

**ADVERTIMENT.** La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

**ADVERTENCIA.** La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR ([www.tesisenred.net](http://www.tesisenred.net)) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

**WARNING.** On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author



Escola Tècnica Superior d'Enginyers  
de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Tesis Doctoral

# ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS TARIFARIAS PARA LA GESTIÓN DE LA MOVILIDAD EN CARRETERAS METROPOLITANAS

Autor:

**Miller Humberto Salas Rondón**  
*Ingeniero Civil*

Director de la tesis:

**Dr. Francesc Robusté Antón**  
*Catedrático de Transporte de la UPC*

Co-director de la tesis:

**Dr. Sergi Saurí Marchán**  
*Profesor de Transporte de la UPC*

Programa de Doctorado: Gestión del Territorio e Infraestructuras del Transporte  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona  
Universidad Politécnica de Cataluña - UPC

Barcelona, Septiembre de 2008

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGÍA PARA ANALIZAR Y SELECCIONAR UN ESQUEMA TARIFARIO QUE GESTIONE LA MOVILIDAD

### 4.1 Introducción

Establecida la implantación de una estrategia tarifaria como reguladora del problema de la congestión y sus efectos negativos a la sociedad, se procede a la exploración de los escenarios base y futuro que involucran la oferta, la demanda y los posibles esquemas tarifarios a través de un modelo matemático configurado analíticamente.

El modelo que se ha estructurado en esta tesis se apoya en un modelo de demanda de tráfico que reproduce el patrón de movilidad ejecutado por un grupo de usuarios entre las distintas zonas origen-destino de una determinada red en función del coste generalizado del viaje.

Para caracterizar el escenario base, se recurre al modelo de simulación de redes de TransCAD para definir y configurar la oferta viaria, que en este caso se ha enfocado en una red de vías de gran capacidad de entornos metropolitanos, aunque el modelo permite trabajar con redes urbanas. Hecho el grafo, se emplean datos reales de demanda, atributos físicos y operativos para crear la red y poder ejecutar un proceso de asignación de tráfico (bajo la condición de equilibrio de usuario estocástico-SUE) de tal forma que a través de un proceso iterativo se pueda calibrar y obtener la matriz de distribución de viajes (a partir de los aforos de cada arco y una matriz O-D inicial) entre las diferentes zonas O-D de la red. El análisis de la demanda se centra en los usuarios del vehículo privado (convertidos en vehículos ligeros equivalentes) incluyendo tanto a los viajeros frecuentes o *commuters*, como los no frecuentes, clasificados en grupos de usuarios homogéneos según el valor del tiempo (nivel de renta). Caracterizado el escenario base se constituye el punto de partida para analizar su vulnerabilidad ante la instauración de una condición externa, es decir, la aplicación de una estrategia tarifaria (escenario futuro).

La susceptibilidad del escenario base ante la implementación de un esquema tarifario es estimada a través de varios indicadores, los cuales se valoran de acuerdo a criterios de operación (reducción de número de viajes o kilómetros recorridos, etc.), criterios económicos y financieros (ingresos, coste generalizado, tarifa promedio y unitaria por kilómetro, porcentaje de variación, etc.) e indicadores sociales como la variación de



bienestar social que incluye los cambios tanto del excedente de usuario como del productor.

El modelo matemático expuesto se configura según la definición de la variación del bienestar social y la introducción de un modelo de demanda. A partir de esta fusión es posible estructurar el modelo en varios esquemas de *road pricing* para su posterior contrastación y selección. La alteración de la demanda dependerá básicamente del cambio en el coste generalizado del viaje empleando el concepto de elasticidad, cuyos valores ampliamente referenciados muestran que la demanda es inelástica ante el incremento en el precio del viaje incluido el correspondiente al peaje.

Como parámetro de comparación para las diversas estructuras tarifarias se establece estimar la tarifa óptima que permite reducir el tráfico hasta unos niveles deseados y a la vez recaudar lo suficiente para cubrir el ingreso bruto actual que se obtiene por motivos de financiación de la infraestructura. Los efectos del esquema tarifario serán contrastados en términos de los indicadores mencionados anteriormente para los dos escenarios.

Desde la misma concepción de *road pricing* el propósito relevante es la maximización del bienestar social, sin embargo, al ser este objetivo a su vez dependiente del nivel óptimo de viajes o veh-km que se disuadan, del precio óptimo de la tarifa que causa dicha reducción, de la valoración acertada del excedente tanto del usuario como del productor, de la topología viaria existente, etc., resulta difícil inclinarse por una u otra estrategia tarifaria sin caer en problemas de sesgo o subvaloración.

Para evitar estos problemas, se aplica una técnica de evaluación de alternativas. Dichas técnicas se basan en la teoría de análisis de decisión para evaluar simultáneamente un conjunto de alternativas. En este caso se emplea un análisis multicriterio basado en un proceso analítico de jerarquización, dado el conjunto de estructuras tarifarias que permiten alcanzar el objetivo.

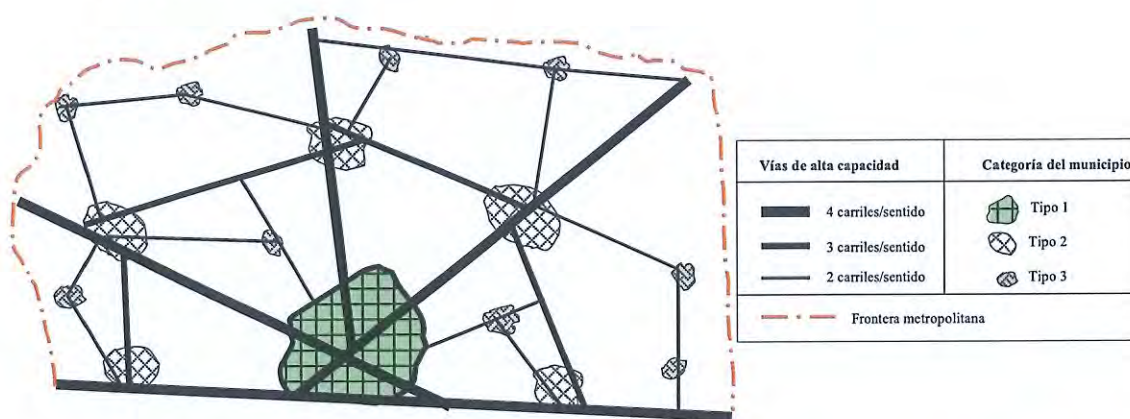
## 4.2 Caracterización de la red en el escenario base

Para la implementación de un sistema tarifario que abarque las carreteras de un entorno metropolitano determinado es necesario contar con información básica que se obtiene mediante la ejecución de un trabajo de campo unido a la recolección de datos que pueden suministrar los diversos organismos responsables de la movilidad y las infraestructuras. Esta información permitirá en primer lugar, caracterizar el territorio según los municipios que conforman el área metropolitana a través de varios parámetros como: la población, parque automotor, nivel de ingresos, producción (industria, comercio, agricultura, etc.), servicios (transporte público, privado, comunicaciones, energía, etc.), planes de movilidad, etc., y en segundo lugar, establecer zonas según el tipo de suelo y fronteras entre zonas urbanas y metropolitana. Estos datos básicos permitirán formar unidades homogéneas de municipios y categorizarlos para introducir elementos de análisis en la toma de decisiones durante la etapa de diseño de la estrategia tarifaria sobre las vías de gran capacidad.



En esta investigación se adopta el esquema presentado en la figura 4.1 para ilustrar la estructura de un entorno metropolitano consolidado y potente, con unas dimensiones, morfología y estructura funcional interna, que presenta las siguientes condiciones:

- Núcleos urbanos bien definidos y jerarquizados de acuerdo con el grado de desarrollo económico y social.
- Dentro del núcleo central principal se encuentra el CBD “*Central Business District*”, el cual posee excelente comunicación con los otros centros de los demás municipios.
- Entre estos núcleos existe al menos, una vía de gran capacidad (arco) que los une.
- Existe, tanto transporte público como transporte privado dentro de los núcleos principales, y grandes deficiencias (en cuanto a servicio, frecuencia y accesibilidad) de transporte público entre municipios siendo peor la situación cuando la jerarquía del municipio es inferior, con lo cual su comunicación está basada en el uso del vehículo privado.
- Algunos arcos de la red tienen peajes por motivos de financiación que fueron acordados con inversores privados a través de contratos de concesión.
- Las vías de gran capacidad están jerarquizadas según el número de carriles por sentido.
- Existen problemas de congestión en todas las vías, sobre todo en los accesos y salidas del núcleo principal durante las horas punta de la mañana y tarde y.
- Se espera que para los próximos años el problema de la congestión y demás efectos externos se incrementen, dada la exigencia de la sociedad de una mayor y mejor movilidad.



*Fig. 4.1. Esquema representativo de la jerarquización municipal y vial de gran capacidad en un entorno metropolitano.*

Para la caracterización del escenario base se realiza un análisis de la oferta viaria y un estudio de la demanda y demás indicadores de valoración que permitirán medir la susceptibilidad de este escenario ante la implantación de una estrategia tarifaria.



#### 4.2.1 Definición de la oferta viaria

Las infraestructuras de transporte y en especial, las redes de carreteras son el cimiento de la actividad económica de un país o región ya que permiten la conexión del territorio y lo hacen accesible tanto a las relaciones sociales como a la producción de bienes y servicios, por lo tanto, dichas infraestructuras tienen por objeto lograr que su uso sea lo más óptimo y rentable posible para la sociedad, asegurando la máxima funcionalidad. Esta funcionalidad puede ser medida en términos de distancias y tiempos de viaje que son proporcionales a la eficiencia y a la estructura de la red dentro del territorio.

La relación que la red de carreteras establece con el espacio está relacionada con su continuidad, en la cual se debe precisar la posibilidad de conectar un lugar desde cualquier otro lugar de la red y de este modo tener un acceso general (ubicuidad) y verificar la posibilidad que cada punto tiene para conectarse con los demás (inmediatez).

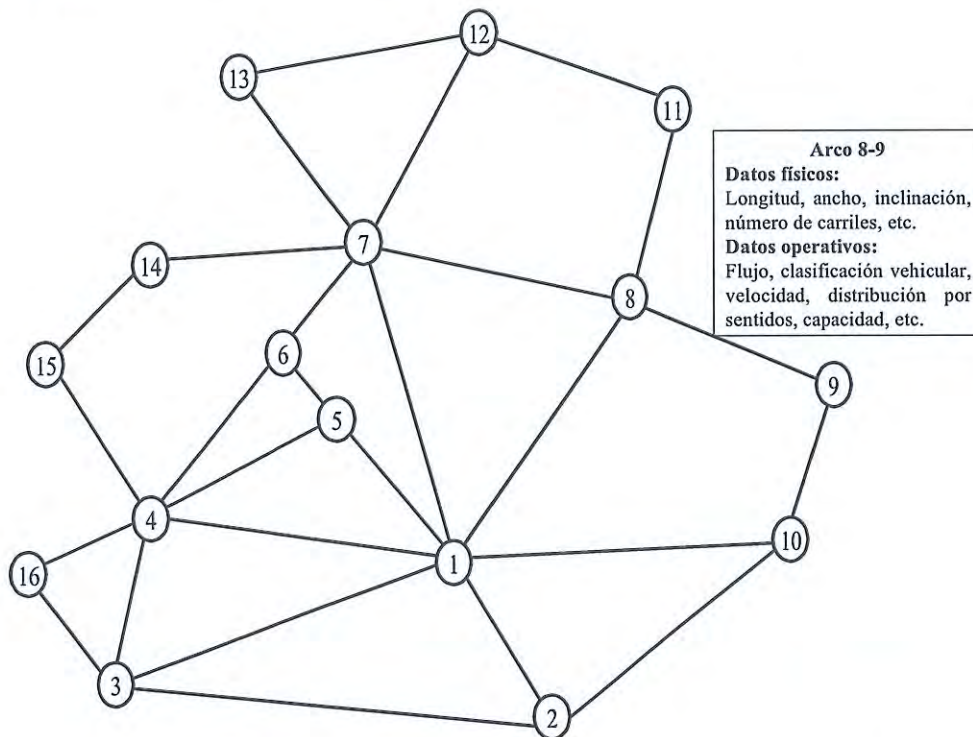
La densidad viaria territorial se define mediante la relación entre la extensión de la red de carreteras (medida en kilómetros) y la superficie del territorio en estudio. Es necesario identificar los diferentes tipos de carreteras que se encuentran dentro del territorio y hacer un inventario de las mismas permitiendo su clasificación (autopistas con peaje, autovías, vías de doble calzada, de una calzada, capacidad para cada una de ellas, velocidad de circulación, etc.). De esta forma se determinan para cada arco varios parámetros (físicos y operativos) que posteriormente se agruparán en una base de datos para toda la red. Para cada arco, se fijan entre otros, los siguientes parámetros: longitud, tarifas, demanda actual tanto diaria (IMD) como horaria (IH) y su distribución por categoría de tráfico, velocidad, coste generalizado, etc. A través de software especializado como SATURN, VISUM, TransCAD, etc., es posible conformar la base de datos y elaborar así el grafo dirigido de la red de carreteras en el escenario base, que va a ser el punto de partida para el análisis de la futura implementación del esquema tarifario. En esta investigación, la elaboración de la red se hace con TransCAD y el grafo viario se centra básicamente en las vías de gran capacidad.

