

3. ECUACIONES GOBERNANTES

Una vez explicada la manera con la que se puede abordar el estudio preliminar de una suspensión neumática con la metodología clásica, es el momento de elaborar un estudio más preciso del comportamiento de una suspensión neumática.

El análisis del funcionamiento de la suspensión requiere de expresiones que proporcionen las derivadas respecto al tiempo de las variables y de las funciones que permitan el seguimiento y la predicción del estado termodinámico del sistema. A continuación se comentarán las hipótesis de trabajo en la deducción de las citadas expresiones, así como el convenio de signos utilizado para los dos tipos de suspensiones estudiadas durante el desarrollo de esta tesis doctoral.

Hipótesis:

- Las propiedades termodinámicas en cada instante son función de la temperatura, de la presión y de la naturaleza del fluido de trabajo.
- La presión es uniforme para todo el volumen de control y es función únicamente del tiempo.
- Se supone que no existen fugas de masa a través de las juntas del émbolo
- La temperatura de los gases se supone uniforme en todo el volumen de control y obtenida de la aplicación de una ecuación de estado al gas atrapado en dicho volumen.

Convenio de signos:

- El trabajo se considera positivo si lo suministra el sistema.
- El flujo de calor a través de las paredes del sistema se considera positivo si es cedido al sistema desde el exterior.
- La masa transferida al sistema se considera positiva si entra en el sistema. (sólo doble cámara)

3.1 Suspensión neumática simple

Considerando una suspensión neumática expuesta a unas condiciones determinadas de presión y temperatura, y con una configuración idéntica a la de la figura anterior (Fig. 14), el primer principio de la termodinámica para un sistema cerrado se reduce a:

$$m \frac{du}{dt} = \frac{dQ}{dt} - p \frac{dV}{dt} \quad (3.1)$$

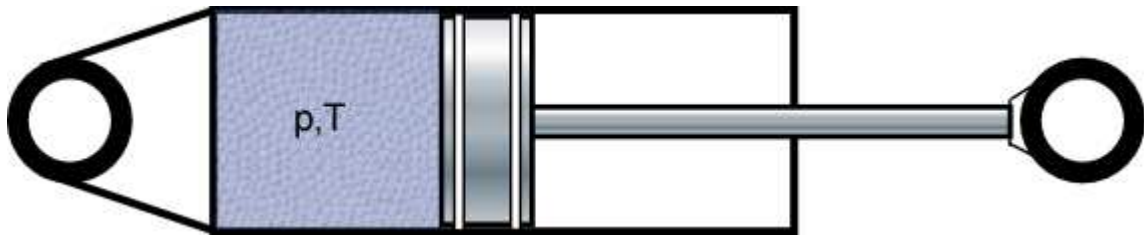


Fig. 14: Suspensión neumática

Recordando los trabajos expuestos en el apartado 1.2 sobre el estado del arte; en función del peso a soportar por el vehículo y conociendo su relación directa con la presión en el interior de la cámara, pueden realizarse dos tipos de hipótesis sobre el comportamiento del gas contenido en el recinto.

Por una parte puede considerarse que el gas únicamente depende de la temperatura y considerarlo como un gas ideal. Sin embargo, por otra parte y asumiendo que pueden alcanzarse presiones elevadas en el interior del recinto será conveniente considerar el gas como un gas real, es decir, no solo depende de la temperatura sino que también de la presión.

Para la realización de este trabajo se han considerado ambas alternativas y de esta manera poder comparar ambos resultados como en [2], para analizar el error cometido.

Suponiendo que el gas de la Fig. 14 se comporta como un gas ideal y recuperando la ecuación (3.1), la energía interna vendrá definida por la siguiente expresión:

$$u = (c_v T + a) \quad (3.2)$$

sustituyendo en la ecuación (3.1) y despejando convenientemente quedará:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{m c_v} \frac{dQ}{dt} - \frac{1}{m c_v} p \frac{dV}{dt} \quad (3.3)$$

La anterior ecuación puede ser fácilmente integrada y a cada paso de integración puede evaluarse la presión mediante la ecuación de estado $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$. No obstante si se

desea integrar la presión, su derivada puede ser evaluada a partir de la ecuación diferencial de estado. En el caso que ocupa la ecuación de los gases ideales y en particular en un sistema sin variación de masa, por lo que toma la forma:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (3.4)$$

