

PRESENCIA DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN
LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO DE 4 A 8 AÑOS.
TRANSICIÓN ENTRE LA EDUCACIÓN INFANTIL Y
ELEMENTAL

Claudia Coronata Ségure

Dipòsit legal: Gi. 1949-2014
<http://hdl.handle.net/10803/284330>



<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ca>

Aquesta obra està subjecta a una llicència Creative Commons Reconeixement

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento

This work is licensed under a Creative Commons Attribution licence



TESIS DOCTORAL

**PRESENCIA DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN LA ENSEÑANZA DEL
NÚMERO DE 4 A 8 AÑOS. TRANSICIÓN ENTRE LA EDUCACIÓN
INFANTIL Y ELEMENTAL**

CLAUDIA CORONATA SÉGURE

2014

PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN

DIRIGIDA POR: DR. ÁNGEL ALSINA I PASTELLS

**Memoria presentada para optar al título de doctora por la Universidad
de Girona**

Índice de figuras

Figura 1.	Enumeración	37
Figura 2.	Representación numérica de un conjunto	38
Figura 3.	Reproducción y comparación de conjuntos	38
Figura 4.	Operaciones aritméticas elementales	39
Figura 5.	Estándares de contenido y proceso NCTM	42
Figura 6.	Nivel de atención de contenidos para cada edad	43
Figura 7.	Pirámide de la alimentación	68
Figura 8.	Pirámide de la educación matemática	68
Figura 9.	Diversos contextos de enseñanza noción de número en las primeras edades	70
Figura 10.	Elementos básicos para la enseñanza-aprendizaje de la noción de número	81
Figura 11.	Enfoque mixto del estudio	84
Figura 12.	Fases de cualquier estudio descriptivo	88
Figura 13.	Fases de este estudio	97
Figura 14.	Carta de presentación a expertos	101
Figura 15.	Respuesta de un experto	103
Figura 16.	Líneas de transcripción	105
Figura 17.	Organización de la información de cada caso	107
Figura 18.	Esquema de la sala Caso 1	110
Figura 19.	Observación Caso 1	115
Figura 20.	Indicadores Caso 1 (Centro Público)	115
Figura 21.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 1	116
Figura 22.	Esquema de la sala Caso 2	118
Figura 23.	Observación Caso 2	123
Figura 24.	Indicadores Caso 2 (Centro Público)	123
Figura 25.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 2	124
Figura 26.	Esquema de la sala Caso 3	126
Figura 27.	Observación Caso 3	132
Figura 28.	Indicadores Caso 3 (Centro Público)	133
Figura 29.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 3	134

Figura 30.	Esquema de la sala Caso 4	135
Figura 31.	Observación Caso 4	139
Figura 32.	Indicadores Caso 4 (Centro Público)	140
Figura 33.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 4	141
Figura 34.	Esquema de la sala Caso 5	142
Figura 35.	Observación Caso 5	148
Figura 36.	Indicadores Caso 5 (Centro Privado Concertado)	149
Figura 37.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 5	150
Figura 38.	Esquema de la sala Caso 6	151
Figura 39.	Observación Caso 6	156
Figura 40.	Indicadores Caso 6 (Centro Privado Concertado)	156
Figura 41.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 6	157
Figura 42.	Esquema de la sala Caso 7	159
Figura 43.	Observación Caso 7	163
Figura 44.	Indicadores Caso 7 (Centro Privado Concertado)	164
Figura 45.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 7	165
Figura 46.	Esquema de la sala Caso 8	166
Figura 47.	Observación Caso 8	171
Figura 48.	Indicadores Caso 8 (Centro Privado Concertado)	172
Figura 49.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 8	173
Figura 50.	Esquema de la sala Caso 9	174
Figura 51.	Observación Caso 9	179
Figura 52.	Indicadores Caso 9 (Centro Privado)	180
Figura 53.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 9	181
Figura 54.	Esquema de la sala Caso 10	182
Figura 55.	Observación Caso 10	187
Figura 56.	Indicadores Caso 10 (Centro Privado)	188
Figura 57.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 10	188
Figura 58.	Esquema de la sala Caso 11	190
Figura 59.	Observación Caso 11	194
Figura 60.	Indicadores Caso 11 (Centro Privado)	195

Figura 61.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 11	196
Figura 62.	Esquema de la sala Caso 12	197
Figura 63.	Observación Caso 12	202
Figura 64.	Indicadores Caso 12 (Centre Privado)	203
Figura 65.	Presencia/ausencia total de indicadores Caso 12	204
Figura 66.	Indicadores observados en los Casos estudiados	208
Figura 67.	Indicadores resolución de problemas	210
Figura 68.	Indicadores razonamiento y prueba	212
Figura 69.	Indicadores comunicación	215
Figura 70.	Indicadores conexión	217
Figura 71.	Indicadores representación	219
Figura 72.	Frecuencia de indicadores en resolución de problemas	221
Figura 73.	Frecuencia de indicadores en razonamiento y prueba	222
Figura 74.	Frecuencia de indicadores en comunicación	223
Figura 75.	Frecuencia de indicadores en conexión	224
Figura 76.	Frecuencia de indicadores en representación	225
Figura 77.	Procesos Centro Público	227
Figura 78.	Procesos Centro Privado Concertado	228
Figura 79.	Procesos Centro Privado	229
Figura 80.	Resolución de problemas en cada nivel educativo	230
Figura 81.	Razonamiento y prueba en cada nivel educativo	232
Figura 82.	Comunicación en cada nivel educativo	233
Figura 83.	Conexión en cada nivel educativo	234
Figura 84.	Representación en cada nivel educativo	235
Figura 85.	Resolución de problemas por dependencia	236
Figura 86.	Razonamiento y prueba por dependencia	237
Figura 87.	Comunicación por dependencia	238
Figura 88.	Conexión por dependencia	239
Figura 89.	Representación por dependencia	240

Índice de tablas

Tabla 1.	Estándar número y operaciones en las primeras edades	45
Tabla 2.	Síntesis de los estándares para la práctica matemática (CCSSI)	47
Tabla 3.	Síntesis de los estándares de contenido de “números y operaciones” de Educación Infantil	49
Tabla 4.	Aprendizajes esperados en Educación Parvularia	50
Tabla 5	Objetivos de aprendizaje del Primer y Segundo año básico.	53
Tabla 6.	Relación entre la “Pirámide de la Educación Matemática” y los procesos matemáticos	76
Tabla 7.	Propuesta para trabajar las matemáticas desde proyectos de la vida cotidiana	79
Tabla 8.	Distribución de las maestras por niveles educativos y dependencia	90
Tabla 9.	Información maestras participantes	91
Tabla 10.	Nominación cada centro educativo/Caso estudiado	104
Tabla 11.	Caso 1	112
Tabla 12.	Caso 2	120
Tabla 13.	Caso 3	128
Tabla 14.	Caso 4	137
Tabla 15.	Caso 5	144
Tabla 16.	Caso 6	153
Tabla 17.	Caso 7	160
Tabla 18.	Caso 8	168
Tabla 19.	Caso 9	176
Tabla 20.	Caso 10	184
Tabla 21.	Caso 11	192
Tabla 22.	Caso 12	200
Tabla 23.	Presencia/Ausencia de cada indicador en cada Caso	206
Tabla 24.	Presencia / ausencia de indicadores de resolución de problemas	209
Tabla 25	Presencia / ausencia de indicadores de razonamiento y prueba	211
Tabla 26.	Presencia / ausencia de indicadores de comunicación	213
Tabla 27.	Presencia / ausencia de indicadores de conexión	216
Tabla 28.	Presencia / ausencia de indicadores de representación	218
Tabla 29	Presencia de los procesos en relación a cada Caso	220
Tabla 30.	Indicadores observados en el Centro Público	227

Tabla 31.	Indicadores observados en el Centro Privado Concertado	228
Tabla 32.	Indicadores observados en el Centro Privado	229

A mi esposo, por su forma de ser y amar.

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer a mi familia, Alberto y Camila, quienes siempre estuvieron a mi lado para apoyarme y animarme en emprender este desafío. No tengo palabras para agradecerles, estoy segura que no hubiera sido posible sin ellos.

Quiero agradecer también al Dr. Ángel Alsina, director de este trabajo, quien me ha sabido acompañar y guiar de la mejor manera posible desde el inicio. Su apoyo constante y dominio de la temática estudiada permitió que avanzara sostenidamente, hasta lograr el producto que hoy tenemos en nuestras manos. Su generosidad profesional lo destaca inmensamente, que sin importar la distancia geográfica siempre estuvo dispuesto para aclarar dudas y orientar mejor las decisiones.

Tampoco puedo olvidar a mis hermanos, sobrinos y amigos del alma, quienes estuvieron pendientes de mi trabajo, se interesaban en saber lo que estaba aprendiendo y también en hacer más grato los momentos que compartíamos para sobrellevar de mejor manera las preocupaciones y cansancio.

No puedo nombrarlos a todos, me faltarían hojas para estampar sus nombres, pero agradezco infinitamente a todos y todas que me ayudaron a solucionar problemas puntuales. Sin embargo, quisiera agradecer especialmente a mis amigos cercanos del trabajo, quienes fueron un apoyo incalculable en este proceso.

Finalmente, no puedo dejar de dar las gracias a las maestras que generosamente abrieron sus aulas para que pudiera realizar los registros de sus prácticas de enseñanza-aprendizaje y por supuesto, a los niños.

Gracias a Dios por tener esa fuerza interior que me permite asumir diversas causas que van dirigidas a mejorar la educación de los más pequeños de nuestra sociedad.

Índice general

Resum	28
Resumen	31
Summary	34
Introducción	37
Capítulo 1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA. PREGUNTAS Y OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN	39
1.1 Problema de Investigación	39
1.2 Objetivos de la Investigación	40
1.2.1 Objetivo General	40
1.2.2 Objetivos Específicos	40
Capítulo 2 ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE NÚMERO EN LAS PRIMERAS EDADES	50
2.1 Presentación	50
2.2 Fundamentos teóricos sobre la adquisición del número	51
2.3 Orientaciones curriculares sobre enseñanza-aprendizaje del número	63
2.3.1 National Council of teachers of mathematics (NCTM)	63
2.3.2 Common Core State Standards for mathematics (CCSSI)	68
2.3.3 Ministerio de Educación de Chile	72
2.4 Orientaciones didácticas para la enseñanza-aprendizaje del número en las primeras edades	77
2.4.1 Declaración Conjunta de la Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños (NAEYC) y el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM)	77
2.4.2 Declaración de Posición sobre las Matemáticas en la primera Infancia. Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia	85
2.4.3 Importancia de los contextos para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades	87
2.5 Relevancia de la presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número	92
Capítulo 3 METODOLOGÍA	103
3.1 Presentación	103
3.2 Paradigma de Investigación	104
3.3 Metodología Cualitativa	106
3.4 Participantes	108
3.5 Técnicas de recogida de información	112
3.5.1 Observación no participante	112
3.5.2 Entrevista Semiestructurada	113
3.5.3 Registro audiovisual	114
3.5.4 Pauta de análisis	115
3.6 Diseño y procedimiento	116
Capítulo 4 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS	127

4.1	Presentación	127
4.2	Descripción de Casos	129
4.2.1	Casos Centro Público	130
4.2.2	Casos Centro Privado Concertado	165
4.2.3	Casos Centro Privado	203
4.3	Frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las estrategias de enseñanza-aprendizaje en relación a la noción de número de maestros entre 4 y 8 años	239
4.3.1	Resolución de Problemas	243
4.3.2	Razonamiento y Prueba	246
4.3.3	Comunicación	248
4.3.4	Conexiones	251
4.3.5	Representación	253
4.4	Frecuencia de indicadores de cada proceso matemático por nivel educativo	255
4.4.1	Resolución de Problemas	256
4.4.2	Razonamiento y Prueba	257
4.4.3	Comunicación	258
4.4.4	Conexiones	259
4.4.5	Representación	260
4.5	Presencia de los procesos matemáticos por centro educativo	262
4.5.1	Centro Público	262
4.5.2	Centro Privado Concertado	263
4.5.3	Centro Privado	264
4.6	Análisis de cada proceso matemático en cada nivel educativo	266
4.6.1	Resolución de Problemas	266
4.6.2	Razonamiento y Prueba	268
4.6.3	Comunicación	269
4.6.4	Conexiones	270
4.6.5	Representación	271
4.7	Análisis de cada proceso matemático en los centros educativos	272
4.7.1	Resolución de Problemas	272
4.7.2	Razonamiento y Prueba	273
4.7.3	Comunicación	275
4.7.4	Conexiones	276
4.7.5	Representación	278
Capítulo 5	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	279
5.1	Presentación	279
5.2	Discusión sobre el problema de investigación	280
5.3	Conclusiones sobre la pregunta de investigación	287
5.3.1	Presencia o ausencia del proceso matemático de resolución de problemas	287
5.3.2	Presencia o ausencia del proceso matemático de razonamiento y prueba	288
5.3.3	Presencia o ausencia del proceso matemático de comunicación	288
5.3.4	Presencia o ausencia del proceso matemático de conexiones	288
5.3.5	Presencia o ausencia del proceso matemático de representación	289

5.4	Limitaciones del estudio	290
5.5	Proyecciones del estudio	291
Referencias bibliográficas		293
Anexos		299
Anexo 1	Entrevistas semiestructuradas	299
Anexo 2	Consentimiento informado familia	300
Anexo 3	Autorización dirección centros educativos	303
Anexo 4	Consentimiento informado maestras	307
Anexo 5	Calendarización registros audiovisuales	311
Anexo 6	Transcripción entrevista	312
Anexo 7	Pauta juicio de expertos	314
Anexo 8	Pauta definitiva. Incluye consideraciones de expertos	323
Anexo 9	Pauta definitiva con explicación de cada indicador	328

Resum

D'acord amb l'OCDE/PISA (2003), la competència matemàtica s'aconsegueix quan els individus adquireixen la capacitat per identificar i entendre el paper que tenen les matemàtiques al món, utilitzant-les per satisfer les seves necessitats per desenvolupar-se com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu. Segons resultats de la prova PISA (2009), només el 51,1% dels estudiants xilens superen les proves de competències bàsiques en matemàtiques.

Per abordar aquesta problemàtica des de les pràctiques d'ensenyament-aprenentatge dels mestres de les primeres edats, s'assumeixen els plantejaments del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), els quals atorguen la mateixa importància als continguts i als processos matemàtics. Des d'aquesta perspectiva, aquest estudi s'emmarca en l'anàlisi dels processos matemàtics en les pràctiques d'ensenyament-aprenentatge de la noció de nombre de mestres de nens entre 4 i 8 anys.

Pel que fa a l'adquisició de la noció de nombre, es revisen els fonaments teòrics de Piaget i Szeminska (1941), Kamii, Rummelsburg i Kari (2005), Gelman i Gallister (1978), fins a les aportacions de Baroody (1998), Fuson (1988) i Bermejo (1990), entre altres. Primer es plantejava que el desenvolupament del raonament lògic és la base del desenvolupament del nombre i les habilitats aritmètiques; no obstant això, posteriorment sorgeixen altres plantejaments que sostenen que el desenvolupament matemàtic coincideix amb el desenvolupament del pensament lògic, de manera que els infants comprenen el nombre en la mesura que tenen experiències enriquidores de comptatge.

En relació a les orientacions didàctiques per a l'ensenyament de la noció de nombre, es consideren les aportacions del NCTM, dels *Common Core State Standards* (CCSSI) i del Ministeri d'Educació xilè, i d'altra banda, les orientacions indicades a la declaració conjunta sobre l'educació matemàtica infantil de l'Associació Nacional per a l'Educació de Nens Petits i el Consell Nacional de Professors de Matemàtiques d'Estats Units (NAEYC i NCTM, 2013) i a la declaració de posició sobre les matemàtiques en la primera infància de l'Associació Australiana de Professors de Matemàtiques i Infància

(2013). A més, es té en compte la justificació sobre l'ús de contextos d'aprenentatge plantejada per Alsina (2011b) i Reeuwijk (1997), els quals manifesten que la utilització de contextos propers als nens genera en ells motivació, potencien el seu pensament matemàtic crític, poden incrementar l'interès per les matemàtiques i pot actuar de mediador entre el concret i l'abstracte, és a dir, l'ús de contextos contribueix a la formació de persones matemàticament més competents.

A partir de la revisió de la literatura, en aquesta tesi doctoral s'analitzen les pràctiques d'ensenyament-aprenentatge de la noció de nombre de mestres de nens entre 4 i 8 anys, observant i analitzant la presència dels cinc processos matemàtics: Resolució de problemes, Raonament i prova, Comunicació, Connexions i Representació. Per realitzar aquest estudi es planteja la pregunta de recerca: de quina manera estan presents els processos matemàtics en les pràctiques d'ensenyament-aprenentatge de la noció de nombre de les mestres de nens entre 4 i 8 anys? D'aquesta pregunta deriven els objectius:

Objectiu general: descriure les estratègies d'ensenyament-aprenentatge utilitzades pel mestre d'infantil i elemental en relació als processos matemàtics en l'aprenentatge de la noció de nombre en els nens entre els 4 i 8 anys.

Objectius específics: i) Analitzar les estratègies d'ensenyament-aprenentatge que descriu la presència dels processos matemàtics en relació a la noció de nombre; ii) Establir la freqüència d'ús dels processos matemàtics en les estratègies d'ensenyament-aprenentatge en relació a la noció de nombre.

Es realitza un estudi interpretatiu de casos múltiples. En l'estudi hi participen 6 mestres d'educació infantil i 6 mestres d'educació elemental que porten a terme la seva pràctica docent en els centres escolars on es realitzen els registres audiovisuals de la recerca. A cadascuna de les mestres se les denomina "cas", per la qual cosa aquest estudi aborda 12 casos.

Es dissenya una pauta d'avaluació per analitzar la presència dels processos matemàtics, la qual consta d'indicadors per observar-los. La pauta es valida amb la

participació d'experts i s'utilitza per registrar la presència o absència d'indicadors que s'observen en els registres audiovisuals que es realitzen.

L'anàlisi de casos ha permès observar i interpretar profundament el procés d'ensenyament-aprenentatge de la noció de nombre quant a la presència o absència d'indicadors de cada procés matemàtic. Com a conclusions finals de l'estudi s'han pogut establir dos elements importants: a) a nivell general gairebé no existeix presència dels processos matemàtics en els casos analitzats, ja que només es va observar una presència considerable en dos d'ells; b) la realitat d'aquests casos mostra que s'han d'incorporar canvis per afavorir l'adquisició de la noció de nombre en els nens dels primers anys d'educació infantil i elemental, pel que urgeix la necessitat de seguir indagant en aquesta línia per poder influir en les pràctiques d'ensenyament-aprenentatge dels mestres en actiu.

Resumen

De acuerdo con la OCDE/PISA (2003), la competencia matemática se logra cuando los individuos poseen la capacidad para identificar y entender el papel que tienen las matemáticas en el mundo, utilizándolas para satisfacer sus necesidades para desenvolverse como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. Según resultados de la prueba PISA (2009), solo el 51,1% de los estudiantes chilenos superan las competencias básicas en matemáticas.

Para abordar esta problemática desde las prácticas de enseñanza-aprendizaje de los maestros de las primeras edades, se asumen los planteamientos del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), quienes dan igualdad de importancia tanto a los contenidos como a los procesos matemáticos. Desde esta perspectiva, este estudio se enmarca en el análisis de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de maestras de niños entre 4 y 8 años.

En relación a la adquisición de la noción de número, se presentan los fundamentos teóricos de Piaget y Szeminska (1941), Kamii, Rummelsburg y Kari (2005), Gelman y Gallister (1978), hasta los aportes de Baroody (1998), Fuson (1988) y Bermejo (1990), entre otros. Primero se planteaba que el desarrollo del razonamiento lógico es la base del desarrollo del número y las habilidades aritméticas; sin embargo, posteriormente surgen los planteamientos que sostienen que el desarrollo matemático va a la par con el desarrollo del pensamiento lógico, es decir, los niños adquieren la comprensión del número en la medida que posean enriquecedoras experiencias de conteo, las cuales suponen procesos cognitivos complejos para el logro de la noción de número y el manejo de las operaciones lógicas.

Respecto a las orientaciones didácticas para la enseñanza del número, se han considerado las aportaciones del NCTM, de los *Common Core State Standards* (CCSSI) y del Ministerio de Educación chileno, y por otro lado, las orientaciones entregadas por la declaración conjunta sobre la educación matemática infantil de la Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños y el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NAEYC y NCTM, 2013), y la declaración de posición

sobre las matemáticas en la primera infancia de la Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia (2013). Además, se tiene en cuenta la justificación sobre el uso de contextos de aprendizaje planteada por Alsina (2011b) y Reeuwijk (1997), quienes manifiestan que la utilización de contextos cercanos a los niños genera en ellos motivación, potencian su pensamiento matemático crítico, pueden incrementar el interés por las matemáticas y puede actuar de mediador entre lo concreto y lo abstracto, es decir, el uso de contextos contribuye a la formación de personas matemáticamente más competentes.

A partir de la revisión de la literatura realizada, en esta tesis doctoral se analizan las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de maestras de niños entre 4 y 8 años, observando y analizando la presencia de los cinco procesos matemáticos: Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Comunicación, Conexiones y Representación. Para realizar dicho estudio se plantea la pregunta de investigación: ¿de qué manera están presentes los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de las maestras de niños entre 4 y 8 años? De esta pregunta derivan los objetivos:

Objetivo general: describir las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas por el maestro de infantil y elemental en relación a los procesos matemáticos en el aprendizaje de la noción de número en los niños entre los 4 y 8 años.

Objetivos específicos: i) Analizar las estrategias de enseñanza-aprendizaje que den cuenta de la presencia de los procesos matemáticos en relación a la noción de número; ii) Establecer la frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las estrategias de enseñanza-aprendizaje en relación a la noción de número.

Se realiza un estudio interpretativo de casos múltiples. En el estudio participaron 6 maestras de educación infantil y 6 maestras de educación elemental que desarrollan la enseñanza de las matemáticas en los establecimientos donde se realizaron los registros audiovisuales de la investigación. A cada una de ellas se les denomina “caso”, por lo que este estudio aborda 12 casos.

Se diseña una pauta de evaluación para analizar la presencia de los procesos matemáticos, la cual consta de indicadores para observar cada uno de ellos. La pauta se valida con la participación de expertos y se utiliza para registrar la presencia o ausencia de indicadores que se observan en los registros audiovisuales de cada caso.

El análisis de casos ha permitido observar e interpretar profundamente lo que sucede con cada una de las maestras, en relación a su práctica de enseñanza-aprendizaje de la noción de número en cuanto a la presencia o ausencia de indicadores de cada proceso matemático. Como conclusiones finales del estudio se han podido establecer dos elementos importantes: a) a nivel general casi no existe presencia de los procesos matemáticos en los casos analizados, solamente se puede decir que se observó presencia en dos de ellos; b) la realidad de estos casos muestra que se deben incorporar cambios para favorecer de mejor manera la adquisición de la noción de número en los niños de los primeros años de educación infantil y elemental, por lo que urge la necesidad de seguir indagando en esta línea para poder influir en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de los maestros en activo.

Summary

According to the OECD / PISA (2003), mathematical competence is achieved when individuals have the ability to identify and understand the role that mathematics in the world, using them to satisfy their needs to function as a constructive citizen, committed and reflective . According to the PISA test results (2009), only 51.1% of Chilean students beyond the basic skills in mathematics.

These problematic situations from the teaching-learning practices of teachers in the early ages, are assumed by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), who give equal importance to content and to mathematical processes. From this perspective, this study is based on the analysis of the mathematical processes in the practices of teaching and learning of the notion of number of teachers of first ages, between 4 and 8 years.

The theoretical foundations in relation to the acquisition of the concept of number of Piaget and Szeminska (1941), Kamii, Rummelsburg Kari (2005), Gelman and Gallister (1978) are presented up to the contributions of Baroody (1998), Fuson (1988) and Bermejo (1990), among others. First it was appearing that the development of logical reasoning is the basis for development of number and arithmetic skills; however, later emerging approaches that hold the mathematical development goes hand in hand with the development of logical thinking. In this respect, children gain an understanding of the number in the measure having enriching experiences count, which involve complex cognitive processes for achieving the concept of number and logical operations.

Concerning teaching guidelines for the teaching of number, we have considered the contributions of the NCTM, the Common Core State Standards (CCSSI) and the Chilean Ministry of Education, and on the other hand, the guidance provided by the Joint Declaration on education Children's mathematics of the National Association for the Education of Young Children and the National Council of Teachers of Mathematics, USA (NAEYC & NCTM, 2013), and the position statement on

mathematics in early childhood of the Australian Association of Teachers of math (2013).

Furthermore, it takes into account the justification for the use of learning contexts posed by Alsina (2011b) and Reeuwijk (1997), who state that the use of children near them motivation generated contexts, enhance their critical mathematical thinking can increase interest in mathematics and can act as a mediator between the concrete and the abstract. The use of contexts contributes to the formation of mathematically competent people.

From the literature review conducted in this thesis practices of teaching and learning of the concept of number of teachers of children between 4 and 8 years are analyzed, observing and analyzing the presence of the five mathematical processes: Resolution problems, reasoning and proof, communication, connections and representation. To perform this study the research question arises: how mathematical processes are present in the practices of teaching and learning of the concept of number of teachers of children between 4 and 8 years? This question derived objectives:

General Aim: To describe the teaching-learning strategies used for the teachers of the first education levels in relation with the mathematics processes in learning the notion of number in children between 4 and 8 years.

Specific Aims: i) To analyze the teaching-learning strategies that account for the presence of mathematical processes in relation to the notion of number; ii) Set the frequency of use of the mathematical processes in teaching and learning strategies in relation to the notion of number.

There is realized an interpretive study of multiple cases. In the study there took part 6 teachers of infant education and 6 teachers of elementary education who develop the education of the mathematics in the schools where the audio-visual records of the investigation were realized. Each of them is named "case", this study approaches 12 cases.

A guideline of evaluation is designed to analyze the presence of the mathematical processes, which consists of indicators to observe each of them. The guideline is validated by the experts participation and it is in use for registering the presence or absence of indicators that are observed in the audio-visual records of every case.

The analysis of cases has allowed to observe and to interpret deeply what happens with each of the teachers, in relation to her practice of teaching - learning of the notion of number across the presence or absence of indicators of every mathematical process.

Since final conclusions of the study could have established two important elements: a) to general level almost there does not exist presence of the mathematical processes in the analyzed cases, only it is possible to say that presence was observed in two of them; b) the reality of these cases shows that they must incorporate changes to favor of better way the acquisition of the notion of number in childhood education, it urges the need to continue investigating in this line to be able to influence the practices of education - learning of each teacher.

Introducción

Este estudio busca conocer la forma en que están presentes los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza- aprendizaje de la noción de número en los maestros de niños entre 4 y 8 años.

Se ha organizado en cinco apartados, el primero de ellos nos presenta el planteamiento del problema, y los objetivos que busca lograr. Existe gran dificultad para que se desarrollen competencias matemáticas, pareciera que se está enseñando para que los niños logren responder satisfactoriamente en contexto escolar, pero ¿qué pasa?, ¿por qué no se logra que los niños puedan extrapolar sus aprendizajes matemáticos al contexto real, al de su vida, al de sus necesidades y así poder enfrentar mejor los desafíos que emergen sistemáticamente en su entorno?. En este sentido, nos hemos planteado dos objetivos específicos, por un lado, queremos analizar las estrategias de enseñanza-aprendizaje de maestros entre 4 y 8 años que den cuenta de la presencia de los procesos matemáticos en relación a la noción de número y como segundo objetivo buscamos establecer la frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las estrategias de enseñanza-aprendizaje en relación a la noción de número de maestros entre 4 y 8 años.

El segundo apartado nos entrega los fundamentos teóricos sobre la enseñanza-aprendizaje de la noción de número, desde donde se desprende este estudio. Primero nos parece relevante mencionar que Imbernón (1994), plantea la necesidad de reflexionar y analizar la situación actual de la enseñanza en la etapa infantil. Y desde la sencillez de sus palabras podemos profundizar en los demás aportes que han entregado los diversos autores que hemos priorizado en esta investigación. Han surgido diversos estudios sobre el desarrollo matemático y la adquisición de la noción de número en la etapa infantil. Por un lado, el aprendizaje de la noción de número se desprende desde el Modelo Lógico Piagetiano (Piaget y Szeminska, 1967) al Modelo de Integración de Habilidades (Baroody, 1998; Fuson, 1988; Bermejo, 1990, entre otros).

Primero se planteaba que el desarrollo del razonamiento lógico es la base del desarrollo del número y las habilidades aritméticas, sin embargo, posteriormente surgen los planteamientos que sostienen que el desarrollo matemático va a la par con el

desarrollo del pensamiento lógico y el conteo. Junto a estos aportes, entre otros, este apartado también incluye orientaciones curriculares y didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la noción de número en las primeras edades. Sumado a esto, incluye finalmente la relevancia de la presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número, la cual reviste gran importancia a la hora de querer desarrollar competencia matemática en los niños. El NCTM (2000), ha declarado enfáticamente la necesidad de trabajar tanto los contenidos como los procesos matemáticos.

En el tercer apartado se da cuenta del método de este estudio, el cual posee un carácter interpretativo porque busca describir la realidad de los casos múltiples, se desarrollan tres etapas:

Etapa 1: Registro audiovisual de prácticas de enseñanza-aprendizaje, recopilación de la información secundaria de los centros educativos seleccionados, se realiza una sistematización y análisis de la información sobre los procesos matemáticos.

Etapa 2: Aplicación de entrevistas semiestructuradas a los maestros involucrados en el estudio y se realiza un análisis de las entrevistas semiestructuradas realizadas.

Etapa 3: Análisis, sistematización y redacción de los casos.

Posteriormente, en el apartado 4 se realiza la presentación de los resultados, se comienza por la descripción de cada caso, organizados por dependencia de los centros educativos; luego se presenta la frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje en relación a la noción de número. Los cuales se presentan en forma separada, desde resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión y representación. Siguiendo el orden en que se presentan los resultados, están los indicadores de acuerdo a los niveles educativos, luego en base a los centros educativos y finalmente se presentan los análisis de cada proceso matemático, primero presentado por nivel educativo y luego, cada uno de ellos por centro educativo.

Como apartado cinco se presentan la discusión y conclusiones, iniciando con una discusión sobre el problema de investigación, luego se presentan las conclusiones

sobre la pregunta de investigación basándose en cada uno de los procesos matemáticos.
Luego se hace referencia a las limitaciones del estudio y a sus proyecciones.

CAPÍTULO 1

1.1 Problema de Investigación

La necesidad de saber matemáticas crece día a día para poder desenvolverse mejor en la vida. Se hace necesario manejar ciertas competencias transfiriendo los saberes escolares para poder enfrentar las distintas situaciones cotidianas con mayor autonomía y creatividad.

Martínez (2008), en concordancia con el punto anterior, plantea la necesidad de determinar hasta qué punto lo aprendido en aula hace a los sujetos competentes para desenvolverse de manera constructiva en el mundo de hoy. En este sentido, si lo relacionamos con las matemáticas, es válido revisar si realmente las prácticas de enseñanza desarrolladas por el maestro en aula están formando personas competentes para desenvolverse en lo cotidiano y normal de la vida.

Por un lado, ha llegado el momento de preguntarse, entonces, si se puede considerar que los estudiantes han aprendido matemáticas cuando son capaces de transferir lo aprendido en aula a las situaciones de su vida real, aplicar lo aprendido en situaciones nuevas, o cuando a través de la matemática logran integrar otras disciplinas. En definitiva, si han aprendido matemáticas y si las consideran en el momento de solucionar algún problema. Y por otro lado, es necesario preguntarse si los maestros de las primeras edades han apoyado el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la forma que se requiere.

La competencia matemática que define la OCDE/PISA (2003) es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. Según resultados de la prueba PISA (2009), el 51,1% de los estudiantes chilenos superan las competencias básicas en matemáticas.

Una habilidad crucial, implícita en esta noción de la competencia matemática, es la capacidad de plantear, formular, resolver e interpretar problemas empleando las

matemáticas dentro de una variedad de situaciones y contextos. Estos contextos van desde los puramente matemáticos a aquellos que no presentan ninguna estructura matemática aparente (en este caso la persona debe introducir ella misma la estructura matemática). También es importante resaltar que la definición no se refiere solamente a un nivel mínimo básico de conocimiento de las matemáticas. Al contrario, la definición tiene relación con la capacidad de utilizar las matemáticas desde lo cotidiano a lo inusual y de lo simple a lo complejo.

Para evaluar el nivel de competencia matemática de los alumnos, OCDE / PISA se basa en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss, en Alsina (2009).

1. Dominio de modos de pensamiento matemático, como: Plantear preguntas de las matemáticas (“¿Cuántas ... hay?”, ¿Cómo sabes si...? “¿Cómo encontrar ...?, etc”); identificar el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen para estas preguntas; distinguir entre diferentes tipos de proposiciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales); y entender y manipular los diferentes niveles y los límites de ciertos conceptos matemáticos.
2. Planteamiento y resolución de Problemas: Se refiere a identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos, puros o aplicados; abiertos o cerrados. Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos planteados por otros o por uno mismo, de diferentes maneras.
3. Análisis y Construcción de modelos: Implica analizar y decodificar los fundamentos y las propiedades de los modelos existentes, su evaluación. Realizar actividades de modelización en un contexto: estructurar y matematizar el contexto; trabajar con el modelo. Reflexionar, analizar y controlar el proceso.
4. Razonamiento Matemático: Tiene relación con seguir y evaluar cadenas de argumentos, conocer qué es y no es una demostración matemática, descubrir las ideas básicas en una línea de argumento, elaborar formal e informalmente argumentos matemáticos y demostrar declaraciones.

5. Representación de entidades matemáticas: Incluye comprender y utilizar (decodificación, interpretación, distinción) diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones.
6. Manejos de símbolos matemáticos y formalismos: Implica decodificar e interpretar simbólicamente y formalmente el lenguaje matemático y entender su relación con el lenguaje natural; comprender la naturaleza y las normas de los sistemas matemáticos formales, tanto la sintaxis como la semántica. Traducir del lenguaje natural al formal y simbólico. Manejar declaraciones y expresiones que contengan símbolos y formas.
7. Comunicación en, con y acerca de las matemáticas: Al comprender textos escritos, visuales u orales que tengan un contenido matemático, en una variedad de registros lingüísticos y expresarlas en forma escrita, visual u oral, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica.
8. Uso de recursos y herramientas: Al conocer la existencia y propiedades de instrumentos y recursos disponibles para la actividad matemática y conocer sus posibilidades y limitaciones. Ser capaces de utilizar reflexivamente dichos recursos y herramientas.

Pareciera entonces, que cada vez está más claro que el rol del maestro no es entregar una serie de contenidos determinados, si se busca desarrollar las competencias matemáticas planteadas anteriormente; sino que por el contrario, el educador debe favorecer el aprendizaje activo de los niños¹, permitiéndoles interactuar con el ambiente físico y social, lo que posteriormente les facilitará la construcción del conocimiento como base para la comprensión de sucesos futuros (Rowan, 1999). El mismo autor plantea que durante los primeros niveles escolares es fundamental que la actividad mental esté basada en experiencias concretas.

Siguiendo el mismo fundamento, la asociación norteamericana *National Council of Teachers of Mathematics*, desde ahora NCTM (2000), plantea enfáticamente que los niños en las primeras edades necesitan experiencias enriquecedoras para internalizar la comprensión conceptual de las matemáticas y además si se visualiza el

¹ El término niño no se restringe al género masculino. En todo el documento se refiere a niño y niña.

aprendizaje desde una concepción socio-constructivista, es de mayor importancia aún el rol mediador que ejerce el maestro que acompaña dicho proceso.

En este sentido, todo maestro de las primeras edades debiera enseñar considerando que el conocimiento matemático temprano se vincula directamente al conocimiento físico. Debe proporcionar oportunidades para que los niños construyan relaciones y entiendan los números en procesos de clasificación, comparación, ordenamiento, correspondencia, conteo, medición y el establecimiento de patrones. Más aún, el maestro debe además valorar la riqueza de experiencias que cada uno de sus estudiantes ha acumulado en forma natural a través de su vida. Baroody (1994) plantea que el aprendizaje informal es la base fundamental para comprender y aprender las matemáticas que se estudian en la escuela, ya que los niños tienden a abordar la matemática formal en función de la matemática informal que conocen.

Los distintos hallazgos tanto en materia de psicología educativa como en educación matemática indican que el elemento común entre los menores de 8 años es su forma de aprender. Los niños, en este tramo de edad, se caracterizan por “aprender haciendo”, de modo que la exploración y la manipulación son las vías naturales por las cuales se desarrolla el aprendizaje en esta etapa. En concordancia con este planteamiento, la educación parvularia, desde sus paradigmas fundantes, ha abogado por principios pedagógicos que responden a este modo de aprender, como lo son el principio del juego y el principio de actividad (Bases Curriculares Educación Parvularia, 2002). De esta forma las metodologías utilizadas en este primer nivel educativo deben ser coherentes con la teoría actual y la conceptualización pedagógica referida al cómo y cuándo aprenden los niños.

La importancia y trascendencia del juego ha sido ampliamente estudiada como motor de desarrollo en los aspectos cognitivos, emocionales y sociales en esta etapa de la vida. Sin embargo, frecuentemente se ha desvalorizado, limitándolo a una actividad recreativa, de descanso; alejándolo de situaciones de aprendizaje propias del ámbito escolar; como plantea Edo (1998), el juego se ha aislado a un espacio y tiempo de segunda categoría, contraponiéndolo a la idea de trabajo, que es a través del cual se logra, entre otros, productividad y aprendizaje. Muy por el contrario, ya son varios los teóricos que otorgan al juego un alto valor educativo y formativo, capaz de generar aprendizajes culturales y sociales. Entre estos autores se encuentran Piaget y Vigotsky,

en Reyes (1998), quienes lo consideran de la siguiente forma: le reconoce su valor en relación a los procesos de desarrollo y como una forma de asimilación para adaptar la realidad a los esquemas que posee; y como una actividad social en que junto a la cooperación de otros se logra ejercer roles complementarios al propio, respectivamente.

Por otro lado, la experiencia directa y observación muestra que los maestros de infantil parecieran comprenden mejor la importancia del juego, no solo como parte inherente del ser humano, sino que también como recurso metodológico o conductor de aprendizajes. Se producen aprendizajes de calidad cuando los niños tienen posibilidades de explorar, crear e iniciar sus propias actividades para aprender y experimentar su entorno en forma palpable. Es a través del juego que resuelven problemas, realizan hipótesis, inferencias, transfieren habilidades y generan nuevos conocimientos en un ambiente de aprendizaje social y colaborativo.

Sin embargo, es conocido por todos que esta forma de trabajo, tan acorde a las características de los niños, por lo general se pierde con el paso al primer ciclo básico. Darling-Hammond (2005) plantea que existe una urgencia de que los maestros profundicen sus conocimientos sobre el desarrollo psicológico y características propias de sus estudiantes como sobre los conocimientos disciplinares que deben trabajarse.

Se asume que el aprendizaje es un continuo que se puede describir en trayectorias, desde la educación infantil hacia los niveles superiores de educación. Si el análisis se centra específicamente en la enseñanza de las matemáticas y se constata que su enseñanza se desvincula de la forma de aprender de los niños, surgen dificultades mayores, como menciona Martínez (2008), diciendo que inhibe la evolución natural de los estudiantes y su normal avance en las otras áreas del saber.

Por lo antes expuesto, y a modo de enfatizar en el rol docente, se reitera la urgencia de reflexionar sobre el desarrollo profesional del profesorado y en este caso, muy particularmente sobre la práctica de quien tiene la responsabilidad del aprendizaje matemático en la educación infantil y los primeros niveles de educación básica en Chile. Desafortunadamente existen algunos que centran su práctica de enseñanza en procesos memorísticos y descontextualizados, aunque carezcan de sentido para los estudiantes. En relación a lo anterior, Imbernón (1994) plantea la necesidad de reflexionar y analizar la situación actual de la enseñanza en la etapa infantil.

El NCTM (2000), como un aporte a la mejora continua de la educación matemática, estableció principios y estándares para esta área del aprendizaje. Entre los primeros se encuentran el principio de igualdad, de currículum, de enseñanza, de aprendizaje, de evaluación y de tecnología. Por otro lado, define los estándares con tres objetivos claros: asegurar la calidad, señalar metas y promover cambios en las prácticas de aula. Además, describen lo que la educación matemática debería lograr que los estudiantes conozcan y hagan. De esta manera el NCTM propone diez estándares de conocimientos y competencias. Entre los estándares de contenido se encuentran: Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad. Y entre los estándares de proceso: Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Comunicación, Conexiones y Representación.

Cada uno de los estándares puede ser implementado en todos los niveles, aunque se resalta el crecimiento gradual de lo que se espera en las sucesivas etapas. Se espera que los niños alcancen con cierta profundidad la comprensión de los conceptos y adquieran algún dominio de los procedimientos en algunos elementos específicos del currículum.

El NCTM le otorga máxima importancia al estándar de Número desde los 4 a 8 años, disminuyendo el tiempo dedicado a este estándar en las otras etapas; sin embargo, también aclara que la enseñanza de las matemáticas constituye una disciplina altamente interrelacionada, es decir, cada uno de los temas se van entrelazando, ninguno se ve por separado ni en forma individual.

La presencia del estándar de Números y Operaciones en las primeras edades es fundamental porque se ocupa de la comprensión de los números, el desarrollo del significado de las operaciones matemáticas y de cálculo. En estas edades, se debe priorizar que los niños pequeños se centren en los números naturales con los cuales cuentan, comparan cantidades y desarrollan una comprensión de la estructura del sistema decimal.

Además, es muy importante desarrollar aprendizajes profundos, logrando la comprensión de los números en estas edades porque les permite aprender y recordar con facilidad los procedimientos de cálculo aritmético, ya sea usando el cálculo concreto o mental y las estimaciones. El método usado no posee importancia en sí mismo, lo relevante es que los niños deben ser capaces de explicar su método, comprender que existe variedad de ellos e identificar la utilidad de aquellos que son más eficientes y exactos.

El NCTM entonces, manifiesta con claridad la relevancia de trabajar la noción de número y generar aprendizajes profundos en las primeras edades para que de esta manera se contribuya a desarrollar la competencia matemática.

Por otro lado, la misma asociación ha establecido cinco objetivos básicos para los estudiantes, lo cual indiscutiblemente requiere de un maestro que apoye y oriente a los niños en esta dirección:

1. Aprender a valorar la matemática
2. Sentirse seguro de su habilidad para hacer matemática
3. Aprender a resolver problemas matemáticos
4. Aprender a comunicarse matemáticamente
5. Aprender a razonar matemáticamente

De acuerdo a los cinco objetivos anteriores, la enseñanza de las matemáticas, específicamente el concepto de número en las primeras edades, debiera desarrollarse en un continuo contextualizado desde los primeros años. Tal como expone (Alsina, 2009), el aprendizaje de los contenidos y procesos matemáticos se van ampliando y conectando con otras habilidades más complejas a medida que avanza la escolaridad; cada habilidad adquirida da lugar al desarrollo de estrategias de pensamiento crítico en etapas posteriores. En este mismo sentido, Canals (2001) es enfática al referirse que el conocimiento de los números responde en primer lugar a la manipulación de materiales para contar e interiorizar las nociones de cantidad e imaginación, para luego llegar a la memorización de resultados y descubrimiento de las primeras estrategias de cálculo,

para posteriormente dar paso al cálculo mental. Sólo después de dar estas oportunidades a los niños, tiene sentido introducir el cálculo escrito.

Pero al mismo tiempo, el NCTM (2000) propone que en la primera infancia se generen diversos aprendizajes que promuevan la resolución de problemas, la comprensión de números, operaciones, forma, espacio, medición y seguimiento de patrones, entre otros. Lo cual requiere de maestros competentes que puedan expandir el conocimiento y generar la comprensión del sentido numérico. Dicho de otra manera, es de extrema importancia que el educador apoye en matematizar el entorno, guiando y promoviendo el aprendizaje matemático de los niños en forma activa.

No es nuevo que la identificación numérica y el conteo son procesos muy importantes en el desarrollo de la matemática temprana, no obstante, la capacidad de nombrar y trazar los números no significa su comprensión. Fuson (1988) plantea que los niños necesitan muchas y variadas experiencias de conteo para aprender los números que vienen después, la secuencias de objetos, para recordar el que ya se ha nombrado y el que debe contar porque las diversas experiencias de contar entregan cimientos sólidos para los requerimientos futuros como: sumas, sustracciones, multiplicaciones y divisiones. Pero lamentablemente, algo sucede en las aulas actualmente, puesto que la actividad matemática pareciera centrarse principalmente en la repetición memorística y en ejercicios motores limitados e interminables para dibujar los números con mayor precisión. ¿Dónde están esas situaciones de aprendizajes con sentido, en las que los pequeños se involucran con cuerpo y alma para aprender?, algo está pasando ... ¿Quién dijo que es suficiente con papel y lápiz? Es por esta razón que esta tesis doctoral se centra en el concepto de número y en las consideraciones que se deben tener para que los niños entre 4 y 8 años puedan lograr su real comprensión.

En Chile, en 1990 se empiezan a desarrollar diversos programas de mejoramiento de la educación escolar en sus tres niveles: educación parvularia², básica y media; se diseña e implementa el estatuto docente, se aborda la gestión escolar y se otorgan mayores recursos. A partir del año 1996, estas sucesivas acciones, junto con otras, se denominan Reforma Educacional.

² En Chile, nombre al nivel de educación entre los 0-6 años.

El diseño de implementación de dicha reforma fue gradual, durante seis años; tiempo en el cual se estableció un proceso de perfeccionamiento de profesores tanto a nivel nacional como internacional, a través de cursos-talleres o pasantías que buscaban modificar las prácticas docentes.

Se lograron avances relacionados a la cobertura en cada uno de los niveles; desde Educación Parvularia a Educación Superior. Al mismo tiempo, esta reforma impactó positivamente en la disminución de la tasa de deserción en Educación Básica, la cual se redujo del 4 al 1,7% y en Educación Media, del 12,6 al 6,6% (Mineduc 2002).

Sin embargo, el impacto de los resultados señalados anteriormente no influyó sobre los aprendizajes de los estudiantes en relación a los recursos incorporados. Razón por la cual a mediados del año 2000 comienza la tercera fase de la reforma, en la cual las autoridades se proponen llevar la reforma a la sala de clase y se definen dos grandes líneas de acción para rediseñar el currículum de 1996: la primera consistió en mejorar las habilidades de lectura, escritura y matemática; y la segunda, en asegurar la calidad de los resultados de aprendizaje, implementando el Sistema Nacional de Evaluación de resultados de aprendizaje del Ministerio de Educación de Chile (Simce).

Lo antes descrito implicó una modificación de la política de capacitación de maestros en ejercicio y también a implementar procesos de evaluación docente y estrategias de trabajo con familia.

Antes hemos planteado que el primer nivel educativo en Chile se denomina Educación Parvularia, la cual abarca desde los 84 días hasta los 6 años de edad. El Ministerio de Educación (Mineduc), en conjunto con la Junta Nacional de Jardines Infantiles (Junji) y Fundación Integra, han priorizado el diseño de políticas públicas que apoyen el logro de aprendizajes de calidad en las primeras edades.

En el año 2001 surge un nuevo currículum, que se divulga en las Bases Curriculares de Educación Parvularia (BCEP) como marco referencial, con los fundamentos, objetivos de aprendizaje y orientaciones para el trabajo con niños. Siete años más tarde aparecen los programas de estudio como propuesta para organizar el trabajo pedagógico del año escolar, abarcando solamente los niveles de transición I y II que han sido absorbidos por las instituciones escolares; quedando sin esta orientación

los niveles inferiores. En este mismo año, en el 2008, surgen los Mapas de Progreso del Aprendizaje, que constituyen un instrumento práctico al servicio de la enseñanza como complemento de las BCEP, mediante la explicitación y descripción progresiva de aprendizajes fundamentales, pero de igual forma, solamente para estos dos últimos niveles, desde los 4 a 6 años.

En la actualidad, a pesar de los años transcurridos, aún se visualiza estancamiento en algunos indicadores; especialmente en aquellos que persisten en marcar inequidad en la sociedad del país, donde el factor socioeconómico es la variable diferenciadora de resultados.

Como consecuencia de los diferentes cambios promovidos por la reforma en educación en Chile (1996), y los bajos resultados en matemáticas que obtienen los estudiantes chilenos en pruebas nacionales como el Simce (Sistema de medición de calidad de la educación) e internacionales, como PISA (2009) y TIMSS (2011), se considera necesario analizar con profundidad lo relacionado en general al aprendizaje matemático y en particular, al aprendizaje de la noción de número.

Al centrar la mirada en la enseñanza de las matemáticas, y más específicamente en el aprendizaje de la noción de número, se hace necesario abordar estas temáticas desde distintos frentes: una revisión de los fundamentos teóricos sobre el aprendizaje y enseñanza de la noción de número en estas edades; una profundización sobre el papel de los procesos matemáticos; y por último, una revisión empírica en los dos últimos niveles de educación parvularia y en los dos primeros niveles de la educación elemental, basada en la presencia de dichos procesos.

A partir de la problemática descrita, nuestra pregunta de investigación es la siguiente:

¿De qué manera están presentes los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de los maestros entre 4 y 8 años?

1.2 Objetivos de la Investigación

1.2.1 Objetivo General

Describir las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas por el maestro de infantil y elemental en relación a los procesos matemáticos en el aprendizaje de la noción de número en los niños entre los 4 y 8 años.

1.2.2 Objetivos Específicos.

- i) Analizar las estrategias de enseñanza-aprendizaje que den cuenta de la presencia de los procesos matemáticos en relación a la noción de número.

- ii) Establecer la frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las estrategias de enseñanza-aprendizaje en relación a la noción de número.

CAPÍTULO 2

Enseñanza - aprendizaje de la noción de número en las primeras edades

2.1 Presentación

Este segundo capítulo se centra en la enseñanza y aprendizaje de la noción de número en las primeras edades, entrega fundamentos teóricos sobre la adquisición de esta noción desde variados enfoques, principios y modelos.

Permite una visión amplia desde el modelo lógico piagetiano, luego desde el modelo de destrezas y finalmente desde el enfoque integral, donde se consideran necesarias las habilidades lógicas y de conteo para la adquisición de la noción de número. Abordando la distinción entre conteo y enumeración, la representación notacional y las funciones numéricas.

Se incluye también las orientaciones curriculares sobre enseñanza y aprendizaje de la noción de número que entrega el Consejo Nacional de Profesores de matemáticas de Estados Unidos (NCTM), quien establece claramente la importancia de centrar la enseñanza en los procesos matemáticos. Continuando con el capítulo, se presentan los estándares comunes que nacen en Estados Unidos como una forma de apoyar los estándares de contenidos y procesos del NCTM, incluyen diversas experiencias que los profesores deben propiciar en sus estudiantes desde los primeros niveles educativos para favorecer mejor los aprendizajes matemáticos.

También se realiza una revisión en el ámbito matemático del currículum nacional en Chile desde los 4 a los 8 años; analizando lo que subyace a la propuesta y la progresión existente.

Luego, como orientaciones didácticas, se presenta la declaración conjunta entre el NCTM Consejo y la *National Association for the Education of Young Children* (NAEYC), donde expresan la importancia de la educación matemática de alta calidad especialmente referida en la etapa 3-6 años. Consideran que la matemática es

fundamental para la vida de las personas por lo que plantean lineamientos en relación al rol del profesor, de las entidades educativas, agentes curriculares y autoridades mencionando que no pueden diseñarse programas de políticas públicas en matemáticas, sin integrarlas con otras disciplinas y sin tener un conocimiento profundo sobre el desarrollo infantil.

Se incluye la declaración de los profesores australianos de matemáticas, quienes declaran enfáticamente la importancia de generar bienestar en los niños para que todos aprendan las matemáticas con agrado y facilidad, se dirigen especialmente a los profesores y a las entidades de formación docente.

Además este capítulo incluye los distintos contextos de enseñanza y aprendizaje del número en las primeras edades, desde los más cercanos y significativos a los niños, hasta lo más abstracto y lejano. Esto último se debe tener muy presente a la hora de querer desarrollar comprensión de la noción de número, ya que va a depender de qué contextos se utilizan con mayor regularidad, y según esto podría ser hasta contraproducente o no, llegando a entorpecer el verdadero aprendizaje infantil.

Finalmente, se aborda la relevancia de la presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número, se fundamenta la razón por la que se debe trabajar la noción de número a través de la resolución de problemas, del razonamiento y demostración, de la comunicación, las conexiones y la representación.

2.2 Fundamentos teóricos sobre la adquisición del número

El desarrollo de la noción de número ha sido estudiado por diversos autores pero se estima necesario abordarlo desde los aportes del psicólogo suizo Jean Piaget (1896 - †1980) y sus colaboradores de la Escuela de Ginebra, como referente relevante en las investigaciones en psicología y pedagogía de gran parte del siglo XX. Se considera primordial abordar la noción de número a partir de sus aportaciones por la importancia de las investigaciones desarrolladas y por la responsabilidad que poseen en el ámbito de las matemáticas en edad infantil. En este sentido, la hipótesis de Piaget y

Szeminska (1967) es que la adquisición de la noción de número es paralela al desarrollo del razonamiento logicomatemático. Según este planteamiento la noción de número se va adquiriendo en forma lineal, sucesivamente luego de dominar dos estructuras lógicas sencillas, como lo son el agrupamiento de la inclusión de clase y la seriación de las relaciones de orden; clasificación y seriación respectivamente. Es decir, dicho en forma distinta, el concepto de número se adquiere etapa por etapa, a partir de la unión de la clasificación y la seriación, pero además teniendo presente que esta unión no se generaliza en todos los números. Por tanto, no es suficiente que un niño cuente en forma verbal: uno, dos, tres... para demostrar que posee el dominio de la noción de número.

En el mismo año, Piaget y Szeminska realizaron otro estudio, aportando aún más a la adquisición de número, dándole el nombre de principio de conservación, el cual se adquiere cuando el niño establece conservación tanto de la cantidad como del número de partes. Ellos concluyeron que si el principio de conservación no está adquirido, difícilmente el niño puede lograr la noción de número. Según estos autores, después de haber efectuado el proceso de generalización, estando en el estadio de las operaciones concretas (entre los 6 y 12 años) se da lugar a la serie de números enteros finitos (cardinales y ordinales).

Entonces, desde la perspectiva piagetiana y en relación a cuándo se alcanza la comprensión del concepto de número, se establece que los niños no logran un verdadero entendimiento de este concepto hasta finalizar la etapa pre-operacional, puesto que hasta al menos los siete años se va consolidando el tipo de pensamiento con predominio en las características sensoriales de los objetos y aún no están sentadas las bases con los requisitos lógicos necesarios que Kamii et al (2005) resumen de la siguiente manera:

Conservación del número: establecen que la noción de número es una característica propia de los conjuntos y que se mantiene a pesar de los cambios que pudiera sufrir la apariencia de los mismos.

Detrás de esta noción se situaría la capacidad de establecer relaciones biunívocas entre los elementos de diferentes conjuntos para ser capaz de establecer comparaciones vinculadas al número de elementos, por sobre las características perceptivas de los mismos.

Seriación: relacionado con la habilidad para establecer relaciones comparativas según sus diferencias. Dos características de esta habilidad lógica serían la transitividad y la reversibilidad.

La primera de ellas se refiere a la capacidad de establecer deductivamente relaciones entre objetos que realmente no han podido ser comparados, atendiendo a las relaciones previas que estos mismos objetos han tenido con otros. Por ejemplo, si se considera un objeto *A*, el cual es mayor que otro *B*, y este último es, a su vez, mayor que otro objeto *C*, se puede establecer sin experimentar la comparación que *A* será mayor que *C*.

Con respecto a la reversibilidad, ésta se refiere al establecimiento de relaciones inversas, es decir, un objeto dentro de una serie ordenada de mayor a menor es mayor que los siguientes y más pequeño que los anteriores.

Clasificación: vinculado a la capacidad de establecer relaciones de semejanza, diferencia y pertenencia entre los objetos (relación entre un objeto y la clase a la que pertenece) e inclusión (relación entre una subclase a la que pertenece un objeto y la clase de la que forma parte).

Sin embargo, durante el siglo XX aparecieron nuevas investigaciones que invitan a ampliar la mirada hacia una re consideración de las habilidades numéricas de los niños en la etapa pre-operacional.

Desde esta postura, buscando explicaciones que den respuesta al proceso de adquisición de la noción de número, existen otros teóricos que analizan el desarrollo de la habilidad numérica desde la perspectiva psicológica del procesamiento de la información y no aceptan que la comprensión del número deba estar supeditada a la capacidad de conservación y defienden un desarrollo gradual, considerando diversos niveles en su comprensión susceptibles de una manipulación cualitativa y cuantitativamente diferente.

Se observan discrepancias frente a lo planteado por Piaget en relación a la distinción entre cantidad y número, como también lo poco significativo del conteo. Estas nuevas corrientes plantean que los niños al usar un sistema simbólico para comunicarse con su entorno (como sus propios dedos) ya están manifestando comprensión de la cantidad y además que la capacidad de mantener el conteo es potenciador de la adquisición del concepto de número y no responde meramente a un proceso rutinario.

De esta forma, diversos investigadores se interesaron por buscar una conexión entre el conteo y la concepción infantil de número; buscando explicar que el conteo en la etapa preoperacional responde a algo más que respuestas memorísticas y mecánicas verbales.

Así, Gelman y Gallister (1978) y Gelman y Meck (1983) llegaron a proponer cinco principios que guían la adquisición y ejecución de esta acción matemática: el conteo.

- Principio de correspondencia biunívoca: el niño debe comprender que para contar los objetos de un conjunto, todos los elementos del mismo deben ser contados y ser contados una sola vez.
- Principio de orden estable: las palabras-número deben ser utilizadas en un orden concreto y estable.
- Principio de cardinalidad: la última palabra-número que se emplea en el conteo de un conjunto de objetos sirve también para representar el número de elementos que hay en el conjunto completo.

Estos tres principios son los que tienen una vinculación más directa con la acción de conteo. No obstante, Gelman y Gallistel (1978) proponen otros dos más:

- Los principios de conteo pueden ser aplicados, independientemente de sus características externas, a cualquier conjunto de objetos o situaciones, es lo que se conoce como el principio de abstracción.

- Y, finalmente, el principio de intrascendencia del orden, según el cual el resultado del conteo no varía aunque se altere el orden empleado para enumerar los objetos de un conjunto.

Hasta aquí hemos visto que desde hace más de 40 años han surgido diversos estudios sobre el desarrollo matemático y la adquisición de la noción de número en la etapa infantil. Por un lado, el aprendizaje de la noción de número se desprende desde el Modelo Lógico Piagetiano (Piaget y Szeminska, 1967) al Modelo de Integración de Habilidades (Baroody, 1998; Fuson, 1988; Bermejo, 1990, entre otros).

Primero se planteaba que el desarrollo del razonamiento lógico es la base del desarrollo del número y las habilidades aritméticas, sin embargo, posteriormente surgen los planteamientos que sostienen que el desarrollo matemático va a la par con el desarrollo del pensamiento lógico, es decir, los niños adquieren la comprensión del número en la medida que posean enriquecedoras experiencias de conteo, las cuales suponen procesos cognitivos complejos para el logro de la noción de número y el manejo de las operaciones lógicas.

Aún más, de acuerdo a Baroody (1998), existe escasa evidencia que demuestre que es necesario el entrenamiento lógico para el desarrollo del concepto de número, sin embargo, se encuentra considerable evidencia que demuestra que las experiencias de conteo están directamente relacionadas a la comprensión del sentido numérico. En esta línea, Bermejo (1990), entre otros, se inclina por un enfoque integral debido a la complementariedad necesaria al logro de la noción de número a través de la enseñanza de las operaciones lógicas y de las habilidades numéricas; considerando que para ambas habilidades se hacen indispensables el desarrollo de procesos cognitivos complejos permitiendo una mayor comprensión, en forma paulatina, del número.

En definitiva, esta discusión de enseñar las operaciones lógicas o las habilidades numéricas como el conteo no parece justificarse (Baroody, 1998). El mismo autor, coincidiendo con Bermejo (1990) al inclinarse por un enfoque integral de la enseñanza del número, afirma que el desarrollo de técnicas y conceptos está ligado, e

incluso algunos teóricos neopiagetianos han llegado a concluir que un análisis sobre el desarrollo del número sería psicológicamente incompleto si no se considerara el aporte de las actividades de contar. Agregan que el conteo posee mayor significado para los niños que establecer correspondencias para comparar equivalencias de conjuntos, especialmente con mayor cantidad de elementos.

Baroody, (1998) insiste en su planteamiento que los conceptos numéricos y contar con sentido, se desarrollan de manera gradual, paso a paso, con una complejidad creciente. En la medida que los niños libremente deciden utilizar el conteo para establecer equivalencias o diferencias, se van independizando de su percepción, muchas veces engañosa para dar correcta solución a las diversas situaciones problemáticas que se les presenta. Sin embargo, Baroody (1998) afirma que a los dieciocho meses los niños empiezan a contar oralmente de uno en uno pero no está empleando el término contar en un sentido riguroso, sino que él hace alusión al proceso de enumeración o conteo propiamente tal. Además, Dickson et al (1991), definen el conteo como la asignación de un número en forma sucesiva a los objetos específicos que constituyen una serie.

Asimismo, Resnick y Ford (1998) señalan que el conteo se define como un proceso en que los elementos de un conjunto se nombran uno a uno, sin repetir ni ignorar alguno, en voz alta o en silencio; asociando cada objeto con una palabra (el nombre de los números), y estas se designan en un orden fijo. Entonces el concepto conteo, según Resnick y Ford (1998), se refiere a la asignación de una etiqueta verbal a todos y cada uno de los objetos de un conjunto con la finalidad de determinar su cardinalidad, con el propósito de determinar la cantidad de objetos de la colección.

De acuerdo a este último planteamiento, a los dieciocho meses los niños aún no contarían, aunque emiten la serie numérica oral, generalmente lo hacen con muchos errores y de una manera no convencional, omitiendo algún número; lo que hace que se distinga, para mayor claridad, el conteo de la enumeración. A las primeras manifestaciones, que consiste en recitar el nombre de los números verbalmente y sin significado lo llamaremos conteo; y al proceso descrito como la acción de contar objetos, uno a uno para saber la cantidad de objetos que hay, lo llamaremos

enumeración, reconociendo que este proceso aparece posteriormente y más evolucionado en el desarrollo de las habilidades de conteo.

El primer indicio de contar aparece entonces, por repetición junto a algunas acciones que realiza, es decir, al comienzo los niños tienden a hacer enumeraciones sin el propósito de numerar los conjuntos o de determinar su cardinalidad.

Entre los trabajos que han profundizado en la representación de los números lo han hecho desde el estudio de tres tipos de representaciones que interactúan constantemente: la representación verbal (nombre del número), representación conceptual (significado del número); y la representación notacional (número escrito).

