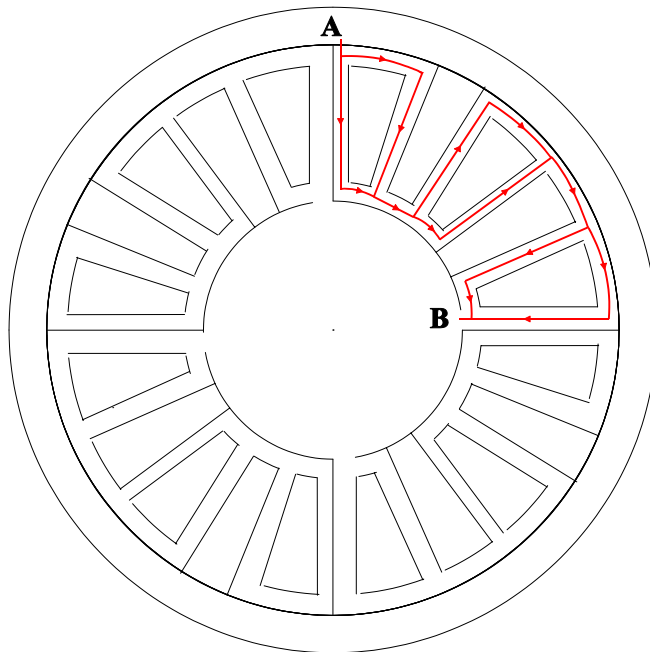


8.- PROTOTIPO P-3

8.1.- NUEVA PROPUESTA DE CAMINO DE CORRIENTE



Dibujo 8.1: Propuesta de plano activo y caminos de intensidad.

En la propuesta de trabajo se toma como premisa que los tramos conductores que dividen la corriente sean de resistencias idénticas. Los caminos posibles son eléctricamente equivalentes, y de esta forma, por los tramos radiales, la intensidad de corriente que circula será la mitad de la intensidad de corriente que entra

al circuito.

No se pasa por alto que, al ser un elemento circular, los tramos de corriente no radiales tienen diferente tamaño. El tramo próximo al eje es de menor tamaño que el tramo alejado del eje. Esta diferencia, a efectos de resistencia no tiene un efecto apreciable, pero a efectos de inductancia ya no está tan claro. Sin embargo, en una primera aproximación se supondrá que ambos caminos tienen la misma inductancia.

La finalidad de esta elección de caminos de corriente es la de producir, por medio de la recirculación de intensidades, un efecto de espira de sombra. Obtener un desfase en el flujo magnético generado únicamente por las corrientes inducidas.



Foto 33: Plano activo del prototipo P-3.



Foto 34: Comparación entre los planos activos del P-2 y P-3.

8.2.- PROCESO DE FABRICACIÓN DEL PROTOTIPO P-3

En el diseño del P-3 se utiliza el mismo material que para el P-2, plancha de cobre de 1.5 mm de espesor. El plano activo se define en CAD. La construcción física del P-3 fue realizada por el señor Santiago, lo que permitió tenerlo a disposición en un tiempo record desde que se definió hasta tenerlo a punto de prueba.

Al igual que el P-2, se compone de dos partes cilíndricas, una externa y otra interna, unidas por dos planos circulares, uno de los cuales es el plano activo.



Foto 35: El señor Santiago Pardos muestra el P-3 una vez finalizada su construcción

Resultado definitivo:

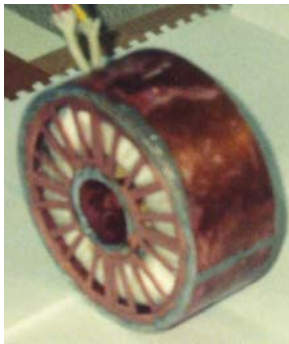


Foto 36: Vista del P-3



Foto 37: Vista completa del P-3

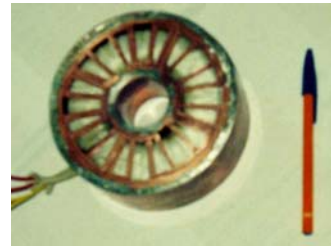
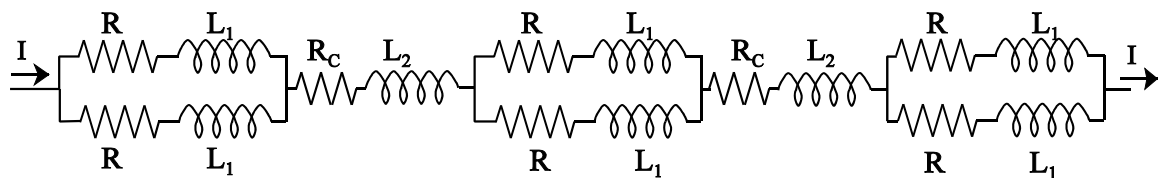


Foto 38: Vista frontal del P-3

8.3.- CIRCUITO EQUIVALENTE DEL CAMINO DE CORRIENTE

El camino que describe la intensidad de corriente desde A hasta B puede modelarse simplemente por:



donde los tramos en paralelo son las zonas en las que la corriente se bifurca en dos direcciones. Cada una de las ramas lleva asociada su resistencia R y autoinducción equivalente L_1 . Entre cada conjunto paralelo, se encuentra la resistencia de conexión R_c y una inducción L_2 . El resto de resistencias no llevan ningún subíndice diferenciador porque se han diseñado de forma que sean teóricamente iguales.

