



ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS

CANALES Y PUERTOS DE BARCELONA

**UNA METODOLOGIA GENERAL PARA OPTIMIZACION ESTRUCTURAL
EN DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR**

TOMO I

**Fermin Navarrina Martínez
Ingeniero de Caminos**

**Trabajo realizado como parte de los requisitos
exigidos para optar al grado de Doctor.
Dirigido por:**

**Manuel Casteleiro Maldonado
Dr. Ingeniero de Caminos**

Barcelona, marzo de 1987

A mis padres y hermanos.
A Sandra y a Laura.

AGRADECIMIENTOS

Es difícil expresar el profundo agradecimiento que me embarga hacia todas aquellas personas sin cuya colaboración nunca hubiera sido posible realizar este intento de aportar algo nuevo, por pequeño que sea, al legado de conocimientos de la humanidad.

Al profesor Manuel Casteleiro Maldonado y al profesor Xavier Oliver i Olivella, amigos y compañeros de la Escuela, debo -entre otras muchas cosas- la proposición de trabajar en optimización estructural, esta difícil disciplina cimentada por un lado en los métodos numéricos y por otro en el cálculo de estructuras, áreas de conocimiento en las que ambos son grandes especialistas, y la supervisión y orientación del trabajo. A Manolo debo la oportunidad impagable de integrarme en el gran equipo de investigación que forma en realidad toda la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona, mi dedicación a la Universidad y mi formación en métodos numéricos. Durante todo este tiempo ha sido para mí, no sólo un jefe y un director de tesis, sino también un amigo entrañable y un consejero inapreciable. Le debo, además, sus certeras e incisivas sugerencias a lo largo del desarrollo de este estudio, su constante apoyo, su preocupación por la coherencia del conjunto y de los detalles, su gran ayuda en las tediosas tareas que suponen la revisión y la realización de la presentación final, y tantas otras cosas que él sabe que nunca he dejado de agradecer. A Xavier debo su constante asesoramiento en los aspectos más complejos del cálculo estructural, además de numerosas y constructivas indicaciones y críticas.

A mis amigos y compañeros, los profesores Jesús Carrera Ramírez y Enrique Bendito debo su inapreciable colaboración en el estudio, formulación y supervisión de los aspectos numéricos y analíticos de programación matemática y de análisis de sensibilidad, de tanta importancia en este trabajo. La experiencia de Jesús en problemas de minimización fue crucial en numerosas ocasiones, y aportó magníficas ideas sobre los ejemplos presentados. Enrique, además, tuvo una actuación esencial en el desarrollo de la formulación presentada en los anejos, y en la supervisión de la rigurosidad y la coherencia del aparato matemático y de la notación.

La ayuda de Gabriel Bugeda en la depuración informática de las librerías de cálculo desarrolladas y en la realización de los programas finales de aplicación, y posteriormente la de Javier Ruiz Gandullo, fueron impagables. A ambos y a Enrique les deseo el mayor éxito en la realización de sus respectivas tesis doctorales enmarcadas también en la optimización estructural.

Al profesor Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra, Director de la Escuela, debo un incesante alud de información, artículos de reciente publicación y bibliografía, y su constante interés por el devenir de este trabajo.

Mis amigos y compañeros, los profesores Alberto Ledesma, Angel López, Miguel Cervera, Juan Miquel Canet, Benjamín Suárez, Angel

Aparicio, Ignasi Carol, Enrique Mirambell, Antonio Mari y Alex Josa, en riguroso orden cronológico, resolvieron amablemente mis diversas preguntas sobre la realización de los cálculos y la coherencia de los criterios de diseño en los ejemplos presentados, me proporcionaron información diversa, algunas subrutinas de cálculo, ideas y grandes dosis de entusiasmo ante los resultados obtenidos. De algunos de ellos surgieron los comentarios más divertidos, y no exentos de una cierta ironía y crueldad, en momentos en que yo contemplaba con estupefacción como pequeños errores de programación fructificaban en diseños estructurales de auténtica pesadilla sobre las terminales gráficas de nuestro Centro de Cálculo.

