.77	[0.77, 0.82]	[0.57, 0.67]	[0.72, 0.75]	0.82	[0.83, 0.92]	[0.73, 0.79]	[0.75, 0.84]	0.68	[0.65, 0.67]	[0.50, 0.52]	[0.74, 0.76]						
$N^{\circ}(\hat{\beta}^+)$	24	22	21	23	24	24	21	22	23	21	19	20						

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.5.5.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones LLOYDS y HSBC

Período	FTSE 350 - BANKS						LLOYDS						HSBC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^c, \beta_2^c]$	$[\beta_1^u, \beta_2^u]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$		
1 2010	1.28	[1.29, 1.40]	[1.56, 1.56]	[1.05, 1.28]	1.75	[1.98, 1.98]	[1.80, 1.80]	[1.22, 2.00]	0.77	[0.65, 0.65]	[0.60, 0.60]	[0.36, 0.54]	0.77	[0.65, 0.65]	[0.60, 0.60]	[0.36, 0.54]		
2 2010	1.36	[0.58, 0.58]	[0.88, 0.88]	[1.73, 1.73]	1.86	[0.55, 0.55]	[1.58, 1.58]	[2.61, 2.61]	1.00	[0.91, 1.13]	[0.73, 1.56]	[1.02, 1.02]	1.00	[0.91, 1.13]	[0.73, 1.56]	[1.02, 1.02]		
1 2011	1.43	[2.14, 2.14]	[1.24, 1.24]	[1.27, 1.27]	2.40	[2.41, 2.41]	[2.64, 2.64]	[2.58, 2.58]	1.06	[1.18, 1.18]	[1.14, 1.14]	[0.99, 0.99]	1.06	[1.18, 1.18]	[1.14, 1.14]	[0.99, 0.99]		
2 2011	1.38	[1.34, 1.34]	[1.42, 1.42]	[2.20, 2.20]	2.16	[2.34, 2.36]	[2.80, 3.20]	[2.84, 2.84]	1.03	[1.11, 1.11]	[1.08, 1.08]	[1.24, 1.24]	1.03	[1.11, 1.11]	[1.08, 1.08]	[1.24, 1.24]		
1 2012	1.72	[2.35, 2.35]	[2.14, 2.14]	[1.22, 1.22]	2.47	[1.94, 1.94]	[1.36, 1.36]	[1.58, 1.58]	1.48	[1.86, 2.01]	[1.36, 1.45]	[1.15, 1.15]	1.48	[1.86, 2.01]	[1.36, 1.45]	[1.15, 1.15]		
2 2012	1.34	[1.25, 1.25]	[1.19, 1.19]	[1.28, 1.28]	0.86	[0.17, 1.42]	[-0.28, 1.56]	[-0.10, 1.46]	1.39	[1.20, 1.20]	[1.30, 1.30]	[1.34, 1.34]	1.39	[1.20, 1.20]	[1.30, 1.30]	[1.34, 1.34]		
1 2013	1.31	[1.76, 1.76]	[1.24, 1.24]	[1.21, 1.21]	1.20	[-0.55, 1.81]	[1.91, 2.42]	[0.53, 0.53]	1.23	[1.57, 1.59]	[1.09, 1.09]	[1.06, 1.06]	1.23	[1.57, 1.59]	[1.09, 1.09]	[1.06, 1.06]		
2 2013	1.17	[0.66, 1.18]	[1.03, 1.40]	[1.07, 1.28]	1.29	[1.92, 2.08]	[2.08, 2.45]	[0.73, 0.73]	1.13	[1.44, 1.44]	[1.29, 1.29]	[0.78, 1.29]	1.13	[1.44, 1.44]	[1.29, 1.29]	[0.78, 1.29]		
1 2014	1.13	[1.48, 1.48]	[1.33, 1.33]	[1.01, 1.01]	1.08	[1.09, 1.09]	[-0.05, -0.05]	[1.23, 1.43]	0.97	[1.61, 1.61]	[2.48, 2.48]	[0.98, 0.98]	0.97	[1.61, 1.61]	[2.48, 2.48]	[0.98, 0.98]		
2 2014	0.81	[0.75, 0.75]	[0.39, 0.39]	[0.60, 0.62]	0.77	[0.93, 0.93]	[0.57, 0.57]	[0.54, 0.54]	0.76	[0.61, 0.61]	[0.47, 0.47]	[0.40, 0.40]	0.76	[0.61, 0.61]	[0.47, 0.47]	[0.40, 0.40]		
1 2015	1.02	[0.77, 0.77]	[0.63, 0.63]	[0.90, 0.90]	0.49	[0.02, 0.02]	[0.85, 0.85]	[0.51, 0.51]	1.03	[1.03, 1.03]	[0.65, 0.65]	[1.48, 1.48]	1.03	[1.03, 1.03]	[0.65, 0.65]	[1.48, 1.48]		
2 2015	1.13	[1.19, 1.19]	[1.21, 1.21]	[1.34, 1.34]	0.74	[0.89, 0.89]	[1.11, 1.11]	[1.06, 1.06]	1.22	[1.39, 1.39]	[1.23, 1.23]	[1.17, 1.17]	1.22	[1.39, 1.39]	[1.23, 1.23]	[1.17, 1.17]		
$\bar{\beta}$	1.26	[1.30, 1.35]	[1.19, 1.22]	[1.24, 1.28]	1.42	[1.14, 1.46]	[1.36, 1.62]	[1.28, 1.49]	1.09	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]	1.09	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]		
$\bar{\beta}+$	1.26	[1.30, 1.35]	[1.19, 1.22]	[1.24, 1.28]	1.42	[1.29, 1.42]	[1.67, 1.80]	[1.40, 1.49]	1.09	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]	1.09	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]		
$N^c(\beta+)$	12	12	12	12	12	11	10	11	12	12	12	12	12	12	12	12		

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.5.6.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial OIL & GAS PRODUCERS y de las acciones BP y ROYAL B

Periodo	FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS						ROYAL B					
	BP			OIL & GAS PRODUCERS			BP			ROYAL B		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	0,95	[1,00, 1,00]	[0,94, 0,94]	0,66	[0,00, 0,00]	[0,07, 0,07]	0,66	[0,00, 0,00]	[0,30, 0,30]	0,95	[1,08, 1,08]	[0,85, 0,85]
2 2010	1,06	[0,70, 0,74]	[0,58, 0,58]	1,40	[1,08, 1,08]	[0,81, 0,81]	1,40	[1,08, 1,08]	[1,77, 1,77]	0,96	[0,58, 0,58]	[0,69, 0,69]
1 2011	1,12	[0,85, 0,85]	[0,62, 0,62]	1,12	[0,76, 1,69]	[0,63, 2,57]	1,12	[0,76, 1,69]	[1,23, 1,23]	0,92	[0,68, 0,68]	[0,80, 0,80]
2 2011	1,12	[1,13, 1,13]	[0,82, 0,82]	1,06	[0,60, 1,49]	[0,76, 1,38]	1,06	[0,60, 1,49]	[0,78, 0,78]	1,06	[0,88, 0,88]	[0,89, 0,89]
1 2012	0,97	[0,92, 0,92]	[1,21, 1,21]	1,03	[1,46, 1,46]	[0,88, 0,88]	1,03	[1,46, 1,46]	[0,82, 0,82]	0,69	[1,24, 1,24]	[0,47, 0,47]
2 2012	1,13	[1,07, 1,07]	[1,20, 1,20]	1,06	[0,84, 1,17]	[0,53, 1,18]	1,06	[0,84, 1,17]	[0,92, 0,92]	1,14	[1,56, 1,56]	[6,33, 6,33]
1 2013	0,92	[1,29, 1,29]	[0,94, 0,94]	0,82	[0,93, 1,16]	[0,87, 0,87]	0,82	[0,93, 1,16]	[0,64, 0,64]	0,89	[1,07, 1,07]	[0,91, 0,91]
2 2013	0,66	[-0,61, 0,64]	[-0,69, 0,10]	0,45	[-0,27, -0,27]	[-0,17, -0,17]	0,45	[-0,27, -0,27]	[0,31, 0,31]	0,63	[-0,99, 0,95]	[0,76, 0,77]
1 2014	1,09	[1,31, 1,31]	[0,61, 0,61]	0,88	[1,12, 1,12]	[0,00, 0,00]	0,88	[1,12, 1,12]	[0,13, 0,13]	0,84	[1,38, 1,38]	[0,62, 0,62]
2 2014	1,35	[1,80, 1,80]	[1,60, 1,60]	1,38	[1,53, 1,53]	[0,17, 0,17]	1,38	[1,53, 1,53]	[1,61, 1,61]	1,29	[1,61, 1,61]	[1,58, 1,58]
1 2015	1,55	[1,84, 1,84]	[1,35, 1,35]	1,53	[1,54, 1,54]	[1,60, 1,60]	1,53	[1,54, 1,54]	[1,64, 1,64]	1,14	[0,78, 1,12]	[0,35, 0,46]
2 2015	1,72	[1,98, 1,98]	[2,00, 2,00]	1,55	[1,57, 1,57]	[1,97, 1,97]	1,55	[1,57, 1,57]	[1,11, 1,11]	1,86	[2,12, 2,12]	[2,06, 2,06]
$\bar{\beta}$	1,14	[1,11, 1,22]	[0,93, 1,00]	1,08	[0,93, 1,13]	[0,68, 0,94]	1,08	[0,93, 1,13]	[0,94, 0,94]	1,03	[1,00, 1,19]	[1,27, 1,35]
$\bar{\beta}+$	1,14	[1,26, 1,27]	[1,08, 1,08]	1,08	[1,04, 1,26]	[0,75, 1,05]	1,08	[1,04, 1,26]	[0,94, 0,94]	1,03	[1,18, 1,21]	[1,41, 1,42]
$N^\circ(\beta+)$	12	11	11	12	11	11	12	11	12	12	11	11

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.5.7.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial PHARM. & BIOTECH. y de las acciones GLAXO y ASTRA

