

## 2 ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se resume aquella documentación técnica (artículos técnicos, tesis doctorales, documentación técnica comercial, etc) a la cual se ha tenido acceso y que está relacionada con varios aspectos de las bombas gerotor, desde la geometría de los perfiles hasta la evaluación experimental de sus prestaciones. Un detallado estudio de esta documentación ha permitido redactar el estado actual del problema presentado en el Capítulo 1.

Para una mejor exposición, este capítulo se ha desglosado de la siguiente manera:

- Principios básicos
- Geometría de las ruedas dentadas del engranaje y su perfil trocoidal
- Desplazamiento volumétrico positivo instantáneo
- Tensiones de contacto
- Modelización y simulación del comportamiento dinámico
- Técnicas experimentales para evaluar prestaciones en régimen permanente y transitorio

En la Figura 2.1 se muestra una relación de los investigadores más relevantes que han aportado sus conocimientos a algunos de los temas tratados en la tesis.

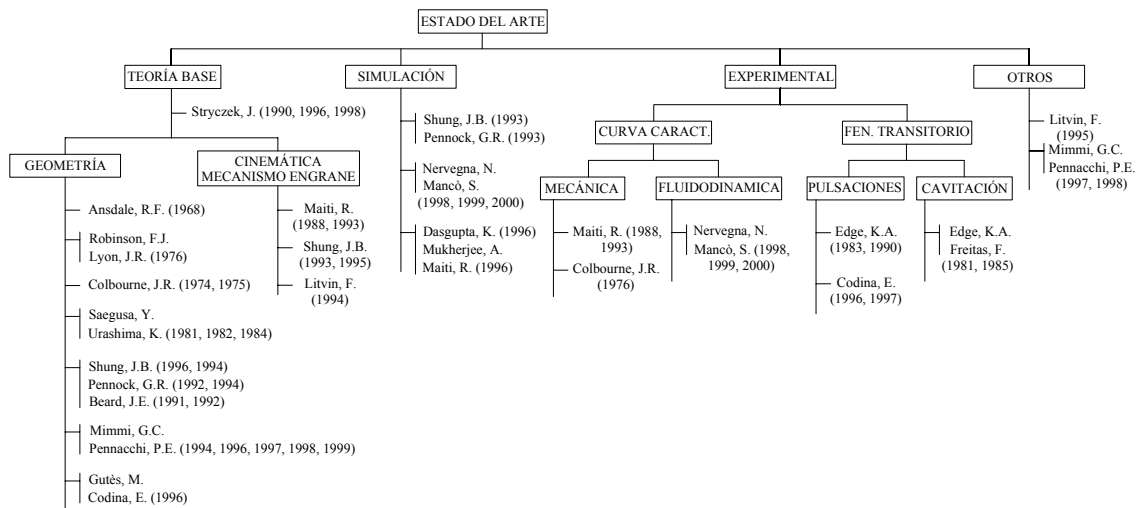


Figura 2.1. Esquema de los investigadores más importantes tratados en la tesis

## 2.1 GEOMETRÍA DE LAS RUEDAS DENTADAS DEL ENGRANAJE Y SU PERFIL TROCICAL

### 2.1.1 Breve Reseña Histórica

Un engranaje cicloidal se define como aquel en que una rueda dentada, o más de una, y el eje asociado a ésta, gira en conjunto alrededor de una rueda dentada central. Los primeros engranajes cicloidales fueron usados en mecanismos de relojería, pero tenían bajo par de salida. Otros que transmitían alto par y una potencia significativa fueron utilizados en las máquinas de vapor patentadas por James Watt en 1784.

Es desde entonces que numerosas versiones e inventos fueron desarrollándose a lo largo de los años. Los usos derivados de estas ruedas rotativas no han sido muy comunes hasta hace unos años, en el que se ha reconocido las circunstancias donde este tipo de perfiles tenían ventajas sobre los simple trenes de engranajes. En 1787, Galloway inventa la primera bomba con dos superficies en contacto continuo, con una de ellas como alojamiento. Una de las primeras máquinas con superficies del tipo cicloidal fue desarrollada por Cooley para ser un motor de vapor rotatorio (Shung, 1994). En la década de los 60, Wankel desarrolla un motor de combustión interna que llevará su nombre, donde el rotor es una envolvente interior y la cámara una curva pericicloide (o peritrocoide).

En común con muchos dispositivos mecánicos, el gerotor tiene una larga historia que se remonta 100 años atrás o más. Myron F. Hill, al que se podría denominar padre del gerotor, en su libro 'Kinematics of Gerotors' hace mención y lista los esfuerzos y logros de Galloway en 1787, de Messrs. Nash y Tilden en 1879 y de Cooley en 1900, de Lilly de la Universidad de Dublín en 1915 y de Feuerheerd en 1918. Todos estos investigadores trabajaron para desarrollar un mecanismo de engranajes internos con una diferencia de un diente entre ellos que proporcionasen desplazamiento volumétrico de fluido.

Hill comenzó su primera investigación en 1906, y entonces, a partir 1921 dedicó toda su investigación en desarrollar el gerotor desarrollando una teoría geométrica muy elaborada acerca este tipo de rotores, al cual denominó GEROTOR (siglas en inglés de las palabras 'GEnerated ROTOR'). En la primera bomba gerotor inventada por Hill, el perfil del rotor era una curva pericicloide generada por un arco circular en vez de un punto. Sin embargo, no es hasta que se comenzaron a cerrar ecuaciones sobre los perfiles cicloidales que ha empezado a ser importante el análisis y el diseño de la máquinas rotativas planetarias. Ansdale y Lockley demuestran el valor de las ecuaciones cerradas en el diseño de un motor Wankel, aunque solo son utiliza dos geometrías de perfil.

En la actualidad, los engranajes tipo gerotor son ampliamente usados en toda la industria, y han derivado en una gran variedad de formas y tamaños.

### 2.1.2 Curvas Trocoides y Envolventes

Colbourne (Colbourne, 1974) es uno de los primeros investigadores en describir, definir y clasificar las curvas trocoidales y sus envolventes para señalar sus ventajas e inconvenientes para ser aplicadas en motores de combustión, compresores o bombas oleohidráulicas.

Una *trocoide* se define como la curva que forma el camino que describe un punto generador fijo a un disco circular, el cual gira sin deslizar sobre un círculo fijo. Si el disco gira sobre el exterior del círculo, la curva se denomina *epitrocoide*. Si por el contrario, el disco gira sobre el interior del círculo, la curva se denomina *hipotrocoide*. Si el punto generador está fijo sobre la circunferencia del disco circular, la curva se denomina *epicicloide* o *hipocicloide*. Sin embargo, Colbourne excluye estas curvas de su estudio debido a que generan perfiles excesivamente

puntiagudos y no presentan interés desde el punto de vista de aplicabilidad en máquinas.

Una *peritrocoide* (Shung y Pennock,1994) se genera cuando el disco móvil encierra al círculo fijo, siendo el interior de la circunferencia del disco móvil el que gira sin deslizar sobre el exterior de la circunferencia del círculo fijo. Sin embargo, no se puede considerar una trocoide nueva ya que cada peritrocoide puede ser generada con una epitrocoide y viceversa.

Punto Generador	Disco móvil rodando sobre una línea recta	Disco móvil rodando sobre el exterior del círculo fijo		Disco móvil rodando sobre el interior del círculo fijo	
		Pericicloide	Epicicloide	Hipocicloide Tipo 1	Hipocicloide Tipo 2
Sobre circunferencia disco móvil	Cicloide Ordinaria o Común				
Exterior circunferencia disco móvil	Cicloide Acortada	Peritrocoide Alargada	Epitrocoide Acortada	Hipotrocoide Alargada Tipo 1	Hipotrocoide Acortada Tipo 2
Interior circunferencia disco móvil	Cicloide Alargada	Peritrocoide Acortada	Epitrocoide Alargada	Hipotrocoide Acortada Tipo 1	Hipotrocoide Alargada Tipo 2

Tabla 2.1. Una peritrocoide por Shung y Pennock, 1994

Stryczek (Stryczek 1990) realiza una definición completa de la generación de las curvas trocoidales y que refleja en la Figura 2.2.

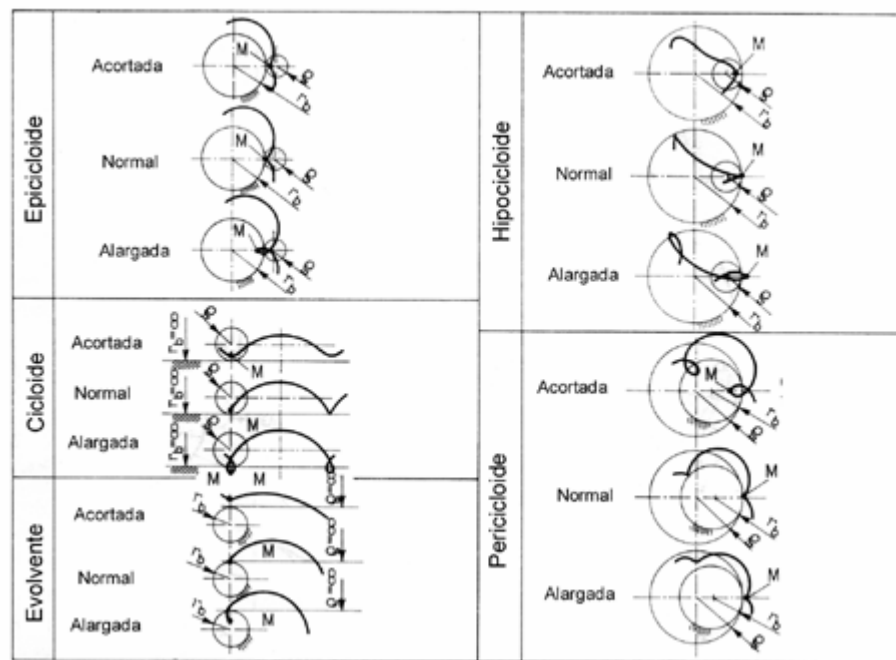


Figura 2.2. Clasificación de las curvas cicloides (Stryczek 1990)

En su primera lectura, esta clasificación puede crear confusión al lector al ser utilizada una terminología diferente a la utilizada por Colbourne o Shung y Pennock (Tabla 2.1). Se desea constatar que el único cambio importante es el del término trocoide por *cicloide*<sup>1</sup>. De hecho, una curva epicicloide (epitrocoide) acortada es la misma curva que una pericicloide (peritrocoide)

<sup>1</sup> Existe una gran ambigüedad en la nomenclatura que es frecuentemente fuente de discusión. En función del autor consultado, los términos cicloides y trocoides son usados para definir una misma geometría. Estrictamente hablando, el término trocoide incluye a las curvas acortada y alargada, mientras que la curva ordinaria o normal, pertenece al término cicloide. De todas formas, el mejor camino para que no se produzcan confusiones, es tener claro como se ha generado la curva.

alargada, y una epicicloide alargada es idéntica a una pericicloide acortada.