A partir de la información obtenida anteriormente, es posible elaborar el grafo  $\Gamma = \{N, A\}$  (como lo ilustra el esquema de la figura 4.2) del entorno metropolitano en estudio, donde  $N$  corresponde al conjunto de nodos (intersecciones entre vías o entradas y salidas de un municipio) conectados por los arcos dirigidos que representan secciones de vía entre ellos. El conjunto  $A$  representa el total de arcos del grafo y para cada uno de ellos, se presentan sus correspondientes atributos (longitud, curvas flujo-velocidad, capacidad, número de carriles, etc.) que constituyen información necesaria para la conformación del escenario base y también es fundamental para caracterizar la situación inicial y de esta forma establecer indicadores que permitan identificar las variaciones que se tengan al aplicar el futuro esquema tarifario.

La medición de la accesibilidad se puede hacer de varias maneras, bien sea determinando: la *matriz de distancias mínimas* o la *matriz de tiempos mínimos de viaje* o la *matriz de costes mínimos de viaje* entre los diferentes nodos de la red. Esta matriz se obtiene utilizando algoritmos de caminos mínimos (por ejemplo: el de



Dijkstra o el que se incluye en TransCAD) para determinar la ruta más corta entre los diversos nodos.



*Fig. 4.2. Grafo de las vías de gran capacidad en un entorno metropolitano, con la información básica para cada arco de la red.*

#### 4.2.2 Modelización de la demanda y demás indicadores de valoración

En este apartado se definen los diversos indicadores operacionales, económico-financieros y sociales que son susceptibles de cambio al implementarse una estrategia tarifaria.

En cuanto a los indicadores operacionales, estos se establecen mediante la caracterización de la demanda:

- Viajes y viajes-kilómetro.
- Viajes en coche al centro de la ciudad.
- Viajes de ida y vuelta entre las distintas zonas.
- Viajes producidos en los hogares por día en coche y el porcentaje que incurre en la tarifa.
- Viajes según el nivel de renta, sexo, edad, etc.
- Demanda de vehículo-km, para diversas horas del día.
- Velocidad de los coches, buses y camiones.
- Demanda de transporte público.
- Demanda total expresada en (veh/h) o (veh-km/h) y porcentaje de variación respecto al escenario base para la hora punta más crítica.



En cuanto a los indicadores económicos y financieros se pueden clasificar:

- Ingresos totales;
- Inversión total requerida;
- Coste de gestión del sistema tarifario;
- Tarifa promedio por kilómetro;
- Coste generalizado;
- Tarifa unitaria promedio (€/veh-km) y porcentaje de variación respecto al escenario base;
- Desviación estándar de las tarifas unitarias (€/veh-km);
- Porcentaje de variación de los ingresos totales y;
- Porcentaje de variación del coste generalizado.

En cuanto a los indicadores de aceptación pública se pueden establecer:

- Legibilidad y comprensión de los diferentes esquemas tarifarios propuestos (medido en términos cuantitativos);
- Constituir una política de descuentos para *commuters* y personas de bajos ingresos;
- Valoración del cambio tanto del excedente del usuario como del productor, y;
- Valoración del cambio en el bienestar social debido al nuevo esquema tarifario.

La obtención de cada una de estas variables para la definición detallada del escenario base es indispensable, sin embargo, en este caso se busca comparar distintas alternativas tarifarias lo cual dificultaría representar las diferencias detalladas entre los esquemas. Por lo tanto, se han escogido algunos de los indicadores relevantes para establecer inicialmente la contrastación y posteriormente la selección.

### Estimación de la demanda actual

Estimar la matriz  $q_{ij}^0$  de viajes para la situación actual (tabla 4.1) entre las diferentes zonas en que se ha dividido el entorno metropolitano es un proceso complejo, ya que se requiere modelar la elección que hacen los individuos que conviven en la zona de estudio, el momento del viaje, la ruta, el modo, el destino, la frecuencia, etc. A partir del modelo clásico de transporte se han desarrollado varios modelos y teorías para tratar de explicar las decisiones que toman los individuos de dicha sociedad.

De acuerdo con Ortúzar (2000), la metodología del modelo clásico parte por considerar una red de transporte multimodal, una zonificación apropiada del área de estudio, y la recolección y codificación de datos para la calibración y validación de los modelos como para su uso a nivel de predicción o estimación (escenario futuro para la planificación). Estos datos contienen entre otros aspectos: la identificación de los viajes que busca caracterizar los movimientos (origen y destino, tipo y propósito del viaje, hora de salida y finalización, medio de transporte, etc.) por cada uno de los miembros de un hogar. Otro aspecto fundamental es la información socio-económica acerca de la población en cada zona de estudio con la cual se busca obtener información aproximada del nivel de renta y tasa de motorización de los hogares.



Tabla 4.1. Matriz de viajes entre pares O-D de la red en estudio.

Origen	1	2	.	.	.	j	.	.	.	n	$\sum_j q_{ij}$
Destino											
1	$q_{11}$	$q_{12}$	.	.	.	$q_{1j}$	.	.	.	$q_{1n}$	$D_1$
2	$q_{21}$	$q_{22}$	.	.	.	$q_{2j}$	.	.	.	$q_{2n}$	$D_2$
.	.	.				.				.	.
.	.	.				.				.	.
.	.	.				.				.	.
i	$q_{i1}$	$q_{i2}$	.	.	.	$q_{ij}$	.	.	.	$q_{in}$	$D_i$
.	.	.				.				.	.
.	.	.				.				.	.
.	.	.				.				.	.
n	$q_{n1}$	$q_{n2}$	.	.	.	$q_{nj}$	.	.	.	$q_{nn}$	$D_n$
$\sum_i q_{ij}$	$O_1$	$O_2$	.	.	.	$O_j$	.	.	.	$O_n$	$\sum_{ij} q_{ij} = Q$

Con estos datos que se obtienen generalmente a través de un estudio de origen y destino, se desarrolla el modelo de transporte de cuatro etapas: *generación, distribución, reparto modal y asignación*. Tras un desarrollo inicial con modelos agregados, los enfoques desagregados van imponiendo su utilidad, en especial para las etapas finales del modelo.







		CATEGORÍA		
		LIGEROS	PESADOS 1	PESADOS 2
SUBCATEGORÍA	A	 <p>Motocicletas con o sin sidecar. Turismos de 2 ejes y 4 ruedas sin remolque. Microbus hasta 9 plazas incluido conductor.</p>	 <p>Turismos de 2 ejes y 4 ruedas con remolque de 1 eje con rueda gemela (doble neumático).</p>	 <p>Turismos de 2 ejes y 4 ruedas con remolque de 2 ejes o más y al menos 1 eje con rueda gemela (doble neumático).</p>
	B	 <p>Furgones y furgonetas de 2 ejes y 4 ruedas. Furgones y furgonetas con remolque sin rueda gemela (doble neumático) en ningún eje.</p>	 <p>Camiones de 2 ejes. Autocares de 2 ejes, autocares de 3 ejes y autocares de 2 ejes con remolque de 1 eje. Microbus de más de 9 plazas. Camiones de 3 ejes y camiones de 2 ejes con remolque de 1 eje. Furgones y furgonetas de 2 ejes y 4 ruedas con remolque de 1 eje con rueda gemela (doble neumático).</p>	 <p>Camiones y autocares con o sin remolque con un total de 4 ejes o más. Furgones y furgonetas de 2 ejes y 4 ruedas con remolque de 2 ejes o más y al menos 1 eje con rueda gemela (doble neumático).</p>

Fig. 4.3. Clasificación vehicular según categoría. (Fuente: Elaborada a partir de ACESA-abertis, 2005).

Obviamente, si se sigue la secuencia jerarquizada del modelo cuatro etapas, se constituye la condición ideal para conseguir un modelo de demanda ajustado a la situación real de la zona de estudio. Sin embargo, debido a los altos costes tanto en tiempo como en dinero que implica ejecutar este tipo de modelos y la necesidad de un



seguimiento continuo de una estrategia tarifaria, existen enfoques de modelización del transporte simplificados como los basados en los conteos de tráfico.

Dado el desarrollo de técnicas y equipos modernos, actualmente los conteos de tráfico se pueden hacer de forma automática y en tiempo real, lo que permite hacer ajustes de manera continua y dinámica. También, el realizar conteos de vehículos y pasajeros además de ser más sencillo que realizar encuestas, permite obtener las diferentes intensidades medias clasificadas según composición vehicular (ver figura 4.3) y por franjas horarias para los diversos arcos que conforman la red.

A partir de los datos obtenidos de conteos de tráfico se originan modelos que presentan entre otras, las siguientes ventajas:

- Actualización periódica de matrices de movimiento de pasajeros o carga usando información histórica y conteos actuales;
- Estimación de matrices para zonas de menor tamaño;
- Desarrollo de modelos simplificados a ser utilizados como elementos de un proceso de planificación continua.

En estos modelos simplificados se considera que el flujo de vehículos observados en un punto, es el resultado de una matriz de movimientos  $q_{ij}^0$  y un proceso de asignación de ésta a la red de transporte, Ortúzar (2000).

En el grafo  $\Gamma = \{N, A\}$  de la zona de estudio, la matriz de movimientos tendrá un total de  $N^2$  incógnitas, una por cada celda de la matriz. Un elemento importante en la estimación de  $q_{ij}^0$  es la identificación de los pares O-D que utilizan cada arco  $a \in A$ . Para ello se emplean varios métodos para la asignación del tráfico en una red, donde la demanda para cada arco se puede estimar utilizando la expresión 4.1.

$$q_a^0(r, k) = \sum_i \sum_j \sum_{p \in P_{ij}} \delta_{ij}^{ar} f_{ij}^{0,p}(r, k) \quad (4.1)$$

Donde:  $q_a^0(r, k)$  corresponde a la demanda en el arco  $a$  expresada en (veh/día o viajes/día), el superíndice 0 indica que es la situación actual en la red viaria de gran capacidad,  $r$  es el nivel de renta de los usuarios de la vía,  $k$  corresponde a las categorías de vehículos ligeros, pesados 1 y pesados 2 respectivamente, como se muestra en la figura 4.3,  $ij$  corresponde al par origen destino ( $ij \in W$ , donde  $W$  es el conjunto de pares O-D en toda la red),  $p$  son las diversas rutas o caminos que pueden seguir los conductores para realizar el viaje  $ij$  ( $P_{ij}$  es el conjunto de todas las rutas entre el par O-D  $ij \in W$ ),  $\delta_{ij}^{ar}$  variable binaria, que toma el valor de 1 si la ruta  $r$  usa el arco  $a$  y 0 en caso contrario,  $f_{ij}^{0,p}(r, k)$  corresponde al flujo actual de los diversos tipos de vehículos según el nivel de renta en la ruta  $p \in P_{ij}$ .



La expresión 4.1 se puede simplificar evaluando un grupo de usuarios homogéneos (con el mismo nivel de renta y valoración del tiempo) y convirtiendo las diferentes categorías de vehículos en vehículos ligeros equivalentes, como se establece en el *Highway Capacity Manual* (2000), en el que los autos tienen un factor de equivalencia vehicular ( $f_{ev}$ ) igual a 1, y las categorías de vehículos comerciales un  $f_{ev}$  con valor superior a 1 dependiendo de la pendiente longitudinal de la vía. Por lo tanto, dicha expresión se reduce a:

$$q_a^0 = \sum_i \sum_j \sum_p \delta_{ij}^{ap} f_{ev} f_{ij}^{0p} = \sum_{ij \in W} \sum_{p \in R_{ij}} \delta_{ij}^{ap} q_{ij}^{0p} \quad (4.2)$$

El cálculo de los flujos en cada una de las distintas rutas involucra la solución de un problema de equilibrio de demanda “*problema de asignación de tráfico*”, donde la noción de equilibrio (en el análisis de redes de transporte) nace de la dependencia que tiene el tiempo (costes) de viaje con respecto al flujo para desplazarse desde un origen hasta un destino pasando por los arcos que conforman una ruta determinada. Este problema de equilibrio de usuario se plantea como un programa matemático de minimización con restricciones, el cual fue propuesto por Beckmann et al. (1956), para mayor información ver Sheffi (1985).

Para solucionar este problema es razonable asumir que cada conductor intenta minimizar sus propios costes de viaje cuando transita desde un origen hasta un destino, pero dado que, entre las varias rutas a elegir los costes cambian con la cantidad de flujo que se tenga en cada arco atravesado, la condición estable se alcanza cuando se cumple el primer principio de Wardrop. Esto es lo que caracteriza la condición de *equilibrio de usuario* (UE).