Periodo	FTSE 350 – PHARM. & BIOTECH.						GLAXO						ASTRA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		
1 2010	0.51	[0.20, 0.20]	[0.53, 0.53]	[0.56, 0.56]	0.51	[0.25, 0.25]	[0.30, 0.30]	[0.37, 0.37]	0.48	[-0.03, -0.03]	[0.47, 0.47]	[0.73, 0.73]	0.48	[-0.03, -0.03]	[0.47, 0.47]	[0.73, 0.73]		
2 2010	0.54	[-0.14, -0.14]	[0.21, 0.21]	[0.31, 0.31]	0.59	[-0.71, -0.71]	[0.08, 0.08]	[0.49, 0.49]	0.47	[0.85, 0.85]	[0.91, 0.91]	[0.70, 0.70]	0.47	[0.85, 0.85]	[0.91, 0.91]	[0.70, 0.70]		
1 2011	0.54	[0.96, 0.96]	[0.70, 0.70]	[0.95, 0.95]	0.72	[0.69, 0.69]	[1.14, 1.14]	[0.92, 0.92]	0.38	[0.14, 0.14]	[0.02, 0.02]	[0.52, 0.52]	0.38	[0.14, 0.14]	[0.02, 0.02]	[0.52, 0.52]		
2 2011	0.60	[0.59, 0.59]	[0.64, 0.64]	[0.66, 0.66]	0.49	[0.45, 0.45]	[0.69, 0.69]	[0.45, 0.45]	0.74	[0.75, 0.75]	[0.84, 0.84]	[0.76, 0.76]	0.74	[0.75, 0.75]	[0.84, 0.84]	[0.76, 0.76]		
1 2012	0.41	[0.91, 0.91]	[0.36, 0.44]	[0.50, 0.50]	0.34	[0.85, 0.85]	[0.38, 0.66]	[0.07, 0.07]	0.44	[1.12, 1.12]	[0.22, 0.22]	[-0.27, -0.19]	0.44	[1.12, 1.12]	[0.22, 0.22]	[-0.27, -0.19]		
2 2012	0.70	[0.76, 0.76]	[0.72, 0.83]	[0.60, 0.60]	0.69	[0.70, 0.70]	[0.67, 0.67]	[0.73, 0.73]	0.67	[0.87, 0.87]	[0.95, 1.15]	[0.43, 0.43]	0.67	[0.87, 0.87]	[0.95, 1.15]	[0.43, 0.43]		
1 2013	0.65	[0.67, 0.67]	[0.69, 0.69]	[0.97, 0.97]	0.73	[0.72, 0.72]	[0.75, 0.75]	[0.73, 0.73]	0.45	[0.30, 0.30]	[-0.56, -0.56]	[0.91, 0.91]	0.45	[0.30, 0.30]	[-0.56, -0.56]	[0.91, 0.91]		
2 2013	0.80	[0.78, 0.78]	[0.63, 1.04]	[0.19, 1.09]	0.87	[0.70, 0.70]	[0.51, 0.97]	[0.79, 0.88]	0.52	[0.34, 0.34]	[0.46, 0.46]	[0.62, 0.62]	0.52	[0.34, 0.34]	[0.46, 0.46]	[0.62, 0.62]		
1 2014	1.09	[1.35, 1.35]	[1.34, 1.34]	[1.40, 1.53]	0.65	[0.37, 0.37]	[0.57, 0.57]	[0.20, 0.87]	1.56	[3.56, 4.15]	[4.02, 4.58]	[2.53, 2.53]	1.56	[3.56, 4.15]	[4.02, 4.58]	[2.53, 2.53]		
2 2014	0.77	[1.13, 1.13]	[1.05, 1.05]	[0.63, 0.63]	0.81	[1.34, 1.34]	[1.83, 1.83]	[1.07, 1.07]	0.82	[0.97, 0.97]	[0.35, 0.35]	[1.01, 1.01]	0.82	[0.97, 0.97]	[0.35, 0.35]	[1.01, 1.01]		
1 2015	0.95	[0.47, 0.47]	[0.73, 0.73]	[0.50, 0.50]	1.22	[0.75, 0.75]	[0.63, 0.63]	[0.77, 0.77]	0.60	[0.09, 0.53]	[0.55, 0.55]	[-0.36, 0.10]	0.60	[0.09, 0.53]	[0.55, 0.55]	[-0.36, 0.10]		
2 2015	0.87	[0.72, 0.73]	[0.48, 0.48]	[0.53, 0.82]	0.95	[0.99, 0.99]	[0.72, 0.72]	[0.52, 0.52]	0.82	[1.24, 1.36]	[0.87, 1.05]	[0.57, 0.57]	0.82	[1.24, 1.36]	[0.87, 1.05]	[0.57, 0.57]		
$\bar{\beta}$	<b>0.70</b>	<b>[0.70, 0.70]</b>	<b>[0.67, 0.72]</b>	<b>[0.65, 0.76]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.59, 0.59]</b>	<b>[0.69, 0.75]</b>	<b>[0.59, 0.66]</b>	<b>0.66</b>	<b>[0.85, 0.95]</b>	<b>[0.76, 0.84]</b>	<b>[0.68, 0.72]</b>	<b>0.66</b>	<b>[0.85, 0.95]</b>	<b>[0.76, 0.84]</b>	<b>[0.68, 0.72]</b>		
$\bar{\beta}+$	<b>0.70</b>	<b>[0.78, 0.78]</b>	<b>[0.67, 0.72]</b>	<b>[0.65, 0.76]</b>	<b>0.71</b>	<b>[0.71, 0.71]</b>	<b>[0.69, 0.75]</b>	<b>[0.59, 0.66]</b>	<b>0.66</b>	<b>[0.93, 1.03]</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.88, 0.88]</b>	<b>0.66</b>	<b>[0.93, 1.03]</b>	<b>[0.88, 0.96]</b>	<b>[0.88, 0.88]</b>		
N°( $\beta+$ )	12	11	12	12	12	11	12	12	12	11	11	10	12	11	11	10		

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.5.8.** Mercado de Reino Unido. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TOBACCO y de las acciones TOBACCO y BRANDS

Período	FTSE 350 - TOBACCO						TOBACCO						BRANDS					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$
1 2010	0.51	[0.50, 0.50]	[0.65, 0.65]	0.51	[0.61, 0.61]	[0.80, 0.80]	0.51	[0.61, 0.61]	[0.80, 0.80]	0.52	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	0.52	[0.25, 0.25]	[0.71, 0.71]	0.53	[0.53, 0.53]	[0.53, 0.53]
2 2010	0.74	[0.39, 0.39]	[-0.04, -0.02]	0.86	[0.42, 0.51]	[0.47, 0.47]	0.86	[0.57, 0.57]	[0.47, 0.47]	0.45	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	0.45	[-0.43, -0.43]	[-0.87, -0.76]	0.45	[-0.16, 0.64]	[-0.16, 0.64]
1 2011	0.83	[0.74, 0.74]	[0.48, 0.48]	0.89	[1.02, 1.02]	[0.50, 0.50]	0.89	[0.79, 0.79]	[0.50, 0.50]	0.69	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	0.69	[1.10, 1.46]	[1.42, 1.42]	0.69	[1.28, 1.28]	[1.28, 1.28]
2 2011	0.48	[0.34, 0.34]	[0.33, 0.33]	0.57	[0.40, 0.40]	[0.36, 0.36]	0.57	[0.36, 0.36]	[0.36, 0.36]	0.25	[0.38, 0.44]	[0.38, 0.44]	0.25	[0.09, 0.09]	[-0.12, -0.12]	0.25	[-0.23, 0.23]	[-0.23, 0.23]
1 2012	0.62	[0.20, 0.55]	[-0.19, -0.19]	0.66	[0.30, 0.30]	[0.21, 0.21]	0.66	[0.35, 0.35]	[0.21, 0.21]	0.51	[0.33, 0.33]	[0.33, 0.33]	0.51	[-0.06, 0.26]	[-0.49, -0.12]	0.51	[-0.21, -0.21]	[-0.21, -0.21]
2 2012	0.54	[-0.59, 0.35]	[-0.88, 0.20]	0.54	[0.04, 0.04]	[-0.78, 0.06]	0.54	[0.20, 0.20]	[-0.78, 0.06]	0.53	[0.37, 0.37]	[0.37, 0.37]	0.53	[-1.35, 0.84]	[-1.30, 0.34]	0.53	[0.01, 0.01]	[0.01, 0.01]
1 2013	0.82	[0.94, 0.94]	[0.63, 0.63]	0.93	[0.71, 0.71]	[0.76, 0.76]	0.93	[1.37, 1.37]	[0.76, 0.76]	0.5	[0.97, 0.97]	[0.97, 0.97]	0.5	[0.29, 0.29]	[0.06, 0.06]	0.5	[0.64, 0.64]	[0.64, 0.64]
2 2013	1.09	[0.89, 1.36]	[0.48, 1.18]	1.19	[0.78, 1.30]	[0.55, 1.67]	1.19	[1.10, 1.41]	[0.55, 1.67]	0.78	[0.64, 1.23]	[0.64, 1.23]	0.78	[0.28, 0.87]	[-0.29, 0.34]	0.78	[0.53, 0.57]	[0.53, 0.57]
1 2014	0.64	[0.77, 0.77]	[0.52, 0.52]	0.73	[0.20, 0.20]	[-0.07, -0.07]	0.73	[0.76, 0.76]	[-0.07, -0.07]	0.4	[0.39, 0.39]	[0.39, 0.39]	0.4	[0.39, 0.39]	[0.49, 0.49]	0.4	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]
2 2014	1.06	[1.07, 1.07]	[0.74, 0.74]	1.11	[0.90, 0.90]	[0.71, 0.71]	1.11	[1.14, 1.14]	[0.71, 0.71]	0.93	[0.29, 1.08]	[0.29, 1.08]	0.93	[0.62, 0.62]	[0.36, 0.36]	0.93	[0.34, 0.34]	[0.34, 0.34]
1 2015	0.94	[0.46, 0.78]	[0.40, 0.63]	0.92	[1.07, 1.07]	[0.47, 0.47]	0.92	[0.38, 0.38]	[0.47, 0.47]	0.99	[1.00, 1.00]	[1.00, 1.00]	0.99	[0.75, 0.75]	[-0.03, 1.11]	0.99	[0.85, 0.85]	[0.85, 0.85]
2 2015	1.04	[0.89, 0.89]	[0.38, 0.38]	1.12	[1.40, 1.40]	[1.16, 1.16]	1.12	[1.40, 1.40]	[1.16, 1.16]	0.89	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	0.89	[0.25, 0.25]	[0.00, 0.00]	0.89	[0.51, 0.51]	[0.51, 0.51]
$\bar{\beta}$	0.78	[0.55, 0.72]	[0.29, 0.46]	0.84	[0.59, 0.64]	[0.43, 0.59]	0.84	[0.75, 0.78]	[0.43, 0.59]	0.62	[0.60, 0.72]	[0.60, 0.72]	0.62	[0.18, 0.47]	[0.00, 0.32]	0.62	[0.41, 0.52]	[0.41, 0.52]
$\bar{\beta}+$	0.78	[0.65, 0.76]	[0.51, 0.62]	0.84	[0.59, 0.64]	[0.60, 0.71]	0.84	[0.75, 0.78]	[0.60, 0.71]	0.62	[0.60, 0.72]	[0.60, 0.72]	0.62	[0.45, 0.55]	[0.51, 0.51]	0.62	[0.62, 0.62]	[0.62, 0.62]
$N^\circ(\beta+)$	12	11	9	12	12	10	12	12	10	12	12	12	12	9	6	12	9	9

Fuente: *Elaboración propia*

## ANEXO 6. JAPÓN

---





**Tabla A.6.1.** Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial ELECTRIC APPLIANCES y de las acciones HITACHI y PANASONIC

