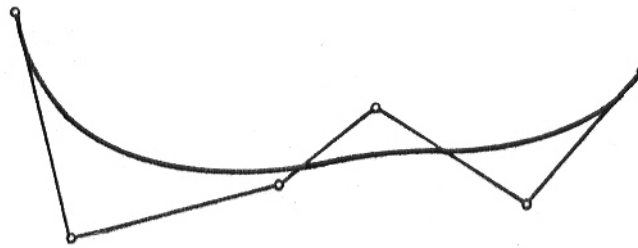


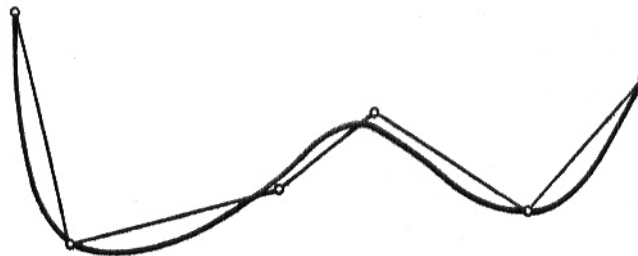
2.3.2.5 – Ejemplos de curvas



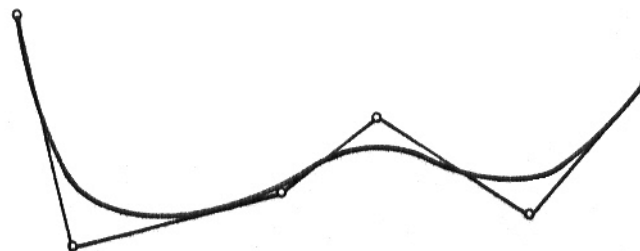
POLIGONAL Y CURVA DE BEZIER
FIGURA 2-3-2-5-A



POLIGONAL Y L-SPLINE
FIGURA 2-3-2-5-B



POLIGONAL Y SPLINE CARDINAL
FIGURA 2-3-2-5-C



POLIGONAL Y B-SPLINE
FIGURA 2-3-2-5-D

DIFERENTES TRAZADOS EN BASE A LOS MISMOS PUNTOS

2.4 - OBTENCIÓN DE LOS PUNTOS DE LAS CURVAS DE NIVEL CORRESPONDIENTES A SUPERFICIES GENERADAS MEDIANTE NUESTRO MODELO

2.4.1 - NOMENCLATURA

MZ(20,20): Variables indexadas que contienen las alturas de los 400 puntos de la malla.

ZX: Altura máxima de la retícula.

ZN: Altura mínima de la retícula

Q: Equidistancia entre los planos horizontales.

NT: Número de planos altimétricos.

D(255,2), V(255,2), W (255,2): Variables indexadas donde van a ubicarse las coordenadas horizontales correspondientes a puntos de la curva de nivel perteneciente a la altura planimétrica que se está tratando.

"P": Nombre del archivo donde van a guardarse por orden todos los puntos que confeccionaran las curvas de nivel correspondientes a una malla.

"PLOTTER": Subprograma que posibilita dibujar las curvas de nivel correspondientes a una malla en un periférico tipo plotter.

AL: Altura planimétrica que se está tratando para determinar las curvas de nivel que le corresponden.

L1, L2, L3, L4: Variables utilizadas para la identificación del tipo de cuadro que se está considerando.

LI: Número de puntos que hay en un cuadro simple pertenecientes a la curva de nivel de altura AL (intersección curva-cuadrícula).

2.4.2 - DESCRIPCIÓN Y GENERALIDADES

En la determinación de superficies no regulares está muy extendida la utilización del sistema acotado por dar una idea bastante clara de la forma que dichas superficies tienen. Dado que las que estamos tratando son de esas características, vamos a incorporar al estudio un método que nos permita ver los resultados obtenidos en la forma en que se ven habitualmente en dicho sistema.

Este método es el de obtención de las curvas de nivel que corresponden a los cortes producidos por planos horizontales distanciados entre sí una altura constante denominada "equidistancia" y proyectados posteriormente sobre un plano horizontal denominado "de referencia".

El sistema de representación acotado utiliza proyecciones ortogonales, por lo que las curvas que hemos mencionado no podrían cortarse más que en circunstancias muy especiales (oquedades, paredes de más de noventa grados, ...), circunstancias

que no podemos representar mediante modelos de alambre por ser imposible que dos puntos tengan una misma altura.

Sin embargo, para la inmensa mayoría de las aplicaciones, no es necesario ese requisito, por tanto será posible utilizar nuestro modelo y determinar las curvas de nivel obteniendo los puntos en que un plano horizontal corta la malla.

En la determinación de esos puntos de corte hay varios métodos mediante los que se obtienen resultados semejantes, pero todos están basados en el estudio cuadro a cuadro de la malla.

En un cuadro hay cuatro puntos cuyas alturas nos determinan un cuadrilátero en el espacio (que no en el plano, pues no tienen por qué ser coplanarios). Veamos los distintos tratamientos que se pueden dar para conseguir dibujar la trayectoria de la curva por el interior del cuadro.

2.4.3 - DIFERENTES OPCIONES EN LA DETERMINACIÓN DE PUNTOS DE LA CURVA

Trayectoria rectilínea en el interior del cuadro:

Este método es el más simple, pues sólo hay que obtener la intersección del plano horizontal que se está utilizando para producir las curvas (figura 2-4-3-1) y unirlos posteriormente mediante una recta que irá desde un punto de intersección hacia el otro.

