



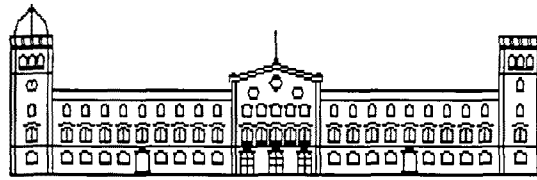
UNIVERSITAT DE BARCELONA

CORRELADOR ÓPTICO
PARA EL RECONOCIMIENTO DE OBJETOS
BASADO EN LAS PROPIEDADES DE MODULACIÓN
DE LOS DISPOSITIVOS DE CRISTAL LÍQUIDO

Universitat de Barcelona
Departament de Física Aplicada i Òptica

Estela Martín Badosa
Barcelona, Mayo de 1998





Universitat de Barcelona
Departament de Física Aplicada i Òptica

Programa de Micro i Optoelectrònica Física
Bienio 1992-1994

CORRELADOR ÓPTICO
PARA EL RECONOCIMIENTO DE OBJETOS
BASADO EN LAS PROPIEDADES DE MODULACIÓN
DE LOS DISPOSITIVOS DE CRISTAL LÍQUIDO

Memoria presentada para optar al título de Doctora en Ciencias Físicas

Directores: Dr. Santiago Vallmitjana Rico

Dr. Arturo Carnicer González



Estela Martín Badosa
Barcelona, Mayo de 1998

Agradecimientos

- A mis directores, Dr. Santiago Vallmitjana y Dr. Arturo Carnicer, por sus consejos, su comprensión y su paciencia.
- Al resto de miembros del grupo de Óptica, especialmente al Dr. Ignasi Juvells, sin duda mi tercer director, al Dr. José de F. Moneo, por sus conocimientos y su ayuda en el ámbito informático y a Ignasi Labastida, por su estrecha colaboración e interés en parte del trabajo. Sin olvidar al Dr. Salvador Bosch, a Julio, por su amistad y confianza, a Mario y a Pep.
- A los amigos de la Facultad que han compartido conmigo estos años los mismos problemas e inquietudes, y a los que me han ayudado a superarlos en mi tiempo libre.
- A mi familia, siempre a mi lado.
- Al *Departament d'Ensenyament* de la *Generalitat de Catalunya*, por la beca predoctoral para la formación de investigadora concedida, disfrutada entre Enero de 1993 y Diciembre de 1996.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN

Introducción	1
Capítulo 1: Correladores ópticos	5
1.1 Técnicas generales de reconocimiento	5
1.2 Reconocimiento óptico de formas por correlación	6
1.2.1 <i>Producto de correlación</i>	6
1.2.2 <i>Correlador de VanderLugt</i>	8
1.2.3 <i>Correlador de transformadas conjuntas</i>	12
1.3 Reconocimiento óptico por correlación en tiempo real	15
1.3.1 <i>Moduladores espaciales de luz</i>	15
1.3.2 <i>Correladores ópticos en tiempo real</i>	15

II. CARACTERIZACIÓN

Capítulo 2: Moduladores espaciales de luz de cristal líquido	17
2.1 Cristales líquidos	18
2.2 Celda de cristal líquido <i>twisted nematic</i> : descripción teórica	20
2.2.1 <i>Introducción descriptiva</i>	21
2.2.2 <i>Matriz de Jones de la celda</i>	23
2.2.3 <i>Transmisión de la celda de TNLC</i>	31
2.3 Pantallas de cristal líquido (LCDs)	40
Capítulo 3: Caracterización de una pantalla de cristal líquido	41
3.1 Descripción del sistema	42
3.1.1 <i>Adaptación del videoprojector</i>	42

3.1.2 Sistema optoelectrónico de visualización de imágenes	44
3.2 Medidas de resolución, contraste, niveles de gris	53
3.3 Curvas de modulación compleja. Método de medida	54
3.3.1 Introducción	54
3.3.2 Método de medida de la fase	54
3.3.3 Medida de la modulación en intensidad	65
3.4 Curvas de caracterización: resultados	66
3.4.1 Correspondencia entre el plano complejo y los niveles de gris	68
3.4.2 Determinación del signo de la fase	69
3.5 Ajuste teórico de las curvas de caracterización	71
3.5.1 Determinación de los parámetros E , α , Ψ_D y $\Gamma_{m\acute{a}x}$	73
3.5.2 Determinación de los intervalos de V y comparación teórico- experimental	76
Capítulo 4: Correlador de transformadas conjuntas de un solo brazo	81
4.1 Montaje experimental	81
4.2 Análisis de tamaños	82
4.3 Análisis matemático	88
 III. APLICACIONES	
Capítulo 5: Correlador de transformadas conjuntas no lineal	101
5.1 Introducción	101
5.2 Descripción del JTC lineal	102
5.3 No-linealidades en el espacio objeto	103
5.3.1 Filtro sólo de fase y filtro inverso en un JTC	103
5.3.2 Normalización de los filtros	105
5.3.3 Codificación de los filtros	107
5.3.4 Implementación y resultados experimentales	109
5.4 No-linealidades en el espacio de Fourier	112
5.4.1 Binarización del JPS	112
5.4.2 Eliminación de la envolvente espacial (SER)	116
5.4.3 Implementación experimental y resultados	118
5.5 Comparación entre los diferentes métodos	123
Capítulo 6: Correlador de transformadas conjuntas para escenas borrosas	125
6.1 Introducción	125
6.2 Modelo de degradación	126
6.2.1 JTC para imágenes desenfocadas	127
6.2.2 JTC para imágenes movidas	130
6.3 Algoritmo de procesamiento del espectro de Fourier	133
6.3.1 Escenas desenfocadas	133
6.3.2 Escenas movidas	137
6.4 Post-procesado de la correlación	140
6.5 Implementación experimental	141
6.5.1 Escenas desenfocadas	141
6.5.2 Escenas movidas	143

Capítulo 7: Correlador de transformadas conjuntas sólo de fase	145
7.1 Análisis teórico	145
7.2 Procedimiento experimental y resultados	147
7.2.1 Resultados	147
7.3 Introducción al JTC en línea	151

IV. CONCLUSIONES. BIBLIOGRAFÍA

Conclusiones	155
Bibliografía	159

V. ANEXOS

Anexo A: Transformada de Fourier, funciones especiales y difractómetros	167
A.1 Transformada de Fourier: propiedades	167
A.2 Transformadas de Fourier de algunas funciones	170
A.2.1 Definición de funciones	170
A.2.2 Transformadas de Fourier	173
A.3 Difractómetros	174
A.3.1 Teledifractómetros	176
Anexo B: Medios anisótropos	179
B.1 Medios isótropos. Polarización de la luz	179
B.2 Medios anisótropos	182
Anexo C: Criterios de evaluación de calidad de la correlación	189
Abreviaturas	191

I. INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

El reconocimiento óptico de formas se inscribe dentro del marco del procesado óptico de la información, cuyo origen se remonta al trabajo de Abbe en 1873 [Abb73]. Éste ideó un método que mejoraba la resolución de los microscopios mediante el filtrado espacial de la transformada de Fourier de la imagen de entrada. Desde entonces, los procesadores ópticos se basan en las propiedades de difracción de la luz a través de las lentes, mediante las cuales es posible realizar transformadas de Fourier.

El desarrollo del reconocimiento óptico de objetos llegó después de que VanderLugt [Van64] propusiera un montaje con el que se podía obtener la correlación entre dos imágenes, que permite comparar el grado de similitud entre ambas. Una posible alternativa, el correlador de transformadas conjuntas[†], fue presentada en 1966 [Wea66]. El interés que desde entonces ha despertado el reconocimiento óptico de imágenes se debe a sus múltiples aplicaciones, en campos como la robótica o visión artificial, la tecnología industrial en controles de calidad e inspección automática en cadenas de producción, la seguridad, la medicina, el reconocimiento de caracteres y la detección de blancos.

[†] JTC: *joint transform correlator*

El mérito de estos procesadores deriva de la naturaleza bidimensional y analógica inherente a los sistemas ópticos, que se traduce en la capacidad de transmitir y procesar una amplitud compleja en paralelo y a la velocidad de la luz. Sin embargo, adolecen de una serie de problemas que constituyen requisitos básicos en el ámbito del reconocimiento de formas, como su poca flexibilidad, accesibilidad, exactitud y control. Aprovechando que estas deficiencias son precisamente algunos de los puntos fuertes de los sistemas electrónicos, es posible idear sistemas híbridos que aprovechen las ventajas de ambas tecnologías.

Así pues, el despegue definitivo del procesado óptico se inició a mediados de los 80 con la aparición y consiguiente evolución de los moduladores espaciales de luz, que son elementos que permiten controlar, en general electrónicamente, la transmisión compleja de luz en un plano. Esto, unido a la disponibilidad de otros dispositivos optoelectrónicos como los detectores de intensidad, permite diseñar correladores versátiles, fiables y operando a velocidades muy altas, que vienen limitadas únicamente por el tiempo de respuesta de los elementos optoelectrónicos. Todo ello los hace más atractivos que otros sistemas de reconocimiento que utilizan únicamente técnicas digitales.

En este trabajo se presenta el diseño e implementación de un correlador óptico de transformadas conjuntas que incorpora una pantalla de cristal líquido para modular la luz de manera precisa y flexible y una cámara CCD para registrar la intensidad. Se engloba dentro de la principal línea de investigación del Laboratorio de Óptica (*Departament de Física Aplicada i Òptica*) de la Universidad de Barcelona y aprovecha la experiencia acumulada durante años en el campo del procesado de imágenes y, más concretamente, del reconocimiento de formas por correlación. Ha sido financiado, en parte, por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT), bajo los proyectos ROB91-0554, TAP94-0303 y TAP97-0454.

El objetivo es estudiar y caracterizar los diferentes elementos y material de que se dispone y construir un sistema de reconocimiento de objetos que sea operativo, flexible y fiable. La metodología que resulte de este trabajo debe ser útil para aplicarla en el futuro, en el que la evolución de la tecnología aportará dispositivos de mejores prestaciones y permitirá el diseño de correladores más compactos, veloces y versátiles con múltiples aplicaciones.

La presentación del trabajo se divide en tres grandes bloques: el de introducción, el de caracterización de los dispositivos y diseño del correlador y el de aplicaciones, es decir, utilización del sistema para casos prácticos y presentación de los resultados experimentales obtenidos.

El capítulo 1 repasa las diferentes técnicas de reconocimiento de formas, centrandó la atención en el reconocimiento óptico de imágenes por correlación y sus posibles implementaciones experimentales.

El bloque II de caracterización empieza en el capítulo 2, en el que se desarrolla un modelo teórico que demuestra las propiedades de modulación de los dispositivos de cristal líquido, controlados eléctricamente, como la pantalla de cristal líquido[†] de que se dispone.

En el capítulo 3 se describe el sistema optoelectrónico empleado para introducir las imágenes en dicha LCD, que incluye las especificaciones de la pantalla y su caracterización como modulador de la amplitud y de la fase de la luz. Asimismo, se presenta un nuevo método de medida de dicha fase. Por último, se ajustan las curvas de modulación obtenidas experimentalmente con el modelo teórico del capítulo 2.

El bloque de caracterización finaliza con el capítulo 4, en el que se analiza y diseña un correlador de transformadas conjuntas con un sólo brazo difractor y que utiliza los elementos anteriores.

El bloque II de aplicaciones empieza con el capítulo 5, en el que se presentan resultados experimentales obtenidos con el sistema descrito anteriormente. En concreto, se ha implementado un JTC no lineal, con el fin de mejorar las prestaciones y la capacidad de discriminación del correlador.

El capítulo 6 supone un caso particular de uso del correlador en el caso de que las escenas empleadas sufran dos tipos de degradación: un movimiento relativo o un desenfoque. Se analizan los problemas asociados y posibles soluciones.

El capítulo 7 cierra el bloque de aplicaciones introduciendo un JTC sólo de fase, que mejora la eficiencia óptica del correlador e introduce las líneas de investigación que se seguirán en un futuro cercano y en las que se trabaja ya actualmente.

Al final, se resume las diferentes conclusiones que se pueden extraer de la realización de este trabajo.

[†] LCD: *liquid crystal television*

CAPÍTULO 1:

CORRELADORES ÓPTICOS

1.1 Técnicas generales de reconocimiento

El reconocimiento de formas es el nombre que recibe aquel proceso mediante el cual se puede detectar la presencia de una determinada imagen de referencia, o motivo, dentro de una escena compleja y, en el caso de que se encuentre en ella, determinar su posición. En los últimos años, este campo ha ido adquiriendo entidad propia dentro del marco general del procesado de imágenes. Sus aplicaciones se dan, especialmente, en campos como la teledetección, la robótica o la inteligencia artificial, aunque son destacables también las de tipo técnico, como podría ser el diseño de elementos de control en cadenas de producción.

Las técnicas de tratamiento y de reconocimiento de imágenes se pueden clasificar en ópticas, digitales e híbridas. En las primeras, el procesado a realizar se consigue mediante un montaje en un banco óptico, mientras que en las segundas el análisis es, básicamente, digital (por ordenador). Las técnicas ópticas tienen la ventaja de su alta velocidad de procesado, pero son poco versátiles debido a las limitaciones de los dispositivos experimentales empleados. Las técnicas digitales son

más flexibles pero, en algunos casos, el tiempo de cálculo que necesitan las hace inviables a las exigencias de la detección en tiempo real. Para superar estos problemas se ha derivado hacia técnicas híbridas, que combinan ambos sistemas, efectuando ópticamente las operaciones más costosas en tiempo y el resto por ordenador.

Los métodos de reconocimiento pueden ser variados [Hor87]. Unos se basan en la extracción de características de las imágenes: se trata de obtener una serie de parámetros de cada motivo (momentos, proyecciones, secciones, etc.) y realizar la detección por comparación de éstos. En general, las características no se extraen directamente de la imagen, sino de su espectro de frecuencias (transformada de Fourier) o de su autocorrelación. Gracias a las invariancias y simetrías de estas operaciones matemáticas es posible almacenar la información que contienen con una importante compresión de datos. Una manera atractiva de llevar esto a cabo ópticamente es utilizando los denominados detectores de sectores y anillos[†], que proporcionan información sobre la orientación y la escala de la escena considerada [Sta82, Cas85a].

El grupo de técnicas de reconocimiento más importante desde el punto de vista óptico es el basado en la correlación entre una escena y el motivo a detectar, operación que refleja la similitud entre ambos. Se obtiene desplazando el motivo sobre la escena, dando valores mayores cuanto más parecidos sean. Si en el resultado aparece un máximo acentuado significa que la escena contiene la imagen buscada, en la posición indicada por éste. El método sólo sirve para detectar formas del mismo tamaño y con idéntica orientación (no giradas). Existen técnicas más complicadas que permiten reconocer de manera invariante respecto a rotaciones o a cambios de escala, basados en el desarrollo de funciones en series de armónicos circulares [Han78, Hsu82a, Hsu82b] o en la transformada de Mellin [Cas76a, Cas76b].

1.2 Reconocimiento óptico de formas por correlación

1.2.1 Producto de correlación

Los métodos de reconocimiento óptico de formas por correlación reproducen la operación matemática de producto de correlación mediante un montaje óptico. El

[†] WRDs: *wedge-ring detectors*

producto de correlación entre dos funciones complejas $f(\mathbf{r})$ y $g(\mathbf{r})$ genéricas se expresa [Pap62]:

$$f \otimes g(\mathbf{r}) = \int_{\mathfrak{R}^2} f(\mathbf{r}') g^*(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}' \quad (1.1)$$

La ecuación anterior muestra cómo la correlación se obtiene al desplazar por todo el espacio la función conjugada de g , multiplicar por el valor de f en cada punto y sumar para todos ellos. Los sumandos serán no nulos sólo si existe una zona común entre $f(\mathbf{r})$ y $g^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, siendo \mathbf{r}_0 el punto considerado. Además, la suma (o integral) resultará mayor cuanto más parecidas sean f y g^* .

Para describir imágenes se emplean funciones bidimensionales $f(x,y)$ y $g(x,y)$, con lo que la ecuación (1.1) toma la expresión (A.13). Aunque, en general, las funciones pueden ser complejas, el concepto clásico de imagen está ligado a diferentes valores de transmitancia, es decir, magnitudes reales. En este caso, $g^*(x,y) = g(x,y)$, con lo que la correlación entre f y g será mayor cuanto más se parezcan. Esta operación constituye pues un buen parámetro para discriminar qué figura entre las de un conjunto es más semejante (o igual) a un patrón dado.

El motivo para escoger este método de detección radica en la posibilidad de obtenerla en tiempo real de manera sencilla, aprovechando la capacidad difractora de las lentes y las propiedades de la transformada de Fourier [Goo68]: al iluminar un objeto $f(x,y)$ situado frente a una lente se obtiene, en el plano focal de ésta, su espectro de frecuencias (amplitud de la transformada de Fourier) multiplicado por unos factores de fase que dependen de las posiciones relativas entre el objeto y la lente[†]. Si éste se encuentra por delante, a una distancia igual a la focal de la lente difractora, dichos factores son nulos, lo que permite obtener ópticamente la transformada de Fourier exacta, afectada por un factor de escala λf (figura 1.1):

$$F(u', v') = F\left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right) \quad (1.2)$$

$F(u', v')$ es la distribución de amplitudes en el plano focal de la lente y se corresponde con la transformada de Fourier F de $f(x,y)$ calculada a frecuencias

$$(u', v') = \left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right) \quad (1.3)$$

[†] ver anexo A, apartado A.3 (difractómetros)

El factor de escala,

$$K_{\text{dif}} = \lambda f' \quad (1.4)$$

se conoce con el nombre de constante de difracción (f' es la focal de la lente y λ la longitud de onda de la luz empleada).

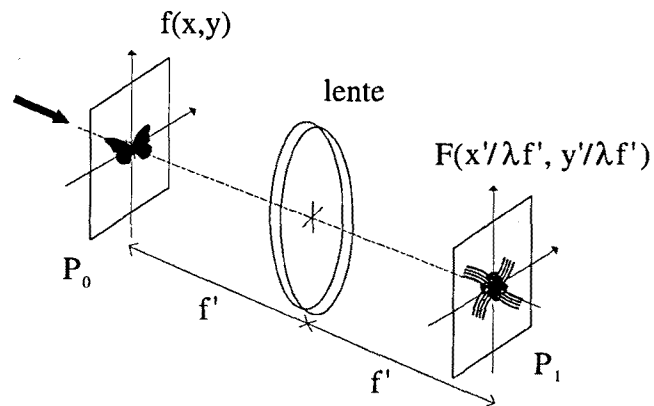


Figura 1.1: difracción de un objeto delante de una lente.

Una de las propiedades de la correlación, recogida en el teorema (A.14), indica una forma sencilla de obtenerla:

$$\mathfrak{F}\{f(x,y) \otimes g(x,y)\} = F(u,v)G^*(u,v) \quad (1.5)$$

Así, operando en el espacio de Fourier y volviendo al espacio objeto con una nueva transformada, se puede tener $f(x,y) \otimes g(x,y)$ sin necesidad de calcular la integral de la ecuación (1.1). Usando lentes para realizar las transformadas de Fourier, es posible idear montajes ópticos relativamente sencillos que permitan obtener físicamente y en un tiempo inapreciable el producto de correlación.

1.2.2 Correlador de VanderLugt

1.2.2.1 Correlador 4f

Su esquema aparece en la figura 1.2. Consiste en dos lentes convergentes (o sistema de lentes equivalente) colocadas de manera que el plano focal imagen de la primera (P_1) coincida con el plano focal objeto de la segunda. Se sitúa la escena $f(x,y)$

en el plano focal objeto (P_0) del primer difractor y el filtro codificado correspondiente a $G^*(u',v')$ (filtro adaptado[†]) en el plano focal imagen P_1 . Como se ha visto anteriormente, con esta configuración se obtiene en P_1 la transformada de Fourier exacta de la función $f(x,y)$, por lo que en dicho plano se realiza el producto $F(u',v')G^*(u',v')$. Las coordenadas (u',v') recogen el factor de escala y son las de la ecuación (1.3).

Al volver a transformar con la segunda lente, por el teorema de correlación (1.5), en P_2 se tiene $f \otimes g$ (entre otros términos).

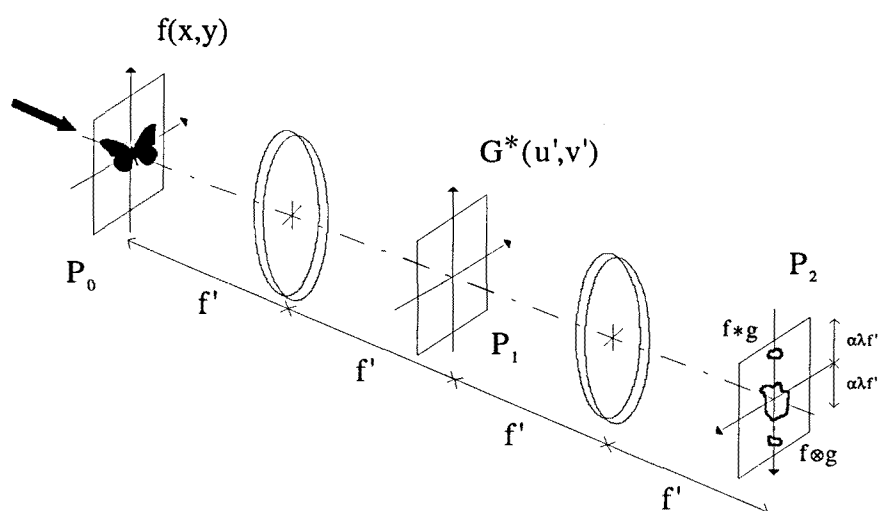


Figura 1.2: correlador 4f.

1.2.2.2 Filtro adaptado

La forma de codificar una función compleja no es sencilla y se debe recurrir a técnicas especiales, dentro del campo de la holografía (registro de frentes de onda), que puede ser óptica o digital.

La holografía óptica fue introducida por Gabor en 1949 [Gab49] como un método de reconstrucción del frente de onda, que aplicó a problemas de microscopía electrónica. Consistía en iluminar un objeto con un haz de luz coherente, denominado de referencia, y registrar las interferencias entre ambos frentes de onda. VanderLugt propuso un sistema para obtener el filtro adaptado (codificación de $G^*(u',v')$) ópticamente [Van64]: mediante un difractor debe conseguirse, previamente, la

[†] MF: *matched filter*

función $G(u',v')$. Registrando en una película holográfica o de alta resolución las interferencias mutuas producidas al iluminarla con una onda plana inclinada se obtiene el filtro deseado (figura 1.3): si $\alpha = \sin\theta/\lambda$, donde θ es el ángulo con que incide la onda de referencia, y A su amplitud, dichas interferencias pueden expresarse como:

$$I(u, v) = |G(u', v') + Ae^{-i2\pi v\alpha}|^2 = \quad (1.6)$$

$$= |G(u', v')|^2 + A^2 + AG(u', v')e^{i2\pi v\alpha} + AG^*(u', v')e^{-i2\pi v\alpha}$$

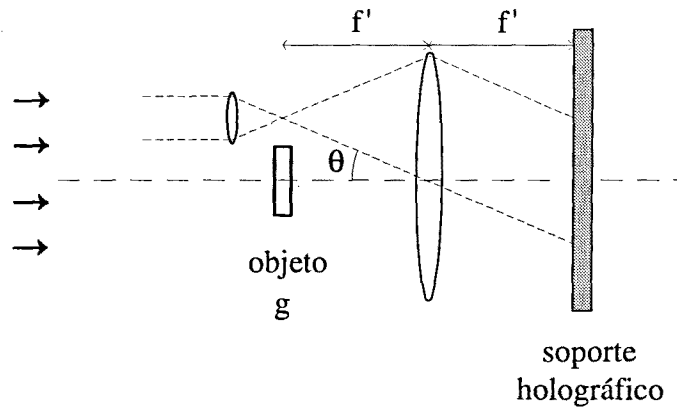


Figura 1.3: obtención óptica del filtro adaptado.

Si se multiplica la ecuación anterior por $F(u',v')$ y la distribución resultado se transforma con la segunda lente del correlador, en el plano P_2 de la figura 1.2 se tiene:

$$U_2(-x,-y) = A^2 f(-x,-y) + K_1 g(-x,-y) \otimes g(-x,-y) * f(-x,-y) +$$

$$+ K_2 g(-x,-y) * f(-x,-y) * \delta(-x,-y + \alpha\lambda f') + \quad (1.7)$$

$$+ K_2 g(-x,-y) \otimes f(-x,-y) * \delta(-x,-y - \alpha\lambda f')$$

donde se ha tenido en cuenta la inversión de las imágenes que se produce al realizar una doble transformación de Fourier, (A.9). K_1 y K_2 son constantes. Los dos primeros términos, centrados, no aportan información. El tercer y cuarto sumandos están

dispuestos simétricamente a una distancia $\alpha\lambda f$ del origen y presentan mayor interés: uno es la convolución entre f y g y el otro es la correlación cruzada entre ambas funciones, $g \otimes f$.

Mediante técnicas digitales también es posible codificar funciones complejas, como G^* , en las que es necesario guardar en un único plano la información de la parte real y de la imaginaria que describe al filtro. El método más usual consiste en asignar a cada valor complejo una celda, dentro de la cual se dibuja un rectángulo menor, de área proporcional al módulo del número complejo y cuya posición relativa a la celdilla determina el argumento del mismo. Con un proceso fotográfico ordinario se recoge la información en una transparencia y se introduce en el plano focal P_1 del correlador. En realidad, el cálculo se hace de manera que la luz, después de difractarse en la transparencia, dé una onda emergente con la amplitud y la fase correspondientes al módulo y al argumento del filtro deseado. En [Cas85b, Tri87] se presentan visiones generales del tema.

Los métodos digitales presentan muchas ventajas respecto a los ópticos. En primer lugar, en la codificación de G^* no es necesario incluir la onda de referencia que provoca la aparición de los términos centrados y de la convolución. En segundo lugar, aunque no se ha eliminado el proceso fotográfico, éste no presenta grandes dificultades, ya que se limita a la obtención de una transparencia convencional.

1.2.2.3 Otros correladores

Siguiendo el mismo esquema de reconocimiento por filtro adaptado pueden idearse otros correladores no tan restrictivos experimentalmente como el $4f$, siempre y cuando no aparezcan en el plano de correlación factores de fase no deseados. Así, existe una configuración más general a la $4f$ de luz paralela, en la que las lentes siguen estando separadas el doble de su focal, pero el objeto se sitúa a una distancia d_0 por delante de la primera lente. El plano de correlación se encuentra $d' = 2f - d_0$ por detrás de la segunda.

Existe una segunda alternativa (correlador convergente) más versátil, pues permite modificar los factores de escala de la correlación sin necesidad de variar la focal de las lentes utilizadas. La escena se coloca después de la primera lente y la posición del plano final de resultados requerido es aquella para la que los términos de fase adicionales se anulan [Car93].

En cualquiera de las configuraciones es posible, además, utilizar lentes divergentes para reducir las distancias involucradas, según se explica en el apartado A.3.1 del anexo A.

1.2.3 Correlador de transformadas conjuntas

En los correladores explicados anteriormente, el motivo a detectar en la escena está codificado como un filtro, normalmente complejo. Se ha visto cómo la preparación de hologramas presenta dificultades en el método y el tiempo requerido.

La arquitectura que ahora se presenta, el correlador de transformadas conjuntas (JTC) [Wea66], elimina el filtro en el plano de Fourier aunque exige, en principio, la presencia de un registro fotográfico intermedio que capte intensidades, lo que impide realizar la detección en tiempo real. En [Yu90, Lu90a] se encuentra un análisis comparativo entre el correlador de VanderLugt y el de transformadas conjuntas. El esquema de este último se muestra en la figura 1.4.

Si $r(x,y)$ es el motivo a reconocer y $s(x,y)$ la escena donde se realiza la detección, centrada en el punto (x_0, y_0) , la amplitud en el plano P_0 de entrada se expresa:

$$U_0(x, y) = r(x, y) + s(x - x_0, y - y_0) \quad (1.8)$$

La amplitud en el plano de Fourier P_1 será, salvo constantes:

$$U_1(u, v) = \mathfrak{F}\{U_0(x, y)\} = R(u, v) + S(u, v)e^{-i2\pi(x_0u + y_0v)} \quad (1.9)$$

$R(u,v)$ y $S(u,v)$ son las respectivas amplitudes de la transformada de Fourier de $r(x,y)$ y $s(x,y)$, afectadas por el factor de escala λf . Expresadas en función de su módulo y de su fase resultan:

$$R(u, v) = |R(u, v)|e^{i\phi_r(u, v)} \quad (1.10)$$

$$S(u, v) = |S(u, v)|e^{i\phi_s(u, v)}$$

Por otra parte, se ha omitido la "prima" (') para simplificar la notación, de manera que las coordenadas (u,v) son:

$$(u, v) = \left(\frac{x}{\lambda f'}, \frac{y}{\lambda f'} \right) \quad (1.11)$$

En el paso del primer al segundo difractor un proceso fotográfico registra el cuadrado de la amplitud anterior, al que se denomina espectro de potencia

conjunto[†]:

$$\begin{aligned}
 I(u, v) \equiv U_1^2(u, v) = & |R(u, v)|^2 + |S(u, v)|^2 + \\
 & +R(u, v)S^*(u, v)e^{i2\pi(x_0 u + y_0 v)} + \\
 & +R^*(u, v)S(u, v)e^{-i2\pi(x_0 u + y_0 v)}
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

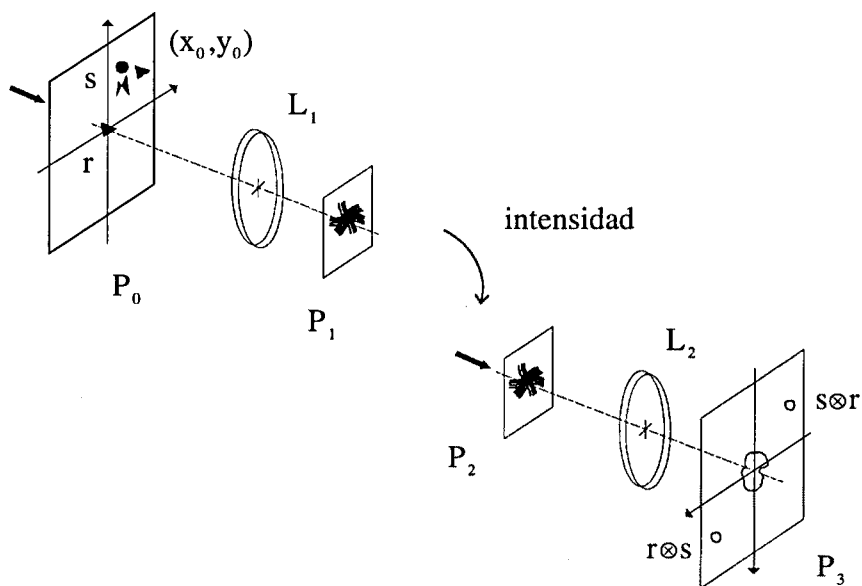


Figura 1.4: correlador de transformadas conjuntas (JTC).