Los modelos mentales (Huttenlocher, Jordan y Levine, 1994; Mix, Huttenlocher y Levine, 2002) plantean que la representación verbal de los números sigue las fases siguientes:

- Pretransición 1: representación inexacta basada en una percepción. Inicialmente, se representan cantidades de manera no verbal e inexacta usando uno o más elementos perceptivos como la superficie, la longitud, la densidad, etc.
- Transición 1: representación no verbal exacta. Pronto se desarrolla la habilidad de representar cantidades de forma exacta, debido a tres factores: en primer lugar, la evolución de la individualización de los objetos —que se perciben ya como cantidades discretas, permanentes y diferentes— permite establecer las bases para comprender las correspondencias término a término, identificar y representar colecciones y, en consecuencia, comprender de manera informal la equivalencia numérica y los números; en segundo lugar, entre los dos años y medio y los tres años y medio se empieza a desarrollar la habilidad de representar simbólicamente; y, en tercer lugar; otro factor a considerar es la clasificación.
- Transición 2: representación número-palabra. El nivel anterior, junto con el desarrollo de la capacidad de contar, permite representaciones verbales exactas.

El modelo de la abstracción progresiva (Resnick, 1992, 1994), que se centra sobre todo en la representación conceptual de los números, parte de la base que los conceptos y el razonamiento, van de lo concreto (contexto específico) a lo abstracto (generalización). Resnick establece las fases siguientes:

- Razonamiento protocuantitativo (contexto específico, cualitativo): inicialmente los niños razonan sobre cantidades de forma global.
- Razonamiento cuantitativo en un contexto específico: con la adquisición del conteo (y otros procesos para representar colecciones de forma exacta) los niños pueden razonar acerca de cantidades específicas en un contexto significativo.
- Razonamiento numérico: se pueden hacer razonamientos sin un contexto específico.
- Razonamiento abstracto: los niños llegan a reconocer los principios generales que se aplican a cualquier contexto o número.

Respecto a la representación notacional, Martí (2003) señala que hacia los 2-3 años se empiezan a distinguir los sistemas figurativos (dibujos, imágenes) y los sistemas arbitrarios (números y letras), mientras que la diferenciación entre números y letras se da hacia los 3-4 años. Según Martí, el trabajo de identificación y categorización progresiva del sistema numérico escrito permite forjar la idea que los números, además de ser objetos interesantes en sí mismos, pueden servir para representar una realidad de naturaleza numérica. Desde este marco se consideran los siguientes aspectos:

- El esquema organizador que domina en las primeras etapas del conocimiento de los números escritos es el de la correspondencia término a término: una de las tendencias dominantes en los niños más pequeños es anotar tantos signos como objetos hay en la colección (Sinclair, 1991). En este contexto, los signos producidos se refieren exclusivamente a la cantidad; la notación se compone de caracteres discretos, alineados; y en muchas producciones, un mismo signo es repetido varias veces.
- Un momento importante es la producción de un signo único como representante de la cantidad: se trata de un rasgo inherente al sistema de numeración decimal de difícil comprensión, dado que se usa un solo signo para

designar toda una colección. El hecho de que exista un objeto semiótico ya elaborado, los números escritos, que se transmiten culturalmente, ayuda a esta construcción, y no es hasta que los niños comprenden que un solo signo puede representar una pluralidad cuando empiezan a usar los números escritos.

- La comprensión del valor cardinal (una única expresión para representar una cantidad) es fundamental, puesto que constituye el punto de partida para que los niños puedan ir adentrándose en la comprensión de las reglas del sistema: valor posicional, etc. (Lerner, Sadovsky y Wolman, 1994).

Sobre este mismo aspecto, Alsina (2011) realiza un estudio con niños de tres a seis años (n=221). A partir de los resultados obtenidos se establecieron tres niveles: 1) ausencia de código simbólico, que se caracteriza por notaciones concretas (dibujos, etc.) que parten de una correspondencia uno a uno; 2) aparición de código simbólico, en la que se usan notaciones pictóricas (cruces, etc.) en las que se mantiene todavía una correspondencia término a término; 3) consolidación del código simbólico (alfabetización), en la que se usan ya los numerales escritos, aunque con múltiples inversiones.

Según Saxe, (1979), en los primeros cinco años de vida, se desarrolla la posibilidad de plantearse metas que involucran cuatro funciones numéricas principales, las que, como se anticipó, difieren entre sí en cuanto al nivel de complejidad de las operaciones de correspondencia que implican. A continuación se describen brevemente cada una de estas funciones:

- Función 1: Iteración denotativa o enumeración. A los dos años el niño comienza a utilizar e intencionar palabras numéricas al señalarlos y tocarlos, pero aún sin intencionalidad clara de cuantificar colecciones. Aunque la palabra dos o *tres* que menciona, solo se refiere al objeto que indica y no al valor numérico de una colección de dos o tres elementos. Claro que existen bastantes razones para considerar esta conducta como incipientemente numérica. Al etiquetar cada objeto con una palabra numérica diferente, es capaz de ir más allá de las propiedades cualitativas del elemento. De hecho, aplica la secuencia numérica a cualquier tipo de objeto, con independencia de

su naturaleza. Esta función consolidada de iteración denotativa o enumeración implica establecer una correspondencia uno a uno entre los elementos de un conjunto y las palabras de la serie numérica.

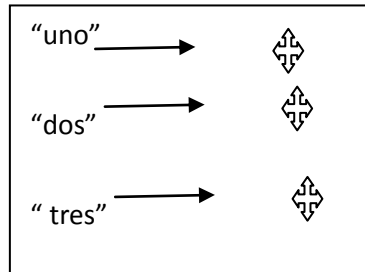


Figura 1: Enumeración.

Al comienzo, esta función pareciera permitir al niño dar cuenta y generar una conciencia incipiente de la repetición de unidades. Los autores mencionan casos en que esta función surge empleando exclusivamente la palabra uno, de modo que para señalar o dar cuenta de un objeto, otro y otro más, el niño expresa “uno, uno, uno”. (Figura 1)

- Función 2: Representación numérica de un conjunto. Implica la posibilidad de cuantificar un conjunto determinando su cardinal (valor numérico único que indica la cantidad de elementos del conjunto). Significa considerar todas las correspondencias establecidas, en el sentido de que pueden ser pensadas como un valor único, uno y múltiple a la vez (“tengo cuatros argollas”).









			
			
Uno	Dos	Tres	Cuatro

Figura 2: Representación numérica de un conjunto.

- **Función 3: Reproducción y comparación de conjuntos.** Esta función permite comparar las magnitudes de dos conjuntos o reproducir numéricamente un conjunto dado. Para esto el niño debe admitir que además de establecer sumas de correspondencias, es posible compararlas. Por ejemplo, ante dos conjuntos, el niño no sólo puede atribuir un valor numérico único a cada uno de ellos por separado (“...acá hay cinco manzanas), sino que también puede comparar esos dos valores numéricos definiendo cuál es mayor (“...cinco es más que cuatro...”). A su vez, esta función implica la posibilidad de construir, ante un conjunto modelo, otro conjunto de igual cantidad de elementos.











					
			“hay más elementos que”		
uno	dos	tres		uno	Dos
3			>	2	

Figura 3: Reproducción y comparación de conjuntos.

- **Función 4: Operaciones aritméticas elementales.** Esta función exige no sólo generar y/o considerar dos valores numéricos (sumas de correspondencias) simultáneamente, sino también una operación de composición o descomposición de esos valores.

Son numerosos los estudios que documentan la evolución de los niños en la resolución de problemas aritméticos, pasando de la estrategia de conteo total en que el niño cuenta a partir del primer término de uno de los conjuntos que intervienen en el problema, a estrategias de sobreconteo (también llamada continuar-contando) a partir de un sumando, es decir, que conservando el valor cardinal de uno de los conjuntos, continúa el conteo a partir del mismo. A estas estrategias siguen otras más elaboradas, no comunes en niños de la edad que nos ocupa, en las que se van desprendiendo de la representación de las colecciones para trabajar con las propiedades del sistema y de las operaciones.

☆	☆	☆		☆
UNO	DOS	TRES		UNO
3				1
4				

Figura 4: Operaciones aritméticas elementales.

Al analizar estas funciones numéricas, surgen diversas dudas: ¿qué define la función en una u otra actividad?, ¿Influyen los propósitos individuales o los determinantes culturales que entran en juego? Sin duda, este modelo despierta gran interés, da respuestas claras que evidencian la manera en que el niño organiza su actividad para dar solución a un desafío determinado.

Considerando entonces lo planteado por los autores, en este trabajo se asume la idea que la enseñanza del concepto de número debería basarse simultáneamente en el refuerzo de las operaciones lógicas y la enseñanza del conteo.

Sin embargo, en las últimas décadas se ha ido introduciendo con fuerza una visión que prioriza el sentido numérico, que se adquiere cuando los números tienen un significado para la persona. En otras palabras, Dantzig (1967); Devlin (2000) y Butterworth (2005) lo describen como un “sentido intuitivo” que permite dar

explicación y uso a los números; que permite apreciar diversos niveles de precisión o errores aritméticos; y estimar y/o poder discriminar diversas estrategias para calcular eficientemente. El sentido numérico como una capacidad básica, al parecer innata, que permite cuantificar los elementos presentes en el entorno. Así, pues, el sentido numérico se asocia a la comprensión y el uso de los conocimientos numéricos.

En la actualidad existen diversas orientaciones que de una u otra forma definen los lineamientos de los currículos educativos.

2.3 Orientaciones curriculares sobre enseñanza - aprendizaje del número

Tanto a nivel internacional, como nacional, existen orientaciones para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades. En este apartado presentamos las orientaciones desde Estados Unidos a través del *National Council of Teachers of Mathematics* y las Normas Comunes. Además una breve descripción referente a la enseñanza de las matemáticas que establece Chile, en el currículum nacional.

2.3.1 *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)

Existen orientaciones internacionales en educación matemática, entre las cuales está el NCTM, que se define como una organización profesional internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes de los Estados Unidos, fundada en 1920.

El NCTM, después de la segunda guerra mundial comenzó a publicar normas que establecían los lineamientos para generar mayores logros de aprendizajes matemáticos. Es así como las del año 1989 solicitaban dar un énfasis especial a la comprensión conceptual y la resolución de problemas en forma constructivista. De esta forma fue menor la instrucción directa de datos y algoritmos, generando así una fuerte crítica al respecto. En el año 1991 publicó los estándares de currículum y evaluación de la enseñanza matemática y posteriormente, en el año 1995 publicó las Normas de Evaluación para las Matemáticas Escolares.

Posteriormente, en el año 2000, en conjunto con profesores de matemáticas de todos los niveles, grupos de expertos, seminarios de estudio, equipos de investigación, editoriales, académicos preocupados por la enseñanza y responsables, en general, del currículum de matemáticas, el NCTM intenta dar respuesta en forma de propuesta a la pregunta ¿qué contenidos y procesos matemáticos deberían aprender a conocer los estudiantes y ser capaces de usar cuando avanzan en su enseñanza? Se estructuran en estándares educativos de contenido y de proceso con el lanzamiento de los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), en sustitución de todas las publicaciones anteriores.

Las nuevas normas aportan la visión, el liderazgo y el desarrollo profesional para apoyar a los maestros para garantizar el aprendizaje de matemáticas de la más alta calidad para todos los estudiantes. Se han organizado en torno a seis principios (equidad, currículo, enseñanza, aprendizaje, evaluación y tecnología) y diez estándares que incluye cinco áreas de contenido (números y operaciones, álgebra, geometría, medición, y análisis de datos y probabilidad) y cinco procesos (resolución de problemas, razonamiento y pruebas, comunicación, conexiones y representación). Estos principios y normas de funcionamiento no se perciben tan radicales como las normas de 1989 y no generan importantes críticas. Las nuevas normas han sido ampliamente utilizadas para informar la creación de libros de texto, el estado y programas locales, y las tendencias actuales en la enseñanza.

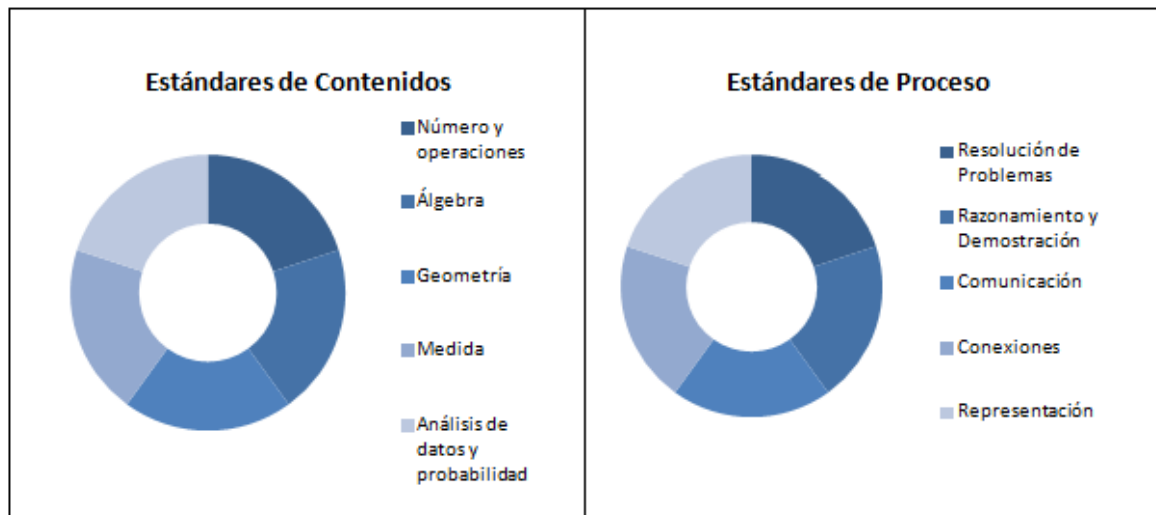


Figura 5. Estándares de contenido y proceso.

Fuente: NCTM, 2000

Aunque cada uno de los estándares de contenido puede ser implementado en todos los niveles educativos de la enseñanza formal, se resalta el crecimiento gradual de lo que se espera en las sucesivas etapas. Se espera que los niños alcancen con cierta profundidad la comprensión de los conceptos y adquieran algún dominio de los procedimientos en algunos elementos específicos del currículum. Por ejemplo, se otorga máxima importancia al estándar de Número desde los niveles de Transición (Los dos niveles superiores de Educación Parvularia, 4 y 5 años) al nivel NB1 (Primero y Segundo nivel de enseñanza elemental), disminuyendo el tiempo a este estándar en las otras etapas; sin embargo, menciona que la enseñanza de las matemáticas constituye una disciplina altamente interrelacionada, es decir, cada uno de los temas se van entrelazando, ninguno se ve por separado, ni en forma individual.

El NCTM (2000), insiste a los profesores de matemática de los niveles *kindergarten* a segundo año de la educación elemental, que la experiencia con el conteo proporciona una base sólida para futuras experiencias con la suma, resta, multiplicación y división, dicho de otra manera, plantea que la acción de contar es una de las mejores maneras de ayudar a los niños a desarrollar el sentido numérico, sin embargo, insiste que no se hace lo suficiente en las escuelas primarias aunque los niños necesitan numerosas y variadas experiencias con el conteo, para saber entre otras cosas, qué

números vienen a continuación, cómo esta secuencia numérica está relacionada con los objetos delante de ellos, cómo hacer un seguimiento y clasificación de los objetos. Junto a esto, y como lo planteábamos antes, también le otorga máxima importancia al estándar de número desde los cuatro a ocho años por considerarlo central para la adquisición de los demás contenidos matemáticos. Paralelamente a esto, también el NCTM establece que los niños en las primeras edades necesitan experiencias enriquecedoras para internalizar la comprensión conceptual de la matemática y además si se visualiza el aprendizaje desde una concepción socio-constructivista, es de mayor importancia aún, el rol mediador que ejerce el profesor que acompaña dicho proceso.

En este sentido, en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), el estándar de contenidos “Número y Operaciones”, junto a “geometría” es el que posee mayor énfasis durante las primeras edades (*Prek-2*) y la enseñanza prioriza su comprensión.

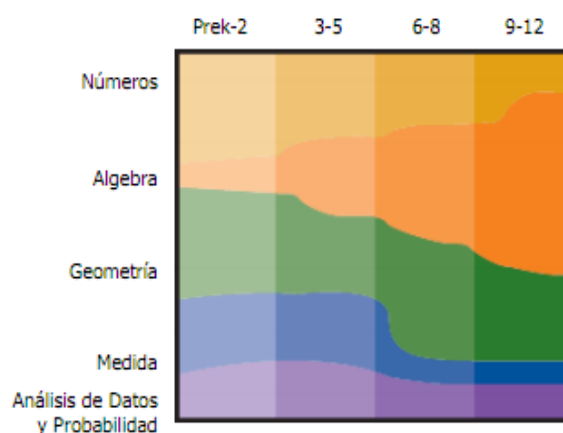


Figura 6. Nivel de atención de contenidos para cada edad.

Fuente: NCTM, 2000

Los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática de Estados Unidos (NCTM,1991) indican que desarrollar un buen sentido numérico y dominar una amplia gama de habilidades numéricas implica entender correctamente el

significado de los números y el sistema decimal; ser consciente de las múltiples relaciones que se dan entre los números, tanto gráficas como simbólicas; reconocer la magnitud relativa de los números según el contexto en que se sitúan; conocer el efecto relativo de las operaciones numéricas considerando sus propiedades y relaciones entre ellas; y disponer de puntos de referencia para realizar mediciones de objetos y situaciones en el entorno.

Junto a estos cinco estándares de contenido, además presentan otros cinco estándares de procesos para favorecer la comprensión y uso de los contenidos en diversos contextos significativos, dicho de otra manera, los estándares de proceso presentan modos destacados de adquirir y usar el conocimiento: Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Comunicación, Conexiones y Representación.

- La Resolución de Problemas, siendo una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento matemático al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.
- El Razonamiento y Prueba, que permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.
- La Comunicación, que en definitiva es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los estudiantes aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez al

escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.

- Las conexiones, para enfatizar que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los estudiantes reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- Las representaciones, que corresponden a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen actualmente son el resultado de una construcción cultural, que llevó muchos años determinar. Cuando los estudiantes comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

A continuación, en la Tabla 1, se puede apreciar que en las primeras edades el estándar Número y Operaciones se centra en los números naturales con los cuales cuentan, comparan cantidades y desarrollan la comprensión de la estructura del sistema decimal, junto con la comprensión de las operaciones aritméticas de suma y resta:

Tabla 1. Estándar número y operaciones en las primeras edades.

Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos	los Contar con comprensión y darse cuenta de “cuántos hay” en colecciones de objetos; Utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración; Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus conexiones; Dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar,
--	---

componer y descomponer números;
 Relacionar los nombres de los números y los numerales, con las cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y representaciones diversas;
 Comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como $1/4$, $1/3$ y $1/2$;

Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	los Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones; Comprender los efectos de sumar y restar números naturales; Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales;
Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables	Desarrollar y usar estrategias para calcular con números naturales, centrándose en la adición y sustracción; Desarrollar fluidez en la adición y sustracción de combinaciones básicas de números; Utilizar diversos métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, lápiz y papel y calculadoras.

Este punto en específico, los procesos matemáticos, se retomarán más adelante con mayor profundidad puesto que en este estudio son claves para el desarrollo de competencias matemáticas y la adquisición de la noción de número.

2.3.2 *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSI)*

Como otro referente internacional, se publican en Estados Unidos los *Common Core State Standards for Mathematics* o normas comunes (CCSSI, 2010), que surgen como una forma de precisar mejor y lograr una mayor coherencia en el aprendizaje de las matemáticas desde los primeros niveles educativos hasta finalizar la educación escolar a fin de mejorar el rendimiento en esta disciplina. En este documento se presentan, en primer lugar, los estándares para la práctica matemática, que describen diferentes niveles de experiencia que los maestros de matemáticas deberían desarrollar en sus alumnos para que sean matemáticamente competentes; y en segundo lugar, los

estándares para el contenido matemático, que son una combinación equilibrada entre procedimientos y comprensión que focalizan los conceptos centrales.

En las Tablas 2 y 3 se organizan estos estándares, en forma sintetizada con cierta novedad por no existir hasta el momento una traducción al español:

Tabla 2. Síntesis de los estándares para la práctica matemática (CCSSI, 2010)

Estándar	Descripción
Identificar el problema y perseverar hasta resolverlo	<p>Comienzan por explicarse a sí mismos el significado de un problema y buscan diversas alternativas para resolverlos.</p> <p>Realizan conjeturas acerca de la forma y el significado de la solución y buscan caminos para encontrar la solución, más que improvisar.</p> <p>Consideran problemas análogos, problemas más simples, etc. para entender mejor la solución.</p> <p>Siguen y evalúan su proceso, y si es necesario cambian de rumbo.</p> <p>Confían en la ayuda que supone el uso de objetos o imágenes concretas para resolver el problema.</p> <p>Comprueban sus respuestas y se preguntan si tienen sentido.</p>
Razonar de forma abstracta y cuantitativa	<p>Entienden las cantidades y sus relaciones en situaciones problemáticas.</p> <p>Usan dos habilidades complementarias para resolver los problemas: la capacidad para descontextualizar una situación dada y representarla simbólicamente; y la capacidad de contextualizar para hacer una pausa cuando sea necesario durante el proceso de manipulación para investigar los referentes de los símbolos involucrados.</p> <p>El razonamiento cuantitativo implica hábitos como crear una representación coherente del problema, teniendo en cuenta las unidades involucradas, atendiendo al significado de las cantidades y no sólo en saber calcularlas.</p>

Crear argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás	<p>Comprenden y utilizan los supuestos indicados, definiciones y resultados previamente establecidos en la construcción de argumentos.</p> <p>Hacen conjeturas y construyen una progresión lógica de las afirmaciones para explorar la verdad de sus ideas.</p> <p>Son capaces de analizar las situaciones dividiéndolas en casos, y pueden reconocer y usar contraejemplos.</p> <p>Justifican sus conclusiones, las comunican a los demás y responden a sus argumentos.</p> <p>Razonan inductivamente acerca de los datos, y hacen que los argumentos que consideran el contexto del que vienen los datos sean viables.</p> <p>Pueden comparar la efectividad de dos argumentos plausibles.</p> <p>Pueden escuchar o leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido, y hacer preguntas útiles para aclarar o mejorar los argumentos.</p>
Modelización matemática	<p>Pueden aplicar las matemáticas para resolver problemas que se plantean en la vida cotidiana, la sociedad y el lugar de trabajo.</p> <p>Pueden simplificar una situación complicada.</p> <p>Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y establecer sus relaciones con herramientas tales como diagramas, tablas de doble entrada, gráficos, diagramas de flujo y fórmulas.</p> <p>Pueden analizar las relaciones de forma matemática para extraer conclusiones.</p> <p>Interpretan los resultados basándose en el contexto y reflexionan sobre la validez de los resultados.</p>
Utilizar estratégicamente las herramientas apropiadas.	<p>Consideran las herramientas disponibles para solucionar un problema matemático. Estas herramientas pueden incluir desde lápiz y papel, modelos concretos, reglas, un transportador, hasta calculadoras, hoja de cálculo, sistema de álgebra computacional, paquete estadístico o <i>software</i>.</p> <p>Son capaces de reconocer las limitaciones de cada herramienta y de determinar en qué situaciones son útiles.</p>
Crear precisión	<p>Intentan comunicarse de forma precisa con los demás.</p> <p>Usan definiciones claras cuando razonan y dialogan con los demás.</p> <p>Determinan el significado de los símbolos que eligen, incluyendo el uso del signo igual de forma apropiada y coherente.</p> <p>Son precisos al especificar las unidades de medida y etiquetar los ejes para clarificar la correspondencia con las cantidades de un problema.</p> <p>Calculan con precisión y eficacia, y expresan respuestas numéricas con un grado de precisión adecuado al contexto del problema.</p>

Buscar y hacer uso de una estructura	Buscan discernir patrones o estructuras. Identifican la importancia de una línea en una figura geométrica y pueden utilizar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas. Saben distanciarse y ver el problema en un plano general. Pueden simplificar situaciones complicadas.
Buscar y expresar la regularidad en un razonamiento repetido	Discriminan si los cálculos se repiten, y buscan métodos generales y atajos. Supervisan el proceso y se fijan en los detalles. Evalúan constantemente el sentido de sus resultados intermedios.

Los estándares anteriores, referentes a la práctica matemática se basan en los procesos matemáticos del NCTM, los cuales se muestran graficados en la figura 7, y en las competencias matemáticas que se especifican en el informe *Adding It* del *National Council Research* de los Estados Unidos.

En relación a los estándares de contenido, se establecen estándares específicos para cada nivel que definen lo que los alumnos deberían entender y saber hacer. En la Tabla 3 se exponen los estándares de contenido relativos a “números y operaciones” correspondientes al nivel de Educación Infantil (5-6 años).

Tabla 3. Síntesis de los estándares de contenido de “números y operaciones” de Educación Infantil (CCSSI, 2010)

Usan números, incluidos los números escritos, para representar cantidades y para resolver problemas cuantitativos; como contar los objetos de un conjunto, comparar conjuntos de numerales y crear situaciones sencillas en que se tengan que juntar o separar conjuntos de objetos y, más adelante, expresiones como $5 + 2 = 7$ y $7 - 2 = 5$.

Escogen, combinan y aplican estrategias efectivas para responder a preguntas cuantitativas. Reconocen rápidamente las cardinalidades de pequeños conjuntos de objetos, cuentan y elaboran conjuntos, cuentan el número de objetos en conjuntos combinados, o el número de

objetos que permanecen en un conjunto una vez se han quitado algunos.

En las Tablas anteriores se aprecia que las orientaciones internacionales contemporáneas que se usan como referencia para diseñar la mayoría de currículos de los países civilizados, abogan por otorgar importancia sobre todo a la capacidad de comprender los números y saberlos usar. Esta visión mantiene un fuerte paralelismo con la alfabetización matemática, que se concibe como la capacidad de comprender conceptos y procedimientos fundamentales y saberlos aplicar en diferentes contextos. Es por ello que es posible afirmar que, en relación al conocimiento numérico de los niños de las primeras edades, en los referentes internacionales consultados se impulsa sobre todo la alfabetización numérica.

2.3.3 Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC)

A través de los lineamientos curriculares nacionales, en matemáticas se persigue sentar las bases para una comprensión profunda de los conceptos, desde lo concreto a lo simbólico y con énfasis en el razonamiento al resolver problemas. En la Educación Parvularia³ se abordan distintos ámbitos y núcleos; en directa relación con matemáticas se encuentra el ámbito “Relación con el medio natural y cultural” y el núcleo: “Relaciones lógico matemáticas y cuantificación”. En la Tabla 4 se exponen los aprendizajes esperados correspondientes al núcleo recién mencionado para la etapa de los 4 y 5 años respectivamente. (Bases Curriculares, 2001)

Tabla 4. Aprendizajes esperados en Educación Parvularia

Transición I (4 años)	Transición II (5 años)
Reconocer secuencias de patrones de diferentes tipos, reproduciéndolos a través de diferentes formas.	Emplear los números para identificar, contar, clasificar, sumar, restar, informarse y ordenar elementos de la realidad.
Resolver situaciones problemáticas simples con objetos, ensayando diferentes	Reconocer y nominar los números, desarrollando el lenguaje matemático para

³ Educación Parvularia en Chile, corresponde a los niveles educativos entre 0-6 años.

<p>estrategias de resolución que consideren distintos medios.</p>	<p>establecer relaciones, describir y cuantificar su medio y enriquecer su comunicación.</p>
<p>Iniciarse en el empleo intuitivo de cuantificadores simples: mucho-poco, más-menos, mayor- menor.</p>	<p>Iniciarse en experiencias de observación y experimentación registrando, midiendo, y cuantificando elementos y fenómenos de su entorno.</p> <p>Representar gráficamente cantidades, estableciendo su relación con los números para organizar información y resolver problemas simples de la vida cotidiana.</p> <p>Interpretar hechos y situaciones del medio empleando el lenguaje matemático y el conteo para cuantificar la realidad.</p> <p>Iniciarse en la comprensión de la adición y sustracción, empleándolas en la resolución de problemas cotidianos y en situaciones concretas.</p>

En la Tabla 4 se evidencia que durante la Educación Parvularia se hace hincapié en la relación de la matemática con el contexto, es decir, se vincula con la observación del entorno, a la realidad en que se encuentra cada niño; en definitiva, aparece más explícitamente la importancia de relacionar la educación matemática con la vida cotidiana. Al observar con mayor detención los aprendizajes esperados que se plantean para el nivel Transición I (4 años) en el núcleo “relaciones lógico matemáticas y cuantificación”, resalta el carácter variado y simple, que invita a la exploración y manipulación para aproximarse de mejor manera al conocimiento y comprensión del entorno inmediato, de una forma intuitiva, libre y creativa. Pareciera que la propuesta que se hace desde el currículum nacional es bastante amplia y factible de contextualizar, se observa la importancia de conocer patrones, de resolver situaciones problemáticas e iniciarse en el empleo intuitivo de cuantificadores simples; en ningún momento se presentan exigencias vinculadas a la representación gráfica de numerales, por el contrario, se basa en aprendizajes más profundos y “con sentido” para los pequeños, acordes a sus necesidades.

En forma similar ocurre en transición II (5 años), los aprendizajes esperados que definen las bases curriculares del nivel central incluyen explícitamente el trabajo con números. Se observa que los niños y de este nivel educativo debieran emplear, reconocer, clasificar y nominar los números, además de ordenar, representar gráficamente cantidades y resolver problemas, iniciándose en la adición y sustracción en situaciones cotidianas y concretas. Por otro lado, en este nivel aparece el lenguaje matemático y el conteo como un medio para interpretar la realidad a través de la cuantificación.

Es claro que los aprendizajes matemáticos que se espera que logren los niños en Educación Parvularia demuestran estar vinculados a lo cotidiano y/o familiar; pero al mismo tiempo, están planteados con menor detalle en relación a lo que insiste el NCTM (2003). Si realizamos un análisis más exhaustivo, se puede ver que los estándares que propone este consejo, promueven una mayor profundidad de contenidos y además exige una mayor interrelación entre ellos; se refleja en lo que tiene relación a la comprensión de las operaciones y su relación entre ellas, también en comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos. Del mismo modo, si nos centramos en los procesos matemáticos, queda claramente evidenciado que en las bases curriculares de educación parvularia chilenas están, en su mayoría, invisibilizados, decimos “en su mayoría” porque se puede encontrar la resolución de problemas y la comunicación, aunque sin mayor profundización.

Más aún, al relacionar los aprendizajes esperados relacionados con el bloque “Número y Operaciones” de las bases curriculares con los estándares comunes, se comprueba que no existe vinculación alguna, ni con los estándares para la práctica matemática, ni tampoco con los estándares de contenido matemático, que fueron elaborados para lograr una mejor alfabetización matemática en las primeras edades.

De igual modo como se han abordado los contenidos curriculares en el nivel de educación parvularia, presentamos en la Tabla 5 los objetivos de aprendizaje de matemáticas en el primer y segundo año de educación elemental, que establece el currículum nacional en los dos primeros niveles de educación básica en Chile.

Tabla 5. Objetivos de aprendizaje del Primer y Segundo año básico.

Objetivos de Aprendizaje Primer año básico	Objetivos de Aprendizaje Segundo año básico
<ol style="list-style-type: none"> 1. Contar números naturales del 0 al 100, de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, hacia delante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 100. 2. Leer números del 0 al 20 y representarlos de manera concreta, pictórica y simbólica. 3. Comparar y ordenar números del 0 al 20 de menor a mayor y/o viceversa, utilizando material concreto y/o software educativo. 4. Componer y descomponer números del 0 al 20 de manera aditiva de forma concreta, pictórica y simbólica. 5. Reconocer, describir, crear y continuar patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos...) y patrones numéricos hasta 20, crecientes y decrecientes usando material concreto, pictórico y simbólico de manera manual y/o por medio de software educativo. 6. Usar unidades no estandarizadas de tiempo para comparar la duración de eventos cotidianos. 7. Identificar el orden de los elementos de una serie, utilizando números ordinales del primero(1º) al décimo. 	<p>NÚMEROS Y OPERACIONES</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Contar números del 0 al 1 000 de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 1 000. 2. Leer números del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica. 3. Comparar y ordenar números del 0 al 100 de menor a mayor y viceversa, usando material concreto y monedas nacionales de manera manual y/o por medio de software educativo. 4. Estimar cantidades hasta 100 en situaciones concretas, usando un referente. 5. Componer y descomponer números del 0 a 100 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica. 6. Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones y sustracciones hasta 20:completar 10, usar dobles y mitades “uno más uno menos, “dos más dos menos” usar la reversibilidad de las operaciones 7. Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico. 8. Demostrar y explicar de manera concreta, pictórica y simbólica el efecto de sumar y restar 0 a un número. 9. Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100:usando un lenguaje cotidiano y

matemático para describir acciones desde su propia experiencia, resolviendo problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo, registrando el proceso en forma simbólica aplicando los resultados de las adiciones y sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos, aplicando el algoritmo de la adición y sustracción sin considerar reserva, creando problemas matemáticos en contextos familiares y resolviéndolos.

10. Demostrar que comprende la relación entre la adición y la sustracción al usar la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y la resolución de problemas.

11. Demostrar que comprende la multiplicación: usando representaciones concretas y pictóricas, expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales, usando la distributividad³ como estrategia para construir las tablas del 2, del 5 y del 10, resolviendo problemas que involucren las tablas del 2, del 5 y del 10.

En esta misma línea, existen experiencias internacionales exitosas en los aprendizajes de educación matemática en las primeras edades, es el caso del modelo concreto, pictórico, abstracto donde todos los contenidos y especialmente el eje de números se trabajan a través del material concreto, luego con representaciones pictóricas las cuales finalmente son reemplazadas por símbolos. Y una vez que los estudiantes son capaces de operar símbolos, también pueden trabajar con sentido inverso.

En este modelo se entiende que el aprendizaje de la primera infancia se genera a través de lo cotidiano, de los elementos visuales palpables, hasta llegar a lo abstracto; su abordaje metodológico se centra en que los estudiantes pueden solucionar problemas

de distintos niveles de abstracción, transitando desde el material concreto a las representaciones simbólicas.

La manipulación de material concreto y su representación pictórica mediante esquemas simples (cruces, marcas, círculos, cuadrados, marco de 10, tabla de 100 y recta numérica) permite a los estudiantes desarrollar imágenes mentales. Con el tiempo, prescinden gradualmente de los materiales y representaciones pictóricas, y operan solamente con símbolos. (Mineduc,2002)

Claramente se observa que detrás de estos lineamientos del currículo nacional chileno se encuentra la teoría del descubrimiento propuesta por Bruner (2001), quien considera que el rol del profesor se basa en proporcionar situaciones problemáticas relevantes que estimulen a los estudiantes a descubrir por sí mismos tanto los conceptos, las relaciones y procedimientos, como parte de un todo organizado, proponiendo además el enfoque en espiral. Sin embargo, algo sucede, desde los planteamientos curriculares y lo que se desarrolla directamente con los niños en las diversas situaciones de aprendizaje, pareciera que existe una incoherencia, en algún momento de este proceso de enseñanza-aprendizaje, se desvía y no llega de la mejor forma para satisfacer las necesidades de aprendizaje de los estudiantes en cada una de las etapas en que se encuentran.

2.4 Orientaciones didácticas para la enseñanza - aprendizaje del número en las primeras edades

En este apartado aunque se abordan orientaciones generales para la enseñanza de las matemáticas, estas son extrapolables a la enseñanza del número. Tomando en cuenta la importancia del rol del educador de modo que su práctica de enseñanza-aprendizaje responda a las necesidades de los niños.

A continuación se aborda un enfoque relacionado con los contextos de enseñanza-aprendizaje de la noción de número que va en directa relación al logro de la competencia matemática.

2.4.1 Declaración conjunta de la Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños (NAEYC) y el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM)

El NCTM (2000) y la NAEYC (2002), afirman que la educación matemática de alta calidad, un reto, y accesible especialmente para los niños entre 3 y 6 años de edad, es una base fundamental para aprendizaje de las matemáticas futuras.

Declaran que es fundamental que las matemáticas en las primeras edades inviten a los niños a explorar su entorno comparando cantidades, encontrando patrones, indagando el espacio para encontrar solución a problemas reales que surgen desde el accionar natural y lúdico del mundo infantil. Es más, en esta declaración se afirma que con la comprensión matemática los niños logran encontrar sentido a su mundo fuera de la escuela.

Desde la década de 1970 una serie de evaluaciones de desempeño de los estudiantes de Estados Unidos ha puesto de manifiesto un nivel general de aptitud matemática muy por debajo de lo que se desea y necesita, Kilpatrick et al (2001).

En el año 2000, con la creciente evidencia de que los primeros años afecta significativamente el aprendizaje de matemáticas y actitudes, el NCTM, por primera vez incluyó *pre-kindergarten* en sus Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares describe cada contenido matemático y el área de proceso de lo que los niños deben ser capaces de hacer desde este nivel hasta segundo grado.

Esta declaración se centra en niños mayores de 3 años, en gran parte debido a que la base de conocimientos sobre aprendizaje de las matemáticas es más robusta para este grupo de edad. La evidencia disponible, sin embargo, indica que los niños menores de 3 años también disfrutan y se benefician de los diversos tipos de exploraciones y experiencias matemáticas.

El reconocimiento de la importancia de los buenos principios, compartidos por NCTM y NAYEC, subyace en esta declaración conjunta. La declaración describe lo que constituye la educación matemática de alta calidad para niños de 3-6 y lo que es necesario para lograr dicha calidad.

Para ayudar a lograr esta meta la declaración conjunta establece algunas recomendaciones esenciales, basadas en la investigación para guiar la práctica, así como también recomendaciones de políticas, cambios de sistemas, y otras acciones necesarias para apoyar estas prácticas.

Las recomendaciones van primero en dirección al rol de los maestros de niños desde los 3 años para que asuman su responsabilidad en el incremento del interés en matemáticas, tomando en cuenta la experiencia y los aprendizajes informales para desarrollar prácticas de enseñanza que fortalezcan los procesos de resolución de problemas, razonamiento, representación, comunicación y conexión de las ideas matemáticas, tanto dentro como fuera del aula.

Además las recomendaciones se enfocan en potenciar una interacción profunda y sostenida entre los niños con ideas matemáticas claves donde se integre las matemáticas con otras actividades y a la inversa, proporcionando el tiempo suficiente, el

material y el apoyo del adulto para que puedan desarrollar juegos en contexto donde se exploran y manipulan las ideas matemáticas con gran interés.

En segundo lugar estas recomendaciones se dirigen a las instituciones, agentes curriculares y autoridades que intervienen en los programas de formación inicial docente y de educación permanente de los maestros, para que ejerzan un rol garante de altos estándares de calidad y tengan mayor protagonismo en las políticas públicas vinculadas a la enseñanza de las matemáticas en estas edades.

Siguiendo con la misma idea, esta declaración conjunta menciona la importancia que las decisiones relativas a programas de matemáticas y de las prácticas de enseñanza deben basarse en el conocimiento del desarrollo infantil y el aprendizaje en todas las áreas relacionadas entre sí: cognitivo, lingüístico, físico, social y emocional. Más allá del desarrollo cognitivo, los profesores deben estar familiarizados con el desarrollo social, emocional y motor de los niños pequeños, todos los cuales son relevantes para el desarrollo matemático. Para determinar qué puzzles y materiales manipulativos son útiles para apoyar el aprendizaje de matemáticas, por ejemplo, los profesores combinan su conocimiento de la cognición de los niños con el conocimiento del desarrollo de la motricidad fina. En base a lo que plantea Bronson, M.B., (1995), para decidir si se debe dejar a un niño de 4 años de edad con un problema matemático en particular o para ofrecer una pista, el maestro se debe basar en más de una comprensión de lo cognitivo, exige involucrarse también sobre el desarrollo emocional de los niños pequeños y su sensibilidad a la tolerancia a la frustración individual y la persistencia.

Se declara además, en concordancia con Bredekamp et al (1997), como fundamental que el maestro utilice un plan de estudios y desarrolle prácticas pedagógicas que fortalezcan los procesos de resolución de problemas y el razonamiento de los niños, así como la representación, la comunicación, y la conexión de las ideas matemáticas. Este autor manifiesta claramente que la resolución de problemas y el razonamiento son el corazón de las matemáticas, la enseñanza que promueva la competencia en estos y otros procesos matemáticos es consistente con los informes

nacionales sobre la educación matemática y las recomendaciones para la práctica de la primera infancia.

Mientras que el contenido representa el qué de la educación matemática de la primera infancia, los procesos hacen posible que los niños adquieran conocimientos de contenido. Estos procesos se desarrollan con el tiempo y cuando sea compatible con las oportunidades bien diseñados para aprender.

El NCTM plantea claramente que el desarrollo y utilización de los niños de estos procesos se encuentran entre los logros más duraderos profundos e importantes de la educación matemática. Para que experiencias e ideas intuitivas sean verdaderamente matemáticas, es necesario que los niños reflexionen sobre ellas, las representen de diversas maneras, y las conecten con otras ideas, esto último no solo es eficaz en la etapa infantil, sino también en el futuro aprendizaje de edades superiores.

Siguiendo con los elementos más relevantes de esta declaración se plantea también que en el desarrollo de currículo de matemáticas temprano, los profesores deben estar atentos a las experiencias, ideas y creaciones de los niños. Para crear la coherencia y el poder en el plan de estudios, sin embargo, los maestros también deben permanecer enfocados en las "grandes ideas" de las matemáticas y de las conexiones y las secuencias entre esas ideas.

Estas áreas de contenido y sus grandes ideas afines, sin embargo, son sólo un punto de partida. ¿Por dónde empezar a construir la comprensión de una idea como "contar" o "simetría", y dónde puede uno tomar esta comprensión durante los primeros años de la escuela? La articulación de los objetivos y estándares para los niños pequeños como un proceso continuo de desarrollo o de

aprendizaje es una estrategia particularmente útil para asegurar el compromiso con el dominio de las ideas matemáticas importantes.

Dicha declaración conjunta aborda también, la importancia de proporcionar la interacción profunda y sostenida de los niños con ideas matemáticas claves.

En innumerables programas de la primera infancia, las matemáticas hacen sólo fugaces apariciones aleatorias. Otros programas dan suficiente tiempo en el programa de estudios, pero intenta cubrir tantos temas de matemáticas que el resultado es superficial y carente de interés para los niños. En una tercera alternativa más eficaz, los niños encuentran conceptos en profundidad y en una secuencia lógica. Dicha profundidad y coherencia permiten a los niños desarrollar, construir, probar y reflexionar sobre sus comprensiones matemáticas Claments, (2001).

Integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas es otra de las recomendaciones que incluye esta declaración, en el sentido que los niños pequeños no perciben su mundo como si estuviera dividido en cubículos separados, tales como "las matemáticas" o "alfabetización". Del mismo modo, la práctica efectiva no limita las matemáticas para un período determinado o la hora del día. Más bien, los maestros de la primera infancia ayudan a los niños a desarrollar el conocimiento matemático durante todo el día y en todo el plan de estudios. Actividades y rutinas diarias de los niños pueden ser utilizados para introducir y desarrollar ideas matemáticas importantes. Por ejemplo, cuando los niños están haciendo fila, los profesores pueden crear variadas oportunidades para desarrollar una comprensión de las matemáticas. Por ejemplo, los niños que llevan algo rojo se les puede pedir ponerse en línea en primer lugar, los que llevan azul ponerse en segunda línea, y así sucesivamente. Tales oportunidades para construir importantes vocabulario y los conceptos matemáticos están presentes en cualquier sala de clases, y si el profesor los considera, aprovecha al máximo los recursos existentes.

Los proyectos y las experiencias de las matemáticas en otras disciplinas son muy importantes para que los niños puedan aplicar e integrar y también desarrollar la independencia, la persistencia, y la flexibilidad para dar sentido a los problemas de la vida real. Cuando los niños persiguen un proyecto o investigación, se encuentran con diversos problemas matemáticos e interrogantes. Con la guía del maestro, los niños piensan acerca de cómo recabar información y elaborar representaciones que les ayude en la comprensión y uso de esa información y la comunicación de su trabajo a los demás.

El juego es otro ámbito que esta declaración conjunta aborda, establece la necesidad de proporcionar tiempo, materiales y ayuda al profesor para que los niños participen en juegos, un contexto en el que se exploran y manipulan las ideas matemáticas con gran interés. Los niños se vuelven intensamente involucrados en el juego. La búsqueda de sus propios fines, que tienden a hacer frente a los problemas que están desafiando lo suficiente como para ser apasionante, aunque totalmente dentro de sus capacidades. Al seguir un problema dándole vueltas de diferentes maneras puede conducir a la formación de habilidades importantes para la resolución de problemas matemáticos, incluso cuando varios niños lidian con el mismo problema, que a menudo vienen con diferentes enfoques, discuten y aprenden unos de otros, según Yackel et al (1991). Estos aspectos del juego tienden a estimular y promover el pensamiento y el aprendizaje tanto en las matemáticas como en otras áreas.

Sin embargo, plantean que el juego no garantiza el desarrollo matemático por sí solo, sino que ofrece ricas e importante posibilidades y que genera beneficios con mayor probabilidad cuando los maestros dan seguimiento, apoyan la participación de los niños en la reflexión y la representación de los conceptos matemáticos que han surgido en sus interacciones lúdicas y realizan preguntas que provocan aclaraciones, ampliaciones, y el desarrollo de nuevos conocimientos.

Otro tema central de esta declaración es que el currículo de educación infantil tiene que ir más allá de situaciones matemáticas esporádicas. En los programas eficaces, los maestros hacen un uso juicioso de una variedad de enfoques, estrategias y materiales

para apoyar el interés y habilidad en las matemáticas de los niños. Además de incorporar las matemáticas significativas de aprendizaje en el juego, las rutinas del aula y experiencias de aprendizaje a través del currículo, un programa eficaz de las matemáticas tempranas también ofrece experiencias cuidadosamente planificadas que centran la atención de los niños en una idea matemática particular o un conjunto de ideas relacionadas. El uso de materiales también requiere de una planificación e intencionalidad por parte del maestro, éste debe seleccionar y utilizar los recursos pedagógicos que generen aprendizajes significativos. En resumen, la matemática es demasiado importante para dejarla al azar, también debe estar conectada a la vida del niño. Implica que los profesores eficaces para la primera infancia se basen en el conocimiento matemático informal, las experiencias, los antecedentes culturales y el lenguaje de los niños.

La evaluación cuidadosa y continua es otro elemento que incluye la declaración conjunta entre el NCTM y NAEYC; la consideran como un proceso esencial para una enseñanza eficaz, a partir de la observación minuciosa, la evaluación utiliza múltiples fuentes de información recopilada de forma sistemática en el tiempo, por ejemplo, un libro de clase, registros gráficos realizados por los niños durante varias semanas. Según Chittenden, E. (1991), la evaluación en matemáticas debe seguir los principios ampliamente aceptados para una auténtica evaluación en la primera infancia. Evaluación cuidadosa es especialmente importante en la planificación, considerando la diversidad étnica, cultural y lingüística entre los niños pequeños y para los niños con necesidades educativas especiales. Los maestros eficaces usan la información y los conocimientos obtenidos de la evaluación para planificar y adaptar la enseñanza y el currículo. Reconocen que incluso los niños pequeños inventan sus propias ideas y estrategias matemáticas y que las ideas de los niños pueden ser muy diferentes de las de los adultos. Ellos interpretan lo que el niño está haciendo y pensando y tratan de ver la situación desde el punto de vista del niño.

Con esta base en la evaluación reflexiva, los maestros son capaces de tomar decisiones informadas acerca de lo que el niño puede ser capaz de aprender de nuevas experiencias.

Los maestros y los encargados de formular políticas educativas tienen que mantener el control del proceso de evaluación, asegurando que ayuda a desarrollar la competencia matemática y la confianza. Bien concebida y bien ejecutada, la evaluación continua es una herramienta indispensable para facilitar la participación y el éxito en matemáticas de todos los niños.

Finalmente, la declaración conjunta incluye elementos que considera debieran estar presente más allá del aula; se refiere ampliamente a los requerimientos de la formación docente y desarrollo profesional continuo, ambos niveles lo consideran una prioridad urgente ya que los desafíos en matemáticas son enormes y la preparación profesional de cada maestro va conectada a la posibilidad de apoyar adecuadamente los requerimientos de los niños para desarrollar competencia matemática, según NAEYC (2001). Por un lado, plantea que es necesario que el maestro posea el dominio del contenido matemático y los conceptos más relevantes sobre lo que aprenden los niños en esta edad y cómo lo aprenden en vinculación a sus aprendizajes posteriores. Además se refiere a la importancia del conocimiento del aprendizaje y desarrollo infantil en todas las áreas, a las habilidades para observar y documentar las diversas experiencias de aprendizaje relacionadas con la comprensión matemática de los niños pequeños, en definitiva manifiesta claramente que el maestro debe poseer un conocimiento cabal en recursos y herramientas que promuevan la competencia matemática y el disfrute por ella.

A modo de conclusión, una actitud positiva hacia las matemáticas y una base sólida para el aprendizaje de matemáticas comienza en la primera infancia. Estos buenos principios reflejan todas las características de una buena educación en la primera infancia: un profundo conocimiento del desarrollo y aprendizaje de los niños; una fuerte comunidad de maestros, familias y niños, el conocimiento basado en la investigación del plan de estudios de la primera infancia y las prácticas de enseñanza, la evaluación continua en el servicio de aprendizaje de los niños, y un respeto permanente a sus familias, sus culturas y a las comunidades a las cuales pertenecen.

Para hacer realidad esta visión, los educadores, administradores, políticos, y las familias deben trabajar en conjunto; dar a conocer la importancia de las matemáticas en la educación temprana, informando a otros acerca de enfoques adecuados para la

enseñanza de matemática y el aprendizaje, y el desarrollo de los recursos esenciales para apoyar la alta calidad, experiencias matemáticas equitativas para todos los niños pequeños.

2.4.2 Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia.
Asociación Australiana de profesores de matemáticas e infancia.

La Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas y Primera Infancia en Australia, sostiene que los primeros años son también importantes en el desarrollo de las matemáticas y de la competencia matemática, como también en el lenguaje y alfabetización. Esta declaración recomienda acciones apropiadas que garanticen el acceso a las ideas matemáticas fundamentales y a su aprendizaje por todos los niños de las primeras edades con actitud positiva y significado futuro. Manifiesta que todos los niños son capaces de acceder a grandes ideas matemáticas, relevantes para su vida actual y, a su vez, fundamentales para su futuro aprendizaje en esta disciplina como en otras diversas; con lo cual se deja claramente establecido que es un deber otorgar la posibilidad de acceder a estas ideas, a través de actividades de gran calidad centradas en los niños y los contextos que los rodean.

Esta asociación, a través de su declaración, menciona diversas recomendaciones: en primer lugar para las prácticas pedagógicas de los educadores de la primera infancia, luego las enfoca para las instituciones de formación docente y finalmente para proveedores educativos.

Siguiendo el orden en que se presentan estas recomendaciones, primero están para los educadores de la primera infancia, donde se les solicita que atraigan y animen la curiosidad natural de los niños para favorecer el desarrollo de las ideas y

de la comprensión de las matemáticas infantiles a través de la utilización del juego, el currículum emergente, el currículum centrado en los niños o el currículum iniciado por los niños para facilitar el desarrollo infantil de las ideas matemáticas. Aquí se recomienda que la práctica pedagógica asegure que las ideas matemáticas con las que interactúan los pequeños sean relevantes para su vida actual y sean la base para aprendizajes matemáticos futuros. Además que se refleje la valoración y el reconocimiento de los aprendizajes matemáticos que ya poseen los niños y que incluya los métodos infantiles de resolución de problemas matemáticos que han desarrollado o propuesto con anterioridad. Que se asegure una práctica que proporcione materiales, espacio y tiempo apropiados permitiendo la interacción y comunicación entre pares y adultos respetando la diversidad y contextos existentes.

Que su énfasis esté en el desarrollo del pensamiento sobre la acción con los materiales, que se potencie la manipulación mental de ideas matemáticas. Que reconozca que el desarrollo matemático de los niños es interno y su necesidad de evaluarlo a través de la observación, las historias de aprendizaje, los debates, entre otros, para realizar un seguimiento del desarrollo y facilitar la planificación de las siguientes interacciones, tareas, actividades e intervenciones.

La siguiente recomendación, es la dirigida a las instituciones responsables de la formación docente, se les pide asegurar una formación matemática apropiada, que incluya preparación en didáctica suficiente para que los estudiantes graduados puedan generar programas de calidad que garanticen el aprendizaje matemático de los niños en edades iniciales.

Por último, las recomendaciones para proveedores educativos van dirigidas a los agentes externos que influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en este sentido se les solicita a los investigadores que continúen profundizando sus estudios sobre el aprendizaje matemático en la primera infancia y los requerimientos de apoyo que ellos necesitan. A quienes poseen la responsabilidad de desarrollar los currículums de matemáticas se les recomienda que los hagan coherentes y articulados para que ofrezcan continuidad desde la educación infantil al principio de la

educación primaria, que reconozcan, valoren y construyan a partir del aprendizaje matemático de los niños.

Finalmente que desarrollen propuestas evaluativas y de trabajo con familia para el desarrollo matemático infantil, que sean sensibles al desarrollo general y al aprendizaje de los pequeños, a su desarrollo matemático, sus antecedentes culturales y lingüísticos, y a la naturaleza de las matemáticas como tarea o esfuerzo prolongado de investigación y resolución de problemas; en forma consistente con la filosofía y la práctica defendidas en esta declaración de posición.

2.4.3 Importancia de los contextos para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades

Alsina (2011b) plantea que un contexto es una situación más o menos problemática, que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que requieren las matemáticas para contestarlas o resolverlas. Entonces entendemos que en matemáticas, un contexto no se restringe al contexto del aula, al contexto familiar, social, histórico o natural; sino que se refiere a un término mucho más general que engloba todas esas situaciones y actividades que poseen sentido para los niños y potencian su pensamiento matemático crítico.

Reeuwijk, (1997) investigador y educador del Instituto Freudenthal de la universidad de Utrecht (Holanda) menciona cinco motivos para utilizar contextos reales de aprendizaje:

1. Los contextos pueden generar motivación en los niños, pueden ayudar a comprender mejor la utilidad de las matemáticas y llevar a una mayor comprensión sobre el modo que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.

2. El uso de contextos puede ayudar que los propios estudiantes aprendan a usar las matemáticas y a distinguir su utilidad de acuerdo a las necesidades de cada etapa en la vida.
3. Los contextos pueden incrementar el interés de las ciencias en general, y en las matemáticas en particular.
4. Los contextos pueden promover la creatividad, impulsarlos a organizar estrategias informales y de sentido común, por ejemplo en la solución de un problema en una situación lúdica.
5. Un buen contexto puede actuar de mediador entre la situación concreta y las matemáticas abstractas.

En definitiva, el uso de contextos en la clase de matemáticas contribuye a la formación de personas matemáticamente más competentes, a través del uso de contextos también se favorece el real desarrollo de una competencia matemática y se genera una mayor comprensión de las matemáticas en general.

Entre los contextos de aprendizaje que se pueden utilizar para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades, se quiere presentar aquí, de una manera muy gráfica y simple de recordar, lo que propone Alsina, (2010), quien establece una comparación entre la pirámide alimenticia con la pirámide de la educación matemática, la cual posee distintos contextos de aprendizaje que se pueden utilizar dentro o fuera del aula.

Por un lado, es conocido por todos lo que presenta la pirámide de los alimentos; como lo muestra la figura 4; se trata de un esquema que nos indica el tipo de alimento que se deben consumir con mayor o menor frecuencia y cantidad para mantener una dieta equilibrada. No se descarta ninguno, solamente informa sobre la conveniencia de restringir algunos de ellos a una ingesta ocasional y, por eso, es una herramienta muy útil para favorecer una dieta garante de salud y bienestar físico.

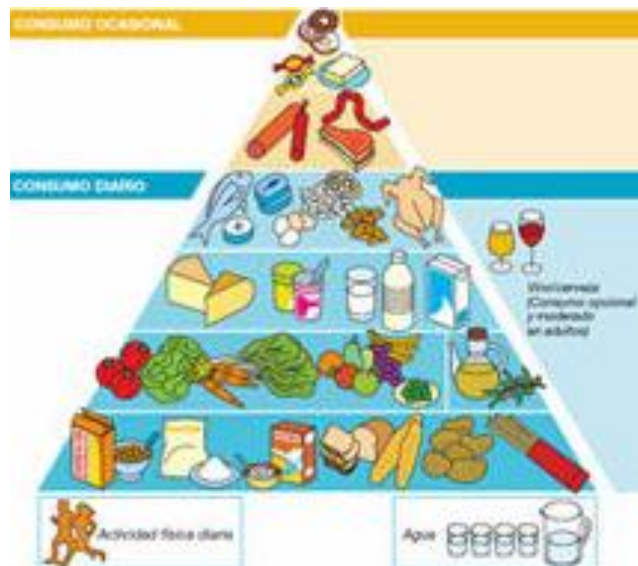


Figura 7. Pirámide de la alimentación.

Fuente: SENC,2004

Al referirnos a la relación planteada por Alsina, que tanto la alimentación como la educación matemática son una necesidad básica, se puede graficar una pirámide en la cual se distribuyan los diversos contextos necesarios para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso más recomendable.



Figura 8. Pirámide de la Educación Matemática.

Fuente: Alsina, 2010 p.16.

De la misma forma que en la pirámide de los alimentos, no se descarta ningún contexto, solo se recomienda la conveniencia de restringir algunos de ellos a un uso ocasional durante las primeras edades de la educación formal. Se trata de una herramienta muy útil para orientar el uso de recursos pedagógicos de los maestros.

En la base de este diagrama piramidal se ubican los contextos que necesitan todos los niños para aprender y que, por lo tanto, se deberían “consumir” diariamente para desarrollar la competencia matemática. Ahí están las situaciones problemáticas que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto (matematización del entorno); el movimiento corporal sobre los objetos que lo rodean, interacción con distintos recursos manipulativos, actividades lúdicas, juegos. Después aparecen los contextos que deben utilizarse con menor frecuencia, siguen los recursos literarios o tecnológicos con contenido matemático varias veces a la semana y así en la cúspide, como último contexto a utilizar, en forma ocasional, se encuentran los textos o cuadernos de actividades.

Al analizar este paralelo entre los esquemas piramidales, nos damos cuenta que en educación matemática, reiteradas veces pareciera que la pirámide está invertida, los contextos ubicados en la cúspide se utilizan con mayor regularidad y frecuencia. Situación que evidencia aprendizajes sin sentido, poco significativos, confusos y poco motivadores, que han llevado a dificultades en el logro de las competencias matemáticas de tantos niños.

En la figura 9 se presentan algunos ejemplos en que actualmente se trabaja la noción de número en diversos contextos, de acuerdo al modelo pedagógico en que se sitúan la enseñanza de las distintas aulas entre 4 y 8 años:







Situaciones cotidianas	Materiales manipulativos	Recursos lúdicos	Recursos literarios	Recursos tecnológicos	Textos, fichas
Actividades de observación del entorno. Exploración y matematización del entorno.	Barras numéricas Montessori. Bloques lógicos. Regletas Cuisenier.	Juegos de mesa, de tableros.	Narraciones Adivinanzas canciones	Software, aplicaciones digitales	Textos infantiles, Fichas impresas
EJEMPLOS					
					

Figura 9. Diversos contextos de enseñanza de la noción de número en las primeras edades.

Las situaciones cotidianas, matematización del entorno y vivencias con el propio cuerpo generan diversas instancias cercanas y significativas para los niños, les permite vincular sus propias experiencias con el aprendizaje matemático y favorece mayormente el aprendizaje activo propio de la infancia.

Los recursos manipulativos y materiales inespecíficos favorecen el aprendizaje en las primeras edades debido a las necesidades de estos, siendo fundamental partir desde lo concreto para poder prosperar hacia una mayor abstracción y cálculo mental.

Los diversos recursos lúdicos y juegos, son inherentes a la infancia, no pueden estar ausentes en los proceso de enseñanza-aprendizaje, el juego genera placer y predispone positivamente hacia el aprendizaje.

Los recursos literarios, narraciones, adivinanzas con contenidos matemáticos también son necesarios, las narraciones, juegos del lenguaje indudablemente apoyan y generan aprendizajes, aunque se sugiere que bastaría con menor frecuencia que lo anterior.

Y así se avanza hacia la cúspide, donde se encuentran los recursos tecnológicos y textos, que se deben acompañar con la comunicación, negociación y diálogo, sin perder de vista que las prácticas de enseñanza no deberían priorizar en estos contextos, sino que por el contrario, se deberían considerar en forma esporádica.

2.5 Relevancia de la presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número.

Anteriormente se presentaron los procesos matemáticos, se entregó una pequeña descripción de ellos, sin embargo, ahora es momento de profundizar en el por qué trabajar la noción de número a partir de dichos procesos.

Como punto de partida debemos tener presente y recordar que la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades debe buscar que los niños sean capaces de utilizarlas en su vida, en los distintos contextos en que se desenvuelven y que les sean útiles para resolver las diversas situaciones problemáticas que emergen en su vida. Canals (2001) lo planteaba claramente al proponer vincular las matemáticas a otras áreas del saber, invitando además a poseer una visión más amplia de ellas, sin restringirlas al ámbito escolar, ni mucho menos a la clase de matemáticas y también hace un llamado a conocer mejor la forma de aprender de los niños, nos invita a observarlos con atención y seriedad.

Con esta visión se argumenta que para aprender a usar las matemáticas es necesario que el currículum contemple dos tipos de conocimientos: por un lado, los contenidos matemáticos (razonamiento lógico matemático, numeración y cálculo, geometría, medida y estadística y probabilidad) y especialmente los procesos matemáticos (resolución de problemas, el razonamiento y la demostración, comunicación, las conexiones y la representación) ya que estos procesos relevan las formas de adquisición y uso de los contenidos matemáticos.

El NCTM (2000) ha dado la alerta de los problemas que conlleva la enseñanza de las matemáticas con una orientación exclusiva desde los contenidos, donde el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades sea prioritariamente la adquisición de contenidos. Se sabe que para desarrollar competencia matemática es primordial basar la enseñanza en la aplicación de los contenidos a la vida cotidiana.

Niss (2002) explica que la mirada focalizada en los contenidos, se centra principalmente en la adquisición de símbolos y técnicas y no tanto en su uso con sentido. Esta visión reduccionista de la educación matemática, que conlleva algunas dificultades en el uso eficaz de los contenidos matemáticos, ha llevado en los últimos años a hacer propuestas desde el ámbito de la investigación en educación matemática que impulsan la necesidad de ampliar los conocimientos matemáticos que se tienen que trabajar en la escuela.

Los procesos matemáticos entonces, son las herramientas que proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos. Alsina (2012) se refiere con mayor profundidad a la importancia que el currículum infantil parta desde un enfoque mucho más globalizado, que no limite a los contenidos de una única área, sino trabajar de forma integrada, explorando como se interrelacionan y complementan; lo que sin lugar a duda va a generar una mayor autonomía mental de los niños favoreciendo la propuesta de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, este autor se refiere a la importancia de ayudar, a través de los procesos de pensamiento

matemático, a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para lograr los objetivos, a menudo, más cercanos a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico.