Periodo	JPX - ELECTRIC APPLIANCES						HITACHI						PANASONIC					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$		
	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U - \beta_1^L, \beta_2^U - \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U - \beta_1^L, \beta_2^U - \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U - \beta_1^L, \beta_2^U - \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U - \beta_1^L, \beta_2^U - \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U - \beta_1^L, \beta_2^U - \beta_2^L]$			
1 2010	1.08	[1.15, 1.15]	[0.36, 0.36]	[0.97, 0.98]	0.72	[1.35, 1.39]	[1.65, 1.65]	[0.08, 0.08]	1.71	[2.65, 2.72]	[2.35, 2.83]	[1.36, 1.36]						
2 2010	1.23	[1.40, 1.40]	[1.07, 1.07]	[1.31, 1.31]	1.38	[1.83, 1.83]	[1.40, 1.40]	[1.50, 1.50]	1.05	[0.90, 0.90]	[1.00, 1.00]	[1.13, 1.13]						
3 2010	1.41	[0.95, 0.95]	[1.26, 1.26]	[1.06, 1.06]	1.88	[1.74, 1.74]	[1.53, 1.53]	[2.61, 2.61]	1.13	[1.31, 1.31]	[1.27, 1.27]	[1.07, 1.07]						
4 2010	0.81	[0.86, 0.86]	[0.52, 1.02]	[0.67, 0.87]	0.31	[-0.53, -0.53]	[-0.17, -0.17]	[0.03, 0.03]	0.59	[0.32, 0.32]	[-0.05, -0.05]	[1.02, 1.02]						
1 2011	1.02	[0.83, 0.83]	[0.95, 0.95]	[1.04, 1.04]	1.43	[1.32, 1.32]	[1.25, 1.25]	[1.71, 1.71]	0.93	[0.43, 0.43]	[0.54, 0.54]	[1.05, 1.05]						
2 2011	0.99	[0.93, 0.93]	[0.63, 0.63]	[0.71, 0.71]	0.83	[0.97, 0.97]	[-0.04, -0.04]	[0.88, 0.88]	1.16	[0.96, 0.96]	[0.71, 0.71]	[0.99, 1.26]						
3 2011	1.26	[1.25, 1.25]	[1.05, 1.05]	[1.16, 1.16]	1.09	[0.76, 0.76]	[0.55, 0.55]	[0.70, 0.70]	1.07	[0.83, 0.83]	[1.01, 1.01]	[1.29, 1.29]						
4 2011	1.36	[1.57, 1.57]	[1.47, 1.47]	[1.43, 1.43]	1.79	[1.80, 1.80]	[1.80, 1.80]	[1.80, 1.80]	1.70	[2.33, 2.33]	[2.37, 2.37]	[1.96, 1.96]						
1 2012	1.48	[1.79, 1.79]	[1.82, 1.82]	[1.27, 1.27]	0.73	[0.16, 0.16]	[1.19, 1.19]	[0.29, 0.59]	2.46	[3.09, 3.09]	[3.34, 3.34]	[3.13, 3.13]						
2 2012	0.98	[0.83, 0.83]	[0.47, 0.47]	[1.05, 1.05]	0.81	[0.43, 0.43]	[0.80, 0.80]	[0.71, 0.71]	1.93	[2.15, 2.15]	[2.31, 2.31]	[1.41, 1.98]						
3 2012	1.47	[1.44, 1.44]	[1.30, 1.30]	[1.40, 1.40]	1.71	[1.17, 1.52]	[1.31, 1.31]	[1.40, 1.40]	1.58	[1.90, 1.90]	[1.83, 1.83]	[1.51, 1.51]						
4 2012	1.39	[0.93, 1.03]	[0.94, 0.96]	[1.03, 1.24]	1.65	[1.57, 1.57]	[1.48, 1.48]	[1.57, 1.57]	1.40	[-2.06, -2.06]	[-2.62, -2.62]	[1.03, 2.07]						
1 2013	0.92	[0.47, 1.01]	[0.79, 0.79]	[1.01, 1.01]	0.84	[0.67, 1.13]	[0.70, 0.70]	[0.65, 0.78]	1.17	[1.18, 1.18]	[2.32, 2.32]	[0.96, 0.96]						
2 2013	1.05	[1.13, 1.13]	[0.83, 0.83]	[0.87, 0.87]	1.42	[1.99, 1.99]	[0.58, 0.58]	[1.31, 1.31]	1.41	[1.90, 1.90]	[1.45, 1.45]	[1.09, 1.09]						
3 2013	0.94	[0.97, 0.97]	[0.59, 0.75]	[0.90, 0.90]	1.18	[1.40, 1.43]	[0.85, 0.85]	[0.52, 1.25]	0.77	[1.00, 1.00]	[0.80, 0.80]	[0.42, 0.47]						
4 2013	1.05	[0.93, 0.93]	[1.17, 1.17]	[1.05, 1.05]	0.58	[0.66, 0.66]	[0.62, 0.62]	[0.70, 0.70]	1.20	[1.77, 1.77]	[1.52, 1.52]	[0.92, 0.92]						
1 2014	1.10	[1.05, 1.05]	[0.85, 0.85]	[0.90, 0.90]	1.26	[1.66, 1.66]	[1.24, 1.24]	[0.92, 0.92]	1.16	[1.79, 1.79]	[0.29, 0.29]	[0.98, 0.98]						
2 2014	1.09	[1.11, 1.11]	[1.29, 1.29]	[1.14, 1.14]	1.37	[1.23, 1.23]	[1.48, 1.48]	[1.60, 1.60]	1.57	[1.66, 1.66]	[1.74, 1.74]	[1.96, 1.96]						
3 2014	1.07	[0.97, 0.97]	[0.98, 0.98]	[1.09, 1.09]	1.33	[1.48, 1.48]	[1.39, 1.39]	[1.39, 1.39]	0.97	[0.52, 0.52]	[1.12, 1.12]	[1.27, 1.27]						
4 2014	1.04	[1.01, 1.01]	[0.71, 0.71]	[1.02, 1.02]	1.10	[1.12, 1.12]	[0.62, 1.23]	[0.76, 0.76]	1.34	[1.58, 1.58]	[1.31, 1.31]	[1.31, 1.31]						
1 2015	1.17	[1.68, 1.68]	[1.52, 1.52]	[0.94, 0.94]	1.06	[1.21, 1.21]	[0.84, 0.84]	[1.33, 1.33]	1.19	[0.73, 0.96]	[0.74, 0.74]	[1.17, 1.17]						
2 2015	1.04	[1.30, 1.30]	[1.13, 1.13]	[1.28, 1.28]	0.75	[-0.20, 1.49]	[0.12, 1.40]	[0.68, 1.40]	1.75	[1.91, 1.91]	[1.96, 1.96]	[1.95, 1.95]						
3 2015	0.91	[0.69, 0.69]	[0.48, 0.48]	[0.70, 0.70]	0.85	[0.75, 0.75]	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	0.85	[0.50, 0.50]	[1.00, 1.00]	[0.10, 0.10]						
4 2015	1.32	[1.51, 1.51]	[1.54, 1.54]	[1.38, 1.38]	1.62	[1.40, 1.40]	[2.05, 2.05]	[1.36, 1.83]	2.30	[2.28, 2.28]	[2.66, 2.66]	[2.35, 2.35]						
$\bar{\beta}$	1.13	[1.11, 1.14]	[0.99, 1.02]	[1.06, 1.07]	1.15	[1.08, 1.19]	[0.99, 1.07]	[1.05, 1.14]	1.35	[1.32, 1.33]	[1.29, 1.31]	[1.31, 1.39]						
$\hat{\beta}^+$	1.13	[1.11, 1.14]	[0.99, 1.02]	[1.06, 1.07]	1.15	[1.21, 1.25]	[1.09, 1.18]	[1.05, 1.14]	1.35	[1.46, 1.48]	[1.53, 1.55]	[1.31, 1.39]						
$N^c(\beta^+)$	24	24	24	24	24	22	22	24	24	23	22	24						

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.6.2.** Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial TRANSPORT EQ. y de las acciones TOYOTA y HONDA

Período	JPX - TRANSPORT EQ.						TOYOTA						HONDA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^L, \beta_1^U]$	$[\beta_1^{L-HY}, \beta_1^{U-HY}]$
1 2010	1.51	[1.34, 1.60]	[1.18, 1.53]	1.39	[1.39, 1.39]	[1.39, 1.39]	1.97	[2.01, 2.01]	[1.81, 1.81]	[1.85, 1.85]	1.20	[1.47, 1.47]	[0.74, 0.74]	[1.07, 1.09]				
2 2010	1.13	[1.31, 1.31]	[1.37, 1.37]	1.30	[1.30, 1.30]	[1.30, 1.30]	0.87	[1.09, 1.09]	[1.18, 1.18]	[1.01, 1.01]	1.13	[1.43, 1.43]	[1.47, 1.47]	[1.37, 1.37]				
3 2010	1.12	[1.29, 1.29]	[1.10, 1.10]	1.28	[1.28, 1.28]	[1.28, 1.28]	0.89	[0.88, 0.88]	[0.73, 0.73]	[0.89, 0.89]	1.29	[1.52, 1.52]	[1.39, 1.39]	[1.36, 1.36]				
4 2010	0.94	[1.20, 1.20]	[0.90, 1.78]	1.17	[0.90, 1.17]	[0.90, 1.17]	1.03	[1.49, 1.49]	[1.58, 1.58]	[1.18, 1.18]	0.69	[0.00, 1.00]	[0.22, 1.86]	[1.20, 1.20]				
1 2011	1.08	[0.70, 1.20]	[0.52, 0.52]	1.09	[1.09, 1.09]	[1.09, 1.09]	1.28	[1.30, 1.30]	[0.68, 0.68]	[1.29, 1.29]	0.83	[0.45, 0.45]	[0.19, 0.19]	[1.05, 1.05]				
2 2011	0.79	[0.18, 0.18]	[0.11, 0.11]	0.87	[0.87, 0.87]	[0.87, 0.87]	0.63	[-0.46, -0.46]	[-0.42, -0.42]	[0.29, 0.29]	0.75	[-0.53, -0.53]	[1.80, 1.80]	[0.19, 0.19]				
3 2011	1.43	[1.32, 1.32]	[1.23, 1.23]	1.34	[1.34, 1.34]	[1.34, 1.34]	1.05	[0.96, 0.96]	[1.13, 1.13]	[1.07, 1.07]	1.84	[1.64, 1.64]	[1.90, 1.90]	[1.64, 1.64]				
4 2011	1.47	[1.42, 1.42]	[1.56, 1.56]	1.48	[1.37, 1.48]	[1.37, 1.48]	1.32	[1.52, 1.52]	[1.43, 1.43]	[1.38, 1.38]	2.00	[2.61, 2.61]	[2.19, 2.19]	[1.79, 1.79]				
1 2012	1.43	[1.23, 1.23]	[1.24, 1.24]	1.13	[1.13, 1.13]	[1.13, 1.13]	1.44	[1.80, 1.80]	[1.17, 1.17]	[0.73, 1.72]	1.47	[0.97, 0.97]	[0.58, 0.58]	[1.38, 1.38]				
2 2012	1.03	[0.64, 0.64]	[1.08, 1.08]	0.72	[0.72, 0.72]	[0.72, 0.72]	0.85	[0.36, 0.36]	[0.48, 0.48]	[1.31, 1.31]	1.25	[1.09, 1.09]	[0.95, 0.95]	[0.72, 1.02]				
3 2012	1.39	[1.26, 1.26]	[1.36, 1.36]	1.57	[1.57, 1.57]	[1.57, 1.57]	1.24	[1.07, 1.07]	[1.21, 1.21]	[1.43, 1.43]	1.74	[1.93, 1.93]	[1.89, 1.89]	[1.75, 1.75]				
4 2012	1.28	[1.25, 1.37]	[1.45, 1.45]	1.38	[1.07, 1.38]	[1.07, 1.38]	1.26	[1.04, 1.04]	[1.07, 1.44]	[1.44, 1.44]	1.69	[2.07, 2.07]	[1.92, 1.92]	[1.53, 1.62]				
1 2013	1.52	[1.10, 1.10]	[1.30, 1.30]	1.71	[1.71, 1.71]	[1.71, 1.71]	1.37	[0.94, 0.94]	[1.04, 1.04]	[1.49, 1.78]	1.54	[1.18, 1.18]	[1.13, 1.13]	[1.33, 1.69]				
2 2013	1.20	[1.15, 1.15]	[0.99, 0.99]	0.93	[0.57, 0.93]	[0.57, 0.93]	1.30	[1.39, 1.39]	[0.97, 0.97]	[0.91, 0.91]	1.10	[0.93, 0.93]	[0.84, 0.84]	[1.02, 1.02]				
3 2013	1.01	[0.89, 0.89]	[0.64, 0.81]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	1.11	[0.88, 1.11]	[0.63, 0.63]	[0.78, 0.78]	0.68	[0.51, 0.84]	[0.18, 0.71]	[0.40, 0.40]				
4 2013	0.99	[1.10, 1.11]	[1.04, 1.04]	0.98	[0.98, 0.98]	[0.98, 0.98]	0.82	[0.79, 0.79]	[0.85, 0.85]	[0.82, 0.86]	1.07	[0.82, 0.82]	[1.06, 1.06]	[1.06, 1.06]				
1 2014	0.95	[0.90, 1.04]	[0.72, 0.72]	0.75	[0.72, 0.75]	[0.72, 0.75]	0.99	[1.15, 1.15]	[0.68, 1.07]	[0.71, 0.71]	0.77	[0.87, 1.24]	[0.60, 0.60]	[0.25, 0.40]				
2 2014	1.07	[1.18, 1.18]	[1.27, 1.27]	1.22	[1.16, 1.22]	[1.16, 1.22]	1.10	[0.91, 0.91]	[1.19, 1.20]	[1.27, 1.27]	0.86	[0.69, 0.69]	[0.85, 0.85]	[1.17, 1.17]				
3 2014	0.97	[0.80, 1.19]	[0.67, 0.67]	0.99	[0.99, 0.99]	[0.99, 0.99]	0.90	[0.77, 0.77]	[0.77, 0.77]	[1.02, 1.02]	0.99	[0.95, 1.34]	[0.76, 0.76]	[0.83, 1.21]				
4 2014	1.09	[1.00, 1.00]	[0.71, 0.71]	1.09	[1.09, 1.09]	[1.09, 1.09]	1.06	[1.07, 1.07]	[0.82, 0.82]	[1.39, 1.39]	0.95	[1.10, 1.10]	[0.58, 0.58]	[0.99, 0.99]				
1 2015	1.00	[0.80, 0.80]	[0.78, 0.78]	1.05	[1.05, 1.05]	[1.05, 1.05]	0.83	[0.66, 0.66]	[0.28, 0.28]	[0.88, 0.88]	0.67	[0.15, 0.15]	[0.27, 0.27]	[0.81, 0.81]				
2 2015	0.90	[0.76, 1.40]	[1.56, 1.57]	0.71	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	0.67	[0.25, 1.18]	[1.39, 1.39]	[0.68, 0.68]	1.40	[0.95, 1.58]	[1.04, 1.04]	[0.96, 0.96]				
3 2015	0.98	[0.75, 0.75]	[0.80, 0.80]	0.66	[0.66, 0.66]	[0.66, 0.66]	0.78	[0.59, 0.59]	[0.49, 0.49]	[0.36, 0.50]	1.16	[1.50, 1.50]	[1.18, 1.18]	[0.69, 0.69]				
4 2015	0.92	[1.10, 1.10]	[1.33, 1.33]	0.91	[0.91, 0.91]	[0.91, 0.91]	0.56	[0.78, 0.78]	[0.59, 0.59]	[1.01, 1.01]	1.73	[1.72, 1.72]	[1.64, 1.64]	[2.02, 2.02]				
$\bar{\beta}$	1.13	[1.03, 1.11]	[1.04, 1.10]	1.10	[1.06, 1.10]	[1.06, 1.10]	1.06	[0.97, 1.02]	[0.91, 0.94]	[1.05, 1.11]	1.20	[1.08, 1.20]	[1.04, 1.15]	[1.11, 1.16]				
$\bar{\beta}+$	1.13	[1.03, 1.11]	[1.04, 1.10]	1.10	[1.06, 1.10]	[1.06, 1.10]	1.06	[1.03, 1.08]	[0.96, 1.00]	[1.05, 1.11]	1.20	[1.15, 1.27]	[1.09, 1.12]	[1.11, 1.16]				
$N^\circ(\bar{\beta}+)$	24	24	24	24	24	24	24	23	23	24	24	23	23	24				