A Conchita Mompeó, operadora del Laboratorio de Cálculo de la Facultad de Informática de Barcelona, se debe la calidad tipográfica de los anejos, realizados con un procesador de textos e infinita paciencia. A Eduardo González se debe la gran calidad del trabajo de delineación, y el acabado de los dibujos de plotter.

A mis compañeros del Departamento de Métodos Numéricos, Estadísticos y de Representación, del Centro de Cálculo -en particular a Pep Sarrate- y del conjunto de la Escuela, y a todos los que en algún momento me ofrecieron su ayuda, deseo expresar también mi más sincero agradecimiento.

A D. Víctor Moro y a su familia, debo la oportunidad de visitar, hace casi cuatro años, esta mágica ciudad que es Barcelona. A raíz de aquel viaje conocí la Escuela y me integré en ella. Durante estos años me precio, además, de haber disfrutado de su amistad y su consejo.

A mis padres debo, entre tantas cosas, su permanente contribución a mi educación y a mi bienestar. No me cabe duda de que en más de una ocasión han renunciado, en mi favor, a sus ilusiones personales más profundas. En mi padre he tenido, además, el ejemplo de lo que debe ser un profesor universitario.

Por último, deseo agradecer a mi mujer, Sandra, el haber mecanografiado en el procesador de textos una parte sustancial del manuscrito. Jamás podré pagarle por la infinita paciencia que demostró conmigo -especialmente en la fase final de este trabajo-, por su apoyo y aliento, por su inspiración, por cargar sobre sus hombros exclusivamente la casi totalidad de las responsabilidades domésticas y proporcionarme más tiempo para trabajar en mi tesis doctoral, por ser la mujer más maravillosa del mundo, y por darme una hija encantadora, Laura, que nació hace tan solo 6 meses en plena vorágine de finalización de este estudio.

Ellas dos hacen que todo el trabajo del mundo merezca la pena.

Barcelona, marzo de 1987.

INDICE GENERAL

TOMO I

- RESUMEN.	viii
- INDICE DE FIGURAS.	ix
- INDICE DE TABLAS.	xvii
- NOTACION.	xix

I INTRODUCCION

I.1	Generalidades	I- 1
I.2	Planteamiento del problema	I- 2
I.3	Objetivos planteados	I- 4
I.4	Descripción del estudio	I- 8

II DESARROLLO HISTORICO DE LA OPTIMIZACION ESTRUCTURAL

II.1	Introducción	II- 1
II.2	Evolución histórica. (hasta 1960)	II- 2
II.2.1	Los primeros planteamientos de optimización estructural	II- 2
II.2.2	Diseño óptimo de estructuras articuladas	II- 4
II.2.3	Diseño óptimo de componentes en la industria aeronáutica. La II Guerra Mundial	II- 6
II.2.4	Las técnicas intuitivas de optimización: La teoría del fallo simultáneo y los índices de carga	II- 8
II.2.5	El desarrollo del análisis plástico. Aplicación de la programación lineal	II-10

II.2.6	El inicio de las concepciones modernas	II-11
II.3	La optimización estructural moderna. (1960-86)	II-17
II.3.1	Las técnicas de solución de los problemas de minimización restringida	II-19
II.3.1.1	Métodos basados en Criterios de Optimalidad	II-21
II.3.1.2	Métodos basados en algoritmos de Programación Matemática	II-23
II.3.2	El planteamiento de modelos de optimización estructural	II-25
II.3.2.1	Clasificación	II-25
II.3.2.1.1	Clasificación según la naturaleza del modelo de cálculo estructural	II-26
II.3.2.1.2	Clasificación según la naturaleza del modelo de diseño	II-28
II.3.2.2	La optimización de dimensiones.(1960-1970)	II-31
II.3.2.3	La optimización de formas.(1970-1986)	II-33
II.3.2.3.1	Sistemas estructurales discretos	II-34
II.3.2.3.2	Sistemas estructurales continuos	II-36
II.3.2.4	Otros enfoques de la optimización estructural	II-40
II.3.2.4.1	La optimización estructural mediante métodos analíticos	II-41
II.3.2.4.2	La optimización de la tipología estructural	II-46
II.3.3	Otras técnicas asociadas a la optimización estructural	II-50
II.3.3.1	Técnicas de reducción	II-51
II.3.3.2	Aproximación y Predicción del comportamiento estructural. Análisis de Sensibilidad	II-53
II.3.3.3	La adecuación de las técnicas de cálculo estructural para su uso en problemas de optimización	II-62
II.4	Otras Referencias	II-66