Siguiendo con este planteamiento es de primordial importancia proyectar la enseñanza de la noción de número a partir de los procesos (resolución de problemas, razonamiento y demostración, conexiones, representaciones y comunicación) y los contextos de aprendizaje (situaciones cotidianas, recursos manipulativos, recursos lúdicos, juegos y recursos literarios y tecnológicos) porque la literatura indica variados argumentos sobre la importancia del significado en el logro de aprendizajes de las personas. En otras palabras, Dantzig (1967) y Devlin (2000) lo describen como un “sentido intuitivo” que permite dar explicación y uso a los números. Así pues el sentido numérico se asocia a la comprensión y el uso de los conocimientos numéricos. La visión contemporánea, que se centra en la comprensión de los números y las operaciones elementales para que puedan usarse de forma eficaz (NCTM,2000; CCSSI, 2010).

Tanto en los Principios y Estándares para la educación Matemática (NCTM, 2000) como en los Estándares Comunes para las Matemáticas (CCSSI, 2010) se enfatiza que es necesario favorecer la comprensión de los números, las formas de representarlos y las relaciones entre ellos, así como la comprensión de las operaciones, las relaciones entre ellas y la habilidad en el cálculo mental. Con este planteamiento se pretende, además, romper con una enseñanza centrada en el dominio de los contenidos de numeración y cálculo tradicionales para poder obtener éxito en el rendimiento escolar (escribir números en su forma convencional; calcular correctamente operaciones escritas). En su lugar, se plantea una visión orientada a usar los contenidos que se aprenden en la escuela en diferentes contextos significativos de la vida cotidiana de los niños. Por este motivo, junto con los contenidos se señalan diferentes herramientas o procesos matemáticos (resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, conexiones y representación) que favorecen su aplicación en el momento necesario y con un objetivo concreto. Se trata de una visión que enfatiza la alfabetización numérica, que aquí se concibe como la capacidad de comprender los conocimientos numéricos fundamentales y saberlos aplicar en diferentes contextos (Coronata & Alsina, 2012). En definitiva, el trabajo de la noción de número desde los

procesos y los contenidos es lo que permitirá a los niños de las primeras edades desarrollar competencia matemática.

En general ha existido una débil incorporación sistemática de los procesos matemáticos en la etapa de educación infantil. Alsina, (2012) fundamenta esta debilidad desde tres puntos de vista; por un lado se debe a la escasa formación inicial en didáctica de las matemáticas recibida en la universidad (Alsina,2009); por otro lado, debido a la poca investigación en educación matemática en las primeras edades (Blanco, 2011) y la nula consideración de los procesos matemáticos en los currículos de educación infantil.

En los currículums de Educación Infantil que se están desarrollando hace bastantes años, se mantiene la idea de plantear el trabajo de los niños a partir de un enfoque globalizado. Esto implica que las matemáticas se deben trabajar desde las conexiones matemáticas, es decir, de acuerdo con Alsina (2011b) es necesario relacionar los diferentes bloques de contenido matemático y relacionar también los contenidos y los procesos matemáticos (intradisciplinariedad); junto a esto además se debe relacionar las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con el entorno que nos rodea (interdisciplinariedad). Entonces, de acuerdo a lo recién expuesto uno de los principios de la educación matemática en las primeras edades y también en los niveles superiores, es enseñar matemáticas desde un enfoque globalizado.

La primera conexión que debe trabajarse en los niveles de educación infantil es la existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños ya traen desde sus experiencias. Baroody,(2005) explica claramente, desde la teoría cognitiva, la importancia de reconocer que los niños al incorporarse a la educación parvularia traen consigo variados y numerosos conocimientos matemáticos informales desde sus experiencias familiares, sociales y lúdicas previas a su ingreso a la educación formal.

Por tanto, es muy importante considerar que la matemática informal, basada en la intuición y percepción directa que poseen los niños, es fundamental para introducir la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se imparte. De la misma manera, es imprescindible tomar en cuenta que el verdadero aprendizaje se logra al construir a partir de los conocimientos anteriores, el conocimiento informal entonces,

es una base primordial para comprender y aprender lo que incluye la educación matemática.

Finalmente, como una manera de complementar y enfatizar lo antes expuesto, se considera necesario reforzar en lo que han planteado distintos autores como Kamii, (1995), Copley, (2000); & Edo, (2005) ellos señalan que promover las interacciones entre los niños en la clase de matemática debe ser uno de los principios fundamentales de la educación matemática. Con esto pareciera que no es suficiente el desempeño individual y silencioso para asegurar el logro de los aprendizajes matemáticos. Con este mismo sentido Canals (2001), nos plantea la necesidad de vincular las matemáticas a otras áreas del saber, invitando además a poseer una visión más amplia de ellas, sin restringirlas. Aunque da la impresión que muchas veces las matemáticas se escapan de la vida que desarrollan los niños, parecen tan lejanas a ellos, que su comprensión se percibe inalcanzable e imposible; a lo que Alsina, (2011b) sugiere una posible sistematización para trabajar las matemáticas a partir de proyectos en contextos de aprendizaje de la vida cotidiana.

Entonces la importancia de considerar los aprendizajes que traen los niños desde sus experiencias previas para poder ampliarlos, es la base sólida para los posteriores aprendizajes matemáticos. El NCTM (2000) propone que una forma adecuada de trabajar las conexiones matemáticas es impulsar a los estudiantes a aplicar el aprendizaje matemático en investigaciones y proyectos matemáticos, en los que se formulan preguntas, se diseñan encuestas, se toman decisiones sobre métodos de recogida y registro de información y planificar representaciones para comunicar los datos y establecer análisis razonables.

Ahora bien, junto a todo lo antes planteado, al abordar la enseñanza del número desde el punto de vista de la enseñanza, de acuerdo a lo planteado por Alsina et al, (2008) se hace necesario no perder de vista que el niño necesita una cantidad variada de oportunidades para aprender y descubrir aspectos matemáticos de la realidad por sí mismos.

De todos modos, sea cual sea el contexto desde donde se trabaje la noción de número, es necesario trabajarlo a partir de los procesos matemáticos; en este sentido es

oportuno enfatizar que indistintamente al contexto de aprendizaje donde se desarrolle la experiencia con los niños, se debe propiciar la resolución de problemas, el razonamiento y demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.

Con el objeto de avanzar en el conocimiento didáctico relativo a la enseñanza de los números, se presenta una propuesta de Coronata & Alsina (2012), en la que se entrecruzan los diferentes contextos de aprendizaje planteados por Alsina (2010) con los procesos matemáticos de la NCTM (2000). Se parte de la base que para favorecer el desarrollo del sentido numérico y, por lo tanto, la adquisición progresiva de la alfabetización y competencia, es necesario considerar, por un lado, diferentes contextos de aprendizaje para atender a la diversidad de niños que existe en las aulas; y por otro lado, considerar las diferentes herramientas para trabajar los contenidos, lo muestra la Tabla 6.

Tabla 6. Relación entre la “Pirámide de la Educación Matemática” y los procesos matemáticos.

Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)	Procesos matemáticos (NCTM, 2000)
Situaciones cotidianas, matematización del entorno, vivencias con el propio cuerpo	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Generan estrategias para matematizar el entorno y despejar incógnitas que se les presentan. En los diversos contextos (aula, patio, plaza, playa, parque, etc.) observan, exploran, relacionan, cuentan, comparan para generar situaciones problemas y encontrar solución.</p> <p><i>Razonamiento y demostración.</i> Vivencian distintas estrategias, las argumentan, verifican su estado y las modifican si es necesario.</p> <p><i>Comunicación.</i> Explican su razonamiento matemático a través de un lenguaje matemático simple y claro. Trabajan la resolución de situaciones problemáticas en forma colectiva para generar discusión, análisis y justificaciones a las respuestas encontradas.</p> <p><i>Conexiones.</i> Conectan las ideas matemáticas entre sí y aplican las ideas matemáticas a otros contextos. Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo la psicomotricidad (movimiento).</p> <p><i>Representaciones.</i> Diseñan y usan representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas de la vida</p>

Recursos manipulativos, materiales inespecíficos comercializados o diseñados.	<p>cotidiana.</p> <p><i>Resolución de Problemas.</i> Resuelven problemas matemáticos utilizando diversos recursos manipulativos concretos según la estrategia seleccionada.</p> <p><i>Razonamiento y demostración.</i> Hacen investigación matemática, desarrollan conjeturas y evalúan los argumentos y pruebas con apoyo de material concreto manipulativo.</p> <p><i>Comunicación.</i> Comunican su pensamiento matemático con apoyo concreto, de manera coherente y clara a los profesores y demás compañeros y compañeras.</p> <p><i>Conexiones.</i> Comprenden cómo se relacionan y organizan las ideas matemáticas. Aplican los descubrimientos matemáticos en otros contextos no matemáticos.</p> <p><i>Representaciones.</i> Seleccionan y aplican ideas matemáticas con apoyo de recursos manipulativos para modelizar e interpretar distintos fenómenos (físicos, sociales y matemáticos).</p>
Recursos lúdicos. Juegos	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Simulan a través de juegos las estrategias aplicadas para solucionar las diversas situaciones problemáticas.</p> <p><i>Razonamiento y demostración.</i> Revisan el razonamiento y evalúan argumentos matemáticos a través de recursos lúdicos.</p> <p><i>Comunicación.</i> Organizan y consolidan el pensamiento matemático a través de la comunicación en situaciones lúdicas colectivas.</p> <p><i>Conexiones.</i> Reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos a través de juegos y situaciones lúdicas.</p>
Recursos literarios: Narraciones, adivinanzas, canciones, etc.	<p><i>Resolución de problemas.</i> Construyen nuevo conocimiento matemático a través de la comprensión de situaciones que parecen en los cuentos y en las canciones, o en los retos planteados a través de adivinanzas.</p> <p><i>Conexiones.</i> Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo el lenguaje (cuentos) o la música (canciones).</p> <p>Recursos tecnológicos, computadoras, calculadoras, software.</p>
Recursos tecnológicos, computadoras, calculadoras, software.	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Resuelven problemas matemáticos que les presenta la tecnología, en algún software se pueden aplicar distintas estrategias según necesidad.</p>
Libros, textos material impreso, guías, fichas	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Reflexionan sobre el proceso que desarrolla al resolver un problema que se le da. Se espera que pueda aplicar distintas estrategias de solución.</p>

Nota: Coronata & Alsina. 2012

En esta propuesta se entrecruzan los contextos y los procesos y, a partir de la relación cartesiana entre ambos, se llega a la conclusión que en los contextos de aprendizaje de vida cotidiana, los materiales manipulativos y los juegos intervienen los diferentes procesos, ya que es muy factible plantear retos que lleven a resolver problemas; a razonar, argumentar, explicar o justificar los procesos de resolución y experimentación realizados, y la vez comprobarlos; fomentar la negociación, la interacción y el diálogo; las conexiones con el entorno o con otras disciplinas; o la representación.

En definitiva se puede apreciar que son contextos mucho más enriquecidos que permiten una mayor exploración y descubrimiento por parte de los niños; que de una forma casi natural se puede vincular las matemáticas con lo que acontece en sus vidas, en relación a sí mismo y su entorno. En contrapartida, los recursos de los últimos niveles de la pirámide, como por ejemplo los cuadernos de actividades, se manifiestan como recursos pobres ya que no favorecen de la misma manera la intervención de los diferentes procesos, se alejan de lo que implica directamente la infancia.

Desde este punto de vista se concluye que para favorecer la alfabetización numérica de los niños de las primeras edades son necesarias prácticas de aula basadas principalmente en los contextos de vida cotidiana, los materiales manipulativos y los juegos, siempre acompañadas de una buena planificación y gestión acorde a sus características y necesidades. En la medida que las prácticas pedagógicas sean cuidadosas en este sentido y enfatizan en los primeros contextos desde la base de la pirámide de las matemáticas podrán aportar y no perjudicar al desarrollo de competencia matemática en la infancia.

Como adelantábamos anteriormente, aquí presentamos lo que Alsina, (2011b) propone para trabajar las matemáticas desde proyectos que se inician a partir de contextos de aprendizaje de la vida cotidiana:

Tabla 7. Propuesta para trabajar las matemáticas desde proyectos de la vida cotidiana.

Educación matemática en contextos de vida cotidiana	
Fase 1: matematización del contexto	En esta fase todavía no intervienen los alumnos: se analizan todos los contenidos matemáticos (de numeración y cálculo, geometría, álgebra, medida y análisis de datos y probabilidad) que pueden trabajarse en el contexto de aprendizaje elegido.
Fase 2: trabajo previo en el aula	Se presenta el contexto de aprendizaje: el patio de la escuela; la plaza del pueblo; etc. Se inicia un diálogo con los alumnos para recoger sus conocimientos previos y experiencias a través de preguntas como: ¿qué matemáticas hay en...? Entre todos se decide el material necesario para documentar el trabajo en contexto: una cámara digital, una cinta métrica, una calculadora, una libreta para anotar los descubrimientos o para dibujar, etc.
Fase 3: trabajo en contexto	Los alumnos descubren las matemáticas que hay en el contexto de aprendizaje elegido. Documentan lo que van descubriendo a través de fotografías, dibujos, anotaciones en la libreta, etc. El maestro interviene haciendo preguntas, sobre todo, más que dando explicaciones.
Fase 4: trabajo posterior en el aula	Se establece un diálogo con los alumnos para que comuniquen lo que han descubierto, procurando que utilicen un lenguaje matemático adecuado. Se usan las imágenes como base para trabajar aspectos matemáticos diversos (reconocer, relacionar u operar cualidades sensoriales, cantidades, posiciones y formas, atributos mesurables, etc.). Se representa gráficamente el trabajo realizado en contexto a través de un póster, en una ficha, etc.

Nota: Alsina, A. 2011b

Síntesis

El aprendizaje del número es uno de los más relevantes en el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades, desde la educación infantil a los primeros niveles de la educación elemental (NCTM, 2000). Entre los enfoques teóricos que se han considerado en este capítulo, se encuentra lo que plantea Piaget et al 1967, quienes afirmaban que antes de la noción de número es necesario asegurarse que los niños tuvieran desarrollo de las nociones lógicas, como la correspondencia uno a uno, la clasificación y la seriación; o adquirida la capacidad de enumerar elementos (Gelman y Gallistel, 1978); o por otro lado, el enfoque integral (Baroody, 2005) plantea que ambos procesos son cruciales para el logro de la comprensión de número.

Lo relevante de estos distintos enfoques y posturas es que para poder inclinarse por uno u otro se ha tenido que centrar la discusión en el niño que aprende, en sus características, en sus habilidades, en sus necesidades, para poder así alcanzar aprendizajes profundos y relevantes.

Pareciera que ya no basta con centrar el proceso de enseñanza y aprendizaje en factores internos del sujeto que aprende; por las orientaciones curriculares que se han presentado en este trabajo, queda muy claro establecido que todos los niños deben aprender la noción de número de una forma específica para que sostenga y sirva de base para los aprendizajes posteriores y para que esto sea posible, aquí se ha planteado que son necesarios al menos cuatro elementos para la enseñanza y aprendizaje de la noción de número; por un lado el niño con su singularidad, características y predisposición hacia el aprendizaje; por otro lado, es necesario considerar los contextos en donde se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje, en tercer lugar, a través de qué herramientas matemáticas se logra esto y finalmente el rol que desempeña el maestro que ejerce un rol de guía que potencia los aprendizajes. Una forma de graficar más claramente lo recién expuesto se presenta la siguiente Figura 10:

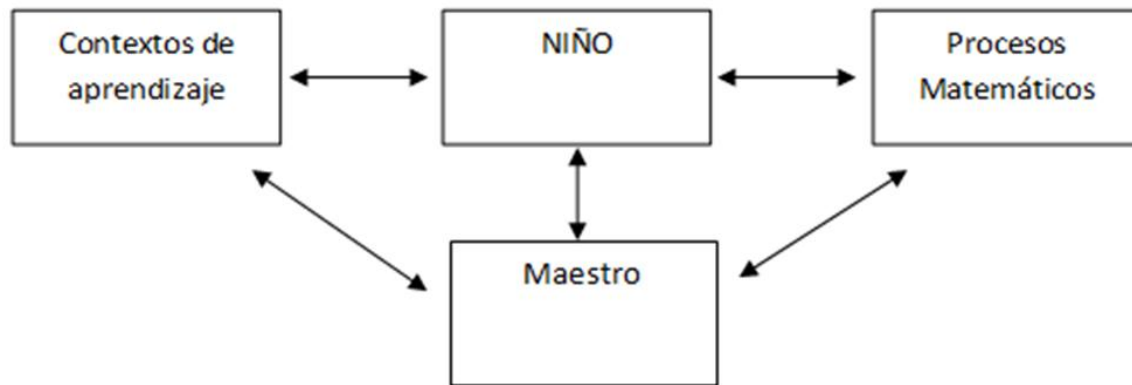


Figura 10. Elementos básicos para enseñanza-aprendizaje de la noción de número.

Los procesos matemáticos, como herramientas matemáticas que favorecen el aprendizaje de los contenidos, en este caso, número. En el trabajo se presenta lo que el NCTM (2000) propone, sugiere construir nuevo conocimiento matemático por medio de la resolución de problemas que surgen tanto de las matemáticas como en otros contextos, aplicando y adaptando variadas estrategias, acompañando de reflexión sobre el proceso de resolver problemas matemáticos. También sugiere reconocer el razonamiento y la prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas a través de hacer e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar distintos tipos de razonamiento y métodos de prueba. Sugiere además organizar y consolidar su pensamiento matemático mediante la comunicación en forma coherente y clara a los demás; reconocer y usar conexiones entre las ideas matemáticas, comprender cómo se relacionan estas ideas matemáticas y se organizan en un todo coherente, reconocer y aplicar estas ideas en contextos no matemáticos. Y por último, sugiere crear y usar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas. Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas, para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

En segundo lugar, en la figura aparece el maestro, en las distintas orientaciones internacionales aparece con una gran responsabilidad para favorecer los aprendizajes matemáticos, no es menor el rol que se le asigna, por un lado, se le recomienda acciones adecuadas para garantizar que todos los niños accedan a las ideas matemáticas relevantes para que se puedan preparar para el futuro y por otro lado, se solicita que sus

prácticas pedagógicas animen y atraigan la curiosidad de los niños para proyectarse como matemáticos, estimulando su interés y habilidad en la resolución de problemas y la investigación.

En relación a los contextos de aprendizaje se expuso ampliamente que en las primeras edades es necesario poner mayor acento en los contextos que involucren situaciones de la vida y experiencia infantil, en los cuales implique interrelación del niño con su entorno y consigo mismo; en la medida que se respete lo sugerido por Alsina (2010), se generará una competencia matemática, que el niño podrá aplicar en contextos no escolares de su vida cotidiana. La recomendación que hace este autor pareciera muy fácil de replicar, pero pareciera que algo sucede porque las investigaciones muestran que actualmente no se están educando muchos niños matemáticamente competentes.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 Presentación

Para lograr los objetivos del estudio y poder dar respuesta a los interrogantes que guían esta investigación, se ha optado por una metodología mixta. Se opta por abordar el estudio desde este enfoque porque se busca, por un lado, investigar desde una perspectiva cualitativa la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje del profesorado de niños entre 4 y 8 años. Concretamente se pretende analizar la manera en que aparecen estos procesos matemáticos. Por otro lado, se quiere analizar cuantitativamente la frecuencia con la que aparecen dichos procesos matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción de número.

Hernández-Sampieri y otros (2006) sostienen que al utilizar un método mixto con una integración cuidadosa (sistemática y fundamentada), la triangulación proporciona una visión holística y enriquecedora. Esta metodología, a través de la recolección, análisis y vinculación de datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio, permite mayor confianza y validez de resultados, mayor profundidad interpretativa, mayor cercanía del investigador al fenómeno de estudio y mayor flexibilidad en el abordaje del estudio, entre otros. Este mismo autor plantea que se utiliza una metodología mixta para utilizar las fortalezas de ambos tipos de indagación, combinándolas, tratando de minimizar sus debilidades potenciales. No se pretende con esto, reemplazar a la investigación cualitativa ni tampoco a la investigación cuantitativa.

Utilizar métodos mixtos implica llevar a cabo diversos procesos sistemáticos que según los mismos autores, requiere recolección y análisis de información y datos tanto cuantitativa como cualitativa para su integración y discusión conjunta, poder llevar a cabo inferencias a partir de toda la información obtenida para lograr una mayor comprensión del fenómeno en estudio.

Hemos optado por este tipo de método, con preponderancia cualitativa, ya que nos interesa conocer la realidad estudiada desde distintos puntos de vista, asumiendo la

idea de diversos autores que plantean la importancia de la complementariedad entre métodos y los beneficios de la superposición. Sin embargo, nos parece relevante poder plantear que nuestra aproximación hacia lo cuantitativo solamente la realizaremos al relevar la frecuencia de uso de los procesos matemáticos y también entregando algunos porcentajes de aparición de indicadores.

Como muestra la Figura 11, creemos en la riqueza brindada por enfoques de diversos paradigmas, al entrelazar los elementos de uno y otro, nos permite un análisis más profundo y amplio del fenómeno en estudio. La complementariedad de ambos enfoques consideramos que nos entrega una visión más amplia y nos permite un análisis con mayor profundidad.



Figura 11. Enfoque mixto del estudio.

Tanto en matemáticas, como en otras ciencias, el enfoque desde el cual se desarrolla una investigación influye la validez y significación de los resultados. Entonces, en este capítulo, primero se incluye una descripción del paradigma desde el cual se desprende este estudio.

3.2. Paradigma de Investigación

El paradigma desde donde se sitúan los estudios puede desprenderse desde dos enfoques extremos, siguiendo el planteamiento de Schulman (1986), el enfoque positivista que busca leyes y confirmar hipótesis acerca de las conductas y procedimientos y el enfoque interpretativo, que busca el significado personal de los acontecimientos, el estudio de las interrelaciones entre personas y entorno, así como también las creencias, pensamientos actitudes y percepción de los participantes.

El primer enfoque utiliza preferentemente los métodos cuantitativos, generalmente vinculados con las mediciones sistemáticas, diseños experimentales, modelos matemáticos, mientras que el segundo enfoque está asociado con las observaciones naturalistas, el estudio de casos, la etnografía y los informes de tipo narrativo (Erickson, 1986).

Ambos enfoques, siendo tan diversos, han coexistido en el campo de la enseñanza y aprendizaje en general, y también en la educación matemática, especialmente en las investigaciones interdisciplinarias. Pero, como indican Goetz y LeCompte (1988), en general las investigaciones educativas, en especial los diseños más creativos, pueden catalogarse en un punto intermedio entre ambos paradigmas. Estos autores definen el modelo de investigación por cuatro dimensiones: deductivo-inductivo, generativo-verificativo, constructivo-enumerativo y subjetivo-objetivo.

La dimensión deductivo-inductivo indica desde dónde emerge la teoría en la investigación: si el punto de partida lo dan las teorías previas o éstas son generadas en la investigación. Lo de generativa-verificativa se presenta en la medida en que los resultados de un grupo son generalizables a otros. La dimensión constructiva-enumerativa se define por la formulación de variables y categorías de análisis y finalmente la subjetiva-objetiva se refiere a los constructos sujetos a análisis relacionados con los participantes del estudio.

Desde la perspectiva del enfoque interpretativo no es posible ni deseable que se generalicen los hallazgos encontrados, se parte del convencimiento de que la

replicabilidad de una investigación en el marco natural y específico de cada realidad educativa no es un objeto posible ni siquiera deseable (Pérez Gómez, 1985).

La validez interna, en un enfoque interpretativo surge de supuestos diferentes al enfoque positivista. El objetivo principal de la investigación interpretativa no es establecer la correspondencia entre los datos y las inferencias teóricas, entre la realidad y una teoría determinada que la explica. En los informes de estudios de casos, por ejemplo, se desarrollan los diferentes puntos de vista, interpretaciones teóricas, que se generan por los distintos grupos de participantes, estimulando la actitud de contraste e indagación del propio lector.

En cuanto a la validez externa y la transferibilidad del estudio, el enfoque interpretativo destaca que son más útiles en la práctica y tienen mayor poder de transferencia hipotética aquellas elaboraciones teóricas que han sido construidas por los propios participantes en situaciones naturales. No obstante, la transferencia deberá basarse en el grado de similitud de los contextos.

Tomando en consideración los aspectos anteriores, la metodología utilizada es preferentemente cualitativa y lo cuantitativo se utiliza tangencialmente para determinar la frecuencia de los indicadores que dan cuenta de cada proceso matemático y para determinar el porcentaje determinado por *standard setting*, que se explica con mayor profundidad más adelante.

3.3. Metodología Cualitativa

En esta metodología, mencionada por Van Dalen y Meyer (1983) entre otros, se describe muy bien el objeto de estudio, centrándose en recolectar datos que describen la situación tal como es, se busca determinar la situación, describir lo que hay, se persigue conocer la situación predominante a través de la descripción exacta de las actividades, objetos, procesos y personas. Su meta no se limita a la recolección de datos, sino que se busca realizar conexiones y relaciones que existen entre dos o más variables.

En los estudios de caso el investigador realiza un estudio intensivo de una unidad de análisis. Para lo cual recoge información de la situación existente, lo más completa posible. Después de analizar lo encontrado, las secuencias, interrelaciones, se elabora un cuadro amplio e integrado de la unidad. Los estudios de caso buscan entonces, realizar una indagación a profundidad dentro de un marco social.

Los datos se obtienen de diversas fuentes, en este caso, de las observaciones, del análisis con la pauta propuesta y de las entrevistas. Es una metodología cualitativa descriptiva, la cual se emplea como una herramienta para estudiar algo específico dentro de un fenómeno complejo.

Las características metodológicas del estudio de caso muestran tres etapas que a continuación se describen:

Etapa 1: Registro audiovisual de prácticas de enseñanza-aprendizaje, recopilación de la información secundaria de los centros educativos seleccionados, se realiza una sistematización y análisis de la información sobre los procesos matemáticos.

Etapa 2: Aplicación de entrevistas semiestructuradas a los maestros involucrados en el estudio y se realiza un análisis de las entrevistas realizadas.

Etapa 3: Análisis, sistematización y redacción de los casos.

En la Figura 12, que a continuación se presenta, se puede observar más claramente lo que caracteriza a una investigación descriptiva, las fases que esta posee y el objetivo que en definitiva tiene este tipo de estudio.

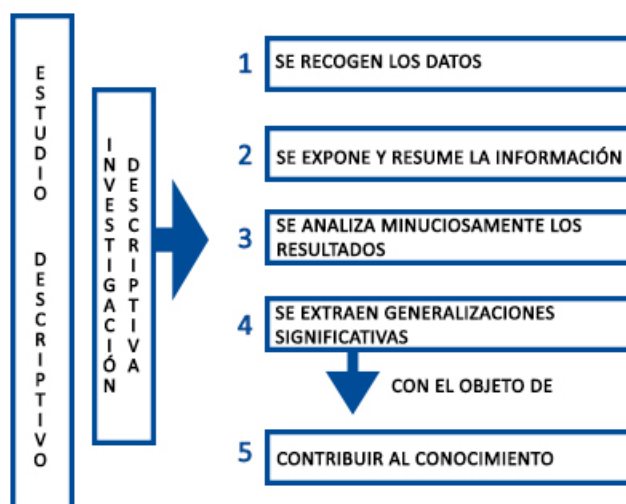


Figura 12: Fases de este estudio descriptivo.

El carácter descriptivo que posee este estudio busca describir las estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas por el maestro de infantil y elemental en relación a los procesos matemáticos en el aprendizaje de la noción de número en los niños entre los 4 y 8 años.

La realidad es global, dinámica, no viene dada, sino que se crea. Como señala Pérez (1994), no existe una única realidad, sino múltiples realidades interrelacionadas. En este estudio el individuo es un sujeto interactivo, comunicativo que comparte significados.

De acuerdo a Montero (1984), la investigación cualitativa consiste en descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables y que además incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones tal y como son expresadas por ellos mismos y no como uno los describe.

3.4 Participantes

En el estudio participaron 6 maestras de educación infantil y 6 maestras de educación elemental, 12 en total, que desarrollan la enseñanza de las matemáticas en los establecimientos donde se realizaron los registros audiovisuales de la investigación. Tal como lo muestra la Tabla 8, las maestras participantes se desempeñan profesionalmente desde el primer curso de educación infantil hasta el segundo nivel de educación elemental. Se seleccionó un establecimiento de cada una de las dependencias existentes, en forma arbitraria, basándose únicamente en la facilidad de acceso por el vínculo con los directivos y maestros de cada uno de los centros establecidos con anterioridad.

Desde este momento a cada una de ellas se les denomina caso, es decir, este estudio entonces aborda 12 casos.

A modo de mayor caracterización de las maestras involucradas, se tiene entonces, 12 maestras pertenecientes en igual cantidad a la Educación infantil y a los dos primeros niveles de Educación elemental (tutores de aula) de tres centros escolares de Villarrica (Chile): un centro público, uno privado concertado y otro privado. Son centros educativos urbanos, dispares en cantidad de estudiantes en cada aula (7 – 40 niños), y todos se rigen por el currículum nacional vigente e imparten seis horas semanales de matemática.

La diferencia de cada centro educativo se evidencia principalmente por el nivel socio económico de las familias; en el centro público asisten los niños de las familias de mayor vulnerabilidad social, el Estado se responsabiliza otorgando subvención económica por cada uno de los estudiantes. En el centro privado concertado el Estado subvenciona un porcentaje, dependiendo de las posibilidades económicas de las familias y entrega igualmente la subvención por cada alumno. Y en el centro educativo privado, son los padres quienes cancelan la totalidad de la escolaridad definida por el establecimiento educacional, el Estado no aporta subvención alguna.

Tabla 8. Distribución de las maestras por niveles educativos y dependencia.

Dependencia Establecimiento Educativo	Maestras	Edad
Centro Público (Público)	1 en Educación Infantil	4 años
	1 en Educación Infantil	5 años
	1 en Educación elemental	6 años
	1 en Educación elemental	7 años
Centro Privado Concertado (Particular Subvencionado)	1 en Educación Infantil	4 años
	1 en Educación Infantil	5 años
	1 en Educación elemental	6 años
Centro Privado (Particular)	1 en Educación elemental	7 años
	1 en Educación Infantil	4 años
	1 en Educación Infantil	5 años
	1 en Educación elemental	6 años
	1 en Educación elemental	7 años

El centro público posee una matrícula de 364 estudiantes, mixto (ambos géneros), su índice de vulnerabilidad escolar es de un 79,95%⁴. Lo cual significa que un total de 291 estudiantes de este establecimiento han sido evaluados como vulnerables al aplicar distintos instrumentos definidos por Junaeb (Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas) para la asignación escolar preferencial. Con 30 docentes, entre los cuales el 65% de ellos han sido evaluados como competentes o destacados en el sistema de evaluación docente nacional.

El Centro Privado Concertado posee una matrícula de 949 estudiantes, mixto (ambos géneros), su índice de vulnerabilidad escolar es de un 69,55%. Lo cual significa que un total de 660 estudiantes de este establecimiento han sido evaluados como vulnerables al aplicar distintos instrumentos definidos por Junaeb (Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas) para la asignación escolar preferencial. Este establecimiento posee 31 docentes, entre los cuales han sido evaluados como competentes y destacados el 67% de ellos.

El Centro Privado posee una matrícula de 280 estudiantes, y por no recibir subvención estatal de ningún tipo, el financiamiento lo obtiene en su totalidad por la

⁴ Índice de Vulnerabilidad Escolar del Sistema Nacional de Asignación con Equidad (Ivesinae, 2011)

cancelación de la matrícula mensual de las familias; lo que permite deducir que no existen niños vulnerables en esta realidad educacional. Más de un 80% de los padres poseen título profesional. La planta docente es de 25 maestros, los cuales no han sido evaluados por el sistema nacional, debido a que este sistema está dirigido exclusivamente hacia los docentes de establecimientos que reciben subvención del Estado. Gran parte de las maestras participantes en el estudio, que representan el 75% de ellas, poseen experiencia laboral superior a 15 años, solamente 1 de ellas se ha insertado al ámbito laboral hace 3 años. Como muestra la Tabla 9, a continuación podemos observar información de las maestras participantes, sin nombre; solamente se identifica con la dependencia del establecimiento, nivel educativo donde enseña matemáticas y sus años de ejercicio profesional:

Tabla 9. Información maestras participantes.

Establecimiento	Nivel educativo	Descripción
Centro Público (Público)	Transición I (4 años)	Maestra con 25 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Transición II (5 años)	Maestra con 26 años de experiencia profesional y en el nivel educativo
	Primer año (6 años)	Maestra con 8 años de experiencia profesional y 3 en el nivel educativo.
	Segundo año (7 años)	Maestra con 4 años de experiencia profesional y de experiencia en el nivel educativo.
Centro Privado Concertado (Particular Subvencionado)	Transición I (4 años)	Maestra con 27 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Transición II (5 años)	Maestra con 6 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Primer año (6 años)	Maestra con 3 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Segundo año (7 años)	Maestra con 38 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.

Centro Privado (Particular)	Transición I	(4 años)	Maestra con 12 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Transición II	(5 años)	Maestra con 5 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Primer año	(6 años)	Maestra con 5 años de experiencia profesional y en el nivel educativo.
	Segundo año	(7 años)	Maestra con 17 años de experiencia profesional.

Se puede observar que el promedio de años de experiencia laboral de las maestras por centro educativo es variable dependiendo de la dependencia. Nos encontramos que el promedio de años de las maestras de infantil y elemental trabajando en el Centro Público es de 15 años, en el Centro Privado Concertado es de 18 años y en el Centro Privado es de 9 años. Lo cual da cuenta de maestras más jóvenes en el centro privado, con menos años de experiencia laboral, solo una de ellas pasa los 12 años desde que finalizó su formación inicial docente, quien posee 17 años de experiencia laboral.

En relación a los años de experiencia laboral de las maestras participantes de este estudio, se puede mencionar, por un lado, que en educación infantil, las maestras del nivel inferior, (4 años), tienen un promedio de 21 años de servicio y las maestras del nivel siguiente, (5 años), poseen un promedio de 12 años de ejercicio de la profesión. Por otro lado, las maestras del primer año de educación elemental, muestran un promedio de 5 años de profesión y en el segundo nivel, un promedio de 19 años de experiencia profesional como maestras. Evidenciándose con esto, que las maestras con menos años de experiencia laboral, participantes de este estudio, son las del primer año de educación elemental (5 años). Y las maestras con mayor experiencia laboral son las del primer nivel de infantil (21 años).

Adicionalmente se puede mencionar que las maestras demuestran muy poca movilidad laboral, puesto que la mayoría de ellas, en un 67%, ha permanecido trabajando en el mismo centro desde que inició su desempeño laboral, solamente un 33% de ellas posee experiencia laboral en otro centro educativo anterior.

En relación a los años de formación inicial docente se encontró coincidencia total dependiendo del título profesional obtenido. Todas las maestras de infantil tuvieron 4 años de formación universitaria y todas las maestras de elemental tuvieron 5 años de formación inicial docente universitaria.

3.5. Técnicas de recogida de información

Las técnicas de recogida de información son los procedimientos que se utilizan para obtener los datos e información relevante para llevar a cabo un estudio.

Se considera necesario, antes de referirse a las técnicas propiamente tal, mencionar que la unidad que va a ser objeto de análisis es conductual, al tratarse de las prácticas de enseñanza de los maestros, que según Hernández (2006) son acciones continuas y rutinarias.

Las técnicas cualitativas por excelencia son la observación, la entrevista, el análisis de documentos y técnicas participativas que ayudan a acceder al contexto natural en que aparece el objeto de estudio.

En esta investigación se han utilizado la observación no participante, la entrevista semiestructurada, el registro audiovisual y una pauta de análisis. Para una mayor comprensión, a continuación se describe cada una de ellas.

3.5.1 Observación no participante

La observación que se realiza es la observación sistemática, con la cual se puede medir una variedad de parámetros de conducta (duración, intensidad, frecuencia, entre otros) en una circunstancia de lugar, tiempo y situación. La observación sistemática se hace utilizando técnicas de registro (protocolos de anotaciones) y en algunos casos también utilizando medios técnicos (cámaras de videos).

En nuestro estudio, se realizó la observación de cada caso en forma sistemática registrando en videos audiovisuales toda la duración de la actividad matemática, centrandó el registro preferentemente en las estrategias de enseñanza-aprendizaje de las

maestras participantes. Se denomina observación no participante ya que no se participa de lo que acontece en cada una de las clases registradas, solamente se observa para realizar el registro adecuadamente.

3.5.2 Entrevista semiestructurada

Taylor y Bogdan (1987) entienden la entrevista como un conjunto de reiterados encuentros cara a cara entre el entrevistador y sus informantes, dirigidos hacia la comprensión de las perspectivas que los informantes tienen respecto a sus vidas, experiencias o situaciones.

En este tipo de entrevistas es muy importante cuidar el contexto en el cual se desarrolla, con anterioridad se debe confeccionar un guión para la entrevista con aquellas temáticas a abordar, se debe tener el especial cuidado que la persona entrevistada se sienta tranquila y libre de responder. Se determina con anterioridad la información relevante que se quiere obtener, se realizan preguntas abiertas para que se vaya ampliando y profundizando el tema. El rol del investigador es de escucha atenta y debe ser capaz de relacionar la información que surge de la entrevista. (Anexo 1)

Con la entrevista semiestructurada se quiere obtener información acerca de la experiencia profesional de cada una de las maestras participantes en este estudio. Para lo cual se les solicita que se presenten mencionando sus años de experiencia laboral, evitando decir propio nombre y de su establecimiento donde trabaja.

Luego se plantean preguntas abiertas comenzando de lo general a lo más específico para este estudio. Es así como al comienzo se solicita que mencione lo que considera necesario para las clases de matemáticas de las primeras edades. Luego se va acercando la entrevista a lo que tiene relación con la noción de número, entonces se le pregunta acerca de sus consideraciones necesarias que debe tener la maestra para que los niños logren la noción de número, preguntando además, en qué se basa para plantearlo de esa manera.

En tercer lugar, para finalizar la entrevista, se le pregunta acerca de los mayores aciertos y dificultades que ha tenido durante su experiencia laboral en relación a la enseñanza aprendizaje de la noción de número.

3.5.3 Registro Audiovisual

Esta técnica tiene una larga historia en antropología, sin embargo, se ha ido ampliando hacia el campo de la educación. Se trata de grabar la vida diaria del grupo objeto de análisis, lo que proporciona un material en imágenes duradero y que supone un recurso permanente de estudio; que, además, es compatible con gran variedad de métodos de investigación.

Quizás, su característica más destacada es su habilidad única para capturar fenómenos visibles objetivamente. Sin embargo, requiere la documentación del tiempo, lugar y temática de la filmación, además de la intención e intereses de la persona que graba. Pero su principal aportación corresponde a la posibilidad de acceder a la información tantas veces como se desee, la posibilidad de paralizar y lentificar los sucesos; y, por tanto, la precisión y la posibilidad de captar los detalles más mínimos que se necesiten.

Marshall y Rossman (1989) manifiestan que la filmación es particularmente válida para el descubrimiento y la validación. Así mismo que documenta comunicación y comportamiento no verbal, tales como emociones y expresiones faciales. Mantiene los cambios y actividades en su forma original.

Permite usarse en el futuro para aprovecharse de nuevos métodos de análisis y comprensión del proceso de cambio. Supone una ayuda para el investigador cuando la naturaleza de lo que se busca se conoce pero cuyos elementos no puede descubrirse a causa de las limitaciones del ojo humano. Permite la conservación y el estudio de datos a partir de sucesos no recurrentes, desaparecidos o extraños. Gracias a ellas, la interpretación de información puede ser validada por otro investigador. Se puede obtener *feedback* sobre la autenticidad de la interpretación y puede ser retomada para corregir errores.

Esta técnica tiene ciertas limitaciones y debilidades ya que no hay acuerdo en cuanto a si manipula o no la realidad. Entre las cuales están algunos aspectos prácticos, como su elevado costo o el requerimiento técnico adecuado. Y finalmente, también es necesario considerar la ética de las filmaciones mientras se graba.

En cuanto al procedimiento, una vez determinadas las condiciones de la situación de observación, y tomadas ciertas decisiones relativas al muestreo, se procede a grabar las escenas de estudio.

Hay que tener en cuenta que muchas veces resulta un elemento extraño en el aula lo que puede provocar desconcentración por parte del profesor que puede sentirse violentado a la hora de realizar determinadas actividades.

Posteriormente se revisan las imágenes, aplicando para su tratamiento el sistema de categoría escogido; la grabación se estudia directamente o desde algún software seleccionado.

3.5.4 Pauta de Análisis

El dispositivo técnico utilizado para la realización de los 12 casos involucrados, fue la Pauta de evaluación de los procesos matemáticos presentes en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras de niños entre 4 y 8 años. Dicha pauta se elaboró a partir de categorías e indicadores predeterminados, que se desprenden del material bibliográfico desde donde se sustenta este estudio. Para su validación es sometida previamente a juicio de expertos y se modifica a partir de sus sugerencias.

El proceso de validación de la pauta y el contenido se realizó en una de las fases del estudio, específicamente en la Fase V que se describe con mayor detalle un poco más adelante.

3.6 Diseño y procedimiento

Este estudio se ha desarrollado distintas fases: por un lado está lo referente al registro de audiovisuales desde que se inició el trabajo de campo con la firma de los consentimientos informados hasta que se finalizaron las grabaciones en terreno, y por otro lado, el diseño, validación y aplicación piloto de la pauta de análisis. Algunas de estas fases se desarrollaron en forma simultánea, como lo muestra el siguiente diagrama en la Figura 13.

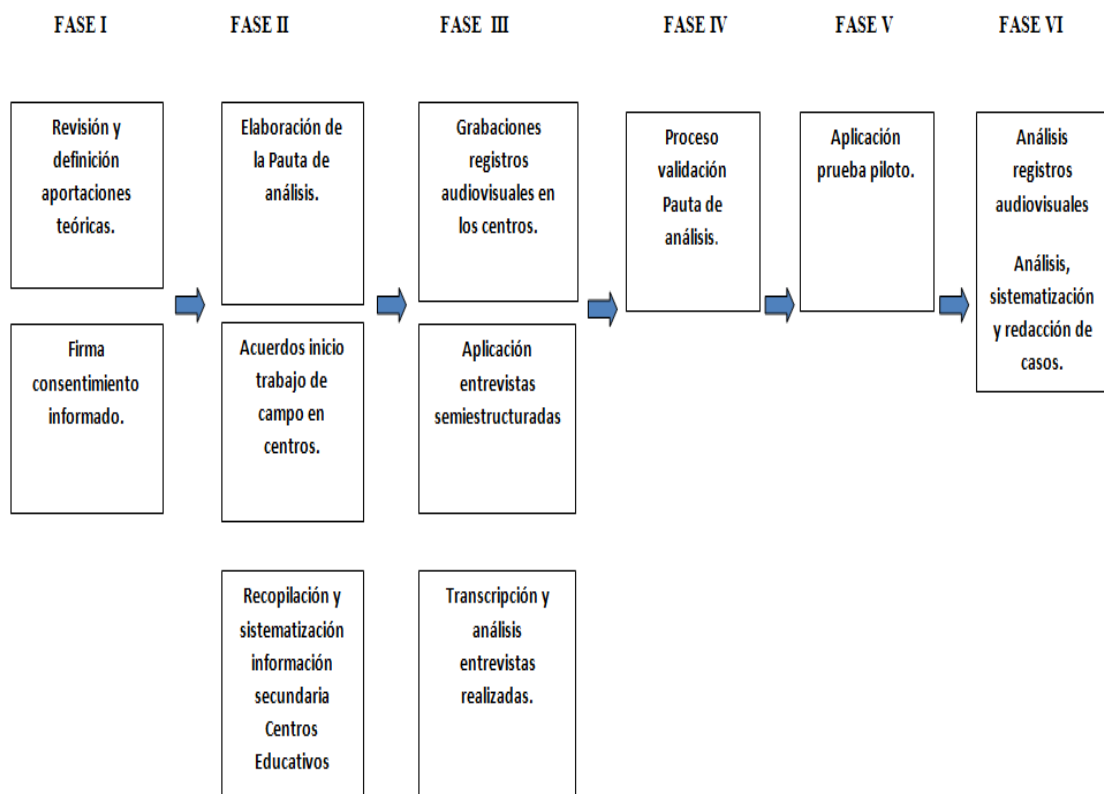


Figura 13. Fases de este estudio

FASE I: Se comenzó por la elaboración y determinación del marco teórico, por lo que el desarrollo de esta fase permitió la definición de los referentes que conducen y fundamentan todo el estudio, y en forma paralela se determinaron los centros educativos. Antes de realizar las filmaciones se contactaron los directores de los establecimientos educacionales para que ellos autorizaran el ingreso y contacto con las maestras de los cuatro niveles educativos involucrados en el estudio. En primer lugar se firmó el consentimiento informado con las familias (Anexo 2), Dirección (Anexo 3) y las maestras de los niños (Anexo 4), para que se tuviera la autorización plena para poder realizar las filmaciones en aula.

Luego, se solicita a las maestras que desarrollaran la clase según la planificación realizada, sin “actuar” para la grabación, asegurando una clase lo más normal posible.

FASE II: Se consideran los referentes teóricos para elaborar la pauta de análisis de los procesos matemáticos, en forma conjunta se acuerdan las fechas para iniciar el trabajo de campo en los centros educativos. (Anexo 5)

FASE III: Se inicia el trabajo de campo realizando los registros audiovisuales en cada uno de los centros educativos. De forma simultánea se efectúan las entrevistas a las maestras y se realizan las transcripciones (Anexo 6) y análisis de ellas. Se lleva a cabo un muestreo guiado de maestras de matemáticas de los cuatro primeros niveles de educación formal de cada uno de los Centros Educativos, para así poder obtener diversidad de casos. Entonces se involucraron en el estudio tres centros educativos y cuatro maestras en cada uno. En total se realizaron 36 video filmaciones, tres a cada una de las maestra. Todas las filmaciones de las maestras se realizaron en un período de 1 mes, para realizar los casos se consideraron la totalidad de ellas. Sin embargo, para ser analizados a través de la pauta, se consideró solamente la última grabación de cada maestra, por considerar que la presencia en aula ya era más familiar para los niños y no perturbaba su proceso de enseñanza aprendizaje.

Las filmaciones fueron realizadas por la investigadora durante diversas horas de la clase de matemáticas, sin interferir en el normal desarrollo de ellas. Aunque hubo ocasiones, especialmente en las primeras filmaciones, en que los alumnos se acercaban realizando gestos y movimientos hacia la cámara. Desde la segunda filmación esto ya no ocurrió más. Se resguardó que las condiciones durante todas las sesiones fueran similares, estuvieran

presentes los alumnos, su maestra y la investigadora. Cada sesión de video tuvo una duración promedio de 15:00 minutos.

Generalmente las clases de matemática se desarrollaron dentro del aula, existió poca excepción: solamente en dos cursos del Centro Privado las maestras y alumnos desarrollaron el proceso de enseñanza aprendizaje en el exterior de la sala y ahí combinaron diversas actividades. En las otras clases, se realizaron las filmaciones dentro del aula.

FASE IV: En esta fase se realiza el proceso de validación de la Pauta diseñada, se envía la pauta elaborada para ser sometida a juicio de expertos y se consideran las sugerencias que se determinen. (Anexo 7).

En concreto, se solicita a los expertos evaluar tres aspectos en relación a cada una de las cinco categorías que conforman la pauta: a) el grado de correspondencia, indicando si cada ítem en particular pertenece o no a la dimensión; b) la formulación, opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem, refiriéndose a adecuada, no adecuada, a mejorar; y por último c) la pertinencia, referida al grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión, refiriéndose a pertinente, no pertinente, con dudas. Asimismo, disponían de una sección donde dejar algún comentario adicional y/o correcciones en cuanto a la redacción para cada uno de los ítems, así como cualquier sugerencia que consideraran relevante.

El análisis a partir del juicio de expertos permitió realizar una evaluación cualitativa (validez de contenido) de los ítems, por medio de la contrastación de la validez de éstos en relación al grado de adecuación que tiene cada uno con la dimensión propuesta (procesos matemáticos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión, representación).

El juicio lo realizaron 17 expertos en didáctica de la matemática de Chile, España, Estados Unidos y Argentina, quienes fueron seleccionados por su conocimiento experto en el tema de la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades. Para que emitieran su juicio se les entregó: el instrumento, la tabla de especificaciones del instrumento y una pauta para evaluar el grado de adecuación de cada uno de los ítems con la dimensión propuesta.

En la Figura 14 se puede ver un ejemplo de la estructura de la carta de presentación que se envió a los expertos, en la que se les solicitaba su colaboración y explicaba el propósito de la investigación. A dicha carta se adjuntaba la pauta de evaluación que se les proporcionada, en la que se incluían algunas aclaraciones de lo solicitado.

Estimado evaluador,

Aquí se presenta la propuesta de instrumento⁵ para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas docentes de maestros de niños entre 4 y 8 años, registradas en vídeo. Para este propósito, se establece la presencia o ausencia de los indicadores que definen cada uno de los procesos matemáticos.

Se proponen cinco estándares de procesos matemáticos (categorías), es decir, se explicitan las diversas herramientas que proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos. Los procesos que incluye el instrumento son:

- a) **Resolución de problemas:** es una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica desarrollar habilidades al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.
- b) **Razonamiento y prueba:** permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y comprobaciones.
- c) **Conexiones:** enfatiza que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario esta habilidad es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los alumnos reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- d) **Comunicación:** es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto

⁵ La Pauta se encuentra compuesta por 5 ítems de respuesta cerrada, en relación a presencia o ausencia de cada uno de los indicadores correspondientes a los procesos matemáticos propuestos por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). Su construcción se basó además en los aportes realizados por Alsina (2011). *Aprender a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo; y por la Direcció General d'Educació Infantil i Primària de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los alumnos aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez, al escuchar las explicaciones de otros profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.

- e) **Representaciones:** corresponden a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

Figura 14. Carta presentación a expertos.

Al mismo tiempo se solicitó que establecieran el porcentaje de corte (*standard setting*) para considerar que el proceso matemático se encuentra presente en la práctica de enseñanza aprendizaje de la maestra.

El 75% de los expertos consultados, manifestaron que el término “grado de correspondencia”, era confuso y poco claro, por lo cual lo modificamos y dejamos como **grado de pertenencia** para determinar si cada indicador en particular pertenece o no a la categoría, de acuerdo a la definición entregada. En relación a la **Formulación**, para ajustar el lenguaje utilizado en cada indicador, todos los expertos que participaron en el proceso sugirieron algunos cambios, los cuales se consideraron en su mayoría, siendo modificados en redacción o cambio de palabras; un ejemplo de esto: en lugar de “prácticas informales”, se incorporó “prácticas cotidianas”, y finalmente en relación a la **Pertinencia**, para establecer el grado de pertinencia del indicador, si se ajusta al nivel y al contenido, todos los jueces consultados manifestaron estar de acuerdo a la forma de evaluar este aspecto.

A partir del Método Angoff (1971), se estima la presencia mínima de los indicadores propuestos, para considerar si está presente o ausente cada categoría. Este método de establecimiento de normas, que es el utilizado con mayor frecuencia, por lo general implica tres etapas (orientación, formación y luego dos rondas de estimación de rendimiento). Dado que existen numerosas variaciones en estos procedimientos, en nuestro estudio se ha adaptado

a la consulta de expertos y a una ronda de estimación de rendimiento para cadauna de las categorías.

De esta forma los expertos sugieren estimaciones y se calcula el promedio de todas sus estimaciones para establecer el *standard setting*. Las estimaciones para cada elemento de prueba se promedian, y los promedios se utilizan para determinar la puntuación de corte para considerar si está presente o ausente cada proceso matemático. (Anexo 8)

Dicho con otras palabras, las técnicas usadas para recoger los datos (evidencias) que permitan determinar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza de la noción de número de los maestros de las primeras edades son la observación en el aula a través de grabaciones audiovisuales de las clases de matemáticas, que posteriormente se analizan utilizando la pauta que se sometió previamente a juicio de expertos, y además la entrevista realizada a cada maestra.

En la Figura 15 se muestra un ejemplo, por uno de los expertos, de evaluación de los 35 ítems que conforma la pauta.

1. Grado de adecuación:

A. Categoría Resolución de problemas

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1	PERTINENTE	A MEDIO	PERT.
2	PERTINENTE	A MEDIO	PERT.
3	PERT.	AD.	PERT.
4	PERT.	AD.	PERT.
5	PERT.	AD.	NO PERT.
6	PERT.	AD.	PERT.
7	PERT.	AD.	PERT.

→ Muy pertinencia

B. Categoría Razonamiento y Demostración

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1	PERT.	A MEDIO	PERT.
2	PERT.	AD.	PERT.
3	PERT.	AD.	PERT.
4	PERT.	AD.	PERT.
5	PERT.	A MEDIO	PERT.
6	PERT.	A MEDIO	PERT.
7	PERT.	AD.	NO PERT.

→ 4 y 5 -
Sugiero elaborar
formulación
conjunta.

C. Conexiones

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1	PERT.	A MEDIO	PERT.
2	PERT.	AD.	PERT.
3	PERT.	AD.	PERT.
4	PERT.	AD.	PERT.
5	PERT.	AD.	PERT.
6	PERT.	AD.	PERT.
7	PERT.	AD.	NO PERT.

→ los términos
formal e informal
no parecen
adecuados.

D. Comunicación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1	PERT.	NO ADECUADO	PERT.
2	PERT.	AD.	PERT.
3	PERT.	NO ADECUADO	PERT.
4	PERT.	AD.	PERT.
5	PERT.	AD.	PERT.
6	PERT.	AD.	PERT.
7	PERT.	AD.	NO PERT.

→ HAY QUE UN
VOCABULARIO...

E. Representación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1	PERT.	AD.	PERT.
2	PERT.	AD.	PERT.
3	PERT.	AD.	PERT.
4	PERT.	AD.	PERT.
5	PERT.	AD.	PERT.

Pauta sometida a juicio de expertos

Coronata y Alsina

Figura 15. Ejemplo de un experto consultado.

De este modo, a partir de las opiniones de los expertos, en relación a los ítems, hemos desechado aquellos ítems donde han coincidido los expertos en que son poco adecuados o que no pertenecen a la categoría y mantenido aquellos que obtuvieron una alta valoración, es decir, aquellos que mejor se ajustan al contenido específico que se pretende evaluar, y a la vez hemos realizado algunas modificaciones que consideramos pertinentes en base a las observaciones, especialmente en redacción y utilización de términos.

Algunos de los expertos consultados sugirieron que para mayor precisión se consideraba necesario definir lo que se iba a entender por cada uno de los indicadores. En consecuencia de estas sugerencias, se adjuntó una aclaración junto a cada indicador en la pauta definitiva (Anexo 9).

FASE V: En esta etapa la pauta de análisis se aplica en forma piloto, se aplica a 3 registros audiovisuales, distintos a los que se utilizarán posteriormente y se registran las observaciones.

FASE VI: En esta fase se analiza la información detallada que muestran los registros audiovisuales, para lo cual se utiliza la Pauta de análisis y el anotador *Elan 4.6.1* y además se conforman los casos a estudiar.

Para el procedimiento de análisis de datos se utilizó el anotador *Elan 4.6.1* para transcribir exhaustivamente a protocolo los 12 videos (Anexo 10). Antes de iniciar la transcripción se abrió cada uno de los videos desde el anotador ELAN y se guardó cada archivo con el nombre del nivel educativo y dependencia del centro, por ejemplo: 1 MUNICIPAL, lo que significa que corresponde al video de Primer año de elemental del Centro Público. Para mostrarlo gráficamente, en la Tabla 10 que a continuación se presenta, se muestran las formas de nombrar cada uno de los videos que se utilizó en este estudio, dando lugar a cada caso a estudiar.

Tabla 10. Nominación cada Centro Educativo/Caso estudiado

Centro educativo	Caso
T1 MUNICIPAL (CENTRO PÚBLICO)	1
T2 MUNICIPAL (CENTRO PÚBLICO)	2
1° MUNICIPAL (CENTRO PÚBLICO)	3
2° MUNICIPAL (CENTRO PÚBLICO)	4
T1 PARTICULAR SUBVENCIONADO (CENTRO PRIVADO CONCERTADO)	5
T2 PARTICULAR SUBVENCIONADO (CENTRO PRIVADO CONCERTADO)	6
1° PARTICULAR SUBVENCIONADO (CENTRO PRIVADO CONCERTADO)	7
2° PARTICULAR SUBVENCIONADO (CENTRO PRIVADO CONCERTADO)	8

T1 PARTICULAR (CENTRO PRIVADO)	9
T2 PARTICULAR (CENTRO PRIVADO)	10
1° PARTICULAR (CENTRO PRIVADO)	11
2° PARTICULAR (CENTRO PRIVADO)	12

Una vez que se tuvieron todos los archivos, se creó una plantilla con las diversas categorías a transcribir. Por ejemplo, resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión o representación, y luego se importaron los otros archivos, de este modo todos tendrían las mismas líneas de transcripción, como muestra la Figura 16.

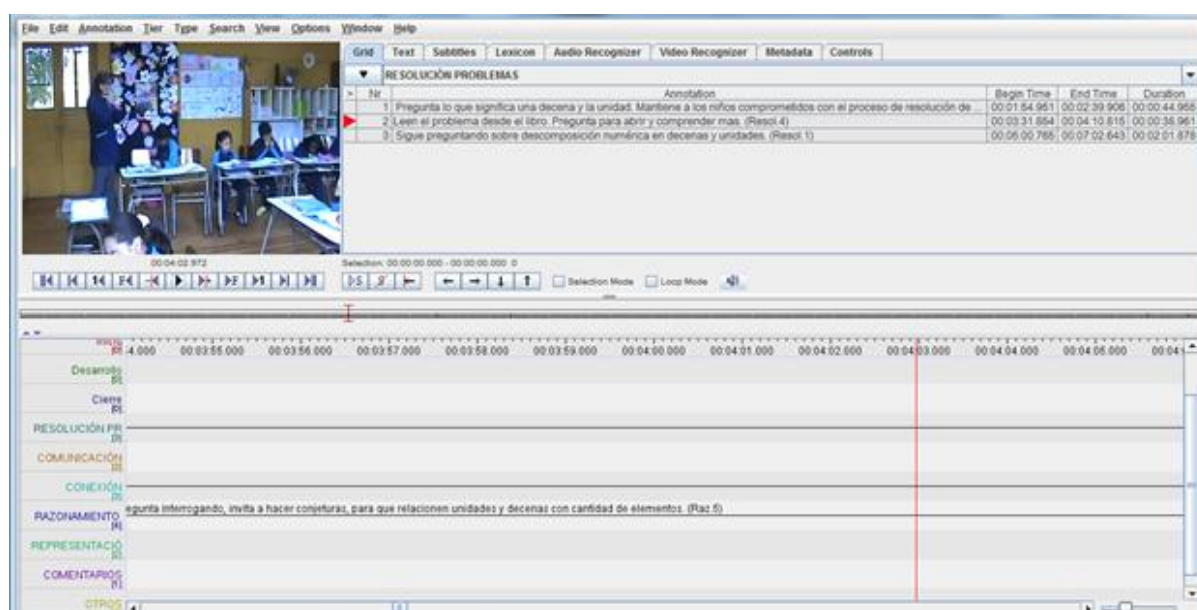


Figura 16. Líneas de transcripción.

Junto a las líneas de transcripción correspondientes a los procesos matemáticos (Resolución de problemas, comunicación, conexión, razonamiento-prueba y representación) se registró también algunos comentarios referentes a los apoyos entregados a los niños por cada maestra. A partir de la prueba piloto se detecta que la evaluación de toda una sesión aporta información suficiente sin tener la necesidad de fragmentar el análisis de los registros audiovisuales en tres segmentos, inicio, desarrollo y cierre.

CAPÍTULO 4

PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1. Presentación

En este capítulo, de acuerdo con los objetivos del estudio, se analiza la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas docentes de 12 maestras de niños entre 4 y 8 años durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción de número, y se establece la frecuencia de uso de dichos procesos.

Tomando en consideración el diseño mixto del estudio, el análisis se ha realizado a través de tres niveles que se presentan a continuación:

Nivel 1. Descripción de cada caso

Para analizar la presencia de los procesos matemáticos se describe cada uno de los casos participantes en el estudio. Los aspectos que se detallan de cada caso son los siguientes:

- Presentación de la maestra (aspectos generales recogidos a través de la entrevista): edad, formación, años de experiencia, años de trabajo en el establecimiento y opiniones acerca de la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades en general y de la enseñanza del número en particular.
- Contextualización de la práctica docente: objetivos de la sesión, duración, presencia de adultos y niños, esquema del espacio físico.
- Gestión de la práctica docente: descripción de la actividad (fases de inicio, desarrollo y cierre), recursos utilizados y conformación de grupos.
- Presencia de los procesos matemáticos: en primer lugar se exponen los resultados cualitativos a través de la descripción de la presencia de los indicadores de cada proceso matemático y sus respectivas evidencias, en forma de transcripciones (citas) y una imagen representativa; y en segundo lugar los resultados cuantitativos, a través de la frecuencia de aparición de cada proceso matemático,

como lo muestra la Figura 17 que a continuación se presenta, en el cual se expone el formato usado para describir cada uno de los casos estudiados:

Centros Educativos	Estudio de Casos	Información
Centro Público	Caso 1	Presentación
	Caso 2	maestra
	Caso 3	Contextualización:
	Caso 4	Objetivo sesión Duración
Centro Privado Concertado	Caso 5	Presencia adultos y niños
	Caso 6	Esquema sala
	Caso 7	Gestión actividad:
	Caso 8	Descripción general Inicio-Desarrollo-Cierre
Centro Privado	Caso 9	Recursos utilizados
	Caso 10	Conformación de grupo
	Caso 11	Presencia procesos: Resultados cualitativos
	Caso 12	Resultados cuantitativos

Figura 17. Organización de la información de cada Caso.

Una vez descrito cada caso, se lleva a cabo una comparación para poder definir las semejanzas y diferencias en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción de número.

Nivel 2. Frecuencia de uso de los indicadores de cada proceso matemático

Una vez analizada la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas docentes de 12 maestras de niños entre 4 y 8 años durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción de número a través de la descripción de cada caso, se aborda la frecuencia de uso de

los procesos matemáticos en dichas prácticas. Se presentan los resultados desde lo general hacia lo más específico:

- Presencia y ausencia de los procesos matemáticos.
- Presencia y ausencia de los indicadores de cada proceso matemático: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión y representación.
- Presencia y ausencia de los procesos matemáticos por niveles y por centros.

4.2 Descripción de Casos.

Los casos descritos están determinados por las prácticas de enseñanza-aprendizaje de cada maestra. Se presentan comenzando por los cuatro niveles del centro público, a continuación los cuatro del centro público concertado y finalmente los cuatro casos correspondientes al centro privado. En cada uno de los centros se comienza por los niveles educación infantil y luego se pasa a describir los dos niveles de educación elemental.

Como se ha indicado en la Figura 18, los datos que se describen en relación a cada caso son los siguientes: la presentación de la maestra, la contextualización de la práctica docente analizada; la gestión de la actividad; y finalmente la presencia de los procesos matemáticos.