Cuando en número de intersecciones del cuadrilátero con el plano es de dos puntos, no existe ningún problema pues simplemente debemos dibujar el segmento que los une. Otra cosa es cuando el número de intersecciones es 1, 3 ó 4 como puede verse en las figuras 2-4-3-2, 2-4-3-3 y 2-4-3-4.

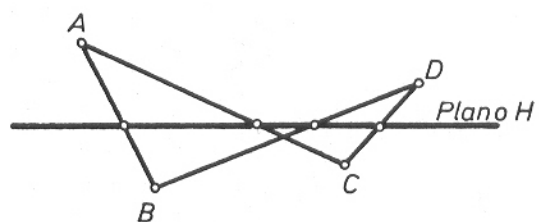
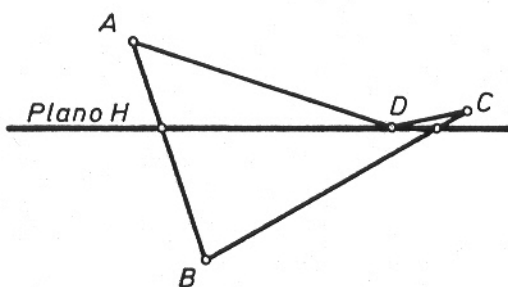
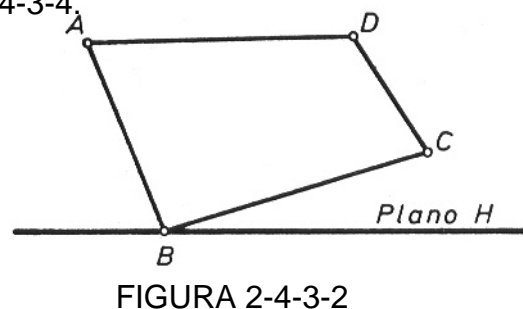
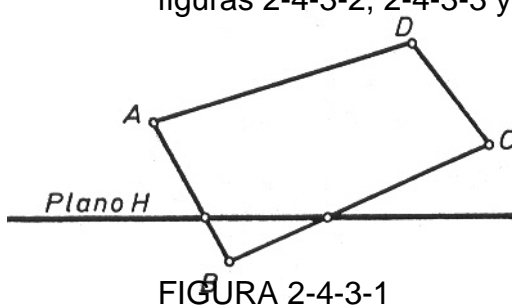


FIGURA 2-4-3-3

FIGURA 2-4-3-4

*DIFERENTES POSIBILIDADES DE INTERSECCION
PLANO HORIZONTAL - CUADRILATERO*

Los casos de 1 y 3 intersecciones son fáciles de resolver puesto que los sistemas van a ser determinados, mientras que el caso de 4 intersecciones es indeterminado y lo único que podemos hacer es adaptar la solución más lógica aunque hay dos soluciones perfectamente válidas.

Desplazamiento vertical de toda la malla:

Consiste en evitar las indeterminaciones de un número impar de puntos desplazando toda la malla una distancia lo suficientemente pequeña como para que sea significativa a efectos de cálculo y no lo sea a efectos de dibujo.

Mediante este método sólo aparecen dos posibilidades en los cuadros que son atravesados por el plano horizontal de altura fija; dos puntos de intersección o cuatro puntos de intersección.

En el equipo que nosotros utilizamos (precisión de plotter 0,1 mm), bastaría con añadir a todas las alturas de los vértices 0,05 mm.

Ajustarse a la realidad cuando en nº de puntos de intersección es de 4 es imposible, pues para cuatro vértices con estas características hay dos posiciones posibles con soluciones distintas (figuras 2-4-3-5 y 2-4-3-6).

