

OPTIMIZACIÓN
DE
SUSPENSIONES HIDRONEUMÁTICAS
CON
AMORTIGUADOR INTEGRADO

TESIS

presentada para la obtención del

GRADO DE DOCTOR INGENIERO INDUSTRIAL

por

Salvador Augusto de las Heras Jiménez

Ingeniero Industrial



UPC
BIBLIOTECA RECTOR DON JUAN FERRATE
Campus Nord

Escola Tècnica Superior d'Enginyers Industrials de Terrassa
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Diciembre 1996

a mis padres, Aniceto y Marina

i a la Carme

Agradezco a mi Director de Tesis, el Dr. Ing. Esteve Codina Macià, el haberme brindado la oportunidad de realizar este trabajo. Su inspiración y tutela durante el mismo lo hicieron posible; sólo espero que los resultados obtenidos hayan merecido su esfuerzo y honra.

Expreso mi agradecimiento además a todas aquellas personas e instituciones que de alguna forma me han apoyado y permitido concluir el trabajo que se presenta. En particular al *Col·legi d'Enginyers Industrials de Catalunya* por la adjudicación de una beca para la realización de esta Tesis Doctoral.

Me satisface sobremanera nombrar a Salvador Bàguena entre las personas a las que más debo. Avanzado a su tiempo, hombre de ciencia e infinito saber, ha dedicado y dedica su vida a la técnica y a su país. Su espíritu de sacrificio, sabia orientación y talante emprendedor, fueron siempre estímulo y ejemplo para mí.

Mi eterna amistad y sincero agradecimiento a Francisco Martínez Serra y Justo Zoyo. Gracias a ambos por el apoyo prestado en la preparación, montaje y realización de las pruebas experimentales.

A los profesores Jean Thoma de la *University of Waterloo*, y David Crolla de la *University of Leeds*, por sus consejos y atenciones prestadas.

Y finalmente, a aquellas personas que directa o indirectamente han colaborado a llevar a buen término la presente Tesis y al servicio de reprografía de la ETSEIT por su esmero y diligencia en la reproducción de las copias. El recuerdo más especial a mis compañeros de laboratorio, pues nunca olvidaré el ambiente de trabajo que generaron.

A todos, con mi mayor respeto y consideración: *muchas gracias*.

Resumen

En esta Tesis Doctoral se desarrollan los principios básicos que rigen y definen el comportamiento dinámico de un cilindro de suspensión hidroneumática, concibiendo métodos que lo convierten en adaptable y permiten explotar al máximo las propiedades innatas de la configuración hidroneumática.

El comportamiento elástico de la cámara neumática puede ser descrito mediante el uso de un índice politrópico instantáneo, tal como se demuestra en esta Tesis. Esta afirmación sugiere el modo de variar la frecuencia propia del sistema de suspensión, dada la relación existente entre el índice politrópico y el calor interno generado de forma irreversible durante el proceso de compresión del gas.

Se presenta un método sencillo que permite modificar en tiempo real la rigidez dinámica de la suspensión, consistente en la construcción de una cámara neumática doble, o discontinua, y la implantación entre ambas de una tobera de conductancia variable.

El coeficiente de amortiguación de una suspensión hidroneumática no depende exclusivamente de la característica presión *vs* caudal de la válvula amortiguadora, y por tanto de la velocidad del proceso, sino que también es función de la geometría interna del cilindro y del rozamiento entre los diferentes componentes en movimiento relativo. En esta Tesis se ha implementado un algoritmo que permite incluir el *stick-slip* en el programa de simulación y así obtener una respuesta más exacta del sistema.

Se utiliza la técnica de representación BondGraph en cada una de las partes, para completar el estudio realizado y permitir una formulación gráfica de las ecuaciones del sistema.

Índice

Dedicatoria	i
Agradecimientos	ii
Resumen	iii
Índice	iv
Nomenclatura (<i>por capítulos</i>)	x
Capítulo I. IDEAS GENERALES	x
Capítulo II. EL ARTE DE SUSPENDER	xii
Capítulo III. CÁMARA NEUMÁTICA SIMPLE	xv
Capítulo IV. CÁMARA NEUMÁTICA DISCONTINUA	xix
Capítulo V. EL EFECTO AMORTIGUADOR	xxii
Capítulo VI. ESQUEMAS EN <i>BONDGRAPH</i>	xxiv
I. <u>IDEAS GENERALES</u>	<u>1</u>
I.1 INTRODUCCIÓN.....	1
I.2 OBJETIVOS.....	5
I.3 MODELO PARA UN VEHÍCULO DE UNA RUEDA	8
I.4 LA REFERENCIA PASIVA	12
I.4.1 RESPUESTA FRECUENCIAL DE UN SISTEMA PASIVO.....	12
I.4.2 CRITERIOS PARA LA COMPARACIÓN DE PRESTACIONES.....	17
I.5 SUSENSIONES HIDRONEUMÁTICAS.....	23
I.5.1 ESTUDIO DINÁMICO PREVIO	25
I.5.2 RIGIDEZ NEUMÁTICA. RELACIÓN CON EL ÍNDICE POLITRÓPICO.....	26
I.5.2.1 Configuración hidroneumática para baja presión.....	27
I.5.2.2 Configuración hidroneumática para alta presión.....	28
I.6 DESARROLLO DE LA TESIS.....	31

II.	<u>EL ARTE DE SUSPENDER</u>	<u>34</u>
II.1	EL SISTEMA SKYHOOK.....	36
II.2	CONFIGURACIONES Y ALGORITMOS DE CONTROL.....	40
II.2.1	SISTEMAS ON-OFF. CONTROL NO ÓPTIMO	40
II.2.1.1	Estrategia de Karnopp.....	41
II.2.1.2	Estrategia de Rakheja.....	42
II.2.1.3	Respuesta a señales discretas.....	45
II.2.2	LA SUSPENSIÓN CRONE.....	48
II.2.3	TEORÍAS BÁSICAS DE CONTROL ÓPTIMO	50
II.2.3.1	Planteamiento general.....	50
II.2.3.2	Realimentación parcial. Aproximación a la praxis real.....	53
II.2.3.3	Sistemas con anticipación temporal, <i>preview</i>	54
II.2.4	SISTEMAS DE SUSPENSIÓN CON CONTROL ÓPTIMO.....	55
II.2.4.1	Sistemas de dos coeficientes de amortiguación.....	56
II.2.4.2	Sistemas de tres coeficientes de amortiguación	56
II.2.4.3	Sistema <i>semi</i> -activo. Amortiguación variable en continuo.....	57
II.2.4.4	Sistema activo	58
II.3	GASTO ENERGÉTICO DE LOS SISTEMAS DE SUSPENSIÓN	59
II.3.1	CÁLCULOS DE CONSUMO INSTANTÁNEO	59
II.3.1.1	Elementos pasivos	60
II.3.1.2	Elementos activos.....	61
II.3.2	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	61
II.4	RESUMEN DEL CAPÍTULO.....	62
III.	<u>CÁMARA NEUMÁTICA SIMPLE</u>	<u>64</u>
III.1	PRINCIPIOS BÁSICOS DE TRABAJO.....	66
III.1.1	FENOMENOLOGÍA DEL PROCESO DE COMPRESIÓN.....	66
III.1.2	TRANSFERENCIA DE CALOR. CONVECCIÓN NATURAL Y FORZADA	68
III.1.3	LA CONSTANTE DE TIEMPO TÉRMICA τ	70
III.2	FUNDAMENTOS DE TERMODINÁMICA.....	75
III.2.1	EL TRABAJO DE COMPRESIÓN.....	75
III.2.2	LA ECUACIÓN DE LA ENERGÍA	78

III.2.3	IRREVERSIBILIDAD Y DESEQUILIBRIO.....	80
III.3	APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA ENERGÍA.....	82
III.3.1	PLANTEAMIENTO EN FUNCIÓN DE τ	82
III.3.1.1	Gas Ideal.....	83
III.3.1.2	Gas Real BWR.....	83
III.3.2	AMPLIACIÓN DEL TRATAMIENTO PARA LA PARED	84
III.4	RELACIÓN ENTRE EL PRIMER Y SEGUNDO PRINCIPIOS.....	85
III.4.1	EQUILIBRIO LOCAL.....	86
III.4.2	ECUACIÓN DE LA ENTROPÍA	88
III.4.3	DIAGRAMAS DE SANKEY MODIFICADOS.....	89
III.5	EL ÍNDICE POLITRÓPICO, n	93
III.5.1	MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL ÍNDICE	95
III.5.1.1	Definición logarítmica clásica	95
III.5.1.2	Expresiones en derivadas.....	96
III.5.1.3	Relación de trabajos. Expresión en incrementos	96
III.5.2	LÍMITES NATURALES PARA EL ÍNDICE EN SISTEMAS CERRADOS.....	97
III.5.2.1	Expresión para Gas Ideal sin pérdidas irreversibles.....	97
III.5.2.2	Relación con la entropía.....	99
III.5.2.3	Relación con la constante de tiempo térmica	100
III.5.3	CONEXIÓN CON LAS IRREVERSIBILIDADES INTERNAS.....	101
III.5.3.1	Expresión para Gas Ideal.....	101
III.5.3.2	Expresión para gases reales	104
III.5.3.3	Expresión rápida. Arreglo para ordenador	107
III.5.4	GENERACIÓN DE LÍNEAS ISOTRÓPICAS. GRÁFICO T - s	109
III.6	RESUMEN DEL CAPÍTULO	114
IV.	<u>CÁMARA NEUMÁTICA DISCONTINUA</u>	117
IV.1	PRINCIPIOS Y FUNDAMENTOS.....	120
IV.1.1	RELACIÓN ENTRE TRABAJOS	122
IV.1.1.1	El trabajo de expansión $p dv$	123
IV.1.1.2	El trabajo de flujo $d(pv)$, o de impulsión.....	124
IV.1.1.3	El trabajo de compresión $v dp$, o disponible	125
IV.1.2	LA ECUACIÓN DE LA ENERGÍA	126

IV.1.2.1	Carga de depósitos de volumen variable.....	128
IV.1.2.2	Descarga de depósitos de volumen variable.....	129
IV.1.2.3	Ecuación de compatibilidad de sistemas discontinuos.....	130
IV.1.3	LA ECUACIÓN DE LA ENTROPÍA.....	135
IV.1.3.1	Depósito en carga.....	135
IV.1.3.2	Depósito en descarga.....	136
IV.1.3.3	El sentir de la propiedad irreversible.....	136
IV.2	APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA ENERGÍA.....	138
IV.2.1	COMPRESIÓN DE LA SUSPENSIÓN. FLUJO DE (1) A (2).....	138
IV.2.1.1	Cámara de volumen variable (1).....	138
IV.2.1.2	Cámara de volumen constante (2).....	139
IV.2.2	EXPANSIÓN DE LA SUSPENSIÓN. FLUJO DE (2) A (1).....	139
IV.2.2.1	Cámara de volumen constante (2).....	139
IV.2.2.2	Cámara de volumen variable (1).....	140
IV.2.3	NOTAS SOBRE EL ALGORITMO GENERAL.....	140
IV.3	MODELO ANALÍTICO PARA m	142
IV.3.1	FLUJO ISENTRÓPICO IDEAL EN UNA TOBERA CONVERGENTE.....	142
IV.3.2	NORMA ISO PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO MÁSIKO.....	146
IV.3.2.1	Flujo subsónico.....	147
IV.3.2.2	Flujo sónico. <i>Choked flow</i>	148
IV.3.2.3	Parámetro C. Conductividad.....	149
IV.3.2.4	Corrección de la temperatura de estancamiento.....	150
IV.3.2.5	Parámetro b. Relación de presiones crítica.....	151
IV.4	REDEFINICIÓN DEL ÍNDICE POLITRÓPICO.....	152
IV.4.1	CONEXIÓN CON LAS IRREVERSIBILIDADES DEL FLUJO. GAS IDEAL.....	153
IV.4.1.1	Expresión general de n para la cámara (1) en carga.....	154
IV.4.1.2	Expresión general de n para la cámara (1) en descarga.....	154
IV.4.2	EL ÍNDICE POLITRÓPICO EXPERIMENTAL.....	155
IV.5	COTEJO DE RESULTADOS Y PRIMERAS CONCLUSIONES.....	156
IV.6	RESUMEN DEL CAPÍTULO.....	163

V. <u>EL EFECTO AMORTIGUADOR</u>	165
V.1 CONCEPTOS Y DEFINICIONES FUNDAMENTALES.....	167
V.1.1 EL COEFICIENTE DE AMORTIGUACIÓN.....	169
V.1.2 EFECTOS NO-LINEALES DE LA AMORTIGUACIÓN HIDRÁULICA	170
V.1.3 INFLUENCIA DE LA RELACIÓN ENTRE SECCIONES.....	171
V.1.3.1 Suspensiones hidroneumáticas de baja presión.....	172
V.1.3.2 Suspensiones hidroneumáticas de alta presión	176
V.2 VÁLVULAS AMORTIGUADORAS.....	178
V.2.1 RESEÑA DE LOS TIPOS CONSTRUCTIVOS MÁS COMUNES.....	178
V.2.1.1 Válvula limitadora. Tipo anillo.....	178
V.2.1.2 Válvula limitadora. Tipo de flejes.....	180
V.2.1.3 Válvulas proporcionales. Tipo de disco.....	180
V.2.2 INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA DE TRABAJO.....	182
V.2.3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UNA VÁLVULA LIMITADORA	186
V.2.3.1 Modelización mediante BondGraph.....	187
V.2.3.2 Modelo aproximado. Sección diodo	188
V.3 SIMULACIÓN DEL ROZAMIENTO MECÁNICO.....	192
V.3.1 CARACTERÍSTICA PROPORCIONAL TÍPICA.....	192
V.3.2 EL FENÓMENO DE <i>STICK-SLIP</i>	193
V.3.2.1 Movimiento de una masa sobre una referencia absoluta	193
V.3.2.2 <i>Stick-Slip</i> con movimiento relativo.....	195
V.3.2.3 <i>Stick-Slip</i> en sistemas móviles. Suspensión de tres masas	198
V.4 RESUMEN DEL CAPÍTULO.....	204
VI. <u>ESQUEMAS EN BONDGRAPH</u>	206
VI.1 FUNDAMENTOS BÁSICOS.....	207
VI.2 GRÁFICOS UTILIZADOS EN ESTA TESIS DOCTORAL.....	210
VI.2.1 SISTEMAS MECÁNICOS.....	211
VI.2.2 SISTEMAS TÉRMICOS.....	215
VI.2.2.1 BondGraph para la cámara neumática discontinua.....	216
VI.3 RESUMEN DEL CAPÍTULO.....	218

VII. EQUIPOS EXPERIMENTALES	219
VII.1 BANCO DE PRUEBAS DEL CILINDRO DE SUSPENSIÓN	220
VII.1.1 DESCRIPCIÓN.....	220
VII.1.1.1 Sistema electrónico de control.....	227
VII.1.1.2 Aparamenta e instrumentación.....	229
VII.1.2 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.....	231
VII.1.3 ENSAYOS REALIZADOS.....	232
VII.2 ENSAYO DE LA VÁLVULA AMORTIGUADORA.....	237
VII.2.1 DESCRIPCIÓN.....	238
VII.2.1.1 Aparamenta e instrumentación.....	238
VII.2.2 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL Y ENSAYOS REALIZADOS.....	239
VII.3 CARACTERIZACIÓN DE LA TOBERA NEUMÁTICA.....	240
VII.3.1 DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN.....	240
VII.3.1.1 Equipo para la producción de aire comprimido.....	241
VII.3.1.2 Sistema de adquisición de datos.....	242
VII.3.1.3 Aparamenta e instrumentación.....	242
VII.3.2 ENSAYOS REALIZADOS.....	243
VIII. CONCLUSIONES	246
Apéndice A1. Propiedades de gas real	254
Apéndice A2. Ecuaciones de gas real	259
Apéndice A3. Coeficiente de rozamiento	261
Apéndice A4. Generación de isotrópicas	264
Apéndice A5. Cotejo de resultados	267
Apéndice A6. Programa 2SUSPENS.AJO	293
Apéndice A7. Calibraciones	304
Bibliografía fundamental	306
Bibliografía complementaria	310

Nomenclatura

I. IDEAS GENERALES 1

a	distancia entre el eje delantero y el centro de masas	[m]
b	distancia entre el eje trasero y el centro de masas	[m]
f_R	frecuencia propia de la rueda	[Hz]
f_V	frecuencia propia de la masa suspendida	[Hz]
g	aceleración de la gravedad	[ms ⁻²]
i	variable compleja $\sqrt{-1}$	[!]
k_{din}	rigidez dinámica, [I.40]	[Nm ⁻¹]
I_V	inercia al cabeceo, [I.3], [I.6]	[kgm ²]
m_C	masa central reducida de un vehículo de dos ejes	[kg]
m_D	masa delantera reducida de un vehículo de dos ejes	[kg]
m_R	masa de la rueda, no suspendida	[kg]
m_T	masa trasera reducida de un vehículo de dos ejes	[kg]
m_V	masa total del vehículo, [I.1], [I.4]	[kg]
n	índice politrópico instantáneo	[!]
\bar{n}	índice politrópico medio	[!]
p_0	presión relativa correspondiente a la posición estática	[Pa]
p_{atm}	presión atmosférica	[Pa]
p_i	presión i referida a la presión estática p_0	[Pa]
p_i^{abs}	presión absoluta en i	[Pa]
s	operador de Laplace $s = i\omega$	[rads ⁻¹]
t	tiempo	[s]
x	desplazamiento vertical del terreno, [I.9]	[m]
x_0	amplitud del desplazamiento vertical del terreno	[m]
x_i	desplazamiento generalizado del sistema [I.10]	[m]
x_R	desplazamiento vertical de la rueda respecto la posición estática	[m]
x_{0R}	amplitud del desplazamiento vertical de la rueda	[m]
x_V	desplazamiento vertical del vehículo respecto la posición estática	[m]
x_{0V}	amplitud del desplazamiento vertical del vehículo	[m]
\dot{x}_R	velocidad vertical de la rueda respecto la posición estática	[ms ⁻¹]
\dot{x}_V	velocidad vertical del vehículo respecto la posición estática	[ms ⁻¹]

\ddot{x}_v	aceleración vertical del vehículo	[ms ⁻²]
A_i	áreas internas del cilindro hidráulico, figuras I.6, IV.2 y V.2	[m ²]
A_s	área efectiva de la suspensión	[m ²]
AM	aceleración <i>rms</i> de la masa suspendida, [I.29]	[!]
C	coeficiente de amortiguación hidráulico	[Nsm ⁻¹]
C_s	coeficiente de amortiguación de la suspensión	[Nsm ⁻¹]
CS	ratio de desplazamiento relativo, [I.30]	[!]
F_0	fuerza estática de suspensión, [I.36]	[N]
F_a	fuerza de amortiguación de suspensión, [I.38]	[N]
F_e	fuerza elástica de suspensión, [I.37]	[N]
F_s	fuerza total de suspensión, [I.35]	[N]
K	rigidez neumática, [I.39]	[Nm ⁻¹]
K_R	rigidez de la rueda	[Nm ⁻¹]
K_s	rigidez de la suspensión	[Nm ⁻¹]
PC	ratio de pérdida de contacto, [I.31]	[!]
S_x	densidad espectral de potencia, [I.32]	[[x ²]/Hz]
T	periodo de excitación de la base	[s]
V	volumen neumático de suspensión	[m ³]
X_i	respuesta frecuencial del sistema	[!]
$ X_i $	transmisibilidad de desplazamiento generalizada	[!]
$ X_R $	transmisibilidad de desplazamiento de la rueda, [I.28]	[!]
$ X_v $	transmisibilidad de desplazamiento de la masa suspendida, [I.27]	[!]
$ \dot{X}_i $	transmisibilidad de velocidad generalizada	[!]
$ \ddot{X}_i $	transmisibilidad de aceleración generalizada	[!]
ϕ	ángulo de fase	[rad]
φ	relación de secciones internas, [I.51]	[!]
ζ	relación de secciones internas, [I.52]	[!]
σ	desviación estándar del desplazamiento de la suspensión	[m]
ω	pulsación de excitación de la base	[rads ⁻¹]
ω_R	pulsación propia de la rueda, [I.17]	[rads ⁻¹]
ω_v	pulsación propia de la masa suspendida, [I.16]	[rads ⁻¹]
ξ_v	factor de amortiguación, [I.18]	[!]
ψ_x	valor <i>rms</i> generalizado, [I.33]	[[x]]
Ω	relación de pulsaciones propias, [I.20]	[!]