Los resultados cualitativos se presentan en forma de tablas en las que se codifican las citas: en primer lugar se abrevia la categoría (proceso matemático) a lo que se refiere: RP (resolución de problemas), RAZ (razonamiento y prueba), COM (comunicación), CONEX (conexión) y REP (representación); luego se define si se observa en el inicio, desarrollo o cierre de la actividad (I, D ó C); y finalmente se indica el momento justo de la transcripción.

Los resultados cuantitativos se presentan a través de gráficos, en los que a través de frecuencias y porcentajes se indica el grado en el que aparece cada indicador en la práctica observada de las maestras.

4.2.1 Casos Centro Público

CASO 1

Presentación de la maestra: La maestra del caso 1 tiene 45 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 10 años que trabaja en el establecimiento.

En la entrevista ella manifiesta que para enseñar matemáticas en las primeras edades es necesario trabajar con material concreto, para que, de este modo los niños puedan manipular y también considerar las diferencias individuales, como por ejemplo, los distintos ritmos de aprendizaje.

En relación a la noción de número, la maestra afirma que se debiera enseñar la cantidad de elementos con la simbología en forma simultánea, además cree que es necesario contar incansablemente objetos.

Sus mayores aciertos durante sus años de experiencia laboral se relacionan con el trabajo directo con materiales de la naturaleza, y elementos cercanos a los mismos niños. Una de las problemáticas que surge con fuerza año a año, es que los niños logren trazar los numerales en forma correcta.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Sumar hasta 5 utilizando juegos y algunos elementos concretos.

Duración de la actividad matemática: 10:52 minutos.

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de infantil con 25 años de experiencia profesional en diversos niveles, además están presente dos ayudantes técnicos. La matrícula total del nivel corresponde a 28 niños, la asistencia del día es de 26 niños.

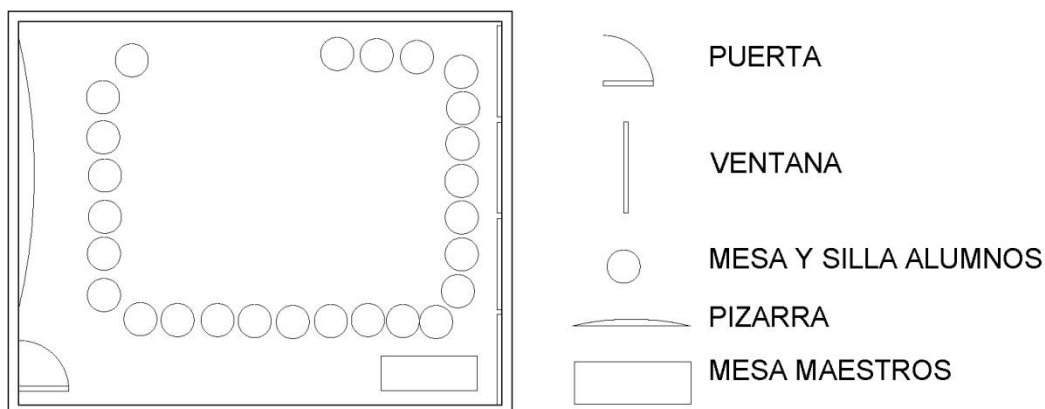


Figura 18. Esquema de la sala Caso 1.

Gestión de la actividad:

Durante la actividad los alumnos están sentados alrededor de la sala. La maestra se dirige a todo el grupo, hablando con tono de voz muy bajo y atrayendo la atención de todos ellos. Luego les plantea los objetivos de esa clase explicando alguna de las actividades que van a realizar. Entre las cuales les comparte que van a sumar números y algunos objetos hasta 5 y que al final van a jugar al fútbol, para sumar la cantidad de goles por grupo.

Les repartió naipes con imágenes de manos y dedos que indican cantidad, de esa forma los alumnos debían mostrar dicha cantidad con sus propias manos y relacionar la cantidad de dedos con los números.

Inicio: La maestra se sienta en una silla conformando el círculo con todo el grupo de niños, les informa lo que harán en ese período de matemáticas. Les lee el objetivo que aparece en el libro y les explica que sumarán hasta cinco a través de juegos y utilización de elementos concretos.

Desarrollo: Los niños están distribuidos en grupo grande con las sillas dispuestas circularmente en la sala de actividades, la maestra plantea distintos desafíos relacionados con los naipes y cantidad de dedos a cada uno de los alumnos. Les explica que van a agregar cantidades, por ejemplo: dos más uno, tres más dos, o cuatro más uno, entre otros.

Revisa el trabajo en forma individual. Espera que todos respondan.

Cierre: Al finalizar la actividad, la maestra adelanta que van a jugar al fútbol, que verán quien puede hacer más goles. Es importante agregar que la maestra vincula la actividad

matemática con la actividad lúdica/práctica del fútbol, donde enfatiza sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo los aprendieron.

Los recursos utilizados fueron naipes con imágenes de dedos, tarjetas con números escritos y pelota.

Durante el período observado, no hubo interrupciones de personas ajenas al curso.

Mediación en general: La maestra se desplaza por todo el espacio, revisando y preguntando a todos los alumnos sobre la suma de deditos que están representados en las tarjetas, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pregunta otra vez para que vuelvan a intentarlo. No demuestra especial cuidado por mantener contacto visual con los alumnos, les habla incluso mirando hacia otra dirección, pero con un tono de voz suave y bajo.

Conformación de grupos: Siempre los niños desarrollan un trabajo individual, se les reta a contestar lo que representan los dedos dibujados en las dos tarjetas y también a mostrar las cantidades con sus propios dedos. Permanecen durante toda la actividad inicial, sentados en sus lugares, sin cambiar la conformación del grupo, al finalizar la actividad deben formar una hilera para poder lanzar la pelota al arco por turnos.

A continuación se muestra la Tabla 11 con los indicadores observados y citas textuales de este Caso:

Tabla 11. Caso 1

	Resultados/Estrategias de enseñanza- aprendizaje CASO 1	Citas
Resolución de problemas	Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas (Indicador 4)	RP4-D/01:32 “la Cecy tiene este naipe, cuántos deditos tiene?, y en este naipe?, muéstrenos, y entonces... cuántos deditos tendrá en total? Miren a Cecilia.”
	Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas (Indicador 5).	RP5-D/05:32 “Me he encontrado algo distinto, miren lo que le salió a Cesar. Muéstrole a sus compañeros, tiene... 3 y 1, cuánto es?. A ver con los deditos...”
	Realiza preguntas que generan investigación y exploración para dar solución al problema (Indicador 1)	RP1-D/06:50 “Muéstreme con sus deditos, cuántos tenemos ahí?. Dos y dos cuántos son entonces?”
	Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7)	RAZ7-D/02:38 “Mira, cuántos tienes ahí?, 2 y ahora acá cuántos tiene? 3. ¿Y todos juntos, cuántos deditos son?. Muestre con sus dedos”
Razonamiento y prueba		RAZ7-D/03:17 “ a ver.. muestren sus tarjetas, quién puede decir lo que tiene en esos naipes?, cuántos deditos les muestran las manos? Venga Ignacio, cuántos tiene?, tiene 4, y en la otra tarjeta? 1 ya..., entonces 4 + 1, cuánto es? Cuéntelos.”
		RAZ7-D/06:24 “A ver niños, contemos y mostremos con nuestros dedos, cuántos son en esta mano? 4... bien!, y si ponemos 1 dedo de la otra mano?, cuántos son?”

	<p>No se observa.</p>
<p>Comunicación</p>	<p>La maestra no impulsa la comunicación entre los alumnos, sino que más bien se desarrolla una información desde ella hacia los niños.</p> <p>No se observan</p>
<p>Conexiones</p>	<p>La maestra no vincula la actividad matemática con otros contenidos ni tampoco lo hace con la vida cotidiana de los niños.</p> <p>Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número (Indicador 2)</p> <p>REP2D/01:26 “contemos los deditos de estos naipes, cuántos hay?, cuenten los deditos y muestren en sus manitos. Cuántos hay? Miren a Cecilia, ella muestra con sus propios deditos...</p> <p>REP2D/02:23“Muéstreme con deditos lo que muestra este naipe, y este? Cuántos tiene?”</p> <p>REP2D/03:17“Cuántos tiene ahí y cuántos tiene aquí?, muéstrole a los amigos con sus dedos, entonces cuántos son?”</p> <p>REP2D/05:33Mostremos a los compañeros, miren aquí tienes 3 y aquí cuántos tienes? Si... 1, entonces 3 y 1 son..., pero antes a Elena le había salido 2 y 2, cómo es esto? Veamos con los deditos, muestren con sus propios deditos: 3 y 1 son Y ahora 2 y 2 son ..”</p>

Como se observa en la Tabla anterior, en el Caso 1 se evidencian algunos de los indicadores de los procesos con excepción de comunicación y conexión de los cuales no se observó ninguno.

El proceso de resolución de problemas se observa en tres situaciones puntuales, una de ellas es al formular preguntas que generen investigación y exploración para dar solución al problema. (Indicador 4), además mantiene a los niños comprometidos con el proceso de resolución de problemas (Indicador 5) y al plantear situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo, le muestra naipes a un niño y le pide que muestre con sus dedos la cantidad que corresponde y apoya en forma oral (Indicador1)

El razonamiento y prueba se observa cuando la maestra pide que muestren los dos naipes, muestran lo mismo con sus dedos y les pide que sumen los dedos de ambas manos. (Indicador7), también se evidencia este proceso matemático cuando les solicita individualmente que muestren las cantidades con sus dedos frente al grupo total y suman juntando los dedos de ambas manos. (Indicador 7).

Los procesos de comunicación y conexión no se observan explícitamente, la maestra no impulsa la comunicación entre los alumnos, sino que más bien se desarrolla una información desde ella hacia los niños y está ausente la conexión de los contenidos matemáticos con otros o con otras disciplinas y la propia vida.

El proceso matemático de representación se observa en cuatro oportunidades, la maestra trabaja en todas ellas la representación concreta de la noción de número (Indicador 2). La primera de ellas es cuando solicita que muestren con sus dedos la cantidad del naipe, después cuando la maestra les pide que muestren con los dedos la cantidad indicada. En tercer lugar, que muestren con sus dedos, lo que indica el naipe que le muestra la maestra y finalmente la maestra avanza en el grupo revisando la propuesta de cada alumno.

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los procesos matemáticos: Razonamiento y prueba (3 veces el indicador 7) y en Representación (4 veces el indicador 2).

La figura 19 evidencia la observación del Caso 1:



Figura 19. Observación Caso 1
Razonamiento y Prueba
Duración: 2:17 minutos

El Caso 1 corresponde al primer nivel de educación infantil del centro público. La figura que a continuación se presenta busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

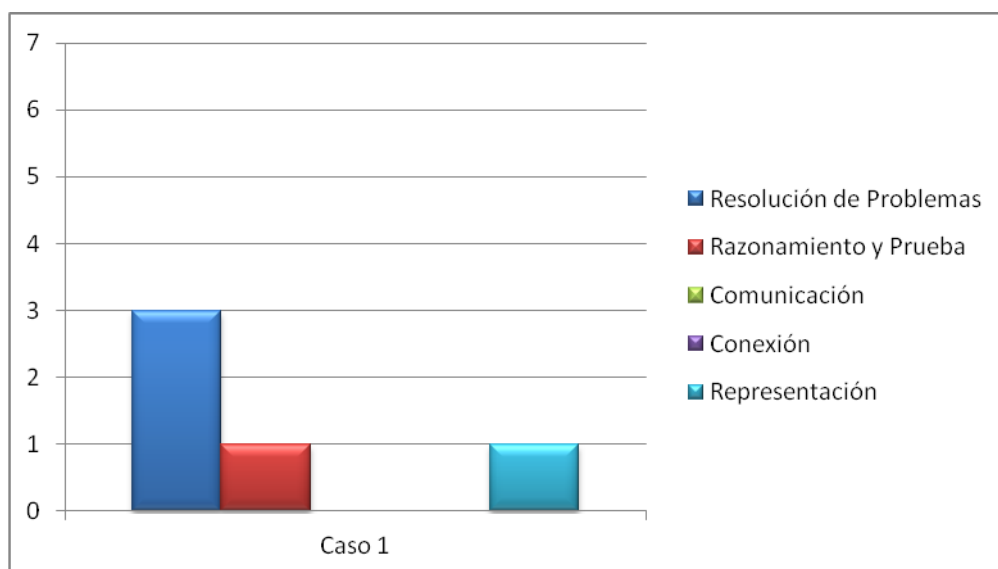


Figura 20. Indicadores Caso 1 (Centro Público)

Se puede apreciar que el Caso 1 presenta indicadores para la resolución de problemas (3 indicadores, lo que supone un 42,8% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (1 indicador, lo que supone un 14,28%) y representación (1 indicador lo que supone 14,28%), pero no presenta indicadores en comunicación ni tampoco en conexión.

La figura 21 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 1.

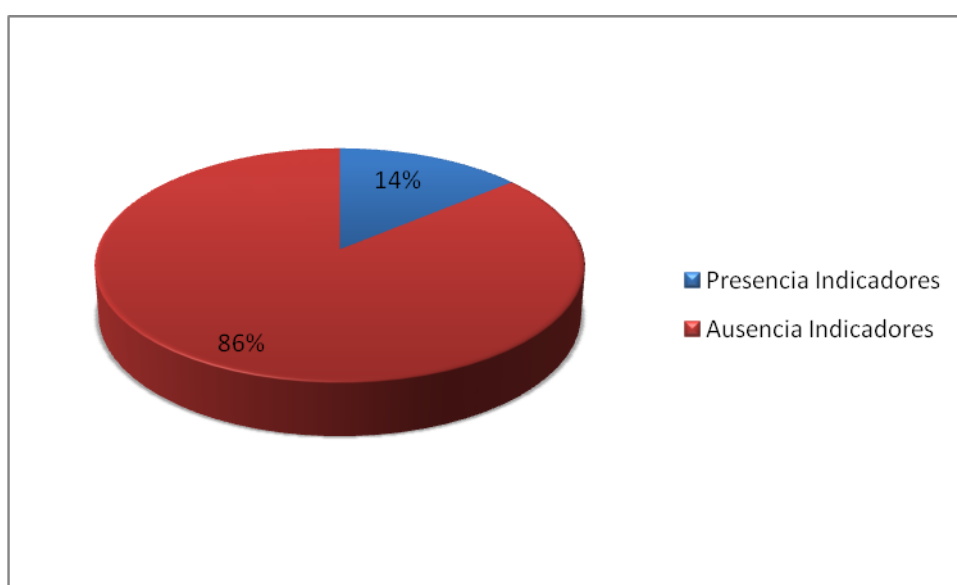


Figura 21. Presencia/ausencia total de indicadores Caso 1

El Caso 1 presenta solo un 14,29% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos que se han definido en este estudio.

CASO 2

Presentación de la maestra: La maestra del caso 2 tiene 43 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 8 años que trabaja en el establecimiento.

En la entrevista realizada a la maestra ella manifiesta que para la enseñanza de las matemáticas en educación infantil es primordial poder enseñar y trabajar todos los conceptos pre-numéricos, los cuales tienen relación con cuantificadores (muchos, pocos), ubicación espacial (arriba, abajo, cerca, lejos, dentro, fuera). Ella manifiesta que las comparaciones en general van en directo beneficio para el aprendizaje matemático de las primeras edades y específicamente para el logro de la noción de número plantea que junto con favorecer el reconocimiento de los números es necesario trabajar la asociación a la cantidad, la grafía del número de una forma contextualizada a la vida que rodea a los niños. En cuanto a sus aciertos en la enseñanza de la noción de número ella menciona que lo más importante ha sido enseñar con material concreto, permitiendo que los niños conecten con su propia vida lo que están aprendiendo. Por otro lado, manifiesta que las mayores dificultades que ha tenido en sus años de experiencia tienen relación con escritura en espejo, cuando los niños dan vuelta los números, cuando muestran dificultad en la escritura y se quedan atrás.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Comparar cantidades.

Duración de la actividad matemática: 15:25 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación infantil con 26 años de experiencia profesional y dos ayudantes técnicos. La matrícula total del nivel corresponde a 20 niños, la asistencia del día es de 16 niños.

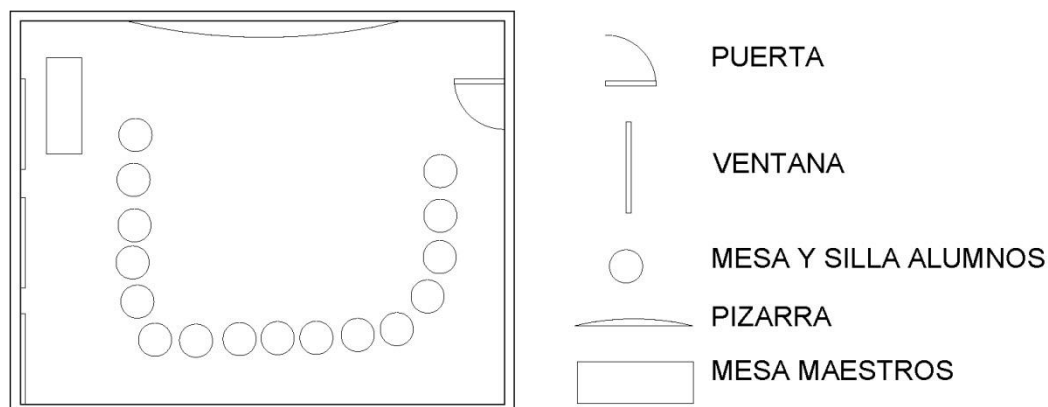


Figura 22. Esquema de la sala Caso 2

Gestión de la actividad:

La maestra de infantil muestra una práctica de enseñanza-aprendizaje centrada en los alumnos, les manifiesta en todo momento que ellos son capaces, muy inteligentes y les permite vivenciar concretamente los desafíos matemáticos que se les plantea. Muestra mayor contacto físico con los niños, cuando les habla les da la mano o los toca en los hombros, utiliza un tono de voz bajo y los invita a trabajar, reforzándolos sistemáticamente, diciendo que todos pueden y que solamente deben estar atentos. Se evidencia una distribución del grupo dinámica, no siempre están de la misma manera y también los involucra de distinta forma. Contextualizando al máximo cada una de las actividades.

Inicio: La maestra introduce la clase, mencionando y escribiendo el objetivo de la clase en la pizarra, plantea que relacionarán número con cantidad de elementos y les pregunta quiénes podrán ayudar en esto.

Desarrollo: La maestra, solicita que miren una ficha ubicada en la pared, pregunta la cantidad de niños que ven, a lo que responden grupalmente, 5, 6 y ella les dice: “5 o 6?”, invitándolos a contar para verificar la cantidad. A través de un juego oral va tocando a los alumnos que pasan delante. Durante toda la actividad los alumnos están sentados en semicírculos, todos dispuestos y atentos a lo que acontece en la actividad matemática. Se reparten los libros a los 6 alumnos, como ya se explicó anteriormente, luego, se trabaja lo mismo con los 9 alumnos restantes, entonces la maestra pregunta lo que ha sucedido ahora: si

hay más libros o más niños. Al finalizar esta actividad, se invita a los alumnos a sentarse alrededor de las mesas y a trabajar en el tablero de base 10, fichas con cuadrículas donde escriben los números; en la parte superior los números hasta el 10 y abajo los restantes correspondientes. Se invita en forma individual sugerir números mayores que 10 y se escriben en fichas pegadas en la pizarra para que en parejas los escriban.

Cierre: Al finalizar, se observa el cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatiza sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo lo aprendieron. Ella releva el hecho que un niño se dio cuenta que había un error y pudo corregirlo.

Los recursos utilizados fueron pizarra, fichas, libros.

Durante el período observado no hubo interrupciones de personas ajenas al curso.

Mediación en general: La maestra se comunica desde la parte delantera de la sala, habla a todo el grupo en general, pero cuida mantener el contacto visual con cada uno de los niños. Solicita a todos los niños que pongan atención cuando se les explica y los invita a contar. Mira a los niños cuando les habla, mantiene una actitud respetuosa y afable con ellos en toda la actividad; cuando se paran y contestan cosas desconectadas con la actividad, ella les explica suavemente y los toma de los hombros.

Conformación de grupos: Gran parte de la actividad se desarrolla en forma individual, los niños permanecen sentados en semicírculo, solamente al finalizar la observación realizan el trabajo individual en la ficha sentados alrededor de las mesas.

En la Tabla 12 se pueden apreciar los indicadores observados y citas textuales del Caso que hemos descrito:

Tabla 12. Caso 2

	Resultados/Estrategias de enseñanza-aprendizaje CASO 2	Citas
Resolución de problemas	Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema (Indicador 1)	RP1-D/01:04 “niños miren, vengan, 1,2,3,4,5 y 6, ustedes párense aquí. Cuántos libros tengo que entregar?”
	Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas (Indicador 4)	RP4-D/09:12 “Diez y uno, cuántos son?, y ¿cuántos faltan para llegar a once?, qué creen?, su compañero lo ha dicho bien?”
Razonamiento y prueba	Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones (Indicador 2)	RP2-D/09:40 “ ya tienes diez, cuántos te faltarán? para llegar al doce?, sigue contando y haciendo las marcas.”
	Ayuda a los niños a que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/10:59 “Ah, yo tengo una pregunta, se me había olvidado, cuál número será mayor?, el dieciséis, y por qué es el mayor?”
	Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7)	RAZ7-D/13:48 “vengan, entonces van a contar y nos dirán lo que descubren. 1,2,3,4,5,6,7,8,9 y, sigan ustedes solitas, cuántos hay? muy bien”.

Comunicación	Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos (Indicador 5)	COM5-D/02:16 “Qué pasa niños, y estos libros?, hay más niños para entregarles estos? Yo necesito saber que ustedes me digan qué hay más?”
Conexiones	No se observan La maestra no vincula la actividad matemática con otros contenidos ni tampoco lo hace con la vida cotidiana de los niños.	
Representación	Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número (Indicador 4)	REP4D/06:15 “este es el cuadro en base 10, entonces miren, ¿cuántas casilleritos hay aquí?, bien, son 10. Ahora ¿quién me dice un número mayor que diez? Y lo viene a marcar”
	Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número (Indicador 3)	REP3D/12:29 “Vamos sigue, 1.2.3... debes contar y marcar hasta 15” REP3D/15:20 “Muy bien, Fernando se dio cuenta y está contando hasta veinte, está marcando en cada cuadrito”

En la Tabla anterior podemos apreciar claramente que no se observaron indicadores referentes a conexión, y de los demás procesos, el que se pudo constatar con mayor énfasis fue la resolución de problemas.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 2.

Se observa el proceso matemático de resolución de problemas 3 veces, explícitamente presente en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra, por un lado,

contextualiza la situación problemática a la vida cotidiana de los niños(as) (Indicador 3), por otro lado, realiza preguntas que generan investigación (Indicador 1) y finalmente, promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas (Indicador 4).

La presencia del razonamiento y prueba, como proceso matemático, se observó en 2 ocasiones. La primera evidencia de este proceso se constata cuando la maestra les plantea la interrogante referente a la cantidad de niños y de libros, solicitándoles que expliquen la diferencia de cantidad (Indicador 1). Luego, plantea interrogantes para que los propios alumnos descubran, diciéndoles que ellos van a descubrir cuántos elementos hay (Indicador 7).

La comunicación, como proceso matemático, se observa 1 vez en forma explícita en el registro obtenido (Indicador 5). Mayoritariamente se evidencia una práctica de enseñanza-aprendizaje con entrega de información unidireccional por parte de la maestra, demuestra una práctica de enseñanza mayoritariamente expositiva, que no genera intercambio entre los alumnos. El intercambio de ideas matemáticas observado, se genera con las preguntas directas de la maestra, no de los intercambios impulsados entre niños. Sin embargo, se estima relevante profundizar en este indicador del proceso matemático, puesto que es una actividad de la noción de número y cantidad de elementos vinculada a la realidad, la maestra invita a 6 alumnos y les reparte un libro a cada uno, al finalizar esta distribución, les pregunta si hay más libros o niños. Lo cual responden grupalmente, aludiendo que hay más libros porque quedan dos, sin ser repartidos.

Por otro lado, no se observó que la maestra realizara conexión entre contenidos matemáticos (Indicador 2) como tampoco entre las matemáticas y la vida cotidiana (Indicador 7), ni tampoco con otras disciplinas, más bien aborda las matemáticas en forma desvinculada del contexto en que se encuentran los niños.

La representación se observó en 2 oportunidades, las cuales tienen relación directa con la representación pictórica y simbólica del número. Solicita que niños diferentes, en forma individual y frente al grupo curso, en la pizarra, registraran números superiores a 15, marcando a través de dibujos, tantos elementos como indica el número (Indicador 4).

En otra oportunidad, cuentan, todos juntos, cantidad de niños, se cuentan ellos mismos y se ordenan para relacionarse con la cantidad de libros (Indicador 2).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que uno de los indicadores observado en este Caso, se evidenció en forma repetida. Lo cual sucedió en el proceso matemáticos de Representación (2 veces el indicador 2).

La figura 23 evidencia la observación del Caso 2:



Figura 23. Observación Caso 2
Comunicación
Duración: 1:92 minutos

El Caso 2 corresponde al segundo nivel de educación infantil del centro público. El gráfico que a continuación se presenta busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

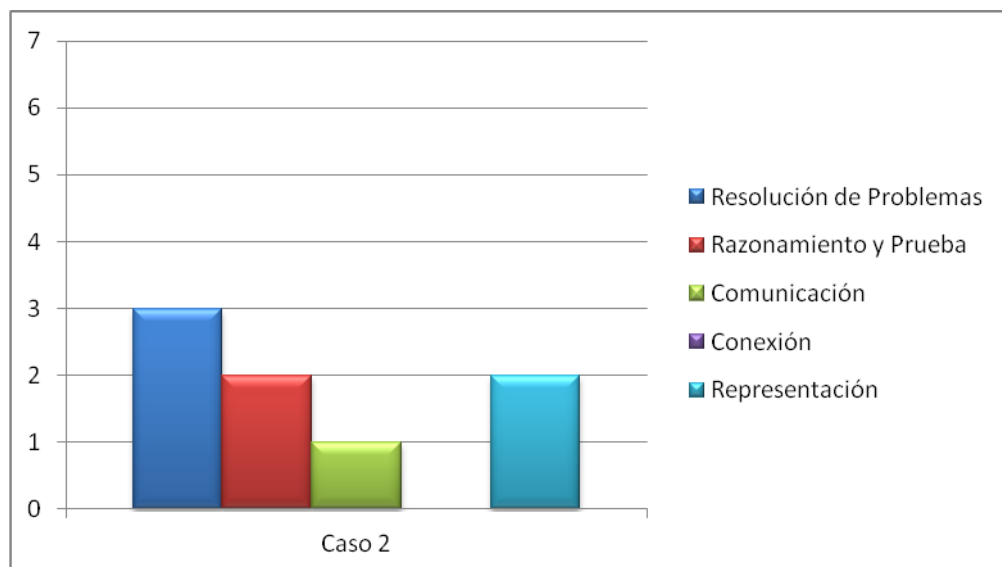


Figura 24. Indicadores Caso 2 (Centro Público)

Se puede apreciar que el Caso 2 presenta indicadores para la resolución de problemas (3 indicadores, lo que supone un 42,8% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza aprendizaje), razonamiento y prueba (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), comunicación (1 indicador, lo que supone un 14,2%) y representación (2 indicadores, lo que supone un 14,2%), pero no presenta indicadores en conexión.

La Figura 25 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 2:

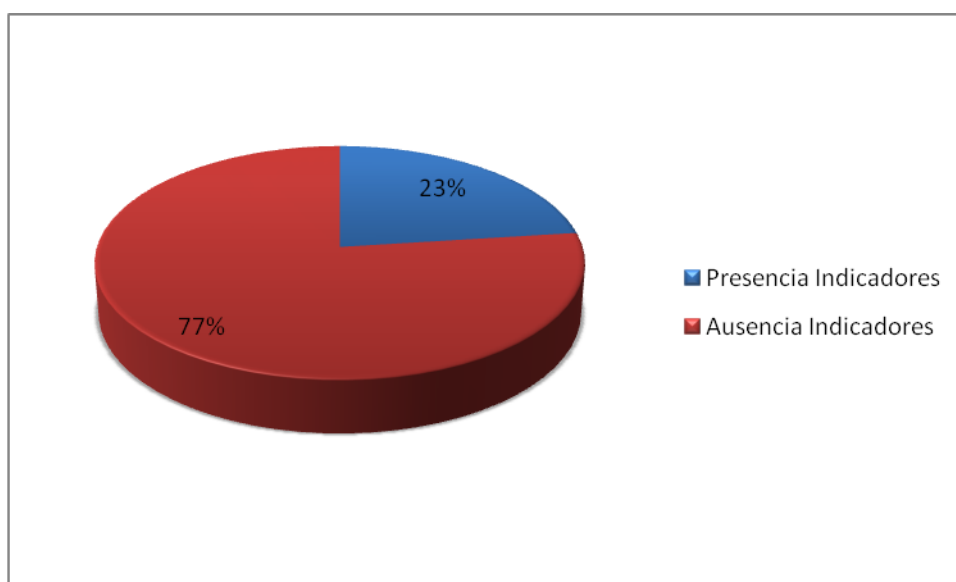


Figura 25. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 2.

El Caso 2 presenta solo un 23% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

Caso 3

Presentación de la maestra: La maestra del caso 3 tiene 39 años de edad, posee formación universitaria de 5 años y hace 8 años que trabaja en el establecimiento.

En la entrevista se percibió que a juicio de esta maestra es primordial utilizar material didáctico para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades, como por ejemplo, cubos apilables, rectas numéricas, pelotitas, etc. Además ella plantea que es necesario poder respetar las estrategias de cada niño porque algunos necesitan material concreto, sus dedos u otro material y al mismo tiempo existen niños que pasan al cálculo mental más rápidamente.

Entre sus aciertos, ella reconoce que los niños han tenido mayores logros desde que utiliza la recta numérica con ellos, desde que la construyen y la usan para resolver ejercicios matemáticos. Junto a esto la maestra manifiesta que es importante que los niños reconozcan los números y que sepan contar, ya que sus mayores dificultades han surgido

Cuando los niños vienen débiles en estos aspectos desde la educación infantil. En relación a esto, manifiesta que las mayores dificultades se presentan en la resolución de problemas, existiendo bastante dificultad para comprender lo que se busca en cada uno de ellos, es decir, dificultades de comprensión acerca del problema.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Comprender el significado de la decena.

Duración de la actividad matemática: 14:25 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación elemental titular con 8 años de experiencia profesional, con especialización en lenguaje. La matrícula total del nivel corresponde a 16 niños, la asistencia del día es de 13 niños.

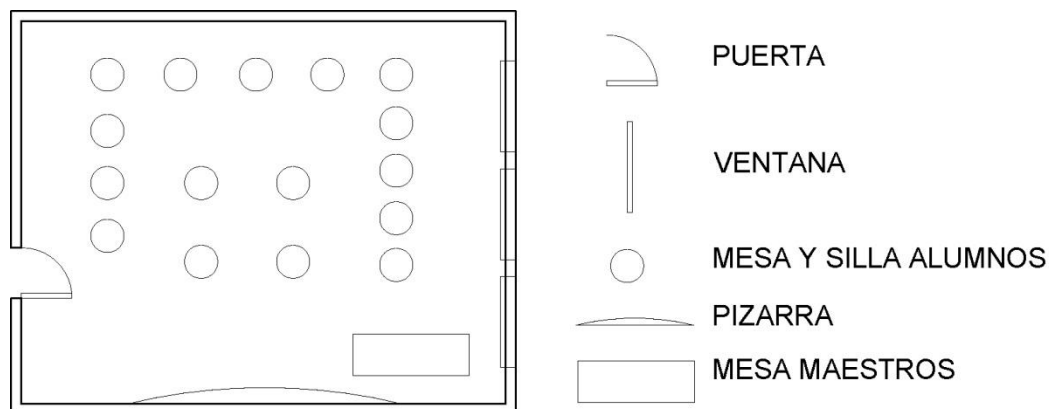


Figura 26. Esquema de la sala Caso 3.

Gestión de la actividad:

Al iniciar la actividad los niños están sentados en sus sillas (ver esquema). Los niños escuchan atentos, responden preguntas que formula la maestra. Permanecen en sus asientos durante toda la actividad, solamente se levantan del puesto cuando van a la pizarra a resolver un problema.

La maestra invita a escribir números con palabras en la pizarra, escribe 21, recuerda que los números se escriben con “V” en lugar de “B”. Le entrega el marcador a una alumna diciéndole que escriba con letra grande para que lo vean los compañeros. Al observar que la niña titubeó le sugiere que le pida ayuda a los compañeros para seguir. Entonces les pregunta si se escribe la “i” o la “e”, para decir “veintiuno” o “veinteuno”. Al llegar a consenso que se debe escribir con “i”, les pregunta que con cuál i y ellos mencionan que debe ser con la “i” de iglesia, de indio, la “i” latina. Después reafirma la escritura en letra cursiva, con las letras de la mano.

Les informa las actividades que van a desarrollar en la clase de matemática, anunciándoles que van a trabajar con las decenas, unidades, que van a resolver problemas y que van a escribir números en el ámbito del 30 al 100.

Los niños están sentados en sus puestos, la maestra dice “pongan atención, díganme con cuantos elementos se puede formar una decena?” mientras que muestra círculos dibujados en la pizarra y encierra en una cuerda 10 de ellos”.

También se observa el proceso de representación cuando la maestra indica los círculos e invita a contarlos en voz alta, mencionando que ese es un ejemplo de 1 decena.

Los recursos materiales utilizados fueron pizarra, cuaderno, libro.

Momentos de la actividad: (interrupciones) Durante el período observado, hubo una interrupción, tocaron la puerta y preguntaron por la asistencia de una alumna. La maestra fue a responder a la puerta.

Inicio: La maestra no introduce la clase, cuando finalizan el trabajo en las páginas del libro les comenta que eso es lo que debían aprender, que el libro les pedía.

Desarrollo: La maestra, solicita que abran el libro, a través de preguntas va interrogando proponiendo que cuenten los elementos y realizando las preguntas a nivel general e individual. Cuando las respuestas están erradas, la maestra repite la pregunta diciendo: fíjense bien, cuente mejor. Durante toda la actividad los alumnos están sentados en semicírculos, todos dispuestos hacia adelante, hacia la pizarra.

Cierre: Al finalizar, no se observa un cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatice sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo lo aprendieron.

Al finalizar les solicita que guarden los libros para salir a recreo, no se observa una recapitulación de lo aprendido en la clase de matemáticas.

Mediación en general: La maestra se desplaza por todo el espacio, revisando y preguntando a todos los alumnos, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pide que escuchen más atentamente y que vuelvan a intentarlo. Revisa que todos estén trabajando, al constatar que un niño no tenía lápiz, solicita a los demás niños que le presten para que pueda trabajar. La maestra pide que pongan atención todos los niños cuando se les explica y los invita a contar. Cuida de mantener contacto visual con los niños a quienes habla, mantiene una actitud alegre y enérgica en toda la actividad.

Conformación de grupos: Siempre los niños desarrollan un trabajo individual, se les reta a contestar lo que han escrito en su texto o lo que les pregunta la maestra. Permanecen durante toda la actividad sentados en sus lugares sin cambiar la conformación del grupo.

En la Tabla 13 se pueden apreciar los indicadores observados y citas textuales del Caso que hemos descrito:

Tabla 13. Caso 3.

	Resultados/Estrategias de enseñanza-aprendizaje CASO 3	Citas
Resolución de problemas	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico).(Indicador 6)	RP6-D/01:54 “Cuántos elementos tiene que haber para que hablemos de 1 decena? Y aquí en 21, ¿cuántas decenas hay?”
	Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas (Indicador 4)	RP4-D/03:31 “A ver, y si miran en su libro, a cuántos huevitos corresponde una decena de huevos?. Ustedes saben, cuenten”
	Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema(Indicador 1)	RP1-D/05:00 “1 decena y 6 unidades, a qué equivale?, muy bien, pero ¿cómo supo que era 16?Entonces 16 es igual a una decena y a cuántas unidades?
Razonamiento y prueba	Promueve el apoyo al razonamiento matemático (Indicador 5)	RAZ5-D/03:53 “Cuántos grupos de 10 son 2 decenas?. Cuenten, ¿cuántos son 2grupos de 10?”
	Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/13:25“Si quiero formar una decena, ¿con cuántos elementos tengo que formarla?, ¿Con cuántos objetos o elementos formo una decena? Dígame Maximiliano, muy bien con 10, decena viene de diez.”
	Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso (Indicador 7)	RAZ7-D/14:20 “Contemos todos juntos, 1,2,3,4,5,6.....10, aquí hay una decena, se fijan?”

Comunicación

Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas (Indicador 4)	COM4-D/04:57 “En una decena, miren aquí ustedes me van a decir.... En esta cantidad, cuántos objetos hay?, en 16. Díganme, cómo saben?”
Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula (Indicador 1)	COM1-D/08:50 “Si tengo 5 decenas?, ¿cuántos objetos tengo?, Si tengo 5 decenas de lápices, cuántos lápices habrán?. Y si tengo 6 decenas de fósforos?”
Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula (Indicador 3)	COM3-D/11:07 “Bien, ahora que escribió cuántas unidades y decenas tiene el número 99, explíqueme a sus compañeros con voz fuerte para que escuchen”

Conexiones	Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos / lenguaje y comunicación, sonido inicial (Indicador 4)	CONEX4-D/03:14 “ Quién conoce Combarbalá, qué es, es una ciudad, un país, qué es? Miren ahí vivían estos niños y ellos iban a buscar huevitos de las gallinas.”
	Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad (Indicador 6)	CONEX4-D/06:15 “¿Con qué letra empieza la palabra unidades?, entonces cada vez que escribamos las unidades le agregaremos una u y cuando escribamos las decenas entonces, con qué letra las escribiremos. Muy bien CONEX6-D/07:36 “Miren al lado izquierdo están las decenas y al lado derecho las unidades, por ejemplo en el 35, ¿Cuántas decenas hay? Y cuántas unidades?. Muy bien.”
Representación	Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número (Indicador 3)	REP3D/04:15 “Pongan atención, entonces 20 huevos, ¿a cuántas decenas equivale?, muy bien a 2 decenas.”
	Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número (Indicador 4)	REP4D/13:11 “Entonces con cuántos elementos formo una decena?, entonces dibujen los elementos necesarios para formar una decena”.

La Tabla anterior muestra que en la totalidad de los procesos matemáticos se observó algún indicador. Junto a esto se puede decir también, que la cantidad de indicadores observados de cada proceso es bastante homogénea.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 3:

En relación al proceso matemático de resolución de problemas se observan 3 oportunidades en que la maestra junto con generar comprensión de las situaciones problemáticas que presenta el texto, les pregunta ampliando la información, sobre qué se necesita para poder hablar de 1 decena (Indicador 6), solicita que lean el problema desde el libro, les pregunta para abrir y comprender mas lo que se requiere desarrollar. Insiste en preguntar una y otra vez al grupo, preguntando qué piensan sobre lo que se muestra en el texto(Indicador 4). Por último les sigue preguntando sobre descomposición numérica en decenas y unidades (Indicador1), de acuerdo a los ejercicios que aparecen en el libro de actividades, deben responder a qué equivalen las cifras, en decenas y unidades.

El proceso matemático de razonamiento y prueba se observa en cuatro oportunidades, en una de las ocasiones la maestra pregunta interrogando, promueve el apoyo al razonamiento matemático, para que los alumnos relacionen unidades y decenas con cantidad de elementos. (Indicador 5), por otro lado, se observa que realiza conexión entre unidades y decenas que forman el número, pide que analicen si quieren formar una decena, con cuántos elementos deben hacerlo? (Indicador 1) y finalmente, impulsa a los estudiantes a contar, permitiendo que los niños descubran, analicen y propongan para encontrar la solución (Indicador 7).

En cuanto a la presencia del proceso matemático de comunicación, se observa con claridad que la maestra promueve en 3 oportunidades la interacción entre los alumnos para aclarar y precisar las ideas matemáticas. Les pregunta cómo supieron la respuesta al problema planteado (Indicador 4), apoya para relacionar la decena con un grupo de 10 elementos, les pregunta de una u otra forma, para promover la comunicación en el aula, en lugar de la entrega unidireccional de información (Indicador 1). También se encuentra presente el

proceso de comunicación cuando le solicita a un niño que explique con sus propias palabras lo que realizó, le pregunta la razón por la que escribió 9D y 9U para 99 (Indicador 3).

La representación se observa en 2 situaciones puntuales, la primera al trabajar la representación pictórica, la maestra dibuja en la pizarra 10 círculos y los invita a contar (Indicador 3). Por otro lado, se observó que trabaja la representación simbólica cuando solicita a los niños que escriban el número que representa la cantidad determinada de unidades y decenas (Indicador 4).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que uno de los indicadores que se observó en este Caso, se evidenció en forma repetida. Lo cual sucedió en Conexión (2 veces el indicador 4).

La figura 27 evidencia la observación del Caso 3:



Figura 27. Observación Caso 3
Representación
Duración: 02:00 minutos

El Caso 3 corresponde al primer nivel de educación elemental del centro público. El gráfico que a continuación se presenta busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

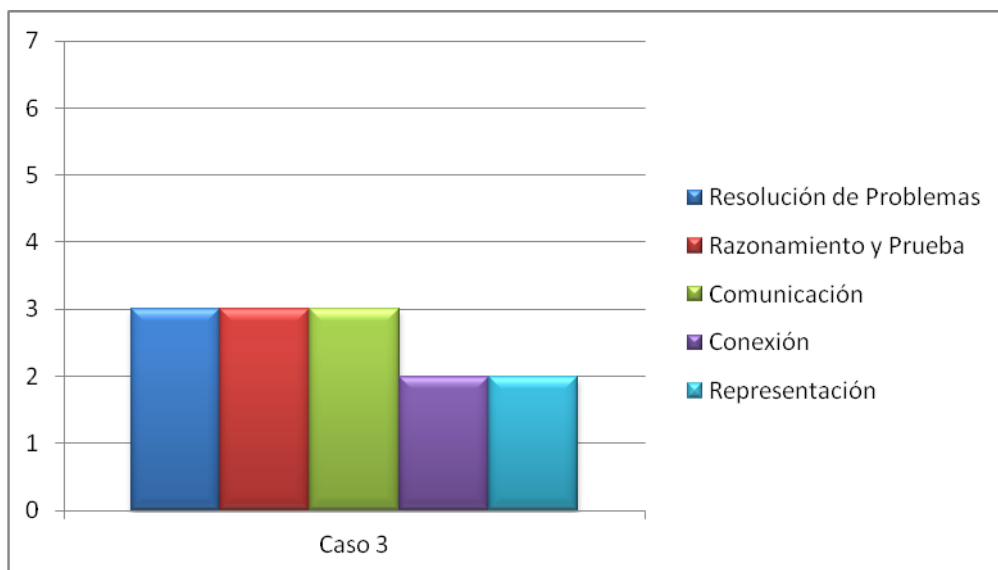


Figura 28. Indicadores Caso 3 (Centro Público)

Se puede apreciar que el Caso 3 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (3 indicadores, lo que supone un 42,8% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (3 indicadores, lo que supone un 42,8%), comunicación (3 indicadores, lo que supone también un 42,8%), conexión (2 indicadores, lo que supone un 28,5%) y representación (también 2 indicadores, lo que supone un 28,5%).

La Figura 29 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 3:

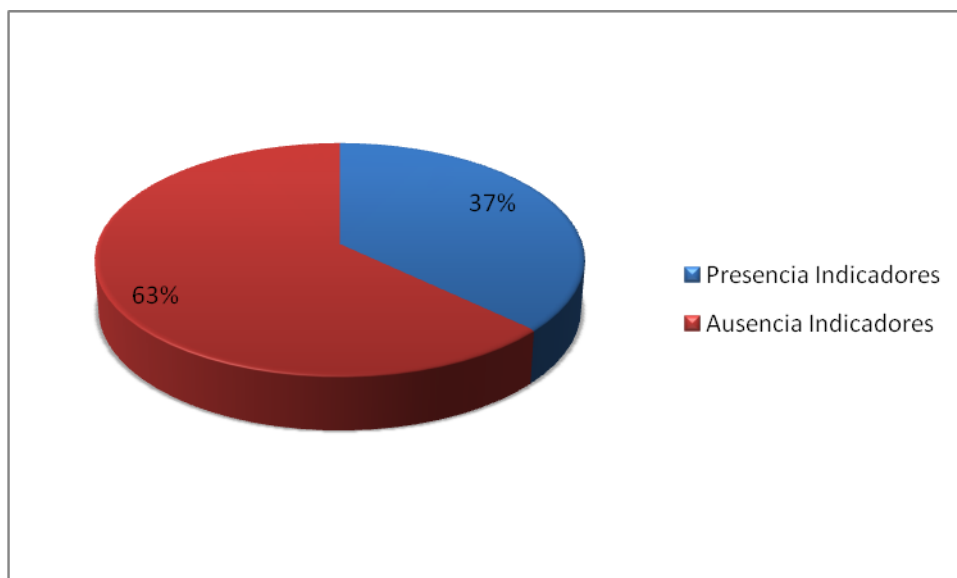


Figura 29: Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 3

De todos los indicadores posibles, el Caso 3 presenta solo un 37% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

Caso 4

Presentación de la maestra: La maestra del caso 4 tiene 25 años de edad, posee 5 años de formación universitaria y hace 4 años que trabaja en el establecimiento.

Esta maestra plantea que las matemáticas en las primeras edades se deberían siempre trabajar en forma concreta y lúdica y en la medida de lo posible, incluir la tecnología. La noción de número cree que se logra de mejor forma si es que se hace la conexión con el entorno de los niños, que vean la utilidad de los números para la propia vida y tengan la posibilidad de contar lo que existe a su alrededor.

Los mayores aciertos que ella siente que ha tenido se refieren al trabajo cercano, afectuoso y lúdico, ella ha constatado que en la medida que las clases son más cercanas, divertidas y agradables, los niños aprenden mejor y se sienten confiados en poder aclarar sus dudas.

En relación a las mayores dificultades que reconoce vivenciar a lo largo de su carrera profesional, menciona la dificultad para que los niños comprendan en forma profunda las matemáticas.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Profundizar la comprensión de las secuencias numéricas

Duración de la actividad matemática: 15:23 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación elemental titular con 4 años de experiencia profesional, con especialización en matemáticas. La matrícula total del nivel corresponde a 26 niños, la asistencia del día es de 21 niños.

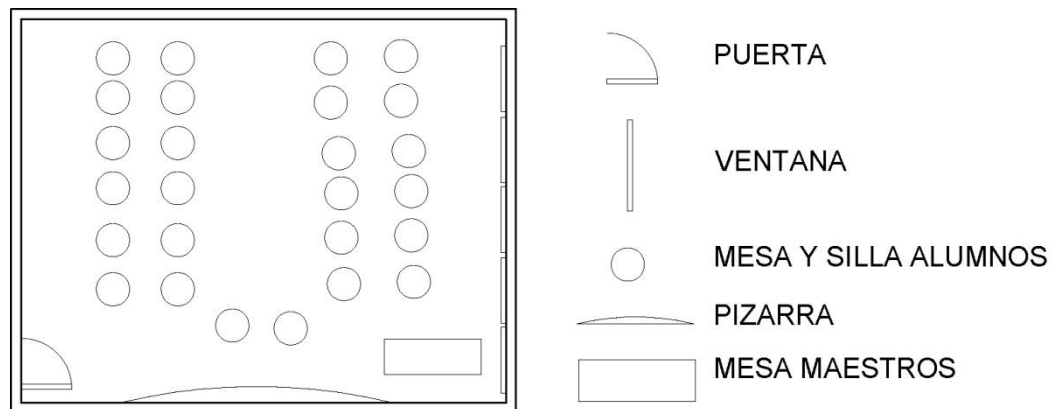


Figura 30. Esquema de la sala Caso 4.

Gestión de la actividad:

La maestra comienza la clase hablando extensamente, por más de dos minutos acerca del comportamiento deseable de los estudiantes, les plantea que ella está observando debilidades y les solicita trabajar arduamente y en forma concentrada para mejorar los aprendizajes en el contenido de secuencia numérica. Da a conocer los resultados de la última evaluación escrita, manifestando que no les ha ido nada de bien y que deben mejorar.

El desarrollo de la clase se centra en descubrir las regularidades y secuencias ascendentes o descendentes. Se plantea la misma actividad a todo el grupo curso, todos los alumnos ponen atención a lo que desarrolla un compañero en la pizarra. La maestra pregunta

preferentemente acerca del proceso mecánico y algorítmico de las operaciones básicas (adición y sustracción) que desarrollan sus alumnos.

Los recursos materiales utilizados fueron Pizarra y marcadores.

Momentos de la actividad: (interrupciones) Una maestra de otro curso llegó a preguntar algo a la maestra del curso, ella se acercó a la puerta para hablar por unos segundos.

Inicio: La maestra manifiesta a los alumnos que los resultados de la última evaluación escrita están muy débiles, que todavía no logran los aprendizajes esperados en las regularidades numéricas.

Desarrollo: La maestra, les dice que desarrollarán algunos ejercicios en la pizarra para reforzar lo que se relaciona con secuencias y que los demás deben poner atención. Además les muestra que las secuencias tienen relación con la multiplicación.

Cierre: Al finalizar, la maestra les plantea la necesidad de seguir practicando, ella les escribe en la pizarra nuevas cifras para que los alumnos descubran las regularidades presente. Felicita a los niños que aciertan.

Luego les dice que terminen la actividad a los que están más atrasados porque trabajarán en ciencias naturales. No se observa un proceso metacognitivo de cierre.

Mediación en general: La maestra se desplaza solamente por delante, al lado de la pizarra, llama a cada alumno individualmente, cuida que todos lo hagan, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, solicita apoyo de otro niño. Habla al grupo general, no cuida de mantener contacto visual con cada niño y las preguntas mayoritariamente se dirigen a todos, esto genera que respondan al unísono, provocando bastante ruido ambiental.

Conformación de grupos: Los alumnos están sentados en sus puestos, caminan hacia la pizarra cuando se les llama, luego vuelven a sentarse. Permanecen durante toda la actividad en sus lugares, sin cambiar la conformación del grupo.

En la Tabla 14 podemos observar los indicadores que se evidenciaron en cada uno de los procesos matemáticos del Caso aquí descrito:

Tabla 14. Caso 4

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje CASO 4		
Resolución de problemas	No se observa en forma clara este proceso matemático	
Razonamiento y prueba	Promueve el apoyo al razonamiento matemático (Indicador 5)	RAZ5-D/03:15 “¿De cuánto es esta secuencia numérica?, entonces le restamos 5, le restamos 5. Entonces ahora vengan a la pizarra a resolver esta secuencia numérica”
	Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/13:25 “ Cuánto es $130 - 5$?, cuando no lo saben por cálculo mental pueden realizar la resta.”
Comunicación	Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7)	RAZ7-D/14:20 “ Venga María, ahora observe bien, cuánto debe sumar en esta secuencia?”
	Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista (Indicador 6)	COM6-D/03:49 “¿Cómo se escriben las cifras para realizar la operación?, observa y debes resolver como tú te imaginas.”

Conexiones	Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Indicador 2)	CONEX2-D/02:12 “Esperen un poco, acabamos de decir que la secuencia es de 2 en 2. Ustedes estuvieron nombrando los números, pero.... A qué se parece?, se dan cuenta que se relaciona a la tabla del 2?”
	Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana (Indicador 7)	CONEX7-D/09:17 “Restar se relaciona con quitar, sacar, regalar con perder, con todas esas cosas.”
Representación	Utiliza modelos ejemplificadores (esquema, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas (Indicador 6)	REP6D/03:06 “Miren acá, ¿estos números van aumentando o disminuyendo?, ¿qué debemos hacer? Bien de 5 en 5, entonces le quitamos 5 cada vez.”

La Tabla recién expuesta muestra total ausencia de indicadores de resolución de problemas y tanto en comunicación como en representación, solamente se observó 1 indicador en cada uno.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 4:

No se observa el proceso de resolución de problemas, donde los niños desarrollen sus habilidades de reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorezcan la resolución de problemas en forma diversa.

El razonamiento y prueba se observa, en forma clara, en 3 oportunidades, cuando apoya el razonamiento matemático, esta oportunidad haciendo énfasis en la regularidad existente. (Indicador 5). Por otro lado, cuando les plantea interrogantes para que los niños expliquen (Indicador 1) y permite que los niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7).

En el proceso de comunicación, se observa solamente una situación explícita donde la maestra invita a un niño a desarrollar un ejercicio matemático en la pizarra, genera

confianza para que puedan participar todos los niños que lo deseen, lo apoya instándolo a decir cómo se imagina que se puede resolver (Indicador 6).

La presencia del proceso matemático de conexión se evidencia en 2 ocasiones, la primera corresponde cuando la maestra relaciona el contenido matemático con situaciones de la vida cotidiana, vinculando el contenido a las partes del cuerpo, las extremidades. (Indicador 7) y la segunda es cuando ella relaciona las regularidades numéricas con otro contenido, en este caso, con las tablas de multiplicar. (Indicador 2)

La representación se observa cuando la maestra mostró en la pizarra un esquema para que los alumnos diferenciaron más fácilmente las regularidades ascendentes o descendentes. Utiliza modelos ejemplificadores (esquema) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas (Indicador 6).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que ninguno de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida.

La figura 31 evidencia la observación del Caso 4:



Figura 31. Observación Caso 4

Representación

Duración: 02:00 minutos

El Caso 4 corresponde al segundo nivel de educación elemental del centro público. El gráfico que a continuación se presenta busca mostrar la presencia de los indicadores en

frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

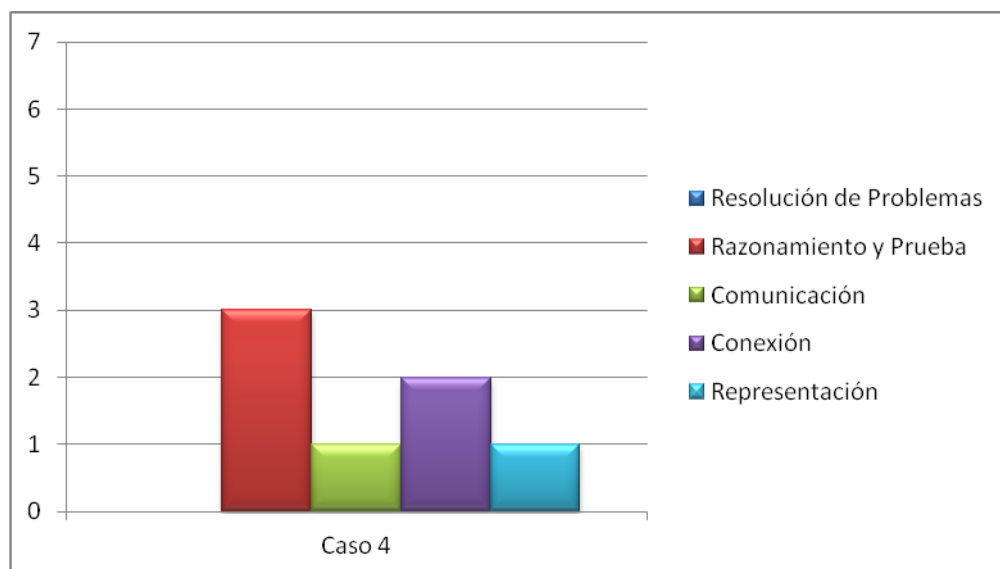


Figura 32. Indicadores Caso 4 (Centro Público)

Se puede apreciar que el Caso 4 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, a excepción de Resolución de Problemas, es decir, de razonamiento y prueba (3 indicadores, lo que supone un 42,8% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), comunicación (1 indicador, lo que supone un 14,2%), conexión (2 indicadores, lo que supone un 28,5%) y representación (1 indicador, lo que supone un 14,2%).

La Figura 33 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 4:

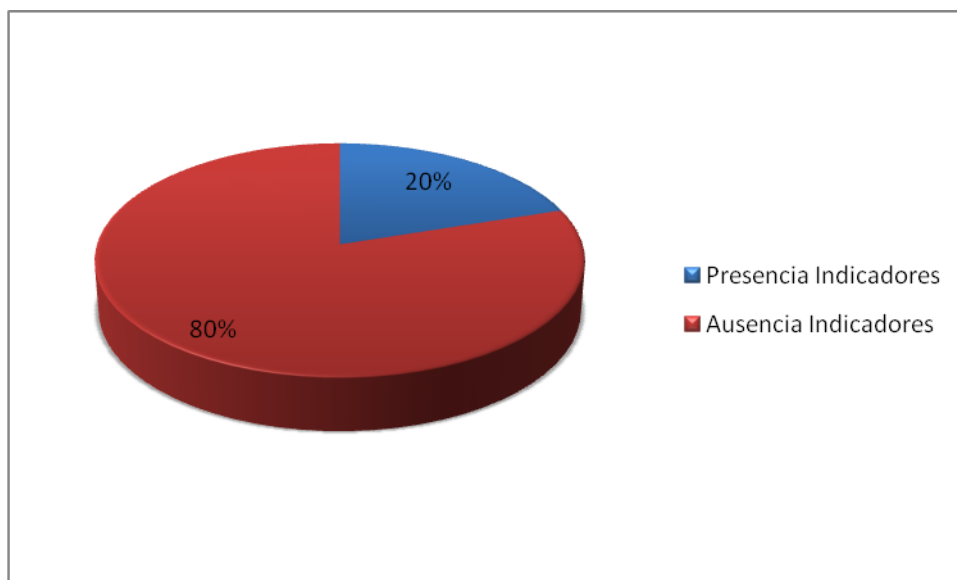


Figura 33. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 4

De todos los indicadores posibles, el Caso 4 presenta solo un 20% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

4.2.2. Casos Centro Privado Concertado

CASO 5

Presentación de la maestra: La maestra del caso 5 tiene 47 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 27 años que trabaja en el establecimiento.

La maestra de este Caso, en su entrevista manifestó que lo esencial para la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades es el uso de diverso material concreto y también que las maestras puedan acercar el contenido matemático a la vida de los niños, para que ellos se den cuenta de la gran utilidad que ellas nos entregan para poder desenvolvemos mejor. Por

otro lado, ella plantea que las maestras de estos niveles iniciales en matemática deben marcar muy bien los momentos de la actividad para que los pequeños puedan aprender mejor y específicamente para un mayor aprendizaje de la noción de número es fundamental que se involucren los niños en la construcción del propio material concreto, que se utiliza para contar y para relacionar número con cantidad de elementos. Uno de sus aciertos ha sido entender esto; dice que ella no le entrega siempre todo el material listo a los niños, sino que los involucra en la confección de este.

Junto a esto plantea que la mayor dificultad que ella ha observado en los años de experiencia con niños en educación infantil ha sido que ellos relacionen la cantidad de elementos con el número en forma simbólica. Sin embargo, también ha observado que los niños tienen dificultad para trazar bien los numerales, pero ella considera que eso es parte del proceso y no le preocupa en demasía.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Diferenciar los conceptos más y menos en cantidad de elementos de los conjuntos

Duración de la actividad matemática: 20:09 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación infantil con 27 años de experiencia profesional y una ayudante. La matrícula total del nivel corresponde a 27 niños, la asistencia del día es de 27 niños.

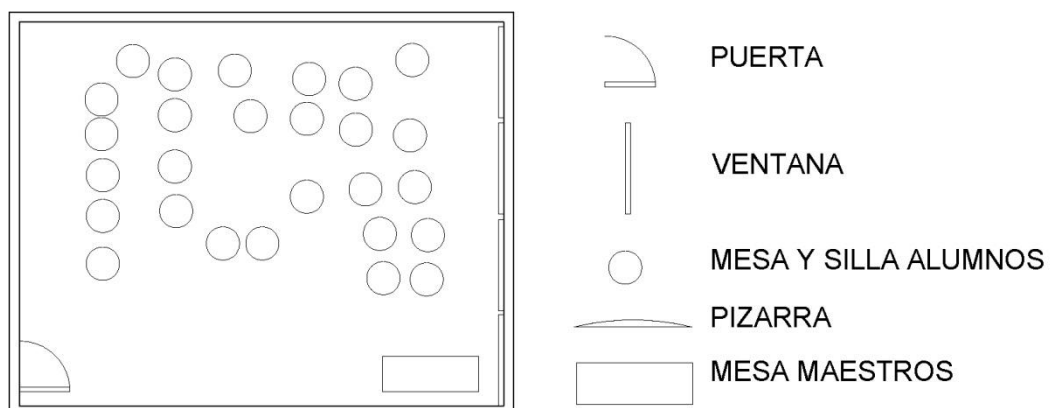


Figura 34. Esquema de la sala Caso 5.

Gestión de la actividad:

La maestra comienza la clase conversando con los alumnos mencionando que aprenderán y trabajarán en conjuntos. Realiza una revisión de los conocimientos previos de los niños y formula variadas preguntas para que ellos comuniquen sus ideas y conjeturas.

Todos los niños están sentados alrededor de las mesas desarrollando la misma actividad.

Los recursos materiales utilizados fueron semillas y cordón.

Momentos de la actividad: (interrupciones) Durante el período observado, no hubo interrupciones.

Inicio: La maestra introduce la clase, realiza rápidamente una evaluación de los conocimientos previos de los alumnos, indaga lo que ellos saben para finalmente explicar la actividad a realizar, ejemplifica lo que deben hacer. Explica en forma concreta, utiliza la presencia de 5 niños, a los que encierra con una cuerda para formar un conjunto de elementos, en este caso, de niños y niñas.

Desarrollo: La maestra recorre la sala apoyando y revisando el trabajo que desarrollan los alumnos, revisa uno por uno, mientras los demás esperan la actividad siguiente; reparten cajas con semillas y trozos de lana para cada niño. Deben formar conjuntos de semillas de acuerdo a la cantidad que va mencionando la maestra. Primero pide conjuntos de tres elementos, luego solicita que le agreguen dos más. Posteriormente desarman el conjunto conformado y la maestra solicita que formen un conjunto de 7 semillas. Durante toda la actividad los alumnos están sentados alrededor de las 5 mesas existentes.

Cierre: Al finalizar se observa un cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatiza sobre los nuevos aprendizajes y la forma de aprenderlos. La maestra cierra con unos ejemplos en la pizarra, donde les muestra conjuntos con la misma cantidad de elementos, uno con dibujos más pequeños y otro con dibujos más grandes. Se observa también, una recapitulación de lo aprendido en la clase de matemáticas.

Mediación en general: La maestra se desplaza por todo el espacio, revisando y preguntando a todos los alumnos, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pide que escuchen más atentamente y que vuelvan a intentarlo. Solicita silencio para que puedan contestar todos los alumnos.

Conformación de grupos: Se pudo observar que los niños desarrollan un trabajo mayoritariamente individual, se les reta a resolver las situaciones problemas en forma concreta e individual.

En la Tabla 15 podemos observar los indicadores que se evidenciaron en cada uno de los procesos matemáticos del Caso aquí descrito:

Tabla 15. Caso 5.