Fuente: Elaboración propia

Tabla A.6.3. Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial INFO & COM. y de las acciones NIPPON y KDDI

Período	JPX - INFO & COM.						NIPPON						KDDI					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$
1 2010	0.66	[0.57, 0.90]	[0.49, 0.84]	0.50	[0.50, 0.50]	[0.50, 0.50]	0.68	[0.52, 0.52]	[0.34, 0.59]	[0.25, 0.25]	1.40	[1.68, 1.70]	[1.59, 1.60]	[1.22, 1.89]				
2 2010	0.61	[0.75, 0.75]	[0.70, 0.70]	0.63	[0.63, 0.63]	[0.63, 0.63]	0.10	[-0.07, -0.07]	[-0.34, -0.34]	[0.50, 0.50]	0.43	[0.46, 0.46]	[0.66, 0.66]	[0.50, 0.50]				
3 2010	0.87	[0.81, 0.81]	[0.69, 0.69]	0.77	[0.77, 0.77]	[0.77, 0.77]	0.82	[1.03, 1.03]	[0.50, 0.50]	[0.42, 0.42]	1.12	[0.99, 0.99]	[0.86, 0.86]	[1.00, 1.00]				
4 2010	0.60	[0.51, 0.83]	[0.54, 1.04]	0.53	[0.53, 0.53]	[0.53, 0.53]	0.39	[0.08, 1.25]	[0.03, 1.65]	[0.03, 0.03]	0.49	[-0.24, -0.24]	[-0.36, -0.36]	[0.04, 1.57]				
1 2011	0.97	[0.90, 0.93]	[0.96, 0.96]	0.89	[0.69, 0.89]	[0.69, 0.89]	1.00	[0.89, 0.94]	[0.90, 0.98]	[0.97, 0.98]	0.94	[1.69, 1.69]	[1.62, 1.62]	[1.02, 1.02]				
2 2011	0.76	[1.20, 1.20]	[0.90, 0.90]	0.57	[0.57, 0.57]	[0.57, 0.57]	0.54	[0.89, 0.89]	[0.64, 0.64]	[0.64, 0.64]	0.09	[0.33, 0.33]	[0.58, 0.58]	[0.20, 0.20]				
3 2011	0.62	[0.72, 0.72]	[0.21, 0.21]	0.59	[0.59, 0.59]	[0.59, 0.59]	0.46	[0.16, 0.16]	[0.19, 0.19]	[0.42, 0.42]	0.12	[-1.56, -1.56]	[2.11, -2.11]	[0.61, 0.61]				
4 2011	0.49	[0.45, 0.45]	[0.43, 0.43]	-0.02	[-0.02, -0.02]	[-0.02, -0.02]	0.66	[0.65, 0.65]	[0.56, 0.56]	[0.36, 0.47]	0.27	[-0.12, -0.12]	[-0.33, -0.33]	[0.38, 0.38]				
1 2012	0.09	[-0.28, -0.28]	[0.05, 0.05]	-0.04	[-0.26, -0.04]	[-0.26, -0.04]	-0.06	[0.23, 0.23]	[0.35, 0.35]	[-0.21, -0.21]	0.33	[-0.44, 0.29]	[-0.38, 0.27]	[-0.38, 0.27]				
2 2012	0.91	[0.91, 0.91]	[0.91, 0.91]	0.65	[0.65, 0.65]	[0.65, 0.65]	0.78	[0.80, 0.80]	[0.94, 0.94]	[0.75, 0.75]	0.66	[0.68, 0.68]	[0.46, 0.46]	[0.78, 0.78]				
3 2012	0.32	[0.45, 0.45]	[0.40, 0.40]	0.15	[0.15, 0.15]	[0.15, 0.15]	0.88	[0.99, 0.99]	[0.88, 0.88]	[0.68, 0.68]	0.45	[0.33, 0.33]	[0.01, 0.01]	[0.72, 0.80]				
4 2012	0.71	[0.70, 0.70]	[0.71, 0.71]	0.46	[0.46, 0.88]	[0.46, 0.88]	0.11	[0.46, 0.46]	[0.46, 0.46]	[-0.11, -0.11]	0.17	[-0.36, -0.36]	[-0.24, -0.24]	[0.05, 0.05]				
1 2013	0.43	[0.15, 0.98]	[0.38, 1.23]	0.38	[0.38, 0.55]	[0.38, 0.55]	0.40	[0.04, 0.04]	[0.39, 0.39]	[-0.10, 0.21]	-0.08	[0.49, 0.49]	[0.81, 0.81]	[0.09, 0.09]				
2 2013	0.93	[0.89, 1.10]	[0.73, 0.73]	0.75	[0.75, 0.75]	[0.75, 0.75]	0.96	[1.06, 1.06]	[0.76, 0.76]	[0.95, 0.95]	0.93	[0.59, 1.07]	[0.62, 0.62]	[0.80, 0.80]				
3 2013	0.72	[0.65, 0.65]	[0.64, 0.64]	0.71	[0.71, 0.71]	[0.71, 0.71]	0.68	[0.30, 0.65]	[0.45, 0.63]	[0.69, 0.69]	0.85	[0.06, 1.01]	[0.20, 0.61]	[0.63, 0.63]				
4 2013	0.55	[0.59, 0.59]	[0.41, 0.41]	0.47	[0.47, 0.47]	[0.47, 0.47]	0.62	[0.32, 0.32]	[0.15, 0.15]	[0.99, 0.99]	1.40	[1.24, 1.24]	[1.42, 1.42]	[1.30, 1.30]				
1 2014	0.76	[0.45, 0.62]	[0.28, 0.28]	1.01	[1.01, 1.01]	[1.01, 1.01]	0.44	[0.13, 0.57]	[-0.04, 0.21]	[0.89, 0.89]	1.07	[1.12, 1.12]	[1.18, 1.18]	[0.89, 0.89]				
2 2014	1.27	[1.21, 1.23]	[1.27, 1.27]	1.29	[1.29, 1.33]	[1.29, 1.33]	0.88	[0.76, 0.76]	[1.04, 1.04]	[1.12, 1.12]	1.25	[1.30, 1.30]	[1.22, 1.22]	[1.38, 1.38]				
3 2014	1.04	[1.60, 1.60]	[1.36, 1.36]	0.76	[0.76, 0.76]	[0.76, 0.76]	0.48	[0.48, 0.48]	[0.18, 0.18]	[0.30, 0.69]	1.18	[1.08, 1.08]	[0.37, 0.37]	[1.00, 1.00]				
4 2014	0.93	[1.02, 1.02]	[0.86, 0.86]	0.80	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	0.83	[0.78, 0.78]	[0.53, 0.53]	[0.63, 0.63]	0.85	[0.78, 0.78]	[0.69, 0.69]	[0.77, 0.80]				
1 2015	0.82	[0.84, 0.96]	[0.97, 1.09]	0.78	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	0.24	[0.43, 0.57]	[0.05, 0.74]	[0.25, 0.25]	1.01	[0.07, 0.07]	[0.45, 0.45]	[1.62, 1.62]				
2 2015	1.01	[0.83, 0.92]	[0.99, 0.99]	0.32	[1.60, 1.60]	[0.32, 1.60]	1.33	[0.74, 0.74]	[0.93, 0.94]	[1.80, 1.80]	0.96	[0.97, 0.97]	[0.63, 0.63]	[1.23, 1.23]				
3 2015	0.85	[1.00, 1.00]	[0.74, 0.74]	0.84	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]	0.67	[0.65, 0.65]	[0.66, 0.66]	[0.64, 0.64]	0.77	[0.48, 0.48]	[0.47, 0.47]	[0.83, 0.83]				
4 2015	1.14	[1.18, 1.18]	[1.40, 1.40]	1.30	[1.30, 1.31]	[1.30, 1.31]	0.95	[1.21, 1.21]	[0.65, 0.65]	[0.40, 1.40]	0.86	[0.75, 1.47]	[0.55, 0.55]	[0.55, 2.00]				
$\bar{\beta}$	0.75	[0.75, 0.84]	[0.71, 0.79]	0.61	[0.61, 0.71]	[0.61, 0.71]	0.62	[0.56, 0.65]	[0.47, 0.60]	[0.55, 0.63]	0.73	[0.52, 0.64]	[0.46, 0.50]	[0.72, 0.90]				
$\bar{\beta}+$	0.75	[0.80, 0.89]	[0.71, 0.79]	0.68	[0.68, 0.78]	[0.68, 0.78]	0.65	[0.59, 0.69]	[0.53, 0.66]	[0.65, 0.72]	0.77	[0.79, 0.91]	[0.76, 0.78]	[0.77, 0.93]				
$N^\circ(\beta+)$	24	23	24	22	22	22	23	23	22	21	23	19	19	23				

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.6.4.** Mercado de Japón. Estimaciones trimestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones MITSUBISHI y SUMITOMO