Para lograr la condición UE se deben hacer varios supuestos entre ellos, asumir que todos los conductores poseen una conducta semejante y que disponen de una buena información respecto al coste de viaje en cada posible ruta y que se tome la decisión correcta a la hora de elegir. En estos supuestos se debe hacer una distinción entre el tiempo de viaje que los individuos perciben y el actual tiempo de viaje. El tiempo de viaje percibido puede aproximarse a una variable aleatoria distribuida a través de la población de conductores. Es decir, cada conductor percibe un tiempo de viaje distinto sobre un mismo arco. El equilibrio que se logra cuando *ningún conductor cree que su tiempo de viaje puede ser mejorado de forma unilateral cambiando su itinerario de viaje*, caracteriza la condición de *equilibrio de usuario estocástico* (SUE) propuesto por Daganzo y Sheffi (1977).

El problema de asignación del tráfico en redes de carreteras actualmente se resuelve empleando software especializado como el SATURN, VISUM, EMME/2, TransCAD, etc., los cuales contienen varios procedimientos para su solución. En esta Tesis se emplea el TransCAD para resolver el problema de distribución y asignación de la demanda actual en la red a partir de los datos de conteos de tráfico.

El procedimiento que se emplea en TransCAD para estimar la matriz actual de viajes entre los diversos pares O-D de la red tiene un alto grado de efectividad, y se basa en los datos de los conteos de tráfico de los arcos que componen la red y en una matriz inicial



de viajes. El método incorporado en TransCAD para la estimación de la matriz O-D fue desarrollado por Nielsen (1993, 1998) y tiene la ventaja que trabaja los conteos de tráfico como variables estocásticas, por lo tanto el problema de la asignación se resolvió empleando el método estocástico de equilibrio de usuario (SUE), aunque se pueden emplear otros métodos. El algoritmo de Nielsen consiste en un procedimiento iterativo donde el volumen de viajeros que se tienen de las mediciones de tráfico correspondientes a cada arco se compara con los datos de salida que arroja el proceso de asignación y cuyas relaciones O-D son modificadas y complementadas para reducir progresivamente las diferencias de los datos contrastados.

La metodología empleada en el proceso de asignación está basada en el coste generalizado del viaje y permite asignar viajes por modo o clase de usuario simultáneamente en la red y se puede definir:

- *Vehículos ligeros equivalentes*: determina los efectos de la congestión para cada clase de vehículo. Esta transformación de los vehículos se emplea para tener en cuenta el impacto de los vehículos más grandes, para ello se utiliza los factores de equivalencia vehicular ( $f_{ev}$ ) que señala el *Highway Capacity Manual* (2000).
- *Exclusión de un conjunto de arcos*: en este caso se especifica la selección del conjunto de arcos que no pueden ser usados por determinado modo o usuario.
- *Peajes fijos*: se ubican en los arcos y se añaden al cálculo del coste del viaje según el modo. Este factor es clave, ya que algunas redes de carreteras como la del Área Metropolitana de Barcelona, posee algunos tramos con peaje por motivos de financiación de la infraestructura. El coste del peaje es codificado como un atributo más, similar al tiempo de viaje, la capacidad, y otros atributos del arco.
- *Valor del tiempo*: cada modo o segmento de usuario puede tener su propio valor del tiempo, lo cual constituye un parámetro esencial para la clasificación de usuarios según el nivel de renta.
- *Matriz O-D*: cada modo o clase de usuario tendría definida una matriz de viajes.

Con base en los conteos de tráfico para cada arco de la red y empleando el método SUE de asignación en el algoritmo de Nielsen, se estima la matriz de viajes del escenario base ( $q_{ij}^0$ ) para la hora de mayor demanda en la red de vías de gran capacidad del entorno metropolitano en estudio.

La estimación de la demanda total en la red para el escenario base  $Q_T^0$  expresada en vehículos livianos y usuarios homogéneos se cuantifica empleando la siguiente ecuación:

$$Q_T^0 = \sum_{ij \in W} q_{ij}^0 \quad (4.3)$$

### Estimación del coste generalizado y el recaudo bruto actual

La decisión que un individuo hace sobre la elección de un medio de transporte para ir de un sitio a otro, está en función de la suma de varios costes que intervienen en el viaje (el



coste generalizado), de su salario y de la disponibilidad de medios de transporte altamente sustitutivos.

El coste generalizado  $g(r, k)$  en el que incurre un vehículo representativo (€/viaje, o €/veh-km) corresponde a la suma monetaria de todos los desembolsos que un individuo realiza para la ejecución de un viaje y su magnitud depende básicamente del tipo de vehículo ( $k$ ) y del valor monetario del tiempo empleado en dicho viaje (generalmente asociado al nivel de renta ( $r$ ) del usuario).

La definición en el escenario base de la función del coste generalizado  $g_{ij}^{or}(r, k)$  para viajar entre el par origen-destino  $ij \in W$  siguiendo cualquier ruta  $p \in P_{ij}$ , corresponde a la suma de los costes sobre cada arco que comprende dicha ruta, y está dada por:

$$g_{ij}^{or}(r, k) = \sum_{a \in A} \delta_{ij}^{ap} g_a^0(r, k) \quad (4.4)$$

Donde:  $\delta_{ij}^{ap}$  variable binaria, que toma el valor de 1 si la ruta  $p$  usa el arco  $a$  y 0 en caso contrario y  $g_a^0(p, k)$  es el coste generalizado del arco  $a$ , donde para la situación actual, se determina mediante la combinación lineal de los diversos costes que se indican en la expresión 4.5.

$$g_a^0(r, k) = f_a^0(r, k)l_a + v_t(r)t_a^0(q_a^0) + \tau_a^0(k) \quad (4.5)$$

Donde:  $f_a^0(r, k)$  dado en (€/veh-km) corresponde a los costes de operación vehicular (suma de los costes por posesión del vehículo y los costes relacionados con el movimiento del vehículo, para mayor información ver Robusté et al., 1998);  $l_a$  es la longitud del arco  $a$  (km);  $v_t(r)$  es el valor monetario del tiempo (€/veh-min);  $t_a^0(q_a^0)$  es el tiempo medio (min) que se gasta en recorrer el arco  $a$  y  $\tau_a^0(k)$  es el peaje (€/veh) que actualmente se paga por razones de financiación de la infraestructura y está regulado a través de un contrato de concesión.

La cuantificación del valor del tiempo  $v_t(r)$  se estudia dentro de la teoría microeconómica con modelos de elección discreta, en los cuales se relaciona su magnitud con el salario del individuo que enfrenta el problema de elección del modo de transporte. En esta tesis su valor se adopta con base en los datos suministrados por Robusté et al., (2000), Nash et al., (2003b) y la investigación realizada por Doll y Janson (2005). En cuanto al tiempo de viaje en un arco  $t_a^0(q_a^0)$ , su medición se realiza de forma directa o indirecta. Si se hace de manera directa se pueden aplicar distintas metodologías entre las que se destacan: el método del coche flotante, estrategias de identificación vehicular entre varios puntos de control de entradas y salidas o entre estaciones de pago de peaje, o empleando medios tecnológicos a través de sistemas ITS (*Intelligent Transportation Systems*) y satelital GPS (*Global Positioning System*). Si se



estima de forma indirecta, entonces se relaciona el tiempo de viaje con las variables macroscópicas de la teoría del flujo vehicular (densidad, velocidad y flujo). Dentro de un proceso de asignación de tráfico existe una variedad de formulaciones que son empleadas para estipular el tiempo de viaje en función del flujo de vehículos en el arco y de sus características físicas. Generalmente, a estas relaciones se les conoce como funciones flujo-demoras o de congestión, y entre otras, se destacan: la función del *Bureau Public Roads* (BPR, 1964), la función Akcelik (HCM, 2000), la función cónica de congestión usada en EMM/2 (Spiess, 1990) y la función del Instituto de Transporte de Israel (IITPR) cuya expresión se basa en una función logit (TransCAD Manual, 2005).

Durante el desarrollo de este trabajo de investigación se emplea la función de demoras del *Bureau Public Roads* (BPR), la cual plantea el tiempo de viaje  $t_a^0(q_a^0)$  como una función creciente de la relación flujo/capacidad en el arco  $a$  expresada como:

$$t_a^0(q_a^0) = t_a' \left[ 1 + \kappa \left( \frac{q_a^0}{c_a} \right)^\lambda \right] \quad (4.6)$$

Donde:  $t_a^0$  y  $q_a^0$  corresponden al tiempo de viaje y al flujo en el arco  $a$  y se pueden obtener a través de TransCAD después de un proceso de asignación,  $t_a'$  es el tiempo de viaje a flujo libre y  $c_a$  es la “capacidad práctica” del arco  $a$  la cual se determina empleando el manual de capacidad, *Highway Capacity Manual* (2000).  $\kappa$  y  $\lambda$ , son parámetros del modelo que deben calibrarse (sobre todo si se quieren incluir los efectos aproximados de las demoras en la intersección asociada con el arco), pero generalmente se adoptan los valores de  $\kappa = 0.15$  y  $\lambda = 4$  (Sheffi, 1985).

Fijados los valores del tiempo de viaje para cada arco  $t_a^0(q_a^0)$ , se determina el tiempo de viaje actual ( $t_{ij}^0$ ) entre las distintas zonas O-D a través de un proceso de caminos mínimos incorporado en TransCAD, el cual emplea la expresión:

$$t_{ij_{\min}}^{0p} = \sum_a \delta_{ij}^{ap} t_a^0(q_a^0) \quad (4.7)$$

Donde:  $\delta_{ij}^{ap}$  es la variable binaria, que toma el valor de 1 si la ruta  $p$  usa el arco  $a$  y 0 en caso contrario.

En cuanto al peaje actual  $\tau_a^0(k)$ , es de esperar que en una red puedan presentarse arcos con peaje y otros sin peaje, por lo tanto se define el subconjunto de arcos de la red con peaje como  $A_\tau$ , donde  $A_\tau \subset A$ . Por ende, el peaje que pagaría un vehículo determinado  $k$  para viajar entre el par origen-destino  $ij \in \mathcal{W}$  siguiendo cualquier camino  $p \in P_{ij}$ , estará dado por:



$$\tau_{ij}^{0p}(k) = \sum_a \delta_{ij}^{ap} \tau_a^0(k) \quad \begin{array}{l} \tau_a^0 = 0, \text{ si } a \notin A_r \\ \tau_a^0 > 0, \text{ si } a \in A_r \end{array} \quad (4.8)$$

Donde:  $\delta_{ij}^{ap}$  es la variable binaria, que toma el valor de 1 si la ruta  $p$  usa el arco  $a$  y 0 en el caso opuesto.

### Ingreso bruto y tarifas promedio actuales

A partir del cobro del peaje en el arco  $\tau_a^0 > 0$ , si  $a \in A_r$ , se capta el ingreso bruto actual del sistema, el cual en principio, debe conservarse al implementar el futuro esquema tarifario de gestión de movilidad para no alterar el equilibrio económico financiero de la concesión. Por consiguiente, el recaudo bruto actual según el tipo de vehículo tanto en el arco  $a$  como entre el par origen-destino  $ij \in W$  siguiendo cualquier ruta  $p \in P_{ij}$ , se determina mediante las expresiones 4.9a y 4.9b, respectivamente.

$$I_a^0(k) = q_a^0(k) \tau_a^0(k) \quad a \in A_r \quad (4.9a)$$

$$I_{ij}^{0p}(k) = q_{ij}^{0p}(k) \tau_{ij}^{0p}(k) \quad p \in P_{ij} \quad (4.9b)$$

En el caso de convertir todos los vehículos a livianos equivalentes y sumar el ingreso que se capta entre los diferentes pares O-D de la red, se obtiene que el recaudo bruto total actual  $I_T^0$  está dado por:

$$I_T^0 = \sum_{ij \in W} q_{ij}^0 \tau_{ij}^0 \quad (4.10)$$

Obtenidos para el escenario base, tanto la demanda total actual  $Q_T^0$  (ecuación 4.3) y el recaudo bruto total actual  $I_T^0$  (ecuación 4.9), se estima para toda la red, la tarifa promedio  $\tau_p^0$  y la tarifa unitaria media  $\tau_{um}^0$  (siendo  $l_{ij}$  la longitud que da el mínimo coste en la ruta), empleando las expresiones 4.11 y 4.12, respectivamente.

$$\tau_p^0 = \frac{I_T^0}{Q_T^0} \quad (4.11)$$

$$\tau_{um}^0 = \frac{1}{Q_T^0} \sum_{ij \in W} \frac{q_{ij}^0 \tau_{ij}^0}{l_{ij}} \quad (4.12)$$

### Estimación de la variación del bienestar social total

Los modelos económicos tienden a centrarse en la eficiencia y la introducción de funciones de bienestar que incorporan el principio de Pareto. En el caso que se analiza y el cual corresponde a una red de carreteras congestionadas dentro de un entorno



metropolitano en donde resulta difícil y costoso incrementar la capacidad, es el peaje el instrumento apropiado para la gestión de la demanda y el mantenimiento o mejora del bienestar social. Bajo un enfoque de *first-best* es posible determinar a nivel teórico el valor del peaje que genera un uso óptimo del sistema, estableciendo como función objetivo la *maximización del beneficio social neto*. Bajo esta perspectiva, si consideramos el patrón de flujo estacionario (es decir, la demanda de tráfico y el patrón de flujos no cambian con el tiempo pero sí con el nivel de servicio de la red) y los usuarios homogéneos (valoran por igual al tiempo), se tiene que la cantidad (demanda) de viajes  $q_{ij}$  que haría este tipo de usuarios entre un par  $ij \in W$  dependería entre otros, de la disponibilidad de modos de transporte altamente sustitutos y obviamente del coste generalizado del viaje.

