

**ADVERTIMENT.** La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

**ADVERTENCIA.** La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR ([www.tesisenred.net](http://www.tesisenred.net)) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

**WARNING.** On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

Universidad Politécnica de Cataluña

Doctorado Internacional en Administración y Dirección de Empresas

Tesis para obtener el grado de Doctor

**Valoración de Proyectos Mineros en el Perú mediante el enfoque de Opciones Reales**

Doctorando: Carlos Eduardo Agüero Olivos

Director de Tesis: Sr. Dr. Anastasi Pérez

*A Dios, por permitirme estar en este mundo.*

*A mis padres Blanca y Domingo (†), por haberme inculcado muchos valores éticos.*

*A Carlos Jr., Diego, Doménica y Karito, por esas horas de compañía que este trabajo les quitó.*

*Y a mis hermanos y sobrinos, por todo el amor que siempre compartimos.*

	Página
ÍNDICE .....	3
RESUMEN .....	7
INTRODUCCIÓN .....	9
PARTE I .....	11
CAPÍTULO 1: MARCO DE REFERENCIA .....	11
1.1 Antecedentes .....	11
1.2 Problema y Justificación .....	12
1.3 Objetivos .....	14
1.4 Metodología .....	15
1.5 Formulación de preguntas .....	17
1.6 Factibilidad del estudio .....	17
1.7 Enfoque de la investigación .....	18
1.8 Estado del arte .....	20
CAPÍTULO 2. MÉTODOS DE EVALUACIÓN UTILIZADOS EN PROYECTOS MINEROS .....	22
2.1 Flujo de caja descontado (DCF o FCD) .....	22
2.2 Árboles de decisiones (AD) .....	23
2.3 Simulación de Montecarlo (SM) .....	24
2.4 Opciones Reales (OR) .....	25
CAPÍTULO 3. OPCIONES FINANCIERAS .....	27
3.1 Tipos de opciones .....	27
3.2 Clasificación de opciones .....	28
CAPÍTULO 4. OPCIONES REALES .....	30
4.1 Diferencias entre opciones financieras y opciones reales .....	30
4.2 Fundamentos de opciones reales .....	31
4.3 Proceso general de evaluación con opciones reales .....	32
4.4 Modelos básicos de Opciones Reales .....	34
CAPÍTULO 5. MÉTODOS DE VALORIZACIÓN DE OPCIONES REALES .....	36
5.1 Métodos de Valorización de Opciones Reales .....	36
5.2 Comparación entre los principales métodos de valorización de Opciones Reales .....	37
5.3 Metodología de árboles binomiales para valoración de un proyecto bajo incertidumbre y con opciones reales .....	38
5.3.1 Fundamentos del modelo de árboles binomiales .....	38
5.3.2 Valoración de proyectos con un solo flujo de caja bajo incertidumbre .....	41

5.3.3 Valoración de proyectos con una secuencia de flujos de caja bajo Incertidumbre .....	47
5.3.4 Valoración de proyectos con una secuencia de flujos de caja bajo incertidumbre y con opciones reales .....	49
5.3.4.1 Opción de abandono del proyecto .....	50
5.3.4.2 Opción de contracción del proyecto .....	51
5.3.4.3 Opción de expansión del proyecto .....	52
5.3.4.4 Opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto .....	53
5.3.4.5 Opción de postergación del inicio del proyecto 1 periodo y cancelación de proyecto en 1 periodo .....	54
5.3.4.6 Opción de postergación del inicio del proyecto 2 periodos y cancelación de proyecto en 2 periodos .....	55
5.3.4.7 Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 1 año, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto .....	56
5.3.4.8 Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 2 años, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto .....	58
 CAPÍTULO 6. MODELOS DE PRECIOS DE METALES APLICADOS A LA VALORIZACIÓN DE OPCIONES REALES CON ÁRBOLES BINOMIALES .....	61
6.1 Modelo de precios de metales como caminata aleatoria .....	61
6.1.1 Cálculo de factores de incremento y reducción .....	63
6.1.2 Cálculo de probabilidades neutrales al riesgo .....	63
6.2 Modelo de precios de metales como reversión a la media .....	64
6.2.1 Cálculo de factores de incremento y reducción .....	65
6.2.2 Cálculo de probabilidades neutrales al riesgo .....	66
 PARTE II .....	68
 CAPÍTULO 7. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS MINEROS CON OPCIONES REALES MEDIANTE ÁRBOLES BINOMIALES .....	68
7.1 Evaluación de proyectos mineros en el Perú .....	68
7.2 Incertidumbres en la evaluación de proyectos mineros .....	73
7.3 Principales opciones reales identificadas en los proyectos mineros .....	75

CAPÍTULO 8. CASO APLICADO: Valorización de la mina de oro y cobre de “La Arenilla S.A.” con el método de flujo de caja descontado y con el método de opciones reales con árboles binomiales .....	78
8.1 Formulación del caso de evaluación del proyecto “La Arenilla S.A.” .....	78
8.2 Evaluación de la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos) .....	88
8.2.1 Con el método de Flujo de caja descontado (FCD) .....	88
8.2.2 Con el método de Opciones Reales con árboles binomiales (OR) .....	91
8.2.2.1 Cálculo de parámetros generales del modelo .....	91
8.2.2.2 Caso base: Con incertidumbre y sin flexibilidad .....	94
8.2.2.3 Alternativa 1: Con incertidumbre y con las opciones reales de abandonar, contraer y expandir el proyecto durante su operación .....	96
8.2.2.4 Alternativa 2: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años .....	97
8.2.2.5 Alternativa 3: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años, y abandonarlo, contraerlo y expandirlo durante su operación .....	99
8.3 Evaluación de la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos) .....	102
8.3.1 Con el método de Flujo de caja descontado (FCD) .....	102
8.3.2 Con el método de Opciones Reales con árboles binomiales (OR) .....	105
8.3.2.1 Cálculo de parámetros generales del modelo .....	105
8.3.2.2 Caso base: Con incertidumbre y sin flexibilidad .....	109
8.3.2.3 Alternativa 1: Con incertidumbre y con las opciones reales de abandonar, contraer y expandir el proyecto durante su operación .....	111
8.3.2.4 Alternativa 2: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años .....	112
8.3.2.5 Alternativa 3: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años, y abandonarlo, contraerlo y expandirlo durante su operación .....	114
8.4 Análisis de Sensibilidad del valor del proyecto .....	116
8.4.1 Para la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos) .....	119
8.4.2 Para la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos) .....	124
8.5 Simulación del valor del proyecto .....	129
8.5.1 Para la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos) .....	129
8.5.2 Para la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos) .....	136

8.6 Comparación entre el método FCD y OR .....	143
PARTE III .....	145
CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	145
BIBLIOGRAFÍA.....	149
ANEXOS .....	153

## **TÍTULO DE LA TESIS:**

### **“VALORACIÓN DE PROYECTOS MINEROS EN EL PERÚ MEDIANTE EL ENFOQUE DE OPCIONES REALES**

#### **RESUMEN**

La evaluación de un proyecto de inversión en el sector minero en el Perú, se realiza de manera tradicional. Aplican el método del flujo de caja descontado (DCF, por sus siglas en inglés: Discounted Cash Flow), obteniendo estimaciones de valoración no necesariamente cercanas a la realidad, a través de indicadores con el VAN, TIR, PRI, etc., que les sirve de apoyo en la toma de decisiones. Este método, DCF, no toma en cuenta oportunidades de crecimiento que podrían ocurrir en el proyecto a través del tiempo por la simple razón de que asume que todos los supuestos estimados hoy, ocurrirán con certeza en el futuro.

Para el Perú, el sector de la minería representa una de las principales fuentes de ingresos (2.12% crecimiento en año 2012 del PBI de minería metálica, de acuerdo a INEI – Instituto Nacional de Estadística e Informática - y las proyecciones del BCRP –Banco Central de Reserva del Perú - hablan de crecimiento promedio de 10% para los próximos años). Esta importancia de la minería para el crecimiento del país, es determinante para que inversionistas tengan que evaluar con mayor cuidado el destino de su dinero. Por ello, están buscando modelos o herramientas financieras que estimen “mejor información” para una toma de decisiones razonable que significa tomar decisiones que generen mayor riqueza (mayor valor) en este sector.

El método de opciones reales es un método de valoración más flexible que incorpora tanto la incertidumbre inherente al proyecto como la toma de decisiones activa (estrategia) necesaria para lograr la generación de mayor riqueza. Este método es útil para que los tomadores de decisiones piensen de manera estratégica y rápida captando el valor de la gestión activa en lugar de la pasiva.

Los avances de los últimos años en el área informática como en el entendimiento de la valoración de proyectos a través de opciones, permiten que actualmente se analicen las estrategias de las inversiones como “cadenas” de opciones reales. Como resultado, se puede

obtener información mucho antes de la actividad a realizar, en lugar de verificar resultados posteriores a los hechos.

Esta investigación define un método relativamente sencillo de evaluación de un proyecto minero usando una o más opciones reales y considerando modelos estocásticos del precio del metal. Se presenta un caso real (de un proyecto de una minera que invierte en Perú) con la finalidad de demostrar el impacto positivo en la creación de valor (para los inversionistas) que tiene esta metodología, mayor al impacto que se obtiene con la metodología tradicional.

En la literatura revisada se encuentra que la aplicación del método de opciones reales para evaluar proyectos de inversión tiene su origen en tres aspectos:

- a. Creciente incertidumbre en variables críticas (precios, materias primas, tasas de interés, etc.).
- b. Identificación de distintas flexibilidades disponibles en la gestión de proyectos; y
- c. Deficiencias de las herramientas tradicionales de evaluación para modelar la incertidumbre y la flexibilidad.

Por lo señalado, el método de opciones reales es una alternativa muy atractiva para evaluar proyectos de inversión, particularmente, proyectos de inversión en el sector minero de nuestro país.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha ido presentando una alta volatilidad en los mercados financieros, lo cual ha obligado a los gerentes financieros y directores de las empresas a buscar mecanismos para protegerse de aquellos riesgos. En los proyectos de inversión, particularmente en el sector de la minería, esta situación es crítica debido a que las inversiones necesarias son muy elevadas, lo cual requiere tener herramientas de protección (cobertura) ante “caídas” en los precios por un lado, y la flexibilidad suficiente, por otro, para aprovechar “subidas” en los precios que puedan ocurrir en cualquier momento, y comprobamos que con la creciente volatilidad, esta última situación (incrementos en precios) aparece de forma más incierta y fluctuante.

Por esta última razón, el gerente responsable tiene que emplear la flexibilidad en la dirección de los proyectos al inicio, durante y al final del mismo. Esta flexibilidad puede representarse en forma de opciones financieras, las cuales son opciones reales cuando los activos subyacentes son activos físicos, como plantas de procesamiento o minas. Es por ello que cuando se busca analizar y valorizar proyectos, es necesario incluir la flexibilidad inherente a cada proyecto desde su diseño. De esta manera tendremos una figura más clara acerca del valor real del proyecto, lo cual permitirá que los inversionistas tomen una decisión más razonable, lo cual a su vez conducirá a una economía con precios que reflejan el real valor de los proyectos y negocios en el mediano y largo plazo.

Las opciones reales son un instrumento de modelación de la flexibilidad inherente a los proyectos. No sólo son útiles para la valorización del proyecto sino también para tomar decisiones en el diseño del proyecto que faciliten el ejercicio del proyecto en un futuro. Por ejemplo, si se adopta un diseño de una planta de procesamiento que permita una potencial expansión de la planta en caso que los precios de los minerales se incrementen, se podrá ejercer una opción real de compra para incrementar la capacidad de la planta y poder aprovechar una proyección de precios a la alza. De igual manera podría considerarse la posibilidad de diseñar una planta que pueda cerrarse temporalmente y activarse en casi cualquier momento, para aprovechar los precios altos y bajos, se podría tener una opción de

cambio que aproveche las alzas y bajas en los precios y pueda generarse una mayor rentabilidad por tonelada de mineral.

Otro ejemplo típico es la flexibilidad en el inicio del proyecto, como en el caso de un predio minero que podría iniciarse su explotación dentro de un plazo, y podría postergarse su inicio hasta el momento que se considere que la proyección de los precios son los más adecuados y en último caso se podría optar por abandonar su explotación hasta por un tiempo indefinido. Estas opciones son conocidas como la opción de diferir y opción de abandono que son ampliamente conocidas y utilizadas en finanzas.

Por todo lo mencionado, las opciones reales permiten representar mejor lo que se dará al inicio, durante o al final del proyecto y permiten darnos una mejor idea del valor. Dado que los parámetros de ejercicio y volatilidades son inciertos, se puede realizar un análisis de sensibilidad que permita tener una idea más razonable de los valores extremos y esperados que podrían darse considerando diferentes escenarios probables.

## **PARTE I**

### **CAPÍTULO 1. MARCO DE REFERENCIA**

#### **1.1 ANTECEDENTES**

Autores como Amran, Kulatilaka (1999), Boer (2002), Howell y otros (2001) destacan que el método de valoración por opciones reales es una forma de pensar que une el campo de la estrategia y de las finanzas corporativas. Los orígenes de las opciones reales se remontan hasta 1973, cuando Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton ofrecieron una solución analítica para valorar opciones pero sobre activos financieros. Investigaciones posteriores de Cox, Ross y Rubinstein (1976, 1979) y de Rendleman y Bartter (1979) aportaron un enfoque más intuitivo y más comprensible que el de Black, Scholes y Merton. Pero fue Stewart Myers (profesor del MIT) quien en 1977 acuñó el término “opciones reales”, para referirse a las oportunidades de crecimiento o inversión futura de la empresa. En 1979, Tourinho evaluó por primera vez un proyecto de recursos naturales apoyándose en las opciones reales, donde se sabía que existía una alta incertidumbre de mercado; analizó el valor de estas reservas donde existía la opción de abandono temporal y definitivo. En la misma línea y contexto se encuentran los trabajos de Brennan y Schwartz (1985), Paddock, Siegel y Smith (1988) y Dias y Rocha (1999). Este último, a diferencia de los anteriores que utilizan los argumentos de valoración por arbitraje como una extensión directa de las opciones reales, aplica un modelo de programación dinámica recurriendo a argumentos de equilibrio, para valorar un contrato de concesión sobre un pozo petrolífero que incluye una opción de prórroga del vencimiento para la explotación de la concesión. Myers y Majd (1983), McDonald y Siegel (1985) y Olsen y Stensland (1988) entre otros, analizan la opción de abandono anticipado ante circunstancias adversas.

McDonald y Siegel (1986) y Pindyck (1991), analizan la opción de diferir la realización de un proyecto de inversión irreversible; mientras que Majd y Pindyck (1987) analizan la opción de diferir para el caso de un proyecto de inversión secuencial. En estos casos, la empresa dispone de cierto tiempo para obtener nueva información que permita conocer incertidumbres o simplemente esperar mejores condiciones del entorno para tomar una decisión definitiva. Kester (1984) ponía de manifiesto cómo los directivos, en ocasiones basándose en el juicio y la intuición, recomendaban ejecutar proyectos pese a tener un

VAN negativo porque constituían una plataforma para el desarrollo futuro de la empresa, aunque difícil de cuantificar.

En general, opciones reales, es un concepto que engloba aquellos aspectos de carácter estratégico y operativo presentes en los proyectos de inversión real que otorgan flexibilidad al proceso de toma de decisiones. La evaluación con opciones reales no necesita comprometer ciertas decisiones estratégicas desde el inicio del proyecto, sino que ellas se pueden tomar en el futuro cuando las fuentes de incertidumbre se van aclarando.

La ventaja principal de las opciones reales se relaciona con la capacidad de responder a la materialización de la incertidumbre, con la consecuencia de tomar decisiones con información de mejor calidad dentro del proyecto. La gran desventaja, es que su desconocimiento puede llevar a “pensar” que aumenta de manera artificial el VAN calculado con la metodología tradicional de un proyecto, cuando en realidad ese valor artificial se obtiene de la flexibilidad de las decisiones de inversión que no necesariamente comprometen hoy y que el inversionista reconoce.

## **1.2 PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN**

En el Perú, la mayoría de empresas siguen considerando a los métodos tradicionales de evaluación de inversiones como los más importantes y de uso más generalizado en lugar que el método de las Opciones Reales, perdiendo la posibilidad de incrementar el valor de la organización (Mongrut y Wong, 2005). El método del descuento de flujos de caja (DCF) es valioso en la evaluación de muchos proyectos, pero no logra relacionar la asignación de recursos financieros de inversión (que por cierto, son escasos) y la estrategia empresarial que debería considerar el largo plazo.

Así, las empresas evalúan cada proyecto descontando tan sólo los flujos de caja futuros esperados directamente vinculados al proyecto, por lo que suelen subestimar el valor total del proyecto analizado. Sin embargo, se ha demostrado en la práctica que muchas empresas han aprovechado oportunidades (opciones) que surgen como consecuencia de las decisiones de inversión que “tomaron en el pasado”. Para aprovechar estas oportunidades, la empresa

debe considerar que el método de opciones reales: (a) asume una gestión activa del proyecto y (b) reconoce explícitamente otras fuentes de valor diferentes de los flujos monetarios (intangibles y estratégicos).

Las investigaciones realizadas hasta ahora, en muchos otros países, muestran que hay métodos “más precisos”, como el de las opciones reales, para valorar no solamente proyectos, sino también empresas, donde se toma en cuenta de manera explícita la flexibilidad, el dinamismo con el que un proyecto de inversión ocurre en la práctica. Este método no intenta reemplazar al tradicional DCF, sino por el contrario, complementarlo, donde la evaluación de un proyecto como una opción, significa que “hay más y no menos” que analizar.

Pero a pesar de este avance significativo en las finanzas, los gerentes de las empresas que operan en nuestro país, consideran de manera intuitiva la flexibilidad gerencial que pueden tener frente a una oportunidad de inversión, donde lamentablemente esta flexibilidad no se hace explícita en la aplicación de una metodología, es decir, no analizan formalmente si las inversiones que emprenden les permiten alguna flexibilidad operativa, como por ejemplo ampliar, diferir, o abandonar el proyecto.

La evidencia empírica (Mongrut y Wong, 2005) señala que el problema se agrava aún más, cuando un alto porcentaje de empresarios (86%) prefiere el criterio de periodo de recuperación (PR), que bien sabemos que su gran debilidad radica en que éste no considera en su aplicación, el valor del dinero en el tiempo (concepto clave en las finanzas) y ello, podría considerarse como una “mentalidad de corto plazo de los gerentes que operan en nuestro país”.

Con las opciones reales, se incorpora la incertidumbre como elemento que agrega valor al proyecto. Las opciones reales representan la flexibilidad del proyecto y son las herramientas de decisión que permiten hacer una evaluación continua de las decisiones tomadas en torno al proyecto, permitiendo adaptarse a los eventos que el futuro ofrezca. Las opciones reales exigen cambiar la forma de tomar decisiones; se debe reorientar el

pensamiento estratégico. Si con la metodología tradicional se intentaba responder: “¿qué ganamos si nos movemos del punto A al punto B?”, con las opciones reales debe hacerse algo más complejo: “si avanzamos del punto A al punto B, ¿qué opciones se nos abrirán en el camino y qué ganaremos por el hecho de contar con ellas?”

Finalmente, en nuestro país, la literatura financiera con respecto a la evaluación de proyectos mineros con opciones reales, es incipiente. Hay trabajos de investigación sobre evaluación de inversiones, pero se dedican básicamente a analizar la tasa de descuento apropiada para evaluar un proyecto. Si revisamos las técnicas convencionales, como el DCF, éste asume que el flujo de caja que se genera en el periodo de evaluación, va a ocurrir como se ha estimado, lo cual, en la práctica, esto no necesariamente es cierto. En cambio, en el análisis de las Opciones Reales, se asume que el mundo se caracteriza por el cambio, que hay incertidumbre y por supuesto va a existir competencia entre las empresas.

Si se llega a entender que la flexibilidad en los proyectos mineros existe, los directivos la deben buscar para capitalizarla y por ende alcanzar el objetivo general de todo directivo: maximizar el valor de la empresa que implica, incrementar el valor para los accionistas.

### **1.3 OBJETIVOS**

El *objetivo central* de la presente investigación es definir un método relativamente sencillo de evaluación de un proyecto minero usando una o más opciones reales y considerando dos modelos estocásticos del precio del metal.

Adicionalmente, esta investigación busca:

- a. Demostrar cuál es el impacto de la incertidumbre en el valor de un proyecto minero cuando se consideran una o más opciones reales.
- b. Demostrar cuál es el impacto de la inclusión de opciones reales en el valor de un proyecto.

- c. Demostrar que el uso de una o más opciones reales en la evaluación de un proyecto puede realizarse de forma relativamente sencilla usando una hoja Excel, por lo que puede aplicarse a todo nivel y no sólo para grandes proyectos.

## **1.4 METODOLOGÍA**

Este trabajo utiliza el estudio de casos como metodología de investigación. El estudio de casos se ha convertido en un método de investigación importante en muchas áreas del conocimiento, sobre todo en la Administración de Empresas, aun cuando los investigadores de corte cuantitativo lo cuestionan alegando que sus conclusiones no son generalizables estadísticamente; sin embargo, la investigación cualitativa, específicamente con el estudio de casos, no representa a una muestra de una población o universo, son casos específicos los que se estudian buscando con esta metodología de investigación una generalización analítica y no estadística ampliando y generalizando teorías. El uso del estudio de casos ofrece importantes resultados e información que no puede ser encontrada por medio de los métodos cuantitativos y que es muy valiosa para la toma de decisiones en las empresas.

Con el estudio de casos se pretende encontrar nuevas evidencias o situaciones de un fenómeno, la diferencia de lo que se está estudiando con su universo, la formulación de nuevas teoría de la realidad social, lo que se busca es encontrar las respuestas a preguntas en un escenario y momento dado, de ahí que no son formulaciones de verdades universales. De esta manera, se trata de lograr con las reflexiones planteadas, la importancia que tiene el estudio de casos en la actualidad, dando a conocer los aspectos relevantes y necesarios para poder realizar una investigación de este tipo correctamente y no dejar ningún aspecto importante de lado que le brinde a la investigación la validez, tanto interna como externa, para que el estudio refleje y explique verdaderamente el fenómeno, situación o aspecto estudiado.