III LAS TECNICAS DE PROGRAMACION MATEMATICA EN OPTIMIZACION ESTRUCTURAL

III.1	Introducción	III- 1
III.2	Definiciones	III- 4
III.3	Minimización no restringida	III-10
III.3.1	Condición de mínimo	III-10
III.3.2	Métodos de solución del problema	III-11
III.3.2.1	Métodos de obtención del factor de avance	III-13
III.3.2.2	Métodos de obtención de la dirección de descenso	III-14

III.3.2.2.1	Métodos de Newton	III-14
III.3.2.2.2	Métodos derivados del método de Newton	III-18
III.3.2.2.3	Enfoque Global	III-32
III.4	Minimización con restricciones de igualdad	III-33
III.4.1	Condición de mínimo	III-33
III.4.2	Métodos de solución del problema	III-34
III.5	Minimización con restricciones de tipo general	III-36
III.5.1	Condiciones de mínimo. Condiciones de Kuhn-Tucker	III-36
III.5.2	Dualidad	III-43
III.5.3	Métodos de solución del problema	III-48
III.5.3.1	Métodos para problemas específicos	III-51
III.5.3.2	Métodos de descenso generalizados	III-57
III.5.3.3	Métodos basados en las condiciones de Kuhn-Tucker. Criterios de Optimalidad	III-65
III.5.3.4	Métodos de reducción a problemas de minimización no restringida	III-74
III.5.3.5	Métodos de reducción a problemas específicos de minimización con restricciones cualesquiera	III-85

IV ANALISIS METODOLOGICO GENERAL DEL DISEÑO OPTIMO

IV.1	Introducción	IV- 1
IV.2	Metodología General	IV- 4
IV.2.1	Conceptos básicos y terminología	IV- 4
IV.2.2	Desarrollo del proceso de diseño	IV- 8
IV.2.3	Estructuración del proceso de diseño	IV-11
IV.2.4	Diseño Asistido por Ordenador y Diseño Asistido Optimo	IV-15
IV.3	Esquema general de diseño óptimo	IV-17
IV.3.1	Definición formal del diseño óptimo	IV-17
IV.3.2	Estructuración del proceso de diseño óptimo	IV-20
IV.3.3	Formulación general del problema de diseño óptimo	IV-28
IV.3.4	Análisis de sensibilidad	IV-33
IV.3.4.1	Método de diferenciación directa. Derivadas de primer orden	IV-33
IV.3.4.2	Estado adjunto	IV-39
IV.3.4.3	Método de diferenciación directa. Derivadas de segundo orden	IV-43
IV.3.5	Recapitulación	IV-53
IV.4	Conclusiones primeras	IV-55

