

8

REFERENCIAS.

REFERENCIAS.

- Akaike, H. (1974)
"A new look at statistical model identification".
IEEE Trans. Automat. Contr. AC-19, 716-722.

- Arai, K., Ohta, H., Kojima, K. (1984)
"Estimation of soil parameters based on monitored movement of
subsoil under consolidation".
Soils and Foundations. Jap. Soc. Soil Mech. and Found. Eng.
24, 95-108.

- Arai, K., Ohta, H., Kojima, K., Wakasugi, M. (1986)
"Application of Back-analysis to several test embankments on Soft
Clay Deposits".
Soils and Foundations. Vol26, No.2, 60-72

- Backus, G. (1970)
"Inference from inadequate and inaccurate data. I, II, III".
Proc. of the National Academy of Sciences. U.S.A. Vol. 65, 1-7,
281-287. Vol. 67, 282-289

- **Bathe, K.J. (1982)**
 "Finite Element Procedures in Engineering Analysis".
 Prentice Hall, Inc. New Jersey.

- **Bittanti, S., Maier, G., Nappi, A. (1983)**
 "Inverse problems in Structural Elastoplasticity: A Kalman Filter
 approach".
 Int. Symposium on Current Trends and Results in Plas. CISM Udine.

- **Braile, L.W., Keller, G.R., Peeples, W.J. (1974)**
 "Inversion of gravity data for two-dimensional density
 distributions".
 Jour. of Geophysical Research. 79, 2017-2021.

- **Bury, K.V. (1975)**
 "Statistical models in applied science".
 John Wiley and Sons. New York.

- **Canas, J.A., Ledesma, A. (1985)**
 "Metodo de inversión generalizada: aplicación en sismología y
 posibilidades en ingeniería civil".
 Rev. Int. Met. numéricos para cálc. y dis. en Ingeniería. 1,
 83-94.

- **Cancelli, A., Cividini, A. (1984)**
 "An embankment on soft clays with sand drains. Numerical
 characterization of the parameters from in-situ measurements".
 Int. Conf. on Case Histories in Geotechnical Engineering.
 University of Missouri-Rolla. 2, 637-643.

- **Carrera, J. (1984)**
 "Estimation of aquifer parameters under transient and steady-state conditions".
 Tesis doctoral (Ph.D.). Department of Hidrology and Water Resources. University of Arizona.

- **Carrera, J., Neuman, S.P. (1986)**
 "Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions. 1, Maximum likelihood method incorporating prior information. 2, Uniqueness, stability, and solution algorithms. 3, Application to synthetic and field data".
 Water Resources Res., 22, 199-242.

- **Chang, C.Y., Duncan, J.M. (1970)**
 "Analysis of soil movement around a deep excavation".
 J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 96, 1655-1681.

- **Cividini, A., Gioda, G., Barla, G. (1985)**
 "Calibration of a rheological material model on the basis of field measurements."
 5th. Int. Conf. on Num. Methods in Geomechanics. Nagoya.
 1621-1628.

- **Cividini, A., Jurina, L., Gioda, G. (1981)**
 "Some aspects of 'characterization' problems in Geomechanics"
 Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. 18,
 487-503.

- **Cividini,A., Maier,G., Nappi,A. (1983)**
 "Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes' approach".
 Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. 20,
 215-226.

- **Distefano,N. (1970)**
 "On the Identification Problem in Linear Viscoelasticity".
 ZAMM 50. 683-690.

- **Duncan,J.M., Chang,C.Y. (1970)**
 "Non-linear analysis of stress and strain in soils".
 Jour. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 96, 1629-1653.

- **Edwards,A.W.F. (1972)**
 "Likelihood".
 Cambridge University Press. Cambridge.

- **Etchecopar,A., Vasseur,G., Daignieres,M. (1981)**
 "An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensors from fault striation analysis".
 Jour. of Structural Geology, 3, 51-65.

- **Eykhoff,P. (1974)**
 "System identification. Parameter and state estimation".
 John Wiley and Sons. Chichester.

- **Fisher,R.A. (1935)**
 "The Design of Experiments".
 Oliver and Boyd. Edinburgh.

- **Fisher,R.A. (1950)**
 "Contributions to Mathematical Statistics".
 John Wiley and Sons. New York.

- **Fletcher,R. (1981)**
 "Practical Methods of Optimization. Vol. 1, Unconstrained optimization. Vol. 2, Constrained optimization".
 John Wiley and Sons Ltd. Chichester.

- **Gill,P.E., Murray,W., Wright,M.H. (1981)**
 "Practical Optimization".
 Academic Press. Londres.

- **Gioda,G. (1980)**
 "Indirect identification of the average elastic characteristics of rock masses".
 Int. Conf. on Structural Foundations on Rock. Sydney.

- **Gioda,G. (1985)**
 "Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics".
 5th. Int. Conf. on Num. Methods in Geomechanics. Nagoya.
 47-61.

- **Gioda,G., Donato,O. (1979)**
 "Elastic - plastic analysis of geotechnical problems by mathematical programming". Int. Jour. for Num. Methods in Geomechanics. 3, 381-401.

- **Gioda,G., Jurina,L. (1981)**
 "Numerical identification of soil - structure interaction pressures".
 Int. Jour. for Num. Methods in Geomechanics. 5, 33-56.

- **Gioda,G., Maier,G. (1980)**
 "Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity :
 Identification of cohesion, friction angle and in situ stress by
 pressure tunnel tests".
 Int.Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol.15 1823-1848

- **Graupe,D. (1972)**
 "Identification of systems".
 Robert E. Krieger Publishing Company. Huntington, New York.

- **Grysa,K., Cialkowski,M.J., Kaminski,H. (1980)**
 "An inverse temperature field problem of the theory of thermal
 stresses".
 Nuclear Engineering and Design 64 . 169-184. North-Holland
 Publishing Co.