Al adoptar un enfoque unimodal<sup>9</sup> de transporte (vehículo privado) y considerar evaluar la demanda ( $D_{ij}$ ) solo en función del coste generalizado, se tiene que el conductor optará por escoger la ruta que minimice dicho coste, es decir que  $g_{ij} = \underset{p}{\text{Min}} [g_{ij}^p]$ , por lo tanto se tiene que:

$$q_{ij} = D_{ij}(g_{ij}) \quad \forall ij \in W \quad (4.13)$$

En forma general y tal como se muestra en la figura 4.4, la curva de demanda específica, el beneficio privado marginal y por simplicidad, se asume igual al beneficio social marginal del viaje. En esta figura, la curva de coste medio  $CMe$  representa el coste generalizado que un vehículo representativo está dispuesto a pagar por realizar una cierta cantidad de viajes por unidad de tiempo. En el caso de ejecutar un número inicial de viajes  $q_{ij}^0$ , el coste a pagar sería el correspondiente a  $g_{ij}^0$ .

Por realizar la cantidad de viajes  $q_{ij}^0$  los individuos obtienen un excedente de usuario dado por el área  $nRG$  el cual se establece por la diferencia entre el coste que los usuarios están dispuestos a pagar (área  $ORGq_{ij}^0$ ) y el coste total de los viajes (área  $OnGq_{ij}^0$ ). Matemáticamente en el escenario inicial, el excedente de usuario ( $Eu_{ij}^0$ ) entre el par O-D  $ij \in W$  se estima mediante la expresión:

$$Eu_{ij}^0 = \int_0^{q_{ij}^0} g_{ij}^0(w)dw - g_{ij}^0 q_{ij}^0 \quad \forall ij \in W \quad (4.14)$$

Luego al sumar este beneficio de todos los pares O-D, se obtiene el excedente de usuario para toda la red ( $Eu_r^0$ ), el cual se determina mediante la ecuación 4.15.

<sup>9</sup> En un estudio de tarifas óptimas, cada modo de transporte se analiza de forma independiente, pero en aquellos casos que dos o más modos de transporte sean altamente sustitutos, debería adoptarse una metodología multimodal para evaluar desde un punto de vista social todos los costes y beneficios derivados de las decisiones de los precios, de Rus et al. (2003), p. 187.



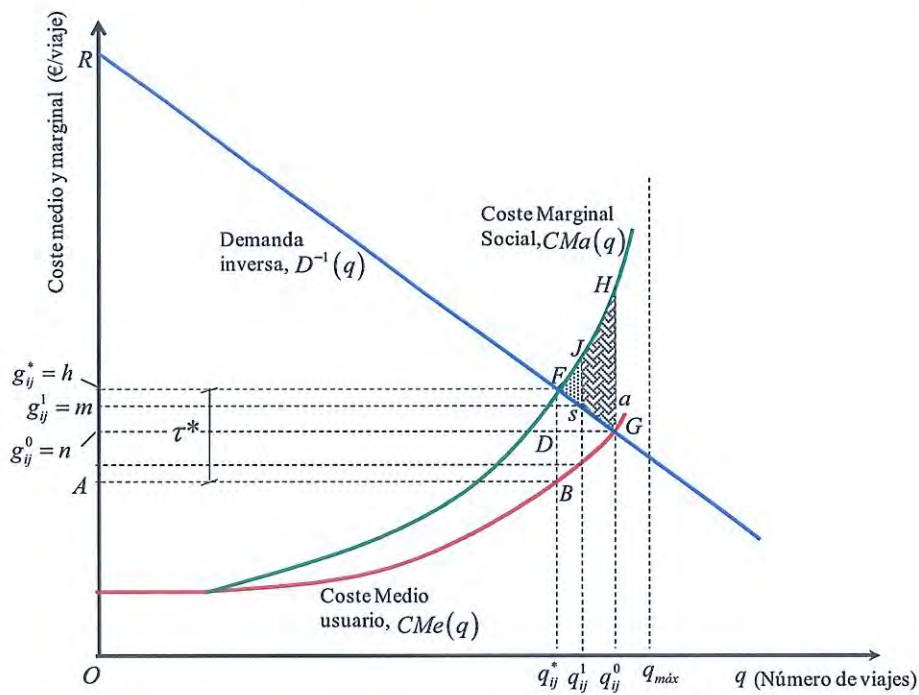


Fig. 4.4. Tarificación basada en costes marginales de congestión bajo el criterio de first-best.

Sin embargo, con la cantidad de viajes  $q_{ij}^0$  los usuarios ignoran las externalidades que imponen a los demás. Si consideramos solo el coste marginal debido a la congestión y omitimos las demás externalidades negativas (polución, ruido, accidentes, daños a infraestructura, escasez,...) se tiene que desde un punto de vista social, la demanda actual  $q_{ij}^0$  es excesiva porque los usuarios disfrutan del beneficio  $q_{ij}^0G$ , pero imponen los costes de  $q_{ij}^0H$ .

$$Eu_T^0 = \sum_{ij \in W} \int_0^{q_{ij}^0} g_{ij}^0(w)dw - \sum_{ij \in W} g_{ij}^0 q_{ij}^0 \tag{4.15}$$

El viaje adicional más allá de un valor óptimo  $q_{ij}^*$  genera los costes  $q_{ij}^0HFq_{ij}^*$  pero solamente disfruta del beneficio  $q_{ij}^0GFq_{ij}^*$ . Este resultado que en economía del transporte se llama el coste social de congestión o pérdida social de eficiencia está dado por el área  $FGH$ . Si el coste social total para la cantidad de viajes  $q_{ij}^0$  es  $C_T = q_{ij}^0CMe$ , al incorporarse un viaje adicional, el coste marginal ( $CMa$ ) estará dado por la expresión (4.16), donde:  $q \frac{\partial CMe(q)}{\partial q}$ , es el coste marginal de congestión.

$$CMa = \frac{\partial C_T}{\partial q} = CMe + q \frac{\partial CMe}{\partial q} \tag{4.16}$$



Luego, la tarifa óptima que debe aplicarse para conseguir el flujo óptimo  $q_{ij}^*$  y también internalizar los costes de congestión está dado por el segmento  $BF$  y se halla así:

$$BF = \tau^* = q^* \frac{\partial CM_e(q^*)}{\partial q} \quad (4.17)$$

Esta tasa  $BF$  o tasa Pigouviana (Pigou, 1920), que pagarían los usuarios equipara el beneficio social marginal y el coste social marginal  $CM_a$ , en el nivel eficiente de tráfico  $q_{ij}^*$ . Al lograr este equilibrio se produce la maximización del bienestar social (enfoque *firs-best*).

Al lograrse la reducción del número de viajes desde  $q_{ij}^0$  a  $q_{ij}^*$ , los individuos obtienen ahora un excedente de usuario equivalente al área  $RhF$ , el cual se determina por la diferencia entre el coste que los usuarios están dispuestos a pagar (área  $ORFq_{ij}^*$ ) y el coste total de los viajes (área  $OhFq_{ij}^*$ ). Matemáticamente, el excedente de usuario final ( $Eu_{ij}^*$ ) al imponer la tarifa  $\tau^*$  se expresa como:

$$Eu_{ij}^* = \int_0^{q_{ij}^*} g_{ij}^*(w) dw - g_{ij}^* q_{ij}^* \quad \forall ij \in W \quad (4.18)$$

Análogamente, al sumar los excedentes de usuario finales de todos los pares O-D que conforman la red, se obtiene para el escenario futuro el excedente de usuario total:

$$Eu_T^* = \sum_{ij \in W} \int_0^{q_{ij}^*} g_{ij}^*(w) dw - \sum_{ij \in W} g_{ij}^* q_{ij}^* \quad (4.19)$$

El contraste entre la situación inicial sin tarifa y la situación final con tarifa permite cuantificar la pérdida de excedente de usuario ( $\nabla Eu_T$ ), a través de:

$$\nabla Eu_T = Eu_T^* - Eu_T^0 \quad (4.20)$$

Es de notar, que si el esquema tarifario está bien diseñado, la magnitud de la variación de excedente de usuario será siempre negativa, o sea,  $\nabla Eu_T < 0$ . Por otro lado, si se compara la disposición a pagar por los  $q_{ij}^*$  viajes (área  $ORFq_{ij}^*$ ) con los costes sociales en que se incurre para poder realizarlos (determinado por la suma entre los costes del productor (área  $OABq_{ij}^*$ ) y el coste medio interno de los usuarios, es decir, costes de operación vehicular y coste medio del tiempo (área  $hFGn$ ), se observa que el beneficio social neto restante es superior al excedente de usuario  $Eu_{ij}^*$  (área  $hRF$ ) en el área



$AnDB$ . Esta divergencia constituye el excedente del productor ( $Ep_{ij}^*$ ), que se define como la diferencia entre los ingresos totales y los costes variables, mediante la expresión:

$$Ep_{ij}^* = (n - A) q_{ij}^* \quad (4.21)$$

Luego al sumar los excedentes del productor de todos los pares O-D  $ij \in W$ , se tiene que el excedente total del productor para esta situación con tarifa óptima es:

$$Ep_T^* = \sum_{ij \in W} Ep_{ij}^* \quad (4.22)$$

Análogamente, al comparar los excedentes del productor en los dos escenarios se obtiene su variación ( $\Delta Ep_T$ ) que dependerá básicamente del recaudo ganado por el concepto de la implantación de la tarifa óptima bajo el enfoque de *first-best*.

En cuanto al coste social de congestión ( $CSC$ ) o pérdida social de eficiencia que se tiene en la situación inicial (área del triángulo  $FGH$  en la figura 4.4), se convertiría en un ahorro o ganancia de bienestar para toda la sociedad en el momento de aplicarse la tarifa óptima  $\tau^*$ . Este coste puede cuantificarse para un par O-D  $ij \in W$  a través de la expresión:

$$CSC_{ij} = \frac{\overline{HG}_{ij}^0 (q_{ij}^0 - q_{ij}^*)}{2} \quad (4.23)$$

Donde: el segmento  $\overline{HG}_{ij}^0$  corresponde a la diferencia entre el coste marginal  $CMa(q_{ij}^0)$  y el coste generalizado inicial  $g_{ij}^0$  evaluado en el flujo actual  $q_{ij}^0$ . Nótese que el coste marginal para la ruta de menor coste se evalúa mediante la expresión 4.24 y donde:  $\delta_{ij}^{ap}$  es la variable binaria que toma el valor de 1 si la ruta  $p$  usa el arco  $a$  y 0 en la situación contraria.

$$CMa(q_{ij}^{0p}) = \sum_a \delta_{ij}^{ap} CMa(q_a^0) \quad (4.24)$$

Luego, al sumar el coste social de congestión para todos los pares O-D  $ij \in W$  se tiene que la ganancia de bienestar para toda la sociedad es:

$$CSC_T = \frac{1}{2} \sum_{ij \in W} \overline{HG}_{ij}^0 (q_{ij}^0 - q_{ij}^*) \quad (4.25)$$







En el momento de modificar el coste generalizado actual  $g_{ij}^0 = n$ , bien sea porque se aumente el tiempo de viaje en la red (congestión) o se varíe la tarifa inicial al aplicar una nueva estrategia tarifaria, el nuevo valor  $g_{ij}^1 = m$  hará que el número de viajes o kilómetros a recorrer en el escenario futuro disminuya hasta un valor de  $q_{ij}^1$ , lo que originará a la vez, una variación (pérdida) del excedente de usuario actual (área  $nmsG$  de la figura 4.5), cuyo efecto será mayor o menor dependiendo de la estrategia tarifaria que se aplique en dicho escenario futuro.

La variación del excedente del usuario en respuesta a la estrategia de tarifación mide el cambio en el bienestar del grupo con un nivel de ingresos determinado. Dicha pérdida de excedente está dada por la diferencia entre la pérdida de ingresos debido al incremento del coste total (área  $nmaG$ ) y la ganancia debida a la reducción de kilómetros conducidos hasta un nivel de servicio favorable (área  $saG$ , que equivale al ahorro en costes de renunciar a conducir más), Safirova et al. (2004).

