



ESTRATÈGIES DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES  
MATEMÀTICS: INCIDÈNCIA DE L'ÚS DEL FOLI DE  
CÀLCUL EN L'ENSENYAMENT/APRENTENTATGE  
DE LA PROPORCIONALITAT

MANOLI PIFARRÉ TURMO

1999

En el següent apartat estudiarem si les petites diferències entre els tres professors depenen de les característiques de la proposta didàctica que han impartit (variable independent: context d'aprenentatge), o bé es tracten de diferències individuals esperables i normals entre tres ensenyants diferents.

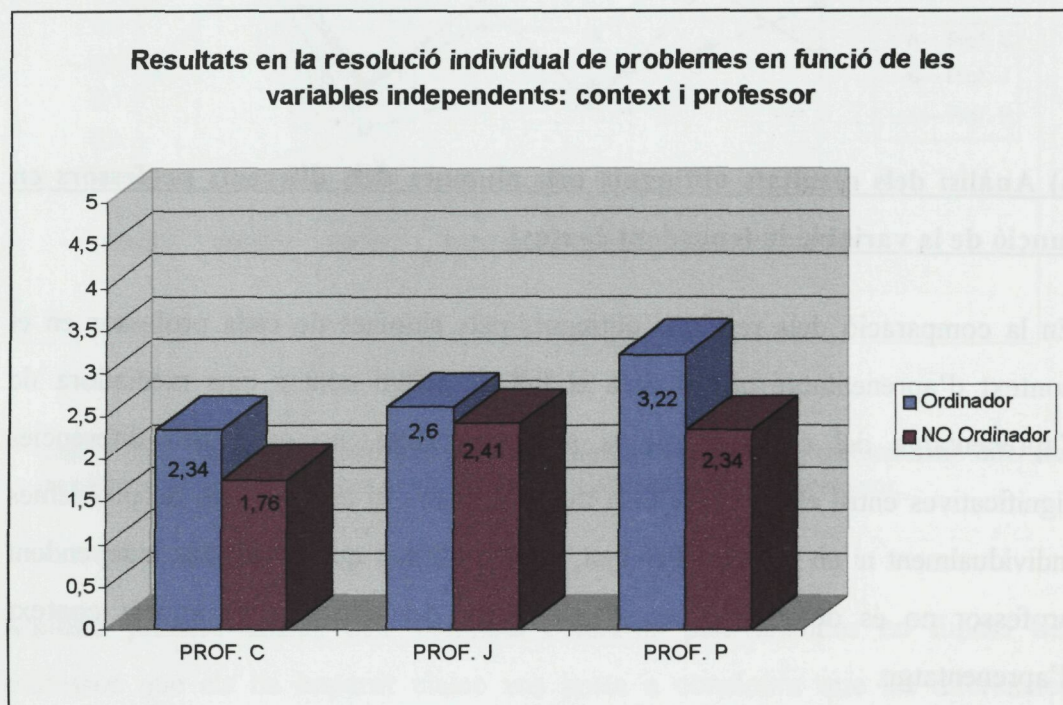
**b) Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes dels diferents professors en funció de la variable independent context.**

En la comparació dels resultats obtinguts pels alumnes de cada professor en el context d'aprenentatge que utilitza el full de càlcul com a eina medidora de l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat, no es troben diferències significatives entre els alumnes dels tres professors ni en resolució de problemes individualment ni en parelles. Per tant, podem afirmar que la variable independent professor no és determinant en el rendiment dels alumnes en aquest context d'aprenentatge.

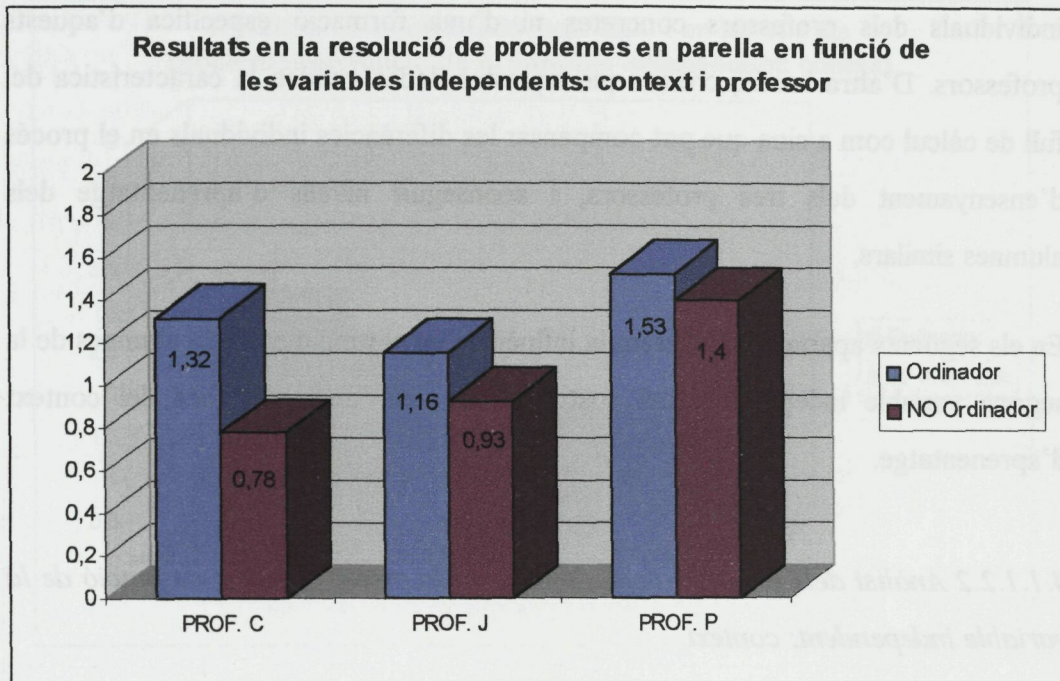
En la comparació dels resultats obtinguts pels alumnes de cada professor en el context que no ha utilitzat el full de càlcul com a eina medidora de l'aprenentatge dels alumnes, no es detecten diferències significatives en la resolució de problemes individualment, però sí en la resolució dels problemes en parella. La prova de contrastos detecta diferències significatives en el professor P respecte als professors C i J, el primer obté millors resultats que els altres dos professors ( $P > C, J$ ).



Les mitjanes de les puntuacions obtingudes pels diferents alumnes de cada professor en funció del context d'aprenentatge es presenten en els gràfics IV-8 i IV-9.



Gràfic IV-8. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució individual de problemes de la prova post-test en funció de les variables independents: context i professor. Puntuació màxima = 5 punts.



Gràfic IV-9. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució de problemes en parella de la prova post-test en funció de les variables independents: context i professor. Puntuació màxima = 2 punts.

Fruit de l'anàlisi del resultat obtinguts pels alumnes dels diferents professors en els dos contextos d'ensenyament/aprenentatge, podem concloure que:

En primer lloc, les principals diferències entre el rendiment assolit pels alumnes dels tres professors es troben en la resolució de problemes en parelles i en el context d'aprenentatge que no utilitza el full de càlcul. Els alumnes del professor P són els qui obtenen un rendiment lleugerament superior als altres dos professors en aquest context.