Las diferentes inducciones L_1 y L_2 corresponden a las inducciones de dos tipos de espiras diferentes que se observan en el circuito:

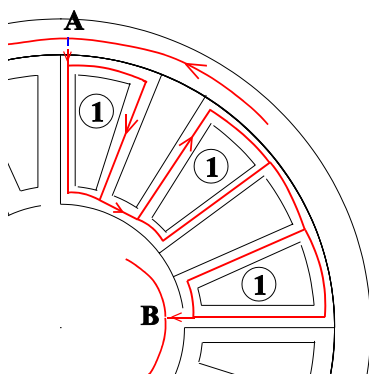


Figura 8.2: Espiras creadas por la bifurcación de la corriente (L_1). Estas espiras crean los polos secundarios formados en el paso por cero de los principales.

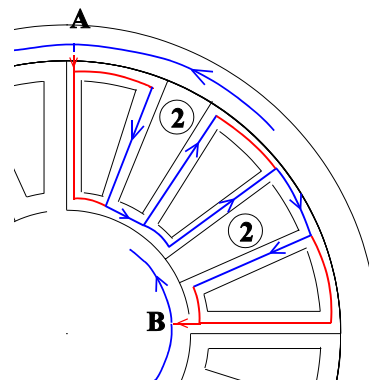


Figura 8.3: Polos principales. Son creados por las espiras generadas entre una bifurcación de corriente y la siguiente (L_2).

Las espiras señaladas con el número 1 son aquellas que se establecen al dividirse el camino de corriente

en dos. En rojo se señala el sentido de la corriente que enlaza una superficie cerrada.

Las espiras señaladas con el número 2 son aquellas que se crean entre una bifurcación de corriente y la siguiente. En azul se indica el camino de la corriente que contiene una superficie cerrada.

Polos magnéticos:

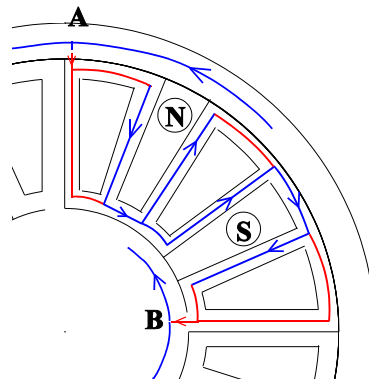


Figura 8.4: Polos principales.

8.3.1.- CÁLCULO TEÓRICO DE LOS VALORES DE L_1 y L_2

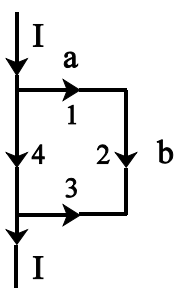
Para realizar este cálculo, nos apoyaremos en las siguientes aproximaciones lógicas:

- El campo creado por la corriente I es: $B' = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$ (*)
- Partimos de una capa de corriente de valor $\lambda' = \frac{dI}{dx}$, donde x indica el espesor de la capa, y varía entre 0 y 3.0 mm aproximadamente.

(*) Ciertamente esta expresión es sólo válida en el caso de conductores rectilíneos infinitos, pero las distancias (r) que se van a utilizar son tan pequeñas que la expresión real de la inducción B no diferirá en un orden de magnitud del valor obtenido por esta expresión, facilitando la estimación de valores de B . La diferencia será un factor 0.6 o 0.7.

a) Cálculo de L_1

Calculemos el “valor medio” de la autoinducción L_1 de uno de los bucles que describe la intensidad. Para ello es preciso hallar el flujo Φ que genera la intensidad I a través de la superficie S_1 , ya que la relación entre flujo, intensidad e inducción es $\Phi = L \cdot I$.



Este flujo será el debido a cada uno de los cuatro tramos que componen la espira. Los tramos 3 y 4 establecen un flujo saliente del papel mientras que los tramos restantes crean un flujo entrante. Por lo tanto $\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4$.

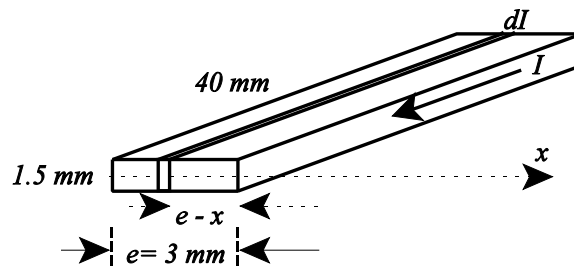
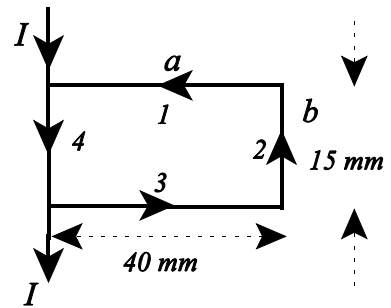
Los tramos se definieron de forma que la intensidad por los tramos radiales sea idéntica. En el dibujo se observa la simetría entre los lados 1 con 3 y 2 con 4. En una buena aproximación se puede afirmar que los flujos se cancelarán dos a dos y se puede decir que $\Phi_T = 0$

b) Cálculo de L_2

Por el mismo procedimiento se calcula el flujo a través de S_1 .