Si se introduce esta distribución de intensidades en la entrada del segundo difractor, del que se supone que tiene la misma constante de difracción λf , en el plano de correlación P_3 se llega a:

$$\begin{aligned}
 c(x, y) \equiv U_3(x, y) = \mathfrak{F}\{I_2(u, v)\} = & r(x, y) \otimes r(x, y) + s(x, y) \otimes s(x, y) + \\
 & +s(x, y) \otimes r(x, y) * \delta(x - x_0, y - y_0) + \\
 & +r(x, y) \otimes s(x, y) * \delta(x + x_0, y + y_0)
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

[†] JPS: joint power spectrum

donde ya se ha tenido en cuenta la inversión de ejes al hacer dos transformadas. Los dos primeros términos corresponden a la autocorrelación de la escena consigo misma y del motivo consigo mismo. No aportan información y son molestos, puesto que almacenan casi toda la energía, haciendo más difícil la observación del resto de los sumandos. Las correlaciones cruzadas son términos simétricos que aparecen centrados en los puntos (x_0, y_0) y $(-x_0, -y_0)$, debido a las convoluciones con las deltas de Dirac.

Si la escena $s(x,y)$ está constituida por N figuras, una de las cuales es el motivo a detectar, $s_r(x,y) = r(x,y)$:

$$s(x,y) = s_r(x,y) + \sum_{i=1}^{N-1} s_i(x,y) \quad (1.14)$$

la expresión de una de las correlaciones cruzadas queda:

$$\begin{aligned} & \left[\left\{ s_r(x,y) + \sum_i s_i(x,y) \right\} \otimes s_r(x,y) \right] * \delta(x-x_0, y-y_0) = \\ & = [s_r(x,y) \otimes s_r(x,y)] * \delta(x-x_0, y-y_0) + \\ & + \left[\sum_i s_i(x,y) \otimes s_r(x,y) \right] * \delta(x-x_0, y-y_0) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Es decir, se tienen las correlaciones cruzadas del objeto a reconocer con cada una de las imágenes que forman la escena. La de valor máximo es la correspondiente a la autocorrelación $r \otimes r$, con lo que la detección queda asegurada.

El correlador de transformadas conjuntas permite trabajar siempre con funciones reales (ya que la fase de las imágenes queda codificada en el espectro de potencia conjunto), lo que evita la codificación de filtros necesaria en los correladores tipo VanderLugt. Sin embargo, en el JTC no es posible disponer de una batería de filtros intercambiables previamente elaborados, pues en el plano de Fourier se registra escena y motivo simultáneamente.

Además, el JTC presenta la ventaja respecto al correlador de VanderLugt en que no adolece de la gran sensibilidad a la alineación de los diferentes elementos ópticos. O que, en general, es mucho más robusto a cualquier perturbación del

entorno. Sin embargo, al introducir escena y referencia juntas en el plano de entrada, el ancho de banda espacial[†] que se requiere es mayor, como se verá en este trabajo.

1.3 Reconocimiento óptico por correlación en tiempo real

Los dos tipos de correlador explicados presentaban históricamente el mismo problema: la existencia de algún proceso fotográfico, que impedía que la detección fuera en tiempo real. Este inconveniente se superó con la aparición y posterior mejora de las características técnicas de los moduladores espaciales de luz[‡] [Nef90].

1.3.1 Moduladores espaciales de luz

Un modulador espacial de luz es un dispositivo capaz de modificar la amplitud (intensidad), fase o polarización de un frente de onda. La posibilidad de substituir las transparencias fotográficas utilizadas para modular el haz espacialmente por dichos dispositivos, alterables dinámicamente, abrió el campo a muchas de las aplicaciones relacionadas hoy en día con el procesado óptico.

Hay múltiples diseños de moduladores, que involucran efectos físicos, tecnología y materiales empleados diferentes, que dan lugar a distintos modos de funcionamiento y prestaciones. En [Nef90, Mar94] se encuentra una clasificación de los diversos tipos de SLMs existentes. La clasificación más general los divide en dos grandes grupos, según la naturaleza de la señal de control portadora de la información: así, existen los moduladores controlados eléctricamente, en los que se emplean señales eléctricas para modular el haz de luz, lo que permite la conexión entre sistemas ópticos y electrónicos; por otra parte, en los moduladores controlados ópticamente la luz se modula mediante otro haz de luz de control.

La evolución de la tecnología implica la aparición de nuevos dispositivos o versiones modernizadas de los anteriores, en las que se mejoran algunas de sus características, como la resolución, el contraste o el tiempo de respuesta.

1.3.2 Correladores ópticos en tiempo real

En cualquiera de las configuraciones del correlador de VanderLugt es posible emplear moduladores tanto en el plano de entrada como en el de Fourier. Esto

[†] SBWP: *space bandwidth product*

[‡] SLMs: *spatial light modulators*

permite, por una parte, la rápida inclusión en el montaje de diferentes escenas en las que pueda encontrarse el motivo a detectar. Además, elimina el proceso fotográfico relacionado con la implementación del filtro adaptado: una vez codificado por métodos digitales, éste se introduce en el banco óptico mediante un modulador. Existe una serie de alternativas a dicho filtro que aumentan la capacidad de discriminación del correlador [Kum92]. En principio, a mayor número de filtros implementados en la unidad de tiempo (moduladores más rápidos) más eficaz es el sistema de reconocimiento.

El correlador de transformadas conjuntas puede funcionar a tiempo real si la intensidad de la etapa intermedia no se registra fotográficamente sino mediante una cámara de vídeo o CCD, que proyecta de manera instantánea el espectro de potencia conjunto en un modulador. Como en el caso anterior, los patrones de entrada (aquí, escena y motivo) pueden introducirse mediante uno de estos dispositivos.

En la bibliografía se encuentran múltiples referencias al empleo de moduladores en montajes de correlación óptica. En [Gar77] se utiliza una válvula de cristal líquido[†] en un correlador de VanderLugt, tanto en el proceso de registro del filtro como en la posterior entrada del motivo a detectar. Otros [Psa84] proponen el uso de dispositivos magnetoópticos[‡], de respuesta binaria, para introducir escena y filtro. Yu y Lu [Yu84] presentan un JTC a tiempo real, en el que escena y referencia se visualizan en un MOD y el paso fotográfico intermedio es substituido por una LCLV. Como alternativa más económica se han utilizado, a pesar de sus limitaciones (baja resolución y contraste), televisores de cristal líquido comerciales^{*}, tanto en el correlador de VanderLugt [Liu85, Gre86] como en el de transformadas conjuntas [Yu87]. Posteriormente a estas primeras publicaciones, el interés por las aplicaciones de los moduladores ha ido en aumento y el número de artículos sobre el tema es muy amplio y diverso. La investigación actual en el ámbito del reconocimiento en tiempo real apunta en la dirección de conseguir correladores compactos, fiables y robustos que puedan utilizarse de manera versátil en diferentes lugares y condiciones, muchas veces adversas. Se trata, principalmente, de aplicaciones en el ámbito de la seguridad (sistema de detección en aviones militares o en automóviles [Cas94, Kar97, Pu97], verificación de huellas dactilares), aunque también pueden tener propósitos más comerciales como la clasificación de manuscritos, inspección de defectos en tejidos y análisis automático de imágenes de microscopio [Rei94].

[†] LCLV: *liquid crystal light valve*

[‡] MODs: *magneto-optic devices*

^{*} LCTVs: *liquid crystal televisions*

II. CARACTERIZACIÓN

CAPÍTULO 2:

MODULADORES ESPACIALES DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO

Entre los múltiples moduladores de luz que existen [Nef90] se encuentra un amplio grupo basado en las propiedades de los cristales líquidos: la válvula de cristal líquido (LCLV), la pantalla de cristal líquido (LCD), asociada comúnmente al televisor de cristal líquido (LCTV) y los moduladores ferroeléctricos. El mecanismo de modulación de las LCLVs, controladas ópticamente, y de las LCDs, controladas eléctricamente, se basa en efectos electroópticos y deriva de las propiedades de una celda de cristal líquido de tipo *twisted nematic* (TNLC *cell*[†]) [Sal91]. En este capítulo se llevará a cabo una completa descripción tanto a nivel fenomenológico como matemático de las propiedades ópticas de dicha celda y cómo puede utilizarse para modular la amplitud y la fase de la luz. Al final, se explicará la estructura típica de una pantalla de cristal líquido, que es la que se empleará en el correlador óptico diseñado a lo largo de este trabajo.

[†] TNLC: *twisted nematic liquid crystal*

2.1 Cristales líquidos

Un cristal líquido es un estado de la materia intermedio entre el sólido cristalino y el líquido amorfo. Un material en dicho estado presenta una fuerte anisotropía en algunas de sus propiedades aunque conserva un cierto grado de fluidez, característica de los líquidos. Se trata de líquidos pero con orden en sus moléculas. Las primeras observaciones del comportamiento de los mismos se produjeron a finales del siglo pasado, aunque sus aplicaciones se desarrollaron a partir de la década de los 60. Hoy en día se conocen miles de sustancias orgánicas que atraviesan la fase de cristal líquido (o fase mesomórfica). Para ello, es necesario que la geometría de las moléculas sea muy anisótropa: en forma de disco o alargada, lo que se manifiesta en una gran anisotropía en sus propiedades mecánicas, eléctricas, magnéticas y ópticas.

Los cristales líquidos más habituales son los termotrópicos, para los que la transición a dicho estado se produce mediante procesos térmicos. Así, al ir aumentando la temperatura, la evolución del material es la siguiente:

sólido \rightarrow cristal líquido \rightarrow líquido

La mayoría de cristales líquidos termotrópicos están compuestos por moléculas orgánicas alargadas. Se clasifican en tres tipos (o fases): nemáticos, colestéricos y esmécticos. En los nemáticos, todos los ejes largos de las moléculas tienen la misma orientación, mientras que los centros de éstas están distribuidos aleatoriamente. Es decir, presentan un orden orientacional pero no traslacional. Son los más cercanos a los líquidos isotrópicos. En la figura 2.1a se muestra la disposición típica de las moléculas, donde se indica el denominado director (L), que es un vector en la dirección en que éstas tienden a orientarse.

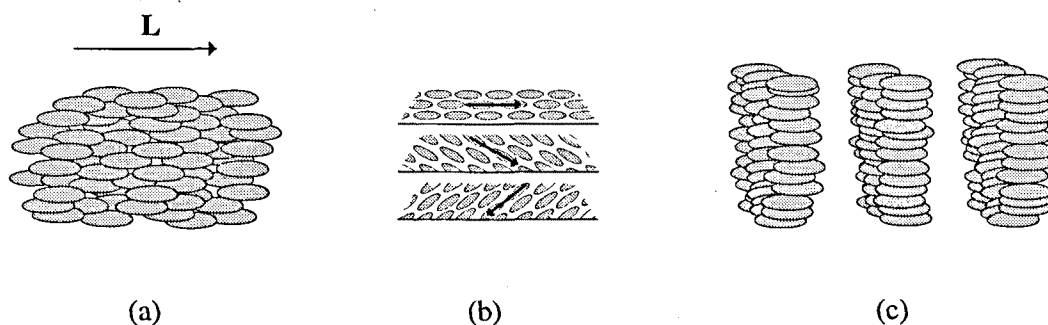


Figura 2.1: cristales líquidos (a) nemáticos, (b) colestéricos y (c) esmécticos.

Los cristales líquidos colestéricos muestran el mismo tipo de orden pero se diferencian en que sus moléculas son ópticamente activas, lo que induce una estructura helicoidal espontánea que le confiere un gran poder rotatorio de la luz. Así pues, las moléculas se orientan de manera diferente por capas y el director gira a lo largo de dichas capas (figura 2.1b). Los dispositivos más conocidos de cristal líquido colestérico son los termómetros en forma de lámina. Se fabrican de manera que el paso de hélice cambia en cada región de la lámina, de modo que las variaciones de temperatura favorecen el paso de luz visible en una sola de las zonas, en la que aparece el número de color verde azulado, mientras el resto de la lámina permanece oscuro.

Los cristales líquidos esmécticos presentan orden orientacional y posicional en una dimensión: las moléculas se agrupan en capas paralelas, pero en cada una de ellas la posición de los centros es aleatoria (figura 2.1c). Son los más próximos a los sólidos, es decir, muy viscosos, lo que impide que tengan aplicaciones dinámicas. La excepción la constituyen los cristales líquidos ferroeléctricos[†] [Joh87], que suelen ser esmécticos de tipo C (SmC*), en los que la ferroelectricidad se manifiesta como una polarización espontánea dentro de diferentes dominios. El comportamiento biestable de dicha polarización con un tiempo de conmutación entre estados muy reducido, bastante inferior al de los cristales líquidos nemáticos, es la característica que los hace especialmente interesantes tecnológicamente. Así, los dispositivos ferroeléctricos actuales son más veloces que los nemáticos [Efr95].

Los diferentes tipos de cristales líquidos que se han explicado coinciden en que los ejes largos de las moléculas están ordenados. Esto da lugar a una anisotropía en sus propiedades físicas, como el índice de refracción n , la constante dieléctrica ϵ , la conductividad y la viscosidad, que toman diferentes valores en las direcciones paralela al eje de las moléculas (o director) ($n_{\parallel}, \epsilon_{\parallel}$) y perpendicular ($n_{\perp}, \epsilon_{\perp}$).

Ópticamente, un cristal líquido se comporta como un cristal uniaxial[‡] cuyo eje óptico coincide con su director, bien definido para los nemáticos y los esmécticos y definido sólo localmente en el caso de los colestéricos. Considerando el elipsoide de índices representado en la figura B.2, el índice de refracción en cada dirección es:

$$\begin{aligned} n_{\parallel} &= n_e \\ n_{\perp} &= n_o \end{aligned} \quad (2.1)$$

[†] FLC: *ferroelectric liquid crystal*

[‡] ver anexo B

La anisotropía en el índice de refracción (birrefringencia) viene caracterizada por:

$$\Delta n = n_e - n_o \quad (2.2)$$

En todos los cristales líquidos de tipo nemático o esméctico conocidos, $\Delta n > 0$.

La anisotropía dieléctrica,

$$\Delta \epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} \quad (2.3)$$

puede ser positiva o negativa, dependiendo de la estructura molecular. Para aplicaciones electroópticas se suelen escoger cristales líquidos uniaxiales positivos ($\Delta \epsilon > 0$), cuyas moléculas son alargadas, con momento dipolar positivo.

Al aplicar un campo eléctrico externo \mathbf{E} estático o de baja frecuencia se inducen dipolos eléctricos, de manera que las fuerzas eléctricas resultantes hacen rotar a las moléculas hacia la dirección que minimice la energía electrostática,

$$U_e = -\frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} = -\frac{1}{2} \sum_{ij} E_i \epsilon_{ij} E_j = -\frac{1}{2} (\epsilon_{\perp} E_1^2 + \epsilon_{\perp} E_2^2 + \epsilon_{\parallel} E_3^2) \quad (2.4)$$

donde se ha tomado el eje óptico en la dirección del eje z y E_1 , E_2 y E_3 son las componentes de \mathbf{E} . Como $\epsilon_{\parallel} > \epsilon_{\perp}$, la mínima energía se da cuando las moléculas se alinean paralelamente al campo, de manera que $E_1 = E_2 = 0$, $\mathbf{E} = (0,0,E)$ y es:

$$U_e^{min} = -\frac{1}{2} \epsilon_{\parallel} E^2 \quad (2.5)$$

Asimismo, podría verse cómo el efecto de un campo eléctrico alterno producido por un voltaje AC sería el mismo.

Esta modificación en la dirección del eje óptico del cristal mediante la aplicación de un campo eléctrico externo es el principio en el que se basa la modulación electroóptica.

2.2 Celda de cristal líquido *twisted nematic*: descripción teórica

En este apartado se describirá el funcionamiento de una celda de cristal líquido *twisted nematic* o celda de TNLC, en el que se basan las pantallas de que se

dispone en el Laboratorio. En primer lugar se realizará una introducción descriptiva a nivel fenomenológico, en la que se verá cómo puede afectar dicha estructura al estado de polarización de la luz y cómo es posible controlar sus propiedades ópticas mediante la aplicación de un campo eléctrico. A continuación se desarrollará un modelo matemático que permitirá hallar la matriz de Jones de la celda[†], con la cual es posible conocer de forma precisa cómo la celda de TNLC modula la amplitud y la fase de la luz que la atraviesa.

2.2.1 Introducción descriptiva

Una celda de TNLC es una capa de cristal líquido nemático contenido entre dos láminas paralelas de vidrio, cuyas superficies interiores han sido tratadas de manera que el eje largo de las moléculas esté contenido en el plano que definen. Este tipo de alineación paralela a la superficie recibe el nombre de alineación homogénea. En el caso de la estructura *twist*, las direcciones de tratamiento de las dos caras C_e y C_s forman un cierto ángulo α (normalmente, 90°). Como consecuencia, el material se orienta en las proximidades de las caras de acuerdo con la dirección correspondiente, mientras que en el centro las moléculas giran paulatinamente intentando adaptarse a la vez a ambas condiciones de contorno. El resultado es que el director del cristal líquido sufre un giro igual al ángulo de *twist* al pasar de una cara a otra, aunque siempre manteniéndose paralelo a las mismas (figura 2.2a). Se induce así una estructura helicoidal parecida a la que tienen por naturaleza los cristales líquidos colestéricos.

El material se puede dividir en un conjunto de capas transversales, cada una de las cuales actúa como un cristal uniáxico, con su eje óptico en la dirección de las moléculas. El giro (*twist*) de dicho eje es uniforme en el estado *off* (voltaje aplicado nulo). Como se verá más adelante, cuando se estudie el comportamiento de la celda en profundidad, el plano de polarización de un haz de luz linealmente polarizada que se propaga en la dirección del eje de giro (eje z) rota con las moléculas, de forma que la celda actúa como un rotor de polarización. Esto es cierto si la luz de entrada vibra según el eje óptico o perpendicularmente a él. Estos estados se corresponden con los modos normales de propagación[†], en los que la luz no cambia su estado de polarización y se propaga con velocidad de fase constante: c/n_e y c/n_o , respectivamente. En cualquier otro caso la luz puede descomponerse en cada una de estas dos componentes, que sufren un desfase dado por:

[†] ver anexo B

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \quad (2.6)$$

donde d es el espesor de la lámina. Así pues, en general, la luz emerge polarizada elípticamente.

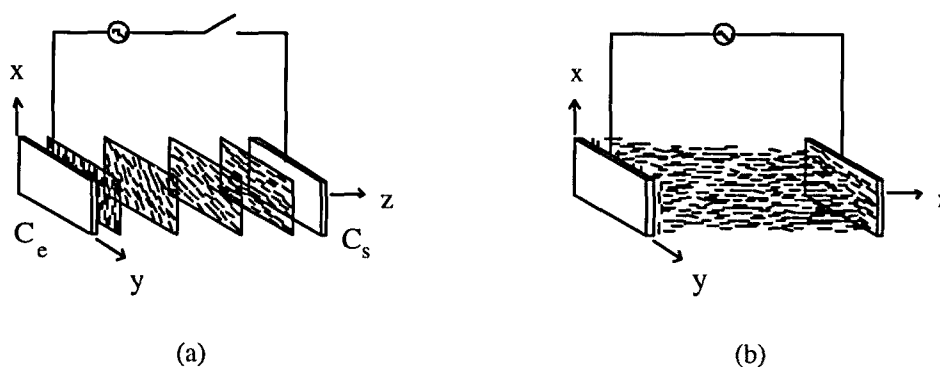


Figura 2.2: celda de TNLC en estado (a) *twisted (off)* y (b) *untwisted (tilted)*.

Cuando se aplica un campo eléctrico según el eje z (estado *on*), mediante unos electrodos transparentes situados en las superficies interiores de las láminas de vidrio, las moléculas tienden a inclinarse (*tilt*) en la dirección del campo, como se ha visto antes. Si el campo es suficientemente grande, todas se orientan según el eje z excepto las inmediatamente adyacentes a las caras externas, con lo que el cristal líquido pierde su poder rotatorio (no afecta a la polarización de la luz) (fig. 2.2b).

Entre ambos estados las moléculas están medio inclinadas hacia la posición de mínima energía. El efecto que produce la celda sobre la polarización de la luz es un efecto combinado entre el poder rotatorio del cristal líquido y su birrefringencia, ambos controlados por el voltaje aplicado.

Situando un polarizador a la salida de la celda de TNLC es posible convertir las variaciones de polarización de la luz en variaciones de transmisión. Por otra parte, la fase de la onda que atraviesa la celda también se ve modificada. Así pues, usando de manera adecuada una celda de TNLC, se puede controlar la modulación tanto de la amplitud como de la fase de la luz mediante un voltaje aplicado.

Para aplicaciones comerciales, como los televisores y pantallas de cristal líquido, la celda suele diseñarse con un ángulo de giro de $\pi/2$ y, para moduladores

que trabajan por transmisión[†], se sitúa entre dos polarizadores paralelos, el primero de los cuales está orientado según la dirección de las moléculas en la cara de entrada. En ausencia de campo eléctrico aplicado, el sistema bloquea el paso de la luz, mientras que para voltajes no nulos parte de la luz polarizada elípticamente se transmite. La figura 2.3 muestra los estados extremos en esta configuración que, como se verá en el apartado 2.2.3.1, produce gran modulación de amplitud pero no tiene por qué ser la óptima en el caso de que no se desee alterar la fase de la onda.

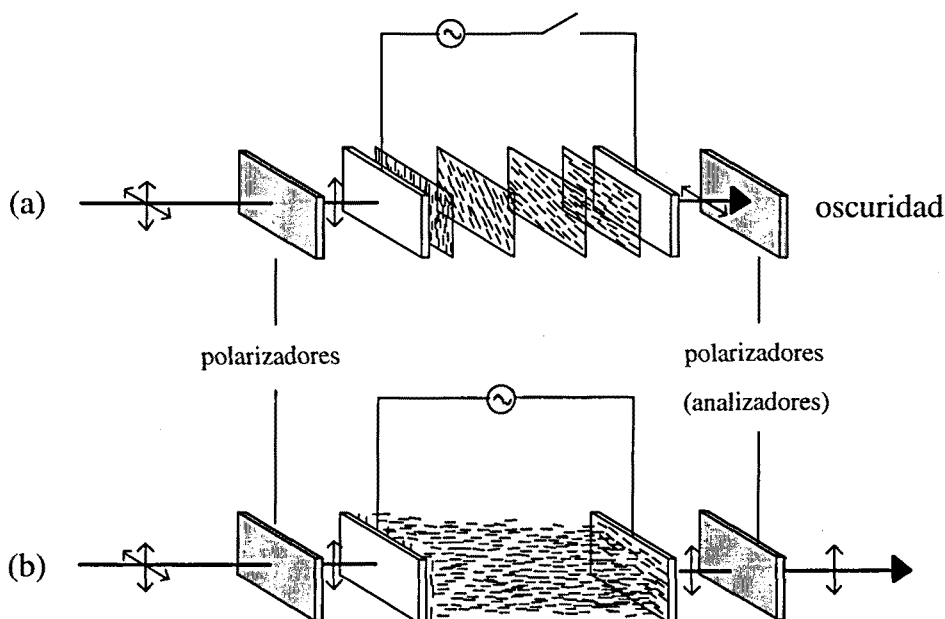


Figura 2.3: modulador de TNLC en modo de transmisión. (a) estado *off* y (b) estado *on*.

2.2.2 Matriz de Jones de la celda

En este apartado se deducirá la matriz de Jones de la celda de TNLC. Esto permitirá calcular el estado de polarización de la luz a la salida del dispositivo, para diferentes estados de polarización de la luz incidente. En última instancia, será posible calcular la transmitancia compleja del sistema, es decir, cómo modula la amplitud y la fase de la luz que lo atraviesa.

El desarrollo está basado en el modelo propuesto por Lu y Saleh [Lu90b], quienes utilizan la matriz de Jones para medios anisótropos con estructura helicoidal

[†] existen también moduladores del mismo tipo que operan por reflexión

(*twisted*) descrita en [Yar84], en ausencia de voltaje aplicado, y estudian el efecto que produce sobre dicha matriz de Jones la aplicación de un voltaje no nulo. Para ello usan la descripción del comportamiento de los cristales líquidos bajo la influencia de campos eléctricos que desarrolla de Gennes en [Gen93].

2.2.2.1 Sin voltaje aplicado

En ausencia de voltaje aplicado, una celda de cristal líquido nemático con todas las moléculas orientadas paralelamente actuaría como un retardador de onda[†]. Tomando el eje x según la dirección de alineación de las moléculas, es decir, del eje óptico, la matriz de Jones de la celda sería:

$$T = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_c d} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_o d} \end{pmatrix} = e^{-i\phi} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

donde el desfase Γ introducido vendría dado por (2.6) y ϕ sería un cambio de fase absoluto, de expresión:

$$\phi = \frac{\pi}{\lambda}(n_c + n_o)d = \phi_0 + \frac{\Gamma}{2} \quad (2.8)$$

donde

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}n_o d \quad (2.9)$$

Puesto que $n_c > n_o$, el eje x constituiría el eje lento del retardador.

Sin embargo, en una estructura *twisted* el eje óptico sólo está definido localmente. Para solventar este problema se divide el medio en N láminas infinitesimales, cada una de las cuales constituye una lámina retardadora de onda con un retardo de fase Γ/N y cuyo eje óptico está inclinado un cierto ángulo ψ respecto a la orientación de entrada a la celda. Como primera aproximación, se puede considerar que dicho ángulo aumenta de forma lineal con la distancia z respecto a la cara de entrada de la celda, es decir:

$$\psi(z) = \eta z \quad (2.10)$$

donde η es una constante. El ángulo total de giro es:

[†] ver anexo B, (B.20)

$$\alpha \equiv \psi(d) = \eta d \quad (2.11)$$

por lo que el eje está inclinado en las sucesivas láminas un ángulo $\rho, 2\rho, 3\rho, \dots, (N-1)\rho, N\rho$, con $\rho = \alpha/N$ (figura 2.4).

La matriz de Jones total M se obtiene como el producto de matrices de Jones de cada lámina,

$$T_0 = \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2N} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2N} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

referidas al mismo sistema de coordenadas. Es decir, para una lámina cuyo eje óptico esté girado un ángulo ψ , es necesario aplicar la transformación de coordenadas (B.24) con $\theta = -\psi$. Así pues:

$$\begin{aligned} M = \prod_{m=N}^1 R(-m\rho)T_0R(m\rho) &= R(-N\rho)T_0R(N\rho) \cdot \\ &R(-(N-1)\rho)T_0R((N-1)\rho) \cdot \\ &\vdots \\ &R(-2\rho)T_0R(2\rho) \cdot \\ &R(-\rho)T_0R(\rho) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Aplicando la propiedad siguiente de las matrices de rotación,

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.14)$$

pueden agruparse dichas matrices en el producto (2.13) dos a dos, dando todas ellas como resultado:

$$R(m\rho)R(-(m-1)\rho) = R(\rho) \quad (2.15)$$

con lo cual:

$$M = R(-N\rho)[T_0R(\rho)]^N = R(-\alpha) \left[T_0 R\left(\frac{\alpha}{N}\right) \right]^N \quad (2.16)$$

Considerando las ecuaciones (B.22) y (2.12), se obtiene:

$$M = e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha}{N} e^{-i\Gamma/2N} & \sin \frac{\alpha}{N} e^{-i\Gamma/2N} \\ -\sin \frac{\alpha}{N} e^{i\Gamma/2N} & \cos \frac{\alpha}{N} e^{i\Gamma/2N} \end{pmatrix}^N \quad (2.17)$$

donde se ha añadido el cambio de fase absoluto ϕ dado por (2.8).

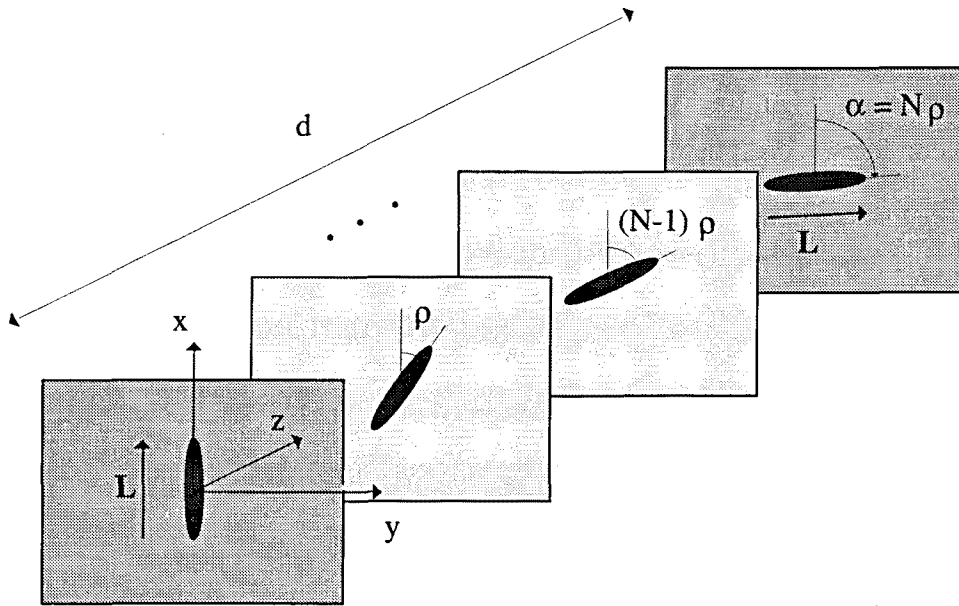


Figura 2.4: ángulo de giro (*twist*) α .