En segon lloc, i a diferència del que es podria esperar a priori, no es detecten diferències significatives en el rendiment dels alumnes dels tres professors en el context d'ensenyament/aprenentatge que utilitza el full de càlcul com a eina facilitadora del seu aprenentatge. Aquestes dades, d'una banda, exemplifiquen que l'ús d'aquesta eina informàtica a l'aula no requereix unes característiques

individuals dels professors concretes ni d'una formació específica d'aquests professors. D'altra banda, creiem que aquestes dades validen la característica del full de càlcul com a eina que pot compensar les diferències individuals en el procés d'ensenyament dels tres professors, i aconseguir nivells d'aprenentatge dels alumnes similars.

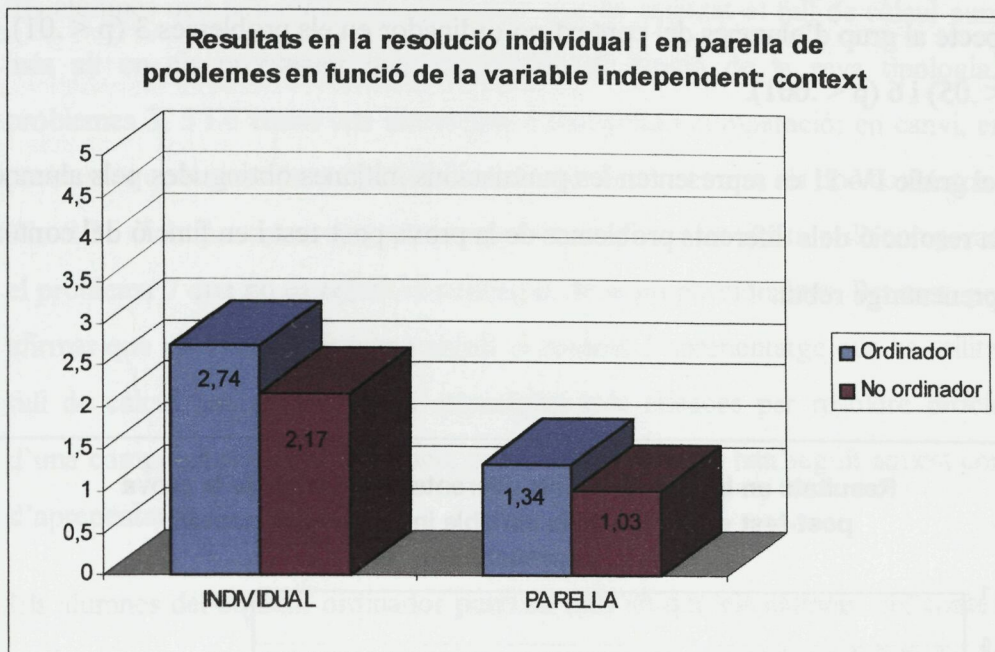
En els següents apartats estudiarem la influència en el rendiment dels alumnes de la segona variable independent del nostre estudi: les característiques del context d'aprenentatge.

#### *4.1.1.2 Anàlisi dels resultats dels alumnes en la prova post-test en funció de la variable independent: context*

L'objectiu d'aquesta anàlisi és estudiar quin dels dos contextos d'aprenentatge del nostre estudi afavoreix un millor rendiment dels alumnes.

Les dades obtingudes en la prova post-test posen de manifest que els alumnes que han rebut una instrucció que utilitza el full de càlcul com a eina medidora en l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat obtenen un millor rendiment que els alumnes que no han utilitzat l'ordinador com a mediador de l'aprenentatge, com es pot observar en la gràfic IV-10.





Puntuació màxima de la variable: INDIVIDUAL = 5 punts. Puntuació màxima de la variable: PARELLA= 2 punts

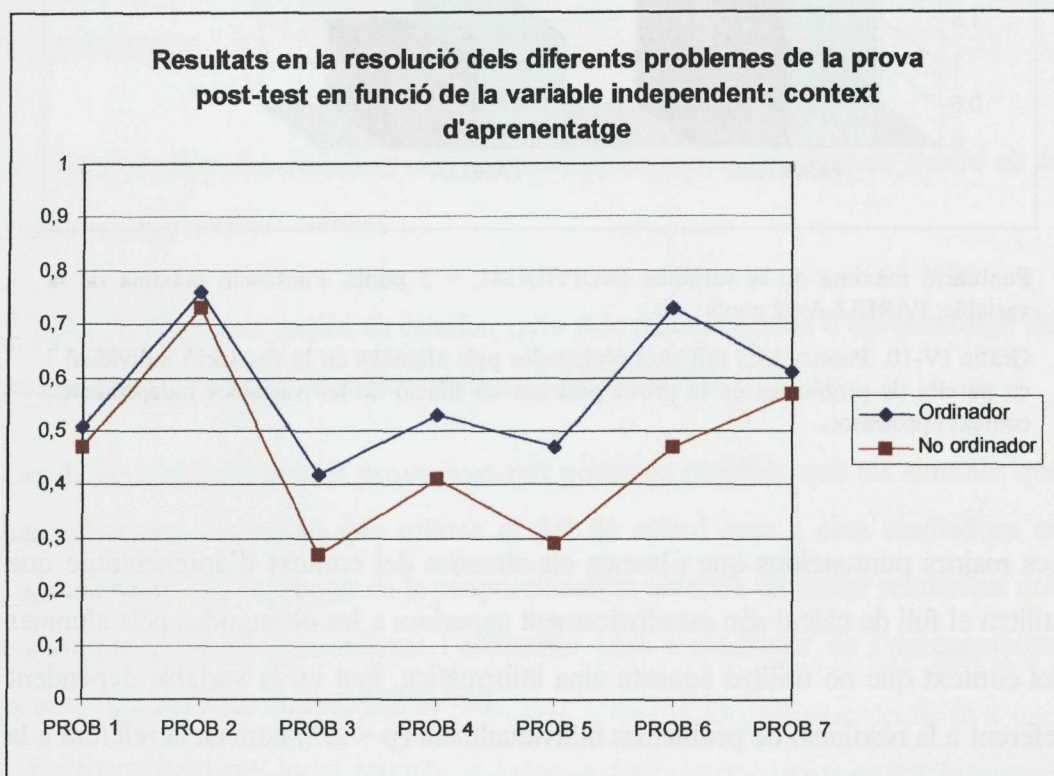
Gràfic IV-10. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució individual i en parella de problemes de la prova post-test en funció de les variables independents: context i professor.

Les majors puntuacions que obtenen els alumnes del context d'aprenentatge que utilitza el full de càlcul són estadísticament superiors a les obtingudes pels alumnes del context que no utilitza aquesta eina informàtica, tant en la variable dependent referent a la resolució de problemes individualment ( $p < .05$ ) com en la referent a la resolució de problemes en parella ( $p < .05$ ).