Una trocoide puede ser generada con dos parámetros independientes, como son la distancia entre los centros del disco y el círculo, y la distancia entre el centro del disco y el punto generador, denominada también *excentricidad de la trocoide*. La trocoide debe cumplir dos reglas para ser un perfil apropiado.

1. *Curva cerrada*. Para que la trocoide sea una curva cerrada después de una revolución completa del disco sobre el círculo, el radio del disco ha de ser un número múltiplo entero del radio del círculo, denominado  $k$  (Colbourne, 1974). Desde otro punto de vista: la velocidad de giro del disco que gira sin deslizar y que contiene el punto generador sobre el círculo fijo, ha de ser un múltiplo entero fijo de la velocidad de giro de la longitud que une los centros de disco y círculo. Así, si el número múltiplo entero es positivo, la curva generada corresponde a una epitrocoide, mientras que si el número múltiplo entero es negativo, la curva generada corresponde a un hipotrocoide. Este número múltiplo entero define el número de lóbulos de la trocoide.
2. *Sin intersección*. La trocoide no debe cruzarse sobre ella misma creando bucles. Ese fenómeno sucede cuando la excentricidad de la trocoide es superior al radio del círculo fijo, y por tanto, este caso es excluido del estudio.

Una *envolvente* se define como la curva que se genera cuando una curva trocoide completa gira excéntricamente con movimiento planetario respecto un círculo fijo. La curva envolvente debe cumplir las siguientes dos reglas:

1. *Curva cerrada*. Para que la envolvente sea una curva cerrada después de una revolución completa de la trocoide sobre el círculo, la velocidad de giro de la excentricidad de la envolvente ha de ser un número múltiplo entero de la velocidad de giro de la trocoide denominado  $m$  (Colbourne, 1974). Si el número múltiplo entero es positivo, la curva envolvente generada posee un lóbulo más que la trocoide. Por el contrario si el número múltiplo entero es negativo, la curva envolvente generada posee un lóbulo menos que la trocoide. Curvas envolventes para múltiplos del número múltiplo entero no muestran tener aplicaciones prácticas.
2. *Sin intersección*. La curva envolvente no debe cruzarse sobre ella misma creando bucles. Ese fenómeno sucede cuando la excentricidad de la envolvente es superior a la excentricidad de la trocoide, y por tanto, este caso es excluido del estudio.

Existen dos tipos de envolvente: la exterior y la interior. La *envolvente exterior* es generada por los extremos superiores de los lóbulos de la trocoide. La *envolvente interior* es generada por los extremos inferiores entre los lóbulos de la trocoide (Tabla 2.2). La geometría de la envolvente debe ser calculada por un método numérico debido a la imposibilidad de encontrar de forma explícita los valores de abcisas de la envolvente, donde su máximo define la envolvente exterior y su mínimo la envolvente interior (Colbourne, 1974).

Curva	signo $k$	Nº lóbulos Trocoide	Nº lóbulos Envolvente = $ m - 1 $	
			$m < 0$ Nº lóbulos Envolvente = Nº lóbulos Trocoide - 1	$m > 0$ Nº lóbulos Envolvente = Nº lóbulos Trocoide + 1
Epitrocoide	Positivo	$ k  - 1$	$ -k $	$ k - 2 $
Hipotrocoide	Negativo	$ k  + 1$	$ -k $	$ k - 2 $
			<b>Tipo 1</b>	<b>Tipo 2</b>

Tabla 2.2. Geometría de la envolvente

Según Colbourne (Colbourne, 1974) se pueden definir ocho familias de trocoide-envolvente en función de los tres parámetros fundamentales (Tabla 2.3):

- El signo del número múltiplo entero de la envolvente ( $m$ )
- La relación ( $d/e$ ) entre la excentricidad de la trocoide ( $d$ ) y la excentricidad de la envolvente ( $e$ )
- El tipo de envolvente

Familia	signo $m$	Relación entre excentricidades	Tipo Envolvente	Nomenclatura
1	Negativo (Tipo 1)	$e < d$ (Tipo a)	Interior (Tipo I)	Tipo 1(a)-I
2	Negativo (Tipo 1)	$e = d$ (Tipo b)	Interior (Tipo I)	Tipo 1(b)-I
3	Negativo (Tipo 1)	$e < d$ (Tipo a)	Exterior (Tipo O)	Tipo 1(a)-O
4	Negativo (Tipo 1)	$e = d$ (Tipo b)	Exterior (Tipo O)	Tipo 1(b)-O
5	Positivo (Tipo 2)	$e < d$ (Tipo a)	Interior (Tipo I)	Tipo 2(a)-I
6	Positivo (Tipo 2)	$e = d$ (Tipo b)	Interior (Tipo I)	Tipo 2(b)-I
7	Positivo (Tipo 2)	$e < d$ (Tipo a)	Exterior (Tipo O)	Tipo 2(a)-O
8	Positivo (Tipo 2)	$e = d$ (Tipo b)	Exterior (Tipo O)	Tipo 2(b)-O

Tabla 2.3. Familias de trocoide-envolvente

Los perfiles de las ocho familias son estudiados para la curva epitrocoide e hipotrocoide, E y H respectivamente en la Tabla 2.4.

Tipo	Estudiadas	Aplicación	Características
E1(b)-I	Wankel Froede Kühner	Motor Wankel	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Es necesario la utilización de <u>juntas de estanquidad</u> en la parte superior de los lóbulos</li> <li>• Los lados entre los lóbulos de la envolvente presentan un <u>contacto intermitente</u> con la trocoide</li> </ul>
E1(b)-O		Motor Cooley Motor Huf	
H1(b)-I		Bombas con juntas de estanquidad	
H1(b)-O		Bombas con juntas de estanquidad	
E1(a)-I	Colbourne	Estudio teórico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las cúspides puntiagudas de la parte superior de los lóbulos <u>desaparecen</u></li> <li>• El número de puntos de contacto es <u>igual</u> al número de lóbulos de la trocoide</li> </ul>
E1(a)-O	Colbourne	Estudio teórico	
H1(a)-I	Colbourne	Bombas	
H1(a)-O	Colbourne	Estudio teórico	
E2(b)-I	Colbourne	Estudio teórico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Características no remarcables</li> </ul>
H2(b)-O	Colbourne	Estudio teórico	
E2(a)-I	Colbourne	Bombas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprobación de la condición de contacto de los lóbulos para cualquier ángulo de giro</li> </ul>
H2(a)-O	Colbourne	Estudio teórico	

Tabla 2.4. Perfiles de las familias trocoidales

Colbourne define los perfiles tipo H1(a)-I y E2(a)-I como los mejores candidatos para ser utilizados como bombas, dando tres razones:

1. El perfil interior tiene un lóbulo menos que el perfil exterior.
2. La forma aparece ser más suave, y el perfil interior puede mover el perfil exterior sin grandes o altas fuerzas de contacto.
3. El volumen de las cámaras que se generan en el mecanismo de engrane puede ser determinado con una correcta selección de la relación entre la excentricidad de la envolvente y la trocoide.

Sin embargo, existen dos inconvenientes,

1. El máximo volumen de las cámaras implica que la magnitud de las fuerzas de contacto que se producen sea excesiva
2. Los valores óptimos de los ratios de excentricidad y de los radios para la obtención del perfil óptimo solo se pueden determinar experimentalmente.

### 2.1.3 Nueva Familia de Trocoides y Envolventes

Shung y Pennock (Shung y Pennock, 1994) presentan de forma unificada y compacta las ecuaciones que describen la geometría y las propiedades geométricas de las curvas trocoides. Su trabajo tiene dos objetivos básicos.

- a. Desarrollar las ecuaciones que definen la curva trocoide de forma explícita.
- b. Definir una clasificación completa y compacta de las familias de curvas trocoides y sus envolventes, así como sus características geométricas.

Shung y Pennock parten la teoría base de Colbourne (Colbourne, 1974) y añaden significativas aportaciones. En la Tabla 2.5 se realiza una comparación.

	Colbourne 1974	Shung y Pennock 1994
Definición y clasificación de trocoides	Epitrocoide y Hipotrocoide	Epitrocoide, Hipotrocoide y Peritrocoide ordinarias o normales, acortadas y alargadas
Teoría de la trocoide	Establece la teoría base	Aportan una nueva nomenclatura más definida sobre la teoría base
Teoría de la envolvente	Establece la teoría base	Aportan una nueva nomenclatura más definida sobre la teoría base
Ecuaciones de la trocoide	Describe la ecuación de la trocoide	Aportan la ecuación de la trocoide más definida con la nueva nomenclatura
Ecuación de la envolvente	Método <u>numérico</u> . Ecuaciones <u>implícitas</u> para calcular el valor máximo y mínimo de la abcisa de la envolvente con <u>dos parámetros</u> que deben cumplir una condición	Método <u>analítico</u> . Ecuaciones <u>explícitas</u> para calcular el valor máximo y mínimo de la abcisa de la envolvente con un <u>único parámetro</u> y cumpliendo dos condiciones independientes, necesarias y suficientes

Tabla 2.5. Comparación Colbourne y Shung y Pennock

Tras definir matemáticamente las curvas trocoidales, Shung y Pennock obtienen nueve tipos de envolventes conjugadas, una más que Colbourne (Tabla 2.3). Las características definidas son,

	General	Específica
Tipo (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se definen dos condiciones independientes, necesarias y suficientes para definir las envolventes</li> <li>Con cualquier perfil suave de trocoide se puede siempre obtener envolventes si la excentricidad de la envolvente es menor que la excentricidad de la trocoide</li> </ul>	Las envolventes tipo 1(b) no requiere cambio de signo en las ecuaciones explícitas
Tipo (2)		La reducción del coeficiente de compresión no afecta a las propiedades de estanquidad de perfil y esto es una ventaja respecto las envolventes tipo (1)
Tipo (a)	Envolventes con curvatura suave	
Tipo (b)	Envolventes con alto coeficiente de compresión	La reducción del coeficiente de compresión no afecta a las propiedades de estanquidad de perfil y esto es una ventaja respecto las envolventes tipo (1)

Tabla 2.6. Características envolventes conjugadas

Las relaciones que existen entre las envolventes generadas son presentadas en la Tabla 2.7 y las características generales son presentadas en la Tabla 2.8.

