

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**UN MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS
PARA ANÁLISIS HIDRODINÁMICO DE
ESTRUCTURAS NAVALES**

Autor: Julio García Espinosa
Director: Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra
Codirector: Honorio Sierra Cano

Capítulo 4

Un Algoritmo para la Deformación de Mallas de Elementos Finitos

La variación de forma de la superficie libre del problema que se nos presenta, junto con el cambio de posición del buque, requiere la modificación de la malla del dominio de análisis. En el presente capítulo se presenta un algoritmo automático para la actualización de mallas de elementos finitos que permite una deformación uniforme de los elementos. El método está basado en el algoritmo de Chiandusi, Bugeda y Oñate presentado en [CBO99], para la deformación de mallas debidas al movimiento de cuerpos sumergidos. Este método ha sido extendido para permitir el movimiento de cuerpos flotando en presencia de una superficie libre. El algoritmo se basa en la consideración del volumen de control como un sólido elástico lineal con diferentes características elásticas en cada elemento. En último lugar se presentan varios ejemplos básicos de aplicación del algoritmo señalado.

4.1 Introducción

La solución del problema de interacción fluido estructura que nos ocupa requiere, para una aproximación suficientemente precisa, la actualización de la malla de análisis. La deformación de la superficie libre, junto con el movimiento del buque (arzada y trimado dinámico en el caso más simple) provocan un cambio en la geometría del dominio de análisis que, en la mayoría de los algoritmos desarrollados hasta la fecha, se ha tenido en cuenta gracias a la suposición de que tales cambios son pequeños [Daw77] [D'E97] [LB97] [LYOI96] [Rav96]. Esta suposición, sin embargo, deja de ser válida

en muchos problemas prácticos, en particular cuando el número de Froude del problema es elevado.

Por otra parte, la actualización de la malla de elementos finitos ha sido un tema tratado muy intensamente en los últimos años. La gran dificultad práctica para desarrollar un algoritmo automático de regeneración de mallas, junto con el alto coste de cálculo que conlleva este proceso, han incentivado el desarrollo de diferentes alternativas para llevar a cabo la deformación de la malla, evitando grandes distorsiones de los elementos. Algunas alternativas pueden consultarse en [HMJ93] [FKT99] [Bat89] [WR98]. Durante el desarrollo de este trabajo se han revisado y probado varios de estos métodos. De todos ellos, el que mejores resultado ha presentado es el propuesto por Chiandussi, Bugada y Oñate [CBO99]. Este método asegura una distorsión mínima de los elementos y se basa en la solución iterativa de un problema elástico lineal en la malla del fluido, es decir, se resuelve un problema estructural sobre la malla del volumen de análisis. Al objeto de minimizar la distorsión de la malla, se escogen las propiedades elásticas de cada uno de los elementos de la malla de manera que los elementos que sufren mayor distorsión se hacen más rígidos. Las bases del método propuesto se presentan a continuación.

4.2 Un Algoritmo para la Deformación Uniforme de Mallas

En el caso general del análisis de un problema, y en particular en el caso que nos ocupa, la modificación de la posición de los objetos (el buque) y los cambios que sufren los contornos (superficie libre) pueden considerarse, al nivel del problema discreto, como desplazamientos en los nodos de los contornos de la malla de elementos finitos (ver figura 4.1).

Una vez que los desplazamientos de los contornos de la estructura son conocidos, su influencia en la posición de todos los nodos internos del modelo discreto puede ser tenida en cuenta considerando la malla de elementos finitos como una estructura ficticia. Resolviendo el problema de una estructura formada por un material elástico lineal, con los desplazamientos de las superficies móviles impuestos, es posible obtener el desplazamiento de todos los nodos de la malla. Usando este procedimiento, los desplazamientos de los contornos de la estructura son extrapolados al resto de la malla en función de la rigidez elástica de cada elemento. Evidentemente, en nuestro caso, los contornos no móviles, tienen fijado su desplazamiento a cero en este análisis estructural ficticio.

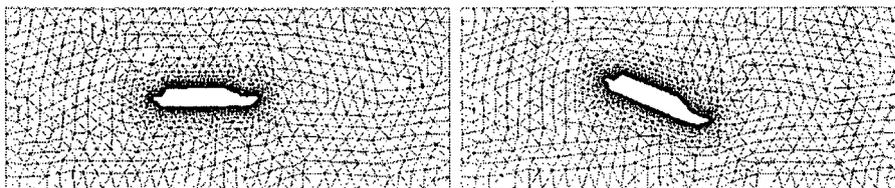


Figura 4.1: Deformación del volumen de análisis debido al movimiento de los contornos.

Desafortunadamente la solución del problema estructural, considerando la estructura con características de un material isotrópico, lineal y homogéneo produce grandes deformaciones en el proceso de actualización de la malla. Esto es debido a que los elementos cercanos a las superficies donde se producen los cambios se deforman mucho más que aquellos más alejados. Esto lleva frecuentemente a mallas muy distorsionadas cerca de los contornos móviles y, en el límite, a mallas no conformes con elementos que se intersectan.

Conviene hacer notar que la aproximación de elementos finitos usada en este proceso, es sólo una herramienta de interpolación y por lo tanto, las tensiones obtenidas en este problema *pseudoestructural* no son relevantes. Esto nos permite asignar diferentes propiedades mecánicas a cada elemento de la malla, siendo de esta manera posible, distribuir la deformación de una manera más uniforme, haciendo más rígidos los elementos más cercanos a los contornos móviles, y más blandos los más lejanos. Esta idea es la base de la metodología que presentamos en este capítulo.

En el caso expuesto, las diferentes propiedades mecánicas de los elementos de la malla pueden ser asignadas basándose en diferentes criterios, geométricos o físicos. Un criterio geométrico básico sería, por ejemplo, variar el módulo de Young de los elementos en función de la distancia mínima a los contornos. A continuación discutiremos la bondad de diferentes criterios que pueden utilizarse para el fin propuesto.

4.3 Asignación de las Propiedades Mecánicas

Durante el desarrollo de este trabajo se han ensayado varias alternativas para la asignación de las propiedades mecánicas del algoritmo de deformación de mallas. Entre estas cabe destacar por sus apropiadas características para determinados problemas, las siguientes:

- ⇒ Asignación en función del tamaño del elemento. Este criterio es apropiado en el caso que la malla usada tenga el tamaño elemental asignado

en función de criterios de proximidad a las zonas donde se producen las mayores deformaciones. Además hay que señalar que este criterio presenta la ventaja de no ser necesario resolver dos veces el problema elástico, dado que las rigideces son conocidas desde el principio.

⇒ Asignación en función de la distancia a los contornos móviles. Este criterio tiene, al igual que el anterior, la ventaja de no necesitar resolver el problema elástico en dos ocasiones, sin embargo, el algoritmo de cálculo de las distancias a los contornos móviles puede ser complejo, sobre todo si la geometría del problema tiene diferentes contornos o cuerpos móviles.

