2.2.10 - PUNTOS DE ALTURA GENERALIZADA

Serán los puntos de coordenadas X(I,J), Y(I,J) y Z(I,J) que no habiendo sido definidos mediante otro tipo de entorno, pueden considerarse dentro de un plano horizontal o no, situados a una altura distinta de cero.

En casi todas las superficies de tipo topográfico existen zonas planas a partir de las cuales empiezan las montañas o los valles. No pueden considerarse mesetas pues no existen puntos borde (a pesar que se podrían generar a partir de mesetas), ni cráteres tampoco por la misma razón; tampoco podemos considerar estas zonas como perfectamente definidas pues generalmente abarcan toda la zona estudiada en los puntos donde no hay depresiones en la superficie ni tampoco protuberancias. Así pues vamos a considerar estos puntos como pertenecientes al plano determinado por tres puntos elegidos de forma adecuada (figura 2-2-10-1).

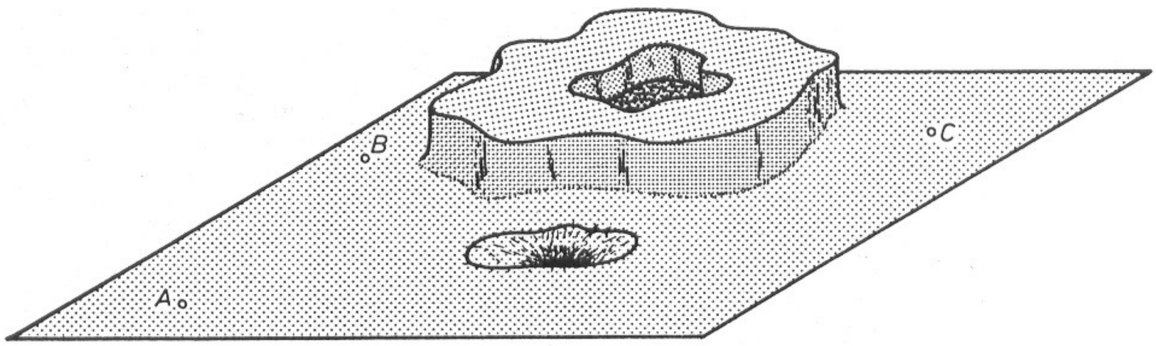

FIGURA 2-2-10-1

Para posicionar los puntos de la malla vamos a hacerlo de la siguiente manera (figura 2-2-10-2):

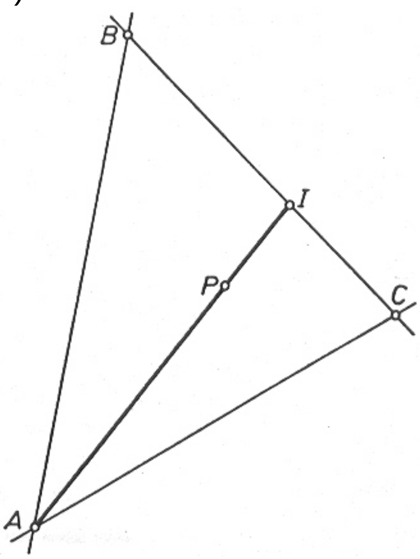

FIGURA 2-2-10-2

Trabajaremos con las proyecciones horizontales de las rectas que determinan los tres puntos. Trazaremos el plano vertical que partiendo de uno de los puntos dato, pasa por el punto de la malla en proyección horizontal hasta cortar a la recta que une los otros dos puntos. Uniremos el punto de corte con el de partida y luego interpolaremos para hallar la altura.

Veámoslo analíticamente:

Sean los puntos dato los de coordenadas A(A1,A2,A3), B(B1,B2,B3) y C(C1,C2,C3) y las dos coordenadas del punto de la malla cuya altura queremos hallar, el punto P(P1,P2,P3).

En el plano horizontal la ecuación de la recta BC sería:

$$(X - B1)/(C1 - B1) = (Y - B2)/(C2 - B2)$$
$$Y = \left[(C2 - B2)/(C1 - B1)\right] * (X - B1) + B2$$

La ecuación de la recta AP sería:

$$(X - A1)/(P1 - A1) = (Y - A2)/(P2 - A2)$$
$$Y = \left[(P2 - A2)/(P1 - A1)\right] * (X - A1) + A2$$

El punto I de intersección entre las dos rectas sería el que resultaría de resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que se plantea I1=X y I2=Y.

La altura del punto I sería por estar en la recta BC:

Distancia BC = $\sqrt{\left[(B1 - C1)^2 + (B2 - C2)^2\right]} = DT$

Distancia IB = $\sqrt{\left[(I1 - B1)^2 + (I2 - B2)^2\right]} = DI$

$I3 = B3 + (C3 - B3) * (DI / DT)$

Utilizando el mismo sistema podemos hallar la altura del punto P dentro de la recta AI.

Distancia AI = $\sqrt{\left[(A1 - I1)^2 + (A2 - I1)^2\right]} = DT$

Distancia AP = $\sqrt{\left[(P1 - A1)^2 + (P2 - A2)^2\right]} = DP$

$P3 = A3 + (I3 - A3) * (DP / DT)$

Donde P1 = X(I,J); P2 = Y(I,J) y P3=Z(I,J)

Haciendo esto para todos los puntos de la malla cuya altura no haya sido asignada, tendremos finalizado este entorno.

2.2.11 - OTROS ENTORNOS NO CLASIFICADOS EN LOS ANTERIORES

En esta parte del modelo vamos a tratar de definir diferentes formas de generar superficies que puedan suplir las posibles carencias que pudieran derivarse de los anteriores sistemas de entrada.

En algunas ocasiones constituirá el sistema una alternativa en la entrada de formas que también hubieran podido generarse con algunos de los entornos ya vistos y que sin embargo constituyen una manera más rápida o más cómoda de hacer las mismas cosas.

Esto puede aplicarse a los denominados "perfiles deslizantes variables", a la entrada de "altura predominante" e incluso a otras formas de generación de superficie que no vamos a ver porque podrían ser objeto de estudio en una posible ampliación de aplicaciones.

Veamos algunas de estas formas de entrada:

Superficies generadas a través de perfiles deslizantes

Este entorno se ha creado para facilitar la generación de algunas zonas que aunque pueden obtenerse a partir de los diferentes tipos de entornos ya vistos, la dificultad en la entrada de datos que requerirían esos procedimientos, hace que no sean los idóneos y sea conveniente buscar otras formas de entrada que se adapten mejor a esas variaciones. Ese es el caso de la mayoría de lechos de ríos y muchas otras formas de tipo longitudinal (grietas, precipicios, cañones, etc.).

Consideraremos puntos sección deslizante a todos aquellos vértices de la malla que por sus coordenadas X(I,J), Y(I,J) puedan considerarse dentro de los límites de este tipo de entorno, cuya definición queda implícita en la forma de generarlo.

- **Generación del entorno**. Consideraremos dos poligonales:

  a) Poligonal de define la forma del perfil que se obtiene al cortar transversalmente el entorno.

  b) Poligonal que describe aproximadamente la trayectoria longitudinal del perfil.