V	<u>DESARROLLO DE UN SISTEMA DE DISEÑO OPTIMO ESTRUCTURAL BASADO EN EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS</u>	
V.1	Puntos previos	V- 1
V.2	Análisis mediante el Método de Elementos Finitos de problemas lineales de cálculo estructural estático	V- 4
V.2.1	Descripción genérica del modelo analítico	V- 4
V.2.2	Descripción genérica del modelo numérico	V- 9
V.3	Módulos de cálculo para sistemas de diseño óptimo basados en el Método de Elementos Finitos	V-20
V.3.1	Descripción genérica	V-20
V.3.2	Análisis de Sensibilidad	V-25
V.3.2.1	Implementación externa. Aproximaciones por diferencias	V-25
V.3.2.2	Implementación integrada. Derivación de las ecuaciones fundamentales	V-28
V.3.2.2.1	Análisis de sensibilidad de primer orden	V-28
V.3.2.2.2	Análisis de sensibilidad de segundo orden	V-30
V.3.2.2.3	La distinción entre optimización de dimensiones y formas a partir del análisis de sensibilidad	V-33
V.3.2.2.4	Derivación direccional analítica de los términos de las ecuaciones de estado	V-38
V.3.2.2.5	Derivación direccional por diferencias de los términos de las ecuaciones de estado	V-43
V.3.2.2.6	Derivación direccional n-ésima y exacta de los términos de las ecuaciones de estado	V-46
V.3.2.2.7	Aspectos prácticos de los cálculos de derivación	V-58
V.3.2.2.8	Recapitulación	V-62
V.4	Módulo de definición de objetivo y restricciones	V-65
V.5	Módulo de parametrización	V-72
V.6	Módulo de decisión	V-82
V.6.1	Puntos Previos	V-82
V.6.2	Desarrollo de un algoritmo de programación matemática adaptado a la optimización estructural	V-86
V.6.2.1	Revisión de los métodos de programación matemática	V-86
V.6.2.2	Métodos de linealización	V-88
V.6.3	Algoritmo propuesto	V-91
V.6.3.1	Clasificación del punto	V-93
V.6.3.2	Obtención de la dirección de avance	V-95
V.6.3.3	Obtención del factor de avance	V-100
V.6.3.4	Actualización de la aproximación a la solución	V-105
V.6.4	Sistemas Expertos e Inteligencia Artificial	V-107

V.7	Módulo de postproceso	V-108
V.8	Módulo de control	V-109

TOMO II

VI DESCRIPCION DEL SISTEMA

VI.1	Generalidades	VI- 1
VI.2	Características del sistema	VI- 4
VI.3	Estructura del sistema	VI-10
VI.4	Descripción de rutinas DAO²	VI-14
VI.4.1	Librería MODCAL	VI-15
VI.4.1.1	Rutinas de distribución	VI-16
VI.4.1.2	Rutinas intermedias de cálculo y gestión de memoria	VI-17
VI.4.1.3	Rutinas especializadas de cálculo elemental	VI-19
VI.4.2	Librería MODDER	VI-21
VI.4.2.1	Rutinas de distribución	VI-21
VI.4.2.2	Rutinas intermedias de cálculo y gestión de memoria	VI-22
VI.4.2.3	Rutinas especializadas de cálculo elemental	VI-22
VI.4.3	Librería MODDER2	VI-23
VI.4.3.1	Rutinas de distribución	VI-24
VI.4.3.2	Rutinas intermedias de cálculo y gestión de memoria	VI-24
VI.4.3.3	Rutinas especializadas de cálculo elemental	VI-25
VI.4.4	Librería MODOPT	VI-25
VI.4.5	Librería MODSYS	VI-27
VI.4.6	Librería MODSRV	VI-28
VI.5	Esquema patrón de optimización estructural	VI-30
VI.5.1	Esquema genérico	VI-32
VI.5.2	Rutinas elaboradas por el usuario	VI-39

VII EJEMPLOS DE APLICACION

VII.1	Descripción general	VII- 1
VII.2	Ejemplo No. 1	VII- 4

VII.3	Ejemplo No. 2	VII- 5
VII.4	Ejemplo No. 3	VII- 7
VII.4.1	Modelo de optimización	VII- 7
VII.4.2	Caso No. 1 del Ejemplo No. 3	VII-11
VII.4.3	Caso No. 2 del Ejemplo No. 3	VII-14
VII.4.4	Caso No. 3 del Ejemplo No. 3	VII-16
VII.4.5	Rescapitulación sobre el Ejemplo No. 3	VII-18
VII.5	Ejemplo No. 4	VII-19
VII.5.1	Modelo de optimización	VII-19
VII.5.2	Caso No. 1 del Ejemplo No. 4	VII-24
VII.5.3	Caso No. 2 del Ejemplo No. 4	VII-27
VII.5.4	Rescapitulación sobre el Ejemplo No. 4	VII-30
VII.6	Ejemplo No. 5	VII-32
VII.6.1	Modelo de optimización	VII-32
VII.6.2	Caso No. 1 del Ejemplo No. 5	VII-36
VII.6.3	Caso No. 2 del Ejemplo No. 5	VII-38
VII.6.4	Rescapitulación sobre el Ejemplo No. 5	VII-40
VII.7	Ejemplo No. 6	VII-42
VII.8	Rescapitulación general sobre los ejemplos presentados	VII-45