La expresión anterior puede simplificarse usando la identidad de Chebyshev [Bor80],

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin(mK) - \sin((m-1)K)}{\sin K} & B \frac{\sin(mK)}{\sin K} \\ C \frac{\sin(mK)}{\sin K} & \frac{D \sin(mK) - \sin((m-1)K)}{\sin K} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

con

$$K = \cos^{-1} \left[\frac{A+D}{2} \right] \quad (2.19)$$

y haciendo el límite para N tendiendo a infinito ($N \rightarrow \infty$), con lo cual:

$$M = e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} \cos\chi - i \frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} & \alpha \frac{\sin\chi}{\chi} \\ -\alpha \frac{\sin\chi}{\chi} & \cos\chi + i \frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

con

$$\chi = \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad (2.21)$$

En la mayoría de los casos se cumple que el desfase Γ (ecuación (2.6)) es mucho mayor que el ángulo de *twist* α , es decir:

$$\Gamma \gg \alpha \quad \Rightarrow \quad \chi \approx \frac{\Gamma}{2} \quad (2.22)$$

Por ejemplo, para una celda de espesor $d = 25 \mu\text{m}$, con $n_e - n_o = 0.1$ y $\lambda = 633 \text{ nm}$, el desfase es: $\Gamma \approx 8\pi = 16\alpha$, para un ángulo de giro $\alpha = \pi/2$. Para espesores mayores la relación Γ/α aumenta.

Así pues, si se cumple la condición (2.22), conocida con el nombre de régimen de Mauguin o aproximación adiabática, la matriz de Jones del sistema (2.20) es:

$$M = e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{pmatrix} = e^{-i\phi} \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

que es el producto de un retardador de onda y de un rotor de la polarización (ecuación (B.21)). Si la luz que incide sobre la lámina de cristal líquido está polarizada linealmente según uno de los dos ejes principales (paralela o perpendicularmente a las moléculas), el efecto del dispositivo es introducir un desfase sin alterar el estado de polarización y a continuación rotar el plano de polarización un ángulo α , con lo que la luz a la salida sigue estando linealmente polarizada. Se justifica de esta manera el comportamiento descrito en el apartado anterior en el que, en ausencia de voltaje aplicado, la celda gira el plano de polarización de la luz.

2.2.2.2 Con voltaje aplicado

Al aplicar una diferencia de potencial V_{rms} entre las dos caras de la lámina, es decir, según el eje z , las moléculas tienden a alinearse según la dirección del campo eléctrico aplicado, por lo que se inclinan acercándose a dicho eje. Si se denomina θ al ángulo entre el eje óptico o director y el plano x - y (ángulo de inclinación o de *tilt*), puede verse que [Gen93]:

$$\theta = \begin{cases} 0 & V_{rms} \leq V_c \\ \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left\{ \exp \left[-\frac{V_{rms} - V_c}{V_0} \right] \right\} & V_{rms} > V_c \end{cases} \quad (2.24)$$

V_c es un voltaje umbral, por debajo del cual las moléculas no se inclinan, y V_0 es constante y se denomina voltaje en exceso. La figura 2.5 muestra los ángulos de *twist* α y de *tilt* θ .

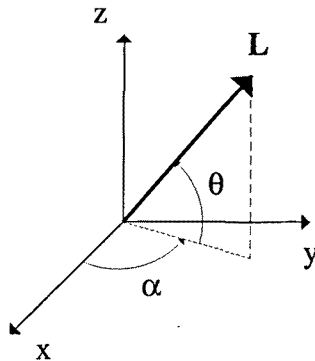


Figura 2.5: ángulo de *twist* α y de *tilt* θ .

Si incide una onda plana propagándose según el eje z , el vector de propagación $s = z$ y el vector director L forman un ángulo de $\pi/2 - \theta$ (ver figura 2.6), por lo que la ecuación (B.17) se convierte en:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \quad (2.25)$$

Si siguiendo el modelo propuesto por Lu y Saleh, se considera que el ángulo θ es constante según el eje z , a lo largo de todo el espesor de la lámina. Esto es una simplificación respecto un modelo más real en el que las moléculas más cercanas a

las caras externas (cerca de $z = 0$ y $z = d$) tienden a inclinarse menos que las que se hallan más al centro de la celda [Coy96].

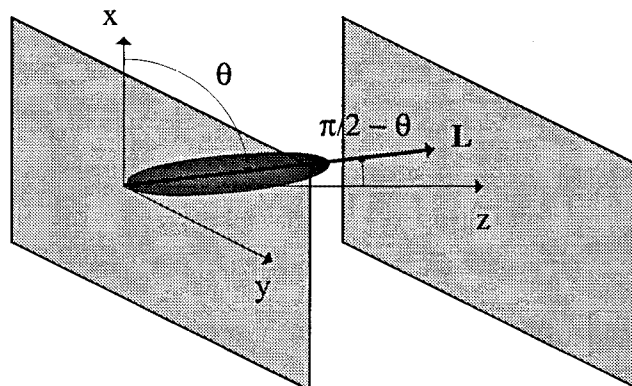


Figura 2.6: ángulo de inclinación (*tilt*) θ .

Para el ángulo de inclinación θ constante, la matriz de Jones del sistema con voltaje aplicado toma la misma expresión que en (2.20) pero donde el desfase Γ dado por (2.6) dependerá de dicho ángulo a través de $n_e(\theta)$:

$$\Gamma(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e(\theta) - n_o) d \quad (2.26)$$

Es decir, la propia matriz de Jones del sistema dependerá del ángulo θ y, en última instancia, del voltaje aplicado entre las caras de la lámina.

Fenomenológicamente, la dependencia con el voltaje aplicado es la siguiente: en el caso de que el voltaje aplicado sea nulo (o $V_{rms} \leq V_c$), las moléculas no se inclinan según el eje z (figura 2.7a), por lo que el director o eje óptico está contenido en el plano x - y , perpendicular a la dirección de propagación. Así pues, $\theta = 0^\circ$ y $n_e(\theta) = n_e$, por lo que la expresión (2.26) queda reducida a la (2.6) y se recupera efectivamente el resultado sin voltaje aplicado. A medida que el voltaje aumenta, las moléculas se inclinan más, θ aumenta y $n_e(\theta)$ disminuye acercándose a n_o , por lo que el desfase (2.26) también va disminuyendo (figura 2.7b). Para voltajes suficientemente elevados, las moléculas se orientan según el eje de propagación z (figura 2.7c), que coincidirá con el eje óptico, $\theta = \pi/2$, $n_e(\theta) = n_o$ y el desfase es nulo. En este último caso, en la matriz de Jones del sistema (2.20) se tiene que:

$$\Gamma = 0 \Rightarrow \chi = \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} = \alpha \quad (2.27)$$

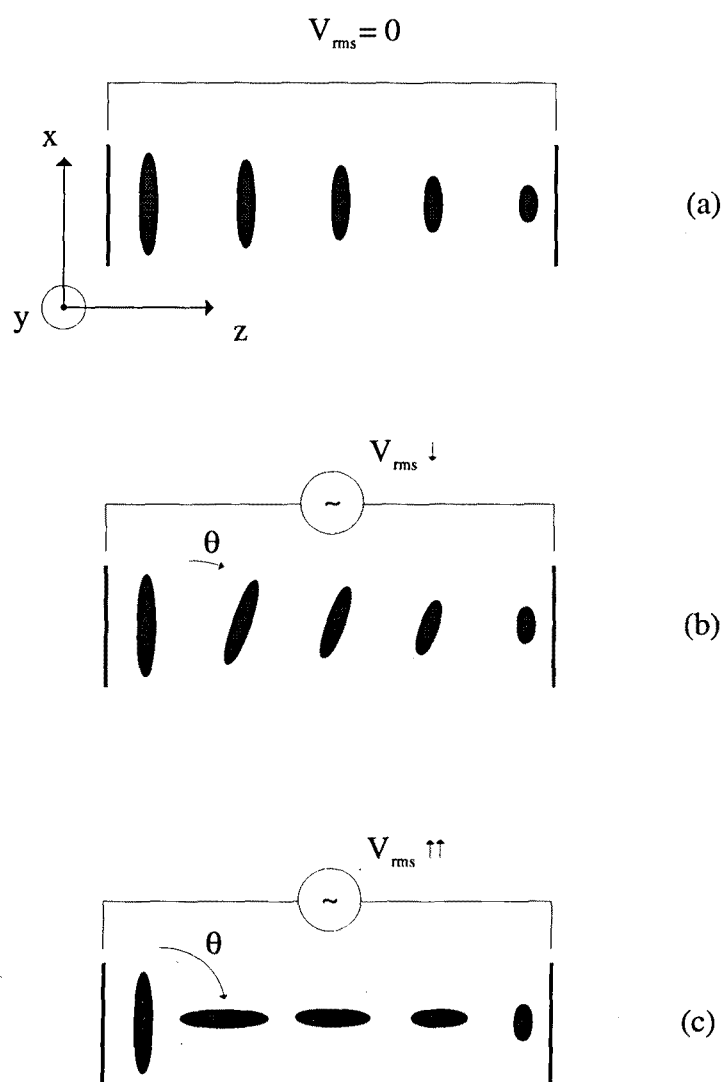


Figura 2.7: orientación de las moléculas (a) sin voltaje aplicado, (b) con voltaje aplicado intermedio y (c) con voltaje aplicado elevado.

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
M(\theta = \pi/2) &= e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = e^{-i\phi} R(-\alpha) R(\alpha) = \\
&= e^{-i\phi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = e^{-i\phi} \mathbf{1}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

es decir, excepto el factor de fase absoluto, la matriz de Jones se convierte en la matriz identidad, por lo que el sistema no afecta al estado de polarización de la luz. Se ha justificado de nuevo la descripción que se hacía en el apartado anterior, para el caso en que se aplica un voltaje suficientemente elevado.

Por otra parte, es interesante observar cómo, al ir disminuyendo $\Gamma(\theta)$, en general no se satisface la aproximación adiabática (2.22). Se puede decir que sólo se cumple en ausencia de voltaje aplicado, cuando el desfase es máximo (2.6):

$$\Gamma_{\text{máx}} = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \tag{2.29}$$

en cuyo caso se había visto que la polarización de la luz seguía el giro de las moléculas a lo largo de la lámina. Al ir aumentando el voltaje se va perdiendo dicho poder rotatorio.

2.2.3 Transmisión de la celda de TNLC

Una vez conocida la matriz de Jones de la celda, es posible analizar el estado de polarización de la luz emergente de la pantalla para diferentes estados de polarización incidentes. Para ello se introduce un polarizador P_1 antes de la celda. Si se introduce un segundo polarizador P_2 después de la celda, denominado analizador, los diferentes estados de polarización se traducen en diferentes transmisiones. Se trata entonces de estudiar la transmisión del sistema polarizador-celda-analizador que se muestra en la figura 2.8, donde los ejes de los polarizadores P_1 y P_2 forman un ángulo Ψ_1 y Ψ_2 con el eje x , respectivamente, y se supone que la pantalla se coloca de manera que el director de las moléculas en la cara de entrada está alineado según el eje x .

El estado de polarización de la luz después de atravesar el polarizador P_1 puede describirse mediante el vector de Jones:

$$\mathbf{J}_1 = R(-\Psi_1) \mathbf{J}_{\text{in}} = R(-\Psi_1) \mathbf{E}_{\text{in}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Psi_1 \\ \sin\Psi_1 \end{pmatrix} \mathbf{E}_{\text{in}} \tag{2.30}$$

que se corresponde efectivamente con un haz de luz polarizado linealmente formando un ángulo Ψ_1 con el eje x . Se ha considerado que la intensidad del haz incidente, representado por el vector \mathbf{J}_{in} , es:

$$I_{in} = \mathbf{J}_{in}^\dagger \cdot \mathbf{J}_{in} = E_{in}^2 \quad (2.31)$$

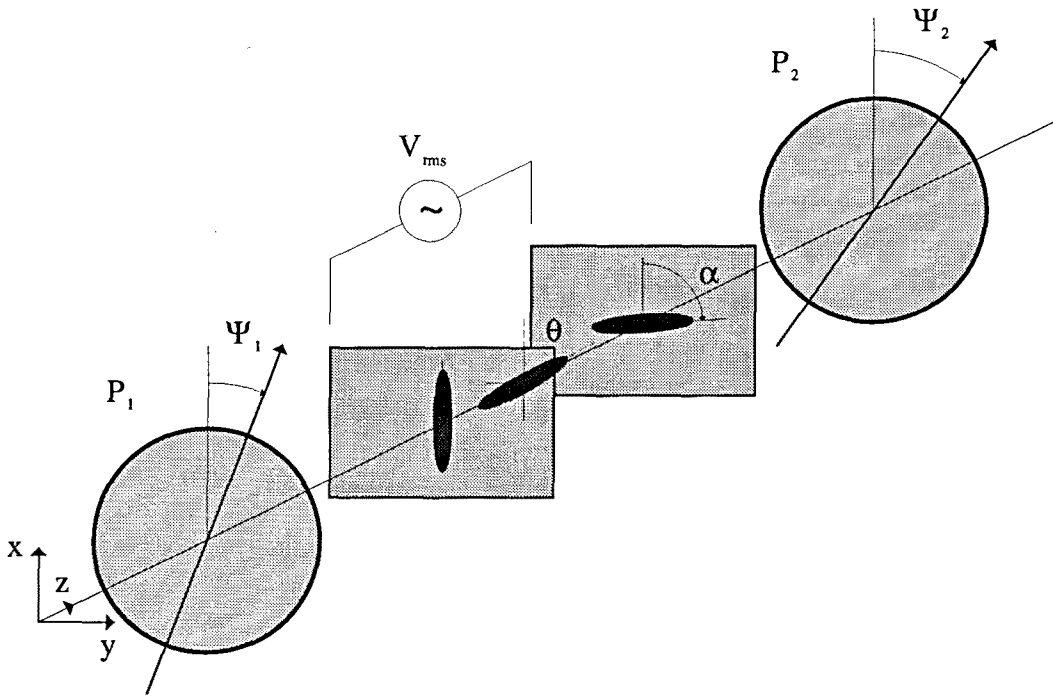


Figura 2.8: conjunto polarizador-celda-analizador.

El vector de Jones \mathbf{J}_{out} que describe el estado de polarización de la luz a la salida del sistema será:

$$\mathbf{J}_{out} = T_A M \mathbf{J}_1 \quad (2.32)$$

donde M es la matriz de Jones de la celda, dada por (2.20), y T_A es la matriz de Jones del polarizador P_2 (analizador), cuyo eje de transmisión forma un ángulo Ψ_2 con el eje x :

$$T_A = R(-\Psi_2) P_x R(\Psi_2) \quad (2.33)$$

P_x viene dado por la ecuación (B.19). Así pues:

$$\mathbf{J}_{\text{out}} = \mathbf{R}(-\Psi_2) \mathbf{P}_x \mathbf{R}(\Psi_2) e^{-i\phi} \mathbf{R}(-\alpha) \begin{pmatrix} \cos\chi - i \frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} & \alpha \frac{\sin\chi}{\chi} \\ -\alpha \frac{\sin\chi}{\chi} & \cos\chi + i \frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Psi_1 \\ \sin\Psi_1 \end{pmatrix} \mathbf{E}_{\text{in}} =$$

$$= \mathbf{R}(-\Psi_2) e^{-i\phi} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\text{out}}^x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

es decir, es una onda polarizada linealmente según el eje de transmisión del analizador, de amplitud:

$$\mathbf{E}_{\text{out}}^x = \left\{ \cos\chi \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \alpha \frac{\sin\chi}{\chi} \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) - \right.$$

$$\left. - i \frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha) \right\} \mathbf{E}_{\text{in}} \quad (2.35)$$

La transmisión del sistema polarizador-celda-analizador puede calcularse:

$$T = \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{in}}} = \frac{\mathbf{J}_{\text{out}}^\dagger \cdot \mathbf{J}_{\text{out}}}{E_{\text{in}}^2} = \frac{|\mathbf{E}_{\text{out}}^x|^2}{E_{\text{in}}^2} \quad (2.36)$$

por lo que resulta:

$$T = \left[\cos\chi \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \alpha \frac{\sin\chi}{\chi} \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) \right]^2 + \left[\frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha) \right]^2 \quad (2.37)$$

Por otra parte, el desfase que introduce el sistema entre las componentes horizontal y vertical de polarización es:

$$\delta = \phi - \arg\{\mathbf{E}_{\text{out}}^x\} =$$

$$= \frac{\Gamma}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{-\frac{\Gamma \sin\chi}{2\chi} \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha)}{\cos\chi \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \alpha \frac{\sin\chi}{\chi} \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha)} \right) \quad (2.38)$$

donde se ha omitido el valor de fase constante ϕ_0 (ecuación (2.8)) que es independiente de V_{rms} . Fijado el ángulo de *twist* α , para una orientación determinada de los polarizadores (Ψ_1, Ψ_2), la transmitancia y el desfase son funciones de una sola variable: si se considera que χ puede expresarse en función de $\Gamma/2$ (ecuación (2.21)), dicha variable podría ser $\Gamma/2$, que en realidad depende directamente del ángulo de *tilt* θ (ecuación (2.26)), que en última instancia está relacionado con el voltaje aplicado V_{rms} a través de (2.24).

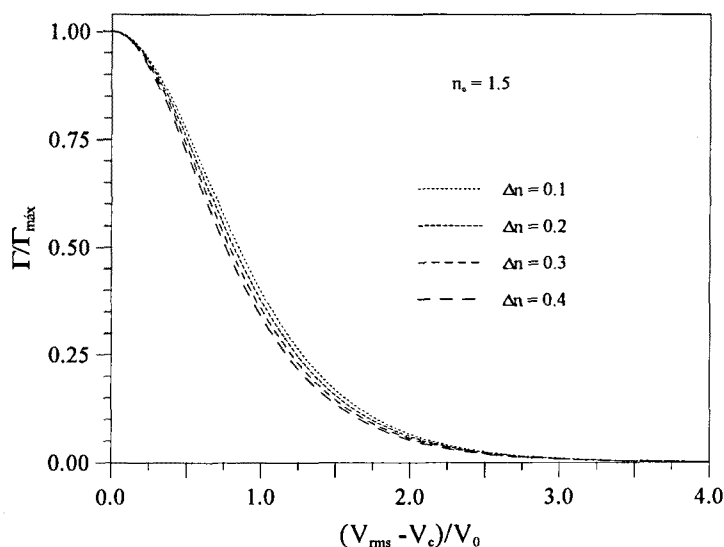


Figura 2.9: dependencia de $\Gamma/\Gamma_{\text{máx}}$ con $(V_{\text{rms}} - V_c)/V_0$, para $n_0 = 1.5$ y diferentes valores de la birrefringencia.

La figura 2.9 muestra la variación de $\Gamma/\Gamma_{\text{máx}}$ con el voltaje aplicado normalizado, $(V_{\text{rms}} - V_c)/V_0$, para un valor típico del índice de refracción $n_0 = 1.5$ y para diversos valores de $n_c = n_0 + \Delta n$. Puede verse cómo Γ vale $\Gamma_{\text{máx}}$, para $V_{\text{rms}} \leq V_c$, y va disminuyendo a medida que V_{rms} aumenta. Además, se puede observar que se trata de una relación prácticamente independiente de n_c ; por otra parte, al examinar la función para otros valores de n_0 , ésta es asimismo muy poco sensible a los cambios de n_0 . Esto permite conocer de manera bastante exacta el rango de $\Gamma/2$ con el que se trabaja, sin necesidad de saber los detalles característicos del cristal líquido de la celda.

2.2.3.1 Estudio de diferentes configuraciones

En este apartado se estudiará la dependencia de la transmitancia compleja mencionada con la variable $\Gamma/2$ para algunas configuraciones particulares de los polarizadores. Aunque algunos autores [Lu90b, Ohk93] realizan dicho estudio para un ángulo de *twist* $\alpha = \pi/2$, las pantallas de que se dispone tienen un $\alpha < \pi/2$ aunque

cercano (como se verá en el capítulo 3 de caracterización), por lo que se prefiere aquí hacer un estudio para un α genérico.

Cabe recordar en este momento que, si la dirección de vibración del campo eléctrico asociado a la onda electromagnética que incide sobre la celda es o bien paralela o bien perpendicular al director \mathbf{L} de las moléculas, la luz que atraviesa la lámina de cristal líquido se comporta como una onda extraordinaria u ordinaria, respectivamente, con los índices de refracción asociados correspondientes. Parece lógico escoger como configuraciones a estudiar aquellas orientaciones de la pareja polarizador-analizador tales que sus ejes de transmisión sean paralelos (\parallel) o perpendiculares (\perp) al director de las moléculas tanto para la entrada como para la salida de la celda. Así pues, los casos que se analizarán serán los que se explican en la tabla 2.1:

Ψ_1	Ψ_2	Nombre configuración	Explicación
0	α	(\parallel, \parallel)	ambos \parallel a las moléculas en las dos caras
$\pm\pi/2$	$\alpha\pm\pi/2$	(\perp, \perp)	ambos \perp a las moléculas en las dos caras
0	$\alpha\pm\pi/2$	(\parallel, \perp)	polarizador \parallel al director de entrada, analizador \perp al de salida
$\pm\pi/2$	α	(\perp, \parallel)	polarizador \perp al director de entrada, analizador \parallel al de salida

Tabla 2.1: explicación de los nombres de las diferentes configuraciones. Se admite que los ángulos 0 y π son equivalentes.

Por su parte, la tabla 2.2 resume las expresiones que toman la transmitancia y el desfase para cada uno de estos casos. Los comentarios que se pueden hacer al respecto son los siguientes:

- (i) la transmitancia en los casos (\parallel, \parallel) y (\perp, \perp) coincide, así como en los casos (\parallel, \perp) y (\perp, \parallel). Además, la transmitancia para las dos primeras configuraciones es la complementaria de la de los dos últimos casos.

Ψ_1	Ψ_2	Nombre configuración	$\xi_R = \Psi_1 - \Psi_2 + \alpha$	$\xi_I = \Psi_1 + \Psi_2 - \alpha$	$T_{\Psi_1, \Psi_2} = \left[\cos \chi \cos \xi_R + \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \sin \xi_R \right]^2 + \left[\frac{\Gamma \sin \chi}{2} \cos \xi_1 \right]^2$	$\delta_{\Psi_1, \Psi_2} = \frac{\Gamma}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\Gamma \sin \chi}{2} \cos \xi_1}{\cos \chi \cos \xi_R + \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \sin \xi_R} \right)$
0	α	(,)	0	0	$1 - \left(\alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \right)^2$	$\frac{\Gamma}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{\Gamma \tan \chi}{2} \right)$
$\pm \pi/2$	$\alpha \pm \pi/2$	(⊥, ⊥)	0	$\pm \pi$	$1 - \left(\alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \right)^2$	$\frac{\Gamma}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\Gamma \tan \chi}{2} \right)$
$\pm \pi/2$	$\alpha \mp \pi/2$		$\pm \pi$	0		
0	$\alpha \pm \pi/2$	(, ⊥)	$\mp \pi/2$	$\pm \pi/2$	$\left(\alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \right)^2$	$\frac{\Gamma}{2} \pm m\pi$
$\pm \pi/2$	α	(⊥,)	$\pm \pi/2$	$\mp \pi/2$		

Tabla 2.2: transmitancia y desfase para diferentes configuraciones de la pareja polarizador-analizador.

(ii) el desfase para las configuraciones (||,⊥) y (⊥,||) es el mismo y aumenta linealmente con $\Gamma/2$, dando saltos de π cada vez que la transmitancia correspondiente pasa por un mínimo, de valor nulo, para $\chi = m\pi$ ($m = 1, 2, \dots$), es decir, para:

$$\frac{\Gamma}{2} = \sqrt{(m\pi)^2 - \alpha^2} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.39)$$

- (iii) el desfase es diferente en los casos (||,||) y (⊥,⊥), siendo mayor para el (||,||), en el que el polarizador es paralelo a las moléculas en la cara de entrada.

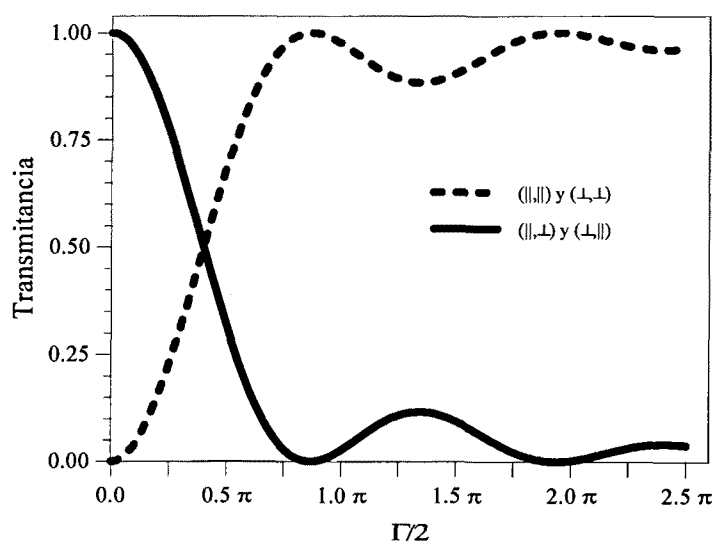


Figura 2.10: transmitancia en función de $\Gamma/2$ para $\alpha = \pi/2$.

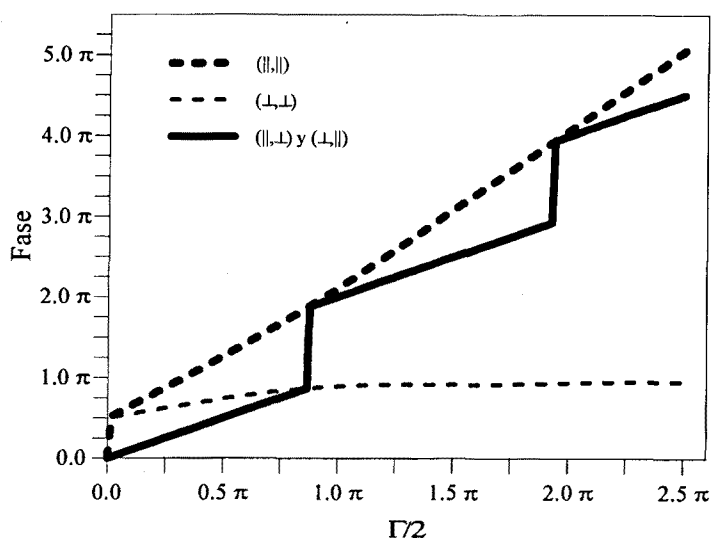


Figura 2.11: desfase en función de $\Gamma/2$ para $\alpha = \pi/2$.

Las figuras 2.10 y 2.11 representan gráficamente la dependencia de la transmitancia y el desfase con $\Gamma/2$ para las diferentes configuraciones. Se ha considerado un valor de $\alpha = \pi/2$, de manera que los sucesivos mínimos/máximos en la transmitancia para los casos (||,⊥)-(⊥,||)/(||,||)-(⊥,⊥) se encuentran en:

$$\frac{\Gamma}{2} = \sqrt{m^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \pi = 0.9\pi, 1.9\pi, \dots \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.40)$$

Para otros valores de α cercanos a $\pi/2$ el tipo de curvas es el mismo pero con dichas posiciones ligeramente desplazadas. Por otra parte, se ha representado $\Gamma/2$ desde 0 (que se corresponde con voltajes aplicados suficientemente elevados, de manera que el ángulo de *tilt* θ sea $\pi/2$, ver ecuación (2.24)) hasta un valor de 2.5π , aunque en realidad el límite superior vendrá impuesto por $\Gamma_{\text{máx}}/2$, para voltajes aplicados inferiores al voltaje umbral V_c .

De las figuras se extrae cómo, en general, una modulación de amplitud (transmitancia) va asociada a una modulación de fase. Si se quiere usar el dispositivo como modulador sólo de amplitud o sólo de fase se debe identificar una configuración y un intervalo de valores de $\Gamma/2$ tales que una de las variables de modulación sea aproximadamente constante y la otra varíe apreciablemente, a ser posible de forma lineal con $\Gamma/2$. A continuación se va a estudiar las denominadas configuración sólo de amplitud y configuración sólo de fase.

- **configuración sólo de amplitud:** en este caso interesa que el desfase sea constante y que la transmitancia varíe con $\Gamma/2$, a ser posible de forma lineal y tomando valores próximos a los límites 0 y 1, de manera que el contraste obtenido sea máximo. La configuración de las que se han estudiado que mejor cumple estas condiciones es la (⊥,⊥), para valores de $\Gamma/2 < 0.9\pi$, es decir, hasta el primer máximo de la transmitancia ($m = 1$ en (2.40)). Este límite superior para $\Gamma/2$ impone un límite inferior para el voltaje aplicado. Si se puede conseguir o no con una celda determinada dependerá de las características de la misma: $\Gamma_{\text{máx}}$, voltaje umbral, niveles de voltaje máximos, etc.
- **configuración sólo de fase:** para tener un modulador sólo de fase interesa que la transmitancia tenga un valor constante y lo más alto posible (idealmente, $T = 1$) y que el desfase varíe con $\Gamma/2$, a ser posible de forma lineal y tomando valores entre 0 y 2π . De las figuras 2.10 y 2.11 puede verse cómo en el caso (||,||), para $\Gamma/2 > 0.9\pi$ (primer máximo), la transmitancia es superior al 80% y varía poco, mientras que la fase aumenta de manera aproximadamente

lineal con pendiente 2 con $\Gamma/2$. En este caso el voltaje aplicado estará comprendido entre V_c y un cierto límite superior.

Es interesante recuperar en este momento la descripción fenomenológica para comprender mejor el efecto de la celda sobre las propiedades de la luz para los casos analizados anteriormente. En la configuración sólo de amplitud, (\perp, \perp), la onda incidente está polarizada linealmente en la dirección perpendicular al eje óptico. Para voltajes aplicados pequeños, se propaga con velocidad c/n_o y su plano de vibración rota un ángulo α siguiendo el giro de las moléculas, de manera que a la salida emerge polarizada linealmente vibrando perpendicularmente al eje de las moléculas en la cara posterior. Al poner un analizador con su eje de transmisión cruzado respecto a éstas la transmisión es máxima. Para voltajes elevados, desaparece la estructura helicoidal de la celda y las moléculas se orientan paralelamente al eje de propagación, por lo que la onda se comporta como onda ordinaria y además no ve modificado su plano de vibración. En el caso de que $\alpha = \pi/2$, la luz de salida linealmente polarizada vibraría paralelamente a las moléculas, por lo que la transmitancia después del analizador sería nula. Para voltajes aplicados intermedios, la estructura helicoidal desaparece sólo parcialmente, la luz emerge polarizada elípticamente y la transmisión toma valores intermedios. El hecho de que se consiga minimizar la modulación de fase deriva de que en los casos extremos la onda se propaga con la misma velocidad (ordinaria), por lo que el desfase es nulo. Por otra parte, el voltaje debe superar un cierto umbral (al que se denominará V_R), relacionado con el voltaje necesario para que desaparezca la estructura helicoidal de la celda [Kon88, Bar89, Gre91].