La pérdida de excedente de usuario (asumiendo la función inversa de la demanda de tipo lineal) entre el par O-D  $ij \in W$ , se determina como:

$$\nabla Eu_{ij} = \int_{g_{ij}^0}^{g_{ij}^1} D^{-1}(g) dg = (g_{ij}^1 - g_{ij}^0) \frac{(q_{ij}^1 + q_{ij}^0)}{2} \quad (4.27)$$

A partir de la estimación del coste generalizado inicial hecha en el epígrafe 4.1.2.2, se tiene que para el grupo de usuarios homogéneos este coste generalizado del viaje antes y después de la implementación está dado por las ecuaciones 4.28a y 4.28b, respectivamente.

$$g_{ij}^0 = f_{ij}^0 + \nu_r t_{ij}^0 + \tau_{ij}^0 \quad \forall ij \in W \quad (4.28a)$$

$$g_{ij}^1 = f_{ij}^1 + \nu_r t_{ij}^1 + \tau_{ij}^1 \quad \forall ij \in W \quad (4.28b)$$

Donde:  $g_{ij}^0$  es el coste generalizado para el escenario base entre el par O-D  $ij$ ,  $f_{ij}^0$  corresponde a los costes de operación vehicular en (€/viaje),  $\nu_r$  es el valor del tiempo (€/viaje-min),  $t_{ij}^0$  es el tiempo que se gasta en realizar el viaje (min) y  $\tau_{ij}^0$  son los gastos de peaje (por financiación de infraestructura) en que se incurre al viajar por la ruta  $r$  entre el par O-D  $ij \in W$ ; en caso de la inexistencia de peajes este valor tomaría el valor de cero. Similarmente, se describe el escenario futuro pero con el superíndice 1.

Reemplazando las expresiones 4.28 del coste generalizado para los dos escenarios en la ecuación 4.27 y asumir que, los conductores que continúan desplazándose (después de implementar el nuevo esquema tarifario) entre los diferentes pares O-D  $ij \in W$  de la red, conservarán sus costes de operación, es decir,  $(f_{ij}^0 \cong f_{ij}^1)$ , se encuentra que:



$$\nabla Eu_{ij} = (\tau_{ij}^1 + \nu_t \nabla t_{ij} - \tau_{ij}^0) \frac{(q_{ij}^1 + q_{ij}^0)}{2} \quad (4.29)$$

Es de observar, que al esperarse una disminución en el número de viajes o kilómetros a recorrer después de implementada la estrategia de tarifación, el tiempo de viaje final será inferior al tiempo inicial que se gastaba para ir desde el origen  $i$  hasta el destino  $j$ . ( $t_{ij}^1 < t_{ij}^0$ ), es decir, esto significa un ahorro en tiempo que se plasma mediante la siguiente expresión:

$$\nabla t_{ij} = t_{ij}^1 - t_{ij}^0 < 0 \quad (4.30)$$

Este ahorro en tiempo obtenido, puede conducir a que se genere atracción de tráfico de otras rutas, volviendo más complejo el modelo a resolver.

Por otra parte, la pérdida de excedente de usuario en toda la red se determina sumando todos los pares O-D  $ij$  ( $\forall ij \in W$ ), es decir:

$$\nabla Eu_T = \sum_{ij \in W} \nabla Eu_{ij} = \sum_{ij \in W} (\tau_{ij}^1 + \nu_t \nabla t_{ij} - \tau_{ij}^0) \frac{(q_{ij}^1 + q_{ij}^0)}{2} \quad (4.31)$$

Para determinar la variación del excedente del productor entre cualquier par O-D, se requiere inicialmente estimar el recaudo bruto que se recibiría al implementar el esquema de *road pricing* entre dicho par O-D, a través de la expresión:

$$I_{ij}^1 = q_{ij}^1 \tau_{ij}^1 \quad (4.32)$$

Luego al comparar los recaudos inicial (ecuación 4.9) y final, se aprecia que la variación de los ingresos brutos entre el par  $ij$  está dada por la diferencia entre  $(\tau_{ij}^1 - \tau_{ij}^0) q_{ij}^1$ , que es la recaudación obtenida al incrementarse la tarifa y  $(q_{ij}^0 - q_{ij}^1) \tau_{ij}^0$ , que es la pérdida de recaudación debido a la disminución del tráfico. Esta variación del recaudo se estima a través de la siguiente ecuación:

$$\Delta I_{ij} = \tau_{ij}^1 q_{ij}^1 - \tau_{ij}^0 q_{ij}^0 \quad (4.33)$$

Por lo tanto, al sumar los cambios en los ingresos brutos de todos los pares O-D que conforman la red se alcanza la variación neta del recaudo, el cual se estima como:

$$\Delta I_T = \sum_{ij \in W} \tau_{ij}^1 q_{ij}^1 - \sum_{ij \in W} \tau_{ij}^0 q_{ij}^0 \quad (4.34)$$



La ganancia de bienestar por evitar el coste social de congestión, resulta de la cuantificación del área del trapecio  $sGHJ$  de la figura 4.5.

Con base en la pérdida neta de excedente de usuario y la variación total de los ingresos, se determina que la variación de bienestar social ( $\Delta Bs_T$ ) para toda la red es:

$$\Delta Bs_T = \nabla Eu_T + \Delta I_T \quad (4.35)$$

Se resalta que si el porcentaje de reducción de la demanda  $\frac{\Delta q_{ij}}{q_{ij}^0}$  es pequeño, se tiene que la incidencia de la tarifa que gestionará la movilidad, está determinada por el incremento en el coste total del viaje o por kilómetro recorrido  $g_{ij}^1$ , el cual es menor para los grupos de mayores ingresos porque estos valoran más el tiempo y mayor para los grupos de ingresos bajos. Los opositores a una tarifa que gestione la movilidad señalan que este tipo de medidas conduce a que las personas con menos recursos no usen las carreteras, ya que  $\frac{\Delta q_{ij}}{q_{ij}^0}$  es importante, para este grupo de personas, Safirova et al., (2004). Sin embargo, otros estudios argumentan que las personas con menos ingresos serían los más beneficiados de la tarifa por congestión, sobre todo cuando la oferta de transporte público es eficiente en especial durante las horas punta. En el momento de implementar una tarifa que reduzca la congestión, ésta se aplicaría sobre los vehículos particulares, es decir, sobre los grupos con mayor nivel de renta, y dado que las personas de menor renta usan mucho más el transporte público, no solamente serían los menos afectados por la tarifa sino que también resultarían más beneficiados si el recaudo de los peajes se destina al mejoramiento del transporte público, Eliasson y Mattsson (2006).

En la figura 4.5 se observa que, para un incremento en el coste total de conducción y un número de viajes o kilómetros iniciales, la mayor reducción de viajes o kilómetros finales a recorrer, sería para las personas con menores ingresos. Sin embargo, la pérdida de bienestar para este grupo de personas debería ser más pequeña, ya que la curva de demanda es más elástica (más plana) lo que implica que el área  $saG$  sea más grande y por ende, mayor el ahorro en costes por conducir menos. En otras palabras, los conductores de menos ingresos no evidenciarán una reducción en su bienestar, en lugar de ello, lo más probable es que se refleje indiferencia entre conducir en carreteras con peaje o tomar otras opciones de viaje (*carsharing*, transporte público, reducción de frecuencias de los viajes, etc.) o simplemente decidan no viajar.

### 4.3 Configuración del modelo tarifario

Con base en los diversos parámetros socioeconómicos analizados anteriormente, se estructura un modelo que permite analizar configuraciones tarifarias distintas teniendo



en cuenta la teoría del comportamiento del usuario y el concepto de elasticidad de la demanda con respecto al coste generalizado de ejecución de un viaje.

Dentro de la elección del modo de desplazamiento entre un sitio y otro, la fiabilidad en la duración del tiempo viaje, es el parámetro que cada día toma mayor relevancia para medir si un servicio se hace con mayor o menor calidad. A partir de este nivel de calidad se produce un “valor social” por el cual hay que estar dispuesto a mantenerlo y mejorarlo y es ahí donde básicamente se busca dar ese estado de bienestar a través del pago de una tarifa.

#### 4.3.1 Principios teóricos para la formulación del modelo

Analizando la teoría de comportamiento del usuario o consumidor se encuentra que cualquier individuo toma sus decisiones de consumo de manera racional; comparando varias opciones y dependiendo de sus características socio-económicas escogerá finalmente la alternativa que le resulte más atractiva (maximizando su utilidad o minimizando sus costes).

La decisión sobre la elección de un medio de transporte para desplazarse entre un sitio y otro, no sólo depende del precio y el salario del individuo, sino también del tiempo que se esté dispuesto a invertir en el viaje. Es decir, que la solución al problema de elección de un individuo para realizar un viaje y por ende la oscilación de la demanda estará en función de la suma de los diversos costes que intervienen en el mismo (coste generalizado), de la existencia de modos alternativos altamente sustitutivos y de su nivel de renta.

En nuestro caso, el análisis se centra en la variación de la demanda con respecto al coste generalizado del viaje, dada las falencias en materia de transporte público que se presentan fuera de la zona urbana. La cuantificación de dicha variación de la demanda se analiza habitualmente a través del concepto de *elasticidad* ( $\eta$ ). En el Anexo 2, se ilustra el concepto de elasticidad de la demanda con respecto a los diferentes costes que intervienen en el viaje en coche y los factores que afectan su sensibilidad.

A partir de la definición de elasticidad puntual, se puede encontrar la sensibilidad de una variable con respecto a otra a nivel infinitesimal mediante la ecuación:

$$\eta = \frac{\partial q}{\partial p} \frac{p_0}{q_0} \quad (4.36)$$

En el caso de la elasticidad de la demanda con respecto al precio, estas dos variables se pueden relacionar a través de distintas funciones, las cuales buscan modelar la situación real de comportamiento de elección que hacen los usuarios ante el incremento o disminución de algunos de los parámetros que conforman el coste del viaje. Regularmente, dentro de esa modelización de demanda de transporte y coste del viaje, se estiman y aplican modelos de decisión, basados en regresiones lineales, múltiples, exponenciales, potenciales, logit, etc., tal como se ilustra en la tabla 4.2.



Tabla 4.2. Diferentes funciones de demanda y sus elasticidades.

Tipo	Función demanda	Función inversa de la demanda	Elasticidad
Lineal	$q(p) = q^0 \left[ 1 + \phi \left( \frac{p-p^0}{p^0} \right) \right]$	$p(q) = p^0 \left[ 1 + \frac{1}{\phi} \left( \frac{q-q^0}{q^0} \right) \right]$	$\eta = \phi$
Potencial	$q(p) = q^0 \left( \frac{p}{p^0} \right)^\phi$	$p(q) = p^0 \left( \frac{q}{q^0} \right)^{1/\phi}$	$\eta = \phi$
Semi-logarítmica	$q(p) = q^0 - \theta \ln \left( \frac{p}{p^0} \right)$	$p(q) = p^0 e^{-1/\theta(q-q^0)}$	$\eta = -\theta \left( \frac{q^0}{q} \right)$
Exponencial	$q(p) = q^0 e^{\theta \left( \frac{p-p^0}{p^0} \right)}$	$p(q) = p^0 \left[ 1 + \frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{q}{q^0} \right) \right]$	$\eta = \theta \left( \frac{p}{p^0} \right)$
Logit	$q(p) = \frac{2q^0}{1 + e^{\theta(p-p^0)}}$	$p(q) = p^0 + \frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{2q^0 - q}{q} \right)$	$\eta = \frac{\theta p e^{\theta(p-p^0)}}{1 + e^{\theta(p-p^0)}}$

Al verificar la sensibilidad de los modelos de demanda con respecto al coste medio y marginal para la aplicación de la teoría de tarificación *second-best* en un cordón de peaje para diferentes ciudades inglesas, Santos et al. (2001), obtuvieron la figura 4.6, a la cual se le ha añadido la función de demanda lineal. En esta figura se aprecia claramente las discrepancias que se pueden obtener al usar una determinada función con respecto a las otras, de ahí la importancia de realizar un estudio concienzudo para obtener el modelo de demanda que se ajuste a las condiciones reales del entorno. Una predicción desafortunada de la demanda y su respectiva elasticidad antes de la introducción de una medida tarifaria, conducirá a valores erróneos en la estimación del valor del peaje.