  Descripción de la poligonal a): Perfil transversal

  Estará compuesto de (figura 2-2-11-1):

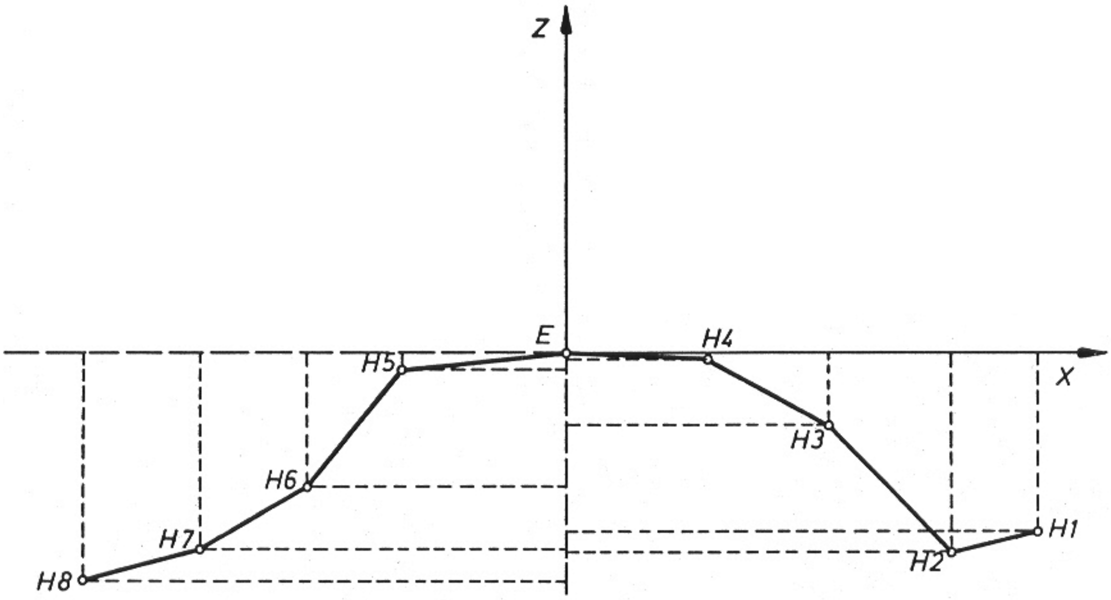

FIGURA 2-2-11-1

- Un punto principal que seguirá la trayectoria de la poligonal b).

- Hasta 10 puntos secundarios que seguirán la trayectoria del punto principal manteniendo su altura y distancia con respecto a él (en una variante también será posible variar esta última condición).

- Las coordenadas de los puntos secundarios serán coordenadas locales, es decir, tendrán como referencia los ejes horizontal y vertical que pasan por el punto principal E.

- El orden de entrada de los puntos secundarios será de derecha a izquierda, dos coordenadas para cada punto.

- Para saber qué posición es la derecha y cual la izquierda, tendremos cuenta la dirección correspondiente al orden de entrada de la segunda poligonal. la derecha sería la parte del perfil que estaría a nuestra derecha caso de recorrer el mismo camino y en el mismo sentido, y la izquierda el lado contrario.

<u>Descripción de la poligonal b): Camino longitudinal</u>:

El camino longitudinal está compuesto por una serie de puntos definidos mediante sus tres coordenadas. El número de puntos puede ser elevado o simplemente dos puntos que es el mínimo.

Los puntos deben entrarse de forma ordenada siguiendo un camino en sentido único (figura 2-2-11-2) y teniendo en cuenta la forma del perfil.

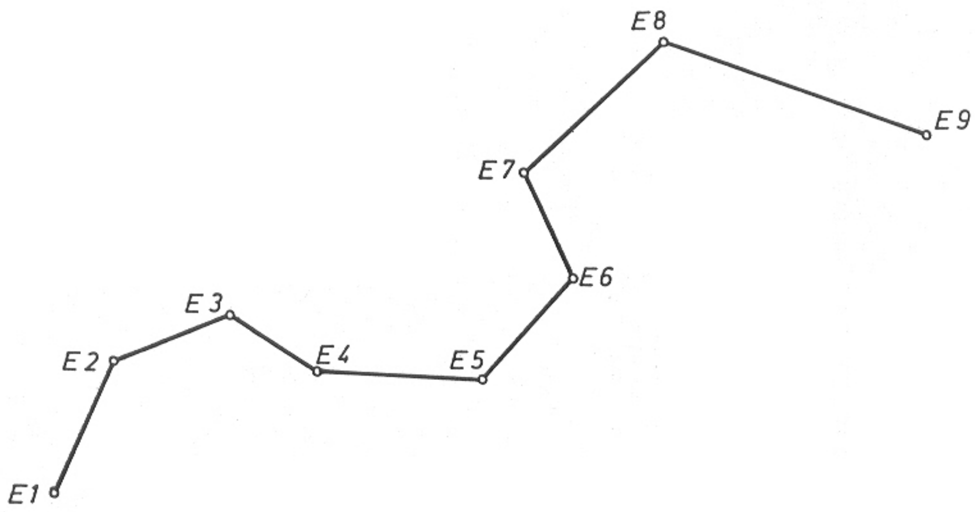

FIGURA 2-2-11-2

• **Determinación de la zona de influencia del perfil deslizante**.

Para cada tramo existirá una zona de influencia. Se entiende por tramo, cada uno de los segmentos determinados por la poligonal b). En cada tramo habrá dos límites diferenciados, uno de ellos longitudinal y otro transversal. El transversal vendrá dado por un franja (posteriormente veremos una variante) paralela al segmento compuesto por dos líneas rectas que llamaremos límite por la derecha o la izquierda según nos hallemos al lado derecho o izquierdo respectivamente en el sentido del avance.

La distancia que separa el límite derecho del segmento constituido por los dos puntos de la poligonal, será exactamente igual a la distancia en proyección que existe entre el punto principal del perfil transversal y el primer punto de este mismo perfil (figuras 2-2-11-3 y 2-2-11-4).

En las mismas figuras puede verse dónde queda situada la recta que sirve de límite por la izquierda, que coincide con la distancia en proyección existente entre el punto principal E de la sección transversal, y el último punto de este mismo perfil que hemos utilizado para definirlo.