Por dos de los tramos, 1 y 3, pasa una intensidad $I/2$, mientras que por los tramos 2 y 4 pasa una intensidad I . La superficie encerrada por esta espira es de 600 mm^2 .

El flujo a través de esta superficie es el flujo de campo magnético creado por los propios elementos conductores. Para hacer este cálculo, se tendrá en cuenta el espesor del propio elemento de corriente:



Por este tramo conductor, hay una densidad lineal de corriente de valor $\lambda' = \frac{dI}{dx} = \frac{I}{e}$

El diferencial de flujo $d\Phi$ que crea un elemento de corriente dI separado una distancia x del origen de coordenadas será:

$$d\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot dI}{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot a \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right) = \frac{\mu_0 \cdot dI}{2 \cdot \pi} \cdot a \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right)$$

El flujo total de este elemento de corriente será la suma de todos los $d\Phi$:

$$\Phi = \int d\Phi = \int_0^e \frac{\mu_0 \cdot a}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right) \cdot \lambda \cdot dx = \frac{\mu_0 \cdot a}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right) \cdot \lambda \cdot e = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right)$$

La inductancia L es la relación $L = \frac{\Phi}{I}$. Si la corriente de los tramos 2 y 4 es I mientras que la de los tramos 1 y 3 es $I/2$, se obtiene: $\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$, con

$$\Phi_1 = \Phi_3 = \frac{\mu_0 \cdot a}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right) \cdot \lambda_1 \cdot e = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot I/2}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{b+e}{e} \right)$$

$$\Phi_2 = \Phi_4 = \frac{\mu_0 \cdot b}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{a+e}{e} \right) \cdot \lambda_2 \cdot e = \frac{\mu_0 \cdot b \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{a+e}{e} \right)$$

$$\Phi_T = 2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot b \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{a\%e}{e}\right) + 2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot a \cdot I/2}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b\%e}{e}\right)$$

$$\Phi_T = \left(\frac{\mu_0 \cdot b}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{a\%e}{e}\right) + \frac{\mu_0 \cdot a}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b\%e}{e}\right) \right) \cdot I$$

Luego

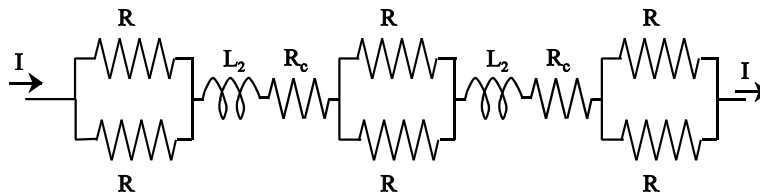
$$L = \frac{\Phi_T}{I} = \frac{\mu_0 \cdot b}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{a\%e}{e}\right) + \frac{\mu_0 \cdot a}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b\%e}{e}\right) = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left(b \cdot \ln\left(\frac{a\%e}{e}\right) + \frac{a}{2} \cdot \ln\left(\frac{b\%e}{e}\right) \right)$$

Con los valores a= 40 mm, b = 15 mm, e = 3 mm y $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ el resultado es:

$$L_2 = 2.41 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

que es un valor muy pequeño

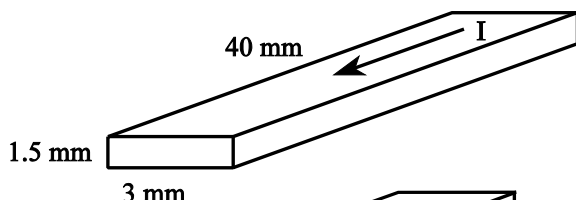
Con los resultados obtenidos, el esquema equivalente más realista quedaría reducido a:



8.3.2.- CÁLCULO TEÓRICO DE LAS RESISTENCIAS R y Rc

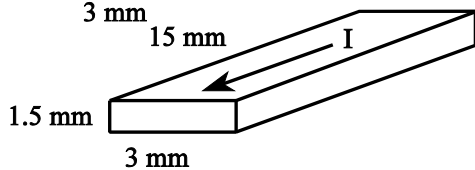
a) Resistencias R:

Tomemos como modelo de resistencia:



$$R = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{S} = 1.7 \cdot 10^{88} \cdot \frac{4 \cdot 10^{82}}{4.5 \cdot 10^{86}} = 1.5 \cdot 10^{84} \Omega$$

b) Resistencias Rc

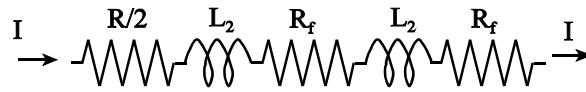


$$R = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{S} = 1.7 \cdot 10^{88} \cdot \frac{1.5 \cdot 10^{82}}{4.5 \cdot 10^{86}} = 5.6 \cdot 10^{85} \Omega$$

El circuito equivalente será:



o lo que es lo mismo:



Con:

$$R_f = R/2 + R_c = 1.31 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$L_2 = 2.41 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

Una de las finalidades del nuevo camino de corriente era el observar un efecto de espira de sombra. Pero el circuito equivalente de la corriente no da como resultado un elemento causante de desfase. El circuito equivalente es un circuito R-L con un valor de L muy bajo.