VIII CONCLUSIONES

VIII.1	Conclusiones	VIII- 1
VIII.2	Líneas de investigación abiertas	VIII- 8

Anejo 1 FORMULACION TRADICIONAL PARA DERIVACION DE INTEGRALES

Al.1	Introducción	Al- 1
Al.2	Puntos Previos	Al- 2
Al.2.1	Derivación del determinante Jacobiano de la transformación	Al- 2
Al.2.2	Derivación del vector normal a una superficie	Al- 3
Al.2.3	Derivación del vector tangente a una curva	Al- 5
Al.3	Derivación de integrales de volumen	Al- 6
Al.4	Derivación de integrales de superficie	Al- 8

A1.5	Derivación de integrales de línea	A1-11
A1.6	Breves comentarios sobre la extensión de los resultados precedentes	A1-13

Anejo 2 FORMULACION PROPUESTA PARA DERIVACION DE INTEGRALES

A2.1	Introducción	A2- 1
A2.2	Puntos Previos	A2- 2
A2.2.1	Derivación del determinante Jacobiano de la 2 transformación	A2- 2
A2.2.2	Derivación del vector normal a una superficie	A2- 2
A2.2.3	Derivación del vector tangente a una curva	A2- 3
A2.3	Derivación de integrales de volumen	A2- 4
A2.4	Derivación de integrales de superficie	A2- 5
A2.5	Derivación de integrales de línea	A2- 6
A2.6	Derivación de orden superior	A2- 7

Anejo 3 FORMULACION BASICA DE LA APLICACION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS A PROBLEMAS ESTATICOS Y LINEALES DE CALCULO ESTRUCTURAL EN TENSION PLANA, DEFORMACION PLANA, SIMETRIA DE REVOLUCION Y ELASTICIDAD TRIDIMENSIONAL

A3.1	Ecuaciones de estado	A3- 1
A3.2	Análisis bidimensional	A3- 3
A3.2.1	Definiciones	A3- 3
A3.2.2	Planteamiento numérico bidimensional	A3- 6
A3.3	Análisis tridimensional	A3- 8
A3.3.1	Definiciones	A3- 8
A3.3.2	Planteamiento numérico tridimensional	A3-10

REFERENCIAS

RESUMEN

En mayor o menor escala, los hombres de todas las civilizaciones y culturas han demostrado una preocupación por realizar sus diseños en la forma más satisfactoria posible, aunque sus logros han estado siempre sometidos a las limitaciones impuestas por sus conocimientos científicos y tecnológicos. En la actualidad se formula el problema del diseño óptimo en términos matemáticos como un problema de minimización condicionada. El diseño se describe mediante un conjunto de variables de diseño; se define una función de coste generalizado, o función objetivo, y se imponen unas restricciones que se expresan en general mediante ecuaciones e inecuaciones y que deben verificarse para que el diseño sea admisible. La solución del problema así formulado se aborda mediante un conjunto de técnicas conocidas con el nombre genérico de programación matemática.

En este estudio se analiza el diseño asistido óptimo de estructuras a partir de la formulación de una metodología general, aplicable a un amplio espectro de problemas de diseño óptimo. Se introduce el análisis de sensibilidad de primer y segundo orden a partir de la formulación general, y se discute la aplicación de técnicas alternativas al método de diferenciación directa (estado adjunto). Se aplican los planteamientos metodológicos generales a la optimización estructural basada en el análisis mediante el Método de Elementos Finitos abordando el problema más general en que se optimizan simultáneamente la forma y las dimensiones de estructuras de tipo continuo. Los desarrollos se realizan específicamente para cálculo estructural en régimen estático y lineal, y se indican las implicaciones de su extensión a problemas no lineales. Se desarrollan procedimientos numéricos eficientes para la realización del análisis de sensibilidad de orden superior en problemas de tipo general mediante procedimientos analíticamente exactos y bien fundamentados, unificando los problemas clásicamente diferenciados de optimización de dimensiones y formas. Se desarrolla un algoritmo de programación matemática, coherente con el resto de los planteamientos y, en la medida de lo posible, eficiente y sencillo. Los planteamientos desarrollados se concretan en la confección de un sistema de diseño asistido óptimo por ordenador, denominado DAO², mediante el cual se contrasta la validez de los planteamientos desarrollados a través de la formulación y la solución de distintos problemas de optimización estructural.

