



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y

PUERTOS DE BARCELONA

**IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN GEOTECNIA.**

**APLICACIÓN A LA EXCAVACIÓN DE TÚNELES.**

Alberto Ledesma Villalba

Ingeniero de Caminos

Trabajo realizado como parte de los requisitos  
exigidos para optar al grado de Doctor.

Dirigido por:

Antonio Gens Solé

Dr. Ingeniero de Caminos

Barcelona, febrero de 1987

**A mis padres**

---

La Ciencia está formada por hechos,  
como la casa está construida de piedras,  
pero una colección de hechos no es una Ciencia,  
así como un montón de piedras no es una casa.

Jules Henri Poincaré (1854-1912)

"La Science et la Hypothèse" (1903)

---

## ÍNDICE

- AGRADECIMIENTOS.	VI
- RESUMEN.	VIII
- LISTA DE FIGURAS.	XI
<b>1. <u>INTRODUCCIÓN.</u></b>	<b>1</b>
1.1. La identificación de parámetros y de sistemas.	2
1.2. Planteamiento general del problema.	5
1.2.1. El problema inverso en Geotecnia.	5
1.2.2. Criterios de identificación.	7
1.2.3. Posibilidades de aplicación.	9
1.3. Identificación de parámetros: estado actual.	10
1.3.1. El problema matemático.	10
1.3.2. Identificación de parámetros en Ciencias Aplicadas.	15
1.3.3. Aplicación en Geotecnia.	18
1.4. Objetivos y estructura del trabajo.	20
<b>2. <u>DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA INVERSO.</u></b>	<b>25</b>
2.1. Criterios de identificación.	26
2.1.1. Minimización de distancias.	27
2.1.2. Markov.	29
2.1.3. Máxima verosimilitud.	30
2.1.4. Máxima verosimilitud con información previa.	32

2.1.5. Mínimo riesgo.	34
2.1.6. Elección de criterio.	35
2.2. Estimadores.	37
2.3. Métodos numéricos de minimización de funciones.	43
2.3.1. Generalidades. Condiciones de mínimo.	43
2.3.2. Métodos numéricos de minimización.	47
2.3.3. Algoritmos de minimización.	50
2.3.3.1. Métodos de búsqueda directa.	51
2.3.3.2. Métodos de gradiente: Cálculo del gradiente.	51
2.3.3.3. Métodos de gradiente: Tipos.	55
2.4. Formulación y métodos de resolución adoptados.	63
2.4.1. Utilización del criterio de mínimos cuadrados.	64
2.4.2. Utilización del criterio de máxima verosimilitud.	68
2.4.3. Consideración de la información previa.	69
2.4.4. Descomposición en valores singulares.	70
2.4.5. Análisis de errores.	74
2.4.6. Aplicación del algoritmo de Gauss-Newton.	76
2.4.7. Aplicación del algoritmo de Marquardt.	77
2.5. Ejemplo de aplicación.	82
<b>3. <u>APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS</u></b>	
<b><u>FINITOS A LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO.</u></b>	91
3.1. Planteamiento del Método de los Elementos Finitos.	92
3.2. Determinación numérica de la matriz de sensibilidad.	96
3.3. Cálculo de derivadas. Modelos lineales.	98
3.3.1. Cálculo de la matriz de sensibilidad.	98
3.3.2. Metodología del proceso iterativo.	102
3.4. Cálculo de derivadas. Modelos no lineales.	106
3.4.1. Metodología del proceso iterativo.	110

<b>4. <u>FORMULACIÓN DEL PROBLEMA INVERSO EN GEOTECNIA.</u></b>	<b>113</b>
4.1. Introducción.	114
4.2. Descripción del problema en términos estadísticos.	117
4.3. Aplicación a un problema de excavación de túneles.	120
4.3.1. Metodología utilizada.	120
4.3.2. Ejemplo teórico.	126
4.3.3. Influencia del número de medidas.	136
4.3.4. Influencia de las matrices de covarianza.	140
4.4. La estructura de error como variable a identificar.	147
4.4.1. Metodología.	147
4.4.2. Aplicación al problema de excavación de túneles.	152
4.4.3. Influencia del modelo.	161
4.5. Determinación de las matrices de covarianza de medidas.	167
4.5.1. Observaciones lineales.	167
4.5.2. Extensómetros de varillas.	168
4.5.3. Micrómetro deslizante.	169
4.5.4. Inclínometro.	172
4.5.5. Deflectómetro.	173
4.5.6. Aplicación al problema de excavación de túneles.	175
4.6. Recapitulación.	180
<b>5. <u>ANÁLISIS RETROSPECTIVO DE LA EXCAVACIÓN DE UN TÚNEL URBANO.</u></b>	<b>182</b>
5.1. Descripción de la obra.	183
5.1.1. Características generales.	183
5.1.2. Geología.	186
5.1.3. Procedimiento constructivo.	187
5.1.4. Justificación del control a realizar.	188
5.2. Disposición de la instrumentación.	190

5.3. Ensayos de laboratorio.	194
5.4. Medidas de campo realizadas.	199
5.5. Identificación de parámetros.	206
5.5.1. Definición del problema.	206
5.5.2. Criterio de mínimos cuadrados.	208
5.5.3. Análisis de errores.	218
5.5.4. Identificación de $K_0$ .	226
5.5.5. Criterio de máxima verosimilitud.	228
5.5.6. Utilización de matrices de covarianza completas.	236
5.6. Comparación entre medidas de campo y de laboratorio.	246
<b>6. <u>EXTENSIÓN DE LA FORMULACIÓN A PROBLEMAS NO LINEALES.</u></b>	<b>252</b>
6.1. Formulación del problema adoptando un modelo hiperbólico.	253
6.2. Aplicación a un ejemplo teórico.	261
6.2.1. Descripción del ejemplo utilizado.	261
6.2.2. Definición del problema.	267
6.2.3. Caso a), cercano a rotura.	268
6.2.4. Casos intermedios, b) y c).	273
6.2.5. Caso d), lejano a rotura.	278
6.3. Algoritmos de identificación en problemas no lineales.	281
<b>7. <u>CONCLUSIONES.</u></b>	<b>286</b>
7.1. Resumen y conclusiones.	287
7.2. Líneas de investigación abiertas.	296
<b>8. <u>REFERENCIAS.</u></b>	<b>298</b>

<b>9. <u>APÉNDICE. ESTRUCTURA BÁSICA DEL PROGRAMA DE IDENTIFICACIÓN.</u></b>	<b>311</b>
A.1. Descripción general.	312
A.2. Cálculo de las matrices derivadas.	321
A.3. Programa de identificación de parámetros.	325



## AGRADECIMIENTOS

Es para mí obligado reconocer, al principio de esta presentación, la ayuda prestada por numerosas personas e instituciones para la realización de este trabajo, gracias a la cual el esfuerzo desarrollado durante los últimos años ha sido más fructífero y llevadero.

Como institución, la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona ha sido el marco físico y humano en el que se ha llevado a cabo esta tesis y las relaciones de amistad con las personas que en ella trabajan han constituido un estímulo para que la investigación avanzara paulatinamente.

Antonio Gens, director del trabajo, ha dedicado gran parte de su tiempo al seguimiento del mismo, de forma que muchas de las ideas que aquí se desarrollan tienen su origen en un proceso de estudio y discusión interactivo. Su extensa dedicación a la línea de investigación que se estudia, y que esperamos continuar, será siempre un motivo de agradecimiento por mi parte.

A Eduardo Alonso, jefe del Departamento de Ingeniería del Terreno, le debo mi incorporación al "mundo" de la Geotecnia. Su apoyo y colaboración constante, así como sus comentarios (especialmente los relativos a cuestiones de tipo estadístico), han sido de gran valor para que este trabajo progresara. Mi agradecimiento se hace extensivo, de forma especial, al resto de los miembros del Departamento.