En cuanto a la configuración sólo de fase, (\parallel, \parallel), la luz incide polarizada linealmente vibrando paralela a las moléculas. En ausencia de voltaje aplicado, se propaga con velocidad c/n_e y su plano de polarización rota un ángulo α . A voltajes suficientemente elevados el director (eje óptico) es paralelo a la dirección de propagación, la onda se comporta como onda ordinaria y su plano de vibración no sufre rotación alguna. Para voltajes intermedios, las moléculas se inclinan un ángulo θ (ecuación (2.24)) y el índice de refracción $n_e(\theta)$ toma la expresión (2.25). Así pues, aplicando diferentes voltajes se puede controlar la fase de la onda a la salida. Sin embargo, dicha modulación de fase viene acompañada de una modulación de amplitud, que deriva de la progresiva pérdida del poder rotatorio de las moléculas sobre el plano de vibración de la luz a medida que el voltaje aumenta. No obstante, para voltajes pequeños, comprendidos entre V_c (voltaje umbral por debajo del cual $\theta = 0$) y V_R (a partir del cual se empieza a destruir la estructura helicoidal de la celda) puede conseguirse modulación sólo de fase, como se ha visto antes a partir de las gráficas.

2.3 Pantallas de cristal líquido (LCDs)

Las pantallas de cristal líquido han sido ampliamente utilizadas en el ámbito del procesado de imágenes debido a su reducido coste. Inicialmente, se trataba de televisores de bolsillo comerciales que, con las modificaciones adecuadas, podían usarse como moduladores de luz controlados eléctricamente, constituyendo una alternativa económica frente a otros dispositivos de mejores prestaciones pero más costosos [Liu85, McE85]. A lo largo de los años la tendencia ha sido extraer las pantallas de videoproyectores comerciales, como se verá en el siguiente capítulo.

La estructura básica de una LCD es una celda de TNLC con ángulo de giro de 90° o cercano y trabajando en modo de transmisión, con una hoja de plástico polarizadora pegada a cada una de las dos caras externas. Para aplicaciones de procesado óptico, dichos polarizadores suelen substituirse por otros de mejor calidad y rotatorios, lo que permite obtener diferentes configuraciones. A cada lado de la celda hay electrodos horizontales y verticales hechos de materiales transparentes (normalmente, ITO[†]). Cada intersección es un píxel (*picture element*), que está en estado *on* (voltaje no nulo) cuando coinciden los pulsos eléctricos aplicados a las dos líneas que se cortan correspondientes[‡]. El potencial aplicado a cada elemento viene determinado por dos factores: por una parte, un voltaje de polarización fijo para todos los píxeles permite variar de manera uniforme la transmisión de la pantalla y, por otra, una señal recibida desde el exterior (ordenador, cámara de vídeo, etc.) modifica el voltaje individual de cada píxel, produciendo así imágenes con niveles de gris. De esta manera, es posible controlar electrónicamente y de forma precisa la transmitancia compleja de la luz en un plano.

[†] ITO: *indium tin oxide*

[‡] en el capítulo 3 se desarrolla una descripción detallada de cómo se activa cada uno de los píxeles

CAPÍTULO 3:

CARACTERIZACIÓN DE UNA PANTALLA DE CRISTAL LÍQUIDO

En este capítulo se describirá con detalle el funcionamiento y las características de una pantalla de cristal líquido extraída de un videoprojector Epson de que se dispone en el Laboratorio y que ha sido utilizada como modulador espacial de luz en un correlador óptico. Se trata, en realidad, de establecer las condiciones operativas del sistema optoelectrónico completo para visualizar imágenes sobre dicha pantalla. Asimismo, se obtendrán las curvas de modulación compleja del dispositivo, que especifican el efecto que éste tiene sobre las propiedades de la luz que lo atraviesa. Para ello, se desarrollará un nuevo método de medida del desfase que introduce el modulador [Mar97].

Al final, se compararán los resultados de caracterización obtenidos con los predichos por el modelo teórico descrito en el capítulo anterior.

3.1 Descripción del sistema

3.1.1 Adaptación del videoprojector

En el ámbito del reconocimiento de formas por correlación óptica es bien conocido el empleo de pantallas de cristal líquido como moduladores espaciales de luz. Una alternativa de bajo coste fue inicialmente la adaptación de pantallas de televisor de bolsillo [Liu85, McE85, Gre86, Yu87], conocidas como LCTVs. Un segundo paso ha consistido en utilizar pantallas de cristal líquido extraídas de videoprojectores comerciales, de prestaciones mejores a las anteriores [Kir92, Sou94a, Duf95] y asequibles económicamente.

La pantalla de cristal líquido que va a caracterizarse ha sido extraída de un videoprojector en color Epson, modelo VP-100PS. En éste, dos espejos dicróicos separan la luz blanca proveniente de una lámpara en sus componentes roja, verde y azul, que iluminan tres LCDs, para recombinarse después con la ayuda de un cubo divisor de haz (*beamsplitter*). Finalmente, una lente proyecta la imagen en el plano deseado. Los píxeles de cada una de las pantallas modulan una sola componente de color (longitud de onda), a diferencia de algunas LCTVs más antiguas en las que eran necesarios tres "subpíxeles" para formar un píxel imagen en color. La resolución de estas últimas resulta, por lo tanto, tres veces menor.

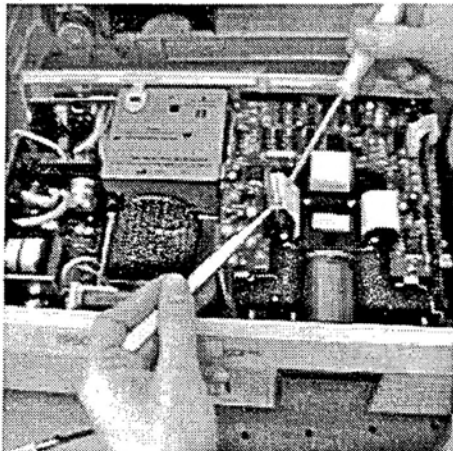


Figura 3.1: videoprojector abierto, con las tres LCDs.



Figura 3.2: LCD.

La figura 3.1 muestra el videoprojector abierto, donde se ven tres cables de conexión, debajo de los cuales se situarían las pantallas. El objetivo consiste en extraer las pantallas para poderlas utilizar en montajes ópticos. La primera operación

a realizar es la extracción de la bombilla halógena. Una vez retirada la tapa del videoprojector, se debe quitar el soporte de la lente objetivo sujeto por tres tornillos y levantar la cubierta del soporte del cubo divisor de haz mediante cuatro tornillos que conforman un trapecio. Así quedan accesibles las tres pantallas de cristal líquido, cada una de las cuales está fijada a la base por dos tornillos. Para sacar completamente una pantalla hay que liberar el cable múltiple plano (de color blanco), una vez levantado el fiador de plástico. La figura 3.2 muestra una de las LCDs, una vez extraída.

A continuación, se debe fabricar un cable de alargo desde el videoprojector hasta la zona del banco óptico en que se situará el modulador. Como no se ha encontrado el cable plano de 23 canales necesario, se ha adaptado uno de 25, inutilizando dos de ellos. Los zócalos de conexión también han sido de 25.

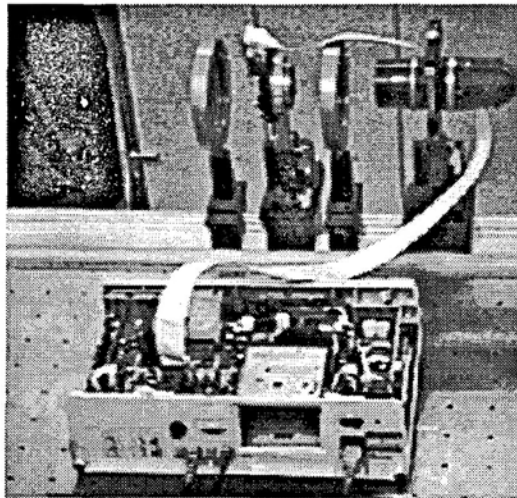


Figura 3.3: videoprojector con una LCD en un banco óptico.

En principio, es posible utilizar cualquiera de las tres pantallas. En el presente trabajo se caracterizará y empleará una única LCD. Se ha escogido la pantalla correspondiente al canal verde, debido a que en unas pruebas previas al desmontaje del videoprojector era la que visualmente daba mayor contraste. En éste, la luz incidente sobre la pantalla estaba linealmente polarizada gracias a los espejos dicróicos. Al extraerla, se utilizará un polarizador rotatorio. Además, es recomendable quitar el plástico polarizador que hace de analizador pegado a la pantalla. Se ha substituido por otro polarizador, también con giro. En la figura 3.3 aparece el videoprojector abierto, una vez desmontado, con el cable de alargo conectado a la pantalla extraída, situada entre dos polarizadores en el banco óptico.

3.1.2 Sistema optoelectrónico de visualización de imágenes

Las pantallas de cristal líquido se utilizan en los montajes ópticos como moduladores espaciales de luz con los que es posible alterar de manera dinámica la intensidad y la fase de la luz que los atraviesa. Esto se consigue aplicando diferentes voltajes a cada uno de los píxeles de que están constituidas las LCDs, con la electrónica adecuada.

En concreto, cada una de las pantallas del videoprojector Epson de que se dispone tiene 320x264 píxeles, de 55x50 μm cada uno, con una distancia centro-centro de 80x75 μm , lo que resulta en un tamaño de 26.5x19.8 mm (figura 3.4).

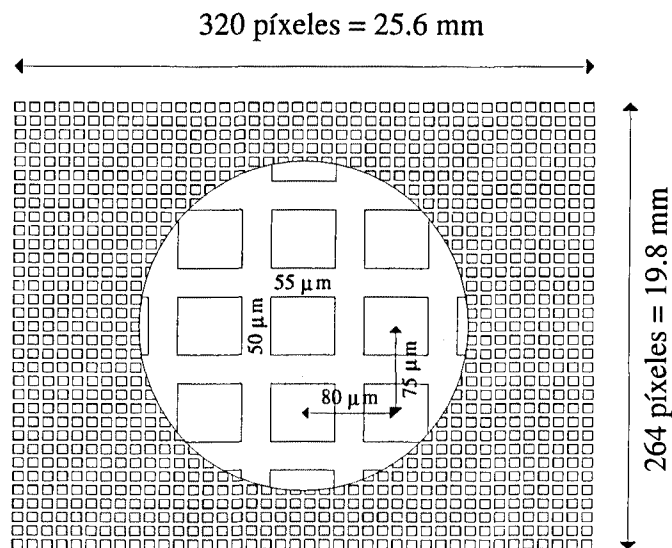


Figura 3.4: estructura de píxeles de la LCD.

El sistema optoelectrónico para introducir la información en la pantalla consta de los siguientes elementos: un ordenador personal, donde se almacenarán y escogerán las imágenes que se desea enviar al modulador; una tarjeta digitalizadora que permite transformar la información en el ordenador en señales eléctricas, y una electrónica de control de la pantalla que adapta dichas señales a los niveles de tensión de la LCD y aplica las señales de polarización y de sincronismo necesarias para el correcto funcionamiento de la misma.

En este trabajo se ha utilizado un PC-486 a 33 MHz y 16 Mb de memoria RAM (un ordenador de menos prestaciones bastaría) equipado con una tarjeta digitalizadora Matrox PIP-1024B de 8 bits, con la cual es posible enviar imágenes de

salida de 512 filas x 512 columnas y con $2^8 = 256$ niveles de gris g diferentes ($0 \leq g \leq 255$).

Por otra parte, se ha utilizado la electrónica del propio videoprojector, compartida por las tres pantallas. Éste dispone de tres entradas de vídeo: analógica RGB, digital RGB y PAL/SECAM. La primera, que consta de una entrada para cada canal de color (*Red, Green y Blue*) más una entrada de sincronismo, se corresponde con las señales que ofrece la tarjeta digitalizadora a su salida, mientras que la segunda puede obtenerse directamente tomando la señal digital CGA de un ordenador equipado con la tarjeta gráfica adecuada. Por último, el vídeo compuesto PAL/SECAM es el estándar dado por las cámaras o reproductores de vídeo comerciales. Cualquiera de las tres alternativas es válida. Como en este caso las imágenes se introducirán desde un ordenador, se analizarán con más detalle los dos primeros, es decir, cómo se traduce la información de salida en la que recibe finalmente la LCD después de sufrir diversas modificaciones. Es decir, cómo se transforman las imágenes digitales de 512x512 puntos en la pantalla, de 320x264 píxeles.

3.1.2.1 Electrónica del videoprojector

Para comprender mejor cómo se alteran las señales hasta llegar a las pantallas, cabe realizar una explicación de cómo se aplica el voltaje a las LCDs. Cada una de ellas está controlada mediante lo que se denomina matriz activa de transistor de capa fina[†], lo que mejora su contraste y tiempo de respuesta respecto a técnicas anteriores [Mat90]. En la figura 3.5 se muestra un diagrama del circuito de una pantalla de $M \times N$ píxeles, extraída de [Kan87], y la figura 3.6 es una ampliación de uno de los TFTs y la capacidad C_{ij} asociada a cada píxel.

Un registro de desplazamiento horizontal de N estados y dos fases va activando las diferentes líneas horizontales de píxeles en sincronización con los pulsos ϕ_2 y su complementario, $\bar{\phi}_2$. Sólo puede haber una línea activa en cada momento, que se activa cuando un transistor está en el estado *on* y el otro en el *off*, como por ejemplo TFT_{iA} i TFT_{iB} , respectivamente, para la fila i . Una línea de información de vídeo se escribe en la línea horizontal activa correspondiente mediante un registro de desplazamiento vertical de M estados y dos fases y un sistema *sample-and-hold* que carga una serie de condensadores de almacenamiento. La señal de vídeo de entrada modulada en amplitud, S_p , se aplica de manera simultánea a todas las fuentes (*Sources*) de los transistores TFT_j . Estos se van

[†] AM-TFT: *active matrix thin film transistor*

conectando uno a uno de izquierda a derecha en sincronización con los pulsos de desplazamiento vertical, ϕ_1 y $\bar{\phi}_1$. Así, la línea de vídeo se muestrea en M intervalos iguales y el voltaje analógico resultante se guarda en las condensadores de memoria C_j . Un pulso de descarga (S_d) se aplica simultáneamente a todas las puertas (*Gates*) de los transistores TFT_{ij} durante el intervalo de retorno (*retrace*) horizontal, con lo que los condensadores C_j se descargan hacia las capacidades C_{ij} vinculadas a cada píxel (constituidas por la capacidad del propio píxel de cristal líquido y por el condensador de almacenamiento asociado a él), de forma que en la pantalla se escribe una línea entera de información de vídeo a la vez. Al ir activando las diferentes filas se puede completar la escritura de un campo (*field*) completo de vídeo. Las puertas de los transistores correspondientes a filas no activadas se conectan a tierra, éstos quedan en estado de alta impedancia (*off*) y aíslan eléctricamente a los C_{ij} , de manera que se mantiene la información de niveles de gris almacenada en los condensadores de píxel hasta el siguiente campo. En éste, si la amplitud del voltaje de la señal aplicada es mayor que antes, se añade una carga al condensador C_{ij} activado que haga aumentar su diferencia de potencial, mientras que si la amplitud es menor, el condensador se descarga en parte.

Cabe remarcar cómo los dos campos que constituyen una imagen (cuadro o *frame*) de vídeo no están entrelazados como en un tubo de rayos catódicos[†] estándar, sino que se sobreescriben en las mismas filas de píxeles.

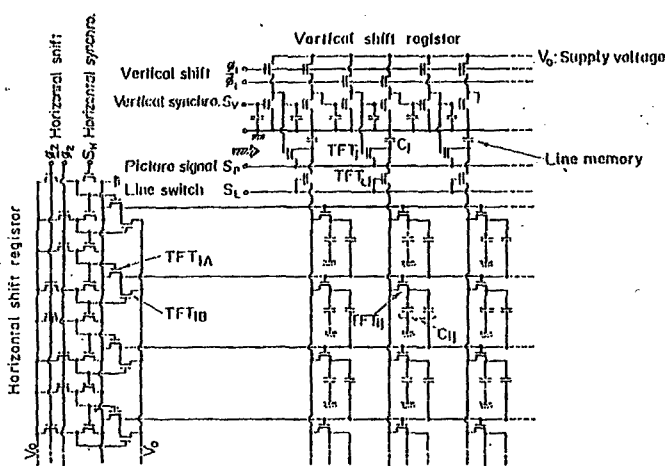


Figura 3.5: diagrama de un circuito AM-TFT de una pantalla de cristal líquido de $M \times N$ píxeles.

[†] CRT: cathode ray tube

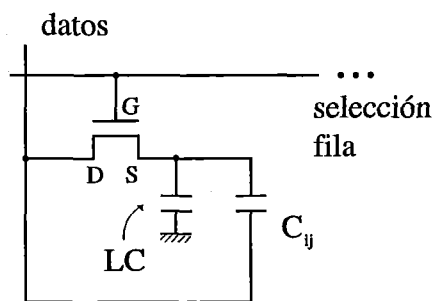


Figura 3.6: detalle de la electrónica de un píxel individual (LC: *liquid crystal*).

Se ha estudiado las diferentes señales aplicadas a las LCDs a través de sus 23 pins de entrada y se ha comprobado que se corresponden con lo explicado. Son las siguientes:

- CLX1, CLX2, CLX3, CLX4 y sus complementarias: serie de 8 ondas cuadradas de 16.6 V de amplitud, desfasadas entre sí 1/8 de período, igual a 1.2 μ s. Sirven para seleccionar la línea vertical activa de píxeles, es decir, se corresponden con ϕ_1 .
- CLY y su complementaria: ondas cuadradas de 16.6 V de amplitud y período 130 μ s, que seleccionan la línea horizontal (fila) activa. Los cambios de nivel del CLY están sincronizados con los pulsos de *retrace* horizontal de la señal de control de vídeo aplicada al videoprojector. Se corresponden con ϕ_2 .
- DX y DY son trenes periódicos de 16.6 V de amplitud. DX tiene una anchura de pulso de 1.205 μ s y está sincronizado con los pulsos de *retrace* horizontal de la señal de vídeo (período de línea = 64 μ s, frecuencia de 15.625 kHz), mientras que DY, de 130 μ s de ancho de pulso, lo está con el *retrace* vertical (20 ms, o 50 Hz). Se corresponden con S_v i S_H , respectivamente.
- Las otras señales son de polarización, referencia y polarización de los transistores TFT: VDDX y VDDY a 16.6 Vdc, VSSX y VSSY a tierra, LCCOM a 5.7 Vdc y VMOS a 14.6 Vdc.
- Las señales en las líneas 20-23 llevan la información de píxel, curiosamente repetida. Dependiendo de si se utiliza la entrada CGA o RGB se tienen señales diferentes. Se ha estudiado cualitativa y cuantitativamente la forma y características de dichas señales y su correspondencia con las imágenes de partida. A continuación se resume sus propiedades más relevantes.

3.1.2.2 Señales de vídeo

Señal RGB

La señal RGB se corresponde con la señal de vídeo europea clásica de 625 líneas y 50 Hz (en realidad, como los campos par e impar se sobrescriben, en el caso de las LCDs la frecuencia de campo y de cuadro coinciden y es igual a 50 Hz).

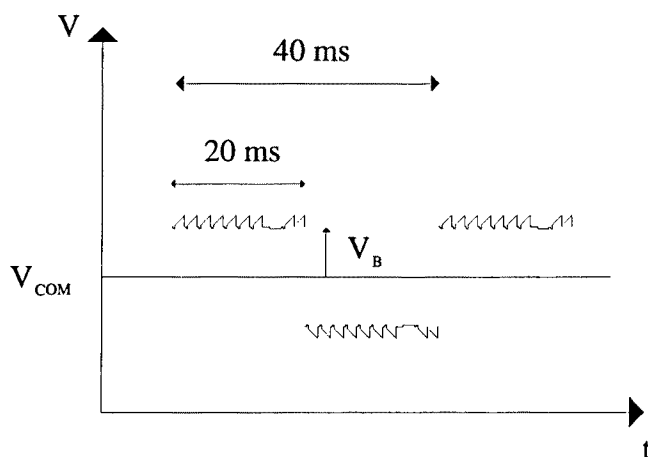


Figura 3.7: señal de vídeo aplicada a la LCD.

La figura 3.7 muestra la forma típica de la señal que envía el videoprojector a la LCD. Se ven los dos campos que constituyen una imagen, de polaridad inversa, para evitar la degradación electroquímica de la celda al sufrir un voltaje aplicado DC [Alt92]. Por otra parte, se aprecia cómo a toda la señal se le suma un voltaje DC V_{COM} . Esto es debido al funcionamiento del circuito de control y se traduce en la aplicación de un voltaje equivalente, LCCOM, al electrodo común a todos los píxeles de la pantalla. En la figura aparece también un voltaje V_B que, como se explicará más adelante, viene determinado por la posición del mando de brillo del videoprojector.

La figura 3.9 muestra la forma que tendría la señal que le llega a la LCD cuando la imagen de entrada es una escala continua de niveles de gris (figura 3.8), así como los intervalos de tiempo asociados y la correspondencia con las filas de la imagen digital. Se observan los campos par e impar, los períodos de campo (20 ms) y de línea ($64 \mu s = 20ms/312.5$) del sistema europeo de vídeo y los intervalos de sincronización necesarios. Por otra parte, de las 512 filas de la imagen de partida, sólo aparecen 510 (todas menos la 0 y la 1), aunque no toda esta información es recogida por la pantalla al visualizar la imagen, como se analizará en el apartado

siguiente. En la ampliación de una fila que se encuentra en la parte superior derecha de la figura 3.9 se aprecia, por otro lado, cómo, en las condiciones en que se han tomado las medidas, se reproduce bien la escala continua de grises en una escala continua de voltajes.

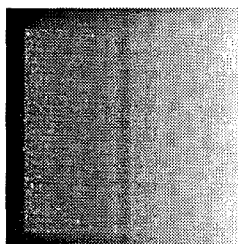


Figura 3.8: imagen de entrada: escala continua de grises.

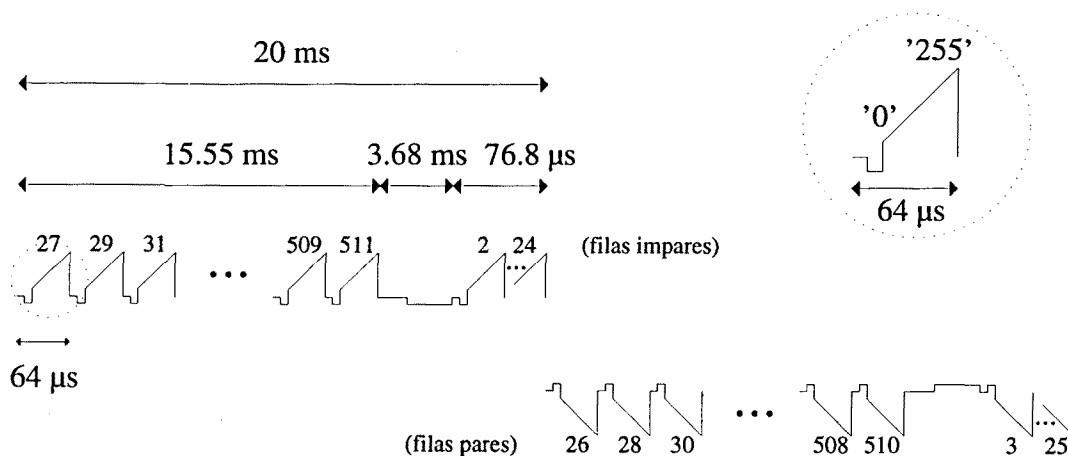


Figura 3.9: señal de vídeo enviada a la LCD cuando la imagen de entrada de 512 filas y columnas es una escala continua de niveles de gris.

Para llevar un análisis semejante en la dirección horizontal se substituye la imagen de entrada por un test de barras verticales de período 2 (figura 3.10). La señal analógica asociada a una de las filas se muestra en la figura 3.11. De nuevo, aparecen reproducidas todas las columnas excepto la 0 y la 1. Asimismo, la señal analógica sigue los cambios abruptos entre columnas adyacentes, con niveles de gris $g = 0$ y $g = 255$, respectivamente.

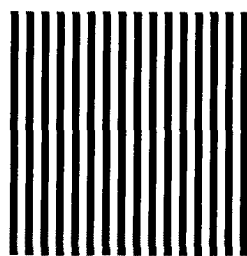


Figura 3.10: imagen de entrada para el análisis de las columnas.

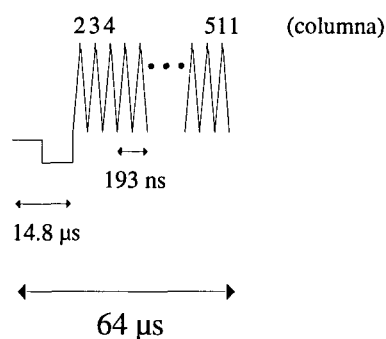


Figura 3.11: correspondencia de las columnas con la señal de vídeo a la LCD.

Llegado este momento, no se debe olvidar que el videoprojector dispone de tres potenciómetros (brillo, contraste y color), mediante los que se pueden modificar las características de la señal aplicada: el de brillo añade un nivel constante de voltaje (V_b de la figura 3.7), el de contraste varía el contraste entre los píxeles *on* (máximo voltaje aplicado) y *off* (mínimo voltaje), y el de color varía la importancia relativa entre cada una de las tres componentes de color y no tiene demasiada relevancia cuando se utiliza cada pantalla por separado.

La transmitancia compleja de la LCD depende, como se ha visto, de los valores de V_{rms} aplicados a los diferentes píxeles, con lo que la posición de los mandos que controlan los potenciómetros será un factor más a tener en cuenta a la hora de caracterizar la pantalla. Cabe comentar que durante el presente trabajo se han realizado medidas de la dependencia del V_{rms} aplicado con el nivel de gris g de la imagen digital, para diferentes combinaciones de las posiciones del brillo, contraste y color. Se ha visto cómo dicha relación se puede expresar como una función lineal para aquellas configuraciones en las que se aproveche todo el rango de niveles de gris, es decir, en las que los niveles de voltaje no queden saturados ni por abajo ni por arriba.

Señal CGA

Al utilizar la entrada digital RGB, la señal de partida se toma directamente desde la tarjeta gráfica del ordenador, operando en modo CGA, de resolución 320x200 y 4 colores, además de 4 paletas de color posibles. La señal analógica que se envía a la LCD tiene una forma parecida a la que se ha mostrado anteriormente (con frecuencias de sincronismo ligeramente distintas), con la diferencia de que aparecen todas las filas (200) repetidas en el campo par e impar. También se ven todas las columnas.

En lo que se refiere al comportamiento con los potenciómetros del video-proyector, sólo se aprecian cambios al variar el de brillo, que suma un voltaje a toda la señal. Por otra parte, se ha estudiado la respuesta a los colores de la imagen de entrada, que pueden ser diferentes según qué paleta de color se escoja. La tabla 3.1 muestra el valor de V_{rms} correspondiente a cada uno de dichos colores, para el modo de funcionamiento que da un contraste mayor (brillo a mínimo y paleta de color #0). Se ve cómo en la señal sólo hay dos niveles de voltaje, lo que dará lugar a dos transmitancias diferenciables, como máximo. Así pues, las imágenes serán, a lo sumo, binarias.

# Color	V_{rms} (Volts)
0	1.72
1	3.30
2	1.72
3	3.32

Tabla 3.1: niveles de voltaje para los 4 colores CGA.

3.1.2.3 Correspondencia imagen digital-imagen visualizada

En este apartado se pretende establecer la correspondencia entre las filas y columnas de la imagen digital de partida con los píxeles de la LCD. Para ello, se ha hecho un estudio en el que se introducen imágenes en el ordenador y se comparan con las que se visualizan sobre la pantalla de cristal líquido, con la ayuda de un microscopio de banco.

Entrada RGB

La figura 3.12 resume los resultados en el caso de que se utilice la entrada RGB del videoproector: de los 264 píxeles verticales totales, 24 están inutilizados, lo que da lugar a 242 píxeles “activos”; además, sobre la pantalla sólo aparece la información contenida en la imagen a partir de la fila 28. Así pues, de las 255 filas que se veían en cada campo de la señal analógica de la figura 3.9, sólo 242 son útiles. De esta manera, en principio existe una correspondencia uno a uno entre las filas de la imagen digital y los píxeles de la pantalla. Sin embargo, como los campos se sobreescriben, en la pantalla sólo aparece una de cada dos filas. En realidad, se ha

observado cómo el resultado final es un promedio entre las filas pares e impares, con un peso mayor para las filas impares.

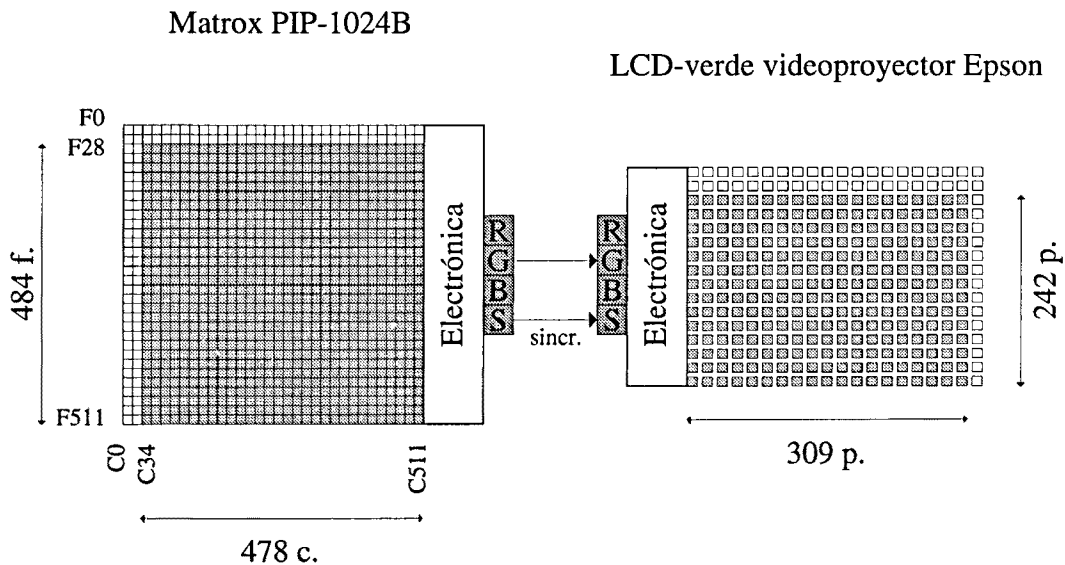


Figura 3.12: correspondencia entre las filas y columnas de la imagen digital en la tarjeta digitalizadora y los píxeles en la LCD, para la conexión RGB analógica. De las 512x512 filas y columnas se utilizan únicamente 484x478, mientras que sólo 242x309 de los 264x320 píxeles de la LCD son “activos”.

