

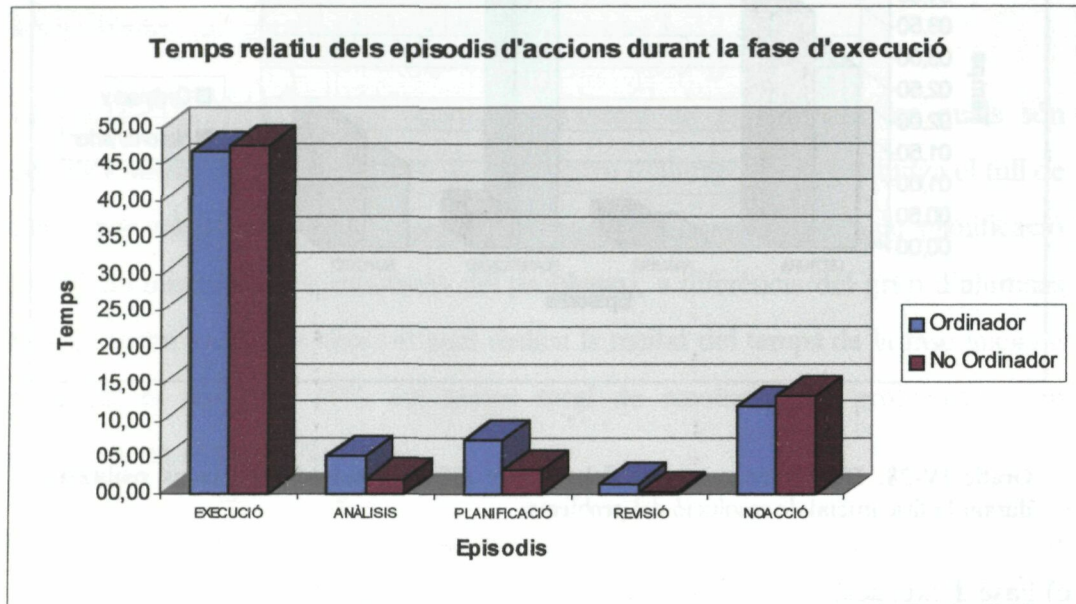


ESTRATÈGIES DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES
MATEMÀTICS: INCIDÈNCIA DE L'ÚS DEL FOLI DE
CÀLCUL EN L'ENSENYAMENT/APRENTENTATGE
DE LA PROPORCIONALITAT

MANOLI PIFARRÉ TURMO

1999

En tercer lloc, el grup d'alumnes que ha utilitzat el full de càlcul realitza un major nombre d'accions que el grup d'alumnes que no utilitza aquesta eina informàtica encaminades a revisar el procés de resolució.



Gràfic IV-29: Distribució en temps relatiu dels diferents episodis d'accions realitzats durant la fase d'execució de resolució del problema.

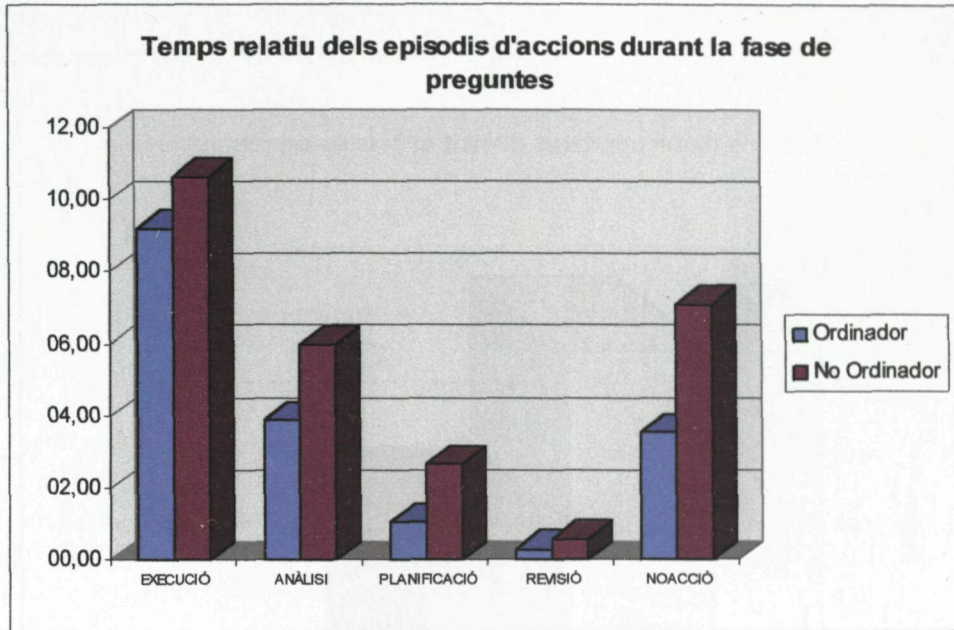
d) Fase de preguntes.

En aquesta fase, el grup d'alumnes que no ha utilitzat el full de càlcul realitza un major nombre d'accions dels diferents estadis de resolució que el grup que ha utilitzat el full de càlcul, com s'observa en el gràfic IV-30. Aquestes diferències només són estadísticament significatives en l'estadi de planificació ($p < .05$).

En aquest estadi, els alumnes que no utilitzen el full de càlcul realitzen un gran nombre d'accions encaminades explorar les possibilitats de resolució del problema (2.06 %).

En l'estadi d'anàlisi, els alumnes que no utilitzen el full de càlcul realitzen fonamentalment accions que tenen com a objectiu buscar noves dades de l'enunciat

del problema o del procés de resolució que els permeti contestar les preguntes plantejades en aquesta fase (4.85%).



Gràfic IV-30: Distribució en temps relatiu dels diferents episodis d'accions realitzats durant la fase de preguntes de resolució del problema.

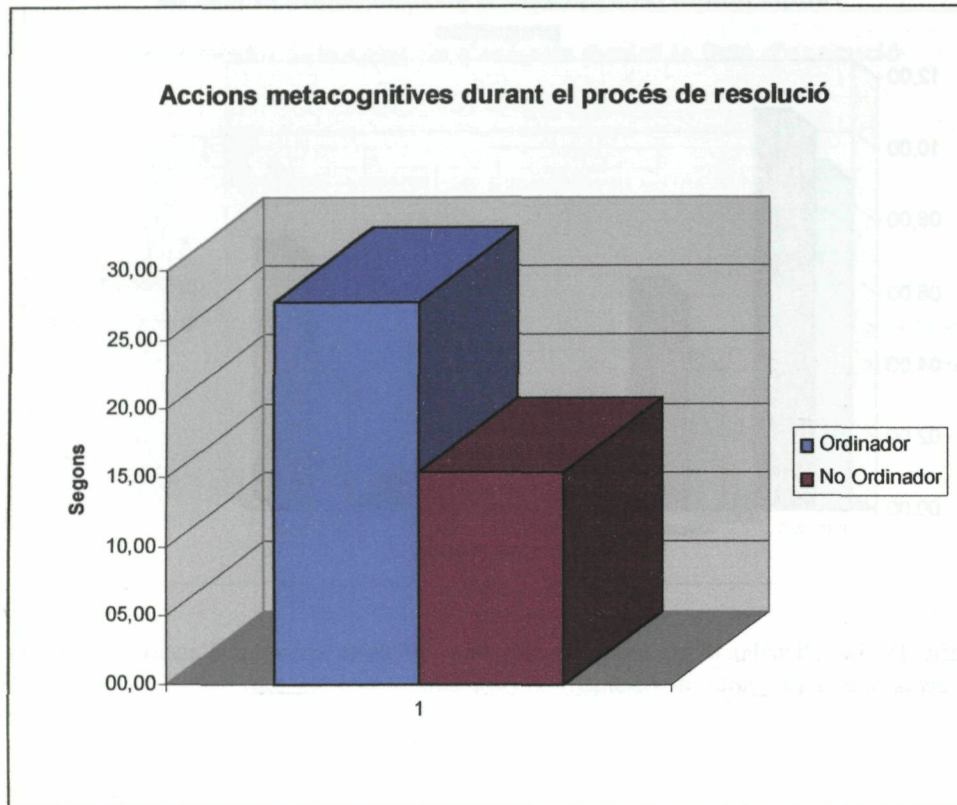
e) Fase d'avaluació.

Cap dels dos grups d'alumnes realitza accions que tinguin com a objectiu l'avaluació del resultat o del procés de resolució del problema.

4.2.2.2. Anàlisi de l'activitat metacognitiva

S'observen diferències estadísticament significatives en el nombre d'accions metacognitives que els dos grups d'alumnes realitzen durant la resolució del problema ($p < .05$). Un 27.80% de les accions que realitzen els alumnes que utilitzen el full de càlcul per resoldre un problema presenten una vessant

metacognitiva. En canvi, els alumnes que no utilitzen el full de càlcul presenten un 15.41% d'accions metacognitives, com s'observa en el gràfic IV-31.

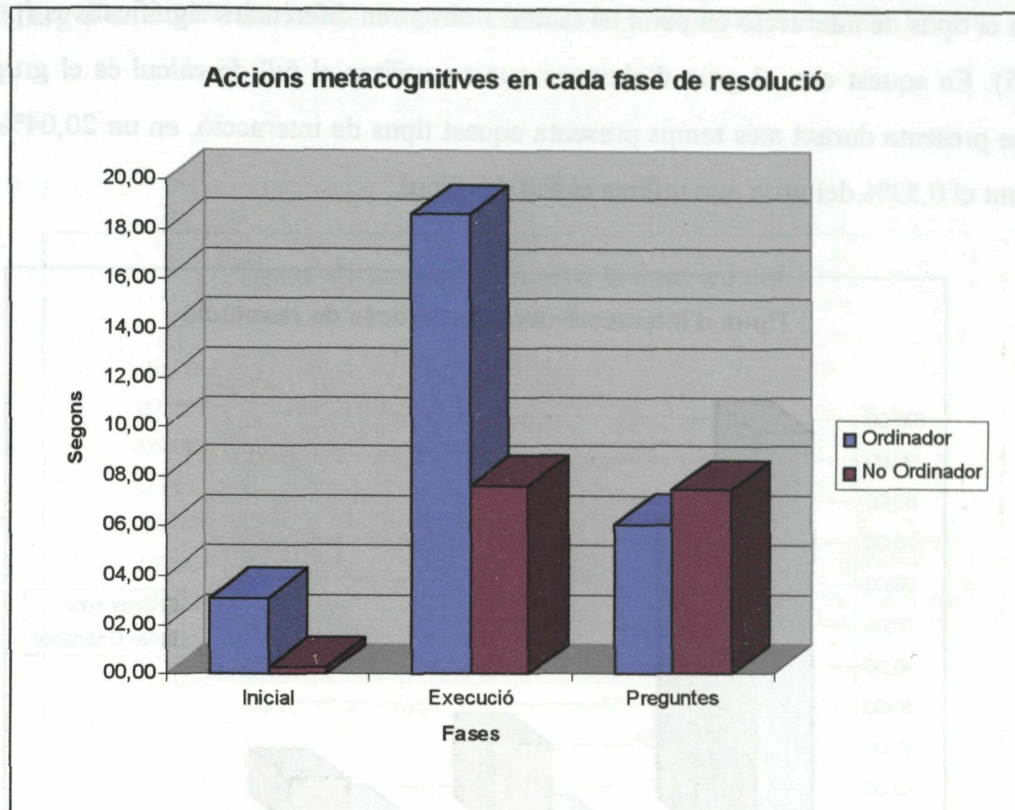


Gràfic IV-31: distribució en temps relatiu de l'activitat metacognitiva durant la resolució del problema.

En una anàlisi de les accions metacognitives que els alumnes realitzen en cada fase de resolució s'observa una major activitat metacognitiva en les fases d'execució i de preguntes.

Els alumnes del grup que utilitza el full de càlcul presenten un major nombre d'accions metacognitives que els alumnes de l'altre grup en la fase inicial i en la d'execució. En ambdós casos les diferències entre els dos grups són estadísticament significatives ($p < .05$ en ambdós casos). En canvi, en la fase de

preguntes el nombre d'accions metacognitives és molt similar en els dos grups, com s'observa en el gràfic IV-32.



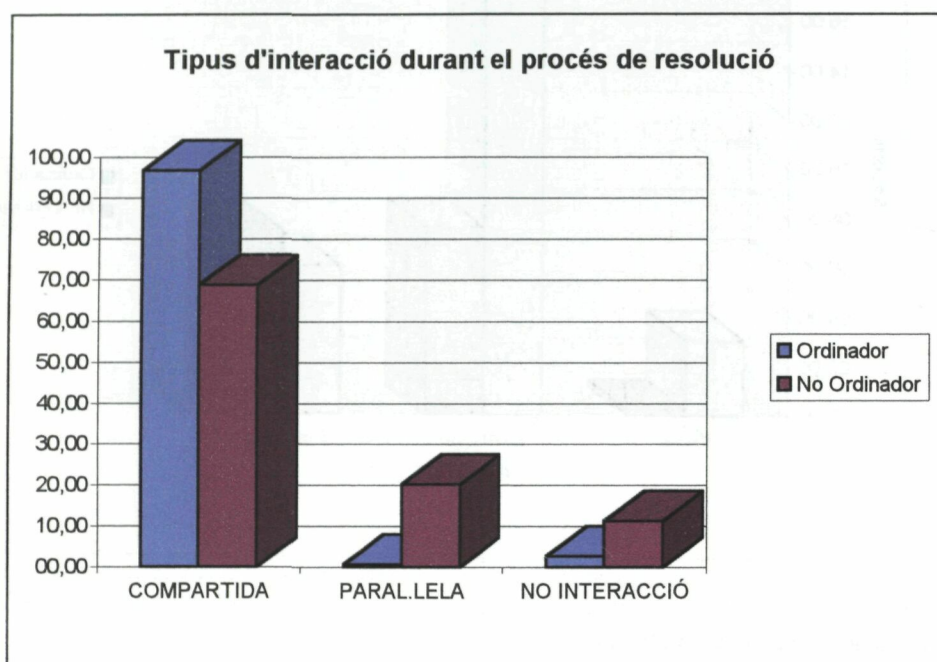
Gràfic IV-32: Distribució en temps relatiu de l'activitat metacognitiva en les diferents fases de resolució del problema.

4.2.2.3.- Anàlisi de l'activitat social durant el procés de resolució.

S'observen diferències estadísticament significatives en el tipus de interacció que presenten les diferents parelles dels dos grups d'alumnes durant la resolució del problema. El grup que utilitza l'ordinador mostra pràcticament tot el temps de resolució (96,82%) una interacció compartida, en canvi, el grup d'alumnes que no

utilitza l'ordinador, presenta aquest tipus de interacció en un 69% del temps, com s'observa en el gràfic IV-33. Aquesta diferència és estadísticament significativa ($p < .05$).

En el tipus de interacció en paral·lel també s'observen diferències significatives ($p < .05$). En aquest cas, el grup d'alumnes que no utilitza el full de càlcul és el grup que presenta durant més temps presenta aquest tipus de interacció, en un 20,04%, front el 0,53% del grup que utilitza el full de càlcul.

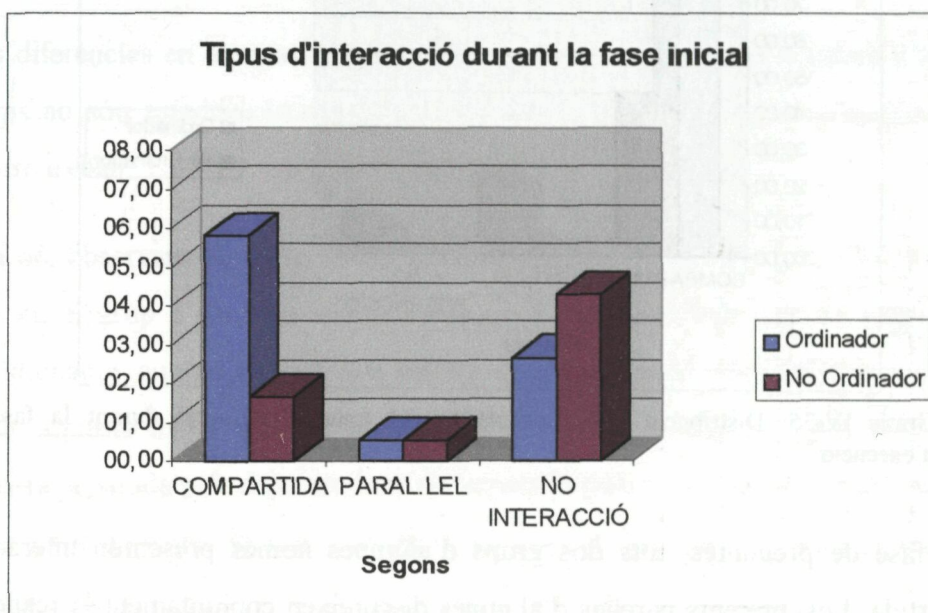


Gràfic IV-33: Distribució en temps relatiu del tipus d'interacció durant la resolució del problema.

En l'anàlisi del tipus de interacció que presenten els dos grups d'alumnes en les diferents fases de resolució s'observen importants diferències. En primer lloc, en la fase inicial, s'observen diferències significatives en la categoria d'interacció compartida ($p < .05$). El grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul presenta la

major part del temps d'aquest fase una interacció compartida, a diferència de l'altre grup.

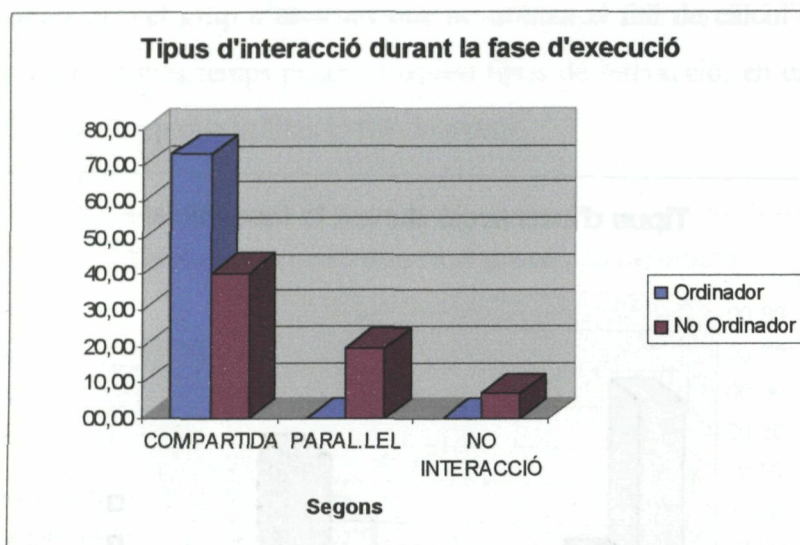
El grup d'alumnes que no utilitza el full de càlcul no mostra cap tipus d'interacció al llarg d'un 4.28% del temps d'aquesta fase, com s'observa en el gràfic IV-34.