- **Hamilton,W.C. (1964)**
 "Statistics in Physical Science. Estimation, Hypothesis testing
 and Least squares".
 Ronald Press. New York.

- **Hestenes,M.R., Stiefel,E. (1952)**
 "Methods of conjugate gradients for solving linear systems".
 J. Res. N.B.S. 49, 409-436.

- **Hills,R.G., Mulholland,G.P. (1979)**
 "The accuracy and resolving power of one dimensional transient
 inverse heat conduction theory as applied to discrete and
 inaccurate measurements".
 Heat Mass Transfer. Vol 22. 1221-1229.

- **Hinton,E., Owen,D.R.J. (1977)**
 "Finite Element Programming".
 Academic Press. Reino Unido.

- **Hisatake,M., Ito,T. (1985)**
 "Back analysis for tunnels by optimization method".
 5. Int. Conf. on Num. Methods in Geomech. Nagoya. 1301-1307.

- **Irons,B. Ahmad,S. (1980)**
 "Techniques of Finite Elements".
 Ellis Horwood Ser. Eng. Sc. John Wiley and Sons Ltd.
 Chichester.

- **Jackson,D.D. (1972)**
 "Interpretation of Inaccurate, Insufficient and Inconsistent Data".
 Geophys.J.R.astr.Soc. 28 97-109.

- **Jackson,D.D., Matsu'ura,M. (1985)**
 "A Bayesian approach to nonlinear inversion".
 Jour. of Geophysical Research. 90, 581-591.

- **Kovari,K., Amstad,Ch. (1983)**
 "Fundamentals of deformation measurements".
 Int. Symp. on Field Meas. in Geomechanics. Zurich. 1, 219-239.

- **Lanczos,C. (1961)**
 "Linear differential operators".
 D. Van Nostrand. Londres.

- **Lawson,Ch.L., Hanson,R.J. (1974)**
 "Solving least squares problems".
 Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

- **Ledesma,A., Gens,A., Alonso,E. (1986)**
 "Informe sobre el soterramiento de los FFCC de la Generalitat en Terrassa. Instrumentación".
 Dep. Ing. Terreno. U.P.C. Barcelona.

- **Linnik,Y.V. (1963)**
 "Méthode des moindres carrés. Eléments de la théorie du traitement statistique des observations".
 Ed. Dunod. Paris.

- **Maier,G. (1981)**
 "Inverse problem in engineering plasticity: a quadratic programming aproach".
 Estratto dai Rendiconti della Clase di Scienze fis.,matem.e natur. Acad. Naz. dei Lincei. Serie VIII, vol LXX, fasc.4 . Roma.

- **Maier,G., Cividini,A., Gioda,G., Jurina,L. (1980)**
 "Sull'applicazione di tecniche identificative a Sistemi Geotecnici".
 XIV Convegno Nazionale di Geotecnica. Florencia. Associazione Geotecnica Italiana.

- **Maier,G., Giannessi,F., Nappi,A. (1982)**
 "Indirect identification of yield limits by mathematical programming".
 Eng.Struct. 4, 86 - 98.

- **Maier,G., Gioda,G. (1981)**
 "Optimization methods for parametric identification of geotechnical systems".
 NATO. ASI on Numerical Methods in Geomechanics. Vimeiro (Portugal). University of Minho. Braga. D. Reidel Publ. Company.

- **Mair,R.J. (1979)**
 "Centrifugal modelling of tunnel construction in soft clay".
 Tesis doctoral (Ph.D.). Cambridge University.

- **Mann,N.R., Schafer,R.E., Singpurwalla,N.D. (1974)**
 "Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data".
 John Wiley and Sons. New York.

- **Marquardt,D.W. (1963)**
 "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear
 parameters".
 J. Soc. Industr. Appl. Math. 11, 431-441.

- **Martins,J.B. (1981)**
 "Enbankments and slopes by mathematical programming".
 NATO. ASI on Numerical Methods in Geomechanics. Vimeiro
 (Portugal). University of Minho. Braga. D. Reidel Publ.
 Company.

- **Menke,W. (1984)**
 "Geophysical data analysis: Discrete inverse theory".
 Academic Press, Inc. Orlando.

- **Morris.A.J. ed. (1982)**
 "Foundations of structural optimization: a unified approach".
 John Wiley and Sons Ltd. Chichester.

- **Nappi,A. (1981)**
 "Identificazione indiretta dei limiti elastici e dei coefficienti di
 incrudimento in strutture elastoplastiche discrete".
 IX Convegno Nazionale dell'Asso.Ital.per l'Anal.delle sollec.
 Trieste.

- **Nappi,A. (1982)**
 "System identification for yield limits and hardening moduli in discrete elastic-plastic structures by nonlinear programming".
 Appl. Math. Modelling. 6, 441-448.

- **Naylor,D.J., Pande,G.N. (1981)**
 "Finite Elements in Geotechnical Engineering".
 Pineridge Press. Swansea, Reino Unido.

- **Nelson,R.W. (1960)**
 "In-place measurement of permeability in heterogeneous media,1. Theory of a proposed method".
 Jour. of Geophysical Research. 65, 1753-1760.

- **Nelson,R.W. (1961)**
 "In-place measurement of permeability in heterogeneous media,2. Experimental and computational considerations".
 Jour. of Geophysical Research. 66, 2469-2578.

- **Neuman,S.P., Yakowitz,S. (1979)**
 "A statistical approach to the inverse problem of aquifer hidrology,1. Theory".
 Water Resources Res. , 15, 845-860.

- **Parker,R.L. (1977)**
 "Understanding inverse theory".
 Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 5, 35-64.

- **Pchenitchny,B. Daniline,Y. (1977)**
 "Méthodes numériques dans les problèmes d' extremum".
 Ed. Mir. Moscu.

- **Pous, J. (1983)**
 "Aplicaciones de la inversión generalizada a la interpretación de sondeos geoelectricos".
 Tesis doctoral. Facultad de Ciencias Físicas. Universidad de Barcelona.

