

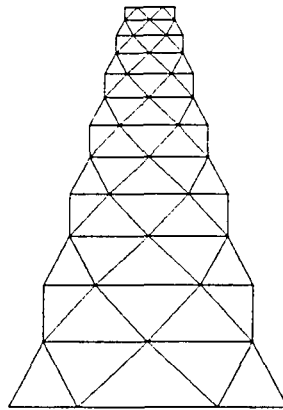
Tesis doctoral

**LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS
EN LA
ARQUITECTURA DE GAUDÍ**

*Las chimeneas del Palau Güell.
Construcción y geometría práctica en un ejemplo*

TOMO I

UPC
BIBLIOTECA RECTOR GABRIEL FERRATE
Campus Nord



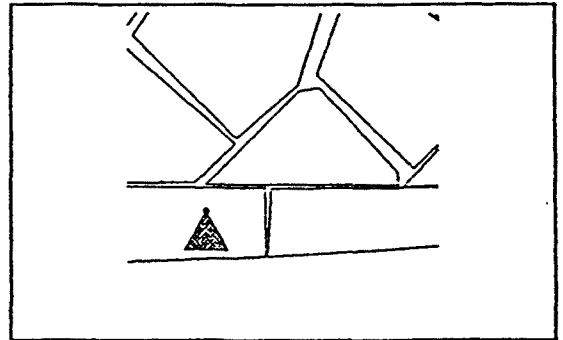
GUSTAVO J. NOCITO
Departament d'EGA I. ETSAB. UPC. Barcelona
Tesis dirigida por Lluís Villanueva Bartrina

RESSENYES DELS PUNTS DE CONTROL

XEMENEIA - PALAU GÜELL

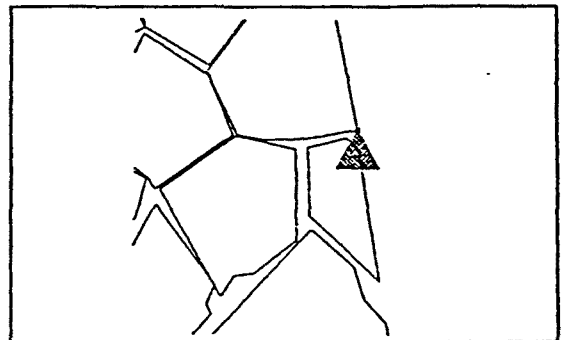
PUNT: 1 X: 13.537
 Y: 13.444
 Z: 9.807

Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la segona rajola blanca, començant per l'esquerra, del peu de la base.



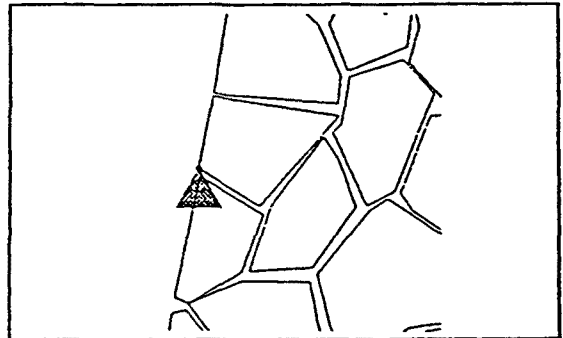
PUNT: 2 X: 13.564
 Y: 14.014
 Z: 10.076

Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la primera rajola blanca amb estampada de la part inferior dreta de la base.



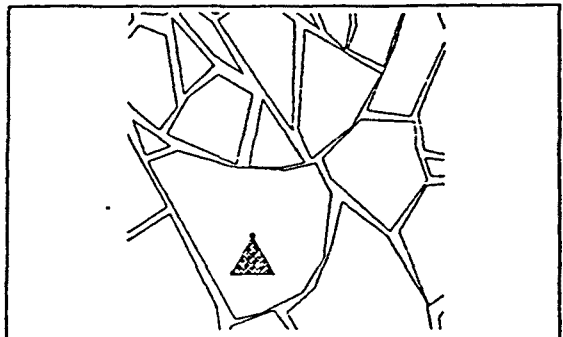
PUNT: 3 X: 13.459
 Y: 13.161
 Z: 10.246

Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat sobre la segona rajola blanca estampada de la part inferior esquerra de la base; col·locat a l'aresta de les dues cares de la xemeneia.



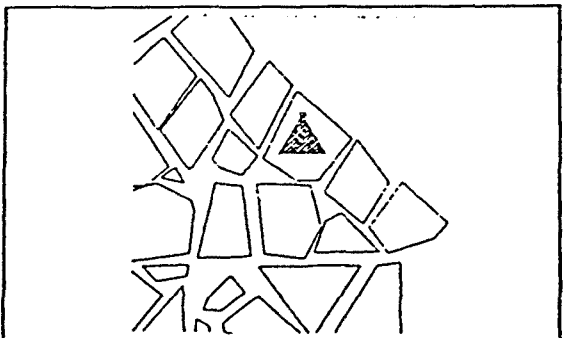
PUNT: 4 X: 13.353
 Y: 13.594
 Z: 11.114

Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola blanca de la part superior central de la base, a prop del començament del tronc de la xemeneia.



PUNT: 5 X: 13.424
 Y: 13.855
 Z: 12.238

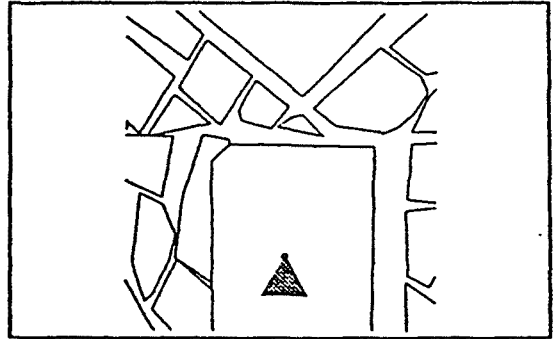
Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la tercera rajola de la part lateral dreta de la forma triangular dreta que hi ha a la part inferior del barret.



XEMENEIA - PALAU GÜELL

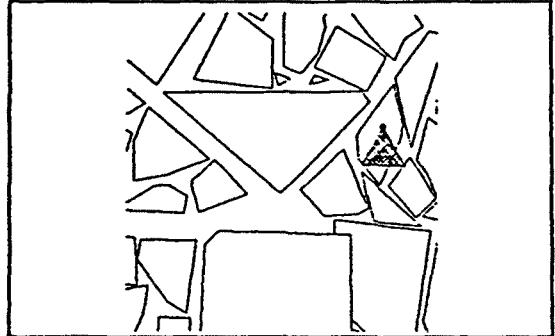
PUNT: 6 X: 13.554
Y: 13.565
Z: 12.025

Situació: Des del punt D. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola rectangular frontal blava del tronc de la xemeneia.



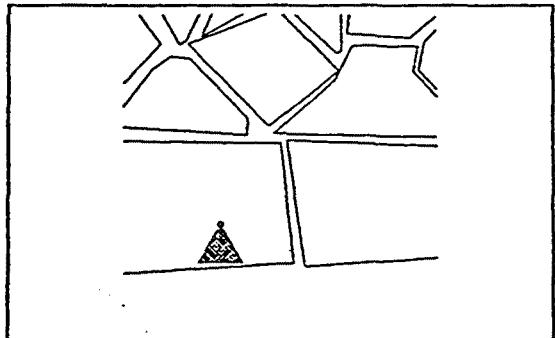
PUNT: 7 X: 13.380
Y: 13.271
Z: 12.191

Situació: Des del punt D o C. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola blanca més propera al vèrtex esquerra de la forma triangular esquerra que hi ha a la part inferior del barret.



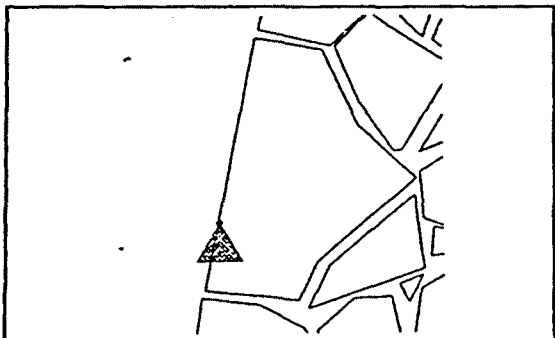
PUNT: 8 X: 13.092
Y: 13.112
Z: 9.763

Situació: Des del punt C o B. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola central blanca del peu de la base de la xemeneia.



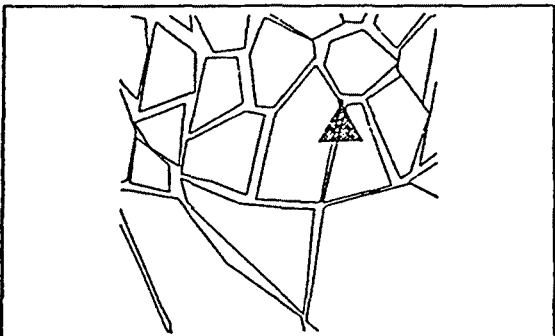
PUNT: 9 X: 12.660
Y: 13.260
Z: 10.472

Situació: Des del punt C o B. Vèrtex superior del triangle vermell, situat sobre la primera rajola blava de la part inferior esquerra de la base; col·locat a l'aresta de les dues cares de la xemeneia.



PUNT: 10 X: 13.071
Y: 13.345
Z: 11.241

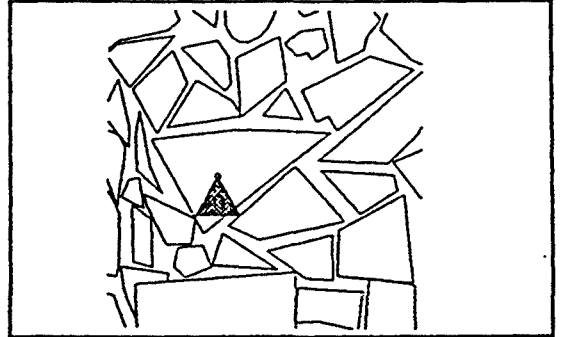
Situació: Des del punt C o B. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la primera rajola blava de la part inferior central del tronc de la xemeneia.



XEMENEIA - PALAU GÜELL

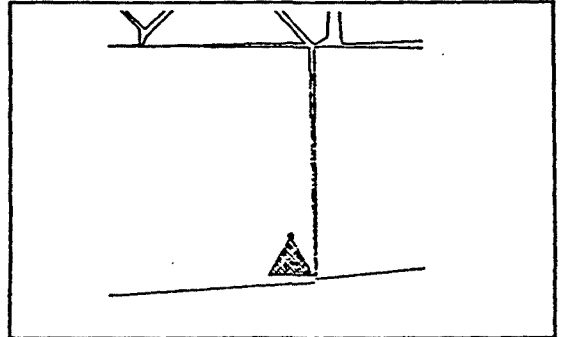
PUNT: 11 X: 12.830
 Y: 13.229
 Z: 12.200

Situació: Des del punt B o A. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola blanca triangular, a la part inferior de la forma romboidal amb forat, de la part baixa del barret.



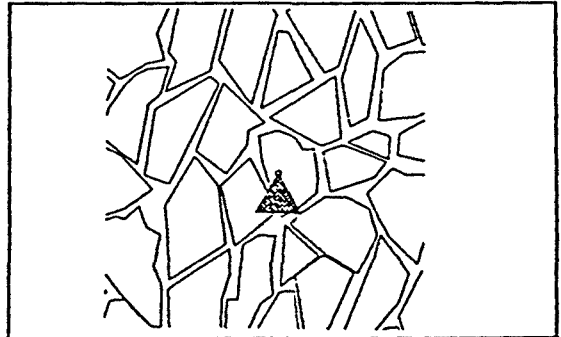
PUNT: 12 X: 12.544
 Y: 13.570
 Z: 9.699

Situació: Des del punt A. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola central blanca del peu de la base de la xemeneia.



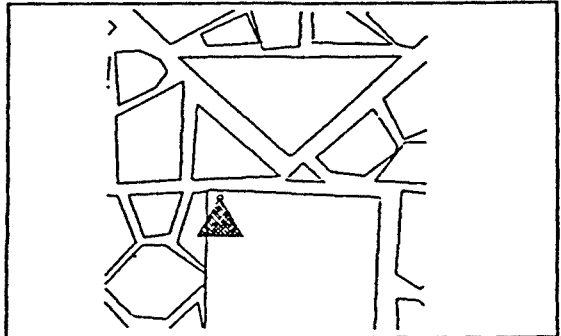
PUNT: 13 X: 12.815
 Y: 13.602
 Z: 11.331

Situació: Des del punt A. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la primera rajola blanca de la part inferior central del tronc de la xemeneia.



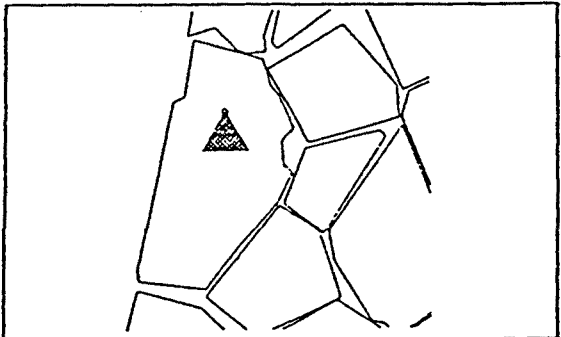
PUNT: 14 X: 12.628
 Y: 13.669
 Z: 12.117

Situació: Des del punt A. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la rajola rectangular frontal blanca amb estampat, del tronc.

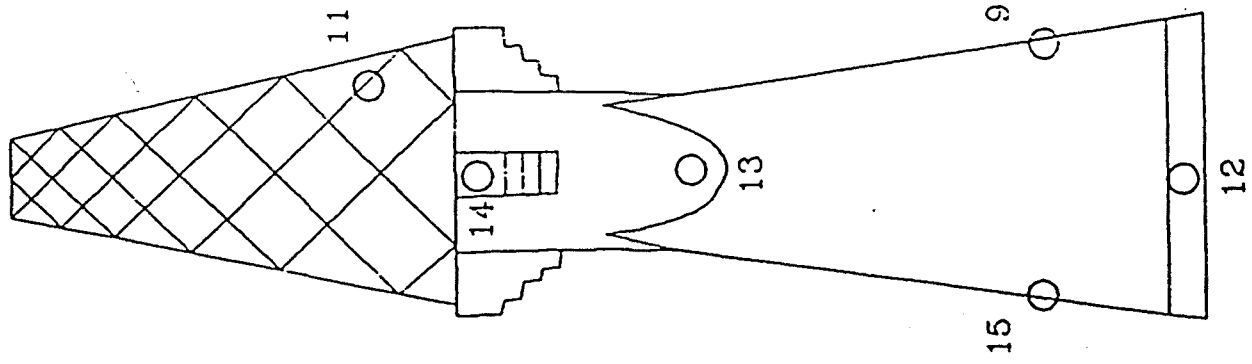


PUNT: 15 X: 12.701
 Y: 13.967
 Z: 10.412

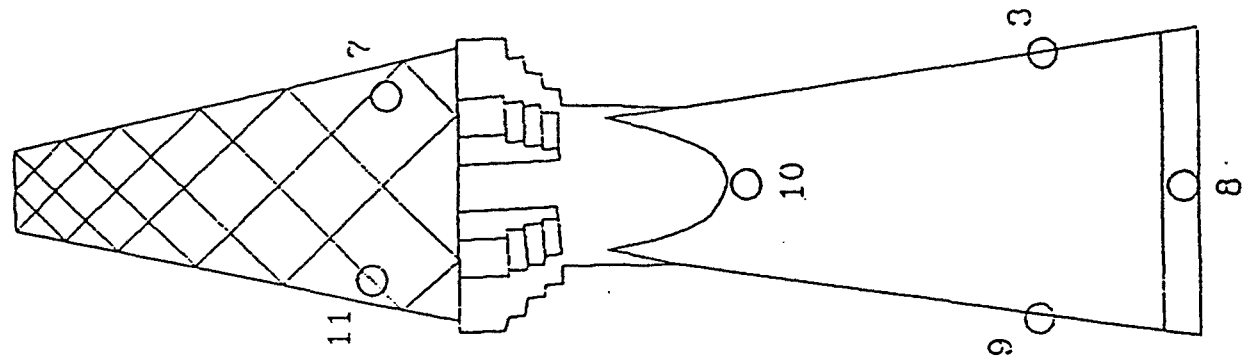
Situació: Des del punt A. Vèrtex superior del triangle vermell, situat a la segona rajola blava de la part lateral esquerra de la base de la xemeneia.



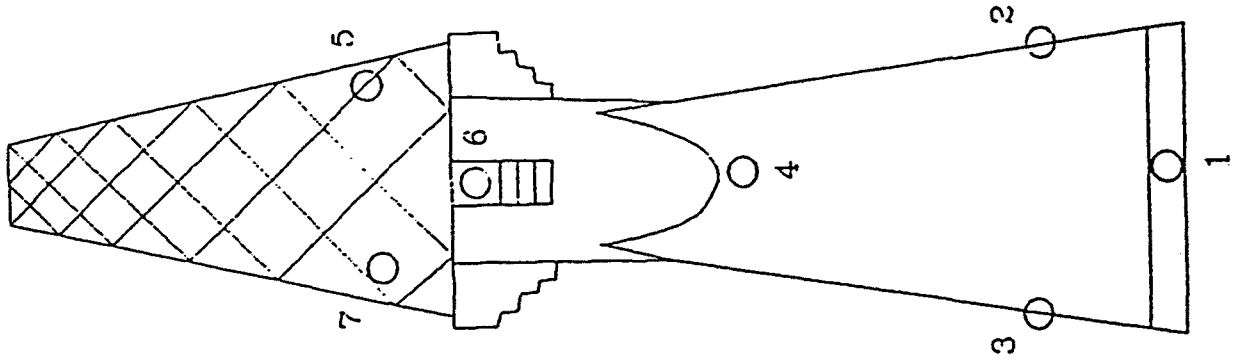
A i B



B i C



C i D



FULL DE DADES DE CAMP

Treball: Punt 5 Central
 Lloc: Palau Gual
 Data: Juny 1986
 Aparell: 02: K72

Estació	i	P.Visat	L.Horitzontal	L.Vertical	Distància	Observacions	
D	1.560	C	187,15565	122,64965	3,418		
		B	260,00549	113,14816	8,138		
		1	290,43330	127,76080			
		2	299,98115	123,60395			
		3	285,65605	121,01535			
		4	292,66060	107,14780			
		5	296,98700	89,09500			
		6	292,50115	92,15705			
D		7	287,46930	89,82970			
		C	187,15080	122,64950	3,418		
		B	260,00610	113,14960	8,138		
B	1.580	D	192,92155	111,61540	8,100		
		C	219,27130	109,60020	7,334		
		A	122,54255	129,81230	4,214		
		3	172,12820	116,27010			
		8	169,06660	123,63895			
		9	162,81710	114,87090			
		10	166,55150	103,23330			
		11	165,07310	89,30800			
		12	158,68175	124,46660			
		13	161,49590	101,98595			
		14	158,83720	90,97330			
		15	157,32440	113,85230			

13.2. Aparells fotogramètrics.

- Càmera Rolleiflex 6006.

Aquesta va ser la càmera emprada per efectuar totes les preses fotogràfiques que es van realitzar durant el projecte, destinades als processos de restitució. Aquesta pertany al departament d'Expressió Gràfica Arquitectònica de l'Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Barcelona.

Es pot considerar una càmera semi-mètrica i està proveïda d'una xarxa de 121 creus (11x11) dins els 60 x 60 mil·límetres del seu format. Les velocitats de treball van dels 1/500 als 30 segons; disposa a més de la posició B que permet efectuar exposicions més llargues. Disposa d'un suport orientable que dona àmplies possibilitats de treball. La pel·lícula, és transportada per un motor que permet obtenir exposicions senzilles o bé treballar de forma contínua.

Les principals característiques tècniques d'aquesta càmera són :

- Distància focal : 40 i 80 mm.
- Distància principal : variable
- Posició del punt principal : central
- Distància de treball :
 - mínima : 0,5 metres
 - màxima : no límit
- Format : 60 x 60 mm.
- Reticula : 11 x 11
- Material fotogràfic : pel·lícula de 120, 220 ó 70 mm.
- Diafragma : variable amb l'objectiu
- Profunditat de camp : variable amb l'objectiu

Els certificats de la calibració d'aquesta càmera, tant per a l'objectiu de 40 mil·límetres com pel de 80, es poden consultar al final d'aquest apartat.

