I hate definitions.

BENJAMIN DISRAELI.

IV

ANALISIS METODOLOGICO GENERAL DEL DISEÑO OPTIMO

CAPITULO IV

ANALISIS METODOLOGICO GENERAL DEL DISEñO OPTIMO

IV.1 INTRODUCCION

En el proceso de creación de toda realización material humana podemos distinguir tres aspectos fundamentales:

- Planteamiento de objetivos.
- Diseño.
- Construcción y puesta en servicio.

Si bien su importancia relativa es dependiente de numerosos factores, y con frecuencia su discurrir en el tiempo se encuentra fuertemente entrelazado, las tres fases mencionadas pueden distinguirse con nitidez en cualquier proceso creativo por sus peculiares características.

La fase de planteamiento de objetivos surge de un análisis de la realidad en el que se pone de manifiesto la conveniencia de crear un determinado objeto para suplir una necesidad, se esboza en lineas generales su naturaleza, se identifica el ambiente en el que el objeto se encontrará inmerso y se reconocen desde una perspectiva global sus respectivas interacciones. Ello permite especificar, de forma más o menos explícita y objetiva, los criterios que indiquen hasta qué punto una materialización del objeto deseado satisface la necesidad que impulsa su creación, así como los requisitos que debe verificar.

Diremos que un diseño constituye una descripción lo suficientemente completa de un objeto como para permitir su construcción y puesta en servicio. Un determinado diseño será admisible si el objeto descrito verifica todos los requisitos impuestos. En estos términos, el diseño, como nexo de unión entre el planteamiento de objetivos y la construcción, puede definirse como el proceso a través del cual se obtiene un objeto admisible y suficientemente satisfactorio de acuerdo con los planteamientos iniciales, y éste se concreta materialmente en un conjunto de planos constructivos, esquemas, pliegos de especificaciones técnicas, maquetas, y toda suerte de descripciones y representaciones del objeto diseñado que permitan realizar su construcción y puesta en servicio.

A lo largo de la fase de diseño puede ser necesario realizar un replanteamiento de los objetivos iniciales, a la vista de las estimaciones -tanto de tipo técnico como económico- que ofrezcan los cálculos efectuados.

Durante la fase de construcción y puesta en servicio puede ser necesario igualmente replantear el diseño, si las predicciones efectuadas por los diseñadores no concuerdan con el devenir real de la obra, e incluso puede ser obligado por esta causa replantear parcialmente los objetivos iniciales (Fig. 4.1).

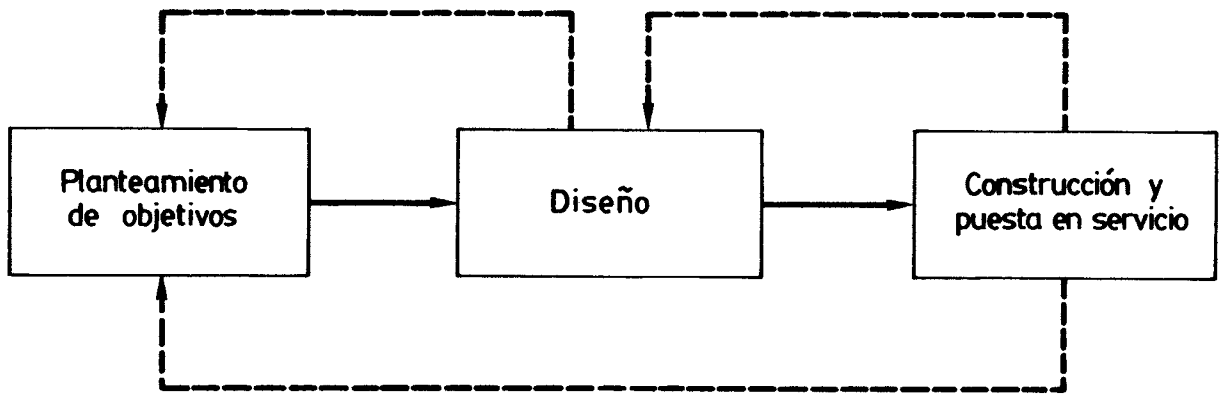

Figura 4.1.- Aspectos fundamentales del proceso de creación de una realización material.

En el ámbito de la ingenieria podemos identificar la etapa de PROYECTO esencialmente con la fase de diseño, sin olvidar su profunda interrelación con las restantes fases del proceso de creación.

La importancia de un buen planteamiento inicial de objetivos y de la realización de un buen diseño es obvia, ya que permitirá llevar a cabo eficientemente la construcción y puesta en servicio final. Por contra, un planteamiento inicial de objetivos insuficiente o erróneo, y un diseño mal desarrollado, no harán sino encarecer los costes de fabricación, exigir replanteamientos continuos, generar riesgos innecesarios y dar lugar finalmente a un producto de bajo rendimiento y utilidad.

Analizamos a continuación el proceso de diseño desde una perspectiva metodológica general, estructurándolo en varios niveles entre los que existe a su vez un cierto grado de interrelación. Este planteamiento conduce de forma natural al concepto de diseño óptimo, y a su formulación como un problema de programación matemática; permite además estructurar el proceso de diseño de forma eficiente y modular de cara a su aplicación en la práctica.

IV.2 METODOLOGIA GENERAL

IV.2.1 Conceptos básicos y terminología

En líneas generales podemos considerar el diseño como un proceso cuyo objetivo final es la definición de un determinado OBJETO.

El objeto a diseñar deberá realizar una cierta función, ya sea activa o pasiva, una vez puesto en SERVICIO en un determinado AMBIENTE, y por tanto, habrá de SATISFACER una necesidad, o proporcionar una cierta UTILIDAD, entendidos estos términos en sentido amplio.

En general, el objeto estará sometido a ACCIONES externas, generadas por el ambiente en cuyo seno se halla inmerso, y frente a ellas reaccionará con una determinada pauta de COMPORTAMIENTO, que a su vez puede condicionar la acción ambiental. Se producirá por consiguiente una INTERACCION entre objeto y ambiente en la que intervendrán uno o varios fenómenos físicos.

En un planteamiento de objetivos previo se habrá exigido que el objeto a diseñar verifique una serie de REQUISITOS en función de su propia naturaleza y de su comportamiento, que obedecen a diferentes razones (estéticas, constructivas, de servicio, etc.) y que condicionan su ADMISIBILIDAD.

Tanto la evaluación del grado de satisfacción o utilidad que proporciona un determinado diseño, como la verificación del cumplimiento de los requisitos impuestos se formularán en función de un conjunto de VARIABLES DE CONTROL, variables relacionadas con la propia naturaleza del objeto, la del ambiente en que se halla inmerso, y su comportamiento frente a las acciones externas.

El proceso de diseño comienza con la elaboración de un modelo que denominaremos MODELO DE DISEÑO. En primera aproximación esta elaboración consiste en la adopción de una cierta TIPOLOGIA para el objeto a diseñar y en la identificación de sus FORMAS DE INTERACCION predominantes con el ambiente.

La tipología y las formas de interacción componen la ESTRUCTURA DEL MODELO. Esta se concreta en la descripción del objeto en función de un conjunto de PROPIEDADES FUNDAMENTALES y en la definición del ambiente en que se halla inmerso en función de un conjunto de PROPIEDADES AMBIENTALES. Algunas de las propiedades citadas pueden ser prefijadas de antemano, mientras que otras estarán indeterminadas inicialmente. La elección de unos valores para las propiedades no prefijadas dará lugar a un diseño concreto dentro de la tipología adoptada, con una forma de interacción específica dentro del conjunto de formas posibles consideradas.

La naturaleza del objeto puede caracterizarse en función de las propiedades fundamentales, a partir de las cuales se supone que pueden evaluarse todas las PROPIEDADES DERIVADAS que sea preciso conocer. Su interacción con el ambiente puede caracterizarse en función de las propiedades fundamentales y ambientales. El comportamiento del objeto frente a esta interacción se describirá en general mediante un conjunto de VARIABLES DE COMPORTAMIENTO, o VARIABLES DE ESTADO. Tanto para evaluar propiedades derivadas como variables de comportamiento es preciso analizar los procesos físicos subyacentes, formulando subsiguientemente un MODELO DE CALCULO, ya sea analítico o numérico, que en general suele revestir una cierta complejidad.

El conocimiento de las propiedades fundamentales, propiedades derivadas, propiedades ambientales y variables de comportamiento permitirá evaluar las variables de control, y establecer por tanto una medida de la utilidad del objeto y del grado de verificación de los requisitos impuestos.

Es frecuente expresar las propiedades fundamentales y ambientales del modelo de diseño en función de una serie de PARAMETROS. Estos parámetros se denominarán CONSTANTES o VARIABLES DE DISEÑO, según su valor se encuentre inicialmente prefijado o no.

Si la definición del modelo se realiza de esta forma, diremos que se ha realizado una PARAMETRIZACION del mismo.

El objetivo de la parametrización puede ser múltiple. Mediante una adecuada parametrización se sistematiza el tratamiento de las propiedades fundamentales y ambientales, o se reduce simplemente el número de variables a determinar, o se fuerza la existencia de una cierta relación entre las propiedades fundamentales del diseño o las ambientales.

Las constantes y variables de diseño han de definir completamente las propiedades fundamentales y ambientales del mismo. El diseñador, por tanto, debe realizar esta elección adecuadamente, de forma que el diseño obtenido sea admisible y suficientemente satisfactorio.

Normalmente la elección de los valores adecuados de las variables de diseño no es un problema trivial. Habitualmente ni siquiera se conoce un procedimiento directo que permita realizar la elección en un número predeterminado de pasos.

En general el proceso de elección es iterativo por naturaleza. Consecuentemente, el diseñador deberá realizar una elección inicial (basada en su experiencia o intuición) que dará lugar a un diseño de partida dentro de la tipología adoptada. A continuación debe comprobar si el diseño es admisible y evaluar hasta qué punto es satisfactorio, y posteriormente realizar una toma de decisiones consistente en modificar la elección anterior de forma que el nuevo diseño sea preferible al anterior. El proceso proseguirá iterativamente hasta obtener un diseño admisible y suficientemente satisfactorio. Si se comprueba, por el contrario, que esto no es posible, porque dentro de la tipología adoptada -y para las formas de interacción consideradas en el análisis- no existe un diseño satisfactorio, será preceptivo cambiar enteramente el modelo de diseño. La imposibilidad de obtener un diseño satisfactorio puede estar condicionada sencillamente por una parametrización inadecuada, y no por un mal planteamiento del modelo de diseño en su totalidad. En este caso será necesario modificar la parametrización pero puede respetarse el resto del modelo adoptado.

Por último, si el proceso conduce a un diseño satisfactorio y admisible, su descripción se efectuará en forma de planos constructivos, esquemas, pliegos de especificaciones técnicas, maquetas, etc., de forma que pueda procederse a su construcción.

IV.2.2 Desarrollo del proceso de diseño

Empleando la terminología expuesta en el apartado anterior, y ordenando según su evolución en el tiempo las diversas tareas que es preciso realizar en un proceso de diseño, distinguimos tres fases claramente diferenciadas (Fig. 4.2) que denominaremos:

1. Planificación del proceso.

2. Obtención de un diseño satisfactorio y admisible.

3. Descripción del diseño final.

La planificación del proceso implica la definición explícita de todos sus elementos, esto es:

- Definición de objetivos.
- Definición del modelo de diseño.
- Definición del modelo de cálculo.

La definición de objetivos consiste en la concreción técnica de los planteamientos previos que justifican la realización del diseño en una serie de criterios que permitan:

. Evaluar la utilidad o satisfacción del diseño.

. Verificar si se cumplen los requisitos impuestos.

en función de un conjunto de variables de control.

La definición del modelo de diseño, consiste en:

.- PLANIFICACION DEL PROCESO DE DISEÑO.

- Definición de objetivos.
  - Variables de control.
  - Criterios de evaluación de la utilidad.
  - Criterios de verificación de requisitos.
- Definición del modelo de diseño.
  - Tipologia y propiedades fundamentales del diseño.
  - Formas de interacción con el ambiente y propiedades ambientales.
  - Parametrización; variables y constantes de diseño.
- Definicion del modelo de cálculo.
  - Propiedades derivadas.
  - Variables de comportamiento.