Para complementar la justificación de la metodología utilizada en esta investigación, nos apoyamos en Hernández, Fernández y Baptista (2010) que en su obra describe que,

“la investigación es un conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican al estudio de un fenómeno. Desde el siglo pasado se han “polarizado” dos aproximaciones principales para investigar el conocimiento: (1) el enfoque cuantitativo y (2) el enfoque cualitativo. El enfoque cuantitativo en las ciencias sociales se origina fundamentalmente en la obra de Augusto Comte (1798-1857) y Emile Durkheim (1858-1917). Ellos propusieron que el estudio sobre los fenómenos sociales requiere ser “científico”, es decir, susceptible a la aplicación del mismo método que se utilizaba con éxito en las ciencias naturales. Tales autores sostenían que todas las “cosas” o fenómenos que estudiaban las ciencias eran medibles. A esta corriente se le llama *positivismo*. El enfoque cualitativo tiene su origen en otro pionero de las ciencias sociales: Max Weber (1864-1920), quien introduce el término “*verstehen*” (“entender”), con lo que reconoce que además de la descripción y medición de variables sociales, deben considerarse los significados subjetivos y la comprensión del contexto donde ocurre el fenómeno. Ambos enfoques (1) y (2) emplean procesos cuidadosos, metódicos y empíricos en su esfuerzo para generar conocimiento, por lo que la definición previa de investigación se aplica a los dos por igual. El enfoque cualitativo también se guía por áreas o temas significativos de investigación. Sin embargo, en lugar de que la claridad sobre las preguntas de investigación preceda a la recolección y el análisis de los datos, los estudios cualitativos pueden desarrollar preguntas antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Con frecuencia, estas actividades sirven, primero, para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes, y después para refinarlas y responderlas.

En las investigaciones cualitativas, la reflexión es el puente que vincula al investigador y a los participantes. la investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. También aporta un punto de vista “fresco, natural y holístico” de los fenómenos, así como flexibilidad.

El alcance final de los estudios cualitativos muchas veces consiste en comprender un fenómeno social complejo. El acento no está en medir las variables involucradas en dicho fenómeno, sino en entenderlo. El enfoque cualitativo se selecciona cuando se

busca comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodea, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. También es recomendable seleccionar el enfoque cualitativo cuando el tema del estudio ha sido poco explorado, o no se ha hecho investigación al respecto en algún grupo social específico. El proceso cualitativo inicia con la idea de investigación”.

## **1.5 FORMULACIÓN DE PREGUNTAS**

Este trabajo plantea las siguientes preguntas que la investigación buscará responder:

1. ¿Cómo evaluar un proyecto minero peruano usando opciones reales?
2. ¿Cómo afecta la inclusión de diferentes opciones reales en el valor del proyecto?
3. ¿Cómo influye la incertidumbre en el valor del proyecto cuando se consideran las opciones reales?
4. ¿Cómo evaluar un proyecto con opciones reales considerando dos modelos diferentes del precio del metal de acuerdo al comportamiento estocástico observado?

## **1.6 FACTIBILIDAD DEL ESTUDIO**

El estudio conceptual no reviste dificultades porque se tiene acceso a la información requerida para una revisión profunda de la literatura existente. Ha sido un poco difícil acceder a la información real para este caso y trabajarla directamente en el modelo propuesto; por ello se ha tenido que realizar un artificio matemático, multiplicando los datos reales por un coeficiente determinado y así guardar la confidencialidad respectiva. Por tanto los datos se han obtenido del proyecto “La Arena” valorizado por la empresa Kallpa SAB; así se trabajará con el Proyecto Minero La Arenilla (nombre alterado del original), ubicado a 18 kilómetros de la ciudad de Huamachuco, Región La Libertad, al norte de Lima. Este proyecto es un importante yacimiento aurífero y cuprífero localizado en un distrito tradicionalmente minero conocido por su alto contenido de recursos de oro y

cobre. El proyecto comprende dos etapas: la primera etapa enfocada al desarrollo y explotación del depósito de óxidos de oro; y la segunda, al desarrollo y explotación de los sulfuros de cobre y molibdeno.

SIPAN Ltda es una empresa minera enfocada al desarrollo y explotación del proyecto de oro y cobre La Arenilla, cuyas acciones cotizan en la Bolsa de Valores de Toronto, la Bolsa de Valores de Frankfurt y la Bolsa de Valores de Lima. La Arenilla S.A. es propietaria de 44 concesiones mineras sobre un total de alrededor de 21,000 hectáreas de las cuales alrededor de 1,720 pertenecen al desarrollo de los yacimientos de óxidos y sulfuros. La vida útil de la primera etapa (yacimiento de óxidos) se estima en 10 años en los que se espera obtener una producción total de 1.13 millones de onzas de oro. SIPAN planea iniciar operaciones en esta primera etapa en el último trimestre de 2015 y obtener la primera producción de oro en el primer trimestre de 2016. La vida útil de la segunda etapa (yacimiento de sulfuros) se estima en 10 años sobre los cuales se espera obtener una producción total de 1,334 millones de libras de cobre.

Ubicación: El proyecto La Arenilla está localizado dentro de un tradicional distrito minero, cercano a las minas: Lagunas Norte (Alto Chicama - Barrick Gold Corp.) y COMARSA (Compañía Minera Aurífera Santa Rosa S.A.).

El análisis de datos y redacción final del presente trabajo, es responsabilidad directa del autor de la presente investigación.

## **1.7 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN**

De acuerdo con Yin (1994), la presente investigación considera la siguiente clasificación de los estudios de casos:

1. Atendiendo al objetivo de la estrategia de investigación; este trabajo será Descriptivo (cuyo objetivo es analizar cómo ocurre un fenómeno organizativo dentro de su contexto real) e Ilustrativo (que de una u otra manera, ponen de manifiesto las prácticas de gestión de las empresas más competitivas).

2. Desde el punto de vista que se fundamenta en el número de casos objeto de análisis, se presenta Un único caso (esta metodología es adecuada cuando el caso sea especial y tenga todas las condiciones necesarias para confirmar, desafiar o ampliar una determinada teoría).
3. En función del paradigma en el que el investigador se sitúa, se aplica el enfoque positivista (que se caracteriza porque, no son aceptadas manipulaciones experimentales; no necesariamente a priori, se deben especificar las variables dependientes e independientes; los resultados que se obtengan dependen básicamente de la capacidad de integración del investigador; se analizan una o pocas entidades -personas, grupos u organizaciones; la complejidad de la unidad estudiada se analiza intensivamente; el estudio de casos se diseña más para las fases de exploración, clasificación y desarrollo de proposiciones en el proceso de generación de conocimiento; este tipo de estudio se centra en situaciones actuales; el fenómeno es estudiado en su estado natural; es muy útil en el estudio de “¿por qué?” y “¿cómo?”, ya que se refieren a las relaciones operativas que se establecerán a lo largo del tiempo más que en frecuencia e incidencia de éstas).

Una vez definido el enfoque de nuestro trabajo, podemos señalar que en la actualidad, la gran mayoría de proyectos mineros en el Perú se evalúan con el método de flujo de caja descontado (FCD). En menor medida, se emplean también otros métodos como el de Múltiplos y Opciones Reales y métodos que complementan a los 3 mencionados, como el Análisis de Sensibilidad, Árboles de Decisiones y Simulación de Montecarlo. En este trabajo se evaluará un proyecto minero con el método de DCF (flujo de caja descontado) y complementando con el método de Opciones Reales; este último con Análisis de Sensibilidad y Simulación de Montecarlo.

En nuestro trabajo, se requiere estimar muchos parámetros entre los que podemos mencionar el Precio del metal, Costo operativo, Reservas, Reservas de Mineral, Reservas Probables, Reservas Probadas, Días de operación por año, Ley de tajo, Recuperación, Desbroce, Tasa de desbroce, Gastos de venta generales y administrativos, Tasa de impuestos, Valor de rescate, Año inicial, Vida útil del proyecto, Inversión Inicial,

%Participación de trabajadores, Regalías y Producción anual, los cuales definiremos en el apartado correspondiente del presente trabajo.

## **1.8 ESTADO DEL ARTE**

Para realizar la presente investigación se ha acudido de manera exhaustiva a diferentes fuentes de información relacionadas con el tema de estudio con la finalidad de lograr el estado de arte, parte inicial y sustantiva de la tesis doctoral. Se ha acudido a libros de textos para obtener un conocimiento previo de la problemática; artículos de revistas de investigación que permiten obtener una referencia de lo que se está estudiando actualmente y los trabajos realizados en el área; también a diccionarios especializados para definir y entender de una forma adecuada las acepciones que se utilizarán en la investigación. Se ha utilizado principalmente la base de datos de ProQuest, E-libro, E-journal y publicaciones de organismos nacionales e internacionales, como INCAE, IESE, Harvard Business School, Apoyo Consultoría, Kallpa SAB, CONFIEP, Cámara de Comercio de Lima, Sociedad Nacional de Minería, Petróleo y Energía del Perú, Ministerio de Economía y Finanzas (MEF), Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), Superintendencia Nacional de Mercado de Valores (SNMV). La mayoría de estudios encontrados y revisados son investigaciones aplicadas en empresas de diversos sectores (recursos naturales, farmacéutico, comunicaciones investigación y desarrollo, petróleo, minería, biotecnología, entre otros) de muchas ciudades de la región y del mundo (Chile, México, Colombia, Brasil, USA, Europa, entre otras).

A modo de resumen y como una adaptación de Trigeorgis (1999) y Lamothe (2001), presentamos una clasificación amplia de los tipos de opciones reales con sus respectivos representantes:

- a. **Opción de crecimiento.** Se presenta cuando una empresa espera crecer de una forma secuencial mediante acceso a nuevos mercados, fortalecimiento de la capacidad interna, mejoramiento en procesos internos. Los representantes son,

Brealey y Myers (1991), Chung y Charoenwong (1991), Kester (1984, 1993), Myers (1977) Pindyck (1988) y Trigeorgis (1988).

- b. **Opción de cambio en productos y procesos.** Los tomadores de decisiones podrían cambiar sus insumos, procesos y productos cuando los precios de estos varían desfavorablemente. Tenemos Johnson, H. E. (1987), Kensinger (1987), Kulatilaka (1988), Kulatilaka y Trigeorgis (1994), Margrabe (1978), Stulz (1982).
- c. **Opción de diferir.** Se origina ante la posibilidad de posponer un proyecto de inversión durante un periodo determinado, con el objetivo de disminuir la incertidumbre asociada a cambios en los precios de los insumos y del producto a ofrecer. Los autores que responde a este tipo de opción real son: Ingersoll y Ross (1992), Majd y Pindyck (1987), McDonald y Siegel (1986), Paddock et al. (1988), Titman (1985), Tourinho (1979).
- d. **Opción de ampliar o expandir.** Se presenta cuando las condiciones del mercado tienen un comportamiento mejor que el esperado, propiciando una mayor inversión que permita aumentar la producción. Los autores son: Trigeorgis y Mason (1987), Pindick (1988), McDonald y Siegel (1985), Brennan y Schartz (1985).
- e. **Opción de abandono.** Ante condiciones desfavorables del mercado, una empresa puede decidir cerrar definitivamente la empresa. Myers y Majd (1990).
- f. **Opción de disminuir o cerrar temporalmente.** De acuerdo con el comportamiento del mercado, una empresa puede decidir disminuir o cerrar temporalmente la producción de una línea de negocio o todas sus operaciones. Trigeorgis y Mason (1987), Pindick (1988), Brennan y Schartz (1985).
- g. **Opción con múltiples interacciones.** Dependiendo de las condiciones del mercado y de la empresa, la empresa tomará decisiones que le permita crecer o protegerse ante cambios, de forma conjunta ya que pueden interactuar entre sí. Carr (1988), Geske (1979), Trigeorgis (1993).

## **CAPÍTULO 2. MÉTODOS DE EVALUACIÓN UTILIZADOS EN PROYECTOS MINEROS**

### **2.1 Flujo de caja descontado (DCF o FCD)**

Es el método más común que se emplea para evaluar un proyecto minero. La técnica FCD constituye la base de las decisiones de inversión de la mayoría de compañías mineras. La técnica FCD evalúa todo el proyecto descontando los flujos de caja por el riesgo y el tiempo, con el costo de capital. A mayor sea el riesgo del proyecto mayor es el costo de capital utilizado. Para evaluar la rentabilidad del proyecto con el FCD se emplean principalmente los indicadores de valor presente neto (VPN) y la tasa interna de retorno (TIR).

El VPN es la diferencia entre los flujos de caja del proyecto y la inversión realizada. Representa el valor neto adicional generado por el proyecto por encima del costo de capital de los inversionistas. Si el  $VPN > 0$  entonces se recomienda invertir en el proyecto; si el  $VPN = 0$  es indiferente entre invertir o no en el proyecto (en este caso no hay creación de valor, pero sí se alcanza el costo de capital), y si el  $VPN < 0$  no se recomienda invertir en el proyecto.

La TIR es la tasa de retorno promedio generada por los flujos de caja con respecto a la inversión realizada. Se calcula obteniendo la tasa que permite igualar el valor actual de los flujos de caja con la inversión realizada. Es la técnica preferida para la evaluación sin embargo, no brinda siempre la medición más adecuada de la rentabilidad del proyecto debido a que en algunos casos los proyectos con mayor TIR no necesariamente son los mejores desde el punto de vista de las ganancias generadas. La TIR por lo general brindará la misma recomendación de aceptar o rechazar el proyecto que el indicador VPN, sin embargo cuando se quiere usarla como base de comparación entre diferentes proyectos sus mediciones pueden no ser las correctas.

## **2.2 Árboles de decisiones (AD)**

El método de árboles de decisiones forma parte de la disciplina de Investigación de Operaciones y Teoría de Juegos. El método estima la probabilidad de posibles resultados de un proyecto y representa los probables escenarios de las variables del proyecto mediante ramas con sus respectivas probabilidades. Los árboles de decisiones son estructurados como una serie de caminos que pueden tomar los escenarios y que combinados generan el resultado final de un proyecto. El árbol está constituido por nodos de variables aleatorias o nodos de decisiones. Los nodos de variables aleatorias o incertidumbres indican las variables aleatorias que pueden tomar diferentes valores que no están bajo control del proyecto. Estos son representados por círculos.

Los nodos de decisiones indican la posibilidad de optar por diferentes configuraciones o realizaciones del proyecto y son representados por cuadrados. Por ejemplo, un nodo de decisión podría representar la decisión de invertir o no en el proyecto, o la decisión de optar por un determinado diseño del proyecto, o una determinada capacidad o extensión del proyecto.

Las ramas que salen de los nodos de decisiones indican las decisiones que puede tomarse para el proyecto. Las ramas que salen de los nodos de variables aleatorias indican las posibles ocurrencias que se pueden dar para la variable aleatoria correspondiente y se indican las probabilidades de ocurrencias respectivas. Las últimas ramas indican los posibles resultados del proyecto que por lo general se miden con el VPN.

Los árboles de decisiones permiten analizar un problema muy complejo dividiéndose en varios problemas pequeños representados por los nodos y sus ramas. De esta forma se permite considerar la incertidumbre en el proyecto y poder representar gráficamente el proceso de decisión y de incertidumbres del proyecto, pudiendo conocer con mayor claridad las posibles rutas que podría tomar el proyecto dependiendo de las diferentes

ocurrencias de las variables aleatorias y las decisiones tomadas. Incluso se puede realizar análisis de sensibilidad sobre las variables del árbol.

Este método es usado más como un complemento y para hacer un análisis probabilístico en la evaluación de proyectos mineros.

### **2.3 Simulación de Montecarlo (SM)**

Gracias a los avances tecnológicos el método de simulación se ha ido empleando cada vez con mayor frecuencia.

El primer paso para realizar una SM es desarrollar un modelo analítico que relacione las diferentes variables aleatorias asumidas con el cálculo VPN. El segundo paso es generar una distribución probabilística a partir de data histórica o de la propia experiencia de proyectos anteriores sobre cada una de las variables aleatorias. La SM calcula el resultado del proyecto generando valores aleatorios provenientes de cada una de las distribuciones probabilísticas asumidas para las variables del proyecto, y calculando el VPN mediante el modelo analítico antes realizado.

Las distribuciones más utilizadas son la normal, lognormal, triangular y uniforme. Se deben generar un número grande de valores aleatorios para cada variable. A cada generación de valores aleatorios y cálculo del VPN respectivo se le llama iteración. A mayor número de iteraciones es más precisa la SM en su estimado de VPN esperado y distribución de VPN obtenida de todos los VPN aleatorios calculados a partir de la SM.

Las variables aleatorias utilizadas en la SM pueden asumirse independientes o correlacionadas entre sí. Una forma de simplificar el cálculo de la distribución de VPN y su valor esperado es asumiendo que todas las variables aleatorias del proyecto son independientes entre sí, o perfectamente correlacionados entre sí. Por ejemplo se puede simplificar el análisis asumiendo que en un proyecto los costos operativos son independientes con respecto a los precios del metal o perfectamente correlacionados entre sí. Es decir cuando los precios se incrementan, los costos operativos tienden a

incrementarse. Los precios también se pueden asumir correlacionados en el tiempo, es decir el precio en el periodo  $t$ , está correlacionado con el precio del periodo  $t+1$ .

Este método no sólo se puede utilizar como un método para evaluar un proyecto bajo incertidumbre de forma más precisa que con los árboles de decisiones, sino también, se pueden usar como complemento de otros métodos como el FCD, AD, u Opciones Reales (OR) para analizar diferentes escenarios y obtener valores esperados del VPN y distribuciones más confiables, desde un punto de vista conservador u optimista de un inversionista.

## **2.4 Opciones Reales (OR)**

Black y Scholes describieron un modelo para valorizar opciones financieras. Desde esa vez, se han diseñado contratos de opciones puts y calls. Estos contratos dan el derecho, pero no la obligación, para vender o comprar un número determinado de acciones o una cantidad de commodities como el oro, cobre, petróleo hasta antes de una fecha, o en una determinada fecha. Si sólo se puede ejercer la opción en una fecha de expiración, se le llama opción europea. Si se puede ejercer en cualquier momento hasta la fecha de expiración se le llama opción americana. La opción europea es más sencilla de valorizar que la opción americana.

Las opciones pueden ser financieras o reales. Las opciones financieras son aquellas que otorgan derechos de compra o venta de activos financieros transados en un mercado de valores. Las opciones reales son aquellas que otorgan derecho de compra o venta de activos físicos o intangibles que no son transados en un mercado de valores. Las opciones reales se presentan más en proyectos de inversión con mayor flexibilidad en la toma de decisiones sobre la venta o compra de activos. A mayor flexibilidad del proyecto, mayor es el valor de las opciones reales incluidas en el diseño del proyecto. Sin embargo, las opciones reales no necesariamente son identificadas al momento de elaborar el diseño del proyecto; recién se les puede identificar una vez realizado el diseño, lo cual podría ayudar a mejorar su valor.

El valor de un proyecto podría incrementarse dramáticamente cuando se agrega flexibilidad al proyecto y el método OR permite diferenciar entre proyectos con mayor flexibilidad y aquellos con poca flexibilidad, considerando un valor adicional a estos últimos. Esto no es posible con el método FCD y sólo parcialmente cuando se emplea el método AD. El método SM se puede aplicar en conjunto con las OR para obtener un análisis más completo del riesgo y los valores probables de las opciones del proyecto.

## CAPÍTULO 3. OPCIONES FINANCIERAS

Las opciones financieras son instrumentos financieros derivados que se establecen en un contrato que otorga a su comprador el derecho, pero no la obligación, a comprar o vender bienes o valores (el activo subyacente, que pueden ser acciones, bonos, índices bursátiles, etc.) a un precio predeterminado (strike o precio de ejercicio), hasta una fecha concreta (vencimiento).

### 3.1 Tipos de opciones

Existen dos tipos de opciones: call (opción de compra) y put (opción de venta).

Los parámetros que afectan los precios de ambos tipos de opciones sobre acciones son:

- Precio actual de la acción,  $S_0$ .
- Precio de Ejercicio,  $K$ .
- Tiempo de vencimiento,  $T$ .
- Volatilidad de la acción,  $\sigma$ .
- Tasa de libre riesgo,  $r$ .
- Dividendos esperados durante la duración de la opción, monto  $D$  o tasa  $q$ .

Opción Call:

Una opción call otorga a su comprador el derecho pero no la obligación de comprar un activo subyacente a un precio de ejercicio  $K$ . El vendedor de la opción call tiene la obligación de vender el activo en el caso de que el comprador ejerza el derecho a comprar.

En la venta de una opción call, el vendedor recibe el precio de la opción. A cambio, tiene la obligación de vender la acción al precio de ejercicio  $K$ , en el caso de que el comprador de la opción call ejerza su opción de compra, teniendo una ganancia de la prima del comprador más la posible diferencia del precio actual y el precio estipulado.

## Opción Put

Una opción put otorga a su poseedor el derecho pero no la obligación de vender un activo subyacente a un precio de ejercicio  $K$ . El vendedor de la opción put tiene la obligación de comprar el activo subyacente si el tenedor de la opción decide ejercer su derecho.

El vendedor de una opción put está vendiendo un derecho por el que cobra la prima. Puesto que vende el derecho, contrae la obligación de comprar la acción en el caso de que el comprador de la put ejerza su derecho a vender.

### 3.2 Clasificación de opciones

Tanto la opción call o put se pueden clasificar en opciones europeas o americana.

Opciones europeas: Sólo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento. Antes de esa fecha, pueden comprarse o venderse si existe un mercado donde se negocien.

Opciones americanas: pueden ser ejercidas en cualquier momento entre el día de la compra y el día de vencimiento, ambos inclusive, y al margen del mercado en el que se negocien.

Las opciones más corrientes son europeas y americanas, las cuales se conocen como "plain vanilla".

Otras opciones más complejas se denominan "exóticas", y dentro de estas podemos encontrar entre otras: bermuda, binarias, power, barrera, etc.

Opciones Bermuda: Es un tipo de opción que se puede ejercer en fechas discretas repartidas a lo largo de la vida de la opción, pero que no se puede ejercer en el período entre esas fechas. Esto contrasta con las opciones americanas que se pueden ejercer en cualquier momento y también contrasta con las opciones europeas que se pueden ejercer solamente durante un período de ejercicio limitado al final de la vida de la opción.

Opciones binarias: Es un tipo de opción cuya rentabilidad es, o bien una cierta cantidad fija de algunos activos, o bien nada en absoluto. Los dos tipos principales de opciones son efectivo-o-nada o activos-o-nada.

- efectivo-o-nada, paga una cantidad determinada de dinero en efectivo si al vencimiento de la opción el valor cotiza por encima de lo pagado "in-the-money". No recibe nada, en caso contrario (out-the-money).
- Las opciones son de naturaleza binaria, porque solo hay dos resultados posibles.

Opciones Power: Es un tipo de opción cuyo valor intrínseco se basa en el precio del activo subyacente elevado a una potencia determinada.