Camera Calibration

25.03.1991

Owner CIMAT FOTO S.A.
Francisco Navacerrada, 5
28028 Madrid
SPAIN

Rolleiflex 6006 metric No.: 511 400 043

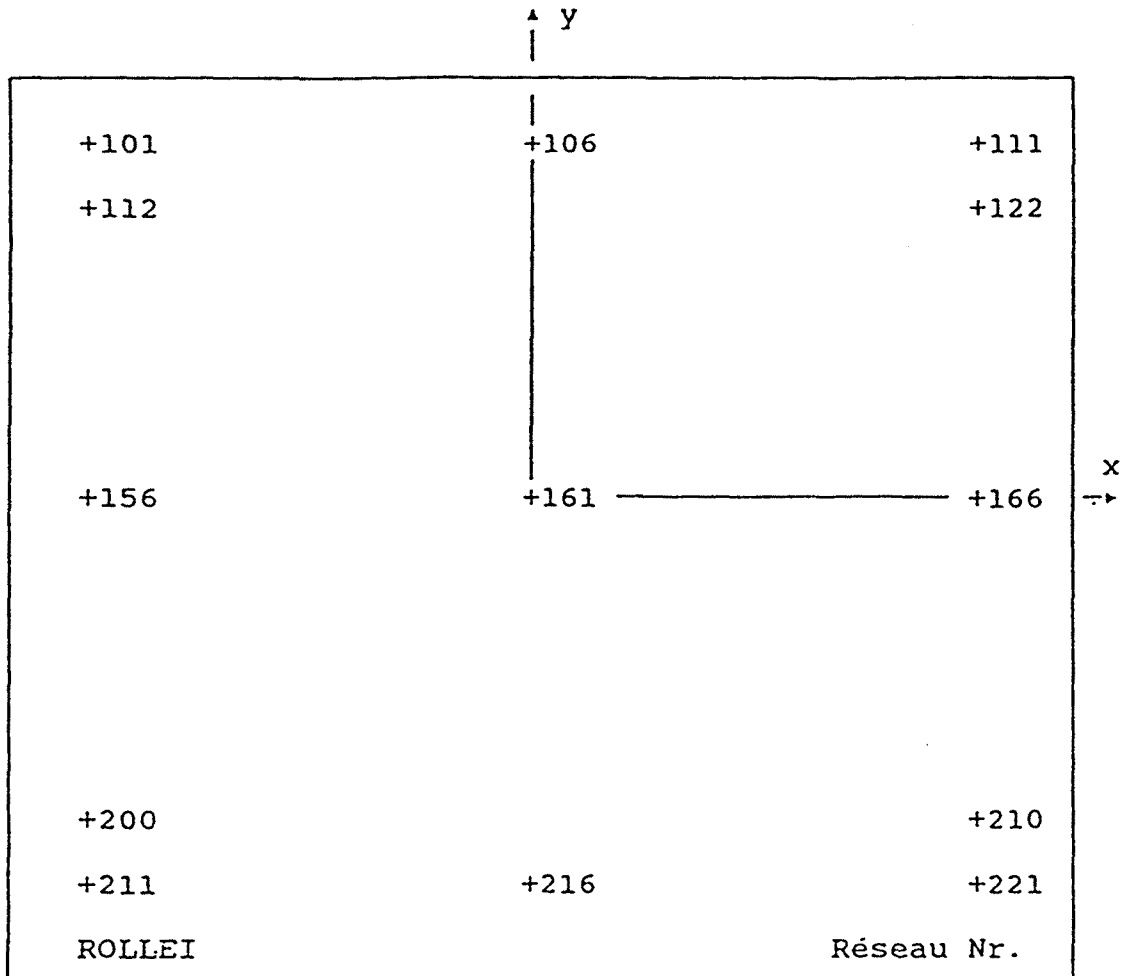
Réseau 121/5 No.: 880

Distagon 4/40 mm metric No.: 7 178 775

Focus Stop hyperfocal

Interior Orientation
Ck : -40.49 mm
Xh : -0.06 mm
Yh : 0.13 mm
A1 : -3.5530E-005
A2 : 2.3230E-008
Ro : 20.00 mm

Réseauprotokoll für ROLLEIFLEX 6006 metric



Réseau Nr.: 880

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
101	-24.9991	24.9999
102	-19.9997	25.0000
103	-14.9999	24.9997
104	-9.9998	24.9999
105	-4.9995	24.9991
106	0.0000	24.9999
107	5.0001	24.9995
108	10.0008	24.9995
109	15.0001	24.9994
110	20.0005	24.9993
111	25.0003	24.9990
112	-25.0002	19.9998
113	-20.0006	20.0000

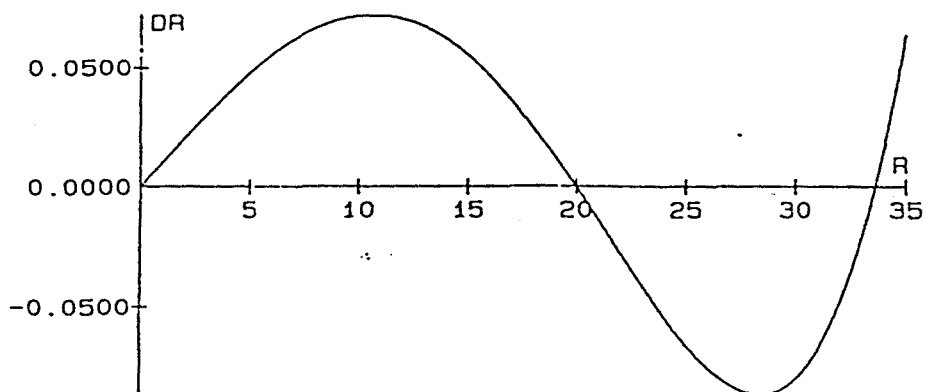
Radial Symmetric Distortion

Distagon 4/40 mm metric No.: 7 178 775

according to ISP Regulations

$$DR = A1 \cdot R \cdot (R^{**2} - R0^{**2}) + A2 \cdot R \cdot (R^{**4} - R0^{**4})$$

R [mm]	DR [mm]	R [mm]	DR [mm]
0.0	0.000	18.0	0.026
1.0	0.010	19.0	0.013
2.0	0.021	20.0	0.000
3.0	0.031	21.0	-0.014
4.0	0.040	22.0	-0.028
5.0	0.048	23.0	-0.041
6.0	0.055	24.0	-0.054
7.0	0.062	25.0	-0.066
8.0	0.067	26.0	-0.076
9.0	0.070	27.0	-0.083
10.0	0.072	28.0	-0.086
11.0	0.072	29.0	-0.086
12.0	0.070	30.0	-0.080
13.0	0.067	31.0	-0.068
14.0	0.062	32.0	-0.049
15.0	0.055	33.0	-0.021
16.0	0.047	34.0	0.016
17.0	0.037	35.0	0.064



Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
114	-14.9999	19.9997
115	-10.0007	20.0005
116	-4.9994	20.0002
117	-0.0008	19.9999
118	5.0006	19.9992
119	9.9994	19.9996
120	14.9994	19.9994
121	19.9997	19.9998
122	24.9998	19.9991
123	-25.0003	14.9996
124	-20.0003	14.9997
125	-15.0002	14.9995
126	-10.0009	15.0002
127	-5.0002	15.0007
128	-0.0007	15.0001
129	5.0003	14.9997
130	10.0000	14.9995
131	15.0000	14.9998
132	19.9996	14.9995
133	24.9999	14.9992
134	-25.0005	10.0001
135	-20.0008	10.0004
136	-15.0007	9.9995
137	-10.0006	10.0000
138	-5.0005	9.9997
139	0.0002	10.0000
140	4.9991	10.0007
141	9.9998	9.9998
142	14.9998	9.9997
143	19.9999	9.9990
144	25.0001	9.9993
145	-24.9998	4.9999
146	-20.0006	4.9998
147	-15.0003	4.9996
148	-10.0009	4.9996
149	-5.0006	4.9993
150	0.0000	4.9999
151	4.9998	5.0001
152	9.9998	4.9992
153	15.0003	4.9995
154	19.9996	4.9998
155	25.0003	4.9995
156	-25.0007	0.0005
157	-20.0006	0.0005
158	-15.0009	-0.0003
159	-10.0008	0.0002
160	-5.0001	0.0004
161	0.0001	-0.0005

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
162	5.0002	-0.0001
163	9.9998	-0.0006
164	15.0002	-0.0008
165	20.0002	-0.0003
166	25.0002	0.0008
167	-25.0004	-4.9994
168	-20.0001	-4.9991
169	-14.9998	-4.9997
170	-10.0008	-4.9994
171	-5.0004	-4.9995
172	-0.0007	-5.0000
173	5.0007	-5.0005
174	10.0009	-4.9996
175	15.0007	-5.0001
176	20.0003	-5.0000
177	25.0003	-5.0000
178	-25.0003	-9.9991
179	-20.0001	-9.9992
180	-15.0001	-9.9996
181	-10.0008	-9.9994
182	-5.0004	-9.9997
183	-0.0004	-9.9998
184	4.9998	-9.9994
185	10.0006	-9.9995
186	15.0003	-9.9998
187	20.0000	-10.0000
188	25.0010	-10.0000
189	-24.9995	-14.9995
190	-19.9999	-14.9994
191	-15.0000	-14.9998
192	-10.0003	-14.9996
193	-4.9999	-14.9993
194	-0.0002	-14.9990
195	5.0001	-15.0003
196	10.0003	-14.9998
197	15.0004	-14.9993
198	20.0007	-14.9999
199	25.0009	-14.9999
200	-25.0003	-19.9990
201	-19.9996	-20.0000
202	-14.9998	-19.9996
203	-10.0003	-19.9991
204	-4.9995	-20.0001
205	0.0001	-20.0000
206	4.9993	-20.0000
207	9.9999	-19.9998
208	15.0005	-19.9995
209	20.0002	-19.9998

Réseau Nr.: 880

Rollei
fototechnic

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
210	25.0009	-19.9999
211	-24.9992	-25.0001
212	-19.9996	-24.9994
213	-14.9996	-25.0001
214	-9.9994	-24.9995
215	-4.9992	-24.9996
216	0.0002	-24.9995
217	5.0004	-24.9996
218	10.0006	-24.9993
219	15.0015	-24.9999
220	20.0007	-24.9997
221	25.0011	-25.0001

gemessen am 23. Oktober 1990

ROLLEI FOTOTECHNIC

Camera Calibration

25.03.1991

Owner

CIMAT FOTO S.A.

Francisco Navacerrada, 5
28028 Madrid

SPAIN

Rolleiflex 6006 metric

No.: 511 400 043

Réseau 121/5

No.: 880

Planar 2.8/80 mm metric

No.: 14 333 446

Focus Stop

hyperfocal

Interior Orientation

Ck : -80.15 mm

Xh : -0.02 mm

Yh : 0.14 mm

A1 : -1.1160E-005

A2 : 1.5070E-009

Ro : 20.00 mm

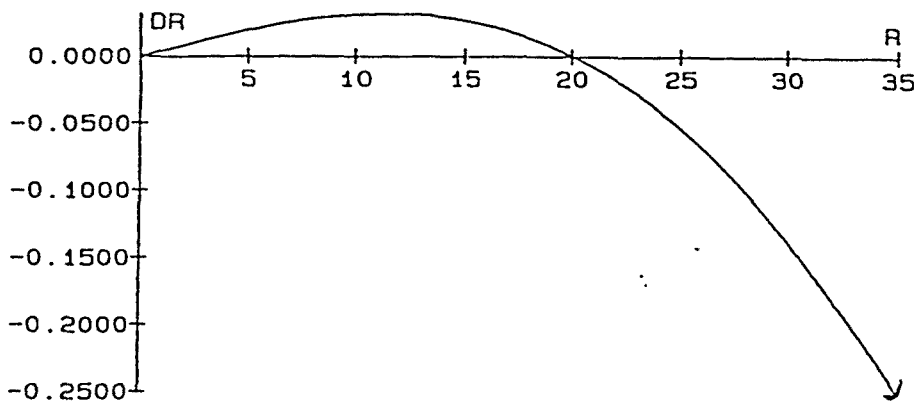
Radial Symmetric Distortion

Planar 2.8/80 mm metric No.: 14 333 446

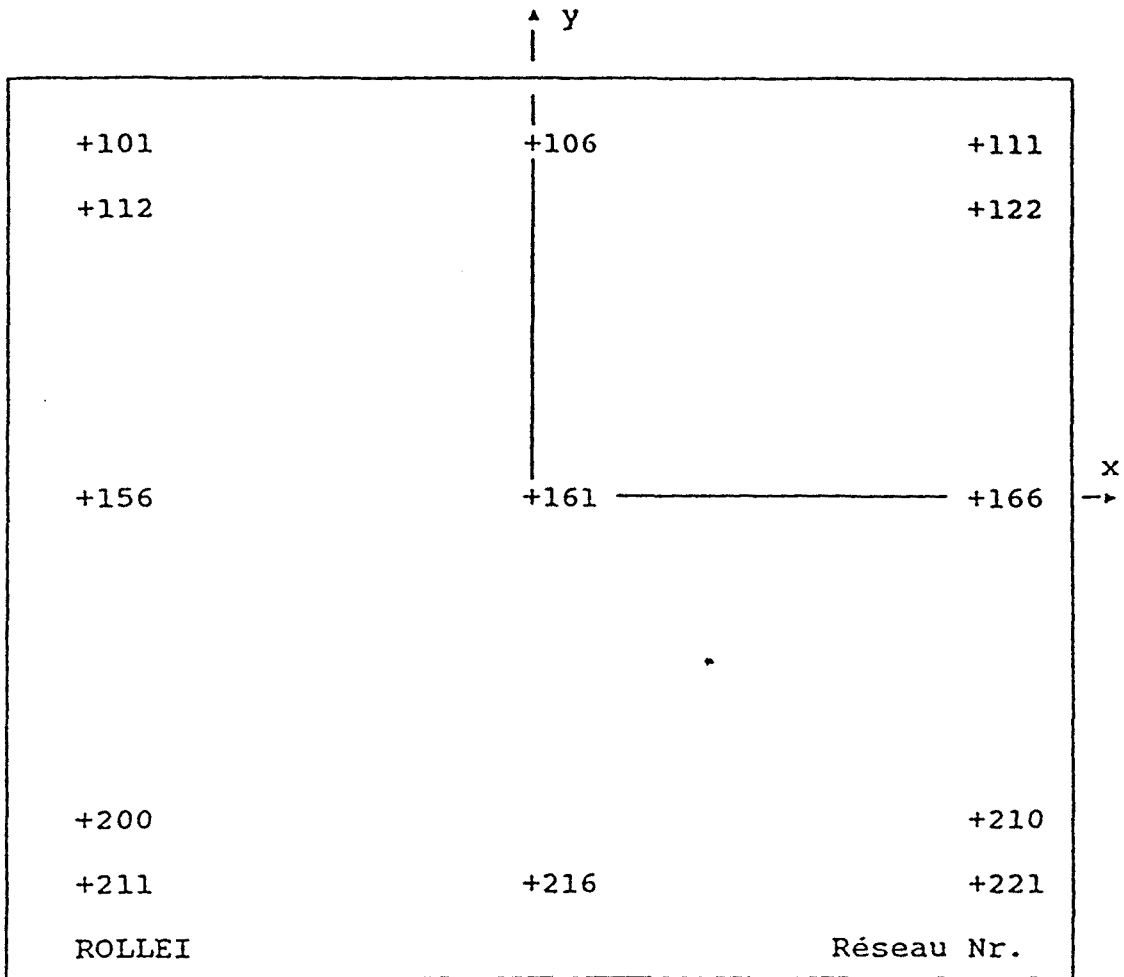
according to ISP Regulations

$$DR = A1 \cdot R \cdot (R^{**2} - R0^{**2}) + A2 \cdot R \cdot (R^{**4} - R0^{**4})$$

R [mm]	DR [mm]	R [mm]	DR [mm]
0.0	0.000	18.0	0.014
1.0	0.004	19.0	0.007
2.0	0.008	20.0	0.000
3.0	0.012	21.0	-0.009
4.0	0.016	22.0	-0.018
5.0	0.020	23.0	-0.029
6.0	0.023	24.0	-0.041
7.0	0.026	25.0	-0.054
8.0	0.028	26.0	-0.068
9.0	0.030	27.0	-0.084
10.0	0.031	28.0	-0.101
11.0	0.032	29.0	-0.119
12.0	0.032	30.0	-0.138
13.0	0.031	31.0	-0.158
14.0	0.029	32.0	-0.180
15.0	0.027	33.0	-0.203
16.0	0.023	34.0	-0.227
17.0	0.019	35.0	-0.252



Réseauprotokoll für ROLLEIFLEX 6006 metric



Réseau Nr.: 880

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
101	-24.9991	24.9999
102	-19.9997	25.0000
103	-14.9999	24.9997
104	-9.9998	24.9999
105	-4.9995	24.9991
106	0.0000	24.9999
107	5.0001	24.9995
108	10.0008	24.9995
109	15.0001	24.9994
110	20.0005	24.9993
111	25.0003	24.9990
112	-25.0002	19.9998
113	-20.0006	20.0000

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
114	-14.9999	19.9997
115	-10.0007	20.0005
116	-4.9994	20.0002
117	-0.0008	19.9999
118	5.0006	19.9992
119	9.9994	19.9996
120	14.9994	19.9994
121	19.9997	19.9998
122	24.9998	19.9991
123	-25.0003	14.9996
124	-20.0003	14.9997
125	-15.0002	14.9995
126	-10.0009	15.0002
127	-5.0002	15.0007
128	-0.0007	15.0001
129	5.0003	14.9997
130	10.0000	14.9995
131	15.0000	14.9998
132	19.9996	14.9995
133	24.9999	14.9992
134	-25.0005	10.0001
135	-20.0008	10.0004
136	-15.0007	9.9995
137	-10.0006	10.0000
138	-5.0005	9.9997
139	0.0002	10.0000
140	4.9991	10.0007
141	9.9998	9.9998
142	14.9998	9.9997
143	19.9999	9.9990
144	25.0001	9.9993
145	-24.9998	4.9999
146	-20.0006	4.9998
147	-15.0003	4.9996
148	-10.0009	4.9996
149	-5.0006	4.9993
150	0.0000	4.9999
151	4.9998	5.0001
152	9.9998	4.9992
153	15.0003	4.9995
154	19.9996	4.9998
155	25.0003	4.9995
156	-25.0007	0.0005
157	-20.0006	0.0005
158	-15.0009	-0.0003
159	-10.0008	0.0002
160	-5.0001	0.0004
161	0.0001	-0.0005

Réseau Nr.: 880

Rollei
fototechnic

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
162	5.0002	-0.0001
163	9.9998	-0.0006
164	15.0002	-0.0008
165	20.0002	-0.0003
166	25.0002	0.0008
167	-25.0004	-4.9994
168	-20.0001	-4.9991
169	-14.9998	-4.9997
170	-10.0008	-4.9994
171	-5.0004	-4.9995
172	-0.0007	-5.0000
173	5.0007	-5.0005
174	10.0009	-4.9996
175	15.0007	-5.0001
176	20.0003	-5.0000
177	25.0003	-5.0000
178	-25.0003	-9.9991
179	-20.0001	-9.9992
180	-15.0001	-9.9996
181	-10.0008	-9.9994
182	-5.0004	-9.9997
183	-0.0004	-9.9998
184	4.9998	-9.9994
185	10.0006	-9.9995
186	15.0003	-9.9998
187	20.0000	-10.0000
188	25.0010	-10.0000
189	-24.9995	-14.9995
190	-19.9999	-14.9994
191	-15.0000	-14.9998
192	-10.0003	-14.9996
193	-4.9999	-14.9993
194	-0.0002	-14.9990
195	5.0001	-15.0003
196	10.0003	-14.9998
197	15.0004	-14.9993
198	20.0007	-14.9999
199	25.0009	-14.9999
200	-25.0003	-19.9990
201	-19.9996	-20.0000
202	-14.9998	-19.9996
203	-10.0003	-19.9991
204	-4.9995	-20.0001
205	0.0001	-20.0000
206	4.9993	-20.0000
207	9.9999	-19.9998
208	15.0005	-19.9995
209	20.0002	-19.9998

Réseau Nr.: 880

Rollei
fototechnic

Punkt Nr.	x [mm]	y [mm]
210	25.0009	-19.9999
211	-24.9992	-25.0001
212	-19.9996	-24.9994
213	-14.9996	-25.0001
214	-9.9994	-24.9995
215	-4.9992	-24.9996
- 216	0.0002	-24.9995
217	5.0004	-24.9996
218	10.0006	-24.9993
219	15.0015	-24.9999
220	20.0007	-24.9997
221	25.0011	-25.0001

gemessen am 23. Oktober 1990

ROLLEI FOTOTECHNIC

- Digicart 40.

El Digicart 40 de la casa Galileo Siscam, és un sistema analític de restitució fotogramètrica d'elevada precisió, capaç de resoldre qualsevol tipus de problema relacionat amb la mesura d'objectes a través de l'ús d'imatges estereoscòpiques.

- Components del sistema.

Aquest sistema analític està compost per diversos elements, dispositius i programes que en permeten el funcionament i que podem agrupar en tres components principals.

I.- la unitat òptic mecànica o estereocomparador : en aquesta part és on s'allotgen els fotogrames; permet l'observació estereoscòpica del model així com l'exploració i mesura dels diferents punts col·limats. Aquesta unitat està formada per :

- el dispositiu òptic d'observació o grup ocular, que permet l'adaptació de la distància interpupil·lar i que consta d'una part dreta mòbil i una esquerra fixa. Està equipat amb una sèrie de dispositius mecànics que permeten moure o rotar les imatges dreta o esquerra per tal de corregir un possible estrabisme.

- el portafotogrames, format per un carro o base mòbil on van col·locats els fotogrames.

- el pantògraf, és el dispositiu que permet l'arrossegament del portafotogrames en sentit X i Y, així com el posicionament de la marca flotant a qualsevol part del model de treball.

- els dos tambors i el volant situats a l'esquerra de la base de l'aparell, que controlen els moviments del sistema; aquests tambors permeten els moviments manuals en dy i dx . El moviment dy permet eliminar la paral·laxi en y , i el dx elimina la paral·laxi en x i permet mesurar la cota del punt col·limat. El volant es pot fer servir enlloc d'utilitzar el segon tambor.

- un pedal individual que s'utilitza per a l'adquisició de les coordenades dels punts identificats als fotogrames; el grup de dos pedals es fa servir a l'adquisició automàtica de punts.

II.- el hardware : format per un ordinador que processa les dades obtingudes per l'aparell i que inclou un perifèric gràfic; i un '*interface*' que permet l'intercanvi de dades i d'informació entre l'aparell i l'ordinador, i que controla l'acció dels 4 servomotors que realitzen els moviments en X i en Y del portafotogrames així com els moviments dx i dy del grup òptic dret.

II.- el software de base : aquest es compon de programes especials per a la gestió del sistema, i programes d'aplicació per a l'execució de les diferents operacions tant de restitució com auxiliars, per les que està capacitat l'aparell.

- Funcionament del sistema.

Els trets fonamentals del funcionament d'aquest sistema analític de restitució són els següents.

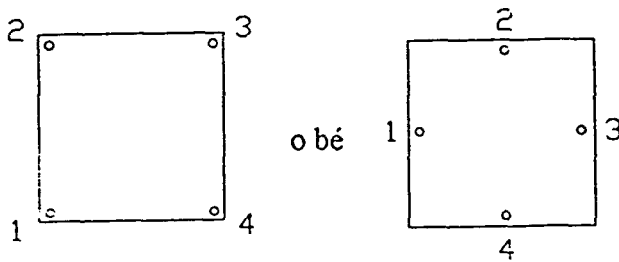
Un cop engegat l'aparell es munten els fotogrames, mirant de col·locar-los de manera correcta al portafotogrames, es a dir, amb la zona de recobriment a la part interior. Fet això s'engega l'ordinador i s'entra al programa de gestió de l'aparell. Seguint les instruccions del sistema es pot efectuar la orientació d'un nou model i deixar-lo llest per a treballar amb ell.

Primer de tot, caldrà donar-li a l'ordinador la distància focal calibrada de la càmera amb les que s'han pres les fotografies; en el nostre cas s'han fet servir dues focals, una de 40,49 mm. i una altra de 80,15 mm. Seguidament caldrà introduir el nom del fitxer on es troben els paràmetres de correcció de la distorsió de la lent i els de correcció per la deformació de la pel·lícula. En el nostre cas només s'ha aplicat la

primera de les correccions, a partir de les dades del certificat de calibració de la càmera. Aquest certificat es pot consultar al final d'aquest mateix apartat.

Fet això el sistema demana col·locar les marques flotants als 'start points' per tal de determinar l'origen del sistema instrumental de mesura. Fet això ens apareixen a la pantalla de l'ordinador els valors dels orígens de coordenades instrumentals relatives al fotograma esquerra (XL i YL) i al dret (XR i YR).