.- OBTENCION DE UN DISEÑO SATISFACTORIO Y ADMISIBLE.

- Modificar variables de diseño.
- Evaluar propiedades fundamentales y ambientales.
- Calcular las variables de comportamiento.
- Obtener variables de control.
- Evaluar la utilidad del diseño y el grado en que se verifican los requisitos impuestos.

.- DESCRIPCION DEL DISEÑO FINAL.

Figura 4.2.- Fases del proceso de diseño.

- Adoptar una tipología determinada y un esquema de interacción con el ambiente, especificando las propiedades fundamentales y ambientales que se tomarán en consideración.

- Parametrizar el modelo de diseño, adoptando como variables a determinar un conjunto de constantes y variables de diseño en función de las cuales se definan completamente las propiedades fundamentales y ambientales.

La definición del modelo de cálculo consiste en la realización de un análisis de los fenómenos físicos subyacentes a la naturaleza del objeto y a su interacción con el ambiente. El modelo permitirá obtener en función de las propiedades fundamentales y ambientales, las propiedades derivadas y las variables de comportamiento, y a partir de estas últimas se podrán evaluar las variables de control.

La obtención de un diseño final adecuado, esto es, de forma que la utilidad o satisfacción que proporcione sea suficiente y verifique los requisitos de admisibilidad impuestos, supone modificar razonablemente el valor de las variables de diseño, y en cada modificación:

- evaluar las correspondientes propiedades fundamentales y ambientales.

- predecir las variables de comportamiento mediante un modelo de cálculo.

- obtener las variables de control a partir de las anteriores, estimando en función de las mismas la utilidad del diseño y el grado en que verifica las restricciones impuestas.

Si no es posible obtener un diseño satisfactorio y admisible, será preciso modificar el modelo de diseño, su parametrización, o, en último caso, replantear los objetivos iniciales.

IV.2.3 <u>Estructuración del proceso de diseño</u>

En todo lo anteriormente expuesto se aprecia la complejidad que puede llegar a adquirir un proceso de diseño, complejidad que depende en gran medida de la naturaleza del objeto a diseñar y de sus interacciones con el ambiente.

El proceso se desarrolla esencialmente de forma secuencial, si bien existen en él bifurcaciones que obligan a repetir ciertas operaciones hasta que el resultado es satisfactorio.

Desde un punto de vista operativo, conviene estructurar tales operaciones en cinco niveles diferenciados, a saber:

1. Formulación técnica de objetivos.
2. Modelado y parametrización del diseño.
3. Cálculo.
4. Mejora del diseño.
5. Descripción del diseño y de su comportamiento.

A continuación analizamos separadamente cada uno de estos niveles.

Formulación técnica de objetivos

Este primer nivel se realiza a partir de un análisis previo de la utilidad del objeto que se pretende obtener. En dicho análisis se habrá definido genéricamente la naturaleza del objeto, las funciones que debe realizar, las acciones externas que debe soportar y cómo debe comportarse ante las mismas. Todo ello se concretará en el establecimiento de un conjunto de requisitos (de tipo geométrico, tensional, deformacional, etc.) que debe satisfacer para ser aceptable, y una serie de criterios de preferencia que permitan decidir en última instancia entre cualquier grupo de posibles diseños admisibles cuál es el más adecuado(habida cuenta de su configuración y comportamiento, teniendo en cuenta planteamientos económicos, estéticos, de utilidad social, etc.). La formulación del objetivo obliga a seleccionar un conjunto de variables de control (dimensiones, volumen, peso, coste, tensiones, deformaciones, temperaturas, etc.) sobre las que se imponen directamente las condiciones de admisibilidad del diseño, y que intervienen en la evaluación de los criterios de preferencia.

Algunas de estas variables pueden ser propiedades fundamentales medibles del objeto que pueden obtenerse directamente a partir de su descripción (dimensiones, peso especifico, coeficientes de conductividad, resistencias mecánicas, etc.). Otras, sin embargo, corresponderán a propiedades derivadas de las fundamentales (superficie, volumen, peso, etc.) o a variables de comportamiento dependientes de las propiedades del objeto y de las acciones externas, (deformaciones y tensiones bajo carga, esfuerzos, temperaturas, etc.), y su obtención exigirá la realización de un determinado cálculo. Otras serán función de las anteriores (tensión de comparación de Von Mises, de Tresca, etc., diversas relaciones entre propiedades y variables de comportamiento, etc.)

Modelado y parametrización del diseño

Este nivel consiste en la elaboración de un modelo de diseño y de un modelo de parametrización. Este último estará caracterizado en general por una serie de parámetros que hemos denominado constantes o variables de diseño. A partir de estos parámetros deberá ser posible determinar completamente todas las propiedades fundamentales y ambientales que intervengan en el modelo de diseño (geometría, propiedades de materiales, acciones externas). Por tanto, la adopción de un cierto valor para cada parámetro conduce a concretar el modelo en un cierto diseño. Es precisamente el valor de tales parámetros el que debe ser determinado de forma que el diseño obtenido sea satisfactorio y admisible, es decir que la configuración adoptada verifique los requisistos impuestos por el diseñador, y que el criterio de preferencia indique que el diseño es suficientemente bueno.

Cálculo

En este nivel se ha de realizar un análisis que permita obtener, a partir de las propiedades fundamentales y ambientales, las variables de comportamiento y propiedades derivadas. El conocimiento de éstas permitirá evaluar las variables de control que intervienen en los requisitos impuestos y en los criterios de preferencia. La realización del cálculo es necesaria para comprobar si una cierta configuración es admisible o no y hasta qué punto es satisfactoria.

Mejora del diseño

El cuarto nivel consiste en la realización de una toma de decisiones que permita, o bien modificar la configuración del diseño -habida cuenta de toda la información conocida sobre el mismo- de forma que el nuevo diseño sea preferible al precedente, o bien finalizar el proceso. El proceso finalizará al considerar que el diseño es suficientemente satisfactorio y proceder consecuentemente a realizar las operaciones involucradas en el último nivel, o al comprobar por el contrario que no es posible realizar un diseño de acuerdo con el modelo de optimización adoptado que verifique todas las condiciones impuestas.

Descripción del diseño y de su comportamiento

El quinto nivel consiste en la realización de diagramas, planos, tablas y todo tipo de representaciones comprensibles y claras que permitan al diseñador interpretar el comportamiento del diseño, visualizar su forma, caracterizar las propiedades del mismo y del ambiente, etc.

En este nivel podemos contemplar tanto las operaciones que se realicen con objeto de sistematizar la información para facilitar la toma de decisiones, como la realización de los planos constructivos, especificaciones técnicas, y otros elementos que permitan la identificación definitiva del diseño, y su construcción y puesta en servicio.

En la Figura 4.3 se esquematiza la relación existente entre los cinco niveles, y la transmisión de información entre todos ellos.

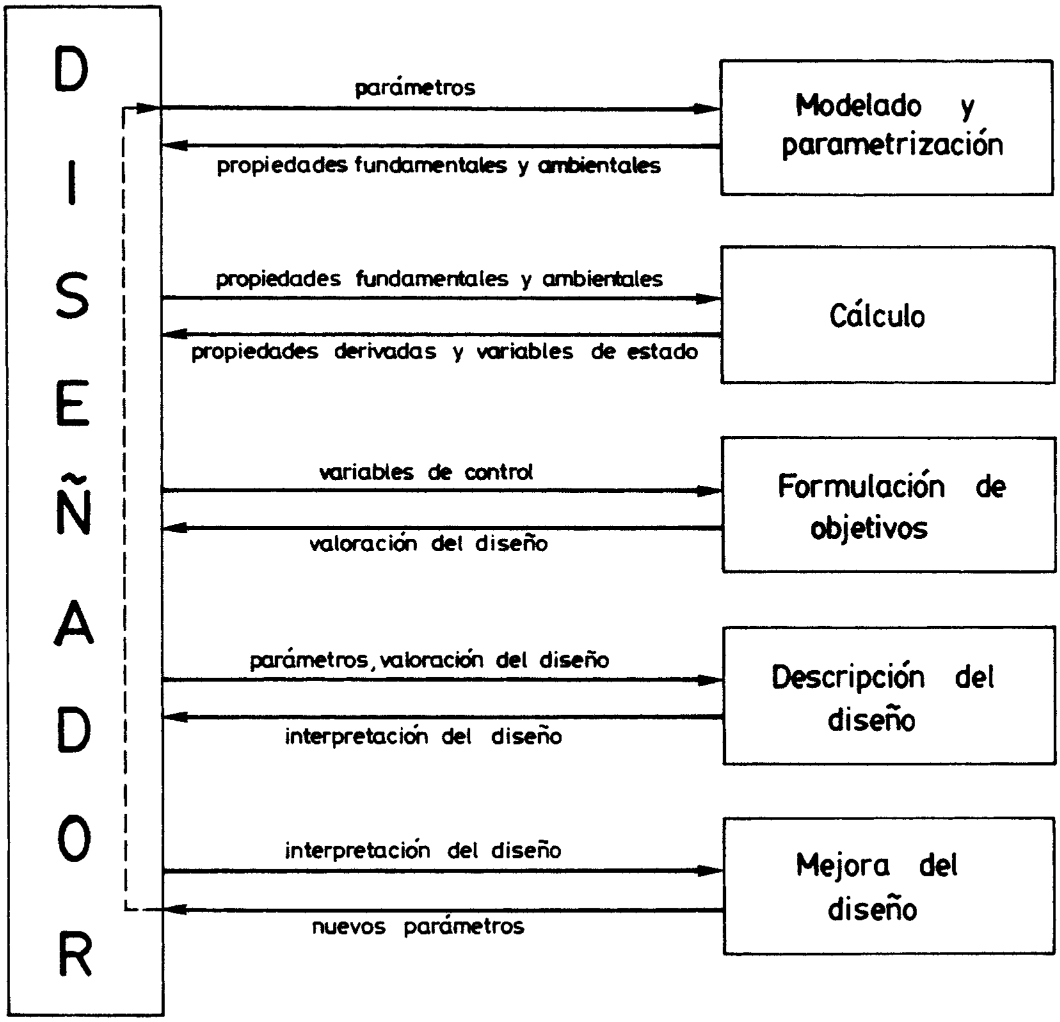

Figura 4.3.- Estructuración operativa del proceso de diseño. Relaciones y transmisión de información entre los diversos niveles.

IV.2.4 Diseño Asistido por Ordenador y Diseño Asistido Optimo

Habitualmente, la gran cantidad de volumen de cálculo a realizar en todos los niveles expuestos no permite que un diseñador sin asistencia informática realice el número de mejoras necesarias en el diseño para obtener el más satisfactorio entre todos los admisibles, que denominaremos DISEÑO OPTIMO. Igualmente, la complejidad de las operaciones involucradas en la toma de decisiones limita extraordinariamente la eficiencia y la rentabilidad del proceso de diseño.

Si bien el primer nivel, por su naturaleza, debe ser realizado directamente por el diseñador, los restantes son susceptibles de ser automatizados total o parcialmente, mejorando el rendimiento del proceso de diseño.

Los sistemas de DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR pretenden soslayar parte de estas dificultades, automatizando la mayor parte de las operaciones exceptuando la toma de decisiones. En un contexto general de diseño asistido suele denominarse al segundo nivel anteriormente citado con el nombre genérico de PREPROCESO, al tercer nivel con el nombre de ANALISIS, y al quinto nivel con el nombre de POSTPROCESO, realizándose la mayor parte del cuarto nivel, o toma de decisiones, directamente por el operador a partir de la información suministrada por el ordenador (Fig. 4.4).