II. EL ARTE DE SUSPENDER

34

f_R	frecuencia propia de la rueda	[Hz]
f_V	frecuencia propia de la masa suspendida	[Hz]
g	aceleración de la gravedad	[ms ⁻²]
i	variable compleja $\sqrt{-1}$	[!]
k_i	componentes del vector de ganancias, [II.36]	[N[x _i] ⁻¹]
m_R	masa de la rueda, no suspendida	[kg]
m_V	masa del vehículo de una rueda	[kg]
n	orden de derivación, sistema CRONE	[!]
q_1	factor de peso	[!]
q_2	factor de peso	[!]
r	factor de peso	[!]
s	operador de Laplace $s = i\omega$	[rads ⁻¹]
t	tiempo	[s]
t_p	tiempo de anticipación, <i>preview</i>	[s]
x	desplazamiento vertical del terreno, [I.9]	[m]
x_0	amplitud del desplazamiento vertical del terreno	[m]
x_i	desplazamiento generalizado del sistema [I.10]	[m]
x_R	desplazamiento vertical de la rueda respecto la posición estática	[m]
x_V	desplazamiento vertical del vehículo respecto la posición estática	[m]
x_{RV}	desplazamiento relativo rueda-vehículo	[m]
\dot{x}	velocidad generalizada, [II.60]	[ms ⁻¹]
\dot{x}_0	amplitud de la velocidad generalizada	[ms ⁻¹]
\dot{x}_R	velocidad vertical de la rueda respecto la posición estática	[ms ⁻¹]
\dot{x}_V	velocidad vertical del vehículo respecto la posición estática	[ms ⁻¹]
\ddot{x}_V	aceleración vertical del vehículo	[ms ⁻²]
AM	aceleración <i>rms</i> de la masa suspendida, [I.29]	[!]
C	demanda de coeficiente de amortiguación, [II.46]	[Nsm ⁻¹]
\bar{C}	coeficiente de amortiguación medio, [II.49]	[Nsm ⁻¹]
C^{max}	máximo coeficiente de amortiguación disponible	[Nsm ⁻¹]
C^{med}	coeficiente de amortiguación disponible intermedio	[Nsm ⁻¹]
C^{min}	mínimo coeficiente de amortiguación disponible	[Nsm ⁻¹]

\bar{C}^{inf}	coeficiente de amortiguación medio inferior, [II.50]	[Nsm ⁻¹]
\bar{C}^{sup}	coeficiente de amortiguación medio superior, [II.51]	[Nsm ⁻¹]
C^{SKY}	coeficiente de amortiguación inercial, sistema <i>skyhook</i>	[Nsm ⁻¹]
C_n	coeficiente de amortiguación equivalente, sistema CRONE	[Nsm ⁻¹]
C_s	coeficiente de amortiguación de suspensión	[Nsm ⁻¹]
C_s^{alto}	coeficiente de amortiguación, sistemas ON-OFF	[Nsm ⁻¹]
C_s^{bajo}	coeficiente de amortiguación, sistemas ON-OFF	[Nsm ⁻¹]
C_R^{SKY}	coeficiente de amortiguación inercial de la rueda	[Nsm ⁻¹]
C_V^{SKY}	coeficiente de amortiguación inercial del vehículo	[Nsm ⁻¹]
CS	ratio de desplazamiento relativo, [I.30]	[!]
F	fuerza generalizada, [II.59]	[N]
F_a	fuerza de amortiguación de la suspensión	[N]
F_e	fuerza elástica de la suspensión	[N]
F_n	fuerza total de la suspensión CRONE	[N]
F_0	amplitud de la fuerza generalizada	[N]
F_a^{ON}	fuerza de amortiguación activada, [II.9], [II.11]	[N]
F_a^{OFF}	fuerza de amortiguación desactivada, [II.10], [II.12]	[N]
F_a^{SKY}	fuerza de amortiguación, sistema <i>skyhook</i> , [II.2]	[N]
F_R	fuerza elástica del neumático	[N]
F_S	fuerza total de suspensión	[N]
K_n	rigidez frecuencial equivalente, sistema CRONE	[Nm ⁻¹]
K_s	rigidez de la suspensión	[Nm ⁻¹]
P	matriz simétrica solución de la ecuación de Riccati	[[x _i], ...]
PC	ratio de pérdida de contacto, [I.31]	[!]
Q, R	matrices simétricas	[[x _i], ...]
X_i	respuesta frecuencial del sistema	[!]
$ X_R $	transmisibilidad de desplazamiento de la rueda	[!]
$ X_V $	transmisibilidad de desplazamiento de la masa suspendida	[!]
\dot{W}	potencia instantánea, [II.61]	[W]
$\langle \dot{W} \rangle$	potencia media, [II.63]	[W]
\dot{W}_R	potencia fluctuante en un resorte lineal, [II.64]	[W]
\dot{W}_C	potencia disipada en un amortiguador lineal, [II.65]	[W]
Z	factor de resonancia, [II.18]	[!]
ϕ	ángulo de fase	[rad]

v	vector de error	[$[x_i], \dots$]
τ	constante de tiempo de diferenciación, sistema CRONE	[s]
ω	pulsación de excitación de la base	[rads ⁻¹]
ω_R	pulsación propia de la rueda, [I.17]	[rads ⁻¹]
ω_v	pulsación propia de la masa suspendida, [I.16]	[rads ⁻¹]
ξ_v	factor de amortiguación, [I.18]	[!]
A	matriz, [II.29]	[$[x_i], \dots$]
B	vector, [II.30]	[$[x_i], \dots$]
X	vector de estado, [II.27]	[$[x_i], \dots$]
\tilde{X}	vector del estado estimado, [II.39]	[$[x_i], \dots$]
\dot{X}	ecuación del sistema en forma matricial, [II.28]	[ms ⁻²]
E	operador esperanza matemática	[!]
Γ	vector, [II.31]	[$[x_i], \dots$]
H	matriz observable	[!]
K	vector de ganancias, [II.34]	[[N/ $[x_i]$], ...]
Π	índice de trabajo, [II.24]	[!]
Y	vector del estado medible, [II.38]	[$[x_i], \dots$]
Ω	relación de pulsaciones propias, [I.20]	[!]
U	demanda de fuerza, [II.33]	[N]
U'	demanda parcial de fuerza, [II.44]	[N]
U''	demanda parcial de fuerza, [II.45]	[N]

III. CÁMARA NEUMÁTICA SIMPLE

64

(1), (2)	subíndices correspondientes a dos estados separados Δt	
(c)	subíndice indicador de propiedad crítica	
(r)	subíndice indicador de propiedad reducida	
c	capacidad calorífica politrópica	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
c_v	calor específico a volumen constante	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
c_p	calor específico a presión constante	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
f	frecuencia de excitación	[Hz]
g	aceleración de la gravedad	[ms ⁻²]
j	pendiente gráfica en diagramas T - s , [III.99]	[Jkg ⁻¹ K ⁻²]
k	conductividad térmica del gas	[Wm ⁻¹ K ⁻¹]
m_g	masa de gas	[kg]
m_p	masa de la pared	[kg]
n	índice politrópico instantáneo	[!]
p	presión interna del gas, absoluta	[Pa]
\bar{p}	presión interna del gas en trabajo reversible, absoluta	[Pa]
p_{atm}	presión atmosférica	[Pa]
p_0	presión absoluta correspondiente a la posición estática	[Pa]
\dot{p}	ratio temporal de incremento de la presión del gas	[Pas ⁻¹]
q_{Ois}	calor intercambiado con la pared interna por unidad de masa	[Jkg ⁻¹]
q_v	calor aportado al gas por unidad de masa a volumen constante	[Jkg ⁻¹]
\dot{q}	flujo de calor por unidad de tiempo y masa, [III.61]	[Wkg ⁻¹]
\dot{q}_{irrev}^{int}	calor interno generado por unidad de tiempo y masa, positivo	[Wkg ⁻¹]
s	entropía específica del gas	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
t	tiempo	[s]
u	energía interna específica del gas	[Jkg ⁻¹]
\dot{u}	ratio temporal de incremento de la energía interna específica	[Jkg ⁻¹ s ⁻¹]
v	volumen específico del gas	[m ³ kg ⁻¹]
\dot{v}	ratio temporal de incremento del volumen específico	[m ³ kg ⁻¹ s ⁻¹]
w	trabajo total intercambiado con el gas por unidad de masa	[Jkg ⁻¹]
w^{ext}	<i>idem.</i> No coincide con [III.15], sino con [III.14]	[Jkg ⁻¹]

w_{12}^{gas}	trabajo de expansión realizado entre (12) por unidad de masa	[Jkg ⁻¹]
x_i, x_j	coordenadas espaciales	[m]
\dot{x}_i, \dot{x}_j	velocidad de una partícula de fluido en dirección i , ó j	[ms ⁻¹]
\dot{x}	velocidad de compresión	[ms ⁻¹]
z	factor de compresibilidad, [III.83]	[!]
z_c	factor de compresibilidad crítico	[!]
$z_T _v$	definición [III.92]	[K ⁻¹]
$z_v _T$	definición [III.93]	[kgm ⁻³]
A, B	constantes de la ecuación de estado de Aungier, [III.96]	[m ³ kg ⁻¹]
A_{amb}	área para el intercambio de calor de la pared con el ambiente	[m ²]
A_N	área normal de la cámara neumática	[m ²]
A_p	área interna de pared expuesta al intercambio de calor	[m ²]
A_S	área efectiva de la suspensión	[m ²]
C_p	capacidad calorífica de la pared	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
C_S	coeficiente de amortiguación de la suspensión	[Nsm ⁻¹]
D	diámetro interno de la cámara neumática	[m]
F	factor de forma dinámico, [III.6]	[!]
F_{atm}	fuerza correspondiente a la atmósfera	[N]
F_{ext}	fuerza exterior o efectiva de suspensión	[N]
F_f	fuerza de rozamiento	[N]
F_S	fuerza total de suspensión, [III.104]	[N]
Gr	número de Grashof para la convección exterior	[!]
K_T	coeficiente isotérmico de compresibilidad, $K_T = -\frac{1}{v} \left[\frac{dv}{dp} \right]_T$	[Pa ⁻¹]
L	longitud de la cámara neumática expuesta al gas	[m]
L_0	longitud de la cámara neumática en condiciones estáticas	[m]
Nu	número de Nusselt para la convección interior	[!]
Pr	número de Prandtl para la convección exterior	[!]
Q_{amb}	calor intercambiado por la pared con el ambiente exterior	[J]
Q_{Otis}	calor intercambiado por el gas con la pared	[J]
Q_{irrev}^{int}	calor producto de la generación irreversible interna	[J]
\dot{Q}	flujo de calor por unidad de tiempo, generalizado	[W]
\dot{Q}_{amb}	calor intercambiado con el ambiente por unidad de tiempo, [III.37]	[W]
\dot{Q}_{Otis}	calor intercambiado con la pared por unidad de tiempo, [III.32]	[W]

\dot{Q}_{irrev}^{int}	calor interno generado por unidad de tiempo, [III.74]	[W]
R	constante del gas	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
Ra	número instantáneo de Rayleigh, [III.4]	[!]
S	entropía del gas contenido en la cámara neumática, [III.39]	[JK ⁻¹]
S^{ext}	parte de S debida a la absorción de calor, [III.40]	[JK ⁻¹]
S^{int}	parte de S debida a la generación irreversible interna, [III.41]	[JK ⁻¹]
\dot{S}	flujo de entropía por unidad de tiempo	[WK ⁻¹]
T	temperatura del gas promediada espacialmente	[K]
T^*	ratio adimensional de temperaturas, [III.5]	[!]
T_p	temperatura media de la pared	[K]
\dot{T}	ratio temporal de incremento de la temperatura del gas, [III.31]	[Ks ⁻¹]
U	energía interna del gas, [III.23]	[J]
U_p	energía interna de la pared, [III.22]	[J]
V	volumen contenedor o neumático	[m ³]
\dot{V}	ratio temporal de incremento del volumen contenedor	[m ³ s ⁻¹]
W^{ext}	trabajo exterior realizado sobre la suspensión, [III.15]	[J]
W^{gas}	trabajo frontera realizado sobre el gas, [III.14]	[J]
W_{rev}^{gas}	trabajo frontera realizado sobre el gas de forma reversible	[J]
W_{irrev}^{ext}	trabajo irreversible externo al gas, consumo de	[J]
W_{irrev}^{int}	trabajo irreversible interno al gas, consumo de	[J]
\dot{W}^{ext}	trabajo exterior sobre la suspensión por unidad de tiempo	[W]
α	coeficiente de dilatación, $\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{dv}{dT} \right]_p$	[K ⁻¹]
α_{amb}	coeficiente medio de intercambio de calor con el ambiente	[Wm ⁻² K ⁻¹]
α_{N_2}	coeficiente de intercambio de calor del gas con la pared	[Wm ⁻² K ⁻¹]
β	coeficiente de expansión térmica, $\beta = \frac{1}{p} \frac{dp}{dT}$	[K ⁻¹]
δ_{ij}	delta de Kronecker	[!]
γ	razón de calores específicos	[!]
η_c	rendimiento de la compresión, [III.77]	[!]
η_e	rendimiento de la expansión, [III.78]	[!]
μ	viscosidad dinámica del gas	[kgm ⁻¹ s ⁻¹]
μ_{JT}	coeficiente de Joule-Thompson	[Km ² N ⁻²]
μ_v	viscosidad volumétrica del gas	[kgm ⁻¹ s ⁻¹]
ρ	densidad del gas promediada espacialmente	[kgm ⁻³]

τ	constante de tiempo térmica, [III.10], [III.12]	[s]
τ^*	constante de tiempo térmica adimensional, [III.9]	[!]
τ_{ij}	tensión rasante en el plano (ij)	[Nm ⁻²]
Φ_v	función de disipación de Rayleigh, [III.42]	[Jm ⁻³ s ⁻¹]

IV. CÁMARA NEUMÁTICA DISCONTINUA

115

(1)	subíndice para la cámara neumática de volumen variable	
(2)	subíndice para la cámara neumática de volumen constante	
b	relación de presiones crítica para el flujo másico, [IV.57]	[!]
b_{12}	relación de presiones crítica con flujo de (1) a (2)	[!]
b_{21}	relación de presiones crítica con flujo de (2) a (1)	[!]
c	velocidad del fluido	[ms ⁻¹]
c_s	velocidad local del sonido	[ms ⁻¹]
c_v	calor específico a volumen constante	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
c_p	calor específico a presión constante	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
h	entalpía específica del gas	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
h_0	entalpía de remanso específica del gas	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
\bar{k}	conductividad media del gas	[Wm ⁻¹ K ⁻¹]
m	masa de gas en cada cámara	[kg]
m^0	masa inicial de gas contenida en cada cámara, [IV.46], [IV.47]	[kg]
m_g	masa total de gas en ambas cámaras neumáticas, [IV.14]	[kg]
\dot{m}	flujo de masa a través de la tobera neumática, [IV.19], [IV.73]	[kgs ⁻¹]
\dot{m}_s	flujo de masa en condiciones sónicas, [IV.58]	[kgs ⁻¹]
n	índice politrópico instantáneo, [IV.75], [IV.79], [IV.81]	[!]
n^{exp}	índice politrópico experimental, [IV.83]	[!]
p	presión del gas	[Pa]
p_N	presión normal del gas	[Pa]
p_s	presión del gas en la descarga para condiciones sónicas del flujo	[Pa]
q^{ext}	calor aportado al gas por unidad de masa	[Jkg ⁻¹]
$q_{\text{irrev}}^{\text{int}}$	calor interno generado por unidad de masa, positivo	[Jkg ⁻¹]
r	relación de presiones para el flujo másico, [IV.52]	[!]
s	entropía específica del gas	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
t	tiempo	[s]
u	energía interna específica del gas	[Jkg ⁻¹]
\dot{u}	ratio temporal de incremento de la energía interna específica	[Jkg ⁻¹ s ⁻¹]
v	volumen específico del gas	[m ³ kg ⁻¹]

v_s	volumen específico del gas en flujo sónico	$[\text{m}^3\text{kg}^{-1}]$
\dot{v}	ratio temporal de incremento del volumen específico	$[\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-1}]$
w^{ext}	trabajo total intercambiado con el gas por unidad de masa	$[\text{Jkg}^{-1}]$
A	área efectiva normal de la tobera	$[\text{m}^2]$
A_i	áreas internas del cilindro hidráulico, figuras I.6, IV.2 y V.2	$[\text{m}^2]$
A_s	área efectiva de la suspensión	$[\text{m}^2]$
C	conductividad de la tobera, [IV.68]	$[\text{m}^3\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$
C_{12}	conductividad de la tobera con flujo de (1) a (2)	$[\text{m}^3\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$
C_{21}	conductividad de la tobera con flujo de (2) a (1)	$[\text{m}^3\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$
\dot{E}	flujo total de energía a través de la tobera por unidad de tiempo	$[\text{W}]$
K	constante característica del gas, $K = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \frac{2}{\gamma + 1}}$	$[\text{sK}^{0.5}\text{m}^{-1}]$
K_T	factor corrector de la temperatura de remanso, [IV.74]	$[\text{K}]$
Q_{amb}	calor intercambiado por la pared con el ambiente exterior	$[\text{J}]$
Q_{conv}	calor transportado a través de la tobera por convección, [IV.27]	$[\text{J}]$
Q^{ext}	calor intercambiado con el exterior por el gas de cada cámara	$[\text{J}]$
Q^{int}	calor interno, conducido o irradiado a través de la tobera	$[\text{J}]$
Q_N	caudal en volumen en condiciones normales	$[\text{m}^3\text{s}^{-1}]$
Q_{Ois}	calor total intercambiado por el gas con la pared en (1) y (2)	$[\text{J}]$
Q_V	caudal en volumen	$[\text{m}^3\text{s}^{-1}]$
\dot{Q}	flujo de calor por unidad de tiempo, generalizado	$[\text{W}]$
\dot{Q}^{int}	calor interno, conducido o irradiado por unidad de tiempo, [IV.48]	$[\text{W}]$
\dot{Q}^{ext}	calor intercambiado con el exterior por unidad de tiempo	$[\text{W}]$
R	constante del gas	$[\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$
S	entropía del gas contenido en la cámara neumática, [IV.30]	$[\text{JK}^{-1}]$
\dot{S}	flujo de entropía por unidad de tiempo	$[\text{WK}^{-1}]$
T	temperatura del gas promediada espacialmente	$[\text{K}]$
T_N	temperatura normal del gas	$[\text{K}]$
\bar{T}_p	temperatura media de la pared	$[\text{K}]$
\dot{T}	ratio temporal de incremento de la temperatura del gas, [III.31]	$[\text{Ks}^{-1}]$
U	energía interna del gas, [IV.12], [IV.15]	$[\text{J}]$
U_p	energía interna de la pared, [III.22]	$[\text{J}]$
\dot{U}	ratio temporal de incremento de la energía interna del gas	$[\text{W}]$

V	volumen contenedor o neumático, por cámara	[m ³]
V_{TOT}	volumen total neumático de suspensión, ambas cámaras	[m ³]
\dot{V}	ratio temporal de incremento del volumen contenedor	[m ³ s ⁻¹]
W^{ext}	trabajo exterior realizado sobre la suspensión, [III.15]	[J]
W_{irrev}^{fluj}	trabajo irreversible debido al flujo de masa, consumo de	[J]
W_{irrev}^{mov}	trabajo irreversible debido al movimiento del émbolo, consumo de	[J]
\dot{W}_{irrev}^{fluj}	potencia consumida debido al flujo de masa entre (1) y (2)	[W]
\dot{W}_{irrev}^{mov}	potencia consumida asociada al movimiento del émbolo	[W]
\dot{W}_{irrev}^{int}	potencia total consumida, movimiento del émbolo más flujo másico	[W]
ψ	energía potencial por unidad de masa	[Jkg ⁻¹]
γ	razón de calores específicos	[!]
ρ	densidad del gas promediada espacialmente	[kgm ⁻³]
ρ_N	densidad normal del gas	[kgm ⁻³]
ρ_s	densidad del gas en flujo sónico	[kgm ⁻³]
ω	factor de forma de la característica elíptica del flujo de masa	[!]
τ	constante de tiempo térmica, [III.10]	[s]

V. EL EFECTO AMORTIGUADOR

163

a, b	coeficientes experimentales de la característica presión <i>vs</i> caudal	
c_{din}	coeficiente de amortiguación dinámico, [V.3]	[Nsm ⁻¹]
m	masa	[kg]
m_1	masa (1) en <i>stick-slip</i>	[kg]
m_2	masa (2) en <i>stick-slip</i>	[kg]
m_3	masa (3) en <i>stick-slip</i>	[kg]
m_T	suma de masas (i) en <i>stick-slip</i>	[kg]
p_1	presión en la cámara hidráulica (1) referida a la presión estática	[Pa]
p_2	presión en la cámara hidráulica (2) referida a la presión estática	[Pa]
p_N	presión en la cámara neumática referida a la presión estática	[Pa]
q	exponente de la característica potencial presión <i>vs</i> caudal	[!]
q_c	exponente de la característica presión <i>vs</i> caudal para la compresión	[!]
q_e	exponente de la característica presión <i>vs</i> caudal para la expansión	[!]
r_A, r_B	radios menor y mayor del anillo de la válvula V.2.1.1	[m]
x	desplazamiento relativo de la suspensión	[m]
x_{anillo}	desplazamiento del anillo de la válvula V.2.1.1	[m]
\dot{x}	velocidad relativa de la suspensión	[ms ⁻¹]
\dot{x}_0	velocidad límite, umbral del enclavamiento en <i>stick</i>	[ms ⁻¹]
\dot{x}_1	velocidad absoluta de la masa (1) en <i>stick-slip</i> , [V.31], [V.32]	[ms ⁻¹]
\dot{x}_2	velocidad absoluta de la masa (2) en <i>stick-slip</i> , [V.31], [V.33]	[ms ⁻¹]
\dot{x}_3	velocidad absoluta de la masa (3) en <i>stick-slip</i> , [V.34]	[ms ⁻¹]
\dot{x}_r	velocidad relativa entre masas en <i>stick-slip</i>	[ms ⁻¹]
\dot{x}_{ij}	velocidad relativa entre masas (ij) en <i>stick-slip</i> , [V.35]	[ms ⁻¹]
\ddot{x}	aceleración relativa de la suspensión	[ms ⁻²]
\ddot{x}_i	aceleración absoluta de la masa (i) en <i>stick-slip</i>	[ms ⁻²]
\ddot{x}_r	aceleración relativa entre masas en <i>stick-slip</i>	[ms ⁻²]
A_i	áreas internas del cilindro hidráulico, figuras I.6, IV.2 y V.2	[m ²]
A_N	área normal de la cámara neumática	[m ²]
A_S	área efectiva de la suspensión	[m ²]
C	coeficiente de amortiguación, [V.2]	[Nsm ⁻¹]
C_c	coeficiente de amortiguación durante la compresión, [V.7], [V.16]	[Nsm ⁻¹]

C_e	coeficiente de amortiguación durante la expansión, [V.10], [V.18]	[Nsm ⁻¹]
C_i	capacidad hidráulica, [V.23]	[m ³ Pa ⁻¹ s ⁻¹]
D	diámetro interno de la cámara neumática	[m]
F	fuerza resultante generalizada, salvo el rozamiento	[N]
F_1	fuerza resultante sobre la masa (1), salvo el rozamiento	[N]
F_2	fuerza resultante sobre la masa (2), salvo el rozamiento	[N]
F_3	fuerza resultante sobre la masa (3), salvo el rozamiento	[N]
F_a	fuerza de amortiguación	[N]
F_a^c	fuerza de amortiguación durante la compresión, [V.5], [V.13]	[N]
F_a^e	fuerza de amortiguación durante la expansión	[N]
F_f	fuerza de rozamiento	[N]
F_f^A	fuerza umbral para el desplazamiento macroscópico del <i>stick-slip</i>	[N]
F_{ij}	fuerza de rozamiento en <i>slip</i> entre las masas (ij)	[N]
F_{ij}^R	fuerza de rozamiento en <i>stick</i> entre las masas (ij)	[N]
F_s	fuerza de suspensión, [V.1]	[N]
F_T	suma de fuerzas exteriores sobre las masas en <i>stick-slip</i> , [V.47]	[N]
K_c	constante de la relación presión <i>vs</i> caudal en la compresión	[Pa(m ⁻³ s ¹) ^{q_c}]
K_e	constante de la relación presión <i>vs</i> caudal en la expansión	[Pa(m ⁻³ s ¹) ^{q_e}]
L	longitud del orificio central del anillo de la válvula V.2.1.1	[m]
N	número de orificios (R,L) del anillo de la válvula V.2.1.1	[!]
Q	caudal en volumen genérico	[m ³ s ⁻¹]
Q_1	caudal principal a través de una válvula limitadora	[m ³ s ⁻¹]
Q_2	caudal secundario a través de una válvula limitadora	[m ³ s ⁻¹]
Q_A	caudal total que atraviesa la válvula amortiguadora	[m ³ s ⁻¹]
Q_d	caudal desplazado por el movimiento relativo, [V.4], [V.12]	[m ³ s ⁻¹]
R	radio del orificio central del anillo de la válvula V.2.1.1	[m]
T	temperatura del aceite hidráulico de suspensión	[K]
\dot{V}	ratio temporal de cambio de volumen neumático	[m ³ s ⁻¹]
β	módulo de compresibilidad del aceite	[Pa]
φ	relación de secciones internas, [V.14]	[!]
μ	viscosidad dinámica del aceite hidráulico de suspensión	[kgm ⁻¹ s ⁻¹]
ρ	densidad del aceite hidráulico de suspensión	[kgm ⁻³]
ζ	relación de secciones internas, [V.15]	[!]