Tipo	Envolvente	De	A	Modificaciones
Tipo (1)	La peritrocoide tiene un lóbulo <u>más</u> que la trocoide	Tipo 1(b)-O	Tipo 1(a)-O	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mejora la curvatura</li> <li>Crece el área mínima</li> <li>Número de puntos de contacto se reduce en uno y dependen de la posición</li> <li>Estanquidad difícil al reducir la excentricidad</li> </ul>
	La hipotrocoide tiene un lóbulo <u>menos</u> que la trocoide	Tipo 1(b)-I	Tipo 1(a)-I	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mejora la curvatura</li> <li>Crece el área mínima</li> <li>Número de puntos de contacto se reduce en uno y dependen de la posición</li> <li>Estanquidad difícil al reducir la excentricidad</li> </ul>
		Peritrocoide Tipo 1(b)-I	Hipotrocoide Tipo 1(b)-O	Las posiciones relativas se intercambian de la trocoide y la envolvente
Tipo (2)	La peritrocoide tiene un lóbulo <u>menos</u> que la trocoide	Tipo 2(bii)-I	Tipo 1(b)-O	Reducción de la suavidad de la curvatura
		<b>Nueva, 9ª envolvente</b>	Tipo 1(a)-O	No modificación, son la misma curva
	La hipotrocoide tiene un lóbulo <u>más</u> que la trocoide	Tipo 2(bii)-O	Tipo 1(b)-I	No modificación, son la misma curva
		<b>Nueva, 9ª envolvente:</b>	Tipo 1(a)-I	No modificación, son la misma curva
	Tipo 2(bi)-O			

Tabla 2.7. Relación entre envolventes generadas

Sin embargo, el perfil trocoide, sin sufrir ninguna modificación, resulta no ser el perfil óptimo para funcionar como máquina de desplazamiento volumétrico. Algunos aspectos son,

- el lóbulo o diente en forma de cúspide produce un gran desgaste del mismo
- esta forma que adopta el lóbulo produce en su engrane un único punto de contacto del diente
- es necesario la fijación de juntas de estanquidad en la cumbre de los lóbulos para evitar la fuga interdental (p.e. motor Wankel)

Curva	Tipo	Características Generales
Peritrocoide	Tipo 1(b)-O	Reduciendo la excentricidad de la envolvente para mejorar la curvatura se reduce el coeficiente de compresión y se aumenta la <u>dificultad</u> para el sellado de las cámaras
	Tipo 2(bii)-I <b>Nueva, 9ª envolvente</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reduciendo la excentricidad de la envolvente para mejorar la curvatura se reduce el coeficiente de compresión pero <u>no</u> presenta <u>efecto</u> en el sellado de las cámaras</li> <li>• Perfil candidato para ser una bomba o compresor, resultando mejor que el Tipo 1(b)-O una más suave curvatura en los puntos de contacto</li> </ul>
	Tipo 2(bi)-O	Es una inversión cinemática del mecanismo de la pericicloide con la envolvente Tipo 1(a)-O
Hipotrocoide	Tipo 1(b)-I	Reduciendo la excentricidad de la envolvente para mejorar la curvatura se reduce el coeficiente de compresión y se aumenta la dificultad para el sellado de las cámaras
	Tipo 2(bii)-O <b>Nueva, 9ª envolvente</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reduciendo la excentricidad de la envolvente para mejorar la curvatura se reduce el coeficiente de compresión pero <u>no</u> presenta <u>efecto</u> en el sellado de las cámaras</li> <li>• Perfil candidato para ser una bomba o compresor, resultando mejor que el Tipo 1(b)-O una más suave curvatura en los puntos de contacto</li> </ul>
	Tipo 2(bi)-O	Es una inversión cinemática del mecanismo de la hipocicloide con la envolvente Tipo 1(a)-I

Tabla 2.8. Características generales envolventes generadas

#### 2.1.4 Curvas Trocoides Modificadas

Robinson y Lyon (Robinson, 1976) basan su trabajo en los trabajos de Baier, Ansdale y Wankel et al. al igual que Colbourne (Tabla 2.2) llegan a definir curvas trocoides modificadas. La trocoide es modificada con una distancia constante y definida mediante dos ecuaciones paramétricas y la envolvente, interior o exterior, es definida mediante cuatro ecuaciones paramétricas. Trocoides y envolventes modificadas quedan definidas con cuatro parámetros básicos. El estudio está basado en curvas epitrocoides y peritrocoides.

Sin embargo, los cuatro parámetros básicos deben ser elegidos para obtener los perfiles correctos para el diseño de máquinas ya definidos anteriormente: máquinas que emplean la curva epitrocoide como rueda dentada interior (piñón) y su envolvente exterior como rueda dentada exterior (corona), o máquinas que emplean la curva epitrocoide como rueda dentada exterior (corona) engranando con su envolvente interior (piñón). Además la magnitud y signo del parámetro de la distancia modificadora de la epitrocoide ( $c$ ) debe estar situado entre los límites de radio de curvatura de los lóbulos para obtener perfiles útiles para ser usados como máquinas.

Curva	Ecuaciones	Parámetros
Epitrocoide Modificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación coordenada <math>x</math></li> <li>• Ecuación coordenada <math>y</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Excentricidad (<math>e</math>)</li> <li>• Distancia entre disco móvil y punto de la curva y el punto generador (<math>R</math>)</li> <li>• Número de lóbulos (<math>Z</math>)</li> <li>• Distancia modificadora (<math>c</math>)</li> </ul>
Envolvente Modificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación coordenada <math>x</math></li> <li>• Ecuación coordenada <math>y</math></li> </ul> Dos condiciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación del mínimo radio de curvatura</li> <li>• Ecuación del radio crítico o máximo de curvatura</li> </ul>	

Tabla 2.9. Estudio trocoides por Robinson y Lyon

De esta forma, con una selección adecuada de los cuatro parámetros básicos obtienen desde el perfil de los motores de Wankel y de Cooler hasta el engranaje gerotor.

Las características que presentan lo perfiles modificados se numeran a continuación,



- los lóbulos no presentan cúspides puntiagudas, sino un perfil más continuo que suaviza el engrane reduciendo el desgaste
- debido a este perfil de lóbulo más suave, el engrane ya no se produce en un punto único del diente, sino que el punto de contacto se va desplazando sobre toda la superficie del diente a medida que engrana
- dejan de ser necesarias las juntas de estanqueidad, ya que el contacto entre ruedas dentadas es continuo, suave y constante

A modo de resumen, es posible ver lo expuesto en la Tabla 2.10,

Perfil Trocoide		Perfil Trocoide Modificado	
<i>Característica</i>	<i>Fenómeno</i>	<i>Característica</i>	<i>Fenómeno</i>
Lóbulos con cúspides puntiagudas	Alto desgaste	Lóbulos sin cúspides puntiagudas	Bajo desgaste
Lóbulos con perfil no suave	Único punto de contacto	Lóbulos con perfil suave	Superficie de contacto
Lóbulos con juntas de estanqueidad	Desgaste y fuga interdental	Lóbulos sin juntas de estanqueidad	Menor desgaste y fuga interdental

Tabla 2.10. Comparación propiedades de perfil trocoide y perfil trocoide modificado

### 2.1.5 Teoría Base del Diseño de Máquinas con Perfiles Trocoidales

Stryczek (Stryczek 1990, 1990 y 1996) elabora una teoría base muy completa, en la cual recoge el estado del arte de investigadores precedentes, y arroja un nuevo estudio de las propiedades de los perfiles trocoidales donde se cambia el concepto de usar trozos o parte de curvas epitrocoides e hipotrocoides para la formación de dientes envolventes, por un nuevo concepto de usar las curvas trocoides completas para la formación de un par de ruedas dentadas que presentan interesantes características para trabajar como bomba y motor oleohidráulico.

El diseño de perfiles cicloidales<sup>2</sup> es dirigido a su aplicación como par de ruedas dentadas con características específicas e idóneas para una bomba oleohidráulica. Así, partiendo de un perfil epicicloide o hipocicloide, se define las posibilidades de generación de la curva base y su envolvente con las características más óptimas. En la Tabla 2.11 se presenta la generación. La aplicación directa con curva normal no es posible debido a lo puntiagudo de su perfil, del mismo modo cicloides alargadas debido a la interferencia del perfil sobre sí mismo.

De forma más gráfica, se presenta la Figura 2.3 donde se exploran las cuatro fases principales de diseño

- **Fase I.** Se genera el perfil cicloidal base, teniendo en cuenta las dos condiciones de *curva cerrada* y *sin intersección* definidas anteriormente para la definición del perfil de los lóbulos o dientes.
- **Fase II.** Se define la posible curva base con tal de formar la rueda dentada base (rueda dentada interior base)
- **Fase III.** Se genera la curva envolvente para formar la rueda dentada complementaria (rueda dentada exterior base)
- **Fase IV.** Se genera una curva *equidistante* que consiste en una curva cicloidal construida a una distancia equidistante a la rueda dentada base. Esta técnica produce mejores perfiles de los lóbulos y sus dimensiones.