El resultado de estas pruebas sólo no lleva a la misma conclusión que la encontrada en [CBO99]. Según esta, los criterios basados en la deformación, y en particular en la energía de la deformación, producen mejores resultados. Efectivamente, la distribución de rigideces elementales que permite este criterio tiene una discriminación mucho mayor que en otros casos, por lo que permite absorber deformaciones muy importantes de la malla [GO99] [OG99] [OGE99].

A continuación se presenta el criterio de selección de las propiedades elásticas elegido para el presente trabajo.

4.4 Un Algoritmo para la Deformación Uniforme de Mallas

Consideremos un dominio elástico con propiedades homogéneas de isotropía, caracterizadas por un módulo de Young E_1 y un coeficiente de Poisson ξ . Tras resolver el problema así planteado usando, por ejemplo, elementos lineales C_0 , podemos calcular las tensiones principales σ_i en el centro de cada elemento como

$$\sigma_i = E_1 [\varepsilon_i - \xi (\varepsilon_j + \varepsilon_k)] \quad \text{con } i, j = 1, 2, 3 \quad (4.1)$$

donde ε_i son las deformaciones principales.

Si buscáramos que la deformación de la malla fuese tal que obtuviéramos un campo de deformaciones uniforme $\varepsilon_i = \varepsilon^*$ en toda la malla, las tensiones principales estarían dadas por

$$\sigma_i = E_2 \varepsilon^* [1 - 2\xi] \quad \text{con } i, j = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$



donde E_2 es el módulo de Young (desconocido a priori) de cada elemento.

Como ya se ha comentado, se pueden utilizar diferentes criterios para calcular E_2 , pero de todos los probados, el que se ha mostrado más efectivo es el que se deriva de igualar las energías de deformación elemental en ambos análisis.

Tras evaluar las tensiones y deformaciones principales, la energía de deformación elemental del análisis de un sólido elástico lineal tridimensional, puede escribirse como,

$$U = \sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3 \quad (4.3)$$

De esta forma, sustituyendo la ecuación (4.1) en (4.3) podemos escribir la energía de deformación en función de E_1 y ε como,

$$U_1 = E_1 [(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - 2\xi (\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1)] \quad (4.4)$$

De la misma manera, sustituyendo la ecuación (4.2) en (4.3), la energía de deformación elástica puede escribirse en el segundo análisis como,

$$U_2 = 3E_2 \varepsilon^{*2} (1 - 2\xi) \quad (4.5)$$

Si obligamos a que la segunda solución tenga la misma distribución de la energía de deformación, podemos evaluar el nuevo módulo de Young elemental E_2 como,

$$E_2 = \frac{E_1 [(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - 2\xi (\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1)]}{3\varepsilon^{*2} (1 - 2\xi)} \quad (4.6)$$

Se hace notar que el módulo de Young de cada elemento es proporcional a la deformación elemental, como se perseguía, y que tanto E_1 como ε^* son constantes para todos los elementos de la malla.

El proceso de actualización de la malla seguirá, por lo tanto, los siguientes pasos,

1. Se considerará la malla como un sólido elástico homogéneo de características E_1 y ξ . Se resolverá el correspondiente problema elástico, imponiendo como condiciones de contorno los desplazamientos de los contornos del dominio.

2. Se calcularán las deformaciones principales y los valores del nuevo módulo de Young elemental usando la ecuación (4.6) para un valor dado ϵ^* .
3. Repetir la resolución del problema elástico lineal, con los desplazamientos prescritos en el contorno usando los valores elementales de E_2 calculados.

No se presentará aquí la formulación empleada para resolver el problema elástico lineal que se plantea. Esta es ampliamente conocida y puede ser encontrada en cualquier libro básico de la materia (ver, por ejemplo [Oña95] [ZT94a]).

El movimiento de los nodos del dominio, obtenido tras el paso 3, asegura una distorsión cuasi uniforme de la malla. Más detalles del método, incluyendo otras alternativas de cálculo del módulo de Young E_2 pueden encontrarse en [CBO99].

Por último, hay que señalar que, el valor de la deformación uniforme (ϵ^*) impuesta en el segundo cálculo (paso 3) es arbitrario. Evidentemente valores muy pequeños de este valor provocan que la matriz del sistema resultante esté muy mal condicionada. Por otra parte valores muy grandes no son útiles pues provocan que los elementos con grandes deformaciones obtenidas en el primer cálculo (paso 1) no se hagan lo suficientemente rígidos, obteniendo importantes distorsiones de la malla en el proceso. Para el presente trabajo se ha adoptado un valor de 10^{-4} para la relación E_2/ϵ^{*2} .

4.5 Aplicación a Cuerpos Semisumergidos

El algoritmo mostrado para la deformación de la malla, permite tratar el movimiento del dominio debido a cambios en la posición de cuerpos sumergidos o semisumergidos. No obstante, en el último caso señalado, cuando el cuerpo intersecta la superficie libre, los cambios en la geometría del dominio de análisis son tales que no se puede determinar fácilmente el movimiento de los nodos en la línea de flotación, por sufrir el efecto conjunto del avance de la superficie libre y del movimiento del cuerpo (ver figura 4.2).

En estos casos el movimiento de la superficie libre debe ser tal que los puntos de la línea de flotación avancen tangentes al cuerpo. Esta condición de contorno no se impone en las ecuaciones de la superficie libre, por lo que los resultados obtenidos deben ser corregidos para tener en cuenta tal efecto. A este problema debe sumarse el hecho, ya mencionado, de que el movimiento del cuerpo flotante interacciona de forma imprevisible con el cambio en la superficie libre.

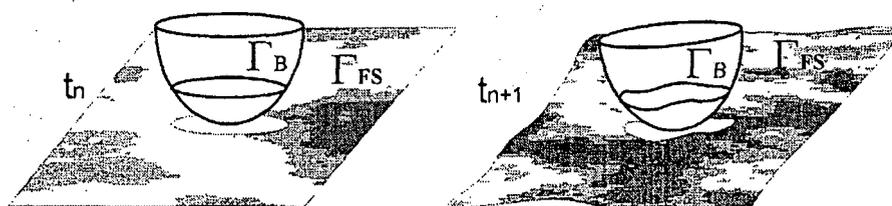


Figura 4.2: Problema de un cuerpo semisumergido.