Para la otra dirección, se tienen 478 columnas útiles y 309 píxeles “activos”, lo que da una proporción de 478 columnas/309 píxeles = 1.5469 col/pix: en la pantalla aparecen aproximadamente 2 de cada 3 columnas (en realidad, se produce un promedio entre ellas y algunas se pierden). La figura 3.13 muestra un ejemplo de cómo se transformaría una imagen digital sobre la pantalla.

En la práctica, el problema se puede solucionar aplicando un *zoom* a la imagen original, de factores $K_p^F = 2$ y $K_p^C = 1.5469$ (ver capítulo 4, ecuación (4.9)).

Entrada CGA

De los 264 píxeles verticales totales la LCD sólo tiene 200 píxeles “activos”, de manera que al sobrescribirse sobre la pantalla los campos par e impar de la señal analógica, donde la información aparecía repetida, la correspondencia fila-píxel es exacta. En la dirección horizontal se ha observado cómo los 320 píxeles son “activos”, aunque sólo aparecen de la columna 3 a la 317. Al estudiar el comportamiento columna a columna se ve cómo se reproduce correctamente una a una aunque hay 5 columnas intermedias en las que éstas se avanzan un píxel, lo que efectivamen-

te da lugar a $315+5 = 320$ píxeles. Estos saltos son despreciables y en la práctica es posible controlar la pantalla píxel a píxel de manera precisa. Sin embargo, ya se ha visto cómo en este caso la respuesta es binaria.

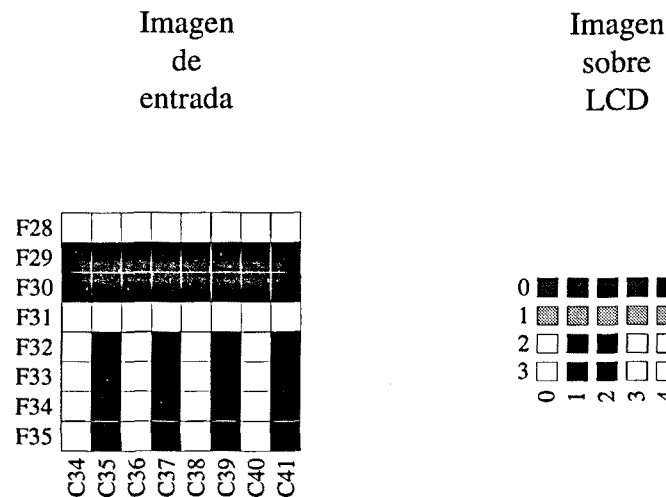


Figura 3.13: imagen en el ordenador y su correspondiente sobre la LCD, para la conexión RGB.

3.2 Medidas de resolución, contraste, niveles de gris

En [Mar94] se llevó a cabo un estudio amplio de la respuesta en intensidad del modulador. Se determinaron, por una parte, las condiciones de máximo contraste y, por otra, la configuración en la que son distinguibles el mayor número posible de niveles de gris. De las medidas se podía extraer cómo el contraste alcanzaba valores superiores a 100:1, mientras que el modulador era capaz de reproducir correctamente todos los niveles de gris introducidos desde la tarjeta digitalizadora. Las medidas de las señales eléctricas, que se realizaron cronológicamente después y que se han explicado en el apartado anterior, corroboraron esas primeras conclusiones.

Por otra parte, como la LCD es un elemento pixelado, su resolución teórica máxima viene dada por la máxima frecuencia que se puede introducir, correspondiente a tener alternativamente un píxel *on* y el siguiente *off*:

$$\text{Resolución horizontal} = \frac{1 \text{ ciclo}}{80 \mu\text{m} \times 2} = 6.25 \text{ ciclos / mm}$$

$$\text{Resolución vertical} = \frac{1 \text{ ciclo}}{75 \mu\text{m} \times 2} = 6.67 \text{ ciclos/mm}$$

Es decir, es del orden de 6 ciclos (o períodos, o pares de líneas) por milímetro, bastante inferior a la de otros moduladores, como las LCLVs [Ble78, Mar94[†]]. Los datos anteriores son ciertos para la conexión CGA; en el caso de utilizar la RGB analógica, se ven reducidos por los factores $K_p^C = 1.5469$, para la dirección horizontal, y $K_p^F = 2$, para la vertical.

3.3 Curvas de modulación compleja. Método de medida

3.3.1 Introducción

Para caracterizar con detalle la LCD es necesario determinar sus curvas de modulación, que describen la transmitancia compleja de la pantalla en función del nivel de gris de la imagen digital de partida. Es decir, especifican de manera cuantitativa la forma en que el dispositivo altera la intensidad y la fase de la luz que lo atraviesa. Cada configuración del polarizador-analizador y de los potenciómetros de control del videoprojector dará lugar a una curva diferente.

Para cada nivel de gris se deben tomar dos medidas experimentales: una de transmitancia en intensidad y otra de desfase. Además, la modulación varía según la zona de la pantalla, es decir, según qué píxel se considere [Cas86, Kir92], por lo que lo idóneo sería medir cada píxel individualmente. Por sencillez se realizarán medidas iluminando un área extensa de la LCD, lo que proporciona resultados promedio que, como se verá en las aplicaciones, es suficiente.

En este apartado se llevará a cabo un estudio detallado sobre la obtención de la fase que introduce el modulador, por ser bastante más complicada que la medida de la transmitancia y la que ha ocupado más tiempo en el desarrollo del trabajo.

3.3.2 Método de medida de la fase

El dispositivo experimental utilizado está basado en un interferómetro de Mach-Zehnder. Al tratarse de una técnica interferencial, el sistema debe estar aislado adecuadamente de vibraciones externas y se requieren elementos ópticos de alta

[†] la LCLV caracterizada tenía una resolución de 27 ciclos/mm

calidad. En la bibliografía se han descrito otros procedimientos que extraen medidas de la fase a partir de patrones de difracción [Zha94, McC96], lo que los hace menos sensibles a las condiciones ambientales. Sin embargo, ambos adolecen de sufrir errores en los resultados en el caso de que la modulación no sea sólo de fase sino que lleve una amplitud asociada.

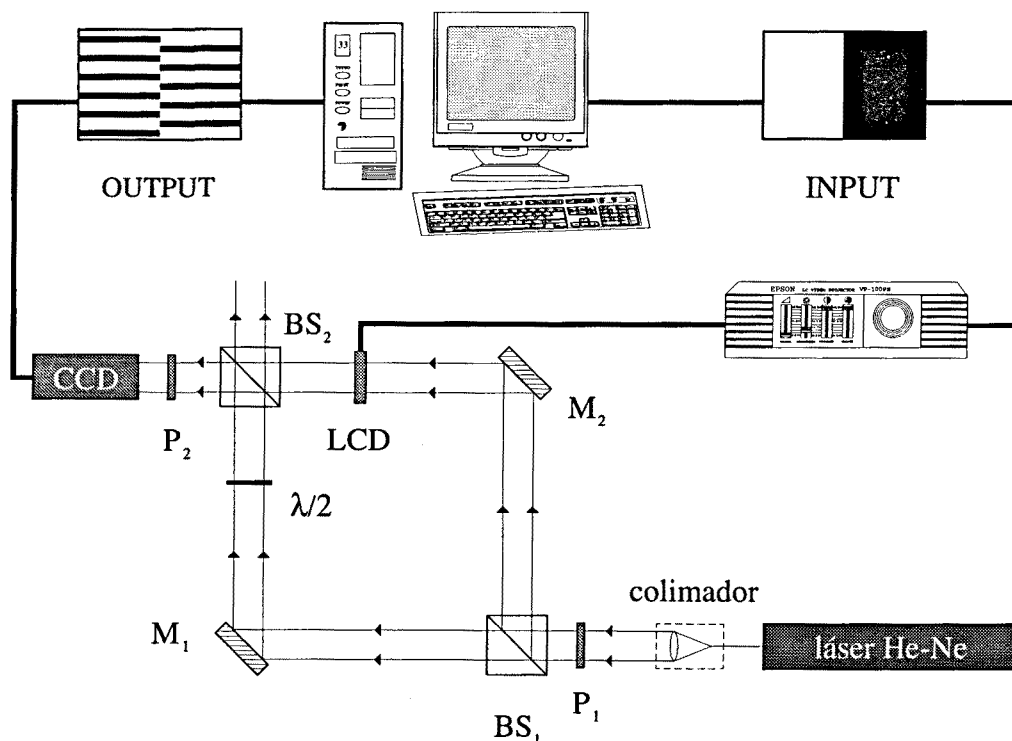


Figura 3.14: esquema del interferómetro de Mach-Zehnder empleado para la medida de la modulación de fase.

La figura 3.14 muestra un esquema del sistema. La luz del láser de He-Ne una vez colimada se separa en dos haces al atravesar el primer cubo divisor de haz (BS_1). Una cámara CCD recoge las franjas de interferencia de las dos ondas planas al volverse a juntar después del segundo cubo (BS_2). Las variaciones de fase que se producen al añadir la LCD a uno de los brazos del interferómetro se traduce en un desplazamiento de las franjas [Bor80]. La lámina $\lambda/2$ en el otro brazo compensa las variaciones de polarización de la luz al propagarse a través de la pantalla de cristal líquido, de manera que el contraste de las franjas obtenidas sea máximo. P_1 y P_2 son los dos polarizadores externos a la pantalla mediante los cuales es posible cambiar el tipo de respuesta del modulador. En el esquema también aparece el sistema

optoelectrónico para introducir las imágenes en la LCD. Al final del capítulo, en la página 79, la figura 3.35 es una fotografía del interferómetro de Mach-Zehnder utilizado.

El método consiste en la medida del desfase relativo entre diversos pares de niveles de gris enviados a la pantalla: la mitad de ésta se mantiene siempre con un valor fijo, que se toma como referencia y al que se asocia una modulación de fase nula, y en la otra mitad se introducen sucesivos valores de niveles de gris. La elección del nivel de referencia es libre. En este trabajo se tomará $g = 0$, excepto para aquellas configuraciones en las que la transmitancia correspondiente a dicho nivel sea tan pequeña que impida observar las franjas, en cuyo caso se considerará $g = 255$.

En el centro de la figura 3.15 se muestra un patrón de franjas de interferencia típico obtenido mediante el montaje descrito anteriormente. Se pueden ver dos franjas de perfil cosinusoidal desfasadas, la de la izquierda (i) correspondiente al nivel de gris de referencia ($g = 0$) y la de la derecha (d) a un nivel de gris $g = 64$. También se aprecia los píxeles de la LCD. El tamaño de la imagen digitalizada es de 512x512 píxeles, como se indica en la figura.

Como las franjas de interferencia están alineadas paralelamente a la dirección horizontal (a la que se denominará x), es posible representar sus perfiles verticales mediante las siguientes expresiones matemáticas unidimensionales:

$$\begin{aligned} I_i(y) &= a_i(y) + b_i(y) \cos\left\{2\pi \frac{y}{P} + \phi_i(y)\right\} \\ I_d(y) &= a_d(y) + b_d(y) \cos\left\{2\pi \frac{y}{P} + \phi_d(y)\right\} \end{aligned} \quad (y = 0, \dots, N-1) \quad (3.1)$$

y es una variable discreta que puede tomar N valores diferentes, donde N es el número de filas ($N = 512$). P es el período de las franjas, que se relaciona con su frecuencia mediante:

$$f = \frac{N}{P} \quad (3.2)$$

$a_m(y)$ ($m = i, d$) recogen información de un posible ruido de fondo y $b_m(y)$ están relacionadas con el contraste local de las franjas. Las ecuaciones (3.1) son válidas para cada columna y deberían ser iguales para todas ellas. Con el objetivo de reducir el ruido y para disponer de medidas promedio, se ha determinado el valor medio de la intensidad digitalizada para cada fila, teniendo en cuenta las 128 columnas

centrales, comprendidas entre las dos rayas verticales que aparecen en la figura 3.15, tanto para las franjas a la izquierda como a la derecha. Las distribuciones resultantes correspondientes se muestran en las figuras 3.15a y 3.15b.

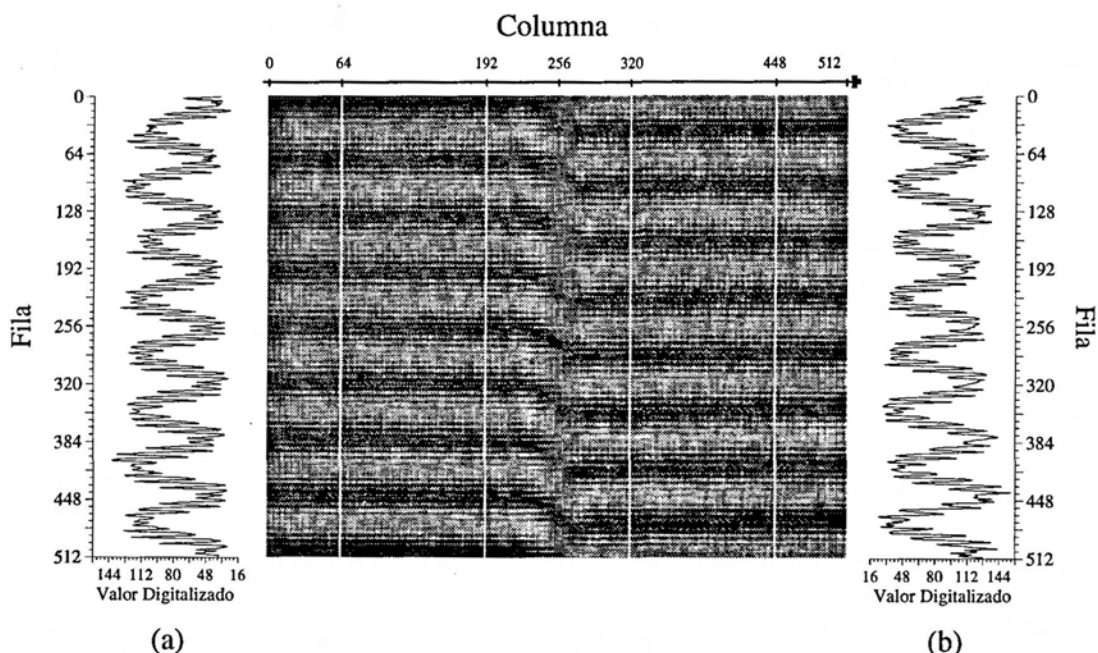


Figura 3.15: Distribuciones de interferencia promediadas y franjas de interferencia correspondientes, para (a) $g = 0$ (izquierda) y (b) $g = 64$ (derecha).

El desfase que se debe determinar viene dado por:

$$\phi = \phi_i(y) - \phi_d(y) = 2\pi \frac{\Delta}{P} \quad (3.3)$$

donde Δ simboliza el desplazamiento relativo de las franjas a la derecha respecto a las de la izquierda. Una posibilidad para solucionar el problema consistiría en aplicar métodos de análisis de patrones interferenciales basados en la transformada de Fourier [Tak82]. De esta manera se puede calcular $\phi_i(y)$ y $\phi_d(y)$ y el desfase relativo vendría dado por la resta indicada en (3.3). Como en este caso sólo es necesario conocer la diferencia de fase, es más fácil determinar el desplazamiento relativo Δ y el período de las franjas P y hallar $\phi = 2\pi\Delta/P$.

3.3.2.1 Medida del desplazamiento entre las franjas

Un método sencillo para determinar el desplazamiento entre las franjas consiste en calcular el producto de correlación unidimensional entre las dos

distribuciones correspondientes:

$$C_{di}(y') \equiv I_d \otimes I_i = \sum_{k=0}^{k=N-1} I_d(k) I_i(k-y') \quad -(N-1) \leq y' \leq (N-1) \quad (3.4)$$

Esto constituye una medida de la similitud entre las dos funciones al desplazar una de ellas sobre la otra. La posición del máximo de correlación se corresponde con las condiciones de máximo solapamiento que, al tratarse en este caso de correlación entre franjas, proporciona de manera directa el desplazamiento entre las mismas.

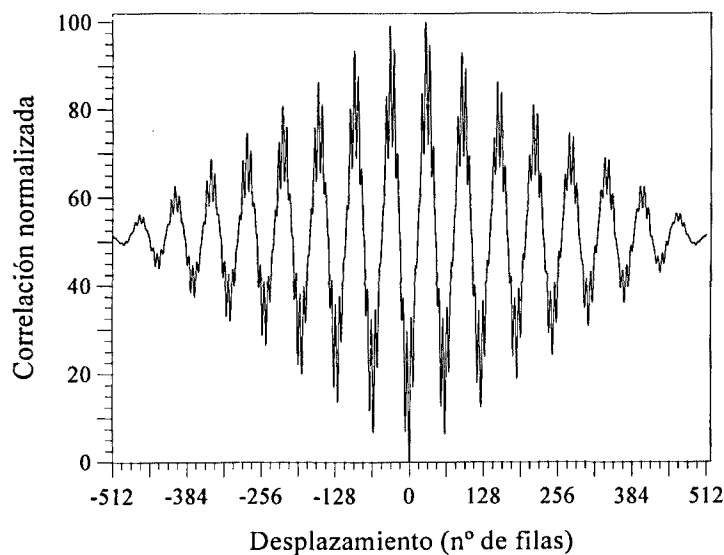


Figura 3.16: producto de correlación entre las señales en las figuras 3.15a y 3.15b.

La figura 3.16 muestra el producto de correlación (3.4) normalizado a su máximo valor (100). Debido al ruido en forma de rizado que se aprecia en la señal, que es consecuencia principalmente de los píxeles de la LCD que aparecen en los patrones de interferencia (figura 3.15), la determinación exacta de la posición del máximo es difícil. Con el fin de obtener una función más suave, se han aproximado las distribuciones de intensidad de las figuras 3.15a y 3.15b a funciones cosinusoidales. Para ello, se ha utilizado técnicas conocidas de filtrado mediante transformadas de Fourier [Gon93]: el método consiste en aplicar un filtro pasabajos a la transformada de Fourier de la señal y realizar a continuación la transformada de Fourier inversa del resultado, con lo que se obtiene una función suavizada respecto a la original.

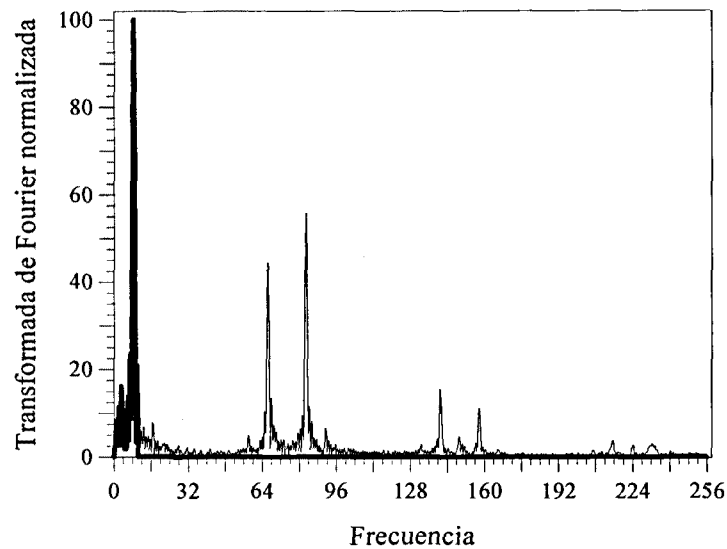


Figura 3.17: transformada de Fourier de la función de la figura 3.15a antes (línea fina) y después de un filtrado pasabajos (línea gruesa).

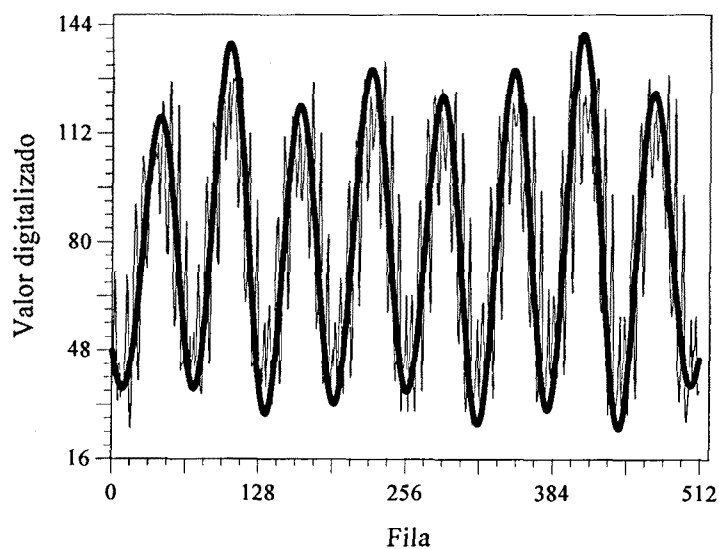


Figura 3.18: ajuste cosinusoidal para la distribución izquierda.

La figura 3.17 muestra la amplitud de la transformada de Fourier de la función de la figura 3.15a. La curva más gruesa es el resultado de aplicar un filtro pasabajos con una frecuencia de corte ligeramente superior a la del máximo. Los dos máximos secundarios que aparecen, para frecuencias de valor 66 y 83 (períodos de 8 y de 6, respectivamente), corresponden a los píxeles de la LCD, que se desea filtrar. La señal suavizada obtenida para la distribución se muestra en la figura 3.18, superpuesta con la original.

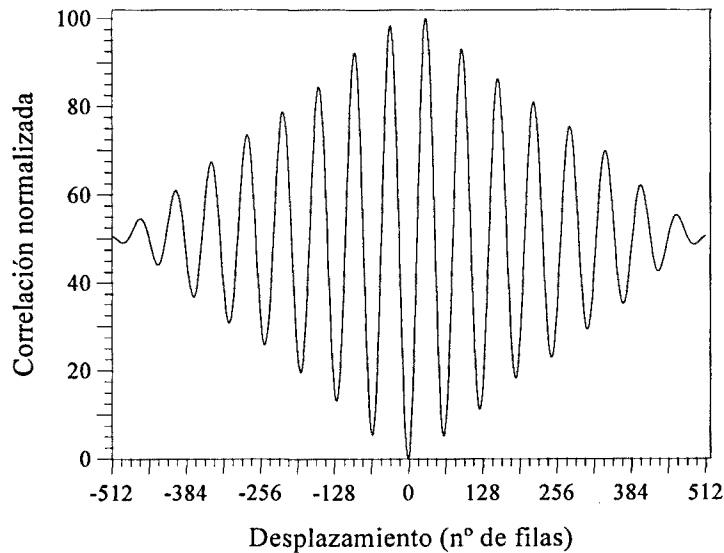


Figura 3.19: producto de correlación entre las señales suavizadas cosinusoidales.

En la figura 3.19 se representa, finalmente, el producto de correlación entre las señales suavizadas correspondientes a las distribuciones izquierda y derecha. El proceso de localización del máximo es más sencillo y preciso. Por otra parte, es necesario comentar cómo, en principio, el producto de correlación de dos secuencias infinitas del mismo período es, a su vez, periódico, de manera que contiene una serie de máximos equiespaciados. Sin embargo, cuando las señales son finitas, como la de la figura 3.18, la envolvente de su producto de correlación tiene tendencia a decrecer a medida que se acerca a los límites de las funciones, debido a que contribuyen menos puntos de valor no nulo a la suma de la ecuación (3.4). Esto introduce un error en la determinación de la posición del máximo. Así pues, la gráfica de la figura 3.19 tiene diferentes máximos de amplitud decreciente a medida que se alejan del origen; además, la separación entre ellos no es exactamente de un período. Si se quiere reducir errores en la medida, deben considerarse varios de los picos y tomar un valor promedio. Si se denomina $\tilde{\Delta}_m$ al desplazamiento en número de filas obtenido para el máximo m de correlación, el desplazamiento derecha-izquierda entre las franjas toma la expresión:

$$\Delta = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \text{Resto} \left[\frac{\tilde{\Delta}_m}{P} \right] \quad (3.5)$$

donde M es el número de máximos promediados (si se consideraran todos, $M=2N/P$). El resultado para la medida que se muestra aquí como ejemplo es

$\Delta = 29.5$ píxeles.

3.3.2.2 Medida del período

El período de las franjas puede determinarse a partir de las distribuciones cosinusoidales izquierda o derecha o bien a partir de su producto de correlación. Se ha considerado el último caso, ya que da directamente una medida promedio. Para ello, es necesario determinar la frecuencia que da un valor máximo de la transformada de Fourier de la señal. El error ϵ_f que se comete en el cálculo de la frecuencia se traduce, a través de la relación (3.2), en un error ϵ_p^f en la medida del período:

$$\epsilon_p^f = \left| \frac{\partial P}{\partial f} \epsilon_f \right| = \frac{P^2}{N} \epsilon_f \quad (3.6)$$

donde se han considerado todos los errores como positivos.

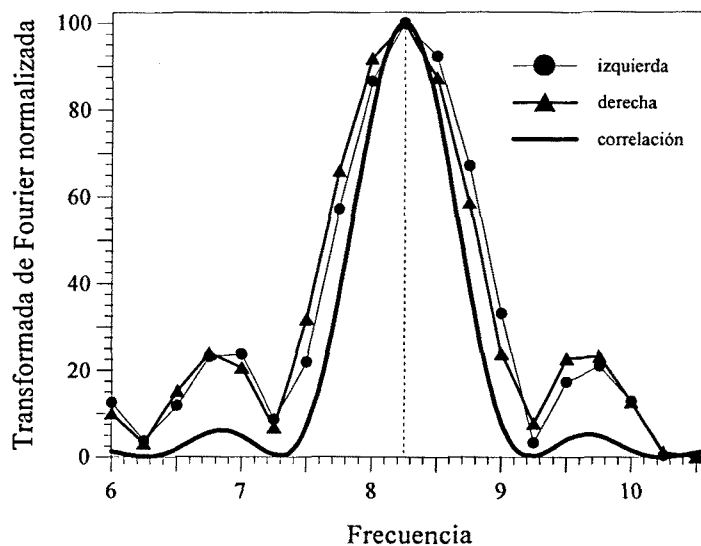


Figura 3.20: transformada de Fourier de las señales originales y de su producto de correlación. Determinación de la frecuencia.

Como consecuencia de la rutina de transformada de Fourier rápida[†] [Bri88] que se ha utilizado para hacer los cálculos, el error de resolución ϵ_f es el cociente entre N y el número de puntos de la señal. Como el producto de correlación contiene $2N$ términos, $\epsilon_f = 0.5$, lo que daría $\epsilon_p^f = 16$ píxeles para un período $P = 64$. Para reducir este error, pueden añadirse puntos de valor nulo en el proceso de transforma-

[†] FFT: *fast Fourier transform*

ción de Fourier, de manera que el número total de puntos aumenta y la resolución mejora. Se ha considerado que $\epsilon_f = 1/64$ es un valor aceptable para las medidas que se tratan aquí.

La figura 3.20 establece una comparación entre la transformada de Fourier de las distribuciones izquierda y derecha y de su producto de correlación. Mientras que las señales izquierda y derecha tienen una resolución de 0.25 (después de añadir 3N ceros a la señal original), la de correlación parece continua, debido a que el número de puntos es muy alto. El período obtenido a partir de esta función es, para este caso particular, $P = 61.94$ píxeles, con lo que el desfase final entre franjas es:

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta}{P} = 0.95\pi = 171^\circ$$

3.3.2.3 Precisión y errores

El proceso de medida del desfase involucra varios pasos con un error asociado, como pueden ser el proceso de digitalización, la aproximación de las franjas a una distribución unidimensional, el ajuste cosinusoidal y la obtención del producto de correlación. Así pues, si se quiere conocer cuál es el error final de la medida, deben tenerse en consideración todas estas fuentes de error, a parte del error de precisión implícito en el cálculo del desplazamiento y del período. Por ejemplo, si las franjas no están perfectamente alineadas según la dirección horizontal, debería analizarse la distribución cosinusoidal en la dirección perpendicular a las mismas. Para corregir el error introducido al considerar la dirección vertical y para realizar las medidas, se ha restado de los resultados finales el desfase obtenido en el caso de que toda la pantalla de cristal líquido tuviera el nivel de gris de referencia, que debería ser nulo en el caso de que las franjas estuvieran alineadas perfectamente.

Más aún, se ha escogido una frecuencia que minimiza el error del proceso completo. De manera intuitiva, puede verse cómo una frecuencia demasiado pequeña implicaría poca imprecisión en la digitalización pero mucho error en el cálculo del período y pocos máximos de correlación para determinar el desplazamiento de las franjas; por otra parte, una frecuencia muy alta (franjas muy estrechas) daría lugar a mucha imprecisión en la digitalización, aunque el cálculo del desplazamiento y del período serían muy exactos.