Gràfic IV-34: Distribució en temps relatiu del tipus d'interacció durant la fase inicial de resolució del problema.

En la fase d'execució s'observen diferències estadísticament significatives en la interacció en paral·lel ($p < .05$). El grup d'alumnes que no utilitza el full de càlcul presenta aquest tipus d'interacció durant el 19,51% del temps de resolució del problema, com s'observa en el gràfic IV-35.

En aquesta fase s'observa que els alumnes d'aquest grup es distribueixen la feina a fer, sobretot de càlcul. En canvi, els alumnes que utilitzen el full de càlcul, la pantalla de l'ordinador fa que aquests alumnes comparteixin el mateix espai de resolució del problema durant tot el procés de resolució.



Gràfic IV-35: Distribució en temps relatiu del tipus d'interacció durant la fase d'execució.

En la fase de preguntes, tots dos grups d'alumnes només presenten interacció compartida. Les diferents parelles d'alumnes discuteixen conjuntament la resposta de les diferents preguntes que es plantegen en l'enunciat del problema. El grup d'alumnes que no utilitza el full de càlcul presenta aquest tipus d'interacció durant el 26.99 % del temps de resolució i el grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul la presenta durant el 18 % del temps de resolució.

4.2.2.3.1. Els rols d'interacció

En l'anàlisi dels diferents rols d'interacció que adopten els alumnes en la resolució del problema en parella s'observa, en primer lloc, que el grup d'alumnes que utilitza l'ordinador assumeix amb més freqüència que el grup que no ha utilitzat

aquesta eina informàtica el rol d'executor, com s'observa en el gràfic IV-36. Aquesta diferència és estadísticament significativa ($p < .01$). És a dir, els alumnes d'aquest grup resolen el problema tenint en compte al company i explicitant en veu alta les accions a realitzar per solucionar el problema.

En canvi, el grup d'alumnes que no utilitza l'ordinador assumeix, majoritàriament, el rol d'escriptor. És a dir, resolen el problema sense tenir en compte al company. Aquesta diferència però, no és estadísticament significativa.

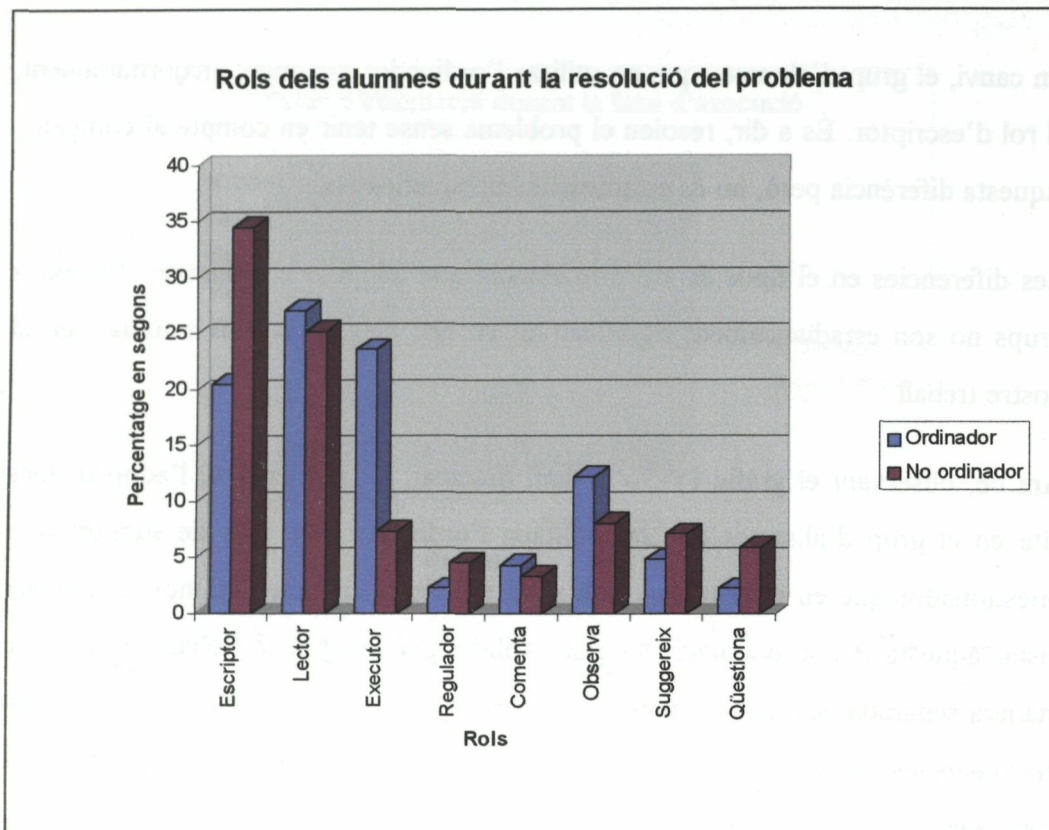
Les diferències en el tipus de rol d'interacció que adopten els alumnes d'ambdós grups no són estadísticament significatives en cap dels altres rols estudiats en el nostre treball.

Ara bé, observant el gràfic IV-36 podem destacar, en primer lloc, l'adopció més alta en el grup d'alumnes que no utilitzen l'ordinador dels rols de suggeridor i qüestionador que en el grup que utilitza el full de càlcul. Des del nostre punt de vista, aquesta major puntuació es pot explicar pel fet que el treball realitzat de manera separada pels dos membres de la parella quan es posat en comú s'observen discrepàncies entre els dos alumnes i es posa en qüestió el treball realitzat pel company.

En segon lloc, els alumnes del grup que utilitza el full de càlcul assumeix en menor grau que els alumnes que no utilitzen aquesta eina el rol de regulador. Aquesta dada, des del nostre punt de vista, mostra que un tipus d'interacció fonamentalment compartida potencia que no hi hagi un company que dirigeixi a l'altre, sinó que els dos membres de la parella són protagonistes del procés de resolució.

En tercer lloc, el grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul també puntua més alt que l'altre grup en el rol d'observador. Mentre un dels membres executa algun procediment de resolució, i verbalitza el que fa, l'altre alumne observa atentament

la pantalla de l'ordinador, les conseqüències que l'acció del company comporta en el procés de resolució del problema.



Gràfic IV-36: Distribució en temps relatiu dels rols d'interacció adoptats pels dos grups d'alumnes durant la resolució del problema.

5. Discussió de resultats

En l'anàlisi de resultats hem començat a apuntar algunes de les tendències observades en els resultats aconseguits en el procés d'investigació. En aquest apartat pretenem discutir aquests resultats amb l'objectiu de donar resposta a les qüestions obertes amb què iniciàvem el nostre treball.

Estructurarem la nostra discussió en dues parts, que corresponen als dos tipus de resultats que hem obtingut en el nostre treball. Dedicarem la primera part a discutir els resultats de l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat aconseguits pels diferents grups d'alumnes que han participat en la investigació. En la segona part, ens centrarem en les característiques del procés de resolució de problemes definides pels dos contextos d'aprenentatge dissenyats en el nostre estudi: ús o no ús del programa informàtic del full de càlcul en la resolució de problemes sobre proporcionalitat.

5.1. Resultat de l'aprenentatge

El nostre treball pretén estudiar les diferències en l'aprenentatge dels alumnes, en una situació natural d'aula i d'acord amb les característiques de dos contextos d'aprenentatge: la resolució de problemes matemàtics amb ús i sense ús del programa informàtic del full de càlcul.

Per aconseguir aquest objectiu, era un requisit necessari que els diferents alumnes que participaven en el procés d'investigació fossin una mostra homogènia i estadísticament comparable. Les diferents anàlisis realitzades amb els resultats

obtinguts en la prova pre-test han evidenciat que la mostra d'alumnes complia aquesta condició. No s'observen diferències estadísticament significatives en l'agrupament dels alumnes segons les tres variables independents del nostre estudi, quant al nivell de coneixements previs sobre el contingut matemàtic de la proporcionalitat.

Dels resultats aconseguits en la prova pre-test volem destacar que els alumnes resolen correctament menys d'un 25% dels problemes d'aquesta prova inicial. Creiem que el nivell de coneixements previs dels alumnes que han participat en el nostre estudi és molt baix si tenim en compte que el contingut matemàtic de la proporcionalitat era present en el currículum cursat pels alumnes en cursos acadèmics anteriors.

El baix resultat obtingut per la mostra d'alumnes a l'inici del procés d'investigació segueix la tendència observada en altres estudis, entre els quals destaquem: Karplus *et al.* (1983), Vergnaud (1983), Carraher (1986), Behr *et al.* (1992), Ben-Chaim *et al.* (1998). Les conclusions d'aquests estudis expliquen el baix nivell d'aprenentatge de la proporcionalitat a causa, en primer lloc, de la dificultat d'aquest contingut matemàtic; es tracta d'un contingut que requereix posar en joc operacions abstractes i difícils per als alumnes. En segon lloc, les estratègies específiques que s'ensenyen en l'escola per resoldre problemes sobre aquest contingut no es basen en els coneixements previs dels alumnes i en les estratègies que de manera intuïtiva es desenvolupen per resoldre situacions quotidianes, sinó que estan basades en algorismes matemàtics amb poca significativitat per a l'alumne, com és l'estratègia de la regla de tres, en què els alumnes aprenen expressions verbals com "a és a b, com c és a d" ($a/b = c/d$) sense que els sigui explicada la naturalesa de les relacions numèriques que aquestes expressions representen.

Des del nostre punt de vista, aquesta argumentació també és vàlida per explicar el baix nivell de coneixements previs de la proporcionalitat obtingut en el nostre

estudi, en el qual la correcció de les proves pre-test ha posat en evidència l'ús incorrecte de l'estratègia de la regla de tres per part d'un gran nombre d'alumnes per resoldre els problemes que formen aquesta prova d'avaluació.

Creiem que la dificultat en l'aprenentatge d'aquest contingut matemàtic i les estratègies d'ensenyament inadequades que amb freqüència s'utilitzen en les aules justifiquen la realització de treballs com el que presentem, que tenen com a objectiu dissenyar, implementar i avaluar propostes d'ensenyament/aprenentatge fonamentades teòricament i que pretenen millorar el procés d'aprenentatge d'aquest contingut matemàtic.

Els resultats aconseguits pels alumnes que han seguit les dues propostes d'ensenyament/aprenentatge del contingut de la proporcionalitat demostren que s'ha atès aquest objectiu. Els dos grups d'alumnes milloren significativament el seu nivell d'aprenentatge; els alumnes resolen correctament una mitjana del 52% dels problemes que formen la prova post-test. Per tant, podem concloure que les característiques de les dues propostes afavoreixen l'aprenentatge d'aquest contingut matemàtic. Aquests resultats van en la línia d'altres estudis desenvolupats per Noelting (1980), Carraher (1986), Behr *et al.* (1992), Gómez-Granell *et al.* (1997), entre altres.

Des del nostre punt de vista, quatre són les característiques que comparteixen les dues propostes d'ensenyament/aprenentatge avaluades en aquest treball i que creiem que han potenciat la millora de l'aprenentatge sobre el contingut de la proporcionalitat de tots els alumnes:

Una primera característica es refereix als ponts d'unió que la proposta didàctica ha creat amb els coneixements previs dels alumnes i els problemes que aquests es troben en la vida diària. En aquest sentit, la majoria de les situacions problema a resoldre pels alumnes estan contextualitzades en problemes quotidians de l'entorn de l'alumne on aquest disposa d'espais per millorar les estratègies de resolució

d'aquests tipus de problemes. Diferents autors han emfatitzat les divergències entre l'adquisició i l'ús del coneixement matemàtic en situacions quotidianes i en situacions escolars (Saxe, 1990; Gómez-Granell, 1997; Martí, 1997). Des d'aquests estudis, es destaca l'ús de procediments matemàtics diferents per resoldre problemes similars en els dos contextos, i, s'observa que els procediments matemàtics apresos en l'escola -i que amb freqüència són molt formals i sense significat per als alumnes- no serveixen per resoldre problemes quotidians.

Una segona característica és que la proposta didàctica potencia l'aprenentatge i l'ús de l'estratègia de l'operador funcional per resoldre situacions problema sobre proporcionalitat. Diferents estudis sobre l'aprenentatge d'aquest concepte matemàtic demostren que és l'estratègia més significativa per als alumnes i és la que s'utilitza per resoldre aquest tipus de problemes fora de l'escola (Vergnaud, 1983; Schlieman i Carraher, 1992) .

La tercera característica es refereix que les dues propostes didàctiques potencien l'aprenentatge cooperatiu en la resolució de totes les activitats i els problemes que es plantegen. El treball en parelles facilita la participació activa dels dos membres en la resolució dels problemes, condició indispensable per aconseguir un aprenentatge significatiu. Un gran nombre d'investigacions realitzades en el camp de la psicologia de l'educació han destacat la importància de l'aprenentatge a través de la interacció amb altres companys (Bovet *et al.*, 1989; Rogoff, 1993; Dimant i Bearison, 1991; Ellis i Gauvain, 1992; Lacasa i Herranz, 1995, entre altres). Des d'aquests estudis s'emfatitza la importància de tres variables en l'explicació de la millora de l'aprenentatge quan aquest és cooperatiu. Una primera variable fa referència al tipus d'ajuda que els alumnes es proporcionen; aquesta ajuda pot ser més efectiva que la que pot donar el professor, perquè s'ajusta amb més freqüència al requeriment demanat per l'alumne que la necessita (Bassarear i Davidson, 1992; Webb, 1982, 1989).

Una segona variable destaca la discussió i el conflicte cognitiu que es generen en els diferents membres d'un grup per buscar una manera de resolució única i consensuada, i que faciliten la reestructuració de les idees individuals i el seu progrés (Doise, 1990).

Finalment, el fet de compartir el procés i les estratègies de resolució facilita l'augment de la motivació i la reducció de l'ansietat dels alumnes per no saber aplicar l'estratègia adequada per resoldre un problema. Aquesta és l'última variable afavoridora de l'aprenentatge cooperatiu.

La quarta característica de les dues propostes didàctiques fa referència al guiatge en l'aprenentatge d'estratègies generals i específiques per resoldre problemes sobre proporcionalitat. Aquest guiatge s'ha concretat en el nostre treball, d'una banda, en el material didàctic "pensem els problemes" que és un full de pensament que ha estat dissenyat per oferir indicacions i suggeriments a l'alumne sobre diferents moments i diversos components implicats en el procés de resolució de problemes. En aquest full, es plantegen interrogants i qüestions que obliguen l'alumne a parar-se, pensar i reflexionar sobre el problema que ha de resoldre i com ha de fer-ho. Diferents estudis, realitzats en diferents camps, avalen aquesta estratègia d'ensenyament. En el camp de les matemàtiques, destaquen els treballs de King (1991, 1994, 1997), Delclos i Harrington (1991) i Schoenfeld (1985, 1992), que obtenen bons resultats en la resolució de problemes amb el disseny de materials didàctics que guien el procés de resolució i l'ús d'estratègies adequades per resoldre'ls, mitjançant preguntes. I, d'altra banda, les estratègies d'ensenyament utilitzades pel professor també han estat dissenyades per afavorir la instrucció guiada i el modelatge del procés de resolució.

La resolució incorrecta d'una mitjana del 48% de problemes que formen la prova post-test, des del nostre punt de vista i d'acord amb Rico (1997), pot ser explicada pel fet que el procés d'aprenentatge del coneixement matemàtic és lent, necessita de claus de processament continuades i no està mai totalment acabat, i, per tant,

no es pot donar per finalitzat el domini d'un contingut matemàtic en un període breu de temps. El nostre estudi, tal com hem destacat anteriorment, ha treballat l'aprenentatge d'un contingut matemàtic del qual les investigacions educatives han destacat les dificultats que presenten els alumnes per a l'aprenentatge, i, per tant, requeriria d'un període de temps més llarg que l'utilitzat en el nostre estudi per ser après i aconseguir nivells més alts de resolució amb èxit de problemes sobre aquest contingut matemàtic.

En els següents apartats discutirem amb més detall els resultats obtinguts pels alumnes agrupats segons les tres variables independents del nostre estudi: context d'aprenentatge, professor i tipus de parella.

5.1.1. Resultat d'aprenentatge en funció de la variable independent "context d'aprenentatge"

La variable independent "context d'aprenentatge" té una gran incidència en el rendiment assolit pels alumnes. Els alumnes que han seguit l'aprenentatge amb la mediació del full de càlcul obtenen resultats estadísticament superiors al dels alumnes que no han utilitzat aquesta eina informàtica. Aquest resultat ens permet afirmar que l'ús intencional de les característiques educatives del full de càlcul per ensenyar a resoldre problemes matemàtics ha incidit positivament en el procés d'aprenentatge dels alumnes.

Des del nostre punt de vista, el programa del full de càlcul presenta unes característiques que permeten utilitzar-lo com una eina de gran valor educatiu, sobretot en l'àrea de les matemàtiques. Entre aquestes característiques destaquem les següents: facilitar la manipulació i el càlcul numèric, potenciar l'organització i la planificació del procés de resolució del problema, desenvolupar actituds de rigor matemàtic, concretar continguts abstractes, i medi simbòlic i interactiu que afavoreix la regulació i avaluació de les accions per resoldre un problema.

Aquests resultats s'emmarquen presenten el mateix sentit que diversos estudis en què es destaquen les potencialitats educatives de l'eina informàtica. Entre els estudis més pròxims al nostre treball, ressaltem, en primer lloc, els resultats aconseguits per Lambrecht (1993), que utilitza un programa de full de càlcul per resoldre problemes sobre el contingut de la proporcionalitat, relacionats amb el camp temàtic de la banca. En aquest estudi, els alumnes que utilitzen el full de càlcul aconseguixen nivells d'aprenentatge superiors, i estadísticament significatius, als nivells dels alumnes d'un grup control que utilitzen la calculadora per a aprendre i resoldre el mateix tipus de problemes.

En segon lloc, Gómez-Granell *et al.*(1997) obtenen també resultats superiors en l'aprenentatge de continguts sobre proporcionalitat quan s'utilitza un programa informàtic, dissenyat específicament per aprendre aquest tipus de continguts, respecte als resultats dels alumnes d'un grup control que no utilitza l'ordinador.