VI. ESQUEMAS EN BONDGRAPH

204

a	distancia entre el eje delantero y el centro de masas	[m]
b	distancia entre el eje trasero y el centro de masas	[m]
c_v	calor específico a volumen constante	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
e	esfuerzo genérico	[e]=[N, Pa, Nm, T,...]
f	flujo genérico	[f]=[ms ⁻¹ , m ³ s ⁻¹ , s ⁻¹ , JK ⁻¹ ,...]
g	aceleración de la gravedad	[ms ⁻²]
m_{c+R}	masa no suspendida, rueda más cilindro de la suspensión	[kg]
m_E	masa del émbolo de la suspensión	[kg]
m_g	masa de gas	[kg]
m_{RD}	masa de la rueda delantera	[kg]
m_{RT}	masa de la rueda trasera	[kg]
m_{v+V}	masa suspendida, vástago más masa del vehículo de una rueda	[kg]
\dot{m}	flujo de masa a través de la tobera neumática	[kgs ⁻¹]
p	impulso genérico, cantidad de movimiento; presión del gas	[[e]s]; [Pa]
q	desplazamiento generalizado	[[f]s]
t	tiempo	[s]
v	volumen específico del gas	[m ³ kg ⁻¹]
x	desplazamiento vertical del terreno	[m]
x_R	desplazamiento vertical de la rueda respecto la posición estática	[m]
x_V	desplazamiento vertical del vehículo respecto la posición estática	[m]
\dot{x}_R	velocidad vertical de la rueda respecto la posición estática	[ms ⁻¹]
\dot{x}_V	velocidad vertical del vehículo respecto la posición estática	[ms ⁻¹]
A	área efectiva normal de la tobera	[m ²]
A_i	áreas internas del cilindro hidráulico, figuras I.6, IV.2 y V.2	[m ²]
A_S	área efectiva de la suspensión	[m ²]
C	capacidad genérica	[m ⁵ N ⁻¹], [mN ⁻¹],...
C_H	capacidad hidráulica	[m ⁵ N ⁻¹]
F_a	fuerza de amortiguación de suspensión	[N]
F_e	fuerza elástica de suspensión	[N]
F_S	fuerza total de suspensión	[N]
K_R	rigidez de la rueda	[Nm ⁻¹]

K_{RD}	rigidez de la rueda delantera	[Nm ⁻¹]
K_{RT}	rigidez de la rueda trasera	[Nm ⁻¹]
K_S	rigidez de la suspensión	[Nm ⁻¹]
I	inercia genérica	[Ns ² m ⁻⁵], [kg],...
I_V	inercia al cabeceo, [I.3], [I.6]	[kgm ²]
R	resistencia genérica	[Pasm ⁻³], [Nsm ⁻¹],...
\dot{E}	flujo total de energía a través de la tobera por unidad de tiempo	[W]
\dot{Q}	flujo de calor por unidad de tiempo, generalizado	[W]
\dot{Q}_{Otis}	calor intercambiado con la pared por unidad de tiempo	[W]
\dot{Q}^{int}	calor interno, conducido o irradiado por unidad de tiempo	[W]
\dot{S}	flujo de entropía por unidad de tiempo	[WK ⁻¹]
T	temperatura del gas promediada espacialmente	[K]
\dot{T}	ratio temporal de incremento de la temperatura del gas	[Ks ⁻¹]
\dot{U}	ratio temporal de incremento de la energía interna del gas	[W]
\dot{V}	ratio temporal de incremento del volumen contenedor	[m ³ s ⁻¹]
W	energía o trabajo genéricos	[J]
\dot{W}	potencia comunicada, absorbida o disipada	[W]
\dot{W}_{irrev}^{mov}	potencia consumida asociada al movimiento del émbolo	[W]
τ	constante de tiempo térmica	[s]

I. IDEAS GENERALES

I.1 INTRODUCCIÓN

El sistema de suspensión de un vehículo es el conjunto de dispositivos, generalmente mecánicos, destinados a mitigar las vibraciones en el chasis, pasajero y carga, manteniendo el control direccional y una correcta actitud de control durante la conducción. Debe aislar las vibraciones de alta frecuencia generadas por la superficie de la calzada y suprimir las resonancias de la masa que se suspende y de la no suspendida, formada por la rueda y casi la totalidad del equipo de suspensión, minimizando además la pérdida de contacto rueda-suelo a lo largo y ancho del espectro de frecuencias. Un sistema de suspensión también debe insensibilizar al vehículo respecto a cambios de la carga, acciones del conductor, ráfagas de viento laterales, aceleraciones, frenadas o giros en curvas, o cualquier otra fuerza inercial que pudiera actuar sobre el sistema.

Estas funciones envuelven diferentes conflictos a la hora del diseño de un sistema efectivo de suspensión. Por ejemplo, las suspensiones con baja rigidez, y por tanto, baja frecuencia natural, aíslan correctamente pero en cambio hacen perder sensación de control al conductor por adolecer en algunas circunstancias de falta de un contacto óptimo con el suelo. Requieren además de carreras de suspensión más grandes lo cual rivaliza con las necesidades estéticas y aerodinámicas de los automóviles modernos.

Las suspensiones pasivas se encuentran en la mayoría de los vehículos en producción aún hoy día. El sistema consiste en muelles y amortiguadores convencionales de los que no se pueden cambiar sus propiedades características mediante señales externas. Dado los distintos requisitos que deben

cumplirse bajo cualquier velocidad o perfil de calzada, la elección primera de la rigidez del sistema o su coeficiente de amortiguación es el resultado de la adopción obligada de una solución de compromiso.

La creciente aplicación de la electrónica digital a los vehículos en los últimos años, junto al desarrollo de sistemas hidráulicos más precisos y fiables, ha permitido concebir suspensiones más avanzadas, "probablemente" llamadas inteligentes, activas, u óptimas, que permiten la adaptación en el tiempo de los parámetros físicos de la suspensión mejorando, aunque a veces menos de lo esperado, las prestaciones del sistema convencional pasivo a expensas de una mayor complejidad.

Se dice que la suspensión es activa cuando el sistema pasivo es sustituido por completo por un cilindro hidráulico capaz de realizar la fuerza que se solicite, de cualquier módulo y dirección, en respuesta a una señal de mando generada por un microprocesador. El sistema es gobernado por un algoritmo que responde en tiempo real variando la ley de control en función de las diferentes condiciones de la conducción, según la información recibida de sensores instalados en el vehículo y de las excitaciones externas. La configuración activa se representa en la Figura II.9, siendo el sistema más complejo de suspensión y el que mejores prestaciones ofrece.

Las suspensiones activas necesitan de una fuente de energía hidráulica adicional y de un amplio número de sensores, razones que limitan su aplicación a aquellos casos en los que las ventajas que se obtienen de su uso contrapesan su mayor coste y complejidad.

En un intento de mejorar la relación prestaciones *vs* coste del espectro actual de los sistemas de suspensión, se han desarrollado ingenios que suponen una alternativa más realista para el fabricante al ocupar la franja existente entre las configuraciones pasiva y activa, tal como se representa en la Figura I.1. Siguiendo esta idea, están empezando a aparecer en el mercado sistemas intermedios. Entre éstos, las suspensiones activas *débiles* montan en paralelo a

un sistema convencional pasivo un actuador activo de ancho de banda limitado, que se preocupa sólo de ejercer una parte de la fuerza total requerida. Esta posibilidad reduce la cantidad de energía a suministrar aunque retiene gran parte de la complejidad del sistema activo *completo*.

El sistema de suspensión *semi-activo* supone hasta la fecha la alternativa a la construcción activa y a la simplicidad pasiva. En general, monta un amortiguador, cuyo coeficiente de amortiguación puede ser variado utilizando el mismo tipo de estrategia de control que en el caso activo, en paralelo con un muelle convencional pasivo. El amortiguador sólo puede disipar energía pero lo hace de forma “inteligente”, no siendo necesarios el actuador, la bomba hidráulica, servos y acumuladores propios de la configuración activa, y haciendo posible su incorporación a un vehículo estándar sin apenas cambios en su diseño y con un mínimo consumo de energía¹.

En cualquier caso, la realización física de un sistema *semi-activo* no está exenta de problemas que lo separan del comportamiento ideal estimado. La dificultad de medir de forma precisa todas las señales necesarias, cuándo éstas pueden ser medidas, o las particularidades inherentes a todo sistema real, como el tiempo de respuesta de la electroválvula u otros dispositivos, e incluso la correcta interpretación de los fenómenos de rozamiento entre las partes móviles, son un ejemplo.

En este contexto, cualquier estimación teórica no es más que una aproximación de la experiencia, siendo el método de representación de sistemas de transmisión de potencia, BondGraph, una herramienta importante a la hora de reducir el vehículo a un modelo matemático, obtenido de la aplicación de las leyes fundamentales de la física al caso, que permita mediante ordenador

¹ Estrictamente, y dado que la mayor parte de los amortiguadores lo son hidráulicos, es necesaria una pequeña señal eléctrica para accionar una electroválvula. La amortiguación hidráulica no es un fenómeno tan sencillo, por lo que se remite al lector a la sección correspondiente del Capítulo V para una extensión mayor de este concepto.

determinar el efecto del cambio de algún parámetro o su dependencia con los factores involucrados en el diseño.

Pero no es sólo en el campo de la electrónica digital que puede avanzarse. La mecánica tradicional es la que rige el sistema al final del lazo de control. Por ello, no se puede dudar que el conocimiento preciso de la respuesta mecánica del cilindro de suspensión permitiría optimizar en mejor grado el conjunto. Efectos como la variación con la temperatura de trabajo del coeficiente de amortiguación o la influencia del *stick-slip* y tantas otras no linealidades que han lugar, no han sido estudiados en profundidad todavía hoy, por lo que se desconoce su influencia sobre el sistema o si permitirían implementar algoritmos de control más eficientes.

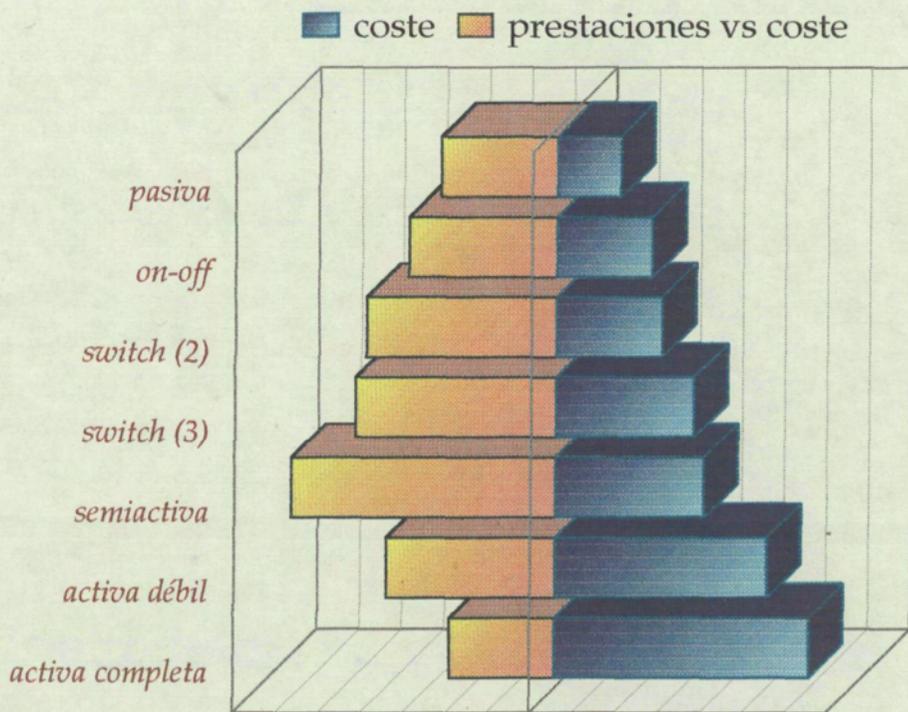


Figura I.1. Ratio prestaciones *vs* coste y coste en el espectro actual de sistemas de suspensión (estimado)

I.2 OBJETIVOS

La tendencia actual de muchas áreas del conocimiento humano pasa por construir mecanismos sencillos controlados por complicados sistemas electrónicos y sofisticados algoritmos de control, desaprovechando en cierta manera la capacidad de los sistemas mecánicos. Tal es el caso de los diseños de suspensión modernos.

En esta Tesis Doctoral se efectúa una breve descripción de los tipos alternativos de suspensión y de las configuraciones existentes actuales para proporcionar al lector una visión del panorama actual y situarlo en el área motivo de estudio:

<< la optimización de un cilindro hidroneumático de suspensión con válvula amortiguadora integrada >>

Optimizar es aprovechar al máximo las capacidades del sistema para conseguir el objetivo final. Es, en consecuencia, conocer los factores que afectan a su comportamiento, definiéndolo al mismo tiempo, y concebir métodos que lo hagan adaptable mediante la actuación sobre dichos factores con el mínimo coste y sacrificio.

Es objetivo de esta Tesis, describir de forma precisa los mecanismos que rigen el funcionamiento de un cilindro de suspensión en términos de:

1. la rigidez neumática asociada al proceso de compresión del gas contenido y su interrelación con el índice politrópico instantáneo², y
2. el coeficiente de amortiguación,

² El concepto de índice politrópico instantáneo es, en sí mismo, una aportación inédita del autor en esta Tesis. Es un factor que contribuye al mejor entendimiento de los fenómenos involucrados en la compresión del gas y a las propiedades mecánicas asociadas.

de forma que se puedan localizar los puntos de actuación que permitan al diseñador optimizar las prestaciones del conjunto.

El conocimiento preciso del índice politrópico instantáneo pasa ineludiblemente por estudiar el proceso de compresión y expansión del nitrógeno desde un punto de vista termodinámico. Como se demostrará en el Capítulo III, el índice politrópico depende de la cantidad total de calor que recibe el gas, ya sea de origen interno o externo, por lo que un objetivo indirecto de este estudio es encontrar un modelo analítico que interprete de forma satisfactoria el fenómeno de transferencia de calor con la pared interior del cilindro.

Las irreversibilidades de carácter interno incrementan la entropía del gas manifestándose como calor interno. Así, de existir alguna forma para su gobierno³, cabría pensar si se podría ajustar el politrópico y la rigidez a conveniencia. Este es otro objetivo de esta Tesis Doctoral, demostrar que esto es posible y encontrar un método sencillo de llevarlo a la práctica.

A todas las ventajas de las suspensiones hidroneumáticas se suma, en virtud del párrafo anterior, el poder variar la rigidez dinámica y la frecuencia propia del sistema. De esta forma, se toma la delantera a las suspensiones *semi-activas* que hasta hoy se limitaban a variar la amortiguación. Nace una nueva generación de suspensión, sólo posible con la estructura hidroneumática, a la que se podría llamar *semi-activa "plus"*.

Es también objeto de esta Tesis, y casi una obligación a finales del siglo XX, desarrollar un modelo numérico asistido por ordenador que, con el auxilio de la técnica de BondGraph, contemple aquellos efectos primordiales que afectan a la respuesta dinámica del cilindro de suspensión hidroneumático

³ Lo cual implica conocer los mecanismos para su generación. De hecho, se demostrará que a partir del politrópico experimental es posible estimar el calor irreversible generado por la acción de las diferentes fuerzas termodinámicas.

en el rango de condiciones de trabajo, para así poder evaluar y discernir la influencia de cada una de las variables y parámetros de diseño por separado y, en lo posible, extrapolar prestaciones.

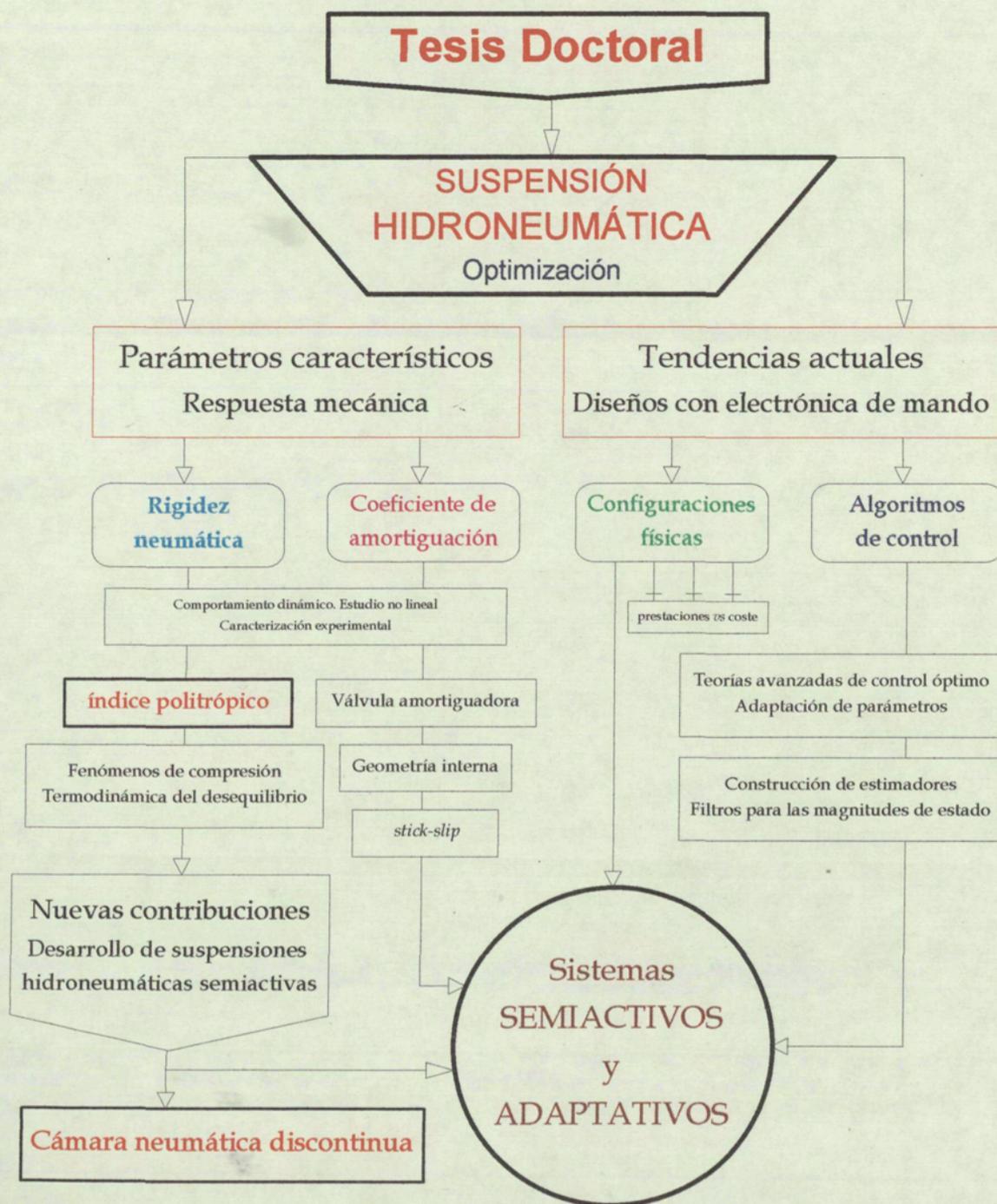


Ilustración I.1 Conceptos. Método para la optimización de una suspensión hidroneumática.

I.3 MODELO PARA UN VEHÍCULO DE UNA RUEDA

Un vehículo de cuatro ruedas⁴ con un chasis rígido constituye un sistema con siete grados de libertad. La adición de otras ruedas o un remolque complica aún más el sistema a estudiar, siendo en muchas ocasiones innecesaria tanta complicación tal y como se razona a continuación.

Asumiendo linealidad en todos los miembros que se indican, el modelo de un vehículo de cuatro ruedas se puede simplificar a uno de dos cuando se verifican las condiciones siguientes:

1. El vehículo transita por calzadas que le suministran ondas largas, por lo que el movimiento de ambos lados del vehículo, derecho e izquierdo, es semejante y la calzada puede considerarse cilíndrica.
2. El vehículo atraviesa una zona de baches y rápidas ondulaciones de corta longitud en cambio, con lo que el movimiento de cada rueda puede admitirse independiente al del resto.