Período	JPX - BANKS						MITSUBISHI						SUMITOMO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_2^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		
1 2010	1.15	[1.00, 1.37]	[1.09, 1.15]	[1.08, 1.08]	1.26	[1.12, 1.58]	[1.24, 1.24]	[1.13, 1.13]	1.20	[1.49, 1.49]	[1.12, 1.12]	[0.78, 1.42]						
2 2010	0.77	[0.75, 0.75]	[0.94, 0.94]	[0.61, 0.61]	0.70	[0.62, 0.62]	[0.92, 0.92]	[0.46, 0.46]	0.98	[0.66, 0.66]	[1.14, 1.14]	[1.30, 1.30]						
3 2010	1.15	[1.43, 1.43]	[1.68, 1.68]	[1.36, 1.36]	1.53	[2.20, 2.20]	[2.15, 2.15]	[2.15, 2.15]	1.30	[1.93, 1.93]	[2.24, 2.24]	[1.26, 1.26]						
4 2010	1.64	[1.38, 2.10]	[1.60, 1.60]	[1.64, 2.52]	1.74	[1.26, 1.26]	[1.44, 1.44]	[1.88, 2.39]	1.44	[0.99, 1.56]	[1.07, 1.70]	[1.30, 1.30]						
1 2011	1.22	[1.01, 1.01]	[0.98, 0.98]	[1.22, 1.50]	1.27	[1.48, 1.48]	[1.04, 1.04]	[1.27, 1.51]	1.22	[0.86, 0.86]	[0.88, 0.88]	[1.33, 1.33]						
2 2011	1.31	[1.10, 1.10]	[0.40, 0.40]	[0.59, 0.59]	1.32	[1.42, 1.42]	[0.09, 0.09]	[0.95, 0.95]	1.39	[0.87, 0.87]	[0.63, 0.63]	[1.04, 1.04]						
3 2011	1.18	[1.24, 1.24]	[1.45, 1.45]	[1.15, 1.15]	1.36	[1.30, 1.30]	[1.75, 1.75]	[1.39, 1.39]	1.26	[1.21, 1.21]	[1.66, 1.66]	[1.66, 1.66]						
4 2011	0.84	[1.11, 1.11]	[1.04, 1.04]	[0.93, 0.93]	1.34	[1.64, 1.64]	[1.64, 1.64]	[1.51, 1.52]	1.32	[1.48, 1.48]	[1.64, 1.64]	[1.80, 1.80]						
1 2012	1.12	[0.60, 0.60]	[0.73, 0.73]	[0.65, 0.85]	1.33	[0.08, 0.08]	[0.78, 0.78]	[0.27, 1.44]	1.28	[0.64, 0.64]	[0.56, 0.56]	[0.14, 1.00]						
2 2012	1.20	[1.14, 1.14]	[1.23, 1.23]	[1.12, 1.12]	1.14	[1.29, 1.29]	[1.30, 1.30]	[0.91, 0.94]	1.07	[0.91, 0.91]	[1.39, 1.39]	[0.95, 0.95]						
3 2012	0.92	[0.78, 0.88]	[0.87, 0.87]	[0.78, 0.88]	0.90	[0.62, 0.62]	[0.72, 0.72]	[0.72, 1.01]	1.00	[0.65, 0.95]	[0.70, 1.09]	[1.13, 1.13]						
4 2012	1.18	[0.95, 1.65]	[0.49, 2.06]	[1.01, 1.16]	1.34	[1.26, 2.18]	[0.72, 2.99]	[0.72, 1.49]	1.27	[0.93, 1.83]	[0.56, 2.30]	[0.78, 1.55]						
1 2013	1.46	[1.30, 1.78]	[1.13, 1.99]	[1.50, 1.50]	1.78	[1.32, 2.42]	[1.19, 2.79]	[1.53, 2.54]	1.74	[1.70, 3.12]	[0.81, 3.33]	[0.81, 1.73]						
2 2013	1.06	[1.19, 1.19]	[1.31, 1.31]	[0.73, 0.73]	1.20	[1.30, 1.30]	[1.30, 1.30]	[0.90, 0.90]	1.16	[1.01, 1.01]	[1.22, 1.22]	[0.86, 0.86]						
3 2013	1.24	[1.28, 1.28]	[1.17, 1.21]	[1.18, 1.18]	1.34	[1.50, 1.50]	[1.06, 1.18]	[1.06, 1.13]	1.25	[1.28, 1.28]	[1.23, 1.23]	[1.23, 1.23]						
4 2013	1.27	[1.33, 1.33]	[1.34, 1.34]	[1.26, 1.26]	1.42	[1.37, 1.37]	[1.27, 1.27]	[1.38, 1.38]	1.38	[1.48, 1.48]	[1.45, 1.45]	[1.35, 1.35]						
1 2014	1.13	[1.22, 1.22]	[0.72, 0.72]	[0.93, 0.93]	1.10	[1.26, 1.26]	[0.47, 0.47]	[1.17, 1.17]	1.14	[0.94, 0.94]	[0.52, 0.96]	[0.82, 0.82]						
2 2014	1.23	[1.00, 1.00]	[1.45, 1.45]	[1.09, 1.09]	1.47	[1.59, 1.59]	[1.47, 1.47]	[1.39, 1.39]	1.55	[1.40, 1.40]	[1.40, 2.02]	[1.40, 1.40]						
3 2014	1.20	[1.17, 1.17]	[1.09, 1.09]	[1.01, 1.01]	1.36	[1.25, 1.25]	[1.21, 1.21]	[1.12, 1.12]	1.18	[1.17, 1.17]	[1.27, 1.27]	[1.08, 1.08]						
4 2014	1.08	[1.16, 1.16]	[1.02, 1.02]	[0.90, 1.09]	1.03	[0.79, 0.79]	[0.75, 0.75]	[0.95, 0.95]	1.06	[1.07, 1.07]	[1.00, 1.00]	[1.02, 1.17]						
1 2015	1.49	[1.12, 1.23]	[1.49, 1.49]	[1.37, 1.49]	1.71	[1.29, 1.29]	[1.18, 1.18]	[1.91, 2.01]	1.74	[1.59, 1.59]	[1.88, 1.90]	[1.42, 1.42]						
2 2015	1.44	[0.72, 0.72]	[0.28, 0.28]	[1.11, 1.11]	1.40	[0.87, 0.87]	[1.31, 1.31]	[1.51, 1.51]	1.72	[0.45, 0.45]	[0.52, 0.52]	[1.94, 1.94]						
3 2015	1.20	[1.39, 1.39]	[1.01, 1.01]	[1.00, 1.00]	1.24	[1.11, 1.11]	[1.06, 1.06]	[1.11, 1.11]	1.30	[1.14, 1.14]	[0.86, 0.86]	[1.03, 1.03]						
4 2015	1.04	[1.10, 1.58]	[1.15, 1.15]	[0.82, 0.84]	1.28	[1.33, 1.89]	[1.42, 1.96]	[1.83, 1.83]	0.96	[1.25, 1.25]	[1.00, 1.00]	[0.74, 0.74]						
$\hat{\beta}$	1.19	[1.10, 1.23]	[1.07, 1.17]	[1.04, 1.12]	1.32	[1.22, 1.35]	[1.15, 1.33]	[1.22, 1.39]	1.29	[1.13, 1.26]	[1.12, 1.38]	[1.13, 1.27]						
$\bar{\beta}+$	1.19	[1.10, 1.23]	[1.07, 1.17]	[1.04, 1.12]	1.32	[1.22, 1.35]	[1.15, 1.33]	[1.22, 1.39]	1.29	[1.13, 1.26]	[1.12, 1.38]	[1.13, 1.27]						
$N^\circ(\hat{\beta}+)$	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24						

Fuente: Elaboración propia

**Tabla A.6.5.** Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial ELECTRIC APPLIANCES y de las acciones HITACHI y PANASONIC

Periodo	JPX - ELECTRIC APPLIANCES						HITACHI						PANASONIC						
	$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		
	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	$[\beta^c, \beta^s]$	$[\beta^u, \beta^l]$	$[\beta_1^{u-HY}, \beta_2^{u-HY}]$	
1 2010	1.21	[1.20, 1.20]	[0.93, 0.93]	[1.20, 1.20]	[1.47, 1.47]	[1.65, 1.65]	[1.31, 1.31]	1.35	[2.23, 2.23]	[2.35, 2.69]	[0.61, 0.61]	1.18	[1.47, 1.47]	[1.65, 1.65]	[1.31, 1.31]	1.35	[2.23, 2.23]	[2.35, 2.69]	[0.61, 0.61]
2 2010	1.18	[0.95, 0.95]	[1.26, 1.26]	[1.06, 1.06]	[0.72, 0.72]	[0.90, 0.90]	[0.88, 0.88]	1.30	[0.72, 0.72]	[0.88, 0.88]	[0.88, 0.88]	0.90	[1.21, 1.21]	[0.88, 0.88]	0.90	[1.21, 1.21]	[0.88, 0.88]	[0.86, 0.86]	[0.86, 0.86]
1 2011	1.02	[0.83, 0.83]	[1.31, 1.31]	[1.03, 1.03]	[1.32, 1.32]	[1.25, 1.25]	[0.88, 0.88]	1.33	[1.32, 1.32]	[0.88, 0.88]	[0.88, 0.88]	0.97	[0.43, 0.43]	[0.54, 0.54]	0.97	[0.43, 0.43]	[0.54, 0.54]	[0.74, 0.74]	[0.74, 0.74]
2 2011	1.32	[1.70, 1.70]	[1.42, 1.42]	[1.42, 1.42]	[1.31, 1.31]	[1.42, 1.42]	[1.34, 1.34]	1.45	[1.31, 1.31]	[1.42, 1.42]	[1.34, 1.34]	1.38	[1.92, 1.92]	[1.79, 1.79]	1.38	[1.92, 1.92]	[1.79, 1.79]	[1.16, 1.16]	[1.16, 1.16]
1 2012	1.16	[0.83, 1.22]	[0.47, 0.47]	[1.14, 1.14]	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]	[0.82, 0.82]	0.91	[0.84, 0.84]	[0.84, 0.84]	[0.82, 0.82]	1.90	[2.15, 2.15]	[2.53, 2.53]	1.90	[2.15, 2.15]	[2.53, 2.53]	[1.85, 1.85]	[1.85, 1.85]
2 2012	1.44	[1.16, 1.16]	[1.46, 1.46]	[1.32, 1.32]	[1.44, 1.44]	[1.48, 1.48]	[1.52, 1.52]	1.54	[1.44, 1.44]	[1.48, 1.48]	[1.52, 1.52]	1.46	[-1.40, -1.40]	[-2.02, -2.02]	1.46	[-1.40, -1.40]	[-2.02, -2.02]	[1.64, 1.64]	[1.64, 1.64]
1 2013	1.02	[0.80, 1.13]	[0.83, 0.83]	[0.87, 0.93]	[2.56, 2.56]	[0.58, 2.08]	[1.31, 1.31]	1.31	[2.56, 2.56]	[0.58, 2.08]	[1.31, 1.31]	1.37	[0.67, 0.67]	[0.61, 0.61]	1.37	[0.67, 0.67]	[0.61, 0.61]	[1.09, 1.45]	[1.09, 1.45]
2 2013	0.98	[0.89, 0.89]	[0.59, 0.61]	[0.81, 0.81]	[0.42, 0.42]	[0.38, 0.38]	[0.40, 0.40]	0.93	[0.42, 0.42]	[0.38, 0.38]	[0.40, 0.40]	0.95	[1.59, 1.59]	[1.10, 1.10]	0.95	[1.59, 1.59]	[1.10, 1.10]	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]
1 2014	1.06	[0.92, 0.92]	[0.85, 0.85]	[0.87, 0.87]	[1.66, 1.66]	[1.24, 1.24]	[1.25, 1.25]	1.27	[1.66, 1.66]	[1.24, 1.24]	[1.25, 1.25]	1.34	[1.79, 1.79]	[0.84, 0.84]	1.34	[1.79, 1.79]	[0.84, 0.84]	[0.98, 0.98]	[0.98, 0.98]
2 2014	1.04	[1.01, 1.01]	[0.73, 0.73]	[1.26, 1.26]	[1.06, 1.06]	[0.86, 1.23]	[0.76, 0.81]	1.15	[1.06, 1.06]	[0.86, 1.23]	[0.76, 0.81]	1.26	[1.58, 1.58]	[1.31, 1.31]	1.26	[1.58, 1.58]	[1.31, 1.31]	[1.12, 1.12]	[1.12, 1.12]
1 2015	1.12	[1.30, 1.30]	[1.13, 1.13]	[1.22, 1.22]	[1.48, 1.48]	[0.95, 0.95]	[0.33, 0.89]	0.93	[1.48, 1.48]	[0.95, 0.95]	[0.33, 0.89]	1.41	[1.10, 1.91]	[1.73, 1.73]	1.41	[1.10, 1.91]	[1.73, 1.73]	[1.28, 1.28]	[1.28, 1.28]
2 2015	1.05	[0.87, 0.87]	[0.93, 0.93]	[0.93, 0.93]	[0.75, 0.84]	[0.67, 1.06]	[1.01, 1.01]	1.12	[0.75, 0.84]	[0.67, 1.06]	[1.01, 1.01]	1.25	[1.65, 1.65]	[1.50, 1.50]	1.25	[1.65, 1.65]	[1.50, 1.50]	[1.23, 1.23]	[1.23, 1.23]
$\bar{\beta}$	1.13	[1.04, 1.10]	[0.99, 0.99]	[1.08, 1.09]	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]	1.20	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]	1.30	[1.24, 1.31]	[1.10, 1.12]	1.30	[1.24, 1.31]	[1.10, 1.12]	[1.11, 1.14]	[1.11, 1.14]
$\bar{\beta}^+$	1.13	[1.04, 1.10]	[0.99, 0.99]	[1.08, 1.09]	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]	1.20	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]	1.30	[1.48, 1.56]	[1.38, 1.41]	1.30	[1.48, 1.56]	[1.38, 1.41]	[1.11, 1.14]	[1.11, 1.14]
$N^c(\beta^+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	11	11	12	11	11	12	12