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje			
CASO 5			
Resolución de problemas	Plantea problemáticas diferentes tipos de oral, gráfico.(Indicador 6)	situaciones usando apoyo visual,	RP6-D/01:30 “Venga usted, usted, usted.... Miren vamos a hacer un conjunto, ustedes me dirán de qué va a ser este conjunto. Bien, este es un conjunto y... ¿qué compone este conjunto?”
	Mantiene a los niños comprometidos con el proceso (Indicador 5)	a los niños con el	RP5-D/08:16 “Ahí en sus mesas tienen semillas y cuerdas, ustedes van a formar conjuntos. Bien, para empezar formen un conjunto con 5 elementos”

<p>Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problema (Indicador 7)</p>	<p>RP7-D/10:59 “Veamos, yo pasaré por sus mesas para ver como hacen sus conjuntos... contemos las semillas”</p>
<p>Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas</p>	<p>RP4-D/16:02 “Yo veo conjuntos que tienen más y otros que tienen menos, muy bien, pero me deben indicar cuál es su conjunto que tiene más y cuál es el que tiene menos</p>
<p>Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)</p>	<p>RAZ1-D/06:50 “Pongan 3 semillas dentro de su conjunto, ahora le van a agregar 2 semillas más, díganme cuántas semillas tienen ahora dentro de su conjunto</p>
<p>Entrega retroalimentación permitiendo el pensamiento divergente (Indicador 6)</p>	<p>RAZ6-D/07:54 “Ahora cuántos tienen?, muy bien ahora les pido que hagan un conjunto con 7 elementos. Muy bien, ¿cómo sabes que son 7?</p>
<p>Promueve el apoyo al razonamiento matemático (Indicador 5)</p>	<p>RAZ5-D/10:11 “Cuéntelos, cuántos hay?, veamos juntos, 1,2,3,4,5,6,7... bien.”</p> <p>“Bien, pero debes tener 7 no más. Qué puedes hacer con eso?, excelente, a la caja, tienes de más”.</p>
<p>Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7)</p>	<p>RAZ7-D/17:43 “Miremos estos dos conjuntos de la pizarra, cuál tiene más elementos. ¿si?, tú dices que este conjunto tiene mayor cantidad de elementos, por qué?. Qué podemos hacer para saber? Muy bien contemos entonces”</p>
<p>Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana (Indicador 3)</p>	<p>RAZ3-D/18:19 “¿Qué pasó, qué creen ustedes ¿Ah! eso creen ustedes?, Claro, muy bien podemos comprobar si contamos.”</p>

Comunicación	Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones (Indicador 7)	COM7-D/00:38 “Qué son los conjuntos?, ¿qué creen ustedes? Ya, ustedes van a definir lo que son. Qué se imaginan?”
	Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos (Indicador 5)	COM5-D/01:50¿Quiénes componen este conjunto?, bien... personas y cuántas personas hay?, y estas personas cómo son?. Si sale una de estas personas, ahora qué pasa?
Conexiones	Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Indicador 2)	CONEX2-D/01:58 “Miren, aquí estoy dibujando unos conjuntos, qué ven? Este conjunto qué tiene? Muy bien, son figuras geométricas.”
	Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales (Indicador 1)	CONEX1-D/04:16 “En sus mesas, dentro de las cajitas hay cordones, saquen uno y formen sus conjuntos con las semillas”. Ahora formen un conjunto de 4 elementos, muy bien”.
Representación	Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número (Indicador 2)	REP2-D/04:46 “Ahora que tienen el conjunto con 3 elementos le agregan 2 semillas más y ahora dirán con cuántos elementos quedarán sus conjuntos” REP2-D/08:37 “Bien, ahora debes mostrarnos tu conjunto, cuántos tienes. Contemos los elementos que tiene tu conjunto. ¿Qué te falta para tener 7 elementos?”
	Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas (Indicador 5)	REP5-D/14:01 “Ahora deben hacer 2 conjuntos, ustedes escogen la cantidad de elementos, pero un conjunto debe tener más y el otro menos. Muy bien , dime qué cantidad de elementos tienen tus conjuntos y dónde hay más y dónde hay menos elementos”

Esta Tabla muestra presencia de indicadores en todos los procesos matemáticos, aunque muestra también una mayor presencia de indicadores de razonamiento y prueba.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 5:

El proceso de resolución de problemas se evidencia en 4 situaciones observadas, la maestra plantea interrogantes con apoyo oral y material concreto para que los niños resuelvan (Indicador 7), además promueve la discusión sobre estrategias (Indicador 4), todo esto es desarrollado en un ambiente de compromiso por la actividad; los niños se mantienen comprometidos e involucrados mientras trabajan con los materiales concretos formando los conjuntos de elementos (Indicador 5). La maestra utiliza diversos apoyos, se observa que lo hace cuando llama a algunos de ellos para poder formar conjuntos de niños (Indicador 6).

Razonamiento y prueba está presente en algunas situaciones puntuales, lo cual permite a los estudiantes tomar mayor conciencia de la utilidad de las matemáticas. Se observan 5 evidencias de la presencia de este proceso. Entrega retroalimentación con material concreto permitiendo el pensamiento divergente. (Indicador 6), promueve en dos ocasiones el apoyo del razonamiento matemático. (Indicador 5), permite que los niños descubran, analicen y propongan diversas vías de solución (Indicador 7), también permite que los niños expliquen lo que piensan (Indicador 1) y finalmente se observó que la maestra les insiste en que vean, que comprueben sus respuestas (Indicador 3).

El proceso de comunicación se observa en 2 oportunidades, donde la maestra promueve el intercambio de ideas matemáticas (Indicador 5), les pregunta de diversas maneras para favorecer la participación de los alumnos y acoge las distintas opiniones e ideas. Además se observó que esta maestra realizaba variadas preguntas para que los niños respondieran lo que iban entendiendo (Indicador 7).

El proceso de conexiones se evidencia también en 2 situaciones, cuando la maestra afirma que ellos mismos definirán lo que son los conjuntos, esperando que definan con sus propias palabras (Indicador 1) y cuando conecta los elementos de los conjuntos utilizados con el contexto, con la vida (Indicador 2).

En relación al proceso matemático de representación, se observan 2 situaciones que evidencian su presencia, ambas tienen relación con las representaciones concretas para favorecer la noción de número. La primera evidencia la utilización de material concreto, en este caso la maestra desarrolla toda la actividad matemática con semillas (Indicador 2) y también la maestra utilizaba cuerdas para formar conjuntos con ellos mismos para reunirlos de acuerdo a algún atributo que poseían y desde ahí les planteaba interrogantes (Indicador 5).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los procesos matemáticos: Razonamiento y prueba (2 veces el indicador 5) y en Representación (2 veces el indicador 2).

La figura 35 evidencia la observación del Caso 5:



Figura 35. Observación Caso 5
Razonamiento y Prueba
Duración: 01:06 minutos

El Caso 5 corresponde al primer nivel de educación infantil del centro privado concertado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

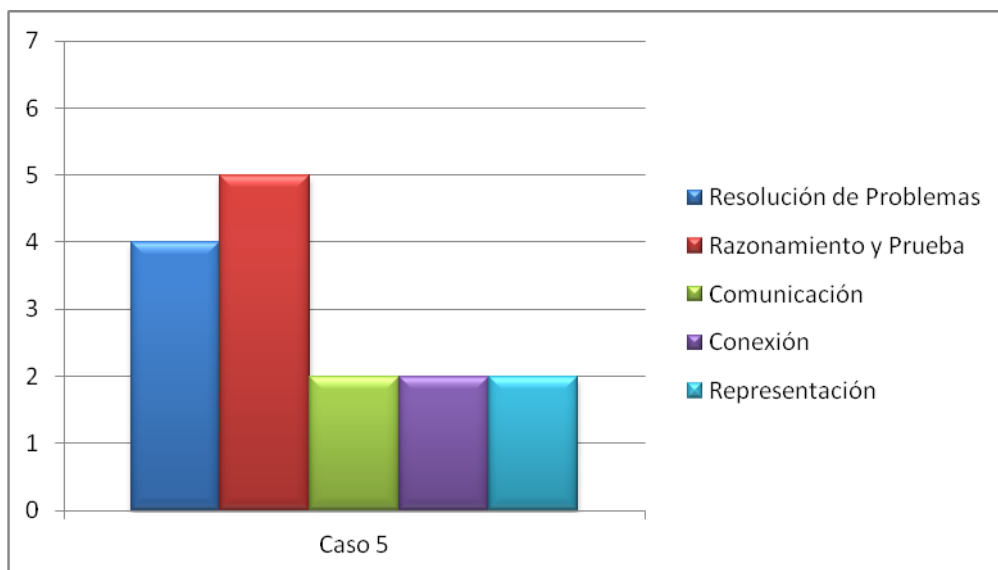


Figura 36. Indicadores Caso 5 (Centro Privado Concertado)

Se puede apreciar que el Caso 5 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (4 indicadores, lo que supone un 57,1% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (5 indicadores, lo que supone un 71,4%), comunicación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), conexión (2 indicadores, lo que supone un 28,5%) y representación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%).

La Figura 37 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 5:

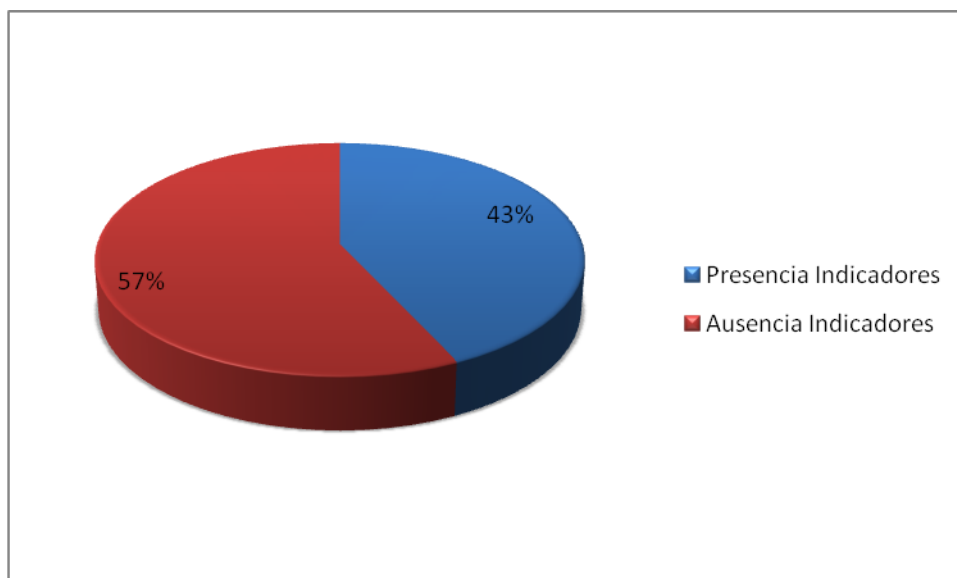


Figura 37. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 5

De todos los indicadores posibles, el Caso 5 presenta solo un 43% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 6

Presentación de la maestra: La maestra del caso 6 tiene 26 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 6 años que trabaja en el establecimiento.

Esta maestra manifiesta en la entrevista que es primordial que se le dé a conocer a los niños que las matemáticas están presentes en la vida de todas las personas, que sin ellas sería muy difícil poder desenvolverse bien. Ella enfatiza que la matemática está presente para comprar, para cocinar, para ubicarse espacialmente, etc. Y que en clases es necesario que se tenga siempre a disposición material concreto, que si van a trabajar en cuadernos o fichas, es necesario que tenga el material concreto al lado. En relación a la noción de número, ella piensa que es tan importante dejar las bases sólidas para lo que los niños deben aprender en etapas posteriores, que plantea que se debe influir para que los niños no desarrollen un tedio contra las matemáticas, que para ellos sea algo agradable y que disfruten al trabajar números u otro eje.

En relación a las dificultades que ha observado durante su trayectoria, menciona que lo que es recurrente, son las dificultades de escritura que presentan los niños al escribir los números y al mismo tiempo presentan problemas de discriminación espacial y lateralidad.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Profundizar en la resolución de problemas.

Duración de la actividad matemática: 22:47 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación infantil con 5 años de experiencia profesional y una ayudante. La matrícula total del nivel corresponde a 37 niños, la asistencia del día es de 36 niños.

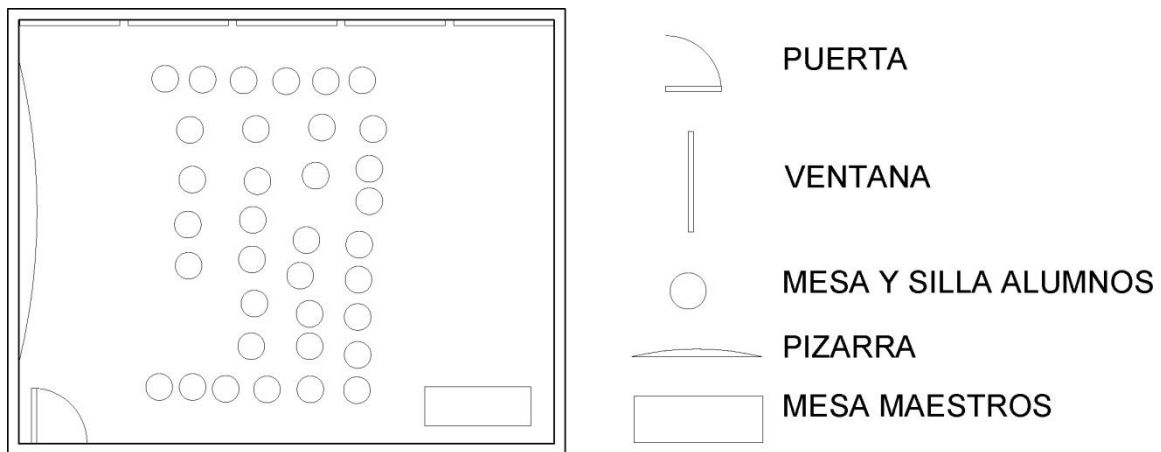


Figura 38. Esquema de la sala Caso 6

Gestión de la actividad:

La maestra desarrolla la clase de matemáticas a través de 5 situaciones problemáticas que proyecta y lee para todo el grupo de niños. Genera un espacio en que la totalidad del grupo se mantiene interesado en los problemas planteados y participan con entusiasmo por encontrar las posibles soluciones.

Los recursos materiales utilizados fueron la presentación digital, proyector multimedial, ordenador, fichas de trabajo.

Momentos de la actividad: (interrupciones) Durante el período observado, no hubo interrupciones.

Inicio: La maestra introduce la clase, recuerda las normas para hablar al grupo, les explica la forma en que procederán los siguientes minutos, explicando la actividad a realizar y los requerimientos para resolver problemas. Conecta las matemáticas con la vida cotidiana, les pregunta dónde se encuentran los números.

Desarrollo: La maestra proyecta hacia la pizarra los problemas a resolver, parada al frente de los alumnos, lee cada uno y plantea las preguntas al grupo, el niño que crea saber la respuesta levanta la mano y contesta. La maestra refuerza positivamente a los estudiantes, si no hay acierto en alguna respuesta, ella le pide que observe, que escuche con atención otra vez el problema y ella lo lee lentamente para que el alumno logre resolverlo. Posteriormente les reparte una ficha para ser resuelta en forma individual.

Cierre: Al finalizar, se revisa el trabajo realizado con todo el grupo, se observa que la maestra pregunta a aquellos alumnos que rara vez expresan su opinión. En forma dirigida entonces, la maestra pregunta cada ítem de la ficha trabajada para que vayan revisando el trabajo realizado. Una vez finalizada esta revisión, los alumnos se dirigen hacia afuera para tener un espacio de juego libre.

Mediación en general: La maestra se desplaza por todo el espacio, revisando y preguntando a todos los alumnos, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pide que escuchen más atentamente y que vuelvan a intentarlo. En variadas ocasiones solicita el apoyo de otro niño para apoyar al que lo necesita.

Conformación de grupos: Los niños desarrollan un trabajo mayoritariamente individual, se les reta a resolver las situaciones problemas en forma pictórica, tanto en los problemas proyectados, como en la ficha individual de cada alumno.

En la Tabla 16 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 16.Caso 6

	Resultados/Estrategias de enseñanza-aprendizaje CASO 6	Citas
Resolución de problemas	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo oral, visual y gráfico.(Indicador 6)	RP6-D/03:15 “Les traigo varias situaciones problemáticas para que pensemos cómo resolverlas. Lo importante es pensar y les pido que pongan mucha atención.
	Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problema (Indicador 7)	RP7-D/19:41 “En la ficha van a resolver los problemas planteados. Un niño tenía 7 manzanas, pero en su curso regaló 4 manzanas, cuántas le quedan ahora?
Razonamiento y prueba	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2)	RAZ2-D/03:02 “¿Dónde podemos encontrar números? Bien, y en qué otros lugares están los números? “
	Entrega retroalimentación permitiendo el pensamiento divergente (Indicador 6)	RAZ6-D/17:35 “Cómo han resuelto este problema de los litros de leche?. Si cada vaca nos da 2 litros, y son 5 vacas. Cuántos litros nos dan al día?”
	Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones (Indicador 7)	COM7-D/03:02 “Cómo pueden resolver este problema?. Muy bien, a ver...¿qué se les ocurre?”
Comunicación	Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Indicador 4)	COM4-D/04:38 “¿Por qué Natalia?, ¿cómo has encontrado ese resultado?. Muy bien.” COM4-D/06:07 “Anais, cuántos caballos no participaron en el rodeo?, ¿cómo lo has calculado?”

	Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Indicador 6)	COM6-D/ 07:25 “¿Se fijaron?, su compañera dio otra explicación y resolvió muy bien también la situación problemática.”
	Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso (Indicador 3)	COM3-D/07:53 “Muy bien su compañera dio vuelta el problema, pero encontró muy bien el resultado.”
Conexiones	Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana (Indicador 7)	CONEX7-D/01:17 “Dónde podemos encontrar números en nuestras vidas?, y si no aprendemos bien las matemáticas, no vamos a poder resolver algunos problemas de nuestras vidas”
Representación	Trabaja en los niños las representaciones pictóricas. (Indicador 3)	REP3-D/05:01 “Deben completar con la respuesta en su ficha. Registran con dibujos para ejemplificar la solución.”
	Muestra un trabajo bidireccional, en el desarrollo de la noción de número de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto (Indicador 7)	REP7-D/09:36 “Miren, aquí están los animales dibujados y deben tener presente que existen distintas maneras de hacerlo.”

La Tabla anterior nos muestra distintos niveles cada una de las categorías observadas, es así como podemos apreciar una mayor presencia de indicadores en comunicación.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 6:

El proceso de resolución de problemas se observa en dos oportunidades concretas, al plantear a los niños las situaciones problemas (Indicador 6) y al permitir el material concreto para lograr una mayor comprensión (Indicador 7).

El razonamiento y prueba se observa cuando la maestra entrega retroalimentación apoyo al razonamiento lógico, impulsándolos a contar para generar mayor comprensión de la noción de número (Indicador 6) y cuando invita a hacer conjeturas matemáticas (Indicador 2).

La comunicación se observa a través de las intervenciones de la maestra, ella invita a describir las estrategias utilizadas y a explicar sus respuestas (Indicador 4). Incentiva el respeto por la forma de pensar (Indicador 6). También interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que entregar explicaciones (Indicador 7). Por último, la maestra impulsa a los niños a participar con un vocabulario matemático más preciso (Indicador 3).

La conexión está presente en 1 oportunidad, cuando la maestra conecta los contenidos numéricos con situaciones de la vida cotidiana promoviendo que los niños compartan dónde ven números (Indicador 7).

El razonamiento y prueba se observa cuando la maestra entrega retroalimentación apoyo al razonamiento lógico, impulsándolos a contar para generar mayor comprensión de la noción de número (Indicador 6) y cuando invita a hacer conjeturas matemáticas (Indicador 2).

La representación aparece en 2 ocasiones, la primera es al trabajar las representaciones pictóricas, cuentan en voz alta diversos dibujos para relacionar cantidades (Indicador 3) y en segundo lugar, al mostrar un trabajo bidireccional, desde lo concreto a lo abstracto y al revés. (Indicador 7).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los procesos matemáticos: Comunicación (2 veces el indicador 4) y en Conexión (2 veces el indicador 2).

La Figura 39 evidencia la observación del Caso 6:



Figura 39. Observación Caso 6

Representación

Duración: 05:20 minutos

El Caso 6 corresponde al segundo nivel de educación infantil del centro privado concertado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

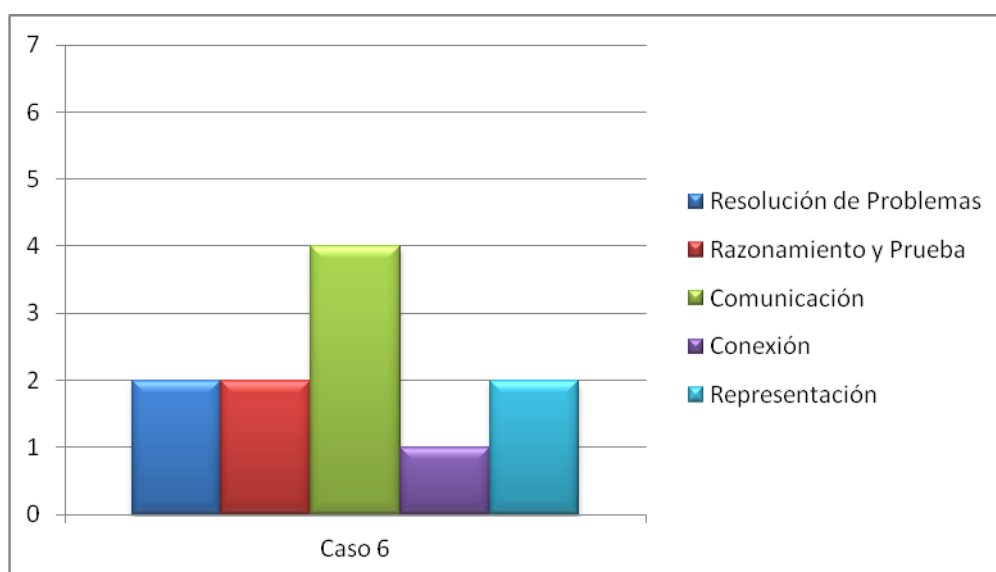


Figura 40. Indicadores Caso 6 (Centro Privado Concertado)

Se puede apreciar que el Caso 6 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (2 indicadores, lo que supone un 28,5% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), comunicación (4 indicadores, lo que supone un 57,1%), conexión (1 indicador, lo que supone un 14,2%) y representación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%).

La Figura 41 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 6:

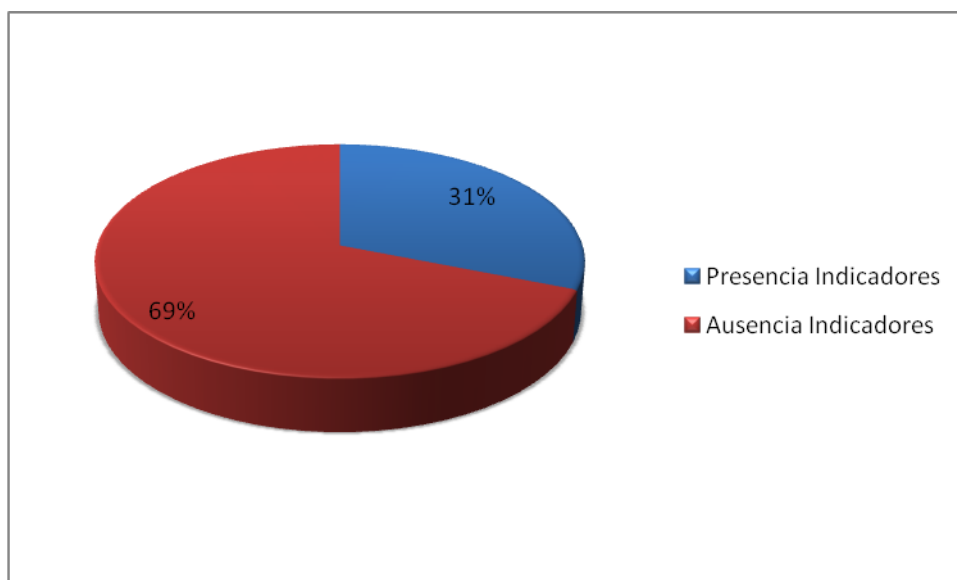


Figura 41. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 6.

De todos los indicadores posibles, el Caso 6 presenta solo un 31% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 7

Presentación de la maestra: La maestra del caso 7 tiene 25 años de edad, posee formación universitaria de 5 años y hace 3 años que trabaja en el establecimiento.

En la entrevista, esta maestra fue muy enfática al afirmar que el material concreto es lo más importante para enseñar matemáticas en los primeros niveles de la educación elemental. También se refirió a la importancia de la planificación para que tanto maestra como niños tengan claridad hacia donde van. Para enseñar el eje de número, ella manifiesta que el uso de ábacos, fichas y bloques son necesarios; manifiesta que estos materiales apoyan los aprendizajes y logran que los niños comprendan mejor el sentido de número.

Los mayores aciertos que ella ha observado y que han provocado mayores aprendizajes en los niños, se refieren a creer que los niños pueden más y no centrarse exclusivamente en las exigencias que establecen los textos de estudio, también ella manifiesta que el hecho de trabajar más de un año escolar con cada grupo, permite hacerles un seguimiento más prolongado para apoyar mejor, especialmente a los niños que manifiestan algunas debilidades en su proceso de aprendizaje. Por otro lado, las mayores dificultades que menciona, se refieren a la dificultad que presentan los niños para descomponer cantidades en unidades y decenas, aunque también reconoce que en parte se puede deber a la forma de enseñar este contenido, lo cual muchas veces se centra preferentemente a un nivel simbólico, sin respetar la importancia de lo concreto y pictórico.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Profundizar en decenas y unidades.

Duración de la actividad matemática: 15:19 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación elemental titular con 38 años de experiencia profesional, tiene especialización en matemática y además se encuentra una maestra ayudante. La matrícula total del nivel corresponde a 40 niños, la asistencia del día es de 34 niños.

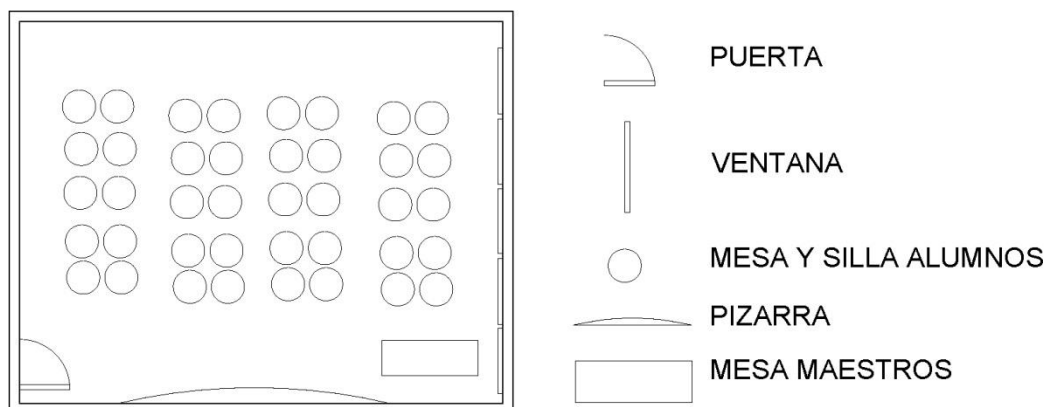


Figura 42. Esquema de la sala Caso 7

Gestión de la actividad:

La maestra entrega las instrucciones orales sobre lo que van a hacer, les comunica que van a trabajar en grupo con fichas de trabajo y que deben leer muy bien las instrucciones.

Les entrega una demostración con material concreto para representar las unidades y las decenas; muestra unas barritas y les entrega las instrucciones que las unidades se ubican al lado derecho y las decenas al lado izquierdo. Les pide hacer la relación entre las unidades y decenas, la equivalencia entre ambas. Pregunta la cantidad de unidades necesarias para formar una decena, luego pregunta a qué corresponde 10 decenas. Los invita a trabajar en parejas, a que conversen sus procedimientos y a comparar sus resultados.

Los recursos materiales utilizados fueron fichas, barras de cartón (unidades y decenas)

Momentos de la actividad: (interrupciones) Durante el período observado, no hubo interrupciones.

Inicio: La maestra introduce la clase, realiza rápidamente una evaluación de los conocimientos previos de los alumnos, indaga lo que ellos saben para finalmente explicar la actividad a realizar, ejemplifica lo que deben hacer, les muestra el material concreto de unidades y decenas

Desarrollo: La maestra recorre la sala apoyando y revisando el trabajo que desarrollan los estudiantes, en parejas resuelven la ficha entregada. Es la misma para ambos

niños, promueve la participación e intercambio de ideas. Cuando las respuestas están erradas, la maestra repite la pregunta diciendo: “fíjense bien, cuenten mejor”. Durante toda la actividad los alumnos están sentados en sus sillas, todos dispuestos hacia adelante, hacia la pizarra. Sentados uno detrás del otro, con escaso espacio entre asientos.

Cierre: Al finalizar, no se observa un cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatice sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo lo aprendieron. Cuando van finalizando su trabajo, los estudiantes se preparan para salir al recreo, no se observa una recapitulación de lo aprendido en la clase de matemáticas.

Mediación en general: La maestra se desplaza por todo el espacio, revisando y preguntando a todos los alumnos, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pide que escuchen más atentamente y que vuelvan a intentarlo.

Conformación de grupos: Siempre los niños desarrollan un trabajo mayoritariamente individual, se les reta a resolver la ficha con un compañero, pero se evidencia que es poco lo que comparten, sino que más bien, se reúnen pero el análisis y discusión de trabajo no se lleva a cabo.

En la Tabla 17 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 17. Caso 7

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje CASO 7		
Resolución de problemas	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo oral, visual y gráfico.(Indicador 6)	RP6-D/02:28 “Ustedes van a trabajar en esta ficha entre 2 personas, para eso van utilizar estas barritas de unidades y decenas”

Razonamiento y prueba	Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/02:32 “Si, la barra está dividida en unidades, pero ¿a qué corresponde esta barra?”. Amanda, por favor dínos a qué corresponde?”
	Promueve el apoyo de razonamiento matemático (Indicador 5)	RAZ5-D/02:54 “Miren, para acá, ustedes se pueden dar cuenta que esta barra corresponde a 1 decena, a 2 decenas, a 3 decenas y así”
Comunicación	Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas.(Indicador 2)	COM2-D/05:54 “Sigan trabajando, yo revisaré lo que hacen en sus puestos. Bien, cómo lo hacen?, Deben ayudarse.” COM2-D/ 12:37 “Dice: nueve decenas y nueve unidades, ¿Les alcanza o les falta?”, ¿Qué piensan ustedes?
	Interviene mayoritariamente a través de preguntas más que a través de explicaciones. (Indicador 7)	COM7-D/11:01 “Falta entonces?, ¿Cuántas necesitan?, cuenten, bien. Cómo se representa 50 entonces?Deben trabajar las 2”
	Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso (Indicador 3)	COM3-D/12:28 “Sigan, de nuevo, deben representar este número con las barras. Sesenta, cómo se puede?”
Conexiones	No se observan indicadores de conexión, la maestra no vincula la actividad ni con otros contenidos matemáticos ni con la vida cotidiana de los niños.	

Representación	Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas (Indicador 5)	REP5-D/04:46 “Miren, aquí tenemos las barritas de las decenas, Natacha, dime ¿con cuántas barritas de estas podemos representar noventa?”
	Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Indicador 2)	REP2-D/12:46 “Entonces, al leer lo que ahí dice, ¿qué les pide?, deben representar estos números”.

En la tabla anterior se puede observar la distribución de los indicadores observados en cada uno de los procesos matemáticos. La cual nos muestra que en conexión no se observó ningún indicador.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 7:

El proceso de resolución de problemas se observa en las preguntas que la maestra efectuó para introducir el tema y la actividad a realizar. Como se explica anteriormente la maestra plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo oral, concreto y pictórico. (Indicador 6).

En relación a razonamiento y prueba la maestra plantea interrogantes para que los alumnos expliquen lo que piensan (Indicador1), en reiteradas veces formula preguntas abiertas para que sean respondidas. También la maestra promueve el apoyo al razonamiento matemático (Indicador 5), les pregunta lo que creen sobre el contenido matemático y los impulsa a que manifiesten con libertad lo que piensan, sin temor, no los coarta, ni tampoco sanciona las equivocaciones.

La comunicación, como proceso matemático, se observa claramente en 3 oportunidades, a través de las preguntas que plantea la maestra (Indicador7) y además al promover el trabajo conjunto entre dos alumnos para resolver ficha con los contenidos de unidades y decenas (Indicador 2). También se observó que la maestra impulsaba la

participación de los niños al entusiasmarlos para trabajar con las barritas para representar unidades y decenas (Indicador 3).

No se observa evidencia para afirmar la presencia de conexión, no se evidenció que la maestra conectara explícitamente los contenidos numéricos con otros contenidos matemáticos y tampoco con otras disciplinas.

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que uno de los indicadores que se observó en este Caso, se evidenció en forma repetida. Lo cual sucedió en 1 de los procesos matemáticos: Comunicación (2 veces el indicador 2).

La Figura 43 evidencia la observación del Caso 7:



Figura 43. Observación Caso 7
Representación
Duración: 10:00 minutos

El Caso 7 corresponde al primer nivel de educación elemental del centro privado concertado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

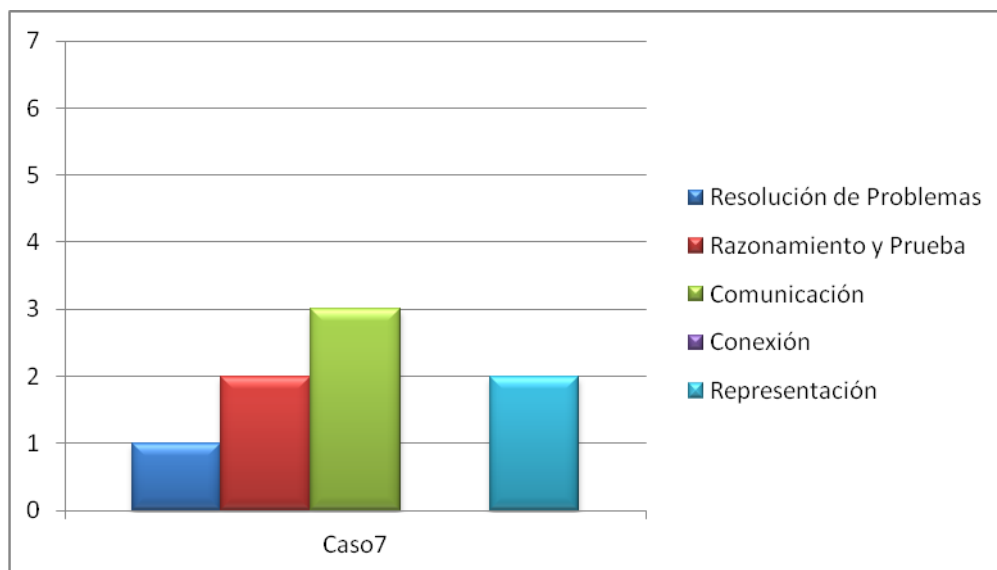


Figura 44. Indicadores Caso 7 (Centro Privado Concertado)

Se puede apreciar que el Caso7 presenta indicadores para la resolución de problemas (1 indicador, lo que supone un 14,2% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), comunicación (3 indicadores, lo que supone un 42,8%) y representación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%). No se observó indicador para conexión.

La Figura 45 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 7.

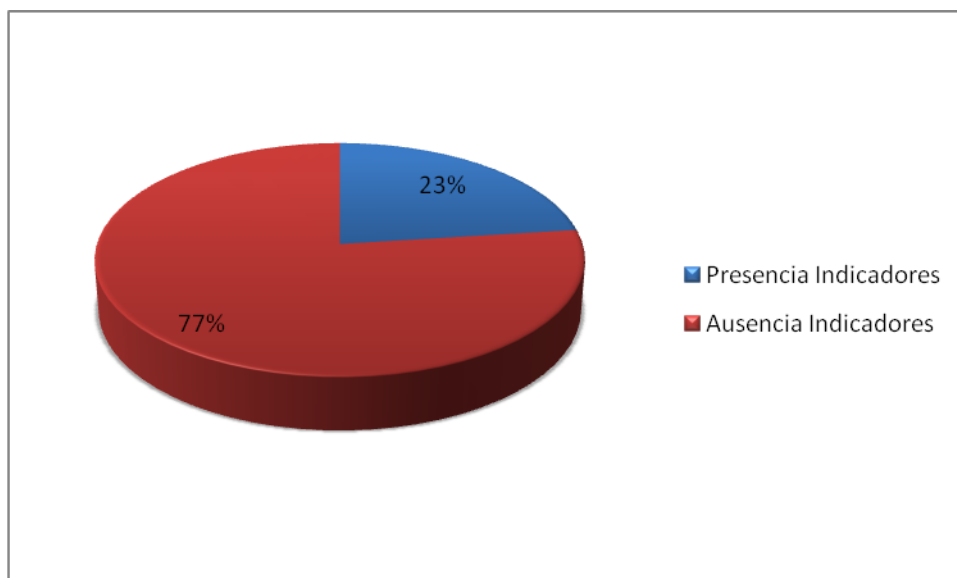


Figura 45. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 7.

De todos los indicadores posibles, el Caso 7 presenta solo un 23% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 8

Presentación de la maestra: La maestra del caso 8 tiene 59 años de edad, posee formación universitaria de 5 años y hace 38 años que trabaja en el establecimiento.

En la entrevista esta maestra menciona que para enseñar mejor las matemáticas en las primeras edades tienen mucha importancia 4 elementos indispensables, que a su juicio son: la utilización de material concreto, el desarrollo de actividades lúdicas, el uso de la tecnología y finalmente el ambiente afectivo para aprender. Ella menciona que en estos tiempos ha cambiado la forma como se enseña, dice que ahora todo es más atrayente para los niños y se respeta más la forma como ellos aprenden. No es menor considerar que si un niño está nervioso o temeroso no va a aprender de la misma manera que alguien que esté confiado y a gusto.

Ella comparte que los mayores aciertos han sido utilizar el material concreto que existe en el centro educativo y también ha sido jugar al mercado con réplica de dinero para que así los niños puedan vincular las matemáticas con la vida real. Por otro lado, las dificultades encontradas en sus años de trayectoria ha sido preferentemente conseguir que los

niños logren una mayor comprensión lectora cuando se ven enfrentados a una situación problemática en que deben discernir la forma de solucionarlo.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Reconocer y completar patrones numéricos.

Duración de la actividad matemática: 15:24 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación elemental, con 3 años de experiencia profesional. La matrícula total del nivel corresponde a 30 niños, la asistencia del día es de 27 niños.

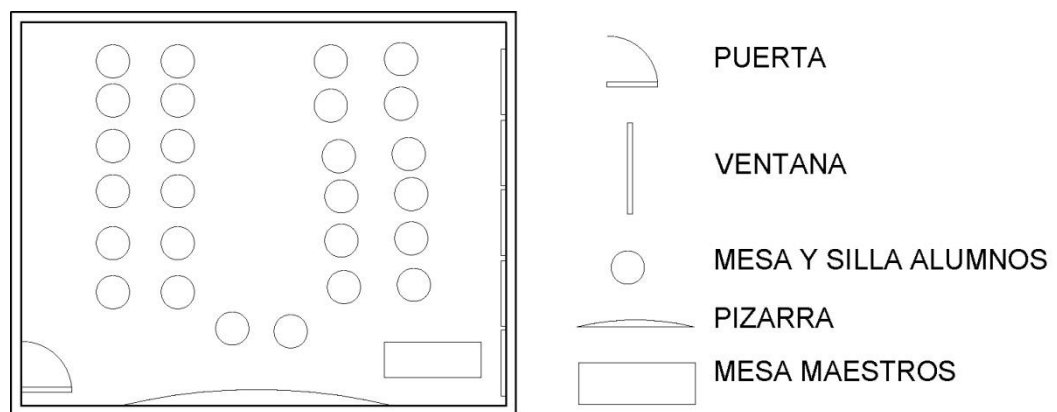


Figura 46. Esquema de la sala Caso 8.

La maestra explica lo que harán en clases ese día, les informa que trabajarán en el cuaderno y que mantengan su libro guardado porque todavía no lo necesitarán. Posteriormente la maestra escribe en la pizarra una ficha de trabajo para que cada uno de los alumnos la copie en su cuaderno y la vayan resolviendo entre todos. La actividad se trata de reconocer y completar patrones numéricos.

La maestra llama delante y agrupa a tres alumnos, frente al curso, y pregunta acerca de la cantidad de ojos que ellos reúnen en total, luego ella integra el grupo y pregunta sobre la cantidad de personas y la cantidad de ojos que ahora hay en el grupo. Todos contestan al mismo tiempo y un alumno trata de explicarle que sabe lo que eso significa, a lo cual la maestra hace callar y le manifiesta que lo verán luego. Llama a otra alumna para que integre el grupo, ahora son 5 personas y la maestra vuelve a preguntar por la cantidad de personas,

pero modifica la pregunta de cantidad de ojos a cantidad de manos y luego a cantidad de dedos. Los alumnos responden en grupo y al mismo tiempo, cuando alguien da una respuesta errada, la maestra junto con hacer un gesto facial solicita que responda otra vez.

Antes que los alumnos vuelvan a sus asientos, la maestra va preguntando por la cantidad de ojos, manos y dedos que hay en el grupo a medida que le va pidiendo que se sienten de a uno. Finalmente les pide que expliquen lo que pasó cada vez, a lo que responden que iba disminuyendo de diez en diez al contar los dedos y de dos en dos para contabilizar los ojos y manos. Agradece su participación y explica que lo que acaban de observar y descubrir son patrones numéricos y que el día anterior habían trabajado patrones de figuras geométricas (Conex.2)

Los recursos materiales utilizados fueron pizarra, cuadernos.

Momentos de la clase: La actividad fue interrumpida una vez, desde dirección vienen a retirar una de las alumnas.

Inicio: La maestra le habla al grupo en general, manifiesta la importancia que trabajen con atención, que mantengan el libro guardado porque no lo ocuparán aún, les solicita que abran su cuaderno. Ella escribe el objetivo de la actividad en la pizarra y les recuerda escribir la fecha del día. En silencio, sin explicar lo que sucederá, llama a 3 niños para que se ubiquen en frente del curso; a lo cual ella pregunta por el número de personas y luego por el número de ojos que hay en total. Se suma ella al grupo, entonces pregunta otra vez, por el número de personas y de ojos. Uno de los niños cree saber la regularidad que se presenta, pero la maestra no lo deja hablar ni tampoco explicar su descubrimiento. Llama a otra niña para preguntar por lo mismo, cuántas personas y ojos. Los niños responden a viva voz, la maestra llama a otro niño y ahora les pregunta por cantidad de personas, de ojos, de manos y de dedos. Finaliza disminuyendo la cantidad de personas y preguntando otra vez por lo mismo. Explica que eso que acaban de ver, se llaman patrones numéricos.

Desarrollo: La maestra conecta con los conocimientos previos de los niños, les recuerda que ellos habían aprendido patrones geométricos. Ella dibuja tablas en la pizarra, con requerimientos de cantidad de personas y cantidad de ojos para completar con patrones numéricos. Los niños copian las tablas en sus cuadernos, escriben, completan y van respondiendo a las preguntas que hace la maestra en forma general. Luego les pregunta que

descubran el patrón numérico. Espera a que todos los niños completen la tabla y van resolviendo entre todos una pregunta que los involucra como curso.

Cierre: Toca la campana para salir a recreo, entonces la maestra le dice a los niños que guarden su cuaderno y que salgan a recreo. No realiza ningún cierre ni tampoco proceso metacognitivo. Todos los niños se paran y salen de la sala.

Mediación en general: En forma general la maestra formula preguntas al grupo, cuando un niño da la respuesta adecuada, ella no da señales claras que el niño esté en lo cierto. Se dirige a todos los rincones de la sala, observa lo que está desarrollando cada niño, y en la pizarra indica para todo el grupo.

Conformación del grupo: Los niños están sentados durante toda la actividad en sus asientos, la maestra es quien escribe en la pizarra.

En la Tabla 18 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 18. Caso 8

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje		
CASO 8		
Resolución de problemas	Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes (Indicador 3)	RP3-D/02:10 “Vengan ustedes 4 para acá, miren si está Ismael solamente, cuántos ojos hay?, y si se une Carolina, cuántos ojos hay ahora, y con Carlos, cuántos ojos en total, y si viene Bárbara, y si me agrego yo?”
	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo, oral, visual, gráfico. (Indicador 6)	RP6-D/03:29 “Ahora trabajarán en su cuaderno: si hay 14 personas, cuántas manos en total hay, cuántas cabezas y cuántos dedos de las manos?”

Razonamiento y prueba	Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas (Indicador 5)	RP5-D/05:04 “Trabajen en sus cuadernos, yo pasaré por sus puestos para mirarlos y ayudarlos si tienen dudas”
	Realiza preguntas que generen la investigación y exploración para dar solución al problema (Indicador 1)	RP1-D/07:54 “Si tengo 2 personas, cuántas manos tendremos, bien... si ahora hay 3 personas cuántas manos hay, y si tengo 4 personas? Cuántas manos?, bien!¿Cuál es el patrón numérico entonces?”
	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2)	RAZ2-D/02:16 “¿Qué pasó ahí?, ¿quién puede decir? ¿en cuánto?” RAZ2-D/09:52 “¿Cuántos dedos tendríamos acá en el curso, si hay 38 niños?, Cristóbal está haciendo algo, está contando a todos. Felipe dijo que hay que multiplicar. A ver hagámoslo entre todos, cuántos dedos tenemos con Catalina?”
	Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/04:07 “Tomás, ¿cuál será el patrón numérico?, Francisca?”
	Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan(Indicador 7)	RAZ7-D/11:09 “Contemos todos juntos. Cuántos dedos tenemos cada uno? Bien, entonces 10, 20, 30... Miren, hasta Martina tenemos 100 dedos, hasta Maura tenemos 200 dedos, sigamos. De cuánto en cuánto vamos avanzando?”
Comunicación	Interviene mayoritariamente a través de preguntas más que a través de explicaciones. (Indicador 7)	COM7-D/05:55 “¿Cuántas manos tienen entre ustedes 3?, ¿En los 4?, bien”

Conexiones	Promueve que los alumnos apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana (Indicador 7)	CONEX7-D/01:24 “Si me ubico yo, acá, cuántos ojos hay?”
	Realiza conexiones entre contenidos matemáticos (Indicador 2)	CONEX2-D/02:33 “Eso que ustedes acaban de ver son patrones numéricos, lo que vimos nosotros ayer eran patrones de figuras geométricas. La clase de hoy corresponde a los patrones numéricos”.
Representación	Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto) (Indicador 7)	REP7-D/13:05 “Si yo tengo 3,6,9,12 y 15, ¿cuál será el patrón numérico?, Voy avanzando de...., muy bien!, miren aquí en la pizarra”

En la tabla anterior se puede observar la distribución de los indicadores observados en cada uno de los procesos matemáticos. La cual nos muestra que hubo indicadores presentes en cada uno de ellos.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 8:

El proceso de resolución de problemas se evidencia en 4 ocasiones, al contextualizar las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los alumnos (Indicador 3), al plantear situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (Indicador 6), además al mantener a los alumnos comprometidos con el proceso de resolución de problemas (Indicador 5) y al realizar preguntas que generen la investigación y exploración para dar solución al problema (Indicador 1).

Razonamiento y prueba se observa en 3 oportunidades, por un lado cuando la maestra invita a hacer conjeturas (Indicador 2), cuando ayuda para que los niños expliquen lo

que piensan (Indicador 1) y también cuando realiza un trabajo bidireccional de lo concreto a lo abstracto y en sentido inverso (Indicador 7).

La comunicación se evidencia porque la maestra interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones (Indicador 7). Demostró una práctica de enseñanza basada en las preguntas hacia los alumnos en lugar de clase expositiva con explicaciones extensas.

Conexiones, como otro proceso matemático, se observó en 2 ocasiones, cuando la maestra promueve que los alumnos apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana (Indicador 7) y cuando realiza conexiones entre contenidos numéricos y otros contenidos matemáticos (Indicador 2).

El proceso matemático, representación se observa cuando la maestra efectúa un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto) (Indicador 7).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que uno de los indicadores que se observó en este Caso, se evidenció en forma repetida. Lo cual sucedió en 1 de los procesos matemáticos: Razonamiento y prueba (2 veces el indicador 2).

La Figura 47 evidencia la observación del Caso 8:



Figura 47. Observación Caso 8
Conexión
Duración: 08:00 minutos

El Caso 8 corresponde al segundo nivel de educación elemental del centro privado concertado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

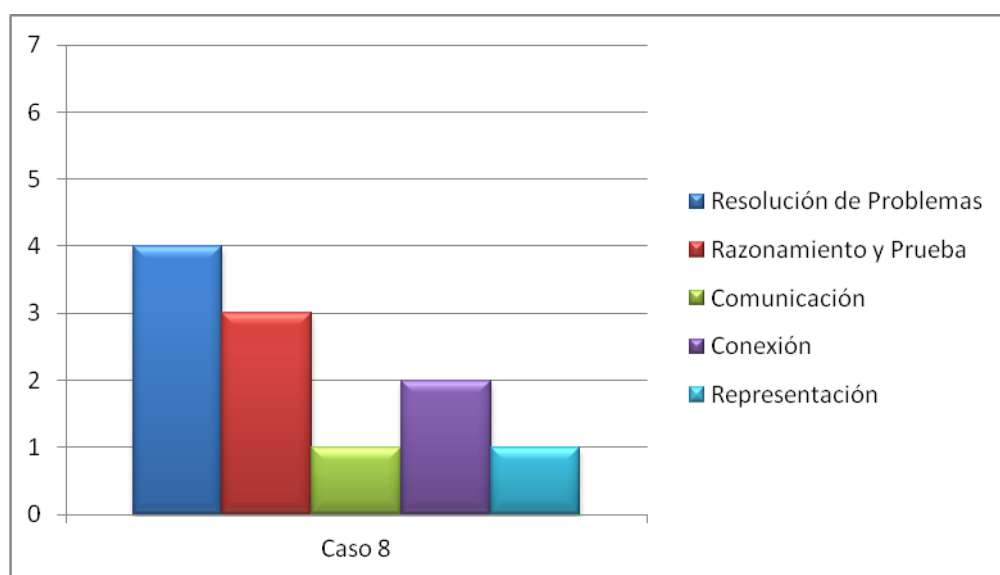


Figura 48. Indicadores Caso 8 (Centro Público Concertado)

Se puede apreciar que el Caso 8 presenta indicadores para la resolución de problemas (4 indicadores, lo que supone un 57,1% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (3 indicadores, lo que supone un 42,8%), comunicación (1 indicador, lo que supone un 14,2%), conexión (2 indicadores, lo que supone un 28,5%) y representación (1 indicador, lo que supone un 14,2%).

La Figura 49 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 8.

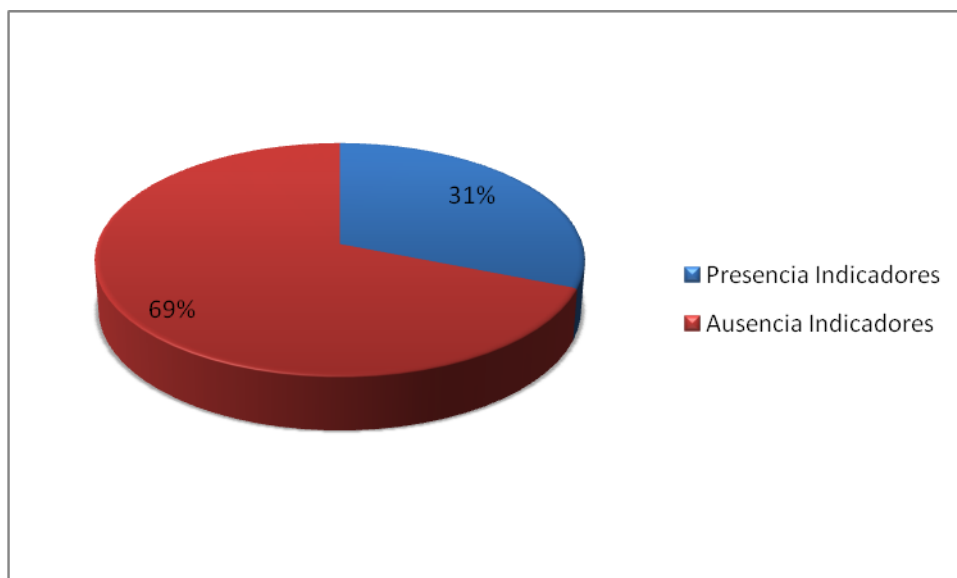


Figura 49. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 8

De todos los indicadores posibles, el Caso 8 presenta solo un 31% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

4.2.3 Casos Centro Privado

CASO 9

Presentación de la maestra: La maestra del caso 9 tiene 40 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 12 años que trabaja en el establecimiento.

La maestra plantea que lo primordial para la enseñanza de las matemáticas es tomar en cuenta lo que el entorno ofrece, por ejemplo, realizar conteo, mucho conteo para que los niños vayan familiarizándose con las cuestiones matemáticas.

En este sentido, la maestra afirma que en las primeras edades el símbolo no tiene ningún significado para los niños, por lo que se hace primordial contar, de diferentes formas, sentidos y con distintos elementos que el medio ofrece. Ella manifiesta que el símbolo debe aparecer en forma paulatina, de a poco, después. Lo importante es contar primero. Entre los aciertos que ella considera que ha tenido en sus años de ejercicio profesional menciona el

hecho de privilegiar la recolección de elementos naturales del entorno y realizar la clasificación. Conteo y establecer similitudes y diferencias de esos elementos. Ella manifiesta que las veces que desarrolla este tipo de actividades ella ha podido evaluar favorablemente los logros de aprendizaje entre los niños. Por otro lado, las mayores dificultades que recalca son las referentes a la escritura de los números, manifiesta que la mayoría de los niños presenta alguna dificultad en este sentido. Además siente que las exigencias de aprendizaje para los niños pequeños del centro educativo, muchas veces no van acorde a la etapa en que ellos se encuentran.

Contextualización:

Objetivo de la sesión Relacionar número con cantidad de elementos

Duración de la actividad matemática: 15:11 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación infantil titular con 12 años de experiencia profesional en el mismo nivel educativo, con una ayudante. La matrícula total del nivel corresponde a 18 niños, la asistencia del día es de 15 niños.

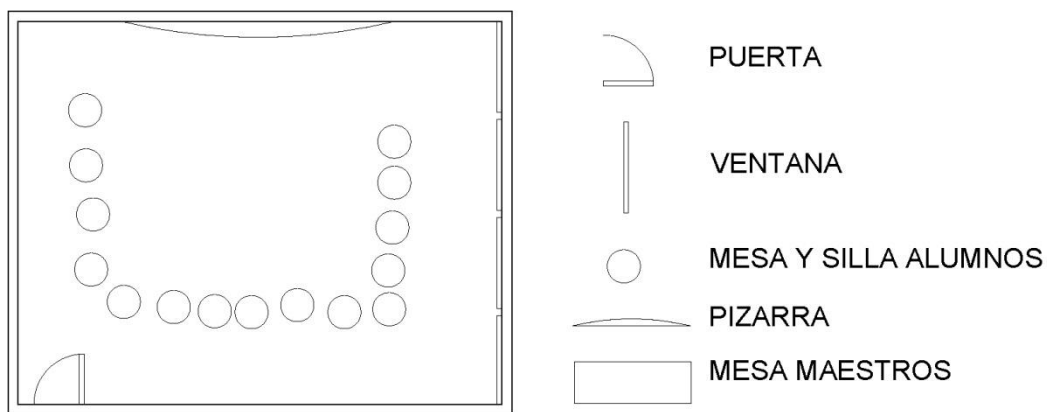


Figura 50. Esquema de la sala Caso 9

Gestión de la actividad:

La maestra atrae la atención de los niños diciéndoles que les va a dibujar en la pizarra algo que los niños deben adivinar lo que es, todos los niños estaban atentos a lo que resultaría. Comienzan a nombrar distintas alternativas posibles, a lo que ella iba diciendo “puede ser”, “observen bien”, ella mientras tanto dibujaba conjuntos con distinta cantidad de elementos, entre 1 y 9. Luego que la maestra terminara de dibujar los conjuntos, les explicó que iban a jugar un rato, que ese juego era para aprender los números. Se trataba de correr, tomar la varita y poder ir a “golpear” el conjunto que posee la cantidad de elementos que se dijo anteriormente. Es una actividad lúdica, que involucra movimiento, motricidad, coordinación y relación número y cantidad de elementos.

Los niños permanecen en sus asientos solo hasta que comienzan a jugar, desde ese momento se mueven y corren para alcanzar el objeto que necesitan para golpear el conjunto con la cantidad de elementos solicitada. La maestra pregunta a los niños cómo se pueden ayudar, porque hay algunos a los cuales les cuesta un poco más; no se trata que no importe el que todavía no dispone de herramientas para relacionar los números con la cantidad de elementos, o que todavía presenta dificultad para contar elementos con precisión.

Los recursos materiales utilizados fueron pizarra, varita, dibujos de conjuntos.

Momentos de la actividad: Durante toda la actividad, los niños estuvieron concentrados, siguiendo lo que venía. No hubo interrupciones externas tampoco.

Inicio: Todos los niños están atentos a las indicaciones de la maestra, ella les explica la actividad a realizar y los mantiene atentos a lo que viene. Ella les muestra con ejemplos, realiza la actividad, contando elementos, y golpeando con la paleta el conjunto que corresponde.

Desarrollo: Luego de dibujar todos los conjuntos en la pizarra, los insta a contar los elementos de cada conjunto, así observan y cuentan los elementos de todos los conjuntos. Una vez, finalizado el conteo se dirige al grupo y les pide oralmente que pongan atención al número que va a decir porque al escucharlo, deberán ubicar el conjunto con esa cantidad de elementos. Los niños corren para alcanzar la varita para golpear el conjunto que corresponde luego de oír la cantidad. Por turnos los niños participaron en la actividad lúdica, la maestra

cuida que participen distintos niños y que todos puedan contar los elementos junto con golpear el conjunto.

Cierre: Cuando todos los niños ya habían participado, se observa que el interés y entusiasmo va disminuyendo, la maestra entonces los felicita e invita a cambiar de actividad. No se observa un proceso de metacognición y de cierre de los aprendizajes.

Mediación en general: La maestra se muestra muy activa, la actividad posee un ritmo sostenido ágil, los niños participan alegremente del juego, ella los mantiene atentos en todo momento, realiza cambios de la voz y formula preguntas abiertas para que los niños comuniquen su opinión y sus preferencias. La mediación es atenta y potenciadora de aprendizajes. La maestra se desplaza por todo el espacio y mantiene contacto visual con los niños.

Conformación de grupos: Durante la actividad, los niños están dispuestos en un gran grupo, en semicírculo mirando hacia la pizarra. Mantienen la atención en el juego desarrollado.

En la Tabla 19 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 19. Caso 9

	Resultados/Estrategias de enseñanza-aprendizaje	de Citas
	CASO 9	
Resolución de problemas	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo, oral, visual, gráfico. (Indicador 6)	RP6-D/00:34 “Contemos estos elementos todos juntos que están en la pizarra”
	Propone situaciones problemas de diversos tipos (Indicador 3)	RP3-D/12:22 “Miren niños, van a ver conjuntos con estas etiquetas; otros conjuntos con los elementos dentro; ustedes deben verlos”

prueba	Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan (Indicador 7)	RAZ7-D/01:58 “Ayuden a contar, dibujaremos los elementos dentro de cada conjunto”
	Promueve el apoyo al razonamiento matemático (Indicador 5)	RAZ5-D/07:58 “A ver Alonso, cuenta conmigo”
	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2)	RAZ2-D/11:21 “Necesitamos que muestren el conjunto que tenga 6 elementos” RAZ2-D/11:58 “Él lo va a comprobar, muy bien, está contando los elementos”
Comunicación	Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista (Indicador 6)	COM6-D/06:20 “Dejen que solucione este problema.... Muy bien”
	Interviene mayoritariamente a través de preguntas más que a través de explicaciones. (Indicador 7)	COM7-D/10:53 “¿Qué podemos hacer para ayudar a Joaquín?, necesitamos encontrar el conjunto con seis elementos. Bien venga y ayúdelo. Están contando, muy bien”
Conexiones	Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad (Indicador 6)	CONEX6-D/06:27 “Este juego se trata que podamos correr , buscar el conjunto con la cantidad de elementos que deben buscar y golpearlo con la paleta”
Representación	Trabaja en los niños las representaciones pictóricas. (Indicador 3)	REP3-D/01:21 “Miren aquí, estoy dibujando elementos de los conjuntos, ayuden a contar” REP3-D/05:25 “¿Cuántos elementos dibujados hay en cada conjunto?”

En la tabla anterior se puede observar la distribución de los indicadores observados en cada uno de los procesos matemáticos. La cual nos muestra que se evidenciaron indicadores en la totalidad de ellos.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 9:

En relación al proceso matemático de Resolución de Problemas, se observó en 2 oportunidades, la primera fue cuando les habló diciendo que iban a jugar para aprender más sobre los números (Indicador 3). La maestra les ejemplificó detalladamente con dibujos para que los niños comprendieran exactamente lo que debían realizar (Indicador 6).

El proceso de Razonamiento y Prueba es el que aparece con mayor énfasis en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra, en 3 oportunidades promueve el razonamiento matemático, apoya el conteo (Indicador 5), además ella permite que los niños descubran, analicen y propongan diversidad de soluciones (Indicador 7). Por otro lado, invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2) al solicitar a los niños a pensar y decir la cantidad de elementos, luego que cuenten para comprobar lo planteado.

Se pudo observar dos evidencias sobre la presencia de la Comunicación, por un lado se observó que la maestra intervino cada vez que fue necesario para incentivar en los niños el respeto por la diversidad de pensamiento en torno al contenido matemático (Indicador 6) y el énfasis que demuestra ella preguntando a través de preguntas, más que a través de explicaciones (Indicador7).

Se observó durante la actividad matemática un indicador de conexión, esta vez se observó que la maestra relacionó el desarrollo de la noción de número con contexto vinculado a la psicomotricidad (Indicador 6), los niños debían movilizarse y golpear con una paleta cuando resolvieran la problemática.

En el proceso de representación se trabajó la representación pictórica (Indicador 3), dibujando la cantidad de elementos correspondientes al número.

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los

procesos matemáticos: Razonamiento y prueba (2 veces el indicador 2) y en Representación (2 veces el indicador 3).