El modelo de dos ruedas es reducido a un sistema de tres masas dinámicamente equivalente si se cumple que la masa total es la misma

$$m_V = m_T + m_C + m_D \quad [I.1]$$

el centro de masas está en la misma posición

$$m_D a = m_T b \quad [I.2]$$

⁴ Se ha preferido la denominación de *vehículo de una rueda* a la de *sistema de un cuarto de vehículo* pues no siempre ocurre que el vehículo tenga cuatro ruedas. Está muy extendida esta última denominación del modelo simplificado, por lo que se ha pensado conveniente la aclaración para evitar confusiones.

y la inercia al cabeceo es la misma

$$I_V = m_D a^2 + m_T b^2 \quad [I.3]$$

Otra forma de escribir las ecuaciones [I.1] e [I.3] es, haciendo uso de la [I.2]

$$m_V = m_T \left(1 + \frac{b}{a} \right) + m_C \quad [I.4]$$

e

$$I_V = m_T a b \left(1 + \frac{b}{a} \right) \quad [I.5]$$

que combinadas conducen a

$$I_V = a b (m_V - m_C) \quad [I.6]$$

de donde se deduce que cuando⁵ $I_V = a b m_V$, entonces $m_C \equiv 0$, y la interacción entre la parte delantera y trasera del vehículo es mínima y el sistema puede reducirse aún más según el desarrollo mostrado en la Figura I.2.

La validez de esta simplificación fue confirmada por Chalasani [6,Chal] quien comparó las predicciones para el sistema de dos y siete grados de libertad, resultando que ambos son comparables⁶ en el rango de frecuencias inferior a 10Hz, afortunadamente.

⁵ Condición aproximada en un vehículo turismo. El modelo de vehículo de una rueda es suficiente para la evaluación de los parámetros principales de diseño. Según indican Sharp y Crolla en [43,Shar], se consigue una precisa representación de las propiedades verticales de la rueda en el rango de frecuencias de trabajo y a las velocidades ordinarias mediante su sustitución por un muelle lineal sin amortiguación.

⁶ Evidentemente bajo las hipótesis admitidas. El modelo debe complicarse si se pretende tener en consideración otros esfuerzos, como los asociados a las curvas, frenadas o vientos laterales.

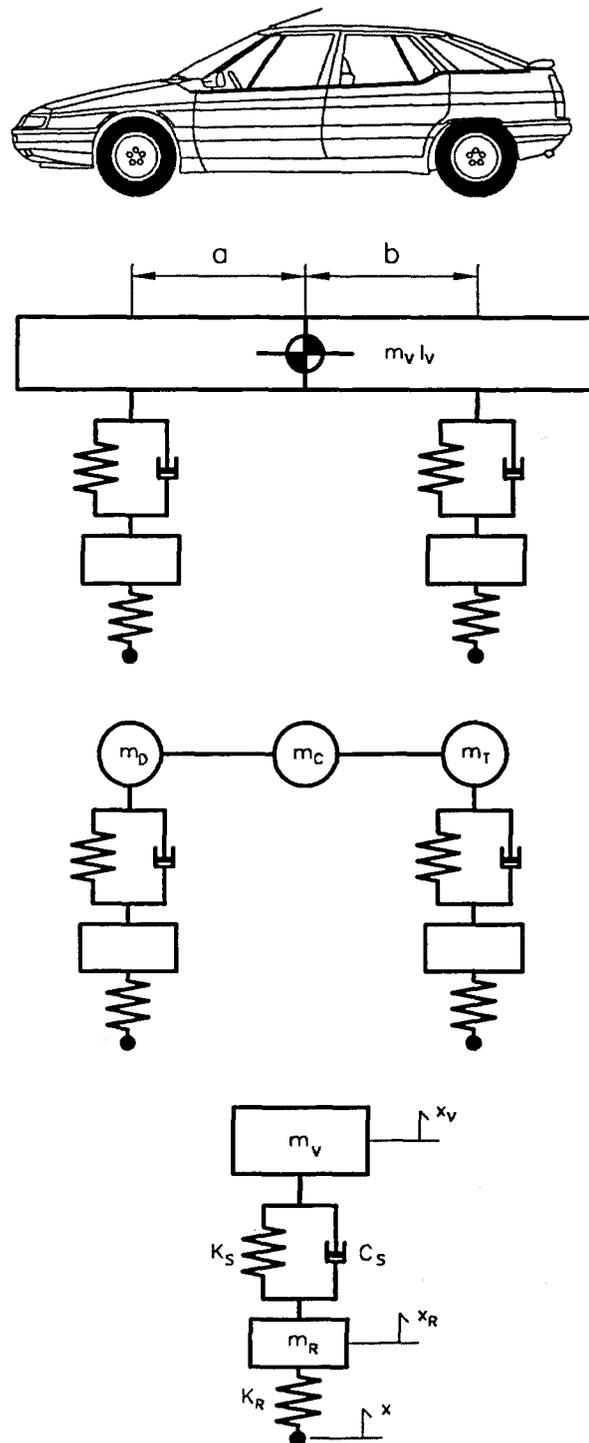


Figura I.2. Simplificación hasta el modelo de vehículo de una rueda.

Con la simplificación a un modelo de una rueda parece que todo el problema se centra en la dirección vertical. Con este punto de vista, un sistema perfecto de suspensión sería el representado en la Figura I.3, según el cual, la rueda seguiría fielmente el perfil de la calzada asegurando un agarre óptimo y el chasis estaría aislado de la excitación de la base en todo el espectro de frecuencias.

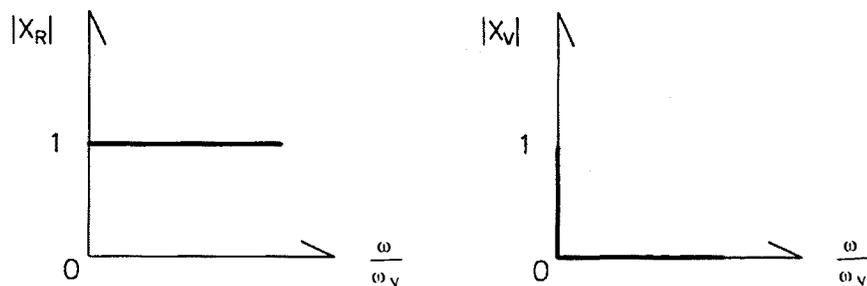


Figura I.3. Sistema perfecto de suspensión, desde cierto punto de vista.

Evidentemente, un vehículo de cuatro ruedas tiene una en cada extremo, siendo también misión de la suspensión, aunque no sea contemplada por el modelo de un cuarto de vehículo, amortiguar el movimiento del centro de masas por la acción del viento lateral, el giro en curvas, etc. El comportamiento al balanceo es de importancia clave en la conducción, siendo admisible admitir como conclusión, que si una suspensión es blanda frente al balanceo ha de serlo también en el modelo simplificado, por lo que éste representa un magnífico punto de partida a la hora de diseñar suspensiones⁷.

Algunos investigadores, como Ryba [40,Ryba], utilizan una configuración de tres masas en el modelo de vehículo de una rueda, pretendiendo con ello incluir el efecto de absorción adicional que se consigue de separar la masa del sillín y del conductor del resto del vehículo.

⁷ Y el único hasta el desarrollo masivo de los ordenadores.

I.4 LA REFERENCIA PASIVA

Las suspensiones pasivas son el parangón con el que evaluar las prestaciones de los demás sistemas de suspensión. Antes no obstante, es necesario definir los criterios de comparación que se van a utilizar, ya que los indicados en la Figura 1.3 se muestran insuficientes por no contemplar otros efectos dinámicos importantes.

Las ecuaciones de movimiento para el sistema lineal del vehículo de una rueda de la Figura 1.2 son

$$m_V \ddot{x}_V = C_S (\dot{x}_R - \dot{x}_V) + K_S (x_R - x_V) \quad [I.7]$$

$$m_R \ddot{x}_R = -C_S (\dot{x}_R - \dot{x}_V) - K_S (x_R - x_V) + K_R (x - x_R) \quad [I.8]$$

en donde los desplazamientos son medidos desde la posición de equilibrio estático. El coeficiente de amortiguación de la suspensión es C_S , su rigidez K_S y la de la rueda K_R .

I.4.1 RESPUESTA FRECUENCIAL DE UN SISTEMA PASIVO

Supóngase que el sistema tuviera una entrada simple senoidal como

$$x = x_0 e^{i\omega t} \quad [I.9]$$

siendo ω su pulsación en $rads^{-1}$. Tras el correspondiente transitorio, el sistema responde con un movimiento de la forma

$$x_i = f(\omega) x_0 e^{i(\omega t + \phi)} = f(\omega) e^{i\phi} x \quad [I.10]$$

de idéntica frecuencia, distinta magnitud y desfasado un ángulo ϕ , pudiéndose reescribir como

$$x_i = X_i(\omega) x \quad [I.11]$$

donde $X_i(\omega)$ es la respuesta frecuencial del sistema. En caso de interesar sólo la amplitud del movimiento se sigue que

$$x_{0i} = |X_i(\omega)| x_0 \quad [I.12]$$

siendo los $|X_i(\omega)|$ resultantes los ratios de transmisibilidad de desplazamiento para cada una de las masas.

De la misma forma, las transmisibilidades de velocidad y aceleración son

$$\dot{x}_{0i} = |\dot{X}_i(\omega)| \dot{x}_0 \quad [I.13]$$

$$\ddot{x}_{0i} = |\ddot{X}_i(\omega)| \ddot{x}_0 \quad [I.14]$$

que, aunque pueden ser definidas para cualquier sistema, para el lineal supuesto sometido a excitaciones armónicas es, por descontado,

$$|X_i(\omega)| \equiv |\dot{X}_i(\omega)| \equiv |\ddot{X}_i(\omega)| \quad [I.15]$$

En este sentido se hace necesaria una aclaración. El término *transmisibilidad* será usado tanto para los sistemas lineales como los no lineales aunque, en teoría, es sólo de aplicación a los primeros⁸. El concepto es válido por su significado, pero debe entenderse que no se podrá predecir la respuesta exacta de un sistema no lineal a través de una o varias funciones de transferencia

⁸ Margolis [31,Marg] afirma que es posible simular sistemas *semi-activos* con excitación senoidal e interpretar los resultados en amplitud mediante la correspondiente transmisibilidad. Alega que la respuesta de una suspensión *semi-activa*, evidentemente no lineal, a una entrada senoidal como [I.9], es virtualmente otro seno de las características [I.10], incluso para amplitudes de movimiento grandes.

del tipo [I.11]. Son muchas las referencias que las utilizan y, en cualquier caso, su comparación con otras del mismo tipo es perfectamente lícita.

Haciendo uso del BondGraph de la Figura VI.4 o si se prefiere el juego de ecuaciones [I.7] e [I.8], y las técnicas de la *transformada de Laplace*, se pueden obtener las funciones de transferencia para las masas m_V y m_R . Se sabe que las frecuencias naturales de cada una de las masas son

$$\omega_V = 2\pi f_V = \sqrt{\frac{K_S}{m_V}} \quad [I.16]$$

$$\omega_R = 2\pi f_R = \sqrt{\frac{K_R}{m_R}} \quad [I.17]$$

y llamando a

$$\xi_V = \frac{C_S}{2\sqrt{K_S m_V}} = \frac{C_S}{2\omega_V m_V} \quad [I.18]$$

resulta

$$X_V(\omega) = \frac{1 + 2\xi_V \frac{\omega}{\omega_V} i}{1 + 2\xi_V \frac{\omega}{\omega_V} i - \left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2 - \left[1 + \frac{m_V}{m_R}\right] \left\{ \left(\frac{\omega}{\omega_R}\right)^2 + 2\xi_V \frac{\omega^3}{\omega_V \omega_R^2} i \right\} + \frac{\omega^4}{\omega_V^2 \omega_R^2}} \quad [I.19]$$

ecuación que, utilizando el operador de Laplace $s = i\omega$, y llamando a

$$\Omega = \frac{\omega_V}{\omega_R} \quad [I.20]$$

también se expresa

$$X_V(\omega) = \frac{\Omega^2 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R}}{\Omega^2 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R} + \frac{s^2}{\omega_R^2} - \left[1 + \frac{m_V}{m_R}\right] \left\{ \Omega^2 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R} \right\} \frac{s^2}{\omega_R^2} + \frac{s^4}{\omega_R^4}} \quad [I.21]$$

mientras que

$$X_R(\omega) = X_V(\omega) \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_V}\right)^2}{1 + 2\xi_V \frac{\omega}{\omega_V} i} \right\} \quad [I.22]$$

o bien

$$X_R(\omega) = X_V(\omega) \left\{ 1 + \frac{\Omega^2 \frac{s^2}{\omega_R^2}}{1 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R}} \right\} \quad [I.23]$$

Estas ecuaciones ponen de manifiesto que el comportamiento dinámico de una suspensión pasiva de coeficientes constantes depende de un limitado número de factores, que son: la relación entre las masas suspendida y no suspendida, el factor de amortiguación ξ_V definido de [I.18] y Ω .

Según indican Sharp y Crolla en [44,Shar] un buen diseño de suspensión pasiva corresponde al criterio⁹

$$\frac{m_V}{m_R} = 5 \div 8 \quad [I.24]$$

donde se preferirá el límite inferior para los vehículos pequeños y el superior para los más pesados.

La rigidez de la rueda no acostumbra a ser un parámetro definitivo en el diseño pues su tamaño viene determinado por la carga estática y la presión de inflado necesaria. Es por ello que se prefiere la forma de las ecuaciones [I.21] e [I.23], aceptándose comúnmente que

$$\frac{K_R}{g(m_V + m_R)} = 40 \div 50 m^{-1} \quad [I.25]$$

⁹ Forzado en ocasiones por consideraciones mecánicas.

lo cual indica a su vez con [I.17] e [I.24], que

$$f_R \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(400 \div 500)(m_V + m_R)}{m_R}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{(400 \div 500)(5 \div 8)} = 7 \div 10 \text{ Hz}$$

[I.26]

El valor de K_s determina la frecuencia natural de la masa suspendida¹⁰. En [40,Ryba], Ryba indica que la fuerza elástica es mayor que la amortiguadora para frecuencias por debajo de la frecuencia de resonancia de la masa suspendida. Esto hace que, para bajas frecuencias, el muelle sea el responsable de mantener pequeños desplazamientos entre ambas masas. El amortiguador controla la resonancia del sistema pues pequeños valores de ξ_v o C_s implican elevadas transmisibilidades cerca de ω_v tal como se observa en la Figura I.4.

Este efecto también fue observado por Karnopp [22,Karn] y Krasnicki [27,Kras], quienes además añaden que para frecuencias grandes la fuerza que predomina es la del amortiguador y que, en consecuencia, al tenerse una fuerza proporcional a la velocidad relativa entre las masas, se rigidiza el sistema a medida que aumenta la frecuencia. Se pretende en cambio que el sistema sea blando en altas frecuencias, por lo que se pierden las propiedades aislantes o amortiguadoras del sistema pasivo ideal, según el cual, el amortiguador debería realizar una fuerza proporcional a la velocidad absoluta de la masa que se quiere controlar¹¹.

¹⁰ Salvo por las inevitables variaciones de la carga.

¹¹ Este es el fundamento básico del *skyhook*. Véase el Capítulo II.

I.4.2 CRITERIOS PARA LA COMPARACIÓN DE PRESTACIONES

La respuesta de un sistema de suspensión excitado mediante una función como [I.9] se puede estudiar en función de los siguientes parámetros:

1. transmisibilidad de desplazamiento para la masa suspendida:

$$|X_v| = \frac{x_{0v}}{x_0} \quad [I.27]$$

2. transmisibilidad de desplazamiento para la masa no suspendida:

$$|X_R| = \frac{x_{0R}}{x_0} \quad [I.28]$$

3. ratio *rms* de aceleración de la masa suspendida:

$$AM_{rms} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T \left(\frac{\ddot{x}_v}{x_0 \omega^2} \right)^2 dt} \quad [I.29]$$

4. ratio de desplazamiento relativo o carrera de suspensión:

$$CS = \frac{x_v - x_R}{2x_0} \quad [I.30]$$

5. ratio de pérdida de contacto con el terreno:

$$PC = \frac{\left| \frac{PC_{min}}{(m_v + m_R)g} - 1 \right|}{\frac{x_0 \omega^2}{g}} \quad [I.31]$$

Merece la pena comentar que PC_{min} es la mínima fuerza de contacto y que la aceleración se toma en unidades *rms* para su comparación con los valores marcados por la ISO 2631/1 como tolerables para el ser humano.

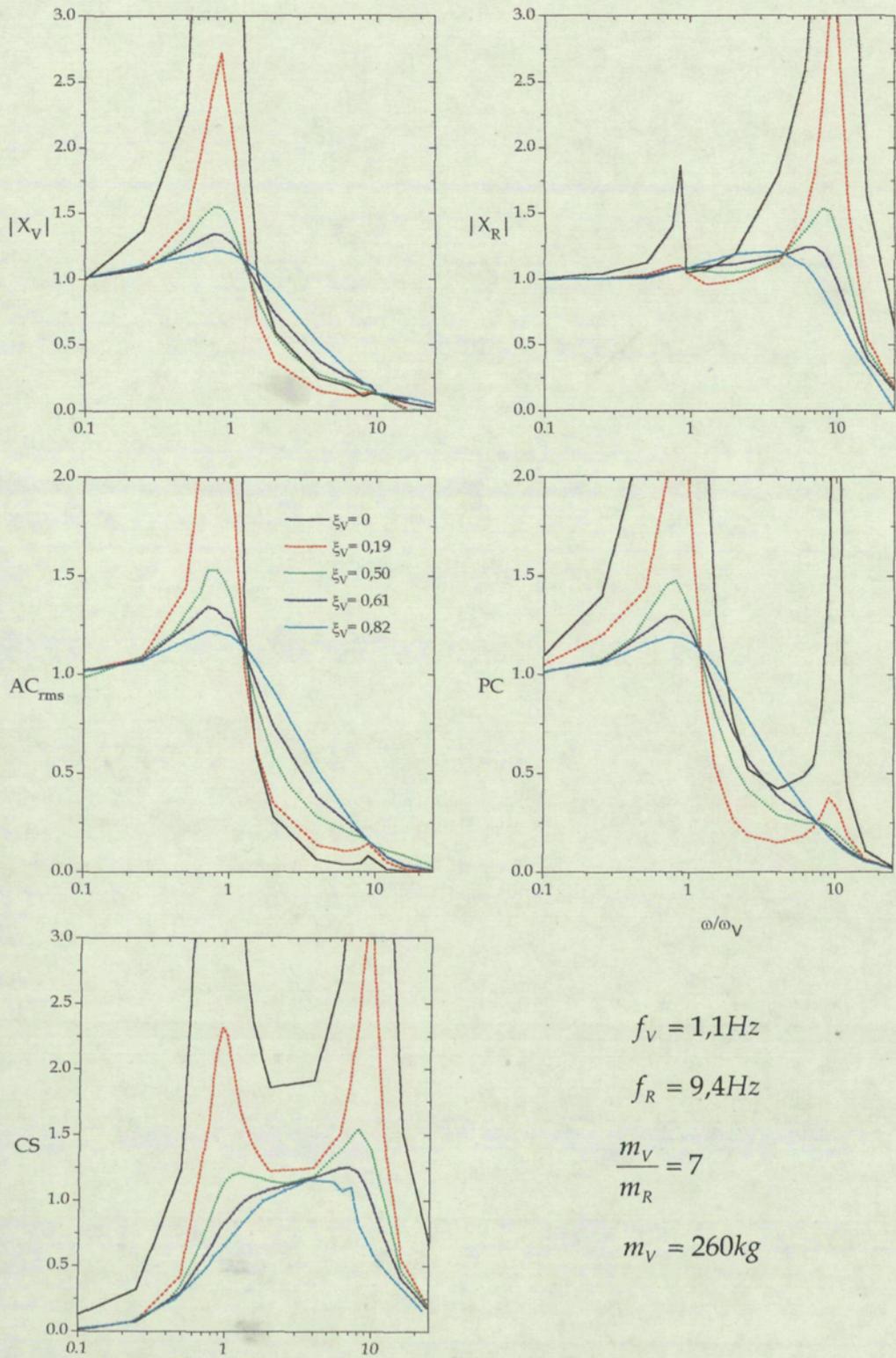


Figura I.4 Ratios para diferentes suspensiones pasivas en función de ξ_V .

Los gráficos de la Figura I.4 no son los únicos varemos de comparación, pues no incluyen efectos no contemplados por el modelo de vehículo de una rueda y ni siquiera cumplen a veces con la ortodoxia que permite hablar con propiedad de un fenómeno. Por ejemplo, los desplazamientos de la rueda y la calzada deben estar en fase pues, si no, ¿de qué sirve que tengan la misma amplitud?

Como indican Hall y Gill [15,Hall] en un magnífico artículo sobre la localización óptima de los polos de un sistema de suspensión, no se gana siempre que se colocan éstos de forma que se idealiza la función de transferencia. Pero de nuevo, resta preguntarse si se dispone de otras herramientas de trabajo.

La respuesta frecuencial de un sistema lineal puede ser determinada según [3,Agul] mediante ensayos senoidales, aunque debido al carácter aleatorio de la entrada x en un sistema de suspensión, sería conveniente utilizar señales aleatorias estacionarias para su excitación¹². Krasnicki [27,Kras] indica que el espectro de la respuesta de un sistema a una entrada aleatoria es ligeramente peor que la obtenida con señales senoidales aisladas, y que solamente en la vecindad de la frecuencia de resonancia se obtiene alguna mejora.

Conocidas la amplitud de la función de transferencia $|X_i(\omega)|$ y la densidad espectral de potencia de la única entrada x , $S_x(\omega)$, es posible conocer la densidad espectral de la salida correspondiente¹³ mediante el cálculo

$$S_{x_i}(\omega) = |X_i(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad [I.32]$$

¹² No fue posible para la parte experimental de la Tesis construir un banco de pruebas de tales características, por lo que los gráficos frecuenciales que aparecen han sido obtenidos mediante la excitación del sistema con señales senoidales aisladas del tipo indicado por la ecuación [I.9]

¹³ Siempre admitiendo linealidad.

que permite expresar las respuestas individuales en términos del valor *rms* correspondiente obtenido de integrar la expresión

$$\Psi_{x_i} = \sqrt{\int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} S_{x_i}(\omega) d\omega} \quad [I.33]$$

Este procedimiento permite disponer de un único valor con el que comparar resultados puesto que aún la contribución de cada fracción $d\omega$ del espectro de frecuencias sobre el sistema¹⁴ en el rango que va de ω_{min} a ω_{max} .