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.6.6.** Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial TRANSPORT EQ. y de las acciones TOYOTA y HONDA

Período	JPX - TRANSPORT EQ.						TOYOTA						HONDA					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_1^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_1^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_1^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_1^{L-HV}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_1^L]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_1^{L-HV}]$			
1 2010	1.24	[1.31, 1.31]	[1.18, 1.26]	1.27	[1.53, 1.53]	[1.81, 1.81]	1.19	[1.39, 1.39]	[1.39, 1.39]	1.19	[1.52, 1.52]	[1.25, 1.25]	1.19	[1.52, 1.52]	[1.07, 1.09]			
2 2010	1.02	[1.29, 1.29]	[1.23, 1.26]	0.95	[1.03, 1.03]	[1.08, 1.08]	0.99	[0.96, 0.96]	[0.96, 0.96]	0.99	[0.36, 0.92]	[0.17, 1.39]	0.99	[0.36, 0.92]	[0.49, 1.36]			
1 2011	1.03	[0.70, 0.70]	[0.52, 0.52]	1.17	[1.01, 1.01]	[0.68, 0.68]	0.82	[0.70, 0.70]	[0.70, 0.70]	0.82	[0.45, 0.45]	[0.39, 0.39]	0.82	[0.45, 0.45]	[0.92, 0.92]			
2 2011	1.46	[1.37, 1.37]	[1.40, 1.40]	1.20	[0.96, 0.96]	[1.05, 1.05]	1.95	[1.17, 1.17]	[1.17, 1.17]	1.95	[2.08, 2.08]	[2.00, 2.00]	1.95	[2.08, 2.08]	[1.79, 1.79]			
1 2012	1.23	[0.96, 0.96]	[1.08, 1.08]	1.17	[0.77, 0.77]	[1.20, 1.20]	1.38	[1.23, 1.49]	[1.23, 1.49]	1.38	[1.42, 1.42]	[0.95, 0.95]	1.38	[1.42, 1.42]	[1.18, 1.18]			
2 2012	1.38	[1.26, 1.29]	[1.36, 1.38]	1.29	[1.07, 1.07]	[1.21, 1.21]	1.75	[1.20, 1.44]	[1.20, 1.44]	1.75	[1.48, 1.48]	[1.92, 1.92]	1.75	[1.48, 1.48]	[1.89, 1.89]			
1 2013	1.23	[1.24, 1.24]	[0.99, 0.99]	1.29	[1.36, 1.36]	[0.97, 0.97]	1.16	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.58]	1.16	[1.06, 1.06]	[0.84, 1.03]	1.16	[1.06, 1.06]	[0.76, 0.76]			
2 2013	1.01	[0.91, 0.91]	[0.65, 0.81]	0.99	[1.03, 1.11]	[0.63, 0.63]	0.84	[0.80, 0.80]	[0.80, 0.80]	0.84	[0.51, 0.58]	[0.18, 0.18]	0.84	[0.51, 0.58]	[0.71, 0.71]			
1 2014	1.01	[1.05, 1.05]	[0.80, 0.80]	1.05	[0.91, 1.15]	[1.04, 1.13]	0.83	[1.07, 1.07]	[1.07, 1.07]	0.83	[0.82, 0.82]	[0.60, 0.60]	0.83	[0.82, 0.82]	[0.69, 0.69]			
2 2014	1.06	[0.99, 0.99]	[0.71, 0.71]	1.03	[1.06, 1.25]	[0.82, 0.82]	0.95	[1.00, 1.46]	[1.00, 1.46]	0.95	[1.10, 1.10]	[0.58, 0.58]	0.95	[1.10, 1.10]	[0.75, 1.15]			
1 2015	0.96	[0.77, 1.19]	[0.84, 0.84]	0.77	[0.37, 0.37]	[0.28, 0.28]	0.96	[0.82, 0.82]	[0.82, 0.82]	0.96	[0.95, 0.95]	[1.04, 1.04]	0.96	[0.95, 0.95]	[0.91, 0.91]			
2 2015	0.98	[0.75, 0.75]	[0.82, 0.82]	0.75	[0.59, 0.59]	[0.49, 0.49]	1.27	[1.50, 1.50]	[1.50, 1.50]	1.27	[1.50, 1.50]	[1.18, 1.18]	1.27	[1.50, 1.50]	[1.26, 1.26]			
$\bar{\beta}$	1.13	[1.05, 1.09]	[0.97, 0.99]	1.08	[0.97, 1.02]	[0.94, 0.95]	1.17	[1.10, 1.16]	[0.94, 1.03]	1.17	[1.10, 1.16]	[0.93, 1.04]	1.17	[1.10, 1.16]	[1.03, 1.14]			
$\beta^+$	1.13	[1.05, 1.09]	[0.97, 0.99]	1.08	[0.97, 1.02]	[0.94, 0.95]	1.17	[1.10, 1.16]	[0.94, 1.03]	1.17	[1.10, 1.16]	[0.93, 1.04]	1.17	[1.10, 1.16]	[1.03, 1.14]			
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12			

Fuente: *Elaboración propia*

**Tabla A.6.7.** Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial INFO & COM. y de las acciones NIPPON y KDDI

Período	NIPPON						KDDI					
	JPX - INFO & COM.			NIPPON			JPX - INFO & COM.			NIPPON		
	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka $[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$
1 2010	0.62	[0.57, 0.87]	[0.55, 0.81]	0.39	[0.22, 0.22]	[0.29, 0.29]	0.79	[1.36, 1.36]	[1.22, 1.22]	0.79	[1.36, 1.36]	[1.22, 1.22]
2 2010	0.77	[0.75, 0.83]	[0.88, 0.88]	0.65	[0.98, 0.98]	[0.69, 0.69]	0.96	[-0.24, -0.24]	[-0.08, -0.08]	0.96	[-0.24, -0.24]	[-0.08, -0.08]
1 2011	0.93	[0.90, 0.90]	[0.90, 0.90]	0.92	[0.89, 0.89]	[0.77, 0.77]	0.79	[1.69, 1.69]	[1.62, 1.62]	0.79	[1.69, 1.69]	[1.62, 1.62]
2 2011	0.56	[0.74, 0.74]	[0.21, 0.43]	0.57	[0.96, 0.96]	[0.64, 0.64]	0.18	[-1.56, -0.12]	[-2.11, -1.72]	0.18	[-1.56, -0.12]	[-2.11, -1.72]
1 2012	0.56	[0.23, 0.90]	[0.18, 0.91]	0.40	[0.23, 0.80]	[0.68, 0.94]	0.55	[0.02, 0.29]	[-0.01, 0.27]	0.55	[0.02, 0.29]	[-0.01, 0.27]
2 2012	0.47	[0.51, 0.51]	[0.55, 0.55]	0.38	[0.46, 0.46]	[0.46, 0.46]	0.18	[0.33, 0.33]	[0.01, 0.01]	0.18	[0.33, 0.33]	[0.01, 0.01]
1 2013	0.86	[0.78, 1.02]	[0.73, 0.73]	0.86	[0.26, 0.81]	[0.60, 0.60]	0.78	[0.59, 1.07]	[0.62, 2.00]	0.78	[0.59, 1.07]	[0.62, 2.00]
2 2013	0.64	[0.65, 0.65]	[0.64, 0.64]	0.66	[0.31, 0.31]	[0.42, 0.42]	1.07	[0.06, 1.01]	[0.20, 1.35]	1.07	[0.06, 1.01]	[0.20, 1.35]
1 2014	1.02	[0.72, 0.98]	[0.62, 0.84]	0.68	[0.32, 0.32]	[0.31, 0.31]	1.16	[0.88, 0.88]	[1.22, 1.22]	1.16	[0.88, 0.88]	[1.22, 1.22]
2 2014	0.95	[1.12, 1.12]	[1.08, 1.08]	0.75	[0.23, 0.77]	[-0.03, 0.53]	0.93	[0.78, 0.78]	[0.90, 0.90]	0.93	[0.78, 0.78]	[0.90, 0.90]
1 2015	0.89	[0.83, 0.92]	[0.98, 0.98]	0.67	[0.45, 0.57]	[0.61, 0.74]	0.99	[0.07, 0.07]	[0.45, 0.45]	0.99	[0.07, 0.07]	[0.45, 0.45]
2 2015	0.93	[1.08, 1.08]	[1.33, 1.33]	0.73	[1.11, 1.11]	[0.75, 0.75]	0.82	[1.15, 1.15]	[1.85, 1.85]	0.82	[1.15, 1.15]	[1.85, 1.85]
$\bar{\beta}$	<b>0.77</b>	<b>[0.74, 0.88]</b>	<b>[0.72, 0.84]</b>	<b>0.64</b>	<b>[0.53, 0.68]</b>	<b>[0.52, 0.59]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.43, 0.69]</b>	<b>[0.49, 0.76]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.43, 0.69]</b>	<b>[0.49, 0.76]</b>
$\bar{\beta}+$	<b>0.77</b>	<b>[0.74, 0.88]</b>	<b>[0.72, 0.84]</b>	<b>0.64</b>	<b>[0.53, 0.68]</b>	<b>[0.57, 0.60]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.69, 0.86]</b>	<b>[0.90, 1.18]</b>	<b>0.77</b>	<b>[0.69, 0.86]</b>	<b>[0.90, 1.18]</b>
$N^c(\beta+)$	12	12	12	12	12	11	12	10	9	12	10	11

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.6.8.** Mercado de Japón. Estimaciones semestrales del coeficiente beta del índice sectorial BANKS y de las acciones MITSUBISHI y SUMITOMO