Aquesta tendència positiva en el resultat de l'aprenentatge també s'observa en diferents investigacions educatives amb l'ús d'altres programes informàtics i per a l'aprenentatge d'altres continguts curriculars. En aquest sentit, destaquen els bons resultats aconseguits amb l'ús del llenguatge Logo, sobretot en l'aprenentatge de continguts procedimentals (Chan, 1987; Solomon, 1987; Emihovich i Miller, 1988; Nastasi *et al.*, 1990; Clements, 1991); l'ús de programes eina com el tractament de textos, sobre el qual diferents estudis han demostrat que els escrits dels alumnes realitzats amb aquest programa contenen menys errors de puntuació, utilitzen un vocabulari més ampli i el text, en general, és més ric i de millor qualitat (Zellermayer, *et al.*, 1991; Guerra i Martín, 1992; Hartley, 1993; Ferraris *et al.*, 1992, Ruiz, 1993; Breese, 1996;); l'ús de les bases de dades informàtiques, que també han aportat resultats positius en l'àmbit educatiu, sobretot en l'aprenentatge de processos de classificació, organització i representació d'informació (Trentin, 1992).

Ara bé, els resultats positius aconseguits en el nostre estudi i en altres investigacions, assenyalades anteriorment, no ens han de deixar caure en una visió “trionfalista” i “tecnocèntrica” segons la qual l’ús dels programes informàtics és suficient per millorar el procés d’aprenentatge dels alumnes. La investigació educativa ha aportat dades contradictòries sobre els resultats que es poden aconseguir amb l’ús de l’eina informàtica a l’escola, no confirmant-se resultats tan positius com els assenyalats anteriorment (per exemple: Pea *et al.*, 1985; Burns i Hagerman, 1989; Rouet, 1998; Duffy i Barowy, 1995, Britt, *et al.*, 1996).

Entre les explicacions a la controvèrsia en els resultats educatius aconseguits amb l’ús de l’ordinador destaca, d’una banda, el gran nombre de variables que incideixen en la interacció alumne-programa informàtic, i que aquesta es multiplica amb l’ús dels llenguatges informàtics -com per exemple el Logo- amb l’ús dels sistemes hipertext o amb l’ús de programes eina -com per exemple el full de càlcul. L’activitat que realitza l’alumne amb aquests programes informàtics no es pot considerar una activitat unitària, sinó que es tracta d’una activitat complexa en què estan implicats diferents processos cognitius i metacognitius. El fet de no estudiar aquests processos implicats en les diferents tasques que realitza l’alumne amb l’ordinador i els diferents nivells de domini a què l’alumne pot arribar poden tenir com a conseqüència un estudi parcial i una interpretació errònia dels resultats educatius que es poden aconseguir (Martí, 1992).

D’altra banda, i molt relacionada amb l’anterior explicació, diferents estudis destaquen les característiques del context d’ensenyament/aprenentatge en què s’integra l’ús de l’eina informàtica com a condicionants de la seva eficàcia (Gourgey, 1987; Salomon *et al.*, 1991; Horak, 1991; Martí, 1992). Les característiques del context poden fer incidència en el desenvolupament de diferents processos cognitius i metacognitius implicats en l’activitat de l’alumne amb l’ordinador i, per tant, es poden aconseguir resultats educatius també diversos. En aquest sentit es mostren els treballs realitzats amb programes de

simulació (Duffy i Barowy, 1995) o amb l'ús de sistemes hipertext (Kommers i Lanzing, 1998) en què es mostra que, si no s'ensenyen als alumnes estratègies específiques per treballar i resoldre les situacions complexes que presenta el programa informàtic, els alumnes que utilitzen l'ordinador poden obtenir resultats menors que els alumnes que no l'utilitzen.

Incorporant aquests arguments, el nostre treball ha dissenyat un context d'ensenyament/aprenentatge que potencia l'aprenentatge de determinades estratègies cognitives i metacognitives de resolució de problemes amb l'ús del full de càlcul. En aquest context s'ha planificat tant la funció del professor com la dels materials didàctics necessaris per guiar l'alumne en el procés d'aprenentatge amb l'ús del full de càlcul.

A més a més, el nostre treball ha dissenyat un procés d'avaluació per conèixer el nivell i les característiques de l'aprenentatge assolit pels alumnes d'acord amb les característiques concretes del context. Analitzarem i discutirem aquest procés en les properes pàgines. Aquesta anàlisi ens aportarà dades per valorar les possibilitats educatives del programa informàtic del full de càlcul en l'ensenyament secundari obligatori.

5.1.2. Resultat d'aprenentatge en funció de la variable independent "professor"

En el nostre estudi, la variable independent "professor" no té una incidència en l'aprenentatge dels alumnes; no s'observen diferències estadísticament significatives i remarcables atribuïbles a les característiques d'un dels ensenyants.

Creiem que aquesta conclusió és avalada pel fet que l'anàlisi dels resultats aconseguits pels alumnes en funció de la variable independent professor presenta unes característiques molt similars. En primer lloc, els tres professors que han

participat en la investigació aconseguen un millor rendiment amb el grup d'alumnes que ha seguit la proposta didàctica que utilitza el full de càlcul. En segon lloc, els tres professors aconseguen resultats estadísticament similars en el context d'aprenentatge que utilitza el full de càlcul com a eina mediatra per a l'aprenentatge de continguts matemàtics. En tercer lloc, els alumnes dels tres professors obtenen millors resultats en la resolució de problemes en parella que en la resolució de problemes individualment.

Des del nostre punt de vista, i deixant de banda el fet que la mostra de professors és molt petita i merament indicativa, les dades obtingudes en funció d'aquesta variable independent desmitifiquen la idea present en molts professors de matemàtiques que l'ús del full de càlcul és una eina d'ús difícil, que requereix d'una formació específica per part del professorat i d'una experiència prèvia en el seu ús educatiu (Ortega, 1990). Els tres professors de matemàtiques participants en el nostre estudi no havien utilitzat aquesta eina a l'aula amb anterioritat, i els seus coneixements mínims a nivell d'usuari han estat suficients per aconseguir resultats similars i educativament positius. Ara bé, estem d'acord amb Moss (1992) que l'ús generalitzat a l'escola de programes oberts com el full de càlcul, si bé no necessita d'una formació tècnica específica sobre el programa, sí que hauria d'anar acompanyat d'un assessorament didàctic sobre com integrar-los i utilitzar-los com a eines per a l'aprenentatge de continguts específics de determinades àrees curriculars.

5.1.3. Resultat d'aprenentatge en funció de la variable independent "tipus de parella"

La conclusió a què podem arribar de l'anàlisi de resultats del nostre treball en funció de les característiques de les parelles en què s'han agrupat als alumnes és que les característiques del company amb el qual es treballa influeixen en el nivell

d'aprenentatge aconseguit. S'observen diferències estadísticament significatives en el rendiment dels alumnes en funció del tipus de parella amb què han realitzat les activitats de la proposta didàctica i els problemes de la prova d'avaluació.

El nostre treball agrupa els alumnes en tres tipus de parelles: les parelles homogènies altes, formades per dos alumnes que a l'inici del nostre treball presentaven un nivell alt en la resolució de problemes sobre proporcionalitat; les parelles heterogènies, parelles formades per un alumne amb un rendiment inicial alt en la resolució de problemes sobre proporcionalitat i un alumne amb un nivell inicial baix, i es parelles homogènies baixes, formades per dos alumnes que presentaven un nivell baix en la resolució de problemes sobre proporcionalitat.

Els alumnes de les parelles homogènies altes i els de les parelles heterogènies presenten més bons resultats que els alumnes de les parelles homogènies baixes, tant en la resolució individual dels problemes de la prova post-test, com en la resolució de problemes en parella.

Aquest resultat segueix la mateixa tendència destacada en altres estudis realitzats des d'aquesta perspectiva, en els quals es defensa la hipòtesi que la resolució d'una tasca interactuant amb un company d'un nivell d'habilitat diferent potencia un millor aprenentatge que la interacció amb un company d'un nivell d'habilitat similar (Nodding, 1985; Brown i Palincsar, 1989; Coll i Coromina, 1990; Rogoff, 1993; Cazden, 1991; Forman, 1992; Weeb i col·laboradors, 1991, 1994, 1995; Gómez-Granell *et al.*, 1997).

Les principals conclusions d'aquest conjunt d'investigacions destaquen, en primer lloc, que en una situació interactiva es produeix el fet de donar i rebre ajut entre companys. Aquest és un indicador molt important per afavorir l'aprenentatge entre iguals. D'una banda, el procés de donar ajut s'interpreta, des d'aquesta perspectiva, com una oportunitat per a qui el dona de clarificar i reorganitzar la informació que ja se sap d'una altra manera, i pot ajudar a reconèixer malentesos,

a resoldre incongruències, a desenvolupar noves perspectives i a construir noves conceptualitzacions que no es van realitzar en el moment d'aprendre.

D'altra banda, el procés de rebre ajut dona l'oportunitat d'omplir un buit que individualment seria molt difícil d'aconseguir; ajuda a establir connexions entre la nova informació i els coneixements previs i a corregir malentesos. Les explicacions d'un company es mostren molt més eficaces que les que pot donar un professor, perquè entén millor els punts en què els seus companys tenen dificultats per aprendre, dirigeix més eficaçment en els aspectes rellevants de la tasca i explica amb conceptes familiars i entenedors que afavoreixen l'aprenentatge dels companys.

En segon lloc, s'observen importants diferències en la quantitat d'ajut i el tipus d'ajut segons les característiques dels membres de la parella. Les parelles heterogènies i les homogènies mitjanes, és a dir, aquelles en què els dos membres de la parella presenten un nivell d'habilitat intermèdia, presenten un nivell d'ajuda major que les parelles homogènies baixes i altes, és a dir, s'hi dona amb més freqüència el procés de rebre i donar ajut.

Aquesta argumentació explicaria els resultats aconseguits en el nostre estudi, en què, en primer lloc, els resultats de les parelles homogènies baixes són estadísticament menors que els de les parelles homogènies altes i heterogènies. En segon lloc, els alumnes amb un nivell d'habilitat inicial baix aprenen més quan treballen amb un company d'un nivell d'habilitat més alt que quan treballen amb un company d'un nivell d'habilitat similar, encara que aquesta diferència en el nostre estudi no és estadísticament significativa.

Ara bé, en el nostre treball s'han aconseguit en la variable independent "tipus de parella" uns resultats que no es poden explicar des de l'argumentació detallada en el paràgrafs anteriors. En primer lloc, s'observa que les parelles homogènies altes obtenen més bons resultats que les parelles heterogènies; aquesta diferència, però,

només és estadísticament significativa en la resolució de problemes individualment. En segon lloc, els alumnes amb un rendiment alt que han treballat en parelles heterogènies obtenen un resultat d'aprenentatge molt similar, o en alguns casos una mica inferior al dels alumnes d'aquest mateix grup que han treballat amb una parella homogènia alta. En tercer lloc, les diferències observades en el rendiment dels alumnes agrupats en funció del tipus de parella són, en general, estadísticament no significatives.

Així, els resultats obtinguts en el nostre estudi ens permeten parlar d'una tendència positiva en els beneficis de treballar en parelles heterogènies, ja que afavoreix un bon rendiment dels alumnes amb un rendiment baix i no va en detriment de l'aprenentatge dels alumnes amb un rendiment alt. Aquesta cautela no és específica del nostre treball, perquè en diferents estudis només s'han demostrat correlacions parcials entre el fet de donar i rebre ajut en diferents tipus de parelles i un bon resultat en l'aprenentatge de tots els alumnes (Webb, 1989, 1991; Webb i Farivar, 1994; Webb, Troper i Fall, 1995).

Des d'aquestes investigacions es proposen dues explicacions a la incònsistència d'aquests resultats. D'una banda, es destaca la necessitat de conèixer noves dades sobre com ensenyar als alumnes el procés de donar i rebre ajut. En aquest sentit es mostren els estudis de King (1991, 1994, 1997) que estructura la interacció de les parelles d'alumnes mentre resolen un problema amb l'ajut d'un conjunt de preguntes. En aquests estudis, l'autora potencia que, alternativament, un membre de la parella assumeixi el rol de qüestionador o de demanar ajut i el rol de donar-ne. L'autora destaca resultats molt positius amb l'ús d'aquesta metodologia quant a la millora del procés de resolució de problemes.

D'altra banda, es destaca la necessitat de conèixer les condicions en què el procés de donar i rebre ajut són més efectives, és a dir, quan l'alumne, a partir de l'ajut rebut, construeix una representació que millora la resolució d'una tasca, i com es poden dissenyar situacions d'ensenyament/aprenentatge que potenciïn el

desenvolupament d'aquestes condicions (Webb *et al.*, 1995). Aquesta segona perspectiva requereix l'estudi detallat de la interacció entre parelles i la seva relació amb el nivell d'aprenentatge assolit.

Quant a l'anàlisi dels resultats aconseguits pels alumnes del nostre estudi agrupats en funció de les variables independents "tipus de parella" i "context d'aprenentatge", aquests segueixen la mateixa tendència que els discutits anteriorment, que feien referència al total de la mostra que ha participat en el nostre estudi. Tant els alumnes amb un rendiment alt com els alumnes amb un rendiment baix aconseguen un millor resultat quan utilitzen el full de càlcul en la resolució de tasques matemàtiques que quan no l'utilitzen.

Diferents estudis han destacat els bons resultats que es poden aconseguir, sobretot amb alumnes amb un rendiment acadèmic baix, quan s'utilitza l'eina informàtica (Hresko, Parmar i Bridges, 1996; Anderson, Knox i Horney, 1996; Babbitt i Miller, 1996, entre altres). En aquest mateix sentit, es mostra la revisió de King (1990) sobre els avantatges educatius de l'ús de l'eina informàtica per afavorir l'aprenentatge dels alumnes amb dificultats; en aquesta revisió es destaquen tres característiques de l'ús educatiu de l'ordinador en la potenciació de l'aprenentatge d'aquests alumnes. En primer lloc, l'ordinador pot presentar un conjunt de tasques estructurades. En segon lloc, pot proporcionar l'ajuda adequada a la resposta de l'alumne. I, en tercer lloc, pot ajudar a manipular el seu ambient mitjançant l'exploració de la causa i l'efecte de les seves accions en la resolució d'una tasca.

Des del nostre punt de vista, i pel que fa al bon nivell d'aprenentatge assolit pels alumnes que tenen un nivell inicial baix en l'àrea de matemàtiques i que han utilitzat el full de càlcul, creiem que les característiques educatives d'aquest programa informàtic que facilita l'estructuració del procés de resolució del problema i la possibilitat de manipular i explorar continguts matemàtics, han afavorit un millor aprenentatge d'aquests alumnes.

Ara bé, aquests resultats no són unànimes en la investigació educativa. Autors com Mayes (1992), sostenen que els alumnes amb un nivell baix en l'àrea de matemàtiques poden presentar un menor nivell d'aprenentatge quan utilitzen eines informàtiques que quan no n'utilitzen. L'argumentació d'aquesta hipòtesi es fonamenta en les dificultats afegides que, per aquest tipus d'alumnes, comporta l'ús de l'eina informàtica, perquè, com hem destacat en anteriors apartats, és una eina simbòlica, amb unes regles d'ús precises i aprendre el seu maneig implica un sobre esforç que pot jugar en detriment de l'atenció i dels processos cognitius que han de posar en joc per resoldre un problema.

Aquest autor corrobora aquesta hipòtesi amb el disseny d'una situació experimental en què integra l'ús de tres programes informàtics: un programa aritmètic: MuMath; un full de càlcul: appleworks, i un programa de funcions gràfiques: Green Globes i Graphing Equations, com a eines de suport en la resolució de problemes d'àlgebra. Es dissenya una situació d'ensenyament/aprenentatge que fa èmfasi en les estratègies de resolució de problemes d'àlgebra amb el suport d'aquestes tres eines informàtiques. Després d'un període d'instrucció es comparen els resultats d'aprenentatge d'alumnes amb un nivell baix, mig i alt en l'àrea de les matemàtiques, i que han fet ús o no ús dels programes informàtics com a suport del procés de resolució de problemes.

Els alumnes amb un rendiment baix en l'àrea de matemàtiques aconseguixen un menor resultat quan utilitzen les eines informàtiques que quan no les utilitzen, a diferència dels alumnes amb un rendiment mig i alt, els quals milloren significativament més quan utilitzen el medi informàtic que quan no l'utilitzen.

Des del nostre punt de vista, dues característiques de la proposta didàctica explicarien les diferències entre els resultats aconseguits en el nostre treball i els assenyalats en l'anterior estudi. En primer lloc, l'ús del full de càlcul en el nostre estudi no és una eina de suport, sinó que és una eina que s'integra plenament en el procés d'aprenentatge de continguts conceptuals i procedimentals de l'àrea de

matemàtiques. Diferents estudis han destacat la importància d'integrar plenament l'eina informàtica en aquest procés per aconseguir bons resultats en l'aprenentatge dels alumnes (Martí, 1988, 1992; Gómez-Granell, *et al.*, 1997).

En segon lloc, creiem que el disseny de materials didàctics específics, el treball cooperatiu amb parelles i l'ús d'una metodologia d'ensenyament adequada que guia el procés d'aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes amb l'ús del full de càlcul han ajudat a superar algunes de les dificultats de maneig del programa informàtic del full de càlcul.

5.2. El procés de resolució de problemes

Una primera anàlisi del temps que els alumnes han necessitat per resoldre el problema mostra importants diferències entre els alumnes que han utilitzat el full de càlcul i els que no l'han utilitzat. Els alumnes que han utilitzat l'ordinador han invertit més temps que els que no han utilitzat aquesta eina informàtica. Per tant, el procés de resolució és més lent, però, com hem observat en l'anàlisi i la discussió del resultat de l'aprenentatge aconseguit, aquest és més eficaç.

Hom pensa que un dels primers avantatges de l'ús de les eines informàtiques és poder resoldre tasques de manera ràpida i amb menys esforç. Les dades aconseguides en el nostre treball confirmen parcialment aquesta opinió. Dos motius explicarien, des del nostre punt de vista, aquest fet. En primer lloc, el nivell aconseguit quant al maneig de les diferents opcions del programa del full de càlcul es podria millorar amb un major espai de temps dedicat a l'ús d'aquesta eina per resoldre problemes. Els alumnes no havien utilitzat anteriorment aquest programa informàtic, i en el moment de veure els vídeos enregistrats hem observat que en alguns moments els alumnes exploraven les diferents opcions del programa, com per exemple, com copiar i enganxar una fórmula o com modificar

el format d'un número. Aquesta circumstància pot explicar, en part, la major quantitat de temps invertida pels alumnes que han utilitzat el full de càlcul per resoldre el problema.