INDICE DE FIGURAS

Figura	Página
2.1 Optimización de las dimensiones de una estructura articulada hiperestática bajo el criterio de diseño a máxima tensión.	II-15a
2.2 Optimización de las dimensiones de una estructura articulada hiperestática bajo el criterio de peso mínimo y restricciones en la tensión máxima.	II-16a
2.3 Optimización de la forma y de las dimensiones de una estructura articulada hiperestática bajo el criterio de peso mínimo y restricciones en tensión máxima.	II-16b
2.4 Anbigüedad de los conceptos de "optimización de dimensiones" y "optimización de formas".	II-30a
3.1 Interpretación gráfica de diversos conceptos relativos a la convexidad.	III- 8a
3.2 Interpretación gráfica de la condición de obtención del factor de avance en problemas de minimización no condicionada y del método de máximo descenso.	III-13a
3.3 Interpretación gráfica del método de Newton de segundo orden y modos de fallo mas característicos del algoritmo.	III-16a
3.4 Representación gráfica de un problema general de minimización con restricciones, e interpretación geométrica de las condiciones de Kuhn-Tucker.	III-36a
3.5 Idealización de la función lagrangiano de un problema de programación convexa y condición de punto de ensilladura del óptimo.	III-43a
3.6 Clasificación de los métodos de solución para problemas de minimización con restricciones, e interrelaciones entre los mismos.	III-50a
3.7 Método de primer orden para problemas de minimización con restricciones exclusivamente laterales.	III-52a
3.8 Métodos de descenso generalizados para problemas de minimización con restricciones lineales en desigualdad, y fallo del algoritmo en su aplicación a problemas no lineales.	III-57a

Figura	Página
3.9 Interpretación gráfica de los métodos de funciones Barrera y los métodos de funciones de Penalización.	III-76a
3.10 Interpretación geométrica del concepto de direcciones factibles.	III-86a
3.11 Interpretación geométrica del algoritmo de Programación Lineal Secuencial y de las oscilaciones cerca del óptimo.	III-89a
4.1 Aspectos fundamentales del proceso de creación de una realización material	IV-2a
4.2 Fases del proceso de diseño.	IV-8a
4.3 Estructuración operativa del proceso de diseño.	IV-14a
4.4 Esquema general de un Sistema de Diseño Asistido por Ordenador.	IV-15a
4.5 Representación esquemática del flujo de información en un sistema modular de diseño óptimo.	IV-25a
4.6 Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la obtención de los valores de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones.	IV-53a
4.7 Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la realización del análisis de sensibilidad de primer orden.	IV-54a
4.8 Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la realización del análisis de sensibilidad de segundo orden.	IV-54b
4.9 Esquema del flujo de información y de la interacción con el diseñador, en un sistema modular general de diseño óptimo.	IV-54c
5.1 Modelos de parametrización incorrectos.	V-76a
5.2 Dependencia parcial de la definición de objetivos con la definición del modelo de parametrización.	V-77a
6.1 Composición del esquema de optimización desarrollado a partir del sistema propuesto.	VI-13a
7.1 Ejemplo No.:1. Evolución del proceso de optimización.	VII- 4a