- **Rodríguez, J.M., Serrano, A.A. (1980)**
 "Obras subterráneas".
 Geotecnia y Cimientos, 3. Coord. J.A. Jiménez Salas. Ed. Rueda, Madrid.

- **Rosenbrock, H.H. (1960)**
 "An automatic method for finding the greatest or least value of a function".
 Comput. Jour., 3, 175-184.

- **Ryu, Y.S., Haririan, M., Wu, C.C., Arora, J.S. (1985)**
 "Structural design sensitivity analysis of nonlinear response".
 Nonlinear Finite Element Analysis and ADINA. 5 Conf.

- **Sakurai, S. (1983)**
 "Displacement measurements associated with the design of underground openings".
 Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics. Zurich.

- **Sakurai, S., Takeuchi, K. (1983)**
 "Back analysis of measured displacements of tunnels".
 Rock Mechanics and Rock Engineering. 16, 173-180.

- **Sato,T., Shibata,T., Pradhan,T.B.S. (1985)**
 "Identification of constitutive parameters of soil".
 XI Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Sesion IA. San
 Francisco.

- **Scales,L.E. (1986)**
 "Introduction to non-linear optimization".
 Springer-Verlag. New York.

- **Simonian,S.S. (1981)**
 "Inverse problems in Structural Dynamics - I.Theory".
 Int.Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol.17 357-365.

- **Taylor,R.N. (1984)**
 "Ground movements associated with tunnels and trenches".
 Tesis doctoral. (Ph.D.) Cambridge University.

- **Theil,H. (1963)**
 "On the use of incomplete prior information in regression
 analysis".
 American Statistical Soc. Jour., 58, 401-414.

- **Udwadia,F.E., Garba,J.A., Ghodsi,A. (1984)**
 "Parameter identification problems in Structural and Geotechnical
 Engineering".
 Journal of Engineering Mechanics. ASCE. 110, 1409-1432.

- **Wiggins,R.A. (1972)**
 "The General Linear Inverse Problem: Implication of Surface Waves
 and Free Oscillations for Earth Structure".
 Rewiews of Geophysics and Space Physics. Vol 10. No 1, 251-285.

- Yeh, W.W-G. (1986)

"Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology: The Inverse Problem".

Water Resources Research. Vol 22. 95-108.

- Zienkiewicz, O.Z. (1977)

"The Finite Element Method".

Mc Graw Hill. Londres.

A

APÉNDICE. ESTRUCTURA BÁSICA DEL PROGRAMA DE IDENTIFICACIÓN.

APÉNDICE

ESTRUCTURA BÁSICA DEL PROGRAMA DE IDENTIFICACIÓN.

A.1 DESCRIPCIÓN GENERAL.

Los problemas de identificación de parámetros tal como se han planteado en los capítulos precedentes, requieren para su resolución numérica, el uso de varios programas de cálculo independientes pero enlazados entre sí.

En su forma más simple, un programa general de identificación puede descomponerse en dos grandes módulos principales: el de resolución del problema directo, basado en un programa de elementos finitos clásico (MEF), y el de identificación propiamente dicho, que utiliza los algoritmos descritos en el capítulo segundo (Gauss-Newton y Marquardt) para obtener iterativamente un nuevo valor de los parámetros. En la figura A.1 se representa esquemáticamente esta estructura. A partir de ella se desarrollan, para cada programa, las subrutinas secundarias necesarias.

La estructura indicada se ha escogido de manera que pueda aprovecharse alguno de los programas estándar de elementos finitos disponible. Por este motivo se han separado dos bloques (resolución del problema directo y del problema inverso), enlazados

entre sí a través de ficheros que son de resultados para el primer bloque, y pasan a ser archivos de datos para el segundo. Los dos bloques pueden considerarse, por tanto, independientes.

Como el módulo de resolución del problema directo corresponde a un programa clásico de elementos finitos, no se explican aquí los detalles del mismo. Estos pueden verse en Zienkiewicz (1977), Hinton y Owen (1977) y en Naylor y Pande (1981). Tan solo es necesario realizar algunas modificaciones para poder utilizar posteriormente los ficheros con la información necesaria en el bloque de identificación.

En este trabajo se utilizó el programa ICFEP (Imperial College Finite Element Program) como punto de partida para el cálculo del problema directo. Por este motivo, algunas de las indicaciones que aquí se comentan son específicas de este programa (dependen de la forma en que se almacena la matriz de rigidez, del método de resolución del sistema, ...), pero se hace especial hincapié en los aspectos generales del proceso de cálculo. Aunque el programa utilizado trabaja en dos dimensiones, no hay ninguna diferencia conceptual en todo este desarrollo si se usa un programa tridimensional.

A continuación, siguiendo el esquema proporcionado por la figura A.1, se indican las relaciones entre cada uno de los módulos globales.