Deseo además incluir, de forma explícita, los nombres de Jesús Carrera y de José Antonio Canas. Ambos investigan en temas de identificación, aunque aplicados a otro tipo de problemas. Las opiniones y los consejos de Jesús han sido muy valiosos en la conducción y finalización de este trabajo. Por otra parte, José Antonio me proporcionó toda la información básica sobre identificación de parámetros en Sismología. El agradecimiento se dirige también a los compañeros de dichas y desdichas en las tareas llevadas a cabo en el Centro de Cálculo de la Escuela, Fermín Navarrina y Josep Sarrate.

Hago constar además mi agradecimiento al Ministerio de Educación y Ciencia, por la ayuda prestada a través de su Plan de Formación de Personal Investigador, y a la Generalitat de Catalunya, por su colaboración a través del Departament de Política Territorial i Obres Públiques.

Finalmente, deseo expresar también mi agradecimiento a Conchita Mompeó y a Javier Luque, que realizaron los arduos trabajos de procesamiento de textos y de delineación respectivamente, así como a todas aquellas personas que han dado su aportación anónima que ha permitido que este trabajo viera la luz.

Barcelona, febrero de 1987.

## RESUMEN

En esta tesis se desarrolla una metodología general para la identificación de parámetros en problemas geotécnicos. Dado un problema específico, se supone fijado un modelo de comportamiento que lo representa (tomado como determinista), y se consideran conocidos algunos valores concretos de las variables de estado que caracterizan el sistema (observaciones). La identificación de parámetros, o resolución del "problema inverso", consiste en estimar los parámetros del modelo que mejor ajustan predicciones y medidas.

Se exponen los diferentes criterios de identificación que permiten expresar objetivamente el ajuste entre observaciones y predicciones, escogiendo el criterio de máxima verosimilitud como el más adecuado para este tipo de problemas, considerando las variables de estado como aleatorias, y con un cierto error cometido en el proceso de medida. Una de las ventajas principales de este esquema es que puede proporcionar información acerca de la fiabilidad de los parámetros identificados.

Escogido un criterio de identificación, el problema matemático resultante es el de minimización de una función objetivo, en la mayoría de los casos función de las diferencias entre valores medidos y predichos. Por este motivo se incluye una relación de algunos de los algoritmos numéricos disponibles para cálculo de extremos, utilizados en problemas de programación matemática, optimización, etc., y se escoge finalmente el más adecuado para el tipo de función objetivo que se estudia. Este algoritmo, denominado de Gauss-Newton, admite algunas modificaciones en el

caso de que surjan dificultades de convergencia (modificación de Levenberg-Marquardt).

El algoritmo de cálculo que se utiliza requiere evaluar las derivadas de las variables medidas respecto a los parámetros del modelo, que expresadas en forma matricial reciben el nombre de matriz de sensibilidad. Con el fin de proporcionar suficiente generalidad al método era conveniente contemplar el caso de que el modelo de comportamiento adoptase una definición numérica no expresable analíticamente, tal como sucede en la mayoría de los modelos utilizados actualmente en Ingeniería Geotécnica. Por ello se propone una formulación para el cálculo de estas derivadas utilizando la aproximación que proporciona el método de los elementos finitos, utilizado con frecuencia para calcular el "problema directo", tanto para modelos lineales como no lineales.

El esquema de resolución propuesto: criterio de máxima verosimilitud - algoritmo de Marquardt - formulación acoplada con el método de los elementos finitos, se aplica a varios ejemplos teóricos y a un caso real.

Como ejemplo base se utiliza el problema de la excavación de un túnel en un suelo en el que se miden desplazamientos y del que se desea conocer los parámetros de su modelo de comportamiento. La consideración adecuada de la estructura de error de las observaciones requiere distinguir entre medidas horizontales y verticales, que en la práctica se llevan a cabo con instrumentos diferentes. Se realiza un estudio comparativo sobre la identificabilidad del problema teórico, variando el número y la localización de las observaciones, y la relación entre las varianzas de las medidas horizontales y verticales.

Debido a la importancia que el conocimiento de la estructura de error tiene en el proceso de identificación, se desarrolla una metodología que considera esta estructura como una variable más a estimar, aplicándola también a diversos ejemplos teóricos. Se pone además de manifiesto la importancia que una adecuada elección del modelo tiene en todo el proceso.

Las matrices de covarianzas de los errores de las medidas, que aparecen de modo natural en la formulación propuesta, se calculan para diferentes tipos de instrumentos utilizados habitualmente en la medida de desplazamientos en Geotecnia. Estas matrices se utilizan en algunos de los ejemplos teóricos mencionados.

La metodología indicada se aplica finalmente a un caso real consistente en la determinación de los módulos de tres estratos de terreno afectados por la excavación de un túnel urbano en la ciudad de Terrassa (Barcelona). La relación entre tensiones iniciales horizontales y verticales también se estima. La identificación de estos parámetros se realiza utilizando el criterio de máxima verosimilitud y diferentes matrices de covarianza, comparando estas estimaciones con los parámetros obtenidos a partir de ensayos de laboratorio.

Por último, se extiende la formulación desarrollada al caso de modelos de comportamiento de suelo no lineales (con una ley tensión - deformación de tipo hiperbólico), aplicándola a varios ejemplos teóricos y comparando su identificabilidad en función de la situación tensional del suelo respecto a la rotura.

## LISTA DE FIGURAS.

**Figura 2.1.** Ejemplo ilustrativo de un modelo, representado por una recta, ajustado a las observaciones utilizando diferentes criterios de minimización de distancias. Estos criterios de identificación corresponden matemáticamente a la minimización de las normas euclídeas de orden 1,2,...etc.

**Figura 2.2.** Esquema simplificado para el caso de dos parámetros, indicando las direcciones de máxima y mínima curvatura del paraboloides que aproxima a la función objetivo en el mínimo. Estas direcciones están asociadas a los valores y vectores propios del hesiano de dicha función.

**Figura 2.3.** Esquema del proceso iterativo seguido por el método de máximo descenso en la minimización de una función cuadrática. Obsérvese que en cada punto se avanza según la dirección del gradiente hasta un nuevo punto en el que el gradiente es perpendicular al anterior.

**Figura 2.4.** Esquema indicando las direcciones de avance en el método de Marquardt en un ejemplo de dos parámetros. Para  $\mu = 0$  se avanza hacia el centro del paraboloides tangente al punto considerado. Para  $\mu$  muy grande, se avanza según el gradiente.

**Figura 2.5.** Esquema de la metodología del algoritmo de Levenberg - Marquardt.

**Figura 2.6.** Geometría utilizada para el ejemplo teórico de túnel circular en un espacio indefinido, elástico lineal, homogéneo e isótropo. Se indican los cinco puntos considerados como puntos de medida.

**Figura 2.7.** Representación de la función objetivo para el ejemplo teórico de túnel circular en un espacio indefinido, elástico lineal, homogéneo e isótropo. Se indican dos caminos seguidos por el proceso iterativo en la obtención del mínimo.

**Figura 2.8.** Valores de los parámetros en el proceso iterativo.

**Figura 3.1.** Malla de elementos finitos utilizada para comprobar el

ejemplo teórico del túnel circular. Sólo se utilizó, por simetría, la cuarta parte de la geometría.

**Figura 3.2.** Esquema simplificado de la relación tensión - deformación de un material no lineal.

**Figura 4.1.** Malla de elementos finitos utilizada para desarrollar diferentes ejemplos teóricos sobre un túnel circular. La geometría coincide con la utilizada por Mair (1979) y Taylor (1984) para representar un ensayo en modelo reducido en el aparato centrífugo de Cambridge. Se indican los doce puntos considerados como puntos de medida.