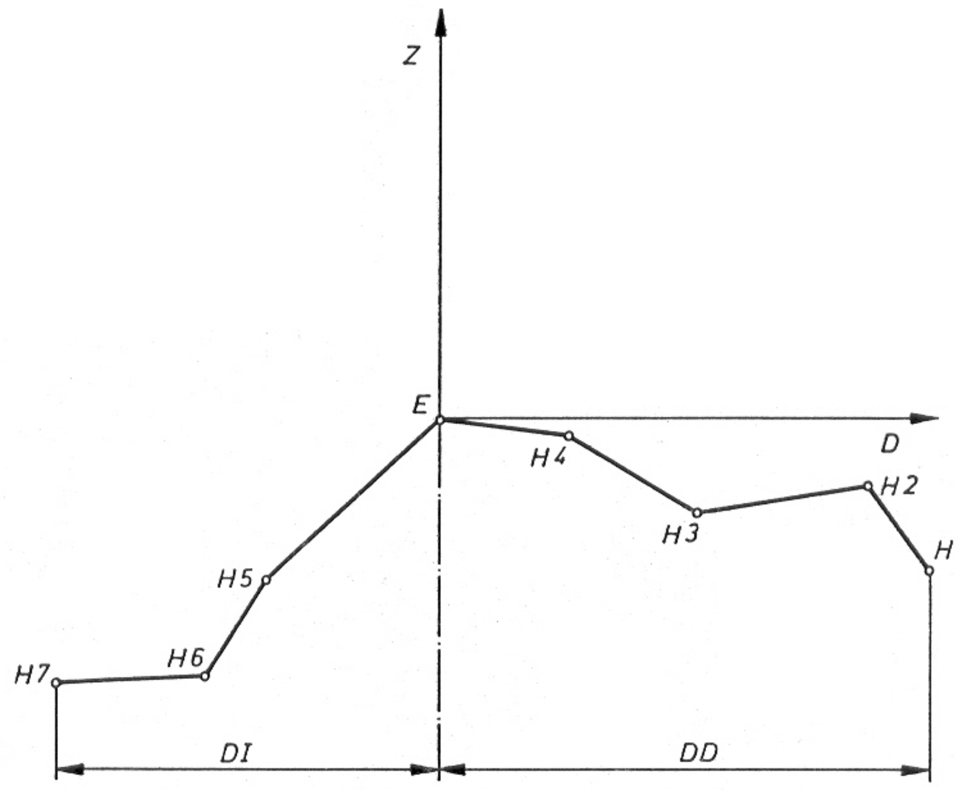

FIGURA 2-2-11-3

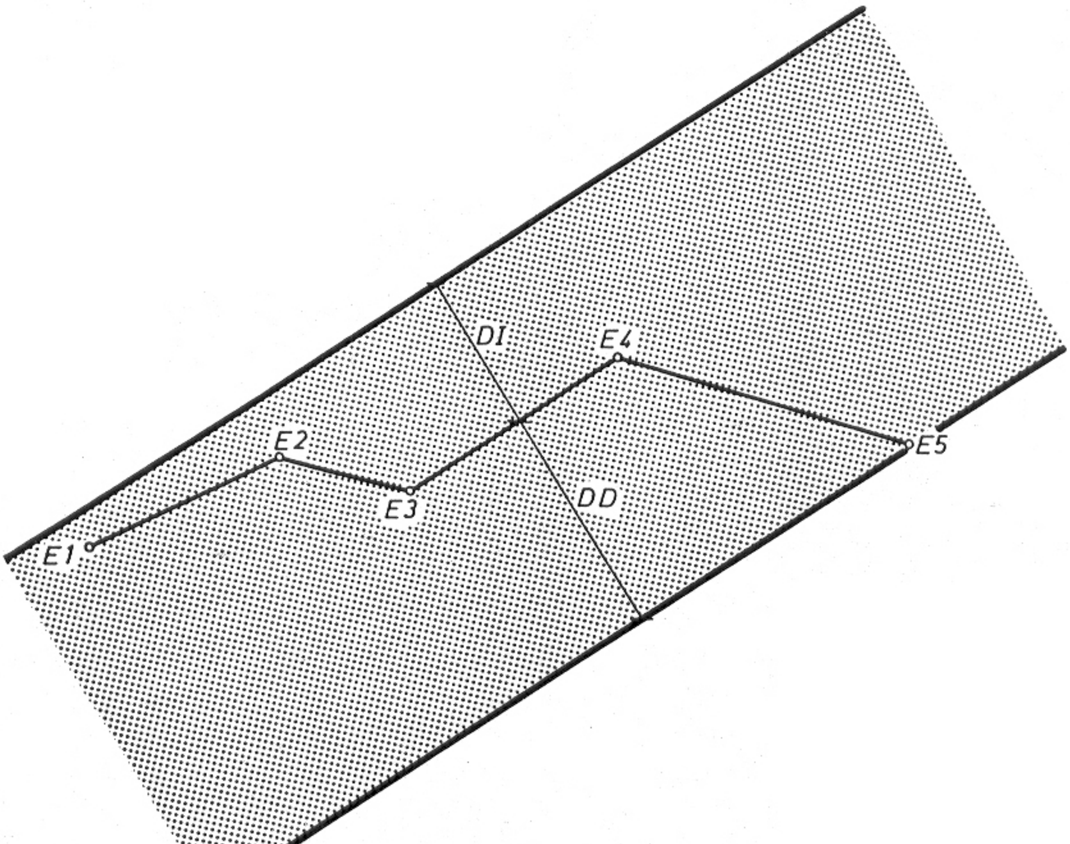

FIGURA 2-2-11-4

El límite longitudinal será también una franja compuesta por dos líneas rectas y existirán los siguientes casos:

Primer tramo: Tendrá como límite en el primer punto de la poligonal una recta perpendicular al segmento que define dicho tramo (figura 2-2-11-5).

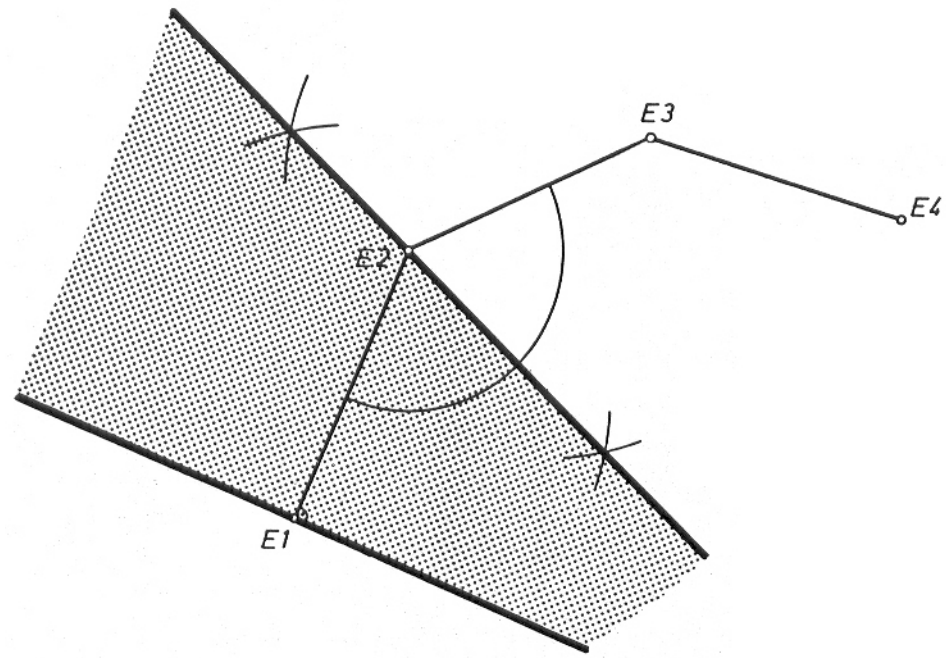

FIGURA 2-2-11-5

En el otro extremo del segmento este límite será la bisectriz del ángulo que formen en proyección horizontal dicho segmento con el siguiente en caso que lo haya.

Si el perfil estuviese constituido por dos puntos solamente, en el segundo, el límite de éste sería la recta perpendicular que pasa por él.