El término de transferencia de calor podrá ser expresado mediante el artificio de Newton como:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha A (T_{pg} - T) \quad (3.5)$$

donde

α : Coeficiente de transferencia de calor [W/(m²·K)]

A: Área de transferencia de calor

T: Temperatura del gas

T_{pg}: Temperatura de la pared

Simultáneamente si se desea integrar el trabajo suministrado por el sistema se deberá plantear:

$$\frac{dW}{dt} = p \frac{dV}{dt} \quad (3.6)$$

En el caso que el fluido de trabajo dependa de la temperatura y de la presión, será considerado como un gas real, y por lo tanto la ecuación (3.4) que define el comportamiento de los gases ideales quedará de la siguiente forma:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} + \frac{p}{Z} \frac{dZ}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (3.7)$$

donde Z es el factor de compresibilidad del gas. Es evidente que en el caso de un gas ideal su valor es la unidad.

La expresión que hace referencia a la energía interna y que viene definida por la ecuación (3.2), para un gas real y en forma diferencial se expresará como:

$$du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (3.8)$$

El término referente a la derivada parcial de la presión con respecto a la temperatura manteniendo el volumen constante, puede ser fácilmente evaluado a partir de la ecuación de estado, véase ecuación (3.7).

La presión del volumen de control puede determinarse en cada intervalo de integración a partir de la correspondiente ecuación de estado, ver ecuación (3.7), mientras que a partir de la integración de la ecuación de la energía, véase ecuación (3.8), se obtendrá el valor de la temperatura.

Será interesante comparar los resultados del modelo, tanto en gas ideal como en gas real con los resultados experimentales; de esta manera podrá observarse el error cometido cuando se trabaja a altas presiones.

3.2 Suspensión neumática de doble cámara

En el primer capítulo de este trabajo, ya se comentó el método utilizado por De las Heras [1] para controlar en tiempo real la rigidez de una suspensión neumática, precisamente uno de los objetivos de esta Tesis Doctoral.

La tarea a desempeñar radica en la modelización del fluido de trabajo y del artilugio utilizado de igual forma que en el apartado anterior. Es decir, obtener un modelo en gas ideal y otro en gas real, para luego compararlos con los resultados experimentales.

Considérese así, una suspensión neumática como la de la figura siguiente:

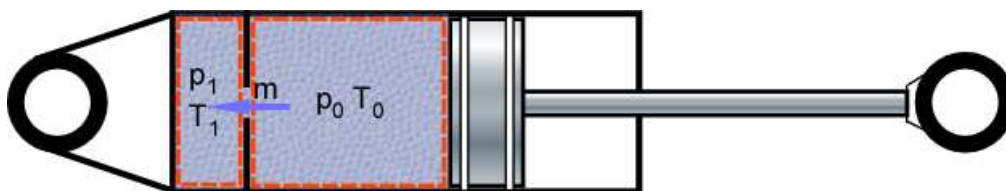


Fig. 15: Esquema de una suspensión neumática de doble cámara.

En la figura anterior (Fig. 15), pueden diferenciarse dos volúmenes de control. En primer lugar uno de volumen variable, idéntico al de la suspensión neumática del apartado anterior y en segundo lugar uno de volumen constante.

Aplicando el primer principio de la termodinámica para un sistema abierto se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} + \sum h_i \frac{dm_i}{dt} + \sum h_j \frac{dm_j}{dt} \quad (3.9)$$

Esta ecuación junto con la de los gases, rescrita a continuación para su comodidad, describen el modelo de este tipo de suspensión neumática.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p}{m} \frac{dm}{dt} + \frac{p}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (3.10)$$

La ecuación de continuidad permite establecer que el incremento de masa de gas en un recinto es a expensas de la disminución en el otro, en caso de que no haya pérdidas por el émbolo, de donde:

$$\frac{dm_0}{dt} = - \frac{dm_1}{dt} \quad (3.11)$$

Una vez expuestas las ecuaciones que describen el comportamiento de una suspensión neumática, se genera la necesidad de elaborar diferentes submodelos que sirvan de apoyo para la resolución de las ecuaciones planteadas en los dos casos descritos. De este modo, en los apartados siguientes se desarrollarán los siguientes puntos:

- Caracterización del fluido de trabajo.
- Modelización de la transferencia de masa entre 2 cámaras separadas por un orificio.
- Modelo de transferencia de calor.

Con la ayuda de estos tres submodelos evaluados de manera independiente se intentará construir un modelo único para ambos tipos de suspensión neumática que ayude a caracterizar su rigidez.