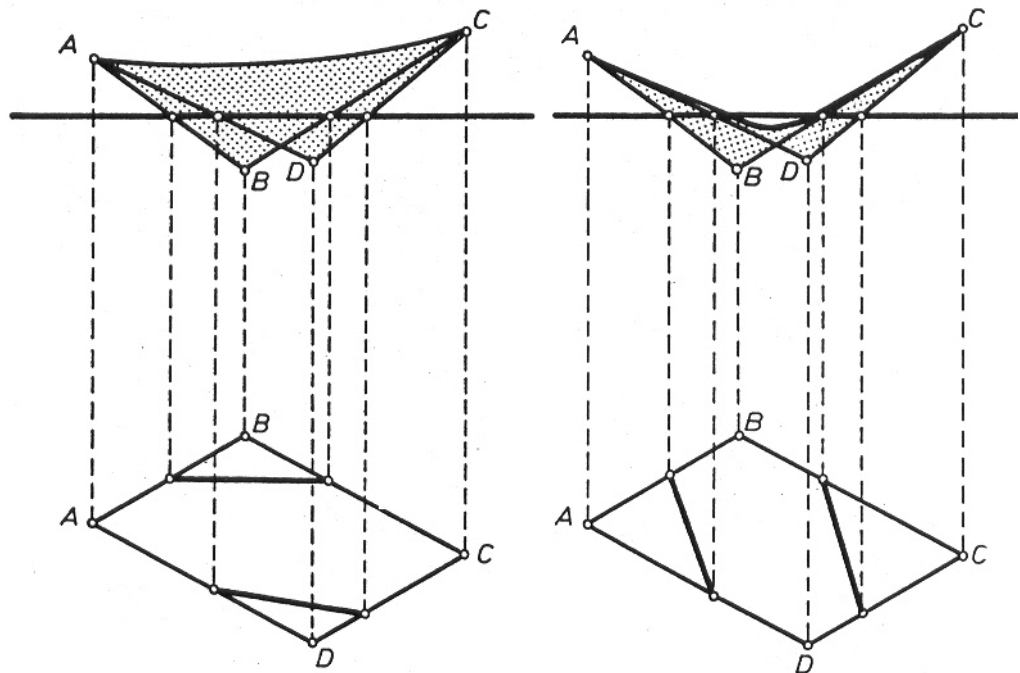


FIGURA 2-4-3-5

FIGURA 2-4-3-6

Otra opción sería desplazarse dentro de los cuadros siguiendo una trayectoria curva. Entre otras posibilidades está la de que la superficie encerrada por el cuadrilátero está generada por una recta que se desplaza paralelamente al plano vertical que pasa por uno de los lados, es decir, la cuádrica reglada que pasa por las cuatro rectas. Las figuras 2-4-3-7 y 2-4-3-8 muestran los dos casos posibles.

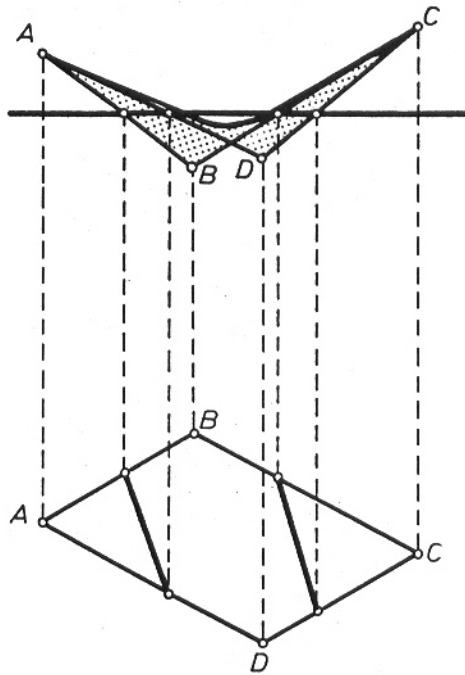


FIGURA 2-4-3-7

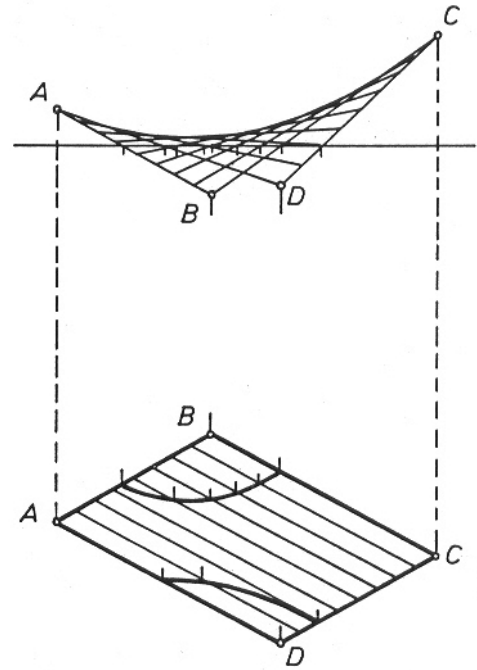


FIGURA 2-4-3-8

Mediante este sistema quedan determinados todos los casos, incluso el de los cuatro puntos de intersección, pues este método adopta siempre la misma solución, aunque en ocasiones no sea la que se corresponde con la realidad. Solamente cuando la altura del plano horizontal coincide con el punto silla exactamente, la intersección son dos rectas (ver las soluciones que adoptan las curvas a medida que se varía el plano de corte en la figura 2-4-3-9)