En los **tramos intermedios** (figura 2-2-11-6), los límites transversales se obtienen de igual forma que hemos propuesto para hallar el segundo límite del primer tramo, es decir, el límite en el segundo punto del segmento sería la bisectriz del ángulo que forma dicho segmento con el siguiente.

En el **último tramo** ocurrirá lo contrario que en el primero, es decir, un límite sería perpendicular al segmento (por el último punto) y el otro límite sería la bisectriz de ese segmento con el anterior, que ya se debió utilizar para la delimitación del segmento anterior (figura 2-2-11-7).

Una vez definidos ambos límites, proceso que se verá después analíticamente, existirá una zona bien determinada para cada tramo (figura 2-2-11-8).

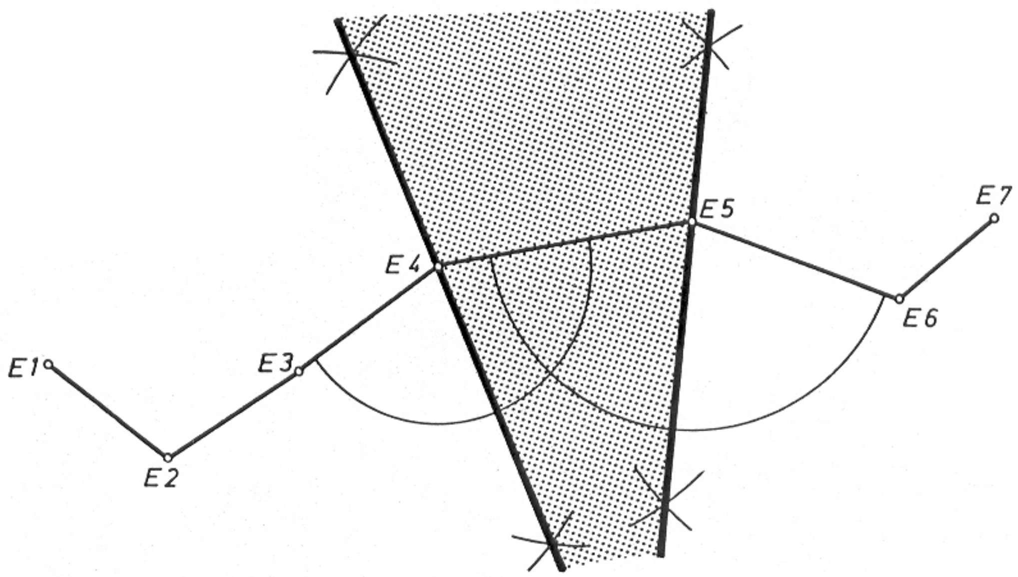

FIGURA 2-2-11-6

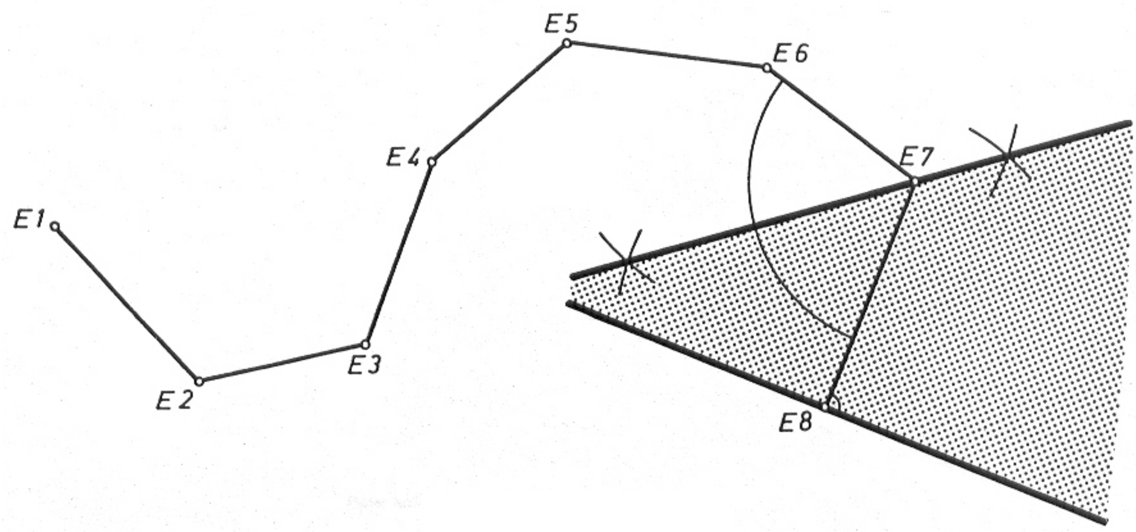

FIGURA 2-2-11-7

Los puntos cuyas alturas serán calculadas son los que se hallan situados en el interior de esa zona. Veamos el proceso analítico para establecerla:

- Lo primero será establecer las distancias máxima por la derecha DD y máxima por la izquierda DI que van a servir de límites transversales. Éstas serán los valores absolutos de la primera coordenada del primer y último punto del perfil transversal (ya que hemos hecho una entrada ordenada), es decir:

$$DD = H(1,1) \qquad y \qquad DI = ABS(H(AD,1))$$

Siendo AD el número de puntos del perfil transversal (recordemos que sus coordenadas eran locales).

- Los límites transversales serán por lo tanto las rectas paralelas al segmento en cuyo tramo estemos situados y que pasen a distancias DD y DI respectivamente por la derecha e izquierda (ver figura 2-2-11-8).