Para una intensidad de 300 A y una frecuencia de 50 Hz, las caídas de tensión en la parte resistiva e inductiva serán:

$$V_R = 3.93 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$V_L = 2.27 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

8.3.3.- DUALIDAD CIRCUITO SERIE-CIRCUITO PARALELO

Cualquier circuito serie puede transformarse en uno paralelo y viceversa. En particular, los circuitos de la figura 8.5 tienen que cumplir la condición:

$$R \cdot \frac{R \cdot (L \omega)^2}{(L \omega)^2 + R^2} = R'$$

$$L \omega \cdot \frac{R^2 \cdot L \omega}{(L \omega)^2 + R^2} = L' \omega^2$$

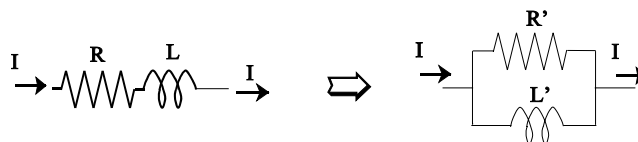


figura 8.5: Dualidad entre circuito serie y circuito paralelo.

Con los valores de R y L, se obtienen los valores:

$$R' = 3.54 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$L' = 5.02 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

Las intensidades que pasarían por cada una de las ramas del circuito de la figura 8.5, crean un desfase de 12.6° con la tensión.

8.4.- ENSAYOS REALIZADOS

Se realizan conexiones tanto por el devanado de baja como por el devanado de alta llegando a alcanzar las intensidades límite señaladas por el fabricante. El inductor primario en este caso tiene dos devanados, uno de elevada impedancia 220 V, y otro de baja impedancia 40 V (ver apartado 7.1). El rotor se coloca paralelo al plano activo a una separación de 1 mm. Hay dos tipos de rotor; de cobre y de aluminio. El rotor de cobre es una placa circular de diámetro ligeramente inferior al diámetro del prototipo y un espesor de 1.5 mm. El rotor de aluminio tiene un diámetro similar al de cobre pero un espesor muy pequeño; 0.2 mm. No hay movimiento del rotor.

Se realiza incluso una prueba con un equipo capaz de suministrar 20 A a una frecuencia de 5 kHz (en un horno de inducción). En esta prueba, por la dificultad de implementar los equipos de medida, no se realiza una toma de datos. Se mira la respuesta de un rotor metálico en estas condiciones:



Foto 39: horno de inducción y P-3 a punto para hacer un ensayo.



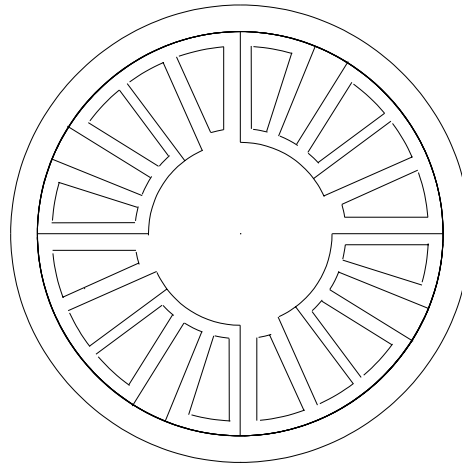
Foto 40: Vista del circuito R-L del horno de inducción capaz de suministrar 20 A a una frecuencia de 5 kHz.

En ningún caso se aprecia intención de rotación por parte de los elementos utilizados como rotor. Los motivos pueden ser varios, bien que la geometría de los caminos de corriente sean inadecuados y no definan un campo magnético giratorio o incluso que la potencia puesta en juego sea insuficiente. Hay un problema añadido, la adaptación de impedancias entre los diferentes circuitos, que puede no ser la adecuada.

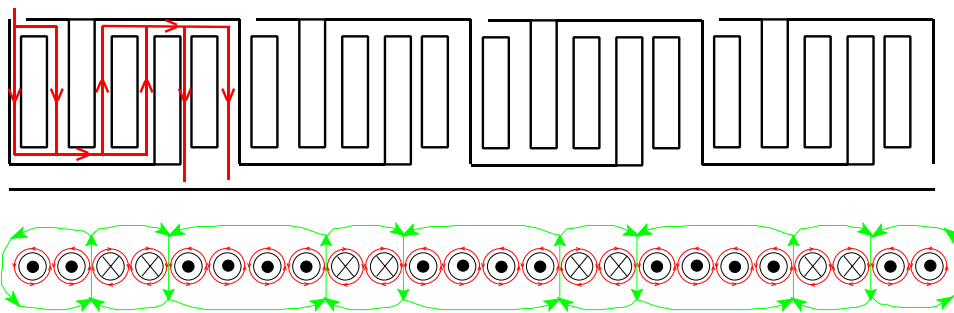
Realizaremos a continuación un estudio teórico del sistema inductor mediante fasores espaciales para obtener más información de la respuesta de este prototipo nº 3.