Se ha estudiado las diferentes fuentes de error y su contribución al error total de la medida. De la ecuación (3.3) es fácil deducir que:

$$\varepsilon_\phi = |\phi| \left(\frac{\varepsilon_P}{P} + \frac{\varepsilon_\Delta}{|\Delta|} \right) = |\phi| \left(\frac{\varepsilon_P}{P} + 2\pi \frac{\varepsilon_\Delta}{|\phi|P} \right) = |\phi| \frac{\varepsilon_P}{P} + 2\pi \frac{\varepsilon_\Delta}{P} \equiv \varepsilon_\phi(\phi, P) \quad (3.7)$$

donde ε_ϕ es el error de fase total, ε_P es el error en la determinación del período y ε_Δ es el error en el desplazamiento de las franjas, cada uno de los cuales tiene diversas contribuciones. Para ε_P se tiene:

$$\varepsilon_P = \varepsilon_P^{\text{dig}} + \varepsilon_P^f = \varepsilon_P^{\text{dig}} + \frac{P^2}{N} \varepsilon_f \quad (3.8)$$

donde $\varepsilon_P^{\text{dig}} = 0.5$ píxeles (proceso de digitalización) y el segundo término es el error de precisión dado por la ecuación (3.6), con $\varepsilon_f = 1/64$. Por otra parte,

$$\varepsilon_\Delta = \varepsilon_\Delta^{\text{res}} + 2\varepsilon_P^f \quad (3.9)$$

$\varepsilon_\Delta^{\text{res}}$ es consecuencia de la resolución finita de la señal discreta de correlación (igual a 0.5 píxeles). Incluso si se consideraran diversos picos y se promediaran, el valor máximo de $\varepsilon_\Delta^{\text{res}}$, como error de resolución que es, seguiría siendo el mismo. Sin embargo, desde el punto de vista estadístico se espera que dicho error sea también un promedio y disminuya a medida que el número de picos aumenta. Así pues:

$$\varepsilon_\Delta^{\text{res}} = \frac{\varepsilon_\Delta^{\text{pix}}}{M} = \frac{P}{N} \varepsilon_\Delta^{\text{pix}} \quad (3.10)$$

donde $M = N/P$ es el número de máximos que se promedia (aquí se considera que sólo se toman la mitad de ellos) y $\varepsilon_\Delta^{\text{pix}} = 0.5$ píxeles.

El segundo término de la ecuación (3.9) deriva del error en el período del ajuste cosinusoidal: si se supone que la distribución suavizada izquierda tiene un período $P + \varepsilon_P^f$ y la derecha $P - \varepsilon_P^f$, los máximos de correlación estarán desplazados respecto a sus posiciones originales una cantidad $2\varepsilon_P^f$. Así pues:

$$\varepsilon_\Delta = \frac{P}{N} \varepsilon_\Delta^{\text{pix}} + 2 \frac{P^2}{N} \varepsilon_f \quad (3.11)$$

y el error total máximo, $\varepsilon_\phi^{\text{máx}}(P) = \varepsilon_\phi(\phi = \pi, P)$ será:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{\phi}^{\text{máx}}(P)}{\pi} &= \varepsilon_{\phi}^P + \varepsilon_{\phi}^{\Delta} = \varepsilon_{\phi}^{\text{P,dig}} + \varepsilon_{\phi}^{\text{P,f}} + \varepsilon_{\phi}^{\Delta,\text{res}} + \varepsilon_{\phi}^{\Delta,\text{f}} = \\ &= \frac{\varepsilon_p^{\text{dig}}}{P} + \frac{P}{N} \varepsilon_f + 2 \frac{\varepsilon_{\Delta}^{\text{pix}}}{N} + 4 \frac{P}{N} \varepsilon_f \end{aligned} \quad (3.12)$$

con $N = 512$, $\varepsilon_f = 1/64$, $\varepsilon_p^{\text{dig}} = \varepsilon_p^{\text{pix}} = 0.5$.

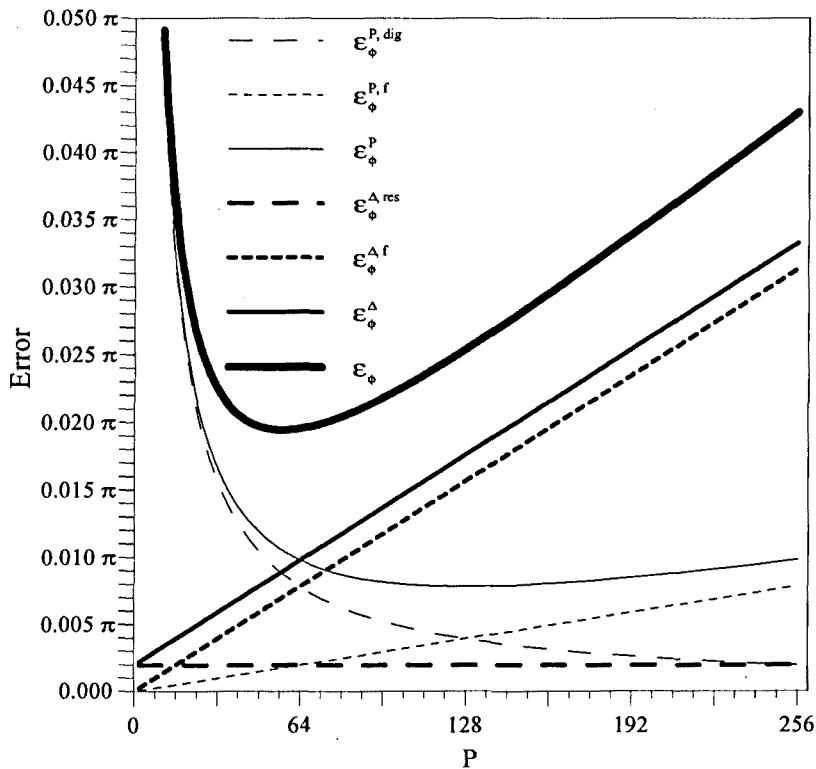


Figura 3.21: error total máximo de la medida del desfase, en función de P.

La figura 3.21 muestra las diferentes contribuciones al error total y su dependencia con P. Se puede apreciar cómo se reproduce bien el comportamiento intuitivo al que se hacía referencia antes. El error total es mínimo para períodos de unos 64 píxeles, que se corresponde con una imagen digitalizada con ocho máximos y ocho mínimos. El error total máximo es, en este caso, de 0.02π . De todas maneras, debido a la variación de la respuesta de la LCD con el tiempo, como consecuencia, por ejemplo, de su dependencia con la temperatura ambiente, se han observado cambios de 0.05π a lo largo de diferentes medidas tomadas en las mismas condiciones experimentales. Esta es la razón por la que se puede concluir que, en el caso de la caracterización de la modulación de fase, la desviación respecto al valor de desfase

real es de 0.05π (9°). En el fondo, el error del método de medida se ha ajustado para que no supere y tampoco aumente este error inevitable. Esto último justifica, a su vez, que sea innecesario incrementar la precisión del método (añadiendo más puntos, por ejemplo).

3.3.3 Medida de la modulación en intensidad

Las características de transmitancia en intensidad de la pantalla se han medido aprovechando el mismo montaje que para la medida de la fase, de manera que las condiciones experimentales sean las mismas (figura 3.22). Se debe señalar cómo sólo se usa el camino derecho y superior, indicado en líneas continuas en el esquema. Un detector de intensidad, en particular un luxómetro, mide la intensidad de la luz antes y después de atravesar la LCD y el segundo polarizador. La transmitancia es el cociente entre la intensidad a la salida y a la entrada.

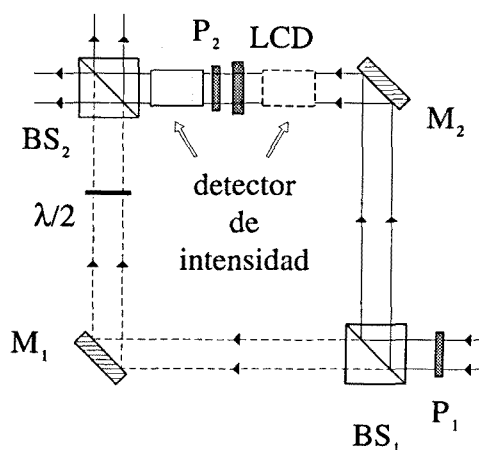


Figura 3.22: detalle del montaje experimental para la medida de la modulación en amplitud. La línea a trazos no se usa.

La imagen que se envía a la pantalla es uniforme, es decir, todos los píxeles tienen el mismo nivel de gris, cuyo valor va variando al ir realizando diferentes medidas. Si el resultado de la modulación se da en términos de amplitud de la luz (raíz cuadrada de la transmitancia), se ha estimado que el error relativo de la amplitud normalizada es del 1%.

3.4 Curvas de caracterización: resultados

Como se ha visto en el capítulo 2, la transmitancia compleja del conjunto polarizador-LCD-analizador puede ser muy diferente dependiendo de las orientaciones de los polarizadores y de los voltajes aplicados, que no sólo dependen del nivel de gris g de la imagen de entrada sino también de las posiciones de los potenciómetros de brillo, contraste y color. Por lo tanto, en principio el número de curvas de modulación que se pueden obtener es muy amplio.

Se analizará aquí solamente aquellas configuraciones que puedan tener un interés práctico para las aplicaciones posteriores. Estas configuraciones son:

- **alto contraste:** se trata de obtener el contraste máximo entre el nivel de gris que dé una transmitancia máxima y el que dé transmitancia mínima.
- **casi de amplitud:** configuración en la que se intenta que la modulación de fase sea lo más pequeña posible, aun a costa de sacrificar un poco el valor del contraste. Idealmente, sería la configuración sólo de amplitud introducida en el capítulo 2, aunque en la práctica siempre hay un desfase asociado (de ahí el nombre que recibe, casi de amplitud).
- **casi de fase:** configuración en la que la transmitancia debe ser casi constante (y con un valor alto que deje pasar la luz) y el desfase sea lo más alto posible. El caso ideal sería la configuración sólo de fase.

Los resultados correspondientes se muestran en las figuras 3.23, 3.24 y 3.25, donde se ha normalizado la transmitancia máxima obtenida a la unidad. En la gráfica se representa la respuesta en el plano complejo (Real-Imaginario). La fase asociada a cada punto es el ángulo que forma el vector con origen en el (0,0) y final en dicho punto, mientras que la transmitancia en intensidad es el módulo al cuadrado del vector.

Los valores de (Ω_1, Ω_2) indican el ángulo del eje del polarizador y analizador, respectivamente, con respecto a la vertical del Laboratorio, siguiendo el convenio de signos del capítulo 2, es decir, donde los ángulos positivos son en sentido horario (ver figura 3.28 más adelante, página 72). También se indica las posiciones de los mandos de brillo (Br), contraste (Cn) y color (Cl) del videoprojector, que pueden tomar valores comprendidos entre 0 y 10. Los puntos que aparecen como cuadrados negros se corresponden con las 17 medidas tomadas, para niveles de gris entre $g = 0$ (■) y $g = 255$ (□), de 16 en 16. Los círculos negros corresponden a valores interpolados.

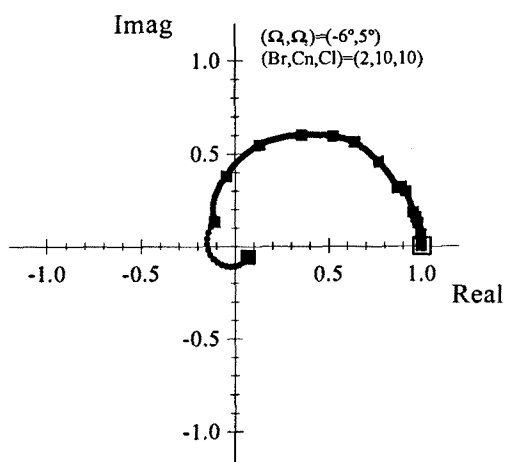


Figura 3.23: curva de modulación de alto contraste.

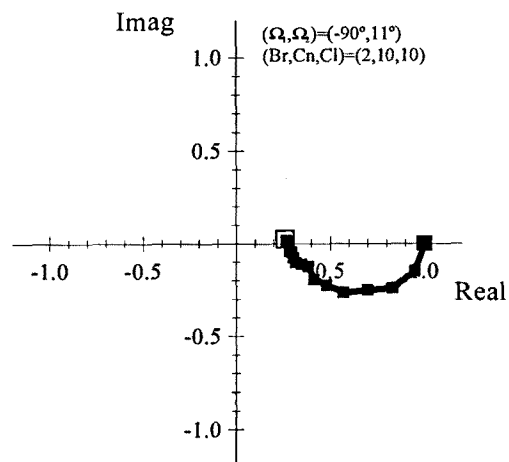


Figura 3.24: curva de modulación casi de amplitud.

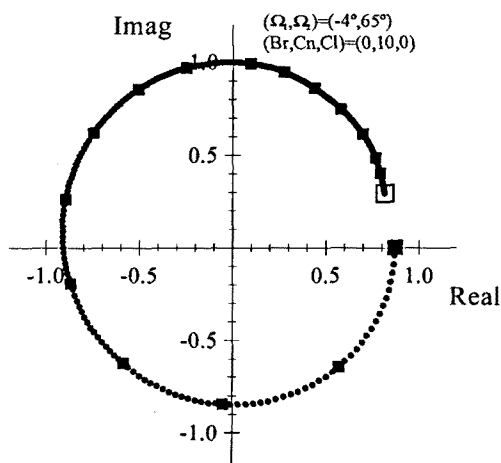


Figura 3.25: curva de modulación casi de fase.

Nombre configuración	Transmitancia máxima (g)	Transmitancia mínima (g)	Contraste	Desfase máximo
Alto contraste	0.1475 (255)	0.00117 (0)	126:1	1.77π
Casi de amplitud	0.1502 (0)	0.01011 (255)	15:1	0.14π
Casi de fase	0.1455 (128)	0.10451 (32)	1.4:1	1.89π

Tabla 3.2: valores de transmitancia máxima y mínima, contraste y desfase máximo para diferentes configuraciones. El contraste se define como el cociente entre la transmitancia máxima y la mínima.

La tabla 3.2 resume los valores máximo y mínimo de transmitancia y a qué

nivel de gris corresponden, el contraste que de los primeros se deriva y el desfase máximo conseguido para cada una de estas tres configuraciones. Como puede verse, la configuración de alto contraste da un contraste de 126:1, bastante elevado, mientras que el desfase asociado es de 1.77π . En la configuración casi de amplitud el contraste se reduce a 15:1, aunque se consigue tener un desfase máximo de tan sólo 0.14π (25°). En cambio, en la configuración casi de fase prácticamente no existe modulación de amplitud y se consigue un desfase de 1.89π , que es el máximo que se puede obtener con la pantalla caracterizada y viene limitado por sus propias características. Es un valor bastante cercano a 2π y que, por lo tanto, permite modular prácticamente cualquier valor de la fase.

3.4.1 Correspondencia entre el plano complejo y los niveles de gris

Una vez conocida cualquier curva operativa de la LCD y, dada una distribución de amplitud y fase que se desea modular, es necesario determinar cuáles son los niveles de gris de la imagen que se envía al SLM. Para ello, se establece una correspondencia entre cada punto del plano complejo y un nivel de gris de la curva, según el principio de mínima distancia euclídea [Jud93]. Es decir, a cada punto complejo de coordenadas (Re_p, Im_p) se le asignará aquel nivel de gris g cuyas coordenadas (Re_g, Im_g) cumplan

$$\sqrt{(Re_g - Re_p)^2 + (Im_g - Im_p)^2} < \sqrt{(Re_i - Re_p)^2 + (Im_i - Im_p)^2} \quad \forall i \neq g$$

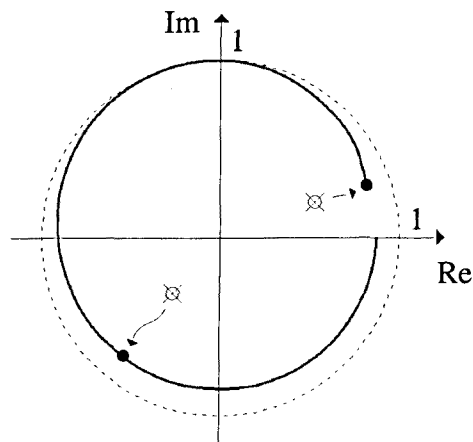


Figura 3.26: asociación de un punto del plano complejo a un nivel de gris de una curva operativa, según el principio de mínima distancia euclídea.

La figura 3.26 muestra dos ejemplos de dicha asociación para la configuración casi de fase: la curva operativa está en negrita, mientras que el círculo a trazos limita los puntos del plano complejo que se deben considerar (aquellos de módulo menor que la unidad). Por su parte, las figuras 3.27a, 3.27b y 3.27c son los mapas que resultan para cada una de las configuraciones, en los que cada punto complejo se representa en el nivel de gris asignado.

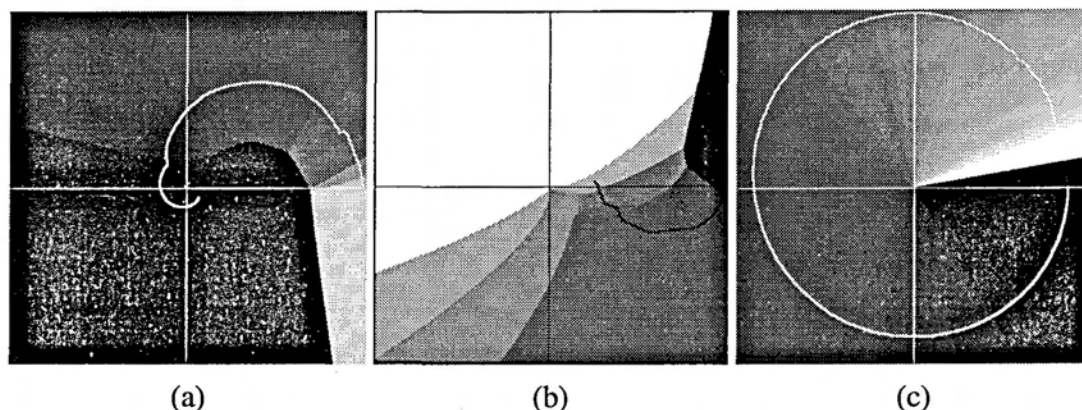


Figura 3.27: correspondencia entre el plano complejo y los niveles de gris para las configuraciones (a) de alto contraste, (b) casi de amplitud y (c) casi de fase.

3.4.2 Determinación del signo de la fase

En el método de medida de la modulación de fase explicado en el apartado 3.3.2 se obtienen desfases relativos respecto a un nivel de referencia, al que se le atribuye fase nula. Esta elección es arbitraria, lo que equivale a decir que en la representación de las curvas de modulación es posible asignar a cualquier nivel de gris el valor de fase de referencia que se desee. Así, una curva y cualquier otra que resulte de efectuar una rotación de la primera respecto al origen de coordenadas es equivalente, aunque la forma visual pueda cambiar considerablemente. Sin embargo, el signo de la fase, es decir, el sentido de giro de la curva al variar los niveles de gris, sí es relevante. En la implementación de una función compleja G , cambiar el signo de la fase es sinónimo de representar dicha función o bien su conjugada, G^* . En un experimento de reconocimiento por correlación esto puede suponer implementar correcta o incorrectamente el filtro adaptado a la referencia[†], lo que deriva en dar resultados de convolución en vez de correlación. Dado que el producto de

[†] ver capítulo 1, apartado 1.2.2.2

convolución entre dos funciones (A.10) no es útil para establecer su grado de semejanza (una de ellas se gira), esto falsearía el proceso de reconocimiento.

Así pues, es imprescindible determinar el signo del desfase, que no viene dado por el método de medida. Se ha escogido un procedimiento que se aplica una vez conocidas las curvas de modulación y que hace uso de las propiedades de la transformada de Fourier. Dada una función $f(x,y)$ real, se calcula su transformada inversa digitalmente,

$$F^{-1}(u, v) = \mathfrak{F}^{-1}\{f(x, y)\} = |F^{-1}(u, v)|e^{i\phi(u, v)}$$

a la que se le añade una fase lineal en la dirección x de período $1/a > 0$,

$$e^{i2\pi au}$$

y se implementa sobre el modulador (según se ha explicado en el apartado anterior), que está situado en el plano de entrada de un difractor[†]. Si el signo de la fase es correcto, al realizar una transformada de Fourier ópticamente, se obtiene:

$$\mathfrak{F}\{|F^{-1}(u, v)|e^{i\phi(u, v)}e^{i2\pi au}\} = \mathfrak{F}\{\mathfrak{F}^{-1}\{f(x, y)\}e^{i2\pi au}\} = f(x, y)*\delta(x - a, y) = f(x - a, y)$$

donde se ha omitido la constante de difracción. Es decir, se reconstruye la función original desplazada una distancia $a > 0$. Si, en cambio, el desfase a la salida del modulador fuera de signo contrario al esperado, sobre el mismo se estaría representando la función

$$|F^{-1}(u, v)|e^{-i\phi(u, v)}e^{-i2\pi au} = (\mathfrak{F}^{-1}\{f(x, y)\})^*e^{-i2\pi au} = \mathfrak{F}\{f(x, y)\}e^{-i2\pi au}$$

con lo cual el resultado sería

$$\mathfrak{F}\{\mathfrak{F}\{f(x, y)\}e^{-i2\pi au}\} = f(-x, -y)*\delta(x + a, y) = f(-x - a, -y)$$

es decir, la función original invertida en ambos ejes horizontal y vertical y centrada en $x = -a < 0$.

[†] ver anexo A

Por lo tanto, observando la imagen final queda determinado el signo de la fase. Se ha utilizado la combinación de dos efectos para llevar a cabo el experimento: el desplazamiento de la función en el plano de Fourier y su inversión, derivados de la fase lineal y la operación de conjugación en la imagen de entrada, respectivamente. Aunque, en principio, se podría aplicar el procedimiento basándose únicamente en uno de dichos efectos, se ha preferido utilizar una combinación de ambos porque según el tipo de configuración la implementación o bien de la función compleja o bien de la fase lineal puede resultar muy defectuosa, lo que haría que el efecto asociado fuera inapreciable. Este es el caso de la curva casi de amplitud, con la que es imposible representar correctamente la fase.

Con este método se ha observado cómo, para todas las configuraciones medidas, el signo del desfase correcto es tal que las curvas operativas giran en sentido horario desde el nivel de gris nulo hasta el máximo, $g = 255$, tal y como se ha representado en el caso de las curvas de las figuras 3.23, 3.24 y 3.25. Esto está en correspondencia con lo que predice el modelo teórico del capítulo 2, como se verá inmediatamente.

3.5 Ajuste teórico de las curvas de caracterización

Aunque en el apartado anterior no se ha mencionado, para encontrar las configuraciones de alto contraste, casi de amplitud y casi de fase se ha tenido en cuenta los conocimientos del funcionamiento de las pantallas de cristal líquido descrito en el capítulo 2. De hecho, si se conocieran las características de las pantallas, sería posible simular su transmitancia compleja para cualquier combinación de la pareja polarizador-analizador.

En este apartado se retomarán los resultados obtenidos en el capítulo 2 para la transmitancia en intensidad y para el desfase, indicados en las ecuaciones (2.37) y (2.38), y se adaptarán a un caso más real, en el que es necesario introducir dos modificaciones:

- (i) en el modelo se suponía que la absorción de los polarizadores era nula. En la práctica esto no será cierto y el valor de la transmitancia en intensidad (2.37) vendrá multiplicado por un factor $E < 1$.
- (ii) los ángulos Ψ_1 y Ψ_2 que aparecían en las expresiones eran los de los ejes de los polarizadores con respecto a la orientación de las moléculas en la cara de entrada, orientación que no se conoce. Para poder aplicar el modelo, se medirán todos los ángulos respecto a un eje arbitrario, que se ha escogido

como la dirección vertical del Laboratorio, que no tiene por qué coincidir con el eje paralelo a las moléculas en la cara de entrada. Así pues, si se denomina Ψ_D , Ω_1 y Ω_2 a los ángulos que forman con el nuevo eje el director de entrada, el polarizador y el analizador, respectivamente (ver figura 3.28), se tendrá que:

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \Psi_1 + \Psi_D \Rightarrow \Psi_1 = \Omega_1 - \Psi_D \\ \Omega_2 &= \Psi_2 + \Psi_D \Rightarrow \Psi_2 = \Omega_2 - \Psi_D\end{aligned}\quad (3.13)$$

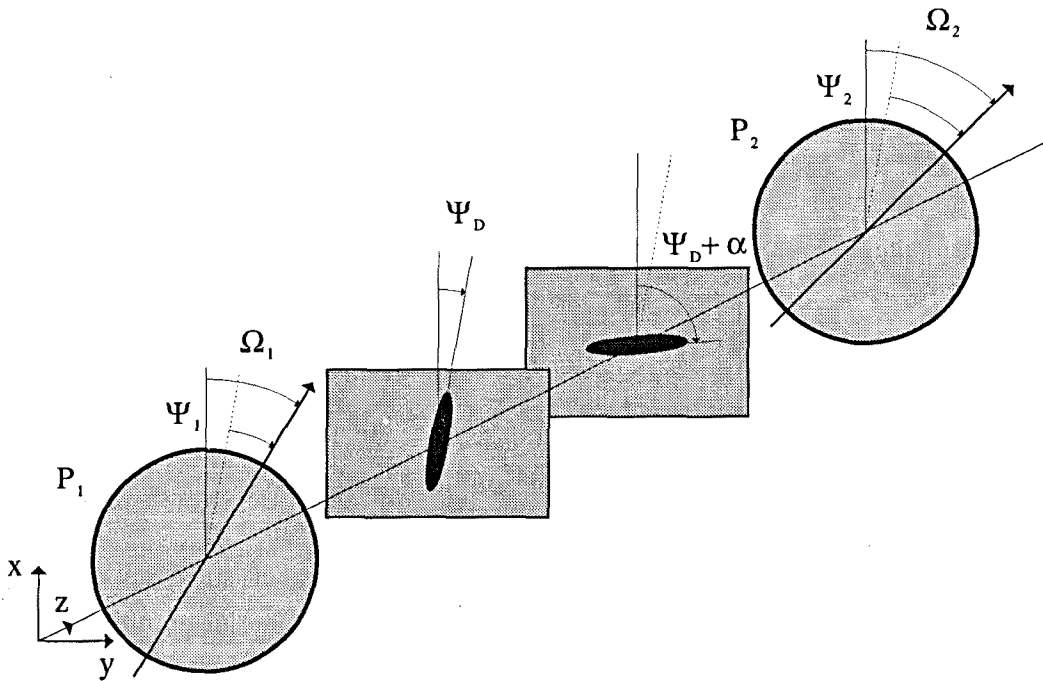


Figura 3.28: esquema de los ángulos de los polarizadores y del director respecto a la vertical de Laboratorio.

Así pues, las expresiones (2.37) y (2.38) se escribirán ahora:

$$\begin{aligned}T = E \left\{ \left[\cos \chi \cos(\Omega_1 - \Omega_2 + \alpha) + \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \sin(\Omega_1 - \Omega_2 + \alpha) \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\Gamma}{2} \frac{\sin \chi}{\chi} \cos(\Omega_1 + \Omega_2 - 2\Psi_D - \alpha) \right]^2 \right\}\end{aligned}\quad (3.14)$$

y

$$\delta = \frac{\Gamma}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{-\frac{\Gamma \sin \chi}{2} \cos(\Omega_1 + \Omega_2 - 2\Psi_D - \alpha)}{\cos \chi \cos(\Omega_1 - \Omega_2 + \alpha) + \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \sin(\Omega_1 - \Omega_2 + \alpha)} \right) \quad (3.15)$$

Como ya se había visto, χ depende de $\Gamma/2$ a través de (2.21), y ésta es función del voltaje aplicado, V_{rms} . La relación exacta depende de características de la celda difíciles de determinar: n_o , n_e , V_c y V_o . Sin embargo, en la figura 2.9 se había establecido una relación “universal” entre $\Gamma/\Gamma_{\text{máx}}$ y

$$V \equiv \frac{V_{\text{rms}} - V_c}{V_o} \quad (3.16)$$

voltaje normalizado que dependerá del nivel de gris de la imagen y de las posiciones de los potenciómetros de control.

De esta manera, para cada configuración (Ω_1, Ω_2) se puede calcular, en principio, la transmitancia compleja en función de V si se conocen los parámetros E , α , Ψ_D y $\Gamma_{\text{máx}}$. El objetivo es pues determinar de dichos parámetros, con lo que se conocerá en detalle la respuesta de la LCD. La correspondencia entre V y g se deberá estudiar aparte.

3.5.1 Determinación de los parámetros E , α , Ψ_D y $\Gamma_{\text{máx}}$

Se ha seguido el procedimiento descrito en [Sou94b]. Los experimentos realizados se hacen con el videoprojector apagado, con lo cual $V_{\text{rms}} = 0$ y directamente $\Gamma = \Gamma_{\text{máx}}$. Los parámetros se pueden determinar considerando unas configuraciones particulares que simplifican las expresiones generales descritas en (3.14) y (3.15): cuando los polarizadores se sitúan paralelos (\parallel) o perpendiculares (\perp) entre sí, es decir, para $\Omega_1 = \Omega_2$ o para $\Omega_1 = \Omega_2 + \pi/2$. La transmitancia en estos casos es:

$$T_{\parallel} = E \left\{ \left[\cos \chi \cos \alpha + \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \sin \alpha \right]^2 + \left[\frac{\Gamma \sin \chi}{2} \cos(2\Omega_1 - 2\Psi_D - \alpha) \right]^2 \right\} \quad (3.17)$$

y

$$T_{\perp} = E \left\{ \left[\cos \chi \sin \alpha - \alpha \frac{\sin \chi}{\chi} \cos \alpha \right]^2 + \left[\frac{\Gamma \sin \chi}{2} \sin(2\Omega_1 - 2\Psi_D - \alpha) \right]^2 \right\} \quad (3.18)$$

Si se toman medidas de dichas transmitancias manteniendo los polarizadores paralelos o perpendiculares, en cada caso, para diferentes valores del ángulo Ω_1 , se tendrán dos curvas con cuatro parámetros que habrá que ajustar. Se ha escogido el método de Levenberg-Marquardt como rutina de ajuste de funciones no lineales por mínimos cuadrados [Pre92]. Antes, es necesario reducir el número de parámetros, dado que la convergencia de dichas rutinas es difícil en el caso de que éste sea mayor que dos.

En primer lugar, se han determinado los valores de Ω_1 que hacen mínima la transmitancia en el caso \perp , es decir, que anulan el término sinusoidal del segundo sumando de (3.18) y, por lo tanto, cumplen:

$$2\Omega_1^{mín} - 2\Psi_D - \alpha = m\pi \quad (m = 0, 1, \dots)$$

Para el primer mínimo ($m = 0$), Ψ_D estará relacionado con α mediante:

$$\Psi_D = \Omega_1^{mín} - \frac{\alpha}{2} \quad (3.19)$$

Se ha estimado el mínimo de manera aproximada gráficamente y se ha encontrado a continuación con más precisión ajustando la T_{\perp} experimental a una función del tipo $f(\Omega_1) = A \sin^2(B + 2\Omega_1)$. El valor obtenido es $\Omega_1^{mín} = 50.7^\circ$.

