UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA

Programa de Doctorado:

AUTOMATIZACIÓN AVANZADA Y ROBÓTICA

Tesis Doctoral

DISSIPATIVITY AND PASSIVITY-RELATED PROPERTIES IN NONLINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS

Eva María Navarro López

Director: Enric Fossas i Colet

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales

Mayo de 2002

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA

Ph.D. Program:

ADVANCED AUTOMATION AND ROBOTICS

Ph.D. Thesis

DISSIPATIVITY AND PASSIVITY-RELATED PROPERTIES IN NONLINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS

Eva María Navarro López

Advisor: Enric Fossas i Colet

Institute of Industrial and Control Engineering

May, 2002

A mis padres

Por todo

El apoyo, la confianza, la ayuda, el amor

Vicenta López del Olmo, Francisco Navarro Alcantud, Domingo de Jesús Cortés Rodríguez.

Enric Fossas i Colet, Dorinda Fernández Marquina, Juanan Pérez Ortiz, Araceli González García, Federica Boiani, Jorge Martín Espada, Eni Pradas Caulín, Joaquín Álvarez Gallegos, Hebertt Sira Ramírez, Jaime Álvarez Gallegos, Salvador Ros Torrecillas, Paquito Navarro López, Araceli Cortés Rodríguez, José Yépez, Leira Márquez, Josep Maria Mirats i Tur, Isa Martínez Moya, Georgina Domínguez Machaen, Montse Bruguera, Josefa Ruíz Candelas, Mercedes Vía, Isidoro Hernán Losada, José Antonio Gálvez.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (MEC), Consejo Superior de Investigaciones Científicas de España (CSIC), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Sección de Mecatrónica del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN), Departamento de Electrónica y Comunicaciones del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la UPC, Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada de la Universidad de Alicante.

Apoyo económico: Beca predoctoral del "Programa Sectorial de Formación de Profesorado Universitario y Personal Investigador (Convocatoria B.O.E. 07.11.96)" del MEC, adscrita al CSIC. Alguna ayuda de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT), proyecto n.TAP97-C03-0969-01.

The support, the trust, the help, the love

Vicenta López del Olmo, Francisco Navarro Alcantud, Domingo de Jesús Cortés Rodríguez.

Enric Fossas i Colet, Dorinda Fernández Marquina, Juanan Pérez Ortiz, Araceli González García, Federica Boiani, Jorge Martín Espada, Eni Pradas Caulín, Joaquín Álvarez Gallegos, Hebertt Sira Ramírez, Jaime Álvarez Gallegos, Salvador Ros Torrecillas, Paquito Navarro López, Araceli Cortés Rodríguez, José Yépez, Leira Márquez, Josep Maria Mirats i Tur, Isa Martínez Moya, Georgina Domínguez Machaen, Montse Bruguera, Josefa Ruíz Candelas, Mercedes Vía, Isidoro Hernán Losada, José Antonio Gálvez.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (MEC), Consejo Superior de Investigaciones Científicas de España (CSIC), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Sección de Mecatrónica del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN), Departamento de Electrónica y Comunicaciones del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la UPC, Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada de la Universidad de Alicante.

Financial support: Fellowship from the national program of "Programa Sectorial de Formación de Profesorado Universitario y Personal Investigador (Convocatoria B.O.E. 07.11.96)" from MEC, developed in CSIC. Some support from "Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología" (CICYT) under Grant n.TAP97-C03-0969-01.

Resumen

El propósito de la presente tesis es el estudio de la disipatividad en sistemas no lineales discretos. Dicho trabajo de investigación presenta nuevas contribuciones en la teoría de control no lineal discreto basado en disipatividad y en el estudio de las propiedades de sistemas disipativos no lineales. Los resultados conseguidos se dividen en tres objetivos principales:

1. **La caracterización de sistemas disipativos múltiple entrada múltiple salida no lineales discretos de estructura general**, lo que también se conoce como condiciones de Kalman-Yakubovich-Popov (KYP). Las condiciones de KYP ya existentes se extienden a una clase de sistemas disipativos discretos no lineales múltiple entrada múltiple salida que son no afines en el control. La clase de sistemas disipativos estudiada se denomina disipatividad QSS, es decir, sistemas disipativos cuyas funciones de almacenamiento y suministro de energía, V y s, satisfacen que $V(f(x,u))$ y $s(h(x,u),u)$ son cuadráticas en u. También se proporcionan condiciones necesarias y suficientes para la caracterización de sistemas conservativos QSS discretos no afines en el control.

2. **El problema de disipatividad por realimentación en sistemas no lineales discretos**. Se proponen dos formas de abordar dicho problema:

   (a) **El problema de la disipatividad por realimentación a través de la relación fundamental de la disipatividad**. Se da solución al problema de la disipatividad por realimentación para sistemas única entrada única salida discretos no lineales no afines en el control, mediante cuatro metodologías basadas en la igualdad fundamental de la disipatividad. Se proponen condiciones suficientes bajo las cuales la disipatividad por realimentación es posible.

   (b) **El problema de pasivización mediante las propiedades del grado relativo y la dinámica cero del sistema no pasivo original**. El problema de transformación de un sistema no pasivo a uno que lo es se resuelve mediante realimentación de estado para una clase de sistemas múltiple entrada múltiple salida no lineales discretos afines en el control, usando las propiedades del grado relativo y la dinámica cero del sistema no pasivo original. Se puede considerar como una extensión al caso pasivo de los resultados ya existentes, referentes al problema de transformar un sistema que no es conservativo a uno que lo es mediante realimentación de estado.