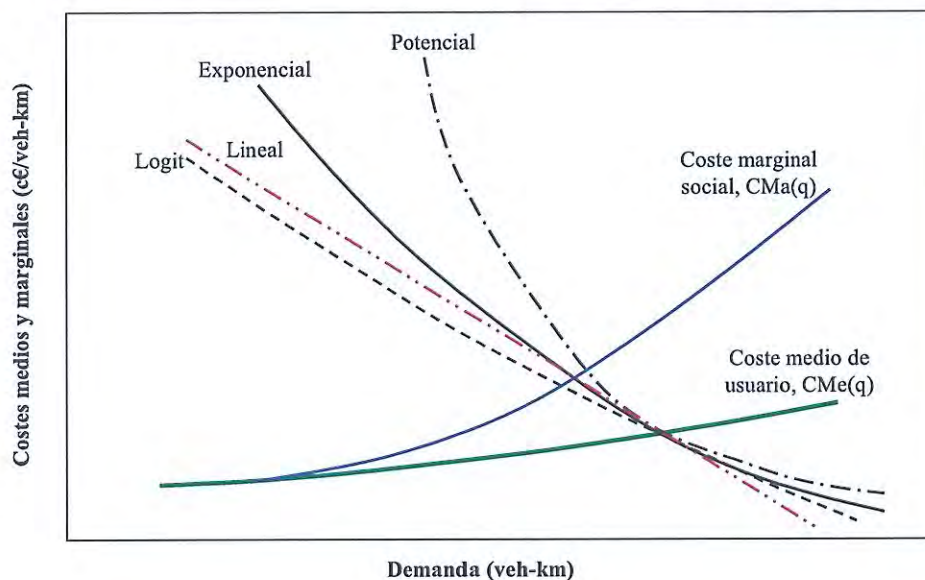


Fig. 4.6. Diferentes funciones de demanda. (Fuente: Elaborada a partir de Santos et al., 2001).



La cuantificación de la elasticidad depende del tipo de la función demanda que se trabaje, ya que el valor de  $\frac{\partial q}{\partial p}$  en la definición de la elasticidad no es más que la pendiente de dicha función. En la elasticidad-precio de la actividad transporte se indica que un aumento en el precio hará que los individuos deseen viajar menos y viceversa; es decir, la pendiente es negativa.

Si la función demanda es de tipo lineal, su pendiente es constante, pero la elasticidad no lo es (depende de los valores concretos de  $p$  y  $q$ ). También, en formas funcionales como la semi-logarítmica o exponencial la elasticidad no es constante. En el caso de que la elasticidad-precio sea constante (función potencial) podrá indicarse de manera inequívoca que la función de demanda siempre es más o menos elástica que otra, de Rus et al. (2003).

Las estimaciones empíricas de la elasticidad han optado entre las formas funcionales mostradas en la tabla 4.2 o algunas de sus variantes. Aunque no todos los resultados son comparables entre sí, debido al uso de varias bases de datos (obtenidos a través de encuestas utilizando las técnicas de preferencias declaradas o preferencias reveladas) y diversas definiciones de las variables, la mayoría de los estudios concluyen que la demanda de utilización del vehículo privado es claramente inelástica, con valores inferiores a la unidad, tal como se muestra en el Anexo 2. Además, de la forma funcional de la demanda, la magnitud de la elasticidad puede variar dependiendo de las condiciones o circunstancias que se quieran analizar. Las condiciones a considerar relevantes pueden ser:

- Zona geográfica del estudio: región, ciudad, país, continente, etc.;
- Periodo de análisis: corto plazo o largo plazo;
- Propósito del viaje: de la casa al trabajo, negocios, de compras, educación, etc.;
- Nivel de urbanización;
- Composición de la población, en términos de edad, sexo, etc.;
- Ingresos;
- Cantidad de propietarios de vehículos;
- Nivel de tarifas existentes;
- Velocidad de operación actual;
- Modos de transporte actual además del coche.

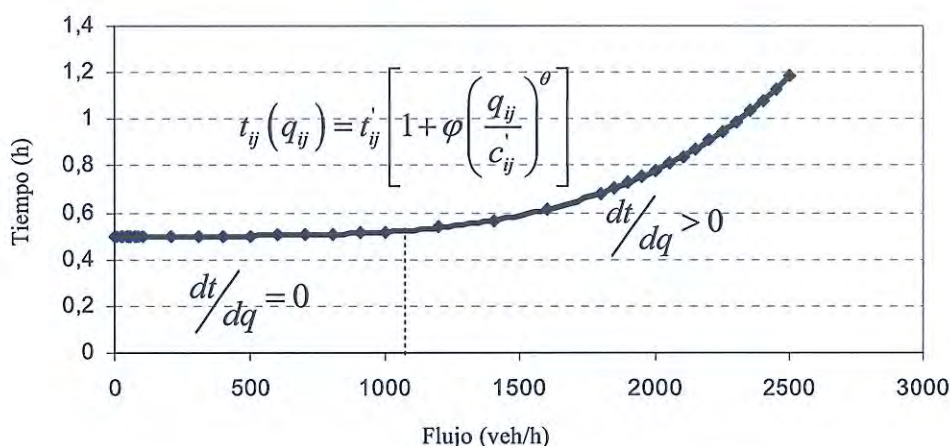
Por lo tanto, al analizar la elasticidad de la demanda con respecto al coste generalizado definido mediante la expresión 4.28 ( $g_{ij} = f_{ij} + v_i t_{ij} + \tau_{ij}$ ) se tiene que su magnitud dependerá de la sensibilidad que presente ante los distintos componentes del coste generalizado.

Al revisar la susceptibilidad de la elasticidad con respecto a los costes de operación ( $f_{ij}$ ) que se invierten en trasladarse desde la zona  $i$  hasta el destino  $j$ , se nota que también existen diversos valores para cada uno de los precios (combustible, los lubricantes, los neumáticos, el pago por estacionar, etc.) que conforman dichos costes.



Pero si se examina en su conjunto se encuentra que dicho valor es *inelástico* en el corto plazo, variando entre -0,2 y -0,3, como se indica en el Anexo 2.

Con respecto al valor monetario del tiempo de viaje ( $v_i t_{ij}$ ), éste depende tanto del tiempo de viaje ( $t_{ij}$ ) requerido para ir desde la zona  $i$  hasta el destino  $j$  como de su relativo coste del tiempo ( $v_i$ ). Al analizar la elasticidad con respecto al tiempo de viaje se identifica que éste varía entre -0,12 y 0,96 dependiendo del propósito del viaje para el largo plazo y entre -0,27 y -0,5 en el corto plazo. Además, se resalta que en condiciones normales del viaje (es decir en ausencia de congestión), el tiempo de viaje que los conductores invierten viajando a velocidad de flujo libre es similar y en cuyo caso  $dt/dq = 0$ , mientras que si hay congestión al superarse la capacidad de la vía se obtiene que  $dt/dq > 0$ , como se ilustra en la figura 4.7.



**Fig. 4.7.** Variación del tiempo con respecto al flujo vehicular empleando la formulación del BPR.

El valor del tiempo se estima empleando la teoría de utilidad aplicada en modelos de elección discreta. A partir de estos modelos, diversas investigaciones han encontrado que el valor que se le da al tiempo se relaciona con el tipo de actividad que se realice, siendo el tiempo destinado al trabajo el que más se valora, porque así mismo serán los ingresos que se obtengan. Por lo tanto, entre más tiempo se le dedique al trabajo, mayor será la renta y más se valorará el tiempo, sin embargo, como sólo se cuenta con 24 horas al día, si se destina más tiempo al trabajo, entonces se reduce el tiempo para ejecutar otras actividades. De ahí que uno de los problemas de elección de una alternativa de transporte dependa de la asignación de tiempo y renta que permita la máxima utilidad posible.

Otra variación del valor monetario que se le da al tiempo, es la estimación de las demoras o los ahorros en tiempo que se presentan al final de un viaje, encontrándose que se aprecia más el tiempo cuando se pierde que cuando se gana, sobre todo si el propósito del viaje son negocios, tal como se muestra en la figura 4.8.



En consecuencia, al analizar conjuntamente las variables tiempo ( $t_{ij}$ ) y el valor monetario del tiempo de viaje ( $v_t$ ), bajo las condiciones de flujo libre se presenta que  $d(v_t, t)/dq = 0$  la demanda es *inelástica* con respecto al tiempo de viaje; pero, en el momento que aparezcan las demoras debidas a la congestión, entonces  $d(v_t, t)/dq > 0$  la demanda se hace menos *inelástica* con respecto al tiempo de viaje. Esto último conlleva a que se reduzca el flujo, lo cual incrementa la velocidad y se disminuyen las demoras produciéndose un aumento en la distancia del viaje. Pero, este aumento relativo de la velocidad sobre un corredor para un modo particular tiende a atraer viajes de otros modos.

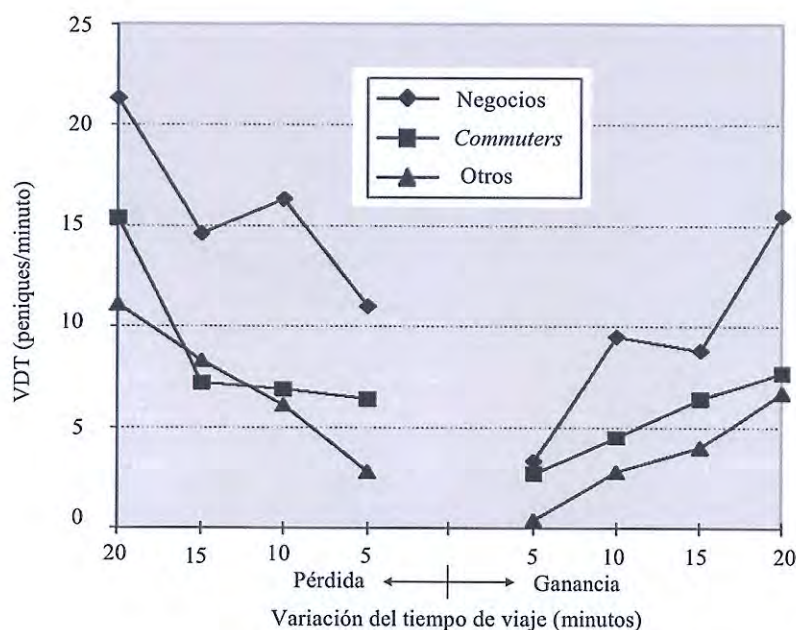


Fig. 4.8. Valor del tiempo según su variación al final del viaje, UK 1994. (Fuente: Gunn, 2001).

Al revisar la sensibilidad de la demanda con respecto al precio del peaje ( $\tau_{ij}$ ) que se paga por viajar desde la zona  $i$  hasta el destino  $j$ , se da que es inelástica en el corto plazo y su magnitud se sitúa entre -0,3 y -0,83 con tendencia a valores mayores si hay presencia de autopistas paralelas sin congestión.

Aunando las diversas sensibilidades de la demanda en cuanto a la variación del precio de los diferentes costes que intervienen en un viaje y revisando varios estudios (detallados en el Anexo 2) para determinar la elasticidad de la demanda del vehículo privado con respecto al coste generalizado, se tiene que ésta es inelástica y su magnitud oscila entre -0,5 y -1,0 en el corto plazo.

A partir del análisis anterior se resume que los viajes en coche presentan bajas sensibilidades (zona inelástica) a los incrementos del coste generalizado, y la magnitud



de dicha elasticidad varía según la función de demanda que se emplee y de la longitud del recorrido, esto indica que la demanda se torna más inelástica entre mayor sea la distancia del viaje. Con base en esta última afirmación y apoyados en Daskin et al. (1988), se establece que la elasticidad  $\eta_{ij}$  de la demanda con respecto al coste generalizado puede expresarse como una función de la distancia entre cualquier par O-D  $ij \in W$  de la forma:

$$\eta_{ij} = \varepsilon x_{ij}^b \quad (4.37)$$

Donde:  $\varepsilon < 0$  y  $b \leq 0$ . En el caso de que  $b = 0$ ,  $\eta_{ij} = \varepsilon$  para todos los pares O-D ( $\forall ij \in W$ ). Si  $b < 0$  entonces la demanda es más inelástica con la distancia, como se había indicado anteriormente.

#### 4.3.2 Estructuración básica del modelo

Establecer un modelo que permita comparar varias estructuras tarifarias empleando indicadores como la demanda, el recaudo y el bienestar social, resulta complejo dada la diversidad de parámetros y condicionantes que intervienen. Sin embargo, este problema se simplifica al considerar que el modelo de demanda de viajes o veh-km en vehículo privado corresponde a una función de tipo lineal dependiente del coste generalizado del viaje, expresada como:

$$q_{ij}^1(g_{ij}) = q_{ij}^0 \left[ 1 + \eta_{ij} \frac{g_{ij}^1 - g_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \quad (4.38)$$

Donde:  $q_{ij}^1$  corresponde a la demanda entre el par O-D  $ij \in W$  para el escenario futuro,  $q_{ij}^0$  corresponde a la demanda entre el par O-D  $ij \in W$  para el escenario base,  $g_{ij}^0$  es el coste generalizado para el escenario base entre el par O-D  $ij$ ,  $g_{ij}^1$  es el coste generalizado después de aplicar el esquema tarifario entre el par O-D  $ij$  y  $\eta_{ij}$  es la elasticidad de la demanda con respecto al coste generalizado.