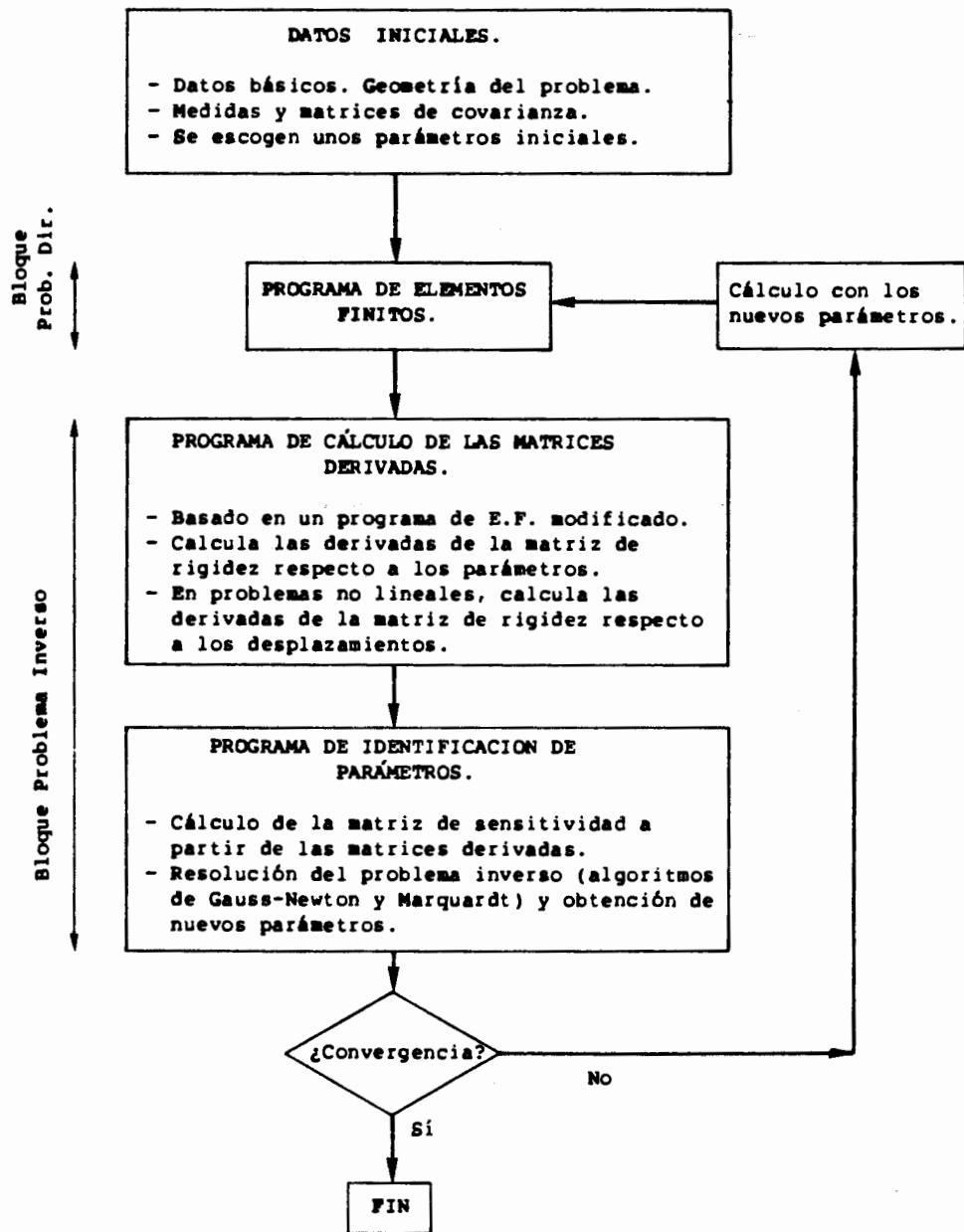


Figura A.1. Esquema general de las partes que incluye un programa de identificación de parámetros, según la metodología propuesta.

a) Módulo de datos iniciales.

En este módulo se realiza la definición del problema. Contiene la entrada básica de un programa de elementos finitos y otros datos necesarios para el bloque de resolución del problema inverso. En función de los programas estándar que se utilicen este módulo puede estar en cierta medida integrado dentro del programa de elementos finitos.

Los datos necesarios, que se pueden introducir en archivos independientes, son los siguientes:

- Debe indicarse, en primer lugar, una serie de datos genéricos que permiten definir las dimensiones del problema: número de nodos, número de medidas horizontales y verticales, número de parámetros y dimensiones máximas de algunos vectores de trabajo (entre ellos, el de almacenamiento de la matriz de rigidez).
- Geometría del problema, definida por una malla de elementos finitos utilizable como entrada de datos por el programa de MEF. La definición de la malla obedece a criterios generales propios del problema y del método de los elementos finitos. Cualquiera de las referencias anteriores facilitan criterios para definirla adecuadamente.
- Se escogen unos parámetros iniciales, que constituyen el punto inicial en el espacio de parámetros a partir del cual se aplicará iterativamente el algoritmo de identificación.
- Puntos de medida y valores numéricos de las mismas. Los puntos de medida se indican utilizando la numeración de la malla de elementos finitos, señalando el grado de libertad que se mide. En el caso de que los puntos de medida no coincidan con puntos nodales, deben tenerse en cuenta las consideraciones al respecto

indicadas en el apartado 3.3.

- Matrices de covarianza de las medidas. Estas matrices reflejan la estructura de error de las medidas, e intervendrán en el cálculo de la función objetivo, dentro del programa de identificación.

b) Módulo de resolución del problema directo.

Una vez definida la geometría y los datos generales del problema, la resolución del problema directo es en general fácil, a efectos del problema que nos ocupa, y en cualquier caso es función del tipo de programa de elementos finitos escogido como base.

El primer cálculo directo se realiza utilizando los parámetros iniciales escogidos, pero en el proceso iterativo posterior se modificarán en función de los algoritmos de minimización.

La solución del problema directo proporciona información necesaria para los pasos posteriores. En concreto, debe almacenarse en archivos independientes:

- El vector de desplazamientos nodales obtenido.
- La matriz de rigidez del problema. En el caso de que el problema sea lineal (matriz de rigidez independiente de tensiones o desplazamientos), puede almacenarse directamente la inversa de la matriz de rigidez. El motivo es que la metodología de identificación aquí desarrollada se basa en el cálculo de la matriz de sensibilidad (derivadas de desplazamientos respecto a parámetros), y para problemas lineales la expresión definida en el capítulo tercero para calcular esta matriz es:

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{K}^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{p}} \mathbf{x} \right] \quad [\text{A.1}]$$

Si se trata de un problema no lineal, la generalización de [A.1] es:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right] = - \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{x}} * \mathbf{x} + \mathbf{K} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{p}} \right] [\mathbf{x}] \quad \mathbf{K}' = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{x}} * \mathbf{x} \quad [\text{A.2}]$$

por lo que en este último caso deberá escribirse en un fichero la matriz de rigidez \mathbf{K} antes de invertir. La matriz \mathbf{K}' se evalúa en el módulo posterior de cálculo de matrices derivadas. Obsérvese que tanto [A.1] como [A.2] dependen también de los desplazamientos nodales, y por este motivo deben escribirse también en un archivo independiente.

