



Departament de Teoria
del Senyal i Comunicacions



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Tesis Doctoral

Aportación a la Linealización de Amplificadores de Potencia Mediante la Teoría de la Hiperestabilidad

Autor:

Alfonso J. Zozaya S.

Directores de la Tesis:

Eduard Bertran

Jordi Berenguer

Departamento de Teoría de la Señal y comunicaciones
Universidad Politécnica de Cataluña

A Marilyn, José Alfonso y María Carolina.

Resumen

Esta tesis trata de la aplicación del control adaptativo con modelo de referencia en paralelo para la linealización de un amplificador de potencia y del uso de la propiedad de la pasividad (hiperestabilidad) en el diseño de la ley de adaptación correspondiente. Como resultado de nuestra investigación diseñamos un linealizador de complejidad comparable o inferior a la de otros esquemas de linealización actualmente en uso que está en grado de reducir la distorsión AM/AM y AM/PM con una prestación comparable o superior.

Si bien el concepto de pasividad ha sido estudiado en el campo de la Teoría de Control, no había sido realizado hasta ahora un estudio en detalle para su aplicación concreta en la linealización de amplificadores de potencia en radiofrecuencias (RF), considerando tanto la distorsión de fase como la de amplitud.

Nuestra aportación es, ciertamente, haber aplicado la teoría del control adaptativo y el concepto de la pasividad en forma Cartesiana a la solución del problema de la linealización de amplificadores de potencia operando en RF, asunto en el que tal aplicación resulta inédita, y haber obtenido un linealizador novedoso con unas prestaciones elevadas en comparación con otras técnicas de linealización bien afianzadas.

Esta tesis está dividida en 7 capítulos. En el primer capítulo se presenta una perspectiva general del problema y se establecen los objetivos general y específicos de la investigación.

En el capítulo 2 caracterizamos formalmente las señales de entrada y salida del amplificador de potencia, describimos los formatos de modulación digital que conciernen al problema y tratamos el asunto del modelo de las alinealidades de un amplificador de potencia.

En el capítulo 3 presentamos los antecedentes del problema: describimos en modo sucinto las diferentes técnicas de linealización que han sido desarrolladas hasta la fecha: anticipativo (*feedforward*), predistorsión, realimentación (*feedback*), EE&R, LINC y CALLUM.

En el capítulo 4 desarrollamos los conceptos teóricos relativos a los sistemas analógicos disipativos, y al subconjunto de sistemas pasivos, sin pérdidas

(hiperestables) y estrictamente pasivos (asintóticamente hiperestables). Definimos, también, el problema de los sistemas de control adaptativo con modelo de referencia.

En el capítulo 5 aplicamos los conceptos teóricos presentados en el capítulo 4 y diseñamos un linealizador para amplificadores de potencia. En este capítulo probamos con diferentes combinaciones de leyes de adaptación para linealizar un amplificador de potencia que presenta distorsión de amplitud y, luego, distorsión de fase. Finalmente proponemos varias estructuras para la implementación física del linealizador. De entre estas estructura una es analizada en detalle.

En el capítulo 6, usando como banco de pruebas (*benchmark*) los datos experimentales de un amplificador de potencia para aplicaciones en 28 GHz, sometemos a prueba nuestro linealizador y lo contrastamos con otros esquemas de linealización (*cartesian feedback* y *feedforward*), en el mismo escenario, y comprobamos que el rendimiento del linealizador diseñado es superior. En el capítulo 7, finalmente, presentamos nuestras conclusiones y ofrecemos algunas alternativas para futuras investigaciones en esta área.

Abstract

This thesis deals with the use of the parallel model reference adaptive control to the RF power amplifier's linearization problem, by exploiting the use of the passivity (hyperstability) property in the design of the corresponding adaptation law.

As a result of our investigation, we obtain a linearizer structure with comparable or inferior complexity to that of other linearization techniques currently in use, and which is capable of reducing the AM/AM and AM/PM distortion with a comparable or superior performance.

Although the concept of passivity has been studied in the field of the Control Theory, up to now it had not been carried out a detailed study for its application to the linearization of power amplifiers (PA) at radio frequencies (RF), considering both the phase and the amplitude distortions.

Our contribution is the study of the application of the Adaptive Control Theory and the concept of the Passivity in Cartesian form to the solution of the RF power amplifier linearization problem, matter up to day unpublished, and the proposal of a novel linearizer with high performance in comparison with other well consolidated linearization techniques.

This thesis is divided in 7 Chapters. In the first Chapter it is presented a general perspective of the problem, and both the global and the specific objectives of the investigation are settled down.

In Chapter 2 we characterize the power amplifier input and output signals formally, we describe the digital modulation formats that concern to the problem and we treat the matter of the PA nonlinearities modelling.

In Chapter 3 we present the problem antecedents: we describe in concise way some different linearization techniques that have been developed so far: feedforward, predistortion, feedback, EE&R, LINC and CALLUM.

In the chapter 4 we develop the theoretical concepts relative to analog dissipative systems, and to the subset of passive systems, lossless (hyperstables) and strictly passive (asymptotically hyperstables). We define, also, the problem of the model reference adaptive control systems.

In Chapter 5 we apply the theoretical concepts presented in Chapter 4

and we design a power amplifier linearizer. In this chapter we prove different adaptation laws combinations for linearizing a PA that exhibits amplitude distortion and, moreover, phase distortion. Finally, we propose several structures for the physical implementation of the linearizer. Among these structures one is analyzed in detail.

In Chapter 6, using as benchmark the experimental data of a power amplifier for applications at 28 GHz, we test our linearizer and we contrast it with other linearization schemes (Cartesian feedback and feedforward), at the same scenario, and we check the performance of the designed linearizer. In Chapter 7, finally, we present our conclusions and we offer some alternatives for future investigations in this area.

Agradecimientos

*Agradece a la llama su luz, pero no olvides el pie del candil que,
constante y paciente, la sostiene en la sombra.*

A la Universidad de Carabobo, mi casa, que me motiva a aproximarme día a día al conocimiento, debo la satisfacción de tener por oficio el estudiar. Desde allí, hace 5 años, entré en contacto con la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) a través de Eduard Bertran, quien me admitió luego en el Doctorado del Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones (TSC). Eduard Bertran se erigió con el tiempo en mi mentor y amigo, y al debo el haberme encontrado con el apasionante tema de esta Tesis. Gracias Eduard. También agradezco a Jordi Berenguer, mi segundo director de tesis, quien mientras pudo atendió entusiasmádamamente todas mis cuestiones.

Durante el desarrollo de mi investigación debí recurrir a personas no relacionadas directamente con mi línea de investigación y sin embargo recibí de ellos una colaboración desinteresada: a Joaquín Giner y Albert Aguasca mi agradecimiento.

En el camino hice otros amigos: Alejandro, Carlos, Carmen, Emilio, Fernando, Jaber, Hector, Oscar, a los cuales agradezco su amistad.

Quiero agradecer en modo especial, también: a Beni Vázquez, el alma administrativa del Doctorado del TSC, por su amable eficiencia, y a Ana María por su jovialidad de todos los días.

A la Fundación Gran Mariscal de Ayacucho debo agradecer la financiación parcial de mi manutención.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Perspectiva general del problema	2
1.2. Objetivos de la investigación	7
2. Alinealidad en los AP	8
2.1. Caracterización de la señal de entrada del amplificador de potencia	8
2.2. Modulación digital	9
2.2.1. <i>M-Amplitude Shift Keying</i>	11
2.2.2. <i>M-Frequency Shift Keying</i>	12
2.2.3. <i>Continuous Phase Modulation</i>	13
2.2.4. <i>M-Phase Shift Keying</i>	15
2.2.5. Comparación	18
2.3. Señal de salida del AP	20
2.4. Modelado del AP	24
3. Técnicas de Linealización	27
3.1. Introducción	27
3.2. <i>Feedforward</i>	28
3.3. Predistorsión	29
3.4. <i>Feedback</i>	33
3.5. EE&R	36
3.6. LINC y CALLUM	37
3.7. Comparación	39
4. Hiperestabilidad y MRAS	41
4.1. Hiperestabilidad	41
4.2. Sistemas disipativos	43
4.3. Sistemas pasivos	45
4.3.1. Antecedentes físicos de la pasividad	46
4.3.2. Relación entre la pasividad y la positividad real	48

4.3.3.	Sistemas pasivos sin pérdidas	50
4.3.4.	Sistemas estrictamente pasivos	52
4.4.	MRAS	56
4.4.1.	Definición	56
4.4.2.	Representación realimentada equivalente de un MRAS y uso de la teoría de la hiperestabilidad	58
5.	Linealización de un AP	61
5.1.	Introducción	61
5.2.	Diseño teórico	62
5.2.1.	Premisas	62
5.2.2.	Diseño	65
5.3.	Análisis del diseño teórico	68
5.3.1.	Linealización de un amplificador que solo presenta dis- torsi3n AM/AM	69
5.3.2.	Linealización de un amplificador que presenta distor- si3n AM/AM y AM/PM	71
5.4.	Implementaci3n	81
5.4.1.	Estructura 1	81
5.4.2.	Estructuras 2 y 3	90
6.	Simulaci3n y resultados	93
6.1.	Introducci3n	93
6.2.	Del dise1o anal3gico	95
6.3.	De otras t3cnicas	98
6.3.1.	Realimentaci3n Cartesiana	98
6.3.2.	<i>Feedforward</i>	104
6.3.3.	Conclusiones.	107
7.	Discusi3n final	110
7.1.	Trabajo futuro	111
	Bibliograf3a	113
	Glosario	123

Índice de figuras

1.1. Aspecto de una señal 32-QAM antes de la amplificación.	2
1.2. Aspecto de una señal 32-QAM después de la amplificación alineal.	3
1.3. Distorsión fuera de banda	3
1.4. Efectos de la intermodulación	4
2.1. Arquitectura típica de un transmisor de un sistema de comu- nicaciones digital	9
2.2. Esquemas de modulación básicos.	10
2.3. Diagramas en el espacio de señal de los formatos M-ASK y M-QAM	11
2.4. Representación de los símbolos de una señal 2-CPFSK del tipo MSK.	12
2.5. Esquemas de modulación PSK.	15
2.6. Separación de los datos y construcción de las tramas i y q . . .	16
2.7. Tipos de modulación QPSK	16
2.8. Esquemas de modulación híbridos.	18
2.9. Eficiencia de ancho de banda versus la eficiencia de potencia. .	19
2.10. Rendimiento de potencia de un amplificador de potencia ver- sus el modo de operación.	23
3.1. Linealizador <i>Feedforward</i>	28
3.2. Arquitectura básica de predistorsión	30
3.3. Arquitectura básica de un sistema de Predistorsión Digital. . .	31
3.4. Predistorsionador por mapeado.	31
3.5. Predistorsionador polar.	32
3.6. Predistorsionador por ganancia compleja.	32
3.7. Sistema con realimentación negativa.	33
3.8. Formas de <i>envelope feedback</i>	34
3.9. Doble realimentación de la envolvente.	35
3.10. Predistorsión usando realimentación de la envolvente.	35
3.11. Linealizador con realimentación Cartesiana.	36

3.12. Diagrama de bloques de un linealizador EE&R	37
3.13. Diagrama de bloques de un sistema LINC.	38
3.14. Diagrama de bloque de un sistema CALLUM.	39
4.1. Arquitectura de los sistemas que heredan la propiedad de los bloques que los componen.	42
4.2. Sistema realimentado no lineal y/o variante en el tiempo estándar.	42
4.3. Región R bajo estudio y dirección en la que se calcula el flujo del vector de <i>Poynting</i>	46
4.4. Especialización del flujo del vector de <i>Poynting</i> a través de $S(R)$ para el caso de un circuito de n puertos.	47
4.5. Configuración básica de un sistema de control adaptativo con modelo de referencia en paralelo.	56
4.6. Esquema en modelo de estado del MRAS en paralelo. El índice de comportamiento se ha definido como el error entre los vectores de estado: $\mathbf{e} = \mathbf{x}_M(t) - \mathbf{x}_S(t)$	57
4.7. MRAS configurado en función del error entre los vectores de estado.	58
4.8. Estructura realimentada estándar equivalente del sistema de control adaptativo con modelo de referencia en paralelo.	59
5.1. Sistema adaptativo con modelo de referencia en paralelo para la linealización de un amplificador de potencia.	62
5.2. Definición gráfica de la ganancia lineal G_ℓ y de la compresión ΔG sobre la curva $F[\]$. x^* es la señal de entrada del AP, y x_1^* es un valor genérico de x^*	64
5.3. Ganancia G de un amplificador de potencia en función de la amplitud a de la señal de entrada.	65
5.4. Variación de la ganancia G de un amplificador de potencia con el tiempo para dos señales digitales de entrada diferentes.	65
5.5. MRAS en paralelo para la linealización de un amplificador de potencia con una ley de adaptación de la forma: $w(\xi, t) = \int_0^t f_1(\xi, t, \tau) d\tau + f_2(\xi, t) + w(0)$	66
5.6. Sistema realimentado equivalente del MRAS en paralelo	66
5.7. Sistema de control adaptativo con modelo de referencia resultante para la linealización de un amplificador de potencia.	69
5.8. Implementación más simple de la estructura obtenida en la sección 5.2 para la linealización de un amplificador que solo presenta distorsión de amplitud.	70
5.9. Curva AM/AM del amplificador de potencia.	71

5.10. Comportamiento de la ganancia ajustable $G(t)w(\xi, t)$ y del parámetro ajustable $w(\xi, t)$	72
5.11. Espectro de la señal salida del AP linealizado	72
5.12. Curva AM/PM del amplificador de potencia.	73
5.13. Evolución temporal de la fase adicional de salida del amplificador de potencia aún sometido a linealización.	74
5.14. Espectro de la señal salida del AP linealizado (cl) comparada con el espectro de salida del AP sin linealización (sl).	75
5.15. Modelo bandabase de la estructura obtenida en la sección 5.2 para la linealización de un amplificador que presenta tanto distorsión de amplitud, como de fase. Las señales en la figura representan cantidades complejas.	75
5.16. Evolución temporal de la ganancia conjunta $w(\xi, t)G(t)$, del parámetro $w(\xi, t)$, y de la ganancia $G(t)$ del AP sin linealización, en decibelios, para una misma realización de la señal de entrada.	76
5.17. Evolución temporal de la fase relativa de la señal de salida del amplificador de potencia respecto a la entrada $\Phi(t)$, sin linealización (sl) y con linealización (cl), y de la fase del parámetro ajustable $\psi_w(t)$	76
5.18. Espectro de la señal salida del AP linealizado (cl) para $k_1 = 80000$ y $k_1 = 800000$, comparada con el espectro de salida del AP sin linealización (sl)	77
5.19. Densidad espectral de potencia estimada de la señal de salida del amplificador de potencia sin linealización y con linealización para dos valores distintos de la varianza estimada de la señal de error: $\sigma_{\xi_1}^2 = 0,1781 \times 10^{-5}$ ($k_1, k_2 = 20000, 1000$), y $\sigma_{\xi_2}^2 = 0,0462 \times 10^{-5}$ ($k_1, k_2 = 80000, 5000$).	78
5.20. Distorsión dentro de banda.	79
5.21. Representación gráfica de la varianza σ_{ξ}^2 de la señal de error estimada para los valores de k_1 y k_2 en el intervalo cuadrado $k_1 \in [20000, 80000]$ y $k_2 \in [1000, 5000]$	80
5.22. Densidades espectrales de potencia estimadas del parámetro ajustable w , de la señal de error ξ , y de la señal de entrada x para el caso $k_1 = 80000$ y $k_2 = 5000$	81
5.23. Estructura 1.	82
5.24. Modelo equivalente de la Estructura 1 para el análisis de los desbalances de amplitud y fase del demodulador IQ.	83
5.25. Modelo del retardo de tiempo entre las señales que se comparan en la Estructura 1.	84

5.26. Modelo del retardo de tiempo que sufre la portadora en el lazo de realimentación de la Estructura 1.	86
5.27. Amplificador inversor.	87
5.28. Módulos de las ganancias del Op Amp AD8032 (lazo abierto) y del amplificador inversor (lazo cerrado).	88
5.29. Integrador inversor.	88
5.30. Módulo de la ganancia de un integrador inversor versus la frecuencia.	89
5.31. Estructura 2.	90
5.32. Estructura 3.	91
6.1. Curva AM/AM	94
6.2. Curva AM/PM	95
6.3. Densidad espectral de potencia de la señal de salida del amplificador de potencia para varios niveles de potencia pico de la señal de entrada.	96
6.4. Función de autocorrelación R_x estimada de la señal de prueba.	96
6.5. Densidad espectral de potencia de la señal de salida del AP con linealización para diferentes valores de τ . $P_{i,o}$ está por señal de entrada y señal de salida sin linealización, respectivamente.	98
6.6. Densidad espectral de potencia de la señal de salida del AP con linealización para diferentes valores de desfase $\Delta\theta_n = \omega_0\tau_{0n}$ de la portadora.	99
6.7. Equivalente banda base del <i>Cartesian Feedback Linearizer</i>	99
6.8. Disminución de la distorsión fuera de banda para dos valores distintos de β	100
6.9. Efecto del retardo de grupo τ_{gr} en la disminución del ACP.	102
6.10. Efecto del retardo de la fase de la portadora $\Delta\theta_n = \omega_o\tau_{on}$ en la disminución del ACP.	103
6.11. Reducción de la IMD fuera de banda en función de las diferencias de ganancia ΔG y fase $\Delta\theta$ entre las ramas del circuito de cancelación del error.	104
6.12. Reducción de la ACP para dos acopladores direccionales de potencia de salida distintos.	105
6.13. Reducción de la ACP para diferentes desajustes del retardo de propagación de la señal.	106
6.14. Reducción de la ACP para distintos valores de desajustes de fase $\Delta\theta_n = \omega_o\tau_{on}$	107

Índice de cuadros

1.1. Valores de eficiencia espectral teóricos de varios esquemas de modulación	5
3.1. Comparación de las técnicas de linealización	40
5.1. Varianza σ_{ξ}^2 de la señal de error estimada para distintos valores de las constantes k_1 y k_2	80
6.1. Valor de la autocorrelación de la señal de prueba R_x , potencia del error σ_{ξ}^2 y reducción de la distorsión fuera de banda (ACP) que se consigue para diferentes valores de τ (el subíndice s hace referencia a la palabra símbolo).	97
6.2. Reducción de la distorsión para diferentes valores de τ @ $\Delta f = 10$ MHz. Comparación.	108
6.3. Reducción de la distorsión para diferentes valores de $\Delta\theta$ @ $\Delta f = 10$ MH. Comparación.	108

Capítulo 1

Introducción

El ritmo actual de desarrollo de las telecomunicaciones está imponiendo la necesidad de tasas de transmisión de información cada vez más altas. Ya que el espectro radioeléctrico es un recurso finito este requerimiento no puede ser satisfecho mediante un simple incremento del ancho de banda de los sistemas. Esta circunstancia está conduciendo al uso más generalizado de formatos de modulación multi-nivel espectralmente más eficientes, como por ejemplo M-QAM. Los formatos de modulación con mayor eficiencia de ancho de banda, los denominados esquemas de modulación lineal, requieren, por otra parte, de amplificación lineal. La solución convencional para amplificación lineal consiste en usar amplificadores en clase A. Sin embargo, la enorme relación valor pico a valor medio que presentan los formatos M-arios, impone que estos amplificadores sean operados con un elevado *back-off*, mermando aun más la intrínsecamente baja eficiencia de esta clase de amplificadores. Por otra parte, la eficiencia de potencia es, también, un factor de suma importancia en los sistemas de comunicaciones modernos, en particular en sistemas donde la autonomía es crucial, como por ejemplo en móviles y satélites. Ambas exigencias, elevada eficiencia de ancho de banda y elevada eficiencia de potencia, son, convencionalmente, difíciles de conciliar. Este escenario ha dado vigencia al problema de la linealización de los amplificadores de potencia, en la búsqueda de una solución de compromiso que permita una operación eficiente, en términos de potencia, y una amplificación sin distorsión de los formatos de modulación a envolvente variable. Tanto las principales estructuras de linealización convencionales orientadas a la amplificación lineal (*feed-forward*, *predistortion* y *feedback*), como las soluciones específicas orientadas a la amplificación eficiente (LINC, CALLUM y EE&R), son ahora motivo de intensiva investigación. La incorporación de mecanismos adaptativos para corregir la mayoría de los desajustes de los factores críticos de cada técnica se ha visto facilitada por el advenimiento de los procesadores digitales de señal

(DSP). Los DSP han sido incorporadas a estos esquemas de linealización, además, como elementos estructurales del linealizador, como es el caso de la predistorsión digital. Nuestra investigación está enmarcada dentro de este contexto, el de la linealización de amplificadores de potencia.

1.1. Perspectiva general del problema

El comportamiento a lineal de un amplificador de potencia altera la forma original de la señal de entrada produciendo una señal de salida distorsionada. La respuesta a lineal de un amplificador de potencia se suele caracterizar mediante las funciones de conversión AM/AM (*Amplitude Modulation/Amplitude Modulation*) y AM/PM (*Amplitude Modulation/Phase Modulation*) según las cuales, la modulación de amplitud de la señal de entrada produce, a su vez, una modulación modificada (a lineal) de amplitud y una modulación no lineal de la fase, respectivamente, en la señal de salida. El efecto conjunto de

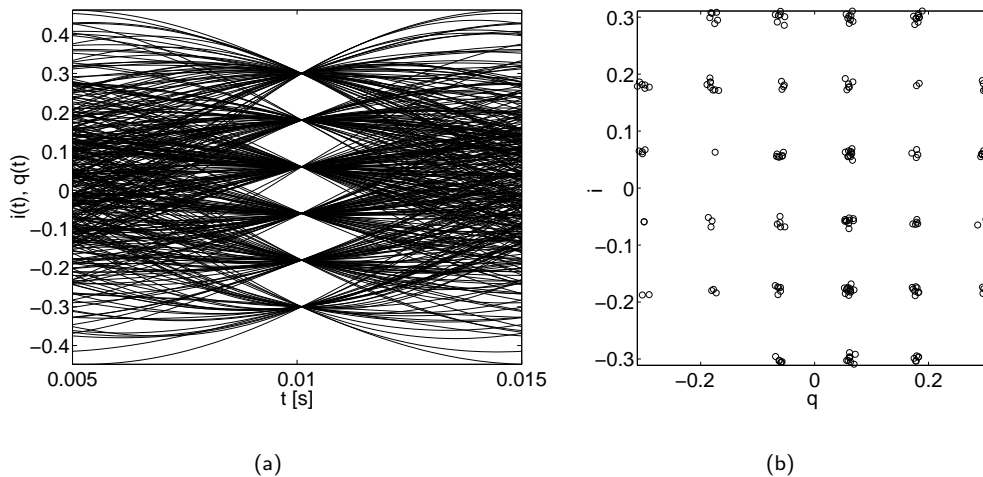


Figura 1.1: Aspecto de una señal 32-QAM antes de la amplificación. (a) Diagrama de ojo. (b) Constelación.

ambas funciones produce distorsión dentro y fuera de la banda de frecuencias de la señal original. Mientras la distorsión dentro de banda puede corromper la señal haciendo imposible la extracción de la información (figuras 1.1 y 1.2), la distorsión fuera de banda (figura 1.3) puede hacer lo propio en otras señales ubicadas en las bandas adyacentes, lo cual, aparte de regulaciones y normativas, es particularmente crucial en los sistemas multiseñal. En los sistemas multiportadora, la a linealidad del amplificador produce, además, intermodulación entre los diferentes tonos (figura 1.4).

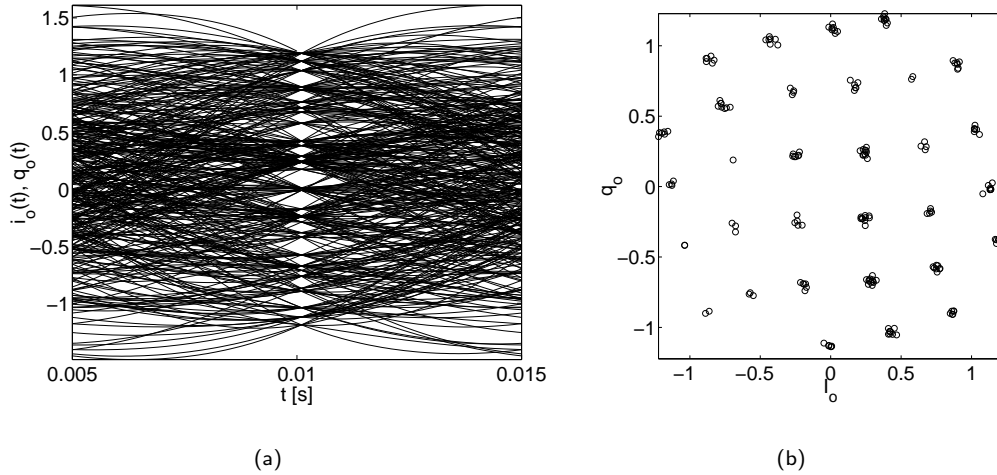


Figura 1.2: Aspecto de una señal 32-QAM después de la amplificación alineal. (a) Diagrama de ojo. (b) Constelación.

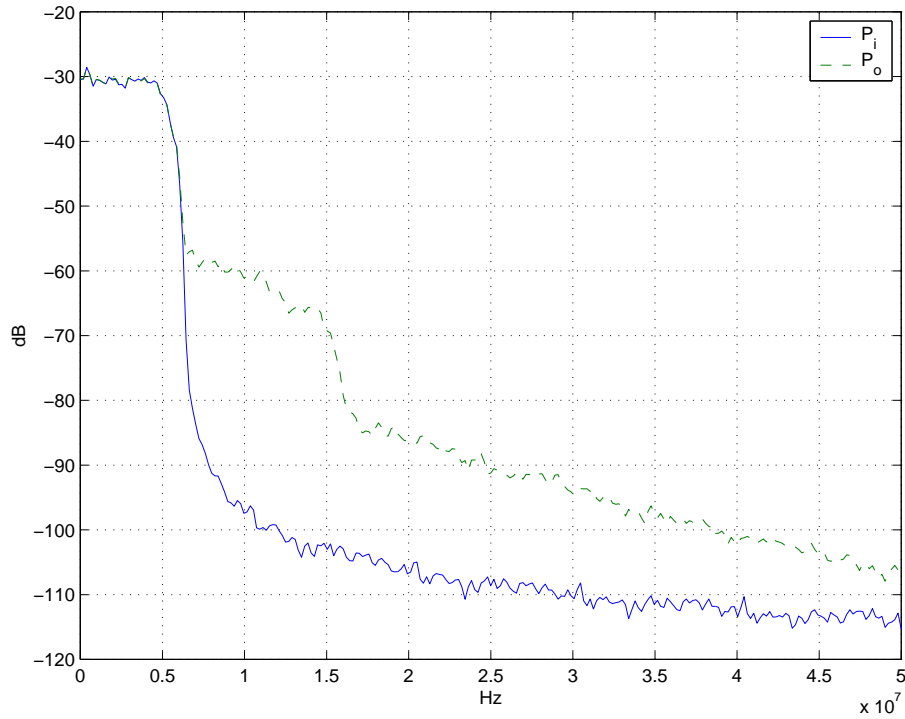


Figura 1.3: Distorsión fuera de banda: ensanchamiento del espectro de una señal digital 16 QAM obtenido mediante simulación.

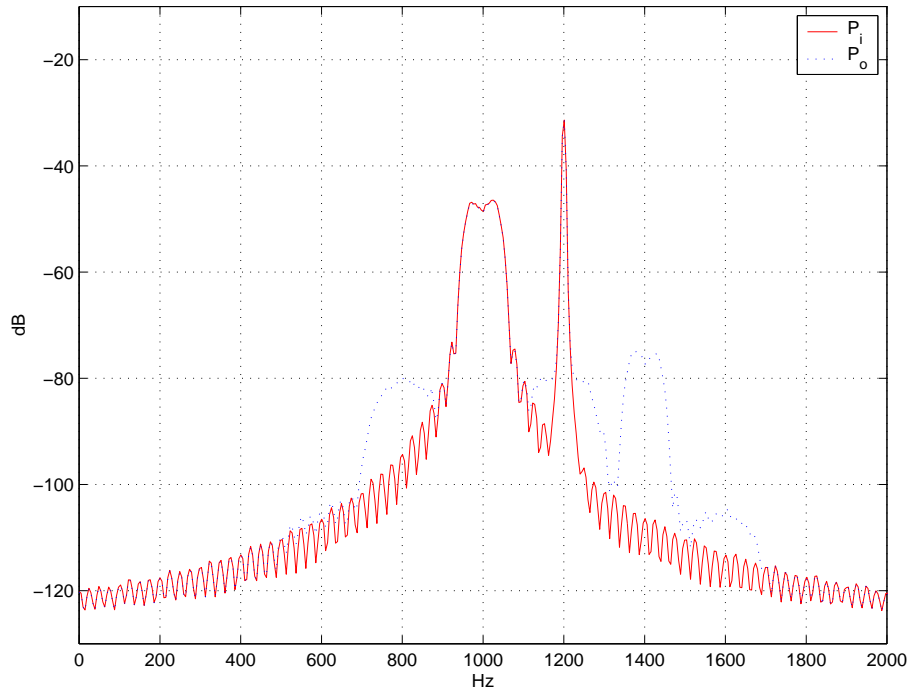


Figura 1.4: Efectos de la intermodulación sobre una señal constituida por una señal 64 QAM más un tono separado de esta el doble de la frecuencia de símbolos.

Distorsión dentro de banda

Los esquemas de modulación digital con constelaciones simples y que estimulan en menor proporción la respuesta a lineal del amplificador son menos susceptibles a la distorsión dentro de banda que los esquemas de modulación multinivel. Una manera de cuantificar la estimulación ejercida sobre la a linealidad del Amplificador de Potencia consiste en medir la elongación de la envolvente de la señal de entrada mediante la relación valor-pico/valor-medio, *Peak-to-Mean Ratio* (PMR), de su potencia: $PMR = 10 \log(a_{MAX}^2/a^2)$, donde a es la amplitud de la señal de entrada. Mientras mayor es esta relación, mayor es la distorsión.

En los sistemas de comunicaciones radio es extendido el uso de esquemas de modulación en los que se procura minimizar el PMR, y se evita que, en las transiciones entre símbolos, la amplitud cruce por cero. En el sistema de telefonía celular norteamericano (*North American Digital Cellular*, TDMA -NADC-), por ejemplo, se utiliza un tipo de modulación $\frac{\pi}{4}$ DQPSK que con $\alpha = 0,35$ da lugar a un *peak-to-mean ratio* de 3,87dB; el mismo esquema de modulación es usado en el sistema Japonés/Chino (*Personal*

Handyphone System –PHS–) con un PMR de 3,21dB ($\alpha = 0,5$), y en el sistema *Trans European Trunked Radio* (TETRA) con un *peak-to-mean ratio* de 3,39dB ($\alpha = 0,4$). A menor α , menor ancho de banda, pero mayor sobreimpulso (*overshoot*) en las transiciones y por tanto mayor *peak-to-mean power ratio*. El sistema de telefonía celular europeo (*Global System for Mobile Communication 900* –GSM900–) emplea un esquema de modulación a amplitud constante *Gaussian Minimum Shift Keying* (GMSK) el cual, en teoría, es inmune a la distorsión alineal, permitiendo una operación más eficiente del amplificador de potencia en la región cercana a la saturación. El beneficio que se obtiene en los esquemas de modulación a envolvente constante en términos de una mayor eficiencia de potencia e inmunidad a la distorsión alineal tiene como contrapartida una reducción de la eficiencia espectral correspondiente: teóricamente una modulación $\frac{\pi}{4}$ DQPSK posee una eficiencia espectral de 2 [bits/s/Hz], mientras que una modulación MSK de 1 [bit/s/Hz]. En los sistemas donde la eficiencia espectral es un factor clave, en cambio, se ha de utilizar un tipo de modulación multinivel. Los esquemas de modulación M-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), por ejemplo, presentan una eficiencia de ancho de banda teórica de $\log_2 M$ [bits/s/Hz], la cual, para el caso M=8, ya es superior a la de los esquemas de modulación $\frac{\pi}{4}$ DQPSK y GMSK mencionados anteriormente. En la tabla 1.1 se muestran los valores teóricos de eficiencia espectral para algunos esquemas de modulación de uso frecuente.

Cuadro 1.1: Valores de eficiencia espectral teóricos de varios esquemas de modulación

MODULACIÓN	EFICIENCIA DE ANCHO DE BANDA TEÓRICA
MSK	1 bit/segundo/Hz
BPSK	1 bit/segundo/Hz
QPSK	2 bits/segundo/Hz
8QPSK	3 bits/segundo/Hz
16 QAM	4 bits/segundo/Hz
32 QAM	5 bits/segundo/Hz
64 QAM	6 bits/segundo/Hz
256 QAM	8 bits/segundo/Hz

Los esquemas de modulación multinivel, por otro lado, exhiben, a mayor valor de M, una relación *peak-to-mean* mayor y correspondientemente una zona de decisión de símbolo menor, resultando en consecuencia más susceptibles a la alinealidad del amplificador de potencia. En los sistemas donde la autonomía es un factor clave, como los sistemas de comunicaciones embarcados en satélites o equipos móviles, por ejemplo, se ha de sacrificar la

eficiencia espectral en pro de la eficiencia de potencia, o bien algún mecanismo de linealización ha de ser usado. Por otra parte, en los sistemas de comunicaciones dónde la eficiencia espectral es crucial, la eficiencia de potencia no puede ser comprometida mas allá de cierto límite y, aun, algún mecanismo de linealización ha de ser usado también.

Distorsión fuera de banda e intermodulación

La distorsión fuera de banda en los sistemas multiseñal con múltiples portadoras canalizadas, con un amplificador por cada señal, se puede controlar mediante filtrado convencional. En cambio, en los sistemas multiportadoras no canalizados, en los que la etapa de potencia esta constituida por un amplificador de potencia multiportadora, un amplificador para varias señales (*Multicarrier Power Amplifier-MCPA*-), la alinealidad del amplificador produce, además de distorsión fuera de banda, en correspondencia de cada una de las bandas, intermodulación entre las distintas señales. En esta clase de sistemas la exigencia de linealidad es todavía más restrictiva. En las estaciones base CDMA del servicio público de telefonía norteamericano, por ejemplo, se requiere una relación de intermodulación entre portadoras mayor de 65dBc [3], siendo un rango típico 60 – 80dBc [4]. La exigencia de linealidad no puede manejarse de manera realista incrementando el *back-off* de operación del amplificador. El *back-off* es la distancia, medida en dB, entre el punto de trabajo del amplificador y su punto de compresión a 1 dB (o su punto de saturación) y está condicionada por el PMR de las señales. Si se aumentara el *back-off* se comprometería inadmisiblemente la eficiencia de potencia, la cual podría reducirse a niveles ínfimos, hasta del orden del 1 %. Ello supondría, por ejemplo, la utilización de un amplificador de 100 watts para dar tan solo 1 watt de salida.

Conclusión

Dos necesidades distintas, pero muy vinculadas, imponen la implementación de algún sistema de linealización de los amplificadores de potencia de los sistemas de comunicaciones modernos. En primer lugar, y con el propósito de evitar la corrupción de la información transportada por la(s) señal(s) multinivel, la respuesta del amplificador de potencia debe ser adecuadamente lineal. En las estaciones de transmisión de los sistemas con múltiples portadoras no canalizadas, el requerimiento de linealidad es aun más restrictivo, ya que es necesario reducir las interferencias que resultan de la intermodulación entre las distintas señales. En segundo lugar, el uso eficiente de la potencia disponible en aquellos sistemas donde la autonomía es crucial, o donde el

coste asociado al consumo de potencia es una razón de peso, la linealización del amplificador de potencia permite su operación en la región cercana a la saturación donde su eficiencia de potencia es mayor.

1.2. Objetivos de la investigación

En la presente investigación nos ocuparemos de estudiar la aplicabilidad del control adaptativo con modelo de referencia en paralelo y del diseño de la ley de adaptación mediante la Teoría de la Hiperestabilidad, en el problema de la linealización de un amplificador de potencia. Esta tarea comprende el estudio teórico (el diseño) y la validación mediante simulación (el análisis) de diferentes leyes de adaptación hiperestables, así como el estudio de la eficacia de estas leyes de adaptación en la linealización de un amplificador de potencia de RF. Como resultado final de la investigación propondremos una estructura general para la implementación de esta técnica de linealización, de acuerdo a las posibilidades tecnológicas actuales, y contrastaremos su rendimiento con otras técnicas de linealización recientes. Los objetivos de esta investigación se resumen en los objetivos general y específicos siguientes.

Objetivo general

Estudiar la aplicabilidad de los sistemas de control adaptativo con modelo de referencia basados en la teoría de hiperestabilidad para la linealización mediante estructuras cartesianas de amplificadores de potencia en la banda de radiofrecuencias.

Objetivos específicos

1. Estudiar, teóricamente y mediante simulación, distintas leyes de adaptación hiperestables.
2. Diseñar la estructura general para la implementación física de esta técnica de linealización.
3. Adecuar tal diseño a las posibilidades tecnológicas actuales.
4. Estudiar, mediante simulación, la eficacia de esta técnica de linealización de amplificadores de potencia.
5. Contrastar los resultados obtenidos con los resultados de otras técnicas de linealización actualmente usadas.

Capítulo 2

Alinealidad en los Amplificadores de Potencia

2.1. Caracterización de la señal de entrada del amplificador de potencia

Una señal modulada digitalmente sobre portadora analógica tiene la forma general:

$$\nu_i(t) = a(t) \cos[\omega_p t + \varphi(t)] \quad (2.1)$$

o:

$$\nu_i(t) = i(t) \cos \omega_p t - q(t) \sin \omega_p t \quad (2.2)$$

donde $i(t) = a(t) \cos \varphi(t)$ y $q(t) = a(t) \sin \varphi(t)$ y donde las funciones $a(t)$ y $\varphi(t)$ $-i(t)$ y $q(t)$ contienen la información correspondiente a un determinado símbolo dentro de un conjunto preestablecido de posibles símbolos, y ω_p es una frecuencia (portadora) apropiada para la radiación y propagación de la señal en un determinado medio radioeléctrico.

Los anchos de banda de las funciones $a(t)$ y $\varphi(t)$ $-i(t)$ y $q(t)$ son pequeños en comparación con la frecuencia de portadora. Una combinación de N señales moduladas digitalmente constituye una señal multiportadora y tiene la siguiente forma general:

$$\nu_{mp}(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \cos[\omega_n t + \varphi_n(t)] \quad (2.3)$$

La señal multiportadora (2.3) admite una representación equivalente a la expresión (2.1). En efecto, al poner $\omega_n = \omega_p + \Delta\omega_n$, con ω_p igual a la frecuencia

central de la banda ocupada por la señal (2.3), por ejemplo, se tiene:

$$\nu_{mp}(t) = \text{Re} \left\{ e^{j\omega_p t} \sum_{n=1}^N a_n(t) e^{j\varphi_n(t)} e^{j\Delta\omega_n t} \right\} \quad (2.4)$$

al poner

$$a_{eq}(t) = \left\| \sum_{n=1}^N a_n(t) e^{j\varphi_n(t)} e^{j\Delta\omega_n t} \right\| \quad (2.5)$$

$$\varphi_{eq}(t) = \angle \left(\sum_{n=1}^N a_n(t) e^{j\varphi_n(t)} e^{j\Delta\omega_n t} \right) \quad (2.6)$$

resulta

$$\nu_{pm}(t) = a_{eq}(t) \cos[\omega_p t + \varphi_{eq}(t)] \quad (2.7)$$

2.2. Formatos de modulación digital

En la figura 2.1 se ilustra la arquitectura típica de un transmisor de un sistema de comunicaciones digital.