Al reescribir la ecuación 4.38 en forma de la expresión 4.39, se observa que podría presentarse una demanda futura negativa, si en la nueva estructura tarifaria el coste generalizado  $g_{ij}^1$  es lo suficientemente alto para algún par origen-destino  $ij$ .

$$q_{ij}^1 = q_{ij}^0 \left[ \frac{\eta_{ij} g_{ij}^1 + (1 - \eta_{ij}) g_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \quad (4.39)$$

Por lo tanto, para evitar esa posible demanda negativa se requiere que:



$$\eta_{ij}g_{ij}^1 + (1 - \eta_{ij})g_{ij}^0 \geq 0 \quad \forall ij \in W \quad (4.40a)$$

Es decir,

$$g_{ij}^1 \leq \frac{-(1 - \eta_{ij})g_{ij}^0}{\eta_{ij}} \quad \forall ij \in W \quad (4.40b)$$

Y dado que, la demanda del tráfico es inelástica con respecto al coste generalizado, se tiene que  $-1 < \eta_{ij} < 0$ , luego el lado derecho de la ecuación 4.40b será siempre positivo y al menos, dos veces el coste generalizado inicial  $g_{ij}^0$  desde  $i$  hasta  $j$ .

A partir de la función de demanda formulada en la expresión 4.39 se define analíticamente un modelo que permite cuantificar entre otros indicadores, la *variación del bienestar social total* que se presenta al implantar un determinado esquema tarifario. El modelo permite estructurarse a diversas topologías tarifarias bien sea simples o complejas, a través de un desarrollo matemático de fácil accesibilidad, convirtiéndolo en una herramienta ideal para establecer comparaciones y poder decidir qué tipo de esquema resulta más ventajoso en el momento de su implementación.

El modelo se configura partiendo de la definición del coste generalizado tanto para el escenario futuro como para el escenario base expresado mediante las ecuaciones 4.28a y 4.28b, las cuales al ser sustituidas en la igualdad 4.39 y considerando previamente que los costes de operación, tanto antes como después de implementado el esquema tarifario, son aproximadamente iguales ( $\Delta f_{ij} = f_{ij}^1 - f_{ij}^0 \cong 0$ ), se obtiene que:

$$q_{ij}^1 = q_{ij}^0 \left[ \frac{\eta_{ij}\tau_{ij}^1 + g_{ij}^0 + \eta_{ij}v_t \nabla t_{ij} - \eta_{ij}\tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \quad (4.41)$$

Tal como se explicó anteriormente, con base en la disminución de la demanda futura se produce que  $\nabla t_{ij} = t_{ij}^1 - t_{ij}^0 < 0$ . Este ahorro en tiempo repercute en un incremento de la velocidad y en un aumento de la distancia del viaje, con la consecuencia de atraer viajes de otros modos. Sin embargo, este tráfico atraído se vería afectado por la nueva tarifa, por lo que tendrían que entrar a comparar las diferencias entre los costes generalizados del modo anterior y la nueva opción que se brinda. Por consiguiente, dados los porcentajes de reducción de tráfico que se quieren alcanzar con este estudio, el tráfico atraído que se pueda generar no es considerado.

La ecuación anterior debe cumplir con la restricción 4.40b para evitar que la demanda futura sea negativa, por lo tanto se reescribe dicha restricción en función de la estrategia tarifaria a implementar, como:

$$\tau_{ij}^1 \leq \frac{g_{ij}^0 + \eta_{ij}v_t \nabla t_{ij} - \eta_{ij}\tau_{ij}^0}{\eta_{ij}} \quad \forall ij \in W \quad (4.42)$$



Expresando la función de demanda dependiente del tipo de esquema tarifario que se desee implementar, la expresión 4.41 se convierte en:

$$q_{ij}^1 = \left( \frac{q_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) \eta_{ij} \tau_{ij}^1 + q_{ij}^0 \left[ 1 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \quad (4.43)$$

La cual puede reescribirse como:

$$q_{ij}^1 = \alpha_{ij} \tau_{ij}^1 + \beta_{ij} \quad \forall ij \in \mathcal{W} \quad (4.44)$$

Donde:

$$\alpha_{ij} = \left( \frac{q_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) \eta_{ij} \quad \text{Siendo cada } \alpha_{ij} < 0 \quad (4.44a)$$

Y,

$$\beta_{ij} = q_{ij}^0 \left[ 1 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \quad \text{Siendo cada } \beta_{ij} > 0 \quad (4.44b)$$

La puesta en práctica de cualquier tipo de esquema tarifario produce una pérdida en el excedente de usuario, la cual puede ser estimada a través de la ecuación 4.29 deducida anteriormente. La magnitud de la variación del excedente de usuario que se produce entre el origen  $i$  y el destino  $j$  ( $\forall ij \in \mathcal{W}$ ) se determina mediante la ecuación 4.45, a partir de la función de demanda lineal establecida en la expresión 4.43, esto implica que:

$$\nabla Eu_{ij} = \frac{1}{2} (\tau_{ij}^1 + v_t \nabla t_{ij} - \tau_{ij}^0) \left[ q_{ij}^0 \left( 1 + \frac{\eta_{ij}}{g_{ij}^0} \tau_{ij}^1 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) + q_{ij}^0 \right] \quad (4.45)$$

La cual puede reescribirse como una función del esquema tarifario, es decir:

$$\nabla Eu_{ij} = \frac{1}{2} (\alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \rho_{ij} \tau_{ij}^1 + \delta_{ij}) \quad (4.46)$$

Donde:  $\alpha_{ij}$  es igual que la ecuación 4.44a y;

$$\rho_{ij} = 2q_{ij}^0 \left( 1 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) = 2\beta_{ij} \quad \text{Siendo cada } \rho_{ij} > 0 \quad (4.46a)$$

$$\delta_{ij} = (v_t \nabla t_{ij} - \tau_{ij}^0) q_{ij}^0 \left( 2 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) \quad \text{Siendo cada } \delta_{ij} < 0 \quad (4.46b)$$



Luego al sumar las variaciones de todos los pares origen-destino de la red se consigue la variación total del excedente de usuario como:

$$\nabla Eu_T = \frac{1}{2} \left[ \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \rho_{ij} \tau_{ij}^1 + \sum_{ij \in W} \delta_{ij} \right] \quad (4.47)$$

Como se aprecia, la ecuación 4.47 corresponde a una función cuadrática de tipo cóncava, cuya formulación permite que sea convergente en una única solución óptima de la tarifa dependiendo del tipo de esquema tarifario que se quiera analizar y de la cantidad de flujo que se quiera disuadir.

En cuanto a la variación del excedente del productor presentada al implantar cualquier tipo de esquema tarifario, se determina a través del cambio que se produce en el recaudo bruto. A partir de la expresión 4.32 y sustituyendo en ella la función de demanda establecida en la ecuación 4.43, se aprecia que el recaudo bruto futuro entre el origen  $i$  y el destino  $j$  ( $\forall ij \in W$ ) está dado por:

$$I_{ij} = \left( \frac{q_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) \eta_{ij} \tau_{ij}^2 + q_{ij}^0 \left[ 1 + \frac{\eta_{ij} v_i \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right] \tau_{ij}^1 \quad (4.48)$$

Reescribiendo la ecuación 4.48 de forma simplificada se obtiene:

$$I_{ij} = \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \beta_{ij} \tau_{ij}^1 \quad (4.49)$$

Donde:  $\alpha_{ij}$  y  $\beta_{ij}$  corresponden a las ecuaciones 4.44a y 4.44b, respectivamente.

Luego al sumar los ingresos de todos los pares origen-destino  $ij \in W$ , se tiene que el ingreso bruto total es:

$$I_T = \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \beta_{ij} \tau_{ij}^1 \quad (4.50)$$

Como puede verse, la ecuación 4.50 corresponde a una función cuadrática de características similares a la expresión 4.47.

Estimados los ingresos futuros se comparan con el recaudo inicial para determinar la variación total del excedente del productor, el cual se valora a través de la expresión:

$$\Delta I_T = \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \beta_{ij} \tau_{ij}^1 - \sum_{ij \in W} \tau_{ij}^0 q_{ij}^0 \quad (4.51)$$

Cuantificadas la pérdida neta del excedente del usuario y la variación total del excedente del productor por uso de la red, se estima el cambio del bienestar social total dependiente del tipo de esquema de *road pricing* y de la función lineal de demanda, a través de la expresión:



$$\Delta Bs_T = \nabla Eu_T + \Delta I_T \quad (4.52)$$

Establecidas las diferentes formulaciones para valorar los cambios que se muestran en los indicadores analizados anteriormente, a continuación se formula el modelo mediante un proceso secuencial de cálculos que dependen de las condiciones del escenario base y del tipo de esquema de *road pricing* que se desee implantar. Este modelo se resume en la tabla 4.3.

**Tabla 4.3.** Modelo secuencial para evaluar los cambios en diferentes indicadores al implantarse un esquema de *road pricing*.

Indicador a evaluar	Modelación	Parámetros
Demanda futura entre un par O-D, $\forall ij \in W$	$q_{ij}^1 = \alpha_{ij} \tau_{ij}^1 + \beta_{ij}$	$g_{ij}^0 = f_{ij}^0 + v_t t_{ij}^0 + \tau_{ij}^0$
Demanda futura total en la red	$Q_T^1 = \sum_{ij \in W} q_{ij}^1$	$\eta_{ij} = \varepsilon x_{ij}^b$
Pérdida de excedente de usuario entre un par O-D	$\nabla Eu_{ij} = \frac{1}{2} (\alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \rho_{ij} \tau_{ij}^1 + \delta_{ij}) ; \forall ij \in W$	$\alpha_{ij} = \left( \frac{q_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right) \eta_{ij}$
Pérdida total de excedente de usuario en la red	$\nabla Eu_T = \frac{1}{2} \left[ \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \rho_{ij} \tau_{ij}^1 + \sum_{ij \in W} \delta_{ij} \right]$	$\beta_{ij} = q_{ij}^0 \left[ 1 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right]$
Recaudo bruto entre un par O-D,	$I_{ij} = \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \beta_{ij} \tau_{ij}^1 ; \forall ij \in W$	$\rho_{ij} = 2\beta_{ij}$
Recaudo bruto total en la red	$I_T = \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \beta_{ij} \tau_{ij}^1$	$\delta_{ij} = (v_t \nabla t_{ij} - \tau_{ij}^0) q_{ij}^0 \left( 2 + \frac{\eta_{ij} v_t \nabla t_{ij}}{g_{ij}^0} - \frac{\eta_{ij} \tau_{ij}^0}{g_{ij}^0} \right)$
Tarifa promedio para toda la red	$\tau_p^1 = \frac{I_T}{Q_T^1}$	
Tarifa unitaria media para toda la red	$\tau_{um}^1 = \frac{1}{Q_T^1} \sum_{ij \in W} \frac{q_{ij}^1 \tau_{ij}^1}{I_{ij}}$	
Variación del excedente del productor total en la red	$\Delta I_T = \sum_{ij \in W} \alpha_{ij} \tau_{ij}^2 + \sum_{ij \in W} \beta_{ij} \tau_{ij}^1 - \sum_{ij \in W} \tau_{ij}^0 q_{ij}^0$	
Variación del bienestar social total en la red $\forall ij \in W$	$\Delta Bs_T = \nabla Eu_T + \Delta I_T$	

La deducción del modelo de la tabla 4.3 se ha formulado para poder confrontar los cambios producidos en varios indicadores del escenario base al implantarse un determinado esquema tarifario que busque reducir los niveles de congestión y a la vez obtener ingresos suficientes (objetivos básicos del *road pricing*).

Como criterio base para la comparación de los esquemas se estableció cuantificar la tarifa óptima de cada esquema de *road pricing* que permita generar un porcentaje de reducción de los viajes o veh-km totales de la matriz O-D. Los porcentajes de reducción escogidos fueron del 5%, 10% y 15%. Esta reducción del uso del coche se justifica por ser la forma efectiva para disminuir tanto el efecto de la congestión como de la contaminación ambiental.



Bajo este criterio de comparación se podrá seleccionar el tipo de esquema tarifario que produce los menores efectos tanto en la variación de bienestar social total como en los demás indicadores de valoración expuestos anteriormente.

#### 4.3.3 Limitaciones del enfoque adoptado en el modelo

El enfoque del modelo propuesto para evaluar los efectos que produce la implantación de un tipo de esquema tarifario definido tanto en la variación de bienestar social total como en otros indicadores (demanda, ingresos, tarifas medias, excedente de usuario, velocidad y tiempo de viaje) presenta algunas limitaciones.

Aunque el modelo permite trabajar con diferentes valores del tiempo y elasticidad, la demanda de viajes no fue desagregada ni en el valor del tiempo (relacionado con el nivel de renta de los viajeros), ni en la elasticidad de la demanda (para haber considerado el propósito del viaje).

El criterio adoptado para la elasticidad es simple, ya que no se emplea una función separada de demanda para cada propósito de viaje escogido o que incorpore información acerca del coste generalizado de cada tipo de viaje, sin embargo, sí se emplea una función para variar la elasticidad según la distancia del viaje.

La metodología empleada para cuantificar la variación del bienestar social neta solo contempla el caso de una única modalidad de transporte (vehículo privado) y no se tuvo en cuenta los modos alternativos altamente sustitutivos. El motivo de adoptar esta metodología se debe a la gran presencia de *commuters*, las deficiencias (en cuanto a servicio, accesibilidad y frecuencia) que se presentan en transporte público y al poco uso de los modos lentos fuera de las zonas urbanas.