Ello permite realizar un mayor número de mejoras del diseño, disponiendo además de mejor información en la toma de decisiones. No obstante, la toma de decisiones suele revestir una alta complejidad, y el usuario del sistema de diseño asistido

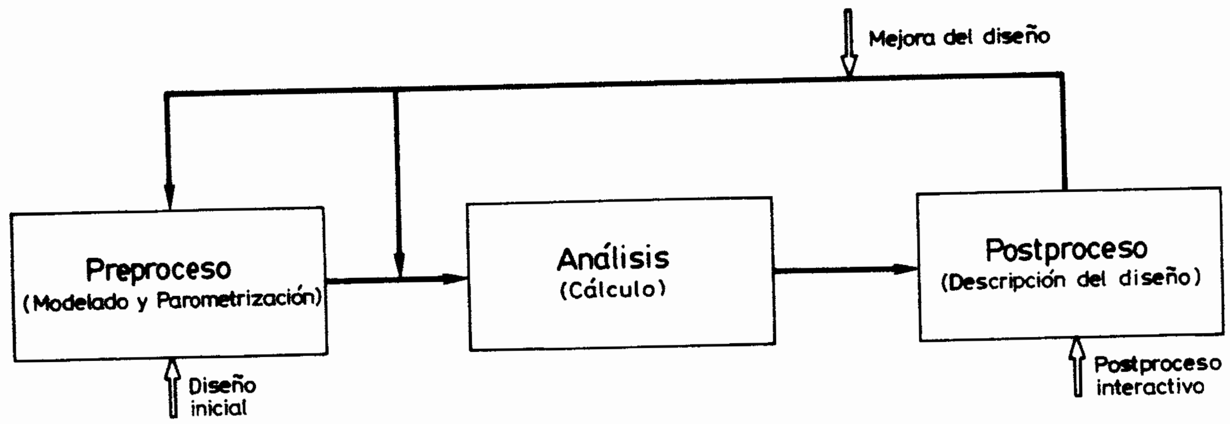

Figura 4.4.- Esquema general de un Sistema de Diseño Asistido por Ordenador.

debe basarse primordialmente en su intuición y experiencia. El proceso se detendrá cuando el diseñador estime que el diseño obtenido es admisible y suficientemente satisfactorio, y al reconocer o bien su incapacidad para mejorar el diseño, o bien que el coste que supondria realizar una mejora significativa es excesivamente elevado a partir de ese momento. No resulta posible en general realizar una toma de decisiones más precisa si no es en el ámbito del diseño asistido óptimo.

En un esquema general de DISEÑO ASISTIDO OPTIMO, la toma de decisiones se realiza de forma totalmente automática -mediante procedimientos matemáticos de decisión- o de forma semiautomática en conjunción con el operador del sistema. Un sistema general de diseño asistido óptimo puede definirse por tanto como un sistema de diseño asistido por ordenador dotado de órganos de decisión automática o semiautomática que accede de forma inteligente a los diversos niveles del proceso de diseño hasta obtener el diseño final, siendo éste el óptimo o cuanto menos, un diseño admisible cuyo grado de satisfacción sea tan aproximado al óptimo como se desee.

IV.3 ESQUEMA GENERAL DE DISEÑO OPTIMO

IV.3.1 Definición formal del diseño óptimo

Una vez conocidos los requisitos de admisibilidad del diseño deseado, y establecido un criterio de elección o preferencia, es necesario formular estos aspectos desde un punto de vista objetivo. En general, es posible expresar el criterio de preferencia como una función, que denominaremos FUNCION DE UTILIDAD O SATISFACCION GENERALIZADA, de las variables de control, que a su vez son función de las propiedades fundamentales y ambientales y de las propiedades derivadas y variables de comportamiento.

Tal función ha de ser generada de forma que alcance valores tanto mayores cuanto mejor sea el diseño a cuyas propiedades corresponde. Sin embargo, en la mayor parte de los casos suele emplearse una función alternativa, que denominaremos FUNCION OBJETIVO, o FUNCION DE COSTE GENERALIZADO, que adopte valores tanto menores cuanto mejor sea el diseño. En una función de este tipo pueden introducirse con relativa sencillez diversos aspectos, sin más que ponderar adecuadamente factores tales como el coste de los materiales, factores constructivos, la calidad del servicio que proporcionará, los beneficios obtenidos de su puesta en servicio, los costes de mantenimiento y amortización, etc. La introducción de otros aspectos de tipo estético o social no es tan evidente, por lo que la labor de creación del diseñador, excepto en casos extremadamente simples, nunca será totalmente automatizable.

Las condiciones de admisibilidad del diseño pueden formularse normalmente, de forma similar a la función objetivo, en función de las variables de control, mediante ecuaciones e inecuaciones, que denominaremos RESTRICCIONES.

Consecuentemente, el problema general de diseño óptimo puede ser expresado en la forma:

Obtener los valores de las variables de diseño, de forma que para las variables de control correspondientes se minimice una FUNCION OBJETIVO o función generalizada de coste, y se verifique simultáneamente un conjunto de RESTRICCIONES impuestas, expresadas generalmente como ecuaciones e inecuaciones.

El diseño se dirá FACTIBLE si el conjunto de restricciones se cumple, y NO FACTIBLE en caso contrario. Es esencial destacar una vez más el hecho de que las variables de control que intervienen en la evaluación de la función objetivo y las restricciones pueden ser propiedades fundamentales o ambientales conocidas directamente una vez definido el diseño, o propiedades sencillas derivadas de las mismas, en cuyo caso la evaluación de las ecuaciones e inecuaciones correspondientes no reportará un trabajo excesivo y su tratamiento matemático no será complicado. Con frecuencia sin embargo dichas variables corresponderán a otras propiedades derivadas más complejas o a variables de comportamiento que habrán de ser calculadas mediante un determinado procedimiento, en cuyo caso la evaluación de las ecuaciones e inecuaciones será más complicada y la obtención de su expresión matemática en función de las propiedades fundamentales y ambientales puede ser difícil o imposible en términos de funciones sencillas.

En cualquier caso, conocidas las propiedades fundamentales y ambientales del diseño debe ser posible evaluar todas las variables de control, y puesto que las propiedades fundamentales quedan perfectamente definidas por las constantes y variables de diseño a través del modelo de parametrización, podemos considerar que tanto la función objetivo como las restricciones pueden ser expresadas en última instancia en función de las constantes y variables de diseño. Consideraremos en lo sucesivo continuo el rango de tales variables, si bien es posible igualmente adoptar variables de diseño discretas (problemas de selección de material y similares).

Como expondremos a continuación, el problema puede escribirse en estos términos como un problema general de programación matemática.

IV.3.2 <u>Estructuración del proceso de diseño óptimo</u>

Un proceso de diseño óptimo puede ser estructurado eficientemente mediante diversos módulos, de acuerdo con los principios generales descritos previamente. A los cinco módulos correspondientes a cada uno de los niveles citados hemos de añadir un módulo de control, cuya misión sea acceder cuando corresponda a cada uno de los módulos restantes, o solicitar ayuda del operador del sistema en caso de que el funcionamiento del sistema sea interactivo.

La estructura de un sistema de diseño puede ser descrita, por tanto, en los siguientes términos:

- Módulo de Definición de Objetivo y Restricciones
- Módulo de Parametrización
- Módulo de Cálculo
- Módulo de Decisión
- Módulo de Postproceso
- Módulo de Control del Sistema

Denominaremos en lo sucesivo MODELO DE OPTIMIZACION al conjunto de los módulos de definición, parametrización, cálculo, decisión y control.

Consideremos un determinado problema de diseño.

El módulo de definición debe expresar el criterio de elección y las condiciones de admisibilidad impuestas en términos matemáticos.

Denominaremos:

$$\overline{\gamma} = \{ \gamma_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_{\gamma} \qquad (4.1)$$

al conjunto de variables de control que intervienen en su definición.

Sea:

$$f (\overline{\gamma}) \qquad (4.2)$$

la función objetivo en cuya minimización se concreta el criterio de elección, y sean el conjunto de "m" inecuaciones:

$$g_j (\overline{\gamma}) \leq 0 \qquad ;j=1,\_\_\_,m \qquad (4.3)$$

y el conjunto de "l" ecuaciones:

$$h_l (\overline{\gamma}) = 0 \qquad ;l=1,\_\_\_,p \qquad (4.4)$$

las que expresan las restricciones impuestas.

El módulo de parametrización debe construir un modelo de diseño en función de un conjunto de propiedades fundamentales que denominaremos:

$$\overline{\varphi} = \{ \varphi_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_{\varphi} \qquad (4.5)$$

y que definen completamente su configuración, y de un conjunto de propiedades ambientales que denominaremos:

$$\overline{\beta} = \{ \beta_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_\beta \qquad (4.6)$$

que definen completamente, en conjunción con las anteriores, las interacciones mutuas entre objeto y ambiente.

La parametrización del modelo implica la elección de un conjunto de constantes de diseño:

$$\overline{c} = \{ c_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_c \qquad (4.7)$$

y de un conjunto de "n" variables de diseño:

$$\overline{x} = \{ x_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n \qquad (4.8)$$

en función de las cuales debe estar perfectamente definida la relación de dependencia de las propiedades fundamentales (4.5) y ambientales (4.6), mediante expresiones matemáticas que podemos escribir en la forma explícita:

$$\overline{\varphi} = \overline{\varphi} (\overline{c} , \overline{x}) \qquad (4.9)$$

$$\overline{\beta} = \overline{\beta} (\overline{c} , \overline{x}) \qquad (4.10)$$

Una primera estima de las variables de diseño proporcionará, por tanto, un diseño inicial.

Para un diseño dado, el módulo de cálculo debe obtener el conjunto de las propiedades derivadas:

$$\bar{\delta} = \{ \delta_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_\delta \qquad (4.11)$$

y de las variables de comportamiento:

$$\bar{\omega} = \{ \omega_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n_\omega \qquad (4.12)$$

Es razonable asumir, en general, que la relación entre las propiedades fundamentales (4.5) y las propiedades derivadas (4.11) puede escribirse mediante un sistema explícito de ecuaciones en la forma:

$$\bar{\delta} = \bar{\delta} (\bar{\varphi}) \qquad (4.13)$$

Las variables de comportamiento del objeto serán función de sus propiedades fundamentales (4.5) y derivadas (4.12), y de las propiedades ambientales (4.6). Para obtener las variables de comportamiento, el módulo de cálculo debe disponer de un modelo numérico basado en la formulación de un modelo matemático de los fenómenos físicos que se pretenden analizar. Es razonable suponer que su relación de dependencia respecto a las propiedades fundamentales, derivadas y ambientales implica, en general, una mayor dificultad que en el caso de las propiedades derivadas (4.13). Evidentemente, cabe la posibilidad de que existan diversos modelos matemáticos y numéricos para analizar el mismo fenómeno físico. Por estos motivos, escribiremos la relación entre variables de comportamiento y propiedades fundamentales, derivadas y ambientales mediante un sistema de ecuaciones implicitas en la forma:

$$\overline{\psi} (\overline{\alpha} , \overline{\omega}) = \overline{0} \quad ; \quad \overline{\psi} = \{ \psi_i \} \quad ; i=1,\_\_\_,n_{\omega} \qquad (4.14)$$

donde las variables de entrada "$\overline{\alpha}$" serán función de las propiedades fundamentales, derivadas y ambientales que podemos escribir en la forma:

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha} (\overline{\varphi} , \overline{\delta} , \overline{\beta}) \quad \overline{\alpha} = \{ \alpha_i \} \quad ; i=1,\_\_\_,n \qquad (4.15)$$

En función del modelo de diseño empleado, y del modelo de cálculo adoptado, podemos escribir las variables de control en función de las propiedades fundamentales (4.5), derivadas (4.11), ambientales (4.6) y de comportamiento (4.12) en la forma de ecuaciones explicitas:

$$\overline{\gamma} = \overline{\gamma} (\overline{\varphi} , \overline{\delta} , \overline{\beta} , \overline{\omega}) \qquad (4.16)$$

Dadas las constantes de diseño (4.7), para un valor determinado de las variables de diseño (4.8) el módulo de parametrización puede determinar el valor de todas las propiedades fundamentales (4.5) y ambientales (4.6) mediante las ecuaciones (4.9) y (4.10). A partir de estas propiedades, el módulo de cálculo puede determinar las propiedades derivadas (4.11), y a partir de las variables de entrada (4.15), la solución del sistema de ecuaciones implicitas (4.14) proporciona el valor de las variables de comportamiento (4.12). Con esta información es posible evaluar las variables de control (4.1) mediante las ecuaciones (4.16), y comprobar inmediatamente a través del módulo de definición si se verifican las restricciones definidas mediante las inecuaciones (4.3) y las ecuaciones (4.4). Si se verifica el conjunto de restricciones el diseño se dirá factible, y en caso contrario se dirá no factible. Igualmente podrá calcularse el valor de la función objetivo (4.2).