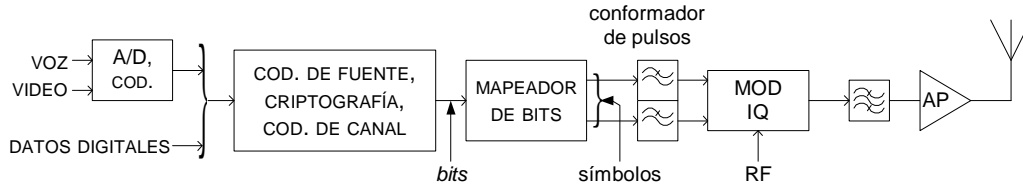


Figura 2.1: Arquitectura típica de un transmisor de un sistema de comunicaciones digital

La información analógica (audio y video, en general) es convertida en una sucesión de *bits* mediante un proceso de conversión analógico-digital y codificación. Los *bits* que se obtienen, junto con otros datos de origen digital, son procesados para eliminar los *bits* redundantes (codificación de fuente), para fines de seguridad (criptografiado), y para fines de protección contra el ruido y la interferencia del canal (codificación de canal). El tren de *bits* que resulta admite la siguiente representación matemática:

$$I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t - nT_b) \quad (2.8)$$

donde $a_n \in \{0, 1\}$ con igual probabilidad y $p(t)$ es la función pulso definida por:

$$p(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{el resto del tiempo} \end{cases} \quad (2.9)$$

Estos *bits* son mapeados en símbolos a partir de cierta ley de asociación (en el mapeador de *bits*), los cuales, después de ser conformados mediante filtrado para reducir la interferencia intersimbólica y para acotar el ancho de banda, son utilizados para modular la amplitud, o el ángulo, o ambas cosas, de una portadora de radiofrecuencia.

Existen varios esquemas de asociación: bits \rightarrow símbolo \rightarrow amplitud, frecuencia y fase de la portadora, denominados formatos de modulación digital [5]. Según se module la amplitud, la frecuencia o la fase de la portadora se obtienen los formatos de modulación básicos *Amplitude Shift Keying* (ASK), *Frequency Shift Keying* (FSK), o *Phase Shift Keying* (PSK), respectivamente. Los esquemas básicos de modulación se ilustran en la figura 2.2.

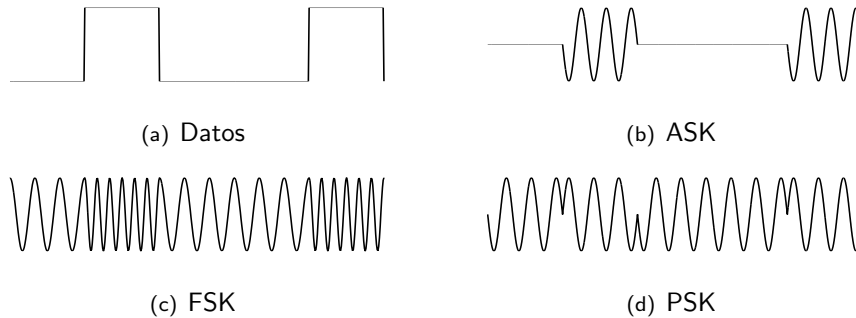


Figura 2.2: Esquemas de modulación básicos.

En *Amplitud Shift Keying* la amplitud de la portadora es modulada de modo que un 0 es representado por $A_0 \cos(\omega_p t)$ y un 1 por $A_1 \cos(\omega_p t)$. En la figura 2.2(b) se ilustra un caso particular de ASK ($A_0 = 0$ y $A_1 = 1$), denominado *On-Off Keying* (OOK). En *Frequency Shift Keying*, figura 2.2(c), la frecuencia de la portadora es modulada de modo que, por ejemplo, un 1 es representado por $\cos[(\omega_p + \Delta\omega_p)t]$ y un 0 por $\cos[(\omega_p - \Delta\omega_p)t]$. En *Phase Shift Keying*, figura 2.2(d), la fase de la portadora es modulada de modo que un 1 es representado por $\cos(\omega_p t)$ y un 0 por $\cos(\omega_p t - \pi)$, por ejemplo.

Los formatos básicos establecen una relación uno a uno: 1 *bit* \rightarrow 1 símbolo, por lo que la señal modulada resultante es binaria. Sin embargo, todos los formatos básicos admiten una expansión a esquemas multiseñal (M-arias), donde cada k *bits* consecutivos son mapeados en uno entre M símbolos, $M = 2^k$.

2.2.1. M-Amplitude Shift Keying

ASK da lugar a los esquemas M-arios M-ASK y M-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). En M-ASK se emplean M niveles distintos de amplitud para la modulación de la portadora. Una señal M-ASK tiene la forma:

$$s_{ASK}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n p(t - nT_s) \cos(2\pi f_p t) \quad (2.10)$$

$$A_n \in \{(2m - 1 - M)d\}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

donde T_s es el periodo de símbolo, y d la distancia entre dos símbolos adyacentes.

M-ASK no hace un uso eficiente del ancho de banda pues solo usa la componente en fase de la portadora. En efecto, la eficiencia teórica de ancho de banda de una señal M-ASK es $f_b/B = \log_2(M)/2$ [bits/s/Hz], donde f_b es la tasa de bits por segundo transmitidos, $f_b = \log_2(M)/T_s$ [bits/s], y B es el ancho de banda mínimo ocupado por la señal 2.10 en el medio de transmisión, $B = 2/T_s$ [Hz].

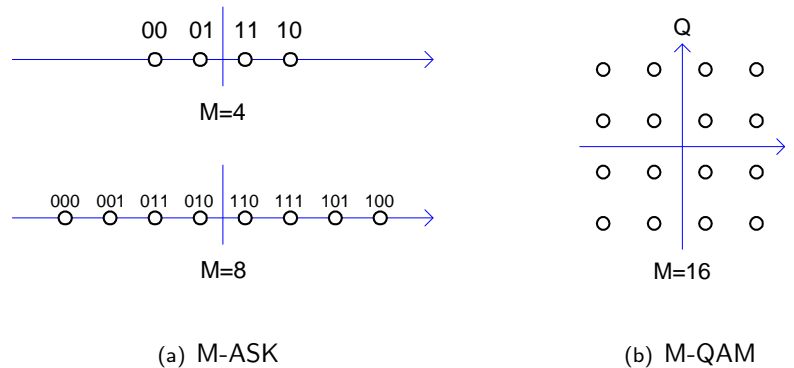


Figura 2.3: Diagramas en el espacio de señal de los formatos M-ASK y M-QAM .

En M-QAM, se emplean dos componentes en cuadratura de la portadora (se añade el canal Q) por lo que se duplica la información transmitida en el mismo ancho de banda disponible respecto a M-ASK ($f_b/B = \log_2(M)$ [bits/s/Hz]). Una señal M-QAM es construida a partir de la modulación de la amplitud de $\cos(\omega_p t)$ y $\sin(\omega_p t)$ con \sqrt{M} niveles diferentes.

Una señal M-QAM tiene el siguiente aspecto general:

$$s_{QAM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n p(t - nT_s) \cos(\omega_p t) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n p(t - nT_s) \sin(\omega_p t) \quad (2.11)$$

$$A_n, B_n \in \left\{ (2m - 1 - \sqrt{M})d \right\}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Como la mitad de los \sqrt{M} niveles de amplitud se obtienen mediante un cambio de fase de π radianes, este esquema de modulación se puede considerar como un esquema híbrido ASK-PSK. En la figura 2.3 se ilustran las constelaciones de símbolos en el espacio de señal para los formatos de modulación 4-ASK, 8-ASK y 16-QAM. Los esquemas de modulación ASK presentan la mayor variación de envolvente y requieren de amplificación altamente lineal.

2.2.2. M-Frequency Shift Keying

FSK da lugar a los sistemas M-FSK, en el que se emplean M funciones bases ortogonales (a M frecuencias de portadora diferentes) para representar M símbolos.

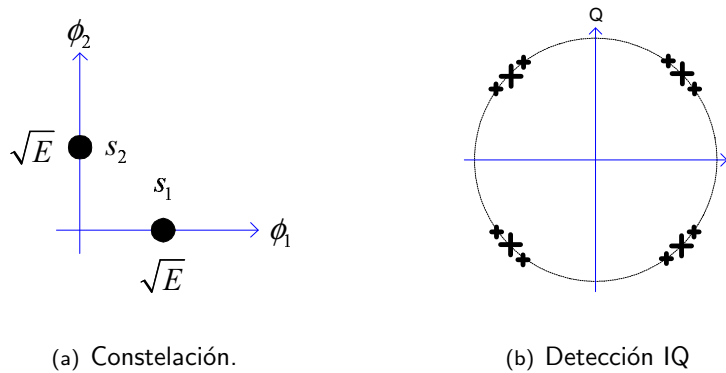


Figura 2.4: Representación de los símbolos de una señal 2-CPFSK del tipo MSK. $\phi_1 = \sqrt{2/T_s} \cos [2\pi (f_p + \Delta f_1) t]$, y $\phi_2 = \sqrt{2/T_s} \cos [2\pi (f_p + \Delta f_2) t]$

Una señal M-FSK tiene la forma general:

$$s_{FSK}(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos \left\{ 2\pi \left[f_p + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta f_n p(t - nT_s) \right] t + \theta \right\} \quad (2.12)$$

$$\Delta f_n \in \left\{ m \frac{h}{2T_s} \right\}, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad \text{y } h \text{ entero}$$

donde $f_p \gg 1/T_s$, y T_s es el periodo de símbolo.

En la figura 2.4(a) se ilustra la constelación de símbolos, en el espacio de señal, para el caso $M = 2$: la ortogonalidad espacial quiere representar la ortogonalidad en el tiempo de ϕ_1 y ϕ_2 .

Ya que k bits son transmitidos a razón de $1/T_s$ símbolos por segundo, mediante una de las M funciones bases que definen el espacio de señal de (2.12), el ancho de banda requerido para transmitir una señal M-FSK es de $M\Delta f$, siendo en todo caso $M\Delta f \geq M/2 \log_2(M)T_b$. La eficiencia de ancho de banda teórica de una señal M-FSK (detección no coherente) está definida por $f_b/B = \log_2(M)/M$ [bits/s/Hz]. Como se puede ver, al incrementar M disminuye la eficiencia de ancho de banda. El formato M-FSK es el menos eficiente espectralmente de los formatos digitales que se describen en este apartado, pero es uno de los más robustos frente a las alinealidades de amplificación. El uso de FSK, en efecto, permite el empleo de amplificadores eficientes en términos de potencia (clase C, por ejemplo).

Por otra parte, a paridad de M y h , el ancho de banda de una señal M-FSK, a partir de su valor mínimo teórico, se puede ver ensanchado por los incrementos de fase discontinuos en las transiciones de un símbolo a otro. Si la fase de la señal 2.12 se controla de forma que su variación sea suave durante las transiciones entre símbolos, se obtiene una versión de FSK denominada *Continuous Phase Frequency Shift Keying* (CPFSK). El formato CPFSK es, a su vez, una subclase del esquema de modulación *Continuous Phase Modulation* (CPM).

2.2.3. Continuous Phase Modulation

La modulación de fase continua (CPM) es un método de modulación no lineal y con memoria, en el que la información es transportada en la fase. Una señal CPM tiene la siguiente forma:

$$s_{CPM}(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos [2\pi f_p t + \phi(t; \mathbf{I}) + \phi_0] \quad (2.13)$$

$$\phi(t; \mathbf{I}) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n h_n q(t - nT_s)$$

$$I_n \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$$

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau$$

En la definición (2.13), h_n es el índice de modulación, el cual puede variar cíclicamente entre un conjunto de valores, en cuyo caso se habla de *multi-h*

CPM, o puede ser fijo ($h_n = h$). Las funciones $q(t)$ y $g(t)$ son conocidas como los pulsos de fase y de frecuencia, respectivamente, e I_n es el símbolo n -ésimo perteneciente a un alfabeto de M símbolos. La duración del pulso de frecuencia puede ser igual o superior al tiempo de símbolo T_s . En el primer caso se habla de CPM de respuesta completa, y en el segundo caso de CPM de respuesta parcial. Según se deduce de la definición (2.13), la fase de una señal CPM varía en forma continua (de ahí su nombre). Para que una señal CPM sea, a su vez, del tipo FSK es necesario que la variación temporal de la fase se corresponda con una desviación de frecuencia coherente con la definición (2.12). Al someter la fase $\phi(t; \mathbf{I})$ a la condición:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t; \mathbf{I}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta f_n p(t - nT_s) \quad (2.14)$$

se obtiene

$$g(t - nT_s) = \frac{1}{2T_s} p(t - nT_s) \quad (2.15)$$

Al sustituir (2.15) en la (2.13) se obtiene una señal CPFASK. La forma binaria de esta modulación se conoce como *Minimum Shift Keying* (MSK) y se obtiene al poner $h_n = 0,5$. En efecto, la fase en el intervalo k -ésimo, según la (2.15), para $M=2$ y $h_n = 0,5$ vale:

$$\phi(t) = \theta_k + \frac{\pi}{2} I_k \left(\frac{t - kT_s}{T_s} \right), \quad kT_s \leq t \leq (1+k)T_s \quad (2.16)$$

$$I_n \in \{\pm 1\} \quad \theta_k = \frac{\pi}{2} \sum_{n=-\infty}^{k-1} I_n$$

y la frecuencia instantánea:

$$f_i(t) = f_p + \frac{I_n}{4T_s} p(t - nT_s) \quad (2.17)$$

siendo $\pm 1/4T_s$ el mínimo incremento de frecuencia que garantiza la ortogonalidad entre las funciones bases (de ahí el nombre MSK). Una señal MSK tiene la forma:

$$s_{MSK}(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos \left[2\pi \left(f_p + \frac{1}{4T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n p(t - nT_s) \right) t \right] \quad (2.18)$$

$$I_n \in \{\pm 1\}$$

En un demodulador IQ la demodulación de esta señal se facilita ya que cada T_s segundos el incremento $\pm 1/4T_s$ de la frecuencia, según el símbolo

transmitido, $I_n = +1$ o $I_n = -1$, se manifiesta como un corrimiento de la fase de $\pm\pi/2$ radianes respecto a la fase del símbolo previo. Los símbolos de este esquema de modulación binaria se pueden visualizar en el plano complejo IQ –figura 2.4(b)–, siendo esta representación no unívoca. Si el pulso de frecuencia $g(t)$ en la ecuación (2.15) es conformado con una silueta temporal gaussiana se obtiene la versión *Gaussian Minimum Shift keying* (GMSK).

2.2.4. M-Phase Shift Keying

PSK da lugar a los esquemas *M-Phase Shift Keying* en el que se emplean M incrementos de fase distintos para representar unívocamente M símbolos. Una señal M-PSK tiene la siguiente forma genérica:

$$s_{PSK}(t) = \cos \left[2\pi f_p t + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta\theta_n p(t - nT_s) \right] \quad (2.19)$$

$$\Delta\theta_n \in \left\{ \frac{m-1}{M} 2\pi \right\}, \quad m = 1, 2 \dots M$$

En la figura 2.5 se ilustran las constelaciones de una señal M-PSK para los casos M=2 y M=16.

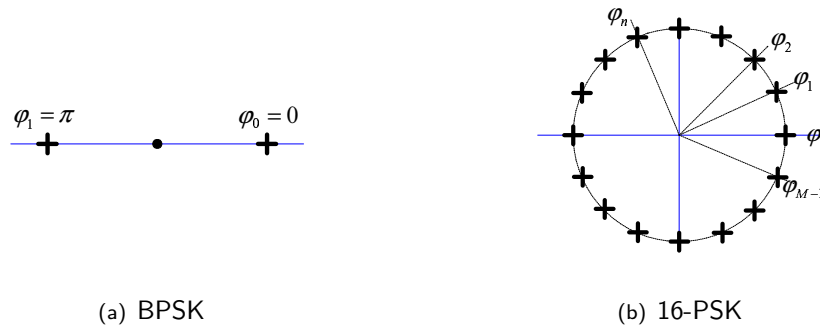


Figura 2.5: Esquemas de modulación PSK. (a) *Binary* PSK (BPSK). (b) 16 PSK.

El empleo de dos componentes en cuadratura de la portadora da lugar al esquema de modulación *Quadrature Phase Shift Keying* (QPSK) que consiste en dos señales BPSK independientes. Para conseguirlo, el tren de datos binarios $I(t)$ –figura 2.6(a)–, a razón de $1/T$ bits por segundos, es separado en dos trenes de datos que contienen los correspondientes bits pares e impares, a razón de $1/2T$ bits por segundos –figuras 2.6(b) y 2.6(c)–. Los bits pares son utilizados para modular la amplitud de una señal portadora del

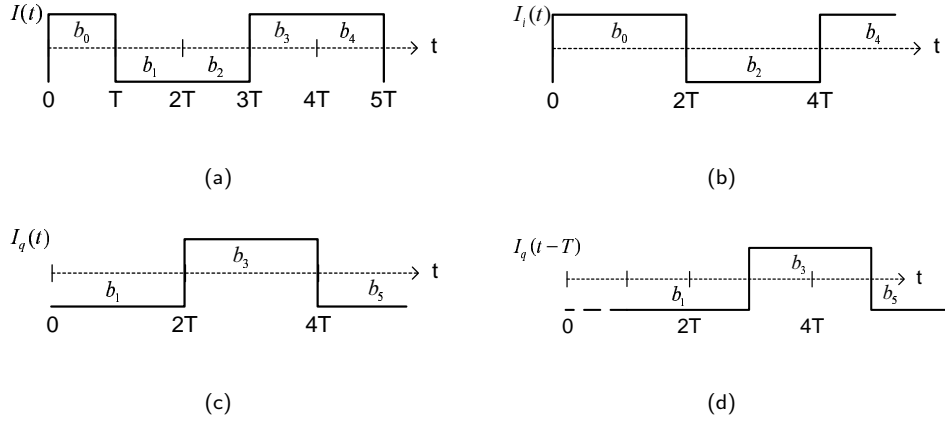


Figura 2.6: Separación de los datos y construcción de las tramas i y q .

tipo $\cos(\omega_p t + \pi/4)$ y los impares para modular una versión en cuadratura de la misma portadora, $\sin(\omega_p t + \pi/4)$, y producir una señal QPSK:

$$\begin{aligned}
 s_{QPSK}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{in}(t - nT_s) \cos\left(\omega_p t + \frac{\pi}{4}\right) \\
 &\quad - \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{qn}(t - nT_s) \sin\left(\omega_p t + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

$$I_{in}, I_{qn} \in \{\pm 1\}$$

En la figura 2.7(a) se ilustra la constelación de una señal QPSK.

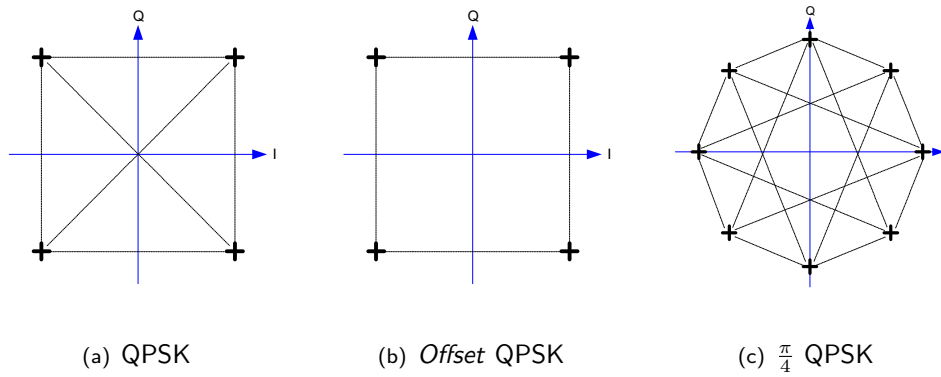


Figura 2.7: Tipos de modulación QPSK

Los esquemas M-PSK que emplean dos componentes en cuadratura de la portadora exhiben la misma eficiencia de ancho de banda que los formatos M-QAM para un mismo valor de M . Con un esquema QPSK se consigue doblar, por tanto, la eficiencia de ancho de banda de un esquema BPSK. Respecto a la modulación M-QAM, los esquemas de modulación M-PSK requieren de una relación de energía de *bit* a ruido mayor para lograr una determinada probabilidad de error.

En QPSK, durante las transiciones de fase de las correspondientes señales BPSK en cuadratura, la envolvente de la portadora puede sufrir grandes variaciones. Si de un período de símbolo a otro, ninguna de las componentes en la ecuación (2.20) cambia de signo, la fase de la portadora se mantiene inalterada y su amplitud se mantiene constante. Si una de las dos señales cambia de signo, la portadora sufre una variación de $\pi/2$ radianes en su fase. Y si ambas señales cambian de signo, el cambio de fase de la portadora será de π radianes, en cuyo caso la amplitud de la portadora cruzará por cero, produciendo la mayor variación de la envolvente. En la figura 2.7(a) las líneas que unen los símbolos representan las transiciones entre símbolos que hemos mencionado (asumiendo ancho de banda infinito). Este formato de modulación requiere, por tanto, de amplificadores de potencia lineales.

Para disminuir la variación de la envolvente de la portadora, se han concebido las versiones modificadas de QPSK: *offset* QPSK (OPSK) y $\frac{\pi}{4}$ QPSK.

En OQPSK, las transiciones de fase de la portadora son restringidas a $\pi/2$ radianes. Para ello, el tren de *bits* impares es retardado medio período de símbolo respecto a la trama de *bits* pares –figura 2.6(d)–. Como consecuencia, la envolvente de la portadora nunca cruza por cero –figura 2.7(b)–. Cabe mencionar que una señal MSK puede ser obtenida en modo práctico a partir de esta misma trama de *bits* conformando apropiadamente los pulsos. En efecto, al descomponer la ecuación (2.18) en su forma equivalente (2.2) y realizar algunas sustituciones se obtiene:

$$\begin{aligned}
 s_{MSK}(t) &= \sqrt{\frac{1}{2T_s}} \cos \left[\frac{\pi}{2T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{in}(t - nT_s)t \right] \cos(\omega_p t) \\
 &\quad - \sqrt{\frac{1}{2T_s}} \sin \left[\frac{\pi}{2T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{qn}(t - nT_s)t \right] \sin(\omega_p t) \\
 &\quad I_{in}, I_{qn} \in \{\pm 1\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Una señal GMSK puede ser generada de forma análoga pasando los pulsos –figuras 2.6(b) y 2.6(d)– por un filtro de forma gaussiana antes de la modulación de las respectivas portadoras.

En $\pi/4$ *shift* QPSK se utilizan dos constelaciones de símbolos del tipo QPSK desfasadas $\pi/4$ radianes entre sí, de modo que la transición de un símbolo a otro ocurre también de una constelación a otra, evitando el cruce por cero de la envolvente de la portadora –figura 2.7(c)–.

Modulaciones híbridas multi-nivel (M-arias)

También existen versiones híbridas de ASK y PSK, como los esquemas APSK y el ya mencionado M-QAM (figura 2.8). Los símbolos en una constelación M-QAM presentan una mayor distancia que los correspondientes símbolos en una constelación M-PSK o M-APSK del mismo orden, por lo que son más eficientes en términos de potencia.

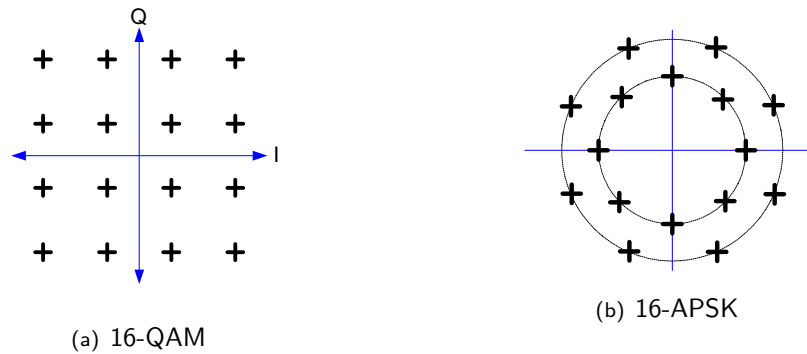


Figura 2.8: Esquemas de modulación híbridos.

2.2.5. Comparación

Cada esquema de modulación se caracteriza por una eficiencia de potencia y una eficiencia espectral. La primera se refiere a la relación de energía del *bit* a densidad espectral del ruido (E_b/N_0) necesaria para lograr una determinada tasa de error –*bit error rate* BER– o probabilidad de error de *bit* (P_e), y es una medida de la capacidad del esquema de modulación de preservar la fidelidad del mensaje aún para pequeños niveles de potencia. Un formato de modulación es más eficiente que otro, en términos de potencia, en la medida que requiera de un menor E_b/N_0 para obtener un BER determinado. La eficiencia de ancho de banda (f_b/B) se refiere a la cantidad de *bits* por segundo que el esquema de modulación puede acomodar por unidad de ancho de banda utilizado en transmisión. En la figura 2.9 se ilustra la relación entre

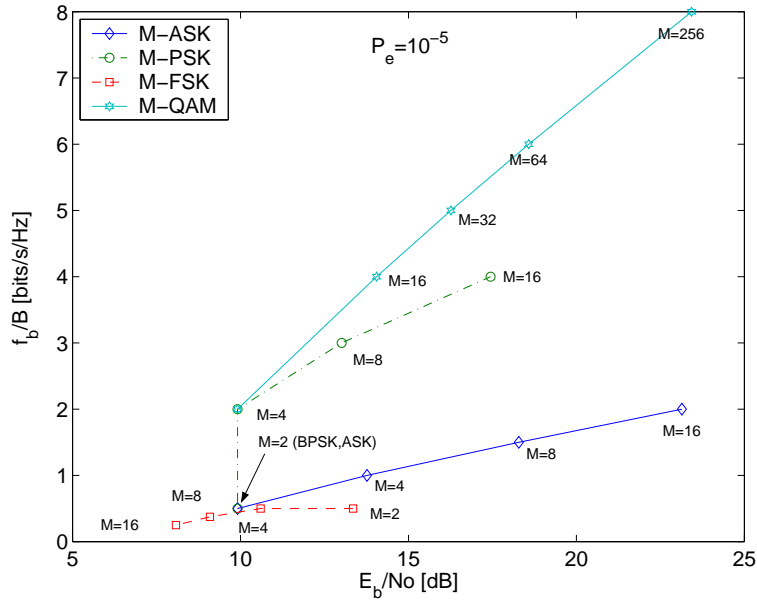


Figura 2.9: Eficiencia de ancho de banda $[f_b/B]$ versus la eficiencia de potencia $[E_b/N_o]$ de diversos formatos de modulación digital para una probabilidad de error de 10^{-5} .

la eficiencia de ancho de banda teórica y la eficiencia de potencia ¹, estimada

¹Las abscisas de los puntos en la gráfica han sido calculadas empleando las siguientes fórmulas:

M-ASK:

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6k}{M^2-1} \frac{E_{avb}}{N_0}} \right)$$

M-QAM:

$$P_s = 1 - \left[1 - 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{3k}{M-1} \frac{E_{avb}}{N_0}} \right) \right]^2$$

M-PSK:

$$P_s = Q \left(\sqrt{2 \frac{E}{N_0}} \right) \quad M = 2, 4$$

$$P_s \approx 2Q \left(\sqrt{2k \frac{E_b}{N_0} \sin \frac{\pi}{M}} \right) \quad M > 4$$

M-FSK:

$$P_b = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} \sum_{n=1}^{M-1} (-1)^{n+1} \binom{M-1}{n} \frac{1}{n+1} e^{-\frac{nk}{n+1} \frac{E_b}{N_0}}$$

donde P_s (P_b) es la probabilidad de error de símbolo (de *bit*), E_b/N_0 (E_{avb}/N_0) es la relación de energía de *bit* (promedio) a densidad espectral de ruido, $k = \log_2(M)$ y $Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)$. Las ordenadas han sido calculadas usando un ancho de banda de transmisión

para una probabilidad de error de 10^{-5} , de varios formatos de modulación digital. A partir de la figura 2.9, se puede comprobar que en un esquema genérico de modulación, una de estas dos eficiencias se beneficia en detrimento de la otra. FSK, por ejemplo, presenta la mayor eficiencia de potencia pero es el menos eficiente espectralmente. Los esquemas multiseñal M-PSK y M-QAM presentan una gran eficiencia de ancho de banda, mayor cuanto mayor M, pero su eficiencia de potencia es muy baja, menor cuanto mayor M.

Las variantes OQPSK y $\frac{\pi}{4}$ QPSK de QPSK, no incluidos en la figura 2.9, exhiben valores de eficiencia de potencia y de ancho de banda intermedios respecto a los casos extremos anteriores.

Por otra parte, todos los formatos de modulación multiseñal a amplitud no constante de la portadora (M-QAM, M-APSK y QPSK, por ejemplo), requieren de amplificación lineal, siendo esta condición más restrictiva cuanto mayor es M.

2.3. Caracterización de la señal de salida del amplificador de potencia

Como consecuencia de la naturaleza alineal del amplificador de potencia (AP) y tomando como referencia una señal de entrada de la forma (2.1), en el entendido que la misma puede representar tanto una señal digital individual como una señal multiportadora, los efectos que se observan en la señal de salida del amplificador de potencia son:

1. Aparición de armónicos a las frecuencias $2\omega_p, 3\omega_p \dots n\omega_p$.
2. Aparición de productos de intermodulación entre las diferentes componentes espectrales de $a(t)$ alrededor de cada uno de los armónicos señalados en el punto anterior.
3. En general, tanto la amplitud como la fase de todas las componentes señaladas en los puntos anteriores resultan ser una función de la amplitud $a(t)$.

Tomando en cuenta los puntos del 1 al 3 anteriores, el aspecto general de la señal de salida es:

$$\begin{aligned} \nu_o(t) = & A[a(t)] \cos\{\omega_p t + \varphi(t) + \Phi[a(t)]\} \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} B_n[a(t)] \cos\{n\omega_p t + \varphi(t) + \Psi_n[a(t)]\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

$B = 1/2T_s$ para M-ASK, M-PSK y M-QAM, y $B = 1/T_s$, detección no coherente, para M-FSK.

donde las componentes a las frecuencias ω_p y $n\omega_p$, con $n = 2, 3 \dots \infty$, definen las denominadas *zonas armónicas*: la primera zona armónica corresponde a una zona de frecuencias alrededor de la frecuencia de portadora original, la segunda zona armónica corresponde a una zona de frecuencias alrededor del segundo armónico de la portadora original, y así para la tercera, cuarta, \dots y la n -ésima zona armónica. Las amplitudes y fases de los armónicos de la portadora, $A[a(t)]$ y $\varphi(t) + \Phi[a(t)]$ para el primer armónico, y $B_n[a(t)]$ y $\varphi(t) + \Psi_n[a(t)]$ para el armónico n -ésimo, definen, entre otros aspectos, el ancho de cada zona armónica.

El primer termino del segundo miembro de la ecuación (2.22) es la señal que más parecido guarda con nuestra señal (2.1) de entrada, ya que su frecuencia coincide con la frecuencia de portadora. Los armónicos de orden superior (segundo término de la misma ecuación), por otro lado, no constituyen, en general, problema alguno, ya que debido a la gran distancia que les separa de la portadora se les puede filtrar con relativa facilidad.

Nos referiremos al primer término del segundo miembro de la ecuación (2.22), la primera zona armónica, como la señal de salida del amplificador:

$$\nu_o(t) \equiv A[a(t)] \cos\{\omega_p t + \varphi(t) + \Phi[a(t)]\} \quad (2.23)$$

o:

$$\nu_o(t) = i_o(t) \cos \omega_p t - q_o(t) \sin \omega_p t \quad (2.24)$$

donde $i_o(t) = a(t) \cos\{\varphi(t) + \Phi[a(t)]\}$ y $q_o(t) = a(t) \sin\{\varphi(t) + \Phi[a(t)]\}$.

La desemejanza entre la señal de salida de la ecuación (2.23) y la señal de entrada de la ecuación (2.1) está determinada por la forma de las relaciones $A[a(t)]$ y $\Phi[a(t)]$. Las funciones $A[a(t)]$ y $\Phi[a(t)]$ se conocen como funciones de conversión *Amplitude Modulation/Amplitude Modulation* (AM/AM) y *Amplitude Modulation/Phase Modulation* (AM/PM), respectivamente, y modelan estáticamente la alinealidad del amplificador de potencia en correspondencia de la primera zona armónica. La forma de las funciones $A[a(t)]$ y $\Phi[a(t)]$ depende en general de la tecnología del amplificador y del modo de operación de este.

Si desarrollamos las funciones $A[a(t)]$ y $\Phi[a(t)]$ en series de Taylor alrededor, por ejemplo, del valor medio μ_a que toma la amplitud $a(t)$ en un determinado escenario, obtenemos:

$$\begin{aligned} A[a(t)] &= A(\mu_a) + A'(\mu_a)\Delta a + \frac{1}{2!}A''(\mu_a)\Delta a^2 + \\ &\quad \frac{1}{3!}A'''(\mu_a)\Delta a^3 + \dots + \frac{1}{n!}A^n \Delta a^n \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned}\Phi[a(t)] = & \Phi(\mu_a) + \Phi'(\mu_a)\Delta a + \frac{1}{2!}\Phi''(\mu_a)\Delta a^2 + \\ & \frac{1}{3!}\Phi'''(\mu_a)\Delta a^3 + \dots + \frac{1}{n!}\Phi^n\Delta a^n\end{aligned}\quad (2.26)$$

donde $\Delta a = a(t) - \mu_a$ es la elongación de $a(t)$ respecto a μ_a . Entonces, el valor de $A[a(t)]$ o $\Phi[a(t)]$ en correspondencia de cualquier valor posible de la amplitud de entrada $a(t)$ comprendido en el rango $\mu_a - \Delta a_{MAX} < a(t) < \mu_a + \Delta a_{MAX}$ se puede aproximar realísticamente mediante un polinomio que incluirá más o menos términos de orden superior según la naturaleza alineal de las mismas funciones $A[a(t)]$ y $\Phi[a(t)]$ en el punto $a(t) = \mu_a$ y de la máxima elongación Δa_{MAX} de $a(t)$ respecto a μ_a . El efecto concomitante de la naturaleza alineal de las funciones de conversión AM/AM y AM/PM y de la variación de $a(t)$ produce la disimilitud mencionada entre la señal de salida (2.23) y la señal de entrada (2.1), la cual llamaremos a partir de ahora distorsión.

La distorsión es un efecto indeseado en cuanto que:

1. Puede corromper irremediamente la información original: el símbolo después de la amplificación asociado al binomio $(A, \varphi + \Phi)$ podría no coincidir con el símbolo original asociado al binomio (a, φ) . Esta distorsión se conoce como distorsión dentro de banda (figura 1.2).
2. Produce un «ensanchamiento» del espectro de la señal original generando señales interferentes en las bandas adyacentes. Esta distorsión se conoce como distorsión fuera de banda (figura 1.3).
3. En el caso de una señal multiportadora, la intermodulación entre las componentes de $a_{eq}(t)$ agrava el efecto de la distorsión dentro y fuera de banda de las señales individuales (figura 1.4).

Relación entre el valor medio μ_a de la amplitud $a(t)$, y la eficiencia de potencia del amplificador de potencia

El punto de trabajo (I_Q, V_Q) determina el modo de operación o clase del amplificador de potencia, A, AB, B o C.

Cada clase posee un límite superior ideal de eficiencia de potencia definida por la expresión:

$$\eta = \frac{P_{rf}}{P_{DC}} \quad (2.27)$$

donde P_{rf} es la potencia asociada a la señal (2.23) de radio frecuencia de salida del amplificador: $P_{rf} \propto A^2$, y P_{DC} es la potencia DC disipada en el amplificador.

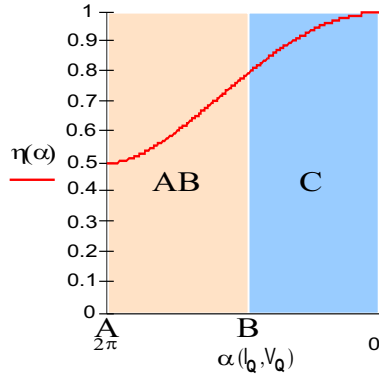


Figura 2.10: Rendimiento de potencia de un amplificador de potencia versus el modo de operación (ángulo de conducción $-\alpha$).

En la figura 2.10 se muestra el comportamiento de este límite en función del ángulo de conducción del amplificador. En términos de eficiencia de potencia diremos que: $C > B > AB > A$. Dentro de una clase específica la amplitud μ_a de la portadora fija la eficiencia de potencia de utilización del amplificador. Ciertamente, si la amplitud de la portadora se mantiene constante, en cuyo caso la señal 2.23 será una réplica amplificada

de la señal 2.1, se puede obtener el mayor rendimiento posible dentro de aquella clase. En estas circunstancias se prefiere la clase C que es la más eficiente. Como contrapartida del uso más eficiente del amplificador, a mayor amplitud a de la portadora mayor es la “estimulación” de la función entrada-salida del amplificador, y mayor cantidad de armónicos, o armónicos más potentes, son generados. Aunque estos en sí no representan un problema desde el punto de vista de la distorsión, absorben parte de la potencia de salida disminuyendo así la denominada eficiencia de potencia añadida (traducción de *power added efficiency -PAE-*) definida como:

$$PAE = \frac{P_{rf@w_p} - P_i}{P_{DC}} \quad (2.28)$$

donde $P_{rf@w_p}$ es la potencia asociada a la señal de salida 2.23, P_i es la potencia asociada a la señal de entrada 2.1, y P_{DC} tiene el mismo significado que en la ecuación (2.27).

Es necesario tener presente, entonces, que aunque un incremento de la clase de operación ($A \rightarrow AB \rightarrow B \rightarrow C$) comporta un aumento de la eficiencia de potencia del amplificador, también implica una disminución de la eficiencia de potencia añadida lo cual repercute en una disminución de la ganancia de amplificación.

2.4. Modelado de las alinealidades de un amplificador de potencia

La salida $y(t)$ de un sistema alineal, t-invariante o cuasi-t-invariante, se relaciona con la entrada $x(t)$ mediante un operador $G[\]$ tal que:

$$y(t) = G[x(t, \tau)], \quad \tau \leq t \quad (2.29)$$

La definición matemática más rigurosa del operador $G[\]$ viene dada mediante las series de Volterra. Las series de Volterra tienen la forma:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty}}_{n \text{ veces}} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{k=1}^n x(t - \tau_k) d\tau_k \quad (2.30)$$

donde $h_n(t)$ son los denominados *kernels* de Volterra [8].

Cada elemento de la serie (2.30) recibe el nombre de operador n -ésimo de Volterra, y modela la respuesta de orden n del sistema.

Las series de Volterra son una generalización de la convolución empleada en la descripción de la respuesta temporal de un sistema lineal t-invariante. El primer término de la serie coincide precisamente con esta integral de convolución y caracteriza la componente lineal de la respuesta global del sistema alineal. Las series de Volterra resultan conceptualmente apropiadas para describir un sistema alineal, ya que de este comprende todos los efectos que se manifiestan físicamente. La potencia de orden n en el interior del operador n -ésimo, da lugar a una convolución del mismo orden del espectro de la señal de entrada consigo misma, y causa los denominados productos de intermodulación, que son la manifestación física más común de un comportamiento alineal. Por otro lado, las integrales de convolución propiamente, modelan la inercia del sistema físico, y reproducen la memoria del mismo. Los operadores de Volterra de orden superior a uno generan componentes en cuadratura cuyas amplitudes no guardan una relación lineal con las componentes espectrales de la señal de entrada, ni con las componentes espectrales que se producen por intermodulación. Estas componentes en cuadratura representan la distorsión de fase que se suele medir en la práctica.

A pesar de la pertinencia física de las series de Volterra, su uso en la práctica para el modelado de los amplificadores de potencia se dificulta, debido sobre todo a la complejidad de la construcción de los *Kernels* de orden más elevado [9]. Su uso, sin embargo, es común para modelar amplificadores que presentan una alinealidad «débil» [10][11].

Ya que las series de Volterra son series de potencias (de Taylor) con memoria, al suprimir esta memoria, poniendo $h_n(t) = h_n\delta(t)$ en (2.30), se obtiene el caso particular:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n x^n(t) \quad (2.31)$$

que al omitir los términos de orden superior a N , da lugar a la serie de potencia ampliamente usada para modelar alinealidades sin memoria:

$$y(t) \approx \sum_{n=1}^N h_n x^n(t) \quad (2.32)$$

La ecuación (2.32), efectivamente, es usada para modelar la alinealidad de ciertos amplificadores de potencia en los que el retardo de grupo de la señal en el proceso de amplificación es muy pequeño comparado con los tiempos característicos de la propia señal, y en el que la distorsión de fase se puede despreciar –ejemplo [12]–.