El pas següent és la realització de l'orientació interna. Els paràmetres d'orientació interna d'una càmera són la distància focal i la posició del punt principal; el primer ja li hem donat a l'ordinador a la primera fase de treball; el segon ens el calcularà automàticament l'ordinador. Per què pugui efectuar aquest càlcul caldrà marcar-li les quatre marques fiducials de cada fotograma, ja sigui en sentit horari o anti-horari, però sempre en l'ordre establert a l'esquema següent:



Un cop efectuat aquest procés, s'entrarà per teclat el comandament *ior*, i el programa ens demanarà el valor del desplaçament que pot existir entre el punt principal de la càmera i el que ha obtingut l'ordinador de la intersecció de les alineacions obtingudes a partir de la col·limació de les marques fiducials. Aquest valor ve indicat al certificat de calibració de la càmera, expressat en micres i descompost en les dues components X i Y (referides a les direccions dels eixos de l'aparell), i varia segons l'objectiu utilitzat.

Amb això, l'ordinador ens mostrarà les coordenades instrumentals de les marques fiducials dels dos fotogrames i les dels respectius punts principals. Aquests centres o punts principals seran considerats com a origen de les coordenades placa dels dos fotogrames. Seguidament l'ordinador transmetrà a l'òptica d'observació dreta una

translació que situa al grup òptic en posició de permetre la visió estereoscòpica del model.

Fet tot això es passa a la fase d'orientació externa, on caldrà efectuar primer la orientació relativa i després l'absoluta.

Amb l'orientació relativa es determinaran els paràmetres angulars que defineixen la posició de la càmera al moment d'efectuar les fotografies. Per a poder fer això cal la col·limació i obtenció de les coordenades placa d'un cert nombre de punts del model, que seran entre 5 i 12 i que caldrà que estiguin distribuïts de manera uniforme per tota la part exterior de la zona estereoscòpica.

Amb el comandament *ror*, el programa efectua el càlcul dels paràmetres d'orientació, i ens mostra a pantalla els valors en micres de les paral·laxi residuals obtingudes, així com els paràmetres angulars Phi (Π), Omega (Ω) i Kappa (K) del fotograma esquerra (1) i del dret (2). Seguidament el programa presenta la opció de considerar o no acceptables els residus de paral·laxi obtinguts. En el nostre cas s'han considerat acceptables paral·laxi residuals inferiors a les 10 micres. En cas que els resultats obtinguts no siguin satisfactoris es pot tornar a realitzar el procés de presa de punts i el posterior càlcul dels paràmetres.

Un cop completada l'orientació relativa, el model s'observa de forma estereoscòpica, sense paral·laxi en la direcció Y, i d'aquesta manera es podrà col·limar qualsevol punt amb el pantògraf i només caldrà ajustar-lo manualment amb el volant o el tambor dx per tal d'eliminar la paral·laxi en X, es a dir, per posar-se en cota sobre el punt considerat.

Fet tot això només resta efectuar l'orientació absoluta. Les operacions d'orientació absoluta ens permeten obtenir els paràmetres per tal de escalar i moure el model obtingut de la orientació relativa (rotant-lo, traslladant-lo i dimensionant-lo), per tal que els orígens del sistema de coordenades model i el sistema de coordenades terreny coincideixin, i ambdues superfícies siguin paral·leles.

Per a poder efectuar aquesta orientació serà necessari conèixer les coordenades terreny d'una sèrie de punts: els punts de control. Per que el càlcul es pugui realitzar

caldrà com a mínim 3 punts, tot i que el sistema permet utilitzar-ne 12. D'aquests tres punts, dos, com a mínim, hauran de tenir les tres coordenades X, Y i Z conegudes, mentre que del tercer punt caldrà conèixer com a mínim la cota, quan estem en el cas d'aèria, o bé la seva profunditat, en el cas de fotogrametria terrestre.

Les coordenades terreny d'aquests punts s'introduiran, en mil·límetres, manualment per teclat o bé mitjançant un arxiu de coordenades prèviament confeccionat. Aquestes coordenades cal introduir-les de manera correcta per tal de garantir el bon funcionament del sistema. Així, i en el cas de fotogrametria terrestre, caldrà adaptar les coordenades terreny que tenim calculades de manera que el sistema les reconegui de forma adequada.

Suposem un objecte que cal restituir, i que està definit a l'espai per unes coordenades terreny convencionals X, Y i Z; l'aparell treballa amb un sistema de coordenades x, y i z. En el cas de fotogrametria aèria, les fotografies obtingudes són zenitals i el sistema de coordenades de treball de l'aparell coincidirà amb el sistema terreny. En el cas de fotogrametria terrestre, això no passa. Les preses fotogràfiques no són zenitals, i el sistema de coordenades de l'aparell i el del terreny no poden prendre's com a semblats. Així, en aquest cas la coordenada terreny Z de l'objecte (la seva alçada), a l'aparell es representarà a l'eix y, mentre que les coordenades X i Y terreny (planimètriques), hauran d'adaptar-se bé a l'eix x o al z segons sigui el cas.

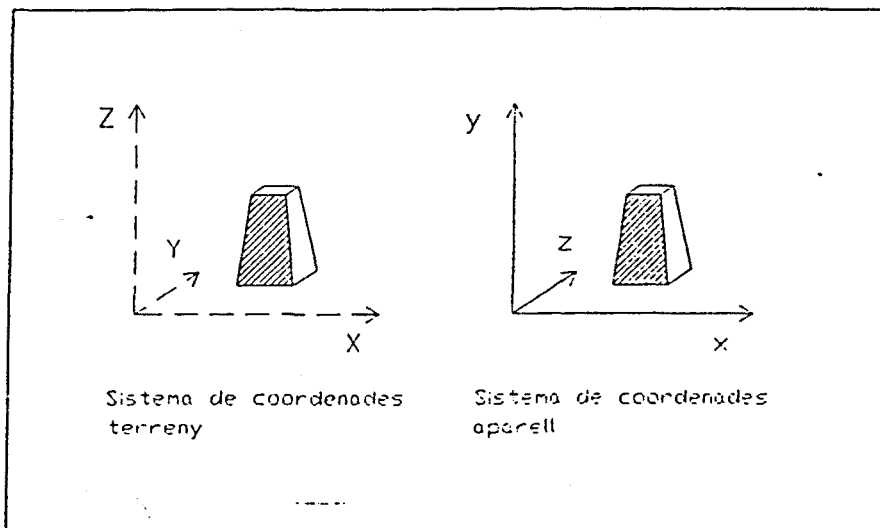


Figura 13.2.1. Gràfic de la disposició dels dos sistemes de coordenades.

Un cop fet tot això el comandament *aor* activarà el procés de càlcul dels paràmetres d'orientació i ens mostrarà a pantalla els resultats obtinguts. Així el programa donarà els residus de les tres coordenades de cada punt col·limat expressats en mil·límetres, les coordenades terreny dels punts de presa dels dos fotogrames, el valor de la longitud de la base de presa, així com els valors d'inclinació general del model Φ (Π) i Ω (Ω) expressats en centesimals. Igual que en el cas de la orientació relativa, el programa ens dona la opció d'acceptar o no els resultats obtinguts.

Amb tot això el sistema queda preparat per a començar el procés de restitució. Caldrà donar nom a l'arxiu on s'emmagatzemarà tota la informació que s'anirà prenent i haurèm d'especificar els valors de tancament d'entitats amb les que haurà de treballar el sistema, així com seleccionar on es col·locaran les dades que anem prenent (similar a les capes d'AutoCAD).

Es podrà treballar restituint per punt o per línia, segons el que més interessi. Els mètodes de restitució emprats en el nostre cas s'expliquen als diferents apartats de restitució fotogramètrica de cada treball.

Un cop acabats els treballs de restitució, caldrà convertir l'arxiu obtingut de restitució, a un arxiu d'extensió DXF que es pugui fer servir a AutoCAD, per tal de poder dur a terme tot el posterior procés d'edició i presentació. El sistema proporciona un programa que efectua aquesta conversió, tot i que només és funcional en la versió 10 d'AutoCAD, i per poder treballar en versions posteriors és necessari editar l'arxiu DXF en una de les seves línies.

- Característiques tècniques del sistema.

Les principals característiques tècniques de l'aparell són les següents:

Format màxim dels fotogrames : 23 x 23 cm.

Resolució del sistema de mesura : 0,001 mm.

Resolució mecànica : 0,062 mm.

Augments del sistema : 12X

Diàmetre del camp d'observació : 16 mm de \emptyset

Extracció de la pupil·la : 20 mm a 12X

Diàmetre de la pupil·la : 2,7 mm. a 12X

Enfocament de l'ocular : ± 5 diòptries

Distància interpupil·lar : de 55 a 75 mm.

Enfocament de la imatge : 6 mm.

Dimensió de la marca de col·limació (en relació al pla imatge) : 0.035 mm.

Desplaçament del portafotogrames (referit als '*start points*') :

- en X : -12 mm. + 221 mm.

- en Y : -17 mm. + 226 mm.

Desplaçament dels moviments diferencials (referits als '*start points*') :

- en dx : -117,4 mm. + 5 mm.

- en dy : -20,2 mm. + 20,2 mm.

Desplaçament del pantògraf de comandament :

-en X : 245 mm.

- en Y : 243 mm.

15. CÀLCUL DE PRECISIONS.

15.1. Restitució fotogramètrica. Precisions teòriques.

15.1.2. Xemeneia del Palau Güell.

- Càlcul de l'el·lipse de tolerància per les bases.

Es calculen els errors per el punt amb un error associat més gran, que en aquest cas és el punt

$$N^{-1} = \begin{pmatrix} 9,4167E - 11 & 1,19586E - 10 \\ 1,19586E - 10 & 2,33322E - 10 \end{pmatrix}$$

$$e.m.q. = m = 109,8776$$

$$W = \sqrt{\left(Q_{xy}^2 + \left(\frac{(Q_{xx} - Q_{yy})^2}{4} \right) \right)} = 1,3835 \cdot 10^{-10}$$

$$Q'_{\max} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} + W = 3,021 \cdot 10^{-10}$$

$$Q'_{\min} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} - W = 2,539 \cdot 10^{-11}$$

$$m_{\max} = m \sqrt{Q'_{\max}} = 0,0019 \text{ m}$$

$$m_{\min} = m \sqrt{Q'_{\min}} = 0,0006 \text{ m}$$

- Error en el desnivell

$$E_z = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_i^2} = 0,003 \text{ m}$$

$$e_1 = \frac{Dr}{\operatorname{tg}(V + e_s)} - \frac{Dr}{\operatorname{tg} V} = -0,0003 \text{ m}$$

$$e_2 = m_{\max} \cdot \cotg V = -0,0001 \text{ m}$$

$$e_i = 0,003 \text{ m}$$

- Error en el càlcul dels punts de control.

Es calcula amb el punt que tingui pitjors condicions de presa: només dues visuals, el més llargues possible i amb l'angle entre aquestes visuals, el més obtús o agut.

-Error planimètric.

$$a' = \frac{Le_s}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} = 0,0041 \text{ m.}$$

-Error altimètric.

$$e_z = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_i^2} = 0,00301 \text{ m}$$

$$e_1 = \frac{Dr}{\text{tg}(V + e_s)} - \frac{Dr}{\text{tg} V} = -0,0002 \text{ m}$$

$$e_2 = a' \cdot \text{cotg} V = -0,0001 \text{ m}$$

$$e_i = 0,003 \text{ m}$$

-Error final en el càlcul dels punts de control.

Es l'encadenament dels errors que afecten a tots els càlculs que han intervingut en la presa dels punts de control.

$$E_{\text{planimètric}} = \sqrt{m_{\text{max}}^2 + a'^2} = 0,0045 \text{ m}$$

$$E_{\text{altimètric}} = \sqrt{E_z^2 + e_z^2} = 0,0042 \text{ m}$$

- Error en la restitució.

$$dY = \frac{y^2}{Bf} dp = 0,007 \text{ m.}$$

$y = 3,8 \text{ m.}$; que és la distància de la base a l'objecte,

$B = 0,5 \text{ m.}$; que és la base estereoscòpica,

$f = 40,49 \text{ mm.}$; que és la distància focal i

$dp = 0,010 \text{ mm.}$; que és l'error de paral·laxi, considerat, en el nostre cas,

com la tercera part del diàmetre de la marca de col·limació

$$dX = E_f dx = 0,0007 \text{ m.}$$

$$dZ = E_f dx = 0,0007 \text{ m.}$$

$E_f = 100$, que és el denominador de l'escala de la fotografia i

$$dx = \frac{dp}{\sqrt{2}} = 0,007 \text{ mm.} ; \text{ que és la precisió del sistema de mesura.}$$

L'error teòric final comès al procés de restitució és el següent:

-Error planimètric i altimètric.

$$E_p = \sqrt{dX^2 + E_{\text{planimètric}}^2} = 0,0045 \text{ m.}$$

$$E_a = \sqrt{dY^2 + E_{\text{altimètric}}^2} = 0,0081 \text{ m.}$$

15.3.2. Xemeneia del Palau Güell.

Model 1 (C)

Fotogr. 12, 9
 Rolleiflex6006 511400043 Distagon4/40 7178775
 Focale : 40.49
 Strumento : GALILEO SISCAM DIGICART 40 No. 809
 Data: 03-Sep-96

*** orientamento interno ***

correzione deform. film: non applicata

*** orientamento relativo ***

residui parallasse (micron):

5. -7. 4. -3. 3. -4. -2. -1. 2. -5. 4. 2.

FI1= -1.22107 OM1= .00263 CA1= 1.33388

FI2= .06646 OM2= .15782 CA2= 1.59645

*** orientamento assoluto ***

Scarti sui punti di controllo (mm):

codice pt.	dx	dy	dz	
2 2	1.	4.	2.	
8 8	-1.	-3.	0.	
4 4	0.	-2.	0.	
10 10	-2.	-1.	-1.	
7 7	-1.	1.	-3.	
6 6	2.	-1.	1.	Emq _{pt} = 2,7 mm
11 11	1.	1.	2.	Emq _{at} = 1,8 mm

Punto di presa sinistro (E,N,H) 14595. 11374. -10356.

Punto di presa destro (E,N,H) 15017. 11388. -10568.

base= 472. fi=***** omega= 9.124

Model 2 (D)

Fotogr. 6, 3
Rolleiflex6006 511400043 Distagon4/40 7178775
Focale : 40.49
Strumento : GALILEO SISCAM DIGICART 40 No. 809
Data: 26-Sep-96

*** orientamento interno ***

correzione deform. film: non applicata

*** orientamento relativo ***

residui parallasse (micron):

3. 1. -3. -4. 2. 2. 0.

FI1= 9.40172 OM1= -.08641 CA1= -3.99100

FI2= 7.93748 OM2= -.26188 CA2= -3.85956

*** orientamento assoluto ***

Scarti sui punti di controllo (mm):

codice pt.	dx	dy	dz	
2 2	-1.	-1.	-3.	
5 5	1.	0.	6.	
6 6	0.	-1.	-3.	
7 7	-1.	2.	-4.	Emq _{pt} = 1,7 mm
3 3	2.	0.	4.	Emq _{al} = 2 mm
Punto di presa sinistro (E,N,H)	13076.	11371.	17240.	
Punto di presa destro (E,N,H)	13621.	11340.	17224.	
base=	546.	fi=-1.862	omega= 1.692	

Model 3 (A)

Fotogr. 3, 6
 Rolleiflex6006 511400043 Distagon4/40 7178775
 Focale : 40.49
 Strumento : GALILEO SISCAM DIGICART 40 No. 809
 Data: 02-Oct-96

*** orientamento interno ***

correzione deform. film: non applicata

*** orientamento relativo ***

residui parallasse (micron):

-2. -3. 2. 5. -2. 2. 1. -2. -1. -4. 4.

FI1= -7.98117 OM1= .14688 CA1= 1.55871

FI2= -6.79708 OM2= .36668 CA2= .65340

*** orientamento assoluto ***

Scarti sui punti di controllo (mm):

codice pt.	dx	dy	dz	
12 12	2.	2.	4.	
9 9	4.	-2.	-4.	
15 15	-6.	1.	-4.	
13 13	1.	0.	2.	Emq _{pl} = 3,7 mm
11 11	-1.	-1.	1.	Emq _{al} = 3,6 mm

Punto di presa sinistro (E,N,H) -13928. 11402. -9818.

Punto di presa destro (E,N,H) -13593. 11412. -9759.

base= 340. fi=11.230 omega= .799

Model 4 (B)

Fotogr. 18, 15
Rolleiflex6006 511400043 Distagon4/40 7178775
Focale : 40.49
Strumento : GALILEO SISCAM DIGICART 40 No. 809
Data: 11-Oct-96

*** orientamento interno ***

correzione deform. film: non applicata

*** orientamento relativo ***

residui parallasse (micron):

3. -1. -3. -1. -1. 7. 0. -3.

FI1= -.47118 OM1= .00473 CA1= 5.67677

FI2= .57330 OM2= -.10888 CA2= 5.73815

*** orientamento assoluto ***

Scarti sui punti di controllo (mm):

codice pt.	dx	dy	dz	
3 3	-8.	0.	0.	
8 8	4.	2.	1.	
9 9	5.	6.	-1.	
12 12	-2.	-8.	-1.	Emq _{pt} = 6,8 mm
14 14	1.	0.	2.	Emq _{al} = 1,3 mm

Punto di presa sinistro (E,N,H) 10736. 11430. -10859.

Punto di presa destro (E,N,H) 11143. 11476. -10572.

base= 500. fi=39.338 omega= .147

Apéndice C
FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE LA HÉLICE LOXODRÓMICA
(Por Amadeo Monreal, de la ETSAB. UPC)

FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE LA HÉLICE LOXODRÓMICA

(Por Amadeo Monreal, de la *Secció Matemàtiques i informàtica*, ETSAB, UPC)

Ecuación paramétrica de una curva loxodrómica sobre un cono de revolución pasando por dos puntos dados de la misma.

Dada una superficie de revolución y un ángulo α , una curva loxodrómica sobre dicha superficie es aquella que corta a los meridianos de la misma formando siempre un ángulo constante.

Por definición, este ángulo se mide en cada punto por los vectores tangentes al meridiano y a la curva respectivamente.

Una superficie de revolución se puede parametrizar a partir de un parámetro que gobierne los meridianos, sea t , y otro parámetro que produce los paralelos, sea S .

Si situamos un meridiano-generatriz "patrón" en el plano XZ, tal curva tendrá una parametrización del tipo

$$\vec{\mu}(t) = \begin{cases} x(t) = \mu_x(t) \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \mu_z(t) \end{cases}$$

variando t dentro de cierto intervalo $[t_1, t_2]$, produce este meridiano.

Para generar la superficie sólo falta *dar la vuelta* a esta curva alrededor del eje Z, es decir aplicarle un giro de ángulo S . La matriz de giro S alrededor del eje Z será

$$G(S) = \begin{bmatrix} \cos S & -\operatorname{sen} S & 0 \\ \operatorname{sen} S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

la superficie entonces es

$$\vec{\sigma}(s, t) = G(S) \cdot \vec{\mu}(t) = \begin{bmatrix} \cos S & -\operatorname{sen} S & 0 \\ \operatorname{sen} S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_x(t) \\ 0 \\ \mu_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_x(t) \cos S \\ \mu_x(t) \operatorname{sen} S \\ \mu_z(t) \end{bmatrix}$$

Retomando la curva loxodrómica, si $|\cos \alpha| = 1$, ésta se reduce al meridiano del que parte, en cambio si $|\cos \alpha| \neq 1$, la curva gira indefinidamente alrededor de la superficie, por tanto es razonable parametrizarla por el ángulo S . Es decir que, dentro de la superficie $\vec{\sigma}(s, t)$ es posible parametrizar la loxodrómica sustituyendo t por una cierta función $f(s)$, entonces, la curva será

$$\vec{j}(s) = \vec{\sigma}(s, f(s))$$

La función $f(s)$ se obtendrá de imponer la condición definidora de la curva.

En el caso de un cono de revolución, escogemos los ejes de forma que el propio eje de revolución del mismo sea el eje Z y su vértice se encuentre situado en la parte positiva del mismo. Tomamos además como parámetros de la forma del cono la altura desde el plano XY hasta el vértice V, sea h , y el radio de la sección circular para $Z = 0$, sea r .

La generatriz-patrón viene dada por la función (lineal)

$$x = \frac{r}{h} (h - z)$$

o sea, aquí:

$$\mu_x(t) = \frac{r}{h} (h - t)$$

$$\mu_z(t) = t$$

El cono, por tanto, queda parametrizado por las ecuaciones

$$\vec{C}(s, t) = \begin{pmatrix} \frac{r}{h} (h - t) \cos s \\ \frac{r}{h} (h - t) \operatorname{sen} s \\ t \end{pmatrix}$$

$s \in (0, 2\pi)$ ($0 \leq s \in (-\infty, \infty)$) para cubrir el cono infinitas veces).

$t \in (-\infty, \infty)$ (para todo el cono, pero $t \in (0, h)$ para producir la porción entre el plano $Z = 0$ y el vértice V).

La curva loxodrómica será entonces del tipo

$$\vec{J}(s) = \begin{pmatrix} \frac{r}{h} (h - f(s)) \cos s \\ \frac{r}{h} (h - f(s)) \operatorname{sen} s \\ f(s) \end{pmatrix}$$

$s \in (-\infty, \infty)$ dado que la curva da infinitas vueltas alrededor del cono.

Ahora, en cada punto, la dirección de los meridianos viene dada por la derivada respecto a t , fijada s .

$$\frac{\partial}{\partial r} \vec{C}(s,t) = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} x(s,t) = -\frac{r}{h} \cos s \\ \frac{\partial}{\partial r} y(s,t) = -\frac{r}{h} \operatorname{sen} s \\ \frac{\partial}{\partial r} z(s,t) = 1 \end{cases}$$

y el vector tangente a la curva, por la derivada de su parametrización

$$\vec{J}'(s) = \begin{cases} x(s) = -\frac{r}{h} (f'(s) \cos s + (h-f(s)) \operatorname{sen} s) \\ y(s) = \frac{r}{h} (-f'(s) \operatorname{sen} s + (h-f(s)) \cos s) \\ z(s) = f'(s) \end{cases}$$

El ángulo α entre ambos vectores viene dado por el producto escalar. Sea $K_0 = \cos \alpha$, supondremos que $\alpha \neq 0$ y $\alpha \neq \pi \rightarrow K_0^2 < 1$ e imponemos que sea constante.

$$\begin{aligned} \cos \alpha = K_0 &= \frac{\frac{\partial}{\partial t} \cdot \vec{C}(s,t) \cdot \vec{J}'(s)}{\left\| \frac{\partial}{\partial t} \vec{C}(s,t) \right\| \left\| \vec{J}'(s) \right\|} = \\ &= \frac{\frac{r^2}{h^2} \cos s (f'(s) \cos s + (h-f(s)) \operatorname{sen} s) - \frac{r^2}{h^2} \operatorname{sen} s (-f'(s) \operatorname{sen} s + (h-f(s)) \cos s) + f'(s)}{\left(\sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2} \cos^2 s + \frac{r^2}{h^2} \operatorname{sen}^2 s} \right) \left(\sqrt{\frac{r^2}{h^2} (f'(s) \cos s + (h-f(s)) \operatorname{sen} s)^2 + \frac{r^2}{h^2} (-f'(s) \operatorname{sen} s + (h-f(s)) \cos s)^2 + f'(s)^2} \right)} = \\ &= \frac{f'(s) \sqrt{h^2 + r^2}}{\sqrt{f'(s)^2 (h^2 + r^2) + (h-f(s))^2 \cdot r^2}} = K_0 \end{aligned}$$

Elevamos al cuadrado para eliminar raíces y llegamos a

$$\frac{f'(s)^2}{(h-f(s))^2} = \frac{K_0^2 r^2}{(h^2 + r^2)(1 - K_0^2)} = K^2$$

(Llamamos K^2 a toda esta constante. Notar, además, que K_0 es un coseno, por tanto $1 - K_0^2 > 0$)

Extraemos raíces para eliminar los cuadrados y obtenemos

$$\frac{f'(s)}{h - f(s)} = \pm K$$

De aquí se deduce que, según el signo, existen dos soluciones diferentes. Dado que hemos usado el coseno del ángulo, para el mismo coseno existen dos ángulos posibles: uno positivo y otro negativo. Los dos signos de la ecuación anterior corresponden a que la curva, vista desde el semieje positivo Z, se enrolle en sentido horario o antihorario.