Una posible solución de este problema es el remallado del dominio, aprovechando las herramientas disponibles de manejo de entidades *CAD*. Sin embargo esta técnica requiere de un control absoluto sobre la generación de la malla, y se encuentra de lleno con la gran dificultad que esta generación tiene al tratar con geometrías complejas. Por esta razón, al abordar este problema en el presente trabajo se eligió otra solución. Para la mayoría de los problemas, la utilización de un algoritmo que combine un esquema de proyección de superficies, junto con la técnica de movimiento de malla presentada anteriormente tiene importantes ventajas frente al remallado. Entre ellas cabe destacar su fiabilidad y rapidez. El algoritmo mencionado ha sido desarrollado específicamente para el presente trabajo y se basa en un esquema de proyección de mallas superficiales tridimensionales similar a la analogía de muelles, ya propuesta por Batina [Bat89], para la deformación de mallas de elementos finitos.

El algoritmo completo consta de tres pasos que se explican a continuación y que se esquematizan en la figura 4.3.

Paso 1: La malla superficial del cuerpo (tanto por debajo como por encima de la flotación) es proyectada sobre el plano Oxy (siendo la dirección Oz la vertical y según la cual se va a llevar a cabo la proyección). Para ello se consideran las aristas de la malla como muelles sin masa de constante elástica proporcional a su longitud en cada instante y se supone que la masa está concentrada en los nodos y que es igual para cada uno de ellos. De esta manera se da mayor rigidez a las aristas de menor tamaño. Inicialmente, la curva que define la línea superior del objeto se proyecta ortogonalmente sobre el plano Oxy . De esta manera tenemos una red de muelles en un estado de no equilibrio. El proceso de relajación del sistema llevará a una red en equilibrio en el plano Oxy . Para llegar a esta situación se hace evolucionar el sistema siguiendo las leyes de la dinámica. Las ecuaciones que rigen el proceso dinámico son evidentemente muy simples y su integración se hace explícitamente,

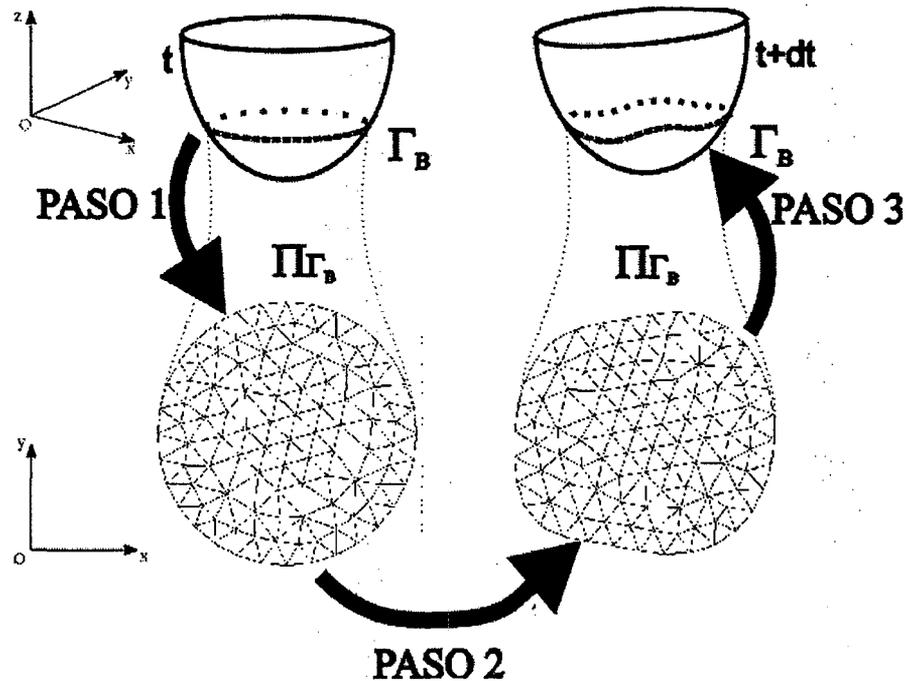


Figura 4.3: Esquema del algoritmo de proyección de mallas superficiales.

Fuerza en el nodo i : (4.7)

$$F_i(t) = K \sum_j l_{ij}(t) - \chi v_i(t - dt)$$

Desplazamiento del nodo i : (4.8)

$$d_i(t) = v_i(t - dt) dt + K \frac{dt^2}{m_i} \sum_j l_{ij}(t)$$

Donde $l_{ij}(t)$ es la longitud de la arista que une a los nodos i y j en el instante t , K es la constante de proporcionalidad entre longitud de la arista y fuerza que ejerce el muelle, χ es una constante de viscosidad del movimiento, $v_i(t - dt)$ es la velocidad del nodo i en el instante $t - dt$, m_i es la masa asociada al nodo i y dt es el incremento de tiempo para la evolución del proceso.

Como se aprecia el proceso es simple y la utilización de un incremento de tiempo variable por nodo hace que la evolución sea muy rápida. En resumen este primer paso sería como sigue:

- I.- $t = t + dt$
 II.- bucle en nodos (i) {
 III.- $v_i(0) = 0$
 IV.- $dt_i = \frac{\text{Min}(l_{ij}(t))}{2v_i(t-dt)}$
 V.- $d_i(t) = v_i(t-dt) dt_i + \frac{dt_i^2}{m_i} F_i(t)$
 VI.- Si $\sum_i |d(t)| \geq \delta$ ir a I
 VII.- Si $\sum_i |d(t)| < \delta$ fin

Paso 2: Se calcula la deformación de la línea de flotación a partir de los valores nodales de la velocidad obtenidos en el cálculo del problema de mecánica de fluidos. La deformación se lleva a cabo sobre la malla tridimensional del cuerpo de la siguiente forma.

En un primer momento, conocido el movimiento del cuerpo flotante y el cambio de posición de la superficie libre, los nodos de la línea de flotación son desplazados de acuerdo con estos cambios¹, para luego ser proyectados sobre la superficie del cuerpo, según las normales a los elementos. Las coordenadas locales de estos puntos son utilizadas para definir el movimiento plano de los nodos. Por último, se comprueba que todos los puntos han sido correctamente proyectados². Esta metodología se esquematiza en la figura 4.4. En ella se presenta el movimiento de los puntos j, k de la línea de flotación a la posición j', k' .

Una vez que la línea de flotación ha sido deformada tridimensionalmente, y se han obtenido sus correspondientes movimientos planos, la malla del cuerpo se deforma, haciendo uso del algoritmo de actualización descrito en el apartado anterior (ver figura 4.4, donde se indica esquemáticamente la transformación del punto i de la malla en el punto i').

Paso 3: Se proyecta de manera inversa la malla plana sobre el cuerpo original. Para ello se calculan las coordenadas relativas de los nodos de la malla plana deformada dentro de los elementos correspondientes de la malla plana original. La localización del elemento al que pertenece cada nodo se hace con un método similar al propuesto en [Lón90]. Las coordenadas locales

¹El movimiento total de los nodos corresponderá a la suma del movimiento relativo del cuerpo, respecto a la flotación en reposo, más el desplazamiento de la superficie libre.