**Figura 4.2.** Representación de la función objetivo correspondiente al ejemplo en estudio (12 medidas), en las cercanías del mínimo. Se indican los caminos seguidos por dos procesos iterativos dependiendo del parámetro de Marquardt inicial elegido. También se señalan las direcciones de máxima y mínima curvatura en el mínimo.

**Figura 4.3.** Variación de la función objetivo con las iteraciones para el algoritmo de Gauss-Newton y de Marquardt. Para este último caso se indica también la variación de  $\mu$ .

**Figura 4.4.** Variación de los parámetros a identificar con las iteraciones, utilizando el algoritmo de Gauss-Newton ( $\mu = 0$ ) y el de Marquardt para el ejemplo en estudio.

**Figura 4.5.** Representación gráfica de los valores de algunas de las filas de la matriz densidad de información en el mínimo de la función objetivo, para el ejemplo en estudio.

**Figura 4.6.** Situación de los puntos de medida en la malla de elementos finitos, en los ejemplos en los que el número de medidas era de 24.

**Figura 4.7.** Representación gráfica de la función objetivo en la zona del mínimo, para el ejemplo propuesto con 24 medidas.

**Figura 4.8.** Representación gráfica de la función objetivo en las cercanías del mínimo, para el ejemplo propuesto, en el caso de que se tomen 55 medidas

**Figura 4.9.** Tabla comparativa de las diferentes identificaciones realizadas variando el número y las varianzas de las medidas. Ejemplo teórico.

**Figura 4.10.** Representación gráfica de la función objetivo, cerca del mínimo, en el caso de que se tomen 24 medidas (15 horizontales y 9 verticales), y las medidas verticales tengan 16 veces más varianza que las horizontales.

**Figura 4.11.** Representación gráfica de la función objetivo, cerca del mínimo, en el caso de que se tomen 24 medidas (15 horizontales y 9 verticales), y las medidas horizontales tengan 16 veces más varianza que las verticales.

**Figura 4.12.** Variación de la función de soporte dependiendo de la relación entre varianzas de medidas horizontales y verticales para el ejemplo propuesto. Se indican tres casos simulados distintos, en función del valor real de  $\mu$  de las medidas. El mínimo de la función de soporte se presenta para dicho valor de .

**Figura 4.13.** Variación de la norma del vector de diferencias entre parámetros estimados y parámetros reales (E y  $K_0$ ) en función de la relación de varianzas de medidas horizontales y verticales, para tres casos simulados del ejemplo propuesto.

**Figura 4.14.** Variación de la función de soporte respecto a la relación entre varianza de medidas horizontales y verticales en el caso de que el modelo utilizado en la identificación (elástico e isótropo) sea diferente del real (elástico y anisótropo).

**Figura 4.15.** Variación de los parámetros identificados en función de la relación de varianzas entre medidas horizontales y verticales en el caso de que el modelo utilizado en la identificación (elástico e isótropo) sea diferente del real (elástico y anisótropo).

**Figura 4.16.** Parámetros identificados en función de la relación entre varianzas horizontales y verticales usada en la matriz de covarianzas de las medidas, considerada diagonal, para tres ejemplos simulados.

**Figura 4.17.** Varianzas de los parámetros identificados en función de la relación entre varianzas horizontales y verticales usada en la matriz de covarianzas de las medidas, considerada diagonal, para tres ejemplos simulados.

**Figura 4.18.** Esquema de funcionamiento de las medidas de tipo lineal realizadas con tres clases de aparatos usados en instrumentación geotécnica.

**Figura 4.19.** Matriz de estructura de error utilizada en el ejemplo en estudio, incluyendo el efecto de un inclinómetro (submatriz superior) y de un extensómetro (submatriz inferior). Se indica



también la matriz invertida.

**Figura 4.20.** Valor de los parámetros identificados en el ejemplo propuesto, en función del proceso iterativo en el caso de que se use una matriz de covarianzas de las medidas diagonal o llena.

**Figura 4.21.** Representación de la función objetivo en las cercanías del mínimo, para el ejemplo propuesto (24 medidas), evaluada considerando una matriz de covarianzas de las medidas llena.

**Figura 5.1.** Sección transversal típica del terreno una vez construido el túnel.

**Figura 5.2.** Planta de situación del túnel para ferrocarril en estudio. Discurre bajo la Rambla de Egara, en la ciudad de Terrassa (Barcelona) y se sitúa a continuación de la estación subterránea, para ser utilizado como cola de maniobras. Se indican las tres secciones instrumentadas.

**Figura 5.3.** Sección A instrumentada con los extensómetros E1, E2 y los inclinómetros I1, I2.

**Figura 5.4.** Sección B instrumentada con los extensómetros E3, E4 y los inclinómetros I3, I4.

**Figura 5.5.** Sección C instrumentada con los extensómetros E5, E6 y los inclinómetros I5, I6.

**Figura 5.6.** Resultado del ensayo edométrico realizado con una muestra de arcilla extraída en sentido vertical de un bloque del estrato intermedio (curva índice de poros - presión vertical efectiva).

**Figura 5.7.** Resultado del ensayo edométrico realizado con una muestra de arcilla extraída en sentido horizontal de un bloque del estrato intermedio (curva índice de poros - presión vertical efectiva).

**Figura 5.8.** Curvas tensión - deformación obtenidas de ensayos de compresión simple para muestras extraídas en sentido horizontal y vertical.

**Figura 5.9.** Curvas módulo secante - deformación obtenidas a partir de ensayos de compresión simple para muestras extraídas en sentido

horizontal y vertical.

Se indica el rango de deformaciones estimado calculando el problema directo con dos conjuntos de parámetros: a) parámetros identificados con el criterio de mínimos cuadrados, b) parámetros identificados con el criterio de máxima verosimilitud y matriz de covarianzas llena. Se indica asimismo el rango de módulos que según estas curvas corresponderían a estos rangos de deformaciones.

**Figura 5.10.** Evolución del asiento en clave a lo largo del proceso constructivo, para los perfiles A y B.

**Figura 5.11.** Desplazamientos verticales máximos medidos en el perfil B, utilizados como base para el proceso de identificación.

**Figura 5.12.** Desplazamientos horizontales transversales máximos medidos en el perfil B, utilizados como base para el proceso de identificación.

**Figura 5.13.** Malla de elementos finitos, correspondiente al perfil B, utilizada en la identificación de parámetros.

**Figura 5.14.** Detalle de la malla de elementos finitos en la zona de excavación del túnel, indicando los puntos considerados como puntos de medida: 16 para desplazamientos horizontales y 8 para movimientos verticales.

**Figura 5.15.** Evolución de los valores de los parámetros a identificar con el proceso iterativo. Ejemplo simulado y criterio de mínimos cuadrados.

**Figura 5.16.** Evolución de los valores de los parámetros a identificar con el proceso iterativo. Caso con medidas reales y criterio de mínimos cuadrados.

**Figura 5.17.** Variación del valor de la función objetivo con las iteraciones, tanto para el caso real como para el ejemplo simulado. Corresponde a la identificación realizada con el criterio de mínimos cuadrados.

**Figura 5.18.** Comparación entre movimientos medidos y los calculados utilizando los parámetros identificados con el criterio de mínimos cuadrados. Perfil B.

**Figura 5.19a.** Representación gráfica de algunas de las filas de la matriz densidad de información para los parámetros identificados con el criterio de mínimos cuadrados en el supuesto de que se consideren todos los parámetros y en el caso de que se identifique fijando el valor de  $K_0$ . Corresponde a las medidas horizontales 1,6

y 11.