Una anàlisi més detallada de les puntuacions obtingudes pels diferents alumnes en la resolució dels diferents problemes que formen la prova post-test, ens fa observar que el grup d'alumnes que ha rebut una instrucció amb l'ús del full de càlcul obté una puntuació superior a la dels alumnes que no han utilitzat aquesta eina informàtica en totes les tasques de què consta la prova post-test. Aquesta major puntuació del grup d'alumnes del context ordinador és estadísticament diferent

respecte al grup d'alumnes del context no ordinador en els problemes 3 ( $p < .01$ ), 5 ( $p < .05$ ) i 6 ( $p < .001$ ).

En el gràfic IV-11 es representen les puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució dels diferents problemes de la prova post-test i en funció del context d'aprenentatge rebut.



Gràfic IV-11. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució dels diferents problemes de la prova post-test en funció de la variable independent: context d'aprenentatge.

Si tenim en compte la tipologia dels problemes que formen la prova post-test i les condicions imposades externament per a la seva resolució observem que:

Els alumnes que han rebut una instrucció que ha utilitzat el full de càlcul puntuen més alt en els problemes més complexos en funció de la seva tipologia, els problemes 3, 5 i 6 tenen una estructura d'incògnita i comparació; en canvi, en els problemes que no es detecten diferències significatives entre els dos contextos són: l'1, el 2 i el 4, que tenen una estructura més simple: d'incògnita o de comparació; i el problema 7 que no és referit al contingut de la proporcionalitat. Per tant, podem afirmar que els alumnes que han seguit el context d'aprenentatge que ha utilitzat el full de càlcul han desenvolupat estratègies més eficaces per resoldre problemes d'una complexitat alta, a diferència dels alumnes que no han seguit aquest context d'aprenentatge.

Els alumnes del context ordinador puntuen més alt que els alumnes del context no ordinador en els problemes que han estat resolts amb l'ús del full de càlcul, problemes 5 i 6<sup>15</sup>, ambdós amb una estructura complexa d'incògnita i comparació. Podem afirmar que l'ús del full de càlcul té una incidència més positiva que l'ús de la calculadora en la resolució amb èxit d'un problema matemàtic tant quan es resol individualment com quan es fa en parella.

Aquestes dades creiem que confirmen que la variable independent: context d'aprenentatge, ha tingut una gran influència en l'aprenentatge dels alumnes. Concretament, les característiques d'ensenyament/aprenentatge que ha utilitzat la mediació del full de càlcul en l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat han tingut un efecte molt positiu en el rendiment assolit pels alumnes en la resolució de tasques complexes sobre aquest contingut matemàtic.

---

<sup>15</sup> Aquests problemes han estat resolts amb l'ús del full de càlcul en el context ordinador i amb l'ús de la calculadora en el context no ordinador. El problema 5 s'ha resolt individualment i el problema 6 s'ha resolt en parella.



#### ***4.1.1.3. Anàlisi de la “millora” en el rendiment dels alumnes després del procés d’ensenyament/aprenentatge***

Paral·lelament a les anàlisis realitzades fins a aquest moment, i amb l’objectiu de confirmar que la variable independent: context d’aprenentatge, ha tingut una major influència en la millora de l’aprenentatge dels alumnes hem realitzat una anàlisi de la variància multivariant MANOVA de SPSS, que estudia la interacció de les dues variables independents: el context d’aprenentatge i el professor, amb la variable dependent: millora en la resolució de problemes sobre proporcionalitat (diferència entre les puntuacions obtingudes en el post-test respecte del pre-test).

Els resultats obtinguts en aquesta prova estadística confirmen els realitzats en les anteriors anàlisis. La interacció entre la variable dependent: millora en l’aprenentatge i la variable independent: context, és significativa tant en la resolució de problemes individualment com en parella. Aquesta dada ens mostra que les característiques d’un dels dos contextos afavoreix un millor aprenentatge dels alumnes, que com hem pogut estudiar en l’apartat 4.1.1.2.2, el context d’aprenentatge amb ordinador puntua superior al context que no utilitza aquesta eina informàtica.

La interacció entre la variable dependent: millora en l’aprenentatge i la variable independent: professor, només és significativa en la resolució dels problemes en parella. Però, en una anàlisi més detallada de la resolució dels problemes en parella s’observa que aquesta variable independent, només és significativa en la millora de l’aprenentatge dels alumnes en la resolució del problema 7. Aquesta dada mostra que els alumnes als qui ha impartit classe algun/s professor/s, en aquest problema puntuen millor que els altres alumnes, però en cap cas, és una tendència que es generalitzi en la resolució d’altres problemes de la prova d’avaluació.

La interacció entre la variable dependent: millora en l'aprenentatge, i les variables independents: context i professor no esdevé significativa en la resolució de problemes ni individualment ni en parella. Aquesta dada posa de manifest que no hi ha un professor que afavoreixi un millor aprenentatge dels seus alumnes en un context determinat.

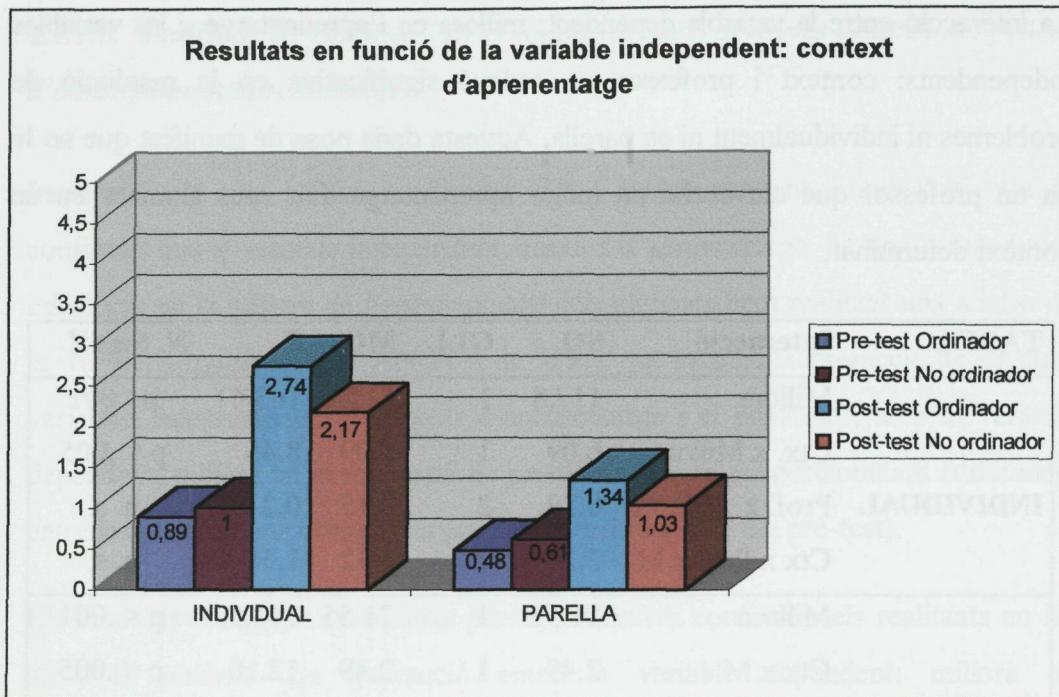
TASCA	Interacció	SQ	GLL	MQ	F	N. Signif.
<b>INDIVIDUAL</b>	Millora	117.8	1	117.8	163.61	p<.001
	Ctx. x Millora	6.09	1	6.09	8.46	p < .005
	Prof. x Millora	0.29	2	0.15	0.2	n. s.
	Ctx x Prof x M	2.24	2	1.12	1.56	n. s.
<b>PARELLA</b>	Millora	21.55	1	21.55	104.59	p < .001
	Ctx x M	2.49	1	2.49	12.10	p < .005
	Prof. x M	1.60	2	.80	3.87	p < .05
	Ctx. x Prof x M	1.23	2	.61	2.98	n. s.