Opciones barrera: Es un tipo de opción basada en un activo subyacente, cuyo precio al tocar la barrera (un nivel de precios predeterminado) que define a estas opciones, causa la activación de la opción (la opción pasa a existir) o la desactivación de la opción (la opción deja de existir).

- Cuando la opción pasa a existir una vez que el precio del activo subyacente alcanza la barrera, puede ser conocida como opción Knock-in, Up and In o Down and In, lo cual depende de otros factores, principalmente la relación del precio strike con respecto a la barrera.
- Por el contrario, cuando la opción deja de existir una vez que el precio del subyacente alcanza la barrera, puede ser conocida como opción Knock-out, Up and Out o Down and Out, lo que depende de otros factores, principalmente la relación del precio strike con respecto a la barrera).

Las opciones de barrera son siempre más baratas que las opciones similares sin barrera (plain Vanilla). De esta manera, las opciones de barrera fueron creadas para ofrecer el mismo valor de una opción sin cobrar la misma cantidad en concepto de prima por el contrato.

## CAPÍTULO 4. OPCIONES REALES

### 4.1 Diferencias entre opciones reales y opciones financieras<sup>1</sup>

Las opciones reales son la aplicación de la teoría de opciones financieras en activos físicos o reales, sin embargo hay muchas diferencias que se muestran en el siguiente cuadro:

Opciones financieras	Opciones Reales
Corta maduración, generalmente de meses	Larga maduración, generalmente de años
Las variables subyacentes son el precio de acciones o de activos financieros transados en bolsas de valores.	Las variables subyacentes son flujos de caja libre que dependen de la competencia, demanda y gestión del proyecto respectivo.
No se puede controlar el valor de la opción mediante la manipulación de las variables subyacentes	Se puede incrementar el valor de la opción mediante una gestión adecuada y mayor flexibilidad
El valor de las opciones es por lo general bajo, comparativo con la magnitud de las variables subyacentes.	El valor de las opciones es de magnitud comparativa con el VPN de un proyecto que es alto para proyectos medianos y grandes.
La competencia y mercado afecta poco a su valor y precio en el corto plazo.	La competencia y mercado determina su valor.
Tiene ya varias décadas siendo transadas en diferentes mercados financieros.	Tiene apenas una o dos décadas tomándose en cuenta en las decisiones financieras.
Por lo general se resuelven mediante fórmulas con ecuaciones diferenciales parciales y técnicas de simulación para opciones exóticas.	Por lo general se resuelven mediante fórmulas y árboles binomiales complementado con simulaciones de las variables subyacentes
Se transan frecuentemente en el mercado de valores por lo que se tiene información estadística de precios y de otras opciones similares.	No se transan frecuentemente en el mercado de valores por lo que no se tiene información estadística de precios y de otras opciones similares. Cada opción es única en cada proyecto.
Los supuestos y acciones que toma la gerencia en relación a las opciones no influyen significativamente en el valor de las opciones.	Los supuestos y acciones que toma la gerencia en relación a las opciones influyen significativamente en el valor de las opciones.

<sup>1</sup> Mun Johnathan. (2006) Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons, Inc.

## 4.2 Fundamentos de opciones reales<sup>2</sup>

El uso del método FCD por sí sólo es inapropiado en valorizar algunos proyectos con flexibilidad para tomar decisiones operativas o estratégicas durante el proyecto. Brennan y Schwartz (1977) han dado ejemplos en valorización de opciones en una mina de oro. En su ejemplo, una compañía minera tiene el derecho de un predio minero. Este derecho consiste en la opción y no la obligación legal de explotar las reservas de oro. Por lo tanto, si el precio del oro en el mercado es alto, la compañía podría iniciar la explotación de la mina o parar la explotación o esperar un tiempo para empezar a explotar si el precio del oro se reduce significativamente en el mercado. Si suponemos que el costo de explotar la mina es  $X$  y los ingresos a valor actual por la explotación es de  $S$  se presentan las siguientes condiciones:

- Si  $S > X$  se explotaría la mina y por lo tanto se obtendría una ganancia neta de  $S-X$ .
- Si  $S \leq X$  no se explotaría la mina y por lo tanto no se obtendría ganancia neta.

Estas ganancias netas son idénticas a las ganancias de una Opción Call cuya variable subyacente es el valor del oro extraído de la mina, con un precio de ejercicio  $X$  y valor subyacente  $S$ . De similar manera esta analogía se puede aplicar con una patente tecnológica que otorga el derecho a desarrollar la tecnología si las ganancias potenciales exceden el costo de desarrollo, o abandonar o postergar su desarrollo en caso contrario. Esta correspondería a una Opción Call cuyo precio de ejercicio sería el costo de desarrollo y los ingresos obtenidos por la tecnología sería el valor subyacente.

El método de FCD no sería capaz de capturar el valor de esperar y obtener grandes ganancias con un riesgo menor, debido a la posibilidad de esperar el mejor momento para la explotación o desarrollo. Sin embargo considerando estas opciones como inherentes o agregadas a un proyecto, se puede representar mejor el valor del proyecto y priorizar aquellos proyectos con un mayor número de opciones o flexibilidad durante su implementación y ejecución.

---

<sup>2</sup> Mun Johnathan. (2006) Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons, Inc.

### 4.3 Proceso general de evaluación con opciones reales<sup>3</sup>

El método OR no sólo se restringe a la evaluación económico financiera de un proyecto que incluya las opciones reales inherentes o agregadas al mismo. El método OR implica una nueva forma de analizar proyectos, desde su diseño y concepción para aprovechar oportunidades e incrementar su valor. Para ello Jonathan Mun (2006) propone un proceso de OR aplicado principalmente a corporaciones con múltiples proyectos en cartera:

1. Selección de proyectos u oportunidades viables para análisis OR
2. Pronóstico de las variables más importantes
3. Cálculo del VPN en el escenario base
4. Simulación de Montecarlo
5. Identificación de opciones reales
6. Modelación y análisis con Opciones Reales
7. Optimización de portafolio de proyectos
8. Informes y actualización del modelo OR.

Selección de proyectos o estrategias viables para análisis OR:

El primer paso es identificar los proyectos, activos o estrategias que sean de importancia para la corporación, y que involucren riesgo y oportunidades, de tal forma que con mayor probabilidad puedan incluir o agregársele opciones reales.

Pronóstico de las variables más importantes

Se realiza un pronóstico de las variables más importantes en su escenario base para un horizonte de tiempo suficiente para los potenciales proyectos o estrategias a analizar.

---

<sup>3</sup> Mun Johnathan. (2006) Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons, Inc.

Cálculo del VPN en el escenario base:

Para cada proyecto viable se elabora su flujo de caja en el escenario base y se determina el VPN respectivo. Aquí se aplica el método FCD y el VPN obtenido se toma como referencia respecto al valor obtenido con el método OR que se aplicaría posteriormente.

Simulación de Montecarlo:

Se emplea la simulación de Montecarlo para obtener diferentes escenarios del VPN y tener una mayor claridad de lo que ocurriría con los proyectos analizados y para estimar la volatilidad respectiva. La volatilidad es un buen predictor del valor de las opciones reales de los proyectos considerados. Dependiendo de las opciones reales que se identifiquen la volatilidad del proyecto podría emplearse directamente para el cálculo del valor de dichas opciones y del valor del proyecto.

Identificación de opciones reales:

Se deben identificar específicamente las opciones reales y formularlas en base a las opciones conocidas como son la opción de expansión, de contracción, de abandono, de cambio, de selección, de postergación, etc.

Modelación y análisis con Opciones Reales

En base a los métodos de valorización conocidos se procede a calcular el valor de los proyectos con opciones reales o de las opciones reales mismas implícitas en dichos proyectos. Para ello se requiere tener los estimados de los parámetros requeridos para cada opción o proyecto con opciones incluidas.

Optimización de portafolio de proyectos

Este paso se realizaría si se tuvieran varios proyectos en cartera con posibilidad de ejecutarse simultáneamente y que pudieran compartir recursos o tener la opción de asignar recursos de diferentes maneras para la ejecución de los proyectos. Se debe optar por la forma óptima de asignar los recursos a los diferentes proyectos.

Informes y actualización del modelo OR.

Para que el análisis OR tenga éxito es necesario reportar sus resultados luego que se vayan realizando los resultados de las variables y las proyecciones de flujos de caja de los proyectos analizados. Conforme se vaya ejecutando el proyecto, las opciones se irán ejecutando y por lo tanto se tendría una visión más exacta de su valor real. De esta forma se puede mejorar los estimados y proyecciones futuras y se puede tener aún mayor confianza en los modelos y decisiones de inversión en futuros proyectos.

#### **4.4 Modelos básicos de Opciones Reales<sup>4</sup>**

Las opciones reales más comunes son la de abandono, expansión, contracción, selección y de postergación.

Opción de abandono:

La opción de abandono se da cuando en un proyecto se tiene la posibilidad de vender el proyecto en cualquier momento hasta antes de su finalización, a cambio de un ingreso por abandono del mismo o venta de sus activos. Esta opción puede estructurarse como parte de un contrato donde un tercero compraría el proyecto antes de su finalización en caso que los responsables del proyecto decidan abandonarlo y ejercer la opción. En el caso de un contrato, los adquirentes de la opción deberían pagar una cantidad al tercero para que pueda asumir la compra del proyecto en caso se decida abandonar.

Opción de expansión:

La opción de expansión se da cuando en un proyecto se tiene la posibilidad de expandirse ya sea por la ampliación de la capacidad de su producción o por medio de la adquisición de un nuevo negocio afín al proyecto que le permita incrementar su valor. Para lograr la expansión se requiere realizar una inversión y asumir una serie de costos para su puesta en marcha. Si bien es cierto, la opción permite que se postergue la expansión hasta que las

---

<sup>4</sup> Mun Johnathan. (2006) Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons, Inc.

condiciones sean favorables, el costo de expansión podría incrementarse en el tiempo, lo cual complicaría el análisis del valor.

#### Opción de contracción:

La opción de contracción se da cuando en un proyecto se tiene la posibilidad de contraerse ya sea por la reducción de su capacidad de su producción o por medio de la venta de activos lo que le permita incrementar su valor o dejar de perder aún más valor. La opción de contracción podría estructurarse con un contrato con terceros que estén dispuestos a adquirir los activos en exceso del proyecto a un precio previamente definido, en el caso que los responsables del proyecto decidan hacerlo y las condiciones del mercado sean lo suficientemente desfavorables.

#### Opción de selección:

La opción de selección se da cuando en un proyecto se tiene la posibilidad de elegir entre ejercer diferentes opciones reales como por ejemplo, poder optar entre abandonar, expandir o contraer el proyecto dependiendo de cómo se den las condiciones del mercado, es decir se elegiría ejercer la opción que incrementaría más el valor del proyecto en determinado momento. En su forma más simple, la opción de selección asume que las opciones a seleccionar deberían ser mutuamente excluyentes, es decir sólo se podría ejercer una sola a la vez. El valor de la opción de selección es mayor o igual que el valor de cualquiera de las opciones a elegir, y es menor que la suma del valor de las opciones si se ejercieran por separado debido a que asumimos que las opciones son mutuamente exclusivas.

#### Opción de postergación:

La opción de postergación se da cuando se tiene la posibilidad de elegir el momento en que se iniciará la ejecución del proyecto o incluso abandonarlo sin ejecutar. Esta opción se presenta generalmente cuando se tiene un derecho de explotar algún recurso natural en un plazo, o cuando se tiene un derecho de producción de un producto, o del uso de cierta tecnología con cierta vigencia.

## **CAPÍTULO 5. MÉTODOS DE VALORIZACIÓN DE OPCIONES REALES**

### **5.1 Métodos de Valorización de Opciones Reales**

Como se ha visto anteriormente, las condiciones de ejercicio de las opciones determinan la metodología de valorización más eficiente. La valorización de opciones europeas es sencilla y puede realizarse mediante simulación con un gran número de variables de estado, sin embargo, la valorización de opciones americanas sigue siendo un problema complejo, ya que debe encontrarse la estrategia de ejercicio que maximice el valor de la opción. Las soluciones analíticas tienen un campo de aplicación restringido, debido a la creciente complejidad en el número de dimensiones de las opciones y a la incapacidad de tratar problemas de tipo americano en forma general.

Por la naturaleza de las opciones reales, las condiciones de ejercicio pueden ser variadas y se puede ejercer en más de una ocasión dependiendo de las características del proyecto o negocio analizado que permiten postergar el inicio de un proyecto o decidir la iniciación de una expansión o desinversión en diferentes momentos. Es por ello que por lo general se usan opciones reales americanas o bermudas.

Para la valorización de opciones y en particular opciones reales tenemos los siguientes métodos que fueron desarrollados inicialmente para valorización de opciones financieras:

- Black y Scholes (1973): Inicialmente planteado sólo para opciones europeas.
- Geske y Johnson (1984): Emplean una aproximación polinomial para evaluar una opción americana de venta.
- Árboles binomiales: La introducción de los árboles binomiales en Cox (1979), permitió un enfoque simple e intuitivo para la resolución de opciones europeas y americanas.
- Trigeorgis (1991): Extiende el método binomial realizando una transformación Logarítmica.

- Boyle (1988): Extiende la metodología para evaluar opciones con dos variables de estado con el uso de árboles binomiales y trinomiales en 3 dimensiones (3D).
- Brennan y Schwartz (1977): Diferencias finitas explícitas e implícitas. Considera la discretización directa de la ecuación diferencial parcial que satisface el valor de la opción. Las condiciones de borde definidas en cada etapa de la resolución determinan si la opción es europea o americana.
- Boyle (1977): La simulación de Montecarlo. Fue introducida para la evaluación de opciones europeas y presenta variadas ventajas con respecto a los algoritmos tradicionales de valorización.
- Broadie y Glasserman (1997) Valorización de opciones europeas con simulación de Montecarlo, independiente del número de variables de estado del problema. Para la valorización de opciones americanas es necesario estimar una estrategia óptima de ejercicio, la que se obtiene de manera recursiva desde el instante final al inicial.

## **5.2 Comparación entre los principales métodos de valorización de Opciones Reales**

Tanto los árboles binomiales como el método de diferencias finitas comparten el problema denominado “maldición de la dimensionalidad” en que la complejidad de resolución aumenta exponencialmente con el número de dimensiones del problema. Debido a lo anterior, las investigaciones han derivado a métodos como la simulación de Montecarlo para evitar el explosivo crecimiento del tamaño del problema.

Sin embargo el método binomial resulta ser más flexible y sencillo de entender cuando se trata de las opciones reales más comunes y complejas empleadas en la evaluación y análisis de diferentes proyectos. Además, se puede representar gráficamente mediante el árbol binomial para cada uno de los activos subyacentes que se consideren.

Por otro lado, el método de diferencias finitas resulta ser abstracto y analítico lo cual dificulta su entendimiento intuitivo para la mayoría de inversionistas y funcionarios. Por este motivo, hemos optado por emplear los árboles binomiales como metodología de valorización de las opciones reales en los proyectos mineros.

## **5.3 Metodología de árboles binomiales para valoración de un proyecto bajo incertidumbre y con opciones reales**

### **5.3.1 Fundamentos del modelo de árboles binomiales**

El método de árboles binomiales o método binomial es el escogido en este caso debido a que nos permite representar de forma más intuitiva y gráfica la incertidumbre y opciones que se presentan en los proyectos de inversión. Para representar la incertidumbre de un proyecto se asumen diferentes posibles resultados o estados de la naturaleza de las variables que afectan al proyecto. Estas variables pueden ser precios de minerales, costos operativos, costos de inversión, ventas, etc. Dado que analizar opciones con incertidumbre resulta ser complejo de entender y cuantificar, se emplea habitualmente un modelo muy sencillo como el árbol binomial. Si se emplea de forma adecuada y con realismo este puede representar y cuantificar adecuadamente la incertidumbre y decisiones que se realizarán durante la ejecución del proyecto.

El primer paso para la modelación con árboles binomiales es definir las variables más relevantes del proyecto que vendrían a representar a los activos subyacentes del proyecto analizado. Para ello primero se identifican todos los elementos que afectan el valor de un proyecto y se escogen como activos subyacentes a aquellos elementos que varían de forma significativa durante la operación del proyecto e influyen en los flujos de caja y valor del proyecto. Estos se pueden identificar mediante un análisis de sensibilidad o diagrama de tornado basándose en estadísticas o experiencia de otros proyectos similares.

Por simplicidad y debido a la complejidad de los métodos de valuación con opciones reales, se prefiere emplear sólo uno o dos activos subyacentes del proyecto para implementar el modelo de árboles binomiales, por ejemplo el oro, el cobre, el petróleo, el trigo, etc. Esta simplificación es razonable debido a que por lo general son sólo 2 o 3 activos subyacentes cuyo precio o costo tiene un impacto significativo y debido a que se pueden agregar los precios o costos correspondientes en grupos o familias reduciendo el número de activos subyacentes a considerar, por ejemplo, en la producción minera todos los costos derivados de factores técnicos y operativos diversos se pueden agregar en un costo operativo, por lo

tanto el activo subyacente vendría a ser la operatividad del proyecto, siendo representado por su costo operativo. También si se tiene cobre de diferentes calidades con diferentes precios, estos podrían agruparse en una familia de metales cobre general, cuyo precio a considerar sea un precio promedio. De esta forma se reduce la complejidad para trabajar con varios activos subyacentes sino con sólo uno general.

Se desea que la variable relativa al activo subyacente pueda ser modelada de acuerdo a la teoría financiera; por ejemplo, un activo subyacente adecuado para un proyecto minero podría ser el metal más importante que extrae, dado que se han elaborado muchas teorías y modelos financieros para su análisis y a la vez su precio tiene un impacto significativo en el valor del proyecto.

Una vez que hemos escogido el(los) activo(s) subyacente(s) del proyecto, tenemos que describir cómo cambia su variable (precio, costo, valor, etc.) en el tiempo. Aquí se puede emplear un árbol binomial que represente la variación de la variable en el tiempo como se muestra en la figura 1.

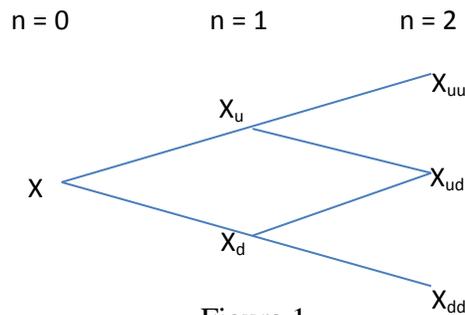


Figura 1

En la figura 1,  $X$ , representa el valor actual o inicial de la variable y los siguientes factores se representan mediante combinaciones de  $u$  (up) y  $d$  (down) que indican cuando la variable toma un valor incrementado o reducido respecto al valor que tomaría en el periodo anterior representado por  $n$ . El periodo  $n$  puede representar cualquier unidad de tiempo y puede tomar valores mayores a 2.

Se puede usar la notación  $X(i,n)$  para representar las  $X$ ,  $X_u$ ,  $X_d$ ,  $X_{uu}$ ,  $X_{ud}$  y  $X_{dd}$  mediante  $X(0,0)$ ,  $X(0,1)$ ,  $X(1,1)$ ,  $X(0,2)$ ,  $X(1,2)$  y  $X(2,2)$  respectivamente. Esta última notación es conveniente para el empleo de fórmulas y es similar a la forma que se trabaja en hojas de cálculo como se muestra en la figura 2.

$X(i,n)$	0	1	2
0	X	$X_u$	$X_{uu}$
1		$X_d$	$X_{ud}$
2			$X_{dd}$

Figura 2

El modelo anterior es en apariencia poco realista debido a los pocos valores asumidos por periodo, sin embargo, si se toman periodos muy cortos el número de valores posibles asumidos se incrementaría rápidamente en el tiempo logrando un modelo mucho más realista. En general, para resultados más precisos y acorde a la teoría financiera de opciones se recomienda emplear periodos muy cortos<sup>5</sup> aunque el modelo también puede ser razonable para periodos grandes como de un año dependiendo de cada caso particular y si en algún caso no se considera muy importante la exactitud del modelo en relación a la teoría financiera vigente. Para fines didácticos es más fácil introducir una aplicación de opciones reales con el modelo binomial usando periodos anuales debido a que se puede relacionar rápidamente con el flujo de caja de un proyecto que por lo general emplea periodos anuales y en algunos casos es más realista proyectar flujos de caja anuales por la escasa información que se tiene para proyectar flujos de caja de periodos más cortos. Es por ello que para esta investigación se emplearán periodos anuales para la valorización de proyectos con opciones reales pero se usará análisis de sensibilidad y simulación para considerar los posibles errores del modelo debido a esta simplificación y debido a posibles errores en la estimación o proyección de parámetros y valores asumidos.

De similar manera podemos aplicar el modelo binomial antes descrito para representar flujos de caja aleatorios que pueden tomar diferentes valores a lo largo del proyecto. Estos flujos de caja van a depender de las variables del activo subyacente del proyecto mencionadas de tal forma que podemos formar un árbol binomial que depende de los valores asumidos por estas variables como se muestra en la figura 3.

---

<sup>5</sup> Dixit and Pindick, 1994, Chapter 3.

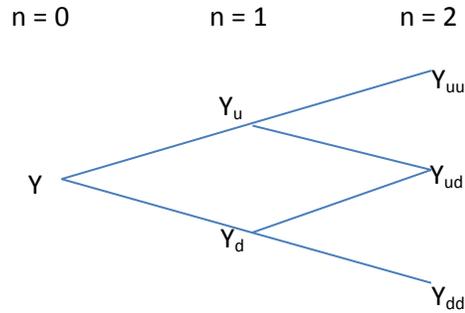


Figura 3

En la figura 3,  $Y$ , representa el flujo de caja en el momento actual o inicial. El resto de valores de  $Y$  representa los valores de flujos de caja proyectados que se asumen para los siguientes periodos. De similar forma se puede representar con la notación  $Y(i,n)$  como se muestra en la figura 4.

$Y(i,n)$	0	1	2
0	$Y$	$Y_u$	$Y_{uu}$
1		$Y_d$	$Y_{ud}$
2			$Y_{dd}$

Figura 4

Se asume que  $Y(0,0)$  no implica ningún riesgo (libre de riesgo) debido a que es en el periodo actual. Sin embargo los flujos de caja de los periodos siguientes sí implican riesgo, porque no se conocen de antemano y podrían tomar valores altos o bajos dependiendo de cómo se comporten en el futuro las variables de los activos subyacentes del proyecto.