3. **El problema de estabilización basado en disipatividad en sistemas no lineales discretos**. El método de *Moldeo de Energía e Inyección de Amortiguamiento* se extiende a sistemas generales no lineales discretos única entrada única salida, además de analizar algunas de las propiedades de estabilidad de una clase de sistemas disipativos y de sistemas que se pueden transformar a disipativos por realimentación. También, se establecen condiciones suficientes bajo las cuales dichos sistemas son estabilizables.

Otros objetivos secundarios han sido alcanzados, como son: el estudio del grado relativo y la dinámica cero de sistemas pasivos no lineales discretos, algunas conclusiones acerca de la conservación de la pasividad bajo la interconexión por retroalimentación negativa y la interconexión paralela, algunas notas acerca de la conservación y pérdida de la disipatividad y pasividad con el muestreo, además, las propiedades en el dominio de la frecuencia de los sistemas disipativos se usan y se relacionan con algunos de los criterios de estabilidad más importantes basados en la respuesta en frecuencia. También, los métodos de control basados en disipatividad diseñados se aplican al problema de regulación de un modelo discreto con interpretación física: un convertidor buck, para el que se mejora la respuesta en lazo abierto.

El hecho de haber tratado sistemas discretos generales nos ha permitido dar una serie de resultados para sistemas no lineales continuos no afines en el control. Dos problemas se han propuesto, principalmente: el estudio de la disipatividad por realimentación para sistemas no lineales no afines única entrada única salida y el uso de los resultados de disipatividad por realimentación. Estos resultados se han utilizado para extender al caso no lineal no afín única entrada única salida el método de estabilización de *Moldeo de Energía e Inyección de Amortiguamiento*.

Palabras clave: Disipatividad, Pasividad, Sistemas no Lineales Discretos, Disipatividad por Realimentación, Pasivización, Control Basado en Disipatividad, Respuestas Frecuenciales, Estabilización por Realimentación

Summary

This dissertation is devoted to dissipativity-related concepts in the nonlinear discrete-time setting, and presents several new contributions which are not covered by the existing nonlinear discrete-time dissipativity-based control theory and the study of the properties of nonlinear discrete-time dissipative systems.

The study of dissipativity given in this dissertation is concentrated in the state-space or internal description representation of systems. The results achieved are classified into three main goals or problems to solve, such as:

1. **The characterization of dissipative multiple-input multiple-output nonlinear discrete-time systems of general form**, what is regarded as Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) conditions. The KYP conditions existing in the literature are extended to a class of nonlinear multiple-input multiple-output dissipative discrete-time systems which are non-affine in the control input. The class of dissipativity characterized is regarded as *QSS*-dissipativity, that is, dissipative systems whose storage and supply functions, V and s, satisfy that $V(f(x,u))$ and $s(h(x,u),u)$ are quadratic in u. Necessary and sufficient conditions for the characterization of QSS-lossless discrete-time systems which are non-affine in the control input are also given.

2. **The feedback dissipativity problem in the nonlinear discrete-time setting**. Two approaches are proposed to deal with this topic:

   (a) **The feedback dissipativity problem through the fundamental dissipativity inequality**. The feedback dissipativity problem is solved for single-input single-output nonlinear discrete-time non-affine-in-the-control-input systems by means of four methodologies based on the fundamental dissipativity equality. Sufficient conditions under which feedback dissipativity is possible are proposed. The first approach proposes the control achieving feedback dissipativity as the explicit solution of the dissipativity equality, the second one uses the speed-gradient algorithm in its discrete-time version. The third and fourth methodologies are of approximate type.

   (b) **The feedback passivity problem through the properties of the relative degree and zero dynamics of the non-passive system**. The problem of rendering a system passive via state feedback is solved for a class of multiple-input multiple-output nonlinear discrete-time systems which are affine in the control input using the properties of the relative degree and the zero dynamics of the non-passive system. It is an extension to the passivity case of the results reported in the literature for the losslessness feedback problem.

3. **The dissipativity-based stabilization problem in nonlinear discrete-time systems**. The dissipativity-based controller design methodology of the *Energy Shaping and Damping Injection* is extended to general nonlinear single-input single-output discrete-time systems, in addition to, the analysis of some stability properties of a class of dissipative and feedback dissipative single-input single-output

nonlinear discrete-time systems. Furthermore, sufficient conditions under which a class of feedback dissipative systems is stabilizable are proposed.

Other secondary goals in the dissipativity properties exploration in discrete-time systems are achieved, mainly: the study of the relative degree and zero dynamics of passive nonlinear discrete-time systems, some conclusions about passivity preservation under feedback and parallel interconnections, some notes on the non-preservation and preservation of dissipativity, and its special case of passivity, under sampling, in addition, dissipativity frequency-domain properties have been used and related to some of the most important frequency-based feedback stability criteria. Furthermore, the feedback dissipativity and dissipativity-based control results are applied to solve the regulation problem in a discrete-time model with physical interpretation: the DC-to-DC buck converter, whose open-loop response is improved by means of the use of some of the stabilization methods proposed.

The fact of treating general discrete-time systems has allowed us to extend some dissipativity-related definitions to the case of continuous-time nonlinear non-affine-in-the-input systems. Two main problems are presented, namely: the study of the feedback dissipativity problem for nonlinear non-affine single-input single-output systems based upon the fundamental dissipativity equality, and the use of the feedback dissipativity results in order to extend the *Energy Shaping and Damping Injection* controller design method to the case of non-affine single-input single-output nonlinear systems.

Key Words: Dissipativity, Passivity, Nonlinear Discrete-time Systems, Feedback Dissipativity, Passivation, Dissipativity-based Control, Frequency Responses, Feedback Stabilization

Contents

List of Figures

List of abbreviations