Período	JPX - BANKS						MITSUBISHI						SUMITOMO					
	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^L]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{L-HY}]$
1 2010	0.95	[1.00, 1.00]	[0.94, 0.94]	0.96	[0.62, 0.97]	[0.92, 0.92]	1.12	[1.12, 1.12]	[0.90, 0.90]	1.12	[1.12, 1.12]	[1.25, 1.25]	1.19	[1.19, 1.19]	[1.25, 1.25]	1.12	[1.12, 1.12]	[1.19, 1.19]
2 2010	1.36	[1.38, 1.90]	[1.60, 1.60]	1.61	[1.26, 1.26]	[1.44, 1.44]	1.39	[1.29, 1.29]	[1.88, 1.88]	1.39	[1.29, 1.29]	[1.68, 1.68]	1.70	[1.68, 1.70]	[1.68, 1.68]	1.39	[1.29, 1.29]	[1.68, 1.70]
1 2011	1.24	[1.01, 1.01]	[0.98, 0.98]	1.28	[1.44, 1.44]	[0.79, 0.79]	1.25	[0.86, 0.86]	[0.83, 0.83]	1.25	[0.86, 0.86]	[0.88, 0.88]	0.92	[0.92, 0.92]	[0.88, 0.88]	1.25	[0.86, 0.86]	[0.92, 0.92]
2 2011	1.00	[1.11, 1.24]	[1.04, 1.45]	1.34	[1.30, 1.30]	[1.75, 1.75]	1.29	[1.56, 1.56]	[1.56, 1.56]	1.29	[1.56, 1.56]	[1.81, 1.81]	1.69	[1.69, 1.69]	[1.81, 1.81]	1.29	[1.56, 1.56]	[1.69, 1.69]
1 2012	1.14	[0.74, 0.74]	[0.73, 0.73]	1.20	[0.74, 0.74]	[1.00, 1.00]	1.12	[0.60, 0.60]	[0.78, 1.44]	1.12	[0.60, 0.60]	[0.69, 0.69]	0.79	[0.79, 0.79]	[0.69, 0.69]	1.12	[0.60, 0.60]	[0.79, 0.79]
2 2012	1.07	[0.92, 1.34]	[0.62, 1.81]	1.17	[0.62, 1.94]	[0.72, 2.73]	1.20	[0.65, 1.56]	[0.88, 0.88]	1.20	[0.65, 1.56]	[0.70, 2.00]	1.36	[0.70, 1.36]	[0.70, 2.00]	1.20	[0.65, 1.56]	[0.70, 1.36]
1 2013	1.12	[1.19, 1.19]	[1.31, 1.43]	1.27	[1.30, 1.30]	[1.30, 1.64]	1.22	[1.12, 1.12]	[1.00, 1.00]	1.22	[1.12, 1.12]	[1.22, 1.95]	1.60	[1.18, 1.60]	[1.22, 1.95]	1.22	[1.12, 1.12]	[1.18, 1.60]
2 2013	1.25	[1.28, 1.28]	[1.17, 1.21]	1.37	[1.50, 1.50]	[1.06, 1.18]	1.30	[1.48, 1.48]	[1.23, 1.23]	1.30	[1.48, 1.48]	[1.35, 1.35]	1.23	[1.23, 1.23]	[1.35, 1.35]	1.30	[1.48, 1.48]	[1.23, 1.23]
1 2014	1.19	[1.26, 1.26]	[0.79, 1.32]	1.32	[1.26, 1.40]	[0.52, 1.47]	1.35	[1.69, 1.69]	[1.17, 1.39]	1.35	[1.69, 1.69]	[0.78, 1.88]	1.40	[1.40, 1.40]	[0.78, 1.88]	1.35	[1.69, 1.69]	[1.40, 1.40]
2 2014	1.11	[1.04, 1.09]	[1.02, 1.02]	1.10	[1.06, 1.06]	[1.02, 1.02]	1.08	[1.04, 1.04]	[1.01, 1.01]	1.08	[1.04, 1.04]	[1.00, 1.00]	1.00	[1.00, 1.00]	[1.00, 1.00]	1.08	[1.04, 1.04]	[1.00, 1.00]
1 2015	1.46	[0.89, 0.89]	[0.71, 0.71]	1.58	[1.19, 1.19]	[1.31, 1.31]	1.72	[1.02, 1.02]	[1.18, 1.18]	1.72	[1.02, 1.02]	[0.75, 0.75]	1.94	[1.94, 1.94]	[0.75, 0.75]	1.72	[1.02, 1.02]	[1.94, 1.94]
2 2015	1.13	[1.05, 1.05]	[1.15, 1.15]	1.23	[1.33, 1.33]	[1.42, 1.42]	1.17	[1.14, 1.14]	[1.06, 1.06]	1.17	[1.14, 1.14]	[1.00, 1.00]	0.86	[0.86, 0.86]	[1.00, 1.00]	1.17	[1.14, 1.14]	[0.86, 0.86]
$\bar{\beta}$	1.17	[1.07, 1.17]	[1.00, 1.20]	1.29	[1.14, 1.29]	[1.11, 1.39]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.12, 1.20]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.09, 1.35]	1.31	[1.22, 1.31]	[1.09, 1.35]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.22, 1.31]
$\bar{\beta}+$	1.17	[1.07, 1.17]	[1.00, 1.20]	1.29	[1.14, 1.29]	[1.11, 1.39]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.12, 1.20]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.09, 1.35]	1.31	[1.22, 1.31]	[1.09, 1.35]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.22, 1.31]
$N^\circ(\beta^+)$	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

Fuente: Elaboración propia

## ANEXO 7. BETAS PROMEDIO

---



Tabla A.7.1. Coeficientes betas promedio – Chile

Sector / Acciones	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\beta_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$		$\beta_{MCO}$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^{C-HV}, \beta_2^{C-HV}]$
	Trimestral				Semestral		
CL - BANCA	0.91	[0.88, 0.90]	[0.78, 0.88]	0.93	[0.90, 0.98]	[0.85, 0.99]	[0.82, 0.90]
BCI	1.08	[1.14, 1.17]	[1.00, 1.05]	0.92	[0.99, 1.06]	[0.86, 0.97]	[0.97, 1.09]
BSANTANDER	1.04	[1.13, 1.20]	[1.09, 1.14]	1.12	[1.21, 1.21]	[1.14, 1.19]	[0.98, 0.98]
CL - COMMODITIES	1.18	[1.16, 1.21]	[0.99, 1.07]	1.18	[1.12, 1.17]	[1.01, 1.05]	[1.11, 1.14]
CAP	1.73	[1.48, 2.06]	[1.53, 2.22]	1.79	[1.59, 2.61]	[1.71, 2.71]	[1.42, 1.60]
CMPC	1.29	[1.32, 1.33]	[1.26, 1.36]	1.24	[1.37, 1.39]	[1.17, 1.29]	[1.39, 1.41]
CL - CONST. & INMOB.	0.99	[1.24, 1.34]	[0.14, 1.21]	0.96	[1.22, 1.29]	[1.18, 1.19]	[1.13, 1.14]
SALFACORP	0.99	[1.38, 1.57]	[1.46, 1.57]	1.04	[1.10, 1.21]	[1.14, 1.26]	[1.30, 1.43]
BESALCO	1.12	[1.34, 1.61]	[1.64, 1.99]	1.00	[1.07, 1.16]	[1.41, 1.77]	[1.19, 1.29]
CL - CONSUMO	0.77	[0.81, 0.84]	[0.85, 0.89]	0.76	[0.82, 0.84]	[0.83, 0.89]	[0.82, 0.84]
CCU	0.92	[1.03, 1.09]	[0.93, 1.08]	0.85	[0.86, 0.87]	[0.81, 0.99]	[0.82, 0.89]
CONCHATORO	0.89	[1.07, 1.11]	[1.00, 1.03]	0.78	[0.95, 0.95]	[0.98, 0.98]	[0.77, 0.77]
CL - INDUSTRIAL	1.02	[0.85, 1.05]	[2.02, 2.14]	1.03	[0.90, 1.13]	[1.44, 1.56]	[0.83, 1.00]
VAPORES	1.25	[1.82, 2.18]	[2.13, 2.45]	1.21	[1.93, 2.40]	[2.18, 2.36]	[1.62, 2.01]
MASISA	0.94	[1.26, 1.26]	[1.13, 1.23]	0.82	[1.30, 1.38]	[1.34, 1.53]	[1.07, 1.17]
CL - RETAIL	1.08	[1.05, 1.07]	[0.95, 0.97]	1.06	[1.09, 1.10]	[0.91, 0.91]	[0.93, 1.02]
FALABELLA	1.10	[1.21, 1.26]	[1.14, 1.22]	1.03	[0.93, 1.02]	[0.89, 0.92]	[1.02, 1.14]
NUEVAPOLAR	1.71	[2.01, 2.01]	[2.51, 2.93]	1.41	[1.70, 1.70]	[2.50, 2.72]	[1.94, 2.46]
CL - UTILITIES	0.86	[0.86, 0.89]	[0.74, 0.79]	0.85	[0.82, 0.82]	[0.72, 0.77]	[0.74, 0.76]
COLBUN	0.87	[0.95, 0.99]	[1.11, 1.16]	0.77	[0.72, 0.95]	[0.80, 0.97]	[0.80, 0.94]
ENDESA-CH	1.01	[0.92, 0.99]	[0.86, 0.86]	1.02	[0.92, 1.01]	[0.80, 0.86]	[0.76, 0.88]

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.7.2.** Coeficientes betas promedio – Brasil

Sectores / Acciones	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\bar{\beta}_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\bar{\beta}_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$		$[\bar{\beta}_1^{U-HV}, \bar{\beta}_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HV}, \bar{\beta}_2^{U-HV}]$
	Trimestral			Semestral				
BR - CONSUMO	0.58	[0.59, 0.60]	[0.57, 0.58]	[0.49, 0.50]	0.57	[0.57, 0.59]	[0.57, 0.58]	[0.54, 0.55]
AMBEV	0.38	[0.52, 0.61]	[0.51, 0.56]	[0.43, 0.46]	0.36	[0.44, 0.46]	[0.36, 0.36]	[0.35, 0.35]
MINERVA	0.55	[0.76, 0.90]	[0.77, 0.92]	[0.55, 0.56]	0.51	[0.76, 0.82]	[0.50, 0.50]	[0.42, 0.44]
BR - ENERGÍA	0.62	[0.51, 0.57]	[0.56, 0.57]	[0.53, 0.56]	0.55	[0.47, 0.51]	[0.61, 0.63]	[0.46, 0.51]
CPFL ENERGÍA	0.63	[0.75, 0.82]	[0.71, 0.80]	[0.68, 0.70]	0.57	[0.70, 0.71]	[0.60, 0.75]	[0.61, 0.71]
ELEKTROBRAS	1.27	[1.49, 1.62]	[1.37, 1.54]	[1.22, 1.22]	1.24	[1.71, 1.86]	[1.33, 1.52]	[1.24, 1.26]
BR - FINANCIERO	1.01	[1.04, 1.09]	[0.91, 0.97]	[0.82, 0.87]	1.01	[1.01, 1.05]	[0.97, 1.06]	[0.92, 0.94]
BRADESCO	1.00	[0.96, 1.06]	[0.98, 1.11]	[0.95, 0.98]	0.99	[0.90, 1.12]	[0.88, 1.14]	[1.01, 1.06]
BRASIL	1.31	[1.39, 1.41]	[1.21, 1.34]	[1.19, 1.26]	1.32	[1.39, 1.43]	[1.11, 1.29]	[1.29, 1.32]
BR - MATERIALES BÁSICOS	0.87	[0.84, 0.94]	[0.66, 0.82]	[0.75, 0.77]	0.87	[0.84, 0.90]	[0.58, 0.82]	[0.81, 0.85]
VALE	1.00	[0.94, 1.16]	[0.93, 1.34]	[1.10, 1.11]	0.96	[0.81, 1.20]	[0.82, 1.39]	[1.14, 1.20]
USIMINAS	1.21	[1.01, 1.17]	[1.34, 1.57]	[1.57, 1.58]	1.11	[1.15, 1.25]	[1.47, 1.91]	[1.27, 1.37]
BR - INMOBILIARIO	0.96	[0.94, 1.05]	[0.92, 1.03]	[0.85, 0.92]	0.94	[0.99, 1.01]	[0.90, 0.98]	[0.85, 0.92]
GAFISA	1.41	[1.65, 1.69]	[1.53, 1.93]	[1.28, 1.37]	1.43	[1.44, 1.54]	[1.32, 1.91]	[1.34, 1.40]
CYRELA REALTY	1.03	[0.99, 1.10]	[0.90, 0.95]	[0.98, 1.03]	0.99	[0.88, 0.96]	[0.78, 0.82]	[0.71, 0.73]
BR - UTILIDAD PÚBLICA	0.66	[0.65, 0.66]	[0.65, 0.66]	[0.59, 0.72]	0.60	[0.59, 0.63]	[0.64, 0.64]	[0.57, 0.58]
ENERGIAS BR	0.64	[0.73, 0.78]	[0.69, 0.78]	[0.66, 0.72]	0.56	[0.58, 0.58]	[0.58, 0.66]	[0.58, 0.60]
AES TIETE	0.53	[0.74, 0.74]	[0.71, 0.71]	[0.56, 0.56]	0.49	[0.65, 0.74]	[0.66, 0.72]	[0.54, 0.59]
BR - INDUSTRIAL	0.67	[0.67, 0.69]	[0.61, 0.63]	[0.62, 0.64]	0.67	[0.67, 0.69]	[0.66, 0.69]	[0.58, 0.61]
KEPLER WEBER	0.85	[0.80, 0.92]	[0.95, 1.07]	[0.83, 0.86]	0.65	[0.59, 0.70]	[0.58, 0.68]	[0.97, 0.99]
M.DIASBRANCO	0.52	[0.49, 0.52]	[0.57, 0.59]	[0.45, 0.50]	0.45	[0.63, 0.69]	[0.65, 0.73]	[0.48, 0.48]