En segon lloc, una de les hipòtesis del nostre treball és que l'ús del full de càlcul potencia l'aprenentatge i l'ús d'accions cognitives i metacognitives, com per exemple, planificar, regular o avaluar el procés de resolució. Aquestes accions són complexes, d'un alt nivell cognitiu i no s'executen de manera automàtica, sobretot en els primers moments del seu aprenentatge, sinó que requereixen d'un procés de pensament conscient i reflexiu, i, per tant, més lent però també més eficaç. L'objectiu d'aquest apartat és fonamentalment discutir, a partir dels resultats aconseguits en la categorització de les accions cognitives, metacognitives i de la interacció dels alumnes mentre resolen un problema, si aquest procés de pensament s'ha potenciat en major mesura en el grup d'alumnes que ha utilitzat el full de càlcul.

5.2.1. Les accions cognitives i metacognitives per resoldre el problema

L'enregistrament en vídeo i posterior visualització, transcripció i categorització del procés de resolució d'un problema amb ús i sense ús del full de càlcul han mostrat, a més a més de les diferències quantitatives assenyalades anteriorment, diferències qualitatives quant al tipus d'accions cognitives i metacognitives que els dos grups d'alumnes realitzen per resoldre el problema.

Els alumnes que utilitzen el full de càlcul realitzen un major nombre d'accions cognitives encaminades a analitzar, planificar i revisar el procés de resolució, que els alumnes que no utilitzen aquesta eina informàtica. Un gran nombre d'estudis ha destacat, d'una banda, la importància d'aquest tipus d'accions -que es troben presents en la resolució experta de problemes- per aconseguir resoldre amb èxit un

problema, i, d'altra banda, l'increment d'aquest tipus d'accions després d'un període d'instrucció específicament dissenyat per aconseguir aquest objectiu (Lester, 1985, 1989, 1992; Schoenfeld, 1987, 1989, 1992a; Delclos i Harrington, 1991; King, 1991, 1994, 1997, entre els més destacats).

Així, podem concloure que la major presència d'accions per planificar, per implementar de manera regulada i conscient els procediments per resoldre el problema i per avaluar aquest procés en el grup d'alumnes que ha utilitzat el full de càlcul pot explicar el millor rendiment aconseguït per aquest grup d'alumnes en la resolució de problemes.

Des del nostre punt de vista, tres característiques del full de càlcul han potenciat l'aprenentatge i l'ús d'aquest tipus d'accions. En primer lloc, la manera d'organitzar i de manipular les dades del programa informàtic en l'estructura lògica del quadre de doble entrada afavoreix l'anàlisi de l'enunciat del problema i l'estructuració i planificació del procés de resolució, perquè l'alumne ha de realitzar accions com aquestes: etiquetar les files i columnes del quadre de doble entrada, acció que comporta conèixer quines dades són conegudes i quines són desconegudes i s'han de calcular; traduir la informació de l'enunciat del problema en informació matemàtica que el programa pugui manipular, i organitzar tot el full de treball per aconseguir l'objectiu del problema.

La proposta didàctica ha facilitat l'aprenentatge i l'execució d'aquest tipus d'accions amb el material didàctic "pensem els problemes", en el qual l'alumne té una quadrícula, similar a la del programa informàtic, en què pot dissenyar l'estructura del quadre abans d'introduir les dades a l'ordinador. Autors com Stillman i Galbraith (1998) han destacat bons nivells d'organització del procés de resolució dels alumnes quan s'utilitzen eines que permeten l'organització d'informació en un format sistemàtic com una taula.

En aquest sentit, l'ús d'aquesta quadrícula ha estat molt més avantatjós per al grup d'alumnes que utilitza l'ordinador. Ara bé, per als alumnes que no utilitzen l'eina informàtica no ha estat tan positiu. L'observació dels vídeos ha mostrat que aquest instrument era en alguns casos un entrebanc perquè els alumnes no podien rectificar amb tanta facilitat el que escrivien; si tenien una escriptura gran no tenien prou lloc per escriure tota la informació, i, en general, l'ús de la quadrícula dificultava el maneig i organització de les dades i del procés de resolució.

En segon lloc, la característica de l'eina informàtica de ser un entorn interactiu en què les accions de l'alumne tenen una conseqüència immediata en la pantalla de l'ordinador i aquest pot modificar-les fàcilment si no s'adeqüen als seus objectius, ha tingut una incidència positiva en els processos de revisió, avaluació i control del procés de resolució.

En tercer lloc, les accions per resoldre el problema es realitzen en el full de treball, queden enregistrades i l'alumne pot, en qualsevol moment, analitzar-les i revisar-les, a diferència de la resolució amb paper, llapis i calculadora, en què les accions es realitzen en espais diferents i no queden enregistrades, i per tant, no poden ser analitzades i revisades amb tant facilitat.

Els alumnes que utilitzen el full de càlcul presenten un component metacognitiu en un major nombre de les accions realitzades per resoldre el problema, és a dir, aquest grup d'alumnes realitza amb més freqüència parades, reflexions o comentaris sobre el procés de resolució del problema, i mostra més consciència i control d'aquest procés. Diferents estudis sobre el procés de resolució de problemes destaquen la importància de les accions metacognitives en l'èxit d'aquest procés (Silver, 1987; Garofalo i Lester, 1985; Schoenfeld, 1987, 1989, 1992; Lester, 1993, 1994).

El nostre treball ha dedicat una especial atenció a ensenyar i potenciar el desenvolupament d'estratègies metacognitives en la resolució d'un problema. Les

característiques de la interacció alumnes-ordinador han propiciat, però, un major desenvolupament d'aquest tipus d'estratègies. Aquests resultats són consistents amb els destacats per altres estudis (Weir, 1989; Steren, 1996). Tres característiques de la interacció amb l'ordinador, que no es produeixen quan no s'utilitza aquesta eina, expliquen aquests resultats. En primer lloc, l'alumne ha de fer explícites, en format d'ordres o de fórmules matemàtiques, totes les accions per resoldre el problema, perquè si no ho fa, l'ordinador no realitzarà els càlculs necessaris per a solucionar el problema. Aquesta característica potencia una major consciència de tot el procés de resolució.

En segon lloc, l'enregistrament i la visualització de totes les accions que realitza l'alumne en la pantalla de l'ordinador per resoldre el problema facilita el control i la monitorització de les accions ja realitzades si els resultats aconseguits no s'adeqüen als objectius plantejats en l'enunciat del problema.

En tercer lloc, el fet de resoldre el problema en parelles, però amb una única pantalla on es visualitzen totes les accions que es realitzen pot fer que la pantalla desenvolupi la funció de "mirall del procés de pensament" de l'alumne que està realitzant una acció per resoldre el problema; l'altre membre de la parella té coneixement del procés de pensament del seu company i pot debatre-lo, qüestionar-lo, o bé pot expressar el seu acord, afavorint parades durant el procés de resolució i una major consciència d'aquest procés (Weir, 1989).

L'anàlisi del moment en què es realitzen les accions cognitives i metacognitives ha mostrat diferències entre els dos grups d'alumnes. En la fase inicial, els alumnes del context "ordinador" realitzen fonamentalment accions de lectura de l'enunciat del problema i de planificació. En canvi, els alumnes del context "no ordinador" realitzen, en aquesta fase, fonamentalment accions de lectura. Creiem que aquests tipus d'accions són importants per explicar el millor resultat en la resolució del problema del grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul. La investigació centrada en l'anàlisi de la resolució de problemes per experts destaca

el gran nombre d'accions que aquests realitzen per formar-se una representació significativa del problema i planificar les accions per resoldre'l durant els primers moments del procés de resolució (Larkin, 1981; Soloway *et al.*, 1982; Schoenfeld, 1985, 1989; Lester, 1985, 1989; Baxer, Elder i Glaser, 1996)

En la fase d'execució els dos grups realitzen un major nombre d'accions encaminades a executar procediments per resoldre el problema. En aquesta fase, el grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul realitza un major nombre d'accions per analitzar i planificar el procés de resolució i un major nombre d'accions amb un component metacognitiu que el grup que no utilitza aquesta eina informàtica. Aquests resultats continuen mostrant una similitud amb les accions que realitzen els experts per resoldre el problema. En primer lloc, les diferents fases i accions per resoldre el problema no apareixen de manera seqüencial, és a dir, els experts no planifiquen i analitzen només en els primers moments del procés, sinó que realitzen aquest tipus d'accions durant tota la resolució (Schoenfeld, 1985; Stillman i Galbraith, 1998). Aquest fet també s'observa, però en menor mesura, en el grup d'alumnes del context "no ordinador". En segon lloc, les accions amb un component metacognitiu es realitzen fonamentalment durant aquest període, de manera similar a l'execució experta.

En la fase que en el nostre estudi hem anomenat "de preguntes" perquè l'enunciat del problema planteja unes qüestions que impliquen que els alumnes realitzin accions per comparar les dades del problema, el grup d'alumnes del context "no ordinador" realitza més accions d'anàlisi, planificació i revisió que el grup d'alumnes del context "ordinador".

Des del nostre punt de vista, aquest fet és una conseqüència de les característiques del procés de resolució d'aquest grup d'alumnes. Com hem detallat anteriorment, aquests alumnes presenten un procés de resolució poc planificat, amb poca organització de les dades -calculen resultats fora de la plantilla, esborren o ratllen dades- i poc controlat. Aquestes característiques fan que la comparació de les

dades i, per tant, la resposta de les preguntes plantejades en aquesta última fase de la resolució del problema sigui més difícil i que els alumnes hagin de tornar a replantejar-se qüestions inicials, hagin de realitzar nous càlculs i revisar els procediments ja executats. En canvi, aquestes característiques no es donen en el grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul; les dades i el resultat del problema apareixen organitzats en la pantalla de l'ordinador i, per tant, l'execució de procediments per comparar les dades del problema és més ràpida i eficaç.

5.2.2. Característiques de la interacció

L'activitat social dels dos grups d'alumnes durant la resolució del problema també presenta grans diferències. El context "ordinador" mostra fonamentalment una interacció compartida, és a dir, hi ha un sol procés de resolució, en el qual els dos membres de la parella participen activament. En canvi, el grup d'alumnes del context "no ordinador" presenta en menor grau aquest tipus d'interacció i dona pas a una interacció en paral·lel, és a dir, els dos membres es reparteixen les tasques a fer i realitzen accions diferents i de manera simultània. Aquests resultats són congruents amb els presentats per altres estudis que han analitzat la interacció amb l'ús de l'eina informàtica (Nastasi i Clements, 1992; Amigues i Agostinelli, 1992; Gómez-Granell, *et al.* 1997; entre altres).

Diferents arguments expliquen aquest fet. En primer lloc, treballar amb una única pantalla d'ordinador en què apareixen visualitzades les accions que realitza l'alumne afavoreix la implicació i la discussió dels dos membres de la parella, potenciant una resolució més compartida i cooperativa (O'Malley, 1992; Griffin, Belyaeva i Soldatova, 1992; Dillenbourg i Self, 1992). Aquesta explicació ha estat corroborada amb l'ús de diferents programes informàtics com, per exemple, el Logo (Nastasi *et al.* 1990), l'escriptura d'un text amb un processador de textos

(Perlmutter *et al.*1989; Ferrari *et al.*, 1992), o amb programes d'exercitació i pràctica (Howe *et al.*, 1992).

En segon lloc, la pantalla de l'ordinador fa les funcions de pont d'unió entre els diferents nivells de representació de la tasca i del procés per resoldre-la. En la pantalla es genera una nova representació de la tasca que els diferents alumnes poden manipular amb l'ajut del teclat i el ratolí, afavorint, així, la interacció compartida entre ells (Amigues i Agostinelli, 1992).

En tercer lloc, destaquem un argument molt relacionat amb els anteriors: el feedback immediat en la pantalla de l'ordinador a una acció de l'alumne ofereix la possibilitat de comentar, discutir o aprovar l'acció realitzada. En els programes informàtics, que aporten un comentari segons les característiques i l'adequació de l'acció realitzada per l'alumne per resoldre la tasca, la interacció que es propicia entre els membres del grup pot ser superior.

Una anàlisi més detallada dels rols que els diferents alumnes adopten en el procés de resolució del problema exemplifica els resultats discutits fins aquest moment. Els alumnes del grup que utilitza el full de càlcul adopten amb major freqüència els rols de lector -lectura en veu alta de les dades del problema-, executor -execució de procediments per resoldre els problemes, explicitant en veu alta el que s'està fent- i observador -mirar el que el company executa en la pantalla de l'ordinador. Aquests rols impliquen la resolució compartida dels dos alumnes de la parella.

En canvi, els alumnes del grup que no utilitza el full de càlcul adopten amb major freqüència els rols d'escriptor -execució de procediments sense explicitar què està fent, és a dir, sense implicar el seu company en la resolució del problema- i el rol de lector.

El grup d'alumnes del context "no ordinador" adopta els rols de suggeridor i qüestionador amb més freqüència que el grup d'alumnes del context "ordinador".



Des del nostre punt de vista, i després d'observar aquest grup d'alumnes mentre resolien el problema i d'analitzar les dades, podem concloure que l'adopció d'aquests rols es produeix més con un intent d'un dels dos alumnes d'entrar en el procés de resolució del seu company, el qual resolía el problema individualment i sense tenir en compte el seu company, que com un indicador d'una interacció més compartida.

V. CONCLUSIONS

Abans d'acabar el nostre treball, tenim la intenció de comparar el nostre punt de partida amb els resultats a què hem arribat, així com, plantejar alguns dels interrogants que no han quedat resolts i que per a nosaltres esdevenen projectes de futur en la recerca sobre l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies per resoldre problemes matemàtics amb la mediació de l'eina informàtica.

A l'inici del nostre estudi ens plantejàvem aconseguir dos objectius generals. D'una banda, preteníem clarificar els principals eixos teòrics pel que fa a l'evolució i a l'estat actual del tema, tant del procés i de les estratègies de resolució de problemes, de l'ús educatiu de l'ordinador, en general, i del full de càlcul, en particular, com de l'ensenyament/aprenentatge del contingut de la proporcionalitat.

D'altra banda, preteníem desenvolupar una recerca en l'àmbit escolar per avançar en el procés d'ensenyament/aprenentatge de les estratègies per resoldre problemes matemàtics amb la mediació del full de càlcul, a partir de la revisió de treballs empírics propers i del disseny, de la implementació i de l'avaluació d'una proposta instruccional.

a) El procés de resolució de problemes.

Pel que fa a la revisió teòrica sobre l'estat actual del procés de resolució de problemes, l'hem iniciat destacant els canvis produïts en el concepte de problema al llarg de la història. Aquesta evolució l'hem sintetitzat en tres concepcions o maneres d'entendre el procés de resolució d'un problema, en primer lloc, una visió mentalista que entén la resolució d'un problema com una eina que desenvolupa el pensament i el raonament humà. Des d'aquesta primera concepció, la resolució d'un problema no és un fi en sí mateix, amb un valor propi, sinó que és considerat una eina per aconseguir altres objectius educatius.

En segon lloc, hem identificat la resolució de problemes com a context que vehicula l'aprenentatge d'altres continguts matemàtics, és a dir, com la pràctica

necessària que afavorirà l'aprenentatge d'un contingut conceptual o procedimental d'aquesta àrea curricular. Des d'aquesta segona perspectiva, la resolució d'un problema continua essent una eina i no un fi en si mateix.

Finalment, hem assenyalat la concepció sobre la resolució de problemes com a exploració, descobriment i creació de models matemàtics. Aquesta perspectiva parteix de l'evolució històrica i del procés de creació de la disciplina matemàtica. Aquesta sorgeix com un descobriment de models i de relacions i una recerca progressiva d'interpretacions simbòliques exactes a situacions de la vida real. Així, un model matemàtic és fruit de l'anàlisi de situacions quotidianes que es representen, posteriorment, com a demostracions matemàtiques formals.

Des d'aquesta perspectiva es defensa que perquè l'alumne compregui i pugui utilitzar les estructures matemàtiques és necessari que aquest les reconstrueixi a partir de situacions problema reals i quotidianes. Així, des d'aquest enfocament la resolució de problemes es converteix en l'eix central de l'ensenyament de les matemàtiques i el principal objectiu educatiu esdevé l'aprenentatge d'estratègies que el subjecte pot posar en joc per observar les regularitats de l'entorn, generar relacions entre la informació nova, interpretar situacions matemàtiques, executar procediments, axiomes o regles que permetin resoldre la situació problema.

El nostre treball s'ha situat en aquesta tercera manera d'entendre l'ensenyament/aprenentatge del procés de resolució d'un problema i hem dedicat el gruix de la revisió bibliogràfica sobre la resolució de problemes a desgranar quines són les principals variables que incideixen en la resolució amb èxit d'un problema matemàtic, des d'aquesta tercera perspectiva, amb l'objectiu de conèixer els seus principals components i dissenyar situacions instruccionals que les incorporin i aconseguir, així, una de les principals fites marcades en el currículum de l'Educació Secundària en l'àrea de les matemàtiques: que els alumnes siguin competents en la resolució de problemes.

Aconseguir aquest propòsit no ha estat una tasca fàcil per l'existència, d'una banda, d'un gran nombre de recerques i estudis sobre aquest tòpic, i, d'altra banda, per la identificació de moltes variables que incideixen en aquest complex procés de resolució d'un problema. A pesar d'aquests condicionants, l'anàlisi de les principals investigacions realitzades des de la psicologia cognitiva ens ha portat a destacar la importància de quatre macrovariables o dimensions: la vàlua dels esquemes de coneixement previ sobre el contingut específic sobre el que versa el problema, les estratègies generals i específiques sobre la resolució del problema, el paper de les estratègies metacognitives i el rol de les variables individuals.

Pel que fa a la revisió dels principals estudis dedicats a conèixer la incidència del coneixement declaratiu sobre el contingut específic del problema en la seva resolució i centrats fonamentalment a distingir les característiques d'aquest coneixement en la resolució experta, hem destacat que per resoldre un problema és important tenir un coneixement el més ampli possible sobre el contingut específic, formant esquemes de coneixement ben organitzats que facin referència a aspectes estructurals del tema i que continguin informació de tipus conceptual, procedimental i condicional. La formació d'aquests esquemes de coneixement útils en la resolució d'un problema no sorgeix de manera espontània, sinó que requereix una formació intencional i específica.

Pel que fa a la segona variable implicada en la resolució d'un problema: les estratègies de resolució, la revisió dels principals estudis encaminats a conèixer quin tipus d'estratègies posen en marxa els experts durant el procés de resolució, ens ha portat a identificar l'ús de dos grans tipus d'estratègies: les generals o heurístiques i les estratègies específiques. En un primer moment, la investigació sobre l'ús d'estratègies generals i/o específiques té un marcat caire dicotòmic, sovint no relacionades, oposades, independents o antitètiques. Actualment, es considera la vinculació i la interdependència d'aquests dos grans grups

d'estratègies en la resolució amb èxit d'un problema i per tant, la necessitat de dissenyar entorns instruccionals que incorporin l'ensenyament d'ambdós tipus d'estratègies en la resolució de problemes sobre continguts matemàtics concrets.