<sup>2</sup> En este apartado se respetará la nomenclatura definida por el autor para definir el procedimiento de generación de perfiles para bombas y motores (Figura 2.2)

Curvas Epicicloides e Hipocicloides					
Aplicación Curva Base	Posible Curva Base	Método Envolvente		Formación Curva Equidistante	Posible Curva Equidistante
		Externa	Interna		
<u>Directa</u> Uso directo de la curva base para la formación de los lóbulos	Acortada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perfil base o rueda dentada base con lóbulos <u>externos</u></li> <li>• Envolvente con lóbulos <u>internos</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perfil base o rueda dentada base con lóbulos <u>internos</u></li> <li>• Envolvente con lóbulos <u>externos</u></li> </ul>	Se genera una curva equidistante a <u>todos</u> los puntos de la curva base, la cual es generada por arcos cóncavos y convexos	Dos posibles: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Curva equidistante emplazada en el <u>interior</u> de la base epicicloide</li> <li>• Curva equidistante emplazada en el <u>exterior</u> de la base hipocicloide</li> </ul>
<u>Modificada</u> Uso de la curva base como referencia y la formación de los lóbulos generada por una curva paralela equidistante	Normal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perfil base o rueda dentada base con lóbulos <u>externos</u></li> <li>• Envolvente con lóbulos <u>internos</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perfil base o rueda dentada base con lóbulos <u>internos</u></li> <li>• Envolvente con lóbulos <u>externos</u></li> </ul>	Se generan arcos equidistantes a la curva base que son conectados por <u>semicírculos</u> centrados en las cúspides de los puntos de cambio de curvatura de la curva base	
	Acortada			Se genera una curva equidistante a <u>todos</u> los puntos de la curva base, la cual es generada por arcos cóncavos y convexos	
<b>Fase I</b>	<b>Fase II</b>	<b>Fase III</b>		<b>Fase IV</b>	

Tabla 2.11. Curvas epicicloides y hipocicloides

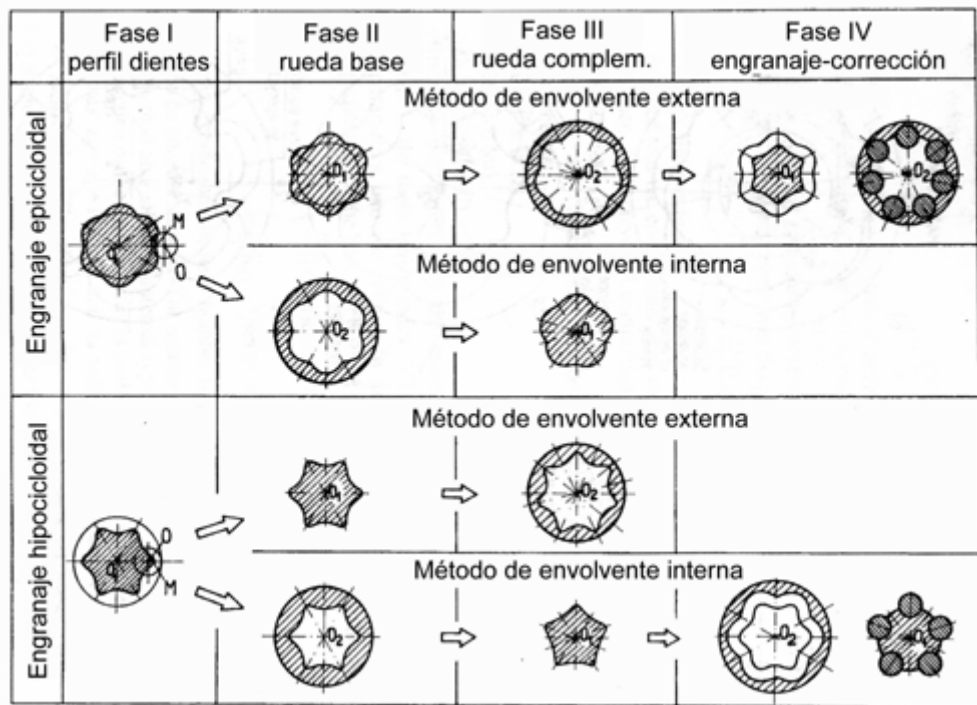


Figura 2.3. Principios generales del diseño de engranajes cicloides (Stryczek 1996)

Curvas Epicicloides e Hipocicloides		
Curva Cicloidal	Ecuaciones	Parámetros
Base (rueda dentada interior base)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación coordenada <math>x</math></li> <li>Ecuación coordenada <math>y</math></li> </ul> Condición: <ul style="list-style-type: none"> <li>Valores del coeficiente de contracción para la <u>continuidad</u> entre los arcos cóncavos y convexos en los puntos de inflexión de la curva</li> </ul> $\frac{1}{z \pm 1} \leq \lambda \leq 1$ (signo + epicicloide, signo - hipocicloide)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Número de lóbulos (<math>z</math>)</li> <li>Radio del disco móvil generador (<math>\rho</math>)</li> <li>Coefficiente de contracción de la epicicloide-hipocicloide (<math>\lambda</math>)</li> </ul>
Modificada (rueda dentada interior modificado)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación coordenada <math>x</math></li> <li>Ecuación coordenada <math>y</math></li> </ul> Dos condiciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>Equidistante <u>interior</u> a epicicloide (hipocicloide) normal <math>g \leq \rho</math></li> <li>Equidistante <u>exterior</u> o <u>interior</u> a una epicicloide (hipocicloide) acortada, <u>máxima</u> curva equidistante es igual al <u>mínimo</u> valor de la curvatura para los arcos cóncavo y convexo, que se cumple cuando</li> </ul> $g \leq R_{\min, \text{int}}(z, \rho, \lambda)$ $g \leq R_{\min, \text{ext}}(z, \rho, \lambda)$ $\frac{z \pm 1}{2z + 1} \leq \lambda \leq 1$ (signo - epicicloide, signo + hipocicloide)	<ul style="list-style-type: none"> <li>3 parámetros anteriores</li> <li>Distancia curva equidistante (<math>g</math>)</li> </ul>

Tabla 2.12. Parámetros básicos curvas epicicloides y hipocicloides

Los lóbulos pueden hacerse más regulares adoptando similar radio de curvatura para los lóbulos cóncavos y convexos de la equidistante. Además, la distancia equidistante del perfil exterior de la rueda dentada base permite generar los dientes de la rueda dentada exterior con arcos circulares. Esta forma permite tener propiedades de engrane excelentes.

En un primer estudio (Stryczek 1990-i) define las cuatro fases de la curva base para generar la rueda dentada interior base y modificada (curva equidistante). Las ecuaciones obtenidas no pueden ser expresadas explícitamente y deben ser resueltas numéricamente. Las dimensiones del engranaje final dependen de las características geométricas del engranaje base. Así, Stryczek define tres parámetros básicos que definen la curva cicloidal base de la rueda dentada interior base y un cuarto parámetro que define la curva cicloidal modificada de la rueda dentada interior. Esta definición es válida para curvas epicicloides e hipocicloides.

Al igual que Robinson y Lyon (Robinson, 1976), las ecuaciones y parámetros para epicicloides e hipocicloides se presentan en la Tabla 2.12. En la Tabla 2.13 se recogen las principales conclusiones sobre las prestaciones de la rueda dentada interior.

En un segundo estudio (Stryczek, 1990) define las cuatro fases para la generación de la rueda dentada exterior base y modificada (curva equidistante); es decir, la envolvente que completa el par de engranajes completo. Las ecuaciones obtenidas no pueden ser expresadas explícitamente y deben ser resueltas numéricamente.

La idea ya definida en la Tabla 2.11 es generar una familia de envolventes a la curva base por dos métodos: método de la envolvente externa y método de la envolvente interna.

<b>Generación de la Rueda Dentada Interior Modificado con una Curva Equidistante a la Curva Base</b>	
<b>Fenómeno</b>	<b>Característica</b>
Curva equidistante exterior (interior) a una epicloide (hipocicloide) normal o ordinaria	No es <u>adecuada</u> para la generación de engranajes debido a la interacción entre los lóbulos generados
Curva equidistante interior (exterior) a una epicloide (hipocicloide) normal o ordinaria	El tamaño de la rueda dentada interna modificado se <u>reduce</u> considerablemente
Curva equidistante interior y exterior a una epicloide (hipocicloide) acortada	Es siempre válida, pero <u>cumpliendo</u> las condiciones ofrecidas en la Tabla 2.12.
Altos valores del coeficiente de contracción de la epicloide-hipocicloide ( $\lambda$ )	Esto produce dientes más altos, con <u>mayor</u> curvatura de cara y flancos, y requiere <u>bajos</u> valores de la distancia curva equidistante ( $g$ )
Bajos valores del coeficiente de contracción de la epicloide-hipocicloide ( $\lambda$ )	Esto produce dientes más bajos, con <u>menor</u> curvatura de cara y flancos, y pueden ser usado <u>mayores</u> valores de la distancia curva equidistante ( $g$ )
Curva epicloide normal o ordinaria base presenta cúspides entre lóbulos	Este perfil no funciona y debe ser modificado con un curva equidistante
Valores recomendados de los parámetros fundamentales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de lóbulos (<math>z</math>) = 3 – 15 lóbulos o dientes</li> <li>• Radio del disco móvil generador (<math>\rho</math>) = 5 – 20 mm</li> <li>• Coeficiente de contracción de la epicloide-hipocicloide (<math>\lambda</math>) = dado por las condiciones de la Tabla 2.12, generalmente entre 0.6 – 1.0</li> <li>• Distancia curva equidistante (<math>g</math>) = dado por las condiciones de la Tabla 2.12</li> </ul>

Tabla 2.13. Prestación de la rueda dentada interior

De la familia de envolventes, sólo una cumple la condición de ser el “complementario” de la curva base.