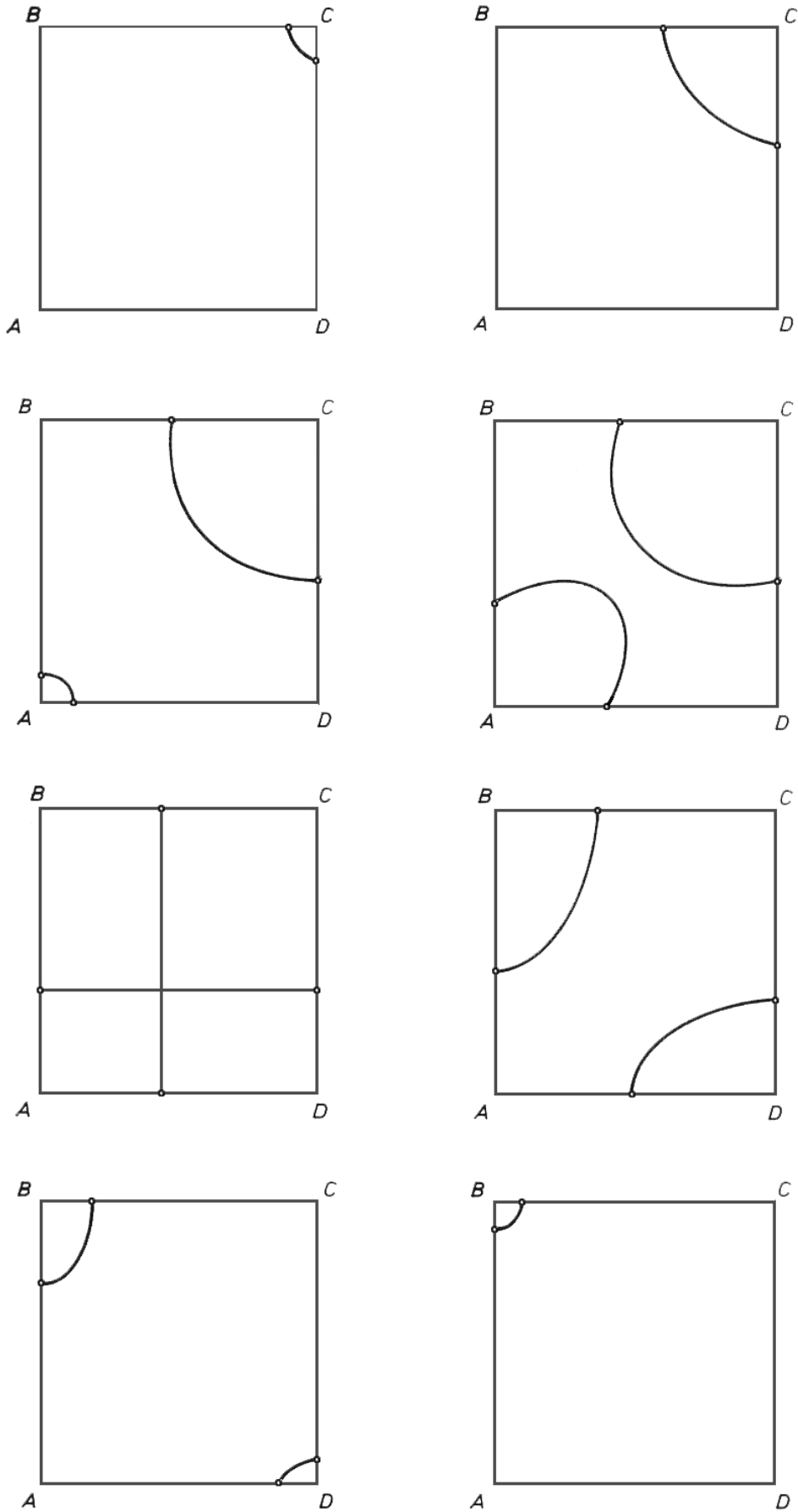


FIGURA 2-4-3-9

2.4.4 - CASOS DIFERENCIADOS QUE SE PUEDEN PRESENTAR

En todos los casos que hemos comentado anteriormente, se parte de las alturas de los cuatro puntos de un cuadro. Únicamente el proceso de selección del cuadro es variable en un mismo caso.

Podemos resolver uno a uno todos los cuadros y dibujar el resultado independientemente sin considerar la trayectoria de la curva en el cuadro contiguo, o bien tal como hemos actuado nosotros, ir explorando los cuadros para una altura y una vez detectado un lugar de paso de la curva, no dejarla hasta finalizar en el punto donde se comenzó, o salirse fuera de la cuadrícula. En el caso de salirse fuera de la cuadrícula hemos hecho una diferenciación entre dos posibilidades:

- a) Que el inicio de la curva sea extremo de la cuadrícula.
- b) Que el inicio de la curva sea un punto intermedio.

En el caso a) pasaríamos a buscar otra curva siguiendo la exploración hasta completar todos los cuadros sin que aparezca una curva de la misma altura.

En el caso b) convertiríamos el último punto hallado en primero de la curva, recuperando los puntos anteriores hasta llegar al primero para continuar por ese lado hasta salir de nuevo de la cuadrícula, con lo que esa rama de curva se considerará completa (esto es particularmente útil en los dos primeros sistemas).

Con respecto al paso de las curvas de nivel, un cuadro puede adoptar las siguientes posiciones:

- Estar sus puntos totalmente por encima o totalmente por debajo de la cota o altura que estemos considerando, AL (no hay ningún punto de intersección), por lo tanto no hay curva en el cuadro y debemos pasar a la exploración de otro cuadro.

- Ser el punto más bajo o más alto del cuadrilátero coincidente con la cota o altura AL, (hay un punto de intersección); forzosamente ese punto debe ser un vértice y como tal pertenecerá a varios cuadros por lo que podemos obrar de igual modo que en el caso anterior.

- Que el cuadrilátero tenga dos puntos de altura igual a la cota (dos puntos de intersección). Es el caso más típico de cuadro a resolver y hay que distinguir entre dos posibilidades (en el primer y tercer sistema):

- a) Que los puntos sean vértice del cuadrilátero.
- b) Que sean puntos del interior de los segmentos (al menos uno).

Considerando la primera de las posibilidades tendríamos (figura 2-4-4-1) que identifica el tipo de cuadro entre todas las formas posibles.

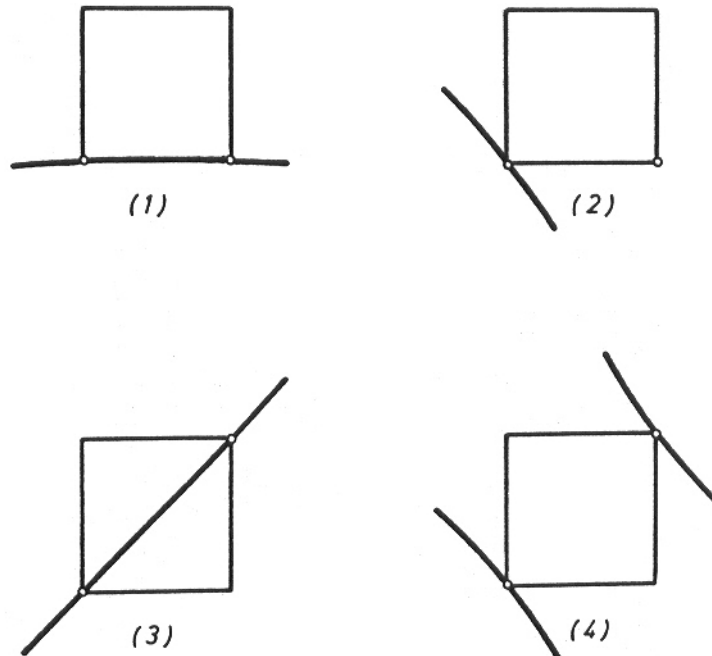


FIGURA 2-4-4-1

CUADRO CON DOS PUNTOS DE INTERSECCION (VERTICES)