La Figura 51 evidencia la observación del Caso 9:



Figura 51. Observación Caso 9
Comunicación
Duración: 10:00 minutos

El Caso 9 corresponde al primer nivel de educación infantil del centro privado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

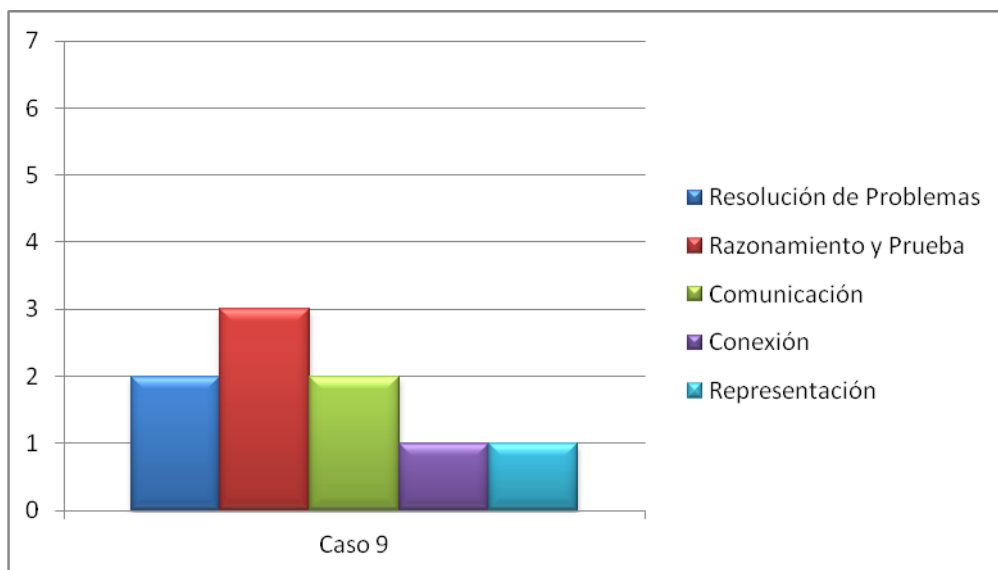


Figura 52. Indicadores Caso 9 (Centro Privado)

Se puede apreciar que el Caso 9 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (2 indicadores, lo que supone un 28,5% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (3 indicadores, lo que supone un 42,8%), comunicación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), conexión (1 indicador, lo que supone un 14,2%) y representación (1 indicador, lo que supone un 14,2%).

La Figura 53 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 9.

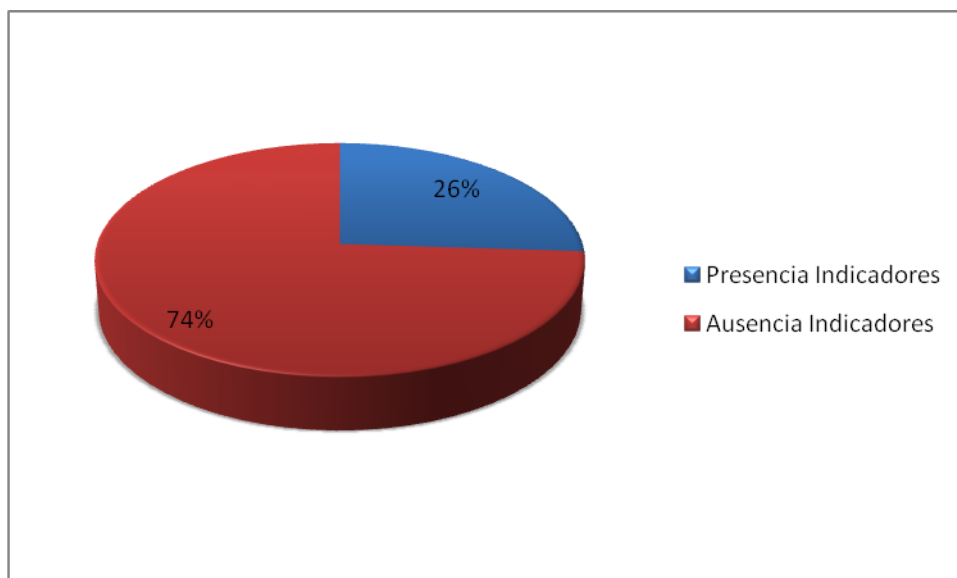


Figura 53. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 9

De todos los indicadores posibles, el Caso 9 presenta solo un 26% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 10

Presentación de la maestra: La maestra del caso 10 tiene 26 años de edad, posee formación universitaria de 4 años y hace 1 año que trabaja en el establecimiento.

La maestra considera que para trabajar las matemáticas en las primeras edades es muy importante generar las confianzas y respetar los distintos ritmos de aprendizaje que muestran los niños. En este mismo sentido ella manifiesta que no se logra nada apurando a todos los niños por igual y además toda actividad matemática se debe acompañar con material concreto. Se debe evitar el rechazo hacia las matemáticas, entonces es importante que las maestras puedan generar actividades atractivas y simples, que alcancen sus objetivos.

En relación a la enseñanza de la noción de número ella cree necesario que se enseñe vinculado a la cantidad de elementos y no de memoria, además afirma que ella considera importante vincular el aprendizaje a la noción de conjuntos. Junto a esto también manifiesta la importancia de ayudar a tomar conciencia a los niños de lo que significa un número y otro. Y

también menciona la importancia de corregir la escritura de los números para que los niños vayan internalizando la correcta forma de hacerlos.

Entre sus mayores aciertos reconoce que el trabajo sistemático es algo muy relevante, menciona además que le ha dado buenos resultados hacer participar a todos los niños, no permite que se quede tímidamente atrás. Entonces para lograr esto, ella dice que debe cuidar la forma de preguntar, la forma de acercarse a los niños.

Y finalmente al referirse a las dificultades que surgen con mayor protagonismo durante sus años de experiencia, ella menciona que existen niños que no aprenden lo suficiente y que ella se siente con pocas herramientas para poder apoyarlos mejor si dentro de las exigencias es ir avanzando en forma homogénea principalmente en los textos de estudio.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Relacionar número con cantidad de elementos. Iniciar los procesos de la suma y resta.

Duración de la actividad matemática: 15:26 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra la maestra de educación infantil titular, posee 5 años de experiencia laboral, aunque no siempre se ha desempeñado en aula. La matrícula total del nivel corresponde a 9 niños, la asistencia del día es de 7 niños.

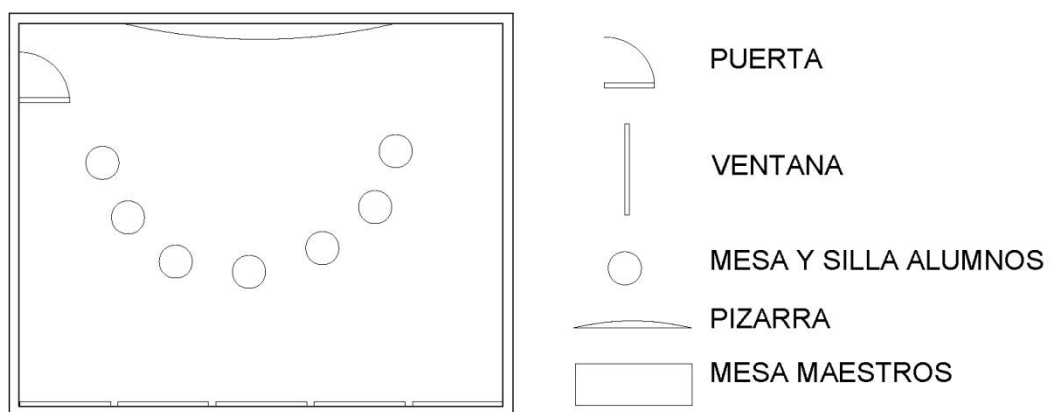


Figura 54. Esquema de la sala Caso 10.

Al iniciar la actividad matemática, los niños y la maestra están sentados en la alfombra, en el suelo, en semi círculo, trabajando con cubos de colores que se ensamblan, entonces al requerimiento enunciado por la maestra, ellos debían sacar la cantidad de cubos correspondientes y ensamblarlos. Se observa un ambiente muy tranquilo y silencioso. La maestra se dirige a cada uno de los niños, con un tono de voz bajo y sereno. No se encuentra mesa de maestra.

Cuando todos los niños han tenido la oportunidad de realizar lo solicitado, la maestra escribe los números del 1 al 10 en orden en la pizarra y los niños van nombrándolos en voz alta al mismo tiempo. Luego juegan con un dado gigante y cada niño debe lanzarlo dos veces y al mismo tiempo extrae de una caja una tarjeta con el símbolo de la adición (+) o de la sustracción (-), escriben el algoritmo en la pizarra y utilizando, o no, los cubos de colores resuelven la operación. Vale la pena aclarar que al restar la maestra les dice que acomoden los números, que al número mayor se pone primero y así le restan el menor.

Recursos materiales: Pizarra, cubos de colores, dados, pizarras individuales, marcadores.

Momentos de la actividad: (interrupciones) Durante el período observado, no hubo interrupciones, los niños estuvieron centrados en la actividad matemática.

Inicio: La maestra no introduce la clase, comienza abruptamente solicitando a los niños que nombren los números que ella va escribiendo en la pizarra.

Desarrollo: Durante este momento de la actividad, desarrollan diversas actividades matemáticas. La maestra, una vez que se cerciora que los niños identifican y nombran correctamente los números del 1 al 10, se sienta junto a ellos en la alfombra y va solicitando, uno por uno, que entreguen la cantidad que ella indica de cubos de colores. Luego van pasando a la pizarra donde deben escribir los números que les salieron al tirar los dados, el signo de la operación matemática y el resultado. Una vez que todos han realizado esto, se organizan en pares para trabajar lo mismo, pero con una pizarra individual.

Cierre: Al finalizar, no se observa un cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatice sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo lo aprendieron.

Solamente se les solicita que guarden y que se preparen para la clase de educación física que no tarda en llegar.

Mediación en general: La maestra se ubica entre los niños, le pregunta a cada uno, no cambia su postura frente a los aciertos ni a los errores de los niños, ella demuestra una actitud homogénea, inmutable frente al desempeño infantil. En todo momento se dirige a los niños con una voz suave, cuida de mantener contacto visual con ellos y se sonríe frente a situaciones divertidas que surgen espontáneamente. Se observa una práctica de enseñanza-aprendizaje que repite lo mismo para todos los niños. Con tiempos de espera prolongados.

Conformación de grupos: Aunque son pocos niños, se distribuyen en grupo y en pares, sentados libremente en el suelo, luego alrededor de las mesas. Los niños participan abiertamente, proponen y justifican sus respuestas. Se observan tranquilos y entusiastas en participar.

En la Tabla 20 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 20.Caso 10

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje CASO 10		
Resolución de problemas	Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas (Indicador 7)	RP7-D/09:46 “Si necesita los cubos los puede usar, yo te ayudo”
Razona	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2)	RAZ2-D/03:35 “Qué creen ustedes, veamos cuánto sale”

	Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1)	RAZ1-D/09:14 “Y qué debemos hacer aquí, qué significan esos números que has puesto?”
Comunicación	Interviene mayoritariamente a través de preguntas más que a través de explicaciones. (Indicador 7)	COM7-D/02:42 “Ustedes tienen que explicarme, qué debo hacer con esto, qué significa este signo?”
	Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas (Indicador 2)	COM2-D/10:43 “Vamos a hacerlo en parejas.. ustedes 2, ustedes 2, ustedes 2 y usted con Gustavo. Les voy a pasar estos dados para que realicen los ejercicios”
Conexiones	No se observa que la maestra vincule la actividad matemática con otros contenidos o con la vida cotidiana de los niños.	
Representación	Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número (Indicador 4)	REP4-D/00:02 “Digan qué números son estos, si es que los reconocen”
	Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número (Indicador2)	REP2-D/00:31 “Por favor, muéstrame 7 cubos. Ya... aquí están los 7, ahora tú 5 por favor?” REP2-D/12:30 “ Cuántos tienes entonces?, bien y debes sacar o poner?, si tienes 6 entonces qué haces?, muéstrame.
	Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto) (Indicador 7)	REP7-D/05:20 “Bien, cuánto le salió en el dado?, 5, si escriba en la pizarra, y ahora cuente cuántos cubos hay ahí? Entonces si lo suma cuántos son?”

En la tabla anterior se puede ver la distribución de los indicadores observados en cada uno de los procesos matemáticos. La cual nos muestra que no se observaron en conexión.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 10:

El proceso matemático de Resolución de Problemas, se observa en una situación puntual, cuando permite a los niños la utilización de material concreto y/o pictórico con apoyo oral (Indicador 7). La maestra se muestra atenta a que todos los niños participen utilizando material concreto si es que lo necesitan, manifiesta claramente que si necesitan usan los cubos de colores, y si no los necesitan lo calculan en forma mental.

El proceso matemático de Razonamiento y Prueba se observa en 3 oportunidades. Les plantea interrogantes a los niños para que ellos justifiquen y argumenten sus respuestas (Indicador 4). Además su práctica de enseñanza-aprendizaje permite que los propios niños descubran, analicen y propongan diversas vías de resolución (Indicador 7). Además los invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2).

La presencia de Comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje que desarrolla la maestra se evidencia claramente en 2 oportunidades, en las cuales, como muestra la imagen, ella favorece el diálogo, les pregunta frecuentemente qué piensan, cómo lo resolverían?. Favorece la interacción con otros para aprender (Indicador 2). Formula preguntas constantemente (Indicador 7).

Se observa que la maestra no conecta la actividad matemática con las vivencias de los niños, ni tampoco con otros contenidos matemáticos ni con otros contextos de aprendizaje. La actividad transcurre como una acción netamente escolar, no se observó que la vinculara con la vida cotidiana para que tuviera mayor significado para los niños. Por lo expuesto entonces, el proceso matemático de conexión no se constata durante el desarrollo de la actividad matemática.

Se observa que el proceso de Representación aparece en 3 situaciones puntuales cuando la maestra trabaja en forma concreta en relación a la noción de número (Indicador 2), cuando trabaja las representaciones simbólicas (Indicador 4) en las distintas pizarras, tanto a

nivel grupal como en las de uso individual. La maestra además, en varias oportunidades, trabaja de lo concreto a lo abstracto y al revés, de lo abstracto a lo concreto (Indicador 7) respetando la etapa en que se encuentra cada niño.

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los procesos matemáticos: Razonamiento y prueba (2 veces el indicador 1 y 2 veces el indicador 2) y en Representación (2 veces el indicador 2).

La Figura 55 evidencia la observación del Caso 10:



Figura 55. Observación Caso 10
Comunicación
Duración: 11:00 minutos

El Caso 10 corresponde al segundo nivel de educación infantil del centro privado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

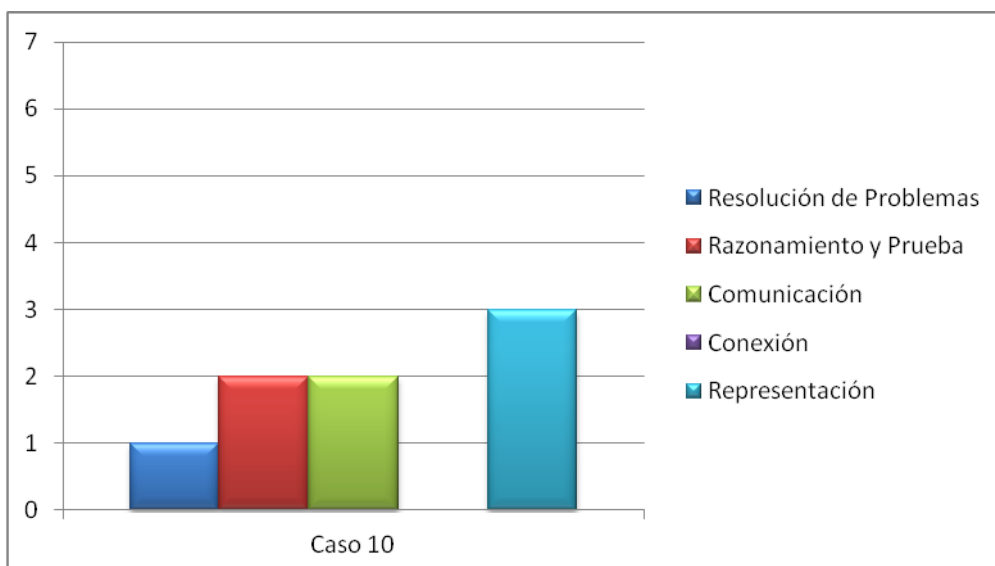


Figura 56. Indicadores Caso 10 (Centro Privado)

Se puede apreciar que el Caso10 presenta indicadores de 4 de los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (1 indicador, lo que supone un 14,2% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), comunicación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%) y representación (3 indicadores, lo que supone un 42,8%). No se observa la conexión.

La Figura 57 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 10:

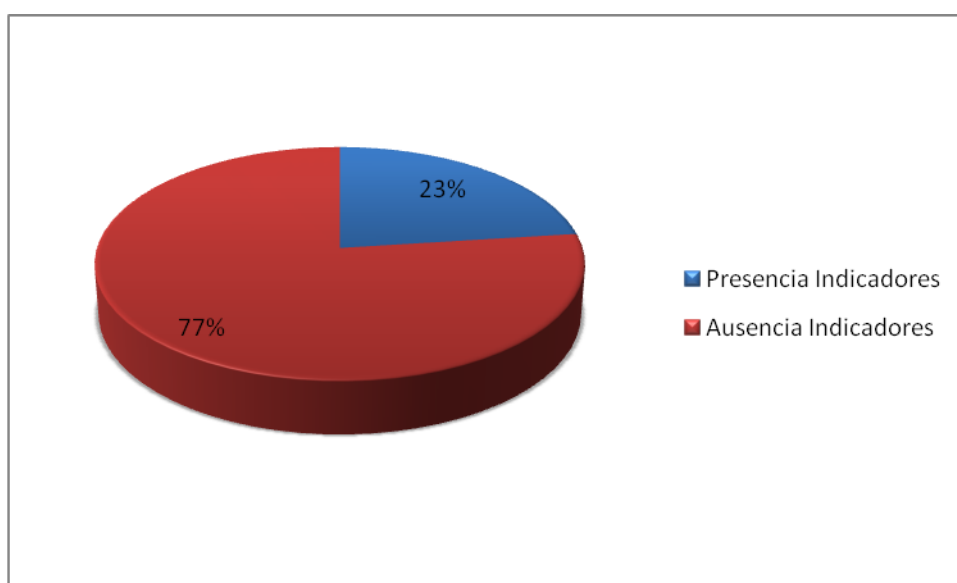


Figura 57. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso10

De todos los indicadores posibles, el Caso 10 presenta solo un 23% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 11

Presentación de la maestra: La maestra del caso 11 tiene 28 años de edad, posee formación universitaria de 5 años y hace 5 años trabaja en el establecimiento.

Esta maestra manifiesta que para enseñar matemáticas en las primeras edades, es muy importante tener presente que todos los niños aprenden de distinta manera y entonces proveer de diverso material, alguno que apoye visualmente, otro que puedan manipular y por sobre todo esto, es importante buscar estrategias que logren motivarlos y entusiasmarse por los nuevos aprendizajes. Al mismo tiempo manifiesta que se debe educar a los niños en la observación, cree que es primordial para que puedan percibir semejanzas y diferencias.

Para lograr la noción de número ella plantea que es necesario acercar el contenido a la vida de los niños, que todos los ejemplos estén vinculados a sus vidas para que comprendan mejor y por supuesto acompañándolos con material concreto.

Los mayores aciertos que ella ha vivenciado a lo largo de su trayectoria están relacionados con la educación continua, reconoce que cuando ha estado estudiando, es cuando implementa mejores estrategias con los niños. También en relación a este punto menciona que los refuerzos positivos que entrega a los niños generan mucho entusiasmo para aprender y logra motivarlos para seguir avanzando.

En relación a las mayores dificultades presentes en estos años, manifiesta que los distintos niveles dentro de un mismo grupo, muchas veces dificulta el avance. Reconoce también que el apoyo que pueda brindar la familia es muy decisivo, dice que se notan inmediatamente los efectos de esto en el desempeño del niño. Por último, se refiere a que la comprensión lectora es una habilidad que está recién desarrollándose en el primer nivel de educación elemental, y por lo mismo genera dificultades para la resolución de problemas en matemáticas.

Contextualización

Objetivo de la sesión: Avanzar en la resolución de problemas.

Duración de la actividad matemática: 15:01 minutos

Presencia de adultos y niños: En aula se encuentra una maestra de educación elemental titular, con 5 años de experiencia laboral, siempre en primer año de elemental. Su especialidad es en inglés. La matrícula total del nivel corresponde a 13 niños, la asistencia del día es de 12 niños.

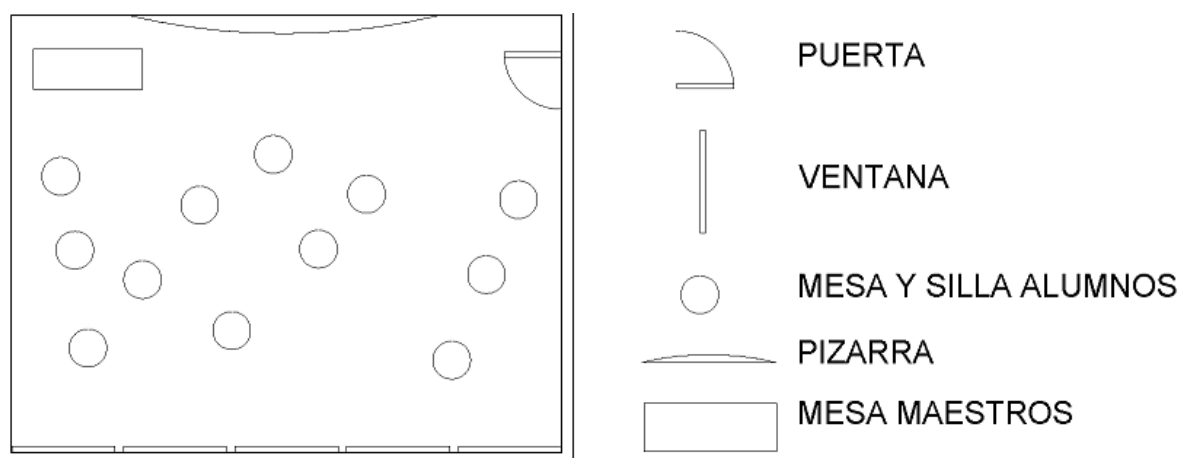


Figura 58. Esquema de la sala Caso 11.

Gestión de la actividad:

La maestra, al iniciar la actividad, les explica que repartirá unas fichas con problemas matemáticos, los cuales deberán leer atentamente, los niños están sentados en sus sillas (ver esquema). Solicita que los niños escuchen atentos lo que irá leyendo cada compañero, responden preguntas que formula la maestra. Permanecen en sus asientos durante toda la actividad, solamente se levantan del puesto cuando van a la pizarra a resolver un problema.

Cuando se lee el primer problema, la maestra pregunta a qué se refieren las cifras que ahí aparecen, luego ella las escribe en la pizarra junto con explicarles que la pregunta entrega pistas de lo que deben responder. Deteniéndose en la expresión “en total”, pregunta a qué operación se refiere, si a la suma o a la resta, en forma grupal responden que corresponde a suma. Entonces solicita a un niño en particular que pase a resolver la suma. Mientras tanto

que el niño trabaja en la pizarra, ella corrige la conducta de los demás niños, solicita silencio reiteradas veces y recuerda que la suma debe ser vertical y no horizontal. Atrae la atención de todos los niños del grupo, diciendo que al parecer existe una equivocación en el ejercicio del compañero que está en la pizarra. Para finalizar pide al niño que lea el ejercicio que desarrolló en la pizarra, pero ella se adelantó y lo explicó, sin dejar que el niño hablara. Luego preguntaba si estaba bien hecha la operación realizada por el compañero.

Llama a un niño a la pizarra para que resuelva la adición, le solicita que escriba los sumandos en forma vertical, el niño lo hace después de pensar un momento, la maestra le dice: “bien, pero mira lo que has escrito, ¿está bien del todo?, recuerda que las unidades bajo las unidades, las decenas bajo las decenas y luego las centenas si es que tenemos”, al mismo tiempo que le indica con la mano, mostrando las columnas donde debe escribir las cifras

Recursos materiales: Pizarra, ficha de trabajo.

Momentos de la actividad: Durante la actividad observada hubo interrupciones de carácter interno, como ya se ha explicado, los niños mostraron una actitud disruptiva, requiriendo de la atención individual de la maestra a cada momento.

Inicio: La maestra introduce la clase mencionando que resolverán unos problemas que aparecen en la ficha que le repartirá a cada uno. Menciona además que es muy importante leer con cuidado cada problema para poder obtener las pistas que ahí aparecen.

Desarrollo: La maestra, solicita que uno de los niños lea en voz alta el problema, luego ella lo repite y en la pizarra escribe los datos que en él aparecen, formula al grupo unas preguntas para marcar mayor precisión. Durante toda la actividad los alumnos están sentados mirando hacia la pizarra en mesas individuales.

Cierre: Al finalizar, no se observa un cierre con proceso metacognitivo, donde la maestra enfatice sobre los nuevos aprendizajes de la actividad y cómo lo aprendieron.

Al finalizar les solicita que salgan a recreo, no se observa una recapitulación de lo aprendido en la clase de matemáticas.

Mediación en general: La maestra se desplaza preferentemente por delante, le pregunta a todos los alumnos, apoya positivamente los aciertos en las respuestas y cuando evidencia un error, les pide que escuchen más atentamente y que vuelvan a intentarlo. Corrige

insistentemente a los niños, que se callen, que se sienten bien, que se mantengan en sus puestos. Les explica de lo que se espera de ellos, de lo que significan las “caritas”, como refuerzo positivo para obtener cambios en el comportamiento de los niños.

Conformación de grupos: Se ubican en sus puestos, trabajan en forma individual, durante toda la actividad se paran y se dirigen hacia la maestra para satisfacer sus requerimientos.

En la Tabla 21 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 21. Caso 11

Resultados/Estrategias de Citas enseñanza-aprendizaje CASO 11		
Resolución de problemas	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico) (Indicador 6)	RP6-D/00:12 “En un barco iban 53 damas y 77 varones, ¿cuántas personas en total iban en el barco?. ¿Qué debo hacer yo con los números?. Tengo dos cifras ahí, ¿cuáles son esas cifras?. Aquí las escribo en la pizarra.”
Razonamiento y prueba	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicador 2)	RAZ2-D/00:57 “¿Qué dice la pregunta del primer ejercicio Nicolás? La pregunta da pistas. Si me dice en total, ¿qué operación debo hacer?. Muy bien... suma”
Comunicación	No se observan indicadores donde la maestra promueva el intercambio entre pares y propicie que los niños expliquen sus estrategias.	

Conexiones	No se observa que la maestra vincule la actividad matemática con otros contenidos o con la vida cotidiana de los niños.
Representación	Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número (Indicador 4)
	REP4-D/01:53 “Martín, ¿me puedes pasar a hacer la suma por favor? Esos 2 numeritos son los datos que tenemos, ahora tú los debes usar para hacer la suma. Grande para que los niños los puedan ver desde atrás”

En la tabla anterior se puede ver la distribución de los indicadores observados en cada uno de los procesos matemáticos. La cual nos muestra ausencia en comunicación y conexión. Además en los otros procesos, en general, se observa baja presencia de indicadores.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 11:

En cuanto a la resolución de problema, como primer proceso matemático, se observó una evidencia, donde la maestra plantea situaciones problemáticas usando apoyo oral, (Indicador 6), ella explica de distintos modos para favorecer la comprensión de los problemas a resolver. Solicita que un niño lea el problema desde la ficha y además lo explica de diversas maneras.

Los niños se paran y caminan por la sala durante la actividad. La maestra debe interrumpir en forma reiterada el normal desarrollo de la clase para solicitar a los niños que pongan atención, que no se paren, que hablen con tono más bajo, etc. Se evidencia que las veces que solicita a los niños que expliquen o justifiquen sus decisiones para la resolución de problemas, no se les alcanza a escuchar completamente por el alto nivel de interrupciones de los mismos compañeros, incluso algunas preguntas de la maestra no son respondidas porque ella debe atender otras necesidades emergentes.

El proceso de comunicación no se observa, por las razones expuestas anteriormente, hubo indicios de presencia de este proceso, pero por las circunstancias y características de las

interacciones del grupo, no se llega a observar que la maestra promueva la comunicación, interacción y justificación de las estrategias matemáticas de los niños, no llega a entregar pistas que los problemas pueden resolverse de distintas maneras y tampoco muestra sus intervenciones a través de preguntas, más que a través de explicaciones.

De igual manera los procesos de conexión y razonamiento tampoco se observan, la maestra no conecta los problemas matemáticos con la vida cotidiana de los niños. En ningún momento se aprecia que los vincule con otros contenidos matemáticos, con otros contextos de aprendizaje ni tampoco que promueva el nexo entre contenidos numéricos. Al mismo tiempo es una práctica de enseñanza más bien centrada en la mecánica algorítmica, que en el razonamiento matemático.

Con respecto a la representación aparece una evidencia de este proceso que preferentemente se basa en el algoritmo de la adición, la maestra centra su práctica de enseñanza-aprendizaje insistiendo en la posición de unidades y decenas en forma vertical para resolver la operación matemática, la adición (Indicador 4).

Además, se quiere resaltar el hecho que ninguno de los indicadores que se observó en este Caso, se evidenció en forma repetida.

La Figura 59 evidencia la observación del Caso 11:



Figura 59. Observación Caso 11
Representación
Duración: 12:12 minutos

El Caso 11 corresponde al primer nivel de educación elemental del centro privado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

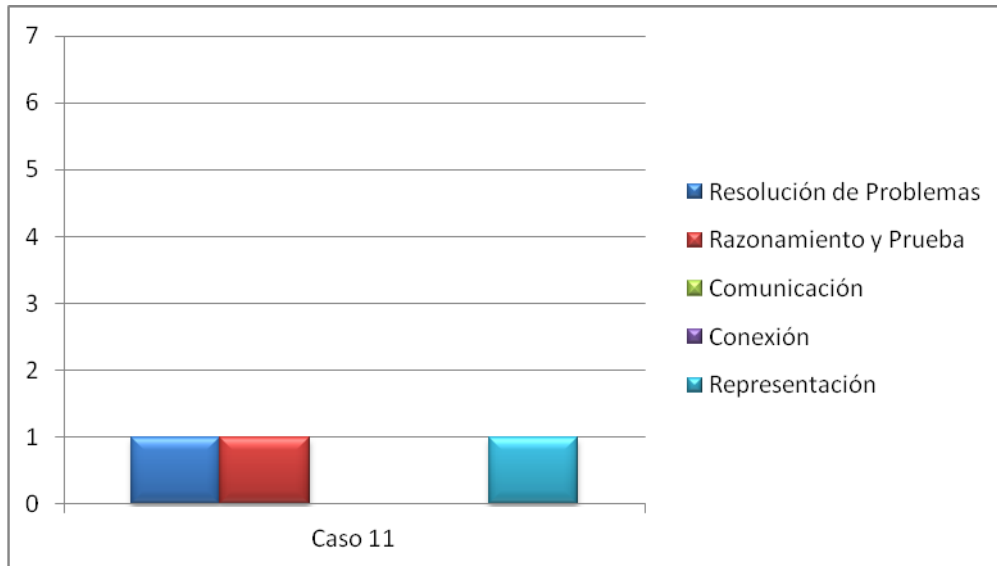


Figura 60. Indicadores Caso 11 (Centro Privado)

Se puede apreciar que el Caso11 presenta indicadores en 3 de los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (1 indicador, lo que supone un 14,2% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (1 indicador, lo que supone un 14,2%) y representación (1 indicador, lo que supone un 14,2%). No se observa la comunicación y conexión.

La Figura 61 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 11:

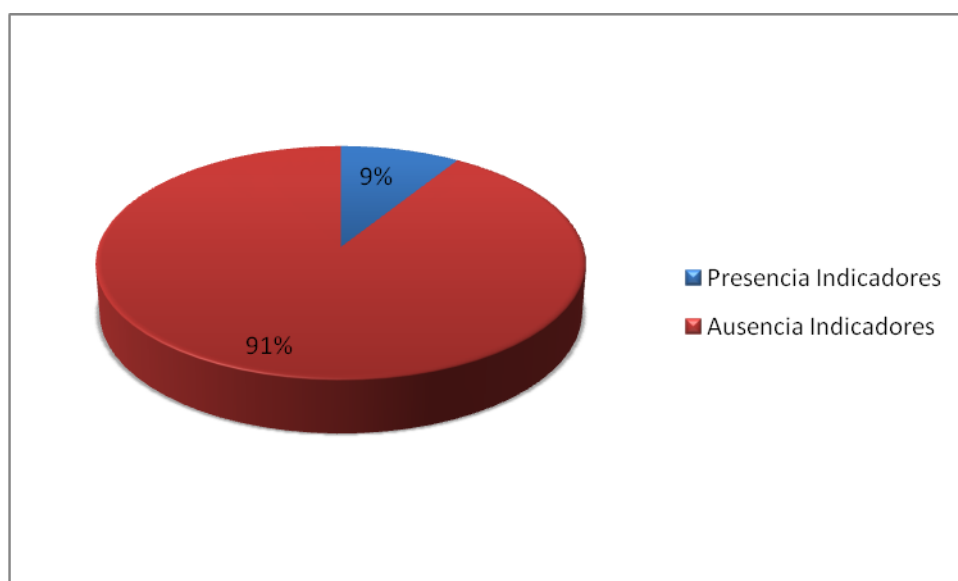


Figura 61. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 11

De todos los indicadores posibles, el Caso 11 presenta solo un 9% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

CASO 12

Presentación de la maestra: La maestra del caso 12 tiene 38 años de edad, posee formación universitaria de 5 años y desde hace 17 años que trabaja en el mismo establecimiento.

La maestra plantea que para la enseñanza de matemática es necesario conocer los conocimientos previos de los niños, los aprendizajes que tienen de antes, qué saben ellos, en qué se manejan, de acuerdo a los tópicos y las áreas que se quiera ver con ellos y a partir de eso clarificar lo que viene con ellos. También ella enfatiza en que es importante saber el nivel del niño, porque no todos tienen los mismo conocimientos, habilidades y potencialidades, algunos son más lógicos, algunos son más prácticos, necesitan tocar más por lo que se deben considerar todos estos elementos a la hora de planificar y proyectar la práctica de enseñanza-aprendizaje.

En relación del aprendizaje de la noción de número es primordial que los niños ya posean la noción de cantidad, pero al mismo tiempo ella menciona que se debe trabajar en forma concreta utilizando tarjetas, ábacos y fichas con cantidad de elementos. Manifiesta que no se debiera trabajar esta noción en el aire, sin que ellos puedan vincularlo con lo concreto de sus propias vidas. En relación a las mayores dificultades, la maestra menciona que esto es variable año a año, pero que últimamente la dificultad mayor que presentan los niños es en la comparación de números superiores a mil; ahí manifiestan un poco más de problemas.

Finalmente, al hablar de los mayores aciertos que ha tenido en estos años de experiencia profesional, ella manifiesta que indudablemente ha tenido mejores resultados cuando complementa con elementos concretos y cuando trabaja en forma concreta; pero de igual forma reconoce que existen momentos que se aleja de esto y se centra al trabajo más simbólico en los textos y cuaderno.

Contextualización:

Objetivo de la sesión: Comprender la descomposición numérica en la moneda nacional del país.

Duración de la actividad matemática: 13:19 minutos

Presencia de adultos: En aula se encuentra una maestra de educación elemental titular, con 17 años de experiencia profesional, posee especialización en lenguaje e inglés. Pero hace 8 años que se ha especializado también en este nivel educativo. La matrícula total del nivel corresponde a 12 niños, la asistencia del día es de 12 niños.

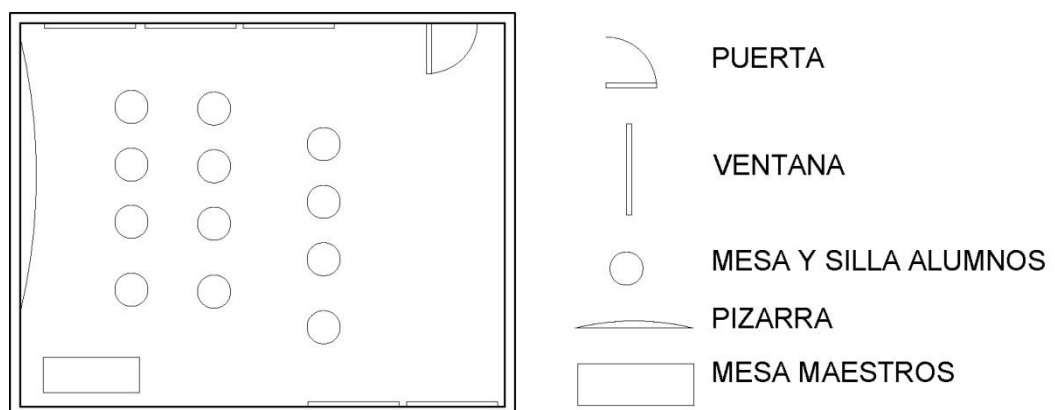


Figura 62. Esquema de la sala Caso 12.

Para iniciar la actividad la maestra espera que los niños se sienten en sus sillas, donde permanecen durante todo el momento, solamente se pone de pie el niño que se dirige a la pizarra.

La maestra comienza a presentar el trabajo que realizarán en esa clase de matemática. Les comunica que trabajarán pensando en el dinero que se utiliza en el país. Pregunta qué billetes y monedas ellos conocen, pidiéndoles que los vayan nombrando y que ella los dibujará en la pizarra. Los niños levantan su mano para proponer el dinero. Posteriormente ella divide al grupo total en dos, para realizar una competencia entre grupos. Pasan a la pizarra dos niños, uno de cada equipo, la maestra dicta una cantidad distinta para cada uno, y los niños deben descomponer de acuerdo a las monedas o billetes que existen en el país, dibujando lo que deciden. Cuando los participantes muestran que finalizaron, la profesora pregunta al curso si alguien quiere revisar lo realizado, entonces se ofrecen 2 niños y revisan lo realizado por sus compañeros, en voz alta van nombrando el dinero y haciendo énfasis en la suma total.

La maestra, luego, pregunta a todos si están de acuerdo con el trabajo desarrollado por ambos compañeros, a lo que 1 niño responde que no y ella le pregunta la razón. Le pide a este último niño que vaya a la pizarra y muestre donde cree que está el error. El niño se para, va a la pizarra, comienza tocando los dibujos realizados por el compañero. La maestra se acerca y le explica que vayan revisando juntos lo que ahí está. La cantidad en cuestión es 581, entonces le dice: “a ver, ¿qué hay aquí? Mostrando el número 5, a lo que el niño responde “quinientos”, ella dice, bien... ahora sigamos, qué hay aquí ahora, indicando el 8, a lo cual el niño responde “ocho”, entonces la maestra le dice: estás seguro?, qué representa el ocho en la realidad?, el niño responde: Ah! Si, es “ochenta”. Le pide que cuente otra vez, desde el comienzo, es cuando se da cuenta que el ejercicio realizado por el otro niño está bien, que no existe error, se sonríe y va a su puesto otra vez. La maestra lo felicita y anuncia al grupo que es muy importante explicar cómo resuelven los problemas y lo que cada uno cree.

Los recursos materiales utilizados fueron pizarra, marcadores, fichas individuales.

Momentos de la actividad: Durante el desarrollo de la actividad matemática observada no hubo interrupción con personas ajenas al curso.

Inicio: Al comenzar la actividad la maestra indica a los niños que trabajarán de acuerdo a la moneda y billetes que conocen; les solicitó que nombraran todas las monedas y billetes. Cada niño levantaba su mano para hablar por turnos. Este momento fue corto y se dio paso al desarrollo de la actividad.

Desarrollo: Todos los niños participaron mencionando la moneda que conocían, luego realizaron el juego por equipos, pasaron a la pizarra para descomponer las cantidades en monedas y billetes, la maestra dibujaba una estrella en la pizarra al equipo que lo hacía correctamente. Luego, los niños se corregían entre sí. AL finalizar la maestra repartió una ficha de trabajo, con una actividad similar a la que desarrollaron antes.

Cierre: Finalizan respondiendo una ficha de trabajo, con el mismo tipo de ejercicios que desarrollaron en la pizarra. A medida que iban terminando su trabajo individual, la dejaban en la mesa de la maestra y salían al recreo. No se observa proceso metacognitivo, la maestra no hace la conexión entre lo que hicieron, aprendieron y de qué forma lo hicieron.

Mediación en general: La maestra preferentemente se desplaza por la parte delantera de la sala, junto a la pizarra, favorece la participación de todos los niños. Las preguntas las formula a todo el grupo, quienes levantan su mano para responder obtienen su permiso para hablar. En la actividad permite la participación de todos los niños y promueve la corrección entre pares.

Conformación de grupos: Los niños permanecen sentados durante toda la actividad matemática, solamente se levantan de su puesto cuando van a trabajar a la pizarra. Preferentemente se observa un desempeño individual, aunque demuestran una actitud de interés, atentos a lo que desarrollan los compañeros.

En la Tabla 22 se pueden ver los indicadores de cada proceso matemático observados en este caso:

Tabla 22. Caso 12

	Resultados/Estrategias de enseñanza-aprendizaje CASO 12	Citas
Resolución de problemas	Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema (Indicador 1)	RP1-D/00:12 “Bien, ¿qué monedas o billetes existen?, vamos por parte, hablen de a uno” Ya, bien, qué más?. ¿Cómo son las monedas de \$10, son más grandes o más chicas que las de \$50?” RP1-D/13:05 “¿Diez mil qué, monedas o billetes?”
Razonamiento y prueba	Invita a dialogar y hacer conjeturas (Indicado 2)	RAZ2-D/03:21 “Bien, pasen a delante Guillermo y Sofía, van a descomponer las cifras que ahí están con monedas y billetes que ustedes conocen. Luego los demás evaluarán lo realizado”.
Comunicación	Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista (Indicador 6)	COM6-D/0513 “ A ver venga acá, explíquenos por qué usted piensa que no está correcto el ejercicio realizado por su compañero. Revise, en voz alta, bien, ya....”
	Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos (Indicador 5)	COM5-D/06:45 “Revisemos lo realizado por sus compañeros, ¿bien?... “

Conexiones	Considera las experiencias cotidianas de los alumnos para avanzar hacia las más formales (Indicador 1)	CONEX1-D/00:19 “Van a decir todas las monedas y billetes que ustedes conocen en su vida”
Representación	Trabaja en los niños la representación pictórica en relación a la noción de número(Indicador 3)	REP3-D/02:25 “Vamos a hacer un juego, de dos equipos, donde van a descomponer las cantidades con distintas monedas o billetes” REP3-D/11:31 “Yo ahora les voy a corregir su trabajo en la ficha que han realizado, muy bien.... Bien”

La Tabla recién expuesta muestra un solo indicador de cada proceso matemático observado en este Caso.

A continuación se describe con mayor detalle la presencia de cada uno de los indicadores de los procesos matemáticos analizados del Caso 12:

En relación al proceso matemático de Resolución de Problemas, este se evidencia explícitamente solamente en una oportunidad, cuando la maestra le pregunta a los niños si está correcto lo que hizo el compañero, quien está realizando la descomposición de los números en moneda nacional (Indicador1).

La Comunicación se observa en 2 oportunidades, por un lado, cuando la maestra incentiva la participación y el respeto por los ritmos individuales. (Indicador 6), dando oportunidad para que participen todos los niños esperando el tiempo prudente para que puedan contestar y por otro lado, también se observa este proceso matemático cuando ella impulsa el intercambio de ideas matemáticas (Indicador 5).

Tanto el proceso de Conexión, Razonamiento y Representación se puede observar tan solo una vez en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra. Se evidencia la Conexión cuando la maestra permite que los niños relacionen el dinero con la noción de número (Indicador 1); el Razonamiento y Prueba se observa cuando la maestra impulsa a los niños para que relacionen el dinero con la noción de número y hagan conjeturas (Indicador 2)

y el proceso de Representación se observa cuando la maestra trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número (Indicador 3).

Al mismo tiempo se quiere resaltar el hecho que algunos de los indicadores que se observaron en este Caso, se evidenciaron en forma repetida. Lo cual sucedió en 2 de los procesos matemáticos: Resolución de problemas (2 veces el indicador 1) y en Representación (2 veces el indicador 3).

La Figura 63 evidencia la observación del Caso 12:

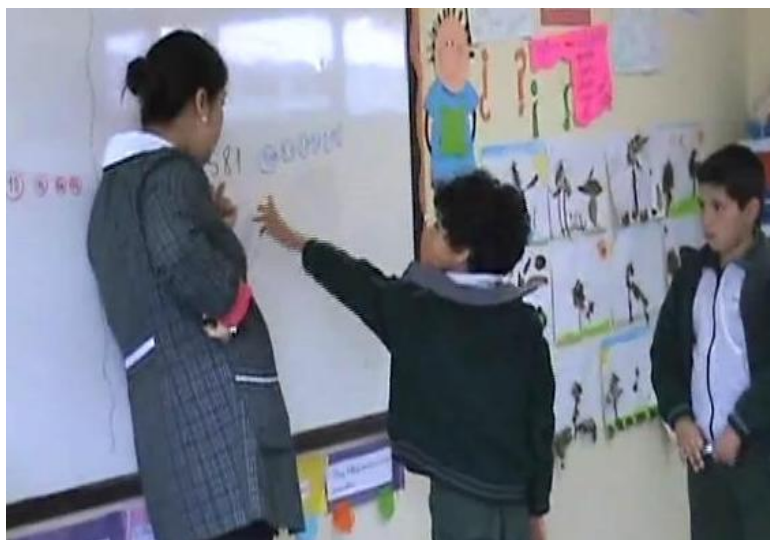


Figura 63. Observación Caso 12

Comunicación

Duración: 12:05 minutos

El Caso 12 corresponde al segundo nivel de educación elemental del centro privado. El gráfico que a continuación se presenta, busca mostrar la presencia de los indicadores en frecuencia y no en porcentajes para hacerse una mejor idea de lo observado; posteriormente se presenta el análisis en porcentajes:

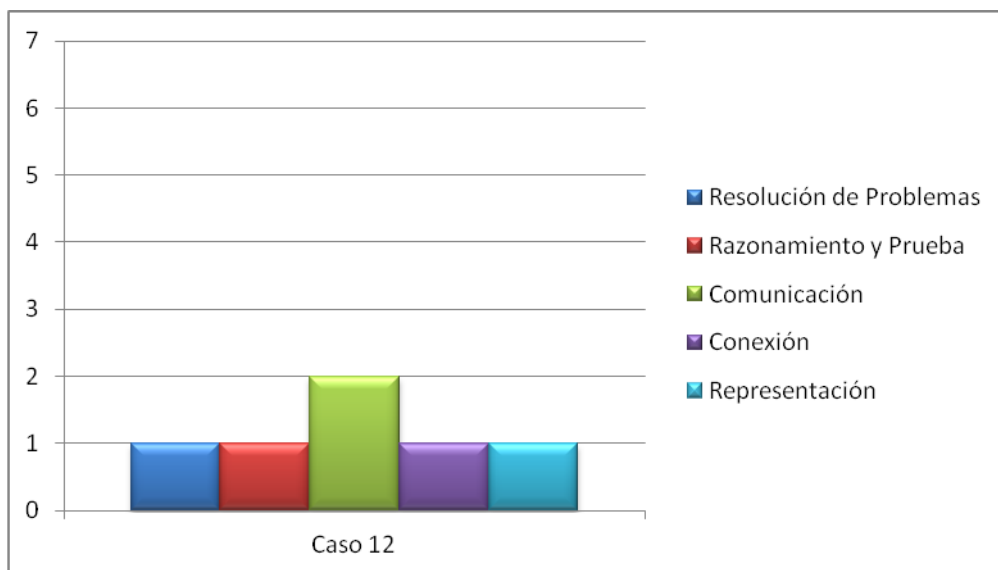


Figura 64. Indicadores Caso 12 (Centro Privado)

Se puede apreciar que el Caso12 presenta indicadores de todos los procesos matemáticos, es decir, para la resolución de problemas (1 indicador, lo que supone un 14,2% de presencia de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje), razonamiento y prueba (1 indicador, lo que supone un 14,2%), comunicación (2 indicadores, lo que supone un 28,5%), conexión (1 indicador, lo que supone un 14,2%) y representación (1 indicador, lo que supone un 14,2%).

La Figura 65 muestra el porcentaje de presencia/ausencia total de los indicadores para el Caso 12:

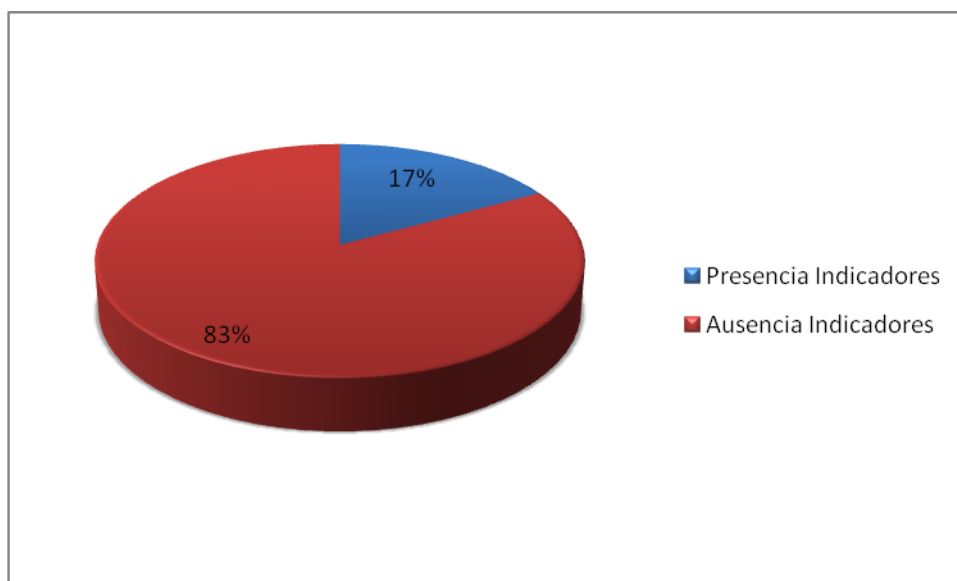


Figura 65. Presencia/ausencia total de Indicadores Caso 12

De todos los indicadores posibles, el Caso 12 presenta solo un 17% de los indicadores referentes a los procesos matemáticos.

4.3 Frecuencia de uso de los procesos matemáticos en las estrategias de enseñanza aprendizaje en relación a la noción de número de maestros entre 4 y 8 años.

Al considerar las estrategias de enseñanza-aprendizaje de todas las maestras participantes de este estudio encontramos que está presente al menos un indicador de cada proceso matemático en la mayoría de los casos analizados.

Se presenta en la Tabla 23 los resultados de frecuencia en que aparece cada uno de los indicadores. Muestra los 12 casos (maestras) y los 5 procesos matemáticos con los 7 indicadores de cada uno que se observó en los registros audiovisuales. Se grafica la presencia (1) y ausencia (0) de cada indicador, en una panorámica completa para poder establecer un primer nivel de análisis, en forma general y a grandes rasgos, para luego ir relevando aspectos específicos que permiten profundizar mayormente hacia otros niveles.

Se observaron en total 104 indicadores de los distintos procesos analizados (de 420 posibles). El proceso con mayores indicadores observados fue razonamiento y prueba, con un total de 28 indicadores, lo sigue en número el proceso resolución de problemas, con 25 indicadores observados, luego apareció comunicación con un total de 21 indicadores. Posteriormente se observaron 19 indicadores de representación y por último, se observó 11 indicadores de conexión.

Tabla 23. Presencia /Ausencia de cada indicador en cada caso

Casos	Resolución de Problemas							Razonamiento							Comunicación							Conexión							Representación							Total	
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7		
Caso 1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5
Caso 2	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	8
Caso 3	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	13
Caso 4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	7
Caso 5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	15
Caso 6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	11
Caso 7	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
Caso 8	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	11
Caso 9	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	9
Caso 10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	8
Caso 11	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3
Caso 12	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6
Total	25							28							21							11							19							104	

De los 5 procesos matemáticos se observa que razonamiento y representación se encuentran presentes en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de todas las maestras, al menos con un indicador. Sin embargo, esto no se considera suficiente para determinar que el proceso está presente en la actividad matemática. No se observó lo mismo con los procesos de resolución de problemas, comunicación y conexión, debido a que en alguno de los casos analizados no fue posible evidenciar la totalidad de sus indicadores. En este sentido, para entregar información más específica al respecto encontramos que el 91,6% de los casos evidenciaron al menos un indicador en resolución de problemas, este porcentaje disminuye en comunicación, encontrando que el 83,3% de los casos analizados evidencian al menos un indicador y en conexión es aún menor, puesto que observamos en el 58,3% de los casos al menos un indicador.

No obstante esto, nos parece relevante mencionar que en cinco casos está completamente ausente el proceso de conexión. En los cuales las maestras no relacionan la experiencia matemática con otros contenidos matemáticos, ni tampoco con otras disciplinas ni con la vida cotidiana de los niños. Al centrarnos en el proceso de resolución de problemas, existe uno de los casos que presenta total ausencia de los indicadores en esta categoría. En este mismo sentido, en comunicación se evidencian 2 casos con total ausencia de indicadores

también. Pero al mismo tiempo, se puede constatar que en el 50% de los casos estudiados, están presente algunos de los indicadores de los procesos matemáticos, por ende, también podemos afirmar que el 50% de los casos analizados evidencia total ausencia de los indicadores en alguno de los procesos.

La tabla anterior también muestra que cada proceso pudo ser observado desde 1 indicador hasta 5 indicadores. No se observó la presencia de ningún proceso matemático con 6 o 7 indicadores.

Llama la atención que tanto en conexión, razonamiento y prueba y en el proceso de representación existen indicadores no observados en todos los casos analizados. En este sentido, podemos decir que no se evidenció que las maestras desarrollaran actividad matemática vinculada a contextos musicales y tampoco que relacionaran las matemáticas con la expresión artística. Además, vinculando lo observado con el proceso de razonamiento, no se constató que las maestras plantearan interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones, sino más bien se observó que se priorizaba un trabajo mecánico, poco contextualizado. Junto a esto, se observó total ausencia donde las maestras impulsaran a los niños a hablar, escuchar y reflexionar para avanzar hacia la representación simbólica.

Además se puede agregar que el máximo de indicadores se observó en el caso 5, el cual corresponde al primer nivel de educación infantil del centro privado concertado. Por otro lado, el mínimo de indicadores observados corresponde al caso 1, del 1° nivel de educación elemental del centro privado.

Otro elemento que llama la atención es que de la totalidad de los 35 indicadores que dan cuenta de los procesos matemáticos analizados, la observación de ellos fluctuó entre 3 y 15 solamente.

En la Figura 66, que se muestra a continuación, se puede apreciar el porcentaje que da cuenta de la presencia de los indicadores que fueron observados en cada proceso, en los distintos casos estudiados.

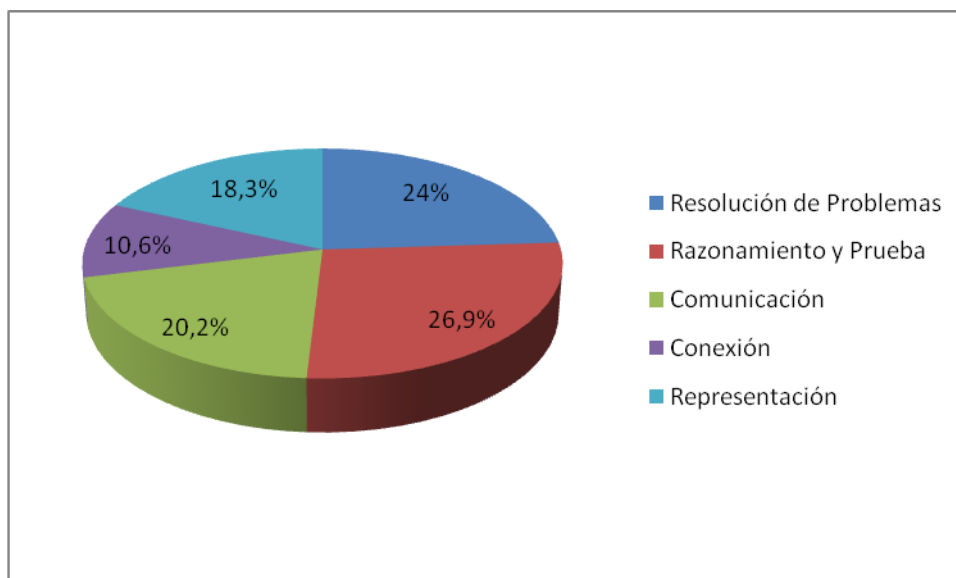


Figura 66. Indicadores observados en los casos estudiados.

En este primer nivel de análisis se quiere mostrar la presencia de indicadores observados en la totalidad de niveles y dependencia de centros educativos. Entre lo cual encontramos que en resolución de problemas estuvo presente el 24% del total de indicadores. En razonamiento y prueba se observó el 26,9%, en comunicación el 20,2%, en conexión el 10,6% y finalmente en representación el 18,3%.

Para continuar este análisis de lo más general a lo específico, se abordará cada proceso matemático por separado, lo que da una visión un poco más detallada de cada uno y se puede analizar por sí solo. Estos procesos se presentan en el mismo orden en que aparecen en la pauta de evaluación, desde resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión, hasta finalmente la representación.

En relación al análisis que se hace de cada proceso, en un primer momento se presentarán en relación si está presente o ausente cada indicador. Posteriormente se cree necesario analizar aquí en cuanto a frecuencia de estos indicadores, debido a que algunos de ellos aparecen en más de una oportunidad y ya fueron presentados en la descripción de cada Caso.

4.3.1 Resolución de Problemas

Al analizar los registros audiovisuales de los distintos casos estudiados en relación a este proceso matemático, nos encontramos con elementos que consideramos necesario relevar. En la Tabla y Figura siguiente se muestra lo observado en relación a la resolución de problemas.

Tabla 24. Presencia y ausencia de indicadores de Resolución de Problemas.

Casos	Resolución de Problemas (indicadores)						
	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	1	0	0	1	1	0	0
Caso 2	1	1	0	1	0	0	0
Caso 3	1	0	0	1	0	1	0
Caso 4	0	0	0	0	0	0	0
Caso 5	0	0	0	1	1	1	1
Caso 6	0	0	0	0	0	1	1
Caso 7	0	0	0	0	0	1	0
Caso 8	1	0	1	0	1	1	0
Caso 9	0	0	1	0	0	1	0
Caso 10	0	0	0	0	0	0	1
Caso 11	0	0	0	0	0	1	0
Caso 12	1	0	0	0	0	0	0

Como muestra la Tabla 24, en primer lugar, se evidencia mayor presencia del sexto indicador, el que indica que la maestra plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual y gráfico). Junto a esto, el indicador que menos se observa es si la maestra propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. Entonces, por un lado pareciera que las maestras preguntan bastante, utilizando diverso material de apoyo, pero por otro lado, si no desarrollan el pensamiento divergente, donde se impulsa a los niños a buscar sus propias estrategias de resolución: ¿se estará desarrollando realmente la competencia matemática?. Varias de las maestras además, promueven el debate oral para el logro de la solución del problema y algunas de ellas plantean situaciones problemáticas usando apoyo gráfico, especialmente dibujando en la pizarra.

Llama la atención también, que en uno de los casos se evidencia ausencia total de los indicadores de este proceso, esto implica que no se observó la utilización de material concreto, que no se observó que la maestra utilizara diversos apoyos, tampoco que contextualizara y propusiera situaciones problemáticas amplias en las cuales tuvieran cabida diversas soluciones, además, sin preguntar para generar investigación y exploración en los niños.

También se pudo observar que en 4 casos se evidenció solamente uno de los indicadores, que además coincidieron con el indicador que indica que la maestra plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico)

En relación al *standard setting*, que establece la presencia mínima para determinar que el proceso se observa en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra, podemos entonces afirmar que solamente los casos 5 y 8 responden al mínimo establecido, que son 4 indicadores.

Es decir, podemos indicar que el 16,6% de las maestras participantes en este estudio, trabajan este proceso matemático, aunque solamente con el mínimo aceptado, se observan 4 indicadores del total de 7.

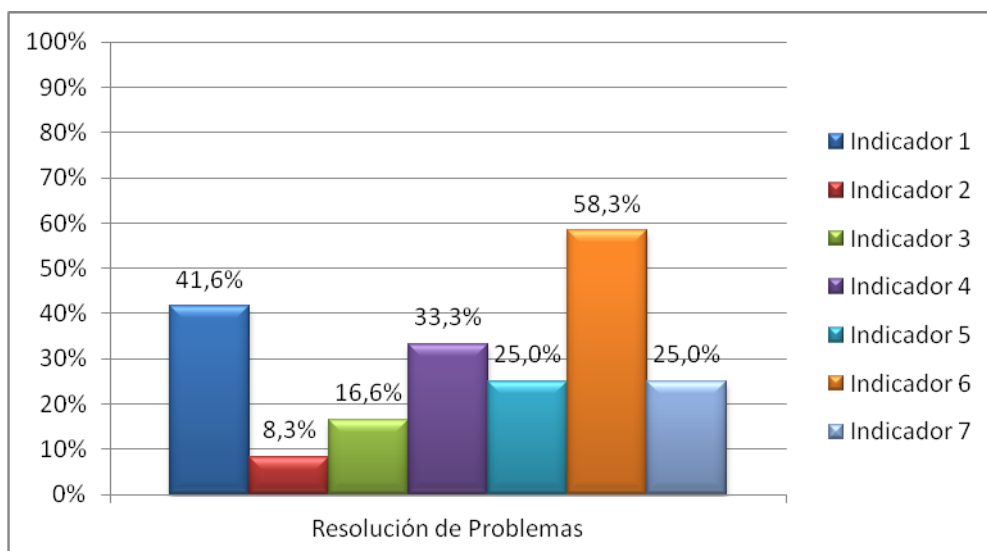


Figura 67. Indicadores Resolución de Problemas

La Figura 68 muestra que se observó con mayor presencia el indicador 6, en un 58,3 % del total. Se apreció que en este porcentaje, las maestras permiten a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas.

4.3.2 Razonamiento y Prueba

La siguiente Tabla y Figura se muestran claramente como se observó este proceso matemático en los registros audiovisuales de todos los Casos estudiados. Se hace referencia en aquellos aspectos que tienen relación con los objetivos de este estudio.

Tabla 25. Presencia y ausencia de indicadores de Razonamiento y Prueba.

Casos	Razonamiento y Prueba (indicadores)						
	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	0	0	0	0	0	0	1
Caso 2	1	0	0	0	0	0	1
Caso 3	1	0	0	0	1	0	1
Caso 4	1	0	0	0	1	0	1
Caso 5	1	0	1	0	1	1	1
Caso 6	0	1	0	0	0	1	0
Caso 7	1	0	0	0	1	0	0
Caso 8	1	1	0	0	0	0	1
Caso 9	0	1	0	0	1	0	1
Caso 10	1	1	0	0	0	0	0
Caso 11	0	1	0	0	0	0	0
Caso 12	0	1	0	0	0	0	0

En este proceso matemático se pudo observar que el 41,6% de las maestras promueve el razonamiento matemático (indicador 5) apoyando el conteo en los niños. Además se observó que el 58,3% de las maestras ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan (Indicador 1). Pero junto a esto también se pudo observar que en ningún caso se plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones

(Indicador 4). Por otro lado, se observó solamente en un caso, que corresponde a un 8,3% que la maestra promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana (Indicador 3) y en dos casos, es decir, en un 16,6% se entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente (Indicador 6).

En general, como podemos ver en la Tabla 26 y en la Figura 69, se observa que este proceso está poco presente en los casos analizados en este estudio, sin embargo, en un poco más de la mitad de los casos, específicamente en un 58,3%, se pudo observar que las maestras apoyaban a los niños para que explicaran lo que pensaban en relación a la noción de número, y coincidió, a excepción de un caso en que estas maestras también permitían que los niños descubrieran, analizaran y propusieran sus propias ideas.