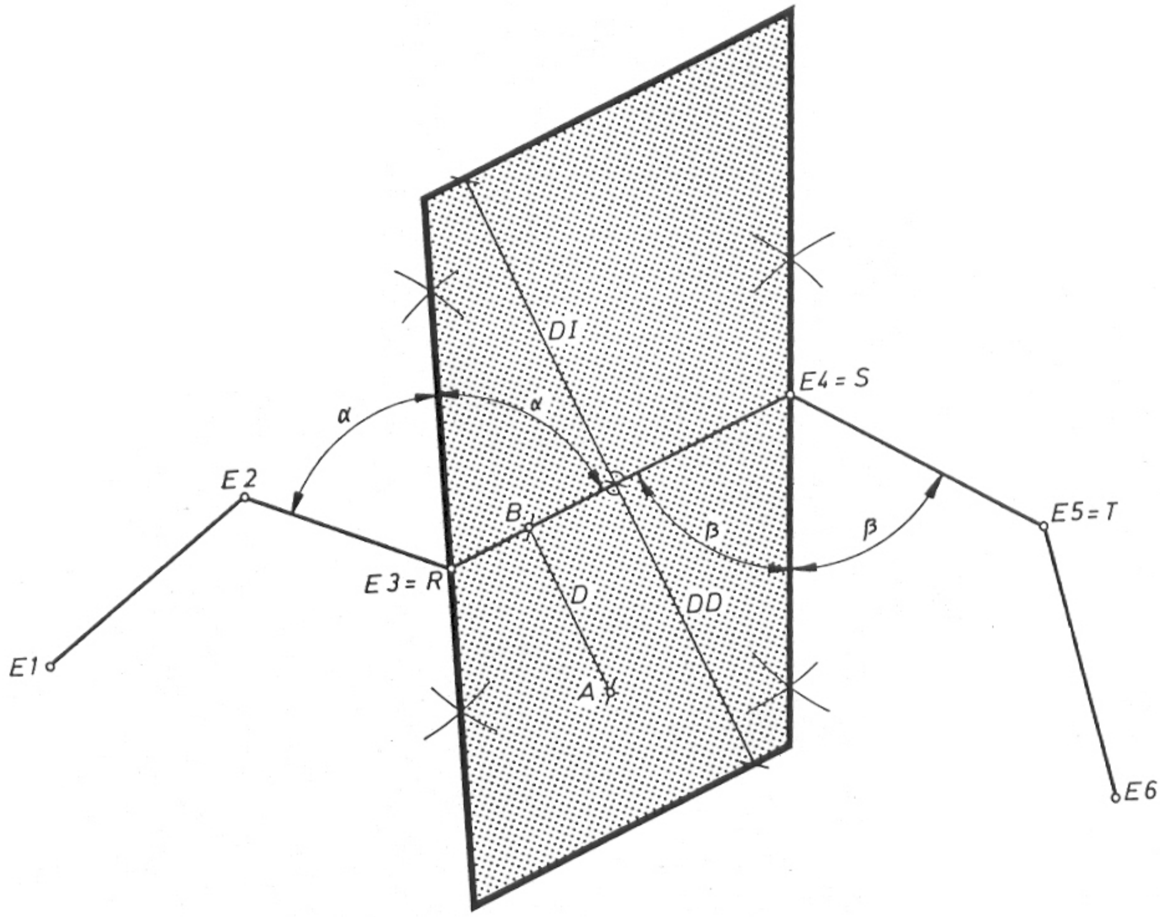

FIGURA 2-2-11-8

Para poder generalizar, una vez estemos situados en un tramo, llamaremos a sus extremos R y S, al punto siguiente de la poligonal principal le llamaremos T. Eso nos permitirá generalizar las ecuaciones que corresponden a las rectas de cada tramo. Sus coordenadas serán R(R1,R2,R3) y T(T1,T2,T3).

- Obtención de la ecuación de la recta RS proyectada sobre el plano horizontal:

Vector directorV1 = S1 - R1V2 = S2 - R2
Ecuación continua(X-R1)/V1 = (Y-R2)/V2

En el primer tramo la recta límite anterior será la perpendicular al segmento que pasa por R; teniendo en cuenta que en ese tramo V1,V2 será el vector director del segmento, la ecuación de la recta perpendicular por R sería:

Vector directorU1 = -V2U2 = V1
Ecuación continua(X-R1)/U1 = (Y-R2)/U2

En el último tramo, el límite longitudinal que pasa por su extremo posterior será también la perpendicular al segmento que pasa por dicho extremo, por lo que la ecuación sería:

Ecuación continua(X-S1)/U1 = (Y2-S2)/U2

En los tramos intermedios esta ecuación nos va a servir para llevar las distintas DD y DI por la derecha e izquierda del segmento respectivamente, y trazar luego la paralela correspondiente, obteniendo los límites transversales. Estas rectas tendrán el mismo vector director (V1,V2), luego bastará obtener un punto de paso para tener su ecuación.

Puesto que para procesar un punto de coordenadas X(I,J), Y(I,J) y Z(I,J) será necesario que su distancia a la recta sea inferior a DD o DI según está situado a la derecha o izquierda de la recta, no será necesario hallar las ecuaciones de estas rectas ya que resultará más cómodo trazar la perpendicular desde el punto al segmento (o su prolongación), obtener su intersección y hallar su distancia para compararla posteriormente con DD o DI. Tanto la distancia como el punto de intersección nos serán útiles posteriormente.

El proceso será el siguiente:

Cambio de nombre a las coordenadas del punto a tratar.
A1 = X(I,J)A2=Y(I,J)
Recta perpendicular a RS que pasa por A.
Ecuación continua (X-A1)/U1 = (Y-A2)/U2
Recta que pasa por R y S
Ecuación continua (X-R1)/V1 = (Y-R2)/V2
Punto de intersección (consiste en resolver el sistema de ecuaciones) X,Y tales que cumplan ambas ecuaciones.

El cambio de coordenadas obedece a la necesidad de utilizar posteriormente este punto y las variables X, Y para otras funciones.

Distancia entre el punto A1, A2 y la intersección B1, B2 (horizontal).

$$D = \sqrt{\left[(A1 - B1)^2 + (A2 - B2)^2\right]}$$

Rechazaremos todos los puntos cuya distancia D esté fuera de los límites derecho e izquierdo (figura 2-2-11-8).

El resto de rectas límite son bisectrices de los segmentos que corresponden a los diferentes tramos. En cada uno tendremos que calcular una sola bisectriz, ya que la otra estaría calculada en el tramo anterior. Únicamente en el último tramo no habremos de calcular ninguna puesto que el límite será la perpendicular por el último punto de la poligonal ya vista con anterioridad.

La bisectriz que nos interesa es la que pasa por el extremo S del segmento en el tramo que estamos tratando (figura 2-2-11-9).

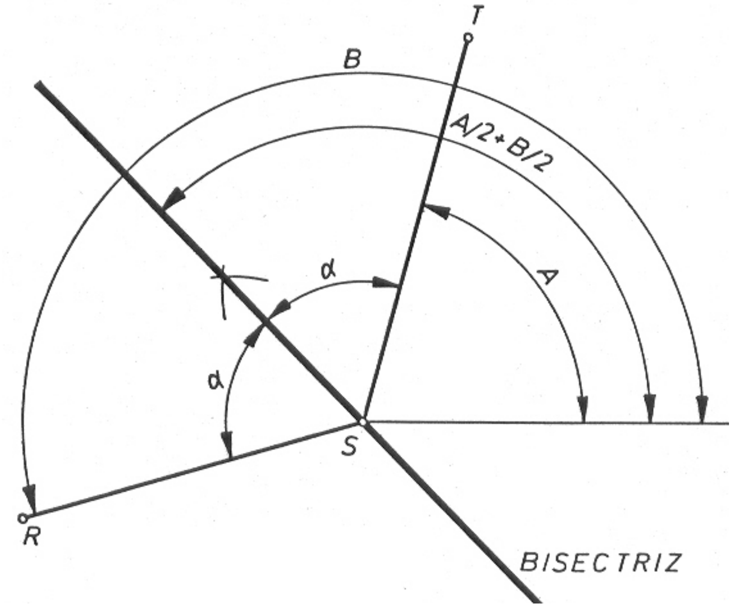

FIGURA 2-2-11-9

Será la bisectriz de las rectas RS y ST, pero como las rectas tienen dos bisectrices y sólo una de ellas es válida, el sistema que nos permite identificarla es el siguiente:

Nos situaremos con centro en S y determinaremos la posición en ángulo que tienen ambas rectas con respecto a la horizontal que pasa por S hacia la derecha, tomando como sentido del ángulo creciente el antihorario.