**Figura 5.19b.** Representación gráfica de algunas de las filas de la matriz densidad de información para los parámetros identificados con el criterio de mínimos cuadrados en el supuesto de que se consideren todos los parámetros y en el caso de que se identifique fijando el valor de  $K_0$ . Corresponde a las medidas verticales 18,22 y 24.

**Figura 5.20.** Valores y vectores propios obtenidos en el mínimo de la función objetivo en el caso real y en el ejemplo simulado.

**Figura 5.21.** Varianzas de los parámetros estimados en función de la relación entre desviaciones típicas de medidas horizontales y verticales, calculadas de forma aproximada utilizando el criterio de mínimos cuadrados.

**Figura 5.22.** Valor del mínimo de la función objetivo obtenido en diferentes procesos de identificación en los que se fijó el parámetro  $K_0$  (criterio de mínimos cuadrados).

**Figura 5.23.** Valor de los parámetros estimados en cada proceso de identificación con  $K_0$  fijado (criterio de mínimos cuadrados).

**Figura 5.24.** Valor de los parámetros estimados utilizando el criterio de máxima verosimilitud, en función de la matriz de covarianzas diagonal usada, definida a partir de la relación entre desviaciones típicas de medidas horizontales y verticales.

**Figura 5.25.** Representación de los movimientos medidos y los calculados con los parámetros identificados con dos matrices de covarianza diagonales diferentes. Perfil B.

**Figura 5.26.** Valor de las varianzas de los parámetros identificados utilizando el criterio de máxima verosimilitud, en función de la matriz de covarianzas diagonal usada, definida a partir de la relación entre desviaciones típicas de medidas horizontales y verticales.

**Figura 5.27.** Evolución de la función objetivo y del parámetro de Marquardt en función del proceso iterativo. Se considera el algoritmo de Gauss-Newton y el de Levenberg-Marquardt.

**Figura 5.28.** Valores de los parámetros identificados con el criterio de máxima verosimilitud en función de la matriz de covarianzas llena utilizada.

**Figura 5.29.** Varianzas de los parámetros identificados con el criterio de máxima verosimilitud en función de la matriz de covarianzas llena utilizada.

**Figura 5.30a.** Representación gráfica de los valores de algunas de las filas de la matriz densidad de información en el mínimo de la función objetivo, para el ejemplo en estudio, utilizando el criterio de máxima verosimilitud con matriz de covarianzas diagonal y llena. Corresponde a las medidas horizontales 1,6 y 11.

**Figura 5.30b.** Representación gráfica de los valores de algunas de las filas de la matriz densidad de información en el mínimo de la función objetivo, para el ejemplo en estudio, utilizando el criterio de máxima verosimilitud con matriz de covarianzas diagonal y llena. Corresponde a las medidas verticales 18,22 y 24.

**Figura 5.31.** Comparación entre los movimientos medidos en el perfil C y las predicciones realizadas utilizando los parámetros obtenidos en la identificación con el criterio de mínimos cuadrados y con el criterio de máxima verosimilitud y matriz de covarianzas llena.

**Figura 5.32.** Contornos de puntos de igual deformación principal mayor debido a la excavación del túnel, calculados con los parámetros estimados con el criterio de mínimos cuadrados.

**Figura 5.33.** Contornos de puntos de igual deformación principal mayor debido a la excavación del túnel, calculados con los parámetros estimados con el criterio de máxima verosimilitud.

**Figura 6.1.** Representación esquemática de la ley tensión - deformación del modelo hiperbólico, indicando la nomenclatura utilizada.

**Figura 6.2.** Cotas superior e inferior de los diferentes mecanismos de rotura (A,B y C) considerados para el problema de un túnel circular somero, en función de la geometría, de la presión de sostenimiento ( $\sigma_T$ ) y de la resistencia al corte sin drenaje del material (según Mair, 1979).

**Figura 6.3.** Contornos de puntos de igual nivel de tensiones (S) originadas por la excavación del túnel circular tomado como ejemplo, para diferentes parámetros del terreno: a)  $E = 10$ ,  $C_u = 0.1$ , b)  $E = 30$ ,  $C_u = 0.3$ , en MPa.

**Figura 6.4.** Contornos de puntos de igual nivel de tensiones (S) originadas por la excavación del túnel circular tomado como

ejemplo, para diferentes parámetros del terreno: a)  $E = 50$ ,  $C_u = 0.5$ , b)  $E = 100$ ,  $C_u = 1.0$ , en MPa.

**Figura 6.5.** Representación gráfica de la función objetivo correspondiente al ejemplo del túnel circular con parámetros cercanos a rotura:  $E = 10$ ,  $C_u = 0.1$  en MPa. Se indican algunos caminos seguidos por procesos iterativos, así como las direcciones de máxima y mínima curvatura en el mínimo.

**Figura 6.6.** Representación gráfica de algunas de las filas de la matriz densidad de información para el ejemplo del túnel circular con parámetros cercanos a rotura.

**Figura 6.7.** Representación gráfica de la función objetivo correspondiente al ejemplo del túnel circular con parámetros intermedios:  $E = 30$ ,  $C_u = 0.3$  en MPa. Se indican algunos caminos seguidos por procesos iterativos y las direcciones de máxima y mínima curvatura en el mínimo.

**Figura 6.8.** Representación gráfica de la función objetivo correspondiente al ejemplo del túnel circular con parámetros intermedios:  $E = 50$ ,  $C_u = 0.5$  en MPa. Se indican algunos caminos seguidos por procesos iterativos y las direcciones de máxima y mínima curvatura en el mínimo.

**Figura 6.9.** Representación gráfica de la función objetivo correspondiente al ejemplo del túnel circular con parámetros lejanos a rotura:  $E = 100$ ,  $C_u = 1.0$  en MPa. Se indican las direcciones de máxima y mínima curvatura en el mínimo.

**Figura 6.10.** Representación gráfica de algunas de las filas de la matriz densidad de información para el ejemplo del túnel circular con parámetros lejanos a rotura.

**Figura A.1.** Esquema general de las partes que incluye un programa de identificación de parámetros, según la metodología propuesta.

**Figura A.2.** Diagrama de flujo del módulo de cálculo de las matrices derivadas, necesarias para el programa de identificación.

**Figura A.3.** Diagrama de flujo del programa de identificación de parámetros propiamente dicho.

**1**

**INTRODUCCIÓN.**

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN.

#### 1.1 LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS Y DE SISTEMAS.

El medio más útil para estudiar cuantitativamente un fenómeno físico es definiendo un modelo de comportamiento. Este modelo es expresable en la mayoría de los casos por una ley matemática que nos permite hacer predicciones sobre el fenómeno estudiado, y esta ley se define mediante unos parámetros propios del modelo.

Supongamos, por ejemplo, el caso sencillo de un muelle. Nuestro modelo, elegido a través de la experimentación, relaciona la fuerza y el desplazamiento que se produce al aplicarla, a través del módulo de Young, según la ley de Hooke:

$$F = E x \quad [1.1]$$

Si elegimos "a priori" el modelo y conocemos el módulo  $E$ , es fácil predecir el desplazamiento que se va a producir para una fuerza dada. Este proceso constituye el denominado "problema directo".

Si lo que se quiere es determinar el módulo de un muelle en concreto, hay que realizar el experimento, medir la fuerza y el desplazamiento, y despejar de la expresión anterior el valor del módulo. Si se quiere tener una estimación más fiable de este módulo, convendrá realizar varias medidas y obtener un valor medio. El problema de identificación del parámetro "E", definido en estos términos, se denomina "problema inverso".