MQ: Mitjana de quadrats GLL: Graus de llibertat; SQ: Suma de quadrats; F: Valor de la F; M: variable dependent: Millora; INDIVIDUAL: V. D. Sumatori dels problemes de l'1 al 5. PARELLA : V.D. Sumatori dels problemes 6 i 7.

Taula IV-6. Anàlisi multivariant de la variància, MANOVA. Interacció de les variables independents: context x professor amb la variable dependent: millora de l'aprenentatge.

La variable dependent: millora de l'aprenentatge, esdevé molt significativa en la resolució de problemes. Una comparació de les mitjanes obtingudes pels alumnes en la prova post-test respecte de les obtingudes en la prova pre-test en els dos contextos d'aprenentatge mostra que els dos grups milloren significativament, tal i com es pot apreciar en el gràfic IV-12.





Puntuació màxima de la variable: INDIVIDUAL = 5 punts. Puntuació màxima de la variable: PARELLA= 2 punts

Gràfic IV-12. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució individual i en parella de les proves pre-test i post-test en funció de la variable independent: context d'aprenentatge.

L'augment estadísticament significatiu experimentat en els dos grups d'alumnes era un dels objectius generals a aconseguir amb les dues propostes d'ensenyament/aprenentatge dissenyades.

Ara bé, una anàlisi de les mitjanes obtingudes pels dos grups en la prova post-test ens fa observar que el grup d'alumnes que ha utilitzat el full de càlcul resol correctament el 58% de la prova, en canvi, el grup d'alumnes que no ha utilitzat aquesta eina informàtica només resol correctament un 46% de la prova.

Una anàlisi de la millora de l'aprenentatge dels dos grups d'alumnes ens indica que l'increment experimentat pel grup d'alumnes que ha rebut una intervenció encaminada a utilitzar el full de càlcul com a eina medidora en l'aprenentatge de

continguts matemàtics és superior a l'experimentat pel grup d'alumnes que no ha utilitzat aquesta eina informàtica.

El grup d'alumnes del context "ordinador" augmenta en 1.85 punts de mitjana en la puntuació obtinguda en la prova post-test respecte a la pre-test en la resolució de problemes individuals, en canvi, el context "no ordinador" augmenta en 1.17 punts de mitjana en aquesta variable. Però, és en la resolució de problemes en parella on trobem un major augment en la puntuació obtinguda en la prova post-test respecte de la pre-test pels alumnes del context "ordinador", aquest augmenten en 0.86 punts de mitjana, en canvi el grup d'alumnes del context "no ordinador" només experimenta un augment de 0.42 punts de mitjana.



#### **4.1.2. Anàlisi de l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat en funció de la variable independent: tipus de parella**

Les característiques de les dues propostes didàctiques que configuren la variable independent: context d'aprenentatge han estat dissenyades per propiciar un treball de col·laboració entre les parelles d'alumnes. Així, les parelles d'alumnes que han treballat conjuntament durant la realització de la seqüència didàctica i en la resolució d'alguns dels problemes de les proves pre-test i post-test s'han mantingut invariables al llarg de tot el procés d'investigació, dibuixant, així, la tercera variable del nostre estudi: tipus de parella.

L'agrupament del total de la mostra d'alumnes en parelles ha estat realitzat pels professors participants en l'estudi i abans d'iniciar el procés d'investigació. S'ha agrupat la mostra en tres tipus de parelles: parella homogènia baixa, formada per dos alumnes amb un rendiment baix en l'àrea de matemàtiques; parella heterogènia, formada per un alumne amb rendiment baix i un alumne amb rendiment alt en l'àrea de matemàtiques; i parella homogènia alta, formada per dos alumnes amb un rendiment alt en l'àrea de matemàtiques.

Amb l'objectiu d'analitzar i comparar el rendiment assolit per les diferents parelles i estudiar l'impacte que ha pogut tenir en l'aprenentatge la mediació d'un company amb una competència igual o diferent en l'àrea de matemàtiques s'ha seleccionat una submostra de la mostra total d'alumnes que han participat en la investigació formada per dos tipus d'alumnes: alumnes amb un rendiment alt i alumnes amb un rendiment baix en relació al nivell de coneixements previs sobre el contingut de la proporcionalitat abans de l'inici del procés instruccional. No s'han inclòs en aquest estudi els alumnes amb un rendiment intermedi.

Aquests dos tipus d'alumnes han estat seleccionats a partir de la puntuació obtinguda en la resolució dels quatre primers problemes de la prova pre-test. S'ha considerat un alumne de rendiment matemàtic baix aquell que ha obtingut en la resolució d'aquests problemes una puntuació igual o inferior a 0.2 punts (ha resolt correctament menys d'un 5% de la prova). S'ha considerat un alumne de rendiment matemàtic alt, aquell que ha obtingut una puntuació igual o superior a 1 (ha resolt correctament més d'un 25% de la prova).

Així, la submostra d'alumnes que analitzarem en aquest apartat està formada per 80 alumnes, 40 de rendiment alt i 40 de rendiment baix, distribuïts en tres tipus de parelles amb característiques ben diferenciades entre elles:

- 1) Parelles homogènies amb un rendiment baix: formades per dos alumnes que en la resolució individual dels quatre primers problemes de la prova pre-test han obtingut una puntuació igual o inferior a 0.2 punts. S'analitzen un total de 12 parelles.
- 2) Parelles heterogènies: formades per un alumne que en la resolució individual dels quatre problemes de la prova pre-test ha obtingut una puntuació igual o inferior a 0.2 i un alumne amb una puntuació igual o superior a 1. S'analitzen un total de 16 parelles.
- 3) Parelles homogènies amb un rendiment alt: formades per dos alumnes que en la resolució individual dels quatre problemes de la prova pre-test han obtingut una puntuació igual o superior a 1. S'analitzen un total de 12 parelles.

L'anàlisi de resultats d'aquest segon estudi pretén, en primer lloc, confirmar si els resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes que formen la submostra seleccionada en la prova post-test es distribueixen estadísticament de manera similar en funció de les tres variables independents del nostre estudi: context



d'aprenentatge, professor i tipus de parella. Per aconseguir aquest objectiu utilitzarem la prova estadística d'homogeneïtat de la variància de Bartlett-Box.

En segon lloc, analitzar la influència de les variables independents: context d'aprenentatge i professor, en el rendiment assolit per les diferents parelles d'alumnes de la submostra seleccionada. Per aconseguir aquest objectiu utilitzarem la prova estadística d'anàlisi de la variància ANOVA de SPSS de dos factors.