8.5.- FASORES ESPACIALES

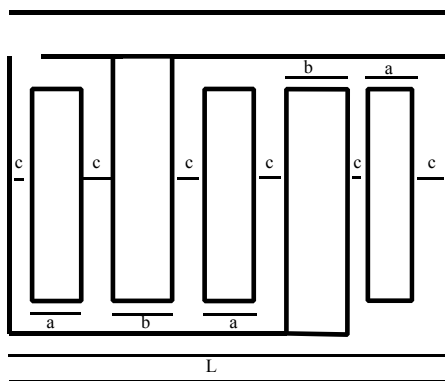
La placa circular del motor:



En una primera aproximación se puede entender de la siguiente forma:



El ancho de cada uno de los caminos que recorre la intensidad, no son todos iguales. tomaremos una nomenclatura como la siguiente:



Para facilitar cálculos, supondremos que:

$$b = 1.5 a$$

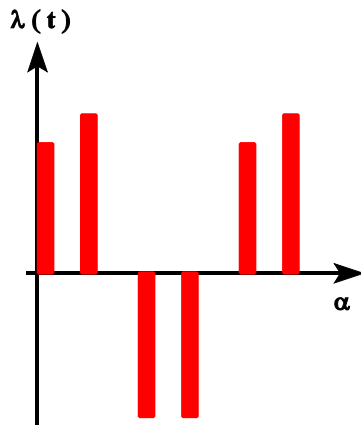
$$c = 0.5 a$$

(aproximadamente)

Por lo tanto $L = 9 a$

Como el tamaño del tramo es de un cuadrante, L equivale a 90° y $a = 10^\circ$

Intentaremos a continuación obtener el fasor espacial de la capa de corriente. La distribución de la intensidad en un instante cualquiera es:



$$f(\alpha) = \begin{cases} \lambda_1 & 0 < \alpha < \frac{\pi}{9} \\ \lambda_2 & \frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{4\pi}{9} \\ \lambda_3 & \frac{7\pi}{9} < \alpha < \frac{8\pi}{9} \\ \lambda_3 & \frac{10\pi}{9} < \alpha < \frac{11\pi}{9} \\ \lambda_4 & \frac{14\pi}{9} < \alpha < \frac{15\pi}{9} \\ \lambda_5 & \frac{17\pi}{9} < \alpha < 2\pi \end{cases}$$

donde es evidente que se debe cumplir que $\lambda_1 + \lambda_2 = -2\lambda_3 = -\lambda_4 + \lambda_5 = \lambda$

Si intentamos expresar esta función como una serie de Fourier:

$$f(\alpha) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos n\alpha + b_n \cdot \sin n\alpha)$$

donde

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cdot d\alpha \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha$$

La función que se quiere desarrollar en serie de Fourier no es una función de período 2π , sino de $\pi/2$.

$$a_0 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot dx \quad a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot \cos nx \cdot dx \quad b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot \sin nx \cdot dx$$

En el caso en cuestión

$$a_0 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot dx = \frac{4}{\pi} \left(\int_0^{\pi/36} \lambda_1 dx + \int_{\pi/36}^{4\pi/36} \lambda_2 dx + \int_{4\pi/36}^{7\pi/36} \lambda_3 dx + \int_{7\pi/36}^{10\pi/36} \lambda_3 dx + \int_{10\pi/36}^{14\pi/36} \lambda_4 dx + \int_{14\pi/36}^{17\pi/36} \lambda_5 dx \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} \left(\lambda_1 \cdot \frac{\pi}{36} + \lambda_2 \cdot \frac{\pi}{36} + \lambda_3 \cdot \frac{\pi}{36} + \lambda_3 \cdot \frac{\pi}{36} + \lambda_4 \cdot \frac{\pi}{36} + \lambda_5 \cdot \frac{\pi}{36} \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\pi}{36} (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) = \frac{\lambda}{9}$$

las expresiones de a_n y b_n son respectivamente:

1) a_n :

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot \cos 4\pi x \cdot dx$$

$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{4n} \cdot \left(\lambda_1 \int_0^{\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx + \lambda_2 \int_{\pi/36}^{4\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx + \lambda_3 \int_{4\pi/36}^{8\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx + \lambda_4 \int_{8\pi/36}^{11\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx + \lambda_5 \int_{11\pi/36}^{15\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx + \lambda_6 \int_{15\pi/36}^{17\pi/36} \cos 4\pi n x \cdot dx \right)$$

Utilizando la identidad

$$\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

se obtiene:

$$a_n = \frac{1}{\pi n} \left(2 \cdot \lambda_1 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{\pi n}{18} + 2 \cdot \lambda_2 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{7\pi n}{18} + 2 \cdot \lambda_3 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{15\pi n}{18} + 2 \cdot \lambda_4 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{21\pi n}{18} + 2 \cdot \lambda_5 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{29\pi n}{18} + 2 \cdot \lambda_6 \cos \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{35\pi n}{18} \right)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi n} \cdot \cos \frac{\pi n}{18} \left(\lambda_1 \cdot \cos \frac{\pi n}{18} + \lambda_2 \cdot \cos \frac{7\pi n}{18} + \lambda_3 \cdot \cos \frac{15\pi n}{18} + \lambda_4 \cdot \cos \frac{21\pi n}{18} + \lambda_5 \cdot \cos \frac{29\pi n}{18} + \lambda_6 \cdot \cos \frac{35\pi n}{18} \right)$$

2) b_n :

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cdot \sin 4\pi x \cdot dx$$

$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{4n} \cdot \left(\lambda_1 \int_0^{\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx + \lambda_2 \int_{\pi/36}^{4\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx + \lambda_3 \int_{4\pi/36}^{8\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx + \lambda_4 \int_{8\pi/36}^{11\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx + \lambda_5 \int_{11\pi/36}^{15\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx + \lambda_6 \int_{15\pi/36}^{17\pi/36} \sin 4\pi n x \cdot dx \right)$$