²Es necesario establecer un control en este movimiento. Esto se puede hacer, por ejemplo, evitando que el desplazamiento de estos puntos sea mayor que $\frac{L}{2}$. Otra posibilidad es limitar el desplazamiento a la mitad del punto de intersección de los movimientos planos.

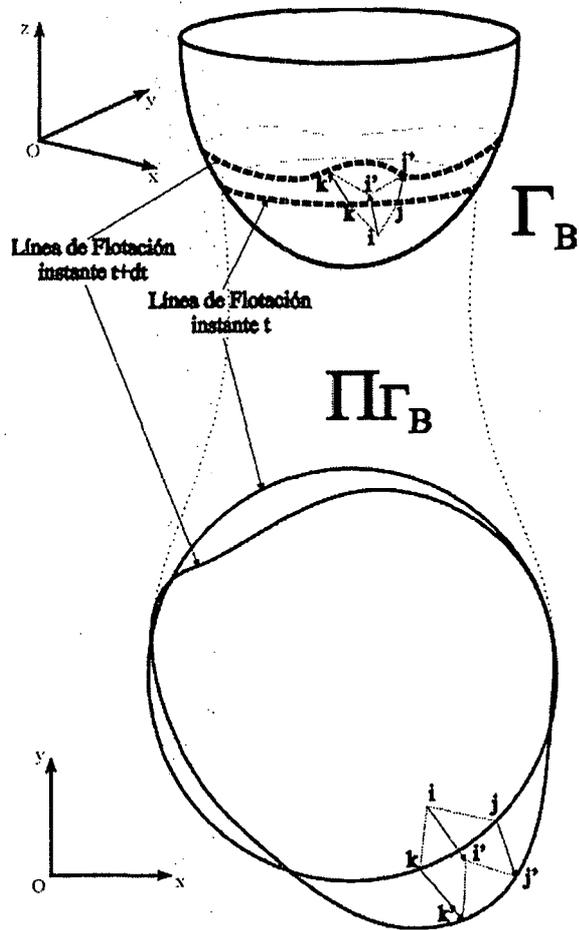


Figura 4.4: Método para evaluar la deformación de la línea de flotación.

así determinadas se utilizan para situar los puntos en la malla tridimensional original. Por último hay que hacer notar que los movimientos así obtenidos son relativos a la posición original de la flotación. Por ello es necesario sumar a éstos el movimiento de sólido rígido del cuerpo.

Hay que hacer notar que el *Paso 1* anterior sólo debe realizarse una vez en cada problema, después, la malla plana obtenida puede utilizarse para el resto de los cálculos.

4.6 Un Algoritmo Iterativo para la Deformación de Mallas de Elementos Finitos

El algoritmo presentado resulta óptimo para la resolución de la mayoría de los problemas prácticos de interacción fluido estructura, por su capacidad para permitir que la malla absorba grandes deformaciones del contorno con una distorsión aceptable. Sin embargo el coste que requiere para los problemas dinámicos habituales, es muy elevado. Si nos referimos al almacenamiento de memoria, no sólo es necesario guardar la matriz del sistema estructural que se resuelve, sino que es necesario mantener en memoria toda la información de la malla original, que no es necesaria para el resto de los cálculos del problema. Por otra parte, y en lo que a tiempo de procesamiento se refiere, es necesario resolver dos sistemas lineales por cada movimiento de la malla, y además, estos sistemas han de ser ensamblados cada vez, lo cual supone, por sí sólo un gran esfuerzo de cálculo.

Por ello, y en virtud de las especificaciones definidas para este proyecto, se hace necesario, aun a riesgo de perder calidad en la deformación de la malla, modificar el algoritmo con el fin de reducir a un nivel aceptable la necesidad de recursos del proceso.

Con este objetivo se han probado diferentes variaciones del algoritmo original presentado, todas ellas basadas en dos premisas; guardar información sólo de la matriz deformada actual y huir del doble ensamblado y resolución por cada paso de tiempo.

De las diversas pruebas realizadas se incluye a continuación una descripción del algoritmo que presentó mejores resultados en cuanto a las calidades de las mallas obtenidas. El algoritmo se basa en calcular las rigideces de los elementos de la malla en función de los incrementos de deformación y teniendo en cuenta el valor de la rigidez en el instante anterior.

Como ya se ha comentado, esta metodología es sólo una variación del algoritmo básico, presentado anteriormente, y que podemos resumir como sigue,

$$ALGBAS = \left[\begin{array}{l} 1. \text{Ensamblar problema elástico con } E_1 \text{ y } \xi. \\ 2. \text{Resolver sistema.} \\ 3. \text{Calcular } E_2^{(e)} = \frac{E_1 [(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - 2\nu(\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1)]}{3\varepsilon^{*2}(1-2\xi)}. \\ 4. \text{Ensamblar problema elástico con con } E_2^{(e)} \text{ y } \xi. \\ 5. \text{Resolver sistema.} \\ 6. \text{Mover nodos.} \end{array} \right] \quad (4.9)$$

Por otra parte, consideraremos los siguientes algoritmos alternativos a (4.9),

$$ALGANT = \left[\begin{array}{l} 1. \text{Ensamblar problema elástico con con } E_2^{(e)} \text{ y } \xi. \\ 2. \text{Resolver sistema.} \\ 3. \text{Actualizar malla.} \end{array} \right] \quad (4.10)$$

$$ALGINC = \left[\begin{array}{l} 1. \text{Ensamblar problema elástico con } E_1 \text{ y } \xi. \\ 2. \text{Resolver sistema.} \\ 3. \text{Calcular } E_2^{(e)} = C_1 \vartheta \left[\frac{F^{(e)} - F_{\min}^{(e)}}{F_{\max}^{(e)} - F_{\min}^{(e)}} \right]^2 + (1 - C_1) E_{2old}^{(e)}. \\ 5. \text{Ensamblar problema elástico con con } E_2^{(e)} \text{ y } \xi. \\ 6. \text{Resolver sistema.} \\ 7. \text{Actualizar malla.} \end{array} \right] \quad (4.11)$$

En el anterior algoritmo (4.11), ϑ es una constante que mide la relación de rigideces máxima y mínima de los elementos (valores en torno a 1000 son suficientes en la mayoría de los casos prácticos) $E_{2old}^{(e)}$ es el valor de $E_2^{(e)}$ en la iteración anterior, y C_1 es un coeficiente tal que $0 < C_1 < 1$. Por otra parte, se ha denominado $F_{\min}^{(e)}$, $F_{\max}^{(e)}$ a los valores mínimo y máximo de $F^{(e)}$, definido por,

$$F^{(e)} = \frac{[(\Delta\varepsilon_1^2 + \Delta\varepsilon_2^2 + \Delta\varepsilon_3^2) - 2\xi(\Delta\varepsilon_1\Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_2\Delta\varepsilon_3 + \Delta\varepsilon_3\Delta\varepsilon_1)]}{(1 - 2\xi)} \quad (4.12)$$

Donde $\Delta\varepsilon$ son las deformaciones incrementales, calculadas a partir de los desplazamientos de los nodos de la malla en la última iteración.