El modelo se simplifica asumiendo una función lineal para la demanda, la cual es susceptible al cambio en el coste generalizado. La adopción de este tipo de demanda proviene de la relación de contracción (*shrinkage ratio*) expresada mediante la ecuación 4.53, para estimar el cambio de la demanda cuando el precio se modifica, generalmente cuando se incrementa.

$$\varepsilon = \frac{\Delta q}{q_0} \frac{p_0}{p_1 - p_0} = \frac{q_1 - q_0}{q_0} \frac{p_0}{p_1 - p_0} \quad (4.53)$$

No obstante, cuando se comparan la elasticidad de arco logarítmica (función potencial de la demanda) definida mediante la expresión 4.54 y la relación de contracción, se obtiene que, este último método presenta diferencias insignificantes cuando se producen cambios pequeños en el precio (inferior al 50%), pero no es muy exacto particularmente para variaciones significativas del precio. Donde:  $q_0$  y  $q_1$  son las demandas antes y después y  $p_0$ ,  $p_1$  son los precios antes y después del cambio.

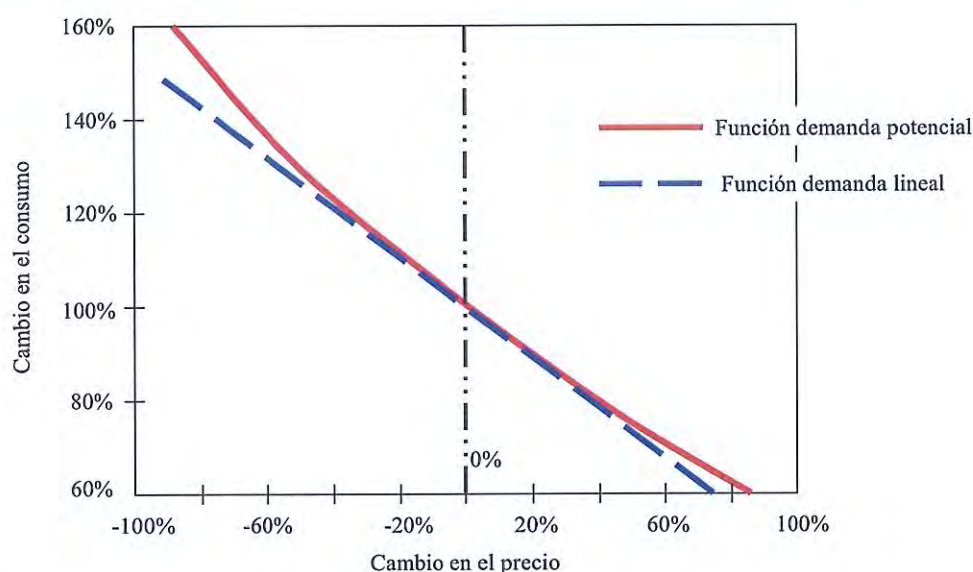
$$\varepsilon = \frac{\Delta \log q}{\Delta \log p} = \frac{\log q_1 - \log q_0}{\log p_1 - \log p_0} \quad (4.54)$$



La figura 4.9 contrasta las funciones de demanda lineal y potencial, esta última produce mejores resultados cuando hay grandes cambios en los precios.

Se resalta que los modelos que emplean más detalles y un tratamiento desagregado de la demanda son generalmente más coercitivos por el lado de la oferta ya que fallan al emplear una red de vías detallada. Además, presentan dificultades para representar las discrepancias detalladas entre los diversos esquemas tarifarios que se quieren comparar.

Por lo tanto, este modelo tiene la fortaleza que se adapta muy bien a los distintos esquemas de *road pricing* que han sido evaluados, ya que está demostrado que cada esquema produce múltiples respuestas en los usuarios de la vía con lo cual resulta indispensable medir su nivel de efectividad para reducir la congestión y los demás efectos que se generan.



*Fig. 4.9. Comparación entre las funciones de demanda lineal y potencial.* (Fuente: Victoria Transport Policy Institute, 2006).

#### 4.4 Proceso de selección del esquema tarifario

Entre varias alternativas posibles, la selección de una única estrategia tarifaria que produzca el máximo de bienestar social al gestionar la demanda de vías congestionadas no es inmediata, debido a las ventajas y desventajas de cada alternativa y los múltiples objetivos que debe alcanzar para lograr un uso eficiente de la vía.

La implantación de cualquier esquema de *road pricing* produce una serie de efectos sobre diversos indicadores operacionales y socioeconómicos. La aplicación del modelo desarrollado en esta tesis permite valorar la magnitud de dichos efectos, los cuales serán mayores o menores (siendo el marco de referencia, el escenario base) dependiendo de varios factores, entre ellos: el porcentaje de demanda a disuadir, la valoración acertada del tiempo y la elasticidad, la cuantificación del recaudo bruto futuro, la pérdida en el excedente de usuario, la ganancia de bienestar debido a los ahorros en costes de congestión, etc.



Contrastar los distintos esquemas con base en estos efectos conlleva a preguntarse “¿qué tipo de efecto se debe valorar más que otro?”. Está claro que desde la misma concepción de *road pricing* el propósito relevante es la maximización del bienestar social, sin embargo, al ser este objetivo a su vez dependiente del nivel óptimo de viajes o veh-km que se disuadan, del precio óptimo de la tarifa que causa dicha reducción, de la valoración acertada del excedente tanto del usuario como del productor, de la topología viaria existente, etc., resulta difícil inclinarse por una u otra estrategia tarifaria sin caer en problemas de sesgo o subvaloración.

Para evitar estos problemas es necesario aplicar una técnica de evaluación de alternativas. Dichas técnicas se basan en la teoría de análisis de decisión para evaluar simultáneamente un conjunto de alternativas. Considerando la dificultad que nos atañe en esta tesis, para su solución se emplea un análisis multicriterio basado en un proceso analítico de jerarquización (PAJ), ya que se cuenta con un conjunto de estructuras tarifarias que permiten alcanzar un objetivo.

De acuerdo con Robusté (1987), “*el PAJ es un método desarrollado por Thomas Saaty en 1977, que refleja un proceso innato de operación de la mente humana cuando se le presentan una multitud de elementos en una situación compleja. Cuando un grupo de personas participa en un proceso de estructuración y priorización de un grupo de objetos, observamos una natural agrupación de los objetos en determinados niveles y la consecuente diferenciación entre distintos niveles de complejidad. Las jerarquías son básicas en la forma humana de desglosar la compleja realidad en grupos y subgrupos*”.

En este caso contamos con cinco alternativas tarifarias: dos simples: (i) tarifa plana y (ii) tarifa kilométrica lineal; y tres complejas: (iii) tarifa kilométrica cóncava, (iv) tarifa de acceso + kilométrica lineal y (v) cordón + kilométrica lineal. Para tener una idea de sus pesos relativos, se comparan pares de alternativas mediante la construcción de una matriz de comparación  $A$  con el cociente de los pesos ( $w_r$  y  $w_s$ ) de pares de alternativas ( $a_r$  y  $a_s$ ), donde el elemento  $a_{rs}$  es simplemente el cociente  $w_r/w_s$ .

La matriz  $A$  es una matriz cuadrada de  $n$  filas y  $n$  columnas (siendo  $n$  el número de esquemas tarifarios) que cumple las siguientes propiedades:

- Estrictamente positiva:  $a_{rs} > 0, \forall r, s$ ;
- Recíproca:  $a_{sr} = a_{rs}^{-1}, \forall r, s$ ;
- Consistente:  $a_{rs} = a_{rm} \cdot a_{ms}, \forall r, s, m$ ;
- Rango unidad: cada fila es un múltiplo de otra;
- El único valor propio (por la derecha) de  $A$  no nulo es  $n$ :  $Aw = nw$ , donde  $w$  denota el vector columna de pesos normalizados de los objetos.

El problema de la obtención de los pesos absolutos de una serie de  $n$  alternativas se reduce a encontrar el vector propio de la matriz de comparación, correspondiente al número de objetos bajo consideración. Cuando la matriz de comparación es consistente, las componentes de tal vector de pesos vienen dadas por las expresiones 4.55, donde:  $w$  denota el vector normalizado y  $w'$  sin normalizar:



$$w_r' = \prod_s^n (a_{rs})^{1/n} \qquad w_r = \frac{w_r'}{\sum w_r'} \qquad (4.55)$$

La generación de este ingenioso método a la evaluación de alternativas es inmediata. En primer lugar, puesto que en general compararemos pares de alternativas respecto a algún criterio que puede ser cuantificable o no, necesitamos definir una escala de comparación. La psicología ha mostrado que una persona que trate de ordenar alternativas no puede ser precisa con 9 valores en la escala. Dependiendo del grado de educación numérica de la persona, el número óptimo es de  $7 \pm 2$  (Robusté, 1987).

La escala definida por Saaty utiliza los cinco primeros números impares para definir una relación de preferencia de una alternativa  $a_r$  respecto de otra  $a_s$  con relación a un determinado criterio. Los valores pares 2, 4, 6 y 8 se utilizan como niveles intermedios (aunque cualquier valor en el rango continuo [1,9] puede utilizarse si somos capaces de discernir tal precisión):

- 1 si  $a_r$  y  $a_s$  tienen *igual* importancia
- 3 si  $a_r$  tiene importancia *débil* sobre  $a_s$
- 5 si  $a_r$  tiene importancia *esencial o fuerte* sobre  $a_s$
- 7 si  $a_r$  tiene importancia *demostrada o muy fuerte* sobre  $a_s$
- 9 si  $a_r$  tiene importancia *absoluta* sobre  $a_s$

Por definición de la escala, la matriz de comparación continúa siendo definida positiva y, admitiendo una comparación racional por parte de la persona encargada de tomar la decisión, la propiedad de reciprocidad también se mantiene (si acordamos que una alternativa  $a_r$  es de importancia demostrada sobre otra  $a_s$  y colocamos el valor 7 en la casilla  $(r,s)$  de la matriz  $A$ , habremos de colocar  $1/7$  en la casilla  $(s,r)$  para ser coherentes). La consistencia, sin embargo, no podemos esperar que se cumpla más que de forma aproximada. En este caso, el vector de pesos viene asociado al máximo valor propio de la matriz recíproca y positiva  $A$ :

$$Aw = \mu_{m\acute{a}x} w \qquad (4.56)$$

Donde se cumple  $\mu_{m\acute{a}x} \geq n$  (la igualdad se da si, y sólo si, existe consistencia).

Las componentes del vector propio de pesos pueden calcularse de forma aproximada por la expresión multiplicativa dada arriba. La aproximación es mejor cuanto más consistente es  $A$  (la fórmula es exacta cuando existe consistencia). Para obtener el máximo valor propio  $\mu_{m\acute{a}x}$  se puede aplicar el siguiente procedimiento aproximado:

- Calcular  $w$  con la expresión ya indicada
- Calcular  $x = Aw$
- Entonces,



$$\mu_{\max} \approx \frac{1}{n} \sum_r \frac{x_r}{w_r} \quad (r = 1, \dots, n) \quad (4.57)$$

Nótese que ninguna componente de  $w$  puede ser cero.

Para controlar la consistencia de  $A$  se definen una serie de índices:

i. *Índice de consistencia (IC)*

El vector calculado  $w$  se acepta como el vector de pesos si  $IC \approx 0$

$$IC = \frac{\mu_{\max} - n}{n - 1} \quad (4.58)$$

ii. *Índice aleatorio (IA)*

Se define como la esperanza matemática del índice de consistencia  $IA = E[IC]$  cuando se ha realizado un proceso de simulación llenando una matriz de  $n$  filas y  $n$  columnas con números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo  $[1, 9]$  pero manteniendo la propiedad de reciprocidad (en la diagonal principal, naturalmente, se han colocado 1). La consistencia de esta ficticia matriz de comparación es inexistente y es de esperar que  $IC$  aumente a medida que aumenta  $n$ . Para  $n=5$ , se obtiene que  $IA=1,12$  (Robusté, 1987).

iii. *Razón de consistencia (RC)*

Se define como el cociente de  $IC$  respecto a  $IA$ . Aceptamos que la matriz de comparación  $A$  es consistente si  $RC$  es inferior a 10%. En este caso, se acepta el vector de pesos obtenido  $w$ . En caso contrario, debemos revisar los valores asignados a las celdas de  $A$ .

El rango global de cada alternativa tarifaria se encuentra asumiendo una utilidad lineal por multiplicación acumulada de los pesos de los diferentes niveles de jerarquía, tal como se ilustra en la ecuación 4.59.

$$Ra_k = \sum_r^n w(c_r) w\left(\frac{a_k}{c_r}\right) \quad (4.59)$$

La alternativa a seleccionar será aquella que posea el mayor rango global.

Con esta metodología se resalta que el Proceso Analítico de Jerarquización constituye, pues, un elegante método de selección de alternativas ya que permite obtener de forma numérica los valores de los pesos de los criterios de evaluación.