Utilizando la identidad

$$\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{B-A}{2}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
 b_n & \cdot \frac{1}{\pi n} \left(2 \cdot \lambda_1 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \% 2 \cdot \lambda_2 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{7 \pi n}{18} \& 2 \cdot \lambda_3 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{15 \pi n}{18} \& \right. \\
 & \left. 2 \cdot \lambda_3 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{21 \pi n}{18} \% 2 \cdot \lambda_4 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{29 \pi n}{18} \% 2 \cdot \lambda_5 \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \operatorname{sen} \frac{35 \pi n}{18} \right) \\
 b_n & \cdot \frac{2}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \left(\lambda_1 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \% \lambda_2 \cdot \operatorname{sen} \frac{7 \pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \operatorname{sen} \frac{15 \pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \operatorname{sen} \frac{21 \pi n}{18} \% \right. \\
 & \left. \lambda_4 \cdot \operatorname{sen} \frac{29 \pi n}{18} \% \lambda_5 \cdot \operatorname{sen} \frac{35 \pi n}{18} \right)
 \end{aligned}$$

Estudiamos algunos casos particulares que se producen en los resultados obtenidos de a_n y b_n :

Tanto un coeficiente como otro, presentan una parte común; $\frac{2}{n \pi} \cdot \operatorname{sen} \frac{n \pi}{18}$

Y la parte que les diferencia es un sumatorio que depende de los valores de las λ y de una serie de cosenos en el caso de a_n y una serie de senos en el caso de b_n .

Comprobaremos que para ciertas relaciones entre los valores de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$, los coeficientes anteriormente obtenidos se anulan o sufren fuertes simplificaciones.

8.5.1.- SUPOSICIÓN A ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5$)

$$a_n \cdot \frac{2 \cdot \lambda_1}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \left(\cos \frac{\pi n}{18} \% \cos \frac{7 \pi n}{18} \& \cos \frac{15 \pi n}{18} \& \cos \frac{21 \pi n}{18} \% \cos \frac{29 \pi n}{18} \% \cos \frac{35 \pi n}{18} \right)$$

Utilizando la identidad

$$\cos A \% \cos B \cdot 2 \cdot \cos \frac{A \% B}{2} \cdot \cos \frac{A \& B}{2}$$

Uniendo de forma adecuada de dos en dos los términos en coseno:

$$\begin{aligned}
 \cos \frac{\pi n}{18} \% \cos \frac{35 \pi n}{18} & \cdot 2 \cdot \cos \frac{36 \pi n}{36} \cdot \cos \frac{34 \pi n}{36} \cdot 2 \cdot (\& 1)^n \cdot \cos \frac{34 \pi n}{36} \\
 \cos \frac{7 \pi n}{18} \% \cos \frac{29 \pi n}{18} & \cdot 2 \cdot \cos \frac{36 \pi n}{36} \cdot \cos \frac{22 \pi n}{36} \cdot 2 \cdot (\& 1)^n \cdot \cos \frac{22 \pi n}{36} \\
 \cos \frac{15 \pi n}{18} \% \cos \frac{21 \pi n}{18} & \cdot 2 \cdot \cos \frac{36 \pi n}{36} \cdot \cos \frac{6 \pi n}{36} \cdot 2 \cdot (\& 1)^n \cdot \cos \frac{6 \pi n}{36} \\
 a_n & \cdot \frac{4 \cdot \lambda_1}{n \pi} \cdot \operatorname{sen} \frac{n \pi}{18} \cdot (\& 1)^n \cdot \left(\cos \frac{34 \pi n}{36} \& \cos \frac{6 \pi n}{36} \% \cos \frac{22 \pi n}{36} \right)
 \end{aligned}$$

Igualmente:

$$b_n \cdot \frac{2 \lambda_1}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \left(\operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \% \operatorname{sen} \frac{7 \pi n}{18} \& \operatorname{sen} \frac{15 \pi n}{18} \& \operatorname{sen} \frac{21 \pi n}{18} \% \operatorname{sen} \frac{29 \pi n}{18} \% \operatorname{sen} \frac{35 \pi n}{18} \right)$$

Utilizando la identidad

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

Y uniendo a pares de nuevo los senos:

$$\operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} + \operatorname{sen} \frac{35\pi n}{18} = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{36\pi n}{36} \cdot \cos \frac{34\pi n}{36} = 2 \cdot \operatorname{sen} \pi n \cdot \cos \frac{34\pi n}{36} = 0 \quad (\text{œn O ù})$$

$$\operatorname{sen} \frac{7\pi n}{18} + \operatorname{sen} \frac{29\pi n}{18} = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{36\pi n}{36} \cdot \cos \frac{22\pi n}{36} = 2 \cdot \operatorname{sen} \pi n \cdot \cos \frac{22\pi n}{36} = 0 \quad (\text{œn O ù})$$

$$\operatorname{sen} \frac{15\pi n}{18} + \operatorname{sen} \frac{21\pi n}{18} = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{36\pi n}{36} \cdot \cos \frac{6\pi n}{36} = 2 \cdot \operatorname{sen} \pi n \cdot \cos \frac{6\pi n}{36} = 0 \quad (\text{œn O ù})$$

Por lo tanto en este caso $b_n=0$ y la función capa de corriente se reduce a:

$$f(\alpha) = \frac{\lambda}{18} \sum_{n=1}^4 a_n \cdot \cos n\alpha$$

$$f(\alpha) = \frac{\lambda}{18} \sum_{n=1}^4 \frac{4 \cdot \lambda_1}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot (1)^n \cdot \left(\cos \frac{34\pi n}{36} + \cos \frac{6\pi n}{36} + \cos \frac{22\pi n}{36} \right) \cdot \cos n\alpha$$

que es una función simétrica

Según [5], la expresión:

$$\frac{4 \cdot \lambda_1}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot (1)^n \cdot \left(\cos \frac{34\pi n}{36} + \cos \frac{6\pi n}{36} + \cos \frac{22\pi n}{36} \right)$$

es el llamado factor de bobinado.