- *Método Externo.* Se define el perfil externo (lóbulos) de la curva base (rueda dentada interna base) y, a partir de éste, se define el perfil interno del perfil complementario (rueda dentada exterior complementaria). Este método es el más utilizado debido al diseño y fabricación de las ruedas dentadas, y usualmente es usado para definir parejas de engranajes epicicloidales.
- *Método Interno.* Es prácticamente el inverso del anterior, donde se define como curva base la rueda dentada externa base definiendo su perfil interior (rueda dentada exterior base), y a partir de éste, se obtiene el perfil complementario (rueda dentada interior complementaria). Este método es menos utilizado y debe ser considerado como alternativa del anterior, siendo aplicado en parejas de engranajes hipocicloidales.

Las parejas de ruedas dentadas que se obtienen son las principales unidades utilizadas en la fabricación de máquinas oleohidráulicas (bombas y motores) y satisfacen los requisitos básicos de diseño y de producción, como son:

- *Requisito Geométrico.* El perfil de los dientes se define analíticamente y permite una fácil corrección geométrica.
- *Requisito Oleohidráulico.* Durante el engrane la evolución del volumen delimitados por los perfiles permite el desplazamiento volumétrico positivo de fluido.
- *Requisito Técnico.* Las ruedas dentadas se pueden fabricar mediante métodos de fabricación convencionales.

En ciertos casos, estos requisitos conllevan a ciertas modificaciones del perfil con relación a su perfil teórico. Así, la rueda dentada exterior que tienen los lóbulos formados por una curva equidistante a la curva base, se ve modificada sustituyéndolos por arcos circulares. Se ha constatado experimentalmente que este perfil modificado con arcos circulares es más adecuada atendiendo su funcionalidad.

### 2.1.6 Perfiles no Circulares

Mimmi y Pennachi (Mimmi y Pennachi, 1994) desarrollan su trabajo en comparar perfiles con lóbulos trocoidales con perfiles con lóbulos internos envolventes para trabajar como bombas de desplazamiento volumétrico positivo. Basan el estudio en los siguientes parámetros básicos: el número de lóbulos, altura de lóbulos y los límites de diseño, y en índices de caracterización relativos al fluido impulsado, al deslizamiento y la curvatura. La conclusión de su estudio determina la dificultad de definir que tipo de perfil forma un engranaje óptimo para trabajar como bomba basándose en los parámetros básicos o en los índices de caracterización. De hecho, concluyen que se debe escoger el perfil en función de la aplicación.

En trabajos posteriores (Mimmi y Pennachi, 1997) parten de una curva peritrocoide (pericicloide Stryczek) para comparar perfiles de la rueda dentada exterior del tipo elíptico, sinusoidal y policircular con el de arcos circulares. La comparación se basa en índices de caracterización, partiendo de parámetros básicos del perfil, con la finalidad de optimizar las propiedades de los perfiles para trabajar como bombas oleohidráulicas de desplazamiento volumétrico positivo.

Tras el desarrollo matemático de cada perfil, realizan las comparaciones y los principales resultados se exponen de forma resumida en la Tabla 2.14.

Parámetros Básicos	Índices de Caracterización	Propiedades del Perfil de la Rueda Dentada Exterior en comparación con el Perfil de la Rueda Dentada Exterior de Arcos Circulares		
		Elíptico	Policircular	Sinusoidal
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de lóbulos</li> <li>• Distancia entre centro del disco móvil y el círculo fijo</li> </ul>	<i>Caudal específico</i> (relativo a la capacidad de bombeo)	Cambio <u>no significativo</u> Depende de los valores de los parámetros básicos	Casi <u>idéntico</u>	No es posible <u>definir</u> parámetros básicos comparables con los otros perfiles
	<i>Irregularidad Caudal</i> (relativo a su régimen pulsatorio)	Cambio <u>no significativo</u> Depende de los valores de los parámetros básicos	Casi <u>idéntico</u>	
	<i>Deslizamiento específico</i> (relativo a la velocidad de deslizamiento entre los dos perfiles)	<u>Reducción</u> del máximo valor	<u>Mejora</u> respecto al circular y al elíptico	
	<i>Rotor curvatura</i> (relativa a la curvatura de los lóbulos de la rueda dentada interior)	<u>Mejora</u> la forma del perfil de los lóbulos	<u>Peor</u> que el elíptico y muy <u>similar</u> al circular	

Tabla 2.14. Propiedades de perfiles no circulares

En resumen, los índices de caracterización, caudal específico e irregularidad caudal, no experimentan cambios significativos que determinen la preferencia de usar el perfil elíptico o policircular en vez del de arcos circulares. Por el contrario, el deslizamiento específico y radio curvatura dependen de la forma de los lóbulos, donde el perfil elíptico mejora la curvatura de los lóbulos de la rueda dentada interior y el perfil policircular mejora el deslizamiento específico.

El desarrollo analítico de los lóbulos no circulares y su fabricación, hacen que sea un perfil más complicado, sin obtener beneficios significativos desde el punto de vista de capacidad volumétrica. Así, estos perfiles se alejan de los requisitos básicos de diseño y de producción definidos anteriormente, en comparación con el perfil de arcos circulares.

## **2.2 DESPLAZAMIENTO VOLUMÉTRICO POSITIVO INSTANTÁNEO DE UN ENGRANAJE GENERADO MEDIANTE PERFILES TROCOIDALES**

El *desplazamiento volumétrico positivo* de una bomba es consecuencia de su principio de funcionamiento. Durante el engrane, la evolución de sus volúmenes de las cámaras delimitadas por los perfiles de los lóbulos/dientes y el cuerpo/carcasa de la bomba permite el desplazamiento positivo de fluido desde la brida de aspiración a la brida de impulsión. El volumen de fluido desplazado durante una vuelta completa del engranaje accionado por el eje motor de la bomba se denomina *capacidad volumétrica* ( $c_v$ ).

El desplazamiento volumétrico positivo instantáneo está íntimamente relacionado con el caudal instantáneo. Se define como *caudal instantáneo* al volumen de fluido desplazado por unidad de tiempo. Debido al mecanismo de engrane, el caudal instantáneo es una función pulsante en el tiempo. En consecuencia, para determinar el caudal instantáneo teórico es imprescindible definir la geometría de los lóbulos/dientes de las ruedas dentadas y su cinemática de engrane.

El valor del caudal instantáneo puede ser determinado de diferentes formas. En el apartado siguiente se resumen los métodos referenciados en la bibliografía.

### **2.2.1 Resumen de los Métodos Analíticos de Cálculo del Caudal Instantáneo**

Varios son los investigadores que han propuesto distintos métodos para evaluar el caudal instantáneo. Sin embargo, se desea destacar el trabajo de Nervegna y colaboradores (Fabiani, 1999) que cita que el volumen de una cámara genérica en una posición genérica se puede obtener aplicando dos tipos de análisis: el integral-derivativo y el derivativo integral. Aunque ambos análisis alcanzan el mismo resultado, llevan a características de cálculo diferentes.

En el análisis integral-derivativo, se integran las ecuaciones que generan los perfiles de las ruedas dentadas interior y exterior en una posición genérica. La diferencia de las dos integrales determina el volumen de la cámara genérica en la posición genérica. Posteriormente, la variación del volumen se obtiene mediante la derivación numérica del volumen respecto el ángulo.

En el análisis derivativo-integral, primeramente se obtiene la variación del volumen de una cámara genérica siguiendo la evolución del volumen delimitado por los perfiles de ambas ruedas dentadas entre dos puntos de contacto consecutivos en una rotación completa del conjunto del engranaje. Posteriormente, el volumen se obtiene mediante la integración analítica o numérica de la variación del volumen respecto el ángulo.

Una variante de este método ha sido desarrollado por Stryczek (Stryczek, 1996). A este método se le a denominado método energético.

La Tabla 2.15 presenta un resumen de los métodos y análisis expuestos.

	MÉTODO GEOMÉTRICO	MÉTODO ANALÍTICO		
	Análisis GEOMÉTRICO <sup>3</sup>	INTEGRAL-DERIVATIVO	DERIVATIVO-INTEGRAL	
		Análisis INTEGRAL	Análisis DERIVATIVO	Análisis ENERGÉTICO
<b>Características Análisis</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Basado en el conocimiento de la geometría de los perfiles de las ruedas dentadas</li> <li>▪ Resolución del volumen mediante la diferencia del volumen máximo y el volumen mínimo impulsado resolución sobre su repetición en un ángulo igual a una vuelta completa dividida por el número de dientes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Basado en el conocimiento de todos los puntos de contacto para cada posición genérica de la cámara</li> <li>▪ Resolución del volumen siguiendo una vuelta completa del conjunto del engranaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Basado en los puntos de contacto próximos de cierre de una cámara</li> <li>▪ Resolución de la variación del volumen siguiendo una vuelta completa del conjunto del engranaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Basado en los puntos de contacto de cierre de volumen máximo y mínimo</li> <li>▪ Cálculo de la variación del volumen sobre su repetición en un ángulo igual a una vuelta completa dividida por el número de dientes</li> </ul>
<b>Ventajas Análisis</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tiempo de cálculo muy rápido</li> <li>▪ Exactitud aceptable</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exactitud en función del tiempo de cálculo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tiempo de cálculo rápido</li> <li>▪ Muy preciso</li> <li>▪ No necesidad de conocer geometría de los perfiles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tiempo de cálculo rápido</li> <li>▪ Muy preciso</li> <li>▪ No necesidad de conocer geometría de los perfiles</li> </ul>
<b>Desventajas Análisis</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resultados imprecisos</li> <li>▪ Necesidad de conocer geometría de los perfiles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tiempo de cálculo muy lento</li> <li>▪ Necesidad de conocer geometría de los perfiles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Integración analítica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Integración analítica</li> </ul>

Tabla 2.15. Resumen de métodos para el cálculo del desplazamiento volumétrico

### 2.3 FUERZAS Y MÁXIMAS TENSIONES DE CONTACTO DE UN ENGRANAJE GENERADO MEDIANTE PERFILES TROCIDALES

Las fuerzas y tensiones de contacto representan una parte importante en el estudio del diseño de máquinas constituidas por ruedas dentadas de perfiles trocoidales. En el caso de máquinas de desplazamiento volumétrico positivo, la rueda dentada interior (piñón) transmite el momento motor a la rueda dentada exterior (corona) a través de los puntos de contacto que se forman entre dientes. Por tanto, en cada punto de contacto se produce una tensión que corresponde a la fuerza de contacto. Las tensiones de contacto provocan el desgaste de las superficies de los dientes, con la consecuente pérdida de eficiencia.