Les estratègies generals o heurístiques que encaren cap a una possible resolució del problema i que guien aquest procés, són estratègies relativament independents del contingut del problema. Ara bé, a pesar d'aquesta possible generalització del seu ús, la investigació en aquest camp destaca que no es poden aplicar de manera literal, sinó que és necessària una adaptació en cada situació i una construcció i interpretació per part de l'individu a través de l'experiència.

En canvi, les estratègies específiques estan molt vinculades a un camp conceptual específic i són necessàries per gestionar la informació d'un contingut concret i per resoldre els problemes on està implicat aquest contingut.

Molt lligat a l'estudi de l'ús d'estratègies generals i específiques per resoldre un problema, s'observa que els experts posen en marxa un conjunt d'accions o habilitats que ajuden a gestionar, regular i controlar correctament tots els processos implicats en la resolució del problema. Aquestes habilitats s'han definit en la literatura amb el terme "metacognició" i que fa referència al desenvolupament, al llarg del procés de resolució d'una tasca, d'habilitats que tenen a veure amb el com, el quan i de quina manera s'utilitzen els propis recursos cognitius.

Les investigacions realitzades des del camp de la resolució de problemes aporten dades concloents sobre la importància de les estratègies metacognitives en la resolució amb èxit de problemes matemàtics. A partir d'aquesta revisió hem destacat la necessitat de dissenyar entorns d'ensenyament/aprenentatge que tinguin com a objectiu millorar el desenvolupament en l'àrea de les matemàtiques, lligats a continguts específics i amb períodes continuats de temps.

Finalment, i pel que fa a la importància dels components individuals i afectius en el procés de resolució, hem evidenciat els múltiples factors inclosos en la dimensió individual. Factors, però, molt difícils d'abastar en els objectius del nostre treball i que requereixen d'investigacions específiques en aquest camp.

L'objectiu de l'extensa revisió teòrica sobre les diferents variables que incideixen en la resolució amb èxit d'un problema era incorporar aquest coneixement en el disseny d'una situació d'ensenyament/aprenentatge encaminada a millorar aquest procés en alumnes d'ensenyament secundari. Per aconseguir aquest objectiu hem dedicat un ampli apartat a estudiar dos de les dimensions bàsiques que ha d'explicitar un programa d'ensenyament: què ensenyar i com ensenyar.

L'estudi sobre què ensenyar sobre el procés de resolució de problemes ens ha portat a analitzar els principals models d'ensenyament/aprenentatge que han incorporat les principals variables immerses en aquest procés, anteriorment ressenyades. Els models revisats intenten donar resposta a com incorporar la interconnexió entre els components cognitius (informació i experiència prèvia i les estratègies cognitives generals i específiques per resoldre un problema) i els components metacognitius (planificació, regulació i avaluació) immersos en el procés de resolució d'un problema, aportant pautes per al seu ensenyament.

El nostre treball s'ha fet ressò de les principals tesis exposades pels models d'ensenyament del procés de resolució de problemes analitzats i ha incorporat tant la dimensió cognitiva com la metacognitiva en els diferents materials elaborats en les propostes didàctiques del nostre estudi.

L'estudi sobre com ensenyar es centra en l'anàlisi d'entorns instruccionals que tracten l'ensenyament d'aquests dos components immersos en la resolució d'un problema. Per aconseguir aquest objectiu, des de diferents estudis es destaca que pot aportar l'ús de tres entorns o mètodes d'ensenyament: la instrucció directa, la instrucció guiada i l'aprenentatge cooperatiu. Des del nostre punt de vista,

l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies cognitives i metacognitives de resolució de problemes requereix l'ús d'una metodologia d'ensenyament rica i variada, en aquest sentit, el nostre treball ha incorporat els tres mètodes anteriorment assenyalats.

b) L'eina informàtica.

Respecte a la revisió i a l'acotament conceptual pel que fa a l'estudi de les funcions i a l'ús educatiu de l'eina informàtica, els hem situat en les tesis teòriques desenvolupades des de la perspectiva sociocultural. Des d'aquest corrent psicològic es destaca la importància de les característiques contextuals on té lloc l'aprenentatge i el rol de la mediació de les eines simbòliques, com per exemple l'ordinador, com a mitjans que permeten l'acció humana en el món que ens envolta i com a mediadors cognitius que faciliten, enriqueixen i transformen aquesta acció.

L'anàlisi de les principals tesis desenvolupades des d'aquesta perspectiva psicològica ens ha permès definir els tres eixos teòrics per al disseny d'entorns mediats per ordinador. El primer d'aquests eixos destaca que qualsevol activitat mental està mediatitzada per l'ús de diferents eines simbòliques, que amplifiquen i reorganitzen aquesta activitat. Les característiques peculiars de cada eina generen un tipus d'activitat mental diferenciada. Així, és necessari conèixer les característiques generals i específiques de l'eina o les eines que s'utilitzin amb l'objectiu de dissenyar la situació educativa que aprofiti millor totes les seves potencialitats per afavorir l'aprenentatge. En aquest sentit, el nostre estudi parteix, per al disseny i l'anàlisi de la proposta d'ensenyament/aprenentatge, de les característiques de l'ordinador, en general, i del full de càlcul, en particular.

De les conclusions d'aquesta revisió destaquem la característica de l'ordinador com a eina que pot processar de manera simultània, informació simbòlica, bé de

caire lingüístic, matemàtic o icònic que li atorga un valor d'amplificador i d'organitzador de l'activitat mental superior a altres mediadors externs.

Ara bé, aquesta particularitat de l'ordinador permet definir diferents entorns d'aprenentatge en funció de com es concreta aquesta manipulació simbòlica en un programa informàtic específic i de les característiques de la situació educativa on aquesta eina s'integra. En aquest sentit, el nostre treball ha partit d'una revisió dels diferents usos educatius de l'eina informàtica en funció d'aquests dos components definitoris de la seva integració educativa. Així, hem diferenciat dos grans usos de l'eina informàtica: com a finalitat de l'aprenentatge i com a mitjà per a l'aprenentatge.

Pel que fa als objectius del nostre treball hem dedicat una major atenció al segon ús de l'ordinador, és a dir quan és integrat dins del procés d'ensenyament/aprenentatge per afavorir l'aprenentatge de continguts curriculars. Les característiques generals de la incorporació de l'ordinador dins d'aquest procés ens ha permès distingir set tipus de programes. En primer lloc, hem destacat els beneficis i els possibles dèficits educatius de l'ús dels programes que pretenen l'aprenentatge directe de continguts curriculars com els anomenats d'exercitació i pràctica i els programes tutorials. En segon lloc, hem analitzat l'ús dels programes de simulació com a eines que faciliten la construcció de coneixement de l'alumne a partir de la seva participació en una activitat complexa i molt similar a la vida real. En tercer lloc, hem estudiat les possibilitats d'un aprenentatge més autònom, més flexible i més significatiu d'informació organitzada en un sistema hipertext.

Finalment, hem destacat la interacció amb el llenguatge i les regles de treball de determinats programes informàtics com a afavoridors dels desenvolupament de determinats processos cognitius i metacognitius. En aquest sentit, hem assenyalat les possibilitats educatives del treball amb el llenguatge logo i els programes

“eina”, categoria en la qual hem situat l’ús del full de càlcul, programa utilitzat en la realització del nostre treball.

Des de la nostra perspectiva, i pel que fa a les característiques educatives més rellevants d’un full de càlcul, es dibuixen a partir de les diferents possibilitats de treball de l’eina. Aquestes són definides principalment, en primer lloc, per l’estructura simbòlica del full de càlcul, quadre de doble entrada en el qual les caselles s’han de numerar i etiquetar, i la dinàmica de treball que imposa les regles i les fórmules que cal conèixer i respectar amb rigorositat. En segon lloc, el programa permet realitzar càlculs de manera ràpida mitjançant la introducció de fórmules matemàtiques, que, a la vegada, es poden modificar i l’ordinador recalcula de manera automàtica i immediata els canvis introduïts, així, l’alumne pot observar les repercussions que aquestes correccions tenen en el full de treball. I, en tercer lloc, el programa ofereix la possibilitat de moure un número, una fórmula o un text d’una casella a una altra de dins del full de treball o a qualsevol altre arxiu mitjançant els procediments d’edició de “tallar, enganxar o copiar”, facilitant la manipulació d’informació matemàtica.

El segon eix teòric per al disseny d’entorns mediat per ordinador i destacats des d’una perspectiva sociocultural del procés d’ensenyament/aprenentatge emfasitza que un dels objectius de l’educació ha de ser proveir els alumnes dels medis adequats i necessaris que els permetin prendre part de manera activa en el context social i cultural al qual pertanyen. Així, han de tenir accés i participar en activitats culturals autèntiques i amb eines similars a les que utilitza la societat on viuen. Aquesta participació creixent amb les eines i les activitats culturals del seu entorn, els permetrà interioritzar els sabers culturals de la comunitat on viuen, i així, identificar-s’hi i participar com un membre més d’aquesta comunitat. L’ús del full de càlcul en el nostre estudi, com a una eina d’ús general en el món laboral i social, respon a aquest objectiu.

Finalment, el tercer eix teòric respon al fet que el pensament és mediat per instruments i per estructures socials que es regeixen per unes pautes d'interacció social i de distribució de tasques. El disseny d'entorns mediats per ordinador també ha d'incorporar aquest tercer factor. En aquest sentit es destaca, d'una banda, la incorporació de l'ordinador en els diferents nivells o estructures socials de l'organització escolar. D'altra banda, la necessitat de dissenyar situacions educatives que potenciïn la interacció social dels diferents membres de la comunitat escolar.

El nostre treball s'ha fet ressò d'aquest tercer eix teòric per al disseny d'entorns mediats per ordinador, i ha incorporat, d'una banda, l'ús del full de càlcul com a eina d'ensenyament/aprenentatge, formant part de les estructures socials de l'aula de matemàtiques. El professor utilitza aquesta eina informàtica per ensenyar continguts matemàtics i els alumnes l'usen com a eina per aprendre a resoldre problemes.

D'altra banda, en el disseny de la proposta didàctica es potencia l'aprenentatge compartit i col·laboratiu, creant situacions de discussió sobre el procés de resolució de problemes matemàtics en parelles i en petits grups amb diferents nivells d'expertesa. Diferents estudis destaquen els rols de la interacció cooperativa com a afavoridora de l'aprenentatge escolar, com a potenciadora de les actituds prosocials dels alumnes i dels sentiments de pertànyer a una determinada comunitat social.

c) El contingut de la proporcionalitat.

L'anàlisi de les característiques del contingut de la proporcionalitat ens ha portat a situar-lo dins del camp de l'estructura multiplicativa i l'estudi de diferents investigacions que analitzen les estratègies específiques més utilitzades pels alumnes fora de l'educació formal per resoldre problemes de proporcionalitat directa ens ha permès identificar l'estratègia del càlcul de l'operador funcional, i

el cas particular d'aquesta estratègia de conèixer el valor de l'unitat, com la més utilitzada per resoldre situacions de proporcionalitat directa en problemes de la vida quotidiana.

A partir d'aquests estudis, el nostre treball ha dissenyat una proposta didàctica que emfatitza l'aprenentatge de l'estratègia de l'operador funcional per a resoldre situacions problema molt contextualitzades en la vida quotidiana dels alumnes d'ensenyament secundari obligatori.

d) Aportacions empíriques

La revisió bibliogràfica apuntada fins aquest moment, si bé hem procurat recolzar-la amb resultats empírics fruit d'acurats treballs d'investigació, té un component evidentment teòric amb la que hem fonamentat i justificat l'últim objectiu que ens proposàvem. Aquest objectiu feia referència a la intenció d'abordar empíricament l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies cognitives i metacognitives per a la resolució de problemes sobre proporcionalitat amb la mediació del full de càlcul, per tal d'avançar en el seu estudi.

En aquest sentit, dedicarem les properes pàgines a destacar algunes de les conclusions, a les quals hem arribat a partir del procés d'investigació dissenyat i dels resultats obtinguts.

En primer lloc, i pel que fa al resultat del procés de resolució de problemes, podem afirmar que aquest millora quan es dissenya una situació d'ensenyament/aprenentatge que té com a principal objectiu desenvolupar les estratègies de resolució de tots els alumnes.

D'aquesta afirmació inicial es desprèn que les característiques de les seqüències didàctiques han estat, en gran mesura, les que han facilitat la millora en l'èxit de la resolució dels problemes proposats.

En aquest sentit, destaquen quatre elements que per a nosaltres eren essencials en l'enfocament didàctic, compartits per les dues propostes, i argumentats en la part teòrica del nostre treball, que entenem que haurien de ser presents en qualsevol seqüència d'ensenyament/aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes.

Un primer element és la necessitat de contextualitzar la resolució de problemes matemàtics en situacions quotidianes de l'entorn de l'alumne. Aquesta contextualització permetrà, d'una banda, establir connexions entre els coneixements matemàtics i les estratègies desenvolupades per l'alumne de manera espontània en la vida quotidiana i els que se sistematitzen a l'escola. D'altra banda, ajudarà a l'alumne a desenvolupar una actitud matemàtica i uns procediments aplicables fora de l'escola.

Un segon element és la necessitat i la possibilitat de treballar les diferents accions a realitzar en el procés de resolució d'un problema, és a dir, fer visible aquest procés poc conegut des del punt de vista de l'alumne.

Un tercer element a tenir en compte en l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies és el disseny de diferents tipus de suports que guiïn la gestió i el control dels procediments que cal conèixer i utilitzar per resoldre un problema.

Finalment, un quart element que caldria garantir en les propostes didàctiques sobre resolució de problemes és la possibilitat de crear espais de discussió i de reflexió al voltant d'aquest procés. Els treballs en petits grups o en parelles, com els que es propiciaven en les dues propostes, són molt adequats per fer palès que diferents alumnes no només encaren de manera diferent el procés de resolució, sinó que segueixen unes estratègies també diverses, que han de justificar.

En segon lloc, i pel que fa al procés de resolució de problemes, podem afirmar que les estratègies que permeten organitzar les dades del problema, planificar el procés de resolució, controlar i regular el procés cognitiu implicat en la resolució

del problema tenen una incidència clara en la millora del resultat de la resolució del problema.

En tercer lloc, la mediació del full de càlcul en la resolució de problemes ha propiciat un major aprenentatge del contingut matemàtic treballat i de les estratègies de resolució de problemes. Des del nostre punt de vista, les característiques de la interacció alumnes-ordinador i la peculiar manera d'organitzar i de manipular la informació matemàtica i el procés de resolució del programa informàtic del full de càlcul ha definit una manera d'aprendre quantitativament i qualitativament diferent.

El procés dissenyat per avaluar les característiques de la resolució de problemes a partir de l'enregistrament en vídeo de les accions que els alumnes realitzaven tant a l'ordinador com en el paper, i la posterior categorització, ens han permès d'analitzar amb detall les característiques d'aquest procés.

Des del nostre estudi, aquestes característiques diferenciadores de la resolució d'un problema amb el full de càlcul es poden concretar en les tres següents:

- Millor anàlisi i comprensió del problema mitjançant la representació multisimbòlica d'un full de càlcul.

La primera acció que es realitza per resoldre un problema amb el full de càlcul consisteix a traduir i representar l'enunciat del problema en una estructura de quadre de doble entrada i utilitzant el llenguatge matemàtic del programa informàtic. El disseny d'aquesta nova representació afavoreix la comprensió inicial de la situació del problema, amb la separació en les diferents caselles del full de treball de les dades conegudes i desconegudes del problema.

- Millor planificació del procés de resolució.

D'una banda, el full de càlcul ofereix a l'alumne un entorn de manipulació numèrica ràpida i senzilla de les dades inicials del problema, però aquest ha de decidir primer quins procediments de càlcul vol utilitzar i com ordenarà la seva execució a l'ordinador. Aquesta característica afavoreix que l'alumne planifiqui el procés de resolució i que aquest sigui explícit i conscient.

D'altra banda, l'estructura del treball en un full de càlcul en caselles que formen un quadre de doble entrada requereix que l'alumne organitzi, etiqueti i numeri tota la informació que hi introdueix, bé sigui a l'inici o durant tot el procés de resolució, amb l'objectiu de trobar i distingir tota la informació que conté el full de treball. Paral·lelament, la interacció amb el full de càlcul ha de respectar unes regles de treball específiques del programa informàtic (procediments sobre com introduir la informació, com manipular les dades, funcions concretes...). Aquestes exigències de treball afavoreixen que l'alumne aprengui a resoldre el problema de manera organitzada, ordenada i seguint un procés de resolució precís i reglat, característiques importantíssimes en la utilització del llenguatge matemàtic.

- Millor control, regulació i avaluació del procés de resolució

El full de càlcul executa i presenta immediatament el resultat en la pantalla de l'ordinador de cadascuna de les ordres que introdueix l'alumne. És a dir, cada acció de l'alumne té una conseqüència immediata en la pantalla de l'ordinador. Aquesta característica afavoreix que l'alumne controli, reguli i avalui les seves accions en funció de les conseqüències que aquestes produeixen en el procés de resolució.

Les ordres introduïdes en el full de càlcul representen el procés de resolució seguit. Aquestes queden enregistrades i permeten que l'alumne les analitzi, revisi i avalui en qualsevol moment. A més a més, l'avaluació del procés seguit es pot dur a terme mitjançant l'examen dels procediments realitzats: el

cursor damunt de qualsevol casella visualitza en la pantalla el procediment utilitzat i el resultat; o bé representant la informació del full en un gràfic, que facilita a l'alumne l'anàlisi i l'avaluació del procés seguit.

En quart lloc, la resolució de problemes amb l'ús del full de càlcul propicia una interacció compartida entre els alumnes. És a dir, els dos alumnes comparteixen un sol procés de resolució amb un alt nivell d'intercanvi i de consens sobre els diferents procediments per resoldre el problema.

e) Limitacions del treball i perspectives de futur.

Del procés d'investigació i dels resultats obtinguts se'n desprenen algunes implicacions pel que fa a l'ensenyament d'estratègies de resolució de problemes. D'una banda, podem considerar que si en un període instruccional relativament curt, un trimestre acadèmic, s'aconsegueix millorar el resultat i la qualitat del procés de resolució de problemes dels alumnes, segurament seria molt efectiu plantejar-se ensenyar estratègies de planificació, de control i d'avaluació del procés de resolució de problemes de diferents continguts matemàtics i des dels primers nivells de l'escolaritat; de manera adequada als coneixements de l'alumne de cada edat i tenint en compte les premisses bàsiques destacades des del nostre enfocament: ensenyament centrat en el procés, oferiment de suports materials que guiïn aquest procés i la possibilitat de reflexionar i discutir diferents maneres d'encarar aquest procés amb els companys.