Escogemos el signo positivo para obtener una curva que gire en sentido antihorario a medida que avanza desde la base hasta el vértice del cono y tendremos que

$$\frac{f'(s)}{h - f(s)} = K$$
$$\frac{-f'(s)}{h - f(s)} = -K$$

integrando ambos lados respecto s queda

$$\log(h - f(s)) = -Ks + C$$

sea s_0 tal que

$$C = Ks_0 + \log h$$

$$\log(h - f(s)) = -K(s - s_0) + \log h$$

pasando a exponenciales

$$(h - f(s)) = h \cdot e^{-K(s - s_0)}$$
$$f(s) = h \cdot (1 - e^{-K(s - s_0)})$$

Así, sustituyendo en las ecuaciones del cono, obtenemos la parametrización de la curva loxodrómica

$$\vec{J}(s) = \begin{cases} x(s) = r \cdot e^{-k(s-s_0)} \cdot \cos s \\ y(s) = r \cdot e^{-k(s-s_0)} \cdot \sin s \\ z(s) = h \left(1 - e^{-k(s-s_0)}\right) \end{cases}$$

$s \in (-\infty, \infty)$ para toda la curva, $s \in (s_0, \infty)$ si interesa sólo entre $Z = 0$ y el vértice.

De este modo, la curva loxodrómica queda caracterizada:

1) por la "forma" del cono, dada por h y r ;

2) por el ángulo α escogido entre la curva y los meridianos, que viene dado por $\alpha = \arccos K_0$ y el signo escogido al integrar la ecuación diferencial.

Estos tres parámetros (h, r, K_0) están *empaquetados* en la fórmula mediante la constante

$$K^2 = \frac{K_0^2 \cdot r^2}{(h^2 + r^2)(1 - K_0^2)}$$

de donde

$$\alpha = \arccos K_0 = \arccos \left(\frac{K \cdot \sqrt{h^2 + r^2}}{\sqrt{r^2 + K^2(h^2 + r^2)}} \right)$$

3) por el punto inicial -elección que proviene de la constante arbitraria de integración C y que hemos traducido a S_0 - que significa el ángulo polar que forma el vector de posición de la curva cuando atraviesa el plano $Z = 0$.

Determinación de la curva por dos puntos de paso.

Lo dicho hasta aquí permite construir la curva dados α y S_0 . Sin embargo, puede darse el caso de que la curva venga dada de otro modo. En nuestro caso, por ejemplo, puede interesar construir la loxodrómica que pase por dos puntos dados \vec{P}_1 y \vec{P}_2 del cono.

$$\vec{P}_i = (x_i, y_i, z_i) \in \vec{C}(s, t)$$

Entonces se debe calcular K y S_0 a partir de estos datos.

Sea S_i el ángulo del vector (x_i, y_i) con el eje X , es decir, el valor del parámetro S (de $\vec{C}(s, t)$) cuando estamos en la generatriz (meridiano) que contiene a \vec{P}_i .

$$\left(S_i = \arctan\left(\frac{y_i}{x_i}\right) = \arcsen\left(\frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}\right) = \arccos\left(\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}\right) \right)$$

Sea $h_i = z_i$ la altura del punto \vec{P}_i , se ha de cumplir el sistema

$$\begin{cases} z(s_1) = h(1 - e^{-K(s_1 - s_0)}) = h_1 \\ z(s_2) = h(1 - e^{-K(s_2 - s_0)}) = h_2 \end{cases}$$

De aquí saldrán K y S_0 . Tenemos que para $i = 1, 2$

$$e^{-K(s_i - s_0)} = 1 - \frac{h_i}{h}$$

$$-K(s_i - s_0) = \log\left(\frac{h - h_i}{h}\right)$$

$$s_0 = s_i + \log\left(\frac{h - h_i}{h}\right)$$

$$s_1 + \frac{\log\frac{h - h_1}{h}}{K} = s_2 + \frac{\log\frac{h - h_2}{h}}{K}$$

resolviendo para K y después para S_0 , obtenemos

$$\left| \begin{aligned} K &= \frac{\log\left(\frac{h - h_1}{h - h_2}\right)}{s_2 - s_1} \\ S_0 &= s_1 + \frac{\log\left(1 - \frac{h_1}{h}\right)}{K} \end{aligned} \right.$$

Conclusiones y observaciones finales.

1) Nótese que las dos primeras componentes $(x(s), y(s))$ de $\vec{\Delta}(s)$ -es decir la proyección sobre el plano $Z = 0$ - de la curva representa la parametrización característica de una espiral logarítmica, en la que el radio vector (en coordenadas polares) es proporcional a una función exponencial del ángulo.

2) De la parametrización obtenida $\vec{\Delta}(s) = (x(s), y(s), z(s))$ calculamos el vector tangente en cada punto $\vec{\Delta}'(s) = (x'(s), y'(s), z'(s))$ y observamos que

$$\frac{z'(s)}{\sqrt{x'(s)^2 + y'(s)^2}} = \dots = \frac{h \cdot k}{r \sqrt{1+k^2}} = \text{cte}$$

De aquí se concluye que, toda vez que el cociente calculado es justamente la pendiente del vector tangente respecto a un plano horizontal, la loxodrómica sobre un cono tiene pendiente constante respecto de la horizontal.

3) Volviendo a la parametrización del cono (fórmula $\vec{C}(s, t)$), se deduce que a incrementos iguales de S corresponden meridianos angularmente equiespaciados y a incrementos iguales de t corresponden paralelos en planos equiespaciados.

Si se sustituye $\vec{C}(s, t)$ por $\vec{C}(s, f(t))$, los meridianos no varían, pero para valores equiespaciados de t corresponden paralelos cuya distancia se va reduciendo a medida que se asciende hacia el vértice, en la misma medida en la que el *paso* de la loxodrómica se va estrechando.

4) Dado que la loxodrómica viene parametrizada por el ángulo sobre una circunferencia directriz, a incrementos iguales de S corresponden meridianos igualmente separados angularmente. Por tanto, si fijamos un incremento ΔS y definimos $\vec{\Delta}(s)$ a partir de s_0 sólo para valores $s_0 + \lambda = \Delta S$ y unimos los puntos obtenidos mediante segmentos rectos, obtendremos una curva poligonal cuyos vértices están sobre la loxodrómica y sobre el cono.

5) Si $\alpha = \pm 90^\circ \rightarrow k_0 = 0$ la loxodrómica se convierte en un paralelo y, por tanto, en una curva cerrada. (Corresponde al caso de \vec{P}_1 y \vec{P}_2 sobre la misma directriz).

Si $\alpha = 0^\circ$ o $\alpha = 180^\circ, \rightarrow k_0^2 = 1 \rightarrow k = \infty$ y no se puede aplicar el estudio hecho aquí. Corresponde a \vec{P}_1 y \vec{P}_2 sobre la misma generatriz (meridiano) y, de todos modos, el resultado es obvio: la loxodrómica es la propia generatriz.

Apéndice D
LAS BÓVEDAS DE LA COLONIA GÜELL
Proceso fotogramétrico y evaluación matemática

OBJETIVOS Y TÉCNICAS DE LEVANTAMIENTO
(Por el autor de esta tesis)

CRIPTA DE LA COLONIA GÜELL EN SANTA COLOMA DE CERVELLÓ LEVANTAMIENTO DE LAS BÓVEDAS DEL ATRIO

La inacabada Iglesia de la Colonia Güell es uno de los ejemplos en donde mejor puede seguirse la preocupación de Gaudí por los temas de la estática en relación con los problemas expresivos de la arquitectura. La obra, de una enorme complejidad formal, representa un momento clave en la investigación gaudiniana de las superficies alabeadas, que en la construcción de las bóvedas del atrio alcanza uno de sus puntos más altos.

El atrio, o *porche* exterior, está formado por diecinueve de estas bóvedas que descansan en arcos nervados y reparten sus cargas entre los pilares y la fachada del edificio.

Para el trabajo de levantamiento fueron seleccionadas cuatro bóvedas que presentaban unas características morfológicas adecuadas y se mostraban como representativas del conjunto. Su localización física puede verse en un esquema de la sección *Datos de campo* de este mismo apéndice.

La superficie del intradós de estas bóvedas presenta una doble curvatura en forma de *silla de montar* y se encuentra revocada con mortero. La decoración es a base de rasillas cerámicas triangulares y piezas de material cerámico vidriado. Para la ejecución de cada una de las unidades se emplearon sistemas tabicados en base a tres hiladas de rasillas y con arranque de rincón. Los arcos son construidos también en ladrillos, que se encuentran a veces a la vista y a veces revocados para suavizar las zonas de ruptura de las nervuras en los puntos más altos. En el área de ingreso a la cripta existen tres claves de bóvedas construidas con ladrillos en sardinel y decoradas en cerámica.

Las características particulares de las bóvedas y los objetivos específicos para este estudio aconsejaban la utilización de distintas técnicas de levantamiento. De este modo, en el estudio del *T.F.C.* que sirve como base técnica de este trabajo se puede seguir el análisis comparativo entre tres métodos de levantamiento arquitectónico: el sistema topográfico clásico, el método fotogramétrico y un sistema de restitución digital en base a perfiles de la superficie obtenidos mediante un nivel laser.

Este último método -el más novedoso de los tres- permite un seccionamiento tipo *scanner* de toda la superficie que resultaba en principio muy sugerente para el estudio de las cónicas características del paraboloide. Sin embargo, los resultados finales del levantamiento y el estudio comparativo posterior ponían en evidencia la clara ventaja del sistema fotogramétrico para un tema de estas características. El grado de precisión obtenida, las ventajas operativas y la ductilidad propia del modelo espacial eran algunas de las ventajas fundamentales del procedimiento fotogramétrico sobre los restantes.

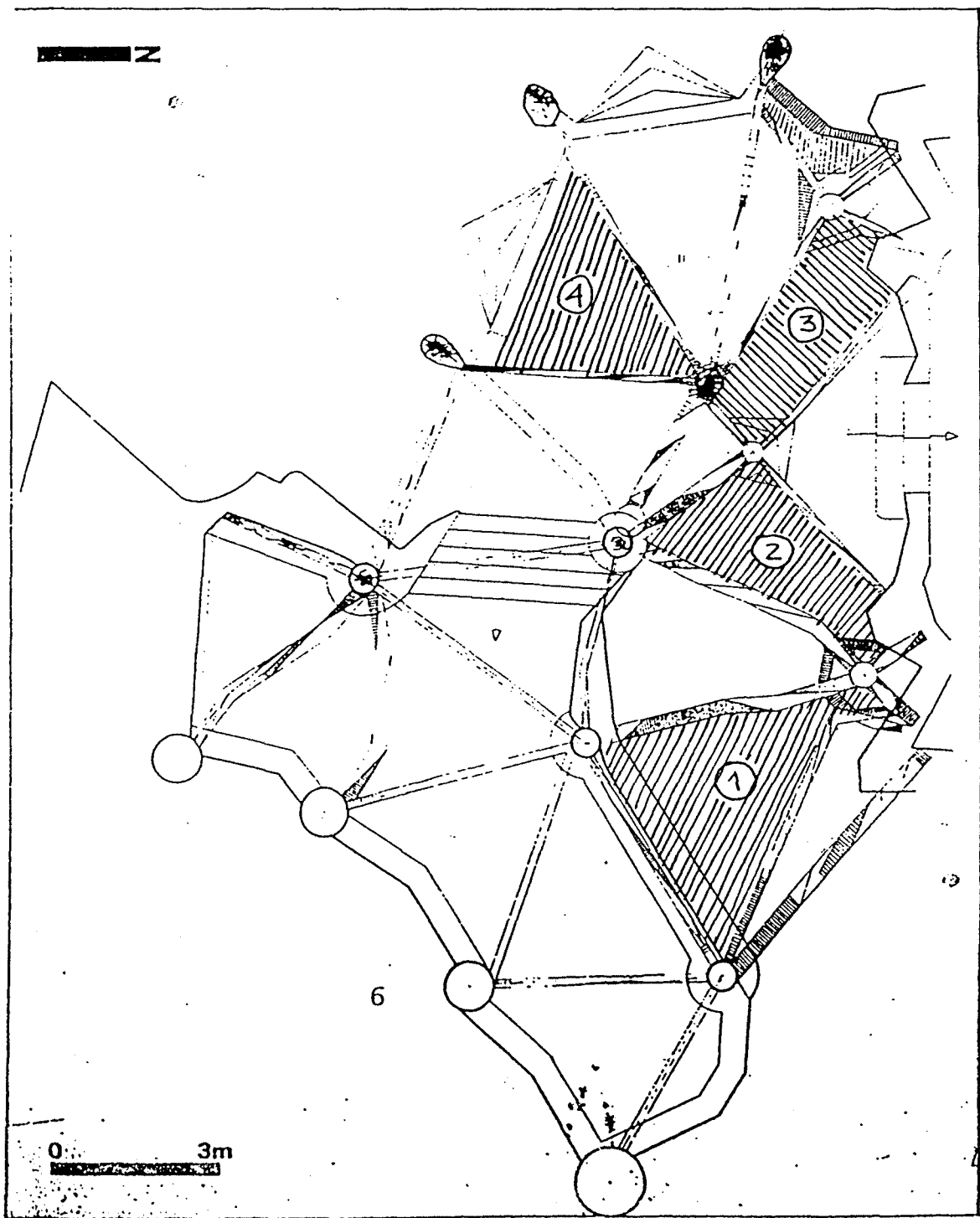
Tal como se comenta en el prólogo de esta tesis, el levantamiento de los datos métricos y fotogramétricos de la superficie de las bóvedas respondía a un objetivo central y prioritario. Se trataba en este caso de determinar si, tal como se viene sosteniendo en los estudios acerca de la obra de Gaudí, las superficies interiores de estas bóvedas podían definirse geoméricamente como paraboloides hiperbólicos. En caso de ser efectivamente así, una segunda etapa de la investigación analizaría los grados de desviación de estas superficies respecto a un modelo teórico ideal y las probables causas de las desviaciones producidas.

Esta segunda fase del análisis no llegó a realizarse debido a los problemas operativos ya citados al inicio de la tesis, que detuvieron la investigación en la fase de comprobación matemática de las superficies.

El contenido de este apéndice recoge entonces los procedimientos matemáticos efectuados para demostrar la filiación geométrica de estas superficies a los paraboloides hiperbólicos, a la vez que reúne toda la documentación relativa a los datos de campo de los trabajos de levantamiento fotogramétrico y las características esenciales del método de restitución empleado.

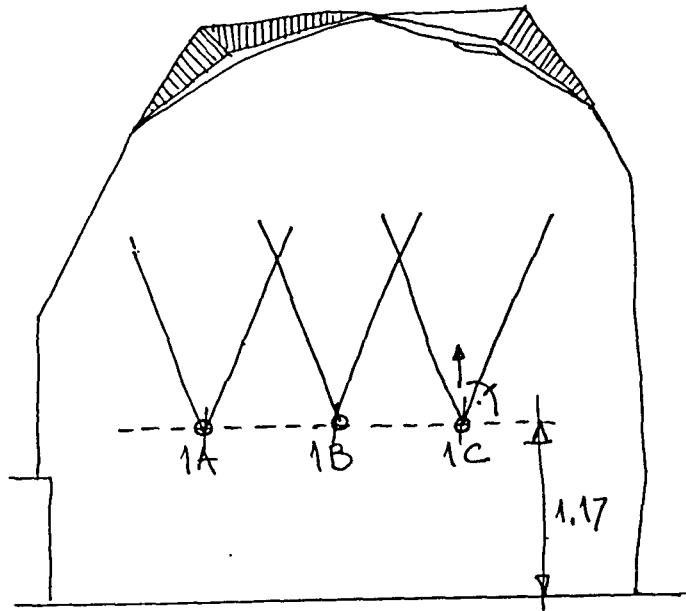
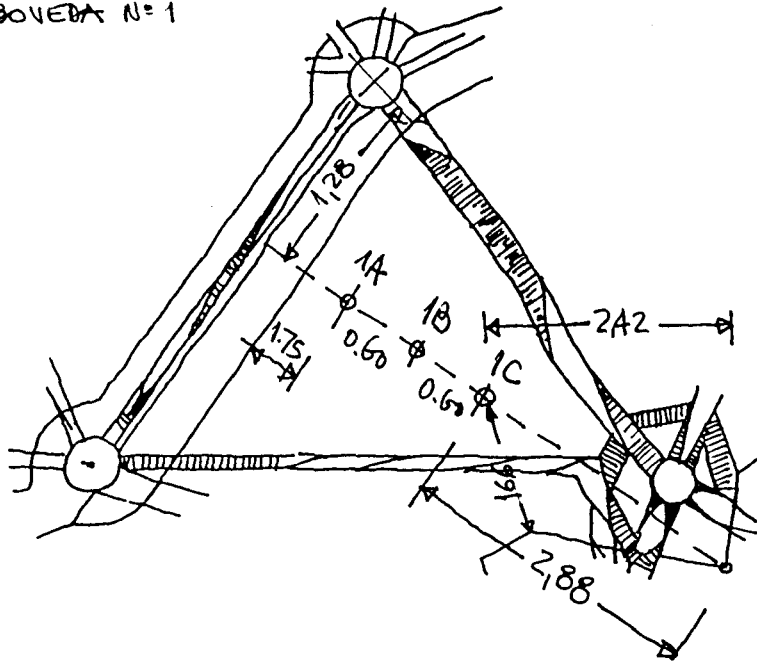
Los datos operativos referentes al proceso de toma y restitución fotogramétrica y la demostración analítica de los paraboloides fueron extraídos del *T.F.C. Comparatiu dels diversos mètodes topogràfics i fotogramètrics aplicats a aixecaments arquitectònics*, en donde dicha demostración matemática sirvió de parámetro teórico para la evaluación de la precisión métrica de cada sistema de levantamiento empleado.

EL LEVANTAMIENTO FOTOGRAMÉTRICO
Datos de campo
(Por el autor de esta tesis)



Las bóvedas del atrio

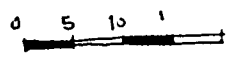
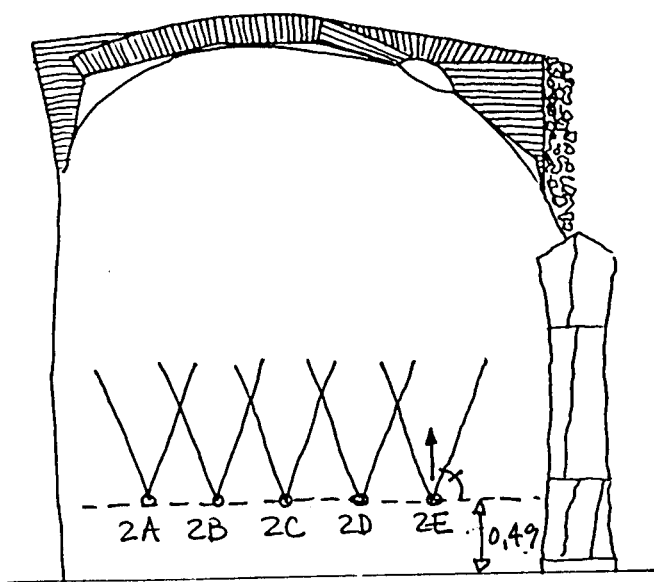
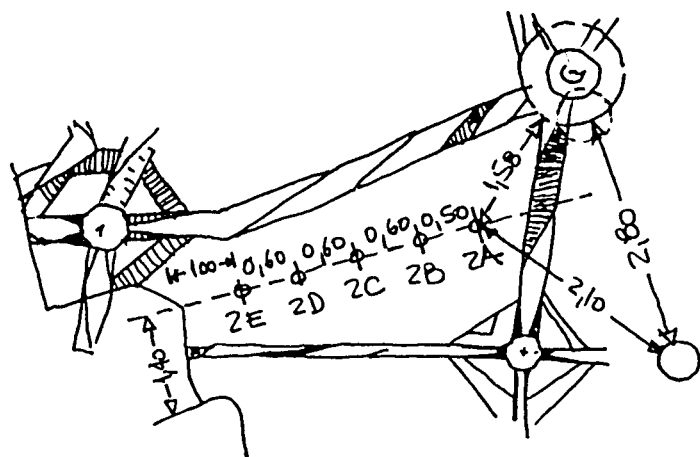
BÓVEDA N=1