A partir del resultado obtenido en la suposición A, se puede hacer una segunda suposición de trabajo:

8.5.2.- SUPOSICIÓN B ($\lambda_1 = \lambda_5$; $\lambda_2 = \lambda_4$ pero $\lambda_1 < \lambda_2$, $\lambda_1 < \lambda_3$ y $\lambda_2 < \lambda_3$)

en este caso:

$$a_n = \frac{4}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot (1)^n \cdot \left(\lambda_1 \cdot \cos \frac{34\pi n}{36} + \lambda_3 \cdot \cos \frac{6\pi n}{36} + \lambda_2 \cdot \cos \frac{22\pi n}{36} \right)$$

y

$$b_n = 0$$

Así

$$f(\alpha) = \frac{\lambda}{18} \sum_{n=1}^4 a_n \cdot \cos n\alpha$$

$$f(\alpha) = \frac{\lambda}{18} \sum_{n=1}^4 \frac{4}{\pi n} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot (1)^n \cdot \left(\lambda_1 \cdot \cos \frac{34\pi n}{36} + \lambda_3 \cdot \cos \frac{6\pi n}{36} + \lambda_2 \cdot \cos \frac{22\pi n}{36} \right) \cdot \cos n\alpha$$

Según [5], la expresión:

$$\frac{4}{\pi n} \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot (\&1)^n \cdot (\lambda_1 \cdot \cos \frac{34\pi n}{36} \& \lambda_3 \cdot \cos \frac{6\pi n}{36} \% \lambda_2 \cdot \cos \frac{22\pi n}{36})$$

es el llamado factor de bobinado.

8.5.3.- SUPOSICIÓN C ($\lambda_1 = \lambda_4$, $\lambda_2 = \lambda_5$ y $\lambda_1 <> \lambda_2$, $\lambda_1 <> \lambda_3$ y $\lambda_2 <> \lambda_3$)

Es la opción más razonable

$$a_n \cdot \frac{2}{\pi n} \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} (\lambda_1 \cdot \cos \frac{\pi n}{18} \% \lambda_2 \cdot \cos \frac{7\pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \cos \frac{15\pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \cos \frac{21\pi n}{18} \% \lambda_4 \cdot \cos \frac{29\pi n}{18} \% \lambda_5 \cdot \cos \frac{35\pi n}{18})$$

Uniando de forma adecuada de dos en dos los términos en coseno:

$$\text{Si } \lambda_1 = \lambda_4 \pm \cos \frac{\pi n}{18} \% \cos \frac{29\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \cos \frac{30\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&28\pi n}{36} \cdot 2 \cdot \cos \frac{5\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9}$$

$$\text{Si } \lambda_2 = \lambda_5 \pm \cos \frac{7\pi n}{18} \% \cos \frac{35\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \cos \frac{42\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&28\pi n}{36} \cdot 2 \cdot \cos \frac{7\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9}$$

$$\text{Para } \lambda_3: \cos \frac{15\pi n}{18} \% \cos \frac{21\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \cos \frac{36\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&6\pi n}{36} \cdot 2 \cdot (\&1)^n \cdot \cos \frac{\pi n}{6}$$

$$a_n \cdot \frac{4}{n\pi} \cdot \text{sen} \frac{n\pi}{18} (\lambda_1 \cdot \cos \frac{5\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9} \& \lambda_3 \cdot (\&1)^n \cdot \cos \frac{\pi n}{6} \% \lambda_2 \cdot \cos \frac{7\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9})$$

Igualmente:

$$b_n \cdot \frac{2}{\pi n} \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} (\lambda_1 \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} \% \lambda_2 \cdot \text{sen} \frac{7\pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \text{sen} \frac{15\pi n}{18} \& \lambda_3 \cdot \text{sen} \frac{21\pi n}{18} \% \lambda_4 \cdot \text{sen} \frac{29\pi n}{18} \% \lambda_5 \cdot \text{sen} \frac{35\pi n}{18})$$

$$\text{Si } \lambda_1 = \lambda_4 \pm \text{sen} \frac{\pi n}{18} \% \text{sen} \frac{29\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \text{sen} \frac{30\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&28\pi n}{36} \cdot 2 \cdot \text{sen} \frac{5\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9}$$

$$\text{Si } \lambda_2 = \lambda_5 \pm \text{sen} \frac{7\pi n}{18} \% \text{sen} \frac{35\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \text{sen} \frac{42\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&28\pi n}{36} \cdot 2 \cdot \text{sen} \frac{7\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9}$$

$$\text{Para } \lambda_3: \text{sen} \frac{15\pi n}{18} \% \text{sen} \frac{21\pi n}{18} \cdot 2 \cdot \text{sen} \frac{36\pi n}{36} \cdot \cos \frac{\&6\pi n}{36} \cdot 2 \cdot \text{sen} \pi \cdot \cos \frac{\&6\pi n}{36} \cdot 0$$

y se obtiene:

$$b_n \cdot \frac{4}{\pi n} \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9} \cdot (\lambda_1 \cdot \text{sen} \frac{5\pi n}{6} \% \lambda_2 \cdot \text{sen} \frac{7\pi n}{6})$$