En tercer lloc, estudiar el rendiment en l'aprenentatge assolit pels alumnes en funció del tipus de parella amb què ha treballat durant la realització de la proposta didàctica. Per aconseguir aquest objectiu utilitzarem la prova estadística de comparació de mitjanes ONEWAY de SPSS.

En quart lloc, analitzar les diferències en el nivell d'aprenentatge aconseguit per un alumne amb un nivell de coneixements previs alt o baix sobre el contingut de la proporcionalitat a l'inici del procés d'investigació, en funció del tipus de parella amb què ha treballat durant el procés d'instrucció.

#### ***4.1.2.1. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test en funció de les variables independents: context d'aprenentatge, professor i tipus de parella***

En aquest apartat de l'anàlisi de resultats ens proposem estudiar la influència del context d'aprenentatge i del professor que ha impartit classe en el rendiment assolit pels alumnes en la prova post-test, agrupats en funció de la variable independent: tipus de parella.

Per aconseguir aquest objectiu, realitzarem dues anàlisis de la variància de dos factors. D'una banda, una ANOVA de SPSS on els dos factors estaran formats per

les variables: context d'aprenentatge i tipus de parella. I, d'altra banda, una ANOVA de SPSS on els dos factors estaran formats per les variables: professor i tipus de parella.

#### *4.1.2.1.1. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test en funció de les variables independents: context d'aprenentatge i tipus de parella*

La prova estadística d'homogeneïtat de la variància de Bartlett-Box no ha detectat diferències significatives en la distribució de la mostra d'alumnes agrupada en funció del context d'aprenentatge i del tipus de parella.

L'anàlisi de la variància ANOVA de SPSS de dos factors (context x tipus de parella) mostra diferències molt significatives tant en la resolució individual de problemes com en la resolució de problemes en parelles en funció del tipus de parella amb què han treballat al llarg de la realització de la proposta didàctica ( $p < .001$ ), com es pot observar en la taula IV-7.

La influència de la variable independent: context d'aprenentatge, és també molt significativa, tant en la resolució individual de problemes com en la resolució de problemes en parella ( $p < .05$ ).

L'anàlisi de la influència del context d'aprenentatge en la resolució dels diferents problemes que formen la prova post-test confirma els mateixos resultats obtinguts amb tota la mostra d'alumnes i exposats en l'apartat 4.1.1.2. Les diferències en funció de context d'aprenentatge són molt significatives en la resolució dels problemes més complexos i per a la resolució dels quals s'ha utilitzat la mediació del full de càlcul: problemes 3, 5 i 6, amb un nivell de significació de  $p < .01$ ,  $p < .005$  i  $p < .005$ , respectivament. En aquests problemes, el context d'aprenentatge que utilitza el full de càlcul com a mediador en la resolució de tasques puntua significativament millor que el context que no utilitza aquesta eina informàtica.



En canvi, no s'han detectat diferències significatives en la interacció d'aquestes dues variables. Aquestes dades ens permeten afirmar que no hi ha una tipologia de parella que obtingui millors resultats en un dels dos contextos, com s'observa en la taula IV-7.

V. Dependent	Interacció	SQ	GLL	MQ	F	N. Signif.
<b>INDIVIDUAL</b>	Context	16.28	1	16.28	10.95	p < .05
	Tipus Parella	43.26	2	21.63	14.56	p < .001
	Ctx. x Parella	1.10	2	.55	.37	n. s.
<b>PARELLA</b>	Context	2.26	1	2.26	7.55	p < .05
	Tipus Parella	5.09	2	2.54	8.5	p < .001
	Ctx. x Parella	.56	2	.28	.93	n. s.

SQ: Suma de quadrats. GLL: Graus de llibertat. MQ: Mitjana de quadrats. F: Valor de la F  
**INDIVIDUAL**: V. D. Sumatori dels problemes de l'1 al 5. **PARELLA** : V.D. Sumatori dels problemes 6 i 7.

Taula IV-7. Anàlisi de la variància, ANOVA de dos factors: context x tipus de parella, dels resultats obtinguts en la prova post-test.

#### 4.1.2.1.2. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test en funció de les variables independents: professor i tipus de parella

La prova estadística d'homogeneïtat de la variància de Bartlett-Box no ha detectat diferències significatives en la distribució de la mostra d'alumnes agrupada en funció del professor i del tipus de parella.

Com es pot observar en la taula IV-8, l'anàlisi de variància ANOVA de SPSS de dos factors (professor x tipus de parella), mostra diferències molt significatives en el rendiment dels alumnes en funció del tipus de parella amb què han treballat al llarg de la realització de la proposta didàctica, tant en la resolució individual de problemes com en parella (p < .05).

En canvi, la variable independent: professor, esdevé no significativa en les dues variables dependents estudiades. Podem afirmar, doncs, que aquesta variable independent no influeix en el resultat de l'aprenentatge de les diferents parelles estudiades. Aquesta anàlisi confirma els resultats obtinguts amb tota la mostra d'alumnes i exposats en l'apartat 4.1.1.2.

La interacció d'aquestes dues variables també esdevé no significativa tant en la resolució individual de problemes com en parelles. Aquestes dades ens permeten afirmar que no hi ha un professor que millori l'aprenentatge d'un determinat tipus de parella.

V. Dependent	Interacció	SQ	GLL	MQ	F	N. Signif.
<b>INDIVIDUAL</b>	Professor	.317	2	.159	.096	n. s.
	Tipus Parella	24.669	2	12.334	7.429	p < .05
	Prof. x Parella	6.511	4	1.628	.98	n. s.
<b>PARELLA</b>	Professor	.759	2	.379	1.219	n. s.
	Tipus Parella	2.1167	2	1.084	3.482	p < .05
	Prof. x Parella	1.413	4		.353	n. s.

**SQ:** Suma de quadrats. **GLL:** Graus de llibertat. **MQ:** Mitjana de quadrats. **F:** Valor de la F  
**INDIVIDUAL:** V. D. Sumatori dels problemes de l'1 al 5. **PARELLA :** V.D. Sumatori dels problemes 6 i 7.

Taula IV-8. Anàlisi de la variància, ANOVA de dos factors: professor x tipus de parella, dels resultats obtinguts en la prova post-test.