L'interès que atorguem al nostre treball es basa en estudiar l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes en el context natural d'aula amb l'ús dels mitjans didàctics i tècnics de què aquesta disposa, essent però, rigorós tant en la implementació com en l'avaluació dels resultats. Tot i amb tot, no perdem de vista les seves limitacions, que alhora són per a nosaltres perspectives futures en la continuació de la investigació.

D'aquestes destaquem, en primer lloc, que el nombre d'alumnes que han participat en el nostre estudi i el disseny adoptat ens permeten una certa generalització dels resultats quant a la possibilitat de millorar el procés d'aprenentatge de continguts conceptuals i procedimentals de l'àrea de matemàtiques mitjançant la integració de l'eina informàtica en aquest procés, però, creiem que cal aprofundir en l'ús didàctic dels diferents programes informàtics existents per a l'ensenyament/aprenentatge d'altres continguts d'aquesta àrea curricular.

Aquests estudis aportarien més informació, d'una banda, sobre els elements essencials de les seqüències d'ensenyament/aprenentatge que integren l'eina informàtica per afavorir l'aprenentatge dels alumnes. D'altra banda, s'obtidrien noves dades sobre quins continguts, per a l'aprenentatge dels quals, són imprescindibles eines, com el full de càlcul o altres programes informàtics, i en quins continguts aquesta eina no aporta nous elements afavoridors de l'aprenentatge dels alumnes.

En segon lloc, el nostre treball ha considerat al professor com un element essencial en la implementació de la seqüència didàctica, en aquest sentit, s'ha previst un procés de formació dels tres professors que han intervingut en el nostre estudi quant a les característiques i a la metodologia d'ensenyament de la proposta didàctica dissenyada per al nostre treball. Ara bé, som conscients que per avançar en l'estudi de l'ensenyament/aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes amb la mediació del full de càlcul és necessari conèixer noves dades sobre l'actuació docent en aquest procés. És a dir, és necessari donar resposta a interrogants com: quins mètodes d'ensenyament són els més adequats; quines eines tècniques poden ajudar en aquest procés, per exemple, una pantalla líquida o un retroprojector; quin tipus d'intervenció ha de fer el professor en el treball de les diferents parelles; quan i com pot intervenir el professor, quin tipus d'ajuts pedagògics pot aportar el professor a la dinàmica de treball de les diferents

parelles, entre altres. Qüestions que no podem respondre a partir del disseny experimental elaborat en el nostre treball i que ha centrat la seva anàlisi en el procés d'aprenentatge de l'alumne.

En tercer lloc, el nostre treball ha dedicat un gran esforç a elaborar un sistema de categories de les diferents accions que realitzen els alumnes per resoldre el problema com a eina d'avaluació d'aquest procés. Aquest instrument però, també pot ser utilitzat pel professor per dissenyar ajuts pedagògics individualitzats per a cada alumne o per a cada parella d'alumnes que millorin les característiques del procés de resolució. L'ús de l'ordinador pot afavorir aquesta tasca, la funció que hem ressaltat d'aquesta eina com a "mirall del procés de pensament" en possibilitar l'enregistrament de totes les accions que realitza l'alumne amb la màquina permet al professor conèixer el seu procés de resolució –quines accions posa en marxa l'alumne per resoldre el problema, com i quan les executa- i ofereix la possibilitat que aquest desenvolupi els ajuts pedagògics adients per a millorar-lo.

Aquest tipus d'estudi ens permetria també donar resposta a una quarta limitació del nostre treball, l'evolució individual que cada alumne pot seguir durant el procés d'ensenyament/aprenentatge amb la mediació del full de càlcul. Aquesta ha estat, però, una limitació conscientment acceptada i assumida en el nostre treball, imposada fonamentalment, d'una banda, pels objectius que preteníem aconseguir, i d'altra banda, pel disseny experimental adoptat, amb sis grups classe i un nombre molt elevat de subjectes, que feia difícil una aproximació a la diversitat del procés d'aprenentatge. Altres estudis, amb mostres més reduïdes, podrien abordar la resposta a la diversitat en l'aprenentatge d'estratègies de resolució amb l'ús del full de càlcul com a eina medidora.

Finalment, l'última limitació del nostre treball i alhora perspectiva de futura investigació s'adreça a estudiar i millorar la interacció entre els alumnes quan resolen un problema amb l'ús del full de càlcul, o de l'eina informàtica, en

general. El nostre treball ha apuntat importants diferències en les característiques de la interacció dels alumnes quan utilitzen el full de càlcul i quan no l'utilitzen. La discussió dels resultats aconseguits en el nostre estudi ens ha portat a revisar un conjunt de recerques encaminades a conèixer els elements que defineixen l'aprenentatge entre iguals i el disseny de situacions instruccionals encaminades a millorar la interacció entre iguals, i per tant, l'aprenentatge que se'n deriva.

Des del nostre punt de vista, i a partir dels resultats obtinguts en el nostre treball, creiem molt interessant, d'una banda, conèixer noves dades de les característiques de la interacció entre alumnes quan resolen un problema amb el full de càlcul, per exemple: com es consensua l'organització de les dades en el full de treball o els procediments de resolució, com es demana i es dona ajut al company. D'altra banda, dissenyar entorns instruccionals amb l'objectiu de millorar i enriquir la interacció entre els membres de la parella com una eina per millorar l'aprenentatge que se'n deriva.

Finalment, el fet que organismes internacionals hagin declarat l'any 2000 com l'any mundial de les matemàtiques ens confirma que el nostre treball comparteix una inquietud social, estesa internacionalment, respecte a l'aprenentatge de les matemàtiques per part dels alumnes. El nostre desig és que la nostra investigació i els estudis posteriors que es puguin efectuar a partir d'ella siguin una aportació a la millora de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques. Des del nostre punt de vista, aquesta millora ha d'anar encaminada a aconseguir que els continguts matemàtics que es treballen a les aules passin de ser uns continguts formals sense un lligam clar amb l'entorn on viu l'alumne, a ser continguts significatius i una eina imprescindible per resoldre les situacions problema de la vida quotidiana. Les noves tecnologies, com l'ordinador, que ja estan a l'abast de tothom, poden contribuir a aconseguir aquest objectiu, tal i com ha quedat palès en el nostre treball.

VI. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- ABRAMOVICH, S. I NABORS, W. (1997). Spreadsheets as generators of new meanings in middle school algebra. *Computers in the schools* 13 (1/2), 13-25.
- ABRANTES, P. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. *Uno* , 7-28.
- ALONSO, V. GONZÁLEZ, A. i SÁENZ, O. (1988). Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticos en el ciclo medio de la E.G.B. *Enseñanza de las ciencias*, 6 (3), 251-264.
- ALSINET, J. i CASTELLSAGUER, J. (1996). *Matemàtiques. Crèdit Comú 1. Bloc d'activitats ESO*. Barcelona: Edicions 62.
- ÁLVAREZ, A. i DEL RÍO, P. (1990). Educación y desarrollo: la teoría de Vygotsky y la zona de desarrollo próximo (pàg. 93-120). Dins C. Coll, J. Palacios i A. Marchesi (Eds.). *Desarrollo psicológico y educación, II*. Madrid: Alianza psicología.
- AMEND, J. R., TUCKER, K. A. i LARSEN, R. (1990). Drawing relationships from experimental data: Computers can change the way we teach science. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 10 (1), 101-111.
- AMIGUES, R. i AGOSTINELLI, S. (1992). Collaborative problem-solving with a computer: how can an interactive learning environment be designed? *European Journal of Psychology of Education*, VII (4), 325-337.
- ANDERSON, I. L., KNOX, Q. C. i HORNEY, M. (1996). Computer-based study strategies for students with learning disabilities: Individual differences associated with adoption level. *Journal of Learning Disabilities*. 29 (5), 461-484.
- ANDERSON, J. R., REDER, L. M. i SIMON, H. A. (1996). Situated learning and education. *Educational Researcher*, 25 (4), 5-11.

- ARTZT, A. F. i ARMOUR-THOMAS, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small group. *Cognition and instruction*, 9 (2), 137-175.
- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D. i HANESIAN, H (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas (traducció de l'original: Educational psychology: a cognitive view. Nueva York: Holt, 1978).
- BABBITT, B. C., MILLER, S. P. (1996). Using hypermedia to improve the mathematics problem-solving skills of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 29(4) , 391-401.
- BALACHEFF, N. I KAPUT, J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. Dins A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick i J. Laborde. *International handbook of mathematics education* (469-501). London: Kluwer Academic Publishers.
- BARBERÀ, E. (1996). *Enfocament avaluatiu en matemàtiques: el coneixement procedimental i el coneixement estratègic a través dels programes d'avaluació escrita de matemàtiques*. Tesi doctoral. Universitat de Barcelona. (Col.lecció de tesis doctorals microfitxades, núm. 2667).
- BASSAREAR, T. I DAVIDSON, N. (1992). The use of small group learning situations in mathematics instruction as a tool develop thinking. Dins N. Davidson I T. Worsham (Eds.). *Enhancing thinking through cooperative learning* (pàg. 236-250). New York: Teachers College Press.
- BATTISTICH, V., SOLOMON, G., WATSON, M. i SCHAPS, E. (1997). Caring school communities. *Educational Psychologist*, 32 (3), 137-151.

- BAXTER, G., ELDER, A. i GLASER, R. (1996). Knowledge-based cognition and performance assessment in the science classroom. *Educational Psychologist*, 31 (2), 133-140.
- BEGLE, E.G. (1979). *Critical variables in mathematics education*. Washington: Mathematical Association of America and National Council of Teachers of Mathematics.
- BEHR, M., HAREL, G., POST, T. i LESH, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. Dins D. Grows, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pàg. 296 - 333). New York: Macmillan publishing company.
- BELLAMY, R. K. E. (1996). Designing educational technology: computer-mediated change. Dins B. A. Nardi. *Context and consciousness. Activity theory and human-computer interaction* (pàg. 123-146). Cambridge MA: MIT Press.
- BEN-CHAIM, D., FEY, J. T., FITZGERALD, W. M., BENEDETTO, C. i MILLER, J. (1998). Proportional reasoning among 7th. Grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273.
- BEREITER, C. i SCARDAMALIA, M. (1987). *The psychology of written composition*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum
- BERMEJO, V. (1996). Enseñar a comprender las matemáticas. Dins J. Beltrán i C. Genovard (Eds.). *Psicología de la instrucción I. Variables y procesos básicos* (pàg. 571-594). Madrid: Síntesis.
- BOVET, M., PARRAT-DAYAN, S. i VONÈCHE, J. (1989). Cognitive Development and Interaction. Dins M. H. Bornstein i J. S. Bruner. *Interaction in Human Development* (pàg. 41-58). Hillsdale, New Jersey: L.E.A.

- BRANSFORD, J. D. i STEIN, B. S. (1986). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- BREESE, C. (1996). Promise in Impermanence: Children writing with unlimited access to word processors. *Early child development care*, 118, 67-91.
- BRENNER, M. (1995, octubre). *The role of multiple representations in learning algebra*. Comunicació presentada a the annual meeting of the North American Chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus.
- BRITT, M. A., ROUET, J. F. i PERFETTI, C. A. (1996). Using hypertext to study and reason about historical evidence. Dins J. F. Rouet, J. J. Levonen, A. P. Dillon i R. J. Spiro (Eds.) *Hypertext and Cognition* (pàg. 43-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- BROOKS, H. I BROOKS, D. (1996). The emerging role of CD-ROMs in teaching chemistry. *Journal of Science Education and Technology*, 5 (3), 203-215.
- BROWN, A. (1979). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. Dins R. Glaser (Ed.). *Advances in instructional psychology*. Vol. 1 (pàg. 77-165). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- BROWN, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. Dins F.E. Weinert i R. H. Kluwe (Eds.). *Metacognition, motivation and understanding* (pàg. 65-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- BROWN, A. L. (1992). Designing experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classrooms settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2 (2), 141-178.

- BROWN, A. L., ASH, D., RUTHERFORD, M., NAKAGAWA, K., GORDON, A. i CAMPIONE, J. (1993). Distributed expertise in the classroom. Dins G. Salomon (Ed.) *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (pàg. 188-228). New York: Cambridge University Press.
- BROWN, A. L. i PALINCSAR, A. S. (1989). Guided cooperative and individual knowledge acquisition. Dins L. B. Resnick (Ed.) *Knowing, learning and instruction* (pàg. 393 - 452) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- BROWN, T. (1996). Intention and significance in the teaching and learning of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (1), 52-66.
- BRUNER, J. S. (1966). On cognitive growth. Dins J. S. Bruner, R. R. Olver i P. M. Greenfield (Eds.). *Studies in cognitive growth* (pàg. 30-67). New York: Wiley.
- BRUNER, J. S. (1987). *La importancia de la educación*. Madrid: Paidós (original publicat en anglès, 1971).
- BURNS, B. i HAGERMAN, A. (1989). Computer experience, self-concept and problem-solving: the effects of Logo. *Journal of Educational Computing Research*, 5 (2), 199-212.
- CAISSY, A. (1987). Using one computer. *Computers in Education*, pàg. 8 - 11.
- CARPENTER, T. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *Elementary School Journal*, 97, 3-20.
- CARRAHER, T. N. (1986). From drawings to buildings; working with mathematical scales. *International Journal of Behavioural Development*, 9, 527-544.

- CASTELLAN, J. R. (1987). Computers and the shape of the future: implications for teaching and learning. *Education and Computing*, 3, 39-48.
- CASTORINA, J. A., FERREIRO, E., KOHL De OLIVERA, M. i LERNER, D. (1996). *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires: Paidós Educador.
- CAZDEN, C. B.(1991). *El discurso en el aula*. Barcelona: Paidós.
- CHAN, CH. (1987). Computer use in the elementary classroom. *Computer Education*, 11 (4), 233-240.
- CHASE, W. G. i SIMON, H. A. (1973). Perception in chess. *Cognitive Psychology*, 4, 55-81.
- CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. I GASCÓN, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.
- CHI, M. T., FELTOVICH, P. i GLASER, R. (1981).Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science* 5, 121-52.
- CHI, M. T., GLASSER, R. i FARR, M. J. (1988). *The nature of expertise*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- CHI, M. T., GLASSER, R. i REES, E. (1982). Expertise in problem solving. Dins R. J. Sternberg (Ed.) *Advances in the psychology of human intelligence (Vol. 1)*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- CHRISTMANN, E., KUCKING, R. i BADGETT, J. (1997). The effectiveness of computer-assisted instruction on the academic achievement of secondary students: a meta-analytic comparison between urban, suburban and rural educational settings. *Computers in the Schools*, 13 (3/4), 31-40.

- CLANCEY, W. J. (1997). *Situated cognition. On human knowledge and computer representations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- CLARIANA, M., DOMÈNECH, M. i MONEREO, C. (1991). Aprendizaje y ordenador: una aproximación desde la psicopedagogía constructivista. *Novática*, XVII (90), 13-17.
- CLEMENTS, D. H. (1986). Effecte of Logo and CAI environments on cognition and creativity. *Journal of Educational Psychology*, 78 (4), 309-318.
- CLEMENTS, D. H. (1991). Enhancement of creativity in computers environments. *Journal of Educational Psychology*, 28, 173-188.
- CLEMENTS, D. H. I SARAMA, J. (1997). Research on Logo: a decade of progress. *Computers in the Schools*, 14 (1/2), 9-46.
- COLE, M. i ENGESTRÖM, Y. (1991). A cultural-historical approach to distributed cognition. Dins G. Salomon (Ed.). *Distributed cognition* (pàg. 1-47). Cambridge: Cambridge University Press.
- COLE, M. i GRIFFIN, P. (1980). Cultural amplifiers reconsidered. Dins D. R. Olson (De.). *The social foundations of language and thought: Essays in honor of Jerome S. Bruner* (pàg. 343-364). New York: Norton.
- COLL, C. (1986): *Marc curricular per a l'ensenyament obligatori*. Barcelona: Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.
- COLL, C. i COROMINA, R. (1990). Interacción entre alumnos y aprendizaje escolar. Dins C. Coll, J. Palacios i A. Marchesi (Eds.). *Desarrollo Psicológico y Educación, II*. (pàg. 335-354). Madrid: Alianza Psicológica.
- COLL, C. i ROCHERA, M^a. J. (1990). Estructuración y organización de la enseñanza: Las secuencias de aprendizaje. Dins C. Coll, J. Palacios i A.

- Marchesi (Comp.). *Desarrollo psicológico y educación, II* (pàg. 373 - 394). Madrid: Alianza Editorial.
- COLL, C.; COLOMINA, R. ONRUBIA, J. I ROCHERA, M. J. (1995). Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. Dins P. Fernández Berroca i M. A. Melero (comps.). *La interacción social en contextos educativos* (pàg. 193-326). Madrid: Siglo XXI.
- COLLINS, A. (1998). El potencial de las tecnologías de la información para la educación. Dins C. Vizcarro i León, J. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje* (pàg. 29-52). Madrid: Pirámide
- CONKLIN, J. (1987). Hypertext: and introduction and survey. *Computer, 20 (9)*, 17-40.
- CRAMER, K., POST, T. i CURRIER, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportions: research implications. Dins D. T. Owens (Ed.). *Research ideas for the classroom, middle grades mathematics* (pàg. 159-178). New York: MachMillan Publishing Company.
- DAVIDENKO, S. (1997). Building the concept of function from student's everyday activities. *Mathematics teacher 90 (2)*, 144-149.
- DE CORTE, E. (1990). Aprender en la escuela con las nuevas tecnologías de la información: Perspectivas desde la psicología del aprendizaje y de la instrucción. *Comunicación, Lenguaje y Educación, 6*, 93-113.
- DE CORTE, E. (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia un modelo de intervención basado en la investigación. Dins J. A. Beltrán, V. Bermejo, M^a. D. Prieto i D. Vence. *Intervención psicopedagógica*, (pàg. 146-168). Madrid: Pirámide.