Con este nuevo planteamiento, Crolla en [11,Crol], enseña que el comportamiento de la suspensión puede valorarse utilizando sólo tres parámetros:

1. *Discomfort (ACC)*, incomodidad, definido como el valor *rms* de la aceleración vertical del vehículo, promediado antes de la integración por una *función de peso* que tenga en cuenta aquellas frecuencias para las que el cuerpo humano es más sensible¹⁵ y el tiempo de estancia. El criterio es marcado por la Norma ISO 2631/1 [1985] y descrito en la Tabla I.1

f [Hz]	función de peso
menos de 1	0,25
1÷4	0,25 f
4÷8	1
más de 8	64/ f^2

Tabla I.1. Función de peso de la Norma ISO 2631/1.

¹⁴ Téngase presente que el sistema es excitado mediante una señal aleatoria estacionaria, supuestamente ergódica.

¹⁵ Tradicionalmente se admite que es entre 4÷8Hz.

2. *Dynamic Tyre Loading (DTL)*, esfuerzo dinámico en la rueda, comparable al PC , pero ahora definido como el valor *rms* de la variación del esfuerzo asociado a K_R respecto la posición neutra o estática. Es un parámetro fundamental en el estudio de la estabilidad, manejabilidad y seguridad en la frenada.
3. *Suspension Working Space (SWS)*, carrera media de la suspensión. Este parámetro es el valor *rms* del desplazamiento relativo entre la masa suspendida y no suspendida, pero ahora, como la excitación de entrada es gaussiana, además permite estimar la probabilidad de que la suspensión esté trabajando entre sus límites físicos de desplazamiento. Así, se tiene que el desplazamiento $(x_V - x_R)$ estará comprendido entre $\pm SWS$, $\pm 2SWS$, $\pm 3SWS$ respecto la posición estática durante el 68,3%, el 95,4% y el 99,7% del tiempo de trabajo respectivamente.

Un ejemplo de esta circunstancia la ofrecen Horton y Crolla [18,Hort], quienes indican que se juzga injustamente a las suspensiones activas respecto a las pasivas si sólo se contempla en el estudio las capacidades de la Figura I.3 ó I.4 y no se tienen en consideración las necesidades prácticas de carrera útil. Las suspensiones pasivas requieren en general de más *SWS* para permitir cambios de carga estática, de forma que, para evitar contactos superiores al 0,3% con los extremos, sería necesario que la carrera útil de la suspensión fuera

$$3SWS = \{ \text{deflexión estática entre la máxima y mínima carga tolerable} \} \pm 3\sigma$$

siendo σ la desviación estándar respecto de la posición de equilibrio. La suspensión pasiva debe ser más rígida pues sólo tiene disponible una carrera de $\pm 3\sigma$, lo que malogra su funcionamiento dinámico respecto la suspensión activa correspondiente que pueda utilizar toda la carrera $\pm 3SWS$. Como conclusión, es conveniente comparar suspensiones de idéntica carrera física.

Los anteriores tres criterios se reducen a dos al ser posible dibujar isocontornos de idéntico *SWS* en un gráfico cartesiano que tuviera los parámetros *ACL* y *DTL* en cada uno de los ejes. Este método es utilizado por Crolla y otros investigadores en numerosas referencias. Se deduce, que para cualquier calzada y velocidad, se consigue reducir el *ACL* al disminuir K_s y C_s . Siempre es conveniente explotar al máximo las posibilidades de *SWS*, por lo que parece conveniente utilizar una suspensión adaptativa que utilice la máxima carrera disponible en cualquier momento. Como para una rigidez dada no se puede descender C_s por debajo de un determinado valor para controlar las resonancias de las masas suspendida y no suspendida, parece interesante encontrar un método sencillo de variar K_s .

El coeficiente de amortiguación óptimo para el confort es inferior al necesario para amortiguar la resonancia de la rueda, incrementándose la diferencia al descender la rigidez. Para una K_s cualquiera, el coeficiente de amortiguación que minimiza el *ACL* es aproximadamente la mitad de aquél que minimiza el *DTL*, y de ser escogido representa un deterioro de un 20% en *DTL*. A la inversa el problema es simétrico: de escoger el coeficiente de amortiguación que prioriza el *DTL*, resulta una pérdida en *ACL* del mismo orden. He aquí el compromiso.

Otros criterios con los que comparar los diferentes diseños constructivos o de *hardware* de sistemas de suspensión son los energéticos¹⁶. Es evidente que este punto es de vital importancia en el diseño pues toda la energía que se disipa en una suspensión, incluso en un elemento pasivo, es o ha sido absorbida del motor del vehículo.

¹⁶ Este punto será más desarrollado en el Capítulo II.

I.5 SUSPENSIONES HIDRONEUMÁTICAS

Un cilindro de suspensión hidroneumática (SHN) permite incorporar en el mismo elemento la amortiguación y la rigidez correspondiente a un sistema de suspensión. Cargados generalmente con gas nitrógeno, permitirían mantener la elongación de reposo ante cambios de carga estática si se las incorporara de un dispositivo de inflado. Las suspensiones hidroneumáticas permiten tener mayores carreras de suspensión. Además, su rigidez dinámica no es constante sino que varía con el volumen comprimido o la carrera. El *bondgraph* correspondiente a una suspensión hidroneumática instalada en un vehículo de una rueda se muestra en la Figura VI.4.

Un sistema *autonivelante* permitiría sacar provecho de las ventajas que se obtienen en confort y agarre al reducir la rigidez y el coeficiente de amortiguación de la suspensión. Al no depender del resorte el sostén de la masa suspendida, se dispondría de toda la carrera efectiva para cualquier carga, como han estudiado por ejemplo por Hall y Tang en [17,Hall]. El método es aplicable tanto para suspensiones pasivas, *semi-activas* o activas, siendo las hidroneumáticas las que permiten una mejor adaptación por las características propias de la cámara neumática.

En la Figura I.5 se incluye una fotografía del cilindro de suspensión hidroneumática de alta presión utilizado en esta Tesis Doctoral para la realización de experiencias. Si bien su configuración interna aproximada corresponde más a la Figura IV.2, en esta sección se trabajará con el esquema mostrado en la Figura I.6. Las diferencias en la disposición de la cámara neumática implican cambios en la dinámica de trabajo¹⁷, pero no modifican las características estáticas del cilindro. El volumen total de la cámara neumática es de 1760cm^3 y la carrera disponible de 300mm .

¹⁷ Capítulos III y IV.

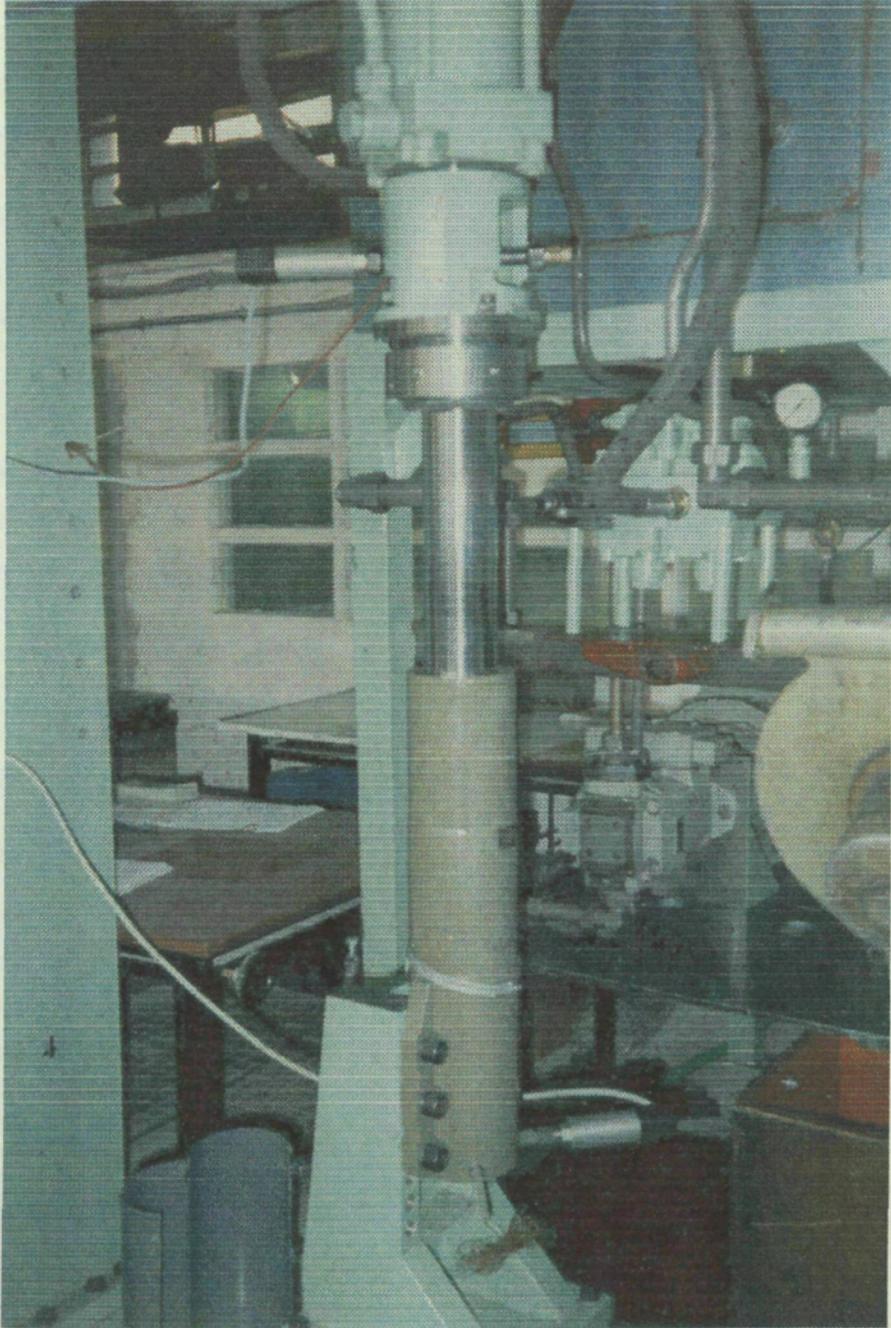


Figura 1.5. Cilindro hidroneumático TIPO 250-3 de CESIA, en el banco de pruebas.

I.5.1 ESTUDIO DINÁMICO PREVIO

Estando la suspensión en la posición de reposo, cualquier variación de la carga suspendida o la aparición de esfuerzos dinámicos sobre la suspensión hará que ésta se desplace buscando un nuevo equilibrio que verifique el balance de fuerzas estático. El diagrama de sólido libre para la masa suspendida indica que

$$m_v(\ddot{x}_v + g) = F_s \quad [I.34]$$

El término de la derecha es la fuerza total de suspensión, F_s , y consiste en la suma de tres sumandos: la fuerza estática F_0 , la fuerza elástica F_e , y la fuerza debida a la amortiguación F_a

$$F_s = F_0 + F_e + F_a \quad [I.35]$$

La fuerza estática es

$$F_0 = m_v g = p_0 A_s \quad [I.36]$$

donde A_s es el área efectiva de la suspensión y p_0 la presión relativa¹⁸ media correspondiente a la posición estática. En virtud de [I.7], se tiene que

$$F_e = -K(x_v - x_R) \quad [I.37]$$

$$F_a = -C(\dot{x}_v - \dot{x}_R) \quad [I.38]$$

¹⁸ Se requiere un cuidado especial cuando se trabaja con presiones referidas a otras. Por ejemplo, esta presión está referida a la atmosférica, por lo que es *relativa a*. En lo que sigue se utilizarán presiones referidas a p_0 , de forma que

$$p_i + p_0$$

será la presión *relativa a* la atmósfera y

$$p_i^{abs} = p_i + p_0 + p_{atm}$$

la correspondiente presión absoluta, a utilizar en ecuaciones de estado por ejemplo.

Los coeficientes C y K no son en absoluto constantes para una suspensión hidroneumática. Una suspensión cualquiera se convierte en adaptable al permitir modificar C o K según la demanda de algún algoritmo de control. Como la amortiguación generalmente es hidráulica, la solución más sencilla siempre resulta ser actuar sobre el coeficiente de amortiguación C de la ecuación [I.38], obteniéndose entonces suspensiones *semi-activas*, de bajo coste de *hardware* aunque con el mismo de *software*, y con respuestas aceptables y muy atractivas para los constructores.

El no actuar sobre K para modificar la ecuación [I.37] es un hecho que sólo encuentra explicación al pensar que, en realidad, el proceso de compresión no es bien entendido aún hoy, por lo que no se ha encontrado el modo de variar la rigidez neumática de forma sencilla. En esta Tesis se indica cómo sí es posible.

I.5.2 RIGIDEZ NEUMÁTICA. RELACIÓN CON EL ÍNDICE POLITRÓPICO

La rigidez se define de la fórmula [I.37] como el cociente entre la fuerza elástica y la carrera del actuador respecto de su posición estática. Así,

$$K = - \frac{F_e}{x_V - x_R} \quad [I.39]$$

Por la relación entre la rigidez instantánea y la frecuencia natural del sistema, es conveniente definir la rigidez dinámica del cilindro de la forma

$$k_{din} = - \frac{dF_e}{d(x_V - x_R)} \quad [I.40]$$

de modo que la frecuencia natural se calcule como

$$f_V = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{din}}{m_V}} \quad [I.41]$$

I.5.2.1 Configuración hidroneumática para baja presión

Para el cilindro de suspensión de la Figura V.2 la fuerza de suspensión¹⁹ es

$$F_s = p_0 A_1 + p_N A_2 + \{ p_1 A_1 - p_2 A_2 \} \quad [I.42]$$

siendo las presiones p_1, p_2 y p_N relativas a²⁰ p_0 , y donde la fuerza correspondiente al gas es

$$F_c = p_N A_2 \quad [I.43]$$

que permite transformar [I.40] a la forma

$$k_{din} = -\frac{A_2 dp_N}{dV/A_1} = -\varphi A_1^2 \frac{dp_N}{dV} \quad [I.44]$$

y en donde se observa que la rigidez de una suspensión hidroneumática es función de la relación de secciones $\varphi = \frac{A_2}{A_1}$, de la potencia cuarta del diámetro interno, y del modo de compresión marcado por la evolución del término derivativo.

Teniendo en cuenta la expresión [III.57] deducida en el Capítulo III y que

$$dp_N = d(p_N + p_0 + p_{atm}) = dp_N^{abs} \quad [I.45]$$

puede despejarse la rigidez dinámica de [I.44] en función del índice politrópico, para obtenerse

¹⁹ Visión simplista de la fuerza total de suspensión pero que permite extraer conclusiones de suma importancia conceptual. Evidentemente, esta definición desprecia el rozamiento así como los efectos inerciales debidos al movimiento. El área efectiva de suspensión A_s coincide en este caso con A_1 .

²⁰ Según lo indicado al pie de la página anterior.

$$k_{din} = \varphi A_1^2 \frac{p_N^{abs}}{V} n \quad [I.46]$$

con la que se demuestra que el índice politrópico instantáneo constituye una medida de la rigidez neumática de la suspensión.

Dada una geometría con $\langle \varphi, A_1 \rangle$, la rigidez de la suspensión aumenta según se comprime pues, por un lado aumenta p_N^{abs} , y por otro, disminuye V . Para una suspensión hidroneumática que realizara ciclos senoidales en torno a la posición de equilibrio, la rigidez dinámica en función del politrópico medio se escribiría, con [III.1]

$$k_{din} = \varphi A_1^2 \frac{C^{te}}{V^{n+1}} \bar{n} \quad [I.47]$$

ecuación esta última muy significativa.

I.5.2.2 Configuración hidroneumática para alta presión

Para el cilindro de suspensión de alta presión mostrado en la Figura I.6, la fuerza de suspensión, bajo los mismos supuestos que en [I.42], es

$$F_s = p_0 A_s + p_N A_N + \{ p_1 (A_1 - A_N) - p_2 A_2 \} \quad [I.48]$$

de la que la fuerza del gas continua siendo

$$F_c = p_N A_N \quad [I.49]$$

y donde ahora

$$A_s = A_1 - A_2 \quad [I.50]$$

Con [I.40] y llamando a

$$\varphi = \frac{A_2}{A_1} \quad [I.51]$$

y a

$$\zeta = \frac{A_N}{A_1} \quad [I.52]$$

se despeja que

$$k_{din} = A_1^2 \zeta (1 - \varphi) \frac{P_N^{abs}}{V} n \quad [I.53]$$

o bien

$$k_{din} = A_S^2 \frac{\zeta}{(1 - \varphi)} \frac{P_N^{abs}}{V} n \quad [I.54]$$

De las ecuaciones [I.46] e [I.54] se deduce que predecir el comportamiento elástico de la cámara neumática requiere del estudio exhaustivo del proceso de compresión. Resulta frecuente encontrarse con autores que estiman que el proceso de compresión es adiabático, o que transcurre según un politrópico intermedio ($1 < n < 1,4$) de valor constante.

Como se explica en el Capítulo III, el índice politrópico instantáneo del proceso supera en muchas ocasiones el valor tácito de 1,4. Ni siquiera tomar valores reales de γ es suficiente pues, aunque se escojan para su estimación ecuaciones de gas real con las que puede llegar a ser 1,5 ó 1,6 a altas presiones²¹, el índice politrópico lo sobrepasa en presencia de irreversibilidades internas en procesos casi adiabáticos. En esta Tesis se demuestra que γ es el límite superior del índice politrópico medio sólo para la compresión cuasiestática y adiabática de un gas ideal.

El índice politrópico se muestra como una buena herramienta para valorar la bondad de cualquier algoritmo de cálculo para los fenómenos de compresión, siempre que se compare con resultados experimentales y se disponga de un método adecuado para estimar la transferencia de calor con la pared.

²¹ Apéndice A1.

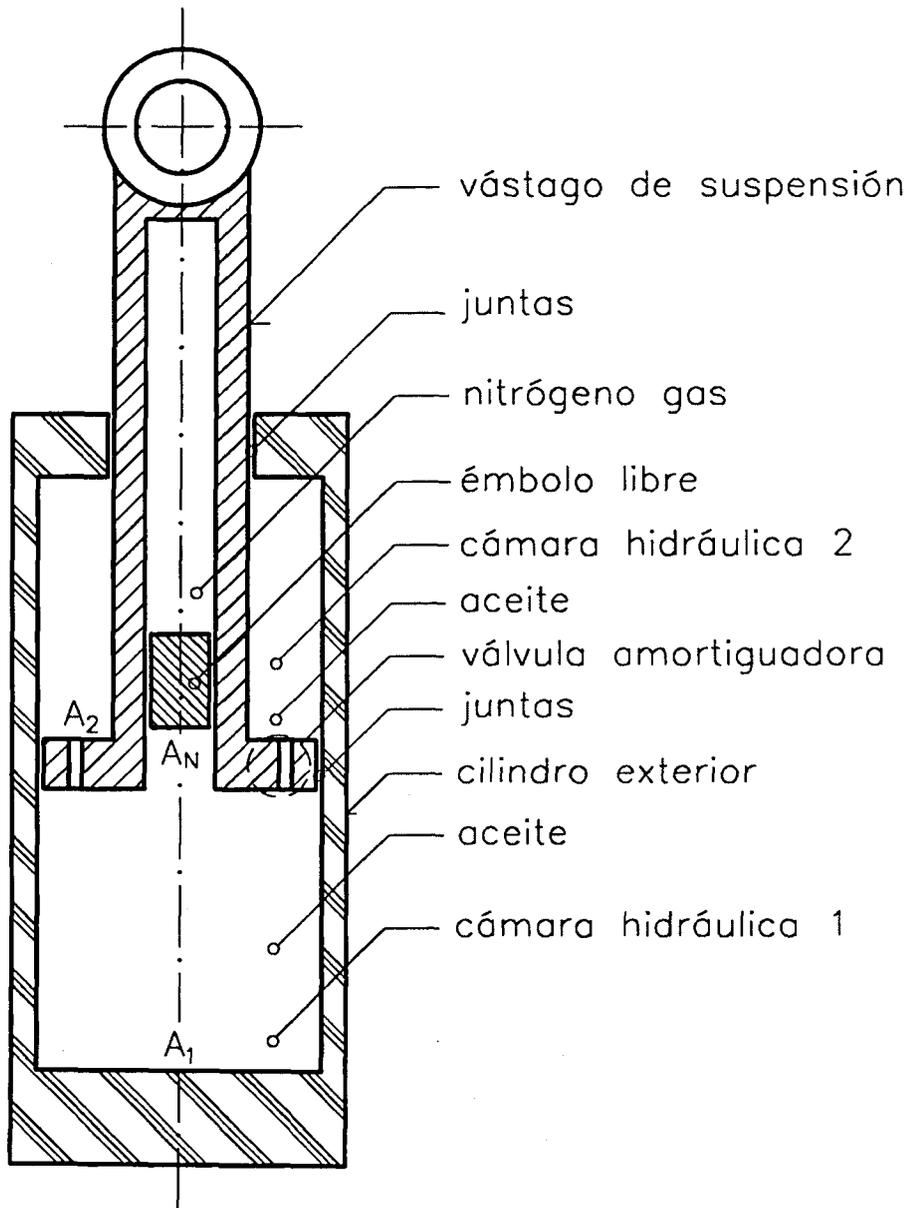


Figura I.6. Cilindro de suspensión hidroneumática con cámara neumática simple.

I.6 DESARROLLO DE LA TESIS

Definidos los objetivos y encontrada la relación fundamental entre el índice politrópico instantáneo y la rigidez neumática del cilindro de suspensión, se está en disposición de desarrollar ampliamente el contenido de la presente Tesis Doctoral.