Figura	Página
7.2 Ejemplo No.:2. Evolución del proceso de optimización.	VII- 6a
7.3 Ejemplo No.:3. Modelo de Parametrización.	VII- 7a
7.4 Ejemplo No.:3. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los tres diseños iniciales considerados.	VII-10a
7.5 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-13b
7.6 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.	VII-13d
7.7 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometría del diseño inicial.	VII-13f
7.8 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-13g
7.9 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-13h
7.10 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometría del diseño en la cuarta iteración.	VII-13i
7.11 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-13j
7.12 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometría del diseño en la octava iteración.	VII-13k
7.13 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la octava iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-13l
7.14 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometría del diseño en la decimotercera iteración. (Óptimo)	VII-13m
7.15 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la decimotercera iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática	VII-13n
7.16 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-15b

Figura	Página
7.17 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.	VII-15d
7.18 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometría del diseño inicial.	VII-15f
7.19 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-15g
7.20 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-15h
7.21 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometría del diseño en la cuarta iteración.	VII-15i
7.22 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-15j
7.23 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometría del diseño en la octava iteración.	VII-15k
7.24 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la octava iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-15l
7.25 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometría del diseño en la undécima iteración. (Óptimo)	VII-15m
7.26 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la undécima iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-15n
7.27 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-17b
7.28 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Convergencia del proceso de optimización.	VII-17d
7.29 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría, deformada y estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-17f
7.30 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría, deformada y estado tensional del diseño en la tercera iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-17g

Figura	Página
7.31 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría del diseño en la sexta iteración.	VII-17h
7.32 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Deformada y estado tensional del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-17i
7.33 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría del diseño en la décima iteración. (Óptimo)	VII-17j
7.34 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Deformada y estado tensional del diseño en la décima iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.	VII-17k
7.35 Ejemplo No.:4. Modelo de Parametrización.	VII-19a
7.36 Ejemplo No.:4. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los dos diseños iniciales considerados.	VII-23a
7.37 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-26b
7.38 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.	VII-26c
7.39 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño inicial.	VII-26e
7.40 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño inicial.	VII-26f
7.41 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño en la primera iteración.	VII-26g
7.42 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño en la primera iteración.	VII-26h
7.43 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño en la sexta iteración. (Óptimo)	VII-26i
7.44 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño en la sexta iteración. (Óptimo)	VII-26j
7.45 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-29b
7.46 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.	VII-29d

Figura	Página
7.47 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría del diseño inicial.	VII-29f
7.48 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Deformadas del diseño inicial.	VII-29g
7.49 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial.	VII-29i
7.50 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría del diseño en la tercera iteración.	VII-29l
7.51 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Deformadas del diseño en la tercera iteración.	VII-29m
7.52 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la tercera iteración.	VII-29n
7.53 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría y deformadas del diseño en la décima iteración.	VII-29p
7.54 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la décima iteración.	VII-29q
7.55 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría y deformadas del diseño en la decimosexta iteración. (Óptimo)	VII-29r
7.56 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la decimosexta iteración. (Óptimo)	VII-29s
7.57 Ejemplo No.:5. Modelo de Parametrización.	VII-32a
7.58 Ejemplo No.:5. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los dos diseños iniciales considerados.	VII-35a
7.59 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-37b
7.60 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.	VII-37c
7.61 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño inicial.	VII-37g
7.62 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-37h
7.63 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-37i

Figura	Página
7.64 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño en la sexta iteración.	VII-37j
7.65 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-37k
7.66 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-37l
7.67 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño en la decimotercera iteración (Óptimo).	VII-37m
7.68 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la decimotercera iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-37n
7.69 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la decimotercera iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-37o
7.70 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización.	VII-39b
7.71 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.	VII-39g
7.72 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño inicial.	VII-39j
7.73 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-39k
7.74 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-39l
7.75 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la cuarta iteración.	VII-39m
7.76 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-39n
7.77 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-39o

Figura	Página
7.78 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la undécima iteración.	VII-39p
7.79 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la undécima iteración para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-39q
7.80 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la undécima iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-39r
7.81 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la vigesimoquinta iteración (Óptimo).	VII-39s
7.82 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la vigesimoquinta iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga de peso propio.	VII-39t
7.83 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la vigesimoquinta iteración (Óptimo) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve.	VII-39u
7.84 Ejemplo No.:6. Modelo de Parametrización empleado en la realización del análisis de sensibilidad, y discretización en elementos finitos.	VII-42a
Al.1 Transformación del espacio de referencia en el espacio material.	Al- la