### 5.3.2 Valoración de proyectos con un solo flujo de caja bajo incertidumbre

A continuación explicaremos cómo se puede valorizar proyectos usando el modelo de árboles binomiales. Para ello es necesario primero asumir un modelo para la(s) variable(s) del activo o activos subyacentes del proyecto seleccionado y para el flujo de caja del proyecto en cada periodo y considerando la incertidumbre. Para aplicar este método asumiremos el supuesto de no arbitraje, es decir que no hay la oportunidad de generar una rentabilidad neta por la compra y venta de activos sin asumir ningún riesgo. Esto implica que debe haber un solo precio y el mercado se encarga de determinar este precio que es

único para un mismo activo o conjunto de activos. Si el precio no fuera el mismo, siempre los inversionistas podrían comprar un activo a un precio bajo y venderlo inmediatamente a un precio alto pudiendo obtener una ganancia sin riesgo. El supuesto anterior requiere que se cumpla la hipótesis de mercados eficientes<sup>6</sup> fundamental en la teoría financiera.

Basándonos en este supuesto se puede estimar un modelo del valor del proyecto utilizando un portafolio replicante que tenga el mismo riesgo y valores probables que el proyecto analizado y cuyo riesgo y valores puedan ser estimados con información del mercado. Si se cumple el supuesto de no arbitraje y el portafolio replicante genera con exactitud los mismos valores del proyecto en cada anterior probable y con el mismo riesgo, se espera que su precio debiera ser exactamente igual al valor del proyecto analizado con una tasa de descuento ajustada a su riesgo.

A continuamos deducimos el proceso para obtener un portafolio replicante del proyecto analizado para un periodo y obtenemos una composición factible para este portafolio. Este proceso nos permite obtener un método práctico para facilitar los cálculos y notación con el uso de las que se llaman probabilidades neutrales al riesgo.

Podemos obtener un portafolio replicante de un proyecto con valor  $V$  desconocido (valor actual o en el periodo 0) utilizando  $A$  unidades de un bono de libre riesgo con plazo de un periodo, con tasa de libre riesgo  $r_f$  y precio 1, y  $B$  unidades de un activo subyacente que cotiza en el mercado con precio  $X$  y que tiene un impacto directo significativo en el valor o flujo de caja del proyecto. Entonces para que se replique el valor del proyecto se debe cumplir lo siguiente luego de un periodo:

$$A*(1+r_f) + B*X_u = Y_u \quad ; \quad A*(1+r_f) + B*X_d = Y_d$$

Donde  $r_f$  es la tasa del bono libre de riesgo,  $X_u$  y  $X_d$  son los precios del activo  $X$  en el periodo 1 para los escenarios que suban ( $u$ , up) y bajen ( $d$ , down). Como este es un activo cuyos precios afectan directamente al valor y al flujo de caja del proyecto, entonces cuando suba el precio del activo, el flujo de caja del proyecto sube ( $Y_u$ ) y cuando baja el precio del activo, el flujo de caja del proyecto baja ( $Y_d$ ).

---

<sup>6</sup> Brealey, Myers. Principios de Finanzas Corporativas

De la primera ecuación se deduce:  $Ar_f = Y_u - BX_u$

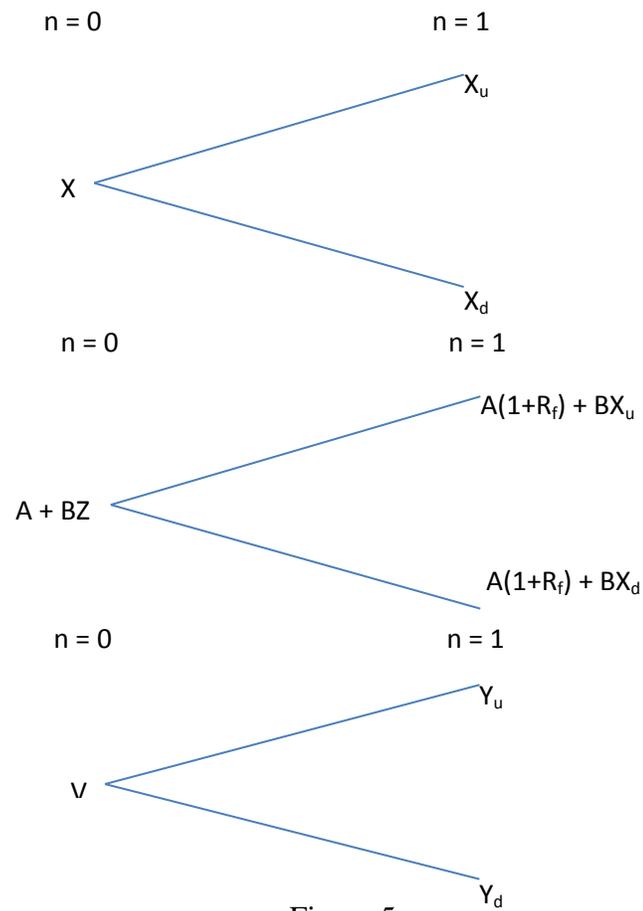


Figura 5

De la primera y segunda ecuación se deduce:  $Y_u - BX_u + BX_d = Y_d$

despejando B tenemos:

$$B = (Y_u - Y_d) / (X_u - X_d)$$

reemplazando esta expresión de B tenemos:

$$A = (X_u Y_d - X_d Y_u) / [(X_u - X_d) * (1 + r_f)]$$

de estos resultados obtenemos el precio actual V del proyecto analizado:

$$V = A + BX = (X_u Y_d - X_d Y_u) / [(X_u - X_d) * (1 + r_f)] + (Y_u - Y_d) X / (X_u - X_d)$$

reordenando los términos de la expresión anterior tenemos:

$$V = A + BX = \left( \frac{X(1+r_f) - X_d}{X_u - X_d} \right) Y_u + \left( \frac{X_u - X(1+r_f)}{X_u - X_d} \right) Y_d / (1+r_f)$$

aquí definimos:

$$\pi_u = \frac{X(1+r_f) - X_d}{X_u - X_d} \dots(1)$$

$$\pi_d = \frac{X_u - X(1+r_f)}{X_u - X_d} \dots(2)$$

si dividimos numerador y denominador de ambas expresiones entre  $X$ , y hacemos:

$u = X_u/X$  y  $d = X_d/X$  tendríamos:

$$\pi_u = \frac{(1+r_f) - d}{u - d} \dots(3)$$

$$\pi_d = \frac{u - (1+r_f)}{u - d} \dots(4)$$

Si en nuestro modelo asumimos  $u$  y  $d$  constantes es decir que los valores de  $X$  se incrementan o reducen proporcionalmente a  $u$  y  $d$ , entonces sería suficiente con calcular  $u$  y  $d$  para obtener las  $\pi_u$  y  $\pi_d$  para todo el proyecto. Se demuestra que este supuesto equivale a decir que la volatilidad es constante en el tiempo<sup>7</sup>.

reemplazando en la expresión anterior tenemos la siguiente fórmula fundamental:

$$V = A + BX = (\pi_u Y_u + \pi_d Y_d) / (1+r_f) \dots(5)$$

$\pi_u$  y  $\pi_d$  se les denomina probabilidades neutras al riesgo. La razón de este nombre es por analogía con la expresión de valor presente esperado de un proyecto obtenido con el método de árbol de decisiones para un periodo:

$$V = (p_u Y_u + p_d Y_d) / (1+r)$$

donde  $p_u$  y  $p_d$  son las probabilidades de que el valor del proyecto tome en el primer periodo los valores  $Y_u$  y  $Y_d$  respectivamente, y  $r$  es la tasa de descuento ajustada al riesgo del proyecto. De igual forma se asume que el valor presente esperado es el valor actual del proyecto o valor en el periodo 0.

---

<sup>7</sup> Hull, J. (2006) Options, futures and other derivative securities, Prentice Hall.

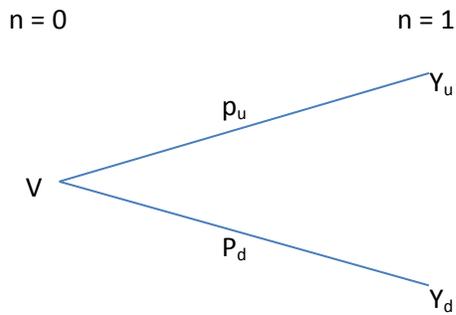


Figura 6

La diferencia con respecto a la expresión (5) es la tasa de descuento ajustada al riesgo empleada y el uso de probabilidades reales. En (5) se tiene una tasa libre de riesgo, lo cual indicaría que si se asumen probabilidades neutrales al riesgo, sería equivalente a considerar que el activo es libre de riesgo, o mejor dicho las probabilidades neutrales al riesgo eliminan la necesidad de considerar el riesgo en la tasa de descuento para obtener el valor  $V$  del proyecto. Es decir toda la información del riesgo está contenida en las probabilidades neutrales al riesgo y a mayor riesgo estas probabilidades se ajustarían acorde y no la tasa de descuento que permanecería siendo la de libre riesgo.

Esto puede entenderse como una transformación del modelo de árboles de decisiones, que requiere asumir probabilidades reales, a un modelo de árboles binomiales que requiere el cálculo de probabilidades neutrales al riesgo basadas en el principio de no arbitraje.

Además se puede demostrar que las probabilidades neutrales al riesgo cumplen las mismas propiedades matemáticas de las probabilidades reales que son:

$$\pi_u + \pi_d = 1 \text{ y } \pi_u \leq 1, \pi_d \leq 1$$

Para facilitar y recordar el uso de la ecuación (5) se puede hacer la analogía con probabilidades reales pero asumiendo un mundo donde los inversionistas no tienen aversión al riesgo, por lo tanto la tasa de descuento  $r$  sería equivalente a la tasa de libre riesgo. De esta forma se hace la analogía directa con el modelo de árboles de decisiones.

Si se tratara de un proyecto de más de un periodo, se puede aplicar la fórmula (5) repetidamente para obtener el valor del proyecto en el periodo 0 en forma similar como se

realiza cuando se obtiene el valor esperado en un árbol de decisiones con más de un periodo, empleando la técnica de “poda” del árbol. En este caso asumiremos que las probabilidades neutrales al riesgo son constantes en todos los periodos, lo que implica que la volatilidad la asumiremos constante en el tiempo<sup>8</sup>. Esta condición podría relajarse, lo que implicaría que se obtengan diferentes probabilidades de riesgo para cada periodo. A manera de ejemplo podemos realizar un proceso similar al aplicado a un periodo pero cuando los flujos de caja se generan en el periodo 2. Para ello partimos de atrás hacia adelante con los valores del proyecto para el periodo 2 para obtener el valor presente correspondiente en el periodo 1.

$$V_u = A(1 + r_f) + BX_u = (\pi_u Y_{uu} + \pi_d Y_{ud}) / (1 + r_f)$$

$$V_d = A(1 + r_f) + BX_d = (\pi_u Y_{ud} + \pi_d Y_{dd}) / (1 + r_f)$$

y luego aplicamos (1) nuevamente para obtener el valor del proyecto en el periodo 0:

$$V = A + BZ = (\pi_u Y_u + \pi_d Y_d) / (1 + r_f)$$

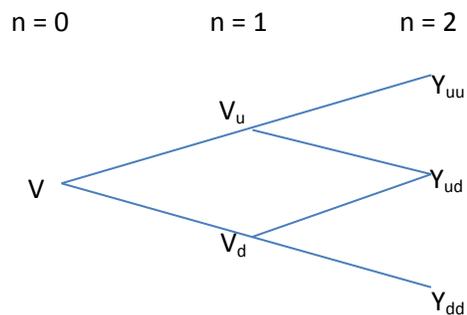


Figura 7

Cabe recalcar que las probabilidades neutrales al riesgo no son probabilidades reales, es decir no reflejan directamente la incertidumbre sobre la ocurrencia de un evento “hacia arriba” (u) o “hacia abajo” (d), sino reflejan las implicancias del principio de no arbitraje o de único precio. Y como consecuencia de esto facilitan el cálculo del valor presente del proyecto debido a que ya no sería necesario estimar probabilidades ni tasa de descuento

<sup>8</sup> La volatilidad se puede calcular en base a un modelo probabilístico asumido. Si es un modelo discreto binomial se calcula con la fórmula discreta de varianza y desviación estándar, por lo tanto si las probabilidades reales y los valores asumidos implícitamente en el modelo cambian, las probabilidades neutrales al riesgo y la volatilidad también podrían cambiar.

ajustada al riesgo de mercado, lo cual no es sencillo y puede ocasionar muchos errores de estimación.

El método antes descrito puede emplearse para valorizar cualquier tipo de proyecto con un solo flujo de caja bajo incertidumbre a realizarse en cualquier periodo futuro, pudiendo incluirse las opciones o decisiones que pueden tomar los gerentes, al inicio y durante la operación del proyecto.

Los parámetros que se requieren determinar son los valores que pueden tomar el activo subyacente al inicio y durante el proyecto (por ejemplo los  $X_u$  y  $X_d$  en el primer periodo), la tasa libre de riesgo, y los valores que pueden tomar los flujos de caja del proyecto en cada periodo considerado (por ejemplo  $Y_u$  y  $Y_d$  en el primer periodo). Para ello se requerirá asumir un modelo de los precios del activo subyacente y un modelo de los flujos de caja para el proyecto analizado que dependerán de los precios del activo subyacente en cada periodo. Los modelos que podrían emplearse los explicaremos en el siguiente capítulo.

A continuación generalizaremos este método para considerar una secuencia de flujos de caja y posteriormente ampliaremos el método para la inclusión de opciones reales que se presentarían al inicio y en cada periodo del proyecto considerando las condiciones de ejercicio y las ganancias que podrían generarse.

### **5.3.3 Valoración de proyectos con una secuencia de flujos de caja bajo incertidumbre**

Para considerar una secuencia de flujos de caja, requerirá sólo agregar una modificación a nuestra fórmula fundamental. Sin embargo ahora usaremos la notación alternativa que mencionamos al principio, debido a que se debe generalizar para cualquier periodo  $n$  y cualquiera de los anteriores. Estos escenarios ya no serían sólo  $u$  y  $d$  o  $uu$ ,  $ud$ , y  $dd$ , sino podrían ser más variados, debido a que el árbol binomial se irá expandiendo como se muestra en la figura. Como lo mencionamos esta notación facilita la implementación en una hoja de cálculo.

El valor del proyecto en cualquier periodo y en cualquier anterior dependerá de los flujos de caja subsiguientes que se proyecten, y se denota con  $V(i,n)$  donde  $i$  es el anterior y  $n$  es el número de periodo. De forma similar los flujos de caja se denotan con  $Y(i,n)$ . Si no

asumimos que las probabilidades neutrales al riesgo son constantes y por tanto que la volatilidad tampoco es constante, podríamos generalizar la notación a  $\pi_u(i,n)$  para los escenarios “hacia arriba” y  $\pi_d(i,n)$  para los escenarios “hacia abajo”. Si asumimos que la volatilidad es constante entonces tendríamos simplemente  $\pi_u$  cuando  $i$  es impar y  $\pi_d$  cuando  $i$  es par respectivamente y para cualquier periodo  $n$ . La tasa libre de riesgo si se asume normalmente constante durante el proyecto, y la vida útil del proyecto la denotamos con  $N$ , que vendría a ser el último periodo del proyecto.

Debido a que el valor del proyecto en el último periodo  $N$  es igual al flujo de caja del último periodo, entonces se cumple:  $V(i,N) = Y(i,N)$ , donde  $i=1,2,3,\dots,N$ , siendo el número de escenarios igual al número del periodo en el árbol binomial como se muestra en la figura 8. La figura 8 muestra la secuencia de flujos de caja bajo incertidumbre en un modelo binomial.

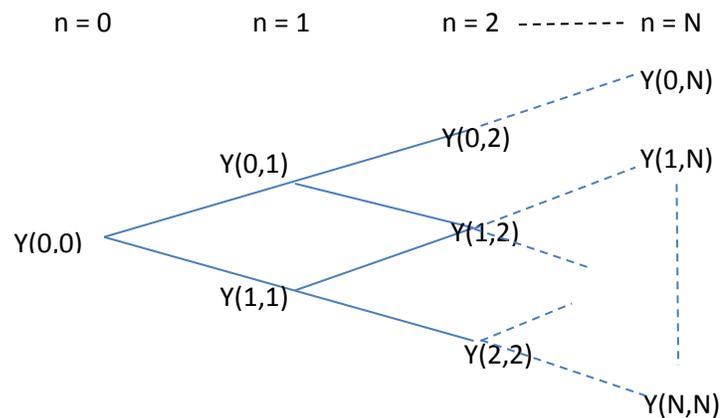


Figura 8

Con los valores  $V(i,N)$  obtenidos se puede proceder recursivamente hacia atrás con lo que se pueden calcular todos los valores intermedios  $V(i,n)$  y finalmente el valor inicial o actual del proyecto que sería  $V(0,0) = V$ . La fórmula recursiva general sería la siguiente:

$$V(i,n) = Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+r_f) \dots\dots(6)$$

$Y(i,n)$	0	1	2 -----	N
0	$Y(0,0)$	$Y(0,1)$	$Y(0,2)$ -----	$Y(0,N)$
1		$Y(1,1)$	$Y(1,2)$ -----	$Y(1,N)$
2			$Y(2,2)$ -----	
⋮				
N				$Y(N,N)$

Figura 9

En la figura 9 se muestra el árbol binomial general de los flujos de caja bajo incertidumbre y en la figura 10 se muestra el árbol binomial general de los valores del proyecto, donde  $V(0,N) = Y(0,N)$ ,  $V(1,N) = Y(1,N)$ , ... y  $V(N,N) = Y(N,N)$ .

$V(0,0) =$  Valor del proyecto actual sin opciones reales.

$V(i,n)$	0	1	2 -----	N
0	$V(0,0)$	$V(0,1)$	$V(0,2)$ -----	$V(0,N)$
1		$V(1,1)$	$V(1,2)$ -----	$V(1,N)$
2			$V(2,2)$ -----	
⋮				
N				$V(N,N)$

Figura 10

Los valores  $Y(i,n)$  se calculan en base a los valores  $X(i,n)$  y al modelo de flujo de caja planteado para el proyecto. Los valores de  $X(i,n)$  se determinan en base a un modelo. En el siguiente capítulo abordaremos algunos modelos para determinar los valores de  $X(i,n)$ .

### 5.3.4 Valoración de proyectos con una secuencia de flujos de caja bajo incertidumbre y con opciones reales

Para incluir opciones reales se requiere conocer las condiciones para ejercer las opciones y las alternativas que se tienen para compararlas y cuál sería el valor en cada periodo según la opción elegida. Se supone que el gerente del proyecto debe elegir la alternativa que generaría según las proyecciones de los flujos de caja, el mayor valor para los

inversionistas. En este sentido, se puede proceder de forma similar al método empleado para los árboles de decisiones.

Las opciones reales que analizaremos son:

1. Opción de abandono del proyecto
2. Opción de contracción del proyecto
3. Opción de expansión del proyecto
4. Opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto
5. Opción de postergación del inicio del proyecto 1 periodo y cancelación de proyecto en 1 periodo.
6. Opción de postergación del inicio del proyecto 2 periodos y cancelación de proyecto en 2 periodos.
7. Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 1 año, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto.
8. Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 2 años, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto

Dado que usaremos periodos anuales en los proyectos que analizaremos, es razonable que asumir que la opción se puede ejercer cada año como en una opción americana.

#### 5.3.4.1 Opción de abandono del proyecto

$$V_A(i,n) = \max[ A(i,n) , Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f) ] \dots\dots(7)$$

para acortar la expresión anterior podemos hacer:

$$V(i,n) = Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f)$$

$$V_A(i,n) = \max[ A(i,n) , V(i,n) ] \dots\dots(8)$$

$A(i,n)$ : Valor de rescate neto al abandonar el proyecto.

$V_A(i,n)$	0	1	2	-----	N
0	$V(0,0)$	$\max(A(0,1), V(0,1))$	$\max(A(0,2), V(0,2))$	-----	$\max(A(0,N), V(0,N))$
1		$\max(A(1,1), V(1,1))$	$\max(A(1,2), V(1,2))$	-----	$\max(A(1,N), V(1,N))$
2			$\max(A(2,2), V(2,2))$	-----	
⋮				-----	
N				-----	$\max(A(N,N), V(N,N))$

Figura 11

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_A(i,n)$ : Valor del proyecto con la opción de abandono del proyecto.

$V_A(0,0)$ : Valor del proyecto actual con la opción de abandono del proyecto.

$ROV_A = V_A(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de abandono del proyecto.

### 5.3.4.2 Opción de contracción del proyecto

$$V_C(i,n) = \max[Y(i,n) + (1-c)*[\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+r_f) + C(i,n), Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+r_f)] \dots\dots(9)$$

para acortar la expresión anterior podemos hacer:

$$V_c(i,n) = (1-c)*[Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+r_f)] + C(i,n)$$

$$V(i,n) = Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+r_f)$$

$c$  = % de contracción del proyecto o % de desinversión o % de reducción del valor del proyecto por la desinversión.

$C(i,n)$  = Ingreso neto por la desinversión.

$$V_C(i,n) = \max[V_c(i,n), V(i,n)] \dots\dots(10)$$

$V_c(i,n)$	0	1	2 -----	N
0	$V(0,0)$	$\max(V_c(0,1), V(0,1))$	$\max(V_c(0,2), V(0,2))$ -----	$\max(V_c(0,N), V(0,N))$
1		$\max(V_c(1,1), V(1,1))$	$\max(V_c(1,2), V(1,2))$ -----	$\max(V_c(1,N), V(1,N))$
2			$\max(V_c(2,2), V(2,2))$ -----	
⋮				
N				$\max(V_c(N,N), V(N,N))$

Figura 12

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_c(i,n)$ : Valor del proyecto con la opción de contracción del proyecto.

$V_c(0,0)$ : Valor del proyecto actual con la opción de contracción del proyecto.

$ROV_c = V_c(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de contracción del proyecto.

### 5.3.4.3 Opción de expansión del proyecto

$$V_E(i,n) = \max[(1+e)*[ Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f)] - E(i,n) , Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f)] \dots\dots(11)$$

para acortar la expresión anterior podemos hacer:

$$V_e(i,n) = (1+e)*[ Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f)] - E(i,n)$$

$$V(i,n) = Y(i,n) + [\pi_u(i,n)V(i,n+1) + \pi_d(i,n)V(i+1,n+1)] / (1+ r_f)$$

$e$  = % de expansión del proyecto o % de incremento del valor del proyecto por la expansión.

$E(i,n)$  = Inversión neta por la expansión del proyecto.

$$V_E(i,n) = \max[V_e(i,n), V(i,n)] \dots\dots(12)$$

$V_E(i,n)$	0	1	2 -----	N
0	$V(0,0)$	$\max(V_e(0,1), V(0,1))$	$\max(V_e(0,2), V(0,2))$ -----	$\max(V_e(0,N), V(0,N))$
1		$\max(V_e(1,1), V(1,1))$	$\max(V_e(1,2), V(1,2))$ -----	$\max(V_e(1,N), V(1,N))$
2			$\max(V_e(2,2), V(2,2))$ -----	
⋮				
N				$\max(V_e(N,N), V(N,N))$

Figura 13

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_E(i,n)$ : Valor del proyecto con la opción de expansión del proyecto.