Para modelar los amplificadores de potencia en los que es aun posible asumir la inexistencia de memoria, pero en los que la distorsión de fase no se puede desestimar, se ha propuesto un modelo que consta de dos funciones de entrada-salida sin memoria, una para modelar la distorsión de amplitud, y otra para modelar la distorsión de fase. Estas funciones son, precisamente, las denominadas funciones de conversión AM/AM y AM/PM que hemos estado mencionando anteriormente. Este modelo, que se basa en el equivalente banda base de las señales, es ampliamente utilizado en el análisis de sistemas de comunicaciones donde se emplean formatos de modulación multinivel, y constituye un banco de pruebas valido para la experimentación mediante simulación [13][14].

Las relaciones de conversión AM/AM y AM/PM dependen de la tecnología del dispositivo y se obtienen, en general, mediante mediciones experimentales realizadas sobre el amplificador. Comercialmente, estas funciones de conversión son suministradas en las hojas de especificaciones del amplificador en forma de curvas.

Es posible, sin embargo, agrupar las curvas AM/AM y AM/PM en familias, dependiendo de la tecnología del amplificador, y representar cada familia mediante un único par de funciones (curvas) normalizadas. La familia de curvas:

$$A(a) = \frac{\alpha_A a}{1 + \beta_A a^2} \quad (2.33)$$

$$\Phi(a) = \frac{\alpha_\Phi a^2}{1 + \beta_\Phi a^2} \quad (2.34)$$

donde A es la amplitud en voltios de la señal de salida, Φ es el desfase relativo en grados de la señal de salida respecto a la señal de entrada, y a es la amplitud en voltios de la señal de entrada, fué propuesta por Saleh para modelar las curvas AM/AM y AM/PM, respectivamente, de los amplificadores TWT (*Travelling Wave Tube*) [15]. Saleh, a partir de datos experimentales y mediante un procedimiento de ajuste de curvas por mínimos cuadrados, calcula los valores de los cuatro parámetros que figuran en la formulas (2.33) y (2.34), obteniendo resultados válidos. Ghorbani ha propuesto, posteriormente, el par de fórmulas:

$$A(a) = \frac{x_1 a^{x_2}}{1 - x_3 a^{x_2}} + x_4 a \quad (2.35)$$

$$\Phi(a) = \frac{y_1 a^{y_2}}{1 - y_3 a^{y_2}} + y_4 a \quad (2.36)$$

para modelar los amplificadores de potencia de estado sólido (*Solid State Power Amplifier* –SSPA–) [16]. Otras formulas han sido propuestas para modelar la distorsión de amplitud, cuando la de fase se puede despreciar [17][18].

En las formulas del tipo (2.33), (2.34), (2.35) y (2.36), no se incluye, como se ha dicho anteriormente, el efecto de memoria que pudiera presentar el amplificador de potencia. Sin embargo, se han construido, a partir del modelo basado en las funciones de conversión AM/AM y AM/PM, modelos más complejos en los que se incluye este efecto [13][14][15][19].

Capítulo 3

Técnicas de Linealización

3.1. Introducción

Diferentes técnicas de linealización han sido actualmente propuestas, y en menor escala también desarrolladas. En este capítulo haremos una descripción sucinta de los principios de operación de las técnicas de linealización más importantes. Un análisis sistemático y detallado de todas las técnicas de linealización utilizadas hoy día se puede leer en las referencias [1] y [20].

Los métodos de linealización pueden ser divididos en dos grandes grupos:

- I AQUELLOS EN LOS QUE SE REDUCE LA DISTORSIÓN. A este grupo pertenecen aquellos sistemas en los que mediante un mecanismo adecuado (la linealización) se elimina o compensa, propiamente, la distorsión introducida por el amplificador. Esta compensación puede ser efectuada tomando una muestra de los productos de intermodulación generados por el AP e inyectándolos apropiadamente desfasados en la salida (*feed-forward*), o tomando una muestra de la señal de salida e inyectándola a la entrada (*feedback*), o bien mediante una alteración apropiada de la forma de la envolvente de la señal de entrada (predistorsión).
- II AQUELLOS EN LOS QUE SE EVITA LA DISTORSIÓN. El segundo grupo lo constituyen aquellos métodos en los que la señal original con envolvente variable en el tiempo es transformada (reversiblemente) en dos señales con envolvente constante. Las señales que resultan son amplificadas por separado y sin distorsión, y posteriormente son recombinadas produciendo una replica amplificada de la señal original (LINC o CALLUM). Otra alternativa consiste en separar la señal con envolvente t-variante en sus componentes polares de amplitud y fase. La fase es incorporada en una señal con envolvente constante la cual es amplificada sin distorsión en el AP, y la amplitud es utilizada para modular la tensión de

alimentación del amplificador (*Envelope Elimination and Restoration* -EER-). Los esquemas de modulación que «estimulan» muy poco la característica no lineal de los amplificadores de potencia pueden verse, también, como esquemas de linealización en sí mismos.

Las técnicas *Cartesian feedback*, *feedforward*, y predistorsión resultan naturales para amplificadores de potencia en clase A, AB y B utilizados extensivamente para amplificar señales con esquemas de modulación multinivel. Por otro lado, las técnicas de *Envelope Elimination and Restoration*, LINC, y CALLUM han sido concebidas para permitir la amplificación de cualquier formato de modulación con amplificadores operados en clases más eficientes, como la clase C, e inclusive en las clases que se derivan de una operación conmutada del amplificador de potencia (clases D, E, y F, por ejemplo).

3.2. *Feedforward*

Es la técnica de linealización más eficaz empleada hoy día en los sistemas de comunicaciones multiportadoras de frecuencias elevadas [4]. Ofrece excelentes prestaciones de ancho de banda y de reducción de la distorsión, prestaciones que con otras técnicas de linealización solo pueden ser obtenidas individualmente, al precio de una relativa gran complejidad. La arquitectura de un linealizador *Feedforward* se ilustra en la figura 3.1. El linealizador *Feedfor-*

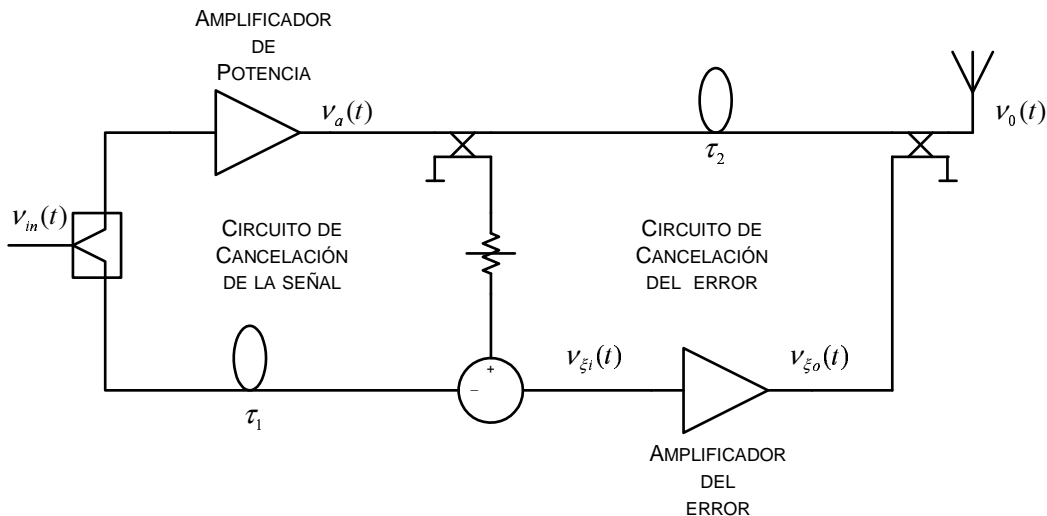


Figura 3.1: Linealizador *Feedforward*

ward consta de dos circuitos fundamentales: el circuito de cancelación de la

señal y el circuito de cancelación del error. En el primero de estos circuitos se obtiene una señal de error $\nu_{\xi i}(t)$ que contiene los productos de intermodulación que produce el amplificador de potencia (AP). Esta señal de error se obtiene de la comparación, en un combinador de 180° (*180-degree combiner*), de una muestra de la señal de salida del amplificador de potencia $\nu_a(t)$, apropiadamente atenuada, con una muestra convenientemente retrasada (τ_1) de la señal de entrada $\nu_{in}(t)$. En el circuito de cancelación del error, la señal de error obtenida en el circuito anterior es amplificada apropiadamente, en el amplificador del error, y es inyectada en contrafase a la salida para cancelar los productos de intermodulación presentes en la salida del AP. Antes de la combinación, la señal de salida del amplificador de potencia es convenientemente retardada (τ_2). La combinación de la señal de error con la señal de salida del amplificador de potencia suele hacerse en un acoplador direccional de potencia. El amplificador del error debe operar en un modo suficientemente lineal como para no añadir más distorsión.

Los aspectos claves de la técnica *Feedforward* son los desequilibrios de amplitud y fase, así como la desigualdad de los retardos de las señales al viajar entre las diferentes ramas que se comparan. En aplicaciones de RF estos desajustes pueden comprometer las prestaciones del linealizador, por lo que se hace necesario incluir algún mecanismo de compensación. Diferentes estrategias de adaptación automática de los parámetros claves de funcionamiento del linealizador *feedforward* han sido desarrolladas [21][22][23][24][25].

Feedforward se ha utilizado con éxito tanto en aplicaciones de baja frecuencia como en aplicaciones de microondas sobre anchos de banda de hasta 500 MHz [26], y se han logrado valores de más 30 dB de reducción de los productos de intermodulación. Soluciones basadas en esta técnica han sido patentadas y se ofrecen comercialmente para aplicaciones en las bandas L, S, Ku, y Ka [27].

3.3. Predistorsión

Esta técnica es empleada extensivamente en la linealización de amplificadores TWTA y SSPA [27], y es una de las técnicas de linealización (junto con *feedforward*) que más atención recibe actualmente en el contexto de las comunicaciones inalámbricas de próxima generación [28].

En esta técnica de linealización la señal de entrada del AP es modificada mediante cierta ley de predistorsión, haciendo preceder el amplificador de potencia por un dispositivo alineal cuya relación entrada-salida es la inversa de la relación entrada-salida del AP.

El esquema de la figura 3.2 representa específicamente la denominada

predistorsión en lazo abierto (*open loop predistortion*), que es la más básica de las arquitecturas de predistorsión existentes.

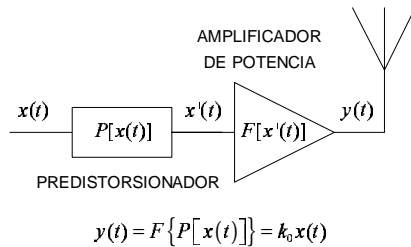


Figura 3.2: Arquitectura básica de predistorsión

Según la etapa de frecuencia en que la función de predistorsión es implementada, tenemos predistorsión en RF, predistorsión en IF y predistorsión banda base, e inclusive predistorsión de datos [29]. La predistorsión en RF se suele implementar en modo analógico, mientras que la predistorsión en IF y banda base pueden ser implementadas tanto analógicamente como digitalmente [30] [31]. Por esta razón se suele agrupar también, dichas técnicas de predistorsión, en analógicas y digitales. Las predistorsión analógica a lazo abierto presenta la arquitectura básica mostrada en la figura 3.2, y la función de predistorsión es implementada usando a su vez cierto dispositivo alineal. Una reducción de los productos de intermodulación (tercer armónico) de aproximadamente 20 dB, sobre un ancho de banda de 2MHz en un prueba de dos tonos a 35 MHz, utilizando predistorsión analógica, ha sido publicada recientemente por Rahkonen [32]. En [32] la función de predistorsión es implementada en forma de un polinomio de 5 orden utilizando celdas de Gilbert.

Los esquemas más modernos de predistorsión tienden a ser adaptativos, utilizando un DSP para ajustar los coeficientes del predistorsionador. Típicamente se emplea una muestra de la potencia fuera de banda de la señal de salida del AP, o una señal de error, construida a partir de la propia señal de entrada y de la señal de salida, para dirigir el procedimiento de adaptación.

Particular interés reviste hoy en día la predistorsión digital, donde la función de predistorsión es sintetizada en un DSP mediante matrices, utilizando *look-up tables* (LUTs). En esta arquitectura se añade un mecanismo de adaptación que actualiza los elementos almacenados en la tabla durante un intervalo de tiempo dedicado a tal fin, después del cual el sistema es capaz de linealizar la respuesta del amplificador de potencia. El sistema puede asimilar las variaciones que puedan sufrir los parámetros del amplificador con el tiempo (por envejecimiento de los componentes, cambios de temperatura, conmutación de frecuencia, variaciones de la alimentación, y deriva de las propiedades de los componentes) siempre y cuando estas sean relativamente lentas comparado con el tiempo de convergencia del sistema adaptativo. Un sistema de predistorsión digital (adaptativo) tiene la forma básica que se muestra en la figura 3.3. El bucle de retroalimentación provee al DSP de una muestra demodulada de la señal de salida del AP. Esta muestra y la señal de

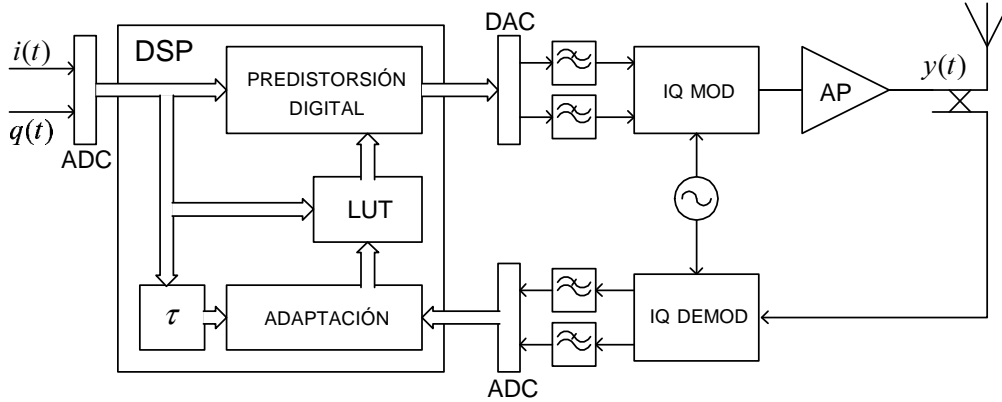


Figura 3.3: Arquitectura básica de un sistema de Predistorsión Digital.

entrada son convertidas al dominio discreto mediante sendos convertidores analógico-digital (*Analog to digital converter –ADC–*). La señales discretas que se obtienen son utilizadas luego para construir una señal de error a partir de la cual se actualiza la tabla que contiene la función de predistorsión. La señal de entrada es utilizada para leer esta tabla, y como salida, la tabla proporciona un valor de predistorsión que es aplicado a la señal de entrada misma. El valor predistorsionado es convertido al dominio analógico mediante un convertidor en el sentido inverso (*Digital to Analog Converter –DAC–*). La señal que se obtiene es suavizada mediante filtrado y es utilizada para modular la portadora. Según como se conciben las LUTs se definen las siguientes versiones de predistorsión digital: *Mapping Predistortion* [33] [34], *Polar Predistortion* [35][36] y *Complex Gain Predistortion* [37].

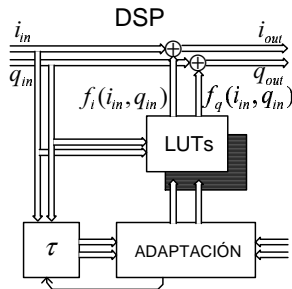


Figura 3.4: Predistorsionador por mapeo.

En predistorsión por mapeo (figura 3.4) la señal compleja de entrada $i_{in} + jq_{in}$ es mapeada en otra señal compleja predistorsionada de salida $i_{out} + jq_{out}$, con $i_{out} = i_{in} + f_i(i_{in}, q_{in})$ y $q_{out} = q_{in} + f_q(i_{in}, q_{in})$. En predistorsión por mapeo, por tanto, se emplea dos tablas bidimensionales. Ya que todos los valores de las LUTs deben ser ajustados, el tiempo de convergencia es considerable. En [33] se reporta un tiempo no inferior a los 5 segundos. En [33] Nagata reporta una reducción de unos 25 dB de la distorsión fuera de banda sobre un esquema de modulación $\frac{\pi}{4}$ shift QPSK a razón de $f_b = 32$ [Kbits/s], y a una frecuencia de

portadora de 145 MHz.

En predistorsión polar (figura 3.5) la amplitud de la señal de entrada, R_{in} , es usada para leer una tabla que da como salida un factor de predistorsión real $R_{out} = F_r(R_{in})$.

Este factor de predistorsión es usado para modificar la amplitud original de la señal de entrada y como dirección de una segunda tabla, la cual da como salida, a su vez, un ángulo de predistorsión $\Phi_{out} = F_\Phi(R_{out})$. El ángulo de predistorsión es utilizado para rotar luego la señal predistorsionada en amplitud. En predistorsión polar, por ende, se utiliza dos tablas unidimensionales, por lo que, tanto los requerimientos de memoria, como el tiempo de convergencia se reducen respecto a predistorsión por mapeado [35]. En [36] Faulkner reporta una reducción de 30 dB en el tercer armónico de intermodulación en una prueba de dos tonos separados apenas 2 KHz a $f_p = 900,011$ MHz, sobre un amplificador de potencia en clase C, utilizando esta técnica.

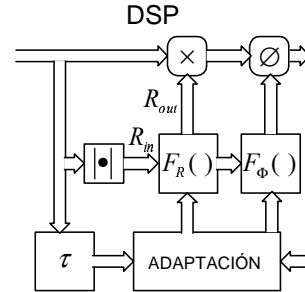


Figura 3.5: Predistorsionador polar.

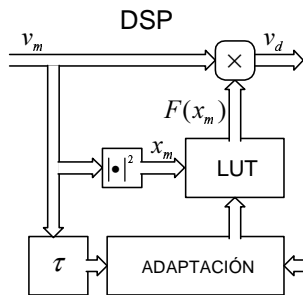


Figura 3.6: Predistorsionador por ganancia compleja.

En predistorsión por ganancia compleja (figura 3.6) la potencia x_m de la señal de entrada v_m ($x_m = |v_m|^2$) es usada para direccionar una única tabla que contiene los factores complejos de predistorsión $F(x_m)$. La salida de la tabla es utilizada para predistorsionar la señal v_m mediante el producto complejo $v_d = v_m F(x_m)$. Con predistorsión por ganancia compleja se logra una reducción del orden de un millón de pares de palabras complejas a cien pares de palabras complejas, y de 10 s a 4 ms en el tiempo de convergencia, respecto a predistorsión por

mapeado [37]. Reducciones de 15 dB y 7.5 dB de la distorsión fuera de banda, utilizando predistorsión por ganancia compleja, sobre señales de prueba del tipo W-CDMA con anchos de banda de 300 KHz y 5 MHz, respectivamente, han sido publicadas en [38].

La eficacia de un predistorsionador digital está condicionada por las imperfecciones que añaden los elementos que conforman su arquitectura. La dimensión de la tabla utilizada para albergar los coeficientes de predistorsión, la longitud de la palabra utilizada para representar las señales discretizadas

(error de cuantización), la velocidad de muestreo de las ADCs y DAC, la cantidad y el tipo de operaciones involucradas en la operación de predistorsión, las imperfecciones en los filtros reconstructores y moduladores IQ, son los principales factores que limitan el rendimiento de este linealizador [39]. Un mayor control sobre estos factores es posible si el DSP es diseñado *ad hoc* [40]. Por otro lado, a este panorama complejo de los predistorsionadores digitales hay que sumar tanto los costes asociados al *hardware* digital y a los conversores ADCs y DAC, que se incrementan en la medida que se requiera de un mejor rendimiento del linealizador, así como el consumo de potencia del predistorsionador, el cual puede llegar a ser comparable con el del propio amplificador de potencia [33]. La predistorsión digital es una técnica de linealización vigente que seguirá siendo objeto de intensa investigación en el futuro próximo.

3.4. Feedback

Un linealizador mediante realimentación negativa es un sistema potencialmente estable, y tanto la estabilidad como la efectividad de este linealizador dependen principalmente de la ganancia y el margen de fase del lazo. Un linealizador mediante realimentación negativa directa (*direct feedback*) tiene la forma genérica que se ilustra en la figura 3.7.

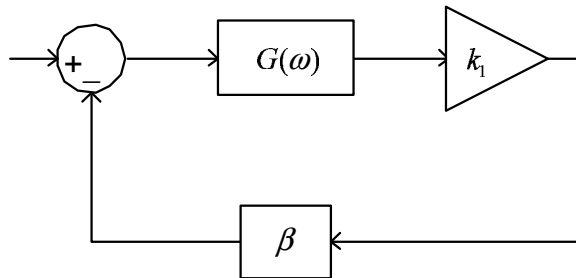


Figura 3.7: Sistema con realimentación negativa.

En la figura 3.7 k_1 representa la ganancia del amplificador de potencia, β la ganancia del camino de realimentación y $G(\omega)$, con $|G(\omega)| \leq 1$, modela la respuesta en frecuencia del lazo. La ganancia de lazo cerrado de tal sistema está dada por: $G_{cl}(\omega) = G(\omega)k_1/(1 + \beta G(\omega)k_1)$, que bajo la condición $\beta G(\omega)k_1 \gg 1$ se puede aproximar por $G_{cl} \approx 1/\beta$, en cuyo caso la respuesta del sistema se linealiza según $1/\beta$ dependiendo ahora de la estabilidad de β . En este sentido se sacrifica la ganancia k_1 del amplificador de potencia a

favor de la linealidad, siendo esta circunstancia una de las principales desventajas de la linealización mediante *feedback*. Este inconveniente, sin embargo, se puede superar en algunas aplicaciones realimentando una muestra de la distorsión en lugar de una muestra de la señal de salida del amplificador [41].

La ganancia de lazo $\beta G(\omega)k_1$, que virtualmente determina la cantidad de distorsión que puede ser compensada, presenta una respuesta frecuencial del tipo pasabajo. Si para el ancho de banda calculado hasta los 0 dB la fase introducida por el lazo no llega a acumular π radianes, el sistema realimentado es estable, y tal ancho de banda determina el ancho de banda de linealización. La cantidad de distorsión de orden n que se puede eliminar es aproximadamente igual al valor de la ganancia de lazo en correspondencia de la frecuencia f_n de la distorsión. Por tanto, un ancho de banda superior a n veces el ancho de banda de la señal de entrada es necesario para reducir la distorsión de orden n .

Aparte de la realimentación directa, se conocen otras versiones de linealización mediante realimentación negativa agrupadas bajo el nombre de *modulation feedback*, a saber: realimentación polar (*polar feedback*), realimentación Cartesiana (*Cartesian feedback*) y realimentación de la envolvente (*envelope feedback*).

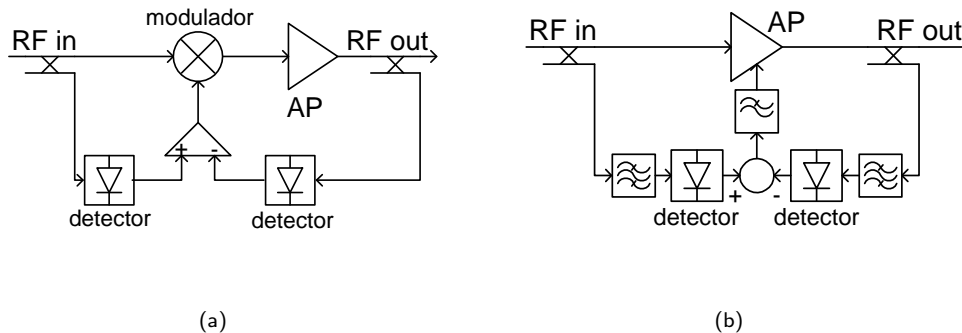


Figura 3.8: Formas de *envelope feedback*.

La realimentación directa y la realimentación de la envolvente son métodos muy atractivos en aplicaciones donde un alto nivel de integración es importante (aplicaciones satelitales de microondas, por ejemplo) en virtud de que pueden ser implementados a nivel de dispositivo [42][43], mientras que la realimentación Cartesiana y la realimentación polar generalmente han de implementarse a nivel de sistema. En [42] se ha publicado una reducción de 8 dB de la distorsión de tercer orden, sobre un ancho de banda de 0.2 MHz a 4 GHz, mediante realimentación directa implementada en un circuito

activo de microondas miniaturizado –*miniaturized microwave active circuit* (MMCA)–.

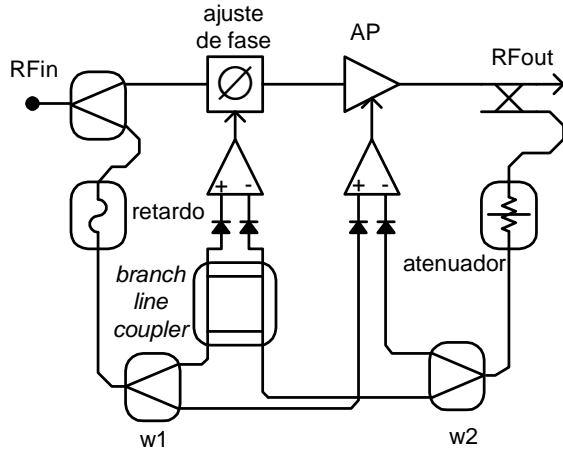


Figura 3.9: Doble realimentación de la envolvente.

En los sistemas con realimentación de la envolvente la señal de error obtenida de la comparación de las envolventes de las señales de entrada y salida es utilizada como señal modulante –figura 3.8(a)– [1]. En otra versión de realimentación de la envolvente, que viene a ser más bien una forma de *envelope elimination and restoration*, la cual describiremos más adelante, la diferencia entre las envolventes de las señales de salida y de entrada del AP es utilizada para controlar el punto de trabajo del

amplificador de potencia –figura 3.8(b)– [43].

Si a la estructura de la figura 3.8(b) se añade *hardware* adicional en el bucle de realimentación para detectar también la fase, y según como sea utilizada esta fase para mejorar el rendimiento del linealizador, se obtiene un *polar loop transmitter*, o una estructura con doble realimentación de la envolvente (*double envelope feedback*).

En el primer caso la fase es utilizada para alimentar un oscilador controlado por voltaje (VCO) cuya salida alimenta, a su vez, el amplificador de potencia [44]. En el segundo caso la fase es utilizada para incorporar un corrimiento de fase a la señal de entrada del AP (figura 3.9)[45]. Cierta estructura con realimentación de la envolvente se vale de la diferencia entre las envolventes de las señales de salida y de entrada para predistorcionar en forma polar la señal de entrada (figura 3.10) [46]. En [46] se publica una reducción máxima de 16 dB de distorsión fuera de banda en una prueba de dos tonos separados

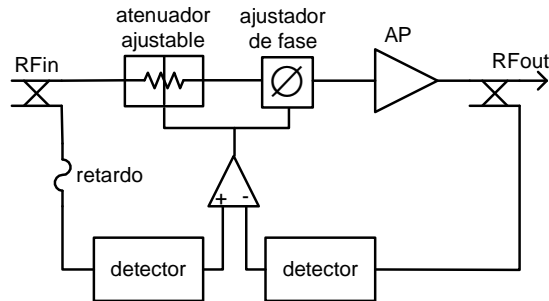


Figura 3.10: Predistorsión usando realimentación de la envolvente.

1 MHz a 1.855 GHz con un amplificador de potencia en clase A.

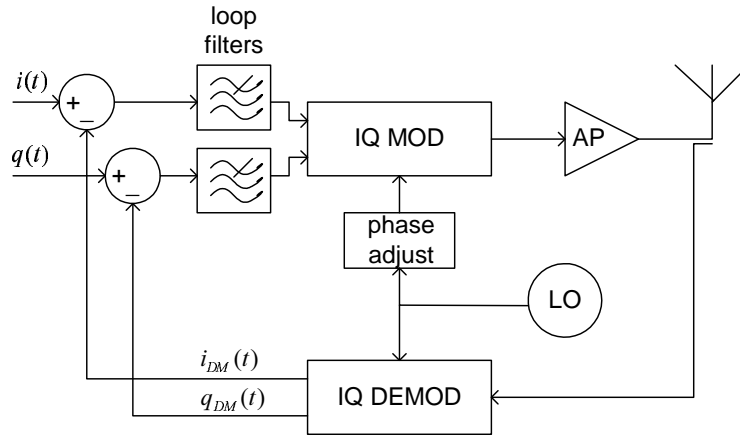


Figura 3.11: Linealizador con realimentación Cartesiana.

La realimentación de modulación Cartesiana (*Cartesian modulation feedback*) es quizá la versión más prominente de los esquemas de linealización mediante realimentación negativa. La arquitectura de un linealizador con realimentación Cartesiana se ilustra en la figura 3.11 [47]. En un linealizador con realimentación Cartesiana la comparación entre la señal de salida y la señal de entrada se realiza en banda base. La señal de entrada al amplificador es construida a partir de la comparación de las señales en fase $i(t)$ y cuadratura $q(t)$ de entrada y las correspondientes señales $i_{DM}(t)$ y $q_{DM}(t)$ obtenidas mediante la demodulación de una muestra de la señal de salida del amplificador de potencia. En el capítulo 6 será estudiado el efecto de los factores claves de ganancia y margen de fase sobre el rendimiento de esta técnica de linealización.

3.5. *Envelope Elimination and Restoration*

El esquema básico de un linealizador mediante la eliminación y restauración de la envolvente se muestra en la figura 3.12 [48] [49].

A una frecuencia intermedia la señal de entrada $\nu_{in}(t) = a(t) \cos[\omega_{IF}t + \varphi(t)]$, es dividida en sus componentes polares: la envolvente $a(t)$, la cual evoluciona a una frecuencia relativamente baja (bandabase), y la fase $\varphi(t)$, contenida en una señal $k \cos[\omega_{IF}t + \varphi(t)]$ con envolvente constante a la frecuencia intermedia original. La señal a envolvente constante es trasladada a radiofrecuencia mediante un mezclador y posteriormente amplificada sin

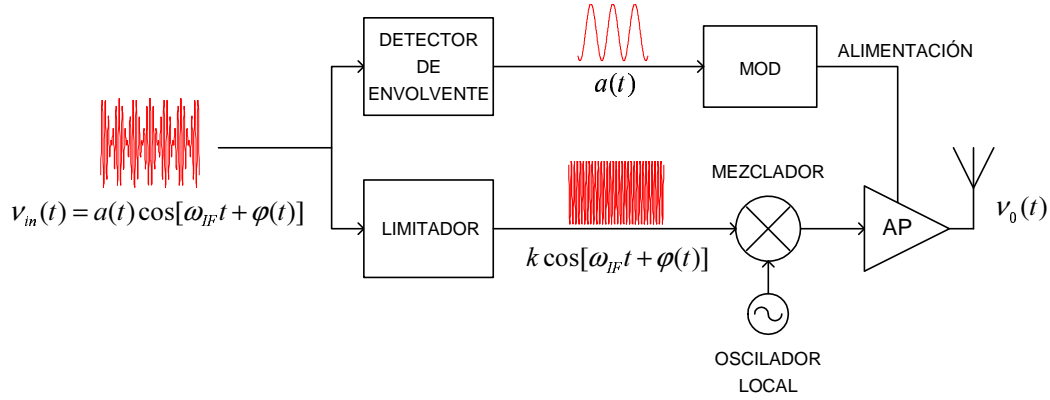


Figura 3.12: Diagrama de bloques de un linealizador basado en la Eliminación y Restauración de la Envolvente (EE&R).

distorsión en el amplificador de potencia, generalmente configurado de forma eficiente, en clase C por ejemplo. La envolvente variable es restituida a la señal amplificada mediante la modulación de la tensión de alimentación del amplificador de potencia. En [50] se describe una implementación monolítica CMOS de esta técnica utilizada en los amplificadores de potencia del sistema AMPS (*Advanced Mobile Phone System*) del NADC (*North American Digital Cellular*), con la que se consigue una reducción de 10 dB de la distorsión fuera de banda (sobre un señal $\frac{\pi}{4}$ DQPSK de 30 KHz de ancho de banda y a una frecuencia de portadora de 836.5 MHz).

3.6. LINC y CALLUM

LINC es el acrónimo en inglés de *Linear Amplification using Non-Linear Components* [51] y CALLUM de *Combined Analogue-Locked Loop Universal Modulator* [52].

En los sistemas LINC (figura 3.13) la señal digital con envolvente variable en el tiempo $s(t) = a(t) \cos[\omega t + \varphi(t)]$ es dividida en dos señales con amplitud constante $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$, donde:

$$s_1(t) = \frac{a_{MAX}}{2} \sin[\omega t + \varphi(t) + \phi(t)] \quad (3.1)$$

$$s_2(t) = \frac{a_{MAX}}{2} \sin[\omega t + \varphi(t) - \phi(t)] \quad (3.2)$$

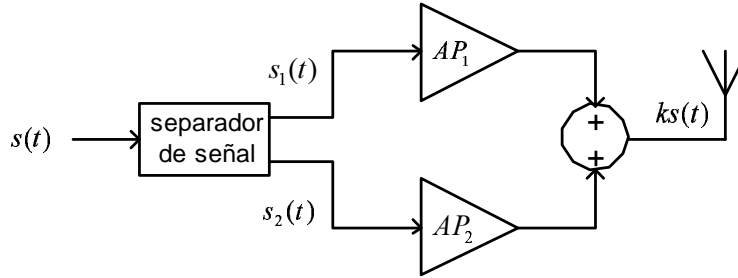


Figura 3.13: Diagrama de bloques de un sistema LINC.

siendo:

$$\phi(t) = \sin^{-1} \left[\frac{a(t)}{a_{MAX}} \right] \quad (3.3)$$

$$a_{MAX} = \text{máx}\{a(t)\} \quad (3.4)$$

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) admiten la representación fasorial bandabase:

$$s_1(t) = s(t) + e(t) \quad (3.5)$$

$$s_2(t) = s(t) - e(t) \quad (3.6)$$

donde

$$s(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}, \quad 0 \leq a(t) \leq a_{MAX}, \quad y \quad (3.7)$$

$$e(t) = js(t) \sqrt{\frac{a_{MAX}^2}{a^2(t)} - 1} \quad (3.8)$$

Las señales s_1 y s_2 pueden ser amplificadas en amplificadores de potencia configurados eficientemente y las salidas correspondientes recombinadas para obtener una versión amplificada $ks(t)$ de la señal original.

La separación de la señal modulada digitalmente en sus componentes a envolvente constante, los desbalances de ganancia y de fase de las dos ramas (incluido los desbalances entre los amplificadores de potencia), y la recombinación de las señales s_1 y s_2 , constituyen los aspectos claves en el funcionamiento de un sistema LINC [53].

Para la separación de la señal s en sus componentes s_1 y s_2 se han propuesto diferentes soluciones. Las más recientes hacen uso de DSP [54][55], pero también existen varias propuestas analógicas [56], algunas probadas experimentalmente [57].

Dado que la señal 3.8 es en general una señal de gran ancho de banda, dependiente del esquema de modulación [58], un balance imperfecto entre las

ramas del LINC causa que la porción no cancelada de esta señal aparezca en la salida del combinador como distorsión fuera de banda. El problema de la compensación de los desbalances de ganancia y de fase es aun motivo de investigación y se han propuesto diferentes soluciones [58][59]. Aún logrando un perfecto balance de ganancia y de fase, la eficiencia de potencia de los sistemas LINC que hacen uso de combinadores de potencia convencionales (*hybrid combiners*) es susceptible del formato de modulación de la señal $s(t)$, siendo el caso que la eficiencia de potencia disminuye para los esquemas M-arios en la medida que se incrementa M [60]. Una solución a esta problema se propone en [61]. En [59] se reporta una reducción de la distorsión fuera de

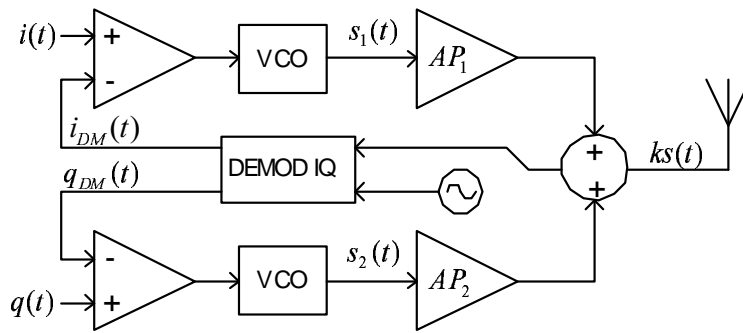


Figura 3.14: Diagrama de bloque de un sistema CALLUM.

banda de entre 7 y 10 dB, sobre una señal IS-95 CDMA con ancho de banda de 1 MHz y a una frecuencia central de 850 MHz, utilizando esta técnica de linealización.

CALLUM es la versión realimentada del sistema LINC. En un sistema CALLUM (figura 3.14) las señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$ son obtenidas a partir de sendos osciladores controlados por voltaje (VCO). Los VCOs son alimentados por las señales que resultan de la comparación de las señales $i(t)$ y $q(t)$ de entrada, con las respectivas señales $i_{DM}(t)$ y $q_{DM}(t)$ de salida. Diferentes versiones de CALLUM se han propuesto y se estudian actualmente [62][63][64]. Sistemas transmisores comerciales diseñados mediante las técnicas LINC y CALLUM no se conoce que existan [65].

3.7. Comparación

A modo de conclusión incluimos una comparación entre algunos de los esquemas de linealización descritos en los apartados precedentes, sobre la base de la complejidad de implementación, reducción de la distorsión y ancho de

Cuadro 3.1: Comparación de las técnicas de linealización

Técnica	Complejidad	Reducción de la distorsión	Ancho de banda
<i>Feedforward</i>	alta	alta	alto
Predistorsión analógica	media	media	medio
Predistorsión digital	alta	alta	bajo
<i>Direct feedback</i>	baja	media	bajo
<i>Cartesian feedback</i>	media	media	bajo
LINC/CALLUM	alta	alta	bajo

banda de linealización. En la tabla 3.1 se resume este análisis comparativo. Los adjetivos bajo, medio y alto cualifican relativamente cada aspecto.

Feedforward, la predistorsión digital y LINC/CALLUM presentan la arquitectura más compleja, debiéndose implementar a nivel de sistema. Ofrecen en contrapartida una gran reducción de la distorsión, siendo entre todos ellos *feedforward* el que mejores prestaciones ofrece en cuanto a ancho de banda de linealización. La predistorsión analógica y la realimentación directa son menos complejos, pudiéndose implementar a nivel de dispositivo, pero reducen en menor magnitud la distorsión sobre anchos de banda comparables.

Capítulo 4

Hiperestabilidad y Sistemas de Control con Modelo de Referencia

4.1. Hiperestabilidad

El concepto de hiperestabilidad fue introducido por Vasile-Mihai Popov en 1960 para referirse a la simultanea estabilidad de un conjunto de sistemas que satisfacen la condición:

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) d\tau \geq 0 \quad (4.1)$$

donde $u(t)$ constituye la señal de entrada y $y(t)$ es la señal de salida [66]. Los sistemas que satisfacen la inecuación 4.1, siempre que $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$, se conocen también como sistemas reales positivos y son estables en el sentido de Lyapunov[67]. La combinación en paralelo o realimentada de dos sistemas reales positivos da lugar a un nuevo sistema que también lo es –figura 4.1–.

Según Popov, cualquier bloque B_1 que haga del sistema realimentado de la figura 4.1(a) un sistema estable, siendo el bloque B_2 uno cualquiera que satisfaga la inecuación (4.1), es «hiperestable»[66].

Particular interés revisten los sistemas realimentados acordes a la estructura de Lur’e en los que el bloque directo esta constituido por un sistema lineal t-invariante (LTI) y el bloque de realimentación por un sistema alineal t-variante (figura 4.2) [66][68][69][70].