0 5 10
CRIPTA DE LA COLONIA GÜELL
BÓVEDAS DEL ATRIO

Bóveda 1

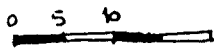
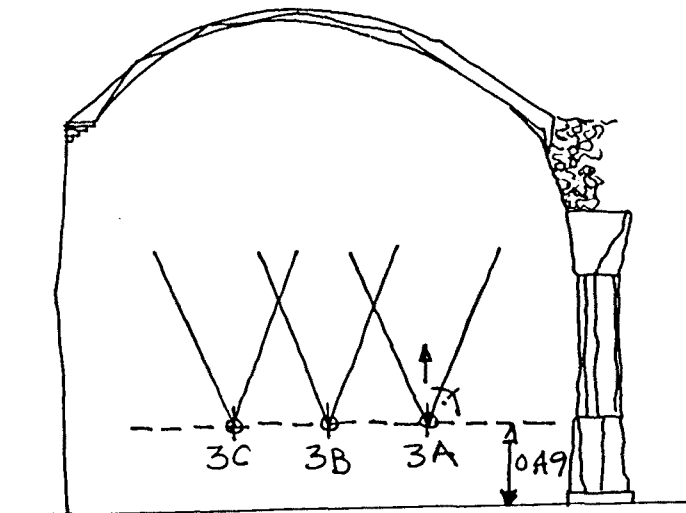
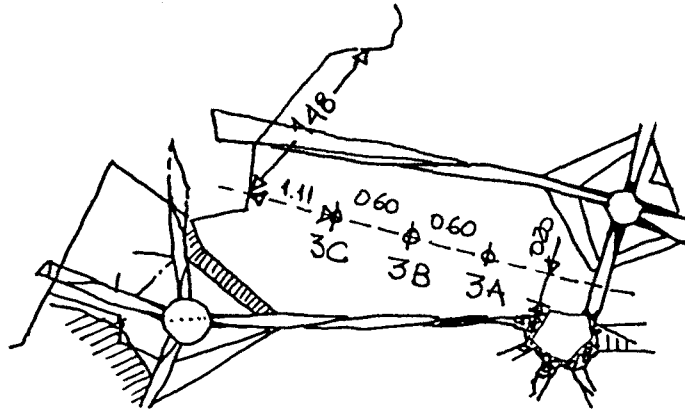
BÓVEDA N.º 2



CRIPTA DE LA COLONIA GÜELL
BÓVEDAS DEL ATRIO

Bóveda 2

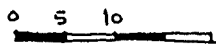
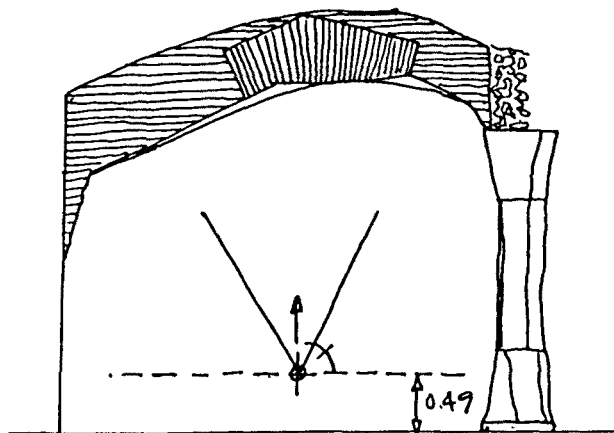
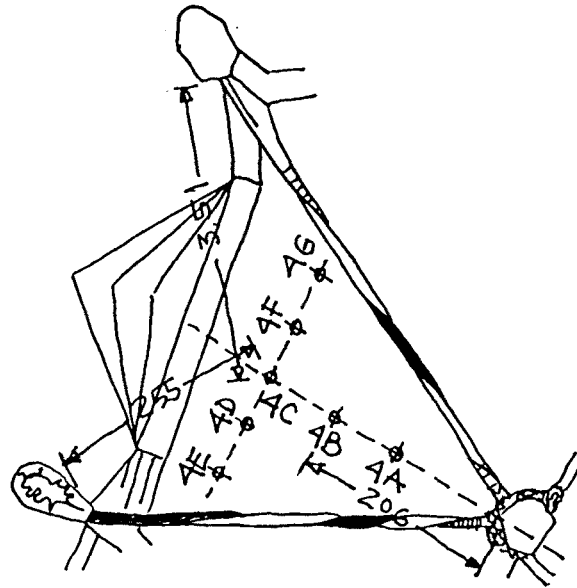
BÓVEDA Nº 3



CRIPTA DE LA COLONIA GÜELL
BÓVEDAS DEL ATRIO

Bóveda 3

BOVEDA Nº 4



CRIPTA DE LA COLONIA GÜELL
BOVEDAS DEL ATRIO

Bóveda 4

FICHA DE TOMA FOTOGRAFÉMICA		Nº 1
TEMA: Puñetas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2B	
FECHA: 23-03-96	HORA: 9:30	

LARGO DE LA BASE: 0,60	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: 13,50 m	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49	

CÁMARA: Rolleiflex 6.00C	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 01-02 (INICIO CARRIETE 1)	
PELÍCULA: Fujifilm / PROVIA / 100K	
FILTRO: No	
DIAFRAGMA: 11 (f/11) / 5,6 / 2	T. EXPOSICIÓN: 1/4
INTERVALO ENFOQUE: /	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 8'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Sol reflejado desde el suelo.
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 2
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal		
TOMA Nº 3	ESTACIÓN: 3C	
FECHA: 23-03-96	HORA: 9:38	

LARGO DE LA BASE: 0,60
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,50
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO:

CÁMARA: Rolleiflex 5016	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 03-04	
PELÍCULA: Fujichrome, Provia 1100 A	
FILTRO: No	
DIAFRAGMA: 8 1/2 (f/5.6)	T. EXPOSICIÓN: 1/4
INTERVALO ENFOQUE: /	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 7'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Sol reflejado
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 3
TEMA: <i>Dividas Colonia Güell</i>		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: <i>Toma caso normal.</i>		
TOMA Nº <i>3</i>	ESTACIÓN: <i>3A</i>	
FECHA: <i>23-03-96</i>	HORA: <i>945</i>	

LARGO DE LA BASE: <i>0,60</i>
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: <i>√ 3,0</i>
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: <i>N</i> Eje vertical: <i>N</i>
ALTURA DEL OBJETIVO: <i>0,49</i>

CÁMARA: <i>Rolleiflex 6006</i>	
OBJETIVO: <i>40</i>	
FOTOGRAMA Nº: <i>05-06-</i>	
PELÍCULA: <i>Fujichrome 135/36/110A</i>	
FILTRO: <i>No</i>	
DIAFRAGMA: <i>8 3/4 (SF) 5,6 1/2</i>	T. EXPOSICIÓN: <i>1/4</i>
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: <i>5'</i>
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: <i>Sol reflejado.</i>
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 4
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal con dos ejes ortogonales.		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4B	
FECHA: 23.03.96	HORA: 9:35	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,50
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex 6005	
OBJETIVO: 40 mm	
FOTOGRAMA Nº: 9,78	
PELÍCULA: FUJICOLOR / PAPANIA / 150 ASA	
FILTRO: No	
DIAFRAGMA: 11 (S/E) 9	T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6 .

TIEMPO EMPLEADO: 6'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 5
TEMA: Parívedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma en perspectiva con dos ejes ortogonales.		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4A	
FECHA: 23-03-96	HORA: 9:56	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,50
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: 1J
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex 6116	
OBJETIVO: 40mm	
FOTOGRAMA Nº: 09-010	
PELÍCULA: Trichromic 135/110A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: 8 1/2 (S/E) 5,6 1/2	T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 41
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 6
TEMA: Pórticos Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal con dos ejes ortogonales		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4C	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,50
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex 600s
OBJETIVO: 40mm
FOTOGRAMA Nº: 11-12 (FIN C 1)
PELÍCULA: Fujichrome C / Penta / 100 A
FILTRO: NO
DIAFRAGMA: 2 1/2 (5/F11) / 5,6 1/2
T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE: (1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 5'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 7
TEMA: Povedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso general con dos ejes ortog		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4D	
FECHA: 28-03-96	HORA: 10 ⁰⁵	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: 0,250
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex 6815	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 01-02 (INICIO CARPETE 2)	
PELÍCULA: Fuji Chromic / PROVIA / 100 A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: 11 (1/8) / 8	T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE:	1 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 5'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 8
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal con dos ejes ortog.		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4E	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10 10	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: 2,57
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: 1)
Eje vertical: 1)
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rollei flex sum 2	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 03-04	
PELÍCULA: Ektachrome / PROVIA / 100 A	
FILTRO: No	
DIAFRAGMA: 11 (f) / 8	T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE:	1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 5'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 9
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma de la bóveda con dos ejes ortog.		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 47	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10:15	

LARGO DE LA BASE: 0,50	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,10	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49	

CÁMARA: Rolleiflex 6105	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº 5-06.	
PELÍCULA: Fuji / PPN1A / 100 A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: 11 (1/4) / 5,6 1/2	T. EXPOSICIÓN: 1/8
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 71
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiente 721
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 10
TEMA: Bñvedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Tourad Ca en normal con dos eyes ortog.		
TOMA Nº 4	ESTACIÓN: 4G	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10 22	

LARGO DE LA BASE: 0,50
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: $\sqrt{2,50}$
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rollei flex 6506	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 07-02	
PELÍCULA: Fuji / PROVIA / 100 A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: 11/5,6	T. EXPOSICIÓN: 8
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 4'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 11
TEMA: Paséadas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal / 5 est.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2D	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10.30	

LARGO DE LA BASE: 060	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: $\sqrt{4,20}$	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49	

CÁMARA: Rolleiflex 6006	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 09-10	
PELÍCULA: Fuji / PROVIA / 100A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: $f/11$ $f/16$ $f/22$ $f/28$ $f/36$ $f/45$ $f/56$ $f/63$ $f/71$ $f/80$ $f/90$ $f/100$ $f/112$ $f/125$ $f/140$ $f/160$ $f/180$ $f/200$ $f/224$ $f/250$ $f/280$ $f/315$ $f/360$ $f/400$ $f/450$ $f/500$ $f/560$ $f/630$ $f/710$ $f/800$ $f/900$ $f/1000$	T. EXPOSICIÓN: $1/4$
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 10'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 12
TEMA: Puñetas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal / 5 est.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2E	
FECHA: 20-03-96	HORA: 10 40	

LARGO DE LA BASE: 0 60
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: 0 4,20
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex 6516	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 11-12 (FIN CONCRETE C2)	
PELÍCULA: FUJI / PROVIA / 100 A	
FILTRO: Nº	
DIAFRAGMA: 8 1/2 (SP) 5,6 1/2	T. EXPOSICIÓN: 1/4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 6'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiente
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 13
TEMA: Bóvedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal / 5 est.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2C	
FECHA: 23-03-96	HORA: 1046	

LARGO DE LA BASE: 0,60
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 4,20
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rolleiflex G106	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 01-02 (inicio C3)	
PELÍCULA: Fuji / PROVIA / 100A	
FILTRO: N0	
DIAFRAGMA: 8 [⊙] / 5,6	T. EXPOSICIÓN: 4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 4'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz ambiente
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 14
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma a 80 normal / 5 est.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2B	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10:50	

LARGO DE LA BASE: 0,50 - 0,60
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 4,20
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49

CÁMARA: Rollei flex G506	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 03-04	
PELÍCULA: Fuji / Provia / 150 A	
FILTRO: N°	
DIAFRAGMA: 8 (4) / 5,6	T. EXPOSICIÓN: 4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 51
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 15
TEMA: Pobledas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal / 5 est.		
TOMA Nº 2	ESTACIÓN: 2A	
FECHA: 23-03-96	HORA: 10:55	

LARGO DE LA BASE: 0,50	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 4,20	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 0,49	

CÁMARA: Rolleiflex 6106	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 05-06	
PELÍCULA: Fuji/PROVIA/100A	
FILTRO: No	
DIAFRAGMA: $\textcircled{11}$ $\textcircled{7.8}$	T. EXPOSICIÓN: 2
INTERVALO ENFOQUE:	$\textcircled{1}$ 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 4'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz ambiental
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 16
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toura Casos normal		
TOMA Nº 1	ESTACIÓN: 1B	
FECHA: 23.03-96	HORA: 1110	

LARGO DE LA BASE: 060	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 3,80	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N)
ALTURA DEL OBJETIVO: 1,17	

CÁMARA: Rolleiflex 6005	
OBJETIVO: 40mm	
FOTOGRAMA Nº: 08-09	
PELÍCULA: Fuji / PROVIA / 100 A	
FILTRO: 10	
DIAFRAGMA: $\text{D } 11 \text{ (SF) } 5,6 \frac{1}{2}$	T. EXPOSICIÓN: 4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 15'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: luz reflejada en suelo / Incidencia lateral objetivo
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 17
TEMA: Bóvedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma censo normal		
TOMA Nº 1	ESTACIÓN: 1A	
FECHA: 23-03-96	HORA: 1116	

LARGO DE LA BASE: 0,60	
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 2,80	
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:	
Eje horizontal: N	Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 1,17	

CÁMARA: Rolleiflex 6016	
OBJETIVO: 40 mm	
FOTOGRAMA Nº: 09-10	
PELÍCULA: Fuji / ARS 11A / 110 A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: 11 11 5,6	T. EXPOSICIÓN: 4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 6'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz reflejada en suelo.
OBSERVACIONES:

FICHA DE TOMA FOTOGRAMÉTRICA		Nº 18
TEMA: Bovedas Colonia Güell		
TIPO Y FINALIDAD DE LA TOMA: Toma caso normal		
TOMA Nº 1	ESTACIÓN: LC	
FECHA: 23-03-96	HORA: 11:20	

LARGO DE LA BASE: 0,60
DISTANCIA AL PLANO PRINCIPAL: N 3,80
POSICIÓN DEL EJE ÓPTICO DE LA CÁMARA:
Eje horizontal: N
Eje vertical: N
ALTURA DEL OBJETIVO: 1,17

CÁMARA: Rolleiflex 6x6	
OBJETIVO: 40	
FOTOGRAMA Nº: 11-12 (FIN CARRETE C3)	
PELÍCULA: Fuji / Provia / 100 A	
FILTRO: NO	
DIAFRAGMA: $\textcircled{11}$ $\textcircled{8}$	T. EXPOSICIÓN: 4
INTERVALO ENFOQUE:	(1) 2 3 4 5 6

TIEMPO EMPLEADO: 4'
ILUMINACIÓN Y CONDICIONES GENERALES: Luz reflejada en suelo.
OBSERVACIONES:



Pares fotogramétricos



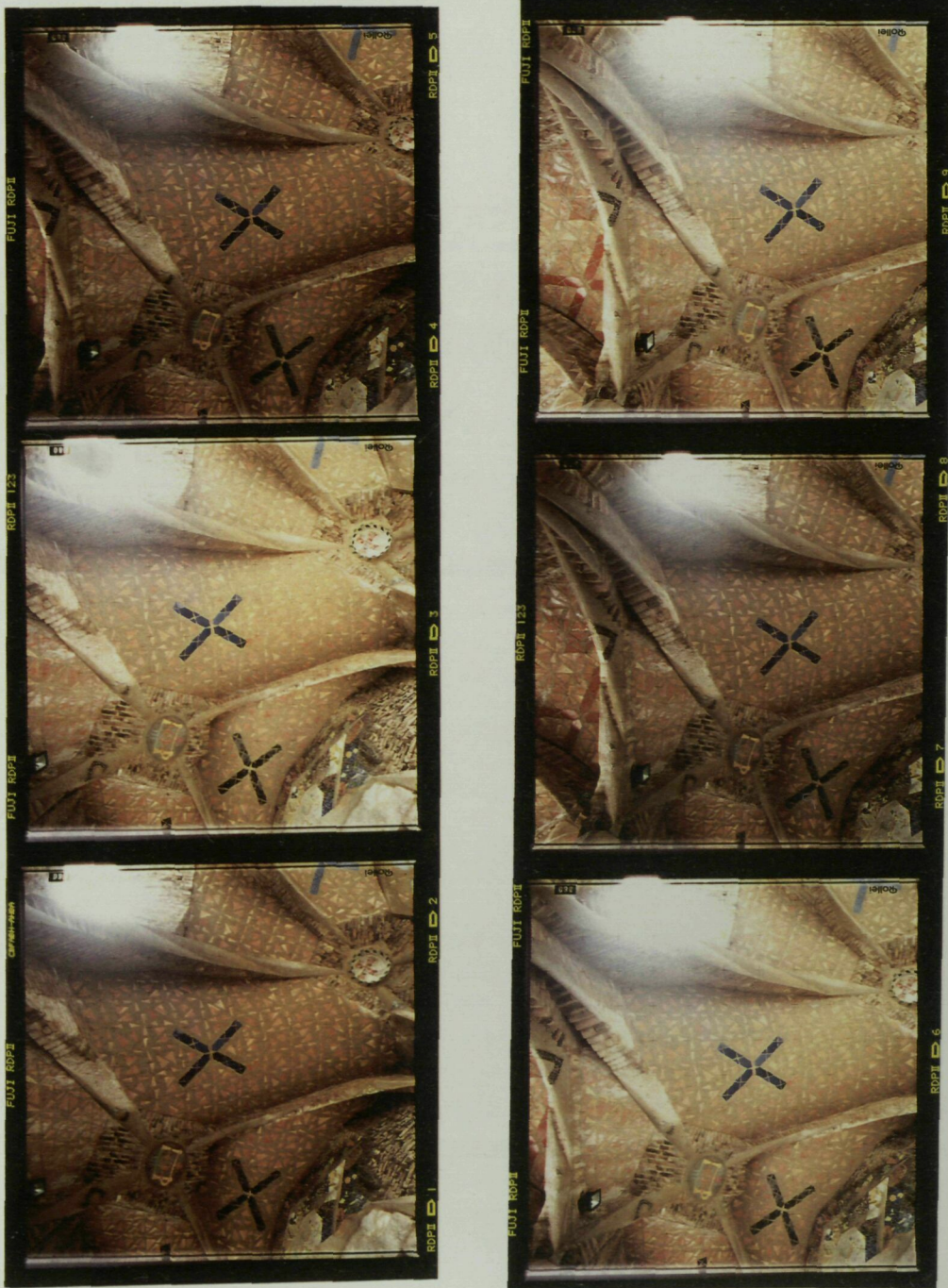
Pares fotogramétricos



Pares fotogramétricos



Pares fotogramétricos



Pares fotogramétricos



Pares fotogramétricos

RESTITUCIÓN FOTOGRAMÉTRICA
(Del T.F.C. *Comparatiu de diversos mètodes topogràfics i fotogramètrics...*)

6. RESTITUCIÓ FOTOGRAMÈTRICA DE LES VOLTES DE LA CRIPTA DE LA COLÒNIA GÜELL.

6.1. Treballs previs

6.1.1. Aixecament de la Cripta de l'Església Parroquial del Sagrat Cor.

L'objectiu d'aquest aixecament és l'obtenció d'un plànol de situació de la zona de treball a escala 1:200 i un de detall a escala 1:100, tots dos amb equidistància entre corbes de nivell de 0,2 metres. Aquest aixecament topogràfic s'ha realitzat amb una estació total TC-1000 de la casa Wild amb llibreta electrònica.

Els treballs de camp efectuats es componen de treballs de poligonal i de radiació. Degut a les condicions de visibilitat afectades per la forma de construcció de l'Església i per la vegetació, es van haver d'establir dues poligonals: la primera, que considerem principal ja que envolta tota la zona a aixecar, és tancada; la segona o interior queda enquadrada entre dos dels vèrtexs de la primera.

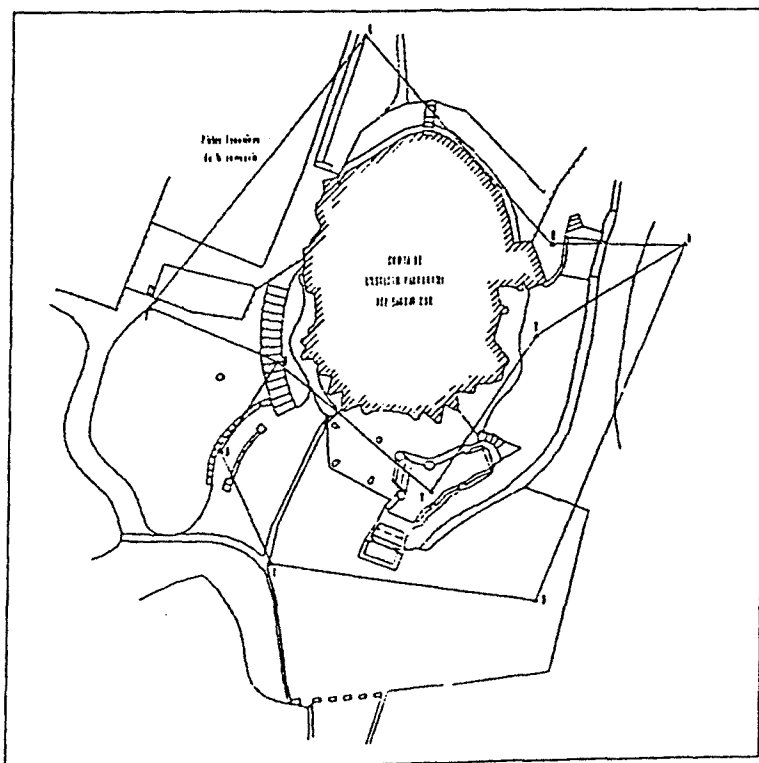


Figura 1. Disposició de les poligonals per a l'aixecament de la Cripta de l'església de la Colònia Güell.

La poligonal principal consta de 8 vèrtexs (A, B, C, D, E, F, G i H) i 8 trams d'una distància mitja de 28,337 metres. Degut a les condicions de visibilitat abans esmentades, el tram més llarg és de 48,774 metres i el més curt de 13,295 metres. Aquesta està enquadrada entre els vèrtexs A i E de la poligonal principal. Consta de 4 vèrtexs, els dos esmentats com a primer i últim i els vèrtexs X i Y. Els trams tenen una distància mitja de 23,9 metres. Les observacions d'aquestes poligonals s'han realitzat amb el mètode de Moinot, prenent mesures d'angles verticals, horitzontals i distàncies geomètriques.

Per tal d'orientar aquestes poligonals es realitza una orientació al Sol des del vèrtex G de la poligonal exterior visant a la referència, el que ens dona un azimuth de partida de $323^{\circ} 50' 73''$. Les coordenades de partida són arbitràries i són les del punt G (100,100,100).

Els treballs de camp posteriors són els de radiació. S'han aixecat un total de 1083 punts. Per cada punt es prenen lectures angulars verticals i horitzontals i distàncies geomètriques al punt d'estació. Cadascun dels punts s'anirà situant sobre un croquis de la zona per tal de facilitar les posteriors tasques de dibuix.

Totes les dades de camp, tant de poligonal com de radiació, es troben als arxius del disquet; els croquis realitzats durant la radiació estan a l'apartat 19. *Dades de Camp*.

Amb les dades de camp i les coordenades de partida, es calculen unes coordenades aproximades per cadascun dels punts de poligonal obtenint uns errors donats per la diferència entre les coordenades de partida del punt G i les finals calculades, així com un error azimuthal, com la diferència entre l'azimut inicial del primer tram, i el final calculat. Comprovat que els errors entren en tolerància, es passa a la compensació de la poligonal pel mètode dels mínims quadrats, on es dona una matriu de pesos en funció de les distàncies, obtenint unes correccions per als azimuths i per les

distàncies de la poligonal. Aplicant aquestes correccions i a partir de les coordenades del punt G, s'obtenen les coordenades compensades de tots els punts de poligonal.