En el capítulo siguiente se explican de forma extensa los diferentes sistemas de suspensión con alusión expresa de los algoritmos de control que utilizan y del consumo energético que ocasionan. Las suspensiones *semi*-activas constituyen la mejor alternativa al diseño pasivo pues son las que presentan un ratio prestaciones *vs* coste más elevado. No es de extrañar que esto sea así cuando se sabe que para cada pareja muelle-amortiguador existen unas condiciones de funcionamiento velocidad-calzada-carga que hacen que la suspensión trabaje de forma óptima²². Con los parámetros idóneos ajustados, las ventajas de un montaje activo se ven bastante reducidas. Ocurre no obstante, que al cambiar la velocidad por ejemplo, el sistema pasivo se degrada más que el activo, requiriendo estadísticamente de más carrera de suspensión y, por tanto, topando con los límites mecánicos en mayor número de ocasiones. Las suspensiones activas son más versátiles, pero también más caras y complejas, no vislumbrándose un futuro muy prometedor para dichos sistemas salvo en aplicaciones especiales²³.

En el Capítulo III se describen los fundamentos termodinámicos involucrados en la compresión del nitrógeno en una cámara neumática simple o monovolumen. Se recalca, habida cuenta de su influencia sobre la rigidez dinámica y la frecuencia propia del sistema, la relación entre el índice politrópico y las irreversibilidades de carácter interno al gas, sembrándose a su vez las bases cientí-

²² El problema reside en definir "óptimo".

²³ Básicamente militares y aeroespaciales.

ficas que permitirán en el Capítulo IV afirmar, no sólo qué es posible modificar a voluntad la rigidez de una suspensión hidroneumática, sino cómo puede hacerse. Si un sistema *semi-activo* es tal que permite variar el coeficiente de amortiguación manteniendo la construcción pasiva, un cilindro hidroneumático *semi-activo* que además permita cambiar la rigidez, será un artefacto cuyas prestaciones estarán situadas más próximas a las del sistema activo si cabe, pero que apenas complicarán más al *semi-activo* tradicional, al que debería llamarse "clásico" desde este momento. Se consigue controlar el politrópico instantáneo del proceso al regular la sección de paso de la tobera que conecta las dos cámaras de la configuración discontinua de la Figura IV.2, por lo que ha sido necesario caracterizar experimentalmente la tobera para la cuantificación del flujo de masa a su través.

Vista la importancia del índice politrópico, se representan en el Capítulo III las curvas de politrópico constante, o *isotrópicas*, dibujadas en diagramas temperatura *vs* entropía. Tales gráficos pretenden ser una guía para el diseño de suspensiones hidroneumáticas al incluir propiedades de gas real.

Respecto al coeficiente de amortiguación de una suspensión hidroneumática, conviene adelantar ahora que no es función exclusivamente de la válvula amortiguadora, como se ha entendido y asumido tácitamente por la literatura especializada consultada, y que su variación con la temperatura puede ser importante por la dependencia de la característica presión *vs* caudal de la viscosidad. En el Capítulo V se detallan ambas conclusiones y se incluyen otros efectos de influencia notoria en el comportamiento dinámico de la suspensión, como son: el rozamiento mecánico o *stick-slip* y la influencia de la geometría interna del cilindro.

En el Capítulo VI se comentan los diagramas BondGraph, térmicos y mecánicos, correspondientes a los sistemas descritos en los capítulos precedentes. Las virtudes del BondGraph para la modelización de los sistemas ingenieriles son muy numerosas como para ser listadas aquí. El método es aplicable tanto a

sistemas lineales como no lineales, permitiendo la evaluación del orden de complejidad del sistema y las variables de estado apropiadas para su estudio antes de la formulación de cualquier ecuación. El BondGraph comprende los distintos dominios de la vida misma, y lo hace de una forma unificada y conjunta, por lo que es posible manejar variables térmicas, mecánicas, eléctricas o químicas en un mismo gráfico. Las ecuaciones de estado aparecen directamente por simple inspección, y además lo hace en una forma que es directamente transportable al ordenador. El lector no familiarizado con la técnica del BondGraph puede prescindir de la lectura del Capítulo VI sin pérdida de continuidad.

El Capítulo VII indica los procedimientos y experiencias realizados para la correcta caracterización, interpretación y valoración de los parámetros que se estudian. Son descritos tanto el método experimental como los equipos de medida y potencia utilizados en los ensayos.

Tras las conclusiones del Capítulo VIII, se incluyen los Apéndices de la Tesis que complementan y matizan aquellos puntos concretos del desarrollo que no se estimó oportuno incluir en el mismo. Entre ellos se hallan los resultados obtenidos con el cilindro de suspensión CESIA 250-3 ensayado y el ajuste que se consigue de los mismos mediante la simulación por ordenador. El grado de explicación de la experiencia es excelente, comprobándose que el índice politrópico es una magnífica herramienta de comparación o cotejo.

II. EL ARTE DE SUSPENDER

Es extensa la relación de trabajos teóricos y experimentales dedicados al estudio y construcción de sistemas de suspensión. Se introdujeron en el primer capítulo los principales sistemas actuales haciéndose mención especial del pasivo, el cual servía de referencia con el que comparar los demás. También se establecieron los criterios con los que se ponían de manifiesto las dificultades asociadas a todo diseño y cómo una configuración pasiva, diseñada para unas determinadas circunstancias de trabajo, se mostraba inherentemente incapaz de resolver el problema para cualquier combinación de variables exteriores.

No obstante, muchos problemas de aislamiento¹ pueden ser resueltos de forma satisfactoria utilizando equipos pasivos. De hecho, es posible encontrar la combinación de elementos pasivos que reúna los requisitos necesarios para ser considerada óptima para unas condiciones de trabajo determinadas.

Un sistema adaptativo es aquel en el que se pueden alterar algunos parámetros de la suspensión en función del cambio en las condiciones de la conducción. De esta forma, un sistema pasivo podría ser adaptativo si fuera provisto de un número discreto de rigideces y coeficientes de amortiguación². El sistema adaptativo escogería la mejor combinación de muelle y amortiguador para cada condición de forma que se utilizara siempre la mayor parte de la carrera útil. Por ejemplo, para una calzada lisa y bien acondicionada podrían escogerse muelles y amortiguadores suaves para ganar en comodidad todo aquello que no es posible perder en adherencia, mientras que en terrenos

¹ Como en el caso de elementos de máquina excitados siempre a la misma frecuencia.

² No se confunda con un sistema *semi-activo*. Los parámetros de un adaptativo no se cambian en tiempo real sino de forma lenta y progresiva.

abruptos o en una zona de curvas la suspensión se escogería más dura. Un sistema activo también puede ser adaptativo pues en principio puede realizar cualquier función sin más que cambiar las constantes de la realimentación usadas en la ley de control. Todo depende del nivel de exigencia y de las prioridades convenidas.

Antes de la irrupción masiva de la electrónica ya se habían buscado formas de conseguir sistemas de suspensión que adaptaran sus parámetros en respuesta a las diferentes condiciones de conducción. Los primeros sistemas de este estilo presentaban la forma más sencilla de lazo de control: la realimentación manual humana. En los años veinte se presentaron las primeras patentes con válvulas de solenoide, aunque no fue hasta los sesenta que se desarrollara el primer sistema activo sofisticado basado en servomecanismos y en las florecientes técnicas de control automático y simulación por computadora. A estos primeros estudios de Leatherwood, Calcaterra y Schubert entre otros, les han seguido muchos más, incuantificables en número, de los que merece la pena extraer el *skyhook*, desarrollado por M.Crosby de la Lord Corporation y D.Karnopp de la Universidad de California en Davis, y patentado³ en Estados Unidos el treinta de abril de 1974.

Al original *skyhook damper* siguieron muchos desarrollos. Algunos no consiguieron mejorarlo lo suficiente como para hacer olvidar su atractiva sencillez; otros, más simples, apenas mejoraron las prestaciones del pasivo. No obstante, el precio del *hardware* digital es cada día menor por lo que parece que se impondrán sistemas que incorporen esquemas de control estocástico con estimadores de estado. También comienzan a ser posibles sistemas en avance temporal o *preview*, los cuales, aunque en teoría ofrecen unos resultados muy alentadores, en la práctica aún no han respondido a la pregunta más básica: ¿cómo conseguir la información anticipada de forma fiable?

³ Patente U.S.A núm. 3.807.678 asignada a la Lord Corporation.

II.1 EL SISTEMA SKYHOOK

Karnopp, Crosby y Harwood en [22,Karn] y Krasnicki en [27,Kras] explican el fundamento del *skyhook* para un sistema de un grado de libertad. En ambas referencias se indica que el comportamiento del sistema pasivo está limitado en el campo de altas frecuencias porque el amortiguador ha de hacer una fuerza proporcional a la velocidad relativa entre la masa suspendida y la base. Si el sistema de suspensión realizara una fuerza⁴ igual a

$$m_V \ddot{x}_V = F_S = -C^{SKY} \dot{x}_V + K_S (x_R - x_V) \quad [II.1]$$

en lugar de la tradicional [I.7], entonces el amortiguador siempre trabajaría reduciendo la velocidad de la masa del vehículo. En un sistema como [I.7] en cambio, el amortiguador siempre trabaja disipando energía aunque, en contraste con [II.1], no siempre desacelerando la masa. En la Figura II.1 se muestra la configuración básica del sistema *skyhook*.

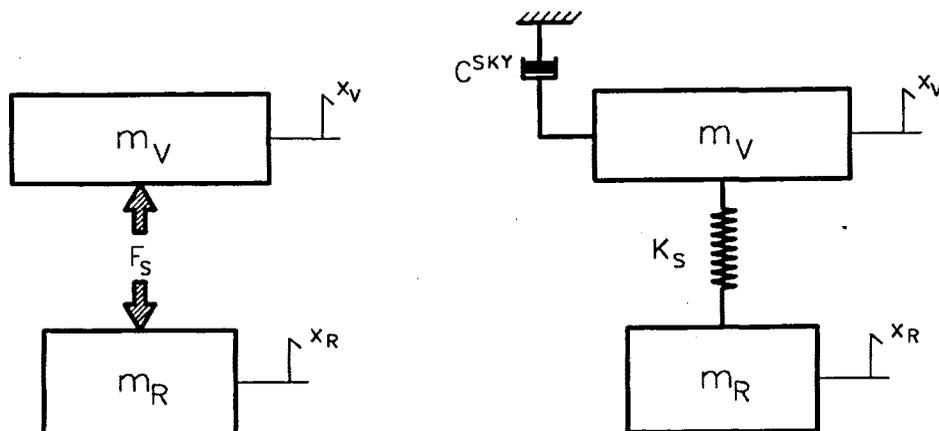


Figura II.1 *Skyhook damper* para un sistema de un grado de libertad.

⁴ Más la componente estática debida a la carga.

Evidentemente una referencia inercial no es accesible desde un vehículo. Lo que si es posible es generar la fuerza correspondiente al amortiguador

$$F_a^{SKY} = -C^{SKY} \dot{x}_v \quad [II.2]$$

mediante un servomecanismo a modo de suspensión activa que trabajara en paralelo con un muelle pasivo. Otra posibilidad es convertir el sistema en *semi-activo*⁵ mediante la instalación de un amortiguador convencional que realizara la fuerza [II.2] pero ahora como

$$F_a^{SKY} = -C_s (\dot{x}_v - \dot{x}_R) \quad [II.3]$$

mediante un coeficiente C_s variable. El amortiguador de la Figura II.2 sólo puede disipar energía a la vez que intenta realizar la fuerza [II.2], por lo que se verifica que

$$F_a^{SKY} (\dot{x}_v - \dot{x}_R) \leq 0 \quad [II.4]$$

De esta forma, cuando la suspensión se está extendiendo, $(\dot{x}_v - \dot{x}_R) > 0$, F_a^{SKY} debe ser de tensión, mientras que cuando $(\dot{x}_v - \dot{x}_R) < 0$, F_a^{SKY} debe ser de compresión. El valor deseado de F_a^{SKY} es el indicado por [II.2], pero el dispositivo *semi-activo* sólo puede generar esta fuerza si el signo de la velocidad relativa es el correspondiente a [II.4]. Por ello, resulta que debe ser

$$F_a^{SKY} = -C^{SKY} \dot{x}_v, \quad \text{si } \dot{x}_v (\dot{x}_v - \dot{x}_R) > 0 \quad [II.5]$$

Cuando \dot{x}_v y $(\dot{x}_v - \dot{x}_R)$ son de signos contrarios, el amortiguador sólo podría realizar una fuerza de sentido opuesto a la deseada. Lo mejor que podría ha-

⁵ El sistema *skyhook* teórico es solo realizable con una configuración activa.

cer el amortiguador entonces es permanecer inactivo, es decir, no hacer fuerza en absoluto. Esto se escribe como

$$F_a^{SKY} = 0, \text{ si } \dot{x}_V(\dot{x}_V - \dot{x}_R) < 0 \quad [\text{II.6}]$$

lo cual es un problema para un amortiguador hidráulico pues siempre hay una fuerza remanente asociada a la sección máxima de paso. C^{SKY} puede ser constante⁶ o el resultado de minimizar una función de error según la estrategia escogida para priorizar el *ACL* o el *DTL*.

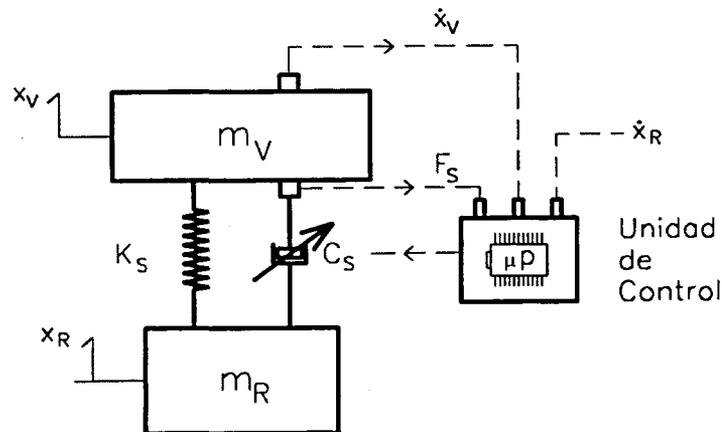


Figura II.2 Sistema *semi-activo* emulando un *skyhook*.

Las ventajas del empleo de un amortiguador inercial son, según resume Krasnicki en [27,Kras] de sus experiencias personales, básicamente:

1. una reducción sustancial del movimiento de la masa en la zona de resonancia, y que
2. el ratio de atenuación del *skyhook* en la zona de altas frecuencias es de $12dB$ por octava, mientras que en un sistema pasivo óptimo tan solo es de $6dB$ por octava.

⁶ Karnopp insinúa que un valor adecuado sería aquel que hiciese que $\xi_V \approx 1$.

Margolis [31,Marg] incluye en el modelo la masa no suspendida, deduciendo las funciones de transferencia $X_V(\omega)$ y $X_R(\omega)$ correspondientes al vehículo y la rueda de la Figura II.3. El resultado es, con [I.18] e [I.20]

$$X_V(\omega) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R} + \Omega^3 \left[2\xi_V \frac{m_V}{m_R} \left(1 + \frac{C_R^{SKY}}{C_V^{SKY}} \right) \right] \frac{s}{\omega_R} + \frac{s^2}{\omega_R^2} + \dots}$$

$$+ \Omega^2 \left[1 + \frac{m_V}{m_R} + (2\xi_V)^2 \frac{m_V}{m_R} \frac{C_R^{SKY}}{C_V^{SKY}} \right] \frac{s^2}{\omega_R^2} + \Omega \left[2\xi_V \left(1 + \frac{m_V}{m_R} \frac{C_R^{SKY}}{C_V^{SKY}} \right) \right] \frac{s^3}{\omega_R^3} + \frac{s^4}{\omega_R^4}$$

[II.7]

y

$$X_R(\omega) = X_V(\omega) \left[\Omega^2 + 2\xi_V \Omega \frac{s}{\omega_R} + \frac{s^2}{\omega_R^2} \right]$$

[II.8]

que, al compararlas con [I.21] e [I.23], ponen de manifiesto el mejor aislamiento de la masa suspendida en el *skyhook* al obtenerse un numerador en $X_V(\omega)$ de menor orden en s . El numerador de $X_R(\omega)$ es del mismo orden.

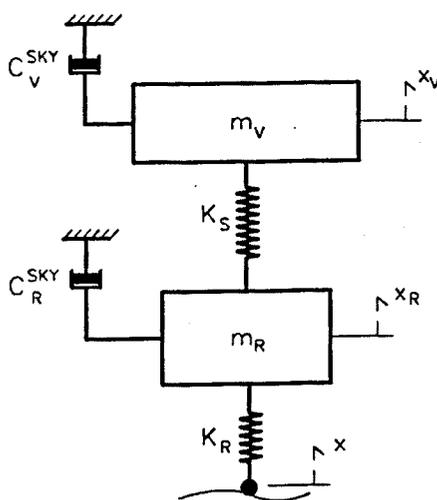


Figura II.3 Vehículo de una rueda con amortiguadores inerciales en cada masa.

II.2 CONFIGURACIONES Y ALGORITMOS DE CONTROL

Con el fin de solventar las deficiencias inherentes del sistema pasivo se han desarrollado otras alternativas cuya aportación esencial es su capacidad de adaptar el valor de sus parámetros a las condiciones de trabajo. Una diferencia más importante si cabe puede encontrarse entre los sistemas completamente activos y los demás, y es que no sólo son capaces de disipar energía sino también de proporcionarla, cuando es necesaria, al sistema. Los sistemas activos son más caros, pesados y complejos, por lo que su uso cada día es más reducido a aquellos casos en los que sus elevadas posibilidades contrarrestan tales desventajas.

Los sistemas *semi-activos* requieren sólo de pequeñas señales eléctricas y tienen un coste en *hardware* inferior a las activas, que no de *software*, por lo que son más simples a la vez que ofrecen prestaciones casi tan buenas como los activos, según comentan por ejemplo Sharp [45,Shar] y Crolla [8,Crol].

II.2.1 SISTEMAS ON-OFF. CONTROL NO ÓPTIMO.

Se ha visto como la realización de un *skyhook semi-activo* requería de un amortiguador capaz de variar en continuo el valor de su coeficiente de amortiguación C_s . Esta complejidad puede ser todavía prohibitiva para aplicaciones de ámbito general⁷ por lo que, en un intento de reducir aun más el coste de un sistema *semi-activo*, se han diseñado amortiguadores que permiten escoger en tiempo real de entre un número discreto⁸ de coeficientes de amortiguación constantes según alguna estrategia a la vez sencilla. A continuación se muestran dos ejemplos ya clásicos, comentándose la influencia de alguna de las limitaciones prácticas de estos sistemas.

⁷ O comercial.

⁸ En general dos, máximo tres.

II.2.1.1 Estrategia de Karnopp

Utilizando el término $\dot{x}_v(\dot{x}_v - \dot{x}_R)$, puede simplificarse el sistema si en lugar de controlar en continuo el ratio de la amortiguación se escoge entre dos coeficientes, C_S^{alto} y C_S^{bajo} , de un amortiguador convencional de forma que se realice una fuerza proporcional al movimiento relativo con el criterio

$$F_a^{ON} = -C_S^{alto}(\dot{x}_v - \dot{x}_R), \quad \text{si } \dot{x}_v(\dot{x}_v - \dot{x}_R) > 0 \quad [\text{II.9}]$$

$$F_a^{OFF} = -C_S^{bajo}(\dot{x}_v - \dot{x}_R), \quad \text{si } \dot{x}_v(\dot{x}_v - \dot{x}_R) < 0 \quad [\text{II.10}]$$

Dado que el objetivo del coeficiente de amortiguación menor es no contribuir al aumento de la aceleración de la masa suspendida, la sección de paso de aceite⁹ deberá ser tan grande como sea posible físicamente. El amortiguador ON-OFF opera como un elemento pasivo en la parte de atenuación del ciclo de trabajo pero asume un coeficiente nulo cuando debiera acelerar a la masa.

Krasnicki [28,Kras] revela que el sistema ON-OFF de las ecuaciones [II.9] y [II.10] para un sistema de un grado de libertad supera en prestaciones a cualquier pasivo en la zona de resonancia de la masa del vehículo. En el rango de altas frecuencias un sistema pasivo poco amortiguado presenta una mejor característica de aislamiento, aunque esto no compensa la pérdida acaecida en la zona de resonancia.

Este método ha sido estudiado más tarde también por otros investigadores como Crolla y Firth [11,Crol] o Soliman y Crolla [47,Soli], los cuales llegan a la conclusión de que no conviene que el tiempo de salto entre coeficientes supere el valor de 10ms para no degradar en exceso las prestaciones. En la Figura II.4 se muestran los criterios de I.4.2 para tres tiempos de respuesta distintos.

⁹ Ya que la contribución del rozamiento es inevitable.

Es evidente de las gráficas que el método de Karnopp no consigue controlar la resonancia de la rueda por ser una estrategia que intenta minimizar la aceleración vertical del vehículo. Se anula al amortiguador pasivo cuando debiera atenuar el movimiento de la rueda pues es entonces cuando se acelera a la masa suspendida. Soliman [47,Soli] concluye que el sistema comentado aumenta en prestaciones a medida que aumenta C_S^{alto} al disminuir la influencia de un C_S^{bajo} no nulo.

II.2.1.2 Estrategia de Rakheja

Rakheja y Sankar en [39,Rakh] implementan una estrategia que emplea señales de realimentación que son medibles físicamente¹⁰. Utiliza el desplazamiento y la velocidad relativas del sistema de suspensión tradicional junto con un amortiguador y una electroválvula de dos posiciones. El esquema de control es

$$F_a^{ON} = -C_S^{alto} (\dot{x}_V - \dot{x}_R), \quad \text{si } (\dot{x}_V - \dot{x}_R)(x_V - x_R) < 0 \quad [\text{II.11}]$$

$$F_a^{OFF} = -C_S^{bajo} (\dot{x}_V - \dot{x}_R), \quad \text{si } (\dot{x}_V - \dot{x}_R)(x_V - x_R) > 0 \quad [\text{II.12}]$$

dado que, según alegan Rakheja y Sankar, la aceleración de la masa suspendida disminuye cuando las fuerzas del muelle y del amortiguador tienen signos diferentes. En caso contrario, conviene modular la sección de paso a través de la electroválvula a su valor máximo.