Fuente: *Elaboración propia*

Tabla A.7.3. Coeficientes betas promedio – Méjico

Sectores / Acciones	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\bar{\beta}_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		
	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$		$[\bar{\beta}_1^C, \bar{\beta}_2^C]$	$[\bar{\beta}_1^{U-HY}, \bar{\beta}_2^{U-HY}]$	
	Trimestral		Semestral					
BMV - FINANCIERO	0.75	[0.81, 0.94]	[0.75, 0.86]	[0.66, 0.77]	0.77	[0.76, 0.83]	[0.68, 0.74]	[0.71, 0.80]
GFINBUR	0.99	[1.02, 1.09]	[1.11, 1.23]	[0.87, 0.98]	0.96	[0.92, 0.95]	[0.98, 1.08]	[0.69, 0.88]
GFNORTE	1.06	[0.99, 1.42]	[0.97, 1.40]	[1.16, 1.21]	0.91	[1.18, 1.38]	[1.17, 1.28]	[1.01, 1.04]
BMV - INDUSTRIAL	0.82	[0.92, 0.98]	[0.76, 0.78]	[0.75, 0.82]	0.83	[0.94, 0.98]	[0.75, 0.77]	[0.81, 0.81]
GCARSO	0.94	[0.96, 1.00]	[0.97, 1.01]	[0.83, 0.86]	0.86	[0.99, 1.03]	[1.16, 1.16]	[0.92, 0.98]
ICA	1.17	[1.41, 1.59]	[1.44, 1.64]	[1.42, 1.50]	1.19	[1.59, 1.66]	[1.49, 1.49]	[1.20, 1.48]
BMV - MATERIALES	0.93	[1.01, 1.07]	[0.85, 0.96]	[0.71, 0.80]	0.95	[0.96, 1.04]	[0.88, 1.03]	[0.80, 0.82]
CEMEX	1.57	[1.62, 1.86]	[1.36, 1.49]	[1.30, 1.43]	1.63	[1.46, 1.73]	[1.06, 1.29]	[1.32, 1.33]
MEXCHEM	1.13	[1.20, 1.21]	[1.12, 1.23]	[1.10, 1.29]	1.13	[1.17, 1.24]	[1.11, 1.25]	[1.16, 1.19]
BMV - TELECOM	0.82	[0.75, 0.94]	[0.75, 0.96]	[0.66, 0.75]	0.78	[0.74, 0.77]	[0.62, 0.71]	[0.73, 0.83]
AMX	1.06	[0.91, 0.93]	[0.80, 0.84]	[0.86, 1.08]	1.00	[0.96, 0.96]	[0.95, 0.95]	[0.99, 1.02]
TLEVISA	0.87	[0.93, 1.24]	[0.73, 0.80]	[0.75, 0.76]	0.80	[1.14, 1.38]	[0.86, 1.11]	[0.62, 0.71]

Fuente: Elaboración propia

*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.7.4.** Coeficientes betas promedio – Estados Unidos

Sectores / Acciones	$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\beta_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$\beta_{MCO}$	[ $\beta_1^L, \beta_2^L$ ]	[ $\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}$ ]		$\beta_{MCO}$	[ $\beta_1^C, \beta_2^C$ ]	[ $\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}$ ]	
			Trimestral	Semestral			Semestral	Semestral
NYSE - ENERGY	1.23	[1.22, 1.24]	[1.15, 1.16]	[1.17, 1.23]	1.25	[1.24, 1.25]	[1.15, 1.18]	[1.24, 1.28]
CHK	1.52	[1.89, 2.03]	[1.66, 1.99]	[1.98, 2.18]	1.43	[1.70, 1.70]	[1.67, 1.85]	[1.60, 1.66]
WFT	2.14	[2.21, 2.22]	[2.32, 2.32]	[2.19, 2.31]	2.07	[2.01, 2.01]	[2.19, 2.21]	[1.86, 2.23]
NYSE - HEALTHCARE	0.72	[0.67, 0.70]	[0.74, 0.74]	[0.62, 0.66]	0.72	[0.67, 0.74]	[0.67, 0.68]	[0.62, 0.62]
JNJ	0.64	[0.73, 0.77]	[0.71, 0.72]	[0.54, 0.63]	0.63	[0.78, 0.78]	[0.78, 0.78]	[0.54, 0.56]
PFE	0.76	[0.77, 0.85]	[0.85, 0.90]	[0.75, 0.81]	0.71	[0.58, 0.76]	[0.77, 0.89]	[0.66, 0.67]
NYSE - FINANCIAL	1.15	[1.12, 1.14]	[1.03, 1.09]	[1.06, 1.10]	1.14	[1.13, 1.16]	[0.99, 1.03]	[1.03, 1.06]
BAC	1.46	[1.41, 1.66]	[1.45, 1.68]	[1.31, 1.66]	1.41	[1.81, 1.84]	[1.73, 1.76]	[1.22, 1.58]
WFC	1.04	[0.98, 1.01]	[1.07, 1.08]	[1.02, 1.16]	1.05	[0.96, 1.03]	[1.08, 1.15]	[0.94, 0.99]

Fuente: *Elaboración propia*

Tabla A.7.5. Coeficientes betas promedio – Reino Unido

Sectores / Acciones	$\bar{\beta}_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka		$\bar{\beta}_{MCO}$		Regresión Borrosa - Modelo Tanaka	
	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^C, \beta_2^C]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HV}, \beta_2^{U-HV}]$	
	Trimestral				Semestral			
FTSE 350 - BANKS	1.28	[1.29, 1.32]	[1.11, 1.18]	[1.12, 1.14]	1.26	[1.30, 1.35]	[1.19, 1.22]	[1.24, 1.28]
LLOYDS	1.47	[1.53, 1.65]	[1.66, 1.78]	[1.35, 1.39]	1.42	[1.29, 1.42]	[1.67, 1.80]	[1.40, 1.49]
HSBC	1.10	[1.14, 1.18]	[1.10, 1.13]	[0.99, 1.03]	1.09	[1.21, 1.25]	[1.12, 1.20]	[1.00, 1.06]
FTSE 350 - OIL & GAS PRODUCERS	1.10	[1.10, 1.12]	[0.95, 0.95]	[0.94, 1.02]	1.14	[1.26, 1.27]	[1.08, 1.08]	[1.00, 1.05]
BP	1.04	[1.14, 1.29]	[0.90, 1.06]	[0.98, 1.05]	1.08	[1.04, 1.26]	[0.75, 1.05]	[0.94, 0.94]
ROYAL B	1.05	[1.26, 1.28]	[1.40, 1.40]	[0.98, 0.99]	1.03	[1.18, 1.21]	[1.41, 1.42]	[1.00, 1.04]
FTSE 350 - PHARM & BIOTECH.	0.70	[0.70, 0.72]	[0.65, 0.70]	[0.64, 0.75]	0.70	[0.78, 0.78]	[0.67, 0.72]	[0.65, 0.76]
GLAXO	0.69	[0.67, 0.68]	[0.63, 0.64]	[0.69, 0.74]	0.71	[0.71, 0.71]	[0.69, 0.75]	[0.59, 0.66]
ASTRA	0.72	[0.91, 0.95]	[0.90, 1.02]	[0.73, 0.76]	0.66	[0.93, 1.03]	[0.88, 0.96]	[0.88, 0.88]
FTSE 350 - TOBACCO	0.77	[0.77, 0.82]	[0.57, 0.67]	[0.72, 0.75]	0.78	[0.65, 0.76]	[0.51, 0.62]	[0.59, 0.64]
TOBACCO	0.82	[0.83, 0.92]	[0.73, 0.79]	[0.75, 0.84]	0.84	[0.75, 0.78]	[0.60, 0.71]	[0.60, 0.72]
BRANDS	0.68	[0.65, 0.67]	[0.50, 0.52]	[0.74, 0.76]	0.62	[0.45, 0.55]	[0.51, 0.51]	[0.62, 0.62]

Fuente: Elaboración propia



*Estimación borrosa del riesgo beta. Análisis comparativo*

**Tabla A.7.6.** Coeficientes betas promedio – Japón

Sectores / Acciones	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			$\bar{\beta}_{MCO}$	Regresión Borrosa - Modelo Tanaka			
	$\bar{\beta}_{MCO}$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$		$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$		$\bar{\beta}_{MCO}$	
	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$	$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^L, \beta_2^L]$		$[\beta_1^U, \beta_2^U]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	$[\beta_1^{U-HY}, \beta_2^{U-HY}]$	
	Trimestral			Semestral				
JPX – ELECTRIC APPLIANCES	1.13	[1.11, 1.14]	[0.99, 1.02]	[1.06, 1.07]	1.13	[1.04, 1.10]	[0.99, 0.99]	[1.08, 1.09]
HITACHI	1.15	[1.21, 1.25]	[1.09, 1.18]	[1.05, 1.14]	1.20	[1.25, 1.26]	[1.02, 1.21]	[0.98, 1.04]
PANASONIC	1.35	[1.46, 1.48]	[1.53, 1.55]	[1.31, 1.39]	1.30	[1.48, 1.56]	[1.38, 1.41]	[1.11, 1.14]
JPX –TRANSPORT EQ.	1.13	[1.03, 1.11]	[1.04, 1.10]	[1.06, 1.10]	1.13	[1.05, 1.09]	[0.97, 0.99]	[1.03, 1.07]
TOYOTA	1.06	[1.03, 1.08]	[0.96, 1.00]	[1.05, 1.11]	1.08	[0.97, 1.02]	[0.94, 0.95]	[0.94, 1.03]
HONDA	1.20	[1.15, 1.27]	[1.09, 1.12]	[1.11, 1.16]	1.17	[1.10, 1.16]	[0.93, 1.04]	[1.03, 1.14]
JPX –INFO & COM.	0.75	[0.80, 0.89]	[0.71, 0.79]	[0.68, 0.78]	0.77	[0.74, 0.88]	[0.72, 0.84]	[0.67, 0.73]
NIPPON	0.65	[0.59, 0.69]	[0.53, 0.66]	[0.65, 0.72]	0.64	[0.53, 0.68]	[0.57, 0.60]	[0.46, 0.61]
KDDI	0.77	[0.79, 0.91]	[0.76, 0.78]	[0.77, 0.93]	0.77	[0.69, 0.86]	[0.90, 1.18]	[0.69, 0.84]
JPX –BANKS	1.19	[1.10, 1.23]	[1.07, 1.17]	[1.04, 1.12]	1.17	[1.07, 1.17]	[1.00, 1.20]	[1.10, 1.17]
MITSUBISHI	1.32	[1.22, 1.35]	[1.15, 1.33]	[1.22, 1.39]	1.29	[1.14, 1.29]	[1.11, 1.39]	[1.12, 1.20]
SUMITOMO	1.29	[1.13, 1.26]	[1.12, 1.38]	[1.13, 1.27]	1.27	[1.13, 1.21]	[1.09, 1.35]	[1.22, 1.31]

Fuente: *Elaboración propia*









UNIVERSITAT  
ROVIRA i VIRGILI