- DE CORTE, E. i VERSCHAFFEL, L. (1993). A decade of research on word problem solving in Leuven: Theoretical, Methodological, and Practical outcomes. *Educational Psychology Review*, vol. 5, nº 3, 239-256.
- DeGROOT, A. D. (1965). *Thought and choice in chess*. The Hague: Mouton.
- DELCLOS, V. i HARRINGTON, C. (1991). Effects of strategy monitoring and proactive instruction on children's problem solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83 (1), 35-42.
- DERRY, S. J. (1990). Learning strategies for acquiring useful knowledge. Dins B. F. JONES i L. IDOL (Eds.) *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, (pàg. 347-380). Hillsdale N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- DICKSON, P. W. (1989). ¿Software para hacer pensar? Sobre la yuxtaposición de los sistemas simbólicos. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 3-4, 23-38.
- DILLENBOURG, P. i SELF, J. A. (1992). A computational approach to socially distributed cognition. *European Journal of Psychology of Education*, VII (4), 353-372.
- DIMANT, R. J. i BEARISON, D. J. (1991). Development of formal reasoning during successive peer interactions. *Developmental Psychology*, 27 (2), 277-284.
- DISSESSA, A. A. (1982). Unlearning Aristotelian Physics: a study of knowledge based learning. *Cognitive science*, 6, 37-76.
- DOISE, W. (1990). The development of individual competences through social interaction. Dins H. C. Foot, M. J. Morgan i R. H. Shute. *Children helping children* (pàg. 43-64). Chichester: John Wiley and sons.

- DOSSEY, J. A. (1992). The nature of mathematics: its role and its influence. Dins D. Grows. *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pàg. 39-48). New York: Macmillan Publishing Company.
- DUFFY, M. I BAROWY, W. (1995). *Effects of constructivism and computer-facilitated strategies on achievement in heterogeneous secondary biology*. Comunicació presentada a the annual meeting of the National Association for Research in science teaching, 68th, San Francisco, CA.
- DUGDALE, S. (1994). K-12 Teachers' use of a spreadsheet for mathematical modeling and problem solving. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 13 (1), 43-68.
- DUREN, P. E. I CHERRINGTON, A. (1992). The effects of cooperative group work versus independent practice on the learning of some problem-solving strategies. *School science and mathematics*, 92 (2), 80-83.
- DYKE, J. G. (1992). Computer based tutorial with mastery class. *Aspects of Educational and Training Technology Series*, 25, 185-190.
- DYRLI, O. E. (1986). Electronic spreadsheets in the curriculum. *Computers in the schools*, 3 (1), 47-54.
- ELLIS, S. i GAUVAIN, M. (1992). Social and cultural influences on children's collaborative interactions. Dins L. T. Winegar i J. Valsiner (Eds.). *Children's Development Within Social Context. Vol. 2: Research and methodology*, (pàg. 155-180). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- EMHOVICH, C. I MILLER, G. E. (1988). Effects of LOGO and CAI on blackfirst graders' achievement, reflectivity, and self-esteem. *The elementary school journal*, 88 (5), 473-487.

- FARMER, S. M. i HYATT, C. W. (1994). Effects of task language demands and task complexity on computer-mediated work groups. *Small Group Research*, 25, 331-366.
- FERRARIS, M., CAVIGLIA, F. i DEGL'INNOCENTI, R. (1992). WordProf: A writing environment on computer. *ETTI*, 27 (1), 33-42.
- FEUERSTEIN, R. (1993). La teoría de la modificabilidad estructural cognitiva: un modelo de evaluación y entrenamiento de los procesos de la inteligencia. Dins J. A. Beltrán, V. Bermejo, M^a. D. Prieto i D. Vence. *Intervención psicopedagógica*, (pàg. 39-48). Madrid: Pirámide.
- FEUERSTEIN, R., RAND, Y., HOFFMAN, M. B. i MILLER, R. (1980). *Instrumental enrichment*. Baltimore: University Park Press.
- FIOL, M^a LL. i FORTUNY, J.M. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid: Síntesis.
- FLAVELL, J. (1970). Developmental studies of mediated memory. Dins H. W. Reese i L. P. Lipstt (Eds.). *Advances in child development and behavior*, Vol. 5. Nwe York: Academic Press.
- FLAVELL, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. Dins L. B. Resnick (Ed.). *The nature of intelligence* (231-235). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- FLAVELL, J. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. Dins F.E. Weinert i R. H. Kluwe (Eds.). *Metacognition, motivation and understanding* (pàg. 21-29). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- FLAVELL, J. (1992). Metacognition and Cognitive Monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. Dins T. O. Nelson (Ed.). *Metacognition. Core readings* (pàg. 3-8). Boston: Allyn and Bacon.

- FLAVELL, J. H. i WELLMAN, H. (1977). Metamemory. Dins R. Kail i J. Hagen (Eds.). *Perspectives on the development of memory and cognition*, (pàg. 3-33). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- FILLOY, E. I SUTHERLAND, S. (1996). Designing curricula for teaching and learning algebra. Dins A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick i J. Laborde. *International handbook of mathematics education* (139-160). London: Kluwer Academic Publishers.
- FORMAN, E. A. (1981). The role of collaboration in problem-solving in children. Harvard University.
- FORMAN, E. A. (1989). The role of peer interaction in the social construction of mathematical knowledge. *Journal of Educational research* 13 (1), 55-70.
- FORMAN, E. A. (1992). Discourse, intersubjectivity, and the development of peer collaboration: A vigotskian approach. Dins L. T. Winegar i J. Valsiner (Eds.). *Children's development within social context, vol. 1* (pàg. 143-159). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- GAROFALO, J. i LESTER, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for research in mathematics education*, 16, 163-176.
- GENERALITAT DE CATALUNYA. (1993). *Curriculum d'Educació Secundària Obligatòria. Àrea de matemàtiques*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.
- GICK, M. L. (1986). Problem solving strategies. *Educational Psychologist*, 21, 1-2, 99-120.
- GICK, M. L. i HOLYOAK, K. J. (1983). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, 12, 306 -355.

- GÓMEZ-GRANELL, C. (1997). Hacia una epistemología del conocimiento escolar: el caso de la educación matemática. Dins M^a. J. Rodrigo i J. Arnay (Ed.). *La construcción del conocimiento escolar* (195-215). Madrid: Paidós.
- GÓMEZ-GRANELL, C. i FRAILE, J. (1993). Psicología y Didáctica de las matemáticas. *Infancia y Aprendizaje*, 62-63, (101-113).
- GÓMEZ-GRANELL, C., MARTÍ, E., GARCÍA-MILÀ, M. i STEREN, B. (1997). Un entorno informático interactivo integrado en el currículum de ciencias y matemáticas de ESO. *Cultura y Educación*, 6/7, 133-156.
- GONZÁLEZ, M. i PALACIOS, J. (1990). La zona de desarrollo próximo como tarea de construcción. *Infancia y Aprendizaje*, 51-52, 99-122.
- GOURGEY, A. F. (1987). Coordination of instruction and reinforcement as enhancers of the effectiveness of CAI. *Journal of Educational Computing Research*, 3 (2), 219-230.
- GRANDGENET, N. (1987). Classroom uses for spread. *Mircromathí, summer*, 42-47.
- GREENO, J. G. (1980). Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. Dins R. E. SNOW, P. FEDERICO I W. E. MONTAGUE. *Aptitude, learning and instrucció. Cognitive process analyses of learning and problem solvint (vol. 2)*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- GREENO, J. G. (1997). Response: On claims that answer the wrong question. *Educational Researcher*, 20 (1), 5-17.
- GREJDA, G. i HANNAFIN, M. (1992). Effects of word processing on six graders' holistic writing and revisions. *Journal of Educatianal Research*, 85 (3), 144-149.

- GRIFFIN, P.; BELYAEVA, A. i SOLDATOVA, G. (1992). Socio-historical concepts applied to observations of computer use. *European Journal of Psychology of Education*, VII (4), 269-286.
- GROS, B. (1987). *Aprender mediante el ordenador. Posibilidades pedagógicas de la informática en la escuela*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.
- GROS, B. (Coord.) (1997). *Diseños y programas educativos. Pautas pedagógicas para la elaboración de software*. Barcelona: Ariel Educación.
- GUERRA, L. i MARTÍN, J. (1992). Informática aplicada a la comprensión textual. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 13, 95-99.
- HALMOS, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87, 519-524.
- HARPER, G. F. (1993). Classwide student tutoring and direct instruction as a combined instructional program to teach generalizable strategies for mathematics word problems. *Education and treatment of children*, 16 (2), 115-134.
- HART, F. (1995). Solving multi-loop circuit problems with a spreadsheet. *Physics Teacher*, 33 (3), 542-550.
- HARTLEY, J. (1993). Writing, thinking and computers. *British Journal of Educational Technology*, 24 (1), 22-31.
- HATIVA, N. (1988). Computer-based drill and practice in arithmetic: Widening the gap between high and low achieving students. *American Educational Research Journal*, 25 (3), 366-397.

- HEALY, L. I HOYLES, C. (1997). Using a database for student research. *Mathematics teaching in the middle school*, 2 (3), 154-158.
- HELLER, J.I. i HUNGATE, H.N. (1985). Implications for mathematics instruction of research on scientific problem solving, dins E. A. SILVER. *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, (pàg. 83-112). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- HEMBREE, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: a meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (3), 242-273.
- HIGGINS, K. I BOONE, R. (1993). Technology as a tutor, tool and agent for reading. *Journal of Special Education Technology*, 12 (1), 28-73.
- HINSLEY, D. A., HAYES, J. R. i SIMON, H. A. (1977). From words to equations-meaning and representation in algebra word problems. Dins M. Just I P. Carpenter (Eds.) *Cognitive processes in comprehension* (89-106). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- HORAK, W.J. (1991). *An analysis of metacognitive skills utilized by students during computer simulation activities*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Association for Research in Science, Geneva.
- HOWE, C., TOLMIE, A., ANDERSON, A. I MACKENZIE, M. (1992). Conceptual knowlwdge in pshysics: the role of group interaction in computer-supported teaching. *Learning and instruction*, 2, 161-183.
- HOWELL, R.D., SIDORENKO, E. i JURICA, J. (1987). The effects of computer use on the acquisition of multiplication facts by a student with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*. 20 (6), 336-341.

- HRESKO, W.P., PARMAR, R. S., BRIDGES, D. L. (1996). Educational trends in learning disabilities. Dins D. K. Reid i W. P. Hresko (Eds.). *Cognitive approaches to learning disabilities (3rd ed.)*. (pàg. 63-111). Austin, Texas: Magination Press/American Psychological
- HYTHECKER, V. I., DANSERAU, D. F. i ROCKLIN, T. R. (1988). An analysis of the processes influencing the structured dyadic learning environment. *Educational Psychologist*, 23, (1), 23-37.
- JACKENDOFF, R. (1992). *Languages of the mind*. Cambridge, MA: MIT Press.
- JITENDRA, A. K. i HOFF, K. (1996). The effects of schema-based instruction on the mathematical word-problem-solving performance of students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 29 (4), 422-431.
- JITENDRA, A. K. I PING, Y. (1997). Mathematical word-problem-solving instruction for students with mild disabilities and students at risk for math failure: a research synthesis. *The Journal of Special Education*, 30 (4), 412-438.
- JOHN-STEINER, V. i MAHN, H. (1996). Sociocultural approaches to learning and development: A Vygotskian framework. *Educational Psychologist*, 31 (3/4), 191-206.
- JONG, T. i JOOLINGEN, W.(1998). El entorno SMILE: diseño y aprendizaje con entornos integrados de simulación (pàg. 53-64). Dins C. Vizcarro i León, J. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje*. Madrid: Pirámide.
- KARPLUS, R., PULOS, S. i STATGE, E. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. Dins R. Lesh i M. Landau (eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pàg. 45 - 90). New York: Academic Press.

- KILPATRICK, J (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. Dins E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, (pàg. 1-15). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- KING, A. (1991). Effects of training in strategic questioning on children's problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83 (3), 307-317.
- KING, A. (1994). Guiding knowledge construction in the classroom: Effects on teaching children how to question and how to explain. *American Educational Research Journal*, 30, 338-368.
- KING, A. (1997). Ask to think-tel why: a model of transactive peer tutoring for scaffolding higher level complex learning. *Educational Psychologist*, 32 (4), 221-235.
- KING, D. (1990). La aplicación del software educativo en la educación especial. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 5, 31-46.
- KLIMICK, E. (1993). How to develop a mathematics lesson using technology. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. 12 (1), 19-27.
- KOMMERS, P. I LANZING, J. (1998). Mapas conceptuales para el diseño de sistemas hipermedia: navegación por la Web y autoevaluación (pàg. 103-128). Dins C. Vizcarro i J. León. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje*. Madrid: Pirámide
- KOZULIN, A. (1994). La psicología de Vygotski. Madrid: Alianza Psicología Minor (edició original en anglès, 1990).

- KRENDL, K.A. i LIEBERMAN, D.A. (1988). Computers and learning: A review of recent research. *Journal of Educational Computing Research*, Vol. 4 (4), 367-389.
- KRULIK, S. i RUDNICK, J. A. (1989). *Problem solving: a handbook for senior high school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- KULIK, J. A. I KULIK, Ch. L. (1989). Meta-analysis in education. *International Journal of Educational Research*, 13 (3), 221-240.
- KULIK, J. A., KULIK, Ch. L. i BANGERT-DROWNS, R. L. (1985). Effectiveness of computer-based education in elementary schools. *Computers in Human Behaviour*, 1, 59-74.
- LACASA, P. i HERRANZ, P. (1995). *Aprendiendo a aprender: resolver problemas entre iguales*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. CIDE.
- LAMBRECHT, J. (1993). Applications software as cognitive enhancers. *Journal of Research on Computing in Education*, 25 (4), 506-520.
- LAMON, S. J. (1993). Ratio and proportion: connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 41-61.
- LAMPERT, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-63.
- LARKIN, J.H. (1981). Cognition of learning physics. *American Journal of Physics* 49, 534-41
- LAVE, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Barcelona: Paidós (edició original en anglès, 1988).

- LAVE, J. I WENGER, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LEHRER, R. i RANDLE, L. (1987). Problem solving, metacognition and composition: the effects of interactive software for First-grade children. *Journal of Educational Computing Research*, 3 (4), 409-426.
- LEON, J. A. (1998). La adquisición del conocimiento a través del material escrito: texto tradicional y sistemas hipertexto (pàg. 65-86). Dins C. Vizcarro i León, J. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje*. Madrid: Pirámide
- LEONT'EV, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. Dins J. V. Wertsch (Ed.). *The concept of activity in soviet psychology*. Armonk, NY: M. E. Sharpe.
- LESH, R. (1985). Conceptual analyses of problem solving performance. Dins E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pàg. 309-330). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- LESTER, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. Dins E. A. SILVER (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, (pàg. 41-69). Hillsdale: New Jersey.
- LESTER, F. K. (1989). Reflections about mathematical problem-solving research. Dins R. I. CHARLES i E. A. SILVER (Eds). *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, (pàg. 115-124). Virginia: National council of teachers of mathematics.

- LESTER, F. K. (1992). *Preparing elementary teachers to teach mathematics: a problem solving approach, V. II*. Washington, D. C.: National Science Foundation.
- LESTER, F. K. (1994). Mussings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, 25, (6), 660-675.
- LESTER, F. K. I MAU, S. (1993). Teaching mathematics via problem solving: a course for prospective elementary teachers. *For the learning of mathematics*, 13 (2), 8-11.
- LEWIS, R. (1998). Trabajo y aprendizaje en comunidades distribuidas (pàg. 191-220). Dins C. Vizcarro i León, J. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje*. Madrid: Pirámide
- LUENGO, R. (Coord.). (1990). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Madrid: Síntesis.
- MACK, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: building on informal knowledge. *Journal for research in Mathematics Educations*, 21, 16-32.
- MARTÍ, E. (1988). Análisis psico-cognitivo de las actividades con ordenadores. Dins M. Aguirregabiria (Coord.). *Tecnología y Educación* (pàg. 85-93). Madrid: Narcea.
- MARTÍ, E. (1992). *Aprender con ordenadores en la escuela*. Barcelona: ICE/Horsori.
- MARTÍ, E. (1993, octubre). *Utilizar el ordenador en la escuela. Otra forma de aprender*. Ponència presentada al VII Seminario de Psicología "Investigación y aplicación del ordenador en el aprendizaje. Tarragona.

- MARTÍ, E. (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y aprendizaje*, 72, 9-32.
- MARTÍ, E. (1997). Constructivismo y pensamiento matemático. Dins M^a. J. Rodrigo i J. Arnay (Ed.). *La construcción del conocimiento escolar* (pàg. 217-242). Madrid: Paidós.
- MASALSKI, W. J. (1990). *How to use the spreadsheet as a tool in the secondary school mathematics classroom*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- MASCARÓ, J. i JUAN, E. (1995). Les matemàtiques als mitjans de comunicació I. Crèdit variable. Segon cicle ESO. Barcelona: Santillana.
- MAURI, T. (1993). ¿Qué hace que el alumno y la alumna aprendan los contenidos escolares? La naturaleza activa y constructiva del conocimiento. Dins C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé i A. Zabala. *El constructivismo en el aula* (pàg. 65 - 100). Barcelona: Graó.
- MAYER, R. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. Dins E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, (pàg. 123-138). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- MAYES, (1992). The effects of using software tools on mathematical problem solving in secondary schools. *School Science and Mathematics* 92 (5), 243-248.
- MAYOR, J.; SUENGAS, A. i GONZÁLEZ, J. (1993). *Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Síntesis Psicología.

- McKINNEY, W. (1997). The educational use of computer based science simulations: some lessons from the philosophy of science. *Science and Education*, 6 (6), 591-603.
- McLEOD, D. B. (1990). Information-processing theories and mathematics learning: The role of affect. *International Journal of Educational Research*, 14, 13-29.
- McLEOD, D. B. (1985). Affective issues in research on teaching mathematical problem solving. Dins Dins E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pàg. 267-294). London: Lawrence Erlbaum Associates,
- MERCER, N. (1992). Culture, context and the construction of knowledge in the classroom. Dins P. Light I G. Butterworth. *Context and cognition. Ways of learning and knowing*. London: Harvester Wheatsheaf.
- MEVARECH, Z. R. i KRAMARSKI, B. (1993). Vygotsky and Papert: social-cognitive interactions within Logo environments. *British Journal of Educational Psychology*, 63, 96-109.
- MEVARECH, Z.R. i RICH, Y. (1985). Effects of computer-assisted mathematics instruction on disadvantaged pupils cognitive and affective development. *Journal of Educational Research*, 79 (1), 5-11.
- MIRAS, M. (1991). Educación y desarrollo. *Infancia y Aprendizaje*, 54, 3-17.
- MOLL, L. (1990). Vigotsky's zone of proximal development. Rethinking it's instrutional implications. *Infancia y Aprendizaje*, 50-51, 157-168.
- MONEREO, C. (1992). Del aprendre al com aprendre. Dins, *Educar és un procés*. Barcelona: Cruïlla.