Els desnivells de cadascun dels trams es calculen a partir de la distància geomètrica i l'angle vertical. Amb el mètode de Moinot, s'obtenen dades per calcular els desnivells directes i recíprocs, tenint així comprovació dels mateixos; amb aquests, es fa una mitja aritmètica. Tenint tots els desnivells parcials de la poligonal calculats es tanca l'itinerari d'anivellació i el valor que s'obté és l'error comès, que es compensa per igual a tots els desnivells. Amb aquests, una vegada compensats, es pot calcular la coordenada Z de tots els punts.

Una vegada s'ha compensat la poligonal exterior es passa a calcular la interior. La compensació es realitza de la mateixa manera, per mínims quadrats i s'obtenen les correccions en angles i en distàncies que aplicades a les coordenades inicials ens donaran les coordenades per cadascun dels vèrtexs. La component Z es calcula de la mateixa manera encara que en aquesta poligonal no hi ha error, pel que no és necessari compensar els desnivells.

Amb aquestes dades es calculen les coordenades dels 1083 punts de radiació, s'obté un arxiu DXF importable per AutoCAD amb el núvol de punts i es passa a realitzar el plànol de situació de la zona i el detall de l'entrada.

Tots aquests càlculs efectuats per realitzar l'aixecament es poden consultar a l'*ANNEXI. Càlculs* i al disquet que acompanya la memòria.

Per a la realització del plànol a escala 1:200 es fan servir els croquis de la zona realitzats durant l'aixecament. El corbat del plànol es realitza interpolant de manera adequada entre els punts de l'aixecament.

El plànol de detall a escala 1:200, es realitza a partir de l'obtingut abans. Els petits desnivells que presenta la part tractada fan que no es realitzi cap canvi d'equidistància en les corbes de nivell. En aquest plànol s'hi afegix una planta dels quatre arcs que seran objecte d'estudi.

Aquests dos plànols es poden veure a l'ANNEX II. Plànols, així com al disquet adjunt on també es pot consultar la minuta emprada.

6.1.2. Croquis de les voltes del sostre

Una vegada es tenen totes les dades de l'aixecament, es procedeix a realitzar un croquis de les quatre voltes del sostre que seran objecte del nostre estudi, per poder situar-les tridimensionalment, de manera aproximada, i així saber tant la seva disposició planimètrica com l'alçada que tenen respecte el terra, cosa que ens servirà alhora de planificar les demés tasques a realitzar.

Tenint en compte que del que es tracta és d'obtenir un croquis aproximat i no necessitem gaire precisió, s'ha optat per fer servir un mètode expedit.

El mètode consisteix en el següent: la distància entre el terra i el sostre es mesura amb l'ajut d'una mira i un flexòmetre. La mira es col·loca amb una distància fixa, en metres justos (la màxima que permeti estant en posició vertical entre el punt del sostre i el terra) i s'aixeca fins a tocar el sostre, tenint en compte de no fer malbé l'element en qüestió, mantenint-la en la posició més vertical possible. La distància que queda de la part inferior de la mira fins a terra, es mesura amb el flexòmetre, i es marca a terra un punt que serà aixecat amb aparell des d'un vèrtex de poligonal, per tal de conèixer el posicionament planimètric del punt mesurat. Una vegada es tenen les dues mesures, es sumen i donen l'alçada del sostre respecte el terra.

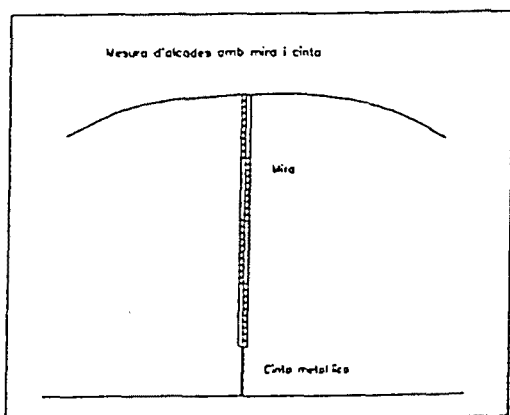


Figura 6.1.2.1 Esquema del mètode utilitzat per realitzar el croquis de les voltes.

Amb aquest mètode s'aconsegueix situar planimètrica i altimètricament els punts de les voltes, encara que d'una manera poc precisa.

L'alçada respecte el terra i la forma de cadascuna de les voltes s'ha determinat a partir d'uns 25 punts aproximadament per a cada superfície. Aquests punts es van distribuir regularment, de manera que marquessin el perímetre i la forma (bastant simplificada) de cadascuna de les superfícies.

Amb les dades preses a camp (alçades i punts de radiació) i un cop processades, es pot obtenir el croquis que es mirava d'aconseguir. Així, un cop identificats els punts al plànol se'ls dona l'elevació corresponent i s'obté un model tridimensional, molt simple, de les diferents voltes a estudiar. Aquest croquis es pot veure a l'arxiu del disquet adjunt.

6.2. Presa fotogràfica.

Els treballs de presa de les fotografies, es van realitzar el 23 de Març de 1996 amb la càmera semi-mètrica Rolleiflex 6006 i un objectiu de 40 mm. de distància focal, sobre pel·lícula Fujichrome Provia de 100 ISO de sensibilitat i emprant diferents diafragmes.

Amb l'ajuda dels aixecaments realitzats, es va poder planejar la presa fotogràfica. Es van efectuar un total de 18 estacions de càmera i es van obtenir 36 fotogrames, dos de cada estació, amb diferents obertures de diafragma. Així es va obtenir per a cada estació una fotografia en condicions normals i una segona sobreexposada, generalment un punt de diafragma, per tal d'assegurar la correcta definició en tot el fotograma, fins i tot a les cantonades de les voltes on la llum era escassa i així poder obtenir resultats correctes per als posteriors treballs de restitució.

El primer que es va fer va ser traçar a terra una alineació que definís l'eix de volta. Amb això i sobre aquesta línia es va anar col·locant la càmera a les diferents posicions de presa. Segons la volta tractada, la seva forma i dimensions van caldre més o menys estacions, i per tant fotografies, per definir-la en la seva totalitat.

Així per a la volta número 1 es van efectuar 3 estacions separades 60 centímetres, a una distància d'uns 3,8 metres de la superfície i amb una alçada d'objectiu de 1,17 metres. Per a la segona volta van caldre 5 estacions separades entre sí de 50 a 60 centímetres, a una distància aproximada de 4,2 metres del sostre i amb l'objectiu situat a 0,49 metres de terra. Per a la volta 3 només van caldre 3 posicions de càmera al llarg de l'eix marcat, separades 60 centímetres entre elles, a una distància de 3,5 metres de la volta i amb l'objectiu situat a una alçada de 0,49 metres. Finalment per tal de completar la volta número 4 van ser necessàries 7 estacions separades entre si 50 centímetres, distribuïdes en dos eixos perpendiculars, a una distància d'uns 2,5 metres de la superfície i amb una alçada d'objectiu de 0,49 metres.

Totes les dades de camp (croquis de situació, diafragmes i demés observacions) es poden consultar a l'apartat 19. *Dades de camp.*

6.3. Presa dels punts de control.

Els punts de control per al posterior procés de restitució, s'han determinat després d'haver obtingut les fotografies. En base als models que es formen, es determinen els punts de control que faran falta per la restitució de cadascun d'aquests i que en són un total de 44.

El principal problema s'ha presentat en la mesura dels punts. La situació d'aquests punts, doncs són punts del sostre, ha fet necessari l'ús d'un aparell o accessori que permeti fer visuals verticals. Això s'aconsegueix fent servir un distanciòmetre de raig

làser que permet mesurar distàncies sense la necessitat de prisma. Així s'ha fet servir un Distomat muntat sobre un Wild T-1000 que ha proporcionat el Departament del terreny, mineria i cartografia de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona (ETSECCPB); les seves característiques i funcionament es poden trobar a l'apartat 13. *Instrumentació*.

Com que des dels diferents vèrtexs de poligonal establerts per a l'aixecament no era possible prendre mesures dels punts de control, ha calgut establir una sèrie de vèrtexs auxiliars a la zona de treball.

A la zona de sota l'atri porticat, a terra, s'estableixen un total de 9 vèrtexs (vA, vB, vC, vD, vE, vF, vG, vH i vI), distribuïts uniformement i es mesuren les distàncies entre ells amb una cinta metàl·lica, formant una cadena de triangles, una trilateració.

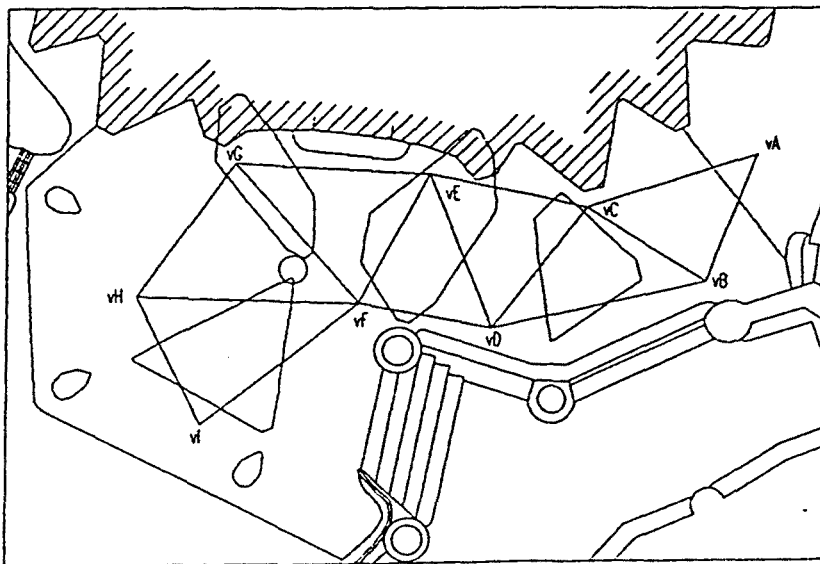


Figura 6.3.1. Esquema de la disposició dels vèrtexs de la trilateració

Amb el mètode d'intersecció, efectuant mesures des de vèrtexs coneguts, es poden donar coordenades a dos d'aquests 4 punts. Així es realitza una intersecció directa per a poder obtenir coordenades del punt I i una mixta per obtenir les del punt A. Es realitza una anivellació geomètrica per determinar el desnivell que hi ha a la zona, ja que.

si fos important i no es tingués en compte podria afectar a la determinació altimètrica dels punts de control i la posterior restitució.

Totes les dades de camp d'aquest procés es poden trobar a l'apartat *19. Dades de camp.*

A gabinet es calculen unes coordenades aproximades X i Y per als punts A i I de la trilateració establerta, que es compensen per mínims. Les coordenades de la resta dels punts s'obtenen, a partir de les de I i A, i es compensen pel mètode dels mínims quadrats. Totes les coordenades d'aquesta cadena muntada, s'obtenen en el mateix sistema de referència que l'aixecament de la zona que s'ha realitzat.

A partir del punt C de poligonal es poden calcular les components Z dels punts de la trilateració. Tenint els desnivells i la distància geomètrica mesurada amb cinta, es calcula la distància reduïda.

En aquesta anivellació es veu que hi ha un desnivell màxim de 9,2 cm. S'obté un error que es compensa al tram de més desnivell, ja que és quasi insignificant.

Tots els càlculs anteriors es poden veure a l'*ANNEX I. Càlculs*, i al disquet adjunt.

Aquests vèrtexs s'utilitzen per estacionar l'aparell a l'hora d'aixecar els punts de control del sostre. Cadascun dels punts de control es visarà des de dos o tres dels vèrtexs de la trilateració, obtenint distància geomètrica, angle horitzontal i vertical. S'ha de tenir en compte que amb aquest aparell la distància obtinguda s'ha de corregir degut a la disposició del mateix sobre l'estació total. A l'apartat *13. Instrumentació* hi ha l'esquema i explicació d'aquestes correccions.

Les mesures dels punts de control preses a camp, es poden consultar a l'apartat *19. Dades de camp.*

Amb les dades angulars es calculen les primeres coordenades planimètriques aproximades de tots els punts de control, que es compensaran pel mètode dels mínims quadrats.

Amb totes les dades recollides a camp es poden formar equacions que siguin funció de les distàncies, funció dels angles o d'ambdues alhora. Si les compensacions es fan en funció de les dades angulars i, independentment d'aquestes, en funció de les mesures de distàncies, es pot comprovar la fiabilitat de les mesures i es poden eliminar les que possiblement no siguin bones i puguin contaminar a les altres.

Degut a això i al gran nombre d'equacions de què es poden disposar, primer només es fan servir aquelles que són funció de mesures angulars. Amb aquestes es forma una matriu de 108 equacions i 86 incògnites, amb la que es calculen unes correccions per les coordenades en X i en Y de tots els punts i es calculen també els residus associats a cadascuna d'aquestes equacions. Els que sobrepassen la tolerància s'eliminen i torna a realitzar-se el càlcul fins que tots els residus entren dins aquesta tolerància. Amb tot això, utilitzant mesures angulars, finalment queden 105 equacions i 84 incògnites, havent-se eliminat el punt 29. Amb les correccions finals es calculen les coordenades de cadascun dels punts i el seu error associat.

Es realitza també una altra compensació en funció de les mesures de distàncies, on es creen 106 equacions i 84 incògnites. Es procedeix de la mateixa manera que en el cas de mesures angulars i s'obtenen unes coordenades finals amb uns errors associats, quedant al final 100 equacions i 78 incògnites. En aquest cas s'han eliminat els punts 9 i 10.

Una vegada realitzades les dues compensacions anteriors, es realitza una compensació conjunta, funció d'angles i de distàncies, que és la que considerarem millor. En aquesta es calculen els punts dels que s'han obtingut unes coordenades similars a partir dels dos mètodes anteriors per a obtenir les coordenades finals més fiables. Així doncs, els punts que anteriorment s'han eliminat que són el 29 per una banda i el 9 i el 10 per l'altra, no s'utilitzaran en aquesta compensació; aquests punts tindran les coordenades finals provinents de les compensacions anteriors, concretament de la que entrava en tolerància. En total es formen 199 equacions i 80 incògnites. Al final, i eliminant les que no entren en tolerància queden un total de 185 equacions i 78

incògnites, es a dir que s'elimina un punt, que és el 41; en aquest cas, les coordenades finals d'aquest punt provindran de la compensació amb la que s'obté un menor error associat al punt, es a dir, amb la que obtinguem millor precisió. Aquesta compensació normalment és la primera en que les equacions són funció de les mesures angulars.

Així, finalment, obtindrem les coordenades planimètriques d'aquests punts de control.

Una vegada es tenen aquestes coordenades planimètriques, es passa a calcular la component altimètrica dels punts.

Amb les coordenades planimètriques es calcula la distància reduïda entre els punts d'estació i cadascun dels punts de control, i amb l'angle vertical, es calcula el desnivell entre els dos punts. Aquest desnivell es corregeix degut a la disposició que té el distanciómetre utilitzat a sobre de l'estació total i que s'explica a l'apartat *13. Instrumentació*, juntament amb les característiques de l'aparell.

Amb aquests desnivells calculats es troba la component Z de cadascun dels punts. En realitat es troben tantes coordenades Z d'un mateix punt com visuals hi ha d'aquest dels punts estació. Aquests valors de Z no seran exactament iguals i amb ells es fa una mitja. Es calculen els residus de cadascuna de les cotes, l'error mig quadràtic i la tolerància que ens farà desestimar totes les dades que la sobrepassin. Es torna a fer el càlcul fins que totes entren en tolerància. Finalment s'elimina el punt 26 doncs les seves cotes no s'han pogut considerar bones.

Així s'obtenen les coordenades de cadascun dels punts de control que ens serviran alhora de realitzar la restitució.

Tot el procés de càlcul utilitzat es troba desenvolupat a l' *ANNEX I. Càlculs* i als diferents arxius del disquet.

La disposició dels punts de control dins de cada model es pot veure a l'apartat *20. Ressenyes del punts*.

6.4. Restitució fotogràmètrica.

Amb les coordenades dels punts de control calculades i un cop escollits els models amb els què es treballaria, es va procedir a efectuar la restitució fotogràmètrica de les 4 voltes escollides per al treball. La restitució es va efectuar amb l'estereocomparador analític Digicart 40 de la casa Galileo Siscam.

Un cop col·locats els fotogrames que formen cada model, s'efectua l'orientació, tal i com s'ha explicat a l'apartat 13. *Instrumentació*, per tal de deixar el model en condicions de poder treballar amb ell. Totes les dades de l'orientació (punts de control utilitzats, residus, girs, etc.) es poden consultar a l'*ANNEXI. Càlculs*.

Fet tot això es va passar a efectuar la restitució de les voltes. Aquesta restitució es va fer per punt i es van anar dibuixant tots i cadascun dels diferents elements que componen la superfície, tant les rajoles principals com les ceràmiques que componen les creus centrals. Per això, es van anar marcant els vèrtexs definitoris de les diferents formes poligonals (bàsicament triangles), partint i arribant al mateix vèrtex, quedant així, i en la majoria dels casos, tancades les entitats.

A les voltes números 1 i 2 es van marcar, a més, un seguit de punts auxiliars de farciment, per tal de gaudir d'una major densitat de punts i poder definir, posteriorment la superfície, de manera més precisa. A les voltes 3 i 4 aquests punts auxiliars no es van considerar necessaris ja que, en aquestes, els elements de rajola estaven distribuïts més densament que en els altres dos casos.

A més es van obtenir també els diferents contorns de cadascuna de les voltes, tot i que posteriorment només s'han utilitzat als plànols per tal de limitar les superfícies. Les diferents irregularitats que presenten les voltes en les seves parts exteriors (on acaben), ha fet que el contorn no coincidís amb la superfície, i quedés ens alguns casos per sobre i en altres per sota de la forma tridimensional de la superfície.

Tots els arxius obtinguts de la restitució es troben al disquet adjunt.

Un cop acabats els treballs de restitució, es van passar els arxius a AutoCAD per tal de poder editar-los i obtenir una sèrie de plànols de cada volta.

El primer pas va ser repassar cada entitat (rajola) i comprovar que estigués tancada; en cas que no ho estés es tancava.

També es va comprovar que no hi hagués cap punt que tingues una Z molt diferent de la resta del seu voltant. En cas de trobar-ne alguna, es comprovava que no es tractés de cap deformació real de la superfície i que fos realment un error en la restitució. Comprovat si el punt en qüestió era o no erroni, es rectificava o bé es deixava al seu lloc. Cal dir que aquest procés ha presentat força complicacions ja que un cop es col·loca una vista en tres dimensions d'una de les voltes, la superposició dels diferents elements que es produeix dona una visió confusa i amb la que resulta molt complicat de treballar.

Un cop finalitzat el procés d'edició, s'ha passat a l'elaboració dels diferents plànols que es presenten. S'han obtingut un total de 10 Plànols (5 planimètrics i 5 d'altimetria) a escales 1:50 i 1:20.

Els 5 plànols de planimetria de les voltes es componen d'un a escala 1:50 on hi apareixen les quatre voltes juntes i els 4 restants són a escala 1:20. En aquests últims s'hi presenten cadascuna de les voltes per separat juntament amb els diferents punts de control obtinguts.

Dels 5 plànols de corbes de nivell, un és a escala 1:50 i en ells s'hi representen les 4 voltes amb una equidistància de corbes de 5 centímetres. Els quatre restants, a escala 1:20, mostren l'altimetria de cada superfície amb una equidistància de 2 centímetres.

Tots els plànols abans esmentats es poden trobar a l'*ANNEX II. Plànols*, així com al disquet que l'acompanya.

A la pàgina següent es pot veure una imatge de les quatre voltes restituïdes.

ESTUDIO MATEMÁTICO DEL MODELO
Conclusiones
(Del T.F.C. *Comparatiu de diversos mètodes topogràfics i fotogramètrics...*)

12. COMPARACIÓ DELS RESULTATS OBTINGUTS.

En aquest estudi s'han utilitzat finalment tres metodologies diferents: la restitució fotogramètrica, com a metodologia principal; l'aixecament dels diferents perfils que componen la figura a estudiar mitjançant la topografia clàssica; i la digitalització de fotografies dels diferents perfils que componen la figura amb l'ajut d'un nivell làser.

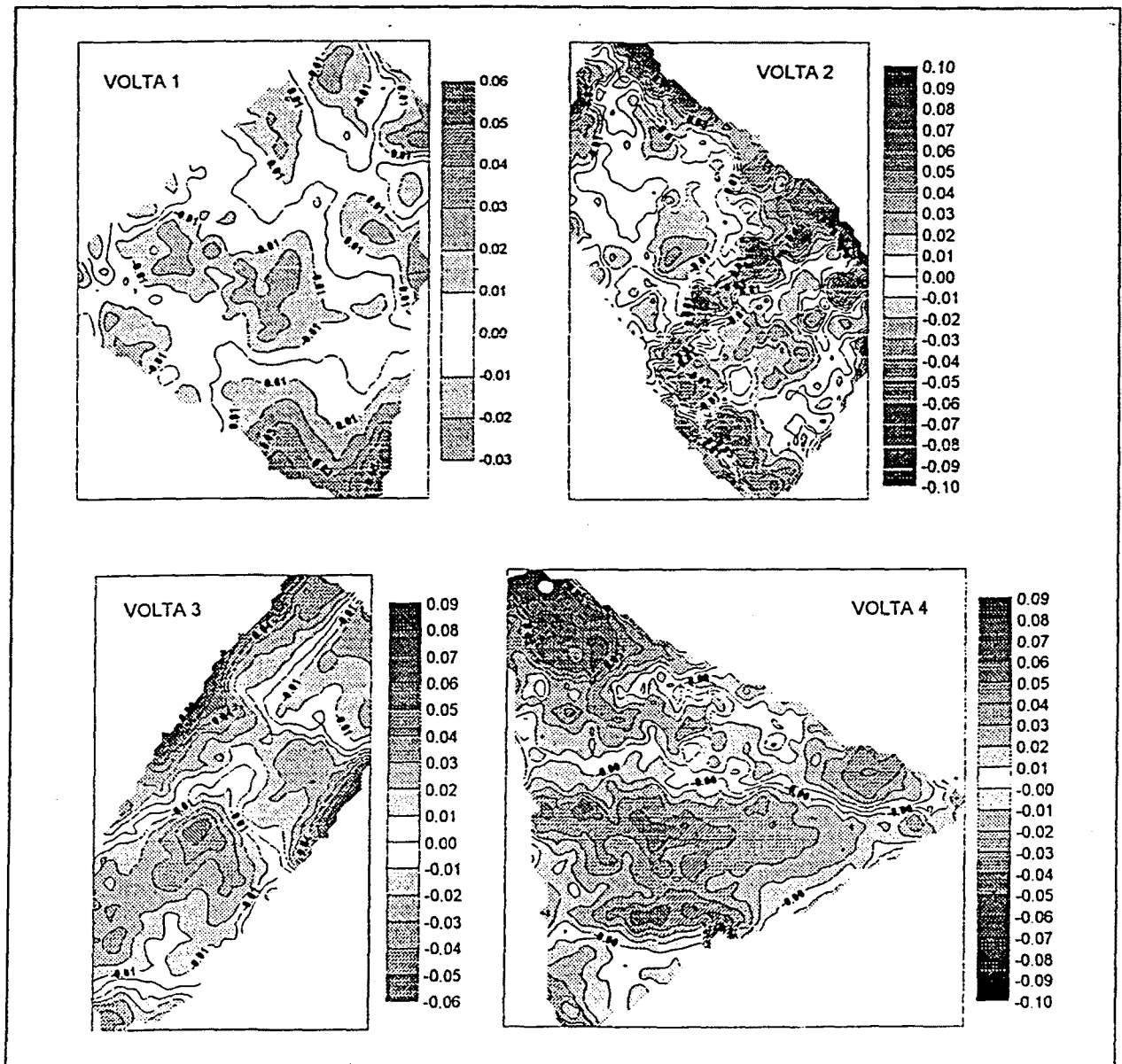
Dins aquest apartat de comparació s'exclou aquest últim mètode doncs no a permès aconseguir uns resultats satisfactoris. Per tant es realitzarà una comparació entre els resultats obtinguts amb els altres dos mètodes, a partir del càlcul de les superfícies que defineixen les voltes.