Esencialmente son cuatro las formas posibles si no tenemos en cuenta el número de vértices, pero como para un tratamiento sistemático hay que tener en cuenta el vértice de que se trata, el número real de posibilidades es mayor.

Hecha esta salvedad, simplemente nos quedaría saber cómo identificar los casos en los que siendo los puntos iguales, sus soluciones no lo son. Para ello no hay más remedio que estudiar el entorno, es decir, los cuadros que concurren en el mismo vértice. Si entramos por un vértice alrededor del cual no existe ningún otro punto de igual altura, quiere decir que hemos de atravesar el cuadro que estamos estudiando (figura 2-4-4-1 casos (1) y (3)). En caso contrario obraremos en función del tipo de cuadro que encontremos alrededor.

En la segunda posibilidad, el cuadrilátero debe ser atravesado por la curva desde el punto de entrada hasta el punto de salida. Es el caso más frecuente y no entraña más que la dificultad de encontrar los puntos de intersección para poderlos unir (figura 2-4-4-2).

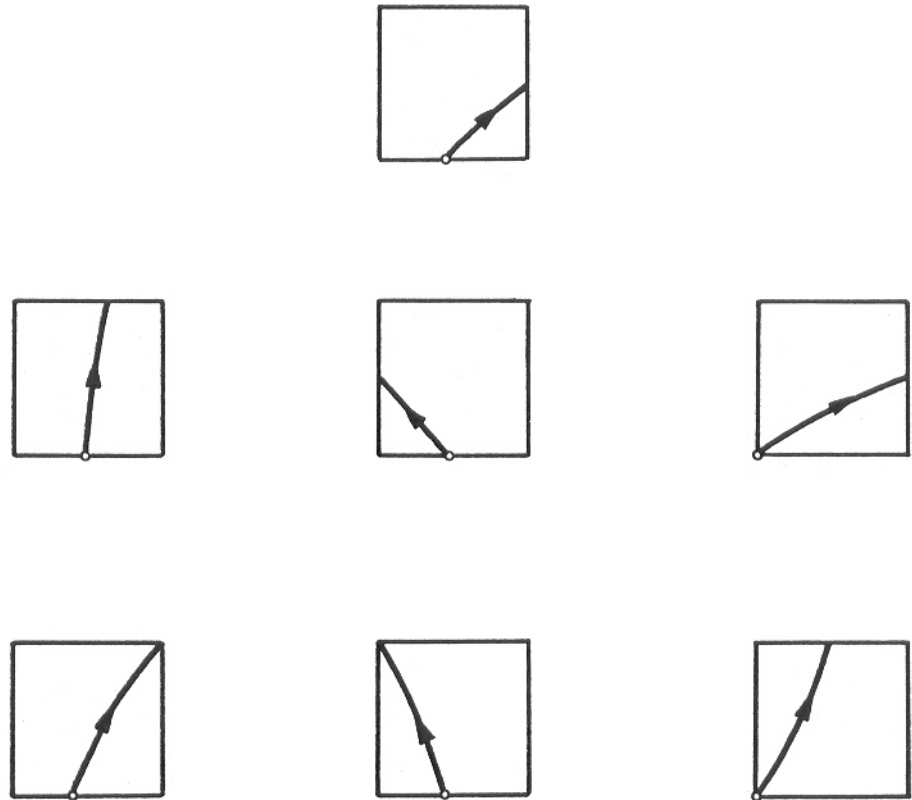


FIGURA 2-4-4-2

CUADRO CON DOS PUNTOS DE INTERSECCION

- Que el cuadrilátero tenga tres puntos de altura igual a la cota (tres puntos de intersección). Veamos las posibilidades que hay para el primer y tercer sistema (en el segundo sistema se eliminan los vértices y por tanto este caso no aparecería).

Este caso implica que forzosamente debe haber un vértice del cuadrilátero por donde pasa la curva. para poder sistematizar su tratamiento hay que hacer una clasificación según el nº de vértices intersección:

Caso de un solo vértice (fig. 2-4-4-3). Sólo hay uno y su solución no es problemática ya que consiste en desestimar el vértice en el caso que entremos por él o unir los otros dos puntos en caso que entremos por alguno de ellos.

Casos de dos vértices de intersección. Para resolver este sistema es necesario estudiar los cuadros de alrededor. si entramos por un vértice tenemos dos posibilidades, una de ellas es desestimar ese cuadro, la otra, es ir hacia el punto que no es vértice (figura 2-4-4-3 b y c).