Quedan pues por determinar tres parámetros: E , α y $\Gamma_{máx}$. El cociente T_{\parallel}/T_{\perp} reduce el número de parámetros a dos, α y $\Gamma_{máx}$, lo que permite llevar a cabo el ajuste de manera satisfactoria. Los valores obtenidos se utilizan como condiciones iniciales para encontrar E , α y $\Gamma_{máx}$ a partir de las expresiones de T_{\parallel} y de T_{\perp} . El resultado final, después de promediar ambos ajustes, es:

$$\alpha = \pm 81^\circ$$

$$\frac{\Gamma_{máx}}{2} = 266^\circ$$

$$E = 0.17$$

La comparación entre las transmitancias experimentales y las teóricas se muestra en la figura 3.29.

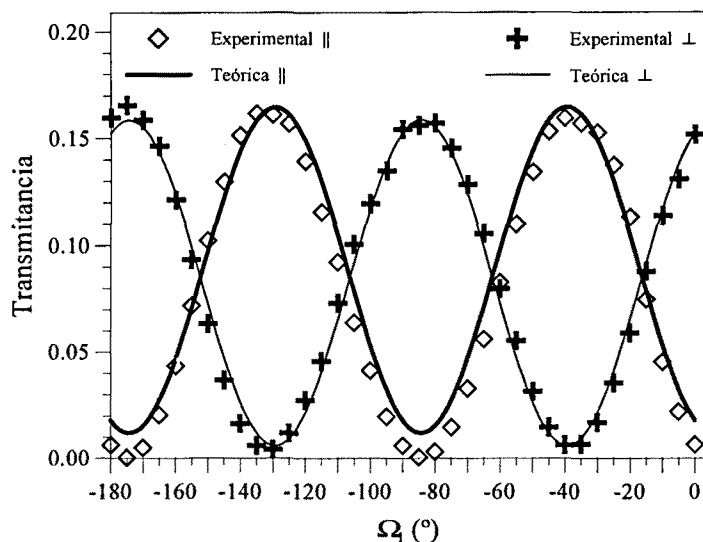


Figura 3.29: curvas experimentales y ajustes teóricos de la transmitancia para los polarizadores paralelos y perpendiculares.

Para calcular Ψ_D a partir de la ecuación (3.19) es necesario conocer antes el signo del ángulo de *twist* α . Para ello, se ha fijado la posición del analizador, $\Omega_2 = 0$, y se ha variado la del polarizador. Si se representa la función (3.14) con los parámetros obtenidos para $\alpha = 81^\circ$ y $\alpha = -81^\circ$, se tiene que sólo una de las soluciones se ajusta con las medidas experimentales, como puede verse en la gráfica de la figura 3.30. El resultado correcto es $\alpha = 81^\circ$, con lo cual finalmente se tiene:

$$\Psi_D = 50.7^\circ - \frac{81^\circ}{2} = 10.2^\circ$$

Así pues, la disposición de las moléculas en las caras de entrada y de salida de la celda de TNLC es la esquematizada en la figura 3.31.

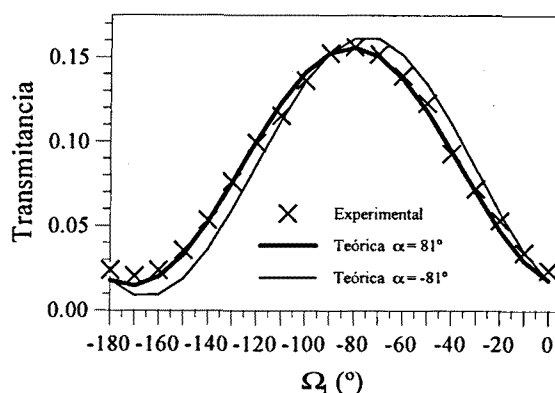


Figura 3.30: determinación del signo de α .

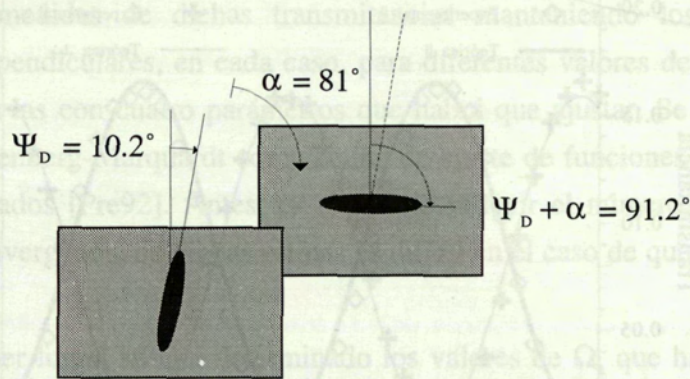
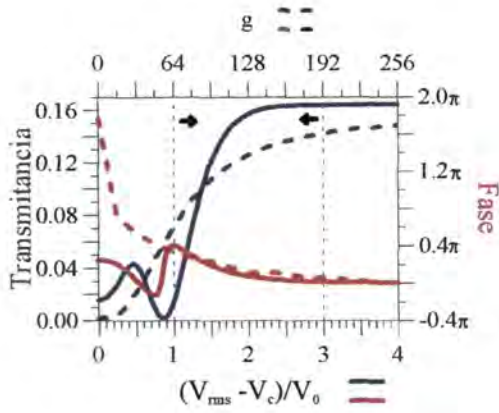


Figura 3.31: disposición de las moléculas en las caras de entrada y salida para la pantalla caracterizada.

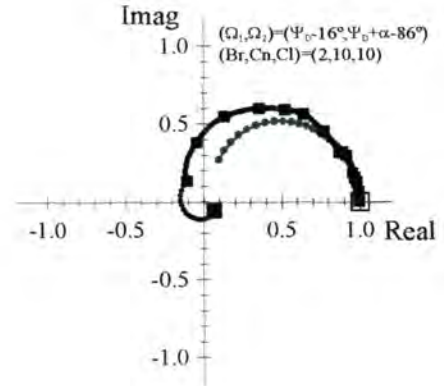
3.5.2 Determinación de los intervalos de V y comparación teórico-experimental

Una vez determinados los parámetros que caracterizan a la celda, para cada combinación (Ω_1, Ω_2) es posible calcular la transmitancia en intensidad y fase en función de V (ecuación (3.16)). En la página 77 las figuras 3.32a, 3.33a y 3.34a muestran, en líneas continuas, los resultados para las tres configuraciones que se han caracterizado antes, para valores de V entre 0 y 4. En líneas discontinuas se representan los resultados experimentales obtenidos, en función del nivel de gris. Como se ve, si se limita las curvas teóricas al rango de voltajes comprendido entre las dos líneas verticales e indicado mediante las dos flechas en las gráficas, la forma de la transmitancia y de la fase teórica es parecida a la experimental. Incluso los valores de transmitancia se parecen. Además, la fase teórica tiene, en todos los casos, tendencia a disminuir con V , lo que supone que las curvas operativas giren en sentido horario al aumentar el nivel de gris y concuerda con el signo de la fase determinado en el apartado anterior.

Las figuras 3.32b, 3.33b y 3.34b muestran el resultado del ajuste en el plano complejo y con la transmitancia máxima normalizada a la unidad. Las diferencias entre los resultados experimentales y la predicción teórica son apreciables. No cabe olvidar que el modelo es aproximado. Por lo tanto, aquí sólo se pretende demostrar que, al menos, las curvas teóricas sirven para dar una idea y quizás predecir el comportamiento de la pantalla. Por otra parte, hay algunos detalles importantes que deben ser comentados:

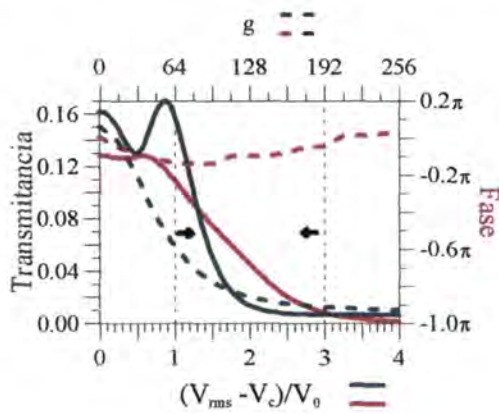


(a)

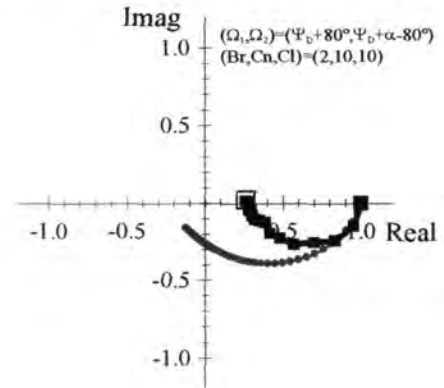


(b)

Figura 3.32: conf. de alto contraste: (a) determinación del intervalo de V y (b) resultado del ajuste.

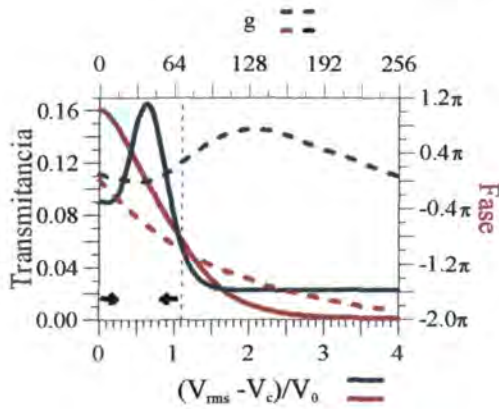


(a)

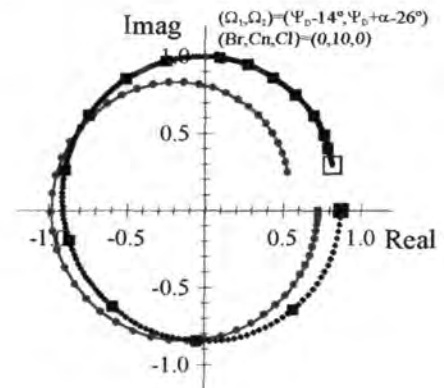


(b)

Figura 3.33: ajuste de la configuración casi de amplitud.



(a)



(b)

Figura 3.34: ajuste de la configuración casi de fase.

- (i) en el caso de las curvas de las figuras 3.32 y 3.33, de alto contraste y casi de amplitud, las posiciones del brillo, contraste y color son las mismas, por lo que el rango de voltajes asociados a los 256 niveles de gris coincide ($1 \leq V \leq 3$). Además, tanto para los valores más altos de g como de V las curvas de transmitancia correspondientes se saturan; la elección del límite superior de V es pues un poco arbitraria.
- (ii) la curva casi de fase tiene una posición del mando de brillo menor, lo que da lugar a voltajes aplicados más pequeños. En el apartado 2.2.3.1 se hacía un análisis de las condiciones que se debían cumplir para tener una configuración sólo de fase: voltajes menores a un umbral y , en el caso analizado allí con $\alpha = 90^\circ$, los polarizadores en orientación (\parallel, \parallel) , lo que se corresponde con $(\Omega_1, \Omega_2) = (\Psi_D, \Psi_D + \alpha)$. Ahora ($\alpha = 81^\circ$) se tiene $(\Omega_1, \Omega_2) = (\Psi_D - 14^\circ, \Psi_D + \alpha - 26^\circ)$, que es una posición próxima, y con voltajes pequeños ($0 \leq V \leq 1.1$).
- (iii) para la curva sólo de amplitud el voltaje debía superar un umbral, de valor en principio igual al umbral superior de la configuración sólo de fase, y la combinación más adecuada era $(\perp, \perp) \Rightarrow (\Omega_1, \Omega_2) = (\Psi_D \pm 90^\circ, \Psi_D + \alpha \pm 90^\circ)$. En este caso se tienen efectivamente voltajes más elevados y prácticamente coincidencia en los límites, y $(\Omega_1, \Omega_2) = (\Psi_D + 80^\circ, \Psi_D + \alpha - 80^\circ)$. Como ocurría en el análisis, el contraste es inverso (transmitancia menor a nivel de gris más elevado, es decir, para $\Gamma/2$ menores). Además, la forma de la curva de transmitancia era coincidente con la de sólo de fase, y ahora también se parecen mucho entre sí y mucho a las correspondientes en la figura 2.9 (donde hay que tener en cuenta que $\Gamma/2 \leq 1.48\pi = 266^\circ$).
- (iv) para la curva de alto contraste, $(\Omega_1, \Omega_2) = (\Psi_D - 16^\circ, \Psi_D + \alpha - 86^\circ)$: es una configuración próxima a la (\parallel, \perp) , que daba en principio valores de contraste y de desfase altos. De nuevo, la forma de la curva de transmitancia es muy similar.

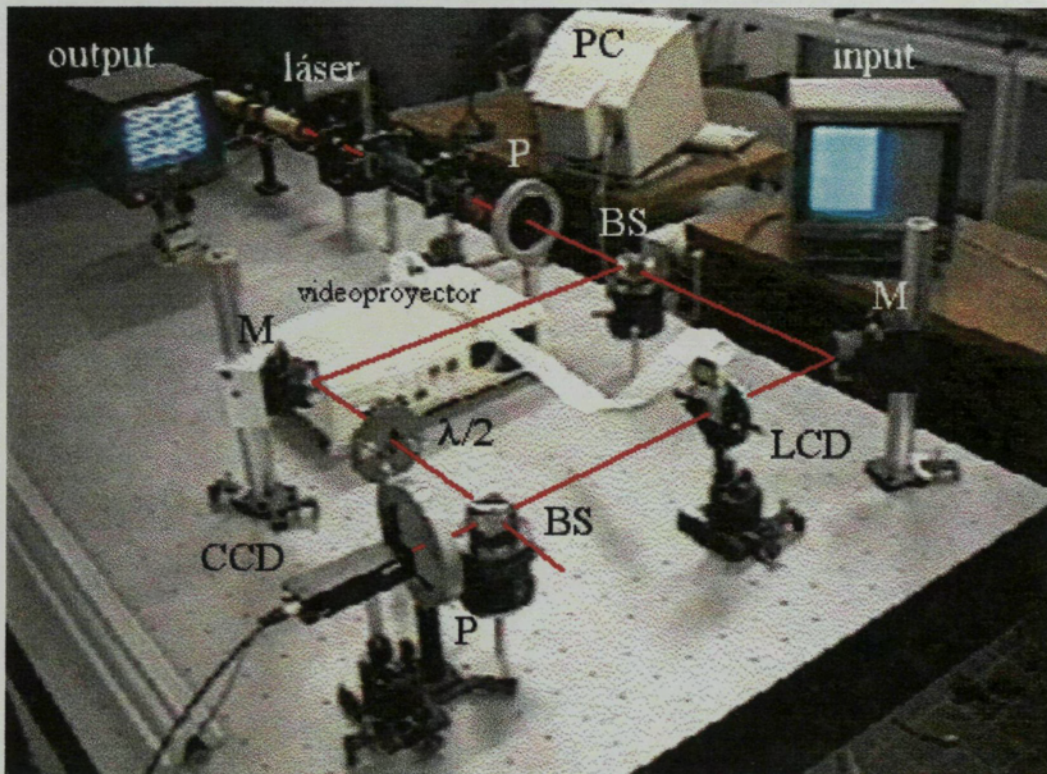


Figura 3.35: fotografía del interferómetro de Mach-Zehnder para la medida de la fase.

CAPÍTULO 4:

CORRELADOR DE TRANSFORMADAS CONJUNTAS DE UN SOLO BRAZO

En este capítulo se describirá el correlador de transformadas conjuntas que se utiliza en el bloque de aplicaciones para llevar a cabo procesos de reconocimiento de imágenes en tiempo real. Se realizará un resumen de los diferentes elementos que lo componen, así como un análisis de los tamaños involucrados y de las condiciones óptimas de operación.

4.1 Montaje experimental

El esquema general de un correlador de transformadas conjuntas se mostraba en el capítulo 1 (figura 1.4). En principio consta de dos brazos difractómetros, cada uno de los cuales realiza una transformación óptica de Fourier, y de un registro de intensidades intermedio. En este trabajo se ha implementado un correlador de un solo brazo, es decir, que utiliza un único difractómetro para realizar la primera y la segunda transformada. Esto se hace con el fin de economizar material, especialmente en lo que se refiere al modulador para introducir las imágenes en el banco óptico.

Así, el esquema del JTC monobanco empleado es el de la figura 4.1: se trata, básicamente, de un difractor convergente[†], formado por una lente, la pantalla de cristal líquido donde se visualizan las imágenes y una cámara CCD que, situada en el plano de Fourier de la lente difractora, registra la intensidad de la transformada de Fourier de la distribución sobre el modulador. En un primer paso, escena y referencia se introducen a la vez en la LCD, la cámara recoge el espectro de potencia conjunto, que es reenviado mediante el sistema optoelectrónico adecuado a la pantalla, de manera que, en una segunda transformación de Fourier, se registra finalmente la intensidad del plano de correlación descrito por (1.13), es decir,

$$|c(x,y)|^2$$

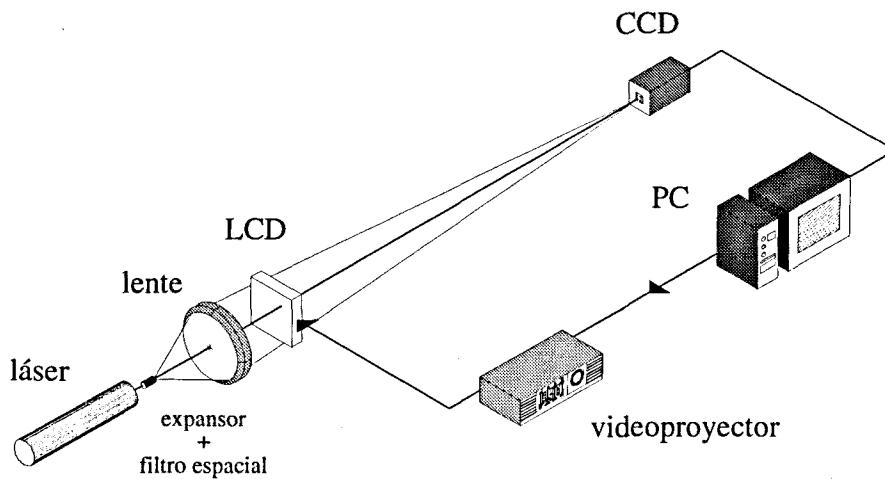


Figura 4.1: esquema de un JTC monobanco.

4.2 Análisis de tamaños

En este apartado se estudia las modificaciones que sufre una imagen a lo largo del proceso experimental de reconocimiento, derivadas de las diferentes dimensiones de los dispositivos optoelectrónicos empleados. En el capítulo 3 se ha descrito el sistema de visualización de imágenes sobre la LCD del videoprojector Epson desde el ordenador, equipado con una tarjeta digitalizadora Matrox. Las figuras 3.4 y 3.12 sintetizaban los diferentes tamaños y correspondencias entre los elementos involucrados.

[†] ver anexo A. La elección del tipo de difractor se discutirá más adelante

Además, el correlador consta de una cámara CCD cuya salida está, a su vez, conectada a la tarjeta del ordenador. La CCD empleada, una Pulnix TM-765, de 8.8x6.6 mm, está constituida por 756x581 píxeles cuadrados, de 11x11 μm , según el manual del fabricante. Se ha medido el tamaño de la zona sensible de la cámara que aparece registrada en las 512x512 filas y columnas en el ordenador. Es de 7.72x5.63 mm.

Por otra parte, en [Mar94] se llevó a cabo una completa caracterización del sistema de captación CCD-tarjeta digitalizadora, consistente en determinar el valor de nivel de gris de la imagen digitalizada en función de la intensidad incidente sobre la cámara. La tarjeta Matrox dispone de dos parámetros ajustables, denominados *offset* y *gain*, que permiten modificar el nivel de fondo y la ganancia o contraste de la imagen final. Cada combinación de dichos parámetros dará lugar a una curva de respuesta diferente. Se determinaron las condiciones óptimas de trabajo, correspondientes a tener $\text{offset} = 128$, $\text{gain} = 0$. La curva de calibración asociada es la de la figura 4.2a, en la que se representa el nivel de gris de la imagen digitalizada en función de la intensidad de entrada normalizada entre 0 y 255 (en realidad, el eje de abscisas representa el valor que se obtendría en el caso de que la respuesta fuera lineal con la intensidad). Siempre que se quieran corregir las medidas registradas con la CCD es necesario aplicar una tabla de salida[†] como la de la figura 4.2b.

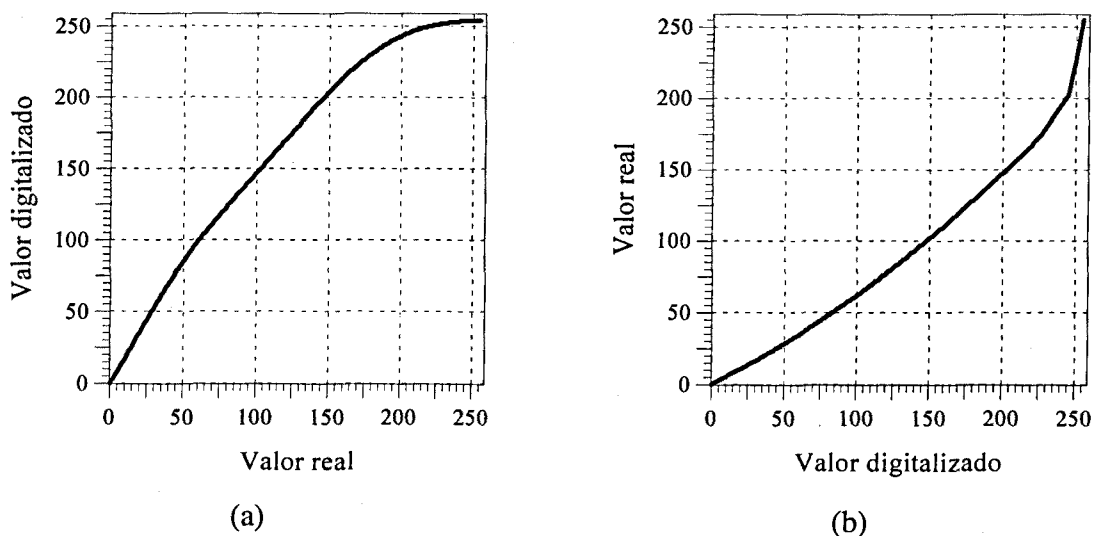
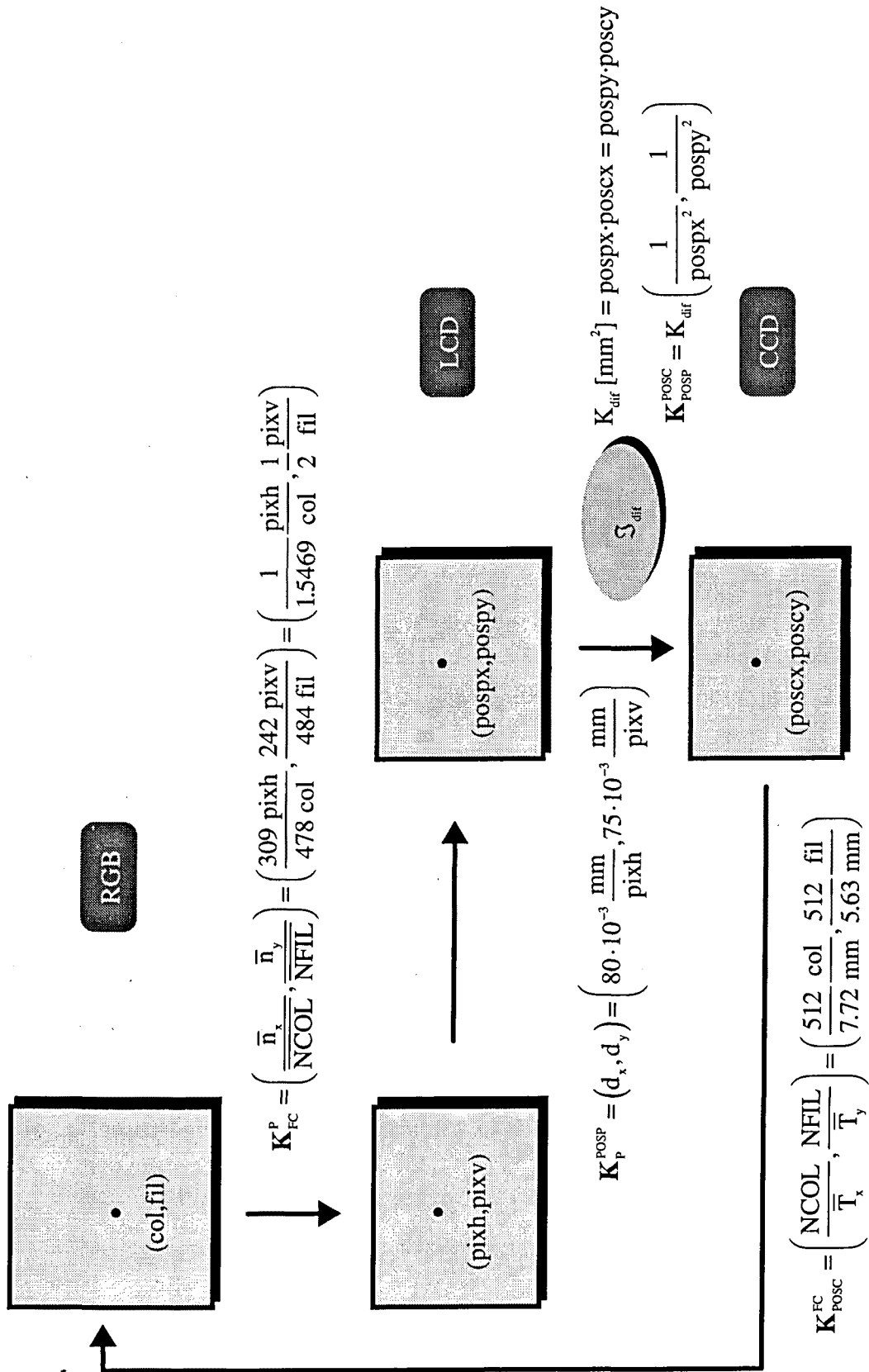


Figura 4.2: curvas de calibración de la cámara CCD: (a) correspondencia entre el valor real y el valor digitalizado y (b) correspondencia inversa.

[†] LUT: look-up-table



La tabla 4.1 resume el tamaño y características de los diferentes dispositivos optoelectrónicos del correlador e introduce la notación que se empleará a lo largo de este capítulo.

	RGB →	LCD →	CCD →
Modelo	Tarjeta digitalizadora Matrox PIP-1024B	Videoprojector Epson VP-100PS	Pulnix TM-765
Tamaño elementos		$l_x = 55 \mu\text{m}$ $l_y = 50 \mu\text{m}$	$L_x = 11 \mu\text{m}^\dagger$ $L_y = 11 \mu\text{m}^\dagger$
Distancia entre elementos		$d_x = 80 \mu\text{m}$ $d_y = 75 \mu\text{m}$	$D_x = 11 \mu\text{m}^\dagger$ $D_y = 11 \mu\text{m}^\dagger$
Nº total elementos	NCOL = 512 col NFIL = 512 fil	$n_x = 320 \text{ pixh}$ $n_y = 264 \text{ pixv}$	$N_x = 756 \text{ pixh}^\dagger$ $N_y = 581 \text{ pixv}^\dagger$
Tamaño total		$t_x = n_x d_x = 25.6 \text{ mm}$ $t_y = n_y d_y = 19.8 \text{ mm}$	$T_x = 8.8 \text{ mm}^\dagger$ $T_y = 6.6 \text{ mm}^\dagger$
Nº elementos activos	$\overline{\text{NCOL}} = 478 \text{ col}$ $\overline{\text{NFIL}} = 484 \text{ fil}$	$\bar{n}_x = 309 \text{ pixh}$ $\bar{n}_y = 242 \text{ pixv}$	$\bar{N}_x = \frac{\bar{T}_x}{D_x} = 702 \text{ pixh}$ $\bar{N}_y = \frac{\bar{T}_y}{D_y} = 512 \text{ pixv}$
Tamaño área activa		$\bar{t}_x = \bar{n}_x d_x = 24.7 \text{ mm}$ $\bar{t}_y = \bar{n}_y d_y = 18.15 \text{ mm}$	$\bar{T}_x = 7.72 \text{ mm}$ $\bar{T}_y = 5.63 \text{ mm}$

Tabla 4.1: dimensiones de los diferentes dispositivos. Notación: fil(a), col(umna), pixh (píxel horizontal), pixv (píxel vertical), †: dato según manual. El número de elementos activos se refiere a las conexiones RGB-LCD y CCD-RGB. En este último caso el número de filas y columnas activas es el total, es decir, 512x512.

Por otra parte, en la página 84 se muestra un esquema de las diferentes alteraciones que sufre una imagen a lo largo del proceso. Una distancia medida en términos de filas y columnas sobre el monitor del ordenador se transforma en un determinado número de píxeles horizontales y verticales en la LCD, o también en

una distancia (en unidades de longitud) sobre el banco óptico. Al realizar una transformada de Fourier en el plano de frecuencias las dimensiones se ven afectadas por la constante de difracción del difractor empleado, K_{dif} . Finalmente, las características de la imagen digitalizada se vuelven a expresar según filas y columnas.

Se han definido una serie de constantes que permiten cambiar de uno a otro sistema fácilmente. En la notación se han resumido las direcciones horizontales y verticales en forma de vector, aunque a la hora de operar debe considerarse cada una de las componentes por separado. Por otra parte, se ha utilizado la fórmula deducida en el anexo A (A.23), que expresa la constante de difracción como producto del período en el espacio directo p por el período en el espacio de Fourier p' , es decir:

$$K_{dif} = pp' \quad (4.1)$$

Esta fórmula es válida en cualquiera de las dos direcciones y se usará indistintamente para una u otra a lo largo de este capítulo. Es muy útil para relacionar de manera sencilla las frecuencias involucradas al realizar una transformación de Fourier en función de las distancias de la imagen de entrada.