De acuerdo al *standard setting*, podemos determinar que el proceso está presente en uno de los casos, el caso 5, lo que corresponde al 8,3% del total de casos. Debido a que el mínimo aceptado para razonamiento y prueba son 5 indicadores observados. El primer nivel de la educación infantil en el centro privado concertado cumple con lo establecido.

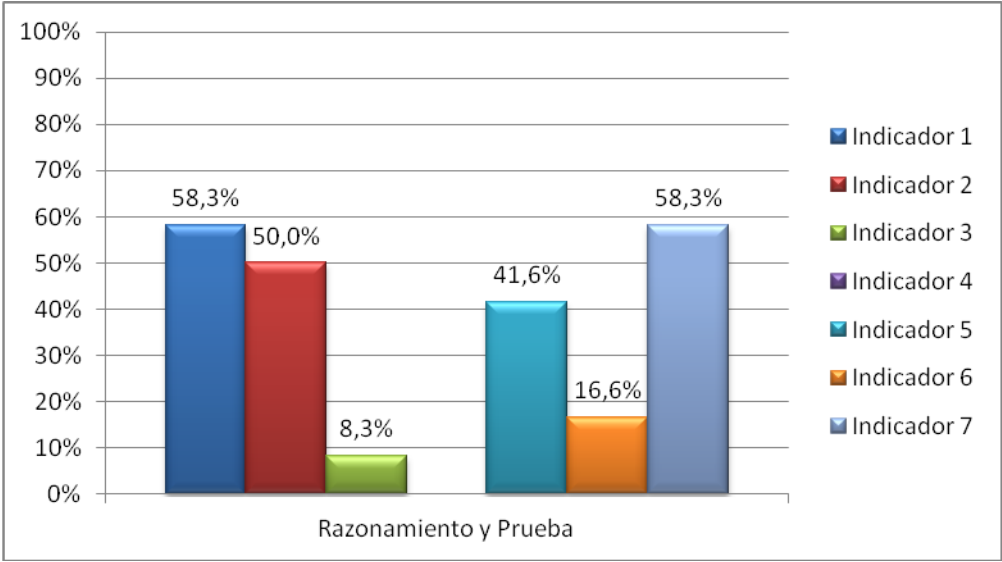


Figura 68. Indicadores Razonamiento y prueba

La Figura 68, muestra que tanto el indicador 1 como el indicador 7 se observaron con la misma frecuencia en los Casos analizados. No se observó el indicador 4 y el indicador que se observó débilmente fue el indicador 3.

4.3.3 Comunicación

Al analizar los registros audiovisuales de los distintos casos estudiados en relación a este proceso matemático, nos encontramos con elementos que consideramos necesario relevar.

En la Tabla y Figura siguiente se muestra lo observado en relación a comunicación.

Tabla 26. Presencia y ausencia de indicador de Comunicación

	Comunicación (indicadores)						
	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	0	0	0	0	0	0	0
Caso 2	0	0	0	0	1	0	0
Caso 3	1	0	1	1	0	0	0
Caso 4	0	0	0	0	0	1	0
Caso 5	0	0	0	0	1	0	1
Caso 6	0	0	1	1	0	1	1
Caso 7	0	1	1	0	0	0	1
Caso 8	0	0	0	0	0	0	1
Caso 9	0	0	0	0	0	1	1
Caso 10	0	1	0	0	0	0	1
Caso 11	0	0	0	0	0	0	0
Caso 12	0	0	0	0	1	1	0

En relación a comunicación y como lo muestran la Tabla 26 y la Figura 70, se observa que en 2 de los casos, es decir, en un 16,6% del total de casos, no se evidencian indicadores, en el caso 1 y en el caso 11, esto evidencia que las maestras de ambos casos no privilegian la comunicación por sobre la entrega de información, tampoco favorecen la interacción con otros para generar aprendizajes, no impulsan la participación de los niños con

un vocabulario matemático más preciso, no invitan a hablar sobre matemáticas, ni tampoco a que los niños se escuchen.

Se evidencia que entre las demás maestras, en un 50%, intervienen mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones (Indicador 7). Sin embargo, se aprecia también que en variadas oportunidades estas maestras no esperan las respuestas de los niños, no construyen desde la comprensión de ellos, preguntan, pero no esperan sus respuestas, luego siguen explicando en forma expositiva y general para todo el grupo. Lo anterior hace pensar que las preguntas se realizan en forma mecánica, sin darle la importancia que ellas tienen.

Además se puede observar que las maestras de la mayoría de los casos, en un 90,1% se centran en que los niños permanezcan en silencio, sin permitirles ningún tipo de comunicación, evitando así la interacción entre pares para compartir propias estrategias y procesos de solución matemática, se observó en un solo caso que ocurría lo contrario (Indicador 7). Se observó en 2 ocasiones, lo que corresponde a un 16,6% del total de casos, que las maestras impulsen a los niños para entregar fundamento de sus acciones (Indicador 4), donde ellos puedan explicar con las propias palabras la razón del procedimiento realizado.

La presencia mínima de indicadores establecida metodológicamente, por el *standard setting*, nos determina que para declarar que el proceso matemático de comunicación está presente en los casos analizados, deben ser observados, al menos 5 indicadores. Entre los casos observados el máximo de indicadores que se evidenciaron fueron 4. Por tal razón, este proceso no se considera presente en la práctica de enseñanza-aprendizaje de las maestras participantes de este estudio.

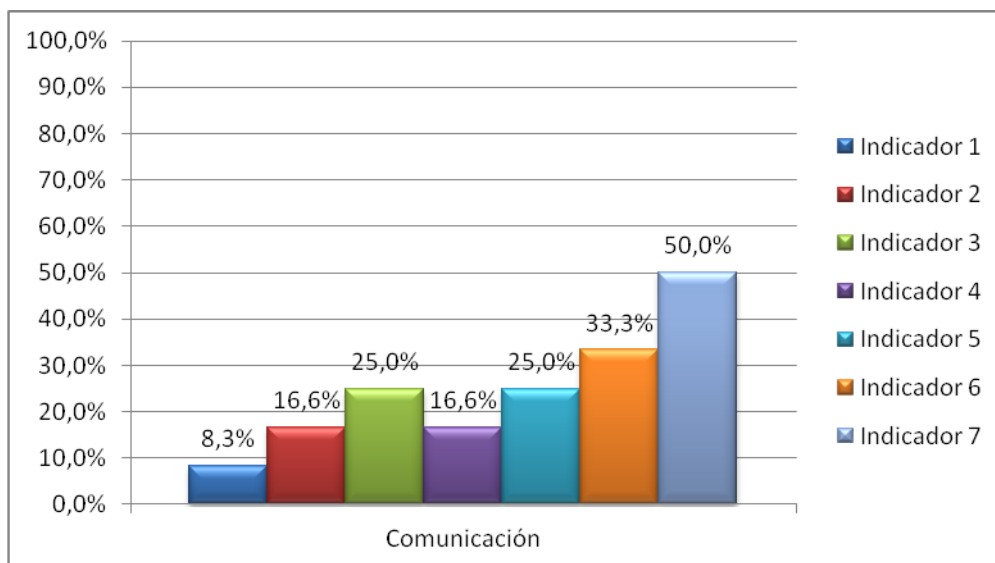


Figura 69. Indicadores Comunicación.

La Figura 69 nos muestra claramente que todos los indicadores de este proceso fueron observados , aunque con distinta frecuencia. En relación a lo que se grafica nos damos cuenta que la comunicación se encuentra bastante ausente en. las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras participantes de este estudio

4.3.4 Conexión

La Tabla 27 y la Figura 71 muestran claramente, los indicadores de conexión que se observaron en la totalidad de casos estudiados.

Tabla 27. Presencia y ausencia de indicadores de Conexión.

Casos	Conexión (indicadores)						
	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	0	0	0	0	0	0	0
Caso 2	0	0	0	0	0	0	0
Caso 3	0	0	0	1	0	1	0
Caso 4	0	1	0	0	0	0	1
Caso 5	1	1	0	0	0	0	0
Caso 6	0	1	0	0	0	0	0
Caso 7	0	0	0	0	0	0	0
Caso 8	0	1	0	0	0	0	1
Caso 9	0	0	0	0	1	0	0
Caso 10	0	0	0	0	0	0	0
Caso 11	0	0	0	0	0	0	0
Caso 12	1	0	0	0	0	0	0

Al analizar la presencia o ausencia de la conexión, como proceso matemático, resalta el hecho que a nivel general se observan pocos indicadores, es el proceso que menor cantidad de indicadores fueron observados. En 5 casos, es decir, en un 41,6%, del total de 12, no se observan indicadores referentes a conexión. Las maestras desarrollan la actividad sin detenerse en las prácticas informales de los niños para así poder avanzar hacia las más formales (Indicador 1), no conectan este contenido matemático con algún otro (Indicador 2). En este mismo sentido, se evidencia nula conexión entre la enseñanza del número con otros ámbitos del quehacer escolar (Indicador 3), específicamente con el contexto musical. La conexión tanto con la expresión artística (Indicador 5) y psicomotricidad (Indicador 6) se observó en un caso únicamente para cada uno. Lo que hace pensar es que estas maestras reducen sus prácticas a un nivel netamente escolar y artificial, propio de la sala de clases, al parecer no amplían hacia otros contenidos matemáticos, ni contextos de la vida cotidiana.

Aunque el indicador de este proceso que fue mayormente observado, fue el que tiene relación con la vinculación con otros contenidos matemáticos, el cual se evidenció solamente en 4 oportunidades, es decir, en un 33,3% del total de los casos.

Con lo recién descrito queda en evidencia que los indicadores de este proceso fueron poco observados en los casos analizados.

Resumiendo podemos decir entonces, que 5 casos, lo que corresponde a un 41,6%, no evidenciaron ningún indicador, en 3 casos, correspondientes al 25%, se pudo observar un solo indicador y en 4 casos, es decir. En un 33,3%, se observaron solamente 2 indicadores.

Lo anterior da cuenta de la distribución de indicadores en los casos observados y de acuerdo al *standard setting*, que determina 5 indicadores como mínimo para establecer que este proceso está presente en algún caso, podemos mencionar que la conexión no se pudo observar en los casos analizados de este estudio.

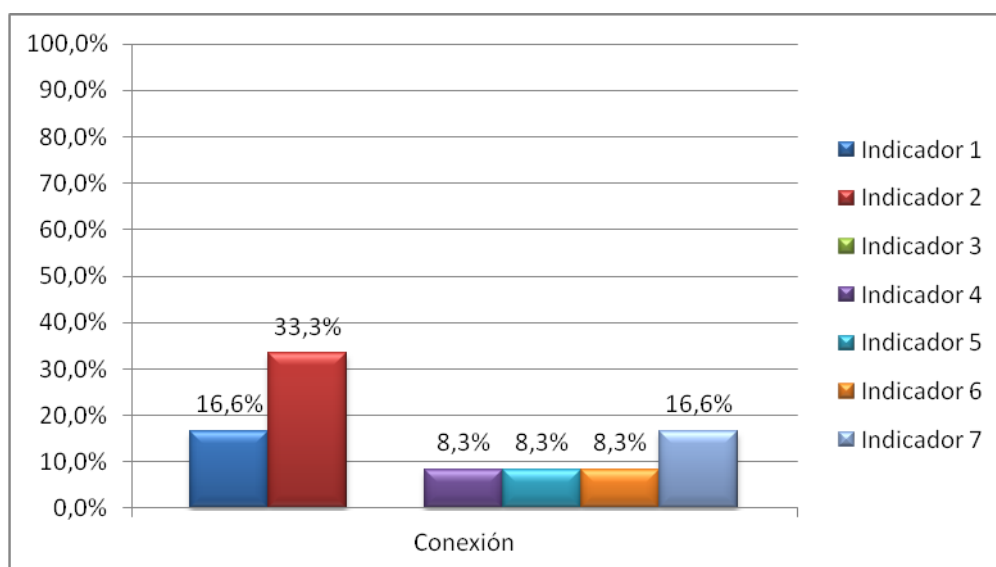


Figura 70. Indicadores Conexión.

En la Tabla anterior, claramente podemos ver que no fue observado el indicador 3, como ya lo describimos anteriormente, igual es necesario relevarlo y mencionar otra vez ,que en este proceso matemático es baja la presencia de indicadores, mostrando una débil presencia.

4.3.5 Representación

Tanto en la Tabla 28 como en la Figura 72 se puede observar la cantidad de indicadores que se observaron del proceso de representación.

Tabla 28. Presencia y ausencia de indicadores de Representación.

Casos	Representación (indicadores)						
	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	0	1	0	0	0	0	0
Caso 2	0	1	0	1	0	0	0
Caso 3	0	0	1	1	0	0	0
Caso 4	0	0	0	0	0	1	0
Caso 5	0	1	0	0	1	0	0
Caso 6	0	0	1	0	0	0	1
Caso 7	0	1	0	0	1	0	0
Caso 8	0	0	0	0	0	0	1
Caso 9	0	0	1	0	0	0	0
Caso 10	0	1	0	1	0	0	1
Caso 11	0	0	0	1	0	0	0
Caso 12	0	0	1	0	0	0	0

Los indicadores que dan cuenta de la representación, como proceso matemático, fueron también poco observados en los casos analizados. Como muestra la Tabla 29, hubo un caso que presentó 3 indicadores, como máximo de todos los casos observados; donde se pudo observar que la maestra trabajó tanto las representaciones concretas (Indicador 2) como simbólicas (Indicador 4), en relación a la noción de número y mostró un trabajo bidireccional en el desarrollo de esta noción (Indicador 7), movilizándose desde lo concreto a lo abstracto y desde lo abstracto a lo concreto.

Se observó total ausencia en los casos que la maestra impulse a que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica (Indicador 1). Además se observó solamente en uno de ellos que la maestra ejemplifica a través de esquemas para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas (Indicador 6). La gran mayoría de los casos mostraron que las maestras hablan, pero sin ningún apoyo

visual, ya sea pictórico o concreto. En dos casos observados se pudo evidenciar la utilización del material manipulable para representar ideas matemáticas (Indicador 5).

Este proceso matemático no se puede considerar presente en alguno de los casos analizados debido a que no cumple lo establecido por el *standard setting*, la mínima cantidad de indicadores observados es 4 para considerar que el proceso está presente, pero solamente uno de los casos evidenció 3 indicadores.

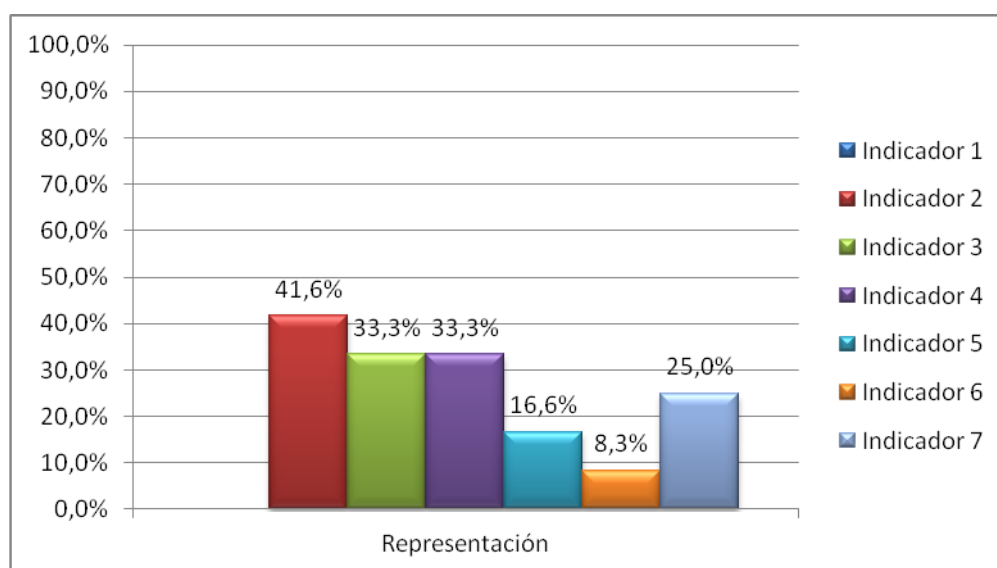


Figura 71. Indicadores Representación

4.4 Frecuencia de indicadores de cada proceso matemáticos por nivel educativo.

Al analizar la presencia de los indicadores de cada proceso en relación al nivel educativo, en cada una de las dependencias de los centros, nos encontramos que algunos de ellos se observan en más de una oportunidad durante la actividad matemática de cada maestra. La siguiente Tabla 29 muestra claramente la cantidad de veces que se observó cada indicador.

Tabla 29. Presencia de los procesos en relación a cada Caso

Casos	Resolución de Problemas							Razonamiento							Comunicación							Conexión							Representación						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Caso 1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0
Caso 2	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0
Caso 3	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
Caso 4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
Caso 5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	2	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0
Caso 6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Caso 7	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
Caso 8	1	0	1	0	1	1	0	1	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Caso 9	0	0	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0
Caso 10	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0
Caso 11	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Caso 12	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0

La Tabla 29 muestra que algunos indicadores estuvieron ausentes (0), otros que se observaron solamente una vez (1), además otros en dos oportunidades (2), algunos tres veces (3) y también otro cuatro veces (4). A continuación se presentan los gráficos para cada uno de los procesos y nivel educativo donde se evidencia lo que sucedió en cada tipo de centro.

Para una mayor comprensión, en cada proceso se presentan los gráficos correspondientes a los niveles educativos, diferenciando, a su vez entre todas las dependencias (público, privado concertado y privado). Entonces se presentan a continuación cuatro gráficos para cada proceso matemático, donde se observa detalladamente la presencia o ausencia de cada uno de sus 7 indicadores y las veces que estos se observaron en la práctica de enseñanza-aprendizaje de las maestras participantes del estudio. Se ha decidido presentarlo aquí, aunque anteriormente, cuando se analizó cada caso por separado también se mencionó las veces que se repitió cada indicador.

4.4.1 Resolución de Problemas

En la Figura 72, se aprecia las veces que se observaron cada uno de los indicadores de este proceso matemático, diferenciando al mismo tiempo, por cada centro educativo.

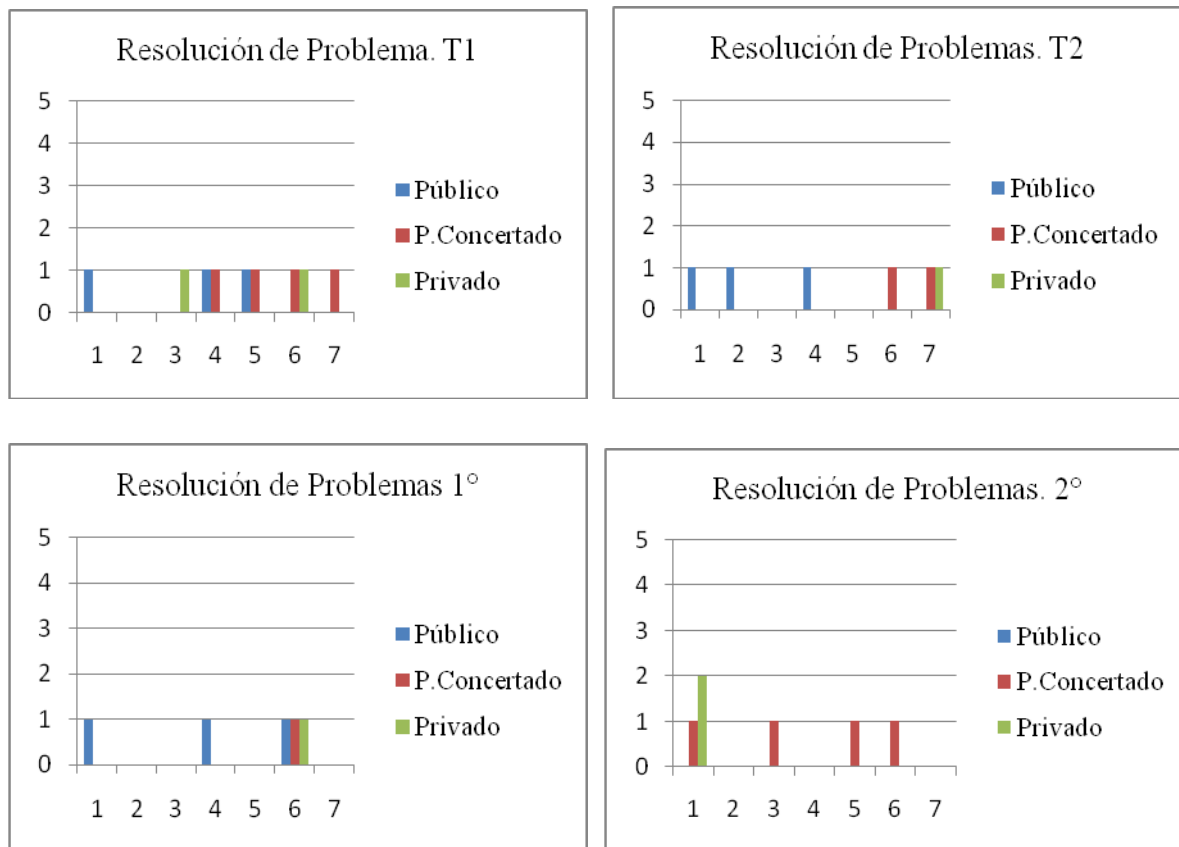


Figura 72. Frecuencia de indicadores en resolución de problemas.

De todos los indicadores de resolución de problemas, el único que se pudo observar, aunque solamente una vez, en todos los cursos de primer nivel de elemental (1°), sin distinción por dependencia del centro, fue el indicador 6. Las tres maestras, plantearon una situación problema con apoyo visual, para complementar la explicación oral.

4.4.2 Razonamiento y Prueba

En la Figura 73, se aprecia las veces que se observaron cada uno de los indicadores de este proceso matemático, diferenciando al mismo tiempo, por cada centro educativo.

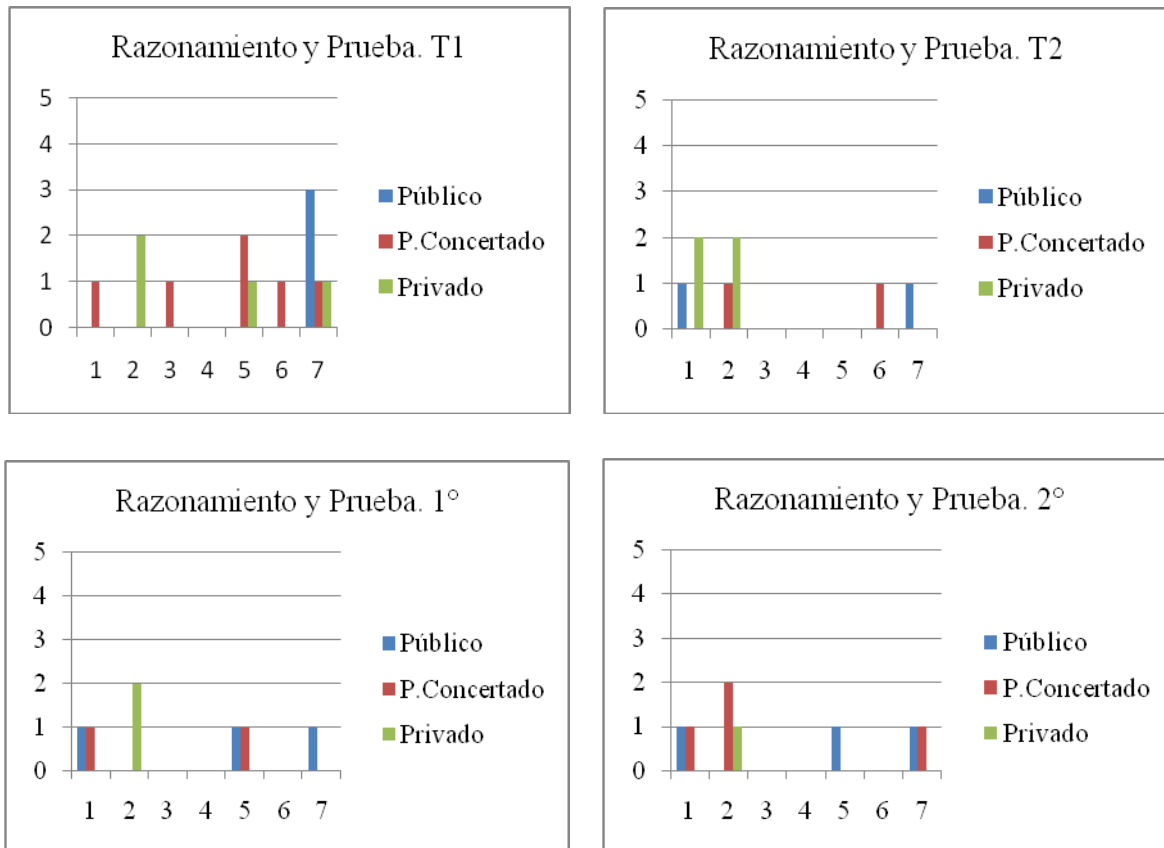


Figura 73. Frecuencia de indicadores en razonamiento y prueba.

Al observar la figura anterior, podemos dar cuenta que el nivel educativo donde se observaron mayor cantidad de indicadores de este proceso matemático fue en el primer nivel de educación infantil. Se observó además, que el indicador 7 apareció con mayor frecuencia, el cual hace referencia a que la maestra permite a los niños que descubran, analicen y propongan.

4.4.3 Comunicación

En la Figura 74, se aprecia las veces que se observaron cada uno de los indicadores de este proceso matemático, diferenciando al mismo tiempo, por cada centro educativo.

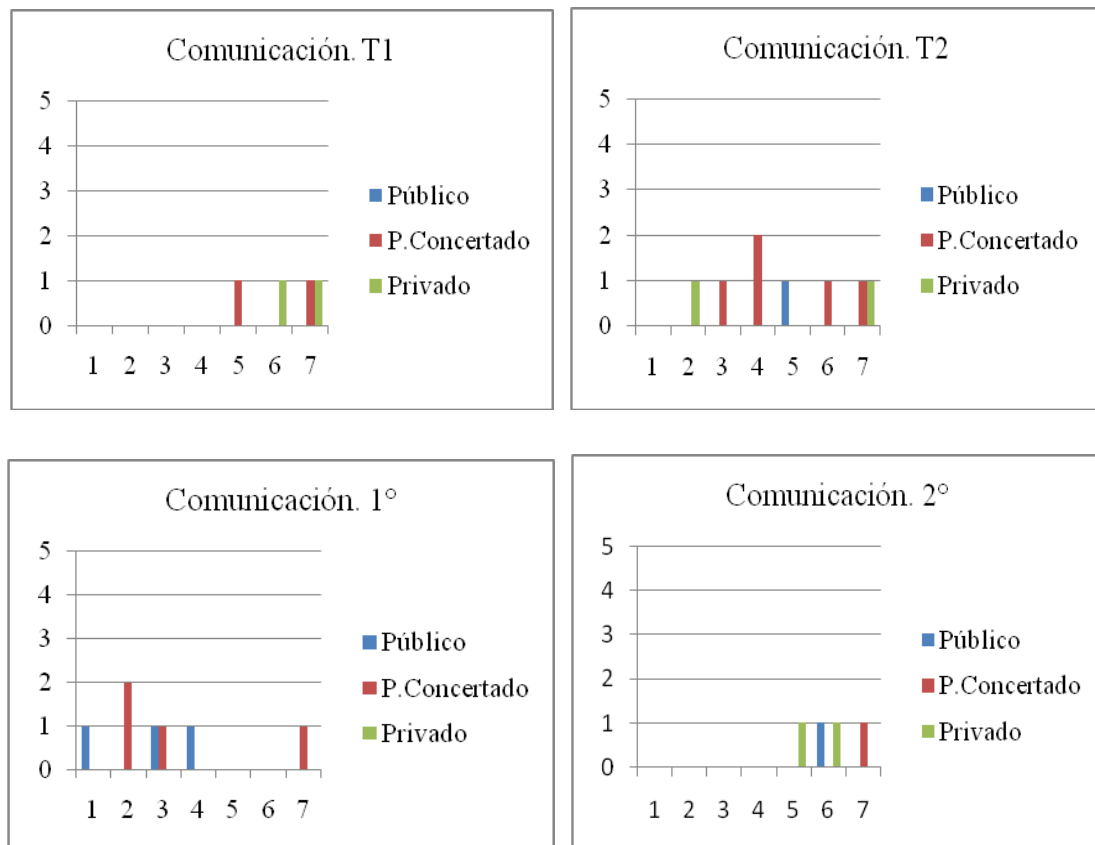


Figura 74. Frecuencia de indicadores en comunicación.

En primera instancia se aprecia que la comunicación se presenta bastante débil en todos los niveles educativos, sin embargo, podemos decir que en el centro privado concertado fue donde se observaron mayores indicadores que dan cuenta de este proceso.

4.4.4 Conexión

En la Figura 75, se aprecia las veces que se observaron cada uno de los indicadores de este proceso matemático, diferenciando al mismo tiempo, por cada centro educativo.

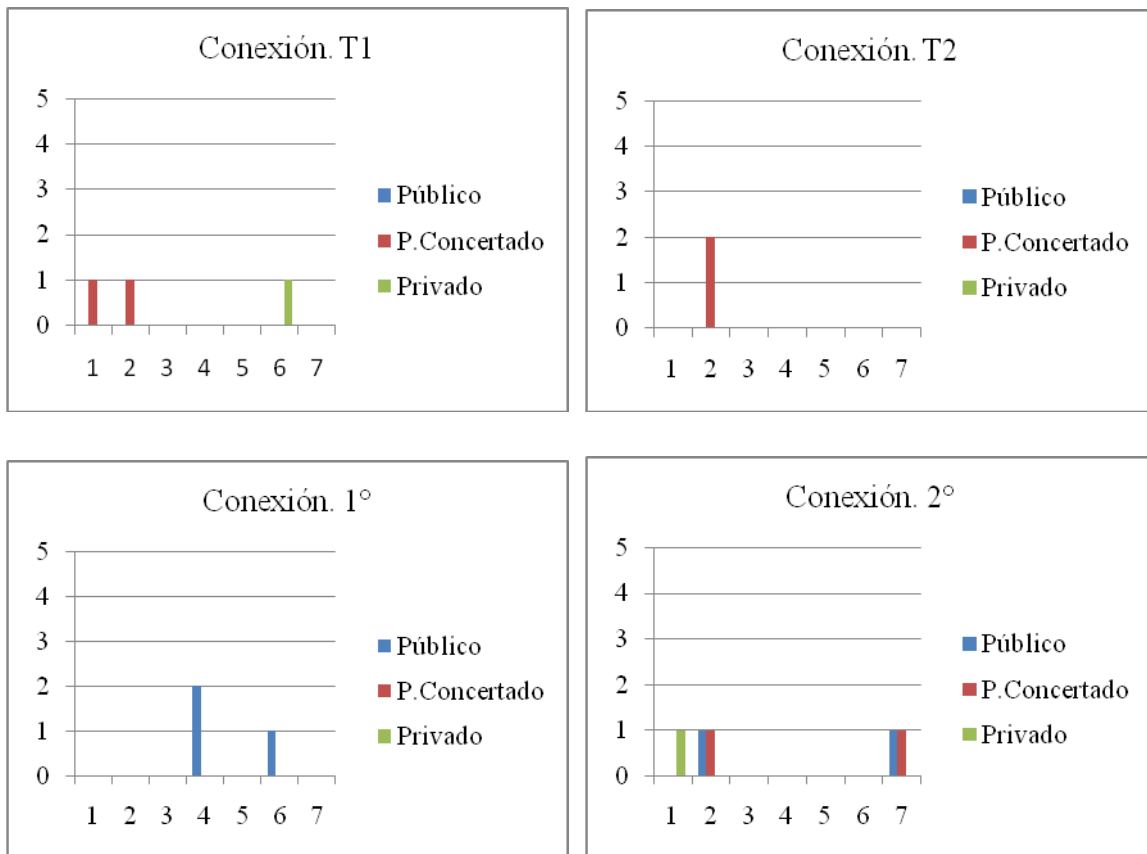


Figura 75. Frecuencia de indicadores de conexión

Los indicadores observados de este proceso han sido escasos, ninguno de ellos ha sido observado en los mismos niveles de las distintas dependencias. Además llama la atención que en el segundo nivel de educación infantil se observa un solo indicador en el centro privado concertado y en el primer nivel de educación elemental se observan dos indicadores en el centro público.

4.4.5 Representación

En la Figura 76, se aprecia las veces que se observaron cada uno de los indicadores de este proceso matemático, diferenciando al mismo tiempo, por cada centro educativo.

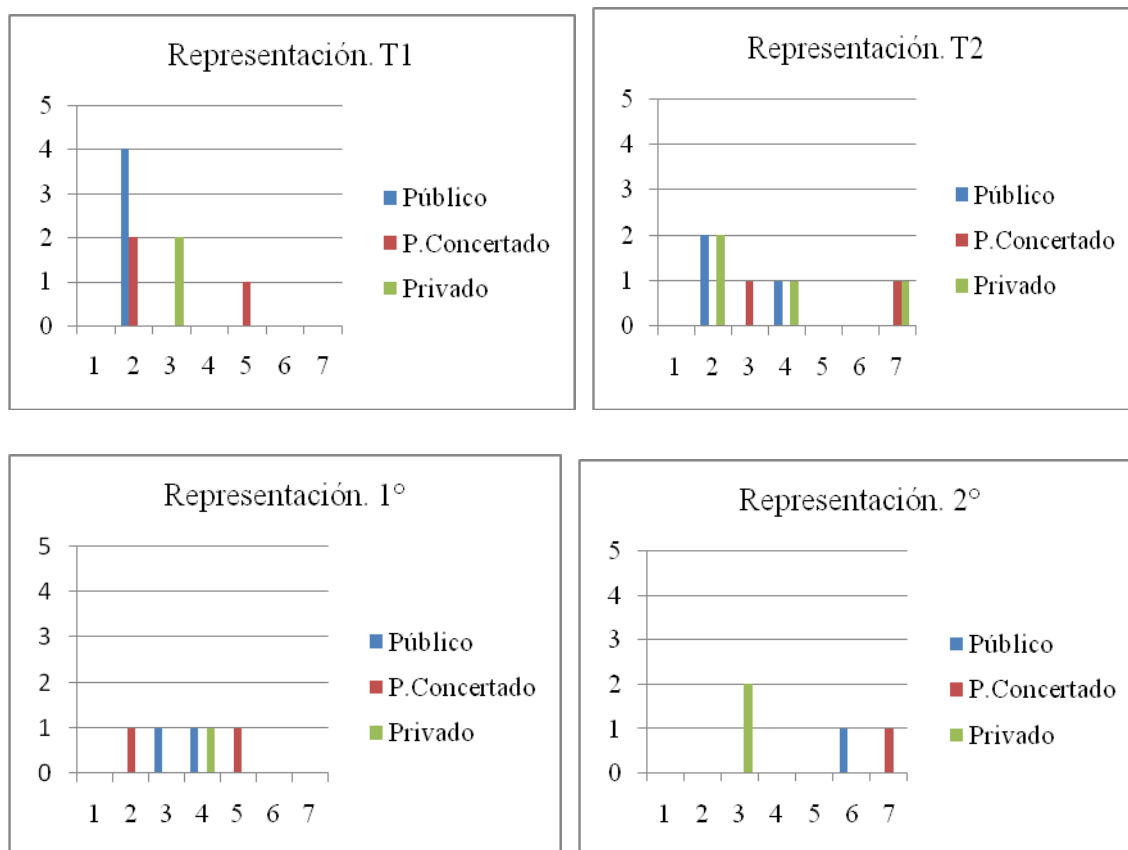


Figura 76. Frecuencia de indicadores en representación.

En relación a la representación se observa que el indicador 1, el cual promueve que la maestra impulse a los niños para que hablen, escuchen y reflexionen se encuentra completamente ausente en todos los casos estudiados. También se agrega el hecho que el indicador 2, el cual tiene relación con el trabajo de la representación concreta de la noción de número, es el que se observa en más de una ocasión, pero no se observa en el segundo nivel de educación elemental.

Al realizar un análisis grueso de los indicadores observados de cada uno de los procesos matemáticos, podemos decir que la mayor presencia de estos indicadores, aparece en los niveles de educación infantil (T1 y T2), también se muestra claramente que el proceso de conexión es el proceso que menos se observa y por el contrario, razonamiento y prueba, se evidencia con la mayor cantidad de indicadores.

También nos parece relevante mencionar que 11 de los 35 indicadores de todos los procesos matemáticos se observaron más de una vez. En resolución de problemas el indicador 1 se observó dos veces, en razonamiento y prueba se observó más de una vez el indicador 1, 2, 5 y 7. En comunicación y conexión se observaron más de una vez los indicadores 2 y 4. Por otro lado, en representación los indicadores 2 y 3 también se observaron más de una vez.

4.5 Presencia de los procesos matemáticos por centro educativo.

Se analiza, de una forma general, la presencia o ausencia de los indicadores que dan cuenta de los procesos matemáticos haciendo la distinción por centro educativo. Primero por los casos correspondientes al centro público, luego al centro privado concertado y posteriormente al centro privado.

4.5.1 Centro Público

La Tabla 30 muestra que los indicadores observados en este centro educativo corresponden, en su mayoría, a los procesos de resolución de problemas, razonamiento y representación; siendo muy pocos los que se observaron de comunicación y conexión.

Mayoritariamente en estos casos se observa indicadores de los procesos de resolución de problemas y de razonamiento y prueba. Se evidencia que las maestras realizan preguntas que generan investigación y exploración, además promueven la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. Permiten que los propios niños descubran, analicen y propongan. Pensamos que es relevante mencionar que este último indicador está presente en todas las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras observadas en este centro educativo.

Tabla 30. Indicadores observados en el Centro Público

Procesos	T1 (caso 1)	T2 (caso 2)	1°(caso 3)	2°(caso 4)	Total
Resolución	3	3	3	0	9
Razonamiento	1	2	3	3	9
Comunicación	0	1	3	1	5
Conexión	0	0	2	2	4
Representación	1	2	2	1	6
Porcentaje	14%	23%	37%	20%	

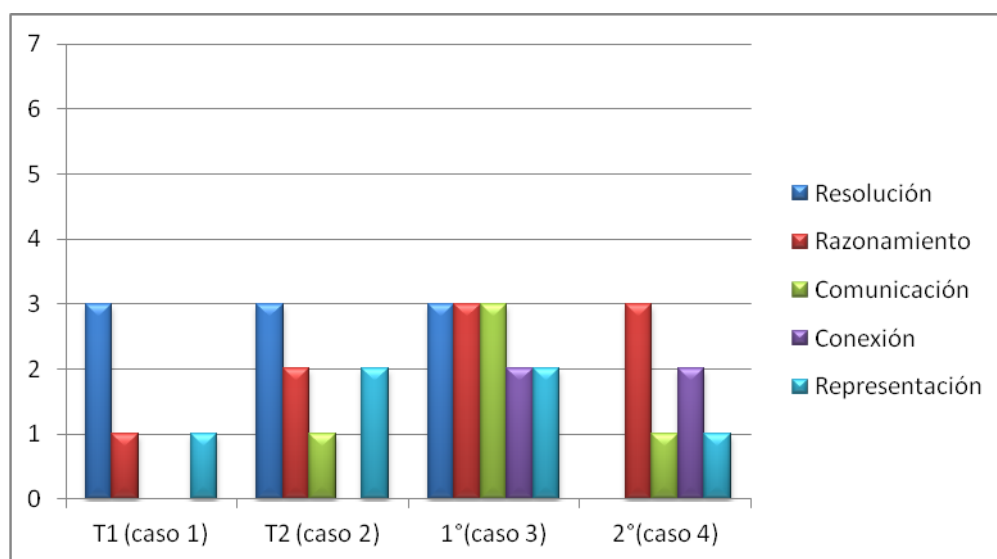


Figura 77. Procesos Centro Público

4.5.2 Centro Privado Concertado

En los distintos niveles de este centro educativo se puede observar, como muestra la Tabla 31, que los indicadores de razonamiento y prueba son los que se evidencian mejor, se constató que las maestras promueven el conteo e impulsan a los niños al razonamiento divergente. En segundo lugar, se observan con énfasis indicadores de resolución de problemas, las maestras plantean situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico), permiten que los niños utilicen material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas.

Tabla 31: Indicadores observados en el Centro Privado Concertado.

Procesos	T1 (caso 5)	T2 (caso 6)	1° (caso 7)	2° (caso 8)
Resolución	4	2	1	4
Razonamiento	5	2	2	3
Comunicación	2	4	3	1
Conexión	2	1	0	2
Representación	2	2	2	1
Porcentaje	42%	31,4%	22,8%	22,8%

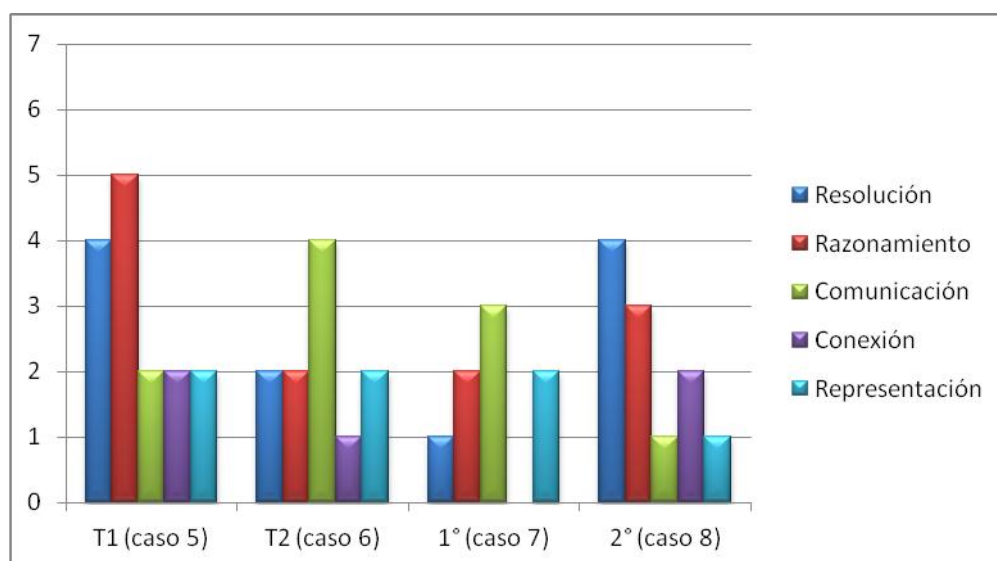


Figura 78. Procesos Centro Privado Concertado

4.5.3 Centro Privado

En la Tabla 32 se presentan las ocasiones que se observaron indicadores de cada proceso matemático en el centro privado. Se puede ver que razonamiento y prueba estuvo presente con mayor fuerza en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra del nivel educativo inferior, de los niños de 4 años. En este sentido pudimos observar que la maestra mostró mayor dinamismo hacia los requerimientos que solicitaba a los niños. Les preguntaba para que ellos se detuvieran, pensaran y manifestaran lo que proponían, sin embargo, se observan solamente 4 de los 7 indicadores de razonamiento.

Tabla 32. Indicadores observados en el Centro Privado.

Procesos	T1 (caso 9)	T2 (caso 10)	1° (caso 11)	2° (caso 12)
Resolución	2	1	1	1
Razonamiento	3	2	1	1
Comunicación	2	2	0	2
Conexión	4	3	1	1
Representación	1	3	1	1
Porcentaje	34,2%	31,4%	11,4%	17,1%

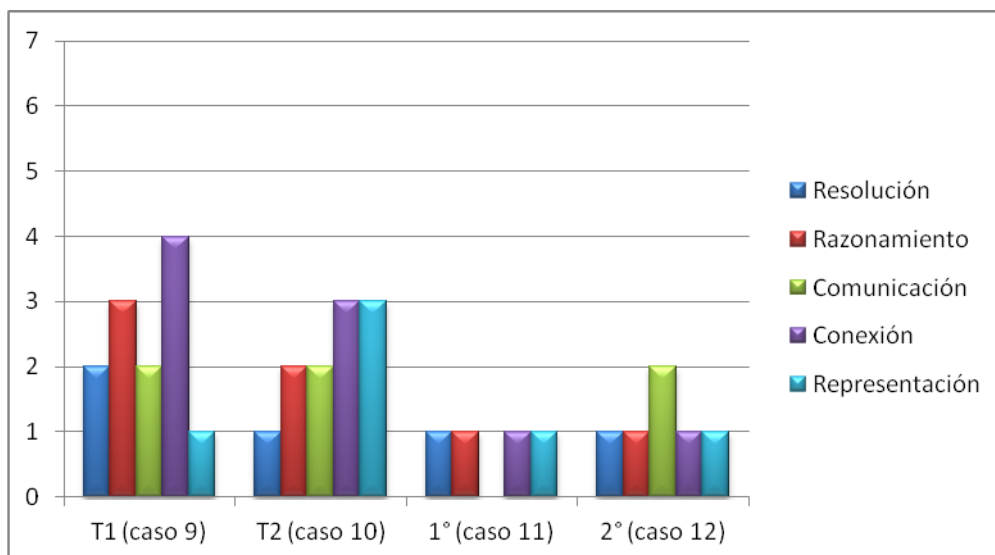


Figura 79. Procesos Centro Privado.

Hemos mostrado los indicadores observados en cada dependencia educativa, tanto en el centro público, en el centro público concertado y en el centro privado y en casi la totalidad de ellos, se pudo observar mayor presencia de indicadores en los niveles iniciales de educación infantil. Excepto en el centro público donde se observó mayor presencia de indicadores, en el primer nivel de educación elemental.

4.6 Análisis de cada proceso matemático en cada nivel educativo

Estimamos importante presentar el análisis de cada proceso matemático en los distintos niveles educativos que se ha desarrollado este estudio. Para lo cual se muestra la frecuencia de indicadores observados de cada proceso en cada uno de los cursos involucrados.

Con el objeto de apoyar la lectura, recordamos que este estudio se ha desarrollado en 4 niveles educativos. En educación infantil desde el más pequeño, nivel de niños con 4 años (T1) y el otro de 5 años (T2). En educación elemental el nivel de 6 años (1°) y el nivel de 7 años (2°).

Para efecto de este análisis en particular, se contabiliza una vez cada indicador, aunque se repita en un mismo caso.

4.6.1 Resolución de Problemas

Se observan indicadores que propician la resolución de problemas en las prácticas de enseñanza de la noción de número de las maestras de los diversos niveles educativos, los cuales impulsan a despejar incógnitas a través de la observación, exploración y comparación para encontrar solución.

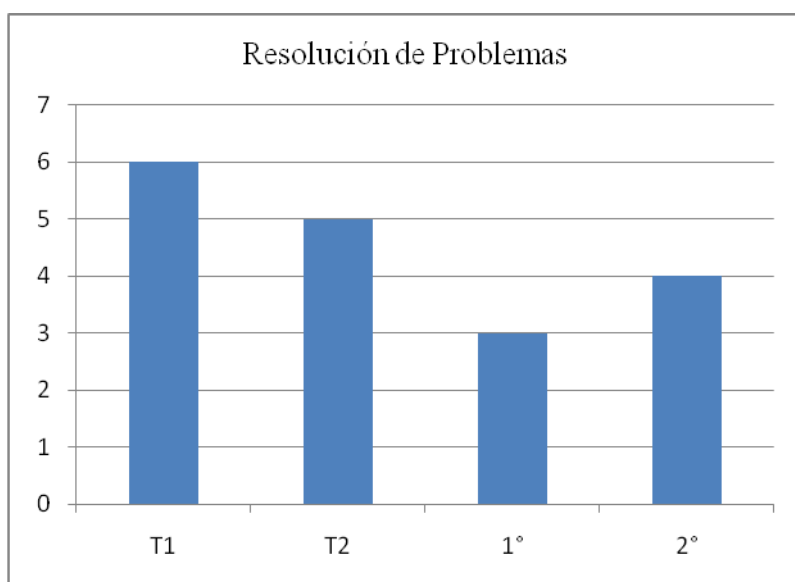


Figura 80. Resolución de Problemas en cada nivel educativo.

La Figura 80 muestra claramente que el proceso de resolución de problemas se observó mayoritariamente en el primer nivel de educación infantil de los diferentes centros donde se desarrolló el estudio. De los 7 indicadores de este proceso, el máximo observado corresponde a las prácticas de enseñanza aprendizaje de las maestras del primer nivel de educación infantil. No obstante aquello, no se puede decir que este proceso se encuentra presente en este primer nivel, puesto que no responde al 70% mínimo indicado por el juicio de expertos.

En este mismo sentido, se evidencia claramente que existe una mayor presencia de indicadores en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras de educación infantil que en las de educación elemental.

En ambos niveles de educación elemental se observó menor cantidad de indicadores correspondientes a este proceso matemático.

4.6.2 Razonamiento y Prueba

El proceso matemático de razonamiento y prueba se observa a través de los indicadores que evidencian que la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra invita a los niños a dialogar, hacer conjeturas, a descubrir, analizar y proponer. Entregando retroalimentación e impulsando el razonamiento divergente.

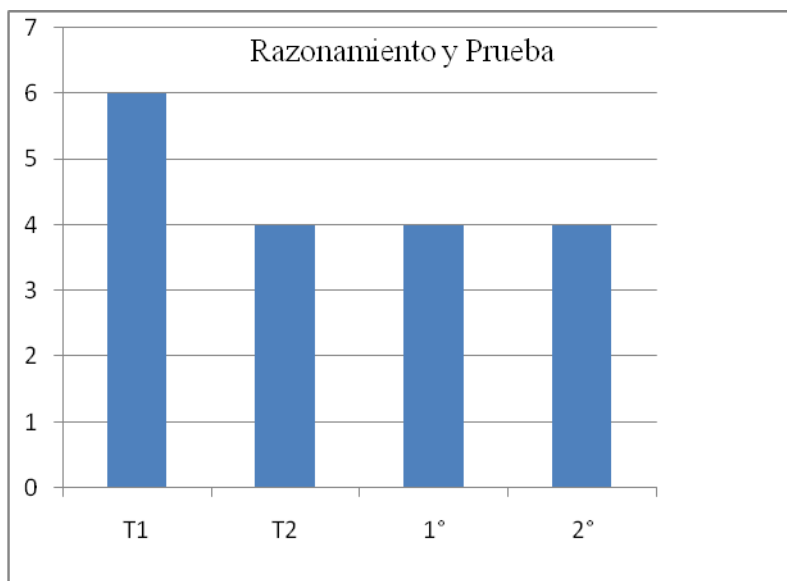


Figura 81. Razonamiento y Prueba en cada nivel educativo.

La Figura 81 muestra claramente que se encontró mayor presencia de indicadores que dan cuenta del proceso razonamiento y Prueba en el primer nivel de educación infantil, aunque esta mayor presencia de indicadores es insuficiente para considerar que este proceso está presente en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras de este nivel educativo. Con esto solamente podemos mostrar que se observó más en T1 y que en los demás niveles no se observa diferencia puesto que se observaron igual número de indicadores.

4.6.3 Comunicación

Se observan algunos indicadores, que constituyen un porcentaje que evidencia que las maestras promueven la expresión oral entre los niños para que expliquen sus estrategias e intercambien ideas matemáticas. Impulsa a que dialoguen e intercambien propias opiniones participando activamente de las actividades.

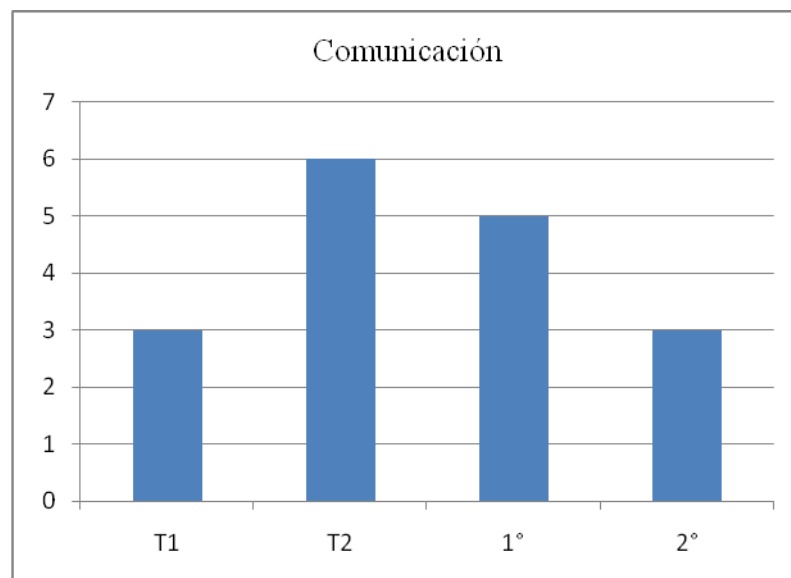


Figura 82. Comunicación en cada nivel educativo.

En comunicación, en cambio, se observa algo distinto, la Figura 82 nos muestra que la mayor cantidad de indicadores de este proceso matemático se encuentra en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras del segundo nivel de educación infantil. Sin embargo, dichos indicadores son insuficientes para declarar el proceso de comunicación como presente.

4.6.4 Conexión

En relación a este proceso matemático se observa el porcentaje de los indicadores que evidencian que las maestras de los diversos niveles educativos relacionan el contenido matemático con la vida, experiencias previas de los niños y los diversos contextos que los rodean.

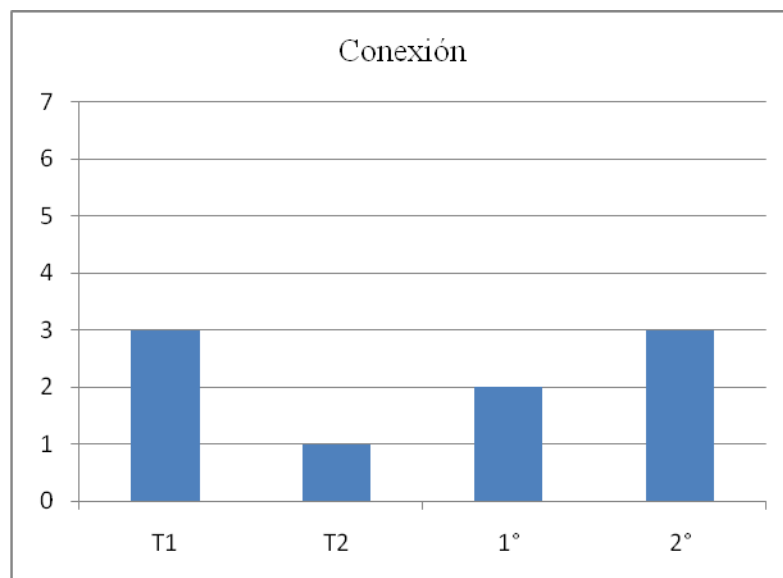


Figura 83. Conexión en cada nivel educativo.

La Figura 83 nos muestra que a diferencia de los procesos anteriores, la mayor cantidad de indicadores de conexión se evidenciaron en el segundo nivel de educación elemental. Pero junto a eso, se destaca el hecho que fueron observados en menor cantidad que los demás procesos matemáticos.

4.6.5 Representación

En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras se observan indicadores relacionados tanto con la representación concreta, pictórica como simbólica. Se evidencia la presencia de estos en cada uno de los niveles educativos.

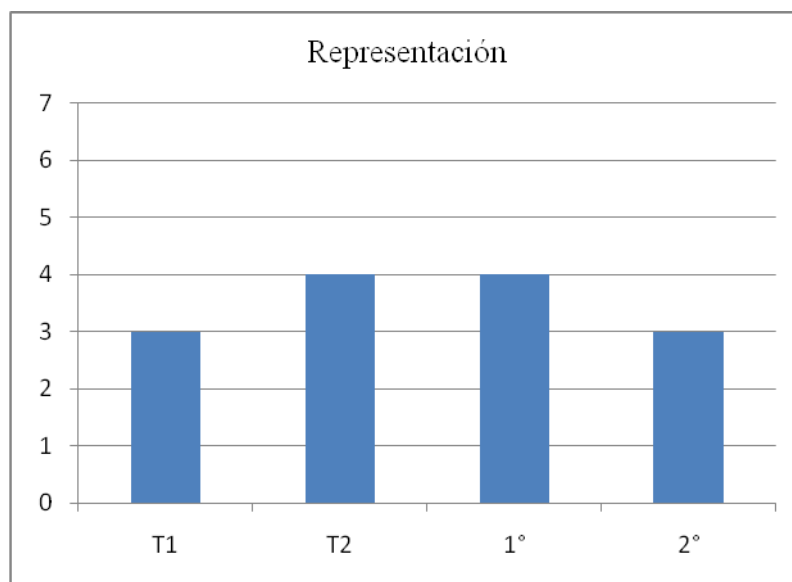


Figura 84. Representación en cada nivel educativo.

La Figura 84 muestra que la representación se observa con cantidad de indicadores bastante homogénea en los distintos niveles educativos. Aunque con leve aumento en el segundo nivel de educación infantil y el primer nivel de educación elemental.

4.7 Análisis de cada proceso matemático en los centros educativos.

También consideramos relevante poder analizar el comportamiento de cada proceso matemático en los diversos centros donde se desarrolla este estudio. Para ello se muestra el porcentaje de indicadores observados en todos los niveles educativos de cada uno de los centros.

Para facilitar la lectura, recordamos que en total son 3 centros, con 4 niveles educativos cada uno de ellos.

4.7.1 Resolución de problemas

A través de este proceso matemático se tiene la oportunidad de construir nuevo conocimiento al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. A continuación se presenta cómo se observó la resolución de problemas en los distintos casos estudiados.

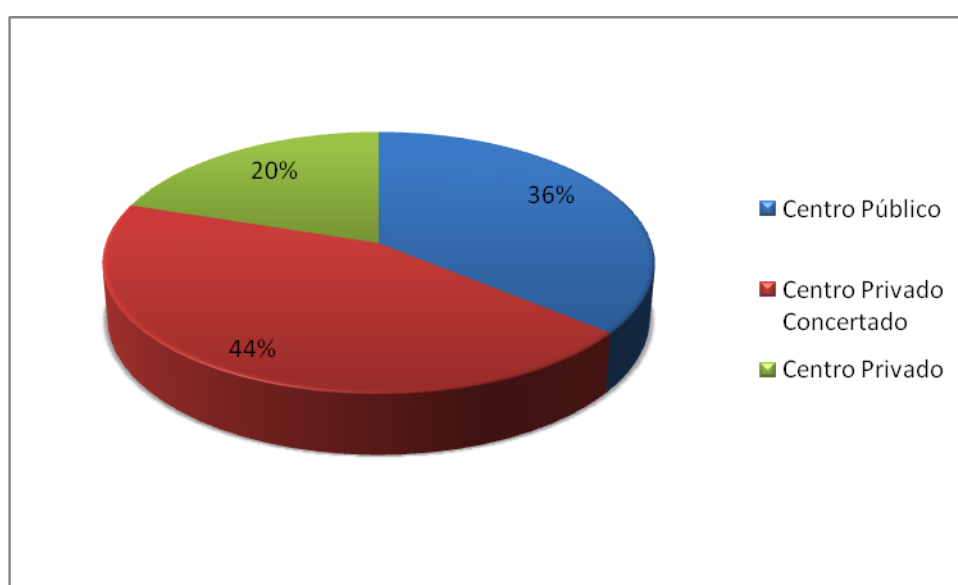


Figura 85. Resolución de Problemas por dependencia.

Del total de indicadores observados, se puede plantear que las maestras del centro Privado Concertado son las que presentan un mayor porcentaje (44%) de indicadores de resolución de problemas, luego las del Centro Público (36%) y finalmente las del Centro Privado (20%).

4.7.2 Razonamiento y Prueba

Este proceso matemático permite tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar

argumentos y prueba. Se presenta a continuación la distribución de los indicadores observados de este proceso, en las distintas dependencias de los centros educativos.

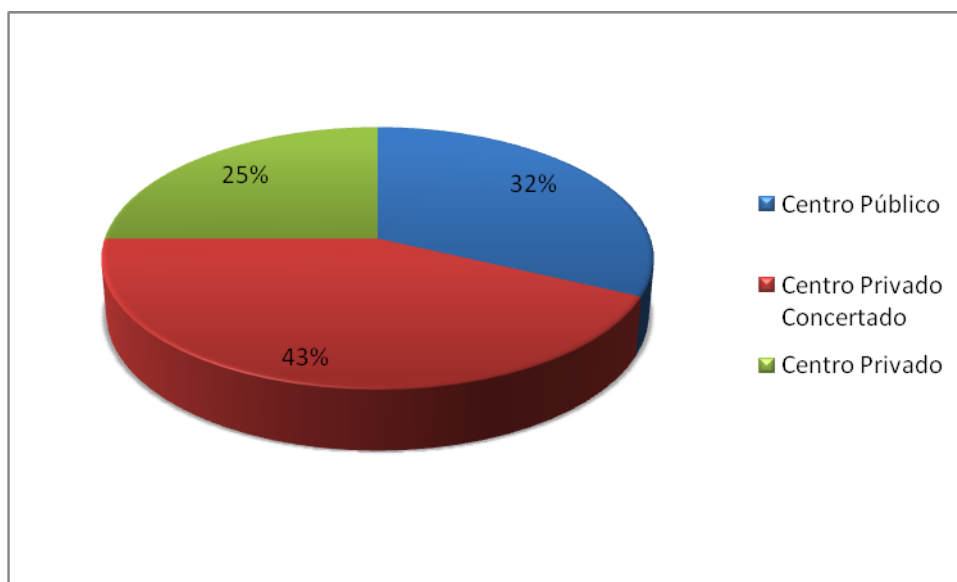


Figura 86. Razonamiento y prueba por dependencia.

Se puede plantear que de la totalidad de indicadores referentes a los procesos matemáticos, las maestras del centro Privado Concertado son las que presentan un mayor porcentaje (43%) de indicadores de razonamiento y prueba, luego las del Centro Público (32%) y finalmente las del Centro Privado (25%).

4.7.3 Comunicación

La comunicación promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. A continuación se muestra el porcentaje que evidenció la presencia de este proceso en todos los tipos de centros educativos participantes de este estudio.

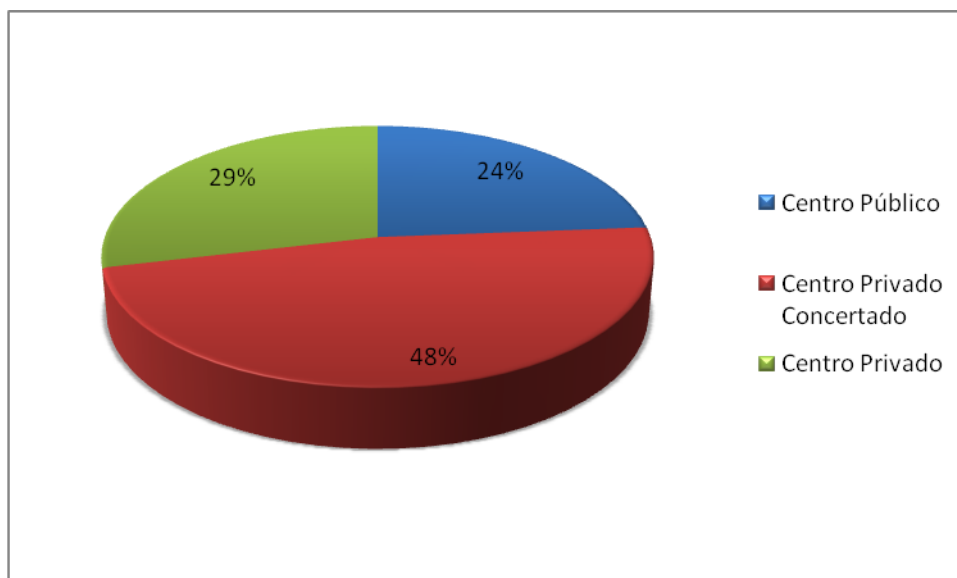


Figura 87. Comunicación por dependencia.