$V_E(0,0)$ : Valor del proyecto actual con la opción de expansión del proyecto.

$ROV_E = V_E(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de expansión del proyecto.

#### 5.3.4.4 Opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto

Esta es una opción de poder seleccionar entre la opción de abandono, contracción, expansión o mantenerse como está. Usando la notación anterior obtenemos la siguiente expresión:

$$V_S(i,n) = \max[A(i,n), V_c(i,n), V_e(i,n), V(i,n)] \dots \dots (13)$$

$V_S(i,n)$ : Valor del proyecto con la opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto.

Opción de Selección de Abandono, Contracción y Expansión				
$V_E(i,n)$	0	1	2 -----	N
0	$V(0,0)$	$\max[A(0,1), V_c(0,1), V_e(0,1), V(0,1)]$	$\max[A(0,2), V_c(0,2), V_e(0,2), V(0,2)]$ -----	$\max[A(0,N), V_c(0,N), V_e(0,N), V(0,N)]$
1		$\max[A(1,1), V_c(1,1), V_e(1,1), V(1,1)]$	$\max[A(1,2), V_c(1,2), V_e(1,2), V(1,2)]$ -----	$\max[A(1,N), V_c(1,N), V_e(1,N), V(1,N)]$
2			$\max[A(2,2), V_c(2,2), V_e(2,2), V(2,2)]$ -----	
⋮				
N				$\max[A(N,N), V_c(N,N), V_e(N,N), V(N,N)]$

Figura 14

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_S(0,0)$ : Valor del proyecto actual con la opción real de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto.

$ROV_S = V_S(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto.

### 5.3.4.5 Opción de postergación del inicio del proyecto 1 periodo y cancelación de proyecto en 1 periodo

Esta es una opción de poder postergar el inicio del proyecto un periodo. Usando la notación anterior y usando los flujos de caja del proyecto desde un periodo después obtenemos el valor del proyecto un periodo después del periodo actual. Luego se calcula el valor del proyecto al periodo actual usando la ecuación (5).

$$V'(i,n+1) = Y'(i,n+1) + [\pi_u(i,n+1)V'(i,n+2) + \pi_d(i,n+1)V'(i+1,n+2)] / (1 + r_f), n = 1,2,\dots,N; i=0,\dots,n+1 \dots(14)$$

$$V_{PI}(i,1) = \max(Y'(i,1) + [\pi_u(i,1)V'(i,2) + \pi_d(i,1)V'(i+1,2)] / (1 + r_f), 0) \dots(15)$$

$$V_{PI}(0,0) = \max([\pi_u(0,0)V_{PI}(0,1) + \pi_d(0,0)V_{PI}(1,1)] / (1 + r_f), V(0,0)) \dots(16)$$

$Y'(i,n)$ : Flujo de caja desfasado en un periodo. Sería el mismo flujo de caja original pero con precios de un 1 periodo después. Donde  $n = 0,1,2,\dots,N$ ;  $i=0,\dots,n$

$V'(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 1 periodo si se realiza la postergación en 1 periodo. Donde  $n = 0,1,2,\dots,N$ ;  $i=0,\dots,n$

$V_{PI}(i,n)$ : Valor del proyecto con opción de postergación de proyecto en 1 periodo y cancelación en 1 periodo. Para  $n = 0$  y  $1$ ;  $i=0,\dots,n$

$V_{PI}(i,n)$	0	1	2	-----	N
0	$\max(V'(0,0), V(0,0))$	$\max(V'(0,1), 0)$	$V'(0,2)$	-----	$V'(0,N)$
1		$\max(V'(1,1), 0)$	$V'(1,2)$	-----	$V'(1,N)$
2			$V'(2,2)$	-----	
⋮					
N					$V'(N,N)$

Figura 15

$Y'(i,n)$ : Flujo de caja desfasado en 1 periodo. Sería el mismo flujo de caja original pero con precios de 1 periodo después. Donde  $n = 0,1,2,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_{P1}(0,0)$ : Valor actual del proyecto con opción de postergación de inicio de proyecto en 1 periodo y cancelación en 1 periodo.

$ROV_{P1} = V_{P1}(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de postergación de inicio de proyecto en 1 periodo y cancelación en 1 periodo.

#### **5.3.4.6 Opción de postergación del inicio del proyecto 2 periodos y cancelación de proyecto en 2 periodos**

$$V''(i,n+2) = Y''(i,n+2) + [\pi_u(i,n+2)V''(i,n+3) + \pi_d(i,n+2)V''(i+1,n+3)] / (1 + r_f), n=1,2,\dots,N; i=0,\dots,n+2 \dots(17)$$

$$V_{P2}(i,2) = \max(Y'(i,2) + [\pi_u(i,2)V''(i,3) + \pi_d(i,2)V''(i+1,3)] / (1 + r_f), 0) \dots(18)$$

$$V_{P2}(i,1) = \max(Y'(i,1) + [\pi_u(i,1)V_{P2}(i,2) + \pi_d(i,1)V_{P2}(i+1,2)] / (1 + r_f), V_{P1}(i,1), 0) \dots(19)$$

$$V_{P2}(0,0) = \max([\pi_u(0,0)V_{P2}(0,1) + \pi_d(0,0)V_{P2}(1,1)] / (1 + r_f), V(0,0)) \dots(20)$$

$Y''(i,n)$ : Flujo de caja desfasado en 2 periodos. Sería el mismo flujo de caja original pero con precios de 2 periodos después. Donde  $n = 0,1,2,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$V''(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 2 periodos si se realiza la postergación en 2 periodos. Donde  $n = 0,1,2,\dots,N$ ;  $i=0,\dots,n$

$V_{P2}(i,n)$ : Valor del proyecto con opción de postergación de proyecto en 2 periodos y cancelación en 2 periodos. Para  $n=0,1,2$ ;  $i=0,\dots,n$

$V_{P2}(i,n)$	0	1	2	3	-----	N
0	$\max(V''(0,0), V(0,0))$	$\max(V''(0,1), V_{P1}(0,1), 0)$	$\max(V''(0,2), 0)$	$V''(0,3)$	-----	$V''(0,N)$
1		$\max(V''(1,1), V_{P1}(1,1), 0)$	$\max(V''(1,2), 0)$	$V''(1,3)$	-----	$V''(1,N)$
2			$\max(V''(2,2), 0)$	$V''(2,3)$	-----	
⋮				$V''(3,3)$		
N						$V''(N,N)$

Figura 16

$V(0,0)$ : Valor del proyecto sin opciones reales.

$V_{P2}(0,0)$ : Valor actual del proyecto con opción de postergación de inicio de proyecto en 2 periodos y cancelación en 2 periodos.

$ROV_{P2} = V_{P2}(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de postergación de inicio de proyecto en 2 periodos y cancelación en 2 periodos.

### 5.3.4.7 Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 1 año, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto

Esta es una opción de poder postergar el inicio del proyecto un periodo y a la vez tener la opción de seleccionar abandonar, contraer y expandir una vez iniciado. Usando la notación anterior y usando los flujos de caja del proyecto desde un periodo después obtenemos el valor del proyecto un periodo después del periodo actual y se considera la opción de selección de abandono, contracción, y expansión del proyecto una vez iniciado. Luego se calcula el valor del proyecto al periodo actual usando la ecuación (5).

$$V_{SP1}(i,n+1) = \max(A'(i,n+1), V'_c(i,n+1), V'_e(i,n+1), V'(i,n+1)) \quad , n = 1,2,\dots,N; i=0,1,\dots,n+1 \dots(21)$$

$$V_{SP1}(i,1) = \max(Y'(i,1) + [\pi_u(i,1)V_{SP1}(i,2) + \pi_d(i,1)V_{SP1}(i+1,2)] / (1+r_f), 0) \dots(22)$$

$$V_{SP1}(0,0) = \max(Y'(0,0) + [\pi_u(0,0)V_{SP1}(0,1) + \pi_d(0,0)V_{SP1}(1,1)] / (1+r_f), V_S(0,0)) \dots(23)$$

$$V_{SP1}(i,1) = Y'(i,1) + [\pi_u(i,1)V_{SP1}(i,2) + \pi_d(i,1)V_{SP1}(i+1,2)] / (1+r_f) \quad , \text{donde } i = 0 \text{ y } 1$$

$$V_{SP1}(0,0) = Y'(0,0) + [\pi_u(0,0)V_{SP1}(0,1) + \pi_d(0,0)V_{SP1}(1,1)] / (1+r_f)$$

$Y'(i,1)$ : Flujo de caja desfasado en un periodo. Sería el mismo flujo de caja original pero con precios de un 1 periodo después.  $i = 0$  y  $1$

$A'(i,n)$ : Valor de rescate neto al abandonar el proyecto desfasado 1 periodo. Donde  $n = 2, 1, 2, \dots, N$ ;  $i = 0, \dots, n$

$C'(i,n)$  = Ingreso neto por la desinversión desfasado 1 periodo. Donde  $n = 2, 1, 2, \dots, N$ ;  $i = 0, \dots, n$

$E'(i,n)$  = Inversión neta por la expansión del proyecto desfasado 1 periodo. Donde  $n = 2, 1, 2, \dots, N$ ;  $i = 0, \dots, n$

$V'(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 1 periodo si se realiza la postergación en 1 periodo sin ejecutar opción de selección. Donde  $n=2, 3, 4, \dots, N$ ;  $i = 0, \dots, n$

$V_{sp1}(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 1 periodo si se realiza la postergación en 1 periodo con opción de selección. Donde  $n = 1, 2$ ;  $i = 0, \dots, n$

$V_{SP1}(i,n)$ : Valor del proyecto con opción de postergación de proyecto en 1 periodo y cancelación en 1 periodo y selección de abandono, contracción y expansión. Donde  $n= 0$  y  $1$ ;  $i=0, \dots, n$

$Y'(i,1)$ : Flujo de caja del primer periodo desfasado en 1 periodo. Donde  $i = 0, 1$

$V_S(0,0)$ : Valor del proyecto actual con opción de selección pero sin opción de postergación y cancelación en 1 periodo.

$V_{SP1}(0,0)$ : Valor del proyecto con opción de postergación y cancelación de inicio de proyecto en 1 periodo y con opción de selección de abandono, contracción y expansión luego de iniciado el proyecto.

$V_{SP1}(i,n)$	0	1	2	-----	N
0	$\max(V_{sp1}(0,0), V_S(0,0))$	$\max(V_{sp1}(0,1), 0)$	$\max[A'(0,2), V'c(0,2), V'e(0,2), V'(0,2)]$	-----	$\max[A'(0,N), V'c(0,N), V'e(0,N), V'(0,N)]$
1		$\max(V_{sp1}(1,1), 0)$	$\max[A'(1,2), V'c(1,2), V'e(1,2), V'(1,2)]$	-----	$\max[A'(1,N), V'c(1,N), V'e(1,N), V'(1,N)]$
2			$\max[A'(2,2), V'c(2,2), V'e(2,2), V'(2,2)]$	-----	
⋮					
N					$\max[A'(N,N), V'c(N,N), V'e(N,N), V'(N,N)]$

Figura 17

$V(0,0)$ : Valor actual del proyecto sin opciones reales.

$ROV_{SP1} = V_{SP1}(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de postergación y cancelación de inicio de proyecto en 1 periodo y con opción de selección de abandono, contracción y expansión luego de iniciado el proyecto.

### 5.3.4.8 Opción de postergación del inicio del proyecto hasta 2 años, y de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto

Esta es una opción de poder postergar el inicio del proyecto 2 periodos y a la vez tener la opción de seleccionar abandonar, contraer y expandir una vez iniciado. Usando la notación anterior y usando los flujos de caja del proyecto desde 2 periodos después obtenemos el valor del proyecto 2 periodos después del periodo actual considerando la opción de selección de abandono, contracción, y expansión del proyecto una vez iniciado. Luego se calcula el valor del proyecto al periodo actual usando la ecuación (5).

$$V''_{sp2}(i,n+2) = \max(A''(i,n+2), V''_c(i,n+2), V''_e(i,n+2), V''(i,n+2)) \quad , \quad n = 1,2,\dots,N; \\ i=0,1,\dots,n+1 \dots(24)$$

$$V_{SP2}(i,2) = \max(Y''(i,2) + [\pi_u(i,2)V''_{sp2}(i,3) + \pi_d(i,2)V''_{sp2}(i+1,3)] / (1+ r_f), 0) \dots(25)$$

$$V_{SP2}(i,1) = \max(Y''(i,1) + [\pi_u(i,1)V''_{SP2}(i,2) + \pi_d(i,1)V''_{SP2}(i+1,2)] / (1+ r_f), V_{SP1}(i,1)) \\ \dots(26)$$

$$V_{SP2}(0,0) = \max(Y''(i,0) + [\pi_u(0,0)V''_{SP2}(0,1) + \pi_d(0,0)V''_{SP2}(1,1)] / (1+ r_f), V_S(0,0)) \\ \dots(27)$$

$$V''_{sp2}(i,2) = Y''(i,2) + [\pi_u(i,2)V''_{sp2}(i,3) + \pi_d(i,2)V''_{sp2}(i+1,3)] / (1+ r_f) \text{ donde } i = 0, 1 \text{ y } 2$$

$$V''_{sp2}(i,n) = Y''(i,n) + [\pi_u(i,n)V''_{SP2}(i,n+1) + \pi_d(i,n)V''_{SP2}(i+1,n+1)] / (1+ r_f) \text{ donde } n = \\ 0,1; i = 0,\dots,n$$

$Y''(i,n)$ : Flujo de caja desfasado en un periodo. Sería el mismo flujo de caja original pero con precios de un 1 periodo después. Donde  $n = 0, 1$  y  $2$ ;  $i = 0, 1$  y  $2$

$A''(i,n)$ : Valor de rescate neto al abandonar el proyecto desfasado 2 periodos. Donde  $n = 3,4,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$C''(i,n)$  = Ingreso neto por la desinversión desfasado 1 periodo. Donde  $n = 3,4,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$E''(i,n)$  = Inversión neta por la expansión del proyecto desfasado 1 periodo. Donde  $n = 3,4,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$V''(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 2 periodos si se realiza la postergación en 2 periodos sin ejecutar opción de selección. Donde  $n = 3,4,\dots,N$ ;  $i = 0,\dots,n$

$V''_{sp2}(i,n)$ : Valor del proyecto desfasado en 2 periodos si se realiza la postergación en 2 periodos con opción de selección. Donde  $n = 0, 1, 2$ ;  $i = 0,\dots,n$

$V_{SP2}(i,n)$ : Valor del proyecto con opción de postergación de proyecto en 2 periodos y cancelación en 2 periodos y selección de abandono, contracción y expansión. Donde  $n = 0, 1$  y  $2$ ;  $i = 0,\dots,n$

$Y''(i,1)$ : Flujo de caja del primer periodo desfasado en 2 periodos. Donde  $i = 0, 1$  y  $2$

$V_S(0,0)$ : Valor del proyecto actual con opción de selección pero sin opción de postergación y cancelación en 2 periodos.

$V_{SP2}(0,0)$ : Valor del proyecto con opción de postergación y cancelación de inicio de proyecto en 2 periodos y con opción de selección de abandono, contracción y expansión luego de iniciado el proyecto.

$V_{SP2}(i,n)$	0	1	2	3	.....	N
0	$\max(V_{SP2}(0,0), V_S(0,0))$	$\max(V_{SP2}(0,1), V_{SP1}(0,1))$	$\max(V_{SP2}(0,2), 0)$	$\max[A''(0,3), V''c(0,3), V''e(0,3), V''(0,3)]$	.....	$\max[A''(0,N), V''c(0,N), V''e(0,N), V''(0,N)]$
1		$\max(V_{SP2}(1,1), V_{SP1}(1,1))$	$\max(V_{SP2}(1,2), 0)$	$\max[A''(1,3), V''c(1,3), V''e(1,3), V''(1,3)]$	.....	$\max[A''(1,N), V''c(1,N), V''e(1,N), V''(1,N)]$
2			$\max(V_{SP2}(2,2), 0)$	$\max[A''(2,3), V''c(2,3), V''e(2,3), V''(2,3)]$	.....	
⋮				$\max[A''(3,3), V''c(3,3), V''e(3,3), V''(3,3)]$	.....	
N					.....	$\max[A''(N,N), V''c(N,N), V''e(N,N), V''(N,N)]$

Figura 18

$V(0,0)$ : Valor actual del proyecto sin opciones reales.

$ROV_{SP2} = V_{SP2}(0,0) - V(0,0)$  : Valor de la opción real de postergación y cancelación de inicio de proyecto en 2 periodos y con opción de selección de abandono, contracción y expansión luego de iniciado el proyecto.

## **CAPÍTULO 6. MODELOS DE PRECIOS DE METALES APLICADOS A LA VALORIZACIÓN DE OPCIONES REALES CON ÁRBOLES BINOMIALES**

Para la valorización de proyectos mineros, se recomienda emplear los metales como el activo subyacente y por lo tanto el precio del metal vendría a ser la variable del modelo de opciones reales. La razón de ello es que hay mucha data disponible de precios de metales y además que estos precios de los metales reflejan el riesgo de mercado del proyecto.

Por lo tanto, con estos precios se pueden estimar con suficiente confiabilidad los parámetros del árbol binomial del precio ( $u$  y  $d$ ) y las probabilidades neutrales al riesgo.

Para la determinación de los parámetros  $u$  y  $d$ , y para el cálculo de las probabilidades neutrales al riesgo es común asumir dos modelos de precios:

- Modelo de precios de metales como caminata aleatoria
- Modelo de precios de metales como reversión a la media

### **6.1 Modelo de precios de metales como caminata aleatoria**

En la evaluación de opciones y derivados en general, es común asumir que el precio logarítmico sigue un modelo de caminata aleatoria con tendencia. Es decir si el precio logarítmico ( $\ln P$ ) en el periodo  $j$  observado es  $p_j = \ln P_j$  se cumpliría lo siguiente:

$$p_{j+1} - p_j = v + u_{j+1}, u_{j+1} \sim N(0, \phi^2), \dots (28)$$

Donde  $v$  y  $\phi$  son constantes,  $u_{j+1}$  es un término ruidoso,  $P_j$  son precios en el periodo  $j$  y  $p_j = \ln P_j$ . Esto significa que en cada periodo el precio logarítmico cambia por una cantidad igual a la suma de  $v$  más un término ruidoso que sigue una distribución normal con media igual a 0 y desviación estándar igual a otra constante  $\phi$ . Se puede demostrar que el precio logarítmico así definido cumple la siguiente propiedad:

$$p_j = p_0 + jv + u_1 + u_2 + \dots + u_j, \dots (29)$$

que a su vez demuestra dos propiedades. Una de ellas es que el precio logarítmico crece en cada periodo en una cantidad  $v$ . Otra de ellas es que los shocks al precio logarítmico son

persistentes en los precios logarítmicos de los subsiguientes periodos. Es decir los shocks aleatorios generados en cada periodo tienen un efecto permanente a lo largo del tiempo.

Asumiendo que se cumple este modelo en los precios logarítmicos se puede desarrollar un árbol binomial con un comportamiento similar al de este modelo. Dado que los árboles binomiales sólo emplean dos escenarios en cada periodo y no una distribución continua normal como lo indica el modelo mencionado, entonces se entiende que puede sólo ser una aproximación. Además en la práctica los shocks aleatorios tienden a darse en periodos muy pequeños o infinitesimales debido a que la información puede transmitirse muy rápido en mercados muy eficientes y globalizados, con crecientes avances en los sistemas de información y comunicaciones. Es decir en la realidad el modelo mencionado en (28) debe generalizarse a uno con tiempos muy cortos entre los periodos  $j$  y  $j+1$ , lo cual nos lleva al modelo Movimiento Browniano Aritmético (ABM) con tendencia  $\mu$  y volatilidad  $\sigma$  que generaliza el modelo en (28).

Debido a que la información de precios obtenida no tiene periodos infinitesimales, se puede lograr convertir cambios equivalentes para diferentes frecuencias de datos que sean consistentes con el modelo ABM<sup>9</sup> y a la vez permitan obtener un modelo de árbol binomial consistente con el modelo ABM.

Se puede demostrar a partir del modelo ABM que:

$$p_{t+1} - p_t \sim N(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t) \dots(30)$$

Este vendría a ser un modelo para los retornos logarítmicos y nos permite obtener una forma de calcular la distribución de la variación entre cualquier intervalo de tiempo independientemente de la frecuencia de datos que se tenga. En el modelo (28) los parámetros para un intervalo cualquiera se podrían calcular de la siguiente manera para una media de retornos logarítmicos por unidad, equivalente a  $\mu$  y una volatilidad por unidad, equivalente a  $\sigma$ :

---

<sup>9</sup> Dixit and Pindick (1994)

$$v = \mu\Delta t \text{ y } \phi = \sigma^2\Delta t \dots(31)$$

### 6.1.1 Cálculo de factores de incremento (u) y reducción (d)

Los resultados de (31) nos permite calcular los parámetros requeridos para el árbol binomial<sup>10</sup>. El procedimiento para el cálculo de incrementos u y decrecimientos d es el siguiente:

1. Cálculo de la media implícita  $\hat{\mu}$  y la volatilidad implícita  $\hat{\sigma}$  del modelo AMB a partir de la data y en función de los parámetros del modelo (28) para periodos discretos de tiempo:

$$\hat{\mu} = \hat{v} / \Delta t$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\phi} / \sqrt{\Delta t}$$

2. Considerando que tenemos  $u = X(i, n+1)/X(i,n)$  y  $d = X(i, n+1)/X(i,n)$  constantes para volatilidades constantes, entonces se puede demostrar que:

$$u = e^{\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}}$$

generarían volatilidades  $\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}$  en cada periodo  $\Delta t$  consistente con el modelo AMB, por lo cual son parámetros válidos para el árbol binomial.

Se puede demostrar además que conforme los pasos en el árbol binomial se hacen más pequeños, esta aproximación se hace más cercana al modelo AMB.

### 6.1.2 Cálculo de probabilidades neutrales al riesgo

Si se asume el modelo AMB para los precios se cumple las ecuaciones (3) y (4) antes deducidas asumiendo el principio de no arbitraje:

$$\pi_u = ((1 + r_f) - d) / (u - d)$$

$$\pi_d = (u - (1 + r_f)) / (u - d)$$

---

<sup>10</sup> Hull, J. (2006) Options, futures and other derivative securities, Prentice Hall.

donde  $r_f$  es la tasa de libre riesgo y donde  $u$  y  $d$  son los parámetros antes calculados en base al modelo AMB.