- Es conveniente formar un archivo general sobre la resolución del problema directo, que incluya información de post-proceso tal como condiciones de contorno en los nodos, numeración de los elementos excavados (en el caso de que la malla incluya tanto elementos excavados como elementos fijos), etc. La estructura de este archivo dependerá en gran medida de la propia estructura del programa de elementos finitos utilizado como base.

c) Módulo de cálculo de las matrices derivadas.

Las expresiones [A.1] y [A.2] requieren el cálculo de las derivadas de la matriz de rigidez respecto a los parámetros y a los desplazamientos nodales, así como la derivada del vector de fuerzas nodales respecto a los parámetros.

Por tratarse de un proceso de cálculo no estándar, se detalla en un apartado posterior su funcionamiento interno. De modo general puede indicarse que este módulo utiliza parte de la estructura del programa de elementos finitos empleado en el apartado anterior: Debe calcular las derivadas de la matriz de

rigidez respecto de los parámetros, que como se ha visto en [3.15] se pueden evaluar ensamblando una matriz de rigidez del problema usando $\partial D/\partial p$ en vez de D . Por este motivo sólo es preciso cambiar la subrutina de definición de la matriz D en un programa genérico de elementos finitos, para obtener la matriz de rigidez derivada que estamos buscando.

En problemas no lineales debe calcularse también la derivada de la matriz de rigidez respecto a los desplazamientos nodales, según la expresión [3.25].

Los archivos que este módulo necesita como datos son:

- Archivo de datos genéricos del problema.
- Archivo donde se indican los valores de los parámetros en la iteración de cálculo.
- Archivo de geometría del problema (malla de elementos finitos).
- En el caso de problemas no lineales, se utiliza el archivo de desplazamientos nodales calculados en el problema directo, para aplicar la fórmula [3.25].

Por su parte, se crean los siguientes ficheros de resultados:

- Un archivo por cada parámetro conteniendo la derivada de la matriz de rigidez respecto a dicho parámetro.
- Un archivo conteniendo la matriz K' construida a partir de la derivada de la matriz de rigidez respecto a los desplazamientos nodales y el vector de desplazamientos nodales evaluado en el problema directo.

d) Programa de identificación de parámetros.

Finalmente, una vez evaluadas las derivadas, el programa de identificación propiamente dicho calcula las expresiones [A.1] o [A.2] y obtiene el vector incremento de parámetros a partir de la matriz de sensibilidad y utilizando el algoritmo escogido para ese fin. En este trabajo se han puesto a punto los métodos de Gauss-Newton y de Marquardt, pero en un caso general pueden disponerse de varios algoritmos y escoger el más adecuado para cada problema.

Los archivos de datos para este módulo son los siguientes:

- Fichero de datos generales del problema, común a todos los módulos.
- Fichero con la matriz de covarianzas de las medidas, definido como dato inicialmente.
- Archivo de puntos de medida y de valores medidos.
- Archivo que contiene los parámetros utilizables en cada iteración, y que permite observar el proceso iterativo completo.
- Archivo conteniendo el vector de desplazamientos nodales calculado en el problema directo.
- Archivo que contiene las matrices derivadas calculadas en el módulo anterior: derivadas de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales respecto a cada uno de los parámetros y la matriz K' .

Los ficheros que son resultado de los cálculos que se realizan en este módulo son:

- Escritura de los nuevos parámetros obtenidos con el algoritmo de identificación en el archivo que contiene los valores de estos

parámetros a largo del proceso iterativo.

- Generación de un archivo donde se indican las diferencias entre desplazamientos medidos y calculados, así como el valor de la función objetivo en esta iteración.

- Si se trata de la última iteración, se escribe en un archivo información sobre las características del mínimo de la función objetivo. Se calcula y se escribe la matriz de covarianzas de los parámetros, sus valores y vectores propios, y la matriz densidad de información.

Estos cuatro módulos constituyen la estructura global del programa de estimación de parámetros desarrollado en este trabajo. El módulo a) es de tipo general, y los módulos b) y c) se basan en la estructura de un programa clásico de elementos finitos. Finalmente, el módulo d) constituye específicamente el programa de estimación, donde se aplican los algoritmos de identificación expuestos.

Dado que los módulos c) y d) son los más específicos del problema inverso, a continuación se explican con más detalle sus características y su estructura de funcionamiento.

A.2 CÁLCULO DE LAS MATRICES DERIVADAS.

Las derivadas de la matriz de rigidez respecto a los parámetros y respecto a los desplazamientos se calculan, como ya se ha indicado, según las expresiones [3.15] y siguientes. Este módulo, dentro del sistema general de identificación, es bastante

dependiente del tipo de problema en estudio. En problemas lineales, y para algunos casos concretos indicados en el capítulo tercero, ni siquiera existe como tal, porque las matrices derivadas son constantes en todo el proceso iterativo. En general, puede utilizarse el mismo programa de elementos finitos usado en el problema directo, introduciendo ciertas modificaciones. La estructura general de este módulo se indica en la figura A.2. Siguiendo el esquema definido en esta figura, se separa el cálculo de derivadas respecto a parámetros y respecto a desplazamientos, estableciendo dos bucles:

a) Bucle sobre el número de parámetros.