De esta manera, podemos escribir el esquema completo del algoritmo iterativo para la deformación de mallas como,

- | | | | |
|------|---------------|-----------------------|--------------------------|
| I. | $n = 0$ | | |
| II. | [...] | | Solución Fluido |
| III. | $n = n + 1$ | | |
| IV. | Si $n = 1$ | | $ALGBAS(Malla_1)$ (4.13) |
| V. | Si $n \neq 1$ | Si n/N es entero | $ALGINC(Malla_n)$ |
| | | Si n/N no es entero | $ALGANT(Malla_n)$ |
| VI. | Volver a II. | | |

En el algoritmo anterior $ALG(Malla_i)$ significa que el algoritmo correspondiente se aplica sobre la malla del paso de tiempo i -ésimo. Como puede apreciarse, el algoritmo (4.13) actualiza las rigideces de la malla cada N pasos de tiempo, al ser n el contador principal del bucle de cálculo ($t = t_n$).

El algoritmo (4.13) ha sido el usado para la resolución de los ejemplos que se presentan en el siguiente apartado.

Por otra parte, si el problema que se pretende resolver tiende a un estacionario, y el único objetivo del análisis se centra en este estado, puede no ser necesario actualizar la malla cada paso de tiempo.

4.7 Ejemplos

4.7.1 Ejemplo 1

La figura 4.5 muestra la geometría (definición *CAD* del problema) de un canal y la posición de una esfera de $2m$ de diámetro con un peso de $1000 N$ y una inercia de rotación de $1000 Kgm^2$. La esfera está sometida a la acción de una corriente uniforme de dirección Ox . El problema ha sido analizado para un valor del número de Reynolds $R_n = 200$ y un número de Froude $F_n = 0.71$ correspondientes a una velocidad de entrada del fluido de $1 m/s$ y a una densidad del fluido de $1000 Kg/m^3$.

Se permite a la esfera el movimiento vertical y la rotación según el eje Oy debidos a la acción del fluido. El movimiento vertical de la esfera está constreñido por la presencia de un muelle que la une al fondo. Este muelle tiene de constante elástica $2500 N/m$. Se impone a la esfera una velocidad vertical y hacia arriba inicial de $1m/s$. Para la resolución se ha usado una malla de 19870 tetraedros lineales con 4973 nodos.

En la figura 4.6 se muestra la posición de la esfera y un corte diametral de la malla en diferentes instantes de tiempo.

En la figura 4.7 se muestran los contornos de velocidad del fluido proyectados sobre dos planos diametrales perpendiculares en diferentes instantes de tiempo.

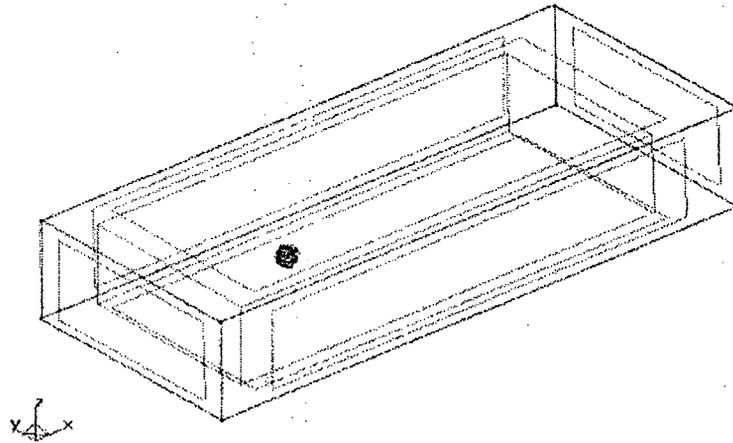


Figura 4.5: Definición CAD del problema de una esfera móvil sumergida enfrentada a una corriente uniforme.

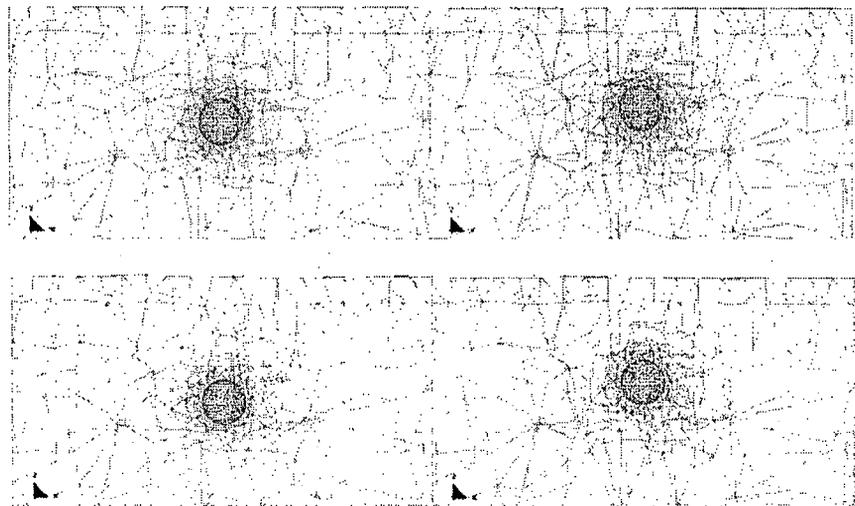


Figura 4.6: Posición de la esfera y la malla en diferentes instantes de tiempo (de izquierda a derecha y de arriba a abajo $t = 0.47$, $t = 0.94$, $t = 1.83$, $t = 3.16$).