Esta información será suministrada al módulo de decisión, que deberá determinar cómo modificar las variables de diseño (4.8) de forma que se verifiquen las restricciones y el valor de la función objetivo sea el menor posible. Si el módulo de decisión no es enteramente automático, o si el diseñador lo requiere, parte del proceso de decisión puede ser conducido por el operador del sistema, quien recibe información sobre el diseño actual mediante el módulo de postproceso.

En la Figura 4.5 se ofrece una representación esquemática del flujo de información entre los diversos módulos que componen el sistema. El flujo de información estará dirigido por el módulo de control. La evaluación de las variables de entrada al módulo de cálculo (4.15) y las variables de control (4.1) deberá ser efectuada por dos submódulos de comunicación, o "interfaces" siguiendo la terminología anglosajona al uso, que denominaremos interface de cálculo (o de comunicación entre el módulo de parametrización y el módulo de cálculo), e interface de definición (o de comunicación entre los módulos de parametrización y cálculo y el módulo de definición), y que emplearán respectivamente las relaciones (4.15) y (4.16).

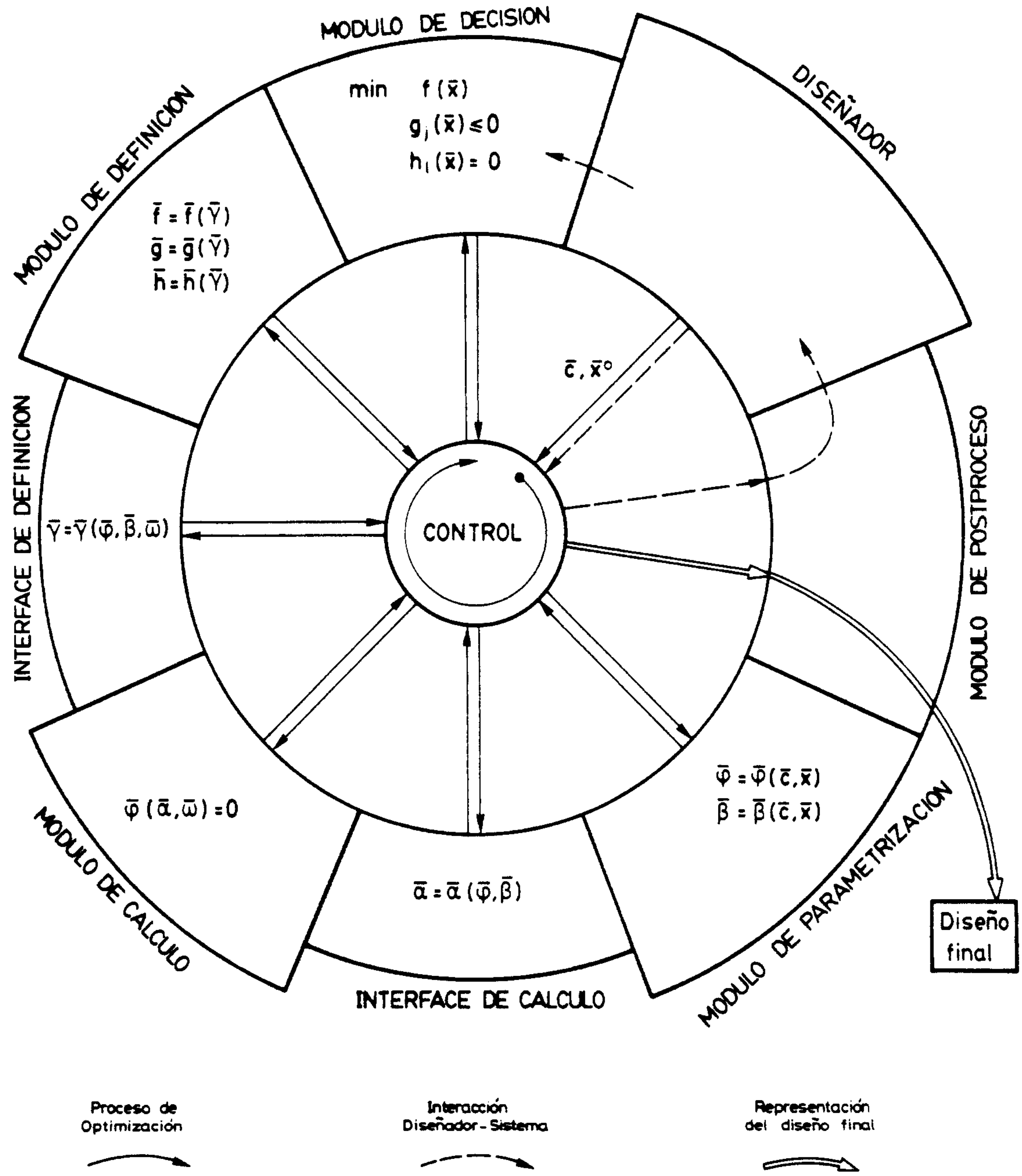

Figura 4.5.- Representación esquemática del flujo de información en un sistema modular de diseño optimo.

Es importante resaltar que la estructuración presentada es extremadamente modular, y presenta las siguientes ventajas:

. Puede modificarse la parametrización escogida sin alterar en absoluto el funcionamiento del resto del sistema, siempre y cuando se respete el modelo de diseño.

. Puede contemplarse dentro de un único sistema la posibilidad de emplear varios módulos de cálculo alternativa o simultáneamente, siendo necesario exclusivamente disponer de las correspondientes interfaces de cálculo y de definición, sin alterar el resto del sistema.

. Puede contemplarse dentro de un único sistema la posibilidad de emplear diversos módulos de decisión alternativamente sin alterar el resto del sistema.

. La disponibilidad de un módulo de cálculo capaz de analizar un amplio rango de fenómenos físicos, y de un módulo de decisión potente, permite aplicar el esquema anterior a una gran variedad de problemas de optimización del diseño, acoplando los correspondientes módulos de definición y parametrización y los submódulos de comunicación, elementos del sistema que serán dependientes en general de cada problema de diseño.

Hasta el momento hemos considerado que el módulo de decisión recibe una información consistente en unos ciertos valores de las variables de diseño y sus correspondientes valores de la función objetivo y las restricciones impuestas. Evidentemente, el contenido cualitativo de esta información es pobre, habida cuenta de que el propósito del módulo de decisión consiste en modificar adecuadamente las variables de diseño de forma que el valor de la función objetivo sea mínimo y las restricciones se verifiquen, y que no aporta indicación alguna sobre la evolución de la funcion objetivo y las restricciones cuando se modifican las variables de diseño.

Se concluye que el módulo de decisión podría optimizar con más eficacia si dispusiera de información adicional sobre esta evolución, y en concreto de las derivadas sucesivas de la función objetivo y las restricciones respecto a las variables de diseño. Analizaremos este aspecto a continuación desde otro punto de vista más riguroso.

IV.3.3 Formulación general del problema de diseño óptimo

Dado que las ecuaciones (4.13) constituyen en realidad un caso particular y sencillo de las ecuaciones más generales (4.14), y dado el papel parejo que corresponde en la formulación anterior a las propiedades derivadas y de comportamiento, hablaremos en lo sucesivo exclusivamente de variables de estado para referirnos a ambas. Con objeto de simplificar los desarrollos, obviaremos además las propiedades derivadas en las ecuaciones siguientes a través de las relaciones (4.13).

Desde este punto de vista, desarrollado en el apartado anterior, el problema general de diseño óptimo puede formularse como un problema de minimización condicionada en la forma:

Dado: $\bar{c}$, Obtener: $\bar{x}$, de forma que,

en virtud de las relaciones:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \bar{\varphi}(\bar{c}, \bar{x}) \\ \bar{\beta} &= \bar{\beta}(\bar{c}, \bar{x}) \\ \bar{\alpha} &= \bar{\alpha}(\bar{\varphi}, \bar{\beta}) \\ \bar{\psi}(\bar{\alpha}, \bar{\omega}) &= \bar{0} \\ \bar{\gamma} &= \bar{\gamma}(\bar{\varphi}, \bar{\beta}, \bar{\omega}) \end{aligned} \qquad (4.17)$$

se minimice: $f(\bar{\gamma})$

verificando: $g_j(\bar{\gamma}) \leq 0 \qquad ; j=1, \_\_\_, m$

$h_l(\bar{\gamma}) = 0 \qquad ; l=1, \_\_\_, p$

Denominaremos ESPACIO DE DISEÑO al espacio formado por las variables de diseño, y REGION FACTIBLE al conjunto de los puntos del espacio de diseño para los cuales se satisfacen las restricciones impuestas.

Una formulación alternativa puede obtenerse tratando las relaciones que permiten obtener propiedades fundamentales y derivadas, acciones externas y variables de comportamiento en función de las constantes y variables de diseño como restricciones de un problema de minimización más general que podemos expresar como:

Dado: $\bar{c}$

Obtener: $\bar{x}$, $\bar{\varphi}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\omega}$, $\bar{\gamma}$, **de forma que:**

se minimice: $f\,(\bar{\gamma})$

$$\text{verificando: } g_j(\bar{\gamma}) \leq 0 \qquad ; j=1,\_\_\_,m$$

$$h_l(\bar{\gamma}) = 0 \qquad ; l=1,\_\_\_,p$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}\,(\bar{c}, \bar{x})$$

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}\,(\bar{c}, \bar{x})$$

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}\,(\bar{\varphi}, \bar{\beta})$$

$$\bar{\psi}\,(\bar{\alpha}, \bar{\omega}) = \bar{0}$$

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma}\,(\bar{\varphi}, \bar{\beta}, \bar{\omega})$$

(4.18)

Las formulaciones (4.17) y (4.18) son formalmente equivalentes, y reducen el problema general de diseño óptimo a un problema general de minimización con restricciones de programación matemática. La diferencia entre ambas estriba en que en la formulación (4.18) se consideran como variables primales del problema de minimización exclusivamente las variables de diseño, e intervinienen en la función objetivo y en las restricciones otras variables dependientes (propiedades fundamentales y derivadas, acciones, variables de comportamiento) que pueden ser obtenidas a partir de las anteriores resolviendo un conjunto de sistemas de ecuaciones de tipo general. Sin embargo, en la formulación (4.17) se consideran variables del problema de minimización tanto las variables de diseño como las variables dependientes citadas, y las relaciones de depedencia de las mismas se tratan como restricciones del problema de minimización. Evidentemente, pueden plantearse numerosas variantes híbridas, considerando, de forma coherente, parte de las relaciones de dependencia (4.9), (4.10), (4.15), (4.16) como restricciones del problema de minimización y parte de las variables dependientes (4.1), (4.5), (4.6) y (4.12) como variables primales.

En general, la solución de un problema de minimización con restricciones es tanto más sencilla cuanto menor es el número de variables primales y el número de restricciones a considerar. Por tanto, en principio, es preferible plantear el problema mediante la formulación (4.17). Sin embargo, en algunas ocasiones, la obtención de la totalidad o parte de las variables dependientes (4.1), (4.5), (4.6) y (4.12) en función de las variables de diseño puede involucrar una elevada complejidad. Tal es el caso cuando las ecuaciones implícitas (4.14) sean no lineales, por ejemplo, y por tanto la aplicación de la formulación (4.17) implica la resolución de un sistema de ecuaciones mediante un procedimiento iterativo dentro de la resolución de un problema de minimización mediante un segundo procedimiento iterativo. En estos casos una formulación híbrida entre la (4.17) y la (4.18) puede resultar ventajosa, ya que la solución del sistema de ecuaciones y el problema de minimización se abordan simultaneamente. En lo sucesivo consideraremos, salvo mención expresa, que la formulación aplicada es la (4.17).

De hecho, obviando las relaciones de dependencia entre variables podemos escribir el problema (4.17) en la forma conocida:

$$
\begin{array}{lll}
\textbf{Obtener:} & \bar{x} & \\
\textbf{que minimiza:} & F(\bar{x}) & \\
\textbf{verificando:} & G_j(\bar{x}) \leq 0 & ;j=1,\_\_\_,m \\
 & H_l(\bar{x}) = 0 & ;l=1,\_\_\_,p
\end{array}
\qquad (4.19)
$$

esto es, un problema general de programación matemática.