## 6.2 Modelo de precios de metales como reversión a la media

El modelo de caminata aleatoria antes descrito no es la única forma de describir el movimiento de los precios de activos. Se han hecho diversos estudios empíricos que indican que los precios de los commodities (por ej. metales) indican que un súbito incremento en los precios de metales vienen seguidos de un incremento en la oferta con una consecuente reducción de los precios hacia los precios esperados en el largo plazo. De forma similar una súbita caída en el precio viene seguida de una reducción de la oferta con un consecuente incremento en el precio hacia los precios esperados del largo plazo. Además la capacidad de poder reducir los inventarios en respuesta a un incremento en los precios e incrementarlos en respuesta a una caída de los precios, afecta la dinámica de los precios de los commodities. A pesar de otras complicaciones que distorsionan esta dinámica de los precios en el mundo real, sigue siendo relevante este comportamiento en los precios. Como resultado de esto, los shocks de los precios tienden a no ser persistentes en el tiempo como se asumía en el modelo de caminata aleatoria antes asumido. A este comportamiento se denomina reversión a la media (MR).

Para modelar el comportamiento de MR se puede asumir un modelo de un proceso autorregresivo de primer orden AR(1). Es decir si  $p_j$  denota al periodo  $j$  observado de un precio logarítmico, entonces:

$$p_{j+1} - p_j = \alpha_0 + \alpha_1 p_j + u_{j+1}, u_{j+1} \sim N(0, \phi^2), \dots \quad (32)$$

Donde  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1 < 0$  y  $\phi$  son constantes,  $u_{j+1}$  es un término ruidoso,  $P_j$  son precios en el periodo  $j$  y  $p_j = \ln P_j$ .

De forma análoga que el AMB generalizaba el modelo de caminata aleatoria anteriormente descrito, el proceso Ornstein-Uhlenbeck (OU)<sup>11</sup> con tasa de reversión  $a$ , nivel de largo plazo  $b$  y volatilidad  $\sigma$  generaliza el proceso AR(1) permitiendo considerar intervalos

---

<sup>11</sup> Graeme Guthrie (2009) Real Options in Theory and Practice. Oxford University Press, Inc.

infinitesimales como en la práctica podrían darse asumiéndose mercados eficientes. Un valor grande de  $a$  indica que la reversión a la media es más fuerte y el precio logarítmico esperado en el largo plazo tiende a  $b$ .

De esta forma podemos construir medias de retornos y volatilidades para diferentes intervalos de tiempo valiéndose del siguiente resultado:

$$p_{t+\Delta t} - p_t \sim N((1-e^{-a\Delta t})*(b-p_t), [\sigma^2/(2a)]*(1-e^{-2a\Delta t})) \dots(33)$$

Este vendría a ser un modelo para los retornos logarítmicos y nos permite obtener una forma de calcular la distribución de la variación entre cualquier intervalo de tiempo independientemente de la frecuencia de datos que se tenga. En el modelo (32) los parámetros para un intervalo cualquiera se podrían calcular de la siguiente manera para una tasa de reversión  $a$ , nivel de largo plazo  $b$  y volatilidad  $\sigma$  del modelo OU:

$$\alpha_0 = ((1-e^{-a\Delta t})*(b-p_t), \alpha_1 = -(1-e^{-a\Delta t}) \text{ y } \phi^2 = [\sigma^2/(2a)]*(1-e^{-2a\Delta t}) \dots(34)$$

### 6.2.1 Cálculo de factores de incremento (u) y reducción (d)

Los resultados de (34) nos permiten calcular los parámetros requeridos para el árbol binomial. El procedimiento para el cálculo de incrementos  $u$  y decrecimientos  $d$  es el siguiente:

1. Cálculo de los parámetros del modelo OU implícitos  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  y  $\hat{\sigma}$  a partir de la data y en función de los parámetros del modelo en (32)  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  y  $\phi$  para periodos discretos de tiempo y estimados con una regresión lineal:

$$\hat{a} = -\ln(1 + \hat{\alpha}_1)/\Delta t$$

$$\hat{b} = -\hat{\alpha}_0/\hat{\alpha}_1$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\phi} * \sqrt{\frac{2\ln(1+\hat{\alpha}_1)}{\hat{\alpha}_1(2+\hat{\alpha}_1)\Delta t}}$$

2. Considerando que tenemos  $u = X(i, n+1)/X(i,n)$  y  $d = X(i, n+1)/X(i,n)$  constantes para volatilidades constantes, entonces se puede demostrar que:

$$u = e^{\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}}$$

generarían volatilidades  $\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t}$  en cada periodo  $\Delta t$  consistente con el modelo OU, por lo cual son parámetros válidos para el árbol binomial cuando se asumen precios con reversión a la media.

Se puede demostrar además que conforme los pasos en el árbol binomial se hacen más pequeños, esta aproximación se hace más cercana al modelo OU.

### 6.2.2 Cálculo de probabilidades neutrales al riesgo

Para el cálculo de probabilidades neutrales al riesgo asumiendo el modelo OU, no se pueden emplear las ecuaciones (3) y (4) usadas asumiendo un modelo AMB. El problema radica en que la probabilidad real de que un precio se mueva “hacia arriba” podría ser 0 en algunos casos considerando que las probabilidades no serían constantes como en el caso de AMB, lo cual implica que el cálculo de las probabilidades neutrales al riesgo estará condicionado al precio que se tenga en determinado momento. Se deducen las siguientes ecuaciones para  $\pi_u$  y  $\pi_d$ :

$$\text{Si } 0 < \frac{1}{2} + \frac{((1-e^{-a\Delta t}) * (b - \log X(i,n)))}{(2\sigma\sqrt{\Delta t})} < 1:$$

$$\theta_u(i,n) = \frac{1}{2} + \frac{((1-e^{-a\Delta t}) * (b - \log X(i,n)))}{(2\sigma\sqrt{\Delta t})}$$

$$\text{Si } \frac{1}{2} + \frac{((1-e^{-a\Delta t}) * (b - \log X(i,n)))}{(2\sigma\sqrt{\Delta t})} \leq 0:$$

$$\theta_u(i,n) = 0$$

$$\text{Si } \frac{1}{2} + \frac{((1-e^{-a\Delta t}) * (b - \log X(i,n)))}{(2\sigma\sqrt{\Delta t})} \geq 1:$$

$$\theta_u(i,n) = 1$$

Las  $\theta_u(i,n)$  son las probabilidades reales implícitas a partir de la data con los parámetros implícitos del modelo OU.

Luego se deduce que:

Si  $0 < \theta_u(i,n) < 1$ :

$$\pi_u(i,n) = ((1 + r_f) - d) / (u - d)$$

Si  $\theta_u(i,n) = 0$ :

$$\pi_u(i,n) = 0$$

Si  $\theta_u(i,n) = 1$ :

$$\pi_u(i,n) = 1$$

## **PARTE II**

### **CAPÍTULO 7. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS MINEROS CON OPCIONES REALES MEDIANTE ÁRBOLES BINOMIALES**

#### **7.1 Evaluación de proyectos mineros en el Perú.**

En la actualidad la gran mayoría de proyectos mineros en el Perú se evalúan con el método de flujo de caja descontado (FCD). Se emplean también otros métodos como el de Múltiplos y Opciones Reales, y métodos que complementan a los 3 mencionados, como el Análisis de sensibilidad, Árboles de decisiones y Simulación de Montecarlo. En este trabajo se evaluará un proyecto minero con los métodos de FCD y Opciones reales complementando este último con Análisis de Sensibilidad y Simulación de Montecarlo.

El método de FCD consiste en obtener el valor fundamental del proyecto a partir del descuento de un flujo de caja proyectado a una tasa de descuento. Esta tasa de descuento puede ser el COK si se trata de un flujo de caja del accionista (a veces se denomina flujo de caja financiero porque incluye el servicio de deuda) y el WACC si se trata de un flujo de caja libre (sin incluir el servicio de deuda). El COK refleja el costo de oportunidad del accionista para invertir en el proyecto y el WACC refleja el costo promedio ponderado del costo del accionista y el costo de la deuda empleada para el financiamiento del proyecto.

Para poder obtener el flujo de caja se requiere recopilar información detallada de diversos aspectos del proyecto como los depósitos minerales, plan de producción, procesos, costos operativos, estructura financiera, régimen de impuestos y aspectos administrativos y de gestión. Se debe tomar en cuenta que el método FCD no es aplicable a estados iniciales o preliminares del proyecto si no se tienen reservas minerales probadas, diseño de planta y plan de producción, resultados de pruebas metalúrgicas, recuperación del metal, estimados de inversiones y costos operativos, costos ambientales y proyecciones de los precios de los metales. Por lo tanto el método de FCD es más adecuado para minas en producción, minas cerca a la producción, o para minas en etapas de desarrollo.

Para obtener los flujos de caja del método FCD se requiere estimar muchos parámetros entre los que podemos mencionar el Precio del metal, Costo operativo, Reservas, Reservas de Mineral, Reservas Probables, Reservas Probadas, Días de operación por año, Ley de tajo, Recuperación, Desbroce, Tasa de desbroce, Gastos de venta generales y administrativos, Tasa de impuestos, Valor de rescate, año inicial, Vida útil del proyecto, Inversión Inicial, %Participación de trabajadores, Regalías y Producción anual. A continuación se define cada uno de estos parámetros<sup>12</sup>:

- Precio del metal: Es el precio de los metales que se extraerán de la mina durante la extracción minera. Normalmente se proyectan precios por debajo de los precios esperados o proyectados por diferentes analistas, para obtener un valor conservador constante a lo largo del proyecto.
- Costo operativo: Comprende el costo del minado así como el costo de procesamiento y tratamiento del mineral y efluentes del proyecto.
- Reservas: Es la parte de un depósito mineral que se puede extraer o producir de manera económica y legal en el momento de la determinación de la reserva.
- Reservas Minerales: El tonelaje y ley calculados de mineralización que se pueden extraer con rentabilidad, clasificados como posibles, probables y probados de acuerdo con el nivel de confianza que se pueda atribuir a los datos.
- Reservas Probables: Reservas para las cuales la cantidad y la ley se calculan a partir de información similar a la que se utiliza para las reservas probadas, pero los sitios de inspección, muestreo y revisión están más alejados o están menos adecuadamente espaciados. El grado de seguridad, aunque menor que el de las reservas probadas, es suficientemente alto como para asumir una continuidad entre los puntos de observación.

---

<sup>12</sup> Glosario de términos, <http://www.southernperu.com/ESP/opinte/Pages/PGGlosario.aspx>

- **Reservas Probadas:** Reservas para las cuales (a) se calcula cantidades a partir de dimensiones que se revelan en los afloramientos, zanjas, obras o huecos de voladura; (b) la ley y/o la calidad se calculan a partir de los resultados de muestreo detallado; y (c) los sitios para la inspección, el muestreo y las mediciones se espacian tan estrechamente que el carácter geológico está suficientemente definido como para que el tamaño, la forma, la profundidad y el contenido mineral de las reservas se encuentren bien determinados.
- **Días de operación por año:** Es el número de días asumidos para la operación minera de acuerdo al plan de producción del proyecto.
- **Ley de tajo:** Es el porcentaje de contenido metálico en el mineral.
- **Recuperación:** Es el porcentaje de metal valioso en el mineral que se recupera por medio de un tratamiento metalúrgico.
- **Desbroce:** El proceso de remoción de la roca sobreyacente al depósito mineral para exponer el mineral.
- **Ratio de desbroce:** La tasa de materiales de desecho más mineral lixiviado respecto del mineral minado en el material que se mueve en una operación de tajo abierto.
- **Gastos de venta generales y administrativos:**
- **Tasa de impuestos:** Porcentaje de las utilidades que hay que pagar al estado dueño de las tierras donde se realiza el proyecto minero.
- **Valor de rescate:** Valor de venta de los activos del proyecto luego de descontar los costos de la restauración de un sitio luego que se ha concluido con la actividad de minado o de exploración.

- Año inicial: Año en que se planea iniciar la explotación del proyecto.
- Vida útil del proyecto: Número de años que se planea explotar la mina de acuerdo al plan de producción del proyecto.
- Inversión Inicial: Es el CAPEX, o gastos en capital de inversión que generan beneficios para el proyecto minero.
- Participación de trabajadores en las utilidades: Es el % de repartición de utilidades antes de impuesto hacia los trabajadores
- Regalías: Un monto de dinero que el concesionario u operador de una exploración o propiedad minera paga a intervalos regulares al propietario de la tierra. Generalmente en base a un cierto monto por tonelada o a un porcentaje de la producción total o de las utilidades. También es la tarifa que se paga por el derecho al uso de un proceso patentado.
- Producción anual: Es la cantidad de extracción y procesamiento de mineral para obtener metales valiosos, de acuerdo al plan de producción del proyecto.

Con los parámetros e información mencionada se procede a elaborar el flujo de caja. Debe realizarse en primer lugar el cálculo de la cantidad de metales producido luego de procesar el mineral tomando en cuenta la ley de tajo, el porcentaje de recuperación y el ratio de desbroce. Una vez obtenida la cantidad de metales se multiplican estos por el precio proyectado del metal para cada año, con lo cual se obtendrían los ingresos por año.

Luego se determinan los costos operativos, y gastos administrativos, inversiones y capital de trabajo requerido para el proyecto. Estos cálculos se pueden agregar en un flujo de caja libre que se descontaría con el WACC o un flujo de caja financiero que se descontaría con el COK. El WACC se calcula en base al costo de oportunidad de capital del accionista (COK) y de acuerdo al costo de la deuda utilizando la siguiente fórmula:

$$WACC = COK * (E / (E + D)) + i * (1 - T) * (D / (E + D))$$

donde:

COK: Costo de oportunidad de capital del accionista (inversionista)

E: (Equity), aporte de los inversionistas o patrimonio del proyecto.

D: (Debt), monto de la deuda empleada para financiar parte del proyecto.

i: Costo de la deuda antes de impuestos.

T: Tasa de impuesto a la renta

El COK se calcula empleando el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) ajustado para mercados emergentes, como es en el caso peruano empleando usualmente un beta estimado con el beta promedio de otros proyectos mineros similares. Se emplea la siguiente fórmula:

$$COK = r_f + \beta * (r_M - r_{f_{prom}}) + r_p$$

$r_f$  : Tasa libre de riesgo. Estimada a partir de la tasa de retorno actual de los bonos del tesoro de EEUU con un plazo similar a la vida útil del proyecto.

$r_M$ : Tasa de retorno promedio del mercado en el largo plazo. Se puede obtener a partir de la data histórica del mercado de EEUU de la página web de Aswath Damodaran ([www.damodaran.com](http://www.damodaran.com))

$r_{f_{prom}}$ : Tasa de libre de riesgo promedio en el largo plazo. Se puede obtener a partir de la data histórica del mercado de EEUU de la página web de Aswath Damodaran.

$r_p$ : Tasa de riesgo país. Para el caso peruano se puede obtener de la página web del Ministerio de Economía y Finanzas.

## 7.2 Incertidumbres en la evaluación de proyectos mineros<sup>13</sup>

Los proyectos mineros son negocios complejos con una diversa variedad de riesgos. Esto se origina porque el valor del proyecto minero está típicamente influenciado por muchas incertidumbres de tipo operativo o económico tales como los precios de los metales, el grado del mineral, los costos, el programa de producción, la cantidad de reservas, aspectos ambientales, entre otros.

**Incertidumbre en el modelo de distribución del yacimiento minero y su geología.**

En la etapa de prefactibilidad del proyecto minero, se estima el modelo de distribución del yacimiento minero y su geología, con información obtenida de las muestras de perforación realizadas. Dado que la información obtenida no es representativa de la totalidad del yacimiento minero, la incertidumbre sobre la geología representa una incertidumbre técnica muy importante en el proyecto minero. Una consecuencia de esta falta de información es que los recursos minerales no son adecuadamente clasificados para el procesamiento del mineral, lo cual generaría pérdidas o sobre costos.

Para minimizar este riesgo se pueden emplear modelos estocásticos y de simulación para las zonas de donde no se tienen muestras suficientes.

**Incertidumbre en los precios de los metales.**

Otra fuente importante de incertidumbre es el precio de los metales. El precio del metal refleja el equilibrio del mercado de metales. Este mercado depende de una serie de factores como especulación, noticias de eventos, coyunturas políticas y pagos de dividendos, por lo tanto se pueden identificar dos fuentes principales de incertidumbre:

- La falta de información exacta de aquellos factores que producen el incremento o reducción de la oferta y la demanda del metal.
- Las medidas que toman los productores y consumidores para afrontar la especulación y las coyunturas políticas que se presenten.

---

<sup>13</sup> Martinez; (2009), Why Accounting for Uncertainty and Risk can Improve Final Decision-Making in Strategic Open Pit Mine Evaluation

En la industria minera, los precios de los metales se modelan normalmente como el precio promedio de los 3 últimos años, especialmente de los commodities cuyos precios son listados en los mercados abiertos, como el caso de los precios de los metales preciosos y básicos<sup>14</sup>.

Incertidumbre en los Costos operativos.

La estimación de los costos operativos y de capital es fundamental para la evaluación de un proyecto minero. Sin embargo hay una falta de información en la ingeniería y economía al inicio del proyecto. Las empresas mineras no pueden saber con absoluta certeza cuánto es lo que necesitarán invertir o gastar ni siquiera el siguiente mes o año luego de iniciado el proyecto.

Incertidumbre y riesgo en el planeamiento y diseño de un proyecto minero.

El proceso de planeamiento y diseño de un proyecto minero consta de dos etapas:

1. Diseño de la mina, donde se definen los alcances de la extracción minero.

Los alcances de la extracción minera se definen de tal manera que se pueda lograr el máximo valor del proyecto minero.

2. Programa de extracción, donde se define la secuencia de extracción y por lo tanto se define el flujo de caja del proyecto.

El programa de extracción desarrolla cómo se realizará la extracción definiendo el inicio de la mina hasta los límites de la misma. El programa puede ser corto o de largo plazo.

Dado que tanto el diseño de la mina como el programa de extracción dependen directamente del modelo de distribución geológica de la mina y del precio futuro de los metales y costos operativos, y de inversión, entonces tenemos una situación de alta incertidumbre y riesgos por la complejidad del diseño último del proyecto minero al haber

---

<sup>14</sup> Rendu, J-M, (2006). Reporting mineral resources and mineral reserves in the United States of America, in Proceedings Sixth International Mining Geology Conference

correlaciones entre variables subyacentes diversas que a su vez son muy inciertas y con potencial de errores de medición y estimación diversos.

Además podemos mencionar otras incertidumbres como son las de tipo Económico-Financiero (variaciones en las tasa de interés y disponibilidad de recursos financieros), políticas (expropiación de recursos, estabilidad gubernamental), sociales (demandas de la comunidad) y ambientales (cambio en la regulación, permisos ambientales).

### **7.3 Principales opciones reales identificadas en los proyectos mineros**

La opción de iniciar, cerrar y abandonar una mina es análoga a una opción Call Americana. El precio del metal  $S$  es análogo al precio del activo subyacente, y el costo de inversión en extracción del mineral, denotado con  $A$  es análogo al precio de ejercicio. También se consideran los otros parámetros de la valorización de las opciones como la volatilidad  $\sigma$  y la tasa libre de riesgo  $r$ .

Entre las opciones reales más relevantes a proyectos de inversión minera podemos mencionar:

Opción de diferir:

Se puede emplear cuando la empresa minera tiene una concesión de extracción mineral por un determinado periodo, teniendo la opción de iniciar o no el proyecto de acuerdo a la conveniencia o no en base al precio del metal.<sup>15</sup>

Opción secuencial:

Se puede emplear cuando un proyecto minero puede dividirse en etapas, donde se tiene la opción de iniciar la nueva etapa, donde el valor de cada etapa viene a ser el valor del activo

---

<sup>15</sup> Martinez L., McKibben Joseph. (2010), Understanding Real Options in Mine Project Valuation: A Simple Perspective. MININ 2010. Santiago, Chile. Xstract Mining Consultants, Australia.

subyacente que determina si es conveniente o no iniciar una nueva etapa que puede ser durante la construcción o la operación del proyecto<sup>16</sup>.

Opción de contracción:

Se puede emplear cuando un proyecto minero tiene la opción de disminuir la tasa de producción de mineral mediante la venta parcial de sus activos<sup>17</sup>. La pérdida de dichos activos implicaría una reducción de ingresos y costos operativos. Por lo tanto se ejercería la opción sólo en caso que el ingreso por venta de activos supera la reducción del valor por un menor flujo de caja del proyecto.

Opción de expansión:

Se puede emplear cuando en proyecto minero tiene la opción de incrementar la tasa de producción de mineral por medio de una inversión adicional en capital<sup>18</sup>. Un incremento en la tasa de producción generaría un mayor flujo de caja por lo tanto podría incrementar el valor del proyecto, pero a costa de una inversión. Por lo tanto sería conveniente ejercer la opción si el incremento en el valor supera la inversión adicional en capital realizada.

Opción de abandono:

Se puede emplear cuando un proyecto minero tiene la opción de abandonar el proyecto antes de la terminación de su vida útil.<sup>19</sup> El costo de abandono del proyecto por remediación estaría compensado con creces con el valor de rescate del mismo. Si el valor de rescate es lo suficientemente alto entonces podría ser conveniente abandonar el proyecto durante su operación si esto resultara ser más conveniente que mantener las operaciones y recibir el flujo de caja correspondiente.

---

<sup>16</sup> Trigeorgis, L. (1996), Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. London, England.

<sup>17</sup> Graeme Guthrie (2009) Real Options in Theory and Practice. Oxford University Press, Inc.

<sup>18</sup> Graeme Guthrie (2009) Real Options in Theory and Practice. Oxford University Press, Inc.

<sup>19</sup> Graeme Guthrie (2009) Real Options in Theory and Practice. Oxford University Press, Inc.

Opción de cierre temporal:

Se puede emplear cuando un proyecto minero tiene la opción de cerrar temporalmente las operaciones antes de la terminación de su vida útil<sup>20</sup>. El costo de cerrar y reiniciar posteriormente las operaciones se compensa con el beneficio derivado de producir con mejores precios obteniendo un mejor flujo de caja a lo largo del proyecto.

Opciones de selección:

Se puede emplear cuando se tienen varias opciones que se pueden ejercer alternativamente. El caso más común sería la posibilidad de escoger entre ejercer una opción de abandono, contracción o expansión de un proyecto minero en cada periodo a considerar.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> Graeme Guthrie (2009) Real Options in Theory and Practice. Oxford University Press, Inc.