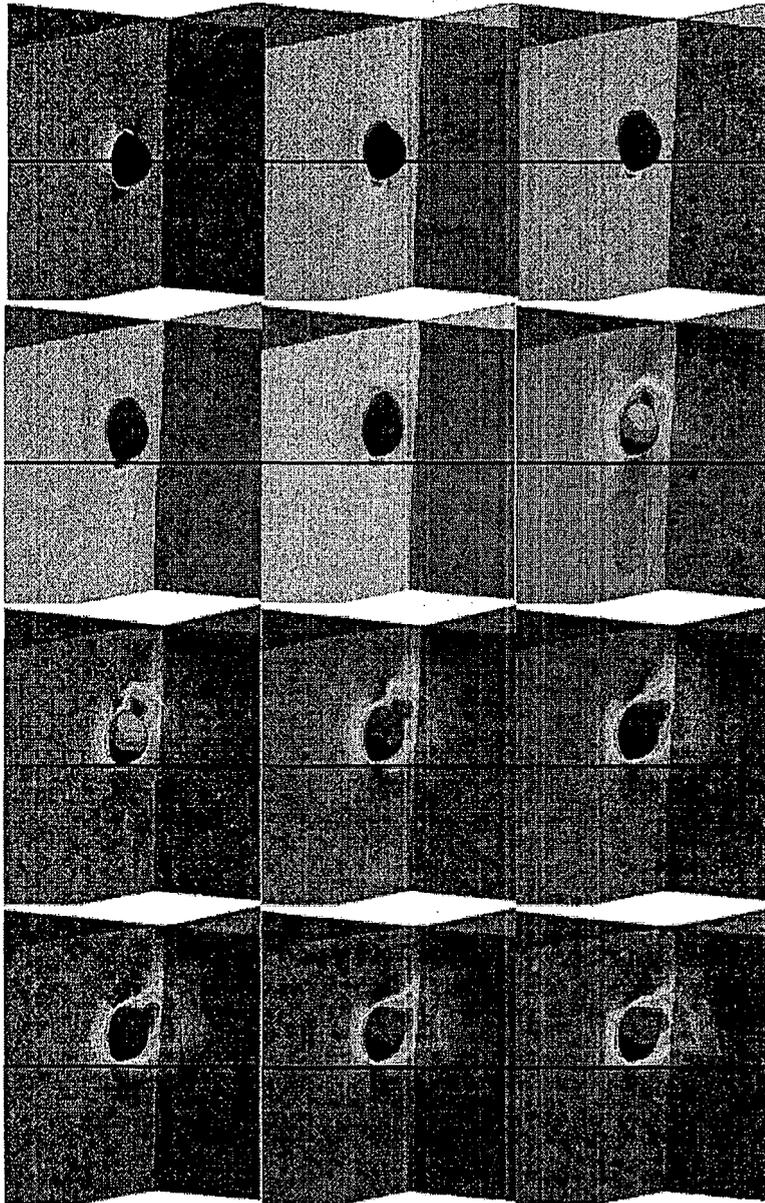


Figura 4.7: Evolución del módulo de la velocidad con el movimiento de la esfera en diferentes instantes de tiempo (de izquierda a derecha y de arriba a abajo $t = .47, t = .92, t = 1.10, t = 1.32, t = 1.67, t = 2.01, t = 2.43, t = 4.83, t = 6.16, t = 8.18, t = 12, 35, t = 15, 65$).

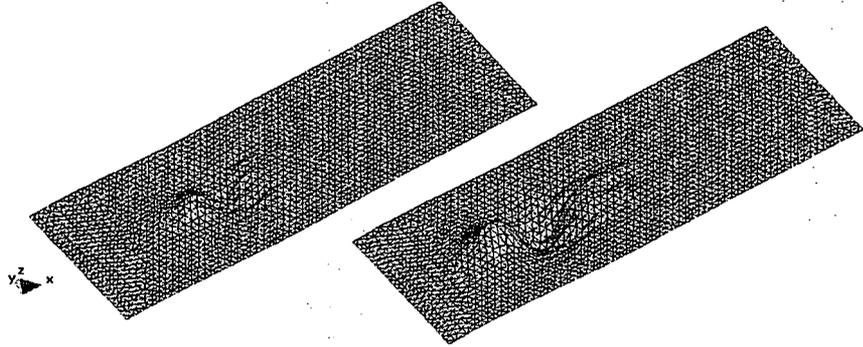


Figura 4.8: Deformación de la superficie libre ampliada 10 veces en los instantes de tiempo $t_1 = 0.47s$ y $t_2 = 3.16s$.

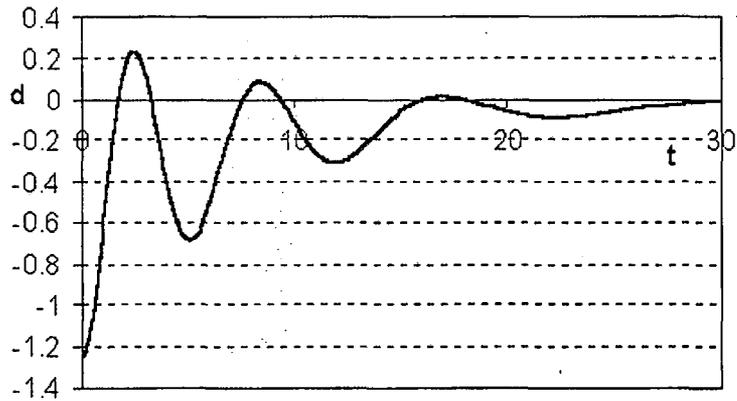


Figura 4.9: Evolución del movimiento de la esfera con el tiempo.

Por último la figura 4.8 muestra la deformada de la superficie libre en dos instantes de tiempo, mientras que en la figura 4.9 se presenta un gráfico de la evolución del desplazamiento vertical de la esfera en función del tiempo.

4.7.2 Ejemplo 2

El segundo ejemplo muestra la caída de una esfera en una probeta llena de líquido. La esfera parte del reposo y el problema acaba cuando aquella alcanza su velocidad de caída estacionaria. La relación de diámetros de la esfera y de la probeta es 1:4. El número de Reynolds para la velocidad estacionaria es $R_n = 100$. La malla utilizada en el cálculo tiene 85765 elementos (tetraedros lineales) con 13946 nodos. La definición *CAD* del problema y un detalle de

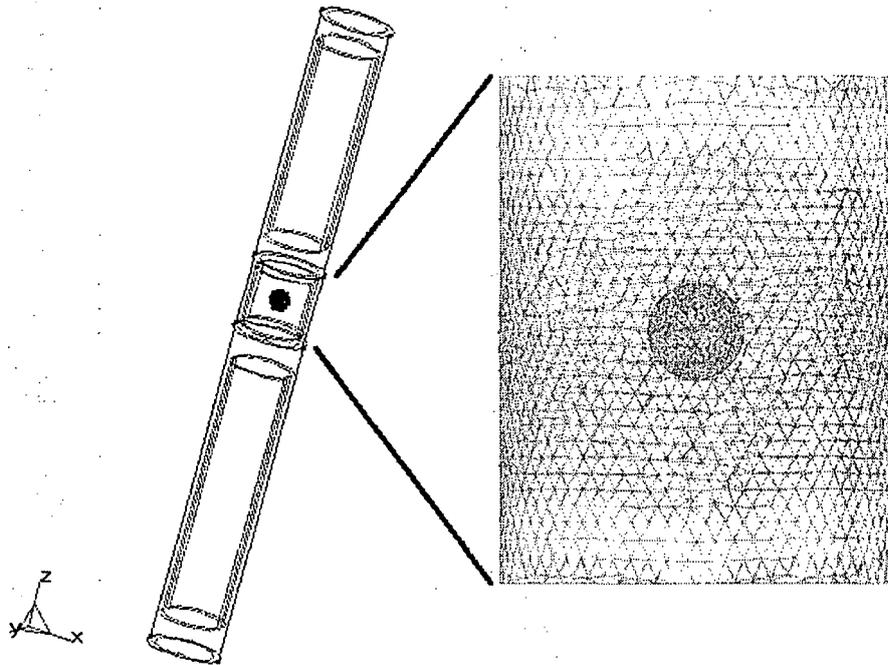


Figura 4.10: Definición CAD del problema de una esfera que cae libremente en un cilindro vertical lleno de líquido.

la malla de cálculo se muestran en la figura 4.10.