En la Figura II.5 se muestra la influencia del tiempo de respuesta de la electroválvula sobre los ratios de I.4.2 para la estrategia de Rakheja. La respuesta empeora con tiempos mayores en ambos métodos.

¹⁰ En la estrategia de Karnopp es necesaria la velocidad absoluta de la masa suspendida. Esto normalmente supone haber de integrar la señal proveniente de un acelerómetro, lo cual implica a su vez haber de utilizar un filtro de orden elevado como integrador. El efecto de los defectos del integrador y otras limitaciones del *hardware* son explicadas en [18,Mill].

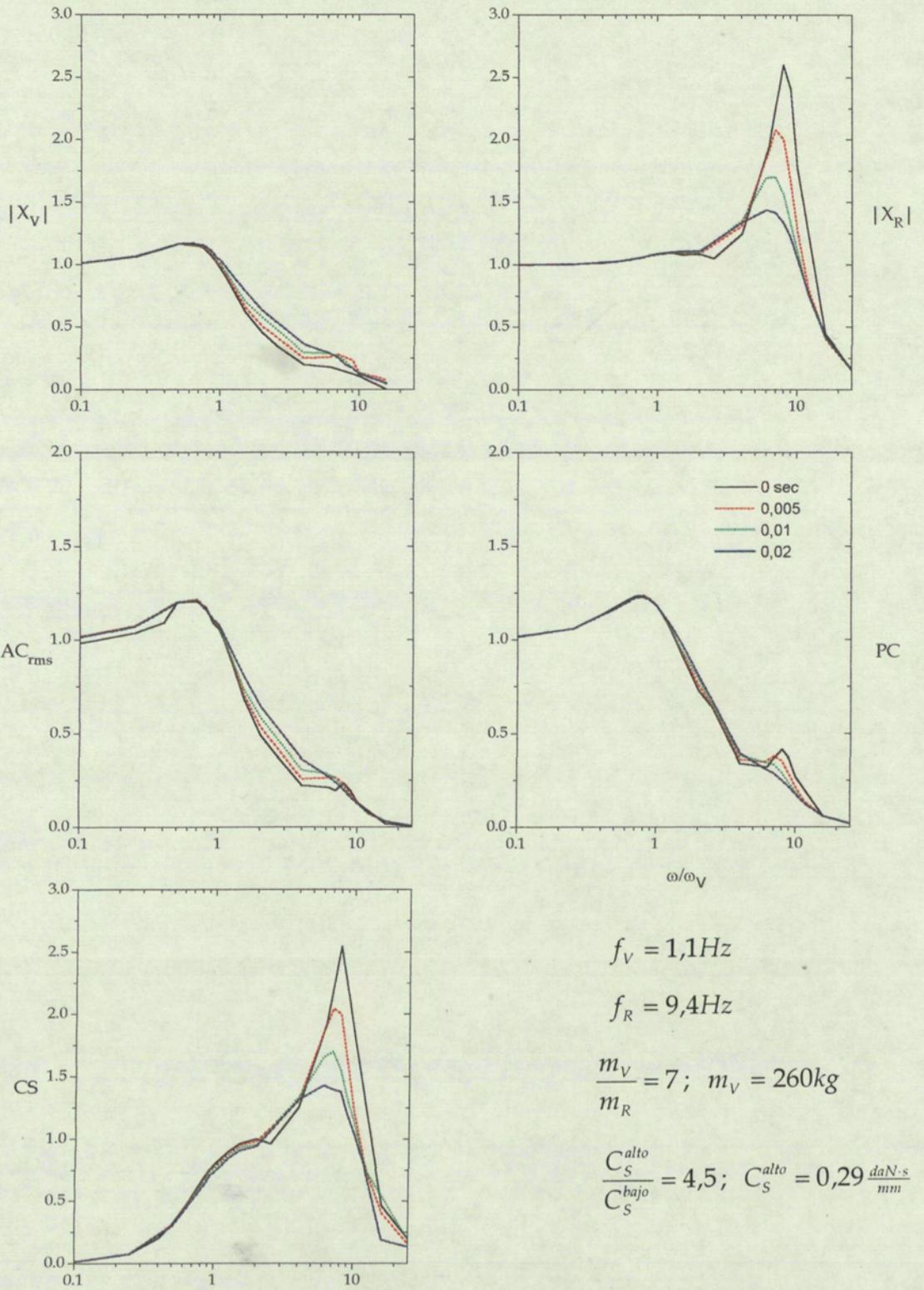


Figura II.4 Ratios del esquema ON-OFF de Karnopp para distintos tiempos de conmutación.

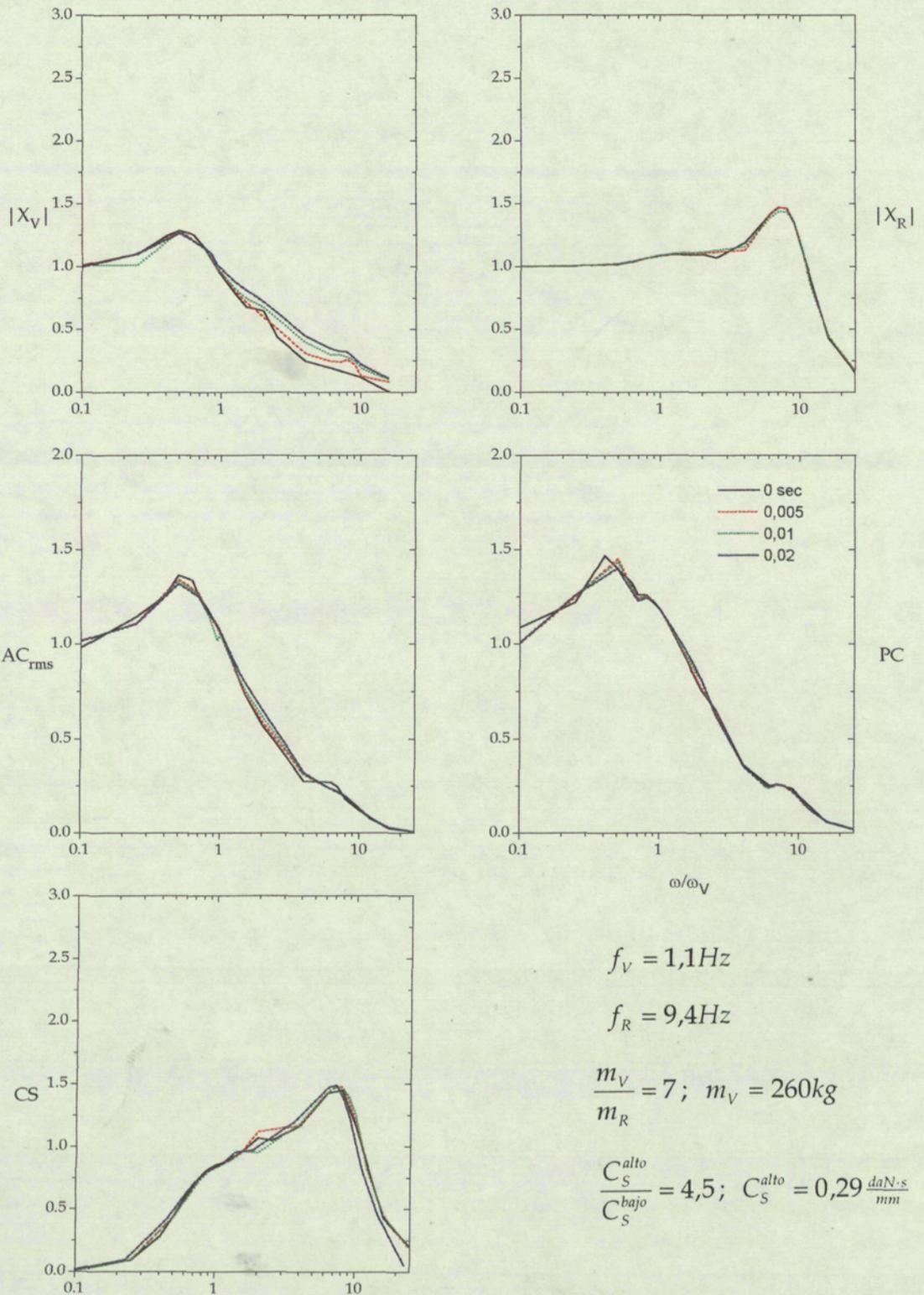


Figura II.5 Ratios del esquema ON-OFF de Rakheja para distintos tiempos de conmutación.

II.2.1.3 Respuesta a señales discretas

En las Figuras II.4 y II.5 se han representado las transmisibilidades de desplazamiento de las masas suspendida y no suspendida definidos en [I.27] e [I.28], así como los *AM*, *CS* y *PC* de I.4.2. Tanto con el método de Karnopp como el de Rakheja se obtiene una excelente amortiguación de la resonancia de la masa suspendida. Baste comparar estos resultados con las gráficas de la Figura I.4, observándose como para valores de ξ_v altos se tiene una característica parecida en la zona de frecuencias cercanas a ω_v mientras se deteriora la respuesta en altas. Los papeles se invierten para ξ_v bajos.

Una buena suspensión pasiva de un turismo pareciera haber de tener los siguientes parámetros:

$$\xi_v = 0,6 \quad \text{[II.13]}$$

$$\omega_v = 6,7 \text{ s}^{-1} \quad \text{[II.14]}$$

Tal suspensión se compara en las Figuras II.6 y II.7 con sendas suspensiones ON-OFF, según las estrategias de Karnopp y Rakheja con los mismos coeficientes característicos. Las tres suspensiones son sometidas a excitaciones discretas: un montículo elevado en forma de campana y una falla en el suelo, ambos de 10cm. Los resultados son evidentes aunque la representación temporal del fenómeno, ciertamente atractiva, no aporta tanta información como la frecuencial.

En cualquier caso merece la pena destacar la similitud entre ambos sistemas ON-OFF. El de Rakheja permite trabajar con señales medibles directamente aunque, según los resultados que se han obtenido, parece como si la válvula debiera ser más activa¹¹.

¹¹ Al menos alterna más entre ambos coeficientes.

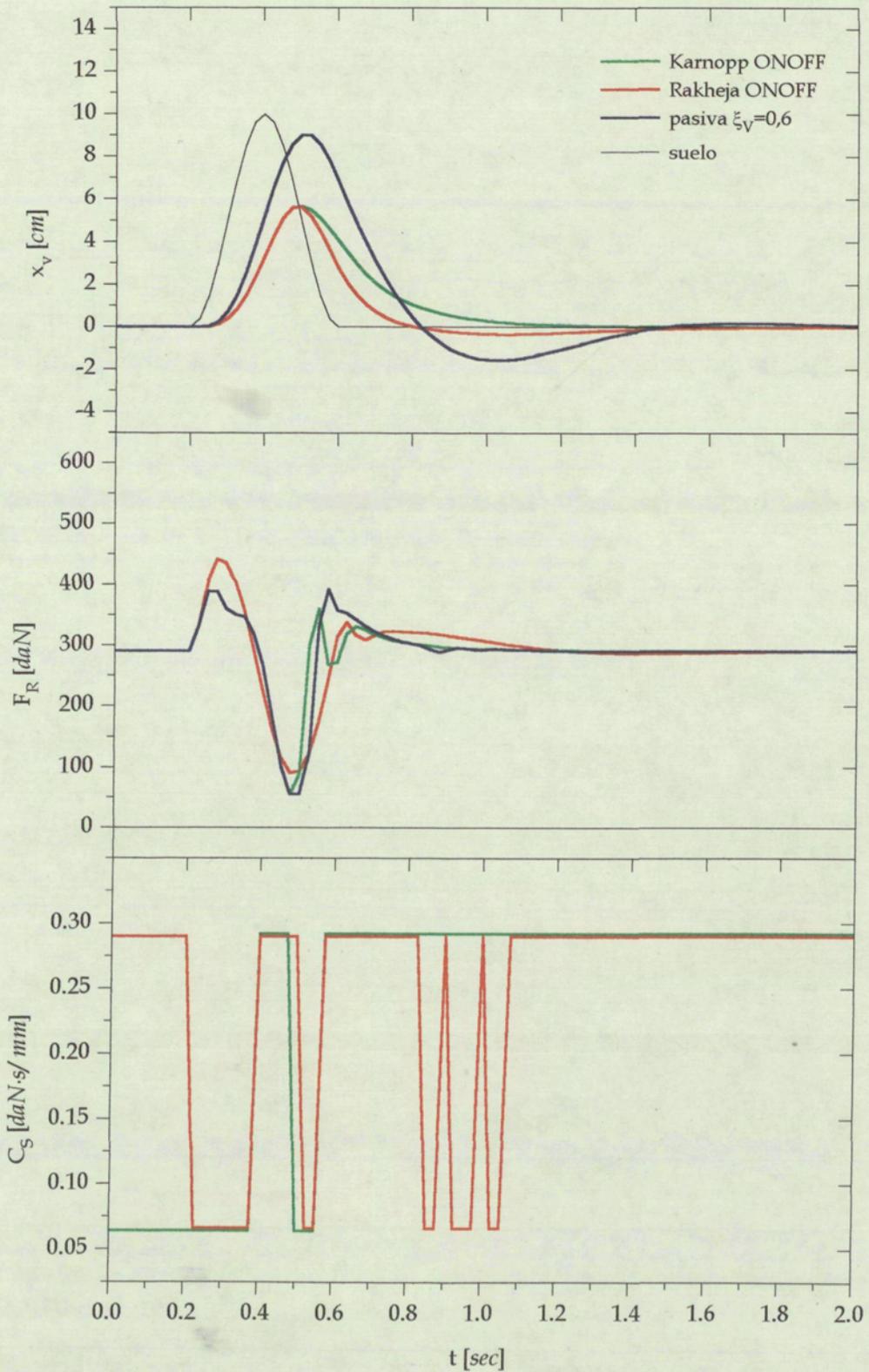


Figura II.6 Respuestas a un montículo elevado de 10cm de tres sistemas de suspensión.

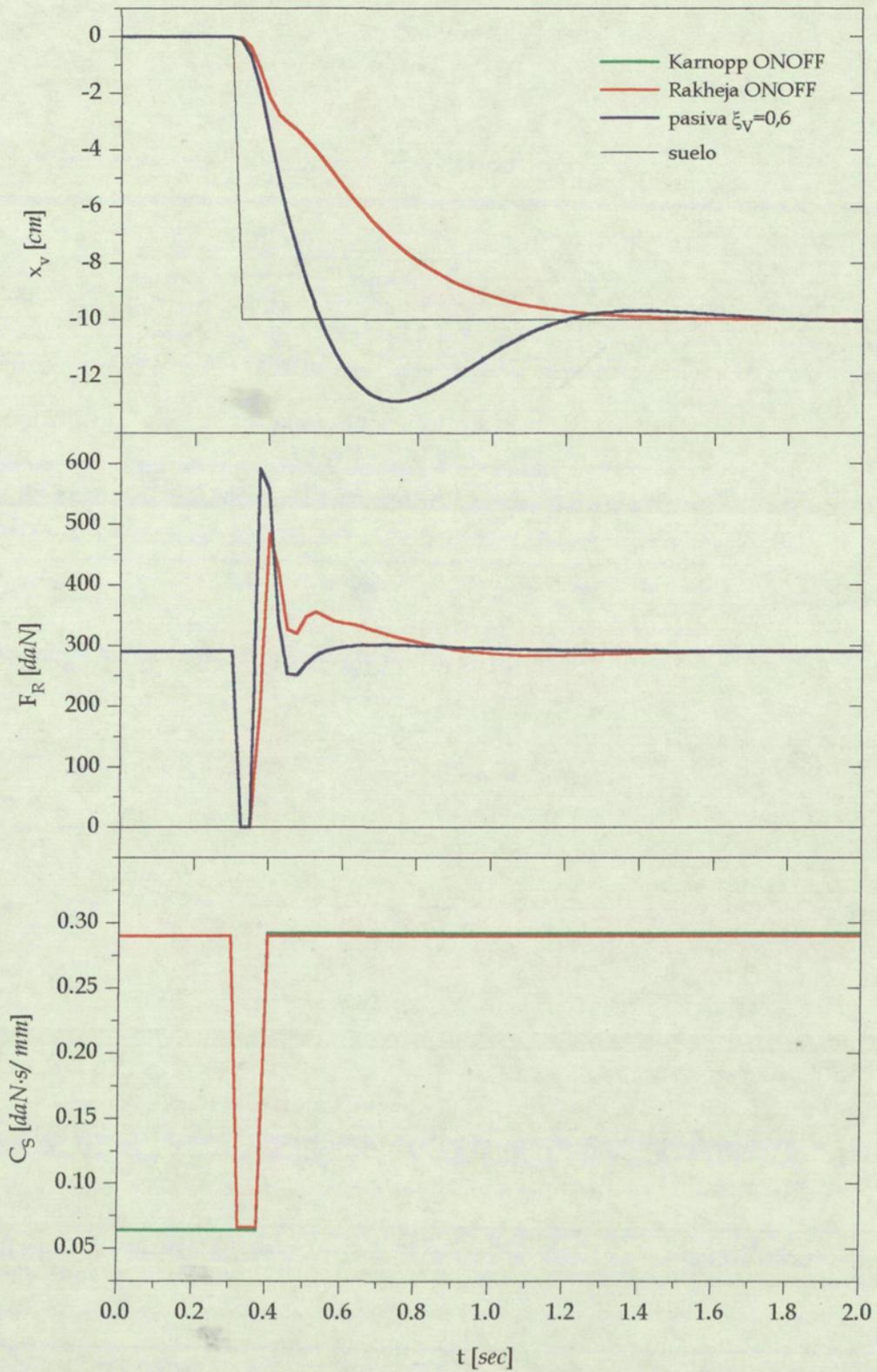


Figura II.7 Respuestas a una falla de 10cm de profundidad de tres sistemas de suspensión.

II.2.2 LA SUSPENSIÓN CRONE

De entre los diseños de última generación destaca la aportación de Oustaloup en [35,Oust] y [36,Oust], quien desarrolla un nuevo concepto de sistema de suspensión al que denomina Crone. Un sistema clásico realiza la fuerza de suspensión de la expresión [I.7], mientras que la Crone ejerce un esfuerzo de valor

$$F_n = \tau^n \frac{d^n}{dt^n} x_{RV} \quad [\text{II.15}]$$

definido a partir de la derivación *no entera* del desplazamiento relativo entre la masa suspendida y la no suspendida, x_{RV} , con $n \in (0;1)$ y, τ , que es la constante de tiempo de diferenciación. En el campo operacional, una suspensión pasiva es de la forma

$$F_s(s) = \{K_s + C_s s\} x_{RV}(s) \quad [\text{II.16}]$$

mientras que la Crone es

$$F_n(s) = (\tau s)^n x_{RV}(s) \quad [\text{II.17}]$$

El atractivo de una suspensión Crone radica en sus propiedades de robustez, pues tanto el factor de resonancia, Z , la frecuencia propia, ω_v , o el factor de amortiguación, ξ_v , son funciones exclusivas del orden n de derivación. En concreto, según [35,Oust]

$$Z = \frac{1}{\text{sen}(2-n)\frac{\pi}{2}} \quad [\text{II.18}]$$

$$\omega_v = \left(\frac{\tau^n}{m_v} \right)^{\frac{1}{2-n}} \text{sen} \frac{\pi}{2-n} \quad [\text{II.19}]$$

y

$$\xi_v = -\cos \frac{\pi}{2-n} \quad [\text{II.20}]$$

Como consecuencia, se tiene un sistema insensible a las variaciones de m_v y sin problemas en la zona de resonancia al ser Z un invariante una vez escogido n . Evidentemente, un criterio de diseño es limitar el valor máximo de Z , lo que implica imponer un valor mínimo de n .

Desde un punto de vista energético, la suspensión Crone puede ser interpretada como un dispositivo constituido por un resorte y un amortiguador de coeficientes variables frecuencialmente. Arreglando [II.15], se llega a una expresión como [I.7], función de velocidades y desplazamientos relativos

$$F_n = K_n x_{RV} + C_n \dot{x}_{RV} \quad \text{[II.21]}$$

en la que ahora los coeficientes son

$$K_n = (\tau\omega)^n \cos n \frac{\pi}{2} \quad \text{[II.22]}$$

$$C_n = \frac{1}{\omega} (\tau\omega)^n \operatorname{sen} n \frac{\pi}{2} \quad \text{[II.23]}$$

Resulta imposible obtener un elemento pasivo que posea unos coeficientes como [II.22] y [II.23] variables con la frecuencia de excitación, razón por la que el concepto de suspensión Crone conduce inequívocamente a la construcción de un sistema activo de suspensión, cuya estrategia sería desarrollar en cada instante la fuerza [II.15] obtenida a partir de una derivada de orden no entero.

Una de las ventajas de este sistema la constituye su previsible simplicidad constructiva al requerir solamente de la realimentación de una señal de desplazamiento, y además, relativo. A continuación se explican los fundamentos de control óptimo utilizados en el diseño de suspensiones *inteligentes*. Se verá como acostumbra a ser necesario un vector de estado formado por numerosas señales, lo cual constituye ciertamente una limitación práctica.

II.2.3 TEORÍAS BÁSICAS DE CONTROL ÓPTIMO

La aplicación de teorías de control óptimo lineal para controlar los sistemas de suspensión activos y *semi*-activos ha sido tratada en profundidad durante muchos años, con el objetivo de mejorar el confort, maniobrabilidad y seguridad de los vehículos terrestres.

La optimización del funcionamiento implica la minoración de una función que incorpore un objetivo de forma cuadrática. A esta función se denomina índice de trabajo¹² e incluye la suma de aquellos términos que representen los requisitos de diseño multiplicados por los respectivos factores de peso. Así, incluyendo la fuerza U del cilindro activo de suspensión¹³, el índice de trabajo podría ser

$$\Pi = \lim_{t \rightarrow \infty} E \{ \ddot{x}_V^2 + q_1(x_R - x)^2 + q_2(x_V - x_R)^2 + rU^2 \} \quad [\text{II.24}]$$

donde E es el operador esperanza matemática y q_1, q_2 y r son los factores de peso. Los otros tres términos de la derecha representan el *ACL*, *DTL* y *SWS*.