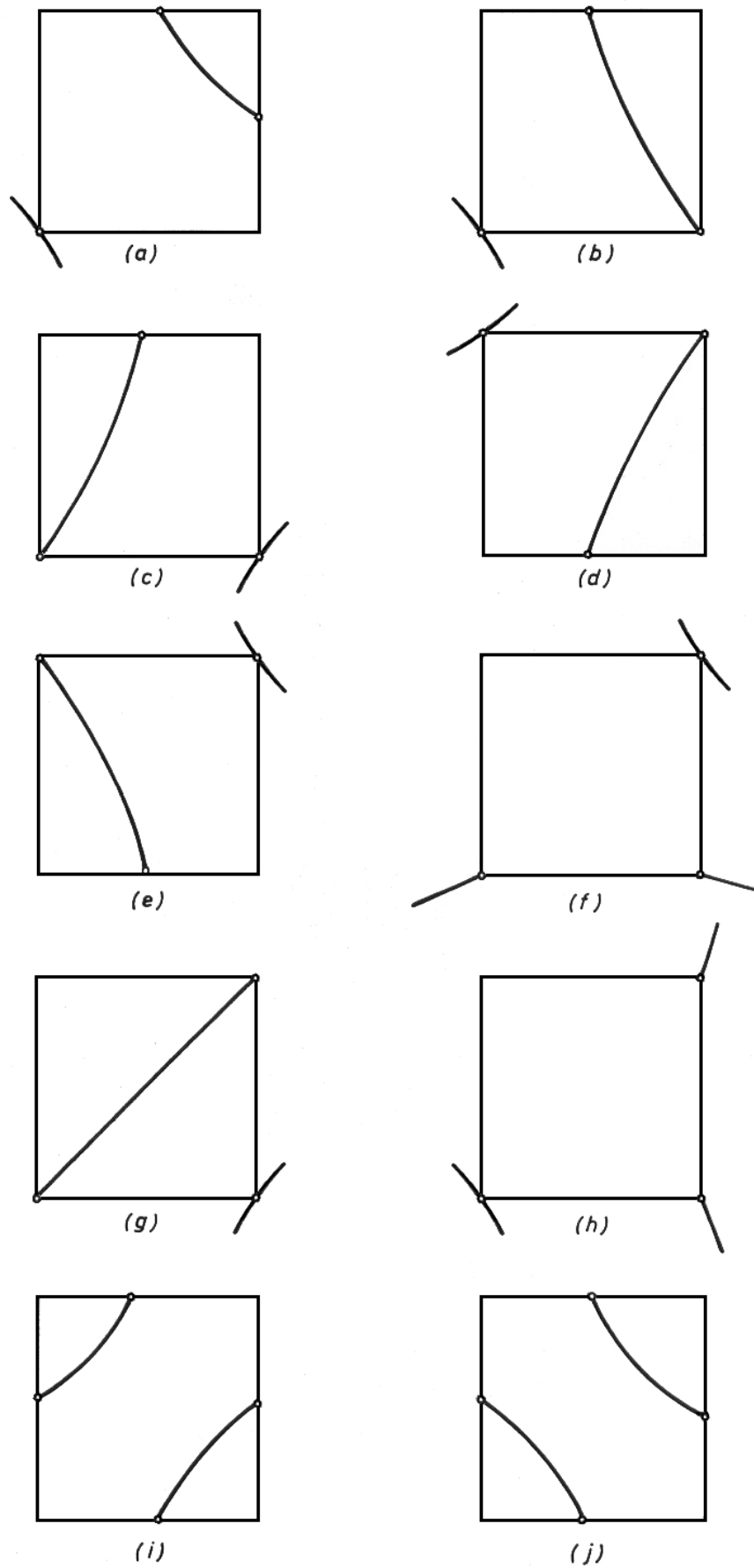


FIGURA 2-4-4-3

Si la entrada se produce por el punto que no es vértice, las opciones son ir hacia uno u otro vértice (figura 2-4-4-3 d y e).

Casos de tres vértices. Para resolver este caso también debemos considerar el entorno ya que sea cual sea el vértice por el que entremos, siempre sería posible ir hacia uno de los otros dos o desestimar ese cuadro (figura 2-4-4-3-f-g y h).

- Que el cuadrilátero tenga cuatro puntos de altura igual a la cota (cuatro puntos de intersección). Es el caso más típico de indeterminación y ya hemos hablado de él con anterioridad al establecer los tres sistemas de resolución de cuadros.

Sólo hay dos posibilidades, éstas quedan reflejadas en la figura 2-4-4-3 i y j. sea cual sea el lugar de entrada, debemos salir por uno de los lados del cuadrilátero contiguos al que nos ha servido de entrada. Puesto que las dos soluciones son posibles, adoptaremos la más lógica, que es la que mantiene la tangente del mismo sentido (es decir, si la penetración al cuadro se hace con tangente positiva en el cuadro de cuatro puntos se desplazará la curva hacia el lado de tangente positiva y viceversa).

La solución nunca adoptará la forma de la figura 2-4-4-4 a, sino que siempre adoptará la de la figura 2-4-4-4 b.