En estas condiciones, el ángulo que forma la bisectriz es la suma de los ángulos dividida por dos. α = (A+B)/2

Determinado el ángulo, el vector director será (cosα, senα). Ya que sabemos que pasa por el punto S su ecuación será:

Ecuación continua $(X - S1) / \cos\alpha = (Y - S2) / \operatorname{sen}\alpha$

Para el tramo siguiente éste será el límite anterior, pasando a ser el punto S de este tramo, el punto R del siguiente:

En el subprograma PERFIL DESLIZANTE se obtiene la bisectriz en las instrucciones 300 a 420.

Nota: Este subprograma dependiente del TOPOGRÁFICO puede utilizarse como programa principal para otras aplicaciones.

Establecido ya con límites de forma que los puntos a tratar deberán estar dentro de un cuadrilátero, debemos proceder al cálculo de la altura de los puntos. Tendremos en cuenta lo siguiente:

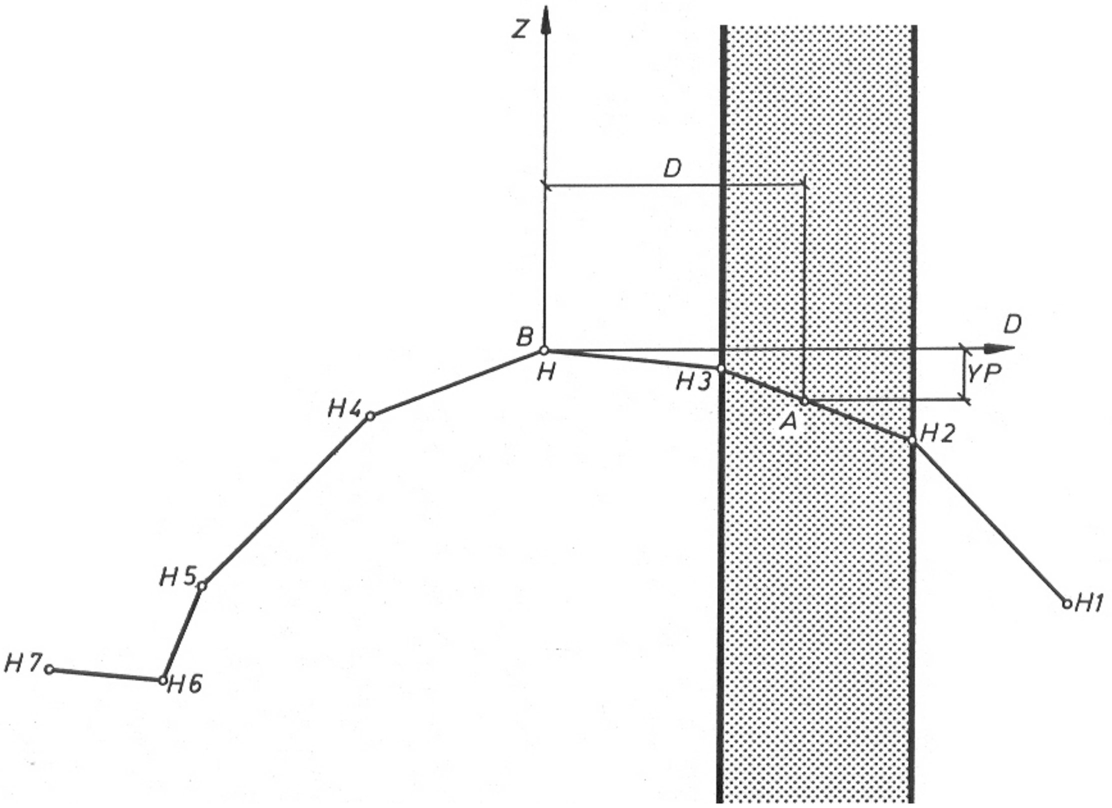

FIGURA 2-2-11-10

Ya que el perfil deslizante no tiene por qué ser simétrico, debemos saber si el punto está a la derecha o a la izquierda en el sentido del recorrido. Esto lo haremos calculando la coordenada que le corresponde a cada punto A, considerando solamente su coordenada X, es decir, hallando el punto de la recta RS que tiene la misma coordenada X que el punto a tratar.

Esto nos permitirá saber si el punto está por debajo o por encima de la recta. (También hay que hacer un estudio de las trayectorias verticales). Si a esto añadimos un estudio del sentido en que nos movemos dentro de la trayectoria, podemos identificar si estamos situados a derecha o izquierda. En las instrucciones 1000 a 1520 del subprograma PERFIL DESLIZANTE se efectúa esta identificación.

El cálculo de la altura del punto se hace sobre una sección transversal al tramo en que está situado (figura 2-2-11-10), es decir, sobre el perfil que se definió en un principio.

Los datos para obtener la altura relativa al punto principal de la sección (que será el punto que hallamos anteriormente como intersección de la perpendicular a RS desde A) son los siguientes:

DDistancia horizontal entre A y B.

Coordenadas locales de los puntosH1, H2, ..., HN respecto al punto principal.

Procedimiento: En primer lugar hay que establecer (figura 2-2-11-10) la franja vertical que corresponde a los puntos H entre los cuales se encuentra el punto A. esto se consigue fácilmente comparando las coordenadas primeras de los diferentes segmentos que se forman uniendo ordenadamente los puntos H con la distancia D obtenida anteriormente entre los puntos B y A.

Dentro de esa franja el punto A debe cumplir la ecuación de la recta que une los dos puntos H. Esto nos dará la altura relativa entre el punto A y punto B que llamaremos YP.

Sumando esta altura (ya sea positiva o negativa) a la altura del punto B obtendremos el resultado buscado.

La altura del punto B se obtendrá teniendo en cuenta que se halla situado dentro de la recta que une los puntos R y S (figura 2-2-11-11).

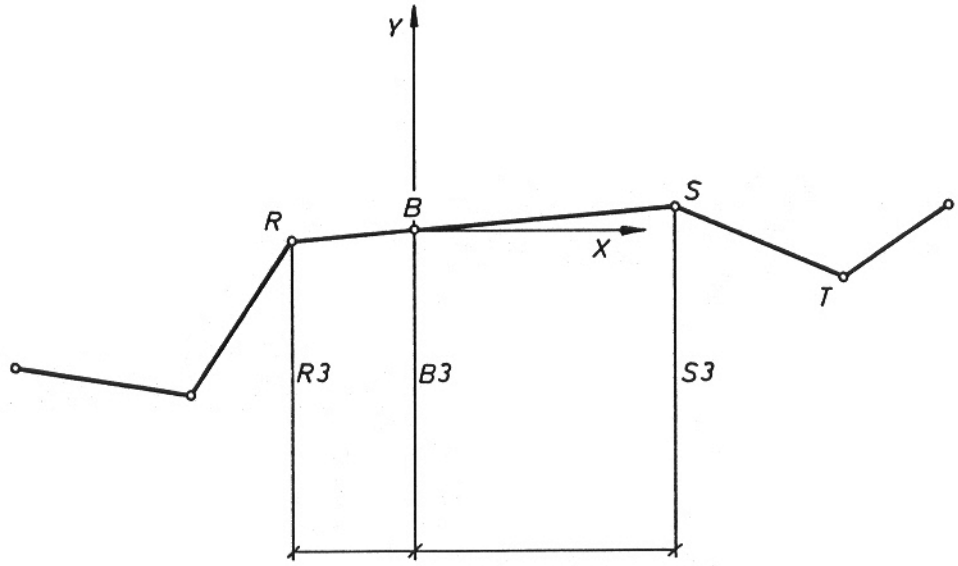

FIGURA 2-2-11-11

Ésa es la razón por la que a este entorno se le ha llamado perfil deslizante y esta parte se resuelve en las instrucciones 1600 a 1740 del subprograma PERFIL DESLIZANTE.