En el desarrollo de las técnicas de minimización con restricciones de tipo general expuestas en el Capítulo III, se observa que todos los algoritmos eficientes de programación matemática aplicables a la resolución del problema anterior requieren no solamente el cálculo del valor de la función objetivo y de las restricciones en función de las variables primales -en nuestro caso las variables de diseño-, sino también de sus gradientes (y hessianos si es posible) respecto a éstas, necesidad que desde un punto de vista más intuitivo se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior.

Es, por tanto, obligado conocer no sólo los valores de la función objetivo (4.2) y de la funciones que intervienen en las restricciones (4.3) y (4.4), sino también sus derivadas parciales sucesivas respecto a las variables de diseño (4.8), cuando menos hasta el primer orden.

Denominaremos ANALISIS DE SENSIBILIDAD al conjunto de técnicas que permiten evaluar estas derivadas.

IV.3.4 <u>Análisis de sensibilidad</u>

IV.3.4.1 Método de diferenciación directa. Derivadas de primer orden

Consideremos en primera instancia el cálculo de los gradientes.

Sea:

$$\bar{s} = \{ s_i \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n \tag{4.20}$$

un vector unitario en el espacio de variables de diseño.

Nos plantearemos el cálculo de la derivada primera direccional de la función objetivo (4.2) y las funciones que definen las restricciones (4.3) y (4.4) respecto al versor "$\bar{s}$".

El cálculo del gradiente de las funciones anteriores puede efectuarse mediante "n" cálculos de respectivas derivadas direccionales, sin más que adoptar los versores "$\bar{s}$" adecuados.

Para el cálculo de las derivadas direccionales utilizaremos la siguiente nomenclatura clásica en análisis:

$$D_s \, \bar{y}(\bar{x}) = \frac{d\bar{y}}{ds} = \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} \, \bar{s} \tag{4.21}$$

Aplicando la regla de derivación en cadena a la función objetivo (4.2) y a las funciones de restricción (4.3) y (4.4), se obtienen las ecuaciones:

$$D_s f = df/d\bar{\gamma} \quad D_s \bar{\gamma}$$

$$D_s \bar{g} = d\bar{g}/d\bar{\gamma} \quad D_s \bar{\gamma} \qquad (4.22)$$

$$D_s \bar{h} = d\bar{h}/d\bar{\gamma} \quad D_s \bar{\gamma}$$

Es razonable suponer que tanto la función objetivo como las funciones que definen las restricciones en desigualdad e igualdad son funciones sencillas de las variables de control cuya expresión analitica es conocida y fácilmente manipulable, ya que todas ellas son funciones definidas por el diseñador. El cálculo de sus derivadas respecto a las variables de control, por consiguiente, debe ser sencillo y puede ser incluido en el módulo de definición. El cálculo de las derivadas direccionales (4.22) puede considerarse formalmente resuelto si se conoce la derivada direccional del vector de variables de control (4.1).

Derivando la relación (4.16) obtenemos:

$$D_s \bar{\gamma} = \left[\partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega} \right] \begin{Bmatrix} D_s \bar{\varphi} \\ D_s \bar{\beta} \\ D_s \bar{\omega} \end{Bmatrix} \qquad (4.23)$$

Por el mismo motivo que se ha expuesto en el caso anterior, las variables de control deben ser funciones sencillas y analiticamente manipulables de las propiedades fundamentales, de las propiedades ambientales y de las variables de estado, y por tanto el cálculo de sus gradientes respecto a estas variables no debe representar ninguna complicación y puede incluirse en la interface de definición. El cálculo de la derivada direccional (4.23) puede considerarse formalmente resuelto si se conocen las derivadas direccionales de las propiedades fundamentales, de las propiedades ambientales y de las variables de estado.

Para obtener las derivadas direccionales de las propiedades fundamentales y ambientales, derivamos las relaciones (4.9) y (4.10) obteniendo:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\,\bar{\varphi} &= \partial\bar{\varphi}/\partial\bar{\mathbf{x}}\ \ \bar{\mathbf{s}} \\ \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\,\bar{\beta} &= \partial\bar{\beta}/\partial\bar{\mathbf{x}}\ \ \bar{\mathbf{s}} \end{aligned} \qquad (4.24)$$

Donde, análogamente a los casos anteriores, el cálculo de los gradientes de las propiedades fundamentales y ambientales respecto a las variables de diseño podrá ser efectuado en general con sencillez, y ser incluido en el módulo de parametrización.

Para obtener las derivadas direccionales de las variables que verifican la ecuación de estado, es preciso derivar las relaciones (4.14), obteniendo:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{s}}\,\bar{\psi} = \left[\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\alpha}\quad \partial\bar{\psi}/\partial\bar{\omega}\right] \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\,\bar{\alpha} \\ \\ \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\,\bar{\omega} \end{Bmatrix} = \bar{0} \qquad (4.25)$$

ecuación que se puede escribir en la forma de un sistema lineal de "n_ω" ecuaciones con "n_ω" incógnitas:

$$[\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\omega}]\ D_s\bar{\omega} = -[\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\alpha}]\ D_s\bar{\alpha} \tag{4.26}$$

donde el vector de incógnitas es precisamente la derivada direccional buscada de las variables de estado, la matriz de coeficientes es la derivada de la ecuación de estado (4.14) respecto a las variables de estado, y el vector de términos independientes es el producto de la matriz derivada de la ecuación de estado respecto a sus variables de entrada por la derivada direccional de las variables de entrada.

Derivando las relaciones (4.15) se obtiene esta última derivada direccional en la forma:

$$D_s\bar{\alpha} = \left[\partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\beta}\right] \begin{Bmatrix} D_s\bar{\varphi} \\ \\ D_s\bar{\beta} \end{Bmatrix} \tag{4.27}$$

donde intervienen las derivadas direccionales de las propiedades fundamentales y ambientales, calculadas previamente en (4.24), y las derivadas de las variables de entrada respecto a propiedades fundamentales y ambientales. El cálculo de estas últimas será en general algo más complicado que el de las derivadas de las restantes funciones que hemos considerado hasta el momento presente (4.2, 4.3, 4.4, 4.9, 4.10), y que son definidas directamente por el diseñador. Sin embargo, su planteamiento puede efectuarse normalmente con relativa sencillez, e incluirse en la interface de cálculo.

Aunque la obtención de las derivadas direccionales de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones, y por tanto sus gradientes respecto a las variables de diseño, está formalmente resuelta mediante las ecuaciones anteriores, no es así en la práctica. Ello es debido a que la gran mayoría de los programas de cálculo disponibles no han sido generados de forma que proporcionen la información requerida por las ecuaciones (4.26) para obtener la derivada direccional de las variables de estado. En general el cálculo de estas derivadas es extremadamente más complicado que el de las otras derivadas que han sido consideradas hasta el momento presente, que pueden obtenerse habitualmente de forma explícita. Si el módulo de cálculo es ya muy complejo de por sí, como es el caso de los programas habituales de elementos finitos, será muy costoso, en general, introducir las modificaciones requeridas. Si se renuncia a tales modificaciones, la obtención de las derivadas direccionales de las variables de estado sólo podrá realizarse mediante aproximaciones por diferencias originándose una importante pérdida en la calidad de la información que se suministra a las ecuaciones (4.23), y en última instancia al módulo de decisión. La dificultad de la derivación puede reducirse si parte de las variables de entrada no son dependientes de las variables de diseño, tal como sucede en optimización de dimensiones. Estos aspectos se analizarán en detalle posteriormente, en cuanto se refiere a la optimización estructural mediante métodos de elementos finitos, ya que son fuertemente dependientes de la forma de la ecuación de estado que rige los procesos físicos subyacentes al comportamiento del diseño, y de la forma de plantear su solución.

Generalizando las ecuaciones (4.22), se obtienen los gradientes:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{d}\mathbf{f}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} &= \mathbf{d}\mathbf{f}/\mathbf{d}\bar{\gamma} \quad \mathbf{d}\bar{\gamma}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \\
\mathbf{d}\bar{\mathbf{g}}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} &= \mathbf{d}\bar{\mathbf{g}}/\mathbf{d}\bar{\gamma} \quad \mathbf{d}\bar{\gamma}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \\
\mathbf{d}\bar{\mathbf{h}}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} &= \mathbf{d}\bar{\mathbf{h}}/\mathbf{d}\bar{\gamma} \quad \mathbf{d}\bar{\gamma}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}}
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

Generalizando las ecuaciones (4.23), y (4.27) se obtiene inmediatamente:

$$
\mathbf{d}\,\bar{\gamma}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} = \left[\partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{d}\bar{\varphi}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \\ \\ \mathbf{d}\bar{\beta}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \\ \\ \mathbf{d}\bar{\omega}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} \tag{4.29}
$$

$$
\mathbf{d}\bar{\alpha}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} = \left[\partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\beta} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{d}\bar{\varphi}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \\ \\ \mathbf{d}\bar{\beta}/\mathbf{d}\bar{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} \tag{4.30}
$$

Generalizando la ecuación (4.26), obtenemos un conjunto de "n" sistemas de "n_ω" ecuaciones lineales con "n_ω" incógnitas:

$$[\partial \bar{\psi} / \partial \bar{\omega}]\ d\bar{\omega}/d\bar{x} = - [\partial \bar{\psi} / \partial \bar{\alpha}]\ d\bar{\alpha}/d\bar{x} \qquad (4.31)$$

cuya matriz de coeficientes es la derivada de la ecuación de estado respecto a las variables de estado, cuya matriz de términos independientes es la derivada de la ecuación de estado respecto a las variables de diseño -considerando constantes las variables de estado- y cuya solución es la derivada de las variables de estado respecto a las variables de diseño.

Al igual que sucede en el cálculo de la derivada direccional, en las expresiones anteriores todos los términos pueden obtenerse con sencillez exceptuando las derivadas de las variables de estado respecto a las variables de diseño.

IV.3.4.2 Estado adjunto

Las ecuaciones (4.28), (4.29), (4.30) y (4.31) permiten calcular el gradiente de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones respecto a las variables de diseño. Es evidentemente la ecuación (4.31) la que en general implica la ralización de mayor trabajo de computación, ya que en ella aparecen todas las referencias a la ecuación de estado. Es preciso además calcular el gradiente de las variables de estado respecto a las de diseño. Este cálculo es costoso, y en ocasiones puede no ser necesario.

En efecto, tal como se han organizado los cálculos en el desarrollo del método de diferenciación directa, el gradiente respecto a las variables de diseño de una función arbitraria

"$z(\bar{\gamma})$" de las variables de control, se obtiene en la forma:

$$dz/d\bar{x} = dz/d\bar{\gamma} \quad d\bar{\gamma}/d\bar{x} \tag{4.32}$$

Invirtiendo el sistema de ecuaciones lineales (4.31) y sustituyendo en (4.29) se obtiene:

$$d\bar{\gamma}/d\bar{x} = \left[\partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi} \; , \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta} \; , \; \underset{\sim}{Y}\right] \begin{Bmatrix} d\bar{\varphi}/d\bar{x} \\ d\bar{\beta}/d\bar{x} \\ d\bar{\alpha}/d\bar{x} \end{Bmatrix} \tag{4.33}$$

donde:

$$\underset{\sim}{Y} = - \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega} \quad [\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\omega}]^{-1} \quad \partial\bar{\psi}/\partial\bar{\alpha}$$

Y sustituyendo esta ecuación en (4.32) y reagrupando términos, la expresión final es:

$$dz/d\bar{x} = dz/d\bar{\gamma} \quad \left[\partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta}\right] \begin{Bmatrix} d\bar{\varphi}/d\bar{x} \\ d\bar{\beta}/d\bar{x} \end{Bmatrix} + \tag{4.34}$$

$$+ \quad \bar{\lambda}_z^{\,t} \quad \partial\bar{\psi}/\partial\bar{\alpha} \quad d\bar{\alpha}/d\bar{x}$$

siendo "$\bar{\lambda}_z$" la solución del sistema lineal de "n_ω" ecuaciones con "n_ω" incógnitas:

$$[\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\omega}]^t \quad \bar{\lambda}_z = - \left(dz/d\bar{\gamma} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega} \right)^t \tag{4.35}$$

que constituye el ESTADO ADJUNTO correspondiente a la función

$z(\overline{\gamma})$ asociado al ESTADO DIRECTO (4.26).