Per a realitzar les comparacions s'ha utilitzat el programa informàtic SURFER 4.2, el que permet obtenir corbats i superfícies en tres dimensions a partir d'un núvol de punts. El que es fa una vegada s'introdueix el llistat dels punts, és crear una malla amb un interval de separació en X i en Y. Aquest variarà segons el nombre de punts i l'espai existent entre ells. Aquesta malla creada tindrà unes discrepàncies al comparar-la amb el núvol de punts original; això és degut a la suavitat en la forma d'aquesta. D'aquesta manera els punts que sobresurten molt no falsegen la posició dels que es troben al seu voltant. Això no ens suposa cap problema doncs les superfícies teòriques són formes regulars.

Aquest programa també permet la comparació entre dues superfícies diferents donant uns residus numèrics.

Coneixent això es crearà la malla corresponent a cada volta amb el llistat de punts provinents de la restitució fotogramètrica. Són un total de 5571 punts i amb ells es creen quatre malles de 5 x 5 centímetres. El mateix es fa amb el núvol de punts resultant del mètode de perfils. Són un total de 537 punts amb els que es crea també una malla de 5 x 5 centímetres.

Amb aquestes dues malles es passa a efectuar la comparació entre els dos mètodes de treball emprats. Per a això es realitza una comparació, per a cada volta, de la malla obtinguda amb el núvol de punts de fotogrametria i l'obtingut per perfils; d'aquesta manera es troben unes discrepàncies. Amb això, es passa a realitzar uns plànols d'error per a cada volta, on la coordenada Z s'ha substituït pel valor de la discrepància obtinguda. Així s'obtenen els gràfics següents.



Com es pot observar a les anteriors gràfiques, el resultat obtingut no es aclaridor. Les diferents discrepàncies no es troben uniformement repartides per les superfícies i no donen cap tipus d'informació que pugui ser estudiada per a obtenir unes conclusions de cada mètode.

Alhora d'aprofundir en les comparacions prendrem com a punt de partida la forma que suposadament que tenen les voltes, que són paraboloides hiperbòlics. Així es pot fer una comparació més acurada, ja que aquestes estan fetes de rajoles de maó arrebossades, el que fa que no siguin superfícies perfectament llises i homogènies. Això comporta una diferència inicial en el resultat obtingut amb cadascun dels mètodes, ja que no s'han aixecat els mateixos punts. En quan al primer mètode, s'han escollit els punts determinants de la planimetria, que són les cantonades de les rajoles, mentre que en el segon mètode els punts determinants han estat els pertanyents als perfils, coincidissin o no amb l'arrebossat o amb les cantonades de les rajoles.

El paraboloid hiperbòlic es defineix com la superfície quadràtica, sense centre, la intersecció de la qual amb un pla que contingui l'eix de simetria (plans verticals paral·lels a XZ i YZ) és una paràbola i la intersecció amb plans perpendiculars als anteriors és una hipèrbola de dos fulls, excepte en el cas de $Z=0$ metres, que donarà lloc a dues rectes que es tallen a l'origen. Aquesta superfície passa per l'origen de coordenades i no té cap més intersecció amb els eixos.

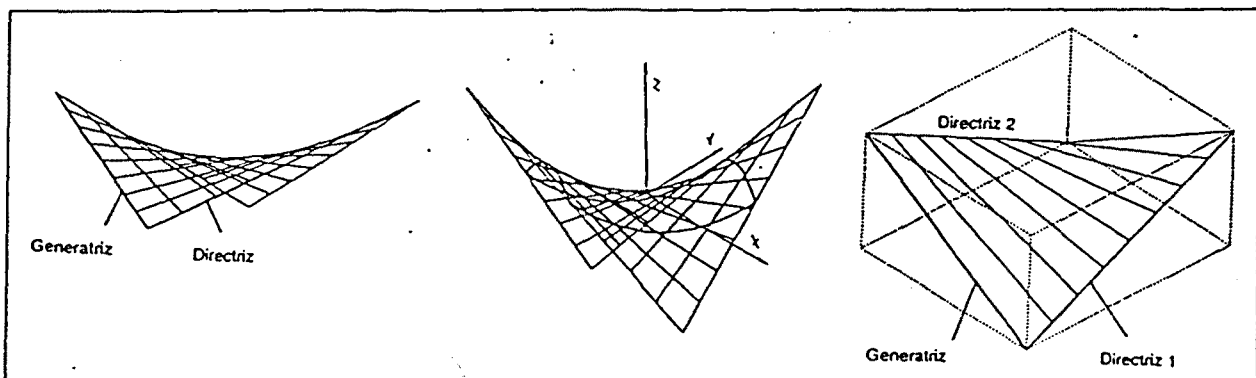


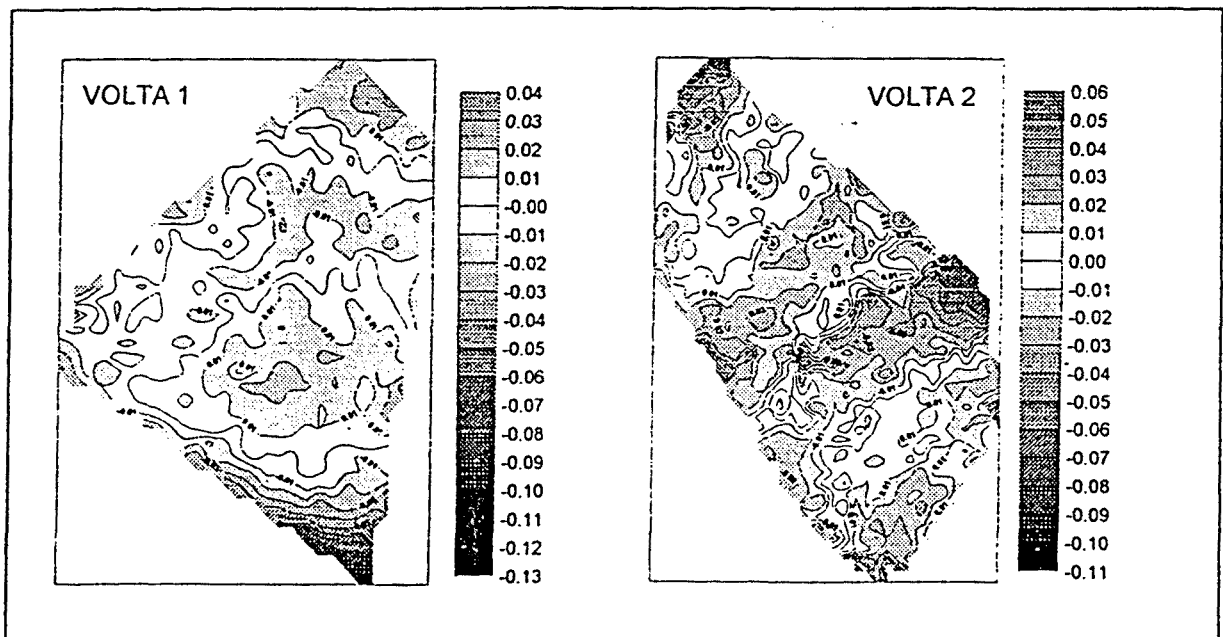
Figura 12.1. Paraboloid hiperbòlic.

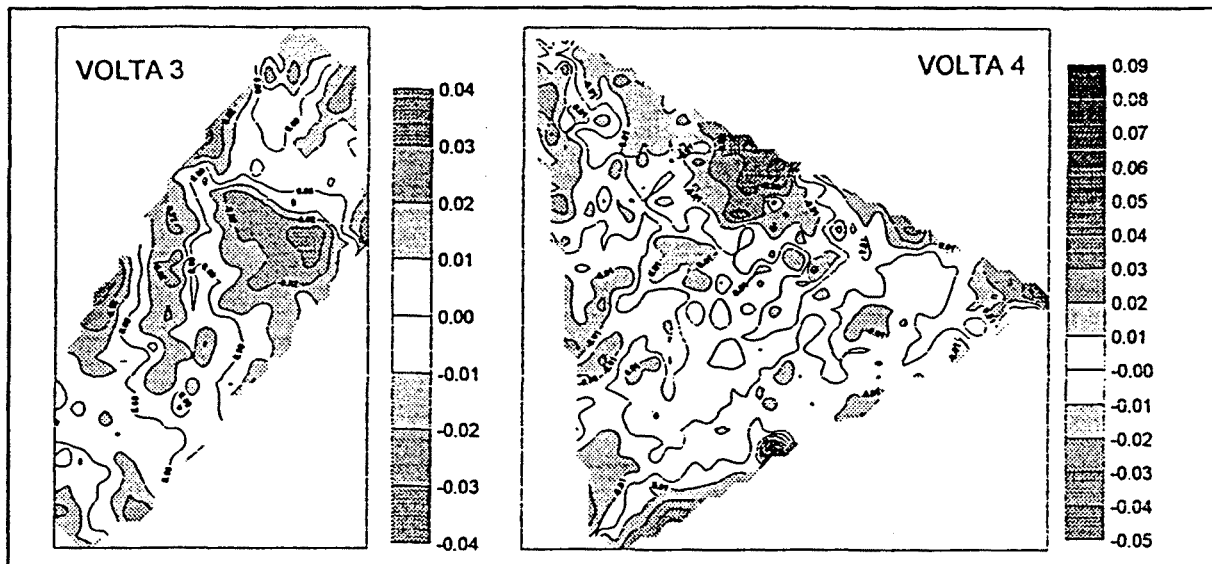
Aquesta superfície està generada pel desplaçament d'una recta generatriu sobre dues rectes directrius que no es tallen i no són coplanàries. La fórmula general del paraboloid hiperbòlic és:

$$\frac{X^2}{A^2} - \frac{Y^2}{B^2} + 2Z = 0$$

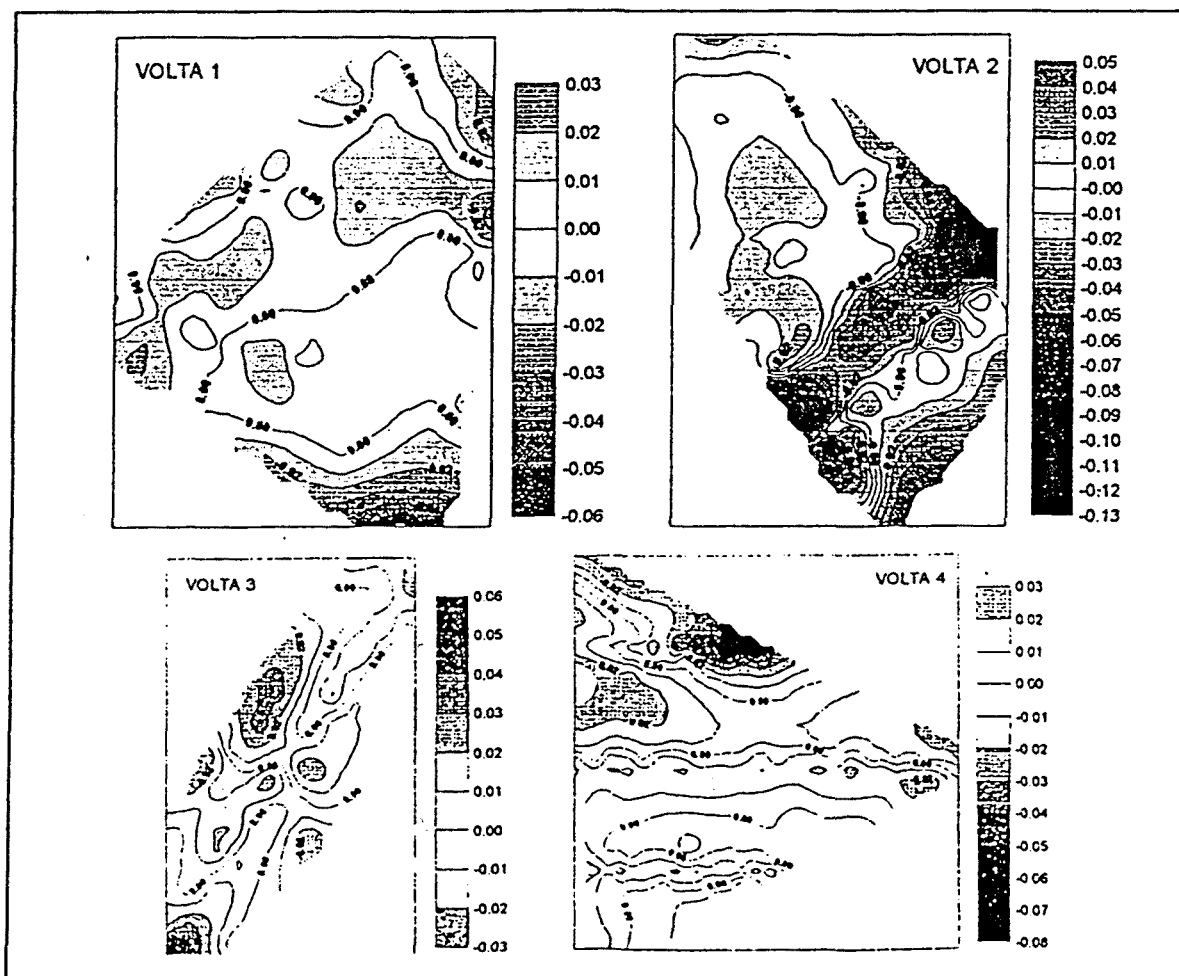
Amb tot això es passa a efectuar el càlcul de cada superfície per a cada mètode. Per a això i a partir de les malles obtingudes anteriorment, es troben les discrepàncies entre aquestes i el núvol de punts pertanyents a cada volta tant per a la restitució com pels perfils.

Les figures següents mostren els plànols de discrepància obtinguts en el cas de la restitució.





Les figures següents mostren els plànols de discrepància obtinguts en el cas del mètode de perfils.



Pel què fa referència a la restitució es tenen en compte per a realitzar l'estudi els punts amb una discrepància superior als 2 mil·límetres. Això va relativament bé perquè permet disminuir el nombre de punts, cosa que facilita els càlculs.

En el cas dels perfils s'eliminen els punts que després de ser comparats amb aquesta malla superen el centímetre de discrepància.

Sabent que les voltes són quàdriques es calcularan els paràmetres de les equacions que els hi corresponen a aquest tipus de superfícies, a partir dels núvols de punts resultants del pas anterior. En són 1640 pel mètode fotogramètric i 396 pel mètode de topografia clàssica. Això ens pot donar a entendre ja des d'un bon començament que el primer mètode serà més precís ja que té molts més punts.

L'equació d'una quàdrica és del tipus:

$$a x^2 + b y^2 + c z^2 + 2f yz + 2g zx + 2h xy + 2p x + 2q y + 2r z + d = 0$$

i a partir d'aquesta general trobem les particularitats per cadascun dels casos, com s'observa a la taula següent.^[4]

Cas	ρ_3	ρ_4	Signe de Δ	Igual signe de les $\kappa \neq 0$?	Superfície quadràtica
1	3	4	-	si	El·lipsoide real
2	3	4	+	si	El·lipsoide imaginari
3	3	4	+	no	Hiperboloide d'una fulla
4	3	4	-	no	Hiperboloide de dues fulles
5	3	3		no	Con quàdric real
6	3	3		si	Con quàdric imaginari
7	2	4	-	si	Paraboloide el·líptic
8	2	4	+	no	Paraboloide hiperbòlic
9	2	3		si	Cilindre el·líptic real
10	2	3		si	Cilindre el·líptic imaginari
11	2	3		no	Cilindre hiperbòlic
12	2	2		no	Plans imaginaris reals
13	2	2		si	Plans imaginaris intersectants
14	1	3			Cilindre parabòlic
15	1	2			Plans paral·lels reals
16	1	2			Plans paral·lels imaginaris
17	1	1			Plans coincidents

On els termes ρ_3 , ρ_4 , Δ , κ_1 , κ_2 , κ_3 són:

$$e = \begin{pmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} a & h & g & p \\ h & b & f & q \\ g & f & c & r \\ p & q & r & d \end{pmatrix}, \quad \rho_3 = \text{rang de } e, \quad \rho_4 = \text{rang de } E,$$

$\Delta =$ determinant de E , i

$$\kappa_1, \kappa_2 \text{ i } \kappa_3 \text{ són les arrels de } \begin{vmatrix} a-x & h & g \\ h & b-x & f \\ g & f & c-x \end{vmatrix} = 0$$

Per efectuar el càlcul de cadascuna de les superfícies partim de la base de que essent paraboloides hiperbòlics, han d'acomplir les condicions del cas 8 a la taula anterior. Això implica que els rangs del determinants e i E han de ser 2 i 4 respectivament. Perquè aquesta condició es doni els termes c , f i g han de tenir un valor igual a 0. Per a facilitar el procés de càlcul es dona a r un valor de 0,5. Amb això, es calcularan amb el mètode de mínims quadrats els paràmetres de la següent equació:

$$A_0 + A_1 x + A_2 y + A_3 xy + A_4 x^2 + A_5 y^2 = z$$

$$\text{on: } A_0 = d$$

$$A_1 = 2p$$

$$A_2 = 2q$$

$$A_3 = 2h$$

$$A_4 = a$$

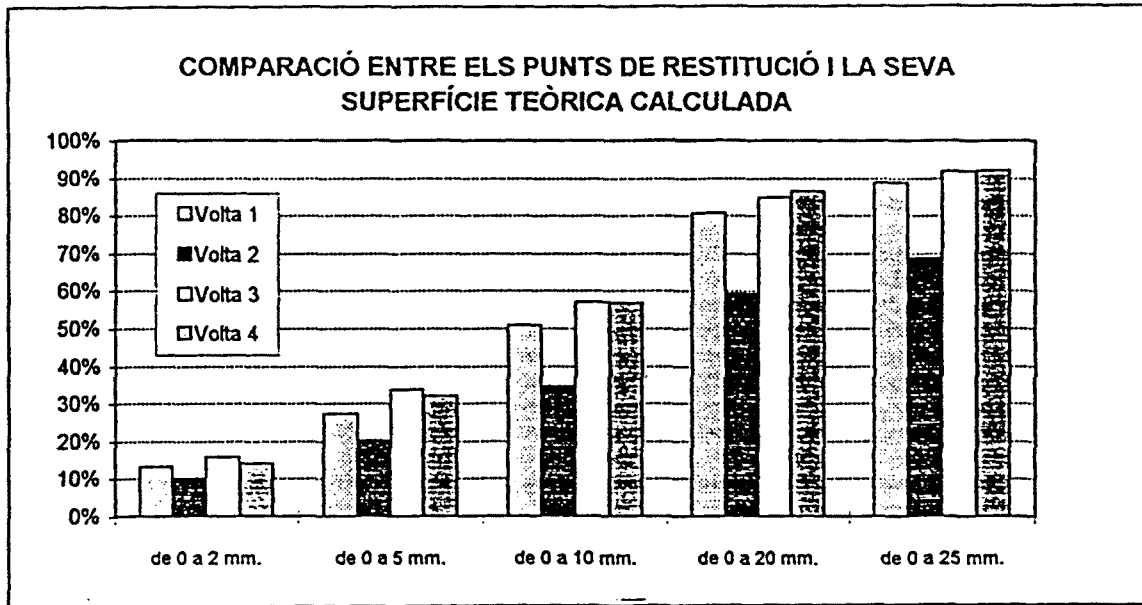
$$A_5 = b$$

Aquests es calculen amb els núvols de punts que han quedat després de crear les malles i eliminar-ne els que tenien una discrepància superior a la considerada com a limit.