#### ***4.1.2.2. Anàlisi de les puntuacions obtingudes pels alumnes en la prova post-test en funció de variable independent: tipus de parella***

En els anteriors apartats hem observat que la variable independent: tipus de parella, té una incidència estadísticament molt significativa en el rendiment dels alumnes. Els objectius d'aquest apartat són dos, en primer lloc, aprofundir en el nivell

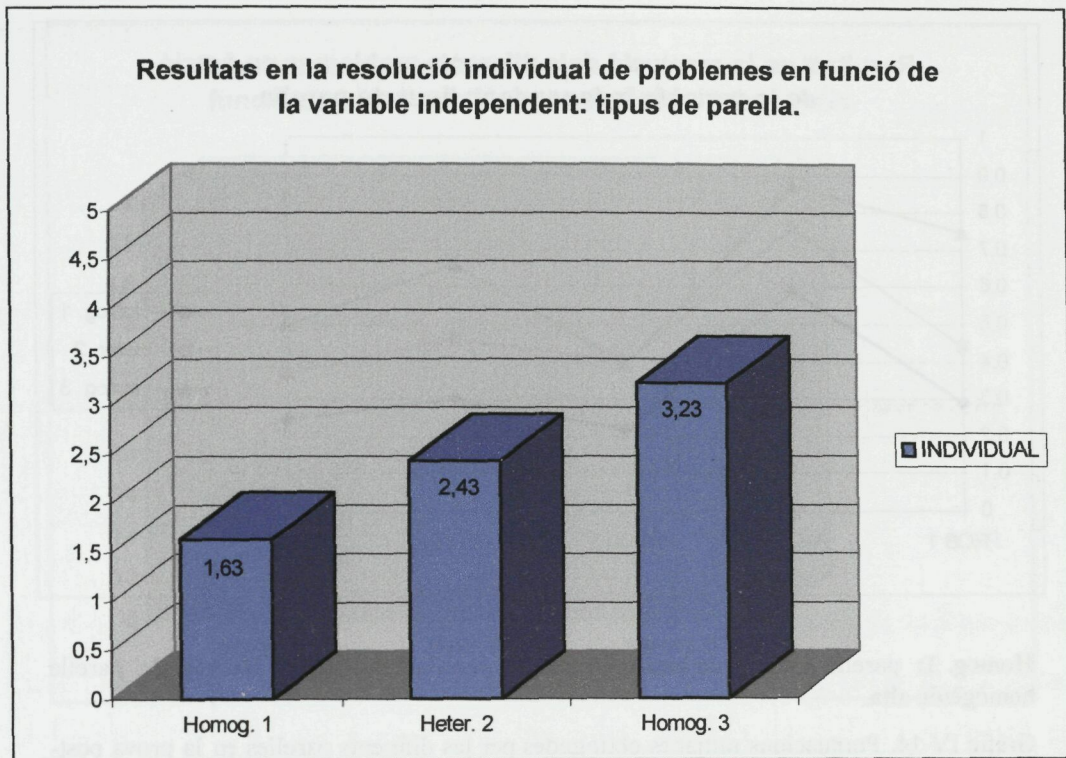
d'aprenentatge aconseguit pels diferents tipus de parelles. Per aconseguir aquest objectiu, analitzarem els resultats obtinguts en la resolució dels problemes de la prova post-test per les diferents tipologies de parelles amb l'ús de la prova estadística de comparació de mitjanes ONEWAY de SPSS amb contrastos de Scheffé.

I, en segon lloc, estudiar el nivell d'aprenentatge assolit pels dos tipus d'alumnes en què hem classificat la mostra, rendiment alt i baix, en funció de la tipologia de parella amb què han treballat al llarg de la realització de la proposta didàctica. Per aconseguir aquest segon objectiu utilitzarem la prova estadística de comparació de mitjanes T-TEST de SPSS.

#### *4.1.2.2.1. Anàlisi dels resultats obtinguts en la prova post-test en funció dels diferents tipus de parella*

En l'anàlisi de les puntuacions mitjanes que han obtingut els alumnes en la resolució individual dels problemes i agrupats en funció de la variable independent: tipus de parella, observem que els alumnes que formen la parella homogènia alta puntuen significativament més alt que els alumnes de la parella heterogènia i que els alumnes que formen la parella homogènia baixa.

Aquesta anàlisi també mostra diferències significatives entre les puntuacions obtingudes pels alumnes de les parelles heterogènies i les parelles homogènies baixes, com es pot observar en el gràfic IV-13 i la taula IV-9.

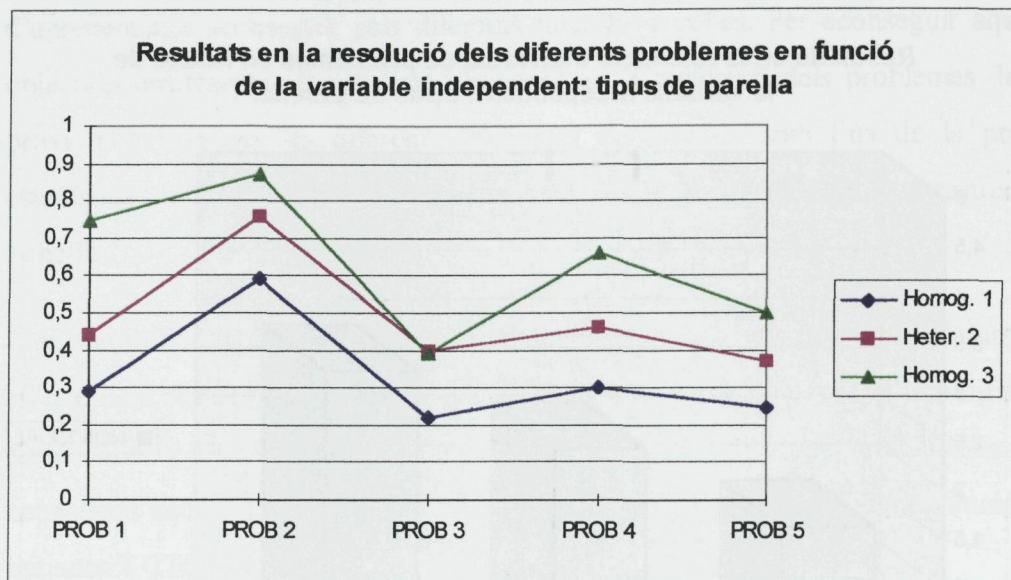


**Homog. 1:** parella homogènia baixa; **Heter. 2:** parella heterogènia; **Homog. 3:** parella homogènia alta.

Gràfic IV-13. Puntuacions mitjanes obtingudes per les diferents parelles en la prova post-test i en la resolució individual de problemes. Puntuació màxima de 5 punts.

Una anàlisi més detallada de les puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes que formen els diferents tipus de parelles en els diferents problemes de la prova post-test i que es resolen individualment, observem que les diferents puntuacions obtingudes pels alumnes que formen la parella homogènia alta i els alumnes de la parella heterogènia només són estadísticament significatives en la resolució del problema 1. En la resolució dels altres quatre problemes la diferència no és estadísticament significativa. Com es pot observar en el gràfic IV-14 aquests dos grups d'alumnes puntuen de manera molt similar.