Veamos la resolución analítica:

Distancia entre R y S en proyección horizontal:

$$DR = \sqrt{\left[(R1 - S1)^2 + (R2 - S2)^2\right]}$$

Diferencia de altura entre R y S: S3-R3

Distancia entre B y R en proyección horizontal:

$$DB = \sqrt{\left[(B1 - R1)^2 + (B2 - R2)^2\right]}$$

La relación entre distancias será también relación entre alturas.
DW = DB/DR

La altura del punto será: $Z(I,J) = R3 + (S3 - R3) * DW + YP$

La obtención de IP será una vez determinados los puntos H entre los que se encuentra el punto A (figuras 2-2-11-10 y 2-2-11-12):

Ecuación de la recta H-H

Vector director (L7-L5), (L8-L6)

Ecuación continua$(XP - L7)/(L7 - L5) = (YP - L8)/(L8 - L6)$

Sustituyendo XP por su valor D se obtiene el valor YP a sustituir en la ecuación anterior con lo que queda finalizado el tratamiento de puntos en este entorno.

Perfiles deslizantes variables

Es una variante del entorno definido anteriormente. Consiste en ir aumentando o disminuyendo la sección a medida que se avanza por la poligonal itinerario.

Tiene a su vez dos subdivisiones:

a) Variación en las alturas y distancias horizontales.
b) Variación solamente en distancias horizontales.

En ambas opciones hay una gran parte que es común y sólo varía la parte en que se calcula la altura del punto Z(I,J).

Para calcular esa altura en ambos casos, se necesita saber la distancia horizontal medida sobre la poligonal que existe desde el inicio de ésta hasta el pie de la perpendicular trazada desde el punto de coordenadas X(I,J), Y(I,J) (Figura 2-2-11-12).

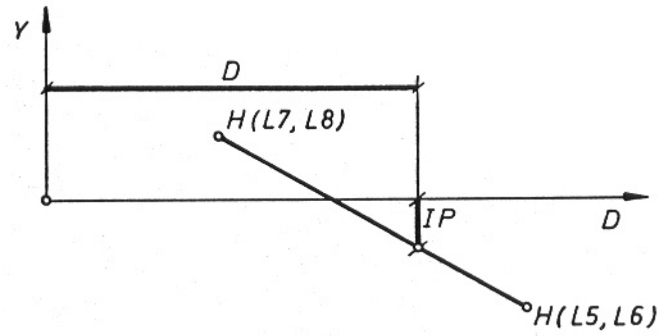

FIGURA 2-2-11-12-a

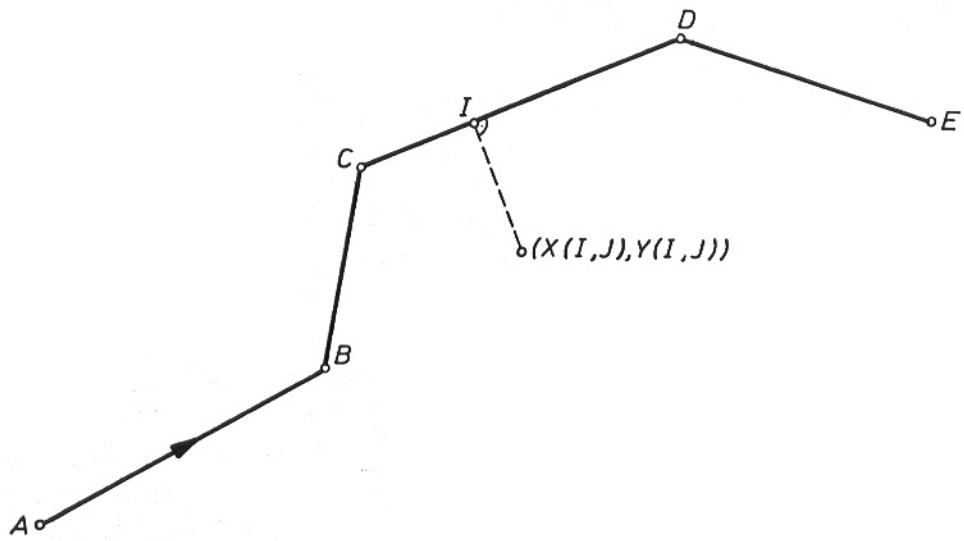

FIGURA 2-2-11-12-b

En esta figura, la distancia a que nos referimos es la suma de las distancias entre los puntos (A,B), (B,C) y (C,I).

En función de esa distancia modificaremos el perfil transversal siguiendo la ley que previamente hayamos establecido. Tenemos que determinar por tanto una variación de anchura de esa sección por unidad de longitud recorrida sobre la poligonal (casos a) y b)).

Si variamos las alturas en el mismo sentido obtendremos el caso a).

La variación de anchura que se aplica en ambos casos nos permite hallar unas nuevas primeras coordenadas de los puntos de la sección transversal simplemente multiplicando por un factor, con lo que si se trata del caso b) podríamos darle al punto ya el mismo tratamiento que se le dio cuando teníamos el perfil constante (figura 2-2-11-13).