#### 2.3.1 Método de Cálculo de las Tensiones de Contacto Normales

Colbourne (Colbourne, 1976), haciendo referencia a previos estudios, observa que uno de los inconvenientes en el diseño de máquinas de desplazamiento volumétrico positivo de perfiles trocoidales es que no existen elementos que puedan ser ajustados para compensar el desgaste de las superficies de los dientes.

<sup>3</sup> Sólo permite evaluar capacidad volumétrica

Una bomba ideal, desde el punto de vista de las tensiones de contacto, es aquella en que las curvaturas de los dientes de ambas ruedas dentadas son pequeñas y el momento necesario para rotar la rueda dentada exterior (corona) es más pequeño que el comparado con el requerido por la rueda dentada interior (piñón).

Para poder valorar el desgaste a que va a ser sometido el conjunto del engranaje, es necesario conocer las tensiones que se van a producir en la superficie de los dientes en la acción de bombeo. Colbourne propone un método de cálculo para evaluar las fuerzas de contacto normales sobre la superficie de los dientes y a partir de aquí, la presión normal debida a la tensión de contacto.

El método de cálculo propuesto por Colbourne muestra la influencia de dos factores sobre las tensiones de contacto,

- *Influencia de las dimensiones del arco de círculo del diente de la rueda exterior dentada sobre la tensión de contacto.* La presencia de radios altos de los arcos circulares que dan forma a los dientes de la rueda dentada exterior producen en el perfil conjugado, rueda interior dentada, altas curvaturas en sus dientes. El efecto de la alta curvatura es reducir el momento requerido para rotar la rueda exterior dentada, y como consecuencia, aumentar la tensión correspondiente para una fuerza de contacto dada en cada diente.
- *Influencia del número de dientes sobre la tensión de contacto.* El efecto de aumento de dientes es difícil de predecir. De hecho, la tensión máxima de contacto varía muy poco en función del número de dientes, apareciendo una pequeña disminución de la tensión con el aumento del número de dientes. Sin embargo, esta cualidad probablemente se deba al mayor reparto de las tensiones de contacto al aumentar el número de dientes. Aunque puede existir otro fenómeno menos deseable, como que el error en la geometría de cualquier diente produzca una distribución de tensiones más concentradas en unos dientes que en otros.

Pero no todo el esfuerzo se ha de concentrar en la reducción de las tensiones de contacto. Las características óptimas desde el punto de vista de tensiones de contacto y desde el punto de vista del caudal instantáneo, son indirectamente proporcionales. Mientras la variación de algún parámetro geométrico beneficia las prestaciones mecánicas, este mismo perjudica las prestaciones fluidicas. Y viceversa. Se debe buscar una solución compromiso en función de la aplicación y de las prestaciones que se pretenda de las máquinas de desplazamiento volumétrico positivo con perfiles trocoidales. Esta solución de compromiso pasa por encontrar los valores de optimización desde el punto de vista mecánico y fluidoico.

#### **2.4 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN ENGRANAJE GENERADO MEDIANTE PERFILES TROCOIDALES**

En los últimos años, y en concreto durante el periodo de la realización de la presente tesis, se ha detectado un aumento del interés por el comportamiento dinámico de máquinas de desplazamiento volumétrico positivo para llegar a diseñar y construir máquinas más respetuosas con el medio ambiente. La contaminación acústica ha sido pues el detonante de una serie de estudios en profundidad que intentan modelizar y evaluar las pulsaciones de caudal generadas por estas unidades.

Es conocido que las pulsaciones de caudal intrínsecas al propio funcionamiento de una bomba de desplazamiento volumétrico positivo contribuyen directamente al ruido global emitido por la instalación y, a largo plazo, a la reducción de la vida de los componentes que los constituyen (fatiga).



Con el objetivo de predecir con precisión el ruido generado por un sistema hidráulico en la etapa de diseño y en cualquier otro caso, reducirlo para conseguir una unidad más silenciosa, se hace necesario entender y cuantificar su origen. Como ha sido demostrado por varios investigadores (Davidson, 1977; Viersma, 1980; Edge, 1980; Weddfelt, 1991) el origen de estas perturbaciones hay que buscarlo en el proceso de generación de las pulsaciones de caudal en el interior de la bomba.

La generación de las pulsaciones de caudal en una bomba de engranajes son una consecuencia inmediata del desplazamiento volumétrico de fluido como consecuencia del mecanismo de engrane.

El caudal teórico impulsado por una bomba sigue una ley parabólica. La forma de la pulsación de caudal se ve alterado en función las fugas de fluido derivadas de la geometría de los engranajes e interna de la bomba y su interacción.

A continuación se presentan los trabajos teóricos y experimentales.

Dasgupta et al. (Dasgupta, 1996) llevan a cabo un estudio muy interesante de modelado de un motor oleohidráulico con perfiles trocoidales mediante BondGraph. El modelo BondGraph tiene en cuenta la geometría tan compleja que presentan las relaciones de compresión y expansión de las diferentes cámaras interdentes en función del giro del eje motor. La simulación se centra en condiciones estacionarias y bajo un cierto número de hipótesis, principalmente, englobar los efectos de resistencia y capacidad apropiadamente en los elementos. Proponen una estimación media del comportamiento del motor en condiciones estacionarias.

Una vez el modelo es desarrollado mediante BondGraph, las ecuaciones fundamentales de los fenómenos son derivadas directamente mediante el software COSMO para el estudio numérico. Los resultados obtenidos muestran,

- La existencia de componentes a muy alta frecuencia entre el estado transitorio al estacionario
- La presión en todas las cámaras interdentes tiene formas similares y pequeñas fluctuaciones
- Bajo la acción de cargas pequeñas, las cámaras o puertos de aspiración e impulsión es donde se presentan las principales fugas. Bajo la acción de cargas medias, la eficiencia del motor está gobernada por la combinación de las fugas en los puertos y las fugas interdentes
- Bajo la acción de cargas importantes, las principales fugas se presentan en el puerto de impulsión

Sin embargo, los estudios más completos son los llevados a cabo por el profesor Nervegna y su equipo de trabajo. En (Fabiani, 1999) empiezan a trabajar en el estudio del comportamiento dinámico de una bomba oleohidráulica compuesta con un engranaje de perfiles trocoidales. Debido al propio principio de funcionamiento de la bomba y sus condiciones de trabajo, la principal inquietud en el estudio es la disminución de flujo recirculante. La parte del análisis del comportamiento dinámico lo llevan a cabo mediante el software AMESim en su primera versión.

AMESim es un entorno que se concentra en el diseño de un sistema físico mediante la unión de componentes multipuerto que permiten el flujo de potencia en ambas direcciones. Los componentes multipuerto son elementos básicos de ingeniería que incorporan los modelos necesarios para diseñar y modelar sistemas fluido-mecánicos que pueden ser combinados para

describir varias funciones de los componentes y modelar sistemas físicos. Existen librerías para un número determinado de sistemas físicos a modelar y es donde se encuentran los componentes multipuerto de los elementos básicos de ingeniería de cada área.

En (Nervegna, 2001) profundizan en el estudio del comportamiento dinámico mediante versiones más avanzadas de AMESim. Las simulaciones ofrecen como resultado la variación del volumen de una cámara y su volumen respecto al giro del eje motor, caudal en función de la presión de salida para condiciones estacionarias y pulsaciones de presión.

Otro aspecto tenido en consideración por algunos investigadores actuales es la simulación del flujo mediante *CFD* y los numerosos estudios que se están llevando a cabo en la actualidad. *CFD* es el acrónimo en inglés de *Computational Fluid Dynamics*, y que es el análisis fluido-dinámico mediante computación con volúmenes finitos. En la literatura, existen gran cantidad de trabajos basados en *CFD* para máquinas de desplazamiento volumétrico positivo.

Perng (Perng, 1997) lleva a cabo uno de los primeros estudios en *CFD* sobre las bombas oleohidráulicas con un engranaje de perfiles trocoidales. En su trabajo, defiende la idea de que la mejora de la fluidodinámica de la bomba oleohidráulica repercute directamente en la disminución del ruido y las vibraciones.

Sobre una geometría predeterminada de la bomba, lleva a cabo un análisis tridimensional transitorio que posteriormente valida mediante experimentación. Como principales resultados se destaca que la configuración geométrica de la bomba condiciona las fluctuaciones de presión y caudal producidas. El diseño de las ranuras de descompresión es crítico.

A nivel experimental, habida cuenta de que es prácticamente imposible medir correctamente y de forma directa las pulsaciones de caudal generadas por una bomba, se debe recurrir a hacer mediciones de forma indirecta; es decir, realizar medidas de pulsaciones de presión y con la ayuda de un algoritmo de cálculo estimar las pulsaciones de caudal. Sin embargo, se observa que las pulsaciones de presión generadas por las bombas interaccionan también con la instalación. Las múltiples reflexiones de estas pulsaciones con el resto de componentes dan lugar a una onda estacionaria de presión a lo largo de la tubería conectada a la zona de impulsión a través de la brida de impulsión. Las longitudes de las tuberías tienen un fuerte efecto sobre las pulsaciones de presión como consecuencia de las resonancias y antiresonancias que se pueden presentar. Estas complejas ondas de presión estacionarias ponen en evidencia que las mediciones de las pulsaciones de presión en diferentes puntos de la instalación son diferentes. Esto tiene como consecuencia inmediata dos hechos muy importantes:

1. Una medida directa de las pulsaciones de presión en un punto determinado de un circuito no proporciona la adecuada representación del potencial de una bomba como foco generador de ruido.
2. La misma bomba conectada a dos circuitos diferentes puede generar pulsaciones de presión totalmente distintas.

A la vista de lo anterior, se puede concluir que para modelizar el comportamiento dinámico de una bomba de desplazamiento volumétrico positivo no es suficiente conocer la curva característica presión-caudal, sino que además se requiere conocer aquellos parámetros que permitan cuantificar las pulsaciones de caudal y la impedancia interna de la bomba.