Si el modelo es muy simple, como en este caso, no aparece especial dificultad. Pero en general, el estudio del problema inverso supone un grado de dificultad mayor que el del problema directo correspondiente, ya que habitualmente los modelos se definen de modo natural en su forma directa, y se supone que los parámetros son datos de partida. Además, en los problemas típicos de ingeniería, los modelos que reproducen el comportamiento tensión - deformación de los materiales tienen, a menudo, expresiones complejas. En muchas ocasiones, ni siquiera admiten una definición analítica explícita, y en general dependen de varios parámetros.

En un sentido global, al conjunto de elementos relacionados entre sí por unas leyes lo denominamos sistema. Las variables que lo caracterizan son las variables de estado. En el ejemplo anterior, el muelle constituye un sistema caracterizado por las variables fuerza y desplazamiento, por el parámetro E, y por la ley de Hooke. Caracterizar el sistema requiere definir las leyes que lo rigen y sus parámetros. Utilizando esta nomenclatura, la denominación "identificación de sistemas" se refiere a la determinación de las leyes que los rigen, mientras que la "identificación de parámetros" hace referencia a la estimación de



los parámetros del modelo, habiendo definido esas leyes de antemano. Volviendo al ejemplo inicial, si disponemos del muelle, aplicamos una fuerza (entrada) y medimos su desplazamiento (salida), identificar el sistema significa determinar la relación que existe entre la entrada y la salida, es decir, obtener la ley o modelo que los relaciona. Identificar los parámetros sería en este caso, una vez conocida la ley, determinar el valor del módulo  $E$  para ese muelle. A este proceso también se le denomina "resolución del problema inverso", por contraposición al "problema directo", en el que se toman los parámetros como datos, y se predice la "salida" a partir de la "entrada". También se entiende por "problema inverso" el problema de estimación de la "entrada" del modelo para una "salida" y unos parámetros conocidos, si bien en este trabajo se utiliza como sinónimo del problema de identificación de parámetros.

Como puede observarse, estos problemas se pueden plantear ante cualquier fenómeno físico. Sin embargo, a pesar de su importancia, la teoría de identificación de sistemas definida en estos términos está casi sin desarrollar. En realidad constituye un problema de un orden de magnitud más complejo que el propio problema inverso, y éste está todavía en fase de desarrollo. Por ello se recurre a plantear el problema en casos concretos, a pesar de algunos intentos de formalizar una teoría global.

El desarrollo reciente de la teoría de sistemas, de la teoría de la información y de los métodos de optimización, permiten aventurar una aplicación muy fructífera de ellos en muchos campos de la ingeniería civil. Utilizando los métodos matemáticos y de

cálculo numérico aportados por estas teorías, se desarrolla en esta tesis una metodología general que permite identificar parámetros en una gran variedad de problemas geotécnicos, suponiendo fijadas las leyes de comportamiento del terreno.

## 1.2 PLANTEAMIENTO GENERAL DEL PROBLEMA.

### 1.2.1 El Problema Inverso En Geotecnia.

En Ingeniería Geotécnica, nuestro sistema está formado por un conjunto delimitado por el terreno y por una determinada actuación sobre él (en general una estructura, una excavación, etc.). Durante los últimos años de historia reciente de la Mecánica del Suelo, se ha intentado describir varios modelos que sean capaces de reproducir el comportamiento del suelo frente a sollicitaciones. En el estado actual del conocimiento, es posible definir muchos de los problemas más comunes en Geotecnia en términos de un modelo que relaciona habitualmente fuerzas exteriores y desplazamientos, en función de varios parámetros.

Tradicionalmente ha existido cierta dificultad para obtener en problemas geotécnicos concretos el valor numérico de dichos parámetros. Se ha recurrido casi siempre a la realización de ensayos de laboratorio a partir de muestras del terreno, pero se sabe que esta metodología tiene algunos problemas, entre los que destacan: el proceso de extracción de la muestra, que altera su calidad; la irreversibilidad en la relajación de las tensiones "in situ"; las diferencias entre el comportamiento macro y microestructural del terreno, y finalmente la dificultad para reproducir en el laboratorio los cambios tensionales "in situ" por

las limitaciones de las técnicas de medida, especialmente a bajas deformaciones. Todo ello hace que la validez de los resultados de laboratorio sea más o menos limitada, según el problema que nos ocupe y la fiabilidad de los ensayos.

Paralelamente se han desarrollado técnicas de instrumentación y de control directo del terreno afectado por obras geotécnicas, que pueden permitir, en principio, evitar estos inconvenientes. Así, utilizando los recientes avances de la instrumentación, pueden medirse con mayor o menor dificultad las diferentes variables con las que se trabaja en ingeniería geotécnica.

La obtención de medidas de campo es una práctica cada vez más frecuente, y el problema inverso antes definido puede aplicarse a toda una obra en conjunto. De esta forma se estimarán los parámetros "reales" y "globales" del terreno afectado. Por supuesto el propio problema inverso puede aplicarse a un problema de laboratorio, pero en lo que sigue se hace especial hincapié en la necesidad de disponer de medidas de campo para caracterizar un sistema geotécnico.

Con la nomenclatura indicada, la identificación de parámetros puede plantearse de forma general en los siguientes términos: Se fija un sistema definido por un modelo matemático de comportamiento que relaciona unas acciones, unas variables de estado y unos parámetros; se conocen algunos valores de las variables de estado (observaciones o medidas) y las acciones que las originaron. En estas condiciones, obtener los parámetros del modelo que mejor se ajustan a esas medidas.

Como base matemática de partida se supone formulado un modelo, expresable bien en forma analítica o bien en forma numérica, y se conocen unas acciones exteriores (habitualmente fuerzas) y unas variables medidas en el terreno (por ejemplo, desplazamientos). El problema puede generalizarse suponiendo que se dispone además de cierta información previa sobre el valor de algunos de los parámetros.

### **1.2.2 Criterios De Identificación.**

El objetivo de la identificación es obtener los parámetros que mejor adaptan medidas y predicciones de un modelo. Este "ajuste" debe definirse en términos objetivos para poder realizar un tratamiento matemático del problema. Según el criterio que se siga para definir este "ajuste", se obtendrán diferentes estimaciones de los parámetros. Cada criterio de identificación conduce a una formulación distinta, si bien muchos de ellos pueden considerarse casos particulares de otros criterios más generales.

Estos criterios definen el mejor ajuste como aquel que maximiza o minimiza una función definida "a priori". De manera que el problema de identificación se expresa matemáticamente como un problema de cálculo de extremos de una función de los parámetros del modelo. Por ejemplo, puede adoptarse como "mejor ajuste" aquel correspondiente a los parámetros que minimizan la norma euclídea del vector de diferencias entre movimientos medidos y desplazamientos calculados con el modelo. Este corresponde al conocido como método de mínimos cuadrados, fácil de aplicar con modelos analíticos de pocos parámetros. Si el modelo está definido

numéricamente, o el número de parámetros es muy alto, su aplicación puede llegar a ser muy compleja.

El hecho de que parte de los datos que se utilizan sean medidas experimentales o de campo, y por tanto sujetas a errores, permite utilizar también criterios de tipo estadístico, que consideran las variables de medida como aleatorias. En concreto se supone que para los problemas que nos ocupan, es más adecuado un planteamiento estadístico, que además nos puede proporcionar información acerca de la fiabilidad de la identificación realizada.

En esta línea se define el criterio de máxima verosimilitud, que considera que los parámetros que mejor se ajustan son aquellos que maximizan la probabilidad de que se realicen esas medidas dados ese conjunto de parámetros. La ventaja de este criterio es que, además de permitir un tratamiento estadístico del problema, es suficientemente general e incluye como caso particular el método de mínimos cuadrados.