En la figura 4.2 el bloque directo es un sistema lineal t-invariante carac-

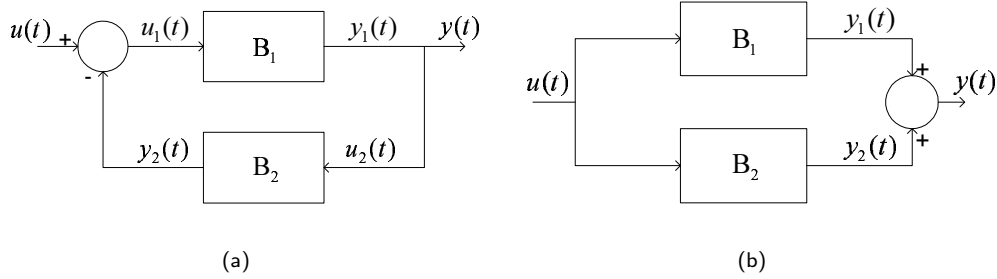


Figura 4.1: Arquitectura de los sistemas que heredan la propiedad 4.1, con $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$, de los bloques que los componen. 4.1(a) Sistema realimentado constituido por dos bloques reales positivos. 4.1(b) Combinación en paralelo de dos bloques reales positivos.

terizado en el espacio de estado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_1(t) \\ \mathbf{y}_1(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}_1(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados; \mathbf{u}_1 y $\mathbf{y}_1 \in \mathbb{R}^m$ son los vectores de entrada y de salida, respectivamente; $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, y $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son las matrices de estado (o de sistema), de control (o de entrada), de salida (o de medición) y de transmisión directa, respectivamente, siendo $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ completamente controlable, $[\mathbf{A}, \mathbf{C}]$ completamente observable.

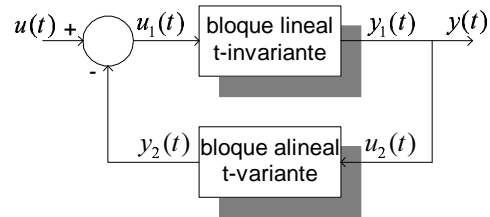


Figura 4.2: Sistema realimentado no lineal y/o variante en el tiempo estándar.

Y el bloque de realimentación es un sistema alineal t-variante caracterizado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_2(t) &= \mathbf{f}[\mathbf{u}_2(\tau), t] \\ \int_0^t \mathbf{y}_2^T(\tau) \mathbf{u}_2(\tau) d\tau &\geq 0, \quad \tau < t, \quad \forall t > 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde \mathbf{u}_2 y $\mathbf{y}_2 \in \mathbb{R}^m$ son los vectores de entrada y de salida, respectivamente,

$t, \tau \in \mathbb{R}$, con $\tau \leq t$, y $\mathbf{f} : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ es cierta función alineal que relaciona la entrada \mathbf{u}_2 con la salida \mathbf{y}_2 , y la T denota transposición.

El sistema de la figura (4.2) se define hiperestable (o asintóticamente hiperestable) sí el bloque lineal t-invariante es hiperestable (o asintóticamente hiperestable). El bloque lineal t-invariante es hiperestable si, para todos los $[\mathbf{u}_1, \mathbf{y}_1]$ tales que :

$$\int_0^{t_1} \mathbf{y}_1^T(t) \mathbf{u}_1(t) dt \leq \delta (\|\mathbf{x}(0)\|) \sup_{0 \leq t \leq t_1} \{\|\mathbf{x}(t)\|\} \quad (4.4)$$

donde el símbolo $\|\cdot\|$ denota la norma Euclidiana, se cumple:

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq k (\|\mathbf{x}(0)\| + \delta) \quad (4.5)$$

con k y δ constantes positivas.

Si además se cumple:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t)\| = 0 \quad (4.6)$$

el bloque B_1 es asintóticamente hiperestable [66][68].

4.2. Sistemas dinámicos disipativos

Los sistemas que exhiben la propiedad de la hiperestabilidad de Popov constituyen un caso particular de un conjunto de sistemas denominados disipativos. La teoría general de los sistemas dinámicos disipativos fue publicada por Jan C. Willems en 1972 [74].

Definición de sistema dinámico continuo (no lineal y t-variante)

Un sistema dinámico continuo en t , Σ , se define mediante los conjuntos $\{U_t, \mathcal{U}, Y_t, \mathcal{Y}, X_t\}$, $t \in \mathbb{R}$, donde el subíndice t denota t-variante, y las funciones ϕ_{t_1, t_0} , $(t_1, t_0) \in \mathbb{R}_2^+$ ⁽¹⁾, y \mathbf{r}_t , $t \in \mathbb{R}$, denominadas función de transición de estados y función de *read-out*, respectivamente. Tales conjuntos y funciones satisfacen los siguientes axiomas:

- (1) $U_t \subseteq \mathbb{R}^m$ es el conjunto de valores de entrada, y \mathcal{U} es el subespacio de entrada el cual consiste de las funciones $u(t)$ de entrada, $t \in \mathbb{R}$, tal que $u(t) : \mathbb{R} \rightarrow U_t$;

¹ \mathbb{R}_2^+ se define como $\mathbb{R}_2^+ = \{(t_2, t_1) \in \mathbb{R}_2 | t_2 \geq t_1\}$

- (2) $Y_t \subseteq \mathbb{R}^m$ es el conjunto de valores de salida, y \mathcal{Y} es el subespacio de salida el cual consiste de las funciones $y(t)$ de salida, $t \in \mathbb{R}$, tal que $y(t) : \mathbb{R} \rightarrow Y_t$;
- (3) $X_t \subseteq \mathbb{R}^n$ es el espacio de estado en el tiempo $t \in \mathbb{R}$;
- (4) $\phi_{t,t_0} : X_{t_0} \times \mathcal{U} \rightarrow X_t$, y satisface, a su vez, los axiomas de
- (4a) **consistencia:** $\phi_{t_0,t_0}(\mathbf{x}_0, u) = \mathbf{x}_0, \forall t_0 \in \mathbb{R}, \mathbf{x}_0 \in X_{t_0}, y u \in \mathcal{U}$,
- (4b) **determinismo:** $\phi_{t_1,t_0}(\mathbf{x}_0, u_1) = \phi_{t_1,t_0}(\mathbf{x}_0, u_2), \forall (t_1, t_0) \in \mathbb{R}_2^+, \mathbf{x}_0 \in X_{t_0}$ y $u_1, u_2 \in \mathcal{U}$ tal que $u_1(t) = u_2(t)$ para $t_0 \leq t \leq t_1$,
- (4c) **propiedad de semi-grupo:** $\phi_{t_2,t_0}(\mathbf{x}_0, u) = \phi_{t_2,t_1}[\phi_{t_1,t_0}(\mathbf{x}_0, u), u], \forall t_0 \leq t_1 \leq t_2, \mathbf{x}_0 \in X_{t_0}$ y $u \in \mathcal{U}$;
- (5) $r_t : X_t \times U_t \rightarrow Y_t$;
- (6) la definición de r_t para $t \geq t_0$ restringe el dominio de los elementos de \mathcal{Y} al intervalo $[t_0, \infty)$.

Definición de tasa de suministro y de función de suministro

Junto al sistema dinámico Σ se define la tasa de suministro $w_t : U_t \times Y_t \rightarrow \mathbb{R}$. La función $w_t(t) = w_t[u(t), y(t)]$, para todo $(t_1, t_0) \in \mathbb{R}_2^+, u \in U_t$ y $y \in Y_t$, satisface la desigualdad:

$$\int_{t_0}^{t_1} |w_t(t)| dt < \infty \quad (4.7)$$

La integral $\int_{t_0}^t w_t(\tau) d\tau$ recibe el nombre de función de almacenamiento o suministro.

Definición de sistema dinámico disipativo

Un sistema dinámico continuo se denomina disipativo en el tiempo t respecto a la tasa de suministro w_t , si existe una función no negativa $S_t : X_t \rightarrow \mathbb{R}^+$, denominada función de almacenamiento, tal que

$$S_{t_0}(\mathbf{x}_0) + \int_{t_0}^{t_1} w_t(t) dt \geq S_{t_1}(\mathbf{x}_1) \quad (4.8)$$

$$\forall (t_1, t_0) \in \mathbb{R}_2^+, \mathbf{x}_0 \in X_{t_0}, y u \in U_t$$

donde $\mathbf{x}_1 = \phi_{t_1,t_0}(\mathbf{x}_0, u)$, $w_t(t) = w_t[u(t), y(t)]$, y $y(t) = r_t(\mathbf{x}, u)$.

La desigualdad 4.8 recibe el nombre de inecuación o condición de disipación.

Aunque los conceptos desarrollados por Popov [66] y Willems [74] tienen un carácter más bien abstracto, su aplicación en sistemas concretos reales les confiere, tomando ciertas precauciones, un sentido físico [67][68][74][75][76]. Willems establece que el término disipatividad es una generalización del término pasividad, mientras que el concepto de función de almacenamiento es una generalización del concepto de energía almacenada. La tasa de suministro $w(t)$ es la velocidad con que la energía fluye hacia el interior del sistema, mientras que la función de almacenamiento $S(\mathbf{x})$ es cierta función que mide la cantidad de energía que es almacenada dentro del sistema. Según la inecuación de disipación (4.8), un sistema disipativo no puede almacenar más energía de la que le es suministrada desde el exterior.

4.3. Sistemas dinámicos pasivos

Los sistemas dinámicos pasivos constituyen una clase particular de los sistemas dinámicos disipativos. Un sistema dinámico Σ se define pasivo si es disipativo respecto a la tasa de suministro $w_t(t) = y(t)u(t)$ y la función de almacenamiento satisface la condición $S_t(\mathbf{0}) = 0$. En este caso, la condición de disipación (4.8) pasa a denominarse condición de pasividad [67][75]:

$$S_t(\mathbf{x}) - S_{t_0}(\mathbf{x}_0) \leq \int_{t_0}^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau \quad (4.9)$$

que para el caso $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$, coincide con la inecuación (4.1).

A partir de la definición de pasividad se observa que, al poner $u(t) = 0$ (sistema dinámico libre), la función $S_t(\mathbf{x})$ no se incrementa a lo largo de ninguna de las trayectorias libres del sistema, por lo que un sistema dinámico pasivo es estable en el sentido de Lyapunov si la función $S_t(\mathbf{x})$ es definida positiva². En este sentido la función de almacenamiento $S_t(\mathbf{x})$ es una generalización de la función $V(\mathbf{x})$ de Lyapunov.

²La función $S_t(\mathbf{x})$ es por definición no negativa en X_t , esto es: $S_t(\mathbf{x}) \geq 0, \forall \mathbf{x} \in X_t$. La definidada positiva de $S_t(\mathbf{x})$ es ligeramente más restrictiva. $S_t(\mathbf{x})$ es definida positiva si

- (i) $S_t(\mathbf{x})$ posee derivadas parciales continuas respecto a las componentes de \mathbf{x} .
- (ii) $S_t(\mathbf{0}) = 0$.
- (iii) $S_t(\mathbf{x}) > 0$ si $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.

4.3.1. Antecedentes físicos de la pasividad

La ecuación (4.9) es una generalización del concepto de pasividad de la Física. En la Teoría Electromagnética (macroscópica) se define el vector de *Poynting* instantáneo [77]:

$$\mathcal{S} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} \quad (4.10)$$

donde \mathcal{E} y \mathcal{H} son las intensidades de campo eléctrico y magnético, respectivamente, y \mathcal{S} tiene las dimensiones de una densidad de potencia por unidad de superficie (watts/m²).

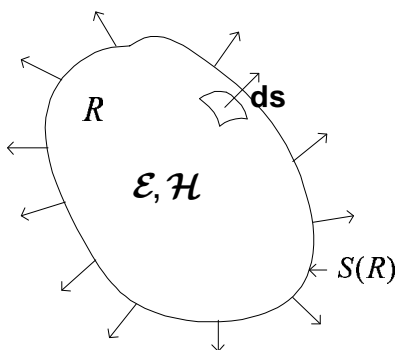


Figura 4.3: Región R bajo estudio y dirección en la que se calcula el flujo del vector de *Poynting*.

La potencia generada o absorbida instantáneamente en el interior de una región R , cerrada, se puede calcular mediante el cómputo del flujo de \mathcal{S} a través de la superficie $S(R)$ que encierra a R , siempre y cuando se pueda conocer a \mathcal{E} y \mathcal{H} en todos los puntos de $S(R)$:

$$\iint_{S(R)} \mathcal{S} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} W_e - \frac{\partial}{\partial t} W_m - P_\sigma + P_s \quad (4.11)$$

donde W_e y W_m son las energías eléctrica y magnética, respectivamente, en el interior de R , P_σ es la potencia disipada por conducción en el interior de R , P_s es la potencia generada en R , y el diferencial vectorial de superficie $d\mathbf{s}$ se toma, convencionalmente, apuntando hacia el exterior de la región R .

La ecuación (4.11) constituye un balance energético instantáneo y da lugar a tres casos básicos con relación a la región R :

$$\iint_{S(R)} \mathcal{S} \cdot d\mathbf{s} \begin{cases} > 0 & \text{regimen de emisión,} \\ = 0 & \text{regimen de paso,} \\ < 0 & \text{regimen de absorción.} \end{cases} \quad (4.12)$$

Asumiendo que la energía electromagnética $W_{em} = W_e + W_m$ acumulada en el interior de R no varía con el tiempo, $\partial W_{em}/\partial t = 0$, el regimen de emisión se presenta cuando se localizan fuentes del campo en el interior de R , las cuales producen una potencia P_s que predomina sobre la potencia disipada P_σ (efecto Joule) en el interior de R . El regimen de absorción se verifica cuando se localizan sumideros del campo en el interior de R los cuales absorben una potencia de pérdidas P_σ , que si hubiera fuentes del campo en R , predomina

sobre la potencia generada P_s . El regimen de paso solo nos dice que toda la energía que fluye hacia el interior de R vuelve nuevamente al exterior de R . De esta forma, si la energía que fluye desde R , a través de $S(R)$, se mantiene negativa para todo $t \in \mathbb{R}$:

$$E(t) = \int_{-\infty}^t \iiint_{S(R)} \mathcal{S}(\mathbf{r}, \tau) \cdot \mathbf{ds} \, d\tau = E(t_0) + \int_{t_0}^t \iiint_{S(R)} \mathcal{S}(\mathbf{r}, \tau) \cdot \mathbf{ds} \, d\tau \leq 0 \quad (4.13)$$

donde $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de posición y $\tau \in \mathbb{R}$, entonces la región R es *pasiva*.

Por *pasividad* de la región R se entiende que en dicha región no se localizan fuentes activas del campo electromagnético, y que toda la energía proveniente del exterior es acumulada o absorbida.

En la Teoría de Circuitos, los campos \mathcal{E} y \mathcal{H} son confinados en estructuras concentradas conectadas entre si mediante cortos circuitos, y son reemplazados unívocamente por la tensión $\nu(t)$ y la corriente $i(t)$, respectivamente.

El flujo del vector de *Poynting* $\iint_{S(R)} \mathcal{S} \cdot \mathbf{ds}$ para el caso de un circuito de n puertos (figura 4.4) se especializa de la forma:

$$\iint_{S(R)} \mathcal{S} \cdot \mathbf{ds} = - \sum_{k=1}^n \nu_k(t) i_k(t) \quad (4.14)$$

donde $\nu_k(t)$ e $i_k(t)$ son la tensión y la corriente correspondientes al puerto k -ésimo, medidas de acuerdo a las direcciones de referencia indicadas en la figura 4.4. En la figura 4.4 se ha modelado la presencia genérica de resistencias, inductores, capacitores, y fuentes de tensión y de corriente en el circuito utilizando los símbolos convencionales.

El balance energético de la ecuación (4.12), de acuerdo a tales direcciones de referencia, asume la forma:

$$\sum_{k=1}^n \nu_k(t) i_k(t) \begin{cases} < 0 & \text{regimen de generación,} \\ = 0 & \text{regimen de transmisión,} \\ > 0 & \text{regimen de disipación.} \end{cases} \quad (4.15)$$

En este caso, los regímenes de generación, transmisión y disipación deben interpretarse análogamente a los regímenes de emisión, paso y absorción, respectivamente, de la Teoría de Campos.

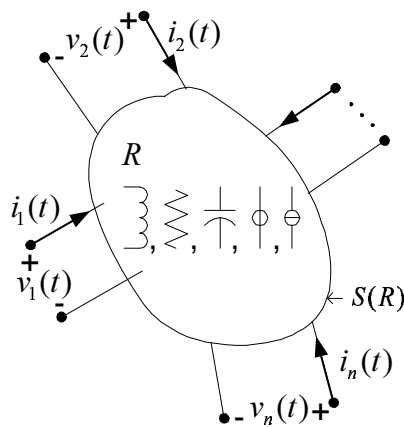


Figura 4.4: Especialización del flujo del vector de *Poynting* a través de $S(R)$ para el caso de un circuito de n puertos.

Para el circuito de n puertos de la figura 4.4 la condición de pasividad (4.13) asume la forma:

$$E(t_0) + \int_{t_0}^t \nu_k(\tau) i_k(\tau) d\tau \geq 0 \quad (4.16)$$

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\}, \forall t \in \mathbb{R}$$

4.3.2. Relación entre la pasividad y la positividad real

La pasividad en los sistemas lineales t-invariantes esta relacionada directamente con la propiedad de real positividad de la función de transferencia:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (4.17)$$

donde $H(s)$, $Y(s)$ y $U(s)$ son las transformadas de Laplace de la respuesta impulsiva del sistema $h(t)$ y de las señales de salida $y(t)$ y de entrada $u(t)$, respectivamente.

La condición de pasividad (4.9) para señales complejas se reescribe de la forma:

$$S_t(\mathbf{x}) - S_{t_0}(\mathbf{x}_0) \leq \int_{t_0}^t y(\tau)^T u(\tau) d\tau \quad (4.18)$$

donde la T denota conjugación (y transposición si se tratara de vectores).

Para el caso $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ y $t_0 = 0$ –equivalente a $E(0) = 0$ – y al definir las funciones:

$$y_e(\tau) = \begin{cases} y(\tau) & 0 \leq \tau \leq t, \\ 0 & \tau > t. \end{cases} \quad (4.19)$$

y

$$u_e(\tau) = \begin{cases} u(\tau) & 0 \leq \tau \leq t, \\ 0 & \tau > t. \end{cases} \quad (4.20)$$

y al sustituirlas en la ecuación (4.18) junto con la expresión para $y_e(t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} Y_e(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$ se obtiene [78]:

$$0 \leq \int_{t_0}^t y(\tau)^T u(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_e(j\omega)^* e^{-j\omega\tau} d\omega \right) u_e(\tau) d\tau \quad (4.21)$$

al intercambiar el orden de integración

$$0 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_e(j\omega)^* \int_0^{\infty} u_e(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau d\omega \quad (4.22)$$

$$0 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_e(j\omega)^* U_e(j\omega) d\omega \quad (4.23)$$

sustituyendo $Y_e(j\omega)^* = H(j\omega)U_e(j\omega)^*$ en la ecuación (4.23):

$$0 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) |U_e(j\omega)|^2 d\omega \quad (4.24)$$

se obtiene

$$0 \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re}\{H(j\omega)\} |U_e(j\omega)|^2 d\omega \quad (4.25)$$

y de aquí sigue, finalmente, que

$$\operatorname{Re}\{H(j\omega)\} \geq 0 \quad (4.26)$$

La inecuación (4.26) define la positividad de la parte real (real positividad) de la función de $H(j\omega)$.

Por otro lado, la función de transferencia $H(s)$ se relaciona con $H(j\omega)$ mediante la siguiente transformación integral:

$$H(s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-s\tau} \left(\int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \right) d\tau \quad (4.27)$$

cuya convergencia está supeditada a las condiciones

$$\operatorname{Re}\{s\} > 0 \quad (4.28)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)| d\omega \text{ existe} \quad (4.29)$$

Tomando en cuenta que la condición (4.28) establece como región de convergencia el semiplano derecho del plano complejo, y que la condición (4.29) se aplica para la existencia de $H(j\omega)$, la función de transferencia $H(s)$ se define [80]:

(1) **real positiva (PR)** si $H(s)$ es analítica para $\operatorname{Re}\{s\} > 0$ y $\operatorname{Re}\{H(j\omega)\} \geq 0 \forall \omega \in (-\infty, \infty)$,

(2) **estrictamente real positiva (SPR)** si $H(s)$ es analítica para $\operatorname{Re}\{s\} \geq 0$ y $\operatorname{Re}\{H(j\omega)\} > 0 \forall \omega \in (-\infty, \infty)$.

Es el caso que los sistemas PR exhiben la propiedad de la hiperestabilidad, y viceversa, todos los sistemas hiperestables LTI son sistemas PR [68]. En particular, los sistemas SPR, aquellos que cumplen rigurosamente la desigualdad (4.1):

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau > 0, \quad \forall t > 0 \quad (4.30)$$

exhiben la propiedad de la hiperestabilidad asintótica, y viceversa, todos los sistemas LTI asintóticamente hiperestables son estrictamente reales positivos [68].

4.3.3. Sistemas pasivos sin pérdidas

Definición

Un sistema pasivo se denomina pasivo sin pérdidas, si toda la energía suministrada desde el exterior es almacenada internamente:

$$S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x}_0) = \int_{t_0}^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau \quad (4.31)$$

Un sistema pasivo sin pérdidas no posee componentes internos que disipen la energía, y cualquier cantidad de energía que le sea suministrada (físicamente posible) inicialmente permanecerá invariable para todo $t > 0$. Por tal razón, el estado de energía almacenada nula constituye un estado estable en el sentido de Lyapunov [81]. Un sistema pasivo sin pérdidas con $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ es un sistema hiperestable, y si en particular el sistema es lineal t-invariante su función de transferencia es real positiva.

Ejemplo de un sistema físico pasivo y/o hiperestable

Considérese un circuito LC en paralelo. Tomando como variable de entrada la corriente $u(t) = i(t)$, y como variable de salida la tensión $y(t) = v(t)$ tal como se sugiere en [68][74] y otras, al poner $x_1(t) = v(t)$, la tensión en los extremos del capacitor, $x_2(t) = i_L(t)$, la corriente en el inductor, y $\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$, tal sistema admite la siguiente representación en el espacio de estados:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.32)$$

El sistema (4.32) es lineal y t-invariante, y los conceptos de pasividad sin pérdidas e hiperestabilidad son equivalentes. Sin embargo, comprobaremos cada una de estas propiedades por separado.

Pasividad El sistema (4.32) será un sistema pasivo sin pérdidas si toda la energía suministrada desde el exterior es almacenada íntegramente en el interior, o equivalentemente, si existe una función de almacenamiento no negativa tal que:

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) d\tau = S(\mathbf{x}) \quad (4.33)$$

De la física sabemos que la energía almacenada en un circuito LC está definida por la expresión:

$$S(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}Cx_1^2 + \frac{1}{2}Lx_2^2 \quad (4.34)$$

y por tanto se deberá cumplir:

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) d\tau = \frac{1}{2}Cx_1^2 + \frac{1}{2}Lx_2^2 \quad (4.35)$$

devolviendo a las variables su significado circuital tenemos:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau = \frac{1}{2}C[v(t)]^2 + \frac{1}{2}L[i_L(t)]^2 \quad (4.36)$$

ya que $i(t) = i_C(t) + i_L(t)$, el integral del miembro de la izquierda de la ecuación (4.36) se puede expresar de la forma:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau = \int_0^t v(\tau)i_C(\tau) d\tau + \int_0^t v(\tau)i_L(\tau) d\tau \quad (4.37)$$

tomando en cuenta las relaciones entre la tensión y la corriente que rigen para cada uno de los elementos del circuito se obtiene:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau = C \int_0^t v(\tau) \left[\frac{d}{d\tau}v(\tau) \right] d\tau + L \int_0^t \left[\frac{d}{d\tau}i_L(\tau) \right] i_L(\tau) d\tau \quad (4.38)$$

resolviendo las integrales de la derecha resulta:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) d\tau = C\frac{1}{2}[v(t)]^2 + L\frac{1}{2}[i_L(t)]^2 \quad (4.39)$$

El sistema (4.32) es por tanto pasivo sin pérdidas.

Hiperestabilidad Si se logra comprobar que el sistema (4.32) es real positivo entonces será hiperestable [68]. Siendo la función de almacenamiento (4.35) una función no negativa, de la ecuación (4.39) se puede concluir que la función de suministro se mantendrá no negativa también y por tanto el

sistema es real positivo. Una manera alternativa de comprobar que el sistema (4.32) es real positivo es posible a partir de su función de transferencia $H(s) = V(s)/I(s)$:

$$H(s) = \frac{sL}{LCs^2 + 1} \quad (4.40)$$

mediante la comprobación equivalente de la propiedad PR siguiente:

1. $H(s)$ es real para s real.
2. Posee los polos $s = \pm \frac{j}{\sqrt{LC}}$, los cuales no se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo s :

$$H(s) = \frac{1}{2C} \frac{1}{s - \frac{j}{\sqrt{LC}}} + \frac{1}{2C} \frac{1}{s + \frac{j}{\sqrt{LC}}} \quad (4.41)$$

3. Ambos polos yacen sobre el eje $\text{Re}\{s\} = 0$, son distintos y los residuos asociados $\frac{1}{2C}$, son reales y positivos.
4. Para todos los ω , para los cuales $s = j\omega$ no es un polo, la parte real de $H(s)$ se mantiene no negativa: $\text{Re}\{H(j\omega)\} \geq 0$.

También podemos convencernos de la hiperestabilidad del sistema (4.32) mediante razonamientos físicos: para cualquier señal de entrada $u(t) = i(t)$ localmente integrable, o sea que su integral en el intervalo de 0 a t sea finita –satisfacción de la inecuación (4.4)– y por lo tanto, la distancia de la trayectoria de estado al origen en el mismo intervalo, que según la ecuación (4.35) representa la energía almacenada por el sistema, se mantendrá finita –satisfacción de la inecuación (4.5)–.

4.3.4. Sistemas estrictamente pasivos

Definición

Dado un sistema pasivo, si parte de la energía suministrada es disipada internamente, la igualdad en la expresión (4.8) no es posible, o sea:

$$S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x}_0) < \int_{t_0}^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau \quad (4.42)$$

y el sistema disipativo se denomina sistema estrictamente pasivo. Estos sistemas también satisfacen una ecuación de la forma:

$$S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x}_0) = \int_{t_0}^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau - \int_{t_0}^t d(\tau) \, d\tau \quad (4.43)$$

donde $\int_{\Delta t} d(\tau) d\tau$ es la función de disipación y $d(t)$ es una función definida positiva denominada tasa de disipación. La primera representa la energía disipada internamente en el sistema en el intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$, y la segunda la velocidad instantánea con que es disipada tal energía. En estos sistemas, en ausencia de suministro externo, toda la energía que pudiera estar inicialmente almacenada en el sistema, para $t \rightarrow \infty$, se consumirá en los elementos disipativos internos del sistema. Por esta razón, el estado \mathbf{x}^* de energía almacenada nula, $S(\mathbf{x}^*) = 0$, es un estado asintóticamente estable en el sentido de Liapunov [81]. Un sistema estrictamente pasivo con $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ es un sistema asintóticamente hiperestable, y si en particular es LTI su función de transferencia es SPR.

Ejemplo de un sistema físico estrictamente pasivo y asintóticamente hiperestable

Añádase al circuito LC del ejemplo anterior una resistencia R igualmente en paralelo. La topología que resulta es similar a una cualquiera de las ilustradas en la figura 4.1, por lo que cabe esperar que el sistema resultante, un circuito RLC paralelo, herede las propiedades disipativas de las partes individuales que le componen. Sabemos que una resistencia es un elemento estrictamente pasivo y que consumirá cualquier energía almacenada en L y C una vez que haya cesado toda estimulación externa, lo cual hace del circuito RLC un sistema estrictamente pasivo.

Tomando como variable de entrada la corriente $u(t) = i(t)$, y como variable de salida la tensión $y(t) = v(t)$, tal como en el ejemplo anterior, y poniendo $x_1 = v(t)$, la tensión en los extremos del capacitor, $x_2 = i_L(t)$, la corriente en el inductor, y $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$, un circuito RLC paralelo admite la siguiente representación en el espacio de estado:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= (1 \quad 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Pasividad estricta El sistema (4.44) será un sistema estrictamente pasivo si parte de la energía suministrada desde el exterior es disipada internamente, o equivalentemente, si existe una función de almacenamiento $S(\mathbf{x})$ no negativa tal que:

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) d\tau > S(\mathbf{x}) \quad (4.45)$$

ó

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau - \int_0^t d(\tau) \, d\tau = S(\mathbf{x}) \quad (4.46)$$

donde $d(t)$, la tasa de disipación, es una función definida positiva. Tomando en cuenta que la función de almacenamiento de energía del circuito 4.32 coincide con la del circuito 4.44 se deberá cumplir:

$$\int_0^t y(\tau)u(\tau) \, d\tau - \int_0^t d(\tau) \, d\tau = \frac{1}{2}Cx_1^2 + \frac{1}{2}Lx_2^2 \quad (4.47)$$

devolviendo a las variables su significado circuital tenemos:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) \, d\tau - \int_0^t d(\tau) \, d\tau = \frac{1}{2}C[v(t)]^2 + \frac{1}{2}L[i_L]^2 \quad (4.48)$$

ya que $i(t) = i_C + i_L + i_R$, el primer integral del miembro de la izquierda de la ecuación (4.48) se puede expresar de la forma:

$$\begin{aligned} \int_0^t v(\tau)i(\tau) \, d\tau &= \int_0^t v(\tau)i_C(\tau) \, d\tau \\ &+ \int_0^t v(\tau)i_L(\tau) \, d\tau \\ &+ \int_0^t v(\tau)i_R(\tau) \, d\tau \end{aligned} \quad (4.49)$$

tomando en cuenta las relaciones entre la tensión y la corriente en R, C y L se obtiene:

$$\begin{aligned} \int_0^t v(\tau)i(\tau) \, d\tau &= C \int_0^t v(\tau) \left[\frac{d}{d\tau} v(\tau) \right] \, d\tau \\ &+ L \int_0^t \left[\frac{d}{d\tau} i_L(\tau) \right] i_L(\tau) \, d\tau \\ &+ \frac{1}{R} \int_0^t [v(\tau)]^2 \, d\tau \end{aligned} \quad (4.50)$$

y finalmente resulta:

$$\int_0^t v(\tau)i(\tau) \, d\tau - \frac{1}{R} \int_0^t [v(\tau)]^2 \, d\tau = C \frac{1}{2} [v(t)]^2 + L \frac{1}{2} [i_L(t)]^2 \quad (4.51)$$

En la ecuación (4.51) reconocemos que $v(t)^2/R$ representa la energía disipada instantáneamente (efecto Joule) en la resistencia R , y por tanto $d(t) = v(t)^2/R$. Finalmente concluimos que el sistema (4.44) es estrictamente pasivo.

Hiperestabilidad asintótica Si se logra comprobar que el sistema (4.44) es estrictamente real positivo entonces será asintóticamente hiperestable [68]. Tomando en cuenta que la función de almacenamiento $S(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[Cv(t)^2 + Li_L(t)^2]$ es una función no negativa, que la tasa de disipación $d(t) = v(t)^2/R$ es una función definida positiva, y que como consecuencia la función de disipación se mantendrá estrictamente positiva para todo $t > 0$, se puede concluir que la función de suministro se mantendrá también estrictamente positiva para todo tiempo después de cero y que, por ende, el sistema (4.44) es estrictamente real positivo. En modo análogo al procedimiento del ejemplo anterior, y tomando como referencia la función de transferencia del circuito:

$$H(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{RLs}{RLCs^2 + Ls + R} \quad (4.52)$$

se comprueba que el sistema (4.44) es estrictamente real positivo al constatar las siguientes propiedades equivalentes:

1. $H(s)$ es real para s real.
2. Posee los siguientes polos:

$$s = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{1}{2RC} \sqrt{1 - 4\frac{R^2}{L}C}$$

los cuales no se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo s ni en el eje imaginario $s = j\omega$.

3. Para $-\infty < \omega < \infty$, la parte real de $H(s)$ se mantiene positiva: $\text{Re}\{H(j\omega)\} > 0$.

También podemos convencernos de la hiperestabilidad asintótica del sistema (4.44) mediante razonamientos físicos: toda señal de entrada $u(t) = i(t)$ localmente integrable suministra al sistema una cantidad de energía finita –satisfacción de la inecuación (4.4)–, por tanto la máxima distancia de la trayectoria de estado al origen en el mismo intervalo de tiempo, que según la ecuación (4.35) representa la energía almacenada por el sistema, se mantendrá acotada –satisfacción de la inecuación (4.5)– y una vez cesada la estimulación externa, toda la energía almacenada se disipará internamente en R –satisfacción de la ecuación (4.6)–.

4.4. Sistemas de control adaptativo con modelo de referencia

4.4.1. Definición

Existen varias topologías de sistemas de control adaptativo con modelo de referencia (MRAS). Estas topologías se definen en función de la colocación del modelo de referencia con relación a la ubicación del sistema a controlar. Una descripción detallada de todos estos modelos está fuera de los objetivos de esta Tesis (este tópico se puede leer en [69]).

Nuestra aportación en esta Tesis se basará en un sistema de control adaptativo con modelo de referencia en paralelo y esta precedida por los trabajos anteriores de E. Bertran *et al.* [83, 84, 85, 86]. Este tipo de sistemas consta de un sistema ajustable, un modelo de referencia y un mecanismo de adaptación dispuestos como se ilustra en la figura 4.5. En función del índice de compor-

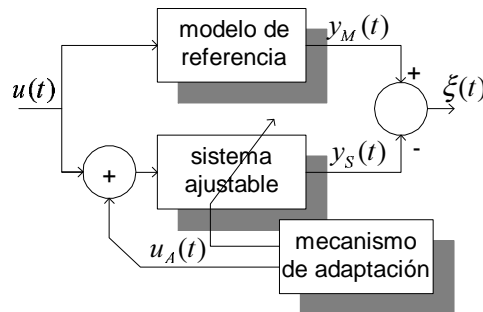


Figura 4.5: Configuración básica de un sistema de control adaptativo con modelo de referencia en paralelo.

tamiento, en este caso el error $\xi(t)$ entre las señales de salida del modelo de referencia y del sistema ajustable, el mecanismo de adaptación ejecuta cierta acción de control, denominada ley de adaptación. Con ella ciertos parámetros internos del sistema ajustable, el valor de una señal de entrada auxiliar $u_A(t)$, o ambas cosas, son ajustados con el propósito de «forzar» al sistema ajustable a «comportarse» como el modelo de referencia.

El problema de control que concierne a los MRAS consiste en diseñar una ley de adaptación que permita lograr una convergencia asintótica del sistema.

Para el caso de un sistema ajustable y un modelo de referencia del tipo SI-SO (*Single Input Single Output*), el problema de control admite la definición formal que presentamos a continuación.

Para ello supóngase la siguiente representación en el espacio de estado para el Modelo de referencia:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_M &= \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M u \\ y_M &= \mathbf{C} \mathbf{x}_M\end{aligned}\quad (4.53)$$

y para el Sistema ajustable:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_S &= \mathbf{A}_S(t) \mathbf{x}_S + \mathbf{B}_S(t) u \\ y_S &= \mathbf{C} \mathbf{x}_S\end{aligned}\quad (4.54)$$

donde $u, y_M, y_S \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x}_M, \mathbf{x}_S \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{A}_M, \mathbf{A}_S, \mathbf{B}_M, \mathbf{B}_S$ y \mathbf{C} son matrices de dimensiones apropiadas, y \mathbf{C} es idéntica para ambos bloques.

Considerando solo el caso de adaptación de parámetros, el sistema de control adaptativo correspondiente, adquiere la forma que se ilustra en la figura 4.6, donde el índice de comportamiento se ha definido como:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_M(t) - \mathbf{x}_S(t) \quad (4.55)$$

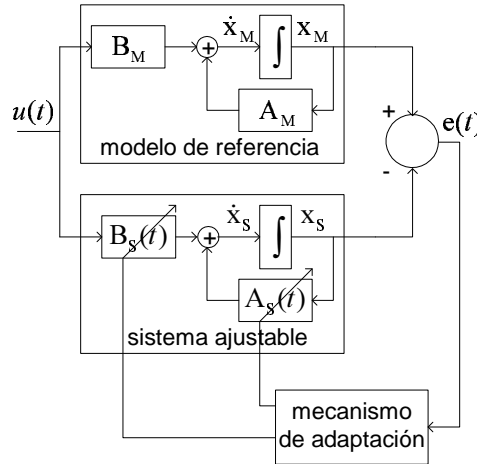


Figura 4.6: Esquema en modelo de estado del MRAS en paralelo. El índice de comportamiento se ha definido como el error entre los vectores de estado: $\mathbf{e} = \mathbf{x}_M(t) - \mathbf{x}_S(t)$

El problema de control pertinente al sistema de la figura 4.6 consiste, como se ha dicho, en diseñar una ley de adaptación que garantice la convergencia asintótica. La convergencia asintótica del sistema está definida por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{A}_M - \mathbf{A}_S(t) = 0 \quad (4.56)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{B}_M - \mathbf{B}_S(t) = 0 \quad (4.57)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0 \quad (4.58)$$

para cualquier trinomio de valores iniciales $[\mathbf{A}_M - \mathbf{A}_S(0), \mathbf{B}_M - \mathbf{B}_S(0), \mathbf{e}(0)]$, siendo $u(t)$ una señal del tipo continua a tramos.

4.4.2. Representación realimentada equivalente de un MRAS y uso de la teoría de la hiperestabilidad

La representación de un sistema de control con modelo de referencia mediante un sistema realimentado equivalente y el uso de la teoría de la hiperestabilidad para diseñar la ley de adaptación lo ha propuesto Y. Landau en [69], [87]. Para lograr esta representación se reconfigura la arquitectura del MRAS hasta obtener una estructura equivalente basada en el modelo de estado del error. El sistema resultante se separa en dos partes, una lineal y t-invariante, y la otra alineal y t-variante, y se reordena en una estructura realimentada estándar (estructura típica de Lur'e). El problema de control es reconducido así a un problema equivalente de estabilidad asintótica. Procurando la estricta real positividad del bloque directo, se somete el bloque de realimentación a la condición de pasividad. La inecuación (4.9) se plantea y se resuelve en función de la ley de adaptación, la cual como premisa ha de poseer memoria. Finalmente se restituye la forma original al MRAS poniendo de forma explícita el mecanismo de adaptación.

Aplicaremos este procedimiento al sistema de control con modelo de referencia de la figura 4.5. En efecto, a partir de la representación del MRAS en el espacio de estado que se muestra en la figura 4.6, se puede obtener el sistema equivalente en función de la dinámica del error $\mathbf{e}(t)$ que se ilustra en la figura 4.7.

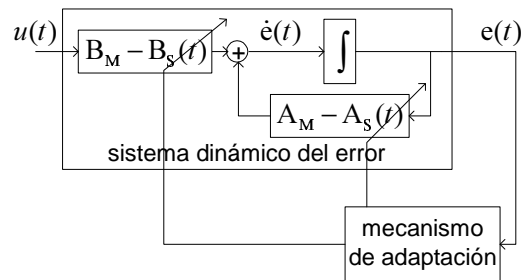


Figura 4.7: MRAS configurado en función del error entre los vectores de estado.

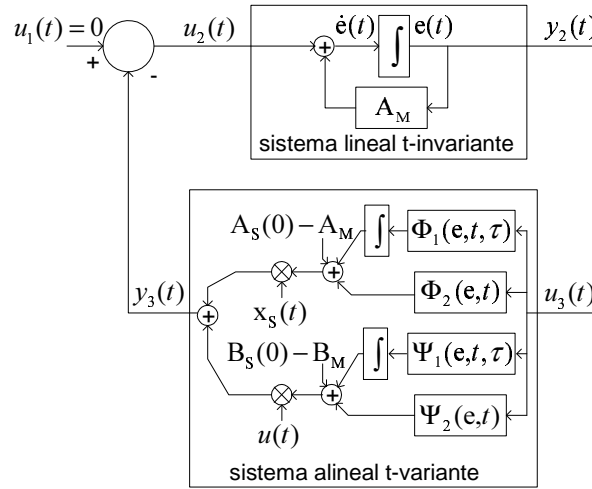


Figura 4.8: Estructura realimentada estándar equivalente del sistema de control adaptativo con modelo de referencia en paralelo.