- MONTAGUE, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 30 (2), 164-177.
- MONTAGUE, M., MARQUARD, K. I LeBLANC, W. (1993). Cognitive strategy instruction in mathematical problem solving performance of students with learning disabilities. *Learning disabilities research and practice*, 8 (4), 223-232.
- MORENO, A. (1989). *Perspectivas psicológicas sobre la conciencia*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- MOSS, G. D. (1992). Comparing awareness and use of content-free software in comprehensive schools. *Computers Education*, 18 (4), 283-292.
- MURRAY, D. I GRAHAM, T. (1996). *Teaching systematic thinking and problem solving through database searching. Synthesis and analysis*. Document ERIC.
- MURRAY, J. (1990). People spreadsheets. *Micromath, autumn*, 24-43.
- NASTASI, B. I CLEMENTS, D. H. (1992). Social-cognitive behaviors and higher-order thinking in educational computer environments. *Learning and instruction*, 2, 215-238.
- NASTASI, B., CLEMENTS, D. H. i BATTISTA, M. (1990). Social cognitive interactions, motivation and cognitive growth in Logo programming and CAI problem solving environments. *Journal of Educational Psychology*, 82, 150-158.
- NATIONAL COUNCIL FOR EDUCATIONAL TECHNOLOGY (NCET) (1990). *Thinking about spreadsheets*. Warwick: Coventry.

- NIEMEC, R. P. I WALBERG, H. J. (1987). Comparative effects of computer-assisted instruction: a synthesis of reviews. *Journal of Educational Computing Research*, 3 (1), 435-501.
- NISBET, J. i SCHUCKSMITH, J. (1987). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Santillana.
- NODDING, N. (1985). Small groups as a setting for reserch on mathematical problem solving. Dins E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving* (pàg. 345-360). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- NOELTING, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: part I - Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217 - 253.
- OBAID, T. S. i ALAK, S. M. (1989). Application of spreadsheet programs in the learning of numerical methods. *Computers Education*, 13 (1), 25-31.
- O'MALLEY, C. (1992). Designing computer systems to support peer learning. *European Journal of Psychology of Education VII* (4), 339-352.
- ONRUBIA, J. (1995). Interacción e influencia educativa: aprendizaje de un procesador de textos. Tesi doctoral. Universitat de Barcelona. (Col.lecció de tesis doctorals microfitxades, núm. 2588)
- ONRUBIA, J. (1996). La escuela como contexto de aprendizaje y desarrollo. Dins A. Barca, J. A. González, R. González i J. Escoriza. *Psicología de la instrucción 3. Componentes contextuales y relacionales del aprendizaje escolar*. Barcelona: E.U.B. 1-19.
- ORRANTIA, J.; MORÁN, M. C.; DELIA, A. i GONZÁLEZ, L. (1995). “¡Tenemos un problema...!” Propuesta de un programa para enseñar a resolver problemas de matemáticas. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 28, 15-28.

- ORRANTIA, J.; MORÁN, M. C. i DELIA, A. (1997). Evaluación y zona de desarrollo próximo: una aplicación a contenidos procedimentales. *Cultura y Educación*, 6/7, 39-56.
- ORTEGA, J. L. (1990). Aplicaciones de las hojas de cálculo en el ámbito educativo. *INFODIDAC*, junio-agosto, 18-23.
- PARIS, S. G. i NEWMAN, R. S. (1990). Developmental aspects of self-regulated learning. *Educational Psychologist*, 25 (1), 87-102.
- PARIS, S. G. i WINOGRAD, P. (1990). How metacognition can promote academic learning and instruction. Dins A. B. F. Jones i L. Idol (Eds.). *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pàg. 15-52). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- PASTOR, E. (1993). Análisis de la estructura organizativa de los contenidos procedimentales del currículum. Dins C. Monereo (Comp.). *Las estrategias de aprendizaje. Procesos, contenidos e interacción* (pàg. 127-148). Barcelona: Domènech.
- PEA, R. (1985). Beyond amplification: using the computer to reorganize mental functioning. *Educational Psychologist*, 20 (4), 167-182.
- PEA, R. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. Dins A. Schoenfeld. *Cognitive science and mathematics education* (pàg. 89-122). New York: LEA.
- PEA, P., KURLAND, M. i HAWKINS, J. (1985). Logo and the development of thinking skills. Dins M. Chen i W. Paisley (Eds.), *Children and computers: Research on the newest medium*. London: Sage.
- PELLEGRINI, A. D. (1991). *Applied child psychology. A developmental approach*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

- PÉREZ ECHEVARRÍA, M. (1994). La solución de problemas en matemáticas. Dins J. Pozo (Ed.). *La solución de problemas* (pàg. 53-83). Madrid: Santillana.
- PÉREZ ECHEVARRÍA, M. i POZO, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. Dins J. Pozo (Ed.). *La solución de problemas* (pàg. 11-52). Madrid: Santillana.
- PERKINS, D. H. (1991). Technology meets constructivism: Do they make marriage?. *Educational technology, maig*, 39-45.
- PERKINS, D. N. i SALOMON, G. (1989). Are cognitive skills context-bound? *Educational Researcher*, 19, 16-25.
- PERLMUTTER, M., BEHREND, S., KUO, F. i MULLER, A. (1989). Social influences on children's problem solving. *Developmental Psychology*, 25 (5), 744-754.
- PIAGET, J. i INHELDER, B. (1951). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris: PUF
- PIFARRÉ, M. (1994). *El full de càlcul: Una eina per a l'ensenyament d'estratègies de resolució de problemes matemàtics*. Document no publicat. (Es pot obtenir de Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya).
- PIFARRÉ, M. I MONEREO, C. (1995). La hoja de cálculo en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. *Novática*, 117, 30-35.
- PIFARRÉ, M. (1998). *Aprèn estratègies per resoldre problemes matemàtics*. Lleida: Pàgès editors.
- PINTER-LUCKE, C. (1992). Rootfinding with a spreadsheet in pre-calculus. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 11, 85-93.
- POLYA, G. (1945). *How to solve it*. London: Penguin Books.

- POST, T., HAREL, G., BEHR, M. i LESH, R. (1988). Intermediate teacher's knowledge of rational concepts. Dins L. Fennema, T. Carpenter i S. Lamon (Eds.) *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pàg. 194 - 219). Madison, WI: Center for Educational Research.
- POZO, J. I., GOMEZ CRESPO, M. A., LIMON, M. i SANZ SERRANO, A. (1991). *Procesos cognitivos en la comprensión de la ciencia: las ideas de los adolescentes sobre la química*. Madrid: M.E.C./C.I.D.E.
- POZO, I. I POSTIGO, Y. (1993). Las estrategias de aprendizaje como un contenido del currículo. Dins C. Monereo (Comp.). *Las estrategias de aprendizaje. Procesos, contenidos e interacción* (pàg. 47-64). Barcelona: Domènech.
- PRESSLEY, M. i GHATALA, E. S. (1990). Self-regulated learning: monitoring learning from a text. *Educational Psychologist*, 25, 19-33.
- PRESSLEY, M., WOLOSHYN, V., LYSYNCHUCK, L. M., MARTIN, V., WOOD, E. I WILLOUGHBY, T. (1990). A primer of research on cognitive strategy instruction: The important issues and how to address them. *Educational psychology review*, 2, (1), 1-58.
- PRESSLEY, M., HARRIS, K. I MARKS, M. (1992). But good strategy instructors are constructivist! *Educational Psychology Review*, 4 (1), 3-31.
- RANSLEY, W. (1990). Some pedagogical possibilities for advanced spreadsheet software in the mathematics classroom. *Australian mathematics teacher* 46 (1), 7-10.
- REPÁRAZ, C. i TOURÓN, J. (1992). *El aprendizaje mediante ordenador en el aula*. Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra.



- RESNICK, L. (1989). Treating mathematics as an ill-structured discipline. Dins R. Charles i E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pàg. 32-60). Virginia: Lawrence Erlbaum Associates.
- RESNICK, L., WANG, M. C. i KAPLAN, J. (1973). Task analysis in curriculum design: A hierarchically sequenced introductory mathematics curriculum. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 6, 32-51.
- RICO, L. (Coord.) (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE/Horsori.
- ROBINSON-STAVELEY, R. i COOPER, J. (1990). The use of computers for writing: effects on an english composition class. *Educational Computing Research*. 6 (1) 41-48.
- RODRIGUEZ ILLERA, J.L. (1997). El aprendizaje mediado con ordenadores: realidades textuales y zona de desarrollo próximo. *Cultura y Educación*, 6/7, 77-90.
- ROGOFF, B. (1993). *Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social*. Barcelona: Paidós (original publicat en anglès, 1990).
- ROS GARCÍA, M., MUÑOZ-REPISO, M., MÉNDEZ, A. i ROMERO, B. (1989). *Interacción didáctica en la enseñanza secundaria*. Madrid: Centro de Investigación y Documentación Educativa, CIDE.
- ROSELLI, N. D., GIMELLI, L. E. I HECHAN, M. E. (1995). Modalidades de interacción sociocognitiva en el aprendizaje de conocimientos en pareja. Dins P. F. Berrocal i M. A. M. Zabal (Comp.). *La interacción social en contextos educativos* (pàg. 137-166). Madrid: Siglo XXI.

- ROUET, J. F. (1998). Sistemas de hipertexto: de los modelos cognitivos a las aplicaciones educativas (pàg. 87-102). Dins C. Vizcarro i León, J. *Nuevas tecnologías para el aprendizaje*. Madrid: Pirámide
- ROUET, J. F. I TRICOT, A. (1996). Task and activity models in hypertext usage. Dins H. Van Oostendorp i S. De Mul (Eds.) *Cognitive aspects of electronic text processing* (pàg. 239-264). Norwood, NJ: Ablex.
- RUIZ, J. (1993). Efectos del uso del ordenador en educación. Revisión del tema. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 19-20, 205-217.
- SALISBURY, D. (1990). Cognitive Psychology and its implications for designing drill and practice programs for computers. *Journal of Computer-Based Instructions*, 17,(1) 23-30.
- SALOMON, G. i PERKINS, D.(1998). Individual and social aspects of learning. *Review of Research in Education*, 23, 1-24.
- SALOMON, G., PERKINS, D. N. i GLOBERSON, T. (1991). Partners in cognition: extending human intelligence with intelligent technologies. *Educational Researcher*, 20 (3), 2-9.
- SANDEFUR, J. (1992). Technology, linear equations, and buying a car. *The mathematics teacher*, 85 (7), 562-567.
- SAXE, G.B. (1990). *Culture and cognitive development, Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- SCHLIEMANN, A. i CARRAHER, D. W. (1992). Proportional reasoning in an out of school. Dins P. Light i G. Butterworth. *Context and cognition. Ways of learning and knowing* (pàg. 47 - 73). London: Harvester Wheatsheaf.

SCHLIEMANN, A. i NUNES, T. (1990). A situated schema of proportionality. *British Journal of Developmental Psychology*, 8, 259-268.

SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*, New York: Academic Press.

SCHOENFELD, A. (1987). What's all this fuss about metacognition? Dins A. Schoenfeld (Eds.) *Cognitive science and mathematics educations*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 189-215.

SCHOENFELD, A. (1989). Explorations of student's mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in Mathematics Education*, 20, 338-355.

SCHOENFELD, A. (1992a). Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and sense Making in mathematics. Dins D. Grows. *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pàg. 334-370). New York: Macmillan Publishing Company.

SCHOENFELD, A. (1992b). On paradigms and methods: what do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *Journal of the Learning Sciences*, 2 (2), 179-214.

SCHOENFELD, A. i HERRMANN, D. (1982). Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 8, 484-494.

SCHOLSS, P. D., CARTWRIGHT, P. D., SMITH, M. S. i POLKA, B. S. (1987). Effectiveness of computer-assisted special education administration simulations. *The Journal of Special Education*, 20 (4), 503-512.

- SCHRAW, G., DUNKLE, M., BENDIXEN, L. i DeBACKER, T. (1995). Does a general monitoring skill exist? *Journal of Educational Psychology*, 87 (3), 433-444.
- SCHRAW, G., POTENZA, M. i NEBELSICK-GULLET, L. (1993). Constrains on the calibration of performance. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 455-463.
- SCHROEDER, E. E. (1991). *Interactive multimedia computer systems*. ERIC Digest, novembre.
- SCHWARTZ, J. (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. Dins J. Hiebert i M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the middle Grades* (41-52). Reston, V.A.: National Council of Teachers of Mathematics.
- SCRIBNER, S. (1984). Studing working intelligence. Dins J. Lave i B. Rogoff (comps.), *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge: Harvard University Press.
- SFARD, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27 (2), 4-13.
- SGROI, R. (1992). Systematizing trial and error using spreadsheets. *Arithmetic Teacher*, 39 (7), 8-12.
- SHAW, J. (1997). Cooperative problem solving: using K-W-D-L as an organizational technique. *Teaching children mathematics*, 3 (9), 482-486.
- SIEGLER, R. S. i CROWLEY, K. (1991). The microgenetic method. A direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*, 46, (6), 606-620.

- SILVER, E. A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem-solving instructions. Dins A. Schoenfeld (Eds.) *Cognitive science and mathematics educations* (pàg. 32-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- SILVER, E. A. i MARSHALL, S. P. (1990). Mathematical and scientific problem solving: findings, issues, and instructional implications. Dins: B. F. Jones i L. Idol (Eds.). *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pàg. 265-290). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- SIMON, H. A. (1980). Problem solving and education. Dins D. T. Tuma i R. Reif (Eds.). *Problem solving and education: Issues in teaching and research* (pàg. 81-96). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- SIMONSON, M. R., MAURER, M., MONTAG-TORARDI, M., i WHITAKER, M. (1987). Development of a Standardized Test of Computer Literacy and a Computer Anxiety Index. *Journal of Educational Computing Reserarch*, 3 (2), 231-247.
- SMITH, M. U. (1992). Expertise and the Organization of knowledge: Unexpected differences among genetic counselors, faculty, and students on problem categorization tasks. *Journal of research in science teaching*, 29, (2), 179-205.
- SNYDER, I. (1993). The impact of computers ons students' writing: a comparative study of the effects of pens and word processors on wrinting context, process and product. *Australian Journal of Education*, 37 (1), 5-25.
- SOLOMON, C. (1987). *Entornos de aprendizaje con ordenadores*. Madrid: Paidós/MEC.
- SOLOWAY, E., LOCHHEAD, J. i CLEMENT, J. (1982). Does computer programming enhance problem solving ability? Some positive evidence on

- algebra word problems, dins R. J. SEDIEL, R. E. ANDERSON I B. HUNTER. *Computer literacy*. New York: Academic Press.
- STANIC, G i KILPATRICK, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. Dins R. Charles i E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pàg. 1-22). Virginia: Lawrence Erlbaum Associates.
- STEREN, B. (1996). *Interacción entre iguales y procesos mediatizados por ordenador. Analisis e intervención en contexto escolar*. Tesi doctoral no publicada. Universitat de Barcelona.
- STILLMAN, G. A. i GALBRAITH, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in mathematics*, 36, 157-195.
- STODOLSKY, S. (1991). *La importancia del contenido en la enseñanza: Actividades en las clases de Matemáticas y Ciencias Sociales*. Barcelona: Paidós.
- STRAKER, A. (1989). Mathematics with a spreadsheet. *Micromath*, 5 (1), 33-40.
- STREIBEL, M. J. (1986). A critical analysis of the use of computers in education. *Educational Communication and Technology Journal*. 34, (3), 137-161.
- SUTHERLAND, R. (1989). ¿Cuáles son las conexiones entre las variables en logo y las variables en álgebra? *Comunicación, Lenguaje y Educacion*, 1, 103-120.
- SUTHERLAND, R. i ROJANO, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 12 (4), 353-383.

- SWANSON, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 82 (2), 306-314.
- TOURNIAIRI, F. i PULOS, S. (1985). Proportional reasoning: a review of the literature. *Educational Studies in Mathematics* 16, 181-204.
- TRENTIN, G. (1992). Estructura y organización de una base de datos. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 13, 81-88.
- VALLS, E. (1993). *Los procedimientos: Qué son, cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Barcelona: ICE/Horsori.
- VERDEBER, N. L. (1990). Spreadsheets and problem solving with appleworks in mathematics teaching. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 9 (3), 45-51.
- VERDEBER, N. L. (1992). Tins cans revisited. *The Mathematics Teacher*, 85 (5), 346-349.
- VERGNAUD, G. (1983). Multiplicative structures, dins R. Lesh i M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pàg. 127 - 174). New York: Academic Press.
- VILLASEÑOR, A. I KEPNER, H. (1993). Arithmetic from a problem solving perspective: an urban implementation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (1), 62-69.
- VYGOTSKY, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- WEBB, N. (1982). Student interaction and learning in small groups. *Review of Educational Research*, 52, 421-445.

- WEBB, N. (1989). Peer interaction and learning in small groups. *Journal of Educational Research*, 13 (1) 21-39.
- WEBB, N. M. (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 366-389.
- WEBB, N. M. i FARIVAR, S. (1994). Promoting helping behaviour in cooperative small groups in middle school mathematics. *American Educational Research Journal*, 31, 369-395.
- WEBB, N. M., TROPER, J. D. i FALL, R. (1995). Constructive activity and learning in collaborative small groups. *Journal of Educational Psychology*, 87 (3), 406-423.
- WEIR, S. (1989). Visions for the use of computers in classroom instruction. *Harvard Educational Review*, 59, 61-73.
- WELLER, H. G. (1996). Assessing the impact of computer-based learning in science. *Journal of Research on Computing in Education*, 28 (4), 461-485.
- WERTSCH, J. V. (1985). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós (original publicat en anglès, 1984).
- WERTSCH, J. (1993). *Voces de la mente. Un enfoque sociocultural para el estudio de la acción mediada*. Madrid: Aprendizaje Visor (original publicat en anglès, 1991).
- WERTSH, J. V. i HICKMAN, M (1987). Problem solving in social interaction: a microgenetic analysis. Dins M. Hickman (Ed.), *Social and functional approaches to language and thought* (pàg. 251-266). San Diego. CA: Academic Press.

- WHIMBEY, A. i LOCHHEAD, J. (1993). *Comprender y resolver problemas*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- WHITAKER, G. W. (1995, novembre). *Freshman composition and the computer total immersion*. Comunicació presentada a the National Conference of the Community Colleges Humanities Association, Washington, DC.
- WINOGRAD, P. i HARE, V. C. (1988). Direct instruction of reading comprehension strategies: The nature of teacher explanation. Dins E. T. Goetz, P. Alexander i C. Weinstein (Eds.) *Learning and study strategies: Assessment, instruction, and evaluation* (pàg. 121-140). New York: Academic Press.
- ZABALA, A. (1995). *La práctica educativa. Com ensenyar*. Barcelona: Graó Editorial.
- ZELLERMAYER, M., SALOMON, G., GLOBERSON, T. i GIVON, H. (1991). Enhancing writing-related metacognition through a computerized writing-partner. *American Educational Research Journal*, 28 (2), 372-392.