La experiencia ha corroborado que el modelo esquematizado en la Figura 2.4 es suficiente y conceptualmente válido para caracterizar el comportamiento de una bomba, y en consecuencia, la mayoría de los estudios centran toda su atención en la evaluación experimental de  $Q_S$  que es el parámetro fundamental que considera el generador de pulsaciones de caudal como elemento ideal y  $Z_S$  que es la impedancia interna de la bomba generadora de pulsación de caudal que

aglutina todas las imperfecciones de la bomba. La base de este modelo es la teoría de propagación de ondas planas a lo largo de la tubería conectada a la salida de la bomba (Viersma, 1980).

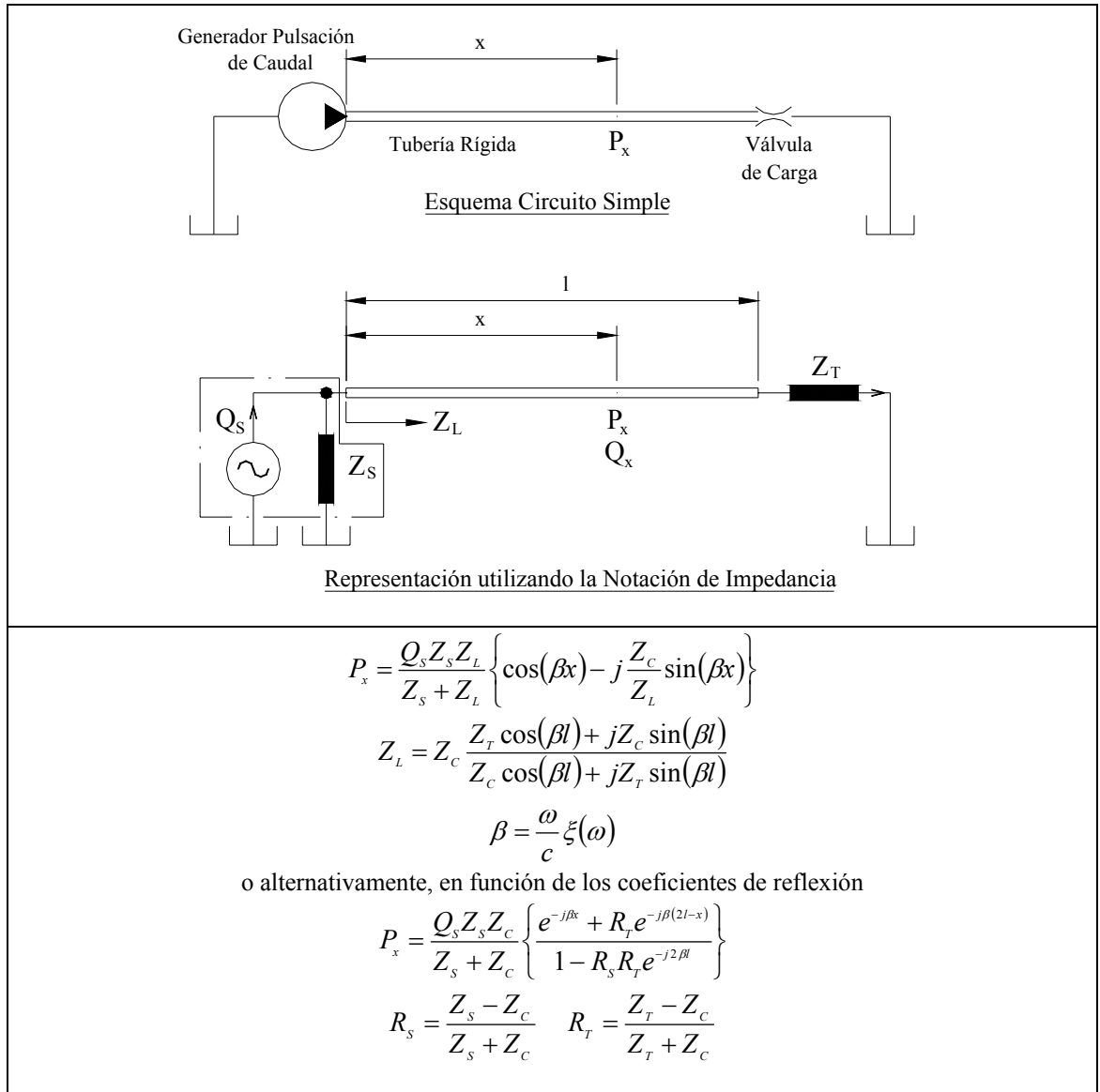


Figura 2.4. Modelo matemático (Viersma, 1980)

donde

- $P_x$  es la pulsación de presión en la posición  $x$
- $Z_L$  es la impedancia de la tubería rígida de longitud  $l$
- $Z_C$  es la impedancia característica de la tubería rígida
- $\beta$  es el coeficiente de propagación de la onda
- $\omega$  es la frecuencia angular
- $c$  es la velocidad del sonido en el seno del fluido
- $R_S$  es el coeficiente de reflexión de la fuente o generador de pulsación de caudal
- $R_T$  es el coeficiente de reflexión de la terminación

**2.4.1 Métodos Experimentales para Evaluar  $Q_s$  y  $Z_s$**

En los siguientes cuadros sinópticos de la Tabla 2.16, Tabla 2.17, Tabla 2.18 y Tabla 2.19 se han resumido los métodos experimentales utilizados para evaluar las pulsaciones de caudal y la impedancia interna de una bomba, donde:

- $Z_s$  es la impedancia de la fuente o generador de pulsación de caudal
- $Z_T$  es la impedancia de la terminación
- $Q_s$  es la fuente o generador de pulsación de caudal
- $Q_0$  es la pulsación de caudal en la posición  $x = 0$

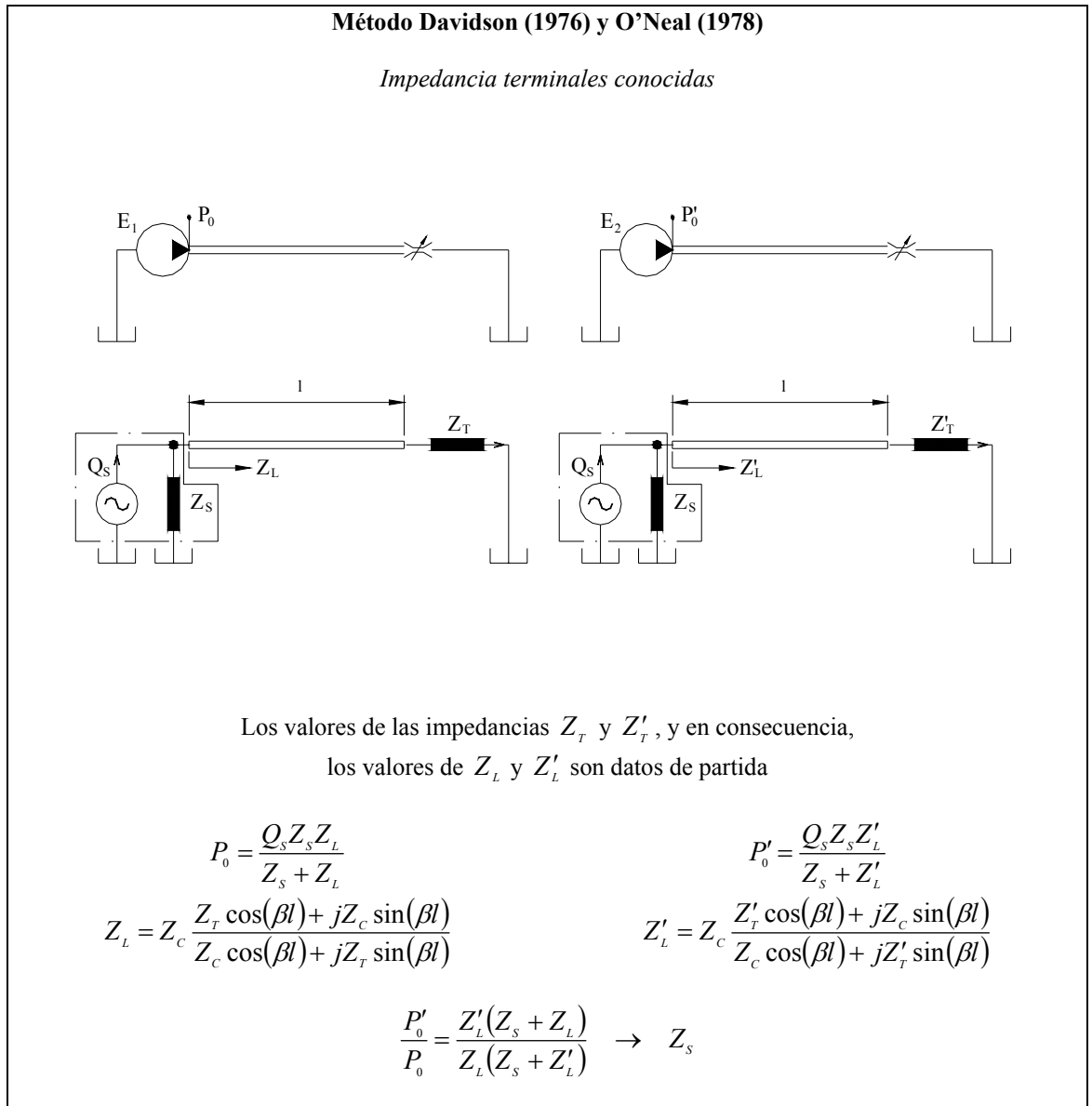


Tabla 2.16. Método de Davidson y O'Neal para la determinación de la impedancia interna de la bomba o impedancia de la fuente-generador de pulsación de caudal