Se calcula la matriz de rigidez utilizando como matriz constitutiva $\partial D/\partial p$ para $i=1,2,\dots$. De esta forma se obtienen cada una de las matrices derivadas respecto a parámetros. En función del valor del índice, se utiliza una expresión u otra para evaluar la nueva matriz **D**. El programa no debe llegar a plantear el sistema de ecuaciones. Basta con que ensamble tantas matrices de rigidez derivadas como número de parámetros, almacenándolas en ficheros diferentes para su uso posterior por el programa de identificación propiamente dicho.

b) Bucle sobre los desplazamientos nodales.

Sólo se realiza este bucle en el caso de problemas no lineales. Para este tipo de problemas, es necesario evaluar, además, la derivada de la matriz de rigidez respecto al vector de desplazamientos nodales (expresión [A.2]). Para ello se usan las expresiones [3.25] y siguientes, derivando la matriz constitutiva y

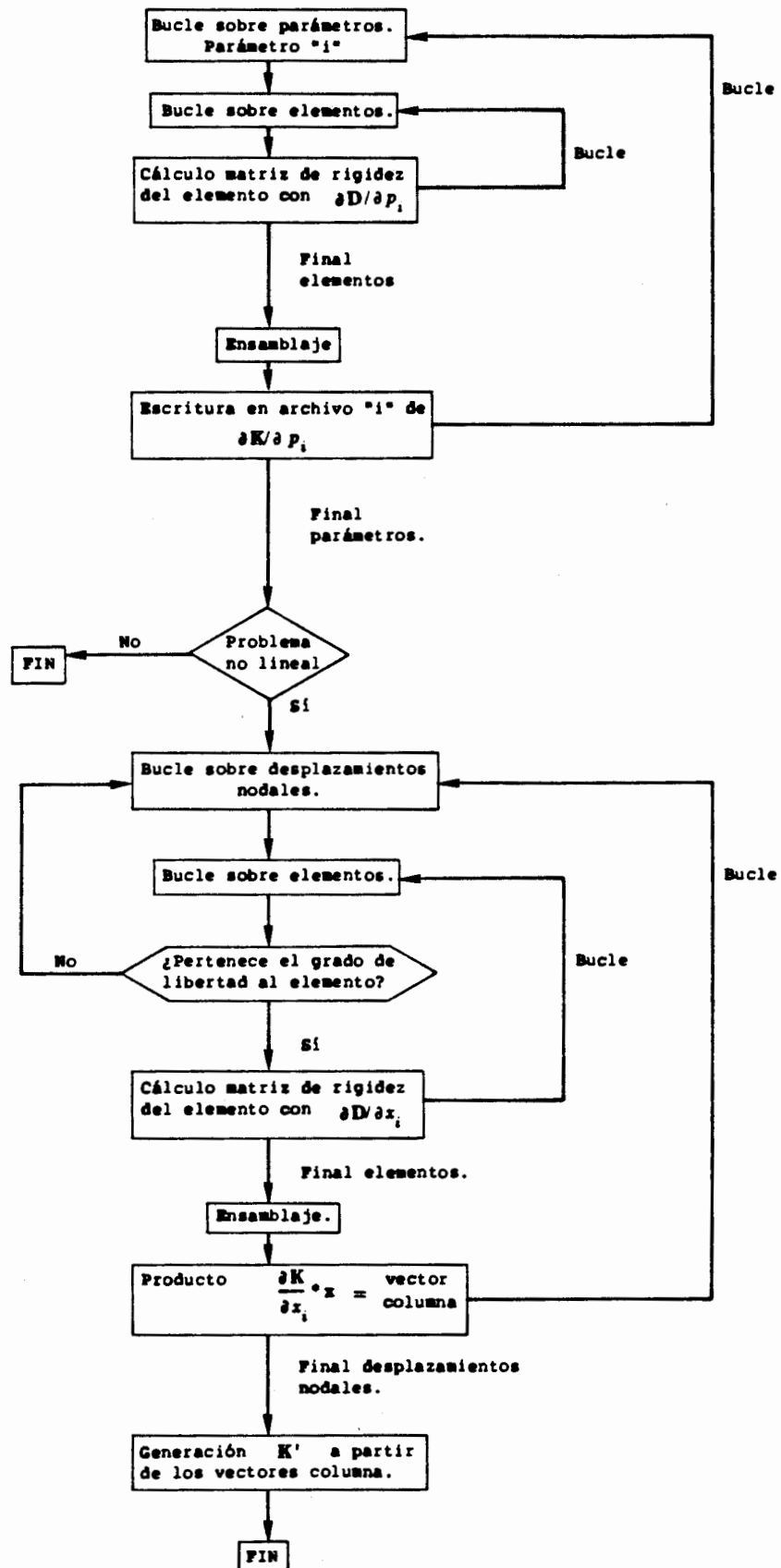


Figura A.2. Diagrama de flujo del módulo de cálculo de las matrices derivadas, necesarias para el programa de identificación.

calculando una matriz de rigidez con $\partial D/\partial x_i$ con el índice "i" variable desde 1 hasta el número de grados de libertad del problema. En este caso, para construir las sucesivas matrices de forma eficiente, hay que tener en cuenta el vector de conexiones nodales. En efecto, a partir de la ecuación:

$$\frac{\partial D}{\partial x_i} = \frac{\partial D}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \quad [A.3]$$

puede observarse que muchos términos de la matriz derivada serán nulos. En particular, al generar las submatrices de rigidez para cada elemento, la derivada de la deformación con respecto a un desplazamiento nodal sólo será no nula en el caso de que dicho desplazamiento corresponda a un nodo del elemento en cuestión, lo que está definido en el vector de conexiones nodales. Por tanto, para cada grado de libertad se calcula una matriz de rigidez derivada respecto al desplazamiento correspondiente, que además tendrá muchos términos nulos, ya que poseerá la misma estructura en banda que la matriz de rigidez clásica del problema. Cada una de estas matrices derivada deberá multiplicarse por el vector de desplazamientos obtenido en el problema directo, obteniéndose así un vector que constituye la columna "i" de la matriz

$$K' = \frac{\partial K}{\partial x} * x \quad [A.4]$$

Al multiplicar en cada caso por el vector de desplazamientos evitamos tener que almacenar tantas matrices derivada como grados de libertad, y sólo se almacena el producto ya que la matriz derivada para cada caso se guarda siempre en la misma posición de memoria. Se aprovecha la ventaja del almacenamiento en banda para todas las matrices de rigidez, tanto la original como las

derivadas. Es preciso tener en cuenta, por otra parte, que la matriz resultante de [A.4], aunque en banda, no es en general simétrica.