<sup>21</sup> Mun Johnathan. (2006) Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. John Wiley & Sons, Inc.

## **CAPÍTULO 8. CASO APLICADO: Valorización de la mina de oro y cobre de “La Arenilla S.A.” con el método de flujo de caja descontado y con el método de opciones reales con árboles binomiales.**

### **8.1 Formulación del caso del proyecto minero “La Arenilla S.A.”<sup>22</sup>**

SIPAN Ltda es una empresa minera enfocada al desarrollo y explotación del proyecto de oro y cobre La Arenilla, cuyas acciones cotizan en la Bolsa de Valores de Toronto, la Bolsa de Valores de Frankfurt y la Bolsa de Valores de Lima. La Arenilla S.A. es propietaria de 44 concesiones mineras sobre un total de alrededor de 21,000 hectáreas de las cuales alrededor de 1,720 pertenecen al desarrollo de los yacimientos de óxidos y sulfuros.

El Proyecto Minero La Arenilla, ubicado a 18 kilómetros de la ciudad de Huamachuco, Región La Libertad, es un importante yacimiento aurífero y cuprífero localizado en un distrito tradicionalmente minero conocido por su alto contenido de recursos de oro y cobre. El proyecto comprende dos etapas: la primera etapa enfocada al desarrollo y explotación del depósito de óxidos de oro; y la segunda, al desarrollo y explotación de los sulfuros de cobre y molibdeno.

La vida útil de la primera etapa (yacimiento de óxidos) se estima en 10 años en los que se espera obtener una producción total de 1.13 millones de onzas de oro. SIPAN planea iniciar operaciones en esta primera etapa en el último trimestre de 2015 y obtener la primera producción de oro en el primer trimestre de 2016. La vida útil de la segunda etapa (yacimiento de sulfuros) se estima en 10 años sobre los cuales se espera obtener una producción total de 1,334 millones de libras de cobre.

#### **Recursos de La Arenilla**

El proyecto minero La Arenilla contempla un total de 21,000 hectáreas, de las cuales 1,720 corresponden al desarrollo y explotación del proyecto de óxidos y sulfuros.

Según el estudio de los yacimientos de óxidos y sulfuros, los recursos inferidos e indicados ascienden a 4 millones de onzas de oro y 3 billones de libras de cobre. La estimación de los

---

<sup>22</sup> El caso usa datos ficticios estimados en base al proyecto “La Arena” valorizado por Kallpa SAB.

recursos de La Arenilla fue llevada a cabo por una consultora independiente, la cual planea culminar un reporte de actualización para las reservas a finales del primer trimestre 2015.

#### Fortalezas del Proyecto

Ubicación: El proyecto La Arenilla está localizado dentro de un tradicional distrito minero, cercano a las minas: Lagunas Norte (Alto Chicama - Barrick Gold Corp.) y COMARSA (Compañía Minera Aurífera Santa Rosa S.A.).

La proximidad de La Arenilla a grandes proyectos como Alto Chicama y COMARSA no sólo brindan indicios de potenciales yacimientos para la exploración sino que además brindan externalidades positivas para el proyecto pues muchas de estas empresas mineras ya invirtieron en la infraestructura necesaria para iniciar operaciones como lo relacionado a la red energética. Por último, la cercanía del proyecto a la ciudad de Huamachuco (12 km) le permite reducir costos fijos relacionados a los campamentos mineros debido a que gran parte de los trabajadores residen en dicha ciudad.

Topografía y Altitud: La Arenilla se encuentra a 3,400 msnm (metros sobre el nivel del mar), la cual es una altitud relativamente baja en relación a muchas minas auríferas en el Perú. Asimismo el terreno relativamente llano constituye una ventaja en relación a costos ya que facilita la distribución entre la zona de minado y las plantas de procesamiento.

Infraestructura existente: En relación a la infraestructura vial, el acceso por carretera constituye una gran ventaja para el proyecto ya que se encuentra a tan solo 3.5 horas de la ciudad de Trujillo. En relación a la red energética, una línea de alta tensión de la red interconectada se encuentra ubicada a escasos 15 kilómetros de La Arenilla. SIPAN se encuentra negociando las instalaciones de redes de infraestructura que le permitirían incluir estos costos en la tarifa por Kwh. La Arenilla cuenta con acceso al agua del subsuelo, la cual será extraída mediante bombeo neumático a una profundidad de alrededor de 100 metros de la superficie. Asimismo, reutilizará el agua una vez procesada por las operaciones en la mina.

Alta experiencia de directores y gerencia en el desarrollo y manejo de minas: Los directores y el equipo gerencial de La Arenilla cuentan con experiencia probada en el desarrollo y puesta en marcha de proyectos mineros.

Buenas relaciones con la comunidad: SIPAN mantiene excelentes relaciones con los pobladores de la comunidad. Estudios realizados en La Arenilla indican una baja probabilidad de ocurrencia de problemas técnicos, ambientales o sociales que puedan limitar el desarrollo del proyecto. Otra de las ventajas del proyecto es la inexistencia de actividad agrícola sistémica que pueda ocasionar problemas con la comunidad a medida que se desarrollan los trabajos en la mina.

#### Factores de Riesgo y Mitigantes

Precios del oro y cobre. Una caída en el precio del oro y cobre impactarían negativamente en los resultados de La Arenilla. Para los próximos cinco años, el mercado estima un precio superior a USD 1,000 la onza de oro y USD 2.5 la libra de cobre. En relación al proyecto de óxidos, la valorización ha sido realizada sobre la base de un precio promedio de USD 1,000 la onza y un costo operativo por onza (cash cost) promedio de USD 800. Se cree que durante la vida útil del proyecto, el precio del oro no sería menor a USD 1,000 la onza, el cual supera los cash cost estimados.

Riesgo de financiamiento: La Arenilla requiere una inversión inicial de USD 250 millones.

Riesgo político: Las operaciones podrían verse afectadas por cambios en la regulación así como el desarrollo de acontecimientos políticos, como lo son los procesos electorales. No obstante, es importante resaltar que Perú se ha transformado a lo largo de las últimas décadas en uno de los países más atractivos para desarrollar minería, motivo por el cual los analistas creen que existe una baja probabilidad de que existan cambios en la reglamentación.

Reservas reales efectivas versus reservas probadas y probables estimadas: En toda empresa minera, existe un nivel de incertidumbre relacionado a las posibles diferencias en las

reservas estimadas y probadas por los estudios y las efectivamente extraídas en las operaciones. Actualmente, se está realizando una actualización de las reservas existentes en La Arenilla, el cual tiene como fecha estimada a fines del primer trimestre de 2015.

Licencias, derechos y permisos: Usualmente dentro de los riesgos asociados se encuentran aquellos que involucran el otorgamiento de licencias, derechos y permisos. En este caso particular, SIPAN ha alcanzado algunos hitos importantes al presentar el Estudio de Impacto Ambiental (EIA) al Ministerio de Energía y Minas (MEM), durante el mes de setiembre del presente año. Asimismo se debe tener en cuenta que el área donde se desarrollarán los trabajos relacionados al proyecto de óxidos ya cuenta con derechos de superficie al igual que el posterior proyecto de sulfuros. Es importante destacar que las operaciones de SIPAN se desarrollarán en una localidad minera y colindante con la ciudad de Huamachuco, donde la comunidad en general entiende el funcionamiento de las operaciones mineras.

#### Valorización del Proyecto Minero La Arenilla

La presente investigación tiene como finalidad la obtención del valor fundamental del patrimonio de SIPAN sobre la base de los recursos estimados, contenidos en las 1,720 hectáreas del proyecto La Arenilla y centrándose en la primera etapa del proyecto correspondiente al desarrollo y explotación del depósito de óxidos de oro. Esta investigación espera que el desarrollo de esta primera etapa, al generar valor para la empresa, facilite la obtención del capital necesario para iniciar operaciones en la segunda etapa del proyecto de sulfuros así como iniciar los proyectos de exploración en los demás prospectos mineros que forman parte de las 21,000 hectáreas que contempla La Arenilla.

## I. Valorización del Depósito de Óxidos de Oro (Primera Etapa)

### Supuestos Empleados en la Valorización del Depósito de Óxidos de Oro:

#### Vector de precios de oro

Bajo un esquema conservador, el precio del oro utilizado para la valorización de los óxidos, primera etapa - La Arenilla, es de USD 1,000 por onza. Asimismo, el consenso del mercado espera que la onza de oro para los cuatro siguientes años continúe superando los USD 1,000

#### Reservas minerales y producción

De acuerdo con la gerencia de SIPAN, las reservas totales del proyecto de óxidos de oro ascienden a 38.50 millones de toneladas de mineral con una ley de tajo promedio Au de 0.58 g/ton y una recuperación de 70%. Asimismo, el strip ratio (ratio de desbroce) es 1:1; es decir, una tonelada de desmonte por cada tonelada de mineral minado. Como se mencionó anteriormente, una consultora independiente se encuentra realizando una estimación de las reservas del proyecto para fines del primer trimestre de 2015.

El plan de producción estimado contempla la extracción y procesamiento de 10,000 toneladas diarias de mineral para el primer año, ritmo que alcanzaría las 24,000 toneladas diarias a partir del segundo año. A partir de los supuestos antes mencionados, el desarrollo y explotación de la primera etapa de óxidos de oro produciría un total de 50,000 onzas de oro en el primer año y 120,000 onzas promedio para los años restantes hasta completar las 1.13 millones de onzas de oro a lo largo de la vida útil del proyecto, contemplada en 10 años.

#### CAPEX estimado

Para iniciar operaciones en el último trimestre 2015, el proyecto requiere de una inversión inicial de alrededor de USD 250 millones, los cuales serían utilizados para la adquisición de maquinaria y equipo así como la construcción de la planta e infraestructura necesaria para operar el proyecto de óxidos.

### Costos operativos (OPEX) estimados

Los costos operativos (OPEX) comprenden el minado así como el procesamiento y tratamiento del mineral y efluentes del proyecto. Según cifras proporcionadas por la gerencia, el costo del minado asciende a US\$ 1.99 por tonelada minada. Los costos por concepto de procesamiento y tratamiento del mineral fueron construidos sobre la base del estudio preliminar realizado por una consultora independiente especializada en minería. El estudio determinó que para un ritmo de producción de 10,000 y 24,000 toneladas diarias, los costos relacionados a la planta de procesos metalúrgicos, laboratorios de análisis químico y mantenimiento para ambas plantas totalizaban alrededor de USD 1.69 y USD 1.44 por tonelada, respectivamente. Otros costos fijos comprenden las plantas para tratamiento de efluentes y costos relacionados al campamento minero, planillas y seguros. Incluyendo todos estos conceptos, el costo operativo promedio por onza producida (cash cost) totaliza los USD 800.

### Estimación de la Tasa de Descuento

Para la valorización de la primera etapa del proyecto, se trabajó sobre la base del flujo de caja libre. La tasa empleada para descontar el flujo caja libre para el accionista, corresponde al costo de oportunidad del accionista (COK), dado que el 100% del financiamiento es equity, el cual asciende a 8.53%. Para la determinación del COK se utilizó la metodología del CAPM (Capital Asset Pricing Model) ajustada para países emergentes. La tasa libre de riesgo, equivalente a 2.6%, se desprende del rendimiento de los bonos del tesoro americano a 10 años, la cual es luego ajustada por el riesgo país peruano. Este último le añade una prima de 1.45% al retorno libre de riesgo<sup>23</sup>.

El beta empleado se obtuvo a partir del promedio de empresas mineras enfocadas a la exploración y desarrollo de proyectos auríferos comparables a SIPAN. Así, el beta desapalancado promedio de empresas comparables asciende a 0.98<sup>24</sup>, el cual luego es apalancado a la estructura deuda/patrimonio de SIPAN. Dado que para la primera etapa, SIPAN financia sus requerimientos de capital mediante el aporte de accionistas o emisiones

---

<sup>23</sup> Obtenido de la página web del Ministerio de Economía y Finanzas ([www.mef.gob.pe](http://www.mef.gob.pe))

<sup>24</sup> Obtenido a partir de un estimado por Kallpa SAB para el proyecto “La Arena”.

de nuevas acciones de SIPAN, su estructura equity/(deuda + equity) es 1 y, por lo tanto el beta apalancado es igual al beta desapalancado. Por último se asume una prima de mercado de 4.62%<sup>25</sup>.

## II Valoración de Depósitos de Sulfuros de Cobre (Segunda Etapa)

Bajo un escenario conservador, los precios empleados en la valorización del cobre ascienden a USD 2 por libra. Dado que el consenso del mercado espera precios superiores a USD 2.5 de libra de cobre, respectivamente, esto podría traducirse en un incremento en el valor fundamental estimado por la investigación.

### Depósito de sulfuros

Cabe señalar que la valorización del proyecto de sulfuros no contempla la producción de molibdeno, el cual podría significar una fuente de ingresos adicional para SIPAN.

### Potenciales para la exploración y desarrollo:

#### Prospectos mineros

El proyecto de óxidos y sulfuros abarca un total de 1,720 hectáreas del total de 21,000 hectáreas que posee La Arenilla. Dentro de estas 21,000 ha, además del prospecto minero La Arenilla (óxidos + sulfúros), se encuentran otros cinco prospectos, los cuales poseen un alto potencial de desarrollo de oro, cobre y molibdeno. Se espera iniciar con las etapas preliminares de exploración.

### Empresas Comparables

Un factor a considerar es que SIPAN al ser una empresa relativamente nueva en el mercado y cuyo proyecto no ha sido difundido de manera extensiva, su valor de mercado es inferior respecto de empresas similares o que se encuentran en etapas más tempranas de desarrollo.

---

<sup>25</sup> Obtenido de la página web de Aswath Damodarán: <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/>

## Supuestos Empleados en la Valorización de Sulfuros de Cobre:

### Vector de precios de cobre

Bajo un esquema conservador, el precio del cobre utilizado para la valorización de los sulfuros, es de USD 2 por libra. Cabe señalar que el consenso del mercado estima que el precio del cobre será mayor a USD 2.50 para los próximos cuatro años.

### Reservas minerales y producción

De acuerdo con la Gerencia de SIPAN, las reservas totales del proyecto de sulfuros de cobre y oro ascienden a 184 millones de toneladas de mineral con una ley de tajo promedio para el cobre de 0.4%. Asimismo, la recuperación para el cobre se estima en 88%. El strip ratio estimado es 1:1. Para finales del primer trimestre 2015, Coffey Mining hará una nueva estimación de las reservas para ambos proyectos.

El plan de producción estimado contempla la extracción y procesamiento de 36,000 toneladas diarias de mineral a lo largo de la vida útil del proyecto, contemplada en 10 años.

### CAPEX estimado

Para iniciar las operaciones del proyecto de sulfuros, el cual se estima para el año 2026, este requiere de una inversión inicial de alrededor de USD 200 millones, los cuales serían utilizados para la adquisición de maquinaria y equipo así como la construcción de la planta e infraestructura necesaria para operar el proyecto de sulfuros. Se asume que dado el upside que significa para los accionistas el desarrollo del proyecto de sulfuros, parte del CAPEX inicial sería financiado por el flujo de caja proveniente de las operaciones de la primera etapa del proyecto de óxidos. Se asume que El CAPEX que no pueda ser cubierto por los flujos provenientes del proyecto de óxidos será financiado de la siguiente forma: 75% mediante la emisión de nuevas acciones de SIPAN y el 25% restante mediante la emisión de deuda.

### Costos operativos (OPEX) estimados

El OPEX estimado para el proyecto de sulfuros está estimado en USD 7.73 por tonelada de mineral y USD 2.27 por tonelada de desmonte totalizando USD 10 por tonelada de mineral. Dentro de los USD 7.73, el costo por minado totaliza los USD 1.99 por tonelada de mineral minado y el USD 5.74 restante incluye el procesamiento y tratamiento del mineral, salarios así como costos relacionados al ambiente y comunidad.

### Estimación de la Tasa de Descuento

Para la valorización de los sulfuros, se trabajó sobre la base del flujo de caja libre. La tasa empleada para descontar el flujo caja libre para el accionista corresponde al costo promedio ponderado del capital (WACC), el cual asciende a 8.05%. El WACC combina el costo de capital del accionista y el costo de la deuda según la estructura deuda/equity de la empresa.

El costo de la deuda sin impuestos empleada es 4.90%, La tasa de impuestos utilizada es de 30%. Para la determinación del COK se utilizó la metodología del Capital Asset Pricing Model (CAPM) ajustada para países emergentes. La tasa libre de riesgo, equivalente a 2.6%, se desprende del rendimiento de los bonos del tesoro americano a 10 años, la cual es luego ajustada por el riesgo país peruano. Este último le añade una prima de 1.45% al retorno libre de riesgo. El beta empleado se obtuvo a partir del promedio de empresas mineras enfocadas a la exploración y desarrollo de proyectos cupríferos comparables a SIPAN mostradas en la valorización de óxidos. Así, el beta desapalancado promedio de empresas comparables asciende a 0.98, el cual luego es apalancado a la estructura deuda/equity de SIPAN. La estructura responde a un 75% de equity y 25% deuda. El beta apalancado empleado es 1.2087. Por último se asume una prima de mercado de 4.62%.

### Supuestos adicionales para el proyecto (primera y segunda etapa)

Se estima un valor de rescate de 50 millones al final del proyecto (para la primera y segunda etapa por separado).

Se estima un capital de trabajo neto del 15% de las ventas.

Se asume una opción de valor de rescate neto por abandono del proyecto antes de la finalización del proyecto por un monto de 50 millones de dólares y una opción de

contracción con un valor de venta de activos neto antes del final por un monto de 20 millones de dólares, lo cual significaría una reducción del valor del proyecto estimado en un 10% por la reducción de la capacidad de explotación de los minerales.

Por otro lado se asume una opción de expansión con un costo de expansión o Inversión adicional antes de la finalización del proyecto por un monto de 100 millones de dólares que generaría un incremento estimado en un 10% del valor del proyecto por un incremento en la capacidad y eficiencia de la explotación de los minerales.

Además se asume un costo por derecho de vigencia y seguridad por un monto de \$500,000 por cada año que se mantiene la mina explotándola o no. Se asume que hay la opción de postergar el inicio de la explotación (y el ejercicio de la opción de compra del 100% de La Arenilla) con lo que se tendría que pagar el monto antes mencionado durante el tiempo postergado. Si se explota la mina se asume (por simplicidad) que la inversión incluirá este monto y este cubriría los desembolsos por todo el tiempo que se explote la mina.

## 8.2 Evaluación de la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos)

### 8.2.1 Con el método de Flujo de caja descontado (FCD)

Con la metodología de Flujo de caja descontado (FCD) y a partir del flujo de caja libre para el accionista descontado al costo de oportunidad del accionista, el cual asciende a 8.53%, se obtiene un valor fundamental para al patrimonio de SIPAN de USD -189.33 millones. Por lo cual según este método no se recomendaría invertir en este proyecto si se considerara sólo su primera etapa. Ver figura 19.

En base a la formulación del caso planteado, se emplearon los parámetros mostrados en la siguiente figura.

#### Parámetros generales del modelo

Parámetro	Monto	Unidad
Precio inicial del metal	1000	\$/oz
Costo operativo inicial unitario act	800	\$/oz
Días de operación por año	349	días
Ley de tajo	0.58	g/ton
% Recuperación	70%	
Gastos de venta generales y adm	1	MM\$
Tasa de impuestos	30%	
Valor de rescate	50	MM\$
Año inicial	2015	
Vida útil del proyecto	10	años
Inversión Inicial	250	MM\$
1 onza	28.35	g
% Participación de trabajadores	8%	
% Regalías	1%	

**Datos para el cálculo de la tasa de descuento**

Tasa de libre riesgo	2.6%
Prima de riesgo de mercado	4.62%
Beta desapalancado promedio de empresas comparable	0.9800
% Deuda proyecto	0%
% Patrimonio proyecto	100%
Beta apalancado	0.9800
Riesgo país	1.45%
COK	8.53%
Tasa de deuda	7.00%
WACC	8.53%

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Producción (ton/día)		10000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00	24000.00
Producción neta (MM onzas)		0.050	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120
Costo operativo (\$/oz)	800	820.40	841.32	862.77	884.77	907.34	930.47	954.20	978.53	1003.49	1029.07
Gastos de venta generales y adm	1	1.03	1.05	1.08	1.11	1.13	1.16	1.19	1.22	1.25	1.29
Depreciación anual		25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00
Valor de rescate											50.00
Capital de trabajo neto adicional	7.50	10.50	-	-	-	-	-	-	-	-	-18.00

#### Flujo de caja en MM\$

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Precio constante proyectado		1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Ingresos		50.00	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00
Regalías		-0.50	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20	-1.20
Ingresos netos		49.50	118.80	118.80	118.80	118.80	118.80	118.80	118.80	118.80	118.80
Costo operativo		-41.02	-100.96	-103.53	-106.17	-108.88	-111.66	-114.50	-117.42	-120.42	-123.49
Gastos de venta generales y adm		-1.03	-1.05	-1.08	-1.11	-1.13	-1.16	-1.19	-1.22	-1.25	-1.29
Depreciación		-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00	-25.00
<b>EBIT (UAIT)</b>		<b>-17.55</b>	<b>-8.21</b>	<b>-10.81</b>	<b>-13.48</b>	<b>-16.21</b>	<b>-19.02</b>	<b>-21.90</b>	<b>-24.85</b>	<b>-27.87</b>	<b>-30.98</b>
Participación de los trabajadores		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuesto a la renta		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>Utilidad neta (NOPAT)</b>		<b>-17.55</b>	<b>-8.21</b>	<b>-10.81</b>	<b>-13.48</b>	<b>-16.21</b>	<b>-19.02</b>	<b>-21.90</b>	<b>-24.85</b>	<b>-27.87</b>	<b>-30.98</b>
Depreciación		25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00
Valor de rescate											50.00
CAPEX	-250.00										
Capital de trabajo neto adicional	-7.50	-10.50	-	-	-	-	-	-	-	-	18.00
<b>Flujo de caja libre</b>	<b>-257.50</b>	<b>-3.05</b>	<b>16.79</b>	<b>14.19</b>	<b>11.52</b>	<b>8.79</b>	<b>5.98</b>	<b>3.10</b>	<b>0.15</b>	<b>-2.87</b>	<b>62.02</b>

VAN = -189.33 MM\$

Figura 19

## 8.2.2 Con el método de Opciones Reales con árboles binomiales (OR)

### 8.2.2.1 Cálculo de parámetros generales del modelo

Para la valorización con Opciones Reales con árboles binomiales, se usó los mismos parámetros que para la valorización con DCF, y en adición se consideraron los siguientes parámetros:

- Volatilidad del precio del metal:  
Se calcula a partir de una data histórica mensual de precios del metal. Se calcula el retorno logarítmico de los precios y sobre estos retornos se calcula la desviación estándar, la cual es un estimado de la volatilidad.  
Para el precio del oro se usaron 187 meses de datos.
- Volatilidad del costo operativo:  
Para simplificar nuestro modelo asumimos que es 0 en el escenario base, sin embargo en el análisis de sensibilidad consideramos que esta podría incrementarse significativamente.
- Valor de rescate por abandono o venta antes del final:  
Se asume un valor de rescate o venta en caso que se venda el proyecto a un tercero antes de la terminación del proyecto. Este valor se puede determinar en función al valor estimado de los activos en el momento a realizar la venta que variaría considerablemente en diferentes proyectos. Este vendría a ser la ganancia por ejercer una opción put sobre el proyecto, asumiéndose por simplicidad un costo de ejercicio de 0.
- Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final  
Se asume un valor de rescate por contracción o venta parcial en caso que se venda parte del proyecto a un tercero antes de la terminación del proyecto. Este valor se puede determinar en función al valor estimado de los activos que podrían venderse que variaría considerablemente en diferentes

proyectos. Este vendría a ser la ganancia por ejercer una opción put sobre el proyecto, asumiéndose por simplicidad un costo de ejercicio de 0.