Las leyes de adaptación más generalmente usadas son:

$$\mathbf{A}_S(\mathbf{e}, t) = \int_0^t \Phi_1(\mathbf{e}, t, \tau) d\tau + \Phi_2(\mathbf{e}, t) + \mathbf{A}_S(0) \quad (4.59)$$

$$\mathbf{B}_S(\mathbf{e}, t) = \int_0^t \Psi_1(\mathbf{e}, t, \tau) d\tau + \Psi_2(\mathbf{e}, t) + \mathbf{B}_S(0) \quad (4.60)$$

donde Φ_1 , Φ_2 , Ψ_1 y Ψ_2 son matrices de dimensiones adecuadas, y donde se han incluido sendas integrales con la intención de proveer de memoria las leyes de adaptación. La memoria es necesaria toda vez que para valores no nulos tanto de la señal de entrada como de la señal de salida, el error \mathbf{e} entre los vectores de estado debe converger con precisión a un valor nulo. Tomando en consideración el aspecto general de las leyes de adaptación propuestas, el sistema de la figura 4.7 admite la representación equivalente que se muestra en la figura 4.8.

La figura 4.8, presenta la estructura de un sistema realimentado estándar presentado en la sección 4.1 (figura 4.2). El mencionado sistema será asintóticamente hiperestable (en cuyo caso $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$) si el bloque lineal es asintóticamente hiperestable (estrictamente pasivo), y si el bloque alineal satisface la inecuación (4.1) o de pasividad sin pérdidas. Si fuera necesario, para asegurar la hiperestabilidad asintótica del bloque lineal, se puede añadir en la rama directa del sistema de la figura 4.8 un bloque de ganancia D , tal que la función de transferencia resultante sea estrictamente real positiva. Las funciones Φ_1 , Φ_2 , Ψ_1 y Ψ_2 , por otro lado, se obtienen resolviendo la

inecuación (4.9) evaluada sobre el bloque de realimentación.

Capítulo 5

Linealización de un Amplificador de Potencia Usando la Propiedad de la Hiperestabilidad

5.1. Introducción

En este capítulo, principal aportación teórica de la presente tesis doctoral, estudiaremos el diseño de un sistema de control adaptativo con modelo de referencia con el propósito de linealizar la respuesta de un amplificador de potencia (AP). Como objetivo de control nos impondremos que la salida del AP sea una replica amplificada de la entrada. Definiremos como índice de comportamiento el error entre la señal de salida del AP y la señal de salida de un amplificador lineal de señal de referencia. No modelaremos el AP en el espacio de estado por que esto supondría un nivel de especialización alto y por ende una gran dependencia de los resultados que se obtuvieran de la tecnología del amplificador. En consecuencia, no ajustaremos ningún parámetro estructural del amplificador, sino que introduciremos un subsistema no lineal de ganancia ajustable en cascada y previo al amplificador de potencia. Este bloque junto al amplificador de potencia constituirán el sistema ajustable. Para su diseño se reestructurará el MRAS a fin de obtener un sistema realimentado equivalente a las estructuras presentadas en el capítulo 4, y se impondrán ciertas premisas que nos permitan deducir la ley de adaptación a partir de las condición de pasividad del bloque de realimentación. Aunque las leyes de adaptación que se obtienen son básicas en la Teoría de Control y por tanto no son exclusivas del presente diseño, su obtención a partir de los

conceptos de pasividad nos permitirá hacer uso de ellas para la linealización de un amplificador de potencia mediante un método y una arquitectura que son completamente novedosos. Una vez justificada formalmente la estructura del sistema procederemos a probar su efectividad, primero sobre un amplificador de potencia que solo presenta distorsión de amplitud, y luego, sobre uno que presenta, además, distorsión de fase. En último lugar, en virtud del análisis correspondiente, propondremos varias estructuras para la realización física del sistema.

5.2. Diseño teórico

5.2.1. Premisas

La estructura inicial del sistema se ilustra en la figura 5.1.

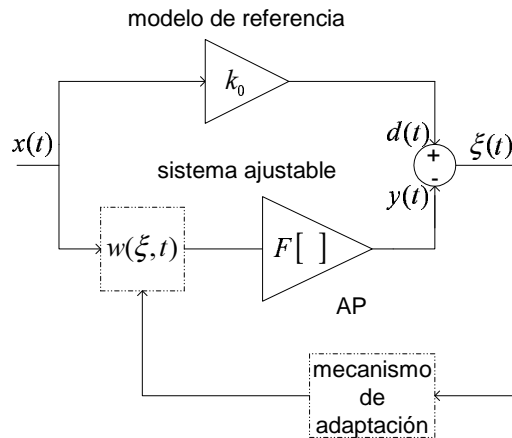


Figura 5.1: Sistema adaptativo con modelo de referencia en paralelo para la linealización de un amplificador de potencia.

En la figura 5.1 el bloque que precede al AP modela el parámetro ajustable del sistema ajustable. La función $F[\]$ modela la respuesta entrada-salida del amplificador de potencia y como se sabe es función de la amplitud de la señal de entrada, y la constante k_0 representa la ganancia lineal deseada o de referencia. Como índice de comportamiento hemos tomado el error entre las señales de salida del modelo de referencia y el amplificador de potencia $\xi(t) = d(t) - y(t)$.

La ley de adaptación debe lograr que la salida del amplificador de potencia converja a la salida del amplificador de referencia, haciendo que el error $\xi(t)$

tienda a cero, en cuyo caso

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F[w(\xi, t)x(t)] = k_0 x(t) \quad (5.1)$$

Desarrollando en serie de Mac Laurin la función entrada-salida del amplificador:

$$F[w(\xi, t)x(t)] = F(0) + F'(0)w(\xi, t)x(t) + \frac{1}{2!}F''(0)[w(\xi, t)x(t)]^2 + \frac{1}{3!}F'''(0)[w(\xi, t)x(t)]^3 + \dots + \frac{1}{n!}F^n(0)[w(\xi, t)x(t)]^n \quad (5.2)$$

donde:

$$F(0) = 0 \quad (5.3)$$

es la salida del amplificador de potencia para $x(t) = 0$, se define (figura 5.2):

§ la **ganancia lineal** G_ℓ del amplificador de potencia:

$$G_\ell = F'(0) \quad (5.4)$$

donde $F'(0)$ es la pendiente de $F[]$ alrededor del punto $x(t) = 0$ (entrada nula),

§ la **compresión** ΔG que sufre la ganancia lineal del amplificador de potencia para un valor determinado de la amplitud de entrada:

$$\Delta G(t) = -\frac{1}{2!}F''(0)[w(\xi, t)x(t)] - \frac{1}{3!}F'''(0)[w(\xi, t)x(t)]^2 - \dots - \frac{1}{n!}F^n(0)[w(\xi, t)x(t)]^{n-1} \quad (5.5)$$

Al sustituir las ecuaciones (5.3), (5.4) y (5.5) en la ecuación (5.2) se obtiene:

$$F[w(\xi, t)x(t)] = [G_\ell - \Delta G(t)]w(\xi, t)x(t) \quad (5.6)$$

Al sustituir luego la ecuación (5.6) en la (5.1) se obtiene una expresión más conveniente para la condición de convergencia asintótica:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [G_\ell - \Delta G(t)]w(\xi, t)x(t) = k_0 x(t) \quad (5.7)$$

Ciertamente la condición de convergencia 5.7 está sometida a una restricción física. Si definimos v_{SAT} como la tensión que produce la saturación del amplificador de potencia, y $F(v_{SAT})$ la salida del AP en correspondencia de v_{SAT} , la ecuación (5.7) será posible solo para las parejas de ganancia de

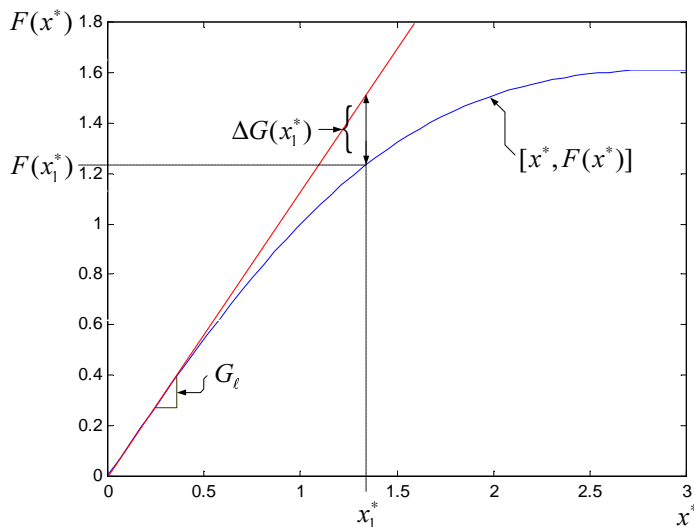


Figura 5.2: Definición gráfica de la ganancia lineal G_ℓ y de la compresión ΔG sobre la curva $F[\]$. $x^* = wx$ es la señal de entrada del AP, y x_1^* es un valor genérico de x^* .

referencia k_o y amplitud máxima de entrada a_{MAX} tales que se cumpla la siguiente *restricción para la convergencia*:

$$k_o a_{MAX} \leq F(v_{SAT}) \quad (5.8)$$

Dada la función $G(t) = G_\ell - \Delta G(t)$, equivalente a $F[\]$ para todo t , siempre que k_o y a_{MAX} se sometan a la restricción (5.8), se comprueba que la velocidad de cambio de G es función de la forma de la curva de ganancia versus potencia de entrada del amplificador de potencia (figura 5.3), así como de la velocidad de variación de la amplitud $a(t)$ de la señal de entrada: $(dG/dt) = (dG/da)(da/dt)$. Por lo tanto, una convergencia asintótica en los términos de la ecuación 5.7 para un tiempo que se prolonga más allá de varios periodos (T_S) de símbolo no puede garantizar una linealización del amplificador, toda vez que cada T_S segundos la ganancia G es perturbada cambiando el escenario de adaptación. En la figura 5.4 se muestra el comportamiento en el tiempo de la ganancia de un amplificador de potencia para dos señales de entrada distintas.

Por la razón expuesta, la convergencia asintótica implica un determinado nivel de linealización del amplificador de potencia solo si, dentro de un periodo de símbolo T_S , la ley de adaptación es capaz de lograr la *condición de linealización*:

$$\lim_{t \rightarrow \Delta T_S} \xi(t) = \xi_{min} \quad (5.9)$$

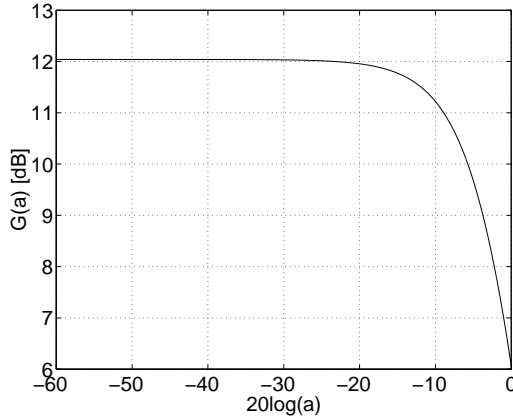


Figura 5.3: Ganancia G de un amplificador de potencia en función de la amplitud a de la señal de entrada.

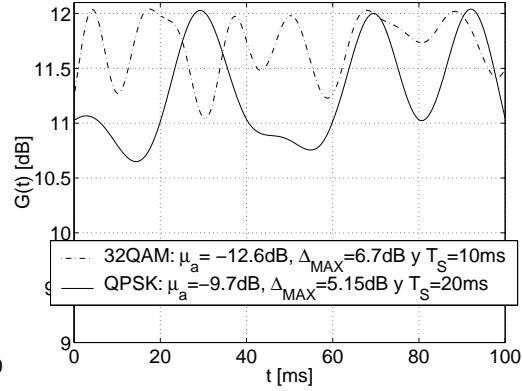


Figura 5.4: Variación de la ganancia G de un amplificador de potencia con el tiempo para dos señales digitales de entrada diferentes.

con $\Delta T_S \ll T_S$, y donde ξ_{min} es un valor mínimo del error por determinar que permite una reducción específica de la distorsión.

5.2.2. Diseño

En la figura 5.1, con línea punteada, se ha dibujado la parte del sistema que será objeto de diseño. La ley de adaptación para el sistema de control de la figura 5.1 tiene en principio la siguiente forma general:

$$w(\xi, t) = \int_0^t f_1(\xi, t, \tau) d\tau + f_2(\xi, t) + w(0) \quad (5.10)$$

Al incluir la ley de adaptación (5.10) en el sistema de la figura 5.1 se obtiene la figura 5.5.

Reestructurando apropiadamente la forma del sistema de control adaptativo de la figura 5.5 se obtiene el sistema realimentado equivalente que se muestra en la figura 5.6. En la figura 5.6 se observa que todos los elementos del MRAS han quedado incluidos en el bloque alineal t-variante. El bloque lineal t-invariante presenta una ganancia unitaria, pero en una realización concreta del sistema bien podría tener una ganancia diferente, pero siempre positiva, por lo tanto el bloque lineal es estrictamente real positivo. Por esta razón, la estabilidad asintótica del sistema de la figura 5.6 queda supeditada a las propiedades disipativas del bloque de realimentación.

Para asegurar que la energía del error se anule para $u_1 = 0$ y para $t \rightarrow \infty$,

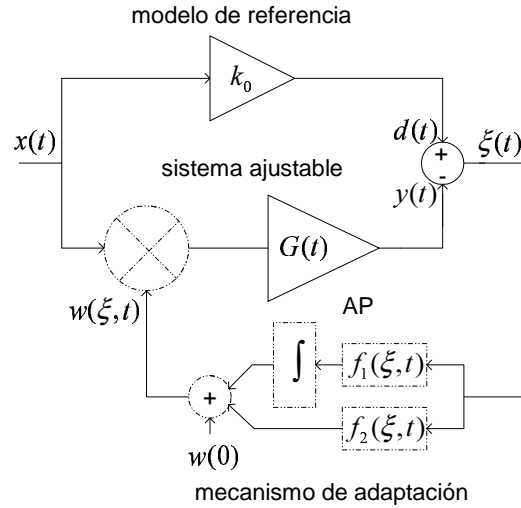


Figura 5.5: MRAS en paralelo para la linealización de un amplificador de potencia con una la ley de adaptación de la forma: $w(\xi, t) = \int_0^t f_1(\xi, t, \tau) d\tau + f_2(\xi, t) + w(0)$.

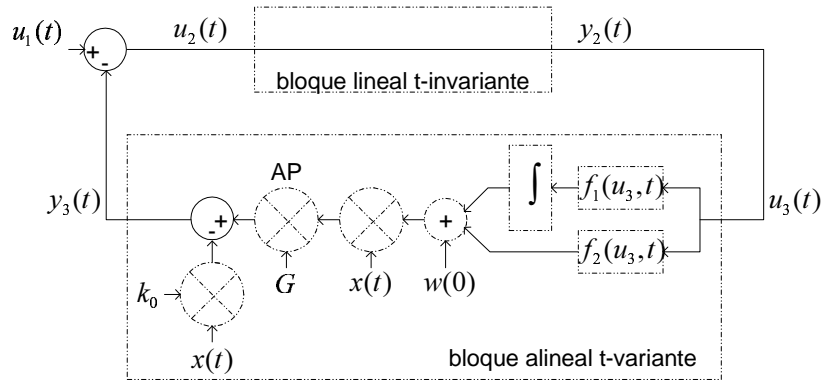


Figura 5.6: Sistema realimentado equivalente del MRAS en paralelo

es necesario que el bloque alineal sea pasivo, esto es:

$$\int_0^{t_1} y_3(\tau)u_3(\tau) d\tau \geq S(\mathbf{x}_1) - S(\mathbf{x}_0) \tag{5.11}$$

Dado que la función de almacenamiento $S(\mathbf{x})$ es no negativa y finita, el segundo miembro de la ecuación 5.11 resulta acotado inferiormente por la cantidad $-S(\mathbf{x}_0)$:

$$\int_0^{t_1} y_3(\tau)u_3(\tau) d\tau \geq S(\mathbf{x}_1) - S(\mathbf{x}_0) \geq -S(\mathbf{x}_0) \tag{5.12}$$

Por este motivo, una condición suficiente de pasividad viene dada por la denominada desigualdad de Popov:

$$\int_0^{t_1} y_3(\tau)u_3(\tau) d\tau \geq -\gamma_0^2 \quad (5.13)$$

donde γ_0^2 es una constante definida positiva, que depende de las condiciones iniciales. Reconocemos que tal constante es la función de almacenamiento inicial $\gamma_0^2 = S(\mathbf{x}_0)$.

Desarrollando $y_3(t)$ en la ecuación (5.13) se obtiene:

$$\int_0^{t_1} \left\{ \left[w(0) + \int_0^t f_1(u_3, \tau) d\tau + f_2(u_3, t) \right] G(t)x(t) - k_0x(t) \right\} u_3 dt \geq -\gamma_0^2 \quad (5.14)$$

La inecuación (5.14), sustituyendo $u_3(t) = \xi(t)$, se separa dando lugar al sistema de inecuaciones

$$I_1 = \int_0^{t_1} \left[\int_0^t f_1(\xi, \tau) d\tau + w(0) \right] G(t)x(t)\xi(t) dt \geq -\gamma_1^2 \quad (5.15)$$

$$I_2 = \int_0^{t_1} f_2(\xi, t)G(t)x(t)\xi(t) dt \geq -\gamma_2^2 \quad (5.16)$$

$$I_3 = - \int_0^{t_1} k_0x(t)\xi(t) dt \geq -\gamma_3^2 \quad (5.17)$$

con $\sum_{n=1}^3 \gamma_n^2 = \gamma_0^2$.

El sistema de inecuaciones (5.15-5.17) representa la combinación en paralelo de tres bloques en la rama de realimentación del sistema de la figura 5.6. Cada inecuación define la condición de pasividad del bloque que representa. Tomando en cuenta que la señal $x(t)$ es una señal de energía, real y continua –señal digital, suavizada mediante un filtro de coseno realzado, por ejemplo–, y k_0 es una constante positiva, la inecuación (5.17) está condicionada por el comportamiento de la señal de error $\xi(t)$. Para que la integral $\int_0^t i(\tau) d\tau$ exista y sea finito, siendo $i(t)$ real y continua, es necesario que $\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0$ (lemma de Barbalat), de lo que se deduce que la integral I_3 es acotada solo si $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0$. De este modo la condición de pasividad (5.17) está supeeditada a las condiciones de pasividad (5.15) y (5.16), las cuales, teniendo presente la forma de $G(t)$, son formas generalizadas de las desigualdades:

$$I_1^* = \int_0^{t_1} \left[\int_0^t f_1(\xi, \tau) d\tau + w(0) \right] x(t)\xi(t) dt \geq -\gamma_1^{2*} \quad (5.18)$$

$$I_2^* = \int_0^{t_1} f_2(\xi, t)x(t)\xi(t) dt \geq -\gamma_2^{2*} \quad (5.19)$$

donde γ_1^{2*} y γ_2^{2*} , $t \in \{0, t_1\}$, son dos constantes positivas.

La solución general de la inecuación integral 5.18 esta dada por:

$$f_1(\xi, \tau) = k_1(t - \tau)x(\tau)\xi(\tau) \quad (5.20)$$

donde $k_1(t - \tau)$ es una función (*kernel*) definida positiva, cuya transformada de Laplace $K_1(s)$ es una función de transferencia real positiva con un polo en el origen ($s = 0$) [69]. Esta ultima condición asegura la capacidad de memoria o característica integral de la ley de adaptación.

El primer elemento de la ley de adaptación 5.10 puede interpretarse a la luz de la solución (5.20) como la salida de un sistema lineal de respuesta impulsiva $k_1(t)$:

$$\int_0^t f_1(\xi, \tau) d\tau + w(0) = \int_0^t k_1(t - \tau)x(\tau)\xi(\tau) d\tau \quad (5.21)$$

La ecuación (5.20) genera toda una familia de leyes de adaptación admisibles, mientras que la ecuación (5.21) determina como implementar el mecanismo de adaptación correspondiente. En particular, la función de transferencia:

$$K_1(s) = \frac{K_I}{s} + K_P + K_D s \quad (5.22)$$

con $K_{I,P,D} > 0$, es la transformada de Laplace de una función $k_1(t)$ que daría lugar a un *kernel* del tipo de la ecuación (5.20) basado en una ley de adaptación integral, proporcional y derivativa.

La solución general de la inecuación 5.19 tiene la forma:

$$f_2(t, \xi) = k_2(t)x(t)\xi(t) \quad (5.23)$$

con $k_2(t) \geq 0$ para todo t . La solución $k_2(t) = k_2 > 0$, entre otras posibles, da lugar, por ejemplo, a una ley de adaptación proporcional. Esta ley de adaptación ya se obtuvo a partir de $f_1(\xi, t)$.

La solución más simple para f_1 y f_2 se obtiene al poner $f_1 = k_1$ y $f_2 = k_2$, con $k_1, k_2 > 0$. Al sustituir estas expresiones en la figura 5.5 se obtiene el esquema que se muestra en la figura 5.7.

5.3. Análisis del diseño teórico

En este apartado analizaremos, mediante simulación, la efectividad del sistema de la figura 5.7 idealizado respecto a las imperfecciones de hardware

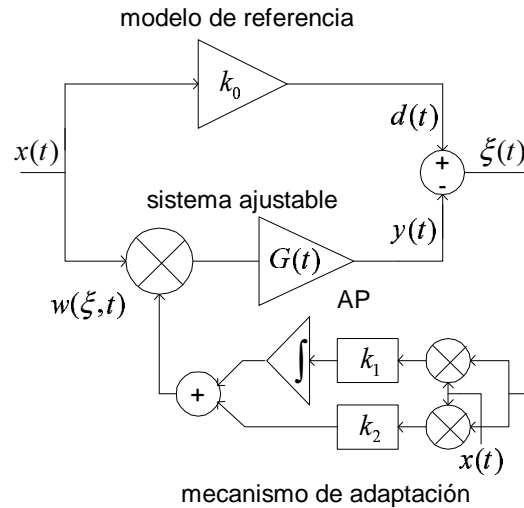


Figura 5.7: Sistema de control adaptativo con modelo de referencia resultante para la linealización de un amplificador de potencia.

que implicaría una determinada implementación física del mismo. Principalmente nos ocuparemos de estudiar la reducción de la distorsión en función de los parámetros $k_{1,2}$. Para ello, estimaremos tanto la densidad espectral de potencia como la evolución temporal de las señales de interés: la señal de entrada $x(t)$, el parámetro ajustable $w(\xi, t)$ y la señal de error $\xi(t)$. Probaremos a linealizar con una o con ambas leyes de adaptación –ecuaciones (5.20) y (5.23)– hasta lograr una reducción de la distorsión adecuada. Como banco de prueba utilizaremos un amplificador de potencia cuya alinealidad será del tipo sin memoria. En primer lugar, dicho amplificador presentará solo distorsión de amplitud. En segundo lugar añadiremos distorsión de fase.

5.3.1. Linealización de un amplificador que solo presenta distorsión AM/AM

La mínima implementación posible del sistema de la figura 5.7 se obtiene al poner (nótese que esta estructura mínima corresponde a un LMS analógico):

$$\begin{aligned} f_1(\xi, t) &= k_1 \xi(t)x(t) \\ f_2(\xi, t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

con $k_1 > 0$, y da lugar al sistema de la figura 5.8.

En la figura 5.8 se ha incluido un acoplador direccional de salida, por lo que las señales que aparecen indicadas en la figura representan señales reales.

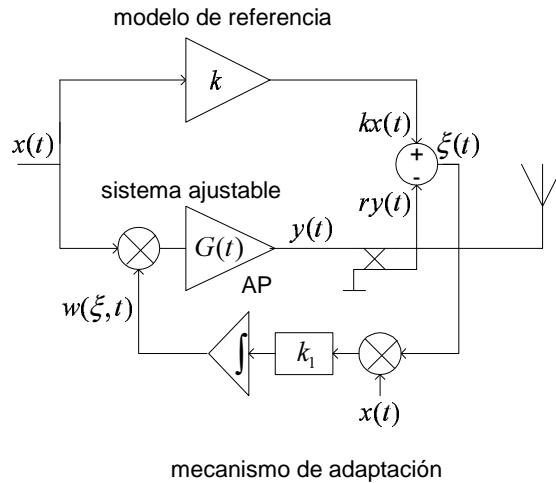


Figura 5.8: Implementación más simple de la estructura obtenida en la sección 5.2 para la linealización de un amplificador que solo presenta distorsión de amplitud.

Por otro lado, la ganancia k_0 de referencia de la figura 5.7 se relaciona con la ganancia k de la rama de referencia y con la atenuación r de acoplamiento del acoplador de salida de la figura 5.8 mediante la fórmula: $k = k_0 r$.

El amplificador de potencia de la figura 5.8 se caracteriza por la curva AM/AM que se muestra en la figura 5.9. Hemos alimentado el sistema de la figura 5.8 con una señal modulada digitalmente 16 QAM, a razón de 100 *bits/s*, filtrada con un filtro de coseno realzado con un factor de caída de 0,25 y con una potencia pico de 0dB referida a la potencia de entrada de 1dB de compresión (0dB IBO). Con una ganancia de referencia de $k_0 = 3,5$, representada en la gráfica 5.9 por senda recta, y con $k_1 = 80000$ hemos probado la efectividad del sistema.

En la figura 5.10 se muestra el comportamiento de la ganancia ajustable $w(t)G(t)$ y del parámetro ajustable $w(t)$ en función del tiempo cuando el amplificador de potencia es linealizado, y de la ganancia $G(t)$ del amplificador de potencia sin linealización para una misma realización de la señal de entrada. En la figura 5.11 se muestra la densidad espectral de potencia de la señal de salida del amplificador de potencia con linealización (cl) y sin linealización (sl).

De la observación de la figura 5.10, se reconoce que el parámetro ajustable $w(\xi, t)$ evoluciona en forma complementaria a $G(t)$, compensando la compresión que esta sufre en función de la amplitud de la señal de entrada. Efectivamente, si el término $\Delta G(a)$ crece al aumentar a , al disminuir G por debajo de G_ℓ , la ley de adaptación ajusta el parámetro $w(\xi, t)$ aumentando

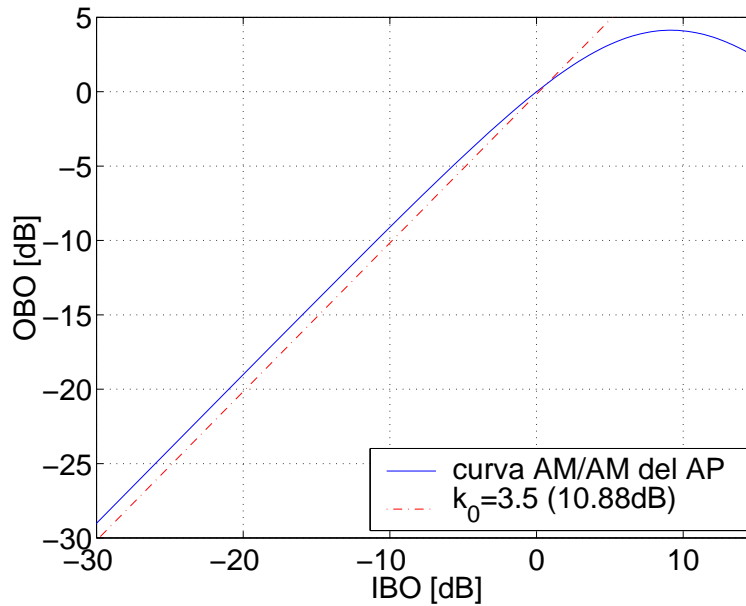


Figura 5.9: Curva AM/AM del amplificador de potencia de la figura 5.8. La potencia de salida está expresada en decibelios referidos a la potencia de salida en correspondencia del punto de 1dB de compresión del AP *-input back off* (IBO)-. La potencia de entrada, análogamente, está expresada en dB referidos a la potencia de entrada en correspondencia del mismo punto *-output back off* (OBO)-.

su valor hasta compensar la compresión sufrida por G . Este efecto recuerda al de un CAG (control automático de ganancia) adaptativo.

El resultado es una ganancia conjunta $G(t)w(\xi, t)$ cuasiconstante como se puede apreciar en la figura 5.10. La adaptación del parámetro $w(\xi, t)$ permite lograr una reducción de más de 20dB de la distorsión fuera de banda, por lo que el sistema de la figura 5.8 es efectivamente capaz de linealizar el amplificador de potencia. El comportamiento observado del sistema confirma que la convergencia de la ley de adaptación y su velocidad de seguimiento es adecuada en los términos definidos por la ecuación (5.9) y valida cualitativamente todas las premisas que propusimos en la solución de la inecuación (5.14).

5.3.2. Linealización de un amplificador que presenta distorsión AM/AM y AM/PM

Asumiremos ahora que el amplificador de potencia de la figura 5.8 presenta, además de la distorsión de amplitud, distorsión de la fase. En la figura 5.12

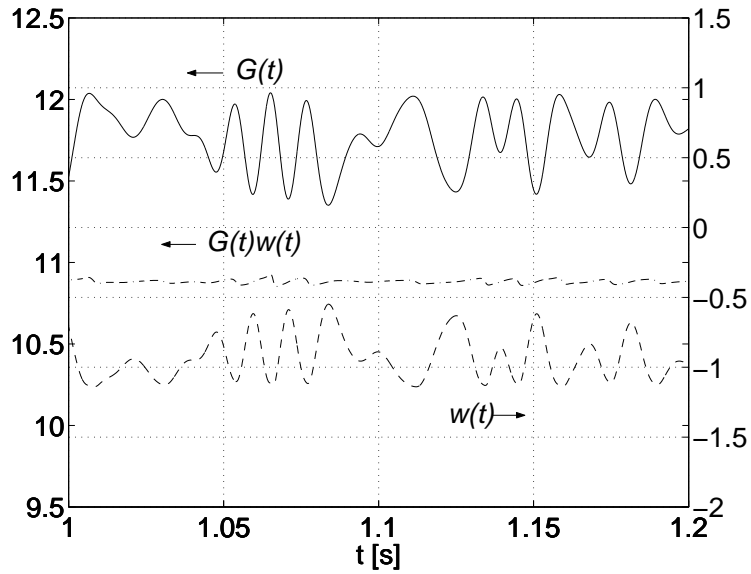


Figura 5.10: Comportamiento de la ganancia ajustable $G(t)w(\xi, t)$ y del parámetro ajustable $w(\xi, t)$ en función del tiempo cuando el AP es sometido a linealización, y de la ganancia $G(t)$ del AP sin linealización.

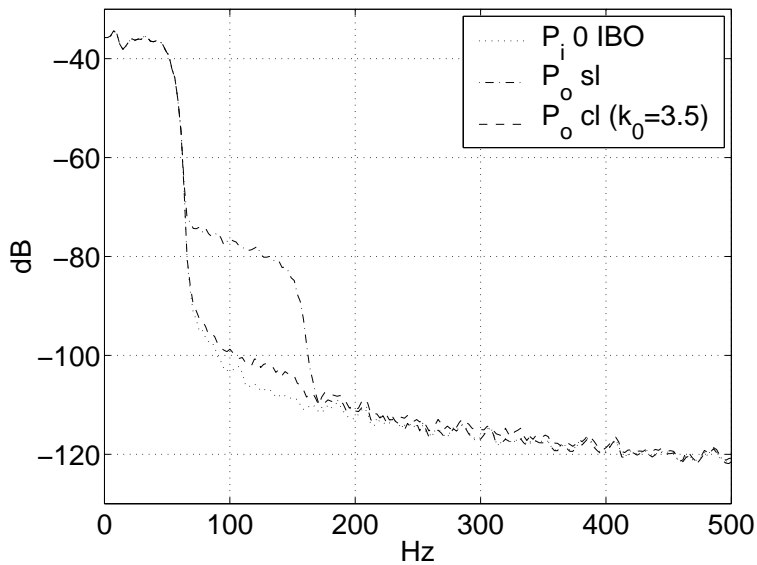


Figura 5.11: Espectro de la señal salida del AP linealizado (cl) comparada con el espectro de salida del AP sin linealización (sl). También se incluye el espectro de la señal de entrada. Todos los espectros han sido normalizados respecto al valor máximo respectivo.

se muestra la curva AM/PM del amplificador. En la figura 5.13 se muestra el comportamiento en el tiempo de la fase que el amplificador de potencia añade a la señal durante su amplificación. Tal fase es añadida selectivamente, en función de la amplitud de la señal de entrada, y produce distorsión fuera de banda. En la figura 5.14 se muestra la densidad espectral de potencia de la señal de salida del amplificador para una amplitud pico de entrada equivalente a -3 dB IBO. En ella se observa que la distorsión en las bandas adyacentes supera los 30 dB respecto a la señal de referencia.

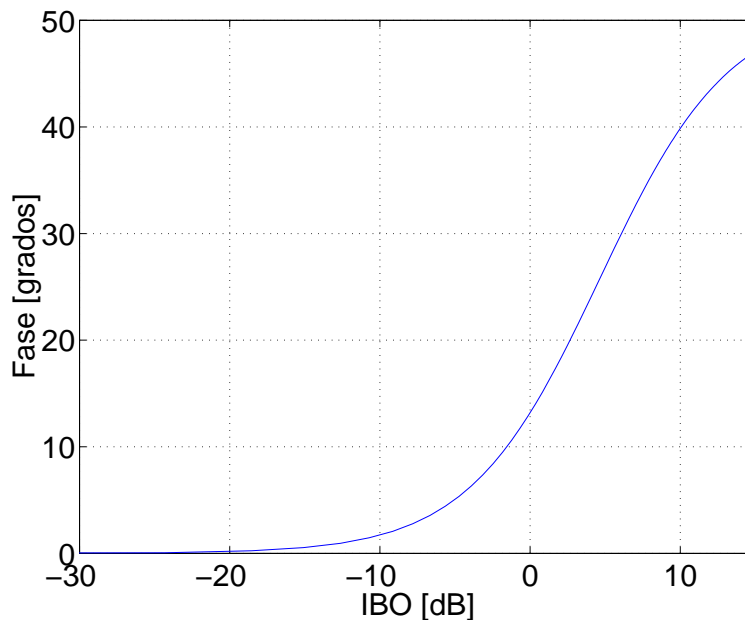


Figura 5.12: Curva AM/PM del amplificador de potencia de la figura 5.8. La fase está expresada en grados y la potencia de entrada está expresada en decibelios referidos al IBO.

Para intentar reducir esta distorsión probamos con diferentes valores de k_1 . Aún cuando aumentamos el valor de la constante k_1 hasta $k_1 = 800000$, y reducimos la potencia máxima de entrada en 3dB, respecto al escenario anterior, la reducción de la distorsión fuera de banda que se logra es inapreciable. Se puede concluir que el sistema de la figura 5.8 no está en grado de «manejar» la distorsión de fase.

Para manejar la distorsión de fase separaremos las señales de interés en sus componentes en fase y cuadratura, y reconstruiremos el sistema de la figura 5.8 de modo que la acción de adaptación sea realizada en el dominio complejo, teniendo en cuenta ambas componentes.

Haciendo abstracción, por el momento, de como lograr físicamente tal cosa, ciertamente, el sistema resultante admite una representación equivalente

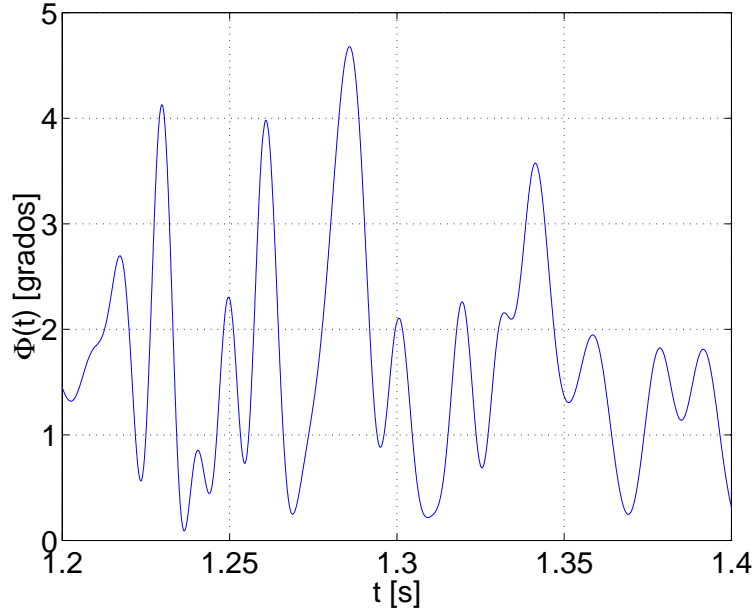


Figura 5.13: Evolución temporal de la fase adicional de salida del amplificador de potencia aún sometido a linealización.

bandabase. El modelo bandabase equivalente del sistema se ilustra en la figura 5.15, y en él las señales indicadas representan cantidades complejas, y el símbolo $*$ conjugación compleja. La parte real de cualquiera de las señales en la figura 5.15 se debe pensar como la componente en fase de la correspondiente señal real respecto a una señal armónica de referencia, y la parte imaginaria como la componente en cuadratura respecto a la misma señal de referencia.

Las funciones de conversión AM/AM y AM/PM del amplificador de potencia de la figura 5.15 son modeladas mediante las curvas AM/AM y AM/PM de las figuras 5.9 y 5.12, respectivamente.

Caso 1: $k_1 \neq 0, k_2 = 0$

Para la misma señal de entrada del sub-apartado anterior hemos probado la siguiente ley de adaptación:

$$\begin{aligned} f_1(\xi, t) &= k_1 \xi^*(t) x(t) \\ f_2(\xi, t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

En las figuras 5.16 y 5.17 se muestra la evolución temporal de los módulos y fases de los parámetros de interés. En la figura 5.18 se muestran las

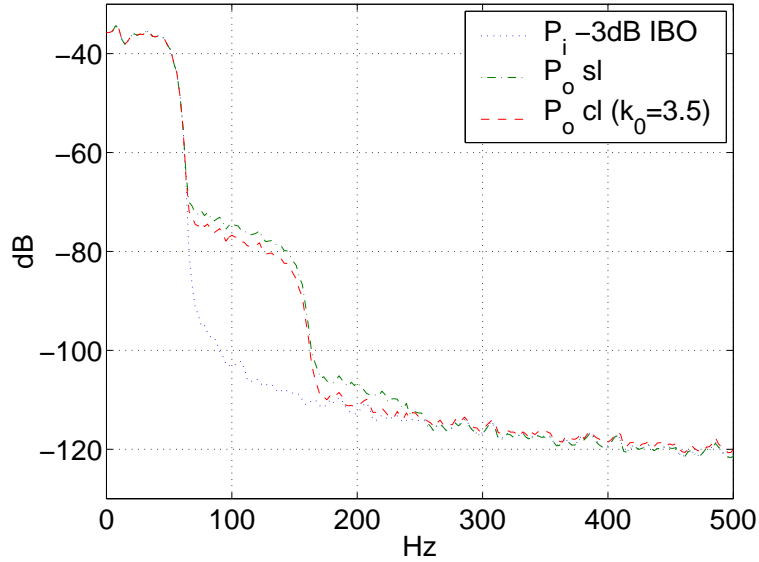


Figura 5.14: Espectro de la señal salida del AP linealizado (cl) comparada con el espectro de salida del AP sin linealización (sl).