La Figura 87 nos muestra que las maestras del Centro Privado Concertado evidenciaron un mayor porcentaje (48%) de presencia de indicadores de Comunicación. Las siguen en frecuencia de uso las maestras del Centro Privado (29%) y finalmente las maestras del Centro Público (24%).

4.7.4 Conexión

Este proceso permite reconocer y realizar conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además conexiones entre las matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana. A continuación se muestra el porcentaje de indicadores observados en relación a este proceso.

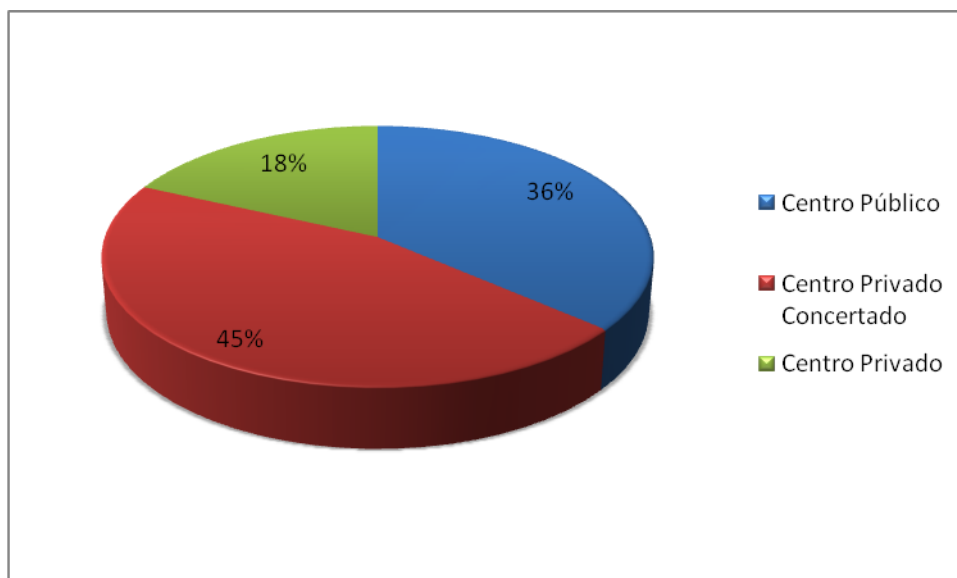


Figura 88. Conexión por dependencia.

La Figura 88 nos muestra claramente la presencia de los indicadores de conexión en las distintas dependencias de los Centros. Es así como podemos apreciar que en el Centro Privado Concertado se observa el mayor porcentaje de indicadores (45%), en el Centro Público se evidenció un 36% y en el Centro privado un 18%.

4.7.5 Representación

La representación corresponde a las diversas formas de representar las ideas matemáticas, lo cual puede ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. A continuación se muestra el porcentaje en que se observaron indicadores correspondientes a este proceso.

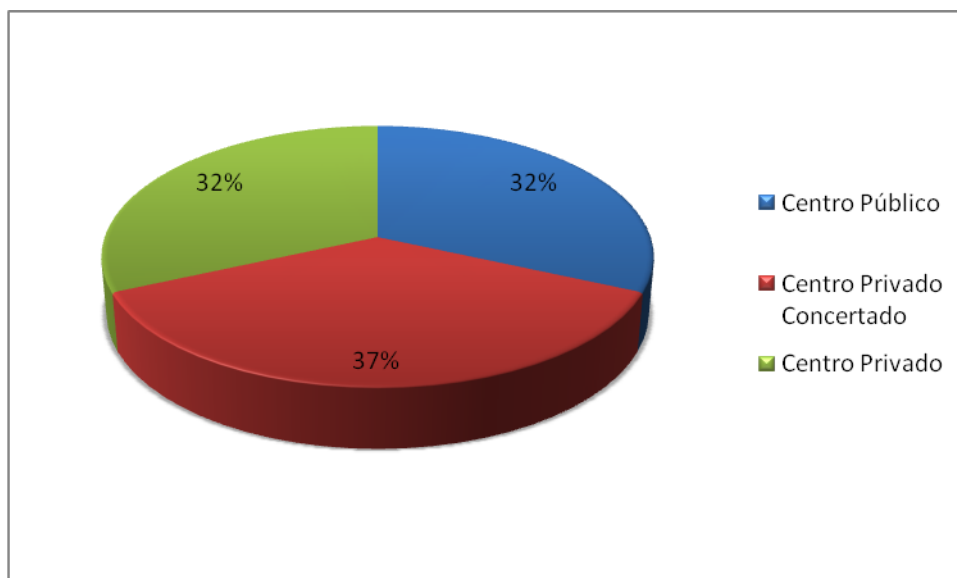


Figura 89. Representación por dependencia.

La Representación se observó con un 37% de los indicadores en el Centro Privado Concertado, luego se observaron en igualdad de uso (32%) en el Centro Público y el Centro Privado.

Finalmente podemos reiterar que, en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras del centro privado concertado participantes en este estudio, se observaron la mayor cantidad de indicadores de los procesos matemáticos, en un 32,14%. Sin embargo, es necesario relevar también que al mirar el comportamiento global de los registros realizados, se distingue que tanto en el centro privado concertado, como en el centro privado, se observa mayor presencia de los indicadores de los procesos matemáticos en educación infantil, en un 31,14% y un 24,28% vs un 27,14% y un 12,85% respectivamente. Solamente en el centro público se presenta en un porcentaje mayor los indicadores de procesos matemáticos en los niveles de educación elemental, se observa en un 28,57% en este nivel, y en educación infantil solamente en un 18,57%.

CAPÍTULO 5

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1 Presentación

Desde hace muchos años, más de 20, me he cuestionado lo que sucede en aula en las prácticas de enseñanza aprendizaje en los diversos ámbitos de la educación infantil y primeros niveles de la educación elemental. Y no lo planteo como una crítica hacia los demás, hacia los maestros que hacen tal o cual cosa, sino más bien una crítica a mi propia práctica pedagógica con niños de las primeras edades y últimamente un cuestionamiento a la formación inicial docente de maestros para los primeros niveles educativos, espacio en el cual me desenvuelvo en la actualidad.

He tratado de centrar mi mirada en este proceso de enseñanza-aprendizaje que, por un lado, incluye lo que es capaz de generar el maestro, como por el otro abarca también, todo lo que logra aprender el niño que tenemos delante. Más aún, en educación matemática, que es la línea de mayor desarrollo en mi campo profesional y en la cual he centrado mi formación permanente.

Con esta motivación personal y responsabilidad frente a la sociedad que formo parte, creo que se justifica plenamente poder aportar desde lo que se ha observado en las aulas de este estudio. Aportar hoy, específicamente como maestra de futuros maestros, y al compartir con la comunidad científica lo que hemos observado.

Con este estudio se ha querido dar respuesta a la pregunta de investigación:

¿De qué manera están presentes los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de los maestros entre 4 y 8 años?

Se buscó ir a la realidad investigada, para observar la forma en que están presente los procesos matemáticos desde los niveles de 4 a 8 años en centros educativos de las dependencias existentes.

5.2 Discusión sobre el problema de investigación

Realizamos un estudio interpretativo de casos múltiples, con 12 maestras de niños entre 4 y 8 años; quienes desarrollan su ejercicio profesional desde el primer nivel de educación infantil, hasta el segundo nivel de educación elemental de centros educativos de las distintas dependencias existentes: público, privado concertado y privado.

Cada caso fue filmado en cuatro oportunidades, durante las actividades matemáticas pero solamente se consideró la última grabación para cada uno, en la que se observó mayor naturalidad tanto de niños como de las maestras. Mientras las clases transcurrían normalmente, la investigadora realizó los registros audiovisuales, evitando la interrupción.

La elaboración de una pauta validada para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras de estos niveles educativos nos permitió registrar y analizar las grabaciones. Junto a esto, también el análisis de las entrevistas realizadas a las maestras posibilita abordar la interrogante de investigación.

Nos preguntamos de qué manera están presentes los procesos matemáticos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión y representación) en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número de los maestros de niños entre 4 y 8 años.

El análisis de casos nos ha permitido observar e interpretar profundamente lo que sucede con cada una de ellas en relación a la presencia de indicadores de cada proceso en relación a la enseñanza-aprendizaje de la noción de número.

Al retomar los fundamentos teóricos para el logro de la noción de número que guían esta investigación, en primera instancia acogemos lo que plantea Baroody (1998), Fuson (1988), Bermejo (1990); quienes se inclinan por el modelo de integración de habilidades, un modelo integral que se complementa tanto en la enseñanza de las operaciones lógicas como de las habilidades numéricas. Siguiendo el planteamiento de estos autores, y de la propuesta

por el NCTM, a través de la pauta de evaluación, se analizaron los registros audiovisuales para observar la presencia o ausencia de indicadores para cada proceso matemático.

Considerando además, la importancia que le otorgan al conteo y a la enumeración en las primeras edades, llama profundamente la atención que esto no se haya observado con la suficiente frecuencia. De acuerdo al NCTM, que afirma que una de las maneras de asegurar el sentido numérico en los niños es a través de la acción de contar, parece contradictorio al constatar que en aula de estos casos estudiados se observa algo muy distinto. Hubo escasa constatación del conteo y enumeración en las actividades matemáticas, como también del refuerzo de las operaciones lógicas. Más bien se observó en forma repetida y reiterada actividades motrices para trazar numerales en fichas, cuadernos o libros.

Con lo anterior, nos hace pensar que las actividades matemáticas observadas en los casos participantes de este estudio no van en directo apoyo para que los niños sean competentes para desenvolverse en el mundo actual. Martínez (2008), plantea como una necesidad actual revisar lo que sucede en las aulas y así poder verificar si éstas hacen al niño competente para desenvolverse adecuadamente en el entorno.

Por otro lado, tomando en cuenta a Rowan (1999), en relación a la importancia del uso de experiencias concretas para ir apoyando la actividad mental y a Edo (1998), quien enfatiza la prioridad que se le debe dar al juego, sin relegarlo a un espacio de segunda categoría ya que es en él donde se logran aprendizajes profundos.

Nos genera confusión el hecho que no se evidencian estos importantes aportes en lo que sucede actualmente en las aulas de los 12 casos del estudio. La razón es difusa, al parecer las maestras sobreponen ante cualquier cosa el hecho que en aula exista silencio, orden, pasividad y uniformidad. Cualquier esbozo de dinamismo, diálogo, actividad o diversidad se corrige rápidamente y se refuerza para que “el caos” vuelva a la “normalidad”.

El NCTM (2000) plantea enfáticamente que los niños de las primeras edades necesitan experiencias enriquecedoras para internalizar la comprensión conceptual de la

matemática con la debida mediación del adulto a cargo. Pues bien, ¿qué nos hemos encontrado al respecto?, en la mayoría de los casos nos hemos encontrado experiencias con bastantes debilidades conceptuales, actividades que se centran en contestar una guía o un ejercicio, pero que no se vincula con la vida, ni tampoco con los conocimientos matemáticos que el niño debe ir descubriendo. Dichas actividades, en su mayoría no generan aprendizajes de calidad, sino que por el contrario, se centran en la acción a desarrollar, pero no en generar los aprendizajes necesarios al nivel educativo ni tampoco para los retos que requiere solución en la vida cotidiana.

Otro punto que nos llama profundamente la atención es lo que se relaciona con lo que plantea Baroody (1994). El aprendizaje informal, como lo que ya traen consigo los niños, al ingresar a la educación formal, posee gran valor para el logro de la comprensión de las matemáticas escolares; él se refiere a esto con claridad, pero al parecer algunas de las maestras lo olvidan en la práctica ya que las actividades aparecen como un elemento artificial, sin relación alguna a los niños, su contexto y su vida.

Junto a esto nos hace reflexionar además el planteamiento de Darling-Hammond (2005), quien se refiere a la necesidad que los maestros profundicen su conocimiento tanto en el desarrollo psicológico de los estudiantes, como también en el conocimiento disciplinar de lo que ellos deben aprender. Y lo que observamos, al parecer, se distancia de este punto, basándonos en lo que propone Fuson (1988) que en estas edades los niños deben enfrentarse a diversas experiencias de conteo, también tomando en cuenta lo que plantea Canals (2001) el conocimiento del número se genera, en primer lugar, con la manipulación de materiales para contar y poder llegar a las primeras estrategias de cálculo y razonamiento mental.

Reiteramos lo que mencionábamos al comienzo de este estudio, algo pasa, desde los lineamientos curriculares, a lo que sucede en aula, si bien está incluido de alguna manera lo que se sugiere a nivel de Estado y organismos internacionales, se observa una incoherencia para satisfacer los requerimientos de aprendizaje de las primeras edades.

No queremos dejar pasar por alto lo que se presenta en la declaración conjunta entre la Asociación Nacional para la Educación de niños pequeños (NAEYC) y el Consejo de

Maestros de Matemáticas (NCTM), (2002). En esta declaración se refieren enfáticamente a la importancia que en las primeras edades se invite a los niños a explorar su entorno, comparando cantidades, encontrando patrones a través de una acción natural y lúdica, pero una vez más, en este estudio no se observó lo suficiente en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras.

Para dar una mayor precisión de los resultados observados en cuanto a la presencia de los procesos matemáticos encontrados en este estudio se abordará cada uno de estos procesos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexión y representación), a través de los indicadores observados y los aportes entregados por la literatura que subyace a esta tesis doctoral.

En resolución de problemas, nos encontramos que las maestras involucradas en este estudio no utilizan, en forma suficiente, preguntas abiertas para que los niños se movilicen y entusiasmen por encontrar las soluciones para las situaciones problemáticas planteadas. Tampoco, en sus prácticas de enseñanza-aprendizaje vincularon la resolución de problemas con situaciones de la vida cotidiana de los niños y utilizaron escasamente material concreto manipulable. Más aún, vinculándolo con lo que menciona Bruner, (2001) en relación al rol de los maestros, el cual se debería basar en proporcionar situaciones problemáticas relevantes, que estimulen a los niños a descubrir por sí mismos a nivel conceptual, como de relaciones y procedimientos.

Alsina (2010), plantea claramente la importancia de utilizar contextos lo más familiares posibles, que promuevan la observación y el análisis de los elementos matemáticos que lo rodean, la matematización del entorno y las vivencias con el propio cuerpo, entendiendo por esto, la importancia de iniciar el trabajo, desde lo más cercano, a lo más lejano a los niños.

Sin embargo,, pudimos constatar que las prácticas de enseñanza de las maestras participantes de este estudio, no se contextualizan a la vida cotidiana, no promueven la resolución de problemas a través de diversas estrategias de soluciones y además, no contemplan material concreto para generar mayor comprensión, sino que por el contrario, las

actividades se restringen a un nivel pictórico y simbólico, bastante alejado a las necesidades de los niños entre 4 y 8 años.

Reeuwijk (1997) manifiesta claramente que la falta de contextualización puede generar disminución de interés y motivación en los niños, entorpeciendo la comprensión. De acuerdo a su planteamiento, consideramos que es de suma importancia tener presente que se deben desarrollar actividades que posean sentido para los niños, que puedan relacionar con su propia vida y contexto donde se desenvuelven.

Por otro lado, y en relación a la presencia de los indicadores en resolución de problemas, como proceso matemático, de acuerdo a Canals (2001), el conocimiento de los números, responde en primer lugar a la utilización de material concreto para profundizar en la noción de cantidad y conteo, lo cual se observó muy poco en los registros de las actividades matemáticas realizadas, la mayoría de las actividades fueron desarrolladas a un nivel de mayor abstracción simbólica.

En cuanto al proceso matemático de razonamiento y prueba, nos encontramos que las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras de todos los casos involucrados en este estudio poseían grandes debilidades, por un lado, en promover la comprobación de conjeturas de la vida cotidiana, para formular preguntas para que los niños desarrollaran y evaluaran argumentos y pruebas. Por otro lado, se observó en escasa ocasión que las maestras retroalimentaran la diversidad de razonamiento en los niños. Es así como plantea el NCTM (2000), la importancia de insistir en las experiencias de conteo ya que proporciona una base sólida para las futuras experiencias de operatoria matemáticas.

En el mismo sentido, para promover el razonamiento matemático y el conteo, especialmente en esta etapa, y de acuerdo a lo planteado por Fuson (1988), es de crucial importancia para el logro de la noción de número que los niños tengan variadas oportunidades para contar elementos, sin embargo, en los casos analizados en este estudio, no fue observado en forma relevante. Las maestras no evidenciaron especial protagonismo en impulsar comprobación de propias ideas de la vida cotidiana ni tampoco se observó que formularan preguntas para confrontar argumentos.

En relación a Comunicación, muy por el contrario de lo que plantean Kamii (1995), Copley (2000) & Edo (2005), en las actividades de matemáticas se evidenció preferentemente un ambiente silencioso, con ausencia total de intercambio de ideas matemáticas, sin interacción entre los niños donde puedan utilizar un vocabulario matemático cada vez más preciso. Además se observó mayoritariamente, por parte de las maestras, una entrega de información, en lugar de una real comunicación en el ámbito de las matemáticas. Los autores antes mencionados reconocen que la interacción (niño-niño), que debe estar presente en las actividades matemáticas, es uno de los pilares fundamentales para generar aprendizajes matemáticos profundos. Mencionan que si los niños son capaces de explicar sus estrategias o su razonamiento para dar solución a los diversos problemas, serán capaces también de encontrar soluciones creativas y divergentes. En la misma línea, no podemos dejar de lado lo que se plantea en la Declaración de posición de la Asociación Australiana, donde se manifiesta en forma clara y enérgica la necesidad que los maestros propicien la interacción y comunicación entre pares para enriquecer la manipulación de elementos concretos, en espacios y tiempos adecuados para generar el desarrollo de ideas matemáticas.

Lamentablemente, lo que se pudo observar en las actividades matemáticas involucradas en este estudio, fue que las maestras propiciaban justamente lo contrario, el silencio absoluto y el trabajo individual, sin dar oportunidad de intercambio entre pares. Frecuentemente corregían llamándoles la atención para que se callaran, para que mantuvieran silencio y para que no comentaran nada con sus pares. Aunque en ocasiones se observó trabajos grupales, no existieron interacciones focalizadas a la tarea, sino que por el contrario, físicamente estaban distribuidos en grupos, pero siguió siendo un trabajo individual y silencioso.

En relación a conexión se pudo observar que las maestras desvinculan sus prácticas de enseñanza-aprendizaje de otros contenidos matemáticos o de otros contextos infantiles. De acuerdo a lo planteado por Bredekamp (1997) se le otorga crucial importancia a la conexión entre las ideas matemáticas, pero lamentablemente, en su mayoría, las maestras centran la actividad matemática en lo que acontece dentro del aula, como una actividad artificial y aislada al momento puntual, sin vincularlo con otros contenidos y sin conexión con la vida de cada niño.

Por otro lado, no se consideran las prácticas informales de los niños, lo que ellos ya conocen desde su contexto familiar y tampoco se promueve la aplicación del conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana.

De acuerdo con lo planteado por Canals (2001), reconocemos la importancia de conectar las matemáticas con otras áreas del conocimiento para no restringir las posibilidades que esta otorga. Sin embargo, no se observó lo suficiente.

La conexión, de acuerdo a Alsina (2011b), presente tanto a través de la intradisciplinariedad como, interdisciplinariedad. Primero, al conectar los diversos bloques de contenidos matemáticos o al relacionar contenidos y procesos. Segundo, relacionando las matemáticas con otros ámbitos del conocimiento y con el entorno, no fue posible observarla con un número razonable de indicadores, por el contrario, hubo ausencia casi total de ellos.

El NCTM (2000) sugiere también, que una forma de trabajar la conexión es a través del desarrollo de proyectos matemáticos, a través de la investigación formulando preguntas, al registrar información y al comunicar los resultados. Sin embargo, no se observó indicios de estas acciones en los registros analizados.

La Declaración conjunta (NAEYC – NCTM) incluye que los maestros deben estar familiarizados con el desarrollo social, emocional y motor de los niños, los cuales son relevantes para el desarrollo matemático. Con lo cual queda muy clara la importancia que se conecten los aprendizajes matemáticos con el niño en forma integral, vinculando la forma de aprender, de sentir y de hacer que ellos poseen en estas edades.

Finalmente, en cuanto a la representación, no podemos dejar de lado lo que plantea la Declaración conjunta entre la NAEYC y el NCTM, donde manifiestan categóricamente la importancia de actividades lúdicas, donde el maestro ejerza un rol activo, preguntando, apoyando, generando reflexión y potenciando la representación de conceptos matemáticos.

Sin embargo, en los casos observados, se pudo observar una escasa utilización de materiales para representar ideas matemáticas y también una escasa presencia de actividades

lúdicas. También estuvo totalmente ausente propiciar reflexiones y conversaciones acerca de las matemáticas para apoyar el avance hacia representaciones simbólicas. Además no se observó, con la frecuencia necesaria, la utilización de esquemas u otros modelos ejemplificadores para mostrar diversas maneras de resolver situaciones matemáticas.

5.3 Conclusiones sobre la pregunta de investigación.

Para dar respuesta en forma directa a nuestra pregunta de investigación abordaremos cada uno de los procesos matemáticos en forma separada para finalmente dar paso a las conclusiones finales.

5.3.1 Presencia o ausencia del proceso matemático de resolución de problemas.

A partir del análisis de los resultados podemos decir entonces, que este proceso matemático en los casos involucrados en este estudio se encuentra ausente. Las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras desde los 4 a los 8 años, no evidencian suficientes indicadores como para afirmar que este se encuentra presente. Aunque se observaron algunos de ellos, son insuficientes para determinar su presencia. La mayor debilidad se encuentra en que las prácticas de enseñanza de las maestras no se contextualizan a la vida cotidiana, no promueven la resolución de problemas a través de diversas soluciones, además utilizan material concreto insuficiente, y además dificultan el interés y curiosidad de los niños en todas las actividades asociadas a este proceso matemático.

5.3.2 Presencia o ausencia del proceso matemático de razonamiento y prueba.

Luego de haber analizado la presencia o ausencia de este proceso matemático podemos mencionar que se han observado indicadores suficientes de este proceso en alguno de los casos estudiados. Sin embargo, se evidenció debilidad en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras en cuanto a promover la comprobación de conjeturas de la vida cotidiana, en cuanto a formular preguntas para que los niños desarrollen y evalúen

argumentos y pruebas y también en que las maestras retroalimenten la diversidad de razonamiento en los niños.

5.3.3 Presencia o ausencia del proceso matemático de comunicación.

Sobre la base del análisis de este proceso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras involucradas en este estudio, podemos darnos cuenta que está bastante ausente. Lo que ha llamado profundamente la atención ha sido que en la gran mayoría de ellas se propicia un ambiente silencioso, sin intercambio de ideas matemáticas, con casi nula participación de los niños donde utilice un vocabulario matemático cada vez más preciso y se evidencia mayoritariamente una entrega de información, por sobre una real comunicación en el ámbito de las matemáticas.

5.3.4 Presencia o ausencia del proceso matemático de conexión.

Las observaciones realizadas en aula y su posterior análisis, nos llevaron a constatar que existe debilidad en lo que respecta a este proceso matemático puesto que la mayoría de las maestras participantes desconectan sus prácticas de enseñanza-aprendizaje de otros contenidos matemáticos o de otros contextos infantiles. Se observó que en su mayoría, las maestras centran la actividad matemática a lo que acontece dentro del aula, como una actividad artificial, propia del ámbito de aula, sin conexión con la vida de cada niño.

No se consideran las prácticas informales de los niños y tampoco se promueve la aplicación del conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana.

5.3.5 Presencia o ausencia del proceso matemático de representación.

Una vez hecha las observaciones y su posterior análisis, podemos decir que este proceso matemático se evidenció débilmente a través de algunos indicadores. Es necesario

referirnos a la escasa utilización de materiales para representar ideas matemáticas. Por otro lado, estuvo totalmente ausente propiciar reflexiones y conversaciones acerca de las matemáticas para apoyar el avance hacia representaciones simbólicas. Además no se observó, con la frecuencia necesaria, la utilización de esquemas u otros modelos ejemplificadores para mostrar diversas maneras de resolver situaciones matemáticas.

Ahora bien, sobre la base de la discusión de resultados podemos establecer que la práctica de enseñanza-aprendizaje de las maestras de niños entre 4 y 8 años para desarrollar la noción de número presentes en los 12 casos estudiados se puede traducir en 2 de los procesos matemáticos.

Luego de haber presentado la discusión por cada proceso, es importante conocer que a través de este estudio, se observó que de todos los casos analizados, solamente 2 de ellos evidenciaron presencia de alguno de los procesos matemáticos:

El caso 5 cumplió con los indicadores mínimos para establecer que la resolución de problemas y el razonamiento y prueba se encuentran presente en la práctica de enseñanza-aprendizaje de la maestra participante de este estudio.

También el caso 8 evidenció presencia de los indicadores necesarios para afirmar que el proceso de resolución de problemas se encuentra presente en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la maestra involucrada.

Entonces, lo antes mencionado nos entrega insumos suficientes para pensar que estas maestras, todas las participantes del estudio, requieren seguir reforzando sus conocimientos acerca del desarrollo de la noción de número en los niños entre 4 y 8 años para poder aportar mejor al desarrollo de la competencia matemática en estas edades.

5.4 Limitaciones del estudio.

En cuanto a limitaciones de este estudio es importante considerar que se trata de un estudio de casos múltiples, lo cual a través de la descripción detallada de lo que se ha observado, se da cuenta de lo que sucede en cada uno de los casos, en sus particularidades según el contexto y situación en que se observa. Lo anterior fundamenta la imposibilidad de generalización hacia otras realidades y deducir estos resultados hacia todos los niveles entre 4 y 8 años distintos a los cuales participaron en el estudio.

Al mismo tiempo este estudio se desarrolló a partir de unos registros audiovisuales realizados puntualmente de las prácticas de enseñanza-aprendizaje de matemáticas de maestras de niños entre 4 y 8 años. Registrando tres clases a cada maestra, pero para efectos del análisis solamente se analizó el último registro audiovisual. Con esto se quiere relevar que también pensamos que es una limitación del estudio el hecho que los registros corresponden a momentos específicos y existe la posibilidad que no sea factible extrapolar lo sucedido a todo el desempeño en sus prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras participantes.

En relación a las limitaciones que podamos visualizar desde el desarrollo de este estudio, consideramos que el hecho de haber conocido una realidad puntual, de haber descrito cada uno de los casos y de haber revisado referentes teóricos importantes, nos entrega insumos suficientes para poder contrastar lo observado, conocer las implicancias de la teoría y con esto poder intervenir la realidad para generar mejoras en las diversas prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras. Sin embargo, esto último no está considerado en esta investigación, por lo tanto este punto queda pendiente y a nuestro juicio, corresponde a la gran limitante de poder apoyar lo que sucede actualmente en aula.

Por otro lado, dentro de las limitaciones de este estudio visualizamos el hecho que los registros codificados en cuanto a presencia o ausencia de los indicadores de cada proceso se realizaron por la investigadora, creemos necesario incorporar la evaluación de un interjuez. para los siguientes estudios en esta línea.

5.5 Proyecciones del estudio.

A partir de los resultados de este estudio, se visualizan nuevas líneas de investigación. Por un lado, sería interesante poder investigar a lo largo de más tiempo lo que sucede con las prácticas de enseñanza-aprendizaje de maestras de las mismas edades en relación a la noción de número, pero realizando un acompañamiento en relación a la planificación e implementación de dichas prácticas. Nos preguntamos si el hecho de recibir apoyo directo en relación a la importancia de trabajar los procesos matemáticos en los niños, implicaría un mayor desarrollo de la competencia matemática.

Al mismo tiempo, basándonos en las diferencias de cada una de las maestras y en la presencia y/o ausencia de los indicadores que dan cuenta de los procesos matemáticos, nos preguntamos también sobre qué otras variables pueden estar determinando las características de las prácticas de enseñanza.

Creemos que sería de gran utilidad, poder realizar este estudio con un universo mayor, considerando tanto variables cualitativas como cuantitativas para poder establecer otros análisis que podrían servir de base para una investigación aplicada y generar programas que apoyen a los maestros que ejercen su rol profesional.

A partir de la información recogida se podría ampliar definiendo otras preguntas de investigación para conocer más profundamente las creencias de los maestros en cuanto a la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades.

En futuras investigaciones también sería interesante poder realizar mayores registros, y ampliar el estudio a otros ejes de matemáticas, como por ejemplo geometría que es, junto a número, el contenido con mayor importancia en esta etapa infantil.

En cuanto a la metodología del estudio, como presentábamos antes, es un estudio de casos múltiple, por lo que a futuro se podría desarrollar un estudio longitudinal con algunos maestros, desde que recién salen al mundo laboral, acompañándolos por unos años para que puedan tomar conciencia de ejercer su rol profesional considerando los requerimientos de los

niños de primeras edades para así generar aprendizajes profundos en matemáticas y avanzar año tras año, potenciando a los pequeños para que se formen matemáticamente competentes.

Se quiere finalizar esta tesis con la confianza de que este estudio es un aporte más hacia la educación de los niños en las primeras etapas de su educación formal, un aporte a educación infantil y elemental, que muchas veces pareciera que es una etapa bastante olvidada.

Además, como reflexión final, estamos consientes que este estudio es un aporte para otros que se generarán a futuro.

Referencias bibliográficas

Alsina, Á. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1(1), 1-14.

Alsina, Á. (2010). “La pirámide de la educación matemática”. Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. Aula de innovación Educativa, 189, 12-16.

Alsina, Á. (2009). Un análisis optimista de la educación matemática en la formación de maestros de educación infantil. UNO, Revista de Didáctica de las matemáticas, 51, 30-43.

Alsina, Aymerich y Barbe, (2008) Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en Educación Infantil. UNO, 47, 10-19.

Alsina, Á. (2011). La notación numérica en educación infantil: un estudio sobre el proceso de adquisición. Universidad de Girona. Girona, España

Alsina, À. (2011b). Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años. Cuadernos de educación nº 62. Barcelona: Horsori.

Angoff, W.H. (1971). Scales, norms, and equivalent scores. In R.L- Thorndike (Ed.), Educational measurement (2nd ed.) (pp. 508-600). Washington, DC: American Council on Education

Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia (2012). Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1(2), 1-4.

Baroody, A. (1994). El pensamiento matemático de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Visor, Madrid.

Baroody, A. (1998). Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction. Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A. (2005). El pensamiento matemático de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial, (44-47). Machado libros S.A. España.

Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética. Barcelona: Editorial Paidós.

Blanco, L. (2011). La investigación en educación matemática. Educativa. Siglo XXI, 29 (1), 109-128.

Bredenkamp, S., y C. Copple, eds. (1997). *Developmentally appropriate practice in early childhood programs*. Revised ed. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.

Bronson, M.B. (1995). *The right stuff for children birth to 8: Selecting play materials to support development*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.

Bruner, J. (2001). *El proceso mental en el aprendizaje*. Narcea. Madrid. España

Butterworth, B. (2005). *The development of arithmetical abilities*. *J Child Psychol Psychiatry*; 46: 3-18. London. UK

Canals, M. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona. España: Octaedro.

Clements, D.H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics* 7: 270-75

Common Core State Standards Initiative (2010). Common Core State Standards for Mathematics. Recuperado el 30 de Septiembre de 2011 en http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

Copley, V. (2000): *The young child and mathematics*. NAEYC & NCTM, Washington, DC & Reston, VA

Coronata, C. y Alsina, Á. (2012). *Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España*. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*.

Chittenden, E. (1991). Authentic assessment, evaluation, and documentation of student performance. In *Expanding student assessment*, ed. V. Perrone, 22-31. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development

Dantzig, T. (1967). *Number: The language of science*. Nueva York: Free Press.

Darling-Hammond, Bransford, J. (2005). *Preparing teachers for a changing world*. San Francisco: Jossey-Bass.

Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. Nueva York: Basic Books.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Cerdanyola: Editorial Labor.

Edo, M., (1998) *Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria Uno*, revista de Didáctica de las Matemáticas, 18, 21-37

Edo, M., (2005). *Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil*." Em E. Rodrigues (coord.), *Actas do I Congresso Internacional de Aprendizagem na Educação de Infância -CIANEI* (pp. 125-137). Gailivro, Porto

ELAN 4.6.1 Linguistic Anotator. <http://www.windowudb.com/u.php?u=elan-4-6-1-elan-4-6-1>

Erickson, R. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research of teaching*. London: Maernillan

Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Gelman, R. y Gallistel, C. (1978): *The child's understanding of number*, Cambridge, Mass : Harvard University Press.

Gelman, R. y Meck, E. (1983): «Preschooler's counting: principles before skill», *Cognition*, 13, 343-360

Goetz, J. y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata

Hernández, R., Fernández, C.; Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill, México

Huttenlocher, J., Jordan, N. C. y Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 284-296.

Imbernon, F. (1994). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*. Grao, Barcelona

Kamii (1995): *El número en la educación preescolar*. 4ª ed. Visor, Madrid.

Kamii, C.; Rummelsburg, J. and Kari, A. (2005): «Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders», *The Journal of Mathematical Behavior*, 24 (1), 39-50.

Kilpatrick, J., J. Swafford, & B. Findell. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press

Lerner, D., Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En P. Parra y I. Sáez (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 95-184). Barcelona: Paidós.

Marshall, C. y Rossman, G.B. (1989): *Designing Qualitative Research*. USA, Sage Publications.

Martí, E. y Pozo, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 11-30.

Martínez Montero, J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer.

MINEDUC. (2002). *Currículo enseñanza básica*. Chile

MINEDUC. (2001). *Bases curriculares de la Educación Parvularia*, Chile

Mix, K., Huttenlocher, J. & Levine, S. C. (2002). Quantitative development in infant early childhood. Oxford University Press

Montero-Sieburth, M. (1984). La investigación cualitativa en el campo educativo de Latinoamérica. Boletín 20 (agosto), 117-129. Centro de documentación del Centro Multinacional de Investigación Educativa (CEMIE). Proyecto del Programa Regional Desarrollo Educativo de la Organización de los Estados Americanos y el Ministerio de Educación Pública, San José, Costa Rica.

NAEYC. (2001).

http://www1.uprh.edu/english/NewWebPage/Accreditation/NAEYC/2001NAEYC_Standards.pdf

National Association for the Education of Young Children (NAEYC). Position Statement (2002)

<https://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Currículum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va

National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Va

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics (Trad. Castellana, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003)

National Association for the Education of Young Children (NAEYC) & the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) A joint position statement, (2002)

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project. Roskilde: Roskilde University.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2003) <http://www.eduteka.org/Pisa2003Math.php>

Piaget, J; Szeminska, A. (1967). La génesis del número en el niño. Buenos Aires: Guadalupe

PISA, (2009). http://mideuc.cl/wp-content/uploads/2011/08/Pisa2009_resultadosGMontt.pdf

Pérez, G (1994). Investigación Cualitativa: Retos e interrogantes. La muralla S.A. España

Pérez Gómez, A. (1983): "Paradigmas contemporáneos en investigación didáctica". En Gimeno Sacristán, J. y Pérez Gómez, A.: La enseñanza: su teoría y su práctica. Madrid, Akal.

Reeuwijk M. (1997): Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas".Rev. UNO, nº 12, pp 9-16. GRAò.

Resnick, L.B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. En G. Leinhard, R. Putman y R.A. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373-425). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Resnick, L.B. (1994). Situated rationalism: Biological and social preparation for learning. En L.A.

Resnick, L. y Ford, W (1998), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, Barcelona, Paidós.

Reyes-Navia R. (1998). El juego: procesos de desarrollo y socialización, contribución de la psicología. Santafé de Bogotá, Cooperativa Editorial Magisterio.

Rowan, T; Bourne, B. (1999). Pensando como matemáticos. Manantial. Argentina

Saxe, G. (1979). Developmental Relations Between Notational Counting and Number Conservation. *Child Development*

<http://www.jstor.org/discover/10.2307/1129054?uid=2&uid=4&sid=21101904699281>

Senc.(2004)<http://www.fundaciondiabetes.org/diabetesinfantil/alimentacion/piramidesenc04.pdf>

Shulman, L. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. Em M. Wittrock (Ed.) *Handbook of research on teaching*. London: Macmillan.

Sinclair, A. (1991). Children's production and comprehension of written numerical representations. En K. Durkin y B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education* (pp. 59-68). Buckingham: Open University Press.

MINEDUC. <http://www.simce.cl/>

Taylor, S. y Bogdan, R. (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados. Paidós. España

TIMSS[http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf)

Van Dalen, D.B. y Meyer, W.J. (1983). Manual de técnicas de la investigación educacional. México, Ed. Paidós.

Yackel, E., Cobb,P., y Wood,T. (1991). Small group interactions as a source of learning opportunities in second grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 22: 390-408.

ANEXOS

Anexo 1. Entrevista semi estructurada.

GUIÓN ENTREVISTA MAESTRAS EDUCACIÓN INFANTIL Y ELEMENTAL.

- 1) Acogida, saludo, agradecimiento por acceder a ser entrevistada.
- 2) Descripción de su profesión, mencionando años de experiencia laboral y especialidad que posee.
- 3) Elementos que deben estar presente en la clase de matemáticas en los primeros niveles educativos. Específicamente.
- 4) Mayores aciertos en la enseñanza de las matemáticas. Por qué?
- 5) Que elementos son fundamentales para la noción de número?
- 6) Cuáles son las principales debilidades que presentan los niños?
- 7) Despedida y agradecimiento.

Anexo 2. Consentimiento informado para participar en el estudio.



Consentimiento y Asentimiento Informado de apoderados para participar y permitir que el niño participe en la investigación pedagógica: “Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica”

Estimado(a) Apoderado(a):

Junto con saludarlo(a) comunico a usted que deseamos invitar a participar a los niños y niñas entre Transición I y Segundo Año Básico en el marco de la tesis doctoral de la profesora Claudia Coronata Ségure, cuyo título es: “Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica”.

El propósito del estudio es realizar un diagnóstico de la forma en que se está enseñando la noción de número en estos niveles educativos, para posteriormente sugerir mejoras de acuerdo a lo planteado por los teóricos que sustentan dicha investigación.

Se realizarán observaciones de las prácticas de enseñanza en las clases de matemáticas del curso de su hijo o hija durante el mes de noviembre del 2013; para lo cual es necesario que usted autorice su participación y filmación por escrito.

Dichas observaciones se realizarán solamente en las clases de matemáticas, donde se observará la enseñanza de ellas por el profesor o profesora. Para lo cual, se realizarán videograbaciones en aula para posteriormente realizar las transcripciones y análisis de éstas.

Las video grabaciones serán utilizadas exclusivamente en este estudio y se cuidará el anonimato de todos los estudiantes. No se requerirá costos económicos extras para la familia, ni la escuela. No existen riesgos por participar en esta actividad, además la investigadora se hará responsable para no intervenir en el normal desarrollo de las clases y

para que la participación de los niños y niñas se desarrolle con absoluta normalidad y no sea incómoda para ellos(as).

Si usted tiene cualquier pregunta sobre este estudio, puede contactar a la profesora Sra. Claudia Coronata al teléfono 452411667 o en el email ccoronata@uc.cl o a su vez contactarse con el Director de la Sede Villarrica Sr. Antonio Hargreaves, miembro del comité de ética de la sede Villarrica al teléfono 452411830.

Se despide atentamente,

Claudia Coronata S.
Encargada del proyecto
Investigadora en formación

Dejo constancia que he leído esta información y de acuerdo a ello, acepto que mi hijo(a) sea filmado en el marco de la investigación pedagógica que desarrolla la profesora antes mencionada.

¿Acepto que mi hijo(a) sea filmado(a) en contexto aula de enseñanza de las matemáticas?:

Sí _____ No _____

Firmo este consentimiento voluntariamente, y sin haber sido forzado u obligado.

Nombre del niño:

.....
.....

Curso o Nivel del niño: _____

Escuela:

.....

Nombre del Apoderado: _____

Fono: _____

Firma Apoderado

Firma Investigadora

Anexo 3. Autorización Dirección Centros Educativos



CARTA DE AUTORIZACIÓN

Directores de Centros Educativos

Investigador Responsable: Claudia Coronata Ségure

Título del Proyecto: Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica.

Estimado Sr(a). Director (a)

Los profesores de NB1 y Educadoras de Párvulos de su establecimiento serán invitados a participar en un estudio acerca de la enseñanza de la noción de número en el área de las matemáticas. En este contexto, solicitamos autorice las siguientes actividades:

Que los profesores puedan participar en este estudio facilitando sus planificaciones de clase, permitiendo la observación y registro en video de algunas de ellas y responder entrevistas,

La participación de profesores se entiende como voluntaria (previa firma del consentimiento informado), por lo que la aceptación de éstos es independiente de vuestra autorización para realizar este estudio.

Estas tareas de investigación serán conducidas por Claudia Coronata Ségure, Académica e investigadora de la Pontificia Universidad Católica de Chile – Campus Villarrica. (fono +56 (45) 2411830; mail: ccoronata@uc.cl)

RIESGOS Y BENEFICIOS: Las diferentes actividades apuntan exclusivamente a recabar información sobre las prácticas de enseñanza de la noción de número. Si bien este estudio no conlleva ningún pago por su participación, se dialogará sobre la importancia de su aporte a la investigación para la mejora de la educación chilena. Adicionalmente, la investigadora entregará un resumen de los resultados de su institución con un comentario analítico y reflexivo desde la teoría, el que podría servirle para visualizar algunas líneas de trabajo en su establecimiento.

También es importante señalar que los participantes pueden retirarse en cualquier momento del estudio sin dar razones que lo justifiquen.

ALMACENAMIENTO DE LOS DATOS PARA LA CONFIDENCIALIDAD DEL PROYECTO: Todos los instrumentos recopilados serán almacenados en la oficina de la investigadora responsable y se guardarán con llave en la Pontificia Universidad Católica de Chile – Campuse Villarrica. Para todo efecto, los nombres de los participantes se mantendrán en reserva y serán codificados, de modo que no sea posible que alguien externo al proyecto pueda identificar a los participantes. Además, en las comunicaciones de los resultados no se entregarán datos sensibles que pudieran permitir identificarlos con facilidad, por lo que siempre se omitirá el nombre de la institución y se hablará de aspectos generales como tipo de institución, zona geográfica, entre otras categorías generales.

LUGAR Y TIEMPO INVOLUCRADO: Las observaciones y filmaciones de las clases se llevarán a cabo durante el mes de noviembre del 2013 y se definirán en fechas y horarios en conjunto con los profesores y educadoras de párvulos. Las entrevistas se realizarán individualmente en el lugar que el establecimiento indique, y que consientan los entrevistados.

CÓMO SE USARÁN LOS RESULTADOS: Los resultados del estudio serán usados para divulgarlos en revistas científicas de educación y en conferencias de la especialidad, y sólo en

el contexto de esta investigación. No se identificarán nombres de las personas, ni de los establecimientos. Toda divulgación se hará con propósitos educativos.

En cualquier caso, si hubiese dudas o consultas con respecto al proyecto, podrán hacerse directamente a la investigadora responsable al correo electrónico ccoronata@uc.cl fono +56 (45) 2411667; quien será la encargada de dar respuesta oportuna a todas las dudas.

DERECHOS DE LOS PARTICIPANTES

He leído y discutido la descripción de la investigación con el investigador. He tenido la oportunidad de hacer preguntas acerca del propósito y procedimientos en relación con el estudio.

La participación de los profesores es voluntaria. Pueden negarse a participar o renunciar a participar en cualquier momento sin perjuicio para ninguno de estos integrantes.

Entiendo que también puedo desistir de entregar mi autorización para realizar este estudio en la institución que dirijo.

Si durante el transcurso del estudio nueva información significativa llega a estar disponible y se relaciona con mi voluntad de autorizar este estudio, el investigador deberá entregarme esta información.

Si en algún momento tengo alguna pregunta relacionada con la investigación o la participación de mi institución, puedo contactarme con el investigador, quién responderá mis preguntas. El teléfono del investigador es +56 (45) 2411667; y su correo electrónico es ccoronata@uc.cl

Si en algún momento tengo comentarios o preocupaciones relacionadas con la conducción de la investigación o preguntas acerca de mis derechos en ésta, podré contactarme con el Comité de Ética de la Pontificia Universidad Católica de Chile – Campus Villarrica, vía telefónica al número +56 (45) 2411830; o vía correo electrónico a través del e-mail vgomezn@uc.cl, o podría escribirle a la dirección de: O'Higgins 501 - Villarrica - Chile.

Declaro, además, que he recibido una copia de la Descripción de la Investigación y del documento “Derechos de los Participantes”.

Mi firma significa que estoy de acuerdo con autorizar la participación de la institución que dirijo, en este estudio.

AUTORIZACIÓN

Yo _____
(nombre) estoy de acuerdo en que los profesores del establecimiento a mi cargo _____ (nombre del establecimiento) participe en el estudio titulado: Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica.

El propósito y naturaleza del estudio me ha sido totalmente explicado por la profesora Claudia Coronata Ségure. Comprendo lo que se me pide y podría hacer algunas preguntas si lo estimara necesario. Sé que puedo contactarme con el Comité de Ética de la Universidad Católica –Campus Villarrica- vía telefónica a través del número telefónico es (56 (45) 2411830; o vía correo electrónico a través del e-mail vgomezn@uc.cl, o podría escribirle a la dirección de: O'Higgins 501 - Villarrica - Chile, en cualquier momento.

Nombre de la Autoridad: _____

Cargo: _____

Firma: _____

Fecha: _____



CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Dirigida a Profesores y educadoras de párvulos

Investigadora: Claudia Coronata Ségure

Título del Proyecto: Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica.

DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN: Usted ha sido invitado(a) a participar, en tanto profesor o educadora de párvulos, en un estudio de investigación, a través de la cual quiero indagar en torno a la enseñanza de la noción de número en los niveles de Transición y NB1. Esta investigación corresponde a la Tesis doctoral de la académica Claudia Coronata Ségure de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Campus Villarrica en forma conjunta con la universidad de Girona-España, quien actúa como investigadora responsable. Para ello le pedimos su colaboración que consistirá en permitir la observación y filmación de su clase de matemáticas, la respuesta a entrevistas y en vuestra participación en una instancia final donde recibirá los resultados y sugerencias de mejora a sus estrategias de enseñanza de la noción de número. Toda la información recogida en este proceso será tratado con la más absoluta reserva y sus datos no serán utilizados de manera individual, siendo codificados los nombres para que no exista posibilidad de identificación de los participantes.

RIESGOS Y BENEFICIOS: Este estudio no comporta ningún riesgo y tampoco comporta costos para los participantes, por el contrario, el estudio contribuirá a mejorar nuestro conocimiento sobre la importancia de los contenidos como de los procesos matemáticos para lograr que los niños y niñas logren ser matemáticamente competentes.

INCENTIVOS: Este estudio no conlleva ningún pago por su participación.

ALMACENAMIENTO DE LOS DATOS PARA LA CONFIDENCIALIDAD DEL PROYECTO: Esta investigación preservará la confidencialidad de su identidad y usará los datos con propósitos profesionales reemplazando los nombres por un código y manteniéndola en archivos seguros, utilizando los resultados de manera agregada y sólo para fines asociados a la presente investigación. El almacenamiento físico de la información (formularios u otros) se almacenarán bajo llave en la oficina personal del Investigador responsable. Además, en las comunicaciones de los resultados no se entregarán datos sensibles que pudieran permitir identificarlos con facilidad, por lo que siempre se omitirá el nombre de la Institución y se hablará de aspectos generales como tipo de institución, zona geográfica, entre otras categorías generales.

UTILIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Los resultados del estudio serán usados de manera agregada (no individual) para fines únicamente académicos y educativos: publicaciones en revistas especializadas, trabajo de tesis, conferencias, presentaciones en congresos asociados exclusivamente a la presente investigación. Como informante de esta investigación usted tiene derecho a conocer los resultados de la misma y formular preguntas a la investigadora responsable y a que éstas les sean respondidas, podrá solicitar información específica a la investigadora principal (ccoronata@uc.cl) quien será la responsable de entregarla por vía electrónica. De igual manera se deja constancia que los participantes, en todo momento, tendrán derecho a rechazar participar o retirarse de esta investigación y que sus datos no sean considerados, sin que deban dar razones y sin que esto tenga consecuencias de ningún tipo para ellos.

FIRMA DEL CONSENTIMIENTO INFORMADO

Investigadora: Claudia Coronata Ségure

Título de la Investigación: Presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la noción de número. Transición entre la Educación Parvularia y la Educación Básica.

He leído y discutido la descripción de la investigación con el investigador. He tenido la oportunidad de hacer preguntas acerca del propósito y procedimientos en relación con el estudio.

- Mi participación en esta investigación es voluntaria. Puedo negarme o renunciar a participar en cualquier momento sin perjuicio para mi futuro cuidado médico, empleo u otros derechos.
- El investigador puede eliminarme de la investigación bajo su discreción profesional.
- Si, durante el transcurso del estudio, llega a estar disponible nueva información significativa que haya sido desarrollada y se relaciona con mi voluntad de continuar participando, el investigador deberá entregarme esta información.
- Cualquier información derivada del proyecto de investigación que me identifique personalmente no será voluntariamente publicada o revelada sin mi consentimiento particular, excepto cuando sea requerido específicamente por la ley.

Si en algún momento tengo comentarios o preocupaciones relacionadas con la conducción de la investigación o preguntas acerca de mis derechos como sujeto de investigación, podré contactarme con el Comité de Ética de la Pontificia Universidad Católica de Chile – Campus Villarrica, vía telefónica a través del número +56 (45) 2411830; o vía correo electrónico a través del e-mail vgomezn@uc.cl , o podría escribir a la dirección de: O'Higgins 501 - Villarrica - Chile -

- Declaro, además, que he recibido una copia de la Descripción de la Investigación y del documento “Derechos de los Participantes”.
- Mi firma significa que estoy de acuerdo con autorizar la filmación de mis clases de matemáticas y me comprometo a participar de las entrevistas y encuentros que tienen directa relación con la investigación antes mencionada.

Nombre: _____

Cedula de Identidad: _____

Firma del Participante: _____

Fecha: ____/____/____

Anexo 5. Calendarización registros audiovisuales.

CALENDARIO FILMACIÓN EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.

Noviembre 2013				
	1º semana	2º semana	3º semana	4º semana
Centro Público (CP)	*	*	*	*
Centro Privado Concertado(CPC)	*	*	*	*
Centro Privado (CPRI)	*	*	*	*

lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	domingo
			1	2	3	4
5 CP (T1) CPRI (T1)	6 CPC (T1) CPC (T2) CP (2º)	7 CP (T2) CP (1º)	8 CPRI(T2) CPRI (1º) CPRI(2º)	9 CPC (T1) CPC (1º) CPC (2º)	10	11
12 CP (T2) CP (1º)	13 CPRI (T1) CPRI(T2) CPRI(2º)	14 CP (T1) CP (2º)	15 CPC (1º) CPRI (1º)	16 CPC (2º)	17	18
19 CPC (T1) CPC (T2) CPC (2º)	20 CPRI (T1) CPRI(T2)	21 CP (T2) CP (1º) CP (2º)	22 CPRI (1º) CPRI(2º)	23 CP (T1) CPC (1º)	24	25
26 CPRI(T2) CPRI (1º)	27 CP (T2) CP (1º) CPC (1º)	28 CPC (T1) CPC (T2) CPC (2º)	29 CP (T1) CPRI (T1)	30 CP (2º) CPRI(2º)		

Anexo 6. Ejemplo de transcripción de entrevistas.

ENTREVISTA TRANSCRITA.(1° particular concertado)

Entrevistador: Bien, buenas tardes, aquí estamos con una profesora, y solamente quiero que se presente, cuantos años de experiencia, y en qué curso ha hecho clases de matemática

Entrevistado: Bueno, yo soy profesora de matemáticas, egresada el año 2010 de la Pontificia Universidad Católica, llevo tres años trabajando en este colegio, he hecho clases en 1°, 2° y 4° básico, actualmente trabajo con los 4° años

Entrevistador: Ya, y en relación a la enseñanza de las matemáticas en los primeros años, o sea pensemos 1° y 2°, eh... cuáles son los elementos que a su juicio deben estar presentes en la clase de matemáticas para ellos.

Entrevistado: A ver..... los niños de todas maneras aprenden con el material concreto, de todas maneras, es un material que les sirve a ellos para todo. Números, ellos principalmente lo hacen con el ábaco y las fichitas de colores y bloques, que ese material por lo menos nosotros lo tenemos, así que principalmente es un material concreto, bueno, y depende de eso ya ir trabajando con lo lógico y lo simbólico, para que ellos lo vayan realizando en forma autónoma.

Entrevistador: Y en cuanto a la práctica de enseñanza desde el profesor, cuáles son las aquellas cosas que tiene que tener presente un profesor, aparte del uso del material concreto como decía, qué otras cosas

Entrevistado: Una buena metodología, estructurada, de tal manera que los niños sepan a lo que vienen, y obviamente un profesor sus planificaciones tienen que ser bien elaboradas, no tiempos muertos, por lo tanto, si los niños tienen un buen profesor, que los guía y las clases están bien estructuradas, no debieran tener problemas y se asegura que aprendan.

Entrevistador: Y ahora, centrándonos un poco en la enseñanza del número, cuáles son aquellos elementos que considera como fortalezas, o cosas positivas que ha podido desarrollar durante sus años de experiencia, como ya dije, para enseñar el número con los niños, cuáles son los aciertos, así como las cosas que a los niños les ha favorecido en el aprendizaje del número.

Entrevistado: A ver, lo bueno que tiene el colegio es que tienen los niveles iniciales, ya vienen con los números del 1 hasta el 10, entonces ellos ya saben cuantificar, entonces eso hace un poquito más fácil la tarea del profesor, ahora en relación a los números, principalmente me coloco más metas, porque los libros dicen

hasta el 100 y yo les enseño más, entonces los niños igual van un poquito más preparados para el otro año, y eso les queda bastante claro, o sea yo por ejemplo este año trabajo también en 4°, y fui a hacer clases a un 2° que lo tomé en 1° y sorprendente o sea no se habían olvidado de nada de lo que les había enseñado, entonces eso habla bien de uno y de los niños que no se olvidan.

Entrevistador: Y en relación, eh pensemos un poco cuáles son las mayores dificultades que te encuentras con los niños de 2° básico, o en 1° y 2° cuando haces clases, en relación al eje de números, (...) ¿qué les pasa a los niños?

Entrevistado: La mayor dificultad que tuve por ejemplo, es que si bien los niños vienen con esa base, eh... la cuantificación les cuesta...

Entrevistador: En qué sentido, a ver si puedes dar un ejemplo

Entrevistado: Si, es que por ejemplo, uno decía el tema de decena, unidad, les costó bastante, o sea identificar que una decena son diez unidades, ahí ya entraron en conflicto, entonces esa parte costó un poco, pero esa es una debilidad que los niños, o tal vez no de los niños, sino de uno, como profesora que no les enseñamos bien, pero de los 38, el gran porcentaje lo entendió, con material concreto y con material pictórico, simbólico y todo, así que yo creo que esa tiene que ser una de las debilidades mayores

Entrevistador: Alguna otra cosa, algún otro elemento que has observado en estos años de experiencia en los niños

Entrevistado: A ver... la escritura, que no es menos importante, la escritura y la lectura de números está en un nivel bajo, como que se dejó de lado, o sea por lo menos en los 4° años, este año, se dejó de lado esa parte, costó bastante que los chicos que entendieran la lectura, o se les olvidó, o no les reforzaron, no sé, pero esa parte costó, y la descomposición de número igual fue otro poquito, otro enredo para ellos, así que esa parte es lo que mayores debilidades presentan los alumnos.

Entrevistador: De mi parte, eso solo eso y agradecer, la disposición y apertura.

Entrevistado: Si, igual a ustedes

Entrevistador: Muchas gracias

Anexo 7. Envío pauta para juicio de expertos.

EVALUACIÓN DE EXPERTO

“Pauta de evaluación: Presencia de los procesos matemáticos en prácticas de enseñanza aprendizaje de la noción de número entre los 4 y 8 años”

Estimado evaluador,

Aquí le presentamos nuestra propuesta de instrumento⁶ para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza aprendizaje de profesores de niños entre 4 y 8 años, registrada en video grabación.

Para este propósito, hemos propuesto establecer la presencia o ausencia de los indicadores que definen cada uno de los procesos matemáticos.

Se proponen cinco estándares de procesos matemáticos (categorías), es decir, se explicitan las diversas herramientas que proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos. Los procesos que incluye el instrumento son:

- a) **Resolución de problemas**, es una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.

⁶ La Pauta se encuentra compuesta por 5 ítems de respuesta cerrada, en relación a presencia o ausencia de cada uno de los indicadores correspondientes a los procesos matemáticos propuestos por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). Su construcción se basó además en los aportes realizados por Alsina (2011). *Aprender a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo; y por la Direcció General d'Educació Infantil i Primària de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

b) **Razonamiento y la demostración**, permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.

c) **Conexiones**, enfatiza que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado.

Se hace necesario que los alumnos reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.

d) **Comunicación**, es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los alumnos aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez al escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.

e) **Representaciones**, corresponden a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen. Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

Para lo cual, le solicitamos su evaluación en dos sentidos:

1) Por favor, evalúe el grado de adecuación que tiene cada indicador con la categoría propuesta:

- **Grado de correspondencia:** determine si cada indicador en particular pertenece o no a la categoría, de acuerdo a la definición entregada (refiérase a: pertenece, no pertenece).
- **Formulación:** defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada indicador (refiérase a: adecuada, no adecuada, a mejorar)
- **Pertinencia:** indique el grado de pertinencia del indicador respecto a la categoría (refiérase a: pertinente, no pertinente, con dudas)

2) También se le solicita que, basándose en el Método Angoff⁷, pueda estimar la presencia mínima de los indicadores propuestos, para considerar si está presente o ausente cada categoría.

1. Grado de adecuación:

A. Categoría Resolución de problemas

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

B. Categoría Razonamiento y Demostración

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			

⁷ Método de establecimiento de normas utilizado con mayor frecuencia (Angoff, 1971). Por lo general implica tres etapas, orientación y formación y luego dos rondas de estimación de rendimiento. Existen numerosas variaciones en estos procedimientos, en esta ocasión, se adapta a la consulta de expertos y a una ronda de estimación de rendimiento para cada una de las categorías. De esta forma los expertos sugieren estimaciones y se calcula el promedio de todas sus estimaciones para establecer el *standard setting*. Las estimaciones para cada elemento de prueba se promedian, y los promedios se utilizan para determinar la puntuación de corte.

2			
3			
4			
5			
6			
7			

C. Conexiones

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

D. Comunicación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			

7			
---	--	--	--

E. Representación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

2. Estimación porcentaje punto de corte

Categoría	Porcentaje estimado
Resolución de problemas	
Razonamiento y demostración	
Conexiones	
Comunicación	
Representación	

“PAUTA DE EVALUACIÓN: PRESENCIA DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE NÚMERO ENTRE LOS 4 Y 8 AÑOS”

Esta pauta evalúa la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de los profesores entre los 4 y 8 años que sugiere el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000).

Estos procesos (Categorías) son: a) Resolución de Problemas, b) Razonamiento y Demostración, c) Conexiones, d) Comunicación y e) Representación.

Establecimiento:
Profesor:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción de la actividad:
Tiempo analizado:

a) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema	
Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones	
Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes	
Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas	
Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas	
Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico)	
Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

b) RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan	
Invita a dialogar y hacer conjeturas	
Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana	
Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones	
Promueve el apoyo al razonamiento matemático	
Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente	
Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

c) CONEXIONES

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales	
Realizan conexiones entre contenidos matemáticos	
Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales	
Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos	
Relaciona las matemáticas con la expresión artística	
Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad	
Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

d) COMUNICACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula	
Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas	
Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso	
Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas.	
Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral,	

con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos.	
Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista.	
Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones.	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

f) REPRESENTACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica.	
Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número.	
Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número.	
Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número.	
Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas.	
Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas.	
Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto).	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

Anexo 8. Pauta definitiva, incluye consideraciones de expertos.

**“PAUTA DE EVALUACIÓN: PRESENCIA DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS
EN PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE NÚMERO
ENTRE LOS 4 Y 8 AÑOS”**

Esta pauta evalúa la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de maestros de niños entre 4 y 8 años, registrado en vídeo.

Se asumen los estándares de procesos del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000): a) Resolución de Problemas, b) Razonamiento y Prueba, c) Conexiones, d) Comunicación y e) Representación.

Establecimiento:
Maestro:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción de la actividad:
Tiempo analizado:

A. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema	
2.Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones	
3.Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes	
4.Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas	
5.Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas	
6-Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico)	
7.Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas	
Porcentaje observado del proceso matemático	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

B. RAZONAMIENTO Y PRUEBA

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan	
2.Invita a dialogar y hacer conjeturas	
3.Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana	
4.Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones	

5.Promueve el apoyo al razonamiento matemático	
6.Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente	
7.Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	60%

C. CONEXIONES

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales	
2.Realizan conexiones entre contenidos matemáticos	
3.Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales	
4.Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos	
5.Relaciona las matemáticas con la expresión artística	
6.Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad	
7.Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

D. COMUNICACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula	
2.Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas	

3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso	
4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas.	
5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos.	
6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista.	
7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

E. REPRESENTACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica.	
2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número.	
3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número.	
4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número.	
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas.	
6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas.	
7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Anexo 9. Pauta definitiva con explicación de cada indicador.

**“PAUTA DE EVALUACIÓN: PRESENCIA DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS
EN PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE NÚMERO
ENTRE LOS 4 Y 8 AÑOS”**

Esta pauta evalúa la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de maestros de niños entre 4 y 8 años, registrado en vídeo.

Se asumen los estándares de procesos del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000): a) Resolución de Problemas, b) Razonamiento y Prueba, c) Conexiones, d) Comunicación y e) Representación.

Establecimiento:
Maestro:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción de la actividad:
Tiempo analizado:

A. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).	
2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).	
3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).	
4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).	
5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).	
6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).	
7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).	
Porcentaje observado del proceso matemático	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

B. RAZONAMIENTO Y PRUEBA

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	
2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: Y tú qué piensas?, cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	
3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	
4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: por qué crees eso?).	
5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	
6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).	
7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	60%

C. CONEXIONES

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	
2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	
3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	

4.Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	
5.Relaciona las matemáticas con la expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	
6.Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	
7.Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana . (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

D. COMUNICACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generen la participación e intercambio de ideas matemáticas).	
2.Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	
3.Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	
4.Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	
5.Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).	
6.Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).	
7.Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

E. REPRESENTACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
En las prácticas de enseñanza-aprendizaje de la noción de número el maestro:	
1.Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).	
2.Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).	
3.Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número.(Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).	
4.Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).	
5.Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).	
6.Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).	
7.Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%