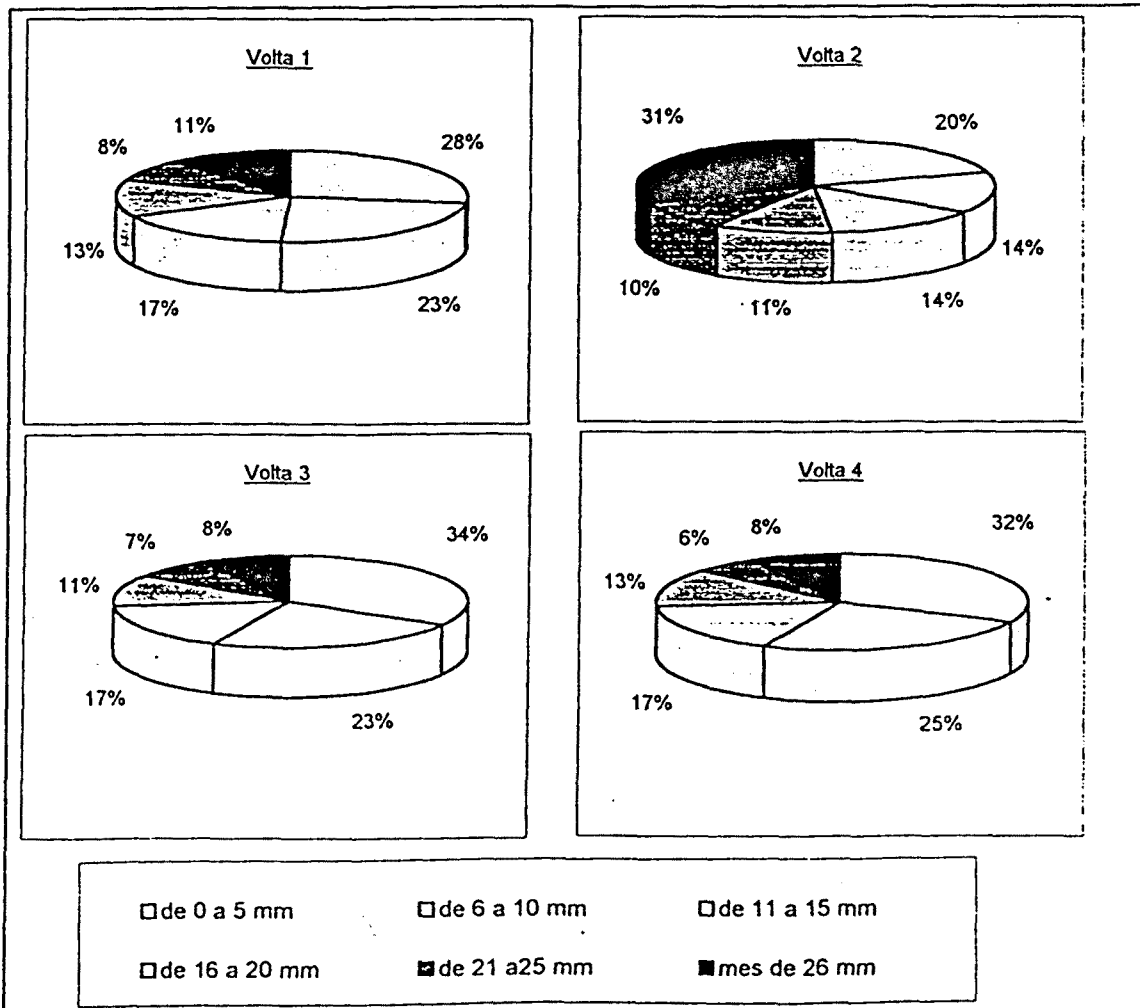
Els resultats introduïts a les equacions originals donen uns residus amb els que es calcula l'error mig quadràtic i la tolerància. Amb aquesta s'eliminen les equacions que tenen un residu associat major. Amb les restants es torna a realitzar tot el càlcul i es tornen a eliminar aquelles equacions que no entren en tolerància i així fins que s'aconsegueix que totes entrin dins la tolerància obtenint els paràmetres de l'equació final per cadascuna de les voltes. Es realitzen 6 iteracions per trobar els paràmetres de la volta 1 seguint el mètode fotogramètric, 3 per a la volta 2, 3 per a la 3 i 8 per a la volta 4. Fixant-nos en l'altre mètode, el dels perfils, es realitzen 4 iteracions per trobar els paràmetres de la volta 1, 7 per trobar els de la volta 2, 1 per trobar els de la volta 3 i 4 per trobar els corresponents a la volta 4. Amb aquests paràmetres es comproven les condicions que ha de seguir la quàdrica per a ésser un paraboloid hiperbòlic. Aquesta comprovació es realitza tant per els punts resultants d'un mètode com per els de l'altre.

Ara ja es tenen les equacions de cadascuna de les voltes obtingudes a partir dels dos mètodes emprats. Per reflectir la fiabilitat en el càlcul es realitza una comparació entre la superfície teòrica calculada a partir de les equacions corresponents i cadascun dels núvols de punts. Es tracta de comprovar l'ajust de cada equació amb el núvol de punts del qual s'ha partit. Aquesta comparació es realitza per cadascuna de les superfícies provinents del mètode fotogramètric. Amb els resultats de les comparacions es calculen els percentatges de punts en funció de les seves discrepàncies i es creen les següents gràfiques.

La primera gràfica (pàgina següent) permet realitzar una comparació entre els resultats obtinguts a les quatre voltes. Així doncs, veiem que mentre les voltes 1, 3 i 4 segueixen, més o menys, els mateixos percentatges, la volta 2 cada vegada difereixen més. En totes les voltes, excepte aquesta, el 90% dels punts aproximadament s'ajusten a la superfície teòrica calculada amb una discrepància menor dels 2,5 centímetres. En canvi, la volta 2 té un 31% de punts amb una discrepància major a aquest valor. Aquesta diferència en percentatges entre la volta 2 i les altres es fa més notable quan es comença a parlar de punts amb discrepància major d'1 centímetre. Fins aquí, com els percentatges són menors, la diferència encara ho és més i no es nota tant.

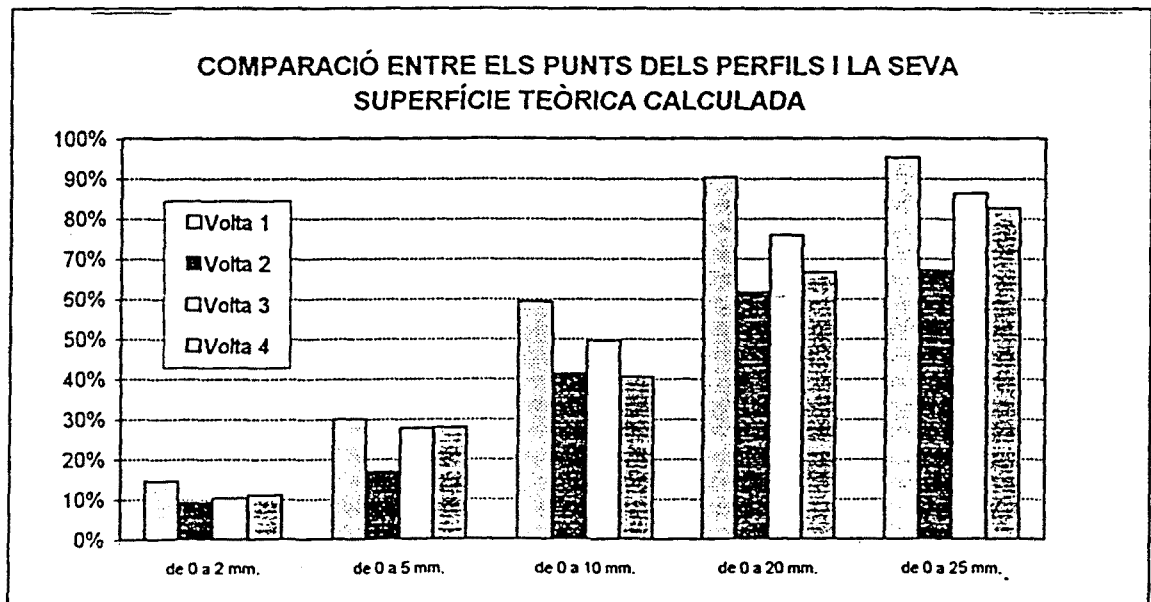


Els gràfics següents corresponen a cadascuna de les voltes per separat.



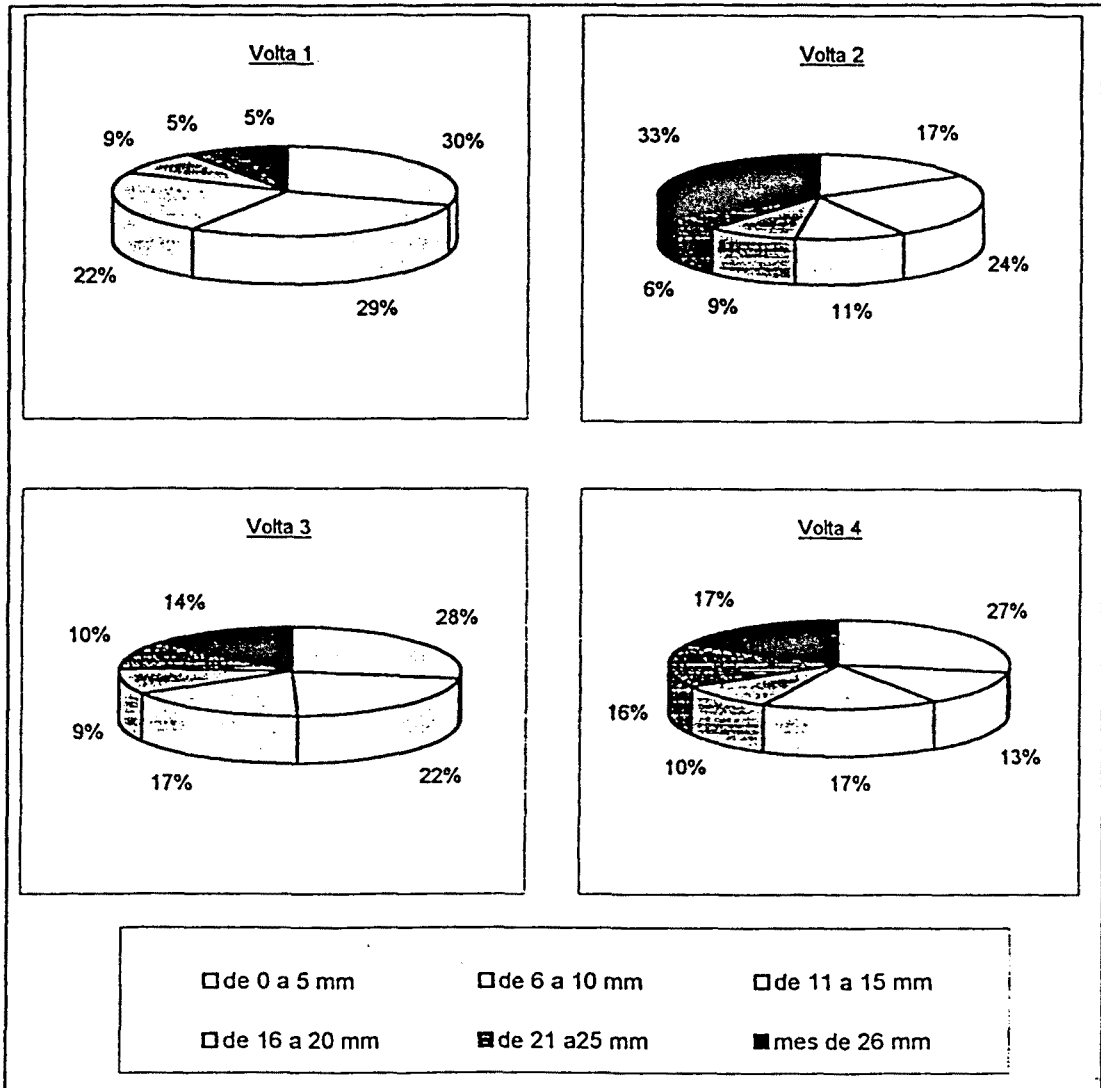
A les anteriors gràfiques, els punts es classifiquen segons la discrepància estigui entre 0 i 0,5 cm; entre 0,6 i 1 cm; entre 1,1 i 1,5 cm; entre 1,6 i 2 cm; de 2,1 a 2,5 cm i discrepàncies majors de 2,6 cm. En aquestes gràfiques també es nota la similitud entre les voltes 1, 3 i 4 i la diferència entre aquestes i la volta 2. Aquest fet pot ser degut a moltes causes. El que s'ha de fer es comparar-ho amb els resultats extrets del mètode dels perfils.

El mateix procés es seguirà amb l'altre mètode utilitzat, el dels perfils. Així doncs, amb les equacions de les quàdriques obtingudes es fa una comparació per veure com s'ajusta el nivell de punts amb aquestes superfícies calculades. Amb les discrepàncies obtingudes es calculen uns percentatges de la totalitat de punts, per cadascuna de les voltes, obtenint també les següents gràfiques:



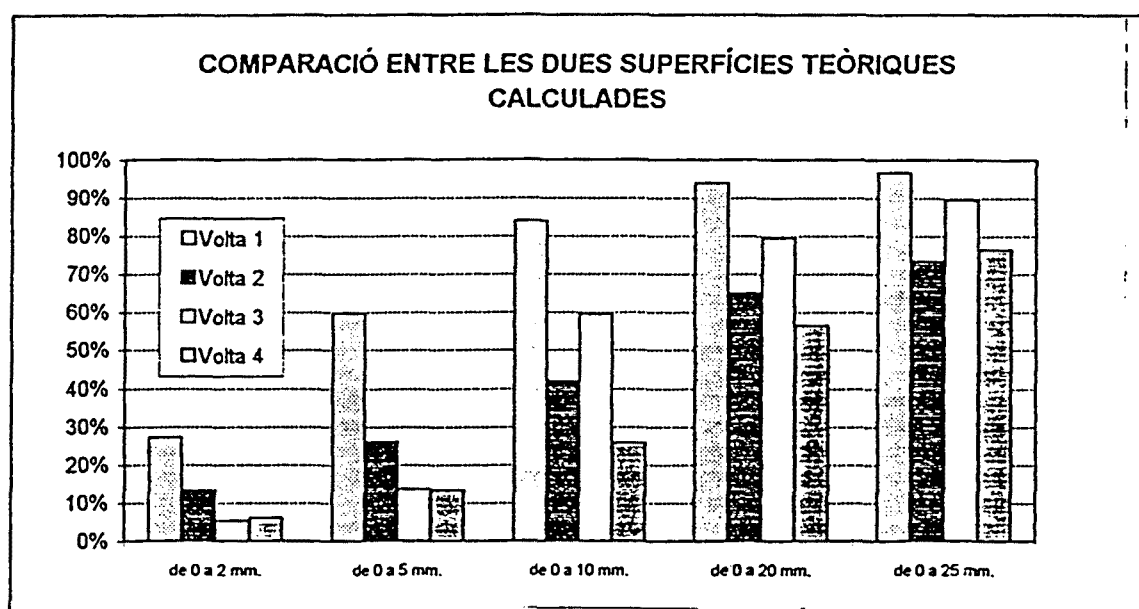
En aquest cas, les gràfiques estan realitzades de la mateixa manera que en el cas anterior. La primera gràfica també reflecteix la diferència entre la volta 2 i les altres, encara que en aquest cas les demés voltes no tenen uns percentatges tan similars com en el cas anterior. La volta amb millors resultats és la 1, amb un 95% dels punts amb discrepància menor als 2,5 centímetres. Les voltes 3 i 4 estan en aquest cas en un 86% i

un 83% respectivament. Com succeeix en el cas anterior, on no hi ha gaire variació entre les voltes és al parlar de les discrepàncies menors; això es suposa que és degut a que els percentatges són molt més petits, el que implica també una diferència molt més petita.

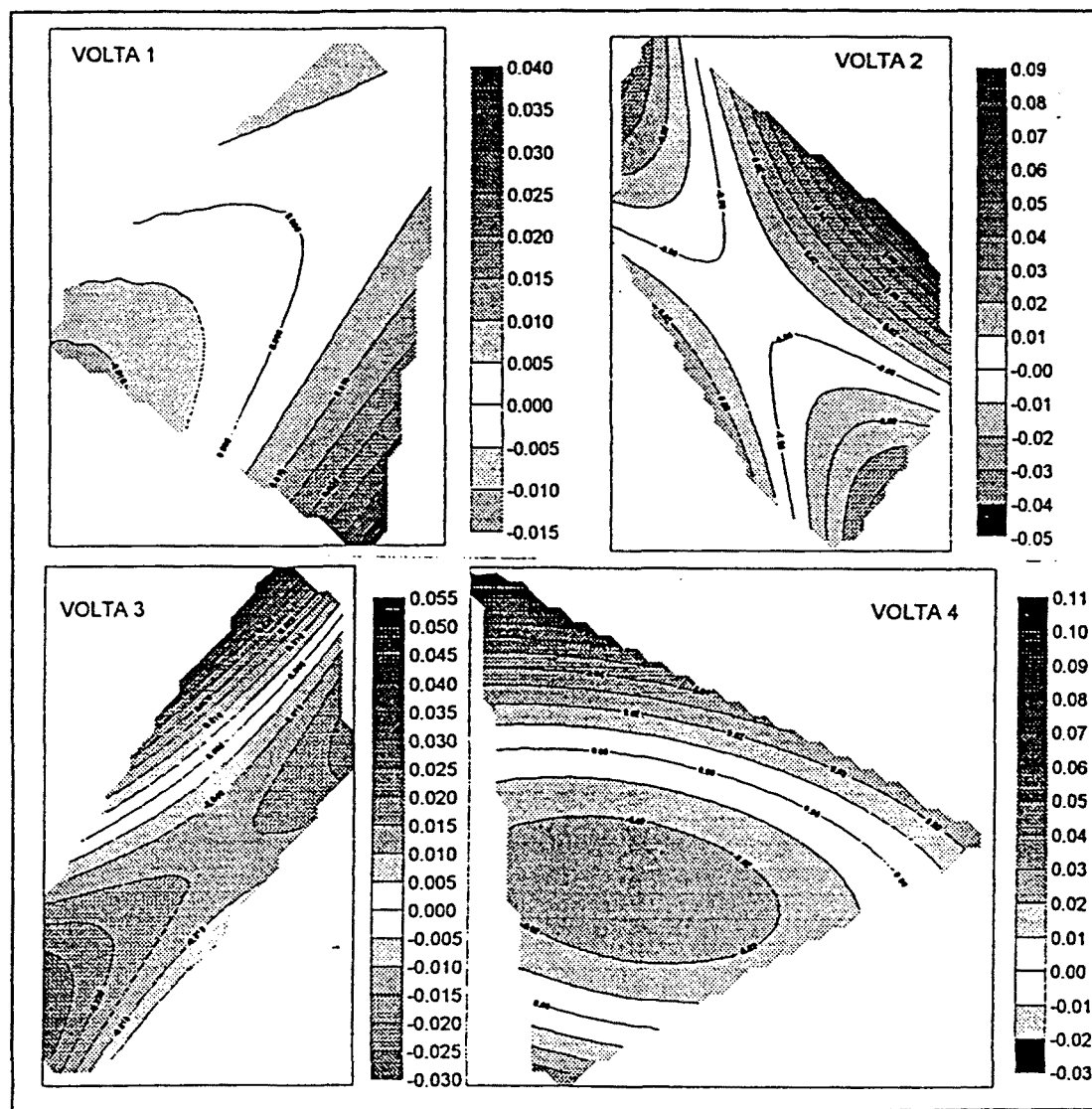


En aquestes altres gràfiques s'utilitzen els mateixos intervals que en el cas anterior. Veiem que les voltes més similars són la 3 i la 4. La volta 2 té els pitjors percentatges i la volta 1 és la que dona millors resultats, com s'ha vist en la gràfica anterior.

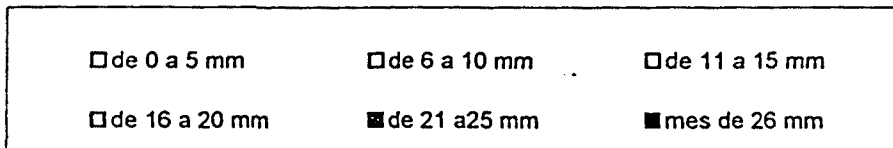
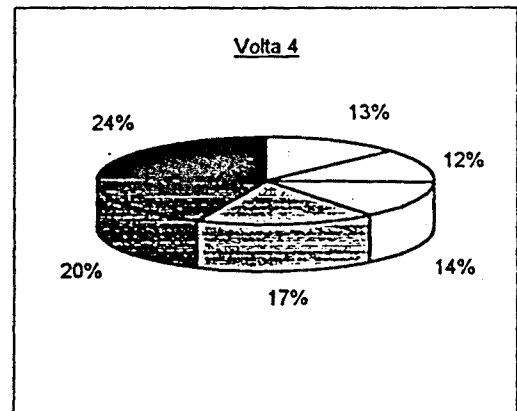
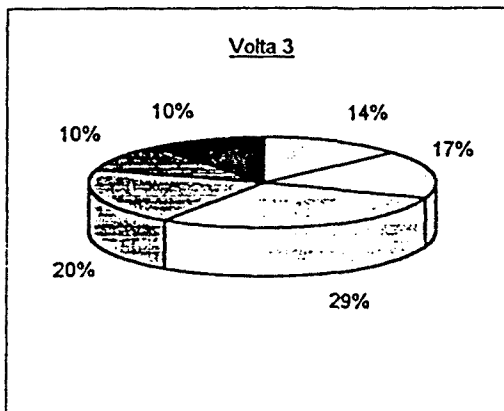
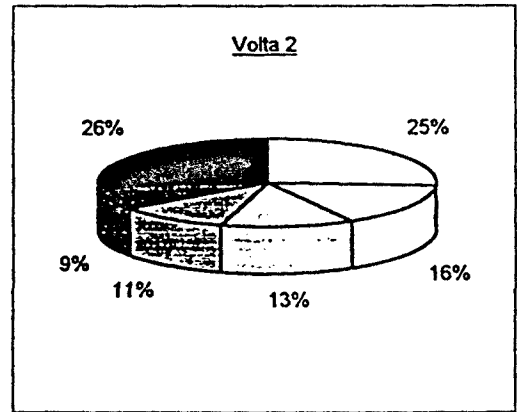
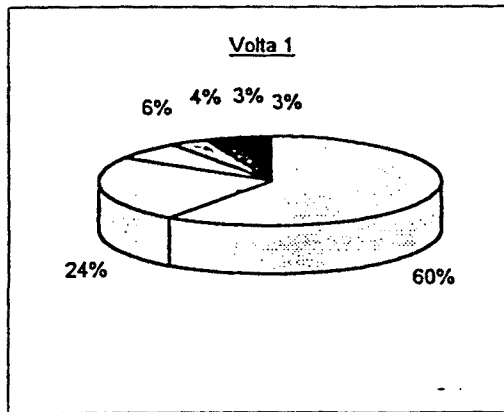
Així doncs, tenint les equacions de les voltes calculades a partir dels dos mètodes emprats, es passa a realitzar la comparació entre les equacions pertanyents a una mateixa volta. Així doncs es forma una malla amb cadascuna de les equacions d'una mateixa volta i es comparen, obtenint una discrepància per cadascun dels punts d'aquestes malles. Amb aquestes dades es calculen els tants per cent dels punts en funció de la seva discrepància i es realitzen les següents gràfiques, realitzades de la mateixa manera que les anteriors.



En la primera es poden comparar els mateixos resultats en cadascuna de les superfícies, i en les altres es veu el conjunt de resultats obtingut per cadascuna de les superfícies per separat. En aquestes es veu clarament que la superfície en la que les discrepàncies són menors és la volta 1. En aquesta, el 84% dels punts tenen una discrepància menor al centímetre i el 94% dels punts te la discrepància menor als 2 centímetres. La volta 3 és la que seguidament presenta uns millors resultats i que la volta 4 no dona millors resultats que la volta 2, cosa que sembla estranya ja que en les altres comparacions anteriors sempre era la que quedava pitjor i amb diferència. Això pot ser degut a que aquesta superfície no s'ajusta ben bé a la forma d'un paraboloides hiperbòlic o potser hagi sofert alguna deformació.



Tots aquests càlculs de les quàdriques s'han realitzat per poder aconseguir superfícies homogènies, i no haver de tenir en compte les rugositats i canvi de materials que podrien haver augmentat les discrepàncies entre els resultats obtinguts amb els dos mètodes. Al tractar-se de superfícies amb aquestes característiques el que resulta més còmode es realitzar els plànols on la coordenada Z reflecteixi la discrepància associada a cada punt. S'obtenen plànols on la superfície que es mostra equival a la resultant de restar les dues teòriques calculades (veure pàgina següent).



M M M M
1 M M M
M M M M

[Blank white label]