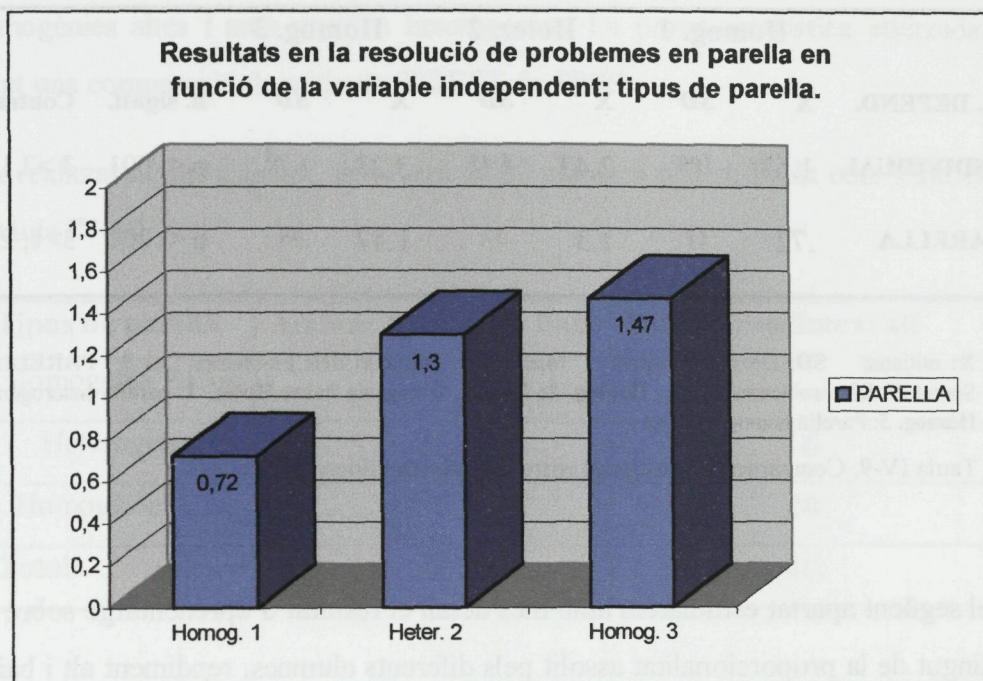


**Homog. 1:** parella homogènia baixa; **Heter. 2:** parella heterogènia; **Homog. 3:** parella homogènia alta.

Gràfic IV-14. Puntuacions mitjanes obtingudes per les diferents parelles en la prova post-test i en la resolució individual de problemes.

En la resolució de problemes en parella no s'observa diferències estadísticament significatives entre les puntuacions obtingudes pels alumnes que formen la parella homogènia alta i l'heterogènia. Com es pot observar en el gràfic IV-15 i la taula IV-9, aquests dos grups d'alumnes puntuen de manera molt similar.

La puntuació obtinguda pels alumnes que formen la parella homogènia baixa és estadísticament significativa més baixa que l'obtinguda pels altres tipus de parelles.



**Homog. 1:** parella homogènia baixa; **Heter. 2:** parella heterogènia; **Homog. 3:** parella homogènia alta.

Gràfic IV-15. Puntuacions mitjanes obtingudes per les diferents parelles en la prova post-test i en la resolució en parella de problemes. Puntuació màxima de 2 punts.

Aquestes dades mostren que les parelles heterogènies, en les quals treballen dos alumnes amb diferent rendiment en la resolució de problemes matemàtics, aconseguen resultats molt propers als que obtenen els alumnes que formen les parelles homogènies altes, en les quals treballen dos alumnes amb un rendiment matemàtic alt. En canvi, l'agrupament d'alumnes amb un rendiment matemàtic baix aconseguix uns resultats també molt més baixos.

V. DEPEND.	Homog. 1		Heter. 2		Homog. 3		n. signif.	Contrastos
	X	SD	X	SD	X	SD		
INDIVIDUAL	1.63	.109	2.43	1.45	3.23	1.29	p < .001	3 > 2, 1; 2 > 1
PARELLA	.72	.61	1.3	.57	1.47	.48	p < .001	3 > 1; 2 > 1

X: mitjana; SD: Desviació típica; **Individual:** Sumatori dels problemes 1 al 5; **PARELLA:** Sumatori dels problemes 6 i 7; **Homog. 1:** Parella homogènia baixa **Heter. 2:** parella heterogènia; **Homog. 3:** Parella homogènia alta.

Taula IV-9. Comparació de mitjanes entre els diferents tipus de parelles.

En el següent apartat estudiarem amb més detall el resultat d'aprenentatge sobre el contingut de la proporcionalitat assolit pels diferents alumnes, rendiment alt i baix, en funció del tipus de parella amb la qual han treballat al llarg de la proposta didàctica.

#### 4.1.2.2.2. Anàlisi del rendiment assolit pels diferents tipus d'alumnes (rendiment matemàtic alt o baix) en funció de la variable independent: tipus de parella

L'objectiu d'aquesta anàlisi de resultats és el d'estudiar les puntuacions aconseguides pels dos tipus d'alumnes en què hem dividit la mostra: alumnes amb un rendiment matemàtic baix i alumnes amb un rendiment matemàtic alt, en funció del tipus de parella amb la qual han treballat al llarg de la realització de la proposta didàctica: homogènia baixa, heterogènia i homogènia alta.

Per aconseguir aquest objectiu hem comparat les mitjanes obtingudes pels alumnes amb un rendiment matemàtic baix que han treballat amb parelles homogènies baixes i amb parelles heterogènies; i també hem comparat les mitjanes obtingudes pels alumnes amb un rendiment matemàtic alt que han treballat amb parelles

homogènies altes i amb parelles heterogènies. La prova estadística utilitzada ha estat una comparació de mitjanes T-TEST de SPSS.

Per realitzar aquesta anàlisi, la mostra de 80 alumnes es distribueix com s'indica en la taula IV-10.

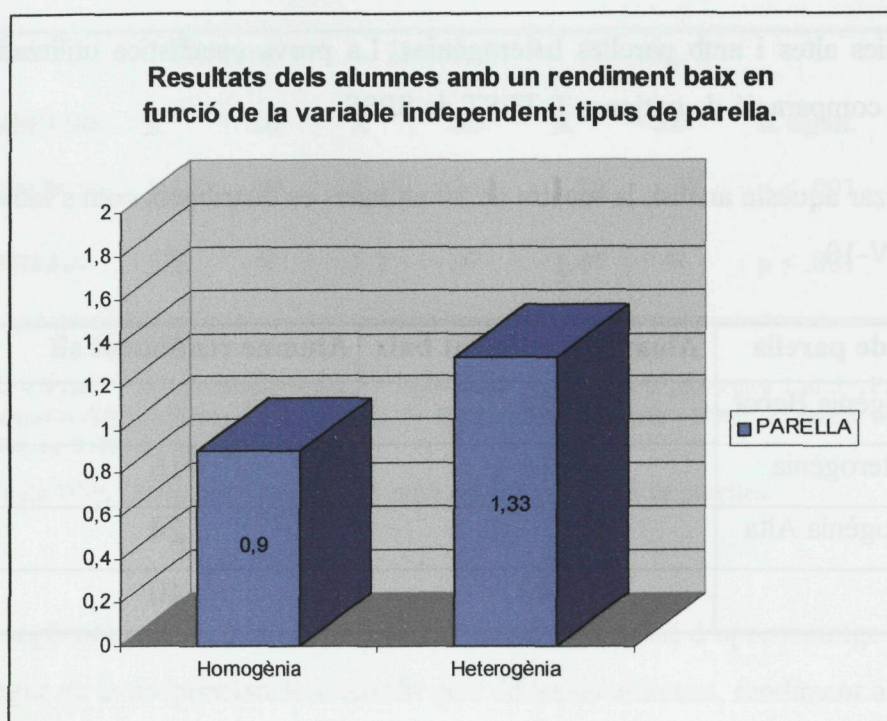
Tipus de parella	Alumne rendiment baix	Alumne rendiment alt
Homogènia Baixa	24	
Heterogènia	16	16
Homogènia Alta		24
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>40</b>

Taula IV-10: Distribució de la mostra d'alumnes en funció del nivell de rendiment acadèmic en l'àrea de les matemàtiques i de la variable independent: tipus de parella.