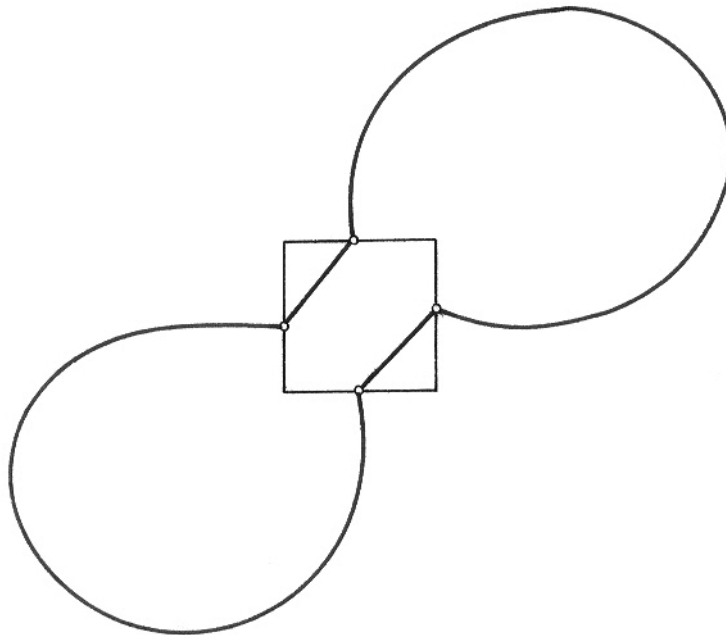


FIGURA 2-4-4-4-a

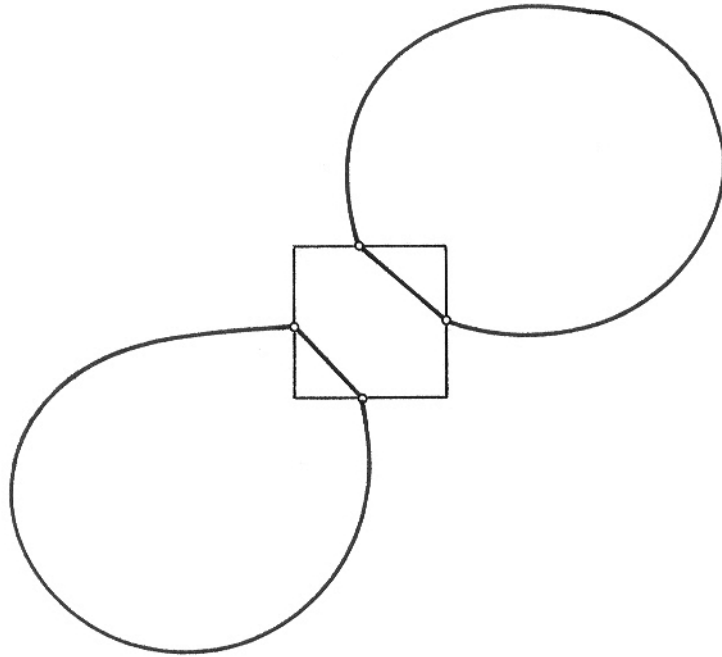


FIGURA 2-4-4-4-b

2.4.5 - DETECCIÓN DE LOS LADOS DEL CUADRO POR DONDE PASA LA CURVA

En una primera identificación del tipo de cuadro interesa conocer el número de lados que contienen puntos de altura AL, así como los lados de que se trata.

Para ello usaremos la variable LT que contendrá el número de lados que tienen la altura AL y las variables L1, L2, L3 y L4 que tendrán valor de 1 ó 0 según contengan o no la altura AL los lados que representan. La figura 2-4-5-1 muestra la identificación de estos lados en función de los vértices de la malla.

Estos lados se consideran segmentos abiertos en un extremo y cerrados en otro para evitar que los vértices puedan ser considerados como pertenecientes a dos lados.

La variable MZ(A,B) contiene las alturas de los vértices. En estas circunstancias el algoritmo que facilita la identificación del cuadro es el que se ha incorporado en el programa CURVAS DE NIVEL instrucciones 8000 a 8070.

El número de vértices así como los lados que contiene un vértice, quedan concretos en el algoritmo comprendido entre las instrucciones 7400 y 7460 donde V1, V2, V3 y V4 son variables cuyo estado 1 ó 0 indican si el lado del mismo número (figura 2-4-5-1) contiene o no en su vértice la altura AL. La variable VT indica el número de vértices que contiene el cuadro.

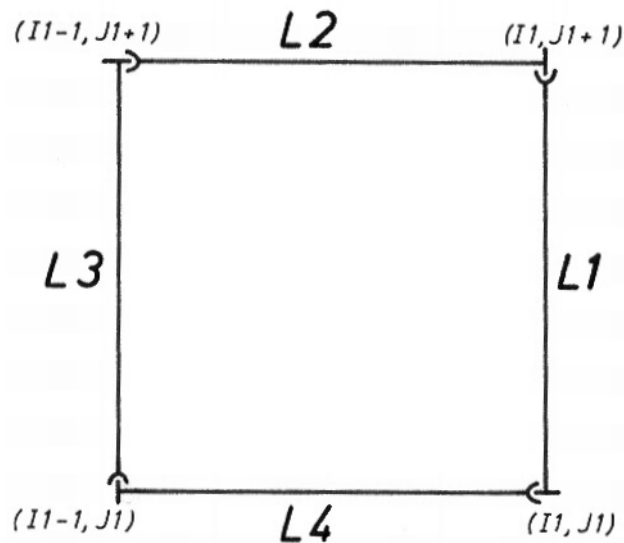


FIGURA 2-4-5-1

2.4.6 - OBTENCIÓN DEL PUNTO DE INTERSECCIÓN EN EL LADO EN QUE ESTÉ SITUADO

La intersección del plano de altura AL con el segmento se obtiene mediante la ecuación de la recta que une los extremos del segmento. Para sistematizar esta obtención, se realiza un cambio de variables haciendo que los extremos del segmento sean los puntos $[A, B, MX(A, B)]$ y $[C, D, MZ(C, D)]$ y posteriormente $[A, B, Z1]$ y $[C, D, Z2]$.