Una vez realizados los dos bucles, no es preciso continuar con el programa de elementos finitos, es decir, a efectos de este cálculo sólo se usan las subrutinas de generación y ensamblaje de la matriz de rigidez, modificadas en la forma indicada.

A.3 PROGRAMA DE IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS.

Definidos los puntos previos anteriores, sólo queda describir el programa de identificación de parámetros propiamente dicho. Este programa consta de varios módulos que constituyen el "programa principal", y de varias subrutinas de tipo exclusivamente matemático y que se utilizan en los productos de matrices, resolución de sistemas, cálculo de valores propios, etc. Estas subrutinas pueden tomarse de cualquier librería matemática estándar.

En la figura A.3 se describe esquemáticamente la estructura del programa de identificación, que incluye los siguientes pasos:

a) Módulo de lecturas "Lect-1".

Incluye las lecturas de algunos archivos necesarios para iniciar el proceso de decisión en el método de Marquardt. Incluye la lectura del archivo donde se almacena la matriz de covarianzas ya invertida y la lectura de un archivo conteniendo el grado de

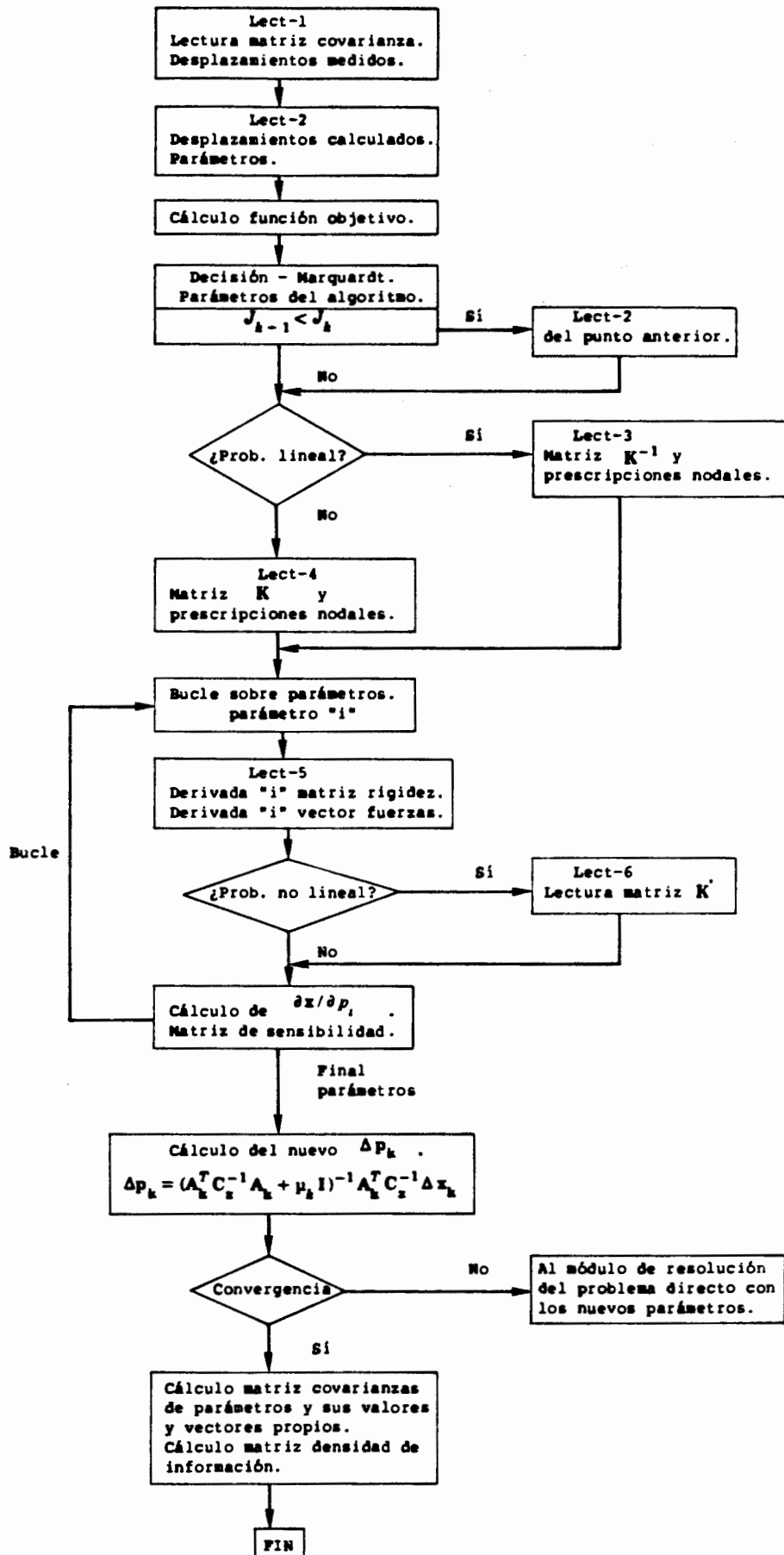


Figura A.3. Diagrama de flujo del programa de identificación de parámetros propiamente dicho.

libertad medido y el valor correspondiente del desplazamiento medido, información fijada para todo el proceso de cálculo. Es preciso recordar que la mayoría de los programas de elementos finitos realizan una reenumeración óptima de la malla con el fin de disminuir el ancho de banda de la matriz de rigidez. Ello implica que en función de como se haya generado el fichero de desplazamientos nodales, puede ser que corresponda a la reenumeración interna. Por este motivo en algunos casos es necesario leer también un vector que define la nueva numeración de los nodos (la posición "i" tiene el nuevo valor del antiguo nodo "i")

Por otra parte, si la malla de elementos finitos incluye la parte de la geometría excavada, será preciso anular los desplazamientos de esa zona, para evitar que en futuras operaciones puedan tener influencia. En este módulo se lleva también a cabo esta operación, leyendo de un fichero, fijo para cada problema, el grado de libertad que se ha excavado y que por tanto debe ser anulado.

b) Módulo de lecturas "Lect-2".