Existen otros criterios de minimización de uso más restringido. Por ejemplo, puede identificarse en base a la minimización de una función de coste o de riesgo definida para cada problema en concreto, teniendo en cuenta el "coste" que supone la identificación de unos parámetros no correctos. Esto requiere el conocimiento de la función de coste o de riesgo para ese problema.

Es preciso destacar, que aunque se plantee el problema en términos estadísticos, el modelo de comportamiento del sistema se considera determinista. La utilización de modelos estocásticos supondría introducir de nuevo una dificultad adicional de partida, difícil de justificar en el estado de conocimiento actual.

### 1.2.3 Posibilidades De Aplicación.

Una vez determinado el problema, y el criterio de identificación escogido, sólo faltaría aplicar una metodología de cálculo adecuada. En los capítulos posteriores se trata extensamente esta cuestión, pero antes conviene indicar algunos ejemplos concretos de Ingeniería Geotécnica en los que esta metodología puede ser útil.

El conocimiento de los parámetros del terreno es sin duda interesante en obras de tipo lineal, donde puede hacerse una predicción del comportamiento de secciones posteriores a partir de los parámetros obtenidos en secciones precedentes (lógicamente en el supuesto de que se conozca la geometría y de que el terreno sea relativamente homogéneo en las secciones de medida y de predicción). Un ejemplo típico de este caso es la excavación de túneles, donde existe una cierta tradición en la medida de desplazamientos del terreno. Este ha sido el ejemplo escogido para ilustrar las diferentes metodologías de identificación desarrolladas en esta tesis.

También es útil el conocimiento de los parámetros de procesos que dependen del tiempo (por ejemplo, consolidación), a partir de datos obtenidos en los tiempos iniciales.

En ambos casos existe una clara interacción entre el proceso constructivo, la toma de datos de campo y la identificación de parámetros. Un esquema suficientemente flexible debería ser capaz, por ejemplo, de cambiar el proceso constructivo si las predicciones realizadas usando la identificación inicial de los parámetros así lo aconseja.

Existen, sin duda, otras posibles aplicaciones de los métodos de identificación en Ingeniería Geotécnica, y en el siguiente apartado se proporcionan las referencias sobre ellas.

La resolución del problema inverso en todos estos problemas concretos requiere, en primer lugar, estudiarlo desde un punto de vista general. Ya se ha visto que las técnicas de identificación pueden analizarse desde una óptica exclusivamente matemática. En este sentido, los criterios de identificación conducen a problemas matemáticos de extremos. Por otra parte, se comprende la relación que las técnicas de identificación guardan con los métodos de optimización en general, ya que el problema matemático en ambos casos es el mismo. Por ello, desde un punto de vista histórico, el desarrollo de la teoría de identificación de sistemas va ligado al avance en estadística, en métodos numéricos de minimización de funciones, en programación matemática, etc.

### **1.3 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS: SITUACIÓN ACTUAL.**

#### **1.3.1 El Problema Matemático.**

Los avances en las técnicas de identificación de parámetros, especialmente en lo que a problemas numéricos se refiere son relativamente recientes, y en cualquier caso las aplicaciones más relevantes son posteriores a 1960. Sin embargo, el problema de la estimación de parámetros se ha planteado desde un punto de vista exclusivamente estadístico desde antiguo. En definitiva, se trataba de obtener los parámetros de un modelo estadístico, definido por su función de distribución de probabilidad, a partir

de unas observaciones.

La mayoría de los matemáticos importantes del siglo XVIII trabajaron en el tema. Los primeros trabajos al respecto se atribuyen a Bayes (1763) y a Daniel Bernouilli (1777) (ver Edwards, 1972).

Bayes desarrolló el teorema básico de teoría de probabilidades que lleva su nombre. Daniel Bernouilli, por su parte, publicó un trabajo sobre tratamiento de errores, proponiendo una función de distribución particular cuyos parámetros se obtenían maximizando una determinada probabilidad o "verosimilitud".

El desarrollo de la estadística es especialmente importante durante el siglo XIX. A principios de ese siglo Gauss define el método de mínimos cuadrados para minimizar los errores inherentes a los datos procedentes de observaciones, y concibe la denominada ley gaussiana o normal de distribución en la teoría de probabilidades. Laplace, por su parte, trabajaba hacia 1820 en la denominada "teoría de la probabilidad inversa", en el sentido de que las probabilidades de las hipótesis podían deducirse a partir de las frecuencias de sus efectos, iniciando así una teoría de la inferencia. Numerosos matemáticos del siglo XIX trabajan en el tema: Chebyshev, que presenta los conceptos de varianza y esperanza matemática, crearía una escuela de científicos rusos que trabajaron en teoría de la probabilidad (Markov, Kolmogorov, etc.).

De forma paralela a los avances en estadística, se desarrolla la teoría matemática de minimización de funciones, cuyos exponentes máximos son en el siglo XVIII, Euler y Lagrange. Ambos realizan descubrimientos en el cálculo variacional, y Lagrange define el



método de los multiplicadores que lleva su nombre.

Hacia 1850 se producen algunas polémicas sobre la teoría de probabilidad inversa de Laplace. Hubo algunas objeciones leves a ella por parte de científicos de prestigio como George Boole (1854) y John Venn (1876) en el sentido de que implicaba una imposibilidad de encontrar una solución definitiva (los propios parámetros del modelo estadístico eran aleatorios). Pronto se reconoció como una metodología válida, especialmente al desarrollarse el concepto de "test de significancia estadística". Finalmente, los extensos trabajos de Fisher, desde 1912 hasta 1950 (recopilación en Fisher, 1950) sobre inferencia estadística fijan las bases matemáticas del método de estimación de parámetros de máxima verosimilitud, y como caso particular del de mínimos cuadrados.

Todos estos trabajos hacen referencia a un problema planteado en estadística sobre determinación de los parámetros de un modelo de distribución de probabilidad de un suceso, dado un número de observaciones. La aplicación de estos métodos de estimación a otros modelos, en principio no estadísticos, fue también directa. El propio Fisher (Fisher, 1935) publica estudios sobre el diseño metodológico de experimentos, y realiza algunos trabajos sobre observaciones de experimentos biológicos, particularmente en genética. La identificación de parámetros en sentido general, tal como se ha definido en el primer apartado, se desarrolla en este siglo a partir de estas bases estadísticas.

Hacia finales de los años 50 aparecen los primeros trabajos que sentarían las bases matemáticas del problema utilizable directamente en ciencias aplicadas. Lanczos (1961), por ejemplo, reúne y publica la teoría de sistemas de ecuaciones lineales no

cuadrados. La relación con nuestro problema radica en que el número de medidas "m" es habitualmente mayor que el de parámetros "p", y bajo ciertas condiciones, que se comentan en el siguiente capítulo, puede plantearse el problema matemático como un sistema de "m" ecuaciones con "p" incógnitas. La solución calculada con la inversa generalizada de Lanczos se demuestra que es equivalente a resolver el problema con el criterio de mínimos cuadrados. Linnik (1963) y Hamilton (1964) utilizan este método como base para desarrollar una teoría estadística de identificación de parámetros a partir de observaciones. Paralelamente a los conceptos teóricos, la necesidad de su aplicación directa, lleva a desarrollar métodos y algoritmos numéricos de cálculo para minimizar funciones, Rosenbrock (1960), Marquardt (1963), utilizables tanto para identificar parámetros como para resolver otros problemas prácticos de extremos (optimización, por ejemplo). Finalmente, el trabajo de Lawson y Hanson (1974) constituye la obra clásica de recopilación de los procedimientos matemáticos y numéricos relacionados con el método de mínimos cuadrados. El desarrollo histórico de este método se ha debido fundamentalmente al éxito obtenido en la resolución de muchos problemas matemáticos ajenos, incluso, al campo de la identificación o de la optimización. Por ejemplo, un sistema de ecuaciones cualesquiera del tipo  $f(\mathbf{x}) = 0$  puede resolverse evaluando el vector  $\mathbf{x}$  que hace mínima la expresión:

$$\sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x}) = 0 \quad [1.2]$$

lo que en definitiva es un problema de mínimos cuadrados.