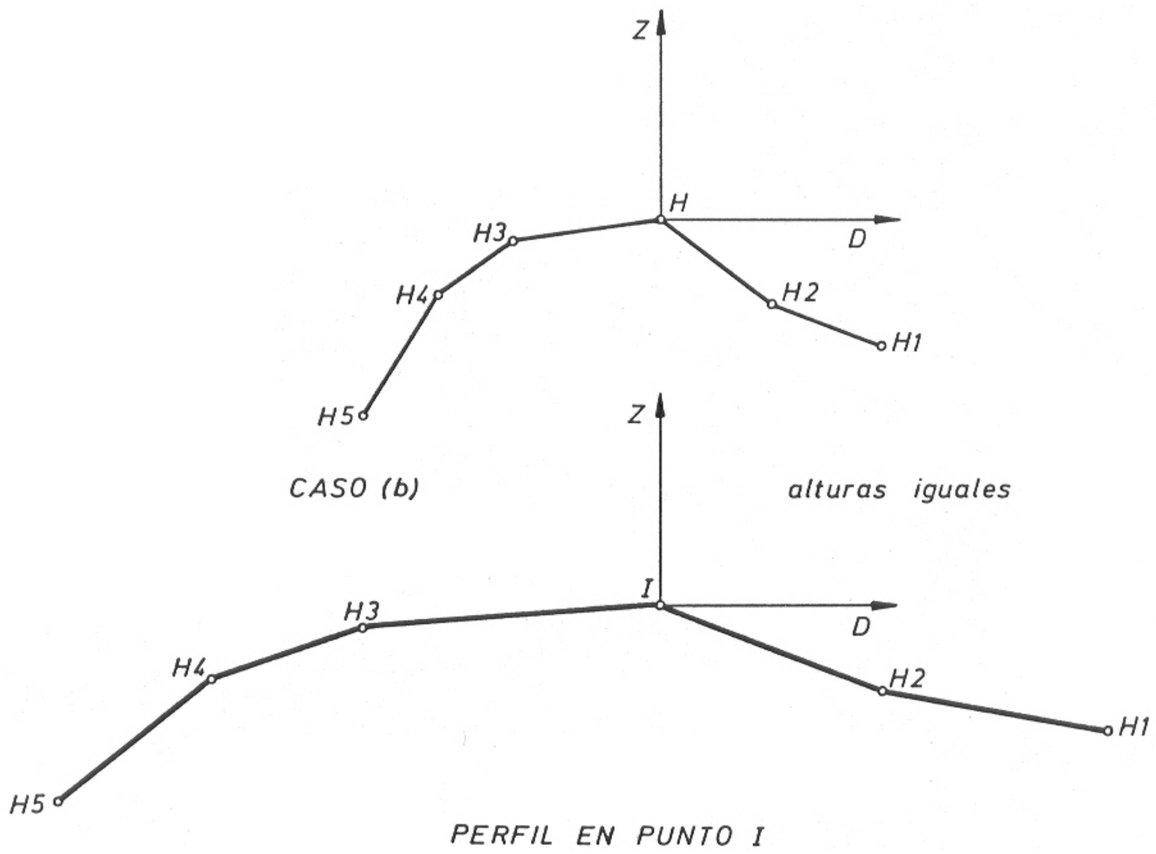

FIGURA 2-2-11-13

En el caso a) para hallar las nuevas coordenadas de la sección transversal debemos multiplicar también las segundas coordenadas de dicha sección con lo que variarán también las alturas respecto al punto de referencia (figura 2-2-11-14).

En el caso a) la sección es totalmente semejante, únicamente cambia de tamaño.

En el caso b) hay variaciones en la inclinación de los segmentos como puede apreciarse ya que las alturas de los puntos de la sección continuarán siendo las mismas.

En ambos casos la sección puede ser creciente (factor mayor que la unidad) o decreciente (factor menor que la unidad).

Los dos casos se han incorporado como opción en el subprograma PERFIL DESLIZANTE.

Previsión de otras posibilidades

Sistemas de generación de superficies hay muchos, pero adecuados para incorporar a un modelo de este tipo ya no tanto. Sin embargo vamos a perfilar algunos que podrían abordarse en una posible ampliación.

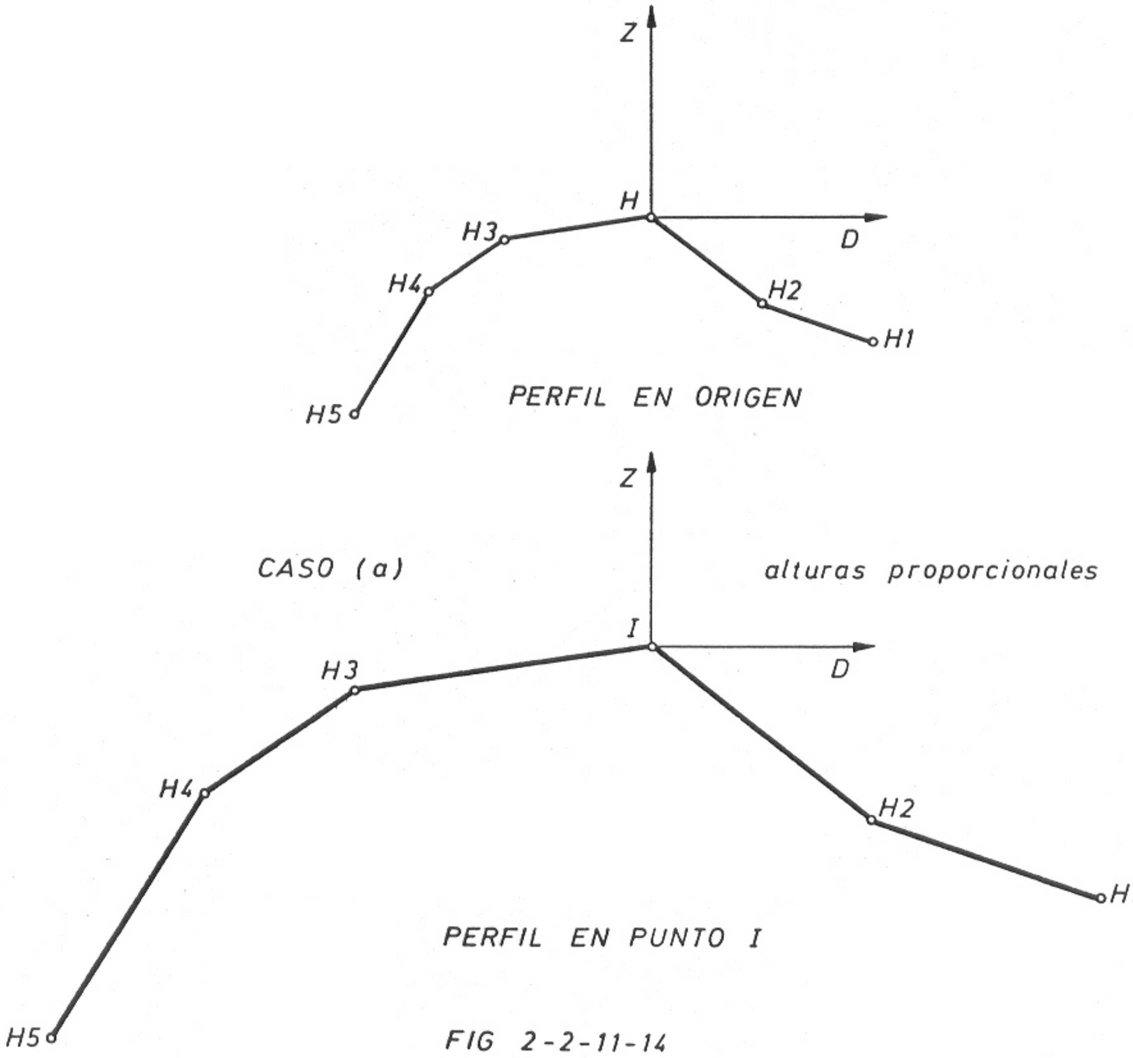

FIGURA 2-2-11-14

- Generación de superficies a través de desplazamiento de una recta sobre una curva manteniéndose dentro de planos verticales paralelos.

- Generación de superficies a través de una recta que mantiene un punto fijo y se desliza sobre una curva.

- Secciones deslizantes que se mantienen perpendiculares a la trayectoria que describen.

- Curvas conocidas que se desplazan descansando sobre otras curvas y manteniendo un punto fijo.

- Curvas que giran alrededor de un eje recto.

- Cualquiera de las formas que pueden definirse obligándolas a sufrir modificación en zonas específicas delimitadas con fronteras (por ejemplo que todos los puntos de una malla cumplan una ecuación excepto los comprendidos en valores de X=70 y X=130). etc., etc.