Este módulo incluye la lectura de un archivo donde se almacenan los valores de los parámetros y de la función objetivo durante el proceso iterativo. También se leen los desplazamientos nodales calculados en el problema directo.

c) Módulo de determinación de la función objetivo.

A partir de la información leída en los módulos anteriores, se calcula el vector de diferencias entre desplazamientos medidos y calculados, y se evalúa la función objetivo, utilizando la matriz de covarianzas de las medidas. El valor calculado se escribe en un fichero, de forma que pueda estudiarse posteriormente el proceso iterativo seguido.

d) Módulo de decisión con el método de Marquardt.

Se compara la función objetivo de esta iteración con la anterior, leída en el módulo de lectura número 2, junto con el archivo de parámetros. Si el error aumenta, no se considera el último punto en el espacio de parámetros. En ese caso se borran los desplazamientos nodales leídos y se leen los del punto anterior (utilizando el módulo "lect-2"), anulando de nuevo los correspondientes a la zona excavada. La interpretación del método de Marquardt en este caso es que se sigue en el punto anterior y se intenta cambiar de dirección de avance. El parámetro de Marquardt se define también en este módulo, según el algoritmo descrito en el capítulo segundo.

e) Módulos de lectura "Lect-3" y "Lect-4"

Una vez definido en el módulo anterior el punto de cálculo y las condiciones de avance (valor del parámetro de Marquardt), se lee del archivo correspondiente la matriz de rigidez y las prescripciones nodales (módulo "Lect-4"). En el caso de problemas lineales puede leerse directamente la matriz de rigidez inversa,

para utilizar la fórmula [A.1] (módulo "Lect-3"). Para usar la matriz de rigidez en las expresiones [A.1] y [A.2], es preciso incluir en ella las condiciones de contorno del problema. Una forma simple de hacerlo es sumando al término de la diagonal principal del grado de libertad coartado un valor suficientemente grande, que equivale a asignarle una rigidez muy alta.

f) Generación de la matriz de sensibilidad.

Con las variables leídas en los módulos anteriores puede generarse la matriz de sensibilidad. Cada una de las columnas de esta matriz representa la derivada de los desplazamientos nodales respecto al parámetro "i". Se realiza entonces un bucle sobre el número de parámetros y para cada valor de "i" se hacen las siguientes operaciones:

- Módulo de lectura "Lect-5". Se lee el archivo que contiene la derivada respecto al parámetro "i" de la matriz de rigidez. También se lee la derivada del vector de fuerzas nodales respecto a los parámetros, en el caso de que sea diferente de cero (en concreto, es no nula cuando el parámetro a identificar es K_0).
- Ejecución del módulo "Lect-6" en el caso de que se trate de un problema no lineal. En este módulo se realiza la lectura de la matriz K' , que debe incluir las condiciones de contorno en la forma indicada en e).
- Multiplicación de la matriz derivada de la matriz de rigidez por el vector de desplazamientos calculados.
- Se calcula la columna "i" de la matriz de sensibilidad utilizando las fórmulas [A.1] o [A.2] según se trate de un problema lineal o no lineal.

El bucle sobre los parámetros acaba definiendo finalmente la matriz de derivadas de los desplazamientos respecto a todos y cada uno de los parámetros, con lo que se forma la matriz de sensibilidad.

g) Módulo de cálculo de nuevos parámetros.

Obtenida la matriz de sensibilidad, y el parámetro de Marquardt, se calcula la siguiente expresión, utilizando la matriz de covarianzas de las medidas:

$$(A_k^T C_x^{-1} A_k + \mu_k I) \quad [A.5]$$

Se evalúa también la inversa de [A.5], y se calcula el nuevo incremento de parámetros utilizando la expresión:

$$\Delta p_k = (A_k^T C_x^{-1} A_k + \mu_k I)^{-1} A_k^T C_x^{-1} \Delta x^* \quad [A.6]$$

h) Comprobación de convergencia.

Obtenido un nuevo conjunto de parámetros, se comprueba si el proceso iterativo se ha estabilizado y puede considerarse que el problema ha convergido. La convergencia puede establecerse en base a dos criterios: la variación de la función objetivo de un punto a otro, y la variación de los parámetros de una a otra iteración.

En el supuesto de que la diferencia entre los parámetros nuevos y los de la iteración anterior sea importante (medido en términos del criterio de convergencia prefijado), se procede a comenzar de nuevo el proceso iterativo, calculando el problema

directo con los nuevos parámetros.

i) Módulo de cálculo de valores y vectores propios en la última iteración.

Este módulo sólo se usa en la última iteración, es decir, en el punto que supuestamente es el mínimo de la función objetivo, y se utiliza para realizar cálculos de detalle que no se requieren durante el proceso iterativo. Se calculan, por ejemplo, la matriz de covarianzas de los parámetros, sus valores y vectores propios, y la matriz densidad de información. Estas matrices son útiles para interpretar la calidad de los resultados obtenidos, y compararlas con otros posibles cálculos comenzando desde otro punto inicial. Este módulo finaliza el proceso iterativo imprimiendo los archivos que previamente se ha decidido guardar.