En la figura 4.11 pueden verse los contornos de deformación de la malla durante la caída (estos se han proyectado sobre el tubo al que se ha practicado un corte oblicuo), mientras que en la figura 4.12 se presentan los contornos de velocidad en diferentes instantes de tiempo. La figura 4.13 muestra la evolución de la velocidad de caída con el tiempo y se compara con la velocidad denominada de Stokes, calculada igualando la curva experimental de resistencia al avance de la esfera (como función de la velocidad) con el peso de la misma. Es claro que este valor debe ser ligeramente mayor que el real, como así ocurre, pues en él se desprecian los efectos de la interacción con la pared, y a esta razón pueden deberse las pequeñas diferencias encontradas.

4.7.3 Ejemplo 3

El último ejemplo que se presenta corresponde a un cilindro vertical sometido a una corriente uniforme de velocidad 1 m/s (ver figura 4.14). El número de Froude del problema es $F_n = 1.0$, mientras que el número de Reynolds es $R_n = 200$. El diámetro del cilindro es $2m$. No se considera ningún

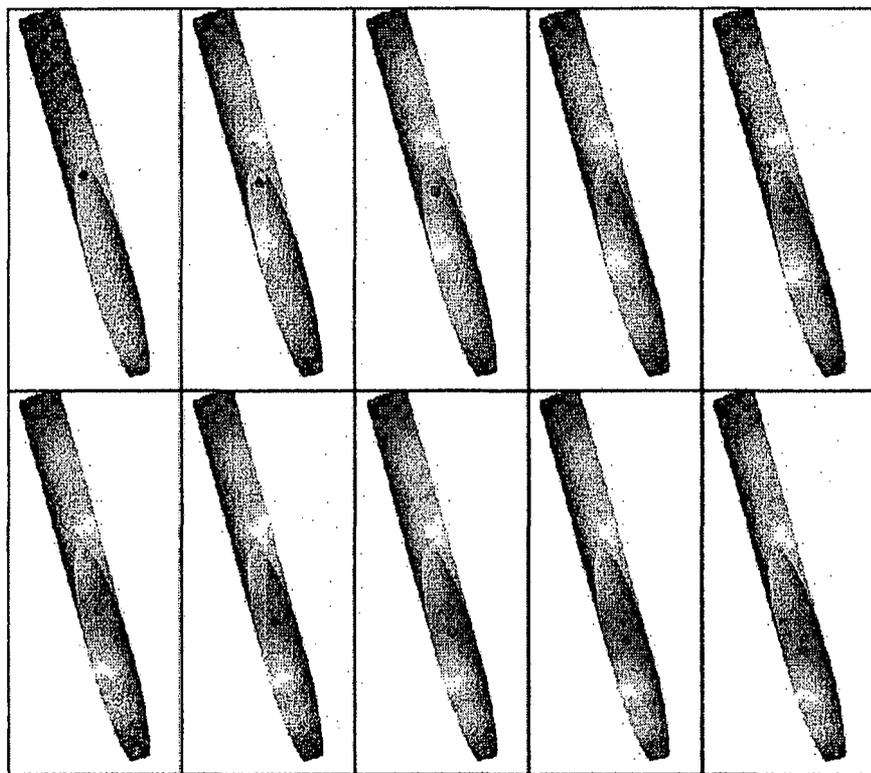


Figura 4.11: Evolución de la caída de la esfera en la probeta. Se muestran los contornos del módulo de la deformación de la malla.

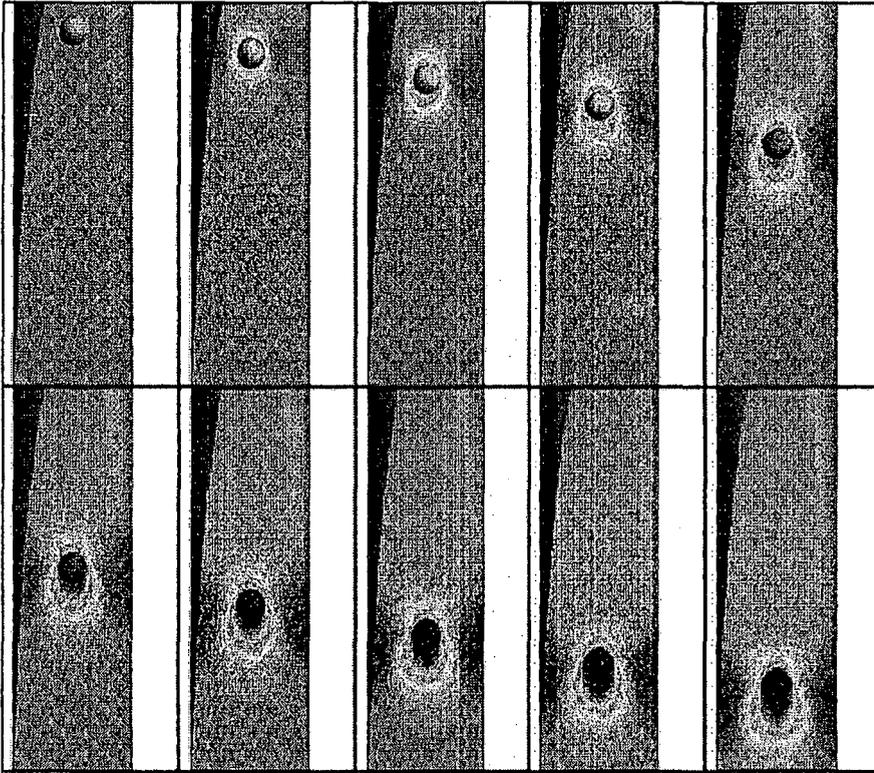


Figura 4.12: Contornos del módulo de la velocidad en diferentes instantes de la caída de la esfera.