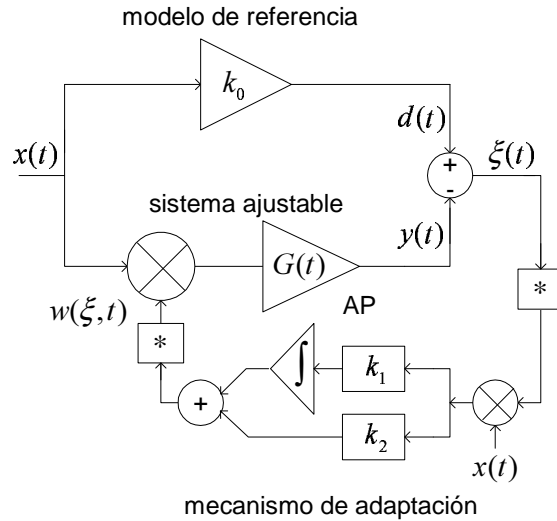


Figura 5.15: Modelo bandbase de la estructura obtenida en la sección 5.2 para la linealización de un amplificador que presenta tanto distorsión de amplitud, como de fase. Las señales en la figura representan cantidades complejas.

densidades espectrales de potencia de salida para dos valores de k_1 . Se observa que el amplificador de potencia, al exhibir tanto distorsión de amplitud

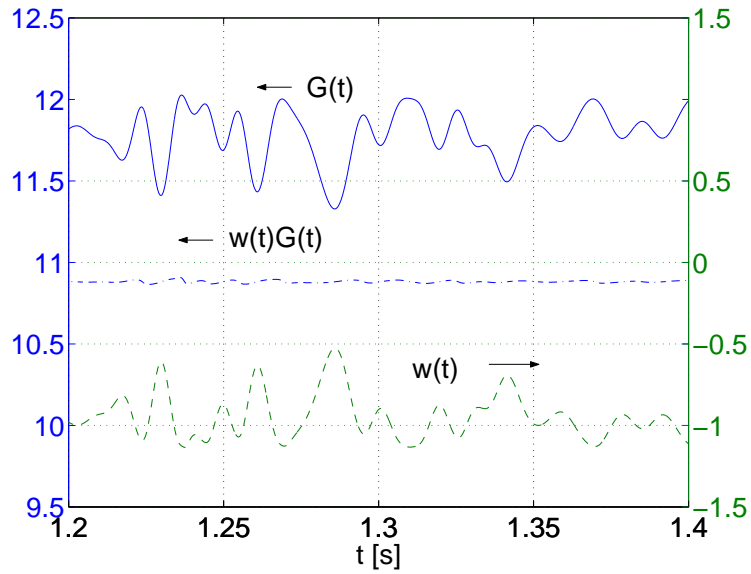


Figura 5.16: Evolución temporal de la ganancia conjunta $w(\xi, t)G(t)$, del parámetro $w(\xi, t)$, y de la ganancia $G(t)$ del AP sin linealización, en decibelios, para una misma realización de la señal de entrada.

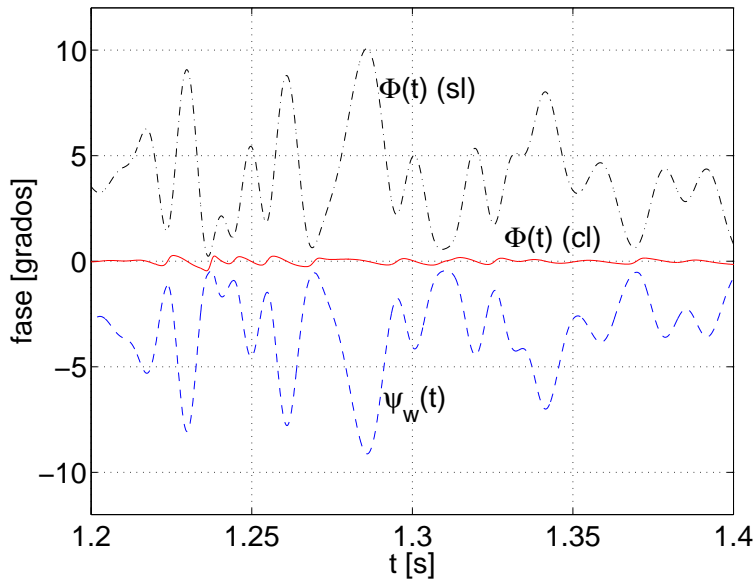


Figura 5.17: Evolución temporal de la fase relativa de la señal de salida del amplificador de potencia respecto a la entrada $\Phi(t)$, sin linealización (sl) y con linealización (cl), y de la fase del parámetro ajustable $\psi_w(t)$.

como de fase, genera aproximadamente 40dB de distorsión fuera de banda. Con $k_1 = 80000$, según se observa en la misma figura, es posible reducir esta distorsión en unos 22dB, aproximadamente. Para valores de k_1 iguales o superiores a 800000 se logra una reducción máxima de 25dB, aproximadamente.

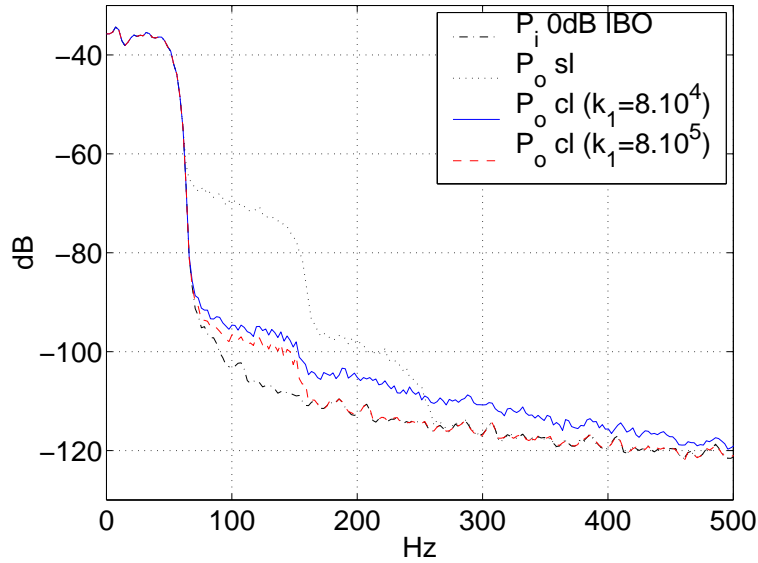


Figura 5.18: Espectro de la señal salida del AP linealizado (cl) para $k_1 = 80000$ y $k_1 = 800000$, comparada con el espectro de salida del AP sin linealización (sl)

Caso 2: $k_1, k_2 \neq 0$

Poniendo ahora:

$$\begin{aligned} f_1(\xi, t) &= k_1 \xi^*(t) x(t) \\ f_2(\xi, t) &= k_2 \xi^*(t) x(t) \end{aligned} \tag{5.26}$$

con $k_{1,2} > 0$, analizaremos la reducción de la distorsión fuera y dentro de banda, así como el comportamiento de la señal error $\xi(t)$.

Reducción de la distorsión fuera de banda

El término $\int_0^t k_1 x(\tau) \xi^*(\tau) d\tau$ de la ley de adaptación es capaz de reducir por si sola la mayor cantidad de distorsión presente (> 25 dB), pero no es capaz de seguir las fluctuaciones más rápidas de la señal de error, por lo que una

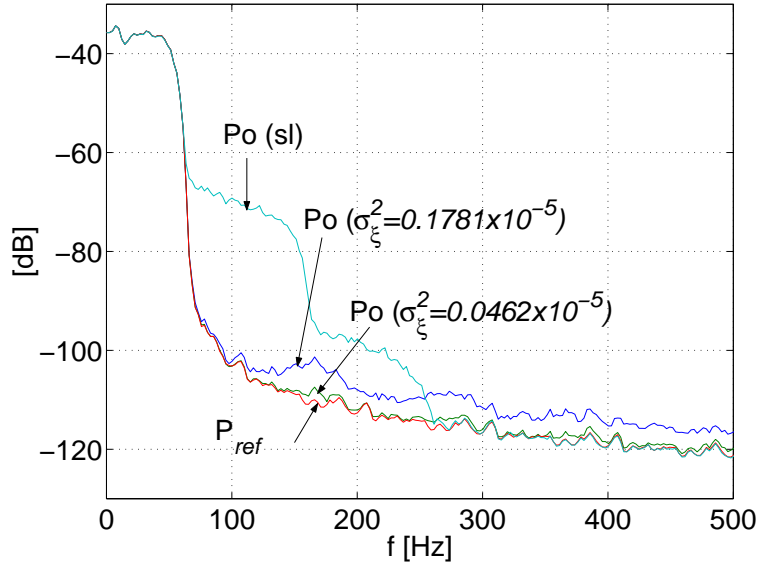
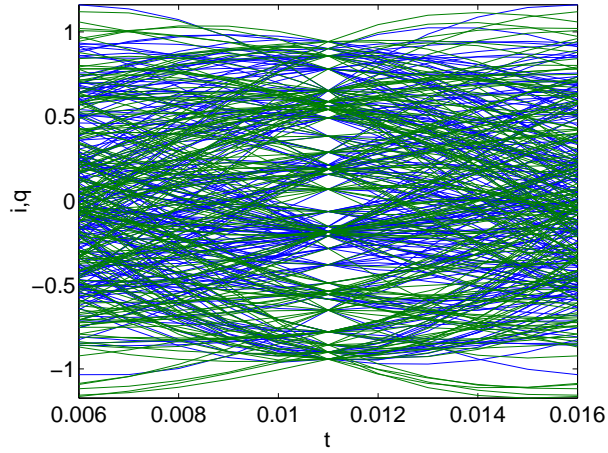


Figura 5.19: Densidad espectral de potencia estimada de la señal de salida del amplificador de potencia sin linealización y con linealización para dos valores distintos de la varianza estimada de la señal de error: $\sigma_{\xi_1}^2 = 0,1781 \times 10^{-5}$ ($k_1, k_2 = 20000, 1000$), y $\sigma_{\xi_2}^2 = 0,0462 \times 10^{-5}$ ($k_1, k_2 = 80000, 5000$).

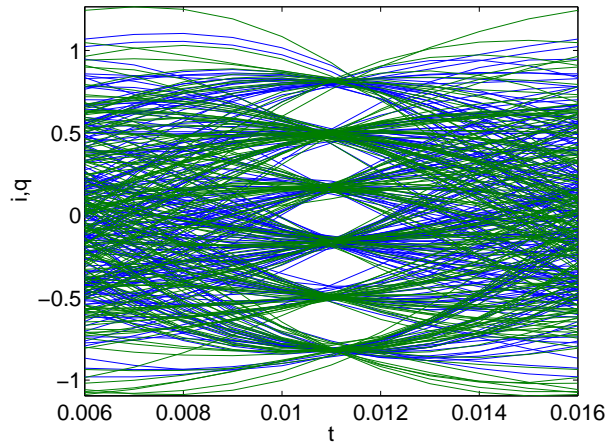
cancelación total de la distorsión no es posible mediante la ley de adaptación definida en la ecuación (5.25). La inclusión de la función $k_2 x(t) \xi^*(t)$ permite al mecanismo de adaptación resolver estas fluctuaciones «veloces» y reducir, virtualmente, toda la distorsión presente. En la figura 5.19 se muestran las densidades espectrales de potencia de salida para $[k_1, k_2] = [20000, 1000]$, y $[k_1, k_2] = [80000, 5000]$. Según se puede apreciar en dicha figura, con $k_1 = 20000$ y $k_2 = 1000$, se obtiene una reducción de más de 30 dB en correspondencia de $f = 100$ Hz y de aproximadamente 15 dB en correspondencia de $f = 150$ Hz. Con $k_1 = 80000$ y $k_2 = 5000$ la reducción de la distorsión en correspondencia de las mismas frecuencias es de 30 y 23 dB, respectivamente, confundándose la silueta del espectro de la señal de salida linealizada con la de la señal de entrada.

Reducción de la distorsión dentro de banda

El linealizador diseñado permite reducir la distorsión dentro de banda para valores de k_1 y k_2 muy inferiores a los valores requeridos para cancelar la distorsión fuera de banda. En la figura 5.20 se ilustran los diagramas de ojo que se obtienen cuando el amplificador de potencia es alimentado con una señal modulada digitalmente 32 QAM, a razón de 100 *bits/s*, cuyos pulsos



(a) Sin linealización



(b) Con linealización

Figura 5.20: Distorsión dentro de banda.

han sido conformados con un filtro de coseno realzado (raíz cuadrada) con un $\alpha = 0,35$, sin linealización y con linealización. Al comparar el diagrama de ojo distorsionado, que se obtiene sin linealización –figura 5.20(a)–, y el diagrama de ojo corregido –figura 5.20(b)–, que se obtiene con linealización, poniendo $k_1 = 1000$ y $k_2 = 0$, se puede concluir que la distorsión dentro de banda es suficientemente eliminada aún para valores de k_1 y k_2 pequeños. Este resultado es coherente con el hecho de que la distorsión dentro de banda evoluciona más lentamente que la distorsión fuera de banda, y por ende, el mecanismo de adaptación requiere de un menor tiempo de convergencia de

Cuadro 5.1: Varianza σ_ξ^2 de la señal de error estimada para distintos valores de las constantes k_1 y k_2 .

$\frac{k_1 \Rightarrow}{k_2 \Downarrow}$	20000	40000	60000	80000
1000	0.1781e-005	0.1493e-005	0.1290e-005	0.1135e-005
2000	0.1078e-005	0.0950e-005	0.0858e-005	0.0784e-005
3000	0.0809e-005	0.0727e-005	0.0670e-005	0.0623e-005
4000	0.0662e-005	0.0601e-005	0.0561e-005	0.0527e-005
5000	0.0568e-005	0.0519e-005	0.0488e-005	0.0462e-005

su respuesta transitoria.

Comportamiento de la señal de error $\xi(t)$

En la tabla 5.1 se muestra la potencia σ_ξ^2 estimada de la señal de error $\xi(t)$ para distintos valores de las constantes k_1 y k_2 .

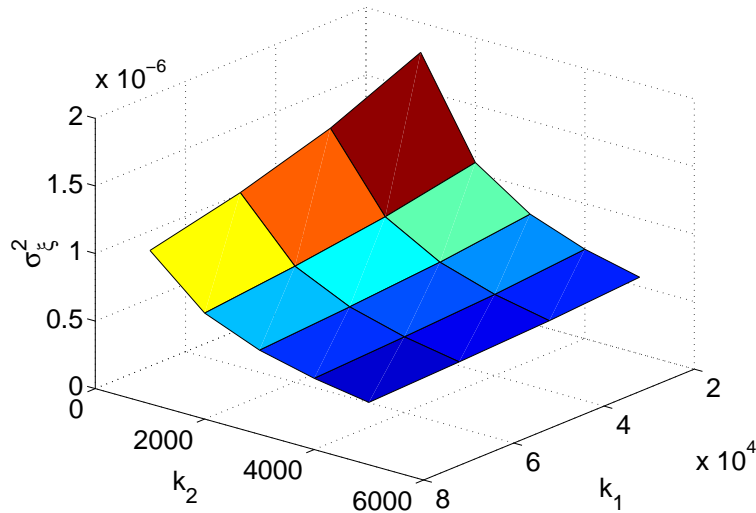


Figura 5.21: Representación gráfica de la varianza σ_ξ^2 de la señal de error estimada para los valores de k_1 y k_2 en el intervalo cuadrado $k_1 \in [20000, 80000]$ y $k_2 \in [1000, 5000]$.

En la figura 5.21 se ha trazado una gráfica 3D con los valores de la tabla 5.1. Se puede observar, cualitativamente, que en el intervalo cuadrado $k_1 \in [20000, 80000]$ y $k_2 \in [1000, 5000]$, la potencia del error es más sensible a variaciones de la constante k_2 que a variaciones de la constante k_1 , y que, en cualquier caso, disminuye al aumentar k_1 o k_2 .

Densidad espectral de w y ξ

En cuanto a los espectros de las señales w y ξ , se observa que w tiende a acumular mayor potencia dentro de las frecuencias donde se ubica la distorsión fuera de banda, mientras que ξ lo hace en forma complementaria. En la figura 5.22 se ilustran las densidades espectrales de potencia estimadas y normalizadas del parámetro w y de la señal de error ξ para el caso $k_1 = 80000$, y $k_2 = 5000$.

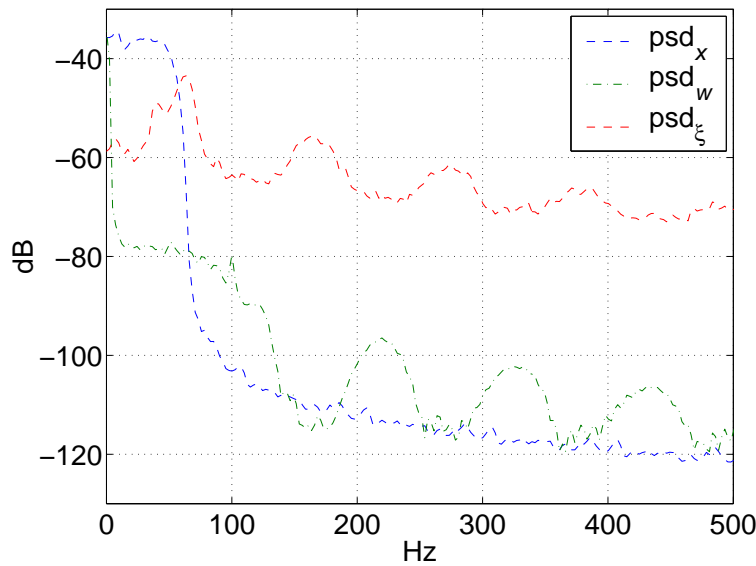


Figura 5.22: Densidades espectrales de potencia estimadas del parámetro ajustable w , de la señal de error ξ , y de la señal de entrada x para el caso $k_1 = 80000$ y $k_2 = 5000$.

5.4. Estructuras para la implementación experimental del linealizador

5.4.1. Estructura 1

La primera estructura que proponemos para una implementación física del linealizador de la figura 5.15 es completamente analógica y se muestra en la figura 5.23. Todo el mecanismo de adaptación, así como la multiplicación del parámetro ajustable con la señal de entrada, y la obtención de la señal de error estaría implementado con electrónica analógica formando parte de un único módulo denominado *Módulo de Procesado Analógico*. Este módulo

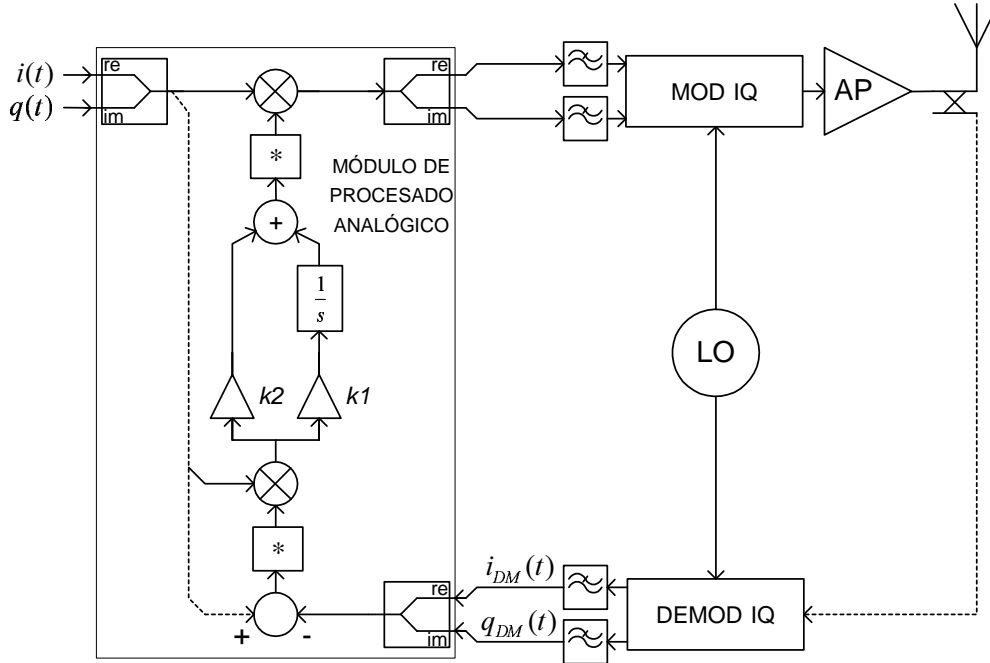


Figura 5.23: Estructura 1.

sería realizado para funcionar en banda base, o en una frecuencia intermedia suficientemente baja como para disponer de multiplicadores y sumadores adecuados y donde el diseño de los integradores se facilite. Para realizar las operaciones complejas indicadas en la figura 5.1, en el módulo de procesado de la figura 5.23 se pueden emplear, para las multiplicaciones, multiplicadores de cuatro cuadrantes [89][90], a razón de cuatro por cada producto complejo, y para las sumas e integraciones, amplificadores operacionales [91], a razón de dos por cada operación de suma o integración. Para la obtención de las componentes en fase (parte real) y cuadratura (parte imaginaria) de la señal de salida es necesario incluir un demodulador alimentado preferiblemente por el mismo oscilador local que alimenta el modulador IQ previo al amplificador de potencia. Este modulador IQ «de subida» ya formaría parte del sistema de transmisión, así que solo estaríamos añadiendo el demodulador IQ «de bajada». Las señales $i(t)$ y $q(t)$ indicadas en la figura provienen de los filtros de transmisión. Los filtros pasobajo que se incluyen han de poseer un ancho de banda adecuado como para permitir el paso de aquellas frecuencias que participan en el proceso de linealización.

Ciertamente, toda realización de hardware comporta una serie de imper-

fecciones respecto al modelo ideal del cual se parte. En el caso de la Estructura 1 reconocemos que existen varios factores que pueden tener un impacto negativo respecto al desempeño ideal estudiado previamente. A simple vista estos factores pueden ser:

Desajustes de ganancia y de fase en el demodulador IQ

En la figura 5.24 se ha dibujado un modelo equivalente de la Estructura 1 para el análisis de los desbalances de amplitud y fase del demodulador IQ en el dominio complejo. En la mencionada figura se ha puesto: $a(t)e^{j\varphi(t)}$ =

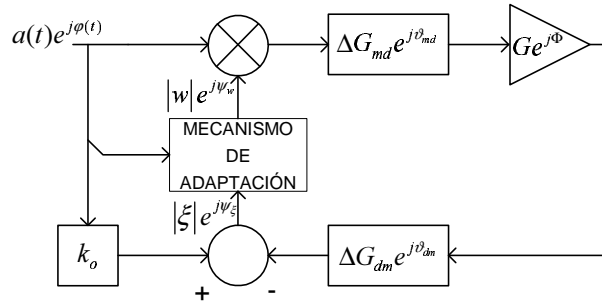


Figura 5.24: Modelo equivalente de la Estructura 1 para el análisis de los desbalances de amplitud y fase del demodulador IQ.

$i(t) + jq(t)$ la señal de entrada, $|w|e^{j\psi_w}$ el parámetro ajustable, $|\xi|e^{j\psi_\xi}$ la señal de error, $Ge^{j\Phi}$ la ganancia compleja del amplificador de potencia, $\Delta G_{md}e^{j\vartheta_{md}}$ una cantidad compleja que modela los desbalances de amplitud y fase que introduce el modulador IQ de la rama directa, y $\Delta G_{dm}e^{j\vartheta_{dm}}$ una cantidad compleja que modela los desbalances de amplitud y fase que introduce el demodulador IQ de la rama de realimentación. Tomando en cuenta dicho modelo, la señal de error se puede escribir como:

$$|\xi(t)|e^{\psi_\xi(t)} = [k_o - |w|e^{j\psi_w} \Delta G_{md}e^{j\vartheta_{md}} \Delta G_{dm}e^{j\vartheta_{dm}} Ge^{j\Phi}] a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (5.27)$$

de modo que al cumplirse la condición de linealización 5.9 será:

$$|w|e^{j\psi_w} \Delta G_{md}e^{j\vartheta_{md}} \Delta G_{dm}e^{j\vartheta_{dm}} Ge^{j\Phi} = k_o \quad (5.28)$$

y por tanto:

$$|w| = \frac{k_o}{\Delta G_{md} \Delta G_{dm} G} \quad (5.29)$$

$$\psi_w = -(\Phi + \vartheta_{md} + \vartheta_{dm}) \quad (5.30)$$

De las ecuaciones (5.29) y (5.30) podemos deducir que el sistema intentará corregir los desajustes de amplitud y fase, tanto de la rama directa como de la rama de realimentación, al contrastar la señal que entra por el puerto “-” del comparador con la señal de referencia. Mientras que la corrección de los desajustes del modulador IQ es un efecto deseado, la «corrección» de los desajustes del demodulador IQ no lo es. Estos últimos desbalances se reflejarán en la señal de salida –factor complejo $(e^{j\vartheta_{dm}})/(\Delta G_{dm})$ – en forma de distorsión adicional.

Alinealidad del demodulador IQ

Si el demodulador IQ no opera en su zona lineal añadirá productos de intermodulación propios a la señal de error. Estos productos de intermodulación serán asimilados por el mecanismo de adaptación «atribuyéndolos» al amplificador de potencia. Al procurar el mecanismo de adaptación su compensación, los productos de intermodulación aparecerán en forma complementaria a la salida del amplificador de potencia.

Diferencias en los tiempos de propagación

La señal de error es construida mediante la comparación de dos señales que siguen caminos de longitud eléctrica diferente (dibujados parcialmente con un línea discontinua en la figura 5.23) y por ende, sufren retardos de propagación diferentes. En la figura 5.25 se ha modelado esta diferencia de tiempo de propagación entre la señal de referencia y la muestra demodulada de la señal de salida mediante un retardo τ concentrado en la rama de realimentación.

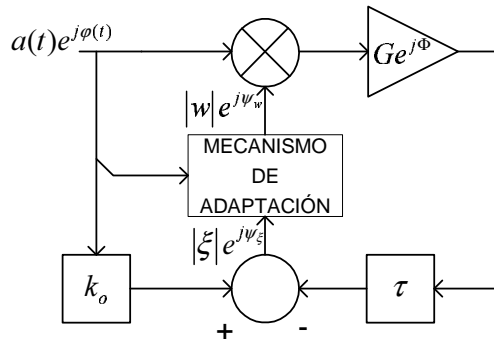


Figura 5.25: Modelo del retardo de tiempo entre las señales que se comparan en la Estructura 1.

Para el caso de una señal de entrada constituida por un tono puro a una

frecuencia angular ω_n :

$$x(t) = a(t)e^{j\varphi(t)} = a_n e^{j\omega_n t} \quad (5.31)$$

la señal de error ξ se define como:

$$\xi(t) = k_o a_n e^{j\omega_n t} - w(t - \tau)G(t - \tau)a_n e^{j\omega_n(t - \tau)} \quad (5.32)$$

que para el caso de N tonos asume la forma:

$$\xi(t) = k_o \sum_{n=1}^N a_n e^{j\omega_n t} - w(t - \tau)G(t - \tau) \sum_{n=1}^N a_n e^{j\omega_n(t - \tau)} \quad (5.33)$$

La generalización de la ecuación (5.33) nos permite obtener la expresión del error para una señal de entrada arbitraria:

$$\xi(t) = \frac{k_o}{\pi} \int_0^\infty X(\omega) e^{j\omega t} d\omega - \frac{w(t - \tau)G(t - \tau)}{\pi} \int_0^\infty X(\omega) e^{j\omega(t - \tau)} d\omega \quad (5.34)$$

donde $X(\omega)$ es la transformada de Fourier de $a(t)e^{j\varphi(t)}$.

El elemento complejo $e^{j\omega\tau}$ representa un desfase lineal respecto al tiempo y no puede ser factorizado en el término de la derecha del segundo miembro en la ecuación (5.34). En el punto de comparación, tal desfase da lugar a la aparición de sendas componentes en cuadratura en todas las frecuencias del espectro de la señal de salida original. Por esta razón, tal desfase selectivo no puede ser asimilado por el parámetro complejo w que solo está en grado de introducir un desfase global a la señal de entrada. Esto sugiere que, en el peor de los casos, el error mínimo que puede alcanzar el mecanismo de adaptación no producirá una reducción de la distorsión del mismo orden del que se obtendría si τ fuera nulo y que supondría la linealización del amplificador de potencia.

El efecto de τ sobre la efectividad de la linealización se puede estimar cualitativamente, también, a partir de la función de autocorrelación de la señal $x(t)$, que al asumir ergodicidad se puede estimar mediante:

$$R_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T x(t)x(t - \tau) dt \quad (5.35)$$

Ya que una señal digital típica se construye a partir de una secuencia de símbolos incorrelados, su función de autocorrelación se maximiza solo en correspondencia de un tiempo τ menor que el periodo de símbolo T_s . Ciertamente, para un retardo de propagación de τ segundos se podrá escribir:

$$x(t - \tau) = x^{\parallel}(t) + x^{\perp}(t) \quad (5.36)$$

donde $x^{\parallel}(t)$ es la componente de $x(t-\tau)$ que yace en el mismo subespacio de la señal $x(t)$, y $x^{\perp}(t)$ es la componente de $x(t-\tau)$ perpendicular al subespacio de la señal $x(t)$. En la medida que el retardo τ aumenta la componente x^{\perp} aumenta y x^{\parallel} disminuye y en consecuencia el parámetro ajustable w pierde capacidad de predecir la señal $x(t)$, y el error ξ_{min} de la ecuación (5.9) aumenta hasta degradarse la linealización, la cual es imposible para $\tau > T_s$.

Desfase de la portadora

Debido al proceso de *down-conversion* en la rama de realimentación, el retardo de tiempo que acumula la portadora entre el modulador y el demodulador IQ, se transfiere a la señal bandabase demodulada en forma de un desfase común. En la figura 5.26 τ_0 modela este retardo.

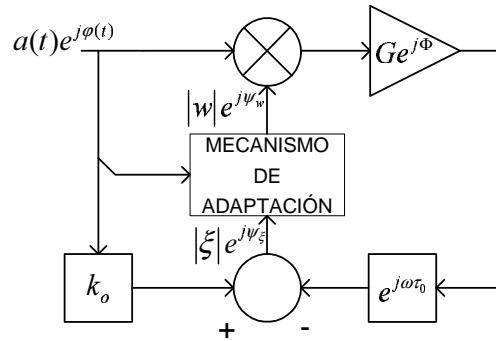


Figura 5.26: Modelo del retardo de tiempo que sufre la portadora en el lazo de realimentación de la Estructura 1.

Tomando como referencia la figura 5.26, la señal de error ξ se puede escribir:

$$|\xi(t)|e^{j\psi_\xi} = [k_0 - |w|e^{j\psi_w}Ge^{j(\Phi+\omega_0\tau_0)}] a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (5.37)$$

por lo que la linealización es posible al poner:

$$|w| = \frac{k_0}{G} \quad (5.38)$$

$$\psi_w = -(\Phi + \omega_0\tau_0) \quad (5.39)$$

Ya que el término de fase $\omega_0\tau_0$ puede ser asimilado por el parámetro ajustable w , no degrada las prestaciones del linealizador.

Producto ganancia-ancho de banda de los amplificadores operacionales

El módulo de procesamiento analógico debe poder manejar un ancho de banda que incluya el ancho de banda ocupado por la distorsión que se desea eliminar.

Por otro lado, como se deduce del apartado 5.3, la cantidad de distorsión que se puede suprimir es una función de los valores de las constantes k_1 y k_2 . En el caso de usarse amplificadores operacionales¹ (Op Amp), no será posible aumentar el valor de $k_{1,2}$ sin sacrificar el ancho de banda, ni viceversa, no se podrá aumentar el ancho de banda sin mermar el valor de aquellas constantes. En efecto, la respuesta en frecuencia de la ganancia de lazo cerrado de un amplificador inversor, construido con un amplificador operacional, $a_{cl}(jf) = V_o(jf)/V_i(jf)$ (figura 5.27), queda definido mediante la expresión:

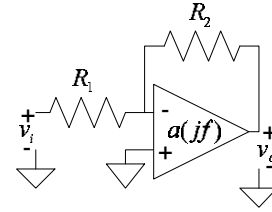


Figura 5.27: Amplificador inversor.

$$a_{cl}(jf) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{a(jf)}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + a(jf)} \quad (5.40)$$

donde

$$a(jf) = \frac{a_0}{1 + j(f/f_a)} \quad (5.41)$$

es la respuesta a lazo abierto del amplificador operacional, a_0 es la ganancia DC, f_a es la frecuencia de -3 dB de $a(jf)$, siendo $f_a = f_t/a_0$, con f_t definida como la frecuencia de ganancia unitaria de $a(jf)$, esto es: $|a(jf_t)| = 1$ [92][93].

Asumiendo que $1 \ll R_2/R_1 \ll a_0$, la ganancia de lazo cerrado $|a_{cl}(jf)|$ se aproxima por R_2/R_1 en correspondencia del ancho de banda útil. Y tal ancho de banda queda definido por la frecuencia f_B , tal que $10 \log(R_2/R_1) = 10 \log(|a(jf_B)|)$, esto es:

$$|a_{cl}(jf)| \approx \frac{R_2}{R_1}, \quad \forall f < f_B$$

¹El uso de amplificadores operacionales, aún cuando existen otras alternativas circuitales basadas en transistores bibolares, agilizará el desarrollo de placas para posteriores validaciones experimentales

De esta forma, f_B aumenta en la medida que R_2/R_1 disminuye (figura 5.28). Este razonamiento vale del todo para la constante k_2 , y parcialmente para la constante k_1 .

El valor de la constante k_1 se construye, en efecto, a partir de la configuración en cascada de un amplificador inversor, de ganancia R_2/R_1 , y un integrador inversor, de ganancia $1/RC$, por lo que $k_1 = (1/RC)(R_2/R_1)$. La ganancia $1/RC$ del integrador inversor también se encuentra sujeta a restricciones de ancho de banda.

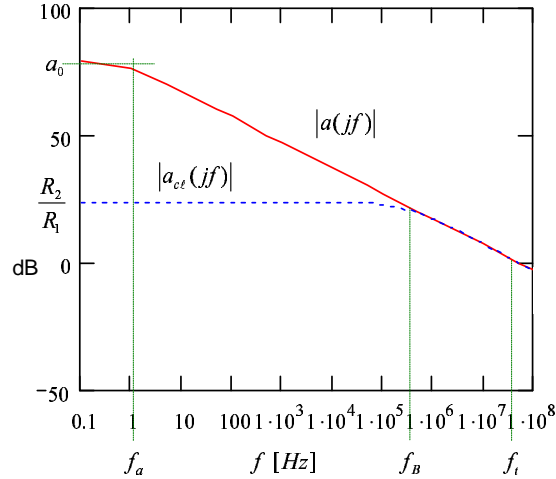


Figura 5.28: Módulos de las ganancias del Op Amp AD8032 (lazo abierto) [91] y del amplificador inversor (lazo cerrado).

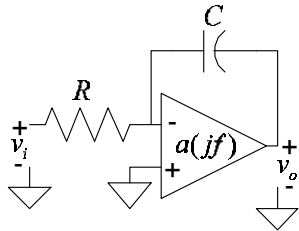


Figura 5.29: Integrador inversor.

La respuesta de un integrador inversor construido con un amplificador operacional (figura 5.29) está definida mediante la expresión aproximada [92]:

$$a_{cl}(jf) \approx \frac{-a_0}{\left(1 + j\frac{f}{f_0/a_0}\right) \left(1 + jf/f_t\right)} \quad (5.42)$$

donde $f_0 = 1/2\pi RC$.

De modo que el ancho de banda de integración está limitado superiormente por f_t e inferiormente por f_0/a_0 , por lo que al aumentar $1/RC$, y por consiguiente k_1 , el ancho de banda útil de integración se reduce (figura 5.30). Según se desprende de la ecuación (5.42) el integrador no puede integrar los valores DC.

Rango dinámico de los multiplicadores de cuatro cuadrantes y *offsets*

El rango dinámico de entrada y de salida de los multiplicadores puede suponer una limitación en cuanto al PMR de las señales que el sistema puede efectivamente procesar. Ciertamente, los multiplicadores de cuatro cuadrantes

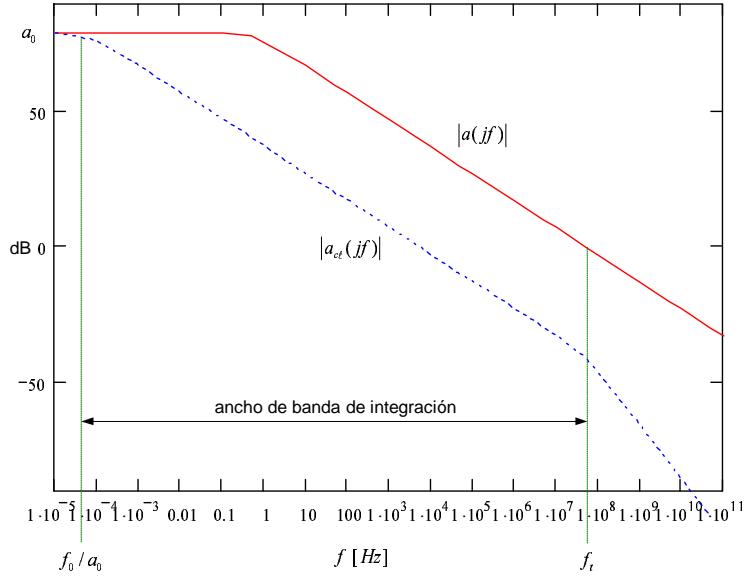


Figura 5.30: Módulo de la ganancia de un integrador inversor versus la frecuencia.

comerciales con anchos de banda adecuados para nuestra aplicación admiten una entrada máxima de 1 voltio, y dan como salida una tensión máxima de dos Voltios [89][90]. Además, en la configuración de un multiplicador de dos números complejos, el *offset* acumulativo en cada elemento del numero complejo resultante es de unos 25 mV, por lo que, con el criterio de que este *offset* represente un 10 % del valor mínimo de entrada, el rango dinámico de cada factor complejo, calculado sobre el módulo, es de aproximadamente 12 dB. Este valor se puede incrementar compensando apropiadamente aquel *offset*, por lo que señales con un PMR superior a 12 dB, que ya es un valor elevado, pueden ser procesadas. Por otro lado, el rango dinámico del parámetro ajustable w se puede estimar a partir de la expresión (5.7). Efectivamente, w está acotado por:

$$r \frac{k_0}{G_\ell} \leq w \leq r \frac{k_0}{G_{min}} \quad (5.43)$$

donde r representa la ganancia acumulada en el lazo, G_ℓ es la ganancia lineal del amplificador de potencia, G_{min} es el valor mínimo de ganancia exhibido por el AP dada una determinada señal de entrada, $G_{min} = G(a_{MAX})$, y k_0 es la ganancia lineal de referencia. Manipulando apropiadamente la ecuación (5.43), se obtiene:

$$FC \leq w \leq FC \frac{1}{10^{\frac{C_{omp}}{20}}} \quad (5.44)$$

donde $FC = rk_0/G_\ell$, y $Comp = 20 \log(G_{min}/G_\ell)$ es la máxima compresión que sufre la ganancia del amplificador de potencia. De esta forma, si se mantiene el valor de FC no superior a uno, haciendo operar el amplificador con una compresión de hasta 3 dB, el cual es un valor considerablemente elevado, la variación del parámetro w estará delimitada por los valores $[1, 1,41]$, dando lugar a un rango dinámico del mismo orden de la compresión. De aquí, se concluye que el módulo de procesado analógico propuesto, puede resolver los rangos dinámicos tanto de la señal de entrada como de la ganancia del amplificador de potencia.

5.4.2. Estructuras 2 y 3

Las estructuras 2 y 3 se proponen solamente como especializaciones naturales del linealizador hiperestable que hemos desarrollado. Ambas estructuras merecen ser sometidas a un estudio individual, el cual no es objetivo de esta tesis.

Estructura 2

La segunda estructura que proponemos es una variante de la primera, en la que el sistema ajustable es implementado mediante un modulador vectorial en sustitución del modulador IQ de *up-conversion*. En la figura 5.31 se ilus-

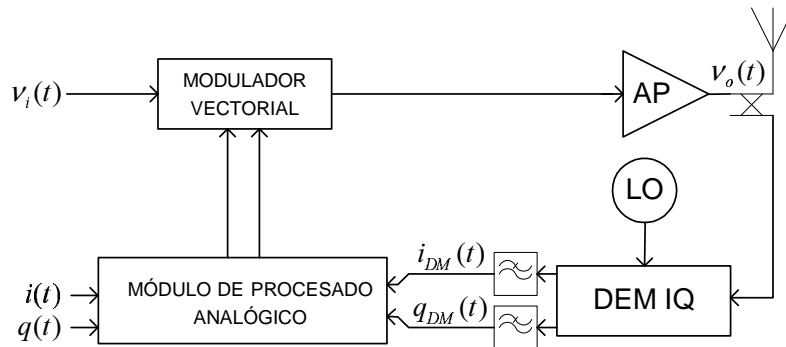


Figura 5.31: Estructura 2.

tra la Estructura 2 que proponemos. La señal v_i representa la señal de RF modulada digitalmente, e $i(t)$ y $q(t)$ son muestras de las señales en banda base utilizadas en la modulación de v_i . En este caso, las componentes en fase y cuadratura del producto $x(t)w(\xi, t)$, donde el parámetro w es obtenido de la misma forma que en la Estructura 1, son utilizadas para modificar

apropiadamente la amplitud y la fase de ν_i . El módulo de procesado analógico de esta estructura se construye a partir del utilizado en la Estructura 1, añadiendo el *hardware* necesario para la implementación de ciertas funciones de mapeo $f_I[(xw)_I]$ y $f_Q[(xw)_Q]$ necesarias para la generación de la señales $I = f_I$ y $Q = f_Q$ de entrada al modulador vectorial. Estas funciones de mapeo dependerán en general de modulator vectorial utilizado y aumentan la complejidad del módulo de procesado analógico. Para esta estructura valen todas las imperfecciones observadas en la Estructura 1, sustituyendo las limitaciones del modulador IQ por las limitaciones del modulador vectorial y añadiendo las del *hardware* adicional de las funciones de mapeo f_I y f_Q .