Junto con los trabajos anteriores, existen publicaciones de estadística aplicada que desarrollan la teoría de la estimación. Edwards (1972) define lo que puede considerarse como la base estadística del método de estimación de máxima verosimilitud, tal como se utiliza actualmente, y como puede verse ya incluido en los tratados modernos de estadística aplicada (Bury, 1975; Mann et al, 1974).

Todos estos trabajos forman parte de la historia de las matemáticas. Las aplicaciones directas se referían con frecuencia a problemas de física matemática. A principios de este siglo aparecen publicaciones que aplican la minimización general de funciones a problemas prácticos de optimización, definiendo algoritmos que pueden considerarse como pioneros en lo que se denominaría programación matemática. Muchos de estos trabajos hacen referencia a problemas de economía, pero pronto se aplican a otras disciplinas.

En lo que a identificación de parámetros se refiere, durante este siglo se forma un cuerpo de doctrina unificando los trabajos de estadística (a partir de las publicaciones de Fisher principalmente) y los estudios sobre minimización de funciones y programación matemática (a partir de los trabajos de Rosenbrock, Fletcher, etc.) Como consecuencia de esta unificación, se publican en los años 70 varios trabajos de recopilación sobre una "Teoría de Identificación de Sistemas", (Graupe, 1972; Eykhoff 1974; Akaike, 1974), consecuencia del trabajo de muchos autores en campos muy dispersos. Estos tratados intentan dotar a las metodologías de identificación, utilizadas hasta entonces en muchos campos inconexos, de un cuerpo de doctrina lo más general posible.

Finalmente, con posterioridad a estos trabajos y en los últimos 10 años, se han producido varias publicaciones sobre minimización en general y sobre algoritmos numéricos de resolución: Pchenitchny et al (1977), Fletcher (1981) y Scales (1986) son algunos de los trabajos más representativos sobre el problema matemático en estudio.

### **1.3.2 Identificación De Parámetros En Ciencias Aplicadas.**

Independientemente de la estructuración de estos métodos en una teoría matemática general, durante todo este siglo se ha trabajado simultáneamente en problemas concretos y muy específicos.

Por ejemplo, en el campo del Diseño y Cálculo de Estructuras la identificación de parámetros no ha sido un problema planteado como tal, principalmente porque históricamente no se ha tenido esa necesidad: la reología de los materiales constructivos, hormigón y acero ha sido relativamente bien conocida. Sin embargo, la optimización estructural sí que ha sido un tema frecuente de estudio especialmente durante este siglo y en los últimos 20 años. Los trabajos antiguos más interesantes corresponden a Maxwell (1890) y a Michell (1904), y hacen referencia especialmente a la optimización de estructuras articuladas. En Morris (1982) puede verse una recopilación de los trabajos más importantes sobre el tema. En general, el problema de optimización se reduce a un problema de programación matemática o de cálculo de extremos de una función de coste, y los algoritmos que se utilizan para su resolución pueden ser aplicables a los problemas de identificación de parámetros. Recientemente se han resuelto problemas de

identificación para estructuras con modelos elastoplásticos: Nappi (1981 y 1982), Maier (1981), Maier et al (1982), Bittanti et al. (1983), Upwadia et al (1984). También en la última década se han publicado trabajos sobre la identificación de parámetros en dinámica estructural, donde la determinación de los coeficientes de amortiguamiento de una estructura se realiza utilizando el método inverso (Simonian, 1981).

Existen otras muchas aplicaciones relativamente dispersas de los métodos de identificación, utilizando todas las técnicas desarrolladas en los últimos años sobre programación matemática. Hills et al (1979) y Grysa et al (1980) las aplicaron, por ejemplo, a problemas de conducción de calor. Otros autores han trabajado de forma general, utilizando el problema inverso para calibrar modelos reológicos de materiales: Distefano (1970), Cividini et al (1985), Sato et al (1985).

En otros campos de la ciencia aplicada, el desarrollo de los métodos de identificación de parámetros ha sido muy fructífero. La Geofísica ha sido una disciplina en la que desde finales de los años 60 se utilizan las técnicas de identificación con profusión. El objetivo es la obtención de los parámetros que caracterizan una determinada zona de la corteza terrestre, a partir de las medidas de sismos. Como estas medidas son la única fuente de datos de que se dispone, el problema inverso se plantea en Geofísica de forma natural. Realmente muchos trabajos básicos sobre tratamiento de medidas inexactas de la década de los 70, son obra de geofísicos: Backus (1970), Jackson (1972), Wiggins (1972) y Parker (1977). Algunos trabajos recientes son los de Menke (1984) y Canas y

Ledesma (1985).

En general, quizás por motivos históricos y por el propio tipo de problema que se plantea en geofísica, la mayoría de estos autores utilizan el método desarrollado inicialmente por Lanczos, denominado método de inversión generalizada, que deriva de uno de mínimos cuadrados.

Otros temas relacionados con las ciencias geológicas han sido objeto de estudio, recientemente, bajo la óptica de la identificación de parámetros y usando los conceptos de Lanczos: Braile et al (1974) lo aplican a la identificación de anomalías gravimétricas en el terreno, Etchecopar et al (1981) utilizan el método en geología estructural, para identificar direcciones de tensiones a partir de direcciones de estrías medidas en macizos rocosos, y finalmente Pous (1983) aplica el método inverso a la interpretación de sondeos geoelectricos. Todos ellos utilizan el criterio de mínimos cuadrados.

En otras especialidades relacionadas con la geología, la identificación de parámetros ha conocido un desarrollo espectacular, debido especialmente a la imposibilidad de obtener parámetros a partir de la experimentación en laboratorio. Tal es el caso de la hidrogeología. En este tipo de problemas se plantea la obtención de los parámetros globales que definen un acuífero (escogido previamente un modelo), partiendo de medidas de alturas piezométricas o de caudales en diferentes puntos del mismo. Algunos trabajos clásicos son los de Nelson (1960,1961) y Neuman y Yakowitz (1979). Los recientes trabajos de Carrera (1984) y Carrera y Neuman (1986) proponen una metodología de identificación

de parámetros de acuíferos bajo condiciones transitorias y estacionarias. Una recopilación reciente de los métodos de identificación en hidrología subterránea se hace en Yeh (1986).

### 1.3.3 Aplicación En Geotecnia.

Finalmente, es preciso hacer constar los trabajos que sobre identificación de parámetros se han desarrollado en Ingeniería Geotécnica. Son relativamente recientes y no muy numerosos. Hay varios motivos que justifican estas circunstancias. Por una parte, la utilización de estas técnicas en ciencias aplicadas es reciente (en general posterior a 1960). Por otra parte, el modo tradicional de obtener los parámetros geotécnicos ha sido mediante "aproximaciones sucesivas", utilizando principalmente los resultados de ensayos de laboratorio, tema sobre el que existe abundante literatura.