Obteniendo:

$$f(\alpha) \cdot \frac{a_0}{2} \% \sum_{n=1}^4 (a_n \cdot \cos n\alpha \% b_n \cdot \text{sen} n\alpha)$$

$$f(\alpha) \cdot \frac{\lambda}{18} \% \sum_{n=1}^4 \frac{4}{\pi n} \cdot \text{sen} \frac{\pi n}{18} \cdot [(\lambda_1 \cdot \cos \frac{5\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9} \% \lambda_3 \cdot (\&1)^n \cdot \cos \frac{\pi n}{6} \% \lambda_2 \cdot \cos \frac{7\pi n}{6} \cdot \cos \frac{7\pi n}{9}) \cdot \cos n\alpha \% \cos \frac{7\pi n}{9} \cdot (\lambda_1 \cdot \text{sen} \frac{5\pi n}{6} \% \lambda_2 \cdot \text{sen} \frac{7\pi n}{6}) \cdot \text{sen} n\alpha]$$

En este caso el factor de bobinado es un tanto peculiar, ya que el resultado obtenido tras el desarrollo en serie de Fourier no da un resultado en coseno o en seno, sino una superposición de ambas funciones:

$$f(\alpha) \cdot \frac{a_0}{2} \% \sum_{n=1}^4 (a_n \cdot \cos n\alpha \% b_n \cdot \text{sen} n\alpha)$$

8.6.- CONCLUSIONES

8.6.1.- CONCLUSIONES EN CUANTO AL ESTUDIO TEÓRICO.

Como $\cos n\alpha \cdot \frac{e^{jna} \% e^{\&jna}}{2}$ y $\text{sen} n\alpha \cdot \frac{e^{jna} \% e^{\&jna}}{2j}$, el término del sumatorio queda

de la forma:

$$a_n \cdot \cos n\alpha \% b_n \cdot \text{sen} n\alpha \cdot \frac{a_n}{2} \cdot (e^{jna} \% e^{\&jna}) \% \frac{b_n}{2j} \cdot (e^{jna} \% e^{\&jna})$$

$$\cdot e^{jna} \cdot \left(\frac{a_n}{2} \% \frac{b_n}{2j}\right) \% e^{\&jna} \cdot \left(\frac{a_n}{2} \% \frac{b_n}{2j}\right)$$

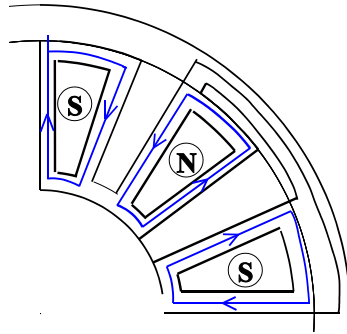
Que en nuestro caso podríamos determinar los resultados de los paréntesis y obtendríamos dos ondas superpuestas. Una que gira en un sentido -secuencia directa-, y otra que lo hace en sentido opuesto -secuencia inversa-.

Nos indica que el campo magnético es un campo pulsante. No se obtiene un campo giratorio creado por las intensidades inducidas en la plancha de cobre que recubre el transformador.

El transformador está conectado en monofásico, y a partir de una sola fase, con la distribución de corrientes que se ha realizado no se ha obtenido el resultado esperado. Lo cual no impide que jugando con la geometría no puedan obtenerse efectos de refuerzo o anulación de determinadas componentes que acaben produciendo un sentido de rotación claro. De la misma forma, la geometría puede facilitar o dificultar el paso de determinados armónicos de corriente.

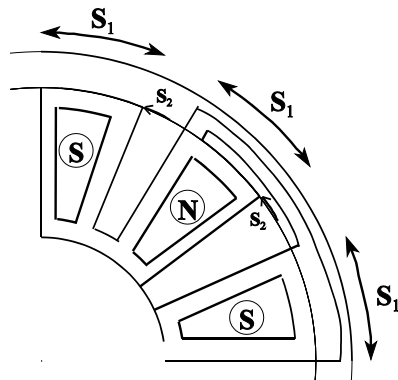
8.6.2.- CONCLUSIONES EN CUANTO A DISEÑO

Esta geometría no era la acertada ya que no genera el efecto de un campo magnético giratorio ni el de espira de sombra. La causa es el camino de corriente, por la experiencia realizada con los dos planos activos desarrollados, se plantea un nuevo cambio de corrientes en el plano activo:



Los polos principales no varían respecto a la 2ª propuesta de plano activo. Los polos secundarios se generan alternados, formando polos N y S consecutivos. Si los polos secundarios están centrados geométricamente respecto a los polos principales, no definen sentido de rotación.

La geometría de los polos secundarios ha de ser tal que su superficie sea sensiblemente más pequeña que la superficie del polo principal.



$$S_2 < S_1 ; S_2 \bullet S_1 / 3$$