Esta metodología permite calcular los gradientes de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones evitando la resolución del sistema (4.26), y por tanto la obtención de los gradientes de las variables de estado, en aquellos casos en que constituya un paso intermedio costoso o innecesario. A cambio, es preciso calcular un estado adjunto para cada función a derivar.

Por tanto, en caso de que el número total de funciones a derivar (función objetivo y funciones que definen las restricciones) sea netamente inferior al número de variables de diseño, el planteamiento definido por las ecuaciones (4.34) y (4.35) será en principio ventajoso frente al procedimiento de diferenciación directa, ya que el número de sistemas de ecuaciones a resolver sería menor. Hay que tener en cuenta que la matriz del sistema (4.35) es la traspuesta de la del sistema (4.31). Si la ecuación de estado es autoadjunta, ambas matrices coinciden.

En general, el método del estado adjunto para cálculo de sensibilidad de primer orden en optimización estructural, raramente ofrece ventajas sobre el método de diferenciación directa. Es preciso tener en cuenta que en optimización estructural se tratan habitualmente problemas que contienen un número no demasiado elevado de variables de diseño, y un número notable de restricciones de tipo tensional, de servicio, etc.

En cualquier caso, un sistema completo de diseño óptimo debe contemplar la posibilidad de realizar uno u otro esquema de cálculo según las dimensiones del problema.

En este contexto, la teoría del estado adjunto surge como una forma natural de reorganizar los cálculos del método de diferenciación directa. No obstante, su interpretación más profunda se sitúa dentro de la teoría de operadores adjuntos. Tal vez la perspectiva más acertada desde la que contemplar su significado sea la expuesta en Cea [1986]. Una discusión exhaustiva de los aspectos prácticos del método, incluyendo un desarrollo para derivadas de segundo orden puede encontrarse en Haug et al. [1986].

IV.3.4.3 Método de diferenciación directa. Derivadas de segundo orden

Realizaremos el análisis de sensibilidad en segundo orden siguiendo el esquema anteriormente expuesto, es decir, mediante el cálculo de derivadas direccionales.

Siguiendo este planteamiento, el cálculo de las derivadas segundas respecto a las variables de diseño de la función objetivo y de las restricciones, esto es sus hessianos, puede realizarse mediante un número suficiente de cálculos de derivadas direccionales.

Ademas, y como se expondrá a continuación, el análisis de sensibilidad en segundo orden no conlleva un crecimiento excesivo de la complejidad de los cálculos. Sin embargo, la cantidad de variables que es necesario almacenar crece con el cuadrado del número de variables de diseño. Si éste es elevado, y especialmente si existen numerosas restricciones, el cálculo completo de los hessianos puede llegar a representar un verdadero problema en cuanto se refiere a almacenamiento de memoria en ordenador.

Ello dificulta la aplicación de algoritmos de programación matemática que requieran el uso de los hessianos completos. No obstante, el análisis de sensibilidad en segundo orden en una dirección puede tener un gran interés en otros algoritmos en que la dirección de avance o modificación del diseño se obtiene mediante información de primer orden, para la obtención posterior del factor de avance mediante técnicas de búsqueda unidireccional.

Siguiendo la nomenclatura utilizada en el cálculo de derivadas de primer orden, definimos:

$$D^2_{rs}\ \bar{y}(\bar{x}) = D_r\ (\ D_s\ \bar{y}(\bar{x})\ ) \tag{4.36}$$

Sean:

$$\begin{aligned} \bar{s} &= \{\ s_i\ \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n \\ \bar{r} &= \{\ r_i\ \} \qquad ;i=1,\_\_\_,n \end{aligned} \tag{4.37}$$

dos vectores unitarios cualesquiera en el espacio de variables de diseño.

Nos plantearemos el cálculo de la derivada segunda direccional de la función objetivo (4.2) y las funciones que definen las restricciones (4.3) y (4.4) respecto a los versores "$\bar{s}$", y "$\bar{r}$".

Aplicando la regla de derivación compuesta a las ecuaciones (4.22) obtenemos:

$$\begin{aligned} D^2_{rs}\ f &= D_r^t\ \bar{\gamma}\ \ d^2f/d\bar{\gamma}^2\ \ D_s\ \bar{\gamma}\ + df/d\bar{\gamma}\ \ D^2_{rs}\ \bar{\gamma} \\ D^2_{rs}\ \bar{g} &= D_r^t\ \bar{\gamma}\ \ d^2\bar{g}/d\bar{\gamma}^2\ \ D_s\ \bar{\gamma}\ + d\bar{g}/d\bar{\gamma}\ \ D^2_{rs}\ \bar{\gamma} \\ D^2_{rs}\ \bar{h} &= D_r^t\ \bar{\gamma}\ \ d^2\bar{h}/d\bar{\gamma}^2\ \ D_s\ \bar{\gamma}\ + d\bar{h}/d\bar{\gamma}\ \ D^2_{rs}\ \bar{\gamma} \end{aligned} \tag{4.38}$$

Por los mismos motivos que se han expuesto en la deducción de las ecuaciones (4.22), el cálculo de las derivadas segundas de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones respecto a las variables de control debe ser sencillo y puede ser incluido en el módulo de definición.

Además, los términos en derivada direccional de primer orden de las variables de control habrán sido calculados con anterioridad (4.23) al realizar el análisis de sensibilidad en primer orden.

Por consiguiente, el cálculo de las derivadas direccionales (4.38) puede considerarse formalmente resuelto, apoyándonos en las ecuaciones de primer orden, si se conoce la derivada segunda direccional del vector de variables de control (4.1), para cuyo cálculo es preciso proseguir las operaciones de derivación siguiendo un esquema similar.

Derivando la ecuación (4.23) en la dirección "$\bar{r}$" obtenemos:

$$D^2_{rs}\,\bar{\gamma} = \left[\partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta} \quad \partial\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega}\right] \begin{Bmatrix} D^2_{rs}\,\bar{\varphi} \\ D^2_{rs}\,\bar{\beta} \\ D^2_{rs}\,\bar{\omega} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} D^t_r\,\bar{\varphi} & D^t_r\,\bar{\beta} & D^t_r\,\bar{\omega} \end{bmatrix} \underset{\sim}{H}(\bar{\gamma}) \begin{Bmatrix} D_s\,\bar{\varphi} \\ D_s\,\bar{\beta} \\ D_s\,\bar{\omega} \end{Bmatrix} \qquad (4.39)$$

con:

$$\underset{\sim}{H}(\bar{\gamma}) = \begin{bmatrix} \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi}^2 & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi}\,\partial\bar{\beta} & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\varphi}\,\partial\bar{\omega} \\ \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta}\,\partial\bar{\varphi} & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta}^2 & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\beta}\,\partial\bar{\omega} \\ \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega}\,\partial\bar{\varphi} & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega}\,\partial\bar{\beta} & \partial^2\bar{\gamma}/\partial\bar{\omega}^2 \end{bmatrix}$$

El cálculo de las derivadas segundas de las variables de control respecto a propiedades fundamentales, ambientales y variables de estado no debe representar ninguna complicación y puede incluirse en la interface de definición.

El cálculo de la derivada direccional (4.39) puede considerarse formalmente resuelto si se conocen las derivadas segundas direccionales de las propiedades fundamentales, de las propiedades ambientales y de las variables de estado.

Para obtener las derivadas segundas direccionales de las propiedades fundamentales y ambientales, derivamos las ecuaciones (4.24) en la dirección "$\bar{r}$" obteniendo:

$$D^2_{rs}\,\bar{\varphi} = \bar{r}^t \quad \partial^2\bar{\varphi}/\partial\bar{x}^2 \quad \bar{s}$$

$$D^2_{rs}\,\bar{\beta} = \bar{r}^t \quad \partial^2\bar{\beta}/\partial\bar{x}^2 \quad \bar{s} \qquad (4.40)$$

Donde, análogamente a los casos anteriores, el cálculo de los hessianos de las propiedades fundamentales y ambientales respecto a las variables de diseño podrá ser efectuado en general con sencillez, y ser incluido en el módulo de parametrización.

Para obtener las derivadas segundas direccionales de las variables de estado, es preciso derivar de nuevo las relaciones (4.25) en la dirección "$\bar{r}$", obteniendo:

$$\mathbf{D}^{2}_{\mathbf{rs}}\ \overline{\psi} = \left[\partial\overline{\psi}/\partial\overline{\alpha} \qquad \partial\overline{\psi}/\partial\overline{\omega}\right] \begin{pmatrix} \mathbf{D}^{2}_{\mathbf{rs}}\ \overline{\alpha} \\ \\ \mathbf{D}^{2}_{\mathbf{rs}}\ \overline{\omega} \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{t}_{\mathbf{r}}\ \overline{\alpha} & \mathbf{D}^{t}_{\mathbf{r}}\ \overline{\omega} \end{bmatrix} \ \underset{\sim}{\mathbf{H}}(\overline{\psi}) \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\ \overline{\alpha} \\ \\ \mathbf{D}_{\mathbf{s}}\ \overline{\omega} \end{pmatrix} = \overline{0} \qquad (4.41)$$

con:

$$\underset{\sim}{\mathbf{H}}(\overline{\psi}) = \begin{bmatrix} \partial^{2}\overline{\psi}/\partial\overline{\alpha}^{2} & \partial^{2}\overline{\psi}/\partial\overline{\alpha}\,\partial\overline{\omega} \\ \\ \partial^{2}\overline{\psi}/\partial\overline{\omega}\,\partial\overline{\alpha} & \partial^{2}\overline{\psi}/\partial\overline{\omega}^{2} \end{bmatrix}$$

En la ecuación anterior son conocidos todos los términos excepto las derivadas segundas de la ecuación de estado respecto a sus variables de entrada y a las variables de estado, y las derivadas segundas direccionales de las variables de entrada y la información que se desea obtener, esto es las derivadas segundas direccionales de las variables de estado.

Al igual que en el análisis de sensibilidad en primer orden, la derivación de la ecuación de estado respecto a sus variables es el aspecto que en general implica una mayor dificultad, siedo ésta fuertemente dependiente de la naturaleza de la ecuación. Habitualmente, los programas de cálculo no contemplan la obtención de tales derivadas, y su implementación puede ser complicada, especialmente en programas ya de por si complejos. Evidentemente, y como sucede en análisis de sensibilidad de primer orden, la dificultad de la derivación puede reducirse si parte de las variables de entrada no son dependientes de las variables de diseño, como sucede en optimización de dimensiones. La ecuación anterior se puede escribir en forma de un sistema lineal de "n_ω" ecuaciones con "n_ω" incógnitas:

$$[\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\omega}]\; D^2_{rs}\,\bar{\omega} = -\,\partial\bar{\psi}/\partial\bar{\alpha}\; D^2_{rs}\,\bar{\alpha} \; - \begin{bmatrix} D^t_r\,\bar{\alpha} & D^t_r\,\bar{\omega} \end{bmatrix} \underset{\sim}{H}(\bar{\psi}) \begin{Bmatrix} D_s\,\bar{\alpha} \\ \\ D_s\,\bar{\omega} \end{Bmatrix} \qquad (4.42)$$

donde el vector de incógnitas es precisamente la derivada segunda direccional buscada de las variables de estado, la matriz de coeficientes es el gradiente de la ecuación de estado (4.14) respecto a las variables de estado, que habrá sido previamente empleada en la obtención de las derivadas de primer orden de las variables de estado (4.31), y el vector de términos independientes es el producto de diversas derivadas direccionales, gradientes y hessianos.

La solución del sistema de ecuaciones anterior, por tanto, puede realizarse sin requerir un gran volumen de cálculo adicional si previamente se ha resuelto el sistema (4.31) mediante un algoritmo eficiente (factorización de Crout o Cholesky, etc.) que permita la resolución posterior de otros sistemas de ecuaciones con idéntica matriz de coeficientes. Por tanto, si ha de realizarse un análisis de sensibilidad en segundo orden no es conveniente en general aplicar un algoritmo de tipo iterativo en la solución del sistema (4.31), máxime si en el análisis de primer orden se calcula el gradiente completo.