Estructura 3

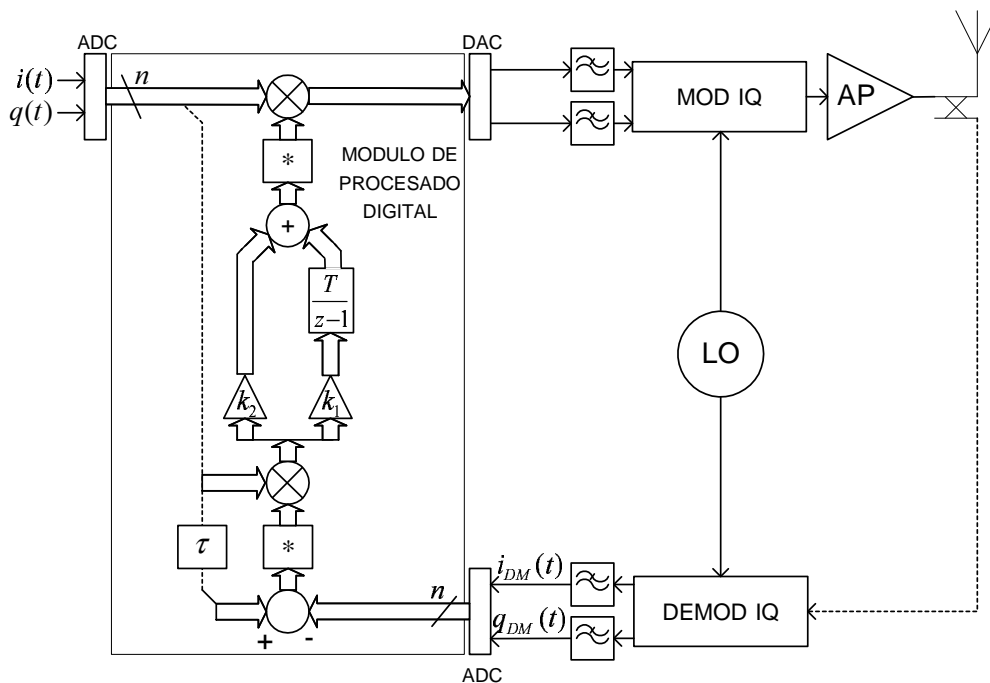


Figura 5.32: Estructura 3.

Por último, proponemos una tercera estructura que es más bien la versión discreta de la Estructura 1. En esta estructura (figura 5.32) el módulo de procesado analógico es sustituido por un módulo de procesamiento digital (constituido por un DSP) en el cual se realizan todos los cálculos propios del mecanismo de adaptación. En la Estructura 3 se requieren, por tanto, de dos

convertidores analógico-digital, uno para la señal banda base de entrada y otro para la señal demodulada de salida del AP, y un convertor digital-analógico para la señal de salida del módulo de procesamiento digital. El ancho de banda de los filtros de reconstrucción, a continuación de la DAC, debe abarcar aquellas frecuencias donde se produce la distorsión que se desea eliminar.

Si bien la implementación de ciertas operaciones en el dominio discreto se ve facilitada en aplicaciones de banda estrecha, donde la frecuencia de muestreo requerida para la reconstrucción de las señales analógicas a partir de las correspondientes versiones discretas resulta físicamente realizable, en aplicaciones de mayor ancho de banda se ve limitada por razones tecnológicas y de coste.

En la linealización mediante predistorsión digital se han utilizado frecuencias de muestreo de 33 Kmuestras/s para una señal de 2 KHz de ancho de banda en [33], y de 128 KHz para una señal de 16 KHz de ancho de banda en [36], por ejemplo. Estas frecuencias de muestreo han resultado suficientes para aquellos anchos de banda debido al principio de funcionamiento de la técnica de predistorsión digital. En esta técnica, la función de predistorsión, implementada mediante una tabla, es calculada durante un período de tiempo dedicado exclusivamente a tal fin. Transcurrido este tiempo, los elementos de la tabla se actualizan lentamente en comparación con el período de símbolo, por lo que no se requiere de una mayor tasa de muestreo. En nuestra propuesta (Estructura 3), en cambio, el parámetro w debe ser actualizado en un período de tiempo muy pequeño en comparación con el período de símbolo (tiempo real), lo cual supone una velocidad de muestreo considerablemente alta y muy superior a las que se han empleado en la predistorsión digital según la bibliografía publicada hasta la fecha. Esta circunstancia limita la aplicación de esta estructura a sistemas de pequeño ancho de banda. Por otro lado, los altos costes asociados al *hardware* digital, en particular de las ADCs y DAC, hacen por ahora muy poco atractiva una posible implementación comercial de esta estructura.

Capítulo 6

Simulación y resultados

6.1. Introducción

En este capítulo, mediante simulación, aplicaremos nuestro linealizador (Estructura 1) a un amplificador de potencia operando en clase A a una frecuencia de 28 GHz. Asimismo, aplicaremos las técnicas de realimentación Cartesiana y *Feedforward* al mismo amplificador con el objetivo de realizar algunas comparaciones. En este estudio nos centramos en los factores de ganancia de lazo y margen de fase para realimentación Cartesiana, en los factores de desajustes de retardos de tiempo, ganancia y fase para *feedforward*, y desajustes de retardos de tiempo y desfase de la portadora para nuestro sistema.

Nuestro estudio se centra en las técnicas *cartesian feedback* y *feedforward*, además de nuestra propuesta, dado que tales técnicas resultan naturales para esquemas de modulación multinivel donde el uso de amplificadores de potencia en clase A y AB es recomendable. Un análisis relativo a la técnica de predistorsión se puede leer en [95]. No incluimos las técnicas de *Envelope Elimination and Restoration*, LINC, y CALLUM debido a su diferente principio de funcionamiento, lo cual no permite disponer de un escenario común de comparación.

Señal de prueba

Como señal de prueba emplearemos una señal modulada digitalmente 16 QAM, a razón de 10 *Mbits/s*. y filtrada con un filtro de coseno realzado (raíz cuadrada de) con un factor de caída $\alpha = 0,25$. La señal que se obtiene presenta una relación valor pico a valor promedio de potencia –PMR– aproximado de 6,8dB. Este escenario de simulación es afín a los sistemas LMDS (*Local Multipoint Distribution System*) de banda ancha [96][97].

Modelo del amplificador de potencia

Como amplificador de prueba emplearemos la combinación de los amplificadores agilent-HMMC-5040 (*driver*) [98] y agilent-HMMC-5033 (*power amplifier*) [99]. Mediante un procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados

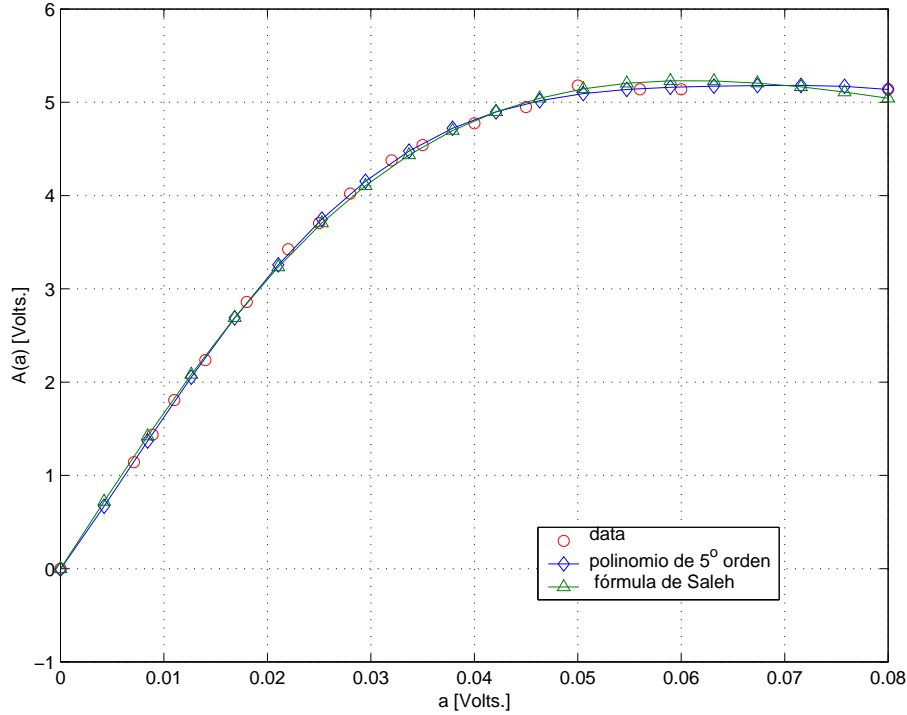


Figura 6.1: Curva AM/AM

hemos ajustado 14 pares ordenados del tipo *potencia de entrada-potencia de salida* (AM/AM), y 14 pares ordenados del tipo *potencia de entrada-fase relativa de la señal de salida* (AM/PM), respectivamente, a cada una de las familias de curvas $A(a)$ y $\Phi(a)$ siguientes:

1. Fórmulas de Saleh [15]: $A(a) = \alpha_A a / 1 + \beta_A a^2$ y $\Phi(a) = \alpha_\Phi a^2 / 1 + \beta_\Phi a^2$.
2. Polinomio de orden 5: $A(a) = \sum_{n=0}^N k_n a^n$ y $\Phi(a) = \sum_{n=0}^N g_n a^n$.

En estas fórmulas A es la amplitud en voltios de la señal de salida, Φ es el desfase relativo en grados de la señal de salida respecto a la señal de entrada, y a es la amplitud en voltios de la señal de entrada. En las figuras 6.1 y 6.2 se muestran los datos obtenidos experimentalmente, tomados de [95], sobrepuestos a las correspondientes funciones $A(a)$ y $\Phi(a)$ obtenidas mediante el procedimiento anterior.

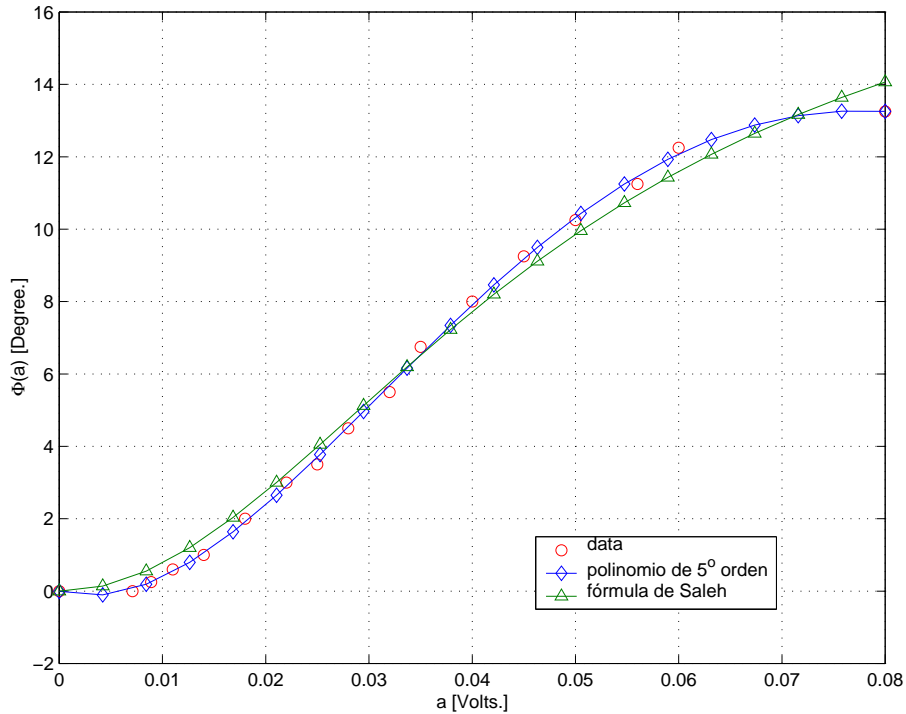


Figura 6.2: Curva AM/PM

Como punto de partida alimentamos el amplificador de potencia con cuatro niveles de potencia máxima de entrada P_{iMAX} diferentes: $-20,4dBm$ ($2dB$ por debajo del punto de $1dB$ de compresión, o $2dB$ IBO), $-18,4dBm$ ($0dB$ IBO), $-14,3dBm$ ($-4dB$ IBO), y $-12dBm$ ($-6dB$ IBO).

En la figura 6.3 se aprecia los niveles de potencia generados en las bandas adyacentes $-ACP-$ para cada caso. En este estudio utilizaremos como señal de entrada de referencia aquella con una potencia máxima de $-14,3dBm$.

6.2. Simulación y resultados del diseño analógico

Efecto de la diferencia en el tiempo de propagación

El efecto de la diferencia en los tiempos de propagación de las señales de salida del modelo de referencia y del amplificador de potencia en el funcionamiento de la Estructura 1, como hemos apuntado en el capítulo anterior, es de reducir la capacidad de predicción de la señal $x(t)$ a partir de la versión retrasada $x(t - \tau)$, y por ende de aumentar la potencia del error mínimo ξ_{min} de la

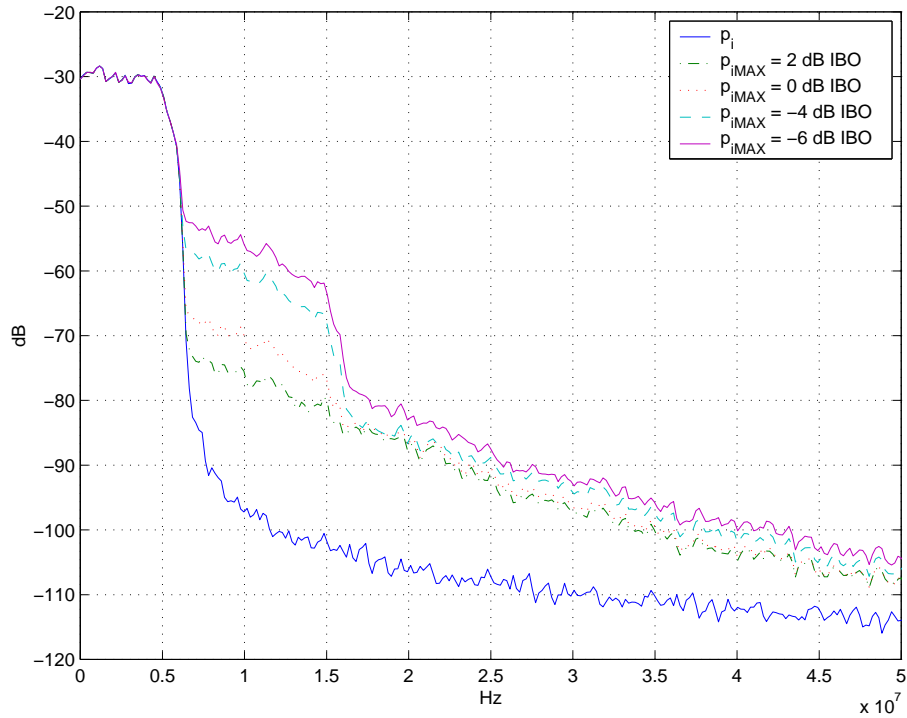


Figura 6.3: Densidad espectral de potencia de la señal de salida del amplificador de potencia para varios niveles de potencia pico de la señal de entrada.

ecuación 5.9.

En la figura 6.4 se muestra el comportamiento de la función de autocorrelación estimada de la señal de prueba. Allí se puede observar que la función de autocorrelación alcanza su valor máximo en correspondencia de un retardo nulo, y que se mantiene por debajo del 20% de este valor máximo para $\tau > \pm T_s$.

En la tabla 6.1 se presentan los valores de ξ_{min} que se obtienen para diferentes valores de τ . Se puede observar como la potencia en el canal adyacente, medida a dos veces la frecuencia de símbolo, aumenta a medida que aumenta la diferencia de

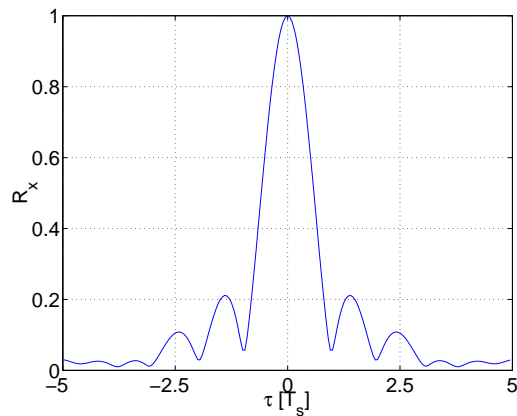


Figura 6.4: Función de autocorrelación R_x estimada de la señal de prueba.

Cuadro 6.1: Valor de la autocorrelación de la señal de prueba R_x , potencia del error σ_ξ^2 y reducción de la distorsión fuera de banda (ACP) que se consigue para diferentes valores de τ (el subíndice **s** hace referencia a la palabra símbolo).

τ [T_s]	R_x	σ^2	reducción del ACP a $2f_s$
0.014	≈ 1	0.0031×10^{-3}	> 35 dB
0.025	≈ 1	0.0043×10^{-3}	> 35 dB
0.14	0.96	0.063×10^{-3}	$> 30, < 35$ dB
0.25	0.89	0.1811×10^{-3}	$> 25, < 35$ dB
0.5	0.62	0.49×10^{-3}	$> 20, < 25$ dB
0.75	0.27	0.59×10^{-3}	$> 20, < 25$ dB
1	0.06	0.50×10^{-3}	$> 20, < 25$ dB
1.25	0.19	0.46×10^{-3}	$> 20, < 25$ dB

tiempo de propagación τ entre las señales de referencia y de salida del AP. La mayor reducción de distorsión que se logra coincide con la mayor correlación entre $x(t - \tau)$ y $x(t)$. Aún cuando un ulterior aumento de τ comporta una reducción de R_x , el linealizador es capaz de lograr, todavía, una reducción de la distorsión superior a los 20 dB para $0,5T_s \leq \tau \leq 1,25T_s$.

En la figura 6.5 se muestra la densidad espectral de potencia de la señal de salida del amplificador de potencia para algunos de los valores de τ reseñados en la tabla 6.1.

Efecto del desfase de la portadora

Para comprobar el efecto del retardo que sufre la portadora en el lazo de realimentación en la efectividad de linealización de la Estructura 1, hemos estimado la densidad espectral de potencia de la señal de salida del AP para diferentes valores de desfase $\omega_0\tau_0$.

En la figura 6.6 se muestra las densidades espectrales de la señal de entrada (P_i), y de la señal de salida, sin linealización (P_o) y con linealización para valores de desfase de la portadora de 5° , 10° , 35° y 100° .

Por inspección de la figura 6.6 podemos convencernos que el linealizador es insensible al desajuste de fase de la portadora en los términos descritos en el capítulo 5.

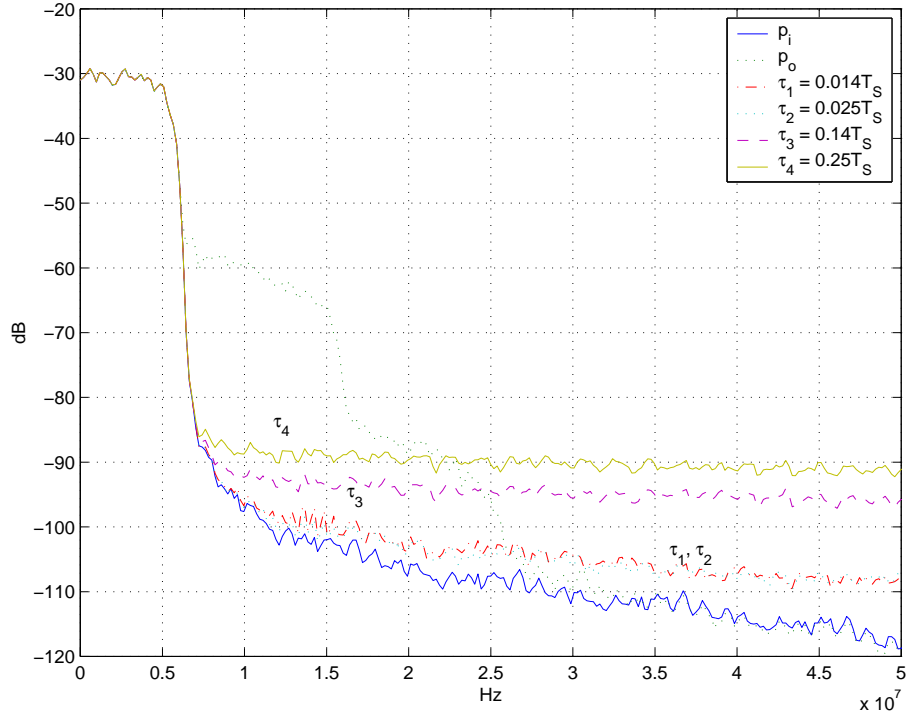


Figura 6.5: Densidad espectral de potencia de la señal de salida del AP con linealización para diferentes valores de τ . $P_{i,o}$ está por señal de entrada y señal de salida sin linealización, respectivamente.

6.3. Simulación y resultados de otras técnicas de linealización

6.3.1. Realimentación Cartesiana

El modelo en banda base de un linealizador con realimentación Cartesiana, ya introducido en el Apartado 3.4, se revisa en la figura 6.7.

Tanto la estabilidad como la efectividad de linealización de un linealizador con realimentación Cartesiana están determinados principalmente por la ganancia y el margen de fase del lazo [100]. El módulo de la ganancia de lazo está definido por:

$$|G_\ell(\omega)| = \beta\kappa_1|G(\omega)| \quad (6.1)$$

donde κ_1 es la ganancia lineal del amplificador de potencia (aproximación que hacemos solo a los fines del siguiente análisis simplificado), β es la atenuación de la rama de realimentación y $G(\omega)$ es la función de transferencia equivalente que modela la respuesta de los elementos circuitales lineales y

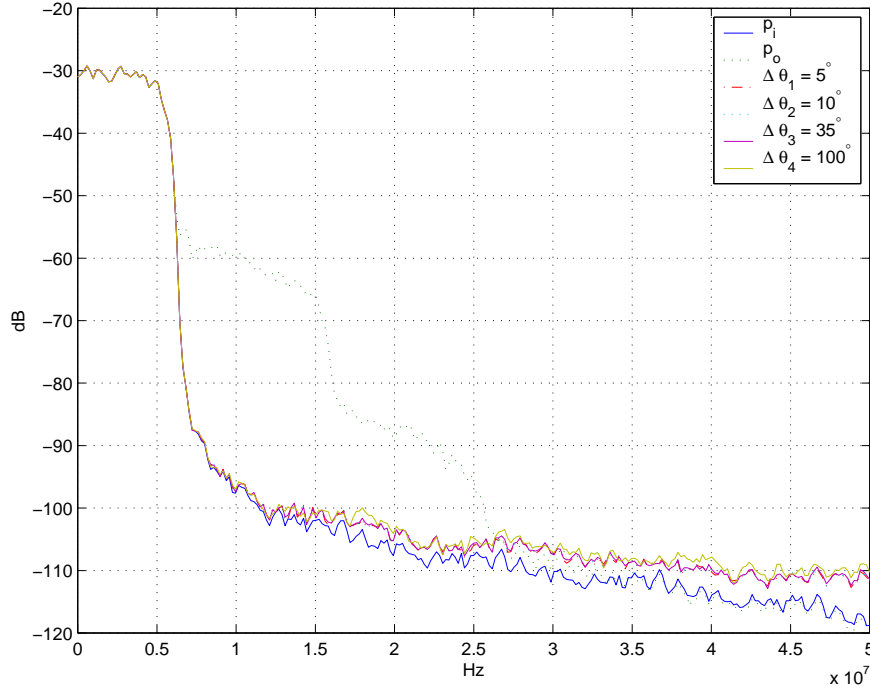


Figura 6.6: Densidad espectral de potencia de la señal de salida del AP con linealización para diferentes valores de desfase $\Delta\theta_n = \omega_0\tau_{0n}$ de la portadora.

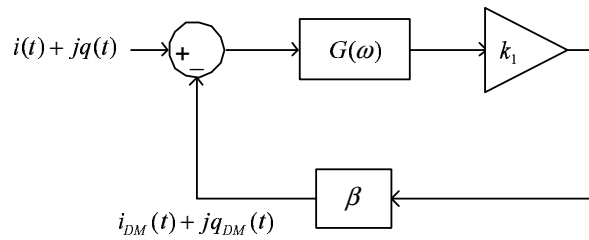


Figura 6.7: Equivalente banda base del *Cartesian Feedback Linearizer*.

t-invariantes del lazo.

El margen de fase está definido por:

$$pm = \pi - \Phi(a) - \angle G(\omega_{gc}) + \omega_{gc}\tau \tag{6.2}$$

donde τ es el retardo de propagación de la señal a lo largo del lazo, y ω_{gc} es la frecuencia angular en la que la ganancia de lazo –ecuación (6.1)– cruza por $0dB$.

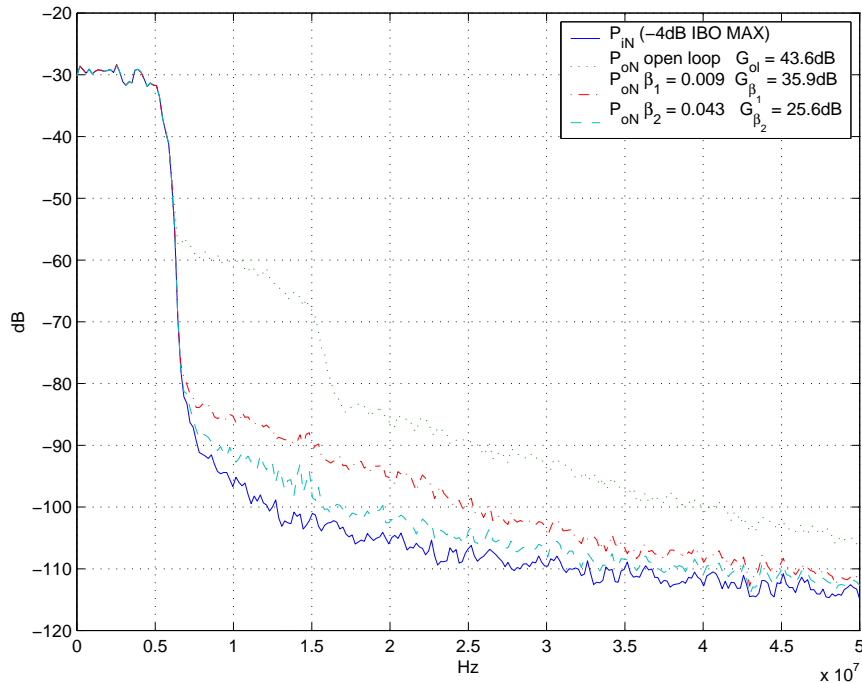


Figura 6.8: Disminución de la distorsión fuera de banda para dos valores distintos de β .

Efecto de la ganancia de lazo en la disminución de la distorsión fuera de banda, y en la ganancia de potencia global.

Teniendo presente que el ancho de banda del lazo define el ancho de banda de actuación del linealizador, o sea, el rango de frecuencias donde resulta posible eliminar la distorsión, se puede afirmar que, en general, mientras mayor es la ganancia de lazo mayor es la cantidad de distorsión fuera de banda que se puede eliminar. En condiciones ideales, asumiendo que G_ℓ posee un ancho de banda infinito (tiempo de propagación en el lazo nulo) esta técnica ya impone un compromiso entre la ganancia de potencia, así como la eficiencia de potencia de utilización del amplificador, y el nivel de potencia que se desea eliminar en las bandas adyacentes. En este sentido se sacrifica la ganancia del amplificador de potencia a favor de la linealidad. En la figura 6.8 se ilustra la disminución de la potencia en el canal adyacente para dos valores distintos de la magnitud de β . Para $\beta_1 = 0,009$ se obtiene una disminución del ACP del orden de 20dB, y para $\beta_2 = 0,043$ del orden de 30dB, como contrapartida se obtiene una disminución de la ganancia de amplificación de 7,7dB y 18dB respectivamente.

Efecto del margen de fase del lazo en la disminución de la distorsión fuera de banda.

El margen de fase es una medida de la cantidad de desfase, para $\omega = \omega_{gc}$, que el lazo puede tolerar antes de alcanzar una inversión de fase (180°). Una inversión de fase en correspondencia de $\omega = \omega_\pi$ produce inestabilidad si $|G_\ell(\omega_\pi)| > 0dB$ ($\omega_\pi < \omega_{gc}$), o produce un pico de ganancia si $|G_\ell(\omega_\pi)| < 0dB$ ($\omega_\pi > \omega_{gc}$), en ω_π .

En RF el margen de fase es dominado por el término $\omega_{gc}\tau$, ya que a elevadas frecuencias la longitud eléctrica del lazo impone un tiempo de propagación que puede ser comparable con los tiempos característicos de la señal.

A 28GHz, por ejemplo, asumiendo una velocidad de propagación equivalente a la de la luz en el vacío, una longitud de lazo de tan solo 0,54mm introduce un retardo de propagación de 0,018ns, igual a la mitad del periodo de oscilación de la portadora ($\approx 0,036ns$), que en términos de fase se traduce en 180° de desfase. Ciertamente, la velocidad de fase es una función de las propiedades intrínsecas de los materiales del circuito y de su geometría, y es dependiente de la frecuencia. En principio, cada armónico posee su propia velocidad de fase, pero si esta velocidad varía linealmente con la frecuencia no se presentará dispersión de las distintas componentes espectrales de la señal modulante, y como resultado el paquete de armónicos que compone la señal modulante viajará a una sola velocidad denominada de grupo v_{gr} , mientras que en su interior, la fase de la portadora cambiará a una velocidad v_o diferente, ya que $f_o \gg BW$ (28GHz \gg 10MHz). En un punto genérico en la rama de realimentación, a una distancia ℓ de la salida del amplificador, asumiendo que esta distancia se pudiera medir en el sentido de propagación de las señales eléctricas, tenemos, en el dominio del tiempo:

$$\begin{aligned} v_o(t, \ell) = & i_o \left(t - \frac{\ell}{v_{gr}} \right) \cos w_o \left(t - \frac{\ell}{v_o} \right) \\ & - q_o \left(t - \frac{\ell}{v_{gr}} \right) \sin w_o \left(t - \frac{\ell}{v_o} \right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

donde v_{gr} es la velocidad de propagación de la señal –velocidad de grupo–, y v_o es la velocidad de la fase de la portadora. En el dominio de la frecuencia la ecuación (6.3) tiene la forma equivalente:

$$\begin{aligned} V_o(\omega, \ell) = & \pi [I_o(\omega - \omega_o) + I_o(\omega + \omega_o)] e^{-j \omega_o \frac{\ell}{v_o} + \omega \frac{\ell}{v_{gr}}} \\ & - \pi [Q_o(\omega - \omega_o) + Q_o(\omega + \omega_o)] e^{-j \omega_o \frac{\ell}{v_o} + \omega \frac{\ell}{v_{gr}}} \end{aligned} \quad (6.4)$$

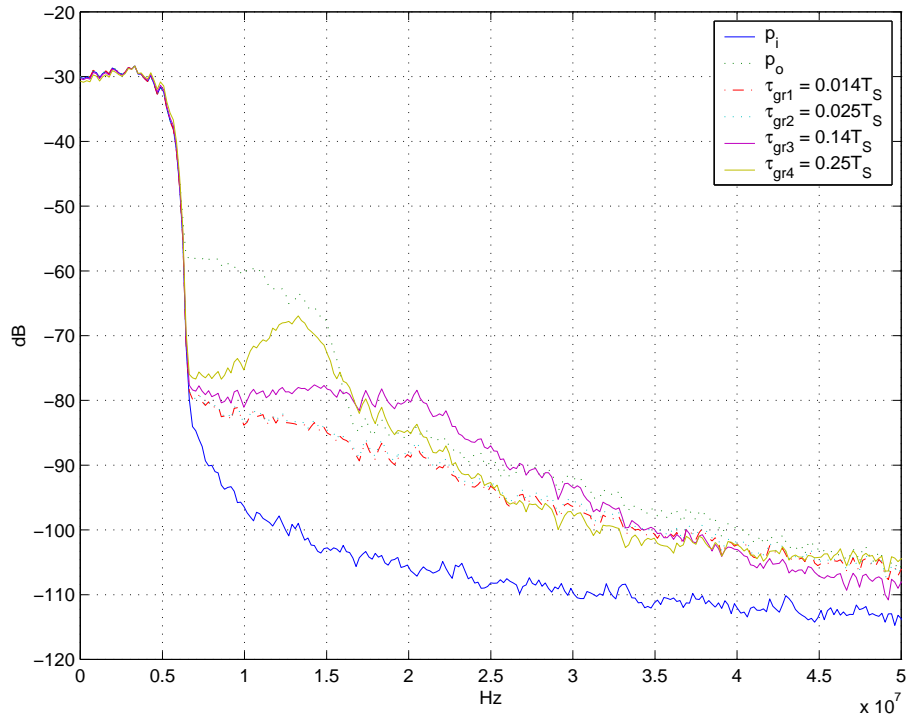


Figura 6.9: Efecto del retardo de grupo τ_{gr} en la disminución del ACP.

Mientras $\omega_o\tau_o$, con $\tau_o = \ell/v_o$ introduce un desfase común a toda la señal, el desfase $\omega\tau_{gr}$, con $\tau_{gr} = \ell/v_{gr}$ es función de la frecuencia. El efecto concomitante de estos dos retardos es de reducir el margen de fase del lazo, y es un asunto crítico en la linealización mediante *feedback*, y aún más grave si este se implementa directamente en RF.

En la figura 6.9 se ilustra el efecto de los siguientes retardos de la señal: $\tau_{gr} = 0,014T_S$, $0,25T_S$, $0,14T_S$ y $0,25T_S$, siendo T_S el periodo de símbolo, en el desempeño del linealizador. Se observa que el sistema "tolera" bien los retardos por debajo del 14% del periodo de símbolo T_S . Para retardos de tiempo superiores se manifiestan picos de potencia relativos localizados donde la fase añadida en el lazo iguala a π radianes. Con relación a la portadora se observa que retardos de tiempo iguales a los anteriores equivalen a desfases aproximados de $37,8^\circ$, $67,5^\circ$, 378° , y 675° , respectivamente. En la figura 6.10 se ilustra el efecto que tiene el desfase de la portadora en el desempeño del linealizador mediante realimentación Cartesiana. En la figura 6.10 se observa que desfases inferiores o iguales a 35° no desmejoran la efectividad del linealizador, permitiendo una reducción de más de 20dB de la potencia en la banda adyacente. Desfasajes superiores a 100° degradan

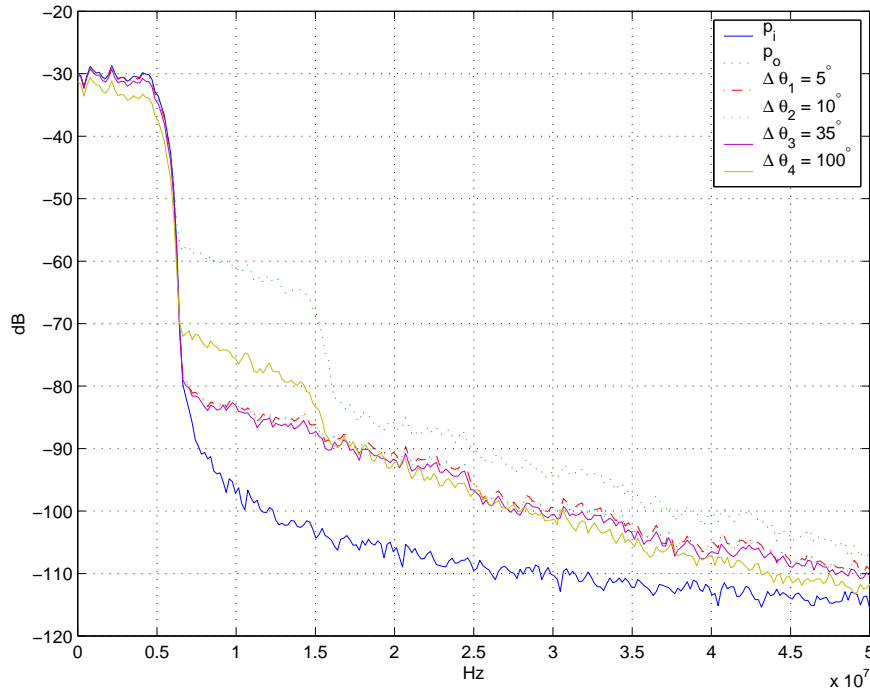


Figura 6.10: Efecto del retardo de la fase de la portadora $\Delta\theta_n = \omega_o\tau_{on}$ en la disminución del ACP.

inaceptablemente el sistema.

El uso de realimentación Cartesiana permite tener un cierto control sobre los elementos $\angle G(\omega)$ y $\omega_{gc}\tau$ de la ecuación (6.2). En primer lugar, por que en banda base el ancho de banda de linealización se reduce a N veces el ancho de banda de la señal moduladora, siendo $N = 5$ un valor adecuado, lo que permite disponer en la práctica de lazos con ancho de banda suficiente para disminuir la distorsión en las bandas adyacentes. En segundo lugar, la frecuencia angular ω_{gc} en banda base es considerablemente inferior a la que se tendría en RF. Al ser ω_{gc} más pequeña, el retardo $\omega_{gc}\tau_{gr}$ se puede minimizar procurando durante el diseño del *hardware* un nivel de integración adecuado (ℓ muy pequeño). El término de fase $\omega_o\tau_o$, que es común a toda la señal, se puede compensar ajustando la señal del oscilador local que alimenta los moduladores IQ en la rama directa, y puede implementarse adaptativamente [101].

6.3.2. *Feedforward.*

La arquitectura y el funcionamiento de un linealizador *feedforward* (figura 3.1) han sido descritos en la Sección 3.2. En la técnica de linealización *feedforward*, a diferencia de la linealización *feedback*, se toma una muestra de la distorsión (y no de la señal completa), y se inyecta en contrafase a la salida del sistema (y no a la entrada).

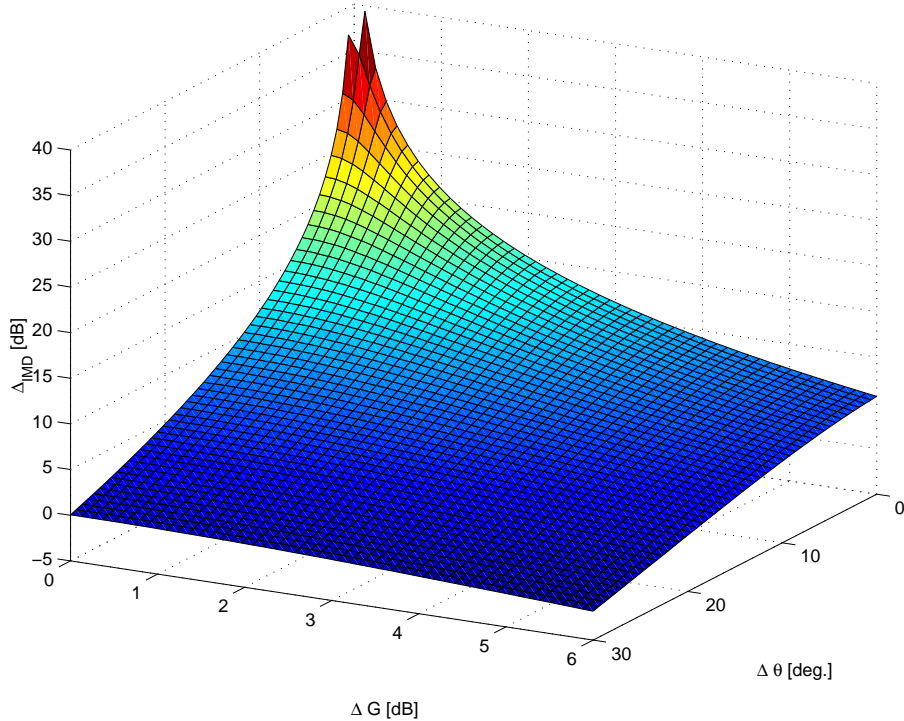


Figura 6.11: Reducción de la IMD fuera de banda en función de las diferencias de ganancia ΔG y fase $\Delta \theta$ entre las ramas del circuito de cancelación del error.