Paralelamente se han desarrollado en los últimos años técnicas de instrumentación de campo, que permiten medir en el terreno afectado por una obra, cada vez con mayor precisión y fiabilidad. Las técnicas de identificación de parámetros son de aplicación lógica si se dispone de suficiente información de campo. Es obvio que cualquier metodología de identificación puede aplicarse a un ensayo de laboratorio, pero la mayor representatividad de las medidas de campo frente a las de laboratorio, aconseja utilizarlas siempre que se disponga de ellas. Puede afirmarse, en consecuencia, que las medidas de campo constituyen los datos "naturales" del problema de identificación en Geotecnia. Este ha sido el planteamiento de base en todos los trabajos relacionados

con el tema.

Los primeros estudios en este sentido corresponden a Gioda (1980), Gioda et al (1981) y Maier (1980) del Politécnico de Milán. Planteaban el problema de identificación de parámetros de macizos rocosos afectados por la excavación de túneles con geometría circular. Utilizaban el criterio de mínimos cuadrados y algoritmos de búsqueda directa del mínimo.

Otros trabajos del mismo grupo sobre caracterización de problemas en Geomecánica a partir de medidas "in situ" son los de Cividini et al (1981, 1983) de tipo general, Cancelli et al (1984), aplicado a presas de tierra, y artículos posteriores de recopilación de Maier y Gioda (1982) y Gioda (1985). Sus trabajos más recientes utilizan criterios más generales (máxima verosimilitud) y trabajan en la implementación de algoritmos de minimización propios de la programación matemática. También trabajan en la generalización de los métodos de identificación a problemas dependientes del tiempo.

Algunos trabajos en la misma línea son los recientes estudios del grupo japonés (universidades de Kobe, Kyoto y Tokyo): Arai, Ohta y Kojima (1984 y 1986), Sakurai (1983), Sakurai y Takeuchi (1983), y Hisatake et al (1985). En ellos se utilizan técnicas de optimización para identificar parámetros en problemas de consolidación en depósitos arcillosos y en presas de tierras, y en problemas de excavación de túneles.

Independientemente de los problemas propios de estimación de parámetros, han aparecido recientemente publicaciones sobre el uso de los métodos de programación matemática en Geotecnia, que



matemáticamente conducen también a problemas de minimización. Trabajos representativos de este tipo son los de Gioda y Donato (1979), Maier y Gioda (1981) y Martins (1981). En general utilizan una formulación variacional para resolver problemas típicos de Geotecnia, calculando el mínimo mediante algoritmos de programación lineal, semejantes a los utilizados en las teorías de optimización o de identificación de parámetros.

En cualquier caso, y como se ha visto, los trabajos sobre identificación de parámetros aplicados a Geotecnia son recientes y plantean una metodología concreta para cada tipo de problema. Se trata por tanto de un tema todavía en fase de desarrollo, y en el que siempre es conveniente unificar y presentar una metodología lo más general posible para el tipo de problemas planteados.

#### **1.4 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO.**

Se deduce del apartado anterior, que la literatura referente a la identificación de parámetros, ha sido relativamente amplia, pero al mismo tiempo muy dispersa. En efecto, existen muy pocos trabajos de unificación y desarrollo de una metodología general de identificación de parámetros. Históricamente, los problemas de estimación se han resuelto para cada caso en concreto, tomando prestados conceptos de estadística, minimización de funciones, y criterios propios de la materia aplicada de que se trate. A menudo aparecen problemas de nomenclatura: diferentes autores llaman de forma diferente un mismo concepto, se utilizan técnicas muy determinadas para cada caso notándose una cierta ausencia de formalización, etc. Todo ello es consecuencia del carácter

interdisciplinar de este campo. En lo que a Geotecnia se refiere, la utilización de estas técnicas es muy reciente, y en las condiciones actuales de desarrollo de los métodos numéricos de cálculo en ingeniería, la identificación de parámetros requiere una formulación general en los mismos términos. Es decir, debe poder resolverse el problema inverso con las técnicas numéricas con las que se resuelve el problema directo.

Inevitablemente estos razonamientos llevan consigo una serie de exigencias en lo que a este trabajo se refiere. En primer lugar conviene escoger un criterio de identificación suficientemente general, que englobe por ejemplo el método de mínimos cuadrados como caso particular. Pero también debe ser un criterio factible desde el punto de vista de la práctica de la Ingeniería Geotécnica, de forma que use datos que se puedan medir o definir con cierta facilidad. En segundo lugar, el método de cálculo conviene que esté basado en el "método de los elementos finitos", suficientemente flexible y utilizado en la actualidad como para cumplir los requisitos señalados.

Fijados los condicionantes anteriores, y con el objetivo básico de definir una metodología para identificar parámetros en Geotecnia, se ha estructurado el trabajo en los siguientes capítulos:

- Capítulo 2.

Se dedica este capítulo a la definición matemática del problema y a los procedimientos de resolución. Se definen en él los criterios de identificación que se usan en estimación de parámetros, y se justifica la elección del criterio de máxima verosimilitud como el más adecuado en nuestro caso. Se define el

problema matemático de minimización en el que deriva la identificación de parámetros, y se repasan algunas particularidades de la teoría matemática de extremos. La resolución numérica del problema conduce a repasar los diferentes algoritmos de minimización disponibles, indicando los motivos por los que se escoge uno en particular. Se trata, en definitiva, de un capítulo de descripción matemática del problema inverso y de los algoritmos utilizables para minimizar funciones a un nivel general.

- Capítulo 3.

La necesidad de acoplar el problema inverso con las técnicas de resolución utilizadas en los problemas directos, lleva a estudiar la metodología de aplicación de los algoritmos de minimización escogidos usando el método de los elementos finitos. De esta forma se dotará a dicha metodología de flexibilidad en una gran variedad de problemas. Como los algoritmos escogidos requieren básicamente el cálculo de las derivadas de las variables medibles (desplazamientos en general) respecto a los parámetros del modelo (lineal o no), se propone un método de cálculo de estas derivadas utilizando la aproximación proporcionada por el propio método de los elementos finitos.

- Capítulo 4.

Utilizando la base matemática y numérica definida en los capítulos anteriores, se plantea directamente el problema inverso en Geotecnia. Se utiliza el criterio de identificación de máxima verosimilitud en su expresión más general, incluyendo la posibilidad de información previa de los parámetros. Se considera el efecto que produce la existencia de errores en las medidas, ya

sea uniforme, o diferenciado según los aparatos de medida utilizados. Se justificará entonces la importancia de la consideración de la estructura de error de las medidas en el proceso de identificación. Ello conduce a plantear ese error, expresado en términos de varianzas de medidas, como un parámetro más a identificar, con lo que se generaliza el método propuesto. Finalmente se analiza la estructura de error que producen diferentes aparatos clásicos de medida usados en Ingeniería Geotécnica. Para todos los casos descritos, se resuelve el mismo ejemplo teórico, consistente en la excavación de un túnel circular en la que se han llevado a cabo medidas de movimientos horizontales y verticales en el terreno. La utilización del mismo ejemplo permite comparar entre sí las diferentes situaciones consideradas.

#### - Capítulo 5.

Se presenta posteriormente un ejemplo real consistente en la estimación de módulos y del coeficiente de empuje al reposo del terreno afectado por la excavación de un túnel urbano en Terrassa (Barcelona). Con los datos proporcionados por la instrumentación del túnel se identifican esos parámetros utilizando los diferentes criterios considerados en el capítulo anterior. Se realiza también un análisis de los errores en el proceso de identificación, comparando los resultados con los obtenidos a partir de ensayos de laboratorio.

#### - Capítulo 6.

Este capítulo constituye el colofón a la metodología desarrollada en los capítulos tercero y cuarto. En él se extiende la formulación realizada a problemas con modelos de comportamiento

del material no lineales, planteando futuras líneas de investigación.

Con este esquema de presentación, se pretende haber definido una metodología de trabajo suficientemente general, pero utilizable en la práctica en los problemas de identificación de parámetros en Geotecnia.