Derivando de nuevo las ecuaciones (4.27) respecto a la dirección "$\bar{r}$" se obtiene la segunda derivada direccional de las variables de entrada del modelo de cálculo en la forma:

$$D^2_{rs}\,\bar{\alpha} = \left[\partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\varphi} \quad \partial\bar{\alpha}/\partial\bar{\beta}\right] \begin{Bmatrix} D^2_{rs}\,\bar{\varphi} \\ \\ D^2_{rs}\,\bar{\beta} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \quad \begin{bmatrix} D^t_r\,\bar{\varphi} & D^t_r\,\bar{\beta} \end{bmatrix} \quad \underset{\sim}{H}(\bar{\alpha}) \begin{Bmatrix} D_s\,\bar{\varphi} \\ \\ D_s\,\bar{\beta} \end{Bmatrix} \qquad (4.43)$$

con:

$$\underset{\sim}{H}(\bar{\alpha}) = \begin{bmatrix} \partial^2\bar{\alpha}/\partial\bar{\varphi}^2 & \partial^2\bar{\alpha}/\partial\bar{\varphi}\,\partial\bar{\beta} \\ \\ \partial^2\bar{\alpha}/\partial\bar{\beta}\,\partial\bar{\varphi} & \partial^2\bar{\alpha}/\partial\bar{\beta}^2 \end{bmatrix}$$

donde intervienen las derivadas direccionales de las propiedades fundamentales y ambientales, los gradientes de las variables de entrada respecto a propiedades fundamentales y ambientales y sus hessianos. El cálculo de estos últimos será en general algo más complicado que el de los que hemos considerado hasta el momento presente. Sin embargo, su planteamiento puede efectuarse normalmente con relativa sencillez, e incluirse en la interface de cálculo.

En general caben aqui las mismas consideraciones que se realizaron en el desarrollo del análisis de sensibilidad de primer orden.

El desarrollo de un análisis de sensibilidad de orden superior no incrementa la dificultad conceptual, pero si la dificultad operativa, ya que los tiempos de cálculo y los costes de almacenamiento de variables crecen fuertemente con el orden de derivación.

IV.3.5 Recapitulación

La estructuración del proceso de diseño óptimo presentada puede considerarse de validez general. Sin embargo, para cada problema particular será necesario tener en cuenta sus diversos factores característicos.

Así, para cada familia de problemas será necesario elaborar el módulo de cálculo correspondiente. La resolución de la ecuación de estado, así como su derivación, es con frecuencia el aspecto que implica una mayor dificultad.

Para cada problema, será necesario elaborar el módulo de definición adecuado, y el módulo de parametrización para cada tipología a tratar, así como las interfaces de definición y cálculo.

Igualmente, habrá que seleccionar entre la gran variedad de técnicas que existen para resolver el problema general de programación matemática (Cap. III), aquella o aquellas cuyas características sean más adecuadas para un problema en particular.

Sin embargo, el planteamiento modular del esquema debe permitir la realización de sistemas de diseño óptimo aplicables con cierta generalidad, o cuando menos a cada familia de problemas, requiriendo en cada caso una modificación mínima.

En la Figura 4.6 se esquematiza el flujo de información entre los diferentes módulos del sistema para la obtención de los valores de la función objetivo y los de las funciones que definen las restricciones para un diseño dado.

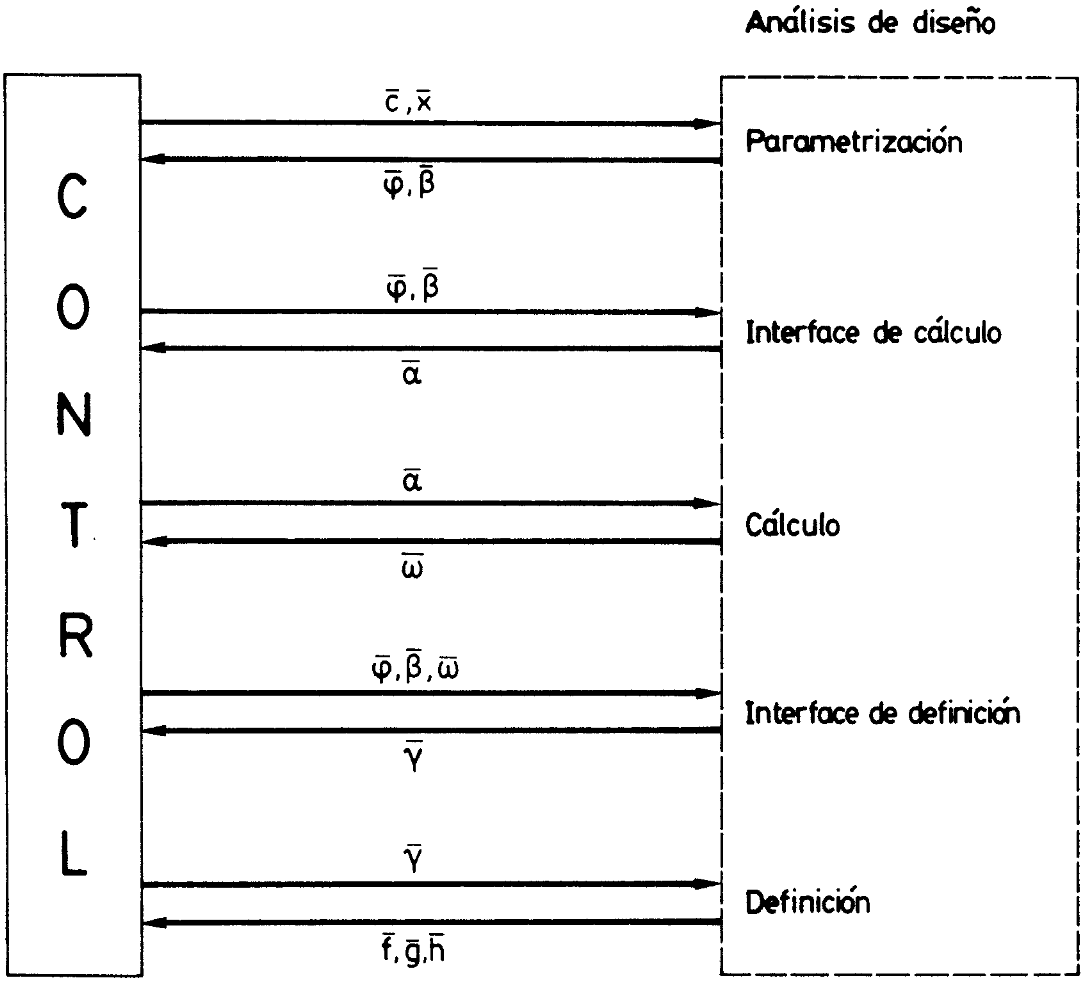

Figura 4.6.- Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la obtención de los valores de la función objetivo y de las funciones que definen las restricciones.

En la Figura 4.7 se esquematiza el flujo de información en la realización del análisis de sensibilidad de primer orden para una dirección de modificación del diseño.

En la Figura 4.8 se esquematiza el flujo de información en la realización del análisis de sensibilidad de segundo orden para dos direcciones de modificación del diseño.

El módulo de control proporcionará al módulo de decisión la información requerida por éste, consistente en general en los valores de la función objetivo y los de las funciones que definen las restricciones, así como sus derivadas hasta un cierto orden en diversas direcciones.

La realización del análisis de sensibilidad puede efectuarse dentro del esquema propuesto de forma igualmente modular, asumiendo cada uno de los módulos sus operaciones de derivación correspondientes.

El planteamiento en derivadas direccionales abre la posibilidad de que el módulo de decisión solicite al módulo de control el valor de las derivadas en diversas direcciones, a lo largo del proceso de decisión. La transferencia de información entre módulo de control y módulo de decisión dependerá fuertemente del algoritmo de programación matemática empleado.

En la Figura 4.9 se esquematiza este flujo de información y la posible interacción con el diseñador.

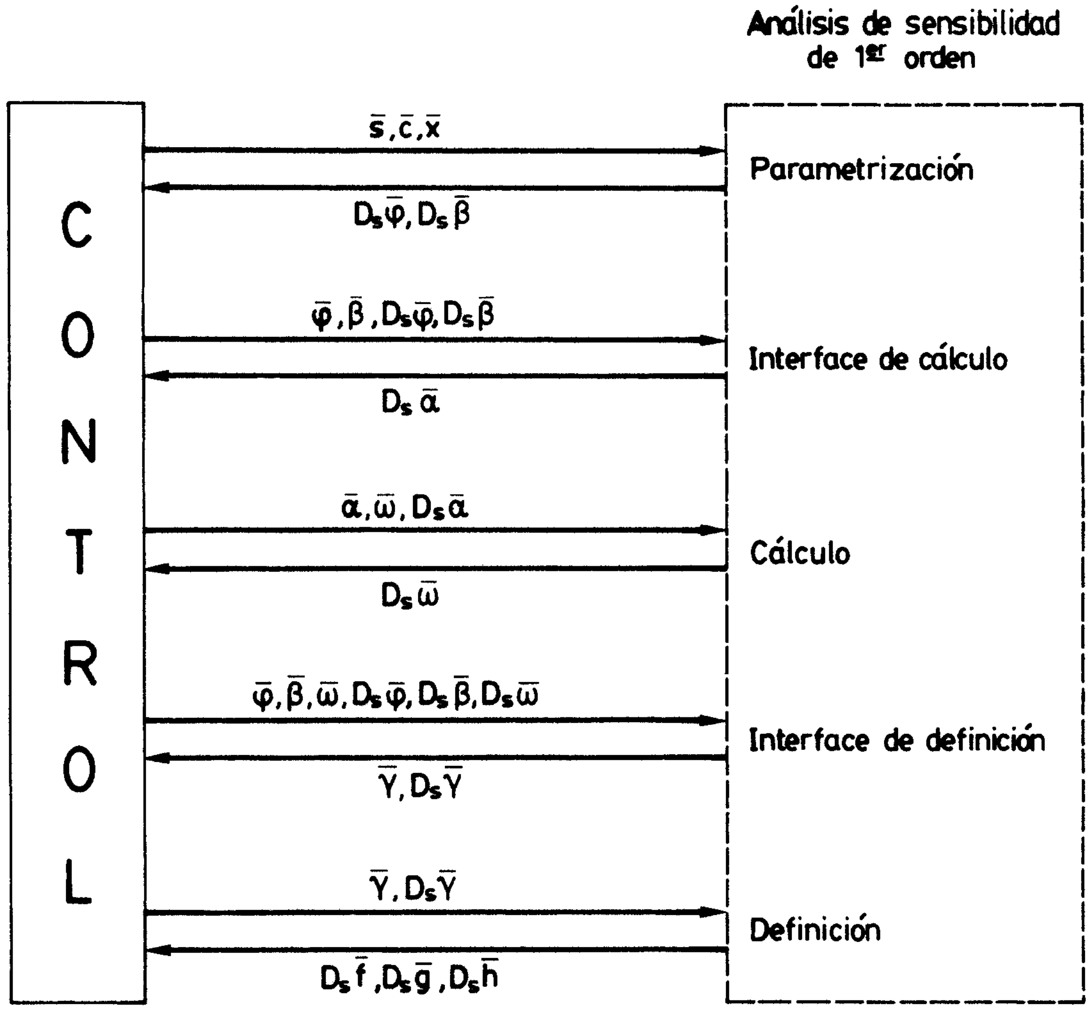

Figura 4.7.- Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la realización del análisis de sensibilidad de primer orden para una dirección "$\bar{s}$" de modificación del diseño. (presuponiendo que se ha realizado previamente el cálculo)