**a) Anàlisi dels resultats obtinguts en la resolució de problemes pels alumnes amb un rendiment inicial sobre el contingut de la proporcionalitat baix.**

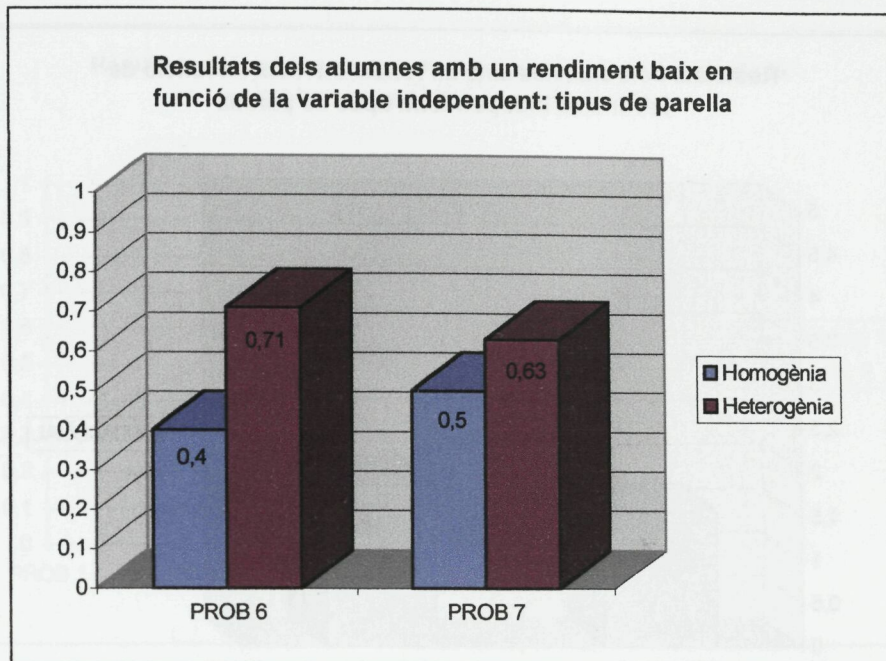
Les diferències en les puntuacions entre aquests dos grups d'alumnes són significatives en la resolució de problemes en parella. Quan un alumne amb rendiment matemàtic baix treballa amb un company amb millor rendiment obté millors resultats que quan ho fa amb un company amb capacitats matemàtiques similars, com s'observa en el gràfic IV-16.





Gràfic IV-16: Resultats en la resolució de problemes en parella dels alumnes amb un rendiment matemàtic baix i en funció de la variable independent: tipus de parella. Puntuació màxima = 2 punts.

Les diferències entre aquests dos grups d'alumnes són més accentuades si analitzem la puntuació obtinguda en la resolució dels dos problemes en parella de la prova post-test. Així, les diferències són estadísticament significatives en la resolució del problema 6, problema que versa sobre el contingut de la proporcionalitat i que es resol amb l'ús del full de càlcul o de la calculadora en funció de les característiques del context d'aprenentatge seguit pels alumnes.

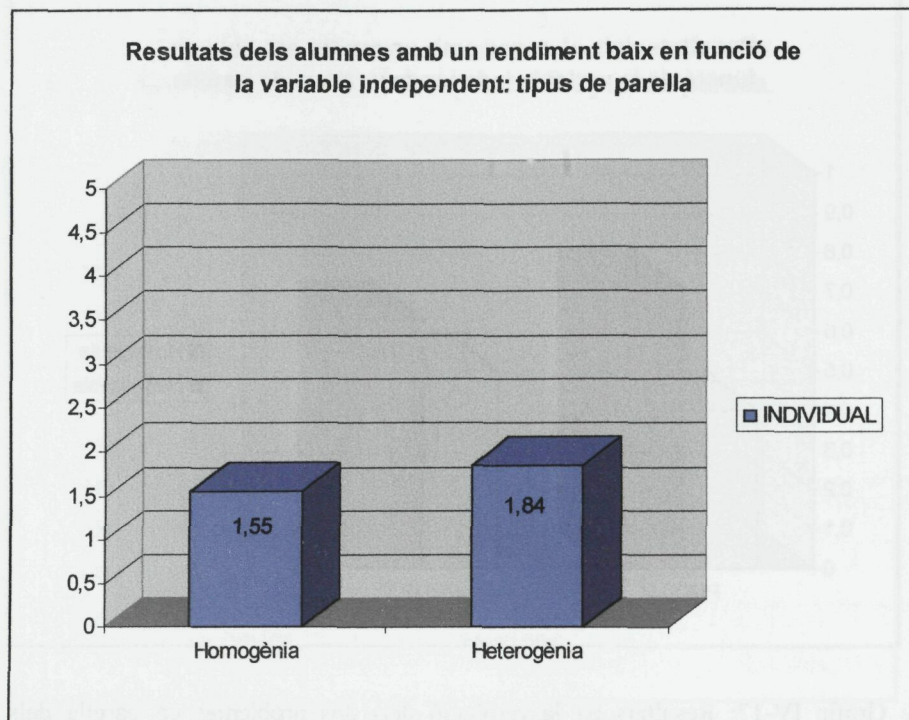


Gràfic IV-17: Resultats en la resolució dels dos problemes en parella dels alumnes amb un rendiment matemàtic baix i en funció de la variable independent: tipus de parella.

Les puntuacions obtingudes en la resolució individual de problemes pels alumnes amb un rendiment matemàtic baix i que han treballat amb una tipologia de parella diferent: heterogènia o homogènia, no són estadísticament significatives.

Ara bé, s'observa una tendència que els alumnes amb un rendiment baix i que han treballat en una parella heterogènia obtinguin puntuacions superiors a les dels alumnes que han treballat amb un company amb un rendiment també baix en l'àrea de matemàtiques, com s'observa en el gràfic IV-18.





Gràfic IV-18: Resultats en la resolució individual de problemes dels alumnes amb un rendiment matemàtic baix i en funció de la variable independent: tipus de parella. Puntuació màxima = 5 punts.

Aquesta major puntuació que obtenen els alumnes amb un rendiment matemàtic baix en la resolució individual de problemes i que han treballat amb un company amb un rendiment matemàtic més alt, també s'observa, si analitzem la puntuació en la resolució de cada problema de què consta la prova post-test. Els alumnes que han treballat amb una parella heterogènia puntuen superior, tot i que no és estadísticament significatiu, en tres dels cinc problemes resolts individualment, com s'observa en el gràfic IV-19.