Primera transformada

En el caso del sistema optoelectrónico empleado, es interesante calcular cuál es la constante de difracción en unidades de $[col^2, fil^2]$, es decir, dada una imagen periódica de período $\mathbf{p} = (col, fil)$ enviada al modulador, qué frecuencia (o período, según cómo se lea) le corresponde una vez realizada la transformación óptica y digitalizada de nuevo, o sea, $\mathbf{p}' = (col', fil')$. Siguiendo el gráfico de la página 84, se tiene que la (col, fil) inicial se va transformando según:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{dif} \{ (col, fil) \} &= (col', fil') = (col, fil) \cdot \mathbf{K}_{FC}^P \cdot \mathbf{K}_P^{POSP} \cdot \mathbf{K}_{POSP}^{POSC} \cdot \mathbf{K}_{POSC}^{FC} = \\ &= (col, fil) \cdot \mathbf{K}_{FC}^P \cdot \mathbf{K}_P^{POSP} \cdot \mathbf{K}_{POSC}^{FC} \cdot K_{dif} \cdot \left(\frac{1}{pospx^2}, \frac{1}{pospy^2} \right) \end{aligned}$$

donde

$$(pospx, pospy) = \mathbf{K}_P^{POSP} \cdot \mathbf{K}_{FC}^P \cdot (col, fil)$$

Con lo cual, teniendo en cuenta (4.1):

$$\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})} [\text{col}^2, \text{fil}^2] = \mathbf{pp}' = (\text{col}, \text{fil}) \cdot (\text{col}', \text{fil}') = \frac{\mathbf{K}_{\text{POSC}}^{\text{FC}}}{\mathbf{K}_{\text{FC}}^{\text{P}} \cdot \mathbf{K}_{\text{P}}^{\text{POSP}}} \cdot \mathbf{K}_{\text{dif}} \quad (4.2)$$

$$\equiv \mathbf{K}^* \left[\frac{\text{col}^2}{\text{mm}^2}, \frac{\text{fil}^2}{\text{mm}^2} \right] \cdot \mathbf{K}_{\text{dif}} [\text{mm}^2]$$

donde las unidades se expresan entre corchetes y

$$\mathbf{K}^* \equiv \frac{\mathbf{K}_{\text{POSC}}^{\text{FC}}}{\mathbf{K}_{\text{FC}}^{\text{P}} \cdot \mathbf{K}_{\text{P}}^{\text{POSP}}} = \left(\frac{\frac{512}{7.72} \text{ col}^2}{\frac{309}{478} \cdot 80 \times 10^{-3} \text{ mm}^2}, \frac{\frac{512}{5.63} \text{ fil}^2}{\frac{242}{484} \cdot 75 \times 10^{-3} \text{ mm}^2} \right) \quad (4.3)$$

$$= (1282.4, 2425.1) \left[\frac{\text{col}^2}{\text{mm}^2}, \frac{\text{fil}^2}{\text{mm}^2} \right]$$

La constante anterior caracteriza el sistema y relaciona las filas y columnas de la imagen inicial con la posición correspondiente de su transformada de Fourier, en mm. Se debe resaltar cómo en dicho proceso se produce una deformación espacial, en concreto un estiramiento vertical, al no ser iguales las componentes horizontal (x) y vertical (y). Como se verá en el capítulo 6, esto tendrá importancia cuando se espere obtener figuras de difracción con simetría circular, puesto que los círculos teóricos se convertirán en elipses. El factor de deformación es:

$$\frac{K_y^*}{K_x^*} = 1.891 \quad (4.4)$$

Se ha medido experimentalmente dicha distorsión, dando un resultado de 1.9.

Finalmente, una vez conocida la constante de difracción \mathbf{K}_{dif} del sistema óptico, mediante (4.2) se puede determinar $\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})}$, en términos de filas y columnas, lo que resulta más cómodo y directo para realizar cálculos.

Segunda transformada

Si la imagen transformada de Fourier digitalizada se introduce de nuevo en el sistema difractor, una segunda transformación de Fourier da:

$$\mathbf{p}' = (\text{col}', \text{fil}') = \mathfrak{S}_{\text{dif}} \left\{ \mathfrak{S}_{\text{dif}} \{(\text{col}, \text{fil})\} \right\} = \frac{\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})}}{(\text{col}', \text{fil}')} = \frac{\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})}}{\frac{\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})}}{(\text{col}, \text{fil})}} = (\text{col}, \text{fil}) = \mathbf{p}$$

es decir, se anulan las constantes y la posición inicial y final coinciden. Por lo tanto, en el proceso total no es necesario tener en cuenta los efectos de los elementos optoelectrónicos excepto en aquellos casos en los que pueda haber problemas de resolución en los pasos intermedios, como se estudiará más adelante en este capítulo.

4.3 Análisis matemático

Una función $f(x,y)$ continua implementada en la LCD se puede expresar:

$$\tilde{f}(x,y) = \left[f(x,y) \cdot \text{peine} \left(\frac{x}{d_x}, \frac{y}{d_y} \right) \cdot \text{rect} \left(\frac{x}{t_x}, \frac{y}{t_y} \right) \right] * \text{rect} \left(\frac{x}{l_x}, \frac{y}{l_y} \right) \quad (4.5)$$

[†] donde la función peine describe el espaciado entre los píxeles ($d_{x,y}$), la función rect que multiplica representa la máxima abertura (ventana) de la LCD ($t_{x,y}$) y la que se halla convolucionando corresponde al tamaño finito de cada uno de los píxeles ($l_{x,y}$).

La transformada de Fourier de (4.5) (con constante de difracción K_{dif}) es:

$$\tilde{F}(x', y') = C \left[F \left(\frac{x'}{K_{\text{dif}}}, \frac{y'}{K_{\text{dif}}} \right) * \text{peine} \left(\frac{x' d_x}{K_{\text{dif}}}, \frac{y' d_y}{K_{\text{dif}}} \right) * \text{sinc} \left(\frac{x' t_x}{K_{\text{dif}}}, \frac{y' t_y}{K_{\text{dif}}} \right) \right] \cdot \text{sinc} \left(\frac{x' l_x}{K_{\text{dif}}}, \frac{y' l_y}{K_{\text{dif}}} \right) \quad (4.6)$$

donde C es una constante. La figura 4.3 muestra, a modo de esquema, la forma de la función anterior según la dirección x cuando $f(x,y)$ es constante, de manera que se obtiene el patrón de difracción de la LCD. En este caso, $F(x',y') = \delta(x',y')$ y todas las funciones bidimensionales son separables, por lo que $\tilde{F}(x', y') = \tilde{F}(x') \tilde{F}(y')$.

A continuación se estudiará cuál es el efecto de los diferentes elementos sobre las imágenes, teniendo en cuenta que, si la CCD trabaja en condiciones lineales, su respuesta será proporcional a

$$|\tilde{F}(x', y')|^2$$

[†] las funciones rect y peine están definidas en el anexo A

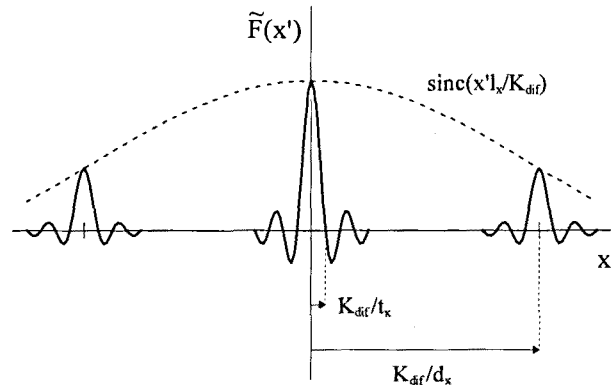


Figura 4.3: esquema del patrón de difracción de la LCD.

(i) efecto del pixelado

Aparición de múltiples órdenes de difracción centrados en los puntos:

$$(x', y') = \left(m \frac{K_{\text{dif}}}{d_x}, n \frac{K_{\text{dif}}}{d_y} \right) \quad m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Se impondrá que la cámara registre sólo el orden cero [Dav89], por lo que el primer orden debe aparecer como mínimo a distancias:

$$\frac{K_{\text{dif}}}{d_x} \geq \bar{T}_x \Rightarrow K_{\text{dif}} \geq 0.618 \text{ mm}^2 \quad (4.7)$$

$$\frac{K_{\text{dif}}}{d_y} \geq \bar{T}_y \Rightarrow K_{\text{dif}} \geq 0.422 \text{ mm}^2$$

La constante de difracción viene impuesta por el difractómetro empleado. Si se utilizan lentes convencionales, es igual en ambas direcciones, con lo cual la condición (4.7) se traduce en:

$$K_{\text{dif}} = d_x \bar{T}_x = 0.618 \text{ mm}^2 \Rightarrow z = \frac{K_{\text{dif}}}{\lambda} = 976 \text{ mm} \quad (4.8)$$

donde z es la focal equivalente[†] y se supone que se trabaja con un láser de He-Ne de longitud de onda $\lambda = 633 \text{ nm}$. Como esta distancia no es demasiado grande, se ha

[†] ver anexo A, (A.22)

trabajado con un difractómetro convergente. Siempre que se quiera reducir el tamaño del correlador es posible utilizar un teledifractómetro. En este trabajo se han probado las dos soluciones aunque, como en el último caso las aberraciones ópticas son mayores y, por lo tanto, la calidad de las imágenes es inferior, los resultados presentados corresponden a utilizar el difractómetro convergente. La figura 4.4 es una fotografía del mismo, donde se indican los diferentes elementos que lo componen.

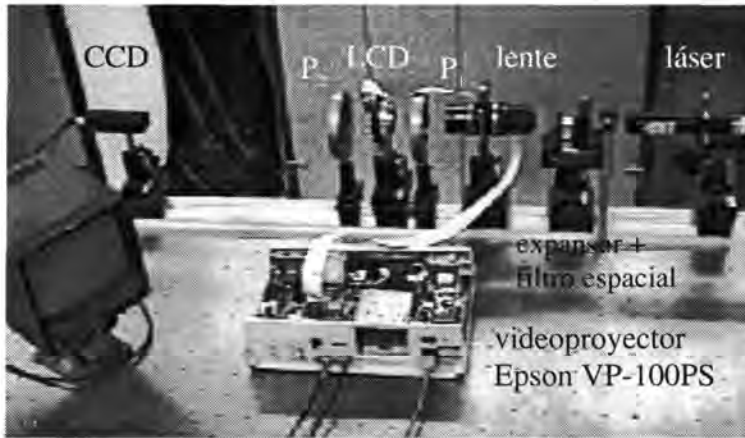


Figura 4.4: correlador convergente. P_1 y P_2 son polarizadores.

Una vez determinada y fijada la focal equivalente (4.8), que permite diseñar el sistema óptico, se puede llevar a cabo un análisis numérico de los diferentes efectos y de las frecuencias involucradas en los mismos. Para ello, es más sencillo e intuitivo trabajar con la constante de difracción en términos de filas y columnas, es decir:

$$\mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})} = \mathbf{K}^* \cdot \mathbf{K}_{\text{dif}} = (792,1498) [\text{col}^2, \text{fil}^2] \quad (4.9)$$

Aun más, si se supone que antes de introducir la imagen en el modulador se hace el *zoom* adecuado de factores:

$$\mathbf{K}_p^c = 1.5469 \quad \mathbf{K}_p^f = 2 \quad (4.10)$$

de manera que la correspondencia entre las filas y columnas y los píxeles sea uno a uno, la constante anterior se convierte en:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{dif}} \equiv \mathbf{K}_{\text{dif}}^{(\text{col}, \text{fil})} \cdot \mathbf{K}_{\text{FC}}^p = (512,749) [\text{col}^2, \text{fil}^2] \quad (4.11)$$

y se presumirá que en el segundo paso se realiza un nuevo *zoom* con las constantes anteriores. Es decir, se admite de momento que el direccionamiento de la pantalla de cristal líquido es píxel a píxel, por lo que se hablará indistintamente de filas y columnas en el ordenador o píxeles sobre la LCD. Al final se discutirá qué ocurre si no existe correspondencia exacta.

El significado de la constante (4.11) es sencillo, si se tiene en cuenta (4.1): una separación de 1 fila y 1 columna en la imagen de entrada se transforma en 749 filas y 512 columnas en el espacio de frecuencias (figura 4.5), lo que era de esperar tal y como se ha escogido K_{dif} (la que cumple la condición (4.7) en la dirección x). Por otra parte, la frecuencia máxima registrada es $\mathbf{p}' = (256, 256)$, lo que implica que el detalle mínimo en el plano de entrada es de 2.9 filas ($749/256$) y 2 columnas ($512/2$).

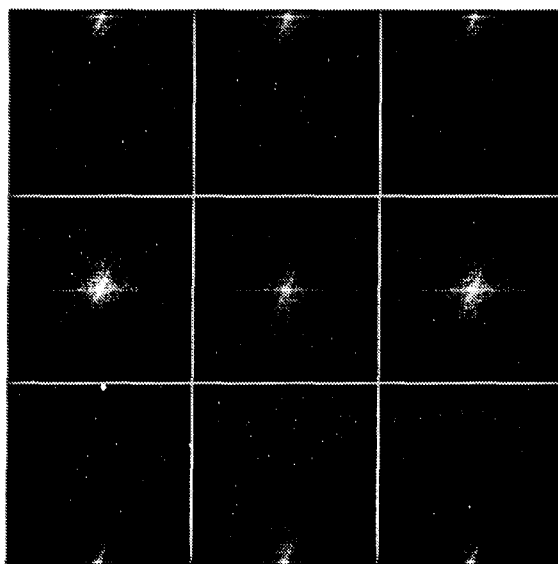


Figura 4.5: aparición de múltiples órdenes debido al pixelado.

(ii) efecto del tamaño de los píxeles de la LCD

Debido a la función *rect* que aparece convolucionando en la expresión (4.5), que define el tamaño finito de los píxeles de la LCD, el JPS aparece modulado por una función sinc^2 . La figura 4.6 muestra dicha función para la constante de difracción escogida. El eje x es el tamaño normalizado de la CCD, o bien de una imagen en el ordenador. Así pues, la primera repetición del JPS aparece en

$$\left(\frac{x'}{\bar{T}_x}, \frac{y'}{\bar{T}_y} \right) = (1,1)$$

donde el sinc^2 toma valores 0.15 y 0.17 en las direcciones x e y , respectivamente, mientras que el espectro registrado está contenido en

$$\left(\frac{x'}{\bar{T}_x}, \frac{y'}{\bar{T}_y} \right) \leq (0.5, 0.5)$$

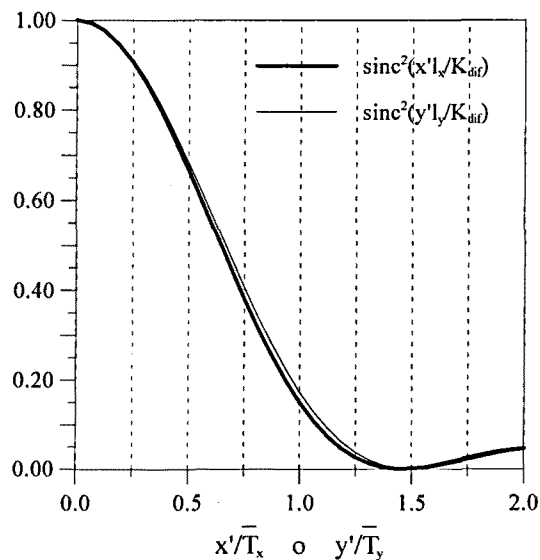


Figura 4.6: efecto del tamaño finito de los píxeles de la LCD.

En dicho rango la función que modula al JPS toma valores comprendidos entre 1 (en el centro o frecuencia nula, $(x',y') = (0,0)$) y 0.67 y 0.68, en las direcciones x e y , respectivamente, en el límite, para la frecuencia máxima. Esto significa que las frecuencias mayores del espectro tienen tendencia a ser menores. Este efecto no tiene demasiada importancia y se puede compensar aumentando la intensidad de la luz incidente, de manera que el centro se sature y se potencien las altas frecuencias. Sin embargo, resulta más crítico si se considera no la primera transformada de Fourier sino la segunda, en la que se produce la misma modulación, de manera que los picos de correlación más alejados del centro tienden a disminuir. Dependiendo de cómo estén distribuidos los objetos en la escena, esto puede conllevar detecciones erróneas. Para ello, se tienen que dar una serie de circunstancias muy particulares; por ejemplo,

que los objetos a distinguir sean muy parecidos y que, además, los que se quieran reconocer sean los más lejanos al centro.

(iii) efecto del tamaño de la ventana de la LCD

El hecho de que el tamaño de la LCD no sea infinito introduce una ventana multiplicativa en la función $\tilde{f}(x,y)$, que se traduce en que cada punto de su transformada viene convolucionado por una función sinc. Puede considerarse que las dimensiones de la ventana son las de la zona activa de la pantalla ($\bar{t}_{x,y}$) o bien el tamaño total de la misma ($t_{x,y}$) ya que, según cuál sea la configuración del modulador, los píxeles no activos pueden tener una transmitancia elevada. Si, como estimación, se toma $\mathbf{p} = (512,512)$ columnas y filas y, teniendo en cuenta la constante de difracción (4.11), el primer mínimo del sinc se da para $\mathbf{p}' = (1,1.46)$ (figura 4.7). La altura del primer máximo lateral en cada una de las dos direcciones es de 0.045. En conjunto, se puede decir que la función representada prácticamente no afecta a las filas o columnas adyacentes, por lo que no se tendrá en cuenta el efecto de la ventana de la LCD y se considerará que es infinita. Esto se corresponde con el caso ideal en que las funciones sinc se convierten en distribuciones δ de Dirac, de anchura nula. Además, en la práctica se trabaja muchas veces con configuraciones de alto contraste y con imágenes cuyo fondo tiene transmitancia nula, lo que hace que desaparezca la ventana.

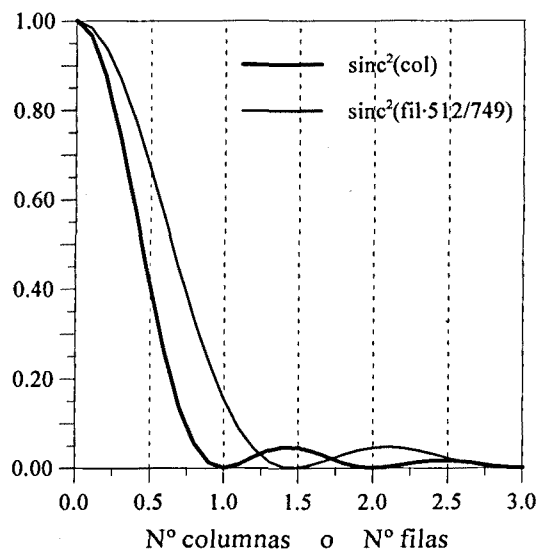


Figura 4.7: efecto de la ventana de la LCD.

(iv) análisis de frecuencias y separación entre escena y referencia

A continuación se va a estudiar cuál es la separación óptima entre la escena y la referencia y el tamaño de las mismas para que las frecuencias involucradas se

muestreen adecuadamente en el proceso de registro del JPS y no haya solapamiento de términos en el plano de correlación.

En el plano de entrada del JTC se tenía:

$$r(x, y) + s(x - x_0, y - y_0)$$

donde las coordenadas se pueden expresar en unidades de longitud o en términos de filas y columnas. Cabe recordar que las franjas de interferencia en el JPS eran de la forma:

$$I_{\cos}(x', y') = \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{x_0 x'}{K_{\text{dif}}} + \frac{y_0 y'}{K_{\text{dif}}} \right) + \phi_R(x', y') - \phi_S(x', y') \right\} \quad (4.12)$$

mientras que en el plano de correlación se tenía:

$$\begin{aligned} c(x, y) = & r(x, y) \otimes r(x, y) + s(x, y) \otimes s(x, y) + \\ & + s(x, y) \otimes r(x, y) * \delta(x - x_0, y - y_0) + \\ & + r(x, y) \otimes s(x, y) * \delta(x + x_0, y + y_0) \end{aligned}$$

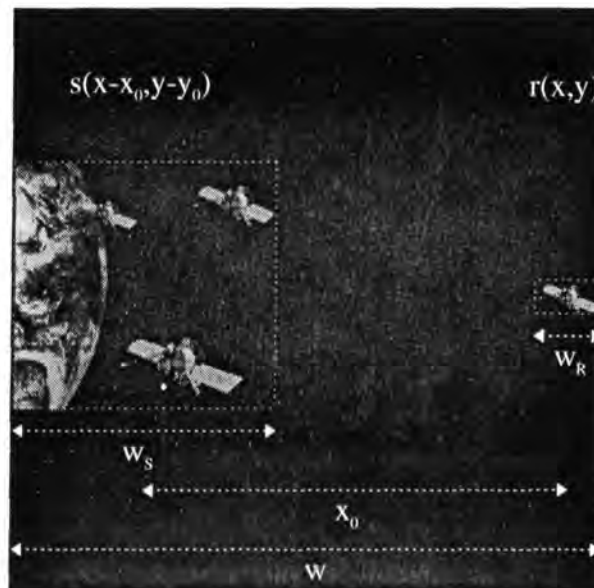


Figura 4.8: escena y referencia en el plano de entrada.

Para realizar el análisis, se considerará solamente la dirección horizontal, que es la que se ha utilizado para fijar la constante de difracción. En este caso, $y_0 = 0$. La figura 4.8 es un esquema de la distribución de las funciones en el plano de entrada, donde se define la anchura espacial de la referencia y de la escena como w_R y w_S , respectivamente, y w como el ancho total empleado, que debe ser inferior al número de columnas activas para la imagen en el ordenador, es decir:

$$w \equiv \frac{w_S + w_R}{2} + x_0 \leq \overline{\text{NCOL}} \quad (4.13)$$

(a) separación máxima

El período de las franjas de interferencia (4.12) es, en la dirección x :

$$p' = \frac{K_{\text{dif}}}{x_0}$$

lo que también es inmediato a partir de (4.1) y considerando $p = x_0$.

Si se supone que las distancias se expresan en términos de filas y columnas y se exige que la digitalización del JPS se realice al menos a la frecuencia de Nyquist,

$$p'_{\min} = 2 \quad \Rightarrow \quad p'_{\max} = \frac{\text{NCOL}}{2} = 256$$

Esta condición no sólo se refiere a la separación entre escena y referencia (x_0) sino a la distancia máxima entre cualquier elemento de la imagen de entrada (w), es decir:

$$w \leq \frac{\text{NCOL}}{2} = 256 \quad (4.14)$$

En la práctica, es aconsejable emplear 3 píxeles para muestrear una franja, por lo que:

$$p'_{\min} = 3 \quad \Rightarrow \quad p'_{\max} = w \leq \frac{\text{NCOL}}{3} = 171 \quad (4.15)$$

Se tome el criterio que se tome, existirá un límite superior w_{\max} al tamaño total de la imagen de entrada:

$$w = \frac{w_s + w_r}{2} + x_0 \leq w_{\text{máx}} \quad (4.16)$$

(b) separación mínima

La figura 4.10 es el plano de correlación simulada para la escena y referencia de la figura 4.9 en un JTC lineal, que se ha reducido en un factor 2 respecto a la 4.8 por cuestiones de espacio. Se ha representado la amplitud de la correlación y se han aplicado unas tablas de aumento de contraste para que se puedan apreciar los términos laterales, mucho menores al central.



Figura 4.9: escena y referencia.

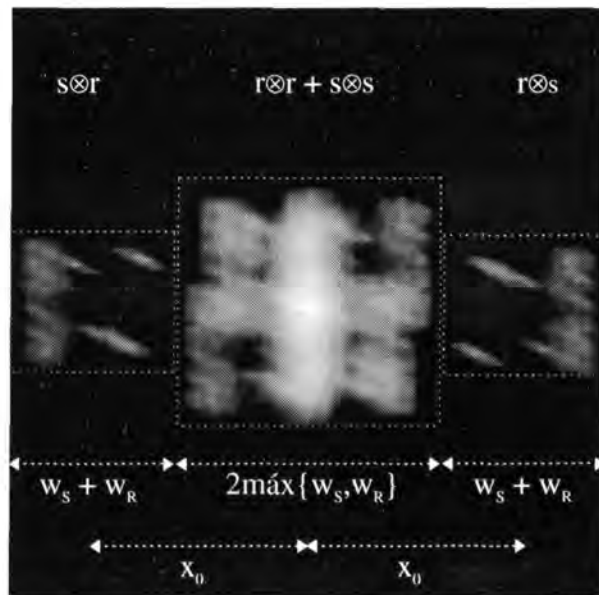


Figura 4.10: plano de correlación para la figura 4.9.

La anchura de los términos centrales de autocorrelación es $2\text{máx}\{w_s, w_r\}$ y la de los términos de correlación cruzada, centrados en (x_0, y_0) y $(-x_0, -y_0)$, es $w_s + w_r$. Para evitar que se superpongan los diferentes términos, es necesario que

$$x_0 \geq w_s + \frac{w_s + w_r}{2} \quad (4.17)$$

donde se ha supuesto que $w_s \geq w_r$, que se cumple siempre que la escena contenga a la referencia.

Combinando las condiciones (4.16) y (4.17) se llega a:

$$2w_s + w_r \leq w_{\text{máx}} \quad (4.18)$$

En la tabla 4.2 se resume cuál es el tamaño máximo de la escena, así como la separación x_0 mínima asociada, para dos casos extremos, $w_s = w_r$ y $w_s \gg w_r$ (en la práctica, se tendrá una situación intermedia) y para tres valores de $w_{m\acute{a}x}$: el menos restrictivo, dado por el tamaño máximo de la imagen de entrada; el que surge imponiendo que la información se muestree a la frecuencia de Nyquist, y el que es más exigente y precisa al menos de tres píxeles de muestreo. Para el primero de estos tres casos, se ve cómo el simple hecho de introducir escena y referencia juntas en el plano de entrada disminuye el ancho de banda espacial total (SBWP) en una tercera parte. Pero estas limitaciones aún son más drásticas si se tiene en cuenta los resultados de la última columna, que son los que se recomienda aplicar.

	$2w_s + w_r \leq w_{m\acute{a}x}$	$w_{m\acute{a}x} = \overline{NCOL}$	$w_{m\acute{a}x} = \frac{NCOL}{2}$	$w_{m\acute{a}x} = \frac{NCOL}{3}$
$w_s = w_r$	$w_s \leq \frac{w_{m\acute{a}x}}{3}$ $x_0 \geq 2w_s$	$w_s \leq 159$	$w_s \leq 85$	$w_s \leq 56$
$w_s \gg w_r$	$w_s \leq \frac{w_{m\acute{a}x}}{2}$ $x_0 \geq \frac{3}{2}w_s$	$w_s \leq 239$	$w_s \leq 128$	$w_s \leq 85$

Tabla 4.2: análisis de las dimensiones de la escena y de la referencia para un JTC lineal.

En comparación con el JTC, el correlador de VanderLugt, para el que la constante de difracción se ajusta siguiendo el mismo criterio (4.8), de manera que exista una correspondencia entre las frecuencias de la transformada de Fourier de la escena y las del filtro adaptado, aprovecha todo el SBWP del modulador. Es decir, $w_{m\acute{a}x} = \overline{NCOL}$ y se tiene $w_s \leq w_{m\acute{a}x}$. Así pues, en la implementación del JTC la eficiencia en lo que se refiere al ancho de banda disponible es mucho menor que para el correlador de VanderLugt.

En el caso de que fuera posible eliminar los términos centrales de autocorrelación, que no aportan información relevante, objeto y referencia podrían situarse uno al lado del otro (figura 4.11). El plano de correlación (en amplitud) correspondiente se muestra (figura 4.12) en el caso de un JTC binario con umbral variable, que se estudiará en el capítulo 5. En este caso, la condición (4.17) se reduce a

$$X_0 \geq \frac{W_S + W_R}{2} \quad (4.19)$$

y (4.18) queda:

$$W_S + W_R \leq W_{\text{máx}} \quad (4.20)$$



Figura 4.11: escena y referencia.



Figura 4.12: plano de correlación no lineal.

La tabla 4.3 repite el estudio que se ha hecho anteriormente para el caso lineal. Se ve cómo las condiciones anteriores se relajan considerablemente. Sin embargo, sigue habiendo un factor 2 en cuanto al SBWP necesario respecto al correlador de VanderLugt.

Por último, cabe recordar que en este análisis de las distancias involucradas se ha supuesto que la correspondencia entre las filas y columnas de la imagen en el ordenador y los píxeles de la LCD es exacta, es decir, que tanto en el plano de entrada como en el intermedio de Fourier se realiza previamente un *zoom* de factores adecuados (4.10). Es decir, las limitaciones vienen impuestas sobre el tamaño de las imágenes una vez ampliadas.

Si se consideraran las imágenes originales y se repitiera el estudio, la constante de difracción se expresaría según (4.9), por lo que la transformada sería

mayor que en el caso discutido aunque, debido a la compresión al enviarla al modulador, acabaría resultando igual. Por lo tanto, las restricciones son las mismas.

	$w_S + w_R \leq w_{\text{máx}}$	$w_{\text{máx}} = \overline{\text{NCOL}}$	$w_{\text{máx}} = \frac{\text{NCOL}}{2}$	$w_{\text{máx}} = \frac{\text{NCOL}}{3}$
$w_S = w_R$	$w_S \leq \frac{w_{\text{máx}}}{2}$ $x_0 \geq w_S$	$w_S \leq 239$	$w_S \leq 128$	$w_S \leq 85$
$w_S \gg w_R$	$w_S \leq w_{\text{máx}}$ $x_0 \geq \frac{w_S}{2}$	$w_S \leq 478$	$w_S \leq 256$	$w_S \leq 170$

Tabla 4.3: análisis de las dimensiones de la escena y de la referencia para un JTC no lineal.

Así pues, existen dos posibilidades: introducir las imágenes directamente aprovechando el mayor ancho de banda posible, con lo que parte de la información se pierde en el proceso de direccionamiento del modulador, o bien considerar inicialmente unas imágenes más pequeñas, es decir, con menor resolución, y a continuación repetir la información mediante el *zoom*. El ancho de banda efectivo es igual para las dos soluciones. Dado que, en el caso del JTC, la escena y referencia se introducen a la vez y, por lo tanto, sufren las mismas alteraciones a lo largo de todo el proceso, es mejor conservar de entrada toda la información, aunque luego se pierda. Y de idéntica manera en el plano de Fourier. Sólo se realizará el *zoom* en aquellos casos en que sea imprescindible controlar los tamaños de las imágenes, como podría ser conservar la proporción entre las direcciones horizontal y vertical. Por ejemplo, en el caso de que las escenas iniciales estén desenfocadas (ver capítulo 6), el JPS resultante teórico tiene simetría circular. Para que esto sea cierto en la práctica, es necesario que las imágenes no sufran ninguna deformación en la transformación óptica de Fourier.