Los desajustes de tiempo de propagación de la señal y de fase que se derivan de las diferencias entre las longitudes eléctricas de las ramas de los circuitos de cancelación de la señal y de cancelación del error, así como los desajustes de ganancia, son críticos y constituyen los aspectos claves de esta técnica de linealización.

Asumiendo que los tiempos de propagación de la señal a lo largo de ambas ramas del circuito de cancelación del error son idénticos, la cantidad de distorsión que se puede suprimir en las bandas adyacente se puede estimar mediante la fórmula:

$$\Delta_{IMD} = -10 \log \left| 1 + 10^{\frac{\Delta G}{10}} - 2 \cdot 10^{\frac{\Delta G}{20}} \cdot \cos \Delta \theta \right| \quad (6.5)$$

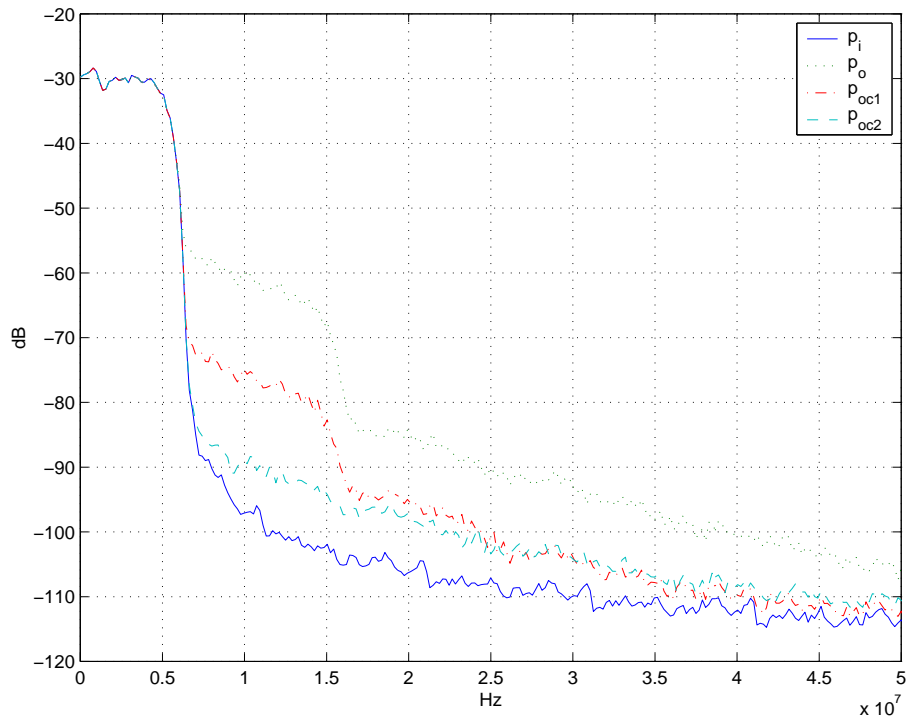


Figura 6.12: Reducción de la ACP para dos acopladores direccionales de potencia de salida distintos.

donde ΔG y $\Delta\theta$ son las diferencias de ganancia y fase, respectivamente, entre las ramas del *error cancellation circuit*. En la figura 6.11 se muestra una gráfica de esta ecuación.

A partir de la ecuación 6.5 se puede comprobar que para obtener una reducción de la distorsión superior a los 25dB, se requiere un desajuste de ganancia inferior a los 0,25dB, y un desajuste de fase inferior a los $2,5^\circ$ entre las ramas del circuito de cancelación del error.

Mediante simulación hemos probado el rendimiento de este linealizador utilizando dos amplificadores idénticos, uno actuando como amplificador principal, y alimentado con una potencia máxima de $-14,36\text{dBm}$ (4dB por encima del punto de 1dB de compresión), y el segundo actuando como amplificador del error, alimentado con una señal de potencia máxima de $-20,78\text{dB}$ (2,4dB por debajo del punto de 1dB de compresión).

Asumiendo un ajuste exacto de los factores claves del linealizador probamos la implementación del sistema para dos acopladores direccionales de potencia de salida distintos: el Acoplador 1 con 1,3dB de pérdidas y 6dB de acoplamiento, y el Acoplador 2 con 3dB de pérdidas y 3dB de acoplamiento.

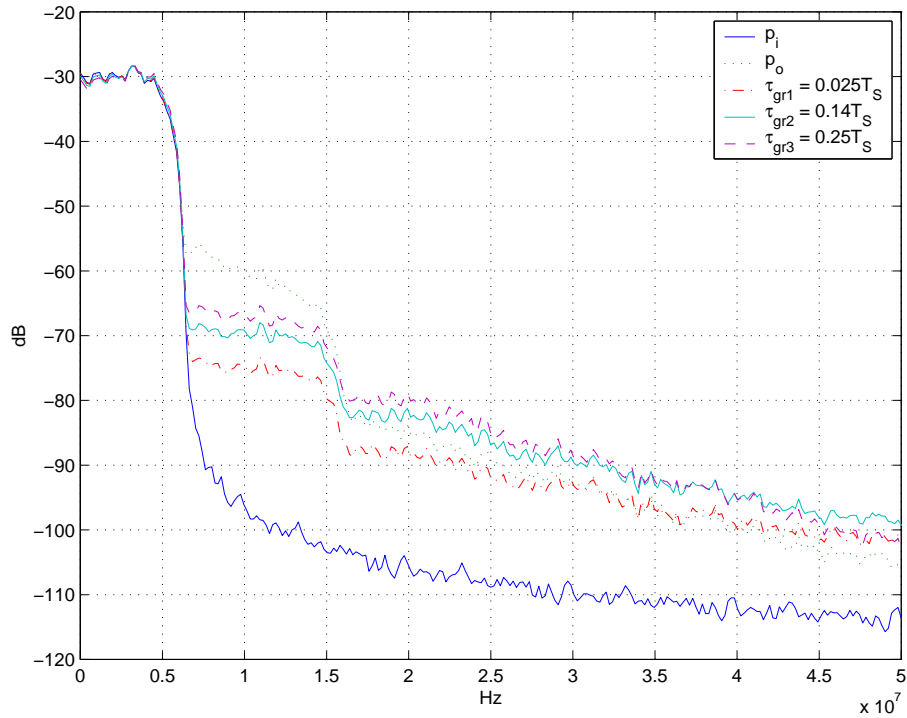


Figura 6.13: Reducción de la ACP para diferentes desajustes del retardo de propagación de la señal.

Los resultados obtenidos muestran una reducción de 3dB y 4,8dB de la ganancia de potencia, y una reducción de 15dB y 30dB de la distorsión fuera de banda, respectivamente. En la figura 6.12 se ilustran los espectros normalizados que se obtienen. Para el resto del presente análisis utilizaremos el Acoplador 2 como acoplador direccional de salida del linealizador *feedforward* bajo prueba.

Ajustando exactamente la fase, hemos probado varios valores de desajustes de retardo de propagación de la señal, del mismo orden de los utilizados en *feedback*. Estos desajustes se han distribuido entre ambos circuitos del linealizador *feedforward*. En la figura 6.13 se muestran los espectros normalizados de la señal de salida que se obtienen en cada caso.

Se observa que para un desajuste de 0,025 veces el periodo de símbolo T_S se obtiene una reducción de apenas 15dB de la ACP, poco más de la mitad de la reducción que se logra mediante realimentación Cartesiana –figura 6.9– para el mismo valor de retardo de propagación de la señal en el lazo. Para desajuste mayores la reducción de la distorsión fuera de banda disminuye.

Igualando en modo exacto los tiempos de propagación de la señal, hemos

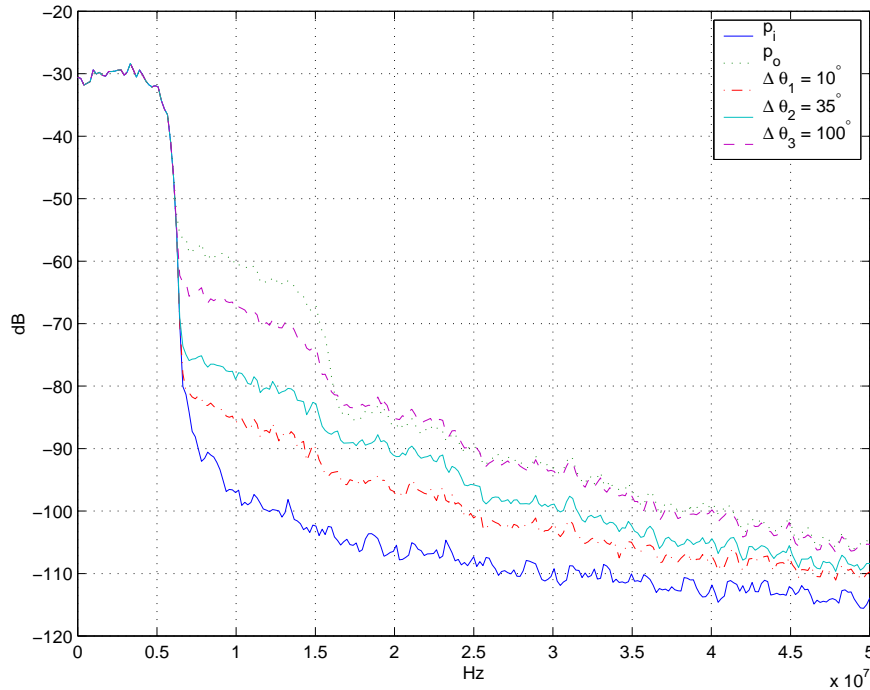


Figura 6.14: Reducción de la ACP para distintos valores de desajustes de fase $\Delta\theta_n = \omega_o\tau_{on}$.

probado a introducir desajustes de fase entre las ramas de 10°, 35°, y 100°. En la figura 6.14 se ilustran los espectros normalizados que se obtienen de la señal de salida.

Respecto a los desajustes probados, se obtuvo una reducción del ACP de aproximadamente 25dB, 10dB y 6dB, respectivamente. Comparado con realimentación Cartesiana –figura 6.10– se observa una mayor sensibilidad a los desajustes de fase, pero para pequeños desajustes unas mejores prestaciones.

Ya que en un linealizador *feedforward* todas las operaciones de comparación se realizan en RF, este sistema resulta más susceptible a diferencias entre las longitudes eléctricas de las diferentes ramas que el sistema con realimentación Cartesiana a la longitud del lazo. Para la compensación de los desbalances de amplitud y fase se han propuesto varias soluciones adaptativas [24][102].

6.3.3. Conclusiones.

En la tabla 6.2 se resume la reducción de la distorsión que se consigue con las diferentes técnicas de linealización estudiadas en los apartados anteriores en función de τ . En dicha tabla τ representa, en el linealizador hiperestable,

la diferencia de tiempo de propagación de las señales de salida del amplificador de potencia y del modelo de referencia; en realimentación Cartesiana representa el tiempo de propagación de la señal a lo largo del lazo; y en *feedforward* representa la diferencia de tiempo de propagación acumulado entre las diferentes señales que se comparan en ambos circuitos componentes.

Cuadro 6.2: Reducción de la distorsión para diferentes valores de τ @ $\Delta f = 10$ MHz. Comparación.

τ	Linealizador hiperestable	Realimentación Cartesiana	Feedforward
$0,025T_s$	> 35 dB	22 dB	15 dB
$0,14T_s$	32 dB	20 dB	10 dB
$0,25T_s$	28 dB	15 dB	8 dB

A partir de la tabla 6.2 podemos concluir que un linealizador hiperestable es menos sensible a pequeñas diferencias de tiempo de propagación que la realimentación Cartesiana a pequeños incrementos del retardo de propagación, y que este, a su vez, lo es respecto a un linealizador *feedforward* a desajustes del mismo orden del tiempo de propagación entre las ramas que se comparan.

En la tabla 6.3 se resumen los valores de reducción de la distorsión que se consigue con las diferentes técnicas de linealización en función del desfase $\Delta\theta$ de la portadora. El desfase $\Delta\theta$ de la portadora se origina en el linealizador hiperestable y en *feedforward* por la diferencia entre las longitudes eléctricas de las ramas que se comparan, mientras que en realimentación Cartesiana se origina por la longitud eléctrica del lazo.

Cuadro 6.3: Reducción de la distorsión para diferentes valores de $\Delta\theta$ @ $\Delta f = 10$ MH. Comparación.

$\Delta\theta$	Linealizador hiperestable	Realimentación Cartesiana	Feedforward
10°	> 35 dB	22 dB	25 dB
35°	> 35 dB	22 dB	18 dB
100°	> 35 dB	15 dB	7 dB

A partir de la tabla 6.3 podemos concluir que el linealizador hiperestable es menos sensible al desfase de la portadora que realimentación Cartesiana y que *feedforward*.

Ejerciendo un control muy fino sobre los factores estudiados, una reducción de más de 30 dB de ACP es posible con todas las técnicas. En realimentación Cartesiana esta reducción de la ACP se realiza a expensas de una disminución de la ganancia de potencia del amplificador comparable con la reducción de la distorsión que se consigue. En aplicaciones de muy altas frecuencias, como LMDS, el control de estos parámetros se facilita parcialmente en un linealizador hiperestable y en realimentación Cartesiana ya que parte del linealizador se implementa en banda base. Con todo, las prestaciones teóricas del linealizador hiperestable propuesto en esta tesis son superiores a las prestaciones de realimentación Cartesiana y *feedforward*.

Capítulo 7

Discusión final

Nuestra investigación se ha basado en el estudio de la aplicabilidad del control adaptativo con modelo de referencia para la linealización de un amplificador de potencia usando una ley de adaptación que fuera obtenida a partir del concepto de hiperestabilidad (pasividad).

El concepto de hiperestabilidad, si bien ha sido estudiado en el campo de la Teoría de Control, aún no había sido aplicado en la linealización de amplificadores de potencia que exhibieran distorsión de amplitud y de fase.

Nuestra aportación ha sido haber aplicado la teoría del control adaptativo y el concepto de la pasividad en la solución del problema de la linealización de amplificadores de potencia operando en RF, asunto en el que tal aplicación resulta inédita, y haber obtenido un linealizador novedoso con unas prestaciones muy elevadas en comparación con otras técnicas de linealización bien afianzadas.

Nuestra investigación nos ha conducido al diseño de una estructura que es capaz de linealizar un amplificador de potencia que opere en cualquier banda de frecuencias. Esta estructura se vale de la descomposición de las señales en sus componentes en fase y cuadratura para manejar, además de la distorsión AM/AM, la distorsión AM/PM. La complejidad del linealizador hiperestable que proponemos no es mayor que la complejidad de otros esquemas de linealización ampliamente usados, como los basados en estructuras de *feedforward* y predistorsión, y con todo, es capaz de ofrecer prestaciones superiores.

Se ha validado la efectividad del linealizador mediante simulación contrastando sus prestaciones con el de dos esquemas de linealización bien experimentados (*feedforward* y realimentación Cartesiana). Sobre un escenario común, utilizando una señal de prueba con un PMR de 6.8 dB y una potencia pico 4 dB por encima del punto de 1 dB de compresión de un AP en clase A, el linealizador hiperestable permite reducir la distorsión en al menos 28 dB, aún en las condiciones desfavorables en las que con realimentación

Cartesiana y *feedforward* apenas es posible lograr una reducción de 15 dB y 8 dB, respectivamente.

Podemos concluir afirmando que todos los objetivos propuestos han sido alcanzados.

En resumen, se ha aplicado la teoría de control adaptativo con modelo de referencia para la linealización de un amplificador de potencia en la banda de radiofrecuencias, diseñando una ley de adaptación basada en la teoría de la hiperestabilidad. Específicamente:

1. Se ha diseñado un linealizador basado en un sistema de control adaptativo con modelo de referencia, usando una ley de adaptación obtenida a partir de la hiperestabilidad.
2. Se ha probado la efectividad del linealizador usando dos leyes de adaptación hiperestables diferentes.
3. Se ha diseñado una estructura general para la implementación física del linealizador.
4. Se ha estudiado la eficacia de esta estructura en la linealización de un amplificador de potencia que presentaba distorsión AM/AM y AM/PM.
5. Finalmente, se ha validado la estructura propuesta mediante la contrastación de su rendimiento con otros esquemas de linealización ampliamente usados.

7.1. Trabajo futuro

De acuerdo a los prometedores resultados obtenidos, esta investigación puede considerarse como la iniciación de toda una nueva sublínea de investigación en el área de la linealización de amplificadores de potencia. Las estructuras que hemos propuesto, en particular la que ha merecido nuestro análisis, ha de ser implementada físicamente para una ulterior investigación experimental. Las imperfecciones que hemos analizado y que luego hemos probado en un escenario de simulación perfectamente controlado, han de ser comprobadas mediante hardware. Es de esperar que en tal implementación física del linealizador sus prestaciones sean inferiores que las previstas teóricamente (lo cual ocurre para todos los esquemas de linealización) debido sobre todo a la acción conjunta de las imperfecciones que en nuestra tesis hemos estudiado individualmente. Las Estructuras 2 y 3 que han sido esbozadas en esta tesis son ejemplos de otras posibles implementaciones físicas del linealizador hiperestable, y han de ser sometidas a ulterior investigación, así como otras

posibles arquitecturas hardware basadas en los mismos principios desarrollados en esta tesis han de ser investigados.

Bibliografía

- [1] P. B. KENINGTON. *High-Linearity RF Amplifier Design*. Artech House INC, 2000. 3.1, 3.4
- [2] Hewlett Packard. Digital Modulation in Communications Systems. An Introduction. Application Note 1298. <http://www.agilent.com/Top/English/index.html>.
- [3] J. S. KENNEY AND A. LEKE. Design Considerations for Multicarrier CDMA Base Station Power Amplifiers. *Microwave Journal*, pages 76–86, November 1998. 1.1
- [4] S. C. CRIPPS. *RF Power Amplifiers for Wireless Communication*. Artech House, INC, 1999. 1.1, 3.2
- [5] B. P. LATHI. *Modern Digital and Analog Communication Systems*. Oxford University Press, Inc., 198 Madison Avenue, New York, New York 10016, third edition, 1998. 2.2
- [6] J. G. PROAKIS AND M. SALEHI. *Contemporary Communication Systems, using MATLAB[®]*. BookWare Companion Series[™]. Bill Stenquist, BROOKS/COLE, CA. USA., first edition, 2000.
- [7] DAVID M. POZAR. *Microwave and RF Design of Wireless Systems*. John Wiley & Sons, Inc., USA, 2001.
- [8] M. SCHETZEN. *The Volterra & Wiener Theories of Nonlinear Systems*. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1980. 2.4
- [9] S. BOYD AND Y. S. TANG AND L. O. CHUA. Measuring Volterra Kernels. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-30(8), August 1983. 2.4
- [10] T. A. H. WILKINSON AND P. A. MATTHEWS. Assessment of UHF Power Amplifier Linearisation by Measurement and Simulation. *Fifth*

- International Conference on Mobile Radio and Personal Communications*, pages 60–64, 1989. 2.4
- [11] BO WANG AND XINGNAN HONG AND BAOXIN GAO. A new method to find the optimal subharmonic impedance for CDMA power amplifier with volterra series analysis. *IEEE Microwave Conference, 2001. APMC 2001. Asia-Pacific*, 1:306–309, Dec. 2001. 2.4
- [12] C. LIU AND H. XIAO AND FU LI. Spectrum Modeling of an RF Power Amplifier for TDMA Signals. *Microwave Journal*, 4:88, April 2001. 2.4
- [13] M. C. JERUCHIM AND P. BALABAN AND K. S. SHANMUGAN. *Simulation of Communication Systems*. Plenum Press, 233 Spring street, New York, N. Y. 10013, 1992. 2.4, 2.4
- [14] R. BLUM AND M. C. JERUCHIM. Modeling nonlinear amplifiers for communication simulation. *IEEE International Conference on Communications. ICC '89, BOSTON ICC/89. Conference record. 'World Prosperity Through Communications'*, 3:1468–1472, 1989. 2.4, 2.4
- [15] ADEL A. M. SALEH. Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers. *IEEE Transactions on Communications*, COM-29(11):1715–1720, November 1981. 2.4, 2.4, 1
- [16] A. GHORBANI AND M. SHEIKHAN. The Effect of Solid State Power Amplifiers (SSPAs) Nonlinearities on MPSK and M-QAM Signal Transmission. *Digital Processing of Signals in Communications, Sixth International Conference on*, pages 193 – 197, 1991. 2.4
- [17] C. RAPP. Effects of HPA-Nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-Signal for a Digital Sound Broadcasting System. *Proceedings of the Second European Conference on Satellite Communications, Liege, Belgium*, pages 179–184, October 22-24 1991. 2.4
- [18] A. J. CANN. Nonlinearity model with variable knee sharpness. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 16(6):874–877, 1980. 2.4
- [19] MUHA M.S. AND CLARK C.J. AND MOULTHROP A.A. AND SILVA, C.P. Validation of power amplifier nonlinear block models. *Microwave Symposium Digest, 1999 IEEE MTT-S International*, 2:759–762, June 1999. 2.4

- [20] L. SUNDSTRÖM. *Digital RF Power Amplifier Linearisers. Analysis and Design*. PhD thesis, Department of Applied Electronics, Lund University, Lund University Box 118, S-221 00 LUND SWEDEN, August 1995. [3.1](#)
- [21] S.J. GRANT. A DSP Controlled Adaptive Feedforward Amplifier Linearizer. Master's thesis, Engineering Science. Simon Fraser University, Burnaby, BC, V5A 1S6 Canada, July 1996. [3.2](#)
- [22] Q. CHENG AND C. YIYUAN AND Z. XIAOWEI. A 1.9 GHz Adaptive Feedforward Power Amplifier. *Microwave Journal*, pages 86–96, November 1998. [3.2](#)
- [23] W. T. THORNTON AND L. E. LARSON. An Improved 5.7 GHz ISM-Band Feedforward Amplifier Utilizing Vector Modulator for Phase and Attenuation Control. *Microwave Journal*, pages 97–106, December 1999. [3.2](#)
- [24] ZOZAYA A. AND BERTRAN E. AND BERENQUER-SAU J. Adaptive Feedforward Amplifier Linearizer using Analog Circuitry. *Microwave Journal*, 44(7):102–114, July 2001. [3.2](#), [6.3.2](#)
- [25] E. BERTRAN AND A. J. ZOZAYA. Analog IC-Achievable Lineariser for Power Amplifiers based on Adaptive Feedforward. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, Aceptado y pendiente de publicación. [3.2](#)
- [26] K. KONSTANTINOU AND P. GARDNER AND D. K. PAUL. Optimisation method for feedforward linearisation of power amplifiers. *IEE Electronic Letters*, 29(18):1633–1635, September 1993. [3.2](#)
- [27] AmpliX Inc. TWT Linearizers, SSPA Linearizers. www.amplix.com, 2000. [3.2](#), [3.3](#)
- [28] B. BERGLUND AND T. NYGREN AND K. SAHLMAN. RF multi-carrier amplifier for third-generation systems. Ericsson Online Review. <http://www.ericsson.com>, April 2001. [3.3](#)
- [29] A.N. D'ANDREA AND V. LOTTICI AND R. REGGIANNINI. RF power amplifier linearization through amplitude and phase predistortion. *IEEE Transactions on Communications*, 44(11):1477–1484, Nov. 1996. [3.3](#)

- [30] E. WESTESSON AND L. SUNDSTRÖM. Low-Power Complex Polynomial Predistorter Circuit in CMOS for RF Power Amplifier Linearization. *ESSCIRC 2001, 27th European Solid-State Circuits Conference, Online Proceedings*, http://www.eurotraining.net/ESSCIRC_2001/ess-circ_2001/, September 2001. 3.3
- [31] L. SUNDSTRÖM AND M. JOHANSSON. Chip for linearisation of RF power amplifiers using digital predistortion. *IEE Electronics Letters*, 30(14):1123–1124, July 1994. 3.3
- [32] T. RAHKONEN AND T. KANKAALA AND M. NEITOLA AND A. HEISKANEN. Using Analog Predistortion for Linearizing Class A-C Power Amplifiers. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 22(1):31–39, Jan. 2000. 3.3
- [33] Y. NAGATA. Linear amplification technique for digital mobile communications. *IEEE 39th Vehicular Technology Conference*, 1:159–164, 1989. 3.3, 3.3, 3.3, 5.4.2
- [34] A. BATEMAN AND D. M. HAINES AND R. J. WILKINSON. Linear transceiver architectures. *In Proceedings of the 38th IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 478–484, May 1988. 3.3
- [35] M. FAULKNER AND T. MATTSSON AND W. YATES. Adaptive linearisation using pre-distortion. *IEEE 40th Vehicular Technology Conference*, pages 35–40, 1990. 3.3, 3.3
- [36] M. FAULKNER AND M. JOHANSSON. Adaptive Linearization Using Predistortion-Experimental Results. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 43(2):323–332, May 1994. 3.3, 3.3, 5.4.2
- [37] J.K. CAVERS. Amplifier Linearization Using A Digital Predistorter With Fast Adaptation And Low Memory Requirements. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 39(4):374–382, November 1990. 3.3, 3.3
- [38] F. ZAVOSH AND M. THOMAS AND C. THRON AND T. HALL AND D. ARTUSI AND D. ANDERSON AND D. NGO AND D. RUNTON. Digital Predistortion Techniques for RF Power Amplifiers with CDMA Applications. *Microwave Journal*, 42(10):22–50, October 1999. 3.3
- [39] F. ZAVOSH AND D. RUNTON AND C. THRON. Digital Predistortion Linearizes RF PAs. *Microwaves & RF*.

- <http://www.thecircuitboard.com/2000/aug1500/aug1500.html>,
39(8):95–106, August 2000. 3.3
- [40] L. SUNDSTRÖM AND M. FAULKNER AND M. JOHANSSON. Quantization analysis and design of a digital predistortion linearizer for rf power amplifiers. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(4):707–719, Nov. 1996. 3.3
- [41] R. GÓMEZ AND H. JARDÓN. Highly linear amplifier for high gain applications. *IEE Electronics Letters*, 32(2):81–82, January 1996. 3.4
- [42] A.K. EZZEDDINE AND H.L.A. HUNG AND H.C. HUANG. An MMAC C-band FET feedback power amplifier. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 38(4):350–357, April 1990. 3.4
- [43] P. ASBECK AND C. FALLESEN. An RF Power Amplifier in a Digital CMOS Process. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 30(1):41–50, January 2002. 3.4, 3.4
- [44] V. PETROVIC AND W. GOSLING. Polar-loop transmitter. *IEE Electronics Letters*, 15(10):286–288, May 1979. 3.4
- [45] J.S. CARDINAL AND F.M. GHANNOUCHI. A new adaptive double envelope feedback (ADEF) linearizer for mobile radio power amplifiers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 43(7):1508–1515, July 1995. 3.4
- [46] H-M PARK AND D-H BAEK AND K-I JEON AND S. HONG. A predistortion linearizer using envelope-feedback technique with simplified carrier cancellation scheme for class-A and class-AB power amplifiers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 48(6):898–904, June 2000. 3.4
- [47] V. PETROVIC. Reduction of spurious emission from radio transmitters by means of modulation feedback. *In IEE Conference on Radio Spectrum Conservation Techniques*, pages 44–49, September 1983. 3.4
- [48] L. R. KAHN. Single-Sideband Transmission by Envelope Elimination and Restoration. *Proc. IRE*, 40:803–806, July 1952. 3.5
- [49] F. H. RAAB AND D. J. RUPP. High-efficiency single-sideband HF/VHF transmitter based upon envelope elimination and restoration. *HF Radio Systems and Techniques, Sixth International Conference on*, pages 21–25, July 1994. 3.5

- [50] D. SU AND W. MCFARLAND. An IC for Linearizing RF Power Amplifiers Using Envelope Elimination and Restoration. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 33(12):2252–2258, December 1998. 3.5
- [51] D. C. COX AND R. P. LECK. Component Signal Separation and Recombination for Linear Amplification with Nonlinear Components. *IEEE Transactions on Communications*, 23:1281–1287, November 1975. 3.6
- [52] A. BATEMAN. The Combined Analogue Locked Loop Universal Modulator (CALLUM). *IEEE 42nd Vehicular Technology Conference*, 2:759–763, May 1992. 3.6
- [53] F. J. CASADEVALL AND A. VALDOVINOS. Performance analysis of QAM modulations applied to the LINC transmitter. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4):399–406, November 1993. 3.6
- [54] C.P. CONRADY AND J.G. MCRORY AND R.H JOHNSTON. Low-memory digital signal component separator for LINC transmitters. *IEE Electronics Letters*, 37(7):460–461, March 2001. 3.6
- [55] S.A HETZEL AND A. BATEMAN AND J.P. MCGHEEHAN. LINC transmitter. *IEE Electronics Letters*, 27(10):844–846, May 1991. 3.6
- [56] R.E. SHEMEL. Generating arcsine(x) and alternative method for LINC. *IEE Electronics Letters*, 35(10):782–783, May 1999. 3.6
- [57] B. SHI AND SUNDSTRÖM. A Voltage-Translinear Based CMOS Signal Component Separator Chip for Linear LINC Transmitters. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 30:31–39, 2002. 3.6
- [58] L. SUDNSTRÖM. Automatic adjustment of gain and phase imbalances in LINC transmitters. *IEE Electronics Letters*, 31(3):155–156, February 1995. 3.6
- [59] X. ZHANG AND L. E. LARSON AND P. M. ASBECK AND P. NANA-WA. Gain/Phase Imbalance-Minimization Techniques for LINC Transmitters. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 49(12):2507–2516, December 2001. 3.6, 3.6
- [60] L. SUNDSTRÖM AND M. JOHANSSON. Effect of modulation scheme on LINC transmitter power efficiency. *IEE Electronics Letters*, 30(20):1643–1645, September 1994. 3.6

- [61] B. SHI AND L. SUNDSTRÖM. Investigation of a highly efficient LINC amplifier topology. *IEEE 54th Vehicular Technology Conference*, 2:1215–1219, 2001. 3.6
- [62] D.J. JENNINGS AND J.P. MCGEEHAN. A high-efficiency RF transmitter using VCO-derived synthesis: CALLUM. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 47(6):715–721, June 1999. 3.6
- [63] K.Y. CHAN AND A. BATEMAN. Analytical and measured performance of the combined analogue locked loop universal modulator (CALLUM). *IEE Proceedings Communications*, 142(5):297–306, Oct. 1995. 3.6
- [64] K.Y. CHAN AND A. BATEMAN AND M. LI. Analysis and realisation of the LINC transmitter using the combined analogue locked loop universal modulator (CALLUM). *IEEE 44th Vehicular Technology Conference*, 1:484–488, 1994. 3.6
- [65] P.B. KENINGTON. Linearised RF Amplifier and Transmitter Techniques. <http://www.wsi.co.uk>, November 1998. 3.6
- [66] V. M. POPOV. *Hyperstability of Control Systems*. Editura Academiei and Springer-Verlag, 1973. 4.1, 4.1, 4.1, 2
- [67] C. I. BYRNES AND A. ISIDORI AND J. C. WILLEMS. Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36:1228–1240, November 1991. 4.1, 2, 4.3
- [68] B. D. O. ANDERSON. A Simplified Viewpoint of Hyperstability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 292–294, June 1968. 4.1, 4.1, 2, 4.3.2, 4.3.2, 4.3.3, 4.3.3, 4.3.4
- [69] Y. D. LANDAU. *Adaptive Control: The Model Reference Approach*. Marcel Dekker, INC, New York. USA, 1985. 4.1, 4.4.1, 4.4.2, 5.2.2
- [70] K. S. NARENDRA AND L. S. VALAVANI. A Comparison of Lyapunov and Hyperstability Approaches to Adaptive Control of Continuous Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC(25):243–247, April 1980. 4.1
- [71] Z. CHUAN AND J. E. FAGAN. Model Reference Adaptive Control System Hyperstability Analysis. *IEEE Proceedings SSST '93., Twenty-Fifth South-eastern Symposium on System Theory*, pages 307–309, March 1993.

- [72] KATSUHIKO OGATA. *Ingeniería de Control Moderna*. Prentice Hall, 3 edition, 1998.
- [73] I. J. NAGRATH AND M. GOPAL. *Control Systems Engineering*. Wiley Eastern Limited, 1977.
- [74] J. C. WILLEMS. Dissipative Dynamical Systems. Part I: General Theory. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45(5):321–351, 1972. 4.2, 2, 4.3.3
- [75] D. HILL AND P. MOLAN. The Stability of Nonlinear Dissipative Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 708–711, October 1976. 2, 4.3
- [76] H. L. TRENTELMAN AND J. C. WILLEMS. Storage Functions for Dissipative Linear Systems are Quadratic state Functions. *IEEE Proceedings Conference On Decision & Control*, pages 42–47, December 1997. 2
- [77] V. V. NIKOLSKI. *Electrodinámica y Propagación de Ondas de Radio*. Editorial MIR, Moscú, 1976. 4.3.1
- [78] C.A. DESOER AND M. VIDYASAGAR. *Feedback Systems: Input-Output Properties*. Academic Press, INC., 1975. 4.3.2
- [79] J. MARDSEN AND M. HOFFMAN. *Basic Complex Analysis*. W. H. Freeman and Company, segunda edición, 1987.
- [80] K. NARENDRA AND A. M. ANNASWAMY. *Stable Adaptive Systems*. Prentice Hall, Inc., 1989. 4.3.2
- [81] J.L. WILLEMS. *Stability Theory of Dynamical Systems*. Nelson and Sons, 1971. 4.3.3, 4.3.4
- [82] S. SASTRY AND M. BODSON. *Adaptive Control. Stability, Convergence and Robustness*. Prentice Hall, 1989.
- [83] E. BERTRAN. Continuous-time Adaptive Control of Consumer Electronic Circuits. *Selected papers on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, Editorial Pergamon Press*, 1993. 4.4.1
- [84] E. BERTRAN AND G. MONTORO. Adaptive VS-MRAC for disturbance cancellation. *IEE Electronics Letters*, 31(2):142–144, January 1995. 4.4.1

- [85] E. BERTRAN AND G. MONTORO. Application of hyperstability theory to interference cancelling. *IEEE Actas del MELECON'94. Antalya*, pages 679–682, 1994. 4.4.1
- [86] E. BERTRAN AND G. MONTORO AND N. TALAVERA. Continuous-time adaptive control applied to RF amplifier linearization. *IEEE Actas del MELECON'94. Antalya*, pages 160–163, 1994. 4.4.1
- [87] Y. D. LANDAU. Adaptive Systems. <http://www-lag.ensieg.inpg.fr/landau/>. 4.4.2
- [88] I.S. GRADSHTEYN AND I.M. RYZHIK. *Tables of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, 5 edition, 1994.
- [89] Analog Devices. AD834. 500 MHz Four-Quadrant Multiplier. Data Sheet. <http://products.analog.com/products>. 5.4.1, 4
- [90] Analog Devices. AD835. 250 MHz, Voltage Output 4-Quadrant Multiplier. Data Sheet. <http://products.analog.com/products>. 5.4.1, 4
- [91] Analog Devices. AD8031/AD8032 2.7 V, 800 mA, 80 MHz Rail-to-Rail I/O Amplifiers. Data Sheet. <http://products.analog.com/products>. 5.4.1, 5.28
- [92] S. FRANCO. *Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits*. Mc. Graw-Hill, USA, 1988. 4, 4
- [93] R. A. GAYAKWAD. *Op-Amps and Linear Integrated Circuit Technology*. Prentice-Hall, INC, USA, 1983. 4
- [94] EYRE, J. AND BIER, J. DSP processors hit the mainstream. *IEEE Computer*, 31(8):51–59, Aug. 1998.
- [95] DANIEL ERIC JOHNSON. Adaptive Digital Predistortion with Applications for LMDS Systems. Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, August 2000. 6.1, 6.1
- [96] WCA International. LMDS Overview. <http://www.wcai.com/lmds.htm>, Marzo 2002. 6.1
- [97] International Engineering Consortium. Local Multipoint Distribution System (LMDS). <http://www.iec.org/online/tutorials/>, Marzo 2002. 6.1
- [98] Hewlett Packard. Hmmc-5040, 20 40 ghz amplifier, technical data. <http://rf.rfglobalnet.com/designcenters/hp/products/mwmc/mmc5040.htm>, June 1999. 6.1

BIBLIOGRAFÍA

- [99] Hewlett Packard. Hmmc-5033, 17.7-32 ghz power amplifier, data sheet. www.rfglobalnet.com/library/DataSheets/files/hmmc5033.htm, June 1999. 6.1
- [100] M. A. BRIFFA AND M. FAULKNER. Stability analysis of Cartesian feedback linearisation for amplifiers with weak nonlinearities. *IEE Proceedings-Communications*, 143(4):212–218, August 1996. 6.3.1
- [101] MICHAEL FAULKNER. An Automatic Phase Adjustment Scheme for RF and Cartesian Feedback Linearizers. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 49(3):956–964, May 2000. 6.3.1
- [102] STEPHEN J. GRANT AND JAMES K. CAVERS AND PAUL A. GOUD. A DSP Controlled Adaptive Feedforward Amplifier Linearizer. *Universal Personal Communications, 1996. Record, 5th IEEE International Conference on*, 2:788–792, 1996. 6.3.2

Glosario

ACP Adjacent Channel Power.

ADC Analog to Digital Converter.

AM/AM Amplitude Modulation/Amplitude Modulation.

AM/PM Amplitude Modulation/Phase Modulation.

AMPS Advanced Mobile Phone System.

AP Amplificador de Potencia.

ASK Amplitude Shift Keying.

BER Bit Error Rate.

BPSK Binary Phase Shift Keying.

BW Bandwidth.

CAG Control Automático de Ganancia.

CALLUM Combined Analogue-Locked Loop Universal Modulator.

CDMA Code Division Multiple Access.

CMOS Complementary Metal-Oxide Semiconductor.

CPFSK Continuous Phase Frequency Shift Keying.

CPM Continuous Phase Modulation.

DAC Digital to Analog Converter.

DQPSK Differential Quadrature Phase Shift Keying.

DSP Digital Signal Processor.

EE&R Envelope Elimination and Restoration.

FSK Frequency Shift Keying.

GSM Global System For Mobile Communication.

GMSK Gaussian Minimum Shift Keying.

IBO Input Back-Off.

IF Intermediate Frequency.

LINC Linear Amplification using Non-Linear Components.

LMDS Local Multipoint Distribution System.

LTl Linear Time-Invariant.

LUT Look-Up Table.

MCPA Multicarrier Power Amplifier.

MMCA Miniaturized Microwave Active Circuit.

MRAS Model Reference Adaptive System.

MSK Minimum Shift Keying.

NADC North American Digital Cellular.

OBO Output Back-Off.

OOK On-Off Keying.

Op Amp Operational Amplifier.

OQPSK Offset Quadrature Phase Shift Keying.

PAE Power Added Efficiency.

PHS Personal Handyphone System.

PMR Peak to Mean Ratio.

PSK Phase Shift Keying.

PR Positive Real.

QAM Quadrature Amplitude Modulation.

QPSK Quadrature Phase Shift Keying.

RF Radio Frequency.

SISO Single-Input Single-Output.

SPR Strictly Positive Real.

SSPA Solid State Power Amplifier.

PA Power Amplifier.

TDMA Time Domain Multiple Access.

TETRA Trans European Trunked Radio.

TWT Travelling Wave Tube.

VCO Voltage Control Oscillator.

W-CDMA Wide-Code Division Multiple Access.