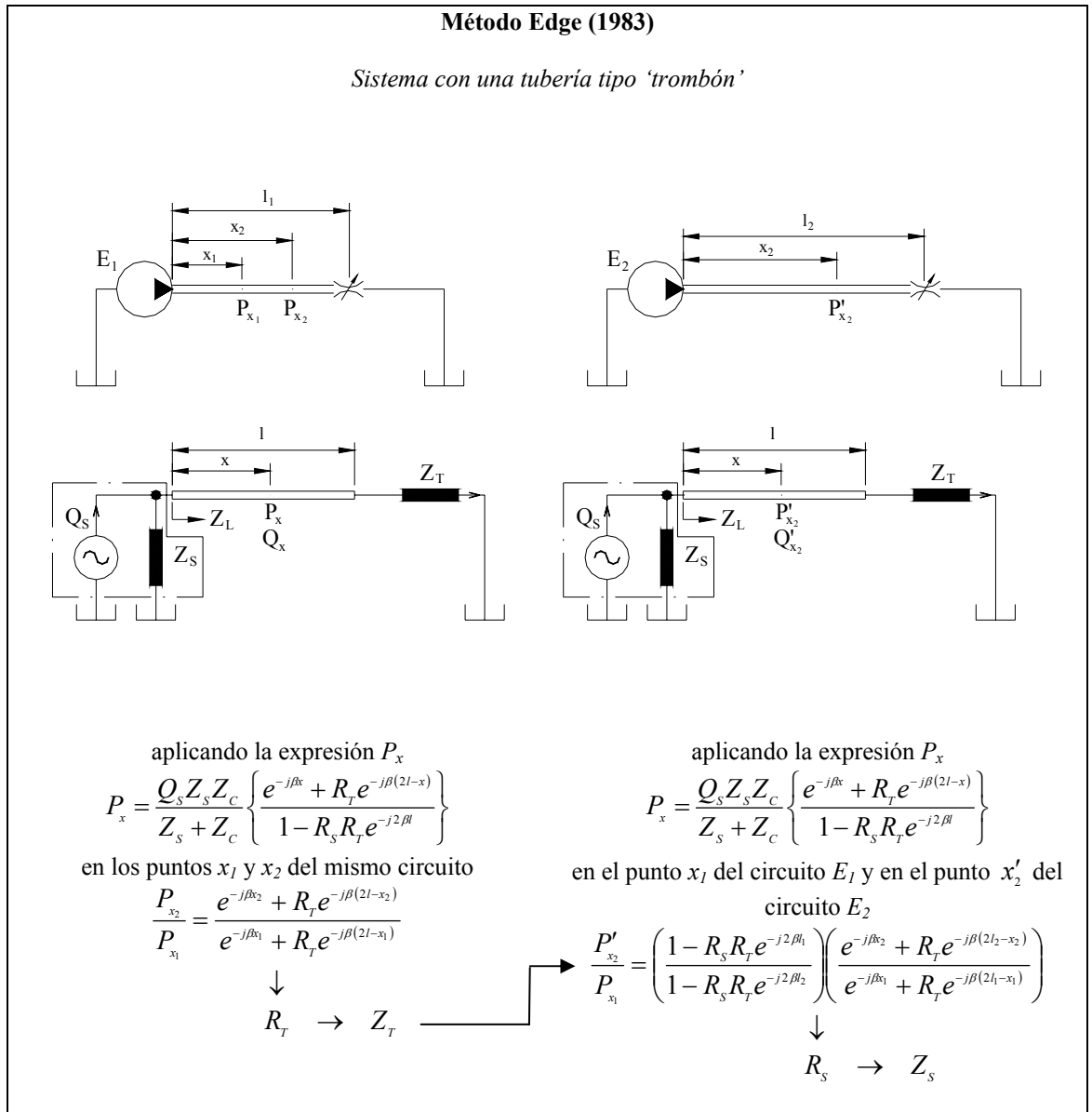


Tabla 2.17. Método de Edgel para la determinación de la impedancia interna de la bomba o impedancia de la fuente-generador de pulsación de caudal

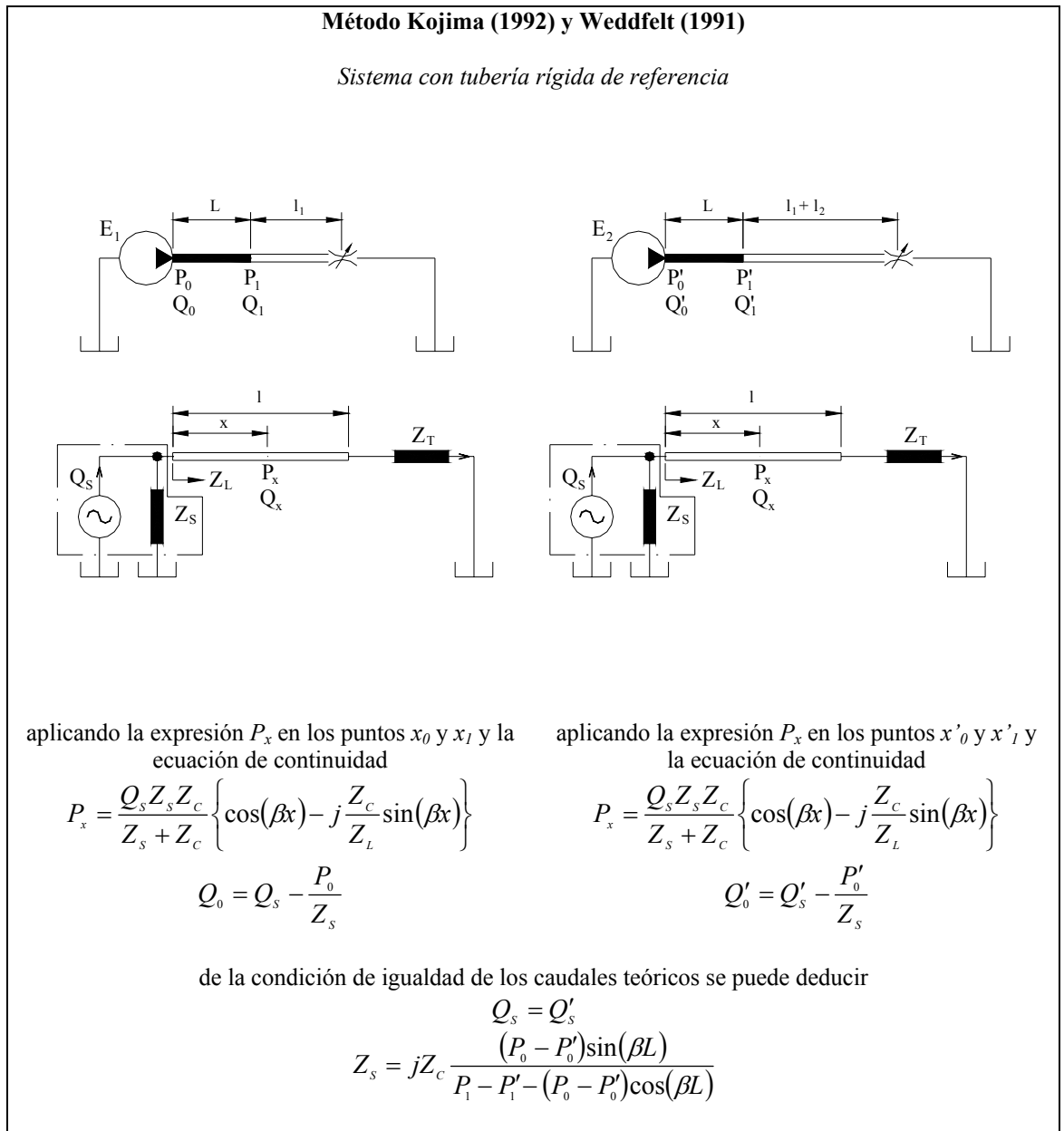
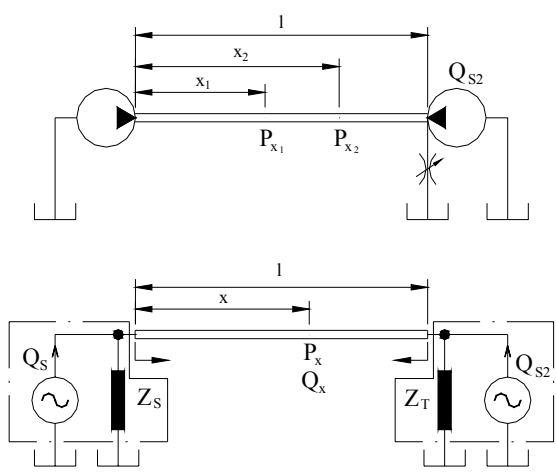


Tabla 2.18. Método de Kojima y Weddfelt para la determinación de la impedancia interna de la bomba o impedancia de la fuente-generator de pulsación de caudal

**Método Johnston y Edge (1990). Origen Norma ISO 10.767**

*Sistema con un generador de pulsaciones secundario*



aplicando la expresión  $P_x$

$$P_x = \frac{Q_S Z_S Z_C}{Z_S + Z_C} \left\{ \frac{e^{-j\beta x} + R_T e^{-j\beta(2l-x)}}{1 - R_S R_T e^{-j2\beta l}} \right\}$$

en los puntos  $x_1$  y  $x_2$  del mismo circuito

$$\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}} = \frac{e^{-j\beta x_2} + R_T e^{-j\beta(2l-x_2)}}{e^{-j\beta x_1} + R_T e^{-j\beta(2l-x_1)}}$$

↓

$R_T \rightarrow Z_T$

aplicando la expresión  $P_x$ , pero generada por la fuente secundaria

$$P_x = \frac{Q_{S2} Z_T Z_C}{Z_T + Z_C} \left\{ \frac{e^{-j\beta(l-x)} + R_S e^{-j\beta(l+x)}}{1 - R_S R_T e^{-j2\beta l}} \right\}$$

en los puntos  $x_1$  y  $x_2$  del mismo circuito

$$\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}} = \frac{e^{-j\beta(l-x_2)} + R_S e^{-j\beta(l+x_2)}}{e^{-j\beta(l-x_1)} + R_S e^{-j\beta(l+x_1)}}$$

↓

$R_S \rightarrow Z_S$

estos valores de  $Z_S$  corresponden a las frecuencias características de las pulsaciones de caudal del generador secundario

Tabla 2.19. Método de Johnston y Edge para la determinación de la impedancia interna de la bomba o impedancia de la fuente-generador de pulsación de caudal