La ecuación de la recta en el espacio será:

$$(X - A) / (C - A) = (Y - B) / (D - B) = (AL - Z1) / (Z2 - Z1)$$

De donde se deduce:

$$X = (AL - Z1) * (C - A) / (Z2 - Z1) + A$$

$$Y = (AL - Z1) * (D - B) / (Z2 - Z1) + B$$

Ecuaciones que dan la posición horizontal de los puntos de intersección (pues su altura será AL) y en las que solamente hay que prever que $Z2$ no sea igual a $Z1$, pues esto significaría que los dos extremos del segmento tienen altura AL .

En las instrucciones 9000 a 9550 del programa CURVAS DE NIVEL se realiza el cambio de coordenadas así como la obtención de los puntos de altura AL en el cuadrilátero.

2.4.7 - SECUENCIA LÓGICA EN EL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LAS CURVAS

Veamos la secuencia que se ha seguido para obtener la visualización de la malla por curvas de nivel:

- En primer lugar se hace una lectura del fichero donde se encuentran las coordenadas de los puntos de la malla (en el programa, archivo "COTAS"). Esta lectura debe ser ordenada para de esa forma identificar las alturas con los subíndices I,J de la variable indexada MZ(I,J). Esta labor se realiza en las instrucciones 200 a 240 del programa.
- Elección de la equidistancia Q realizada en la instrucción 510.
- Determinación del número de planos alimétricos NT. Se realiza a partir de la altura máxima ZX y mínima ZN de la malla que hay que hallar previamente. Esto se realiza en las instrucciones 300 a 530 del programa.
- Elección de las alturas a considerar. Se comienza por la altura mayor de las que deben considerarse, AY, calculada a partir de los datos anteriores y que será el múltiplo de la equidistancia más cercano por defecto a la cota máxima ZX. Se termina por la altura menor de las que deben considerarse que será el múltiplo de la equidistancia más cercano por exceso a la cota mínima ZN, instrucción 520 del programa.
- Con la altura a considerar AL se realiza un proceso sistemático recorriendo cuadro por cuadro la malla hasta encontrar uno que contenga algún punto de altura AL.
- Se identifica la posición del cuadro en la malla. Si se trata de un cuadro extremo y hay un punto de altura AL que linda con el borde de la malla, nos desplazaremos siguiendo la dirección de la curva hacia el interior de la malla (el procedimiento para obtener los puntos de la curva está descrito en el apartado 2.4.5 y 2.4.6). No abandonaremos la curva hasta volver a salir al exterior de la malla, por lo que nos desplazaremos de un cuadro a otro a través del punto de salida del anterior, que será el punto de entrada del siguiente.

En el caso que no sea una curva que sale fuera de la malla, nos desplazaremos en cualquier sentido siguiendo el mismo procedimiento y sólo abandonaremos la curva si regresamos al mismo punto por el que hemos empezado. En caso de salir fuera de la malla, consideraremos extremo de la curva el punto de salida, e iremos en sentido contrario hasta volver a salir fuera de la malla como en el caso anterior.

- Tras finalizar una curva de altura AL, seguimos explorando los diferentes cuadros hasta encontrar un punto de intersección que no haya sido de las anteriores curvas de la misma altura, o bien, hasta completar toda la malla. Caso de encontrar otro punto, seguiríamos el proceso del apartado anterior hasta completarla y así sucesivamente hasta que no queden puntos de altura AL que no hayan sido tratados.

- Restaríamos la altura AI a la equidistancia Q para obtener otra altura AL (la inmediata inferior) repitiendo el mismo proceso. Cuando la nueva altura AL sea inferior a la mínima, el proceso estará finalizado.
- Para obtener las poligonales de puntos que constituirán las diferentes curvas, se grabarán en un archivo una vez completadas, las que tienen una misma altura AL . Para diferenciar unas de otras, se pueden usar ceros como separadores. En el programa CURVAS DE NIVEL esto se realiza en las instrucciones 3080 a 3110.
- Por último se procede a su trazado mediante el subprograma PLOTTER en la instrucción 3150, obteniendo de esta forma una poligonal que sería la unión de todos los puntos de forma ordenada pero con tramos rectos.

2.4.8 - VISUALIZACIÓN EN PANTALLA, IMPRESORA Y PLOTTER

El programa CURVAS DE NIVEL permite ver sobre pantalla cómo se van formando las curvas de nivel (en forma poligonal) y por tanto podemos hacer un "volcado" de pantalla para obtener su visualización mediante una impresora matricial.

La única dificultad que se presenta a la hora de obtener la representación gráfica sobre el plotter estriba en la simple conversión de unidades que requieren los diferentes periféricos. Mientras que las unidades de pantalla (y por tanto las de la impresora) requieren coordenadas relacionadas con el número de puntos de la pantalla, el plotter requiere coordenadas en décimas de milímetro.

El criterio que se ha adoptado en este programa es trabajar en décimas de milímetro y convertir dividiendo por 10 estas unidades, en unidades de pantalla.

Manteniendo dos dígitos significativos también es posible operar a la inversa, es decir, multiplicar por 10 para operar con el plotter y utilizar la parte entera para la visualización por pantalla o impresora. Las figuras que siguen ilustran algunos ejemplos obtenidos a través de impresora y plotter.