II.2.3.1 Planteamiento general

Para un sistema de suspensión que incluyera un muelle, un amortiguador y además un actuador activo, las ecuaciones generales de movimiento son

$$m_V \ddot{x}_V = -C_S(\dot{x}_R - \dot{x}_V) + K_S(x_R - x_V) + U \quad [\text{II.25}]$$

$$m_R \ddot{x}_R = -C_S(\dot{x}_R - \dot{x}_V) - K_S(x_R - x_V) + K_R(x - x_R) - U \quad [\text{II.26}]$$

¹² En inglés, *performance index*.

¹³ Cuya minoración interesa a fin de reducir el consumo energético.

o bien, utilizando el vector de estado¹⁴

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_V - x_R \\ \dot{x}_V \\ x_R - x \\ \dot{x}_R \\ x \end{bmatrix} \quad [\text{II.27}]$$

en notación matricial es

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{\Gamma}\dot{x} \quad [\text{II.28}]$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ \frac{K_S}{m_V} & \frac{C_S}{m_V} & 0 & -\frac{C_S}{m_V} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_S}{m_R} & -\frac{C_S}{m_R} & \frac{K_R}{m_R} & \frac{C_S}{m_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\text{II.29}]$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_V} \\ 0 \\ -\frac{1}{m_R} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\text{II.30}]$$

y

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [\text{II.31}]$$

con lo que el índice de trabajo cuadrático [II.24] puede reescribirse como

$$\Pi = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \mathbf{E} \left\{ \int_0^T \mathbf{X}^T \mathbf{Q}\mathbf{X} + R\mathbf{U}^2 dt \right\} \quad [\text{II.32}]$$

¹⁴ Obsérvese como el vector de estado incluye la entrada o perturbación al sistema x como uno de sus componentes.

donde Q y R son dos matrices simétricas conocidas, con R definida positiva y Q semipositiva, ambas función de los factores de peso de [II.24].

El problema general consiste en encontrar la fuerza U que minimice [II.32].

Si el sistema $\langle A, B \rangle$ es estable, la estrategia de control viene dada por

$$U = -K X \quad [II.33]$$

donde K es el vector de las ganancias de realimentación.

Según Sharma, Crolla y Wilson [42,Shar], o Abdel Hady y Crolla [2,Abdl], K es

$$K = R^{-1} B^T P \quad [II.34]$$

siendo P una matriz simétrica, definida positiva y solución de la ecuación matricial de Riccati

$$A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P = 0 \quad [II.35]$$

Eligiendo los factores de peso de la ecuación [II.24] según el diseño que se quiera priorizar, es posible encontrar P de [II.35] y con [II.34] despejar U de [II.33] y presentarla como una función suma de las componentes del vector de estado o de las señales realimentadas

$$U = k_1 \dot{x}_V + k_2 \dot{x}_R + k_3 x_V + k_4 x_R + k_5 x \quad [II.36]$$

en donde se han supuesto que todas las señales son medibles y que no se producen errores de lectura, hipótesis ambas muy optimistas.

II.2.3.2 Realimentación parcial. Aproximación a la praxis real

En la práctica no es fácil medir con exactitud los desplazamientos relativos del vehículo y la rueda respecto del suelo o la posición absoluta de éste, por lo que la ley de control que utilizaba estas señales debe ser simplificada. La realimentación parcial implica ignorar alguna de las señales que afectan el funcionamiento del sistema y en concreto, el vector de entrada x .

La ley de control usada entonces es

$$U = -K H X \quad [II.37]$$

donde H es la matriz que define las variables de estado de X que van a ser utilizadas. Pero las señales reales además transportan ruido que puede ser incluido en los cálculos. El estado medible entonces es

$$Y = H X + v \quad [II.38]$$

donde v es el vector de error de lectura que puede asimilarse a un ruido blanco. Abdel Hady y Crolla [1,Abde] diseñan un algoritmo óptimo para el estimador de estado que resulta

$$\tilde{X} = A \tilde{X} + B U + K_0 \{ Y - H \tilde{X} \} \quad [II.39]$$

y que implica que la fuerza de control es

$$U = -K \tilde{X} \quad [II.40]$$

Es instructivo observar como de esta ecuación, o de la análoga [II.36], pueden separarse algunos términos con el fin de ser realizados por medios pasivos y así simplificar el montaje físico del sistema óptimo en el vehículo. Véase por ejemplo en [50,Thom].

La ganancia óptima K puede obtenerse por tres métodos:

1. búsqueda del gradiente del índice de trabajo;
2. el filtro de Kalman; y
3. el método de Ferguson y Rekasius.

de forma que se minimice Π . Cada combinación de los factores de peso produce una combinación diferente de ganancias que debe ser actualizada cuando cambien la velocidad del vehículo, el tipo de calzada u otras condiciones de funcionamiento. Es por ello, que en la actualidad se buscan rutinas de sintonización de parámetros que permitan al microprocesador escoger K de entre un *set* de ganancias almacenadas en una memoria interna.

II.2.3.3 Sistemas con anticipación temporal, *preview*

La idea del avanzamiento temporal es en sí muy atractiva. Consiste en conocer el vector de entrada x un tiempo t_p antes de que éste excite la base del vehículo. Este *feedforward* supondría disponer de un sistema de respuesta instantánea. Evidentemente existen ciertos problemas físicos que hacen difícil su aplicación real. Por ejemplo, es necesaria un valor preciso de la velocidad del vehículo para calcular t_p ; aunque de hecho, el mayor problema reside en la adquisición del perfil del suelo mediante sensores sin contacto, ya sea por ultrasonidos o rayos láser, de forma que el sistema filtre la señal y el funcionamiento no se vea afectado por la presencia de *obstáculos virtuales*.

Algoritmos que implementan el *preview control* se pueden encontrar en [29,Lang], o [14,Foag]. En [30,Loua], Louam, Wilson y Sharp incorporan a un modelo de dos ruedas un algoritmo que permite utilizar la información recibida de la rueda delantera en la trasera mediante un retardo temporal. Los resultados son esperanzadores aunque, como concluye Langlois *et al.* en [29,Lang], es necesario un sistema completamente activo para exprimir al máximo las ventajas del adelanto temporal.

II.2.4 SISTEMAS DE SUSPENSIÓN CON CONTROL ÓPTIMO

Utilizando los algoritmos anteriores y un microprocesador, es posible diseñar suspensiones que realicen la fuerza de control U , o al menos lo intenten durante parte del ciclo de trabajo.

Cuando el sistema incorpora un muelle pasivo¹⁵, entonces U , que había sido definida como

$$U = k_1 \dot{x}_V + k_2 \dot{x}_R + k_3 x_V + k_4 x_R + k_5 x \quad [\text{II.41}]$$

o bien, ordenada adecuadamente¹⁶ como

$$U = k_1 (x_V - x_R) + k_3 (\dot{x}_V - \dot{x}_R) + (k_1 + k_2) x_V + (k_3 + k_4) \dot{x}_V \quad [\text{II.42}]$$

puede reescribirse

$$U = U' + K_S (x_V - x_R) \quad [\text{II.43}]$$

para que el cilindro activo o el amortiguador *semi*-activo sólo tenga que realizar parte de la fuerza de control, es decir, U'

$$U' = (k_1 - K_S)(x_V - x_R) + k_3 (\dot{x}_V - \dot{x}_R) + (k_1 + k_2) x_V + (k_3 + k_4) \dot{x}_V \quad [\text{II.44}]$$

Evidentemente el tratamiento es ampliable a cualesquiera elementos pasivos. Por ejemplo, con un amortiguador se tendría

$$U = U'' + C_S (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad [\text{II.45}]$$

etc.

¹⁵ Con el fin de suspender la carga estática y así reducir el consumo de energía en los sistemas activos.

¹⁶ Véase por ejemplo [50,Thom].

II.2.4.1 Sistema de dos coeficientes de amortiguación

Es un sistema semejante al ON-OFF pero en el que la condición de salto entre coeficientes se realiza en función de la fuerza [II.45]. Si

$$C = \frac{U'}{\dot{x}_V - \dot{x}_R} \quad [\text{II.46}]$$

es el coeficiente de amortiguación de la demanda, al amortiguador se le exigirá

$$U' = C^{\max} (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad \text{si } C > \bar{C} \quad [\text{II.47}]$$

o

$$U' = C^{\min} (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad \text{si } C < \bar{C} \quad [\text{II.48}]$$

siendo

$$\bar{C} = \frac{C^{\max} + C^{\min}}{2} \quad [\text{II.49}]$$

II.2.4.2 Sistema de tres coeficientes de amortiguación

Sistema parecido al anterior pero que diversifica la oferta para una misma demanda. Es decir, definiendo

$$\bar{C}^{\text{sup}} = \frac{C^{\max} + C^{\text{med}}}{2} \quad [\text{II.50}]$$

y

$$\bar{C}^{\text{inf}} = \frac{C^{\text{med}} + C^{\min}}{2} \quad [\text{II.51}]$$

se tendrá

$$U' = C^{\max} (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad \text{si } C > \bar{C}^{\text{sup}} \quad [\text{II.52}]$$

$$U' = C^{\min} (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad \text{si } C < \bar{C}^{\text{inf}} \quad [\text{II.53}]$$

o

$$U' = C^{\text{med}} (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad [\text{II.54}]$$

en cualquier otro caso.

II.2.4.3 Sistema *semi*-activo. Amortiguación variable en continuo

Cuando el amortiguador es capaz de variar su coeficiente de amortiguación en continuo entre los límites superior e inferior, entonces el sistema es *semi*-activo disipativo, y la estrategia de control es

$$U' = C(\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad \text{si } U'(\dot{x}_V - \dot{x}_R) < 0 \quad \text{[II.55]}$$

y

$$U' = 0 \quad \text{si } U'(\dot{x}_V - \dot{x}_R) \geq 0 \quad \text{[II.56]}$$

Una configuración *semi*-activa típica se muestra en la siguiente figura.

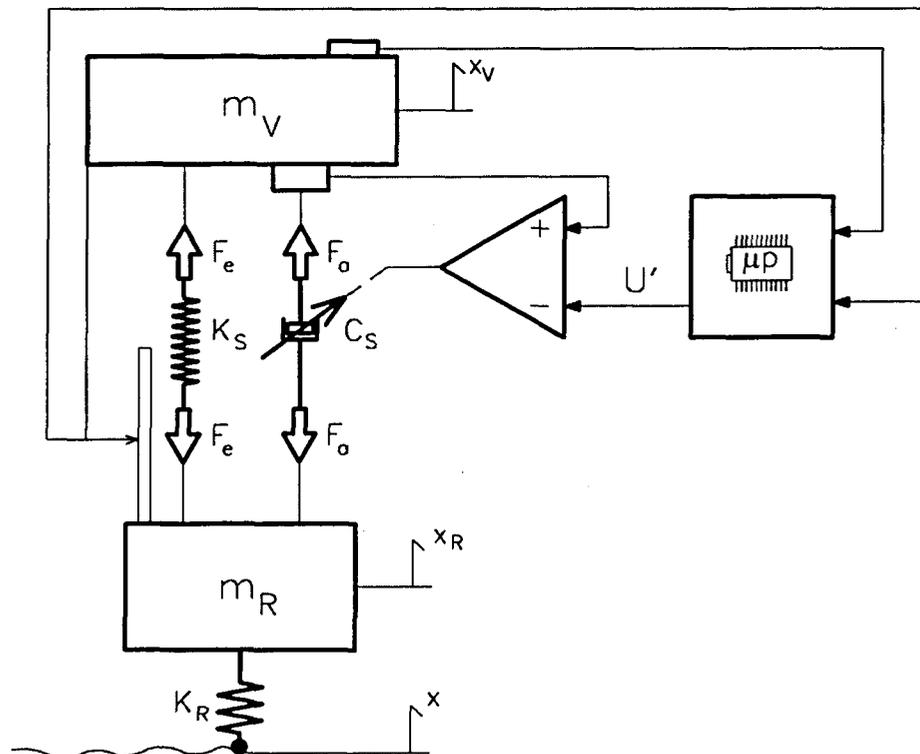


Figura II.8 Sistema *semi*-activo convencional

II.2.4.4 Sistema activo

En un sistema activo se reemplaza los componentes pasivos por un actuador capaz de realizar la fuerza de control U en teoría sin limitación de módulo o dirección. El sistema necesita de una fuente externa de energía la cual debe ser diseñada para suministrar una potencia instantánea¹⁷ de valor

$$\dot{W} = U(\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad [\text{II.57}]$$

En la Figura II.9 se muestra un sistema activo de suspensión.

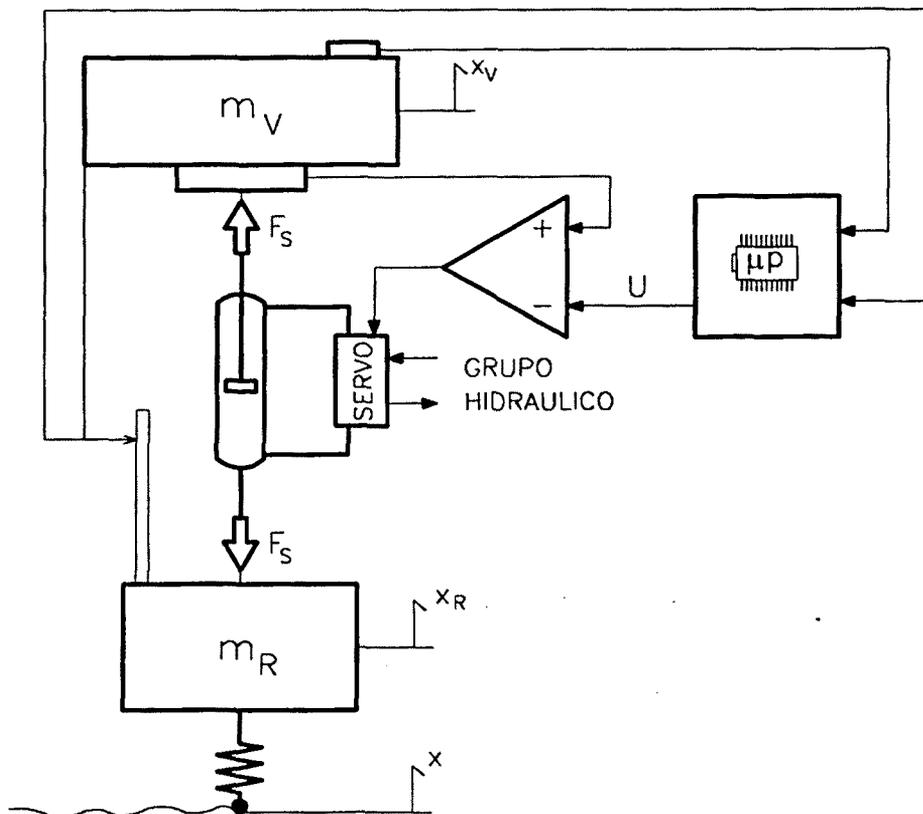


Figura II.9 Configuración activa completa sin elementos pasivos en paralelo.

¹⁷ En el apartado siguiente se explicará como el consumo instantáneo puede superar en mucho al medio. El signo es opcional.

II.3 GASTO ENERGÉTICO DE LOS SISTEMAS DE SUSPENSIÓN

Cualquier consumo o disipación de energía que se realice en un sistema de suspensión, ya sea por medios pasivos o activos, es extraída del motor del vehículo, repercutiendo en el consumo de combustible y en la disponibilidad de potencia para la conducción.

Los términos de interés en el estudio del flujo de potencia en un sistema de suspensión son tres:

1. la potencia asociada a la demanda U en un actuador activo;
2. la potencia disipada por el amortiguador o el actuador activo; y
3. las fluctuaciones de potencia en los resortes, tanto del sistema de suspensión como de la rueda.

Un alto valor de potencia disipada indica que el sistema aísla correctamente, siendo importante cuantificar en qué manera se afecta a la resistencia de rodadura¹⁸. Crolla y Abouel Nour [9,Crol] estudian las pérdidas de potencia asociadas a los diferentes sistemas de suspensión concluyendo que éstas suponen en general entre un 10 ó un 20% de las pérdidas correspondientes a la rodadura.

II.3.1 CÁLCULOS DE CONSUMO INSTANTÁNEO

El cálculo de la potencia instantánea es, cómo no

$$\dot{W} = -e \cdot f \quad \text{[II.58]}$$

donde e y f son el esfuerzo y el flujo generalizados y en la que el signo menos indica disipación. La energía es la integral temporal de [II.58].

¹⁸ Lo cual es de difícil determinación en un modelo de vehículo de una rueda.

Para el caso especial en que el esfuerzo es una fuerza, $F(t)$, y el flujo una velocidad, $\dot{x}(t)$, ambas senoidales, se tiene que

$$F(t) = F_0(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega)) \quad [\text{II.59}]$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_0(\omega) \sin(\omega t) \quad [\text{II.60}]$$

donde $F_0(\omega)$ y $\dot{x}_0(\omega)$ son las respectivas amplitudes para cada pulsación ω .

La potencia instantánea puede ser reescrita en la forma

$$\dot{W} = -F_0(\omega) \dot{x}_0(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega)) \sin(\omega t) \quad [\text{II.61}]$$

o también

$$\dot{W} = -\frac{1}{2} F_0(\omega) \dot{x}_0(\omega) \{ \cos \phi(\omega) - \cos(2\omega t + \phi(\omega)) \} \quad [\text{II.62}]$$

expresión esta última que muestra la existencia de dos términos: una potencia media función de la frecuencia y una fluctuante a una frecuencia doble de la de excitación.

La potencia media total puede ser obtenida mediante integración de [II.61] a lo largo del intervalo de frecuencias de interés, resultando

$$\langle \dot{W} \rangle = -\frac{1}{2} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} F_0(\omega) \dot{x}_0(\omega) \cos \phi(\omega) d\omega \quad [\text{II.63}]$$

II.3.1.1 Elementos pasivos

Como la fase entre la fuerza y la velocidad de un muelle pasivo y lineal es de 90° , la potencia media disipada es nula mientras que la fluctuante toma el valor

$$\dot{W}_k = -K_s(x_v - x_R)(\dot{x}_v - \dot{x}_R) \quad [\text{II.64}]$$

De la misma manera, la fase entre la fuerza instantánea del amortiguador pasivo y la velocidad es de 0° , por lo que la potencia disipada en dominio temporal es

$$\dot{W}_C = -C_S (\dot{x}_V - \dot{x}_R)^2 \quad [\text{II.65}]$$

y en frecuencial, admitiendo linealidad,

$$\langle \dot{W}_C \rangle = -\frac{1}{2} C_S \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega^2 (x_V - x_R)^2 d\omega \quad [\text{II.66}]$$

II.3.1.2 Elementos activos

El consumo de energía de un elemento activo se corresponde con

$$\dot{W} = -U (\dot{x}_V - \dot{x}_R) \quad [\text{II.67}]$$

siempre que el actuador realizara la fuerza de control U sin error significativo.

II.3.2 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Crolla y Abouel Nour en [10,Crol] comparan los distintos tipos de suspensión en función de sus requisitos de potencia. Señalan que hay poca diferencia entre los valores medios consumidos y que si alguno se destaca algo del resto es el método ON-OFF de Karnopp. Los mismos autores en [9,Crol] exponen que, aunque los cálculos teóricos indican que la demanda de potencia en sistemas activos es pequeña pues el sistema trabaja mayoritariamente disipando energía, resultan valores de pico del orden de veinte veces el consumo medio. En otras palabras, como para alcanzar algunas mejoras, es en estas circunstancias cuando el sistema hace valer su condición de "activo", el grupo de potencia hidráulico que alimenta el actuador debe ser dimensionado para suministrar tales valores transitorios.

II.4 RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se han reseñado las características principales de los diferentes sistemas de suspensión encontrados en la literatura especializada. El principio básico de funcionamiento para los sistemas activos y *semi*-activos es parecido aunque estos últimos tienen un coste menos elevado al no requerir de una fuente externa de potencia.

Todos los sistemas no pasivos necesitan sensores que obtengan información del estado del sistema. Esta información es evaluada por un microprocesador que actúa acorde a alguna ley de control imponiendo una señal de demanda. El actuador, o en su caso el amortiguador de dos, tres o *infinitas* posiciones, trata de realizar esta fuerza operando en bucle cerrado.

La dificultad principal es encontrar la ley de control adecuada pues las prestaciones del sistema dependen sobremanera de su rapidez y agilidad. Entre las técnicas matemáticas accesibles para tal fin se encuentra el *control óptimo*. Al necesitar de todas las variables de estado para una formulación completa, aparecen otra serie de problemas ligados a la adquisición y preparación de estas señales que dificultan el montaje del prototipo. Dada la imposibilidad evidente de disponer del vector x de entrada, se han diseñado técnicas iterativas que lo estiman o que lo evitan, de forma que se obtenga un *set* reducido y accesible de señales.

Las ventajas de las suspensiones activas sobre las pasivas raras veces compensan su mayor coste. De hecho, y contrariamente a la creencia popular, la mejora en confort sólo se sitúa en torno al 25% respecto a una suspensión pasiva que funcionara con idénticos *SWS* y *DTL* [12,Crol]. Mientras, el consumo instantáneo que precisan en ocasiones fuerzan la implantación de un grupo hidráulico sobredimensionado.

Aunque las prestaciones de la configuración activa se distancian más de la pasiva al aumentar la irregularidad del terreno o disminuir la carrera de suspensión, no lo hacen tan significativamente del resto de las suspensiones *inteligentes*, y menos de la *semi-activa*, por lo que es de esperar el prominente desarrollo de estas últimas.

En cualquier caso, parece que la ventaja más insalvable del sistema activo es su capacidad de adaptarse vía *software* a diferentes condiciones de trabajo. Sería un logro importante, tal como arguyen Sharp y Crolla en [44,Crol], encontrar una suspensión que fuera capaz de adaptar su rigidez y su coeficiente de amortiguación a las circunstancias y que además incorporara un dispositivo *autonivelante*. Esto último es sencillo con suspensiones hidroneumáticas, para las cuales en cambio no parece que a nadie se le haya ocurrido cómo variar su rigidez neumática propia ¡hasta ahora!