INDICE DE TABLAS

Tabla	Página
6.1 Relaciones entre las rutinas de las diversas librerías.	VI-14a
7.1 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-13a
7.2 Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-13e
7.3 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-15a
7.4 Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-15e
7.5 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-17a
7.6 Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-17e
7.7 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-26a
7.8 Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-26d
7.9 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-29a
7.10 Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-29e

Tabla	Página
7.11 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-37a
7.12 Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-37f
7.13 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.	VII-39a
7.14 Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).	VII-39h
7.15 Ejemplo No.:6. Estudio comparativo de los análisis de sensibilidad de una ménsula efectuados mediante el Método de Elementos Finitos y las fórmulas de la teoría de resistencia de materiales.	VII-43a

NOTACION

Consideramos que la notación utilizada en este estudio es lo suficientemente estándar como para no requerir más que unas ligeras aclaraciones adicionales.

El significado de cada símbolo y variable se describe en el texto en el momento de su aparición. Se ha procurado, en la medida de lo posible, evitar la repetición de los símbolos de los alfabetos griego y romano para designar dos variables u operadores diferentes, excepto en contados casos -siempre haciendo referencia a conceptos de interés muy local en el conjunto de este trabajo- y evitando el uso múltiple de símbolos atribuidos a variables u operadores de importancia singular.

No obstante, aclararemos los siguientes aspectos con objeto de evitar confusiones:

Excepto mención expresa, los vectores se interpretarán como vectores columna, y se distinguirán de los escalares por la barra horizontal característica de la notación vectorial, escribiendo:

$$\bar{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ i \end{bmatrix}$$

Las matrices se distinguirán de escalares y vectores por la

tilde característica de la notación matricial, escribiendo:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \{ s_{ij} \}$$

Sin embargo, se entiende que el gradiente de una función escalar:

$$\bar{\nabla} f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{d}{d\bar{\mathbf{x}}} f(\bar{\mathbf{x}})$$

es un vector fila, en coherencia con la definición habitual de gradiente de una función vectorial (o matriz Jacobiana):

$$\bar{\nabla} \bar{f}(\bar{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{J}}; \quad \tilde{\mathbf{J}} = \{ J_{ij} \}; \quad J_{ij} = \frac{d}{dx_j} f_i(\bar{\mathbf{x}})$$

Para denotar el Hessiano de una función, escribiremos habitualmente el símbolo " $\tilde{\mathbf{H}}$ ". Cuando pueda darse confusión emplearemos alternativamente la notación:

$$\tilde{\nabla}^2 f(\bar{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{H}} f(\bar{\mathbf{x}}) = \{ H_{ij} \}; \quad H_{ij} = \frac{d^2}{dx_i dx_j} f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{d}{dx_i} \left(\frac{d}{dx_j} f(\bar{\mathbf{x}}) \right)$$

Escribiremos la operación de trasposición de vectores y matrices mediante el super-índice "t".

La derivada direccional de una función escalar en la dirección " $\bar{\mathbf{s}}$ " se escribirá en la forma:

$$D_{\bar{\mathbf{s}}} f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{d}{ds} f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{d}{d\bar{\mathbf{x}}} f(\bar{\mathbf{x}}) \bar{\mathbf{s}}$$

y la segunda derivada direccional según dos direcciones " \bar{s} " y " \bar{r} " en la forma:

$$D_{rs}^2 f(\bar{x}) = \frac{d}{dr} \left(\frac{d}{ds} f(\bar{x}) \right)$$

siguiendo los mismos convenios para funciones vectoriales, matriciales y tensoriales en su caso.

Por último, en el Capítulo III, aún siendo conscientes de que en cierta forma supone un abuso de la notación, utilizaremos el operador gradiente para referirnos a derivadas parciales escribiendo:

$$\bar{\nabla}_{\bar{x}} f(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} f(\bar{x}, \bar{y})$$

como es habitual en los textos de programación matemática.