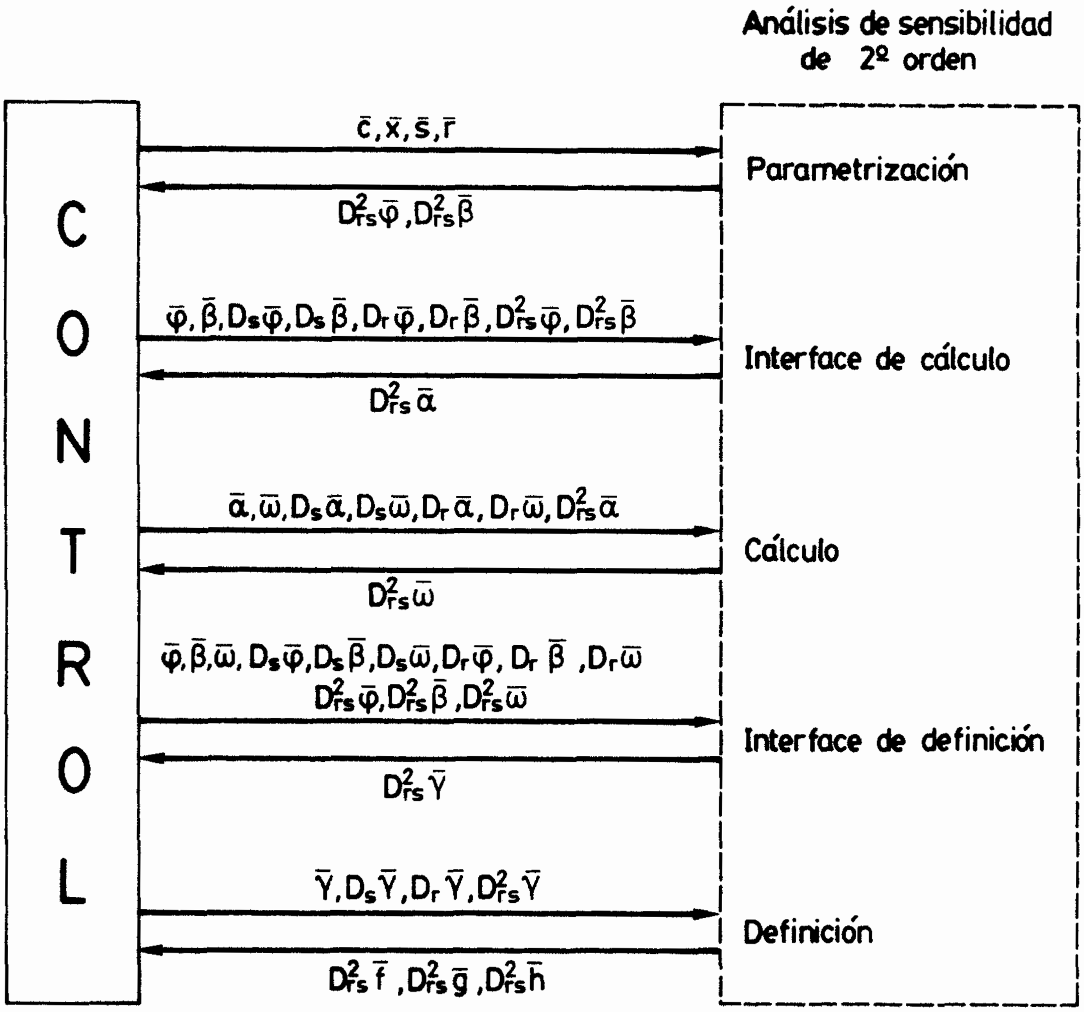

Figura 4.8.- Flujo de información entre los módulos de un sistema de diseño óptimo durante la realización del análisis de sensibilidad de segundo orden para dos direcciones "$\bar{s}$", y "$\bar{r}$" de modificación del diseño. (presuponiendo que se han realizado previamente el cálculo y los análisis de sensibilidad de primer orden para ambas direcciones)

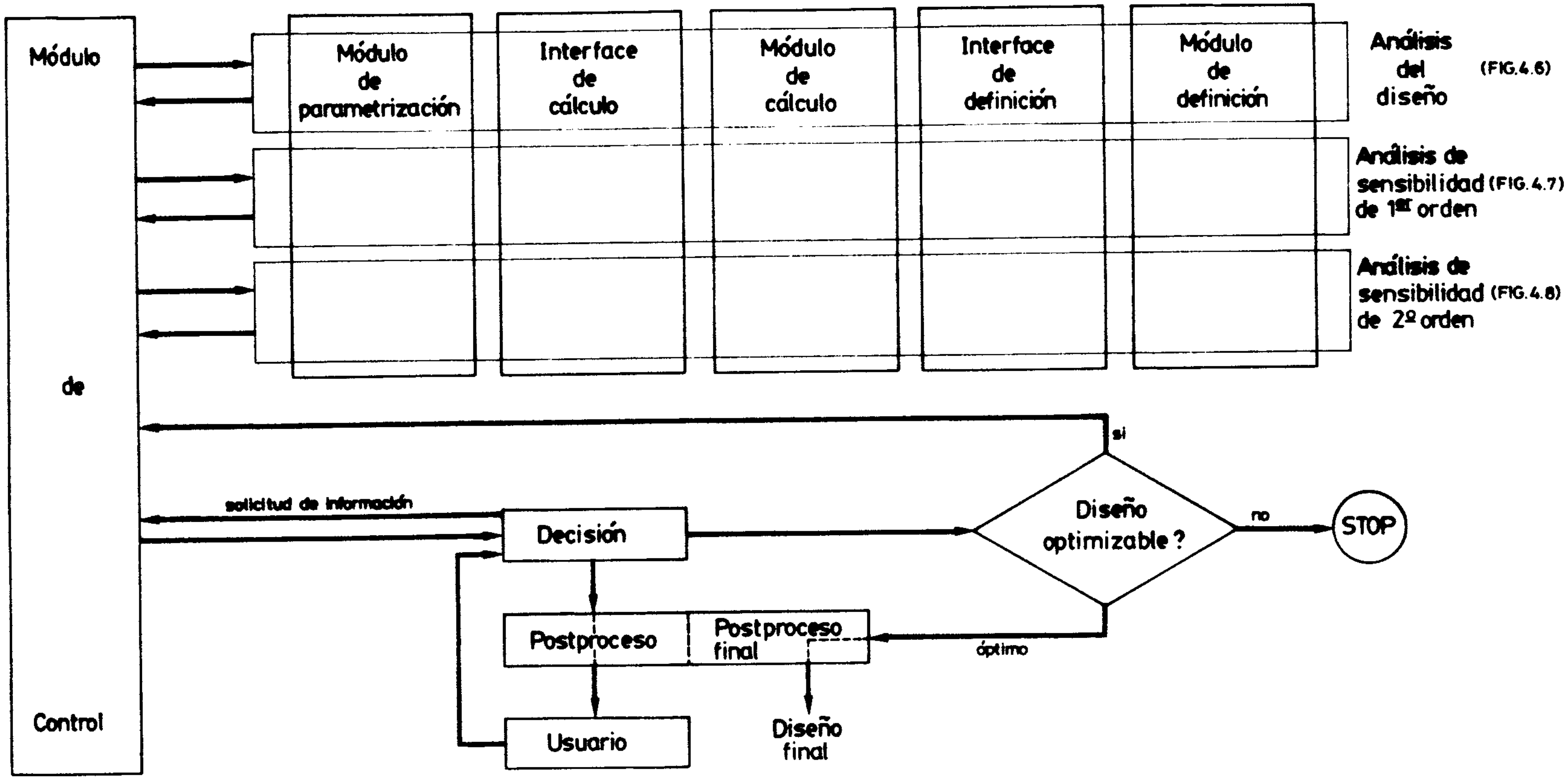

Figura 4.9.- Esquema del flujo de información y de la interacción con el diseñador, en un sistema modular general de diseño óptimo con capacidad para realizar análisis de sensibilidad hasta segundo orden.

IV.4 CONCLUSIONES PRIMERAS

De lo hasta ahora expuesto podemos obtener una serie de conclusiones de gran importancia que indican con claridad la motivación primaria de desarrollos más complejos y detallados como los que a continuación se exponen. Esencialmente, podemos afirmar que:

- El módulo de decisión constituye el núcleo del sistema de diseño asistido óptimo. La optimización será tanto más eficiente cuanto mejores sean las decisiones adoptadas por él. Para ello debe disponer de información adecuada. La calidad y cantidad de tal información determinará en gran parte la eficacia del proceso. Esta información la suministra el módulo de control y es generada por los módulos de parametrización, cálculo y definición.

- El módulo de parametrización reviste una importancia excepcional, dado que en función de la exactitud con que el modelo de optimización pueda aproximar el objeto real, los resultados obtenidos serán tanto más parecidos a los esperados. Sin embargo tal exactitud habrá de conseguirse sin incrementar excesivamente el número de variables de diseño, puesto que ello generaría unos volúmenes de cálculo y almacenamiento excesivos y podría introducir perturbaciones sutiles en la toma de decisiones. Es evidente que la determinación de las variables de diseño más idóneas es un problema de gran complejidad y de suma importancia.

- El módulo de cálculo es la piedra angular del sistema, puesto que en la mayor parte de los casos su utilización en un esquema de optimización entrañará la mayor dificultad. Su construcción implica la formulación de un modelo matemático capaz de analizar el fenómeno fisico, y concretarlo en un modelo numérico. Proporciona al resto del sistema la mayor cantidad de información, y también la más costosa de obtener. Es imprescindible disponer de módulos de cálculo adecuados para poder abordar problemas de diseño generales. Requerir del módulo de cálculo más información, supondrá en general multiplicar los costes del proceso por un factor muy elevado. En muchas ocasiones se empleará como módulo de cálculo un programa ya existente que en principio no se construyó para formar parte de un sistema de diseño óptimo. Su reconversión es un tema complejo que se analizará con más detalle en apartados posteriores.

El enfoque presentado hasta el momento es completamente general. La definición de los planteamientos descritos en un determinado sistema de diseño depende notablemente del tipo de problema a resolver, y por tanto de la naturaleza del módulo de cálculo de que se disponga. En una gran parte de los problemas de ingenieria se han de resolver sistemas lineales o no lineales de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Las técnicas más difundidas en la actualidad para abordar con éxito este tipo de problemas son los denominados métodos integrales, y en particular el Método de Elementos Finitos. Estos métodos implican la formulación de modelos de cálculo que discretizan el continuo y cuyas variables de entrada, por su naturaleza, son particularmente aptas para ser definidas a partir de un modelo de diseño y parametrización (mediante generadores automáticos de malla, etc.).

En lo sucesivo nos referiremos al diseño óptimo de aquellos "objetos" -en la acepción más general de la palabra- en cuyo cálculo se apliquen técnicas integrales de solución de sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, y en particular, al diseño estructural óptimo mediante métodos de elementos finitos. Desde esta perspectiva se analizará posteriormente cada uno de los módulos citados.

Entre las caracteristicas principales de este tipo de problemas podemos extraer las siguientes

- La función objetivo (4.2) es en general una función sencilla de las variables de diseño, y su comportamiento es suave. En muchas ocasiones se adopta como tal el costo de la estructura medido en términos de su peso y otros valores de fácil evaluación, adecuadamente ponderados. Normalmente es sencillo el cálculo de sus derivadas.

- Las restricciones (4.3) y (4.4) se formulan en función de variables cuyo cálculo es normalmente muy complejo, tales como tensiones, deformaciones, esfuerzos, etc. La obtención de sus derivadas suele revestir una gran dificultad, especialmente en el caso de que las variables de diseño afecten a la forma de la estructura. Al contrario que la función objetivo, suelen ser funciones altamente no lineales de las variables de diseño.

- El módulo de cálculo representa habitualmente el factor preponderante frente a todos los demás en términos de tiempo de cálculo y necesidades de almacenamiento.

- El módulo de cálculo se basará en gran parte de los casos en técnicas de cálculo matricial de estructuras, o técnicas de elementos finitos. Frecuentemente, por tanto, involucrará (en el caso de comportamiento lineal) la solución de uno o varios sistemas de ecuaciones lineales cuyos coeficientes se obtienen mediante integración. La realización del análisis de sensibilidad implica la derivación de tales coeficientes, y por tanto la derivación de funciones obtenidas mediante integración en el recinto de los elementos. Si las variables de diseño afectan a la forma de los elementos, las operaciones de derivación crecen considerablemente en complejidad.