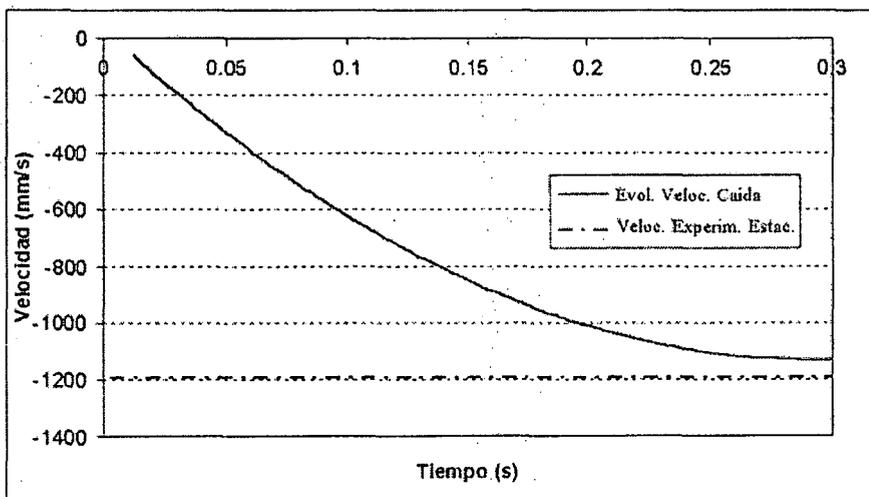


Figura 4.13: Evolución de la velocidad de caída de la esfera comparada con la velocidad experimental (1.95 m/s).

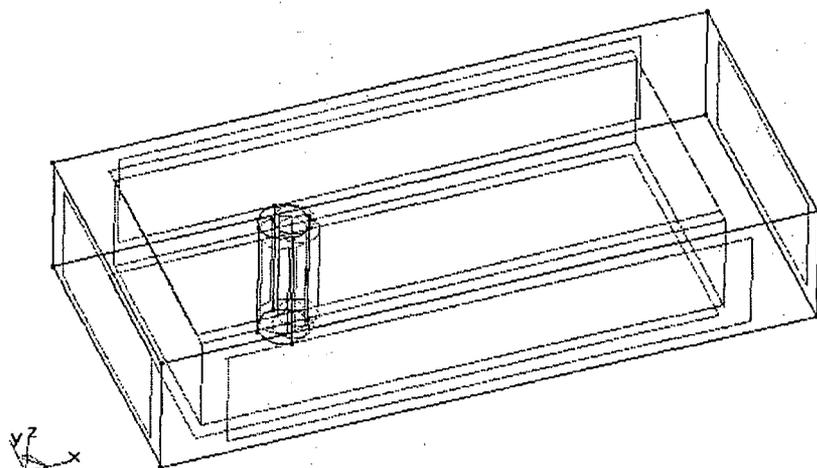


Figura 4.14: Definición CAD utilizada para el problema de un cilindro vertical enfrentado a una corriente uniforme.

movimiento del cilindro. La malla utilizada en este ejemplo tiene 35567 tetraedros con 4670 nodos.

En la figura 4.15 se puede ver la solución de contornos de velocidad en el instante $t = 10.5s$, donde se puede apreciar el efecto del desprendimiento de los vórtices. Por otra parte, en la figura 4.16 se pueden ver los contornos del módulo del vector deformación de la malla. En ella se puede apreciar como la diferencia de altura en la superficie libre entre la zona de impacto con el cilindro y la estela que produce, es superior al diámetro del cilindro.

4.8 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un procedimiento para la actualización automática de mallas de elementos finitos durante la resolución del problema acoplado. Este método permite deformar las mallas, permitiendo seguir los cambios en el contorno o los debidos al movimiento de los objetos en estudio. La restricción que se impone a la deformación de la malla es que la distorsión producida sea uniforme. De esta forma es posible que la malla admita grandes deformaciones conservando buenas propiedades para el análisis.

Sin embargo, el método básico es costoso, en lo que se refiere a necesidad de almacenamiento de memoria y tiempo de procesamiento, por lo que se ha modificado de manera que se adecúa a los procesos dinámicos que pretendemos resolver.

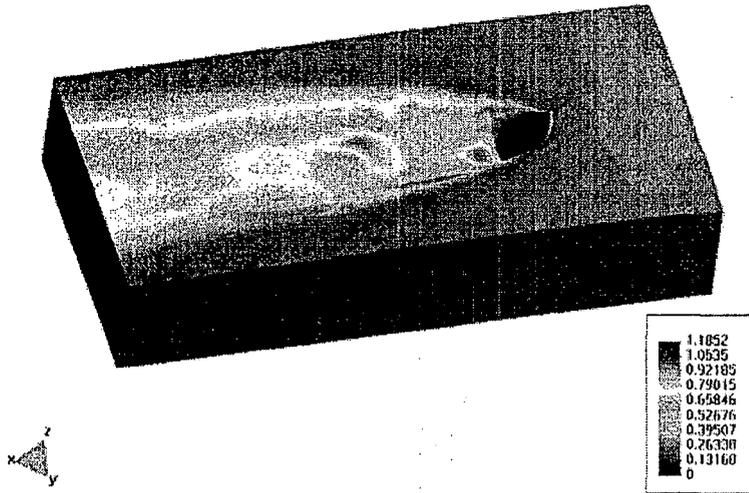


Figura 4.15: Contornos del módulo de la velocidad sobre la superficie libre del problema del cilindro vertical para $t = 10.5s$.

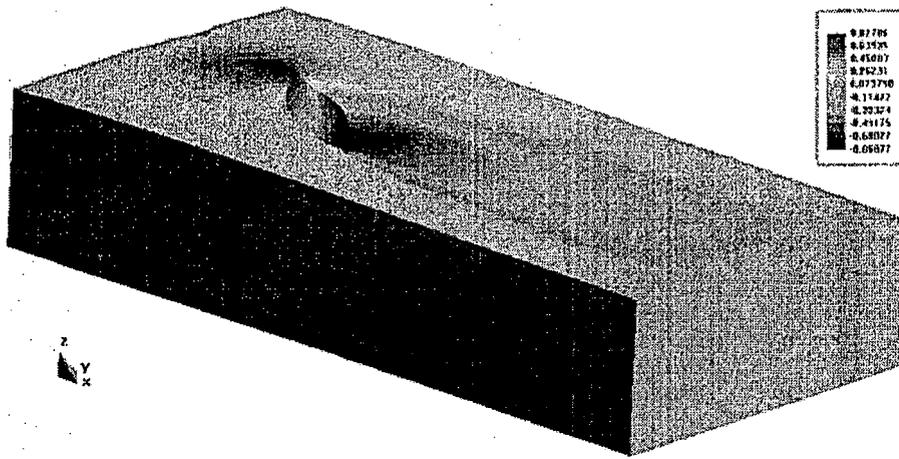


Figura 4.16: Contornos del módulo de la deformación de la malla sobre el contorno, en el problema del cilindro vertical, para $t = 10.5s$.

Los ejemplos que se han presentado muestran las posibilidades del procedimiento presentado, aplicado a problemas de mecánica de fluidos con contornos móviles y de interacción fluido estructura.