- Costo de expansión o Inversión adicional antes del final  
El costo de expansión de un proyecto viene a ser la inversión adicional a realizar si se quiere ampliar la capacidad de producción del proyecto. Este vendría a ser el costo de ejercicio de una opción Call, donde el incremento en el valor del proyecto gracias a una expansión vendría a ser la ganancia por ejercer la opción.
- % Contracción  
Es el % de reducción del proyecto, es decir el impacto de la venta de parte de los activos en el valor del proyecto.
- % Expansión  
Es el % de ampliación del proyecto, es decir el impacto de la inversión adicional para la ampliación de la capacidad en el valor del proyecto.
- Costo de derecho de vigencia y seguridad:  
Es el costo por tener la opción de explotar el predio minero y del cuidado, vigilancia y preservación del mismo.

### Parámetros generales del modelo

Parámetro	Monto	Unidad
Precio inicial del metal	1000	\$/oz
Costo operativo inicial unitario act	800	\$/oz
Días de operación por año	349	días
Ley de tajo	0.58	g/ton
% Recuperación	70%	
Gastos de venta generales y adm	1	MM\$
Tasa de impuestos	30%	
Valor de rescate	50	MM\$
Año inicial	2015	
Vida útil del proyecto	10	años
Inversión Inicial	250	MM\$
1 onza	28.35	g
% Participación de trabajadores	8%	
% Regalías	1%	

Figura 20

### Datos: Precios del oro de los últimos 187 meses

Date	Value	In Pt	Delta InPt	http://www.investing.com/commodities/gold-historical-data	
1999-01-31	285.65	5.65476729			
1999-02-28	286.8	5.65878511	0.0040178	Ret Prom Mensual	0.00813671
1999-03-31	279.8	5.63407506	-0.02471	Desv Est Ret Mensual	0.05165789
1999-04-30	285.85	5.6554672	0.0213921		
1999-05-31	271.05	5.60230331	-0.053164	Ret Prom Anual	9.76%
1999-06-30	261.2	5.5652864	-0.037017	Desv Est Ret Anual	17.89%
1999-07-31	256.75	5.54810285	-0.017184		
1999-08-31	254.6	5.53969369	-0.008409		
1999-09-30	303.75	5.71620499	0.1765113		

### Parámetros cuando se considera la incertidumbre en algunos parámetros

	%	Factor de crecimiento (u)	Factor de reducción (d)	tiempo de periodo (años)	Prob neutral al riesgo u	Prob neutral al riesgo d
Volatilidad precio metal	17.89%	1.20	0.84	1	0.53	0.47
Volatilidad costos oper	0.00%	1.00	1.00	1		

Se utiliza el modelo AMB para los precios logarítmicos, con lo cual se calculan los parámetros u y d, y las probabilidades neutrales al riesgo.

Figura 21

<b>Datos para el cálculo de la tasa de descuento</b>	
Tasa de libre riesgo	2.6%
Prima de riesgo de mercado	4.62%
Beta desapalancado promedio de empresas comparable	0.9800
% Deuda proyecto	0%
% Patrimonio proyecto	100%
Beta apalancado	0.9800
Riesgo país	1.45%
COK	8.53%
Tasa de deuda	7.00%
WACC	8.53%

Figura 22

### 8.2.2.2 Caso base: Con incertidumbre y sin flexibilidad

En primer lugar se desarrollan dos árboles binomiales. Uno para el precio del metal y otro para el costo operativo. Sin embargo en nuestro caso inicial asumiremos que el costo operativo es constante (volatilidad 0) por lo tanto el árbol binomial arroja el mismo valor de 800 \$/onza en todo momento. Para el precio del metal se usa el modelo expresado en ecuación (28) el cual se aproxima mediante el árbol binomial de los precios.

**Árbol binomial del precio del metal**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
	1000	1195.96	1430.32	1710.60	2045.81	2446.70	2926.15	3499.56	4185.33	5005.48	5986.35
		836.15	1000.00	1195.96	1430.32	1710.60	2045.81	2446.70	2926.15	3499.56	4185.33
			699.15	836.15	1000.00	1195.96	1430.32	1710.60	2045.81	2446.70	2926.15
				584.59	699.15	836.15	1000.00	1195.96	1430.32	1710.60	2045.81
					488.80	584.59	699.15	836.15	1000.00	1195.96	1430.32
						408.71	488.80	584.59	699.15	836.15	1000.00
							341.75	408.71	488.80	584.59	699.15
								285.75	341.75	408.71	488.80
									238.93	285.75	341.75
										199.78	238.93
											167.05

Figura 23

**Árbol binomial del costo operativo unitario**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	
	800	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
		800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
			800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
				800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
					800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
						800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
							800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	
								800.00	800.00	800.00	800.00	
									800.00	800.00	800.00	
										800.00	800.00	
											800.00	
												800.00

Figura 24

En base a los diferentes escenarios de precios obtenidos en el árbol binomial se calculan los flujos de caja anuales en diferentes escenarios.

**Árbol binomial con los flujos de caja por periodo**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
	-257.50	7.67	54.68	75.31	99.98	129.49	164.79	207.00	257.50	317.89	458.11
		-10.14	21.75	37.40	54.65	75.27	99.94	129.45	164.75	206.97	325.46
		-	-13.99	2.26	21.69	37.37	54.61	75.24	99.91	129.42	232.71
		-	-	-27.63	-14.05	2.20	21.64	37.33	54.57	75.20	167.87
		-	-	-	-39.04	-27.68	-14.10	2.14	21.58	37.29	122.53
		-	-	-	-	-48.58	-39.09	-27.74	-14.16	2.08	89.51
		-	-	-	-	-	-56.56	-48.64	-39.15	-27.81	53.77
		-	-	-	-	-	-	-63.25	-56.62	-48.70	28.78
		-	-	-	-	-	-	-	-68.84	-63.31	11.31
		-	-	-	-	-	-	-	-	-73.52	-0.90
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-9.44

Figura 25

A partir de los flujos de caja anuales se calcula el valor del proyecto en cada año en base a los flujos de caja proyectados para los siguientes años y por lo tanto el valor del proyecto en el último año vendría ser igual al flujo de caja en el último año. El valor al inicio del proyecto es de 20.07 MM\$. Este es el valor del proyecto cuando se considera que hay incertidumbre sobre el precio del metal, el cual se modela mediante una variable aleatoria que varía en función a la volatilidad calculada a partir de los datos históricos del precio. Aquí no se está considerando opciones reales sobre el proyecto.

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (sin Opciones Reales)**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
	20.07	428.86	581.42	690.09	782.92	854.92	897.56	898.41	840.85	703.32	458.11
		124.44	265.87	373.64	461.10	528.65	573.28	588.21	562.61	481.48	325.46
		-	-4.02	113.39	215.64	292.59	344.59	371.21	368.08	326.39	232.71
		-	-	-104.38	1.03	94.81	169.69	215.35	231.80	217.95	167.87
		-	-	-	-167.28	-72.68	11.97	81.28	127.86	141.52	122.53
		-	-	-	-	-196.88	-110.70	-33.83	29.27	72.86	89.51
		-	-	-	-	-	-198.05	-117.41	-45.70	13.09	53.77
		-	-	-	-	-	-	-175.84	-98.11	-28.70	28.78
		-	-	-	-	-	-	-	-134.75	-57.92	11.31
		-	-	-	-	-	-	-	-	-78.34	-0.90
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-9.44

Figura 26

### 8.2.2.3 Alternativa 1: Con incertidumbre y con las opciones reales de abandonar, contraer y expandir el proyecto durante su operación

La alternativa 1 consiste en agregar la opción real de selección entre abandonar, contraer o expandir el proyecto en todos los años del proyecto. Para ello se emplea el modelo (13) obtenida para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplean los parámetros adicionales indicados en la figura 27. Se han considerado valores actualizados a cada año mediante la tasa de libre riesgo para que estos no se vean afectados a la hora de usar la ecuación de actualización (5).

**Parámetros adicionales para las opciones reales**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Valor de rescate por abandono o venta antes del final	50	51.28	52.58	53.92	55.30	56.71	58.15	59.64	61.16	62.72	64.32
Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final	20	20.51	21.03	21.57	22.12	22.68	23.26	23.86	24.46	25.09	25.73
Costo de expansión o Inversión adicional antes del final	100	102.55	105.17	107.85	110.60	113.42	116.31	119.28	122.32	125.44	128.63
% Contracción	10%										
% Expansión	10%										

Figura 27

Los resultados obtenidos del valor del proyecto con la opción de selección mencionada en cada año se muestran en la figura 28.

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (Con Opciones Reales de abandono, contracción y expansión)**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
	58.40	448.98	593.29	698.56	789.55	859.88	900.81	900.10	841.37	703.32	458.11
		185.09	296.22	389.92	472.08	537.51	580.40	593.37	565.68	482.62	325.46
		-	93.54	161.00	238.70	306.51	355.85	380.88	375.84	331.78	235.17
		-	-	53.92	78.48	129.26	187.32	228.99	244.12	228.76	176.81
		-	-	-	55.30	56.71	66.95	104.27	143.70	156.19	136.01
		-	-	-	-	56.71	58.15	59.64	61.44	90.87	106.29
		-	-	-	-	-	58.15	59.64	61.16	62.72	74.12
		-	-	-	-	-	-	59.64	61.16	62.72	64.32
		-	-	-	-	-	-	-	61.16	62.72	64.32
		-	-	-	-	-	-	-	-	62.72	64.32
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	64.32

Figura 28

Se puede observar que la opción de selección incrementa el valor del proyecto a 58.40 MM\$ lo que representa un incremento de 191.1% respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 38.40 MM\$.

Resultados Alternativa 1		% Increm.
Valor del proyecto SIN Opciones reales pero con incertidumbre en precios y costos	20.07 MM\$	
Valor del proyecto con la opción de abandono, contracción y expansión	58.40 MM\$	
Valor de la opción de abandono, contracción y expansión	38.34 MM\$	191.1%

Figura 29

#### 8.2.2.4 Alternativa 2: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años

La alternativa 2 consiste en agregar la opción real de postergar el inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años. Es decir, se puede postergar el inicio hasta en 2 años y en estos 2 años también se podría decidir cancelar el proyecto. Para ello se emplea el modelo definido por las ecuaciones (18), (19) y (20) obtenidas para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplea como parámetro adicional el costo por derecho de vigencia y seguridad actualizado para los 2 primeros años con la tasa de libre riesgo.

Para el cálculo de la opción de postergación hasta en 2 años se requiere calcular la opción para postergar hasta en 1 año y a partir de estos valores se obtendría el valor de la opción de ejercer hasta en 2 años.

Los flujos de caja deben recalcularse para considerar la producción y los precios desfasados hasta en 1 y 2 años y en base al árbol de flujos de caja se recalculan los valores respectivos para un desfase de 1 y 2 años respectivamente con la opción de postergar y cancelar.

**Árbol binomial del flujo de caja (si se posterga 1 año)**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
			17.44	75.31	99.98	129.49	164.79	207.00	257.50	317.89	390.11	560.00
			-2.05	37.40	54.65	75.27	99.94	129.45	164.75	206.97	257.46	401.35
			-16.94	2.26	21.69	37.37	54.61	75.24	99.91	129.42	164.71	290.43
			-	-27.63	-14.05	2.20	21.64	37.33	54.57	75.20	99.87	212.88
			-	-	-39.04	-27.68	-14.10	2.14	21.58	37.29	54.53	158.66
			-	-	-	-48.58	-39.09	-27.74	-14.16	2.08	21.51	120.75
			-	-	-	-	-56.56	-48.64	-39.15	-27.81	-14.23	94.25
			-	-	-	-	-	-63.25	-56.62	-48.70	-39.22	65.13
			-	-	-	-	-	-	-68.84	-63.31	-56.69	44.24
			-	-	-	-	-	-	-	-73.52	-68.90	29.63
			-	-	-	-	-	-	-	-	-77.44	19.41
			-	-	-	-	-	-	-	-	-	12.27

Figura 31

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (si se posterga 1 año y con la opción de cancelar el proyecto hasta en 1 año)**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
	94.50	185.12	619.33	785.54	902.47	1,003.26	1,080.40	1,122.65	1,114.75	1,036.76	862.89	560.00
		-	283.96	430.27	534.91	622.67	691.28	734.91	743.77	704.00	597.58	401.35
			9.65	141.16	256.23	347.94	417.03	463.68	484.40	471.35	412.09	290.43
			-	-99.23	16.04	121.19	209.04	269.44	302.77	308.69	282.40	212.88
			-	-	-172.80	-69.48	25.36	106.36	166.10	194.36	191.74	158.66
			-	-	-	-212.38	-118.65	-32.71	41.08	96.93	127.02	120.75
			-	-	-	-	-222.77	-135.87	-56.40	11.92	64.23	94.25
			-	-	-	-	-	-208.85	-126.17	-50.56	14.64	65.13
			-	-	-	-	-	-	-175.03	-94.39	-20.30	44.24
			-	-	-	-	-	-	-	-125.03	-44.73	29.63
			-	-	-	-	-	-	-	-	-61.81	19.41
			-	-	-	-	-	-	-	-	-	12.27

Figura 32

**Árbol binomial del flujo de caja (con la opción de postergar 2 años)**

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
				26.03	99.98	129.49	164.79	207.00	257.50	317.89	390.11	492.00
				7.62	54.65	75.27	99.94	129.45	164.75	206.97	257.46	333.35
				-10.19	21.69	37.37	54.61	75.24	99.91	129.42	164.71	222.43
				-22.64	-14.05	2.20	21.64	37.33	54.57	75.20	99.87	144.88
				-	-39.04	-27.68	-14.10	2.14	21.58	37.29	54.53	90.66
				-	-	-48.58	-39.09	-27.74	-14.16	2.08	21.51	52.75
				-	-	-	-56.56	-48.64	-39.15	-27.81	-14.23	26.25
				-	-	-	-	-63.25	-56.62	-48.70	-39.22	-2.87
				-	-	-	-	-	-68.84	-63.31	-56.69	-23.76
				-	-	-	-	-	-	-73.52	-68.90	-38.37
				-	-	-	-	-	-	-	-77.44	-48.59
				-	-	-	-	-	-	-	-	-55.73
				-	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 33

El cálculo de la opción de postergar y cancelar hasta en 2 años, depende de la opción de postergar y cancelar hasta en 1 año.

Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (con la opción de postergar 2 años y con la opción de cancelar el proyecto hasta en 2 años)

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
	113.40	205.39	368.06	832.29	1,022.70	1,152.36	1,264.04	1,347.71	1,389.49	1,371.05	1,268.55	1,051.16	663.31
		18.40	36.86	457.54	609.23	717.31	810.02	882.42	925.76	927.37	870.59	733.86	473.57
			-	156.88	297.17	403.68	489.99	556.86	601.54	617.17	592.35	512.02	340.92
				-88.41	31.55	147.90	248.65	323.87	374.34	400.30	397.82	356.92	248.17
				-	-177.41	-65.59	39.18	131.63	204.44	247.52	261.82	248.48	183.33
				-	-	-226.68	-125.58	-30.87	53.21	120.87	164.25	172.67	137.99
				-	-	-	-246.02	-152.92	-65.88	11.57	74.69	117.16	106.30
				-	-	-	-	-240.23	-152.56	-70.70	2.26	62.33	78.71
				-	-	-	-	-	-213.64	-129.14	-50.15	20.55	53.72
				-	-	-	-	-	-	-169.99	-86.79	-8.67	36.25
				-	-	-	-	-	-	-	-112.41	-29.10	24.03
				-	-	-	-	-	-	-	-	-43.38	15.49
				-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.52

Figura 34

Se puede observar que la opción de postergar y cancelar el proyecto hasta en 2 años incrementa el valor del proyecto a 113.40 MM\$ lo que representa un 465.1% de incremento respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 93.34 MM\$.

Resultados Alternativa 2		% Increm
Valor del proyecto SIN Opciones reales pero con incertidumbre en precios y costos	20.07 MM\$	
VPN del proyecto con opción real de diferir y cancelar inicio hasta en 1 año.	94.50 MM\$	
Valor de la opción real de diferir y cancelar inicio hasta en 1 año.	74.43 MM\$	370.9%
VPN del proyecto con opción real de diferir y cancelar inicio hasta en 2 años.	113.40 MM\$	
Valor de la opción real de diferir y cancelar inicio hasta en 2 años.	93.34 MM\$	465.1%

Figura 35

### 8.2.2.5 Alternativa 3: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años, y abandonarlo, contraerlo y expandirlo durante su operación

La alternativa 3 consiste en agregar la opción real de postergar el inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años y luego del inicio del proyecto se agrega la opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto. Para ello se emplea el

modelo definido por las ecuaciones (24), (25), (26) y (27) obtenidas para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplea como parámetro adicional el costo por derecho de vigencia y seguridad y los correspondientes a la opción de selección mencionada.

Para el cálculo de la opción de postergación hasta en 2 años se requiere calcular la opción para postergar hasta en 1 año y a partir de estos valores se obtendría el valor de la opción de ejercer hasta en 2 años.

Los flujos de caja deben recalcularse para considerar la producción y los precios desfasados hasta en 1 y 2 años y en base al árbol de flujos de caja se recalculan los valores respectivos para un desfase de 1 y 2 años respectivamente con la opción de postergar y cancelar.

Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (CON Opción Real de postergar hasta en 1 año, cancelar inicio del proyecto, abandonar, contraer y expandir)

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
	104.30	204.22	630.28	793.13	908.32	1,007.61	1,083.25	1,124.16	1,115.25	1,036.76	862.89	560.00
		-	313.13	445.55	544.85	630.50	697.51	739.40	746.48	705.08	597.58	401.35
			104.10	187.33	278.27	360.74	427.06	472.17	491.12	476.01	414.44	290.43
			-	53.92	91.52	154.67	225.61	281.72	313.67	318.08	289.88	217.97
			-	-	55.30	56.71	79.43	128.59	180.57	207.54	203.74	169.18
			-	-	-	56.71	58.15	59.64	73.12	113.64	142.20	135.06
			-	-	-	-	58.15	59.64	61.16	62.72	83.53	111.21
			-	-	-	-	-	59.64	61.16	62.72	64.32	85.00
			-	-	-	-	-	-	61.16	62.72	64.32	66.20
			-	-	-	-	-	-	-	62.72	64.32	65.96
			-	-	-	-	-	-	-	-	64.32	65.96
			-	-	-	-	-	-	-	-	-	65.96

Figura 36

Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (CON Opción Real de postergar hasta en 2 años, cancelar inicio del proyecto, abandonar, contraer y expandir)

Años	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
	130.03	224.54	379.56	840.98	#####	1,160.56	1,274.21	1,363.21	1,406.12	1,382.72	1,268.55	1,051.16	663.31
		33.12	65.54	472.78	619.25	725.29	816.48	887.22	928.88	928.96	871.06	733.86	473.57
			-	202.04	319.03	416.51	500.10	565.50	608.47	622.16	595.27	513.05	340.92
				56.79	105.01	180.96	265.19	336.15	385.34	409.76	405.37	362.10	250.41
				-	55.30	56.71	92.37	153.79	218.80	260.83	273.90	259.08	192.05
				-	-	56.71	58.15	59.64	85.21	137.19	179.62	187.06	151.25
				-	-	-	58.15	59.64	61.16	62.72	92.95	134.45	122.72
				-	-	-	-	59.64	61.16	62.72	64.32	82.48	97.89
				-	-	-	-	-	61.16	62.72	64.32	65.96	75.40
				-	-	-	-	-	-	62.72	64.32	65.96	67.64
				-	-	-	-	-	-	-	64.32	65.96	67.64
				-	-	-	-	-	-	-	-	65.96	67.64
				-	-	-	-	-	-	-	-	-	67.64

Figura 37

Se puede observar que la opción de postergar y cancelar el proyecto hasta en 2 años con la opción de selección, incrementa el valor del proyecto a 130.03 MM\$ lo que representa un 548% de incremento respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 109.96 MM\$.

Resultados Alternativa 3		% Increm.
Valor del proyecto SIN Opciones reales pero con incertidumbre en precios y costos	20.07 MM\$	
VPN proyecto con opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 año, abandonar, contraer y expandir	104.30 MM\$	
Valor de opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 año, abandonar, contraer y expandir	84.23 MM\$	419.8%
VPN proyecto con opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 2 años, abandonar, contraer y expandir	130.03 MM\$	
Valores de opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 año, abandonar, contraer y expandir	109.96 MM\$	548.0%

Figura 38

### 8.3 Evaluación de la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos)

#### 8.3.1 Con el método de Flujo de caja descontado (FCD)

Con la metodología de Flujo de caja descontado (FCD) y a partir del flujo de caja libre para el accionista descontado al costo de oportunidad del accionista, el cual asciende a 8.05%, se obtiene un valor fundamental para al patrimonio de SIPAN de USD 63.90 millones. Por lo cual según este método, sí se recomendaría invertir en este proyecto en su segunda etapa. Ver figura 39.

En base a la formulación del caso planteado, se emplearon los parámetros mostrados en la siguiente figura.

Parámetro	Monto	Unidad
Precio inicial del metal	2	\$/libra
Costo operativo inicial unitario actual	10	\$/ton mineral
Días de operación por año	349	días
Ley de tajo	0.4%	
% Recuperación	88%	
Gastos de venta generales y adm	1	MM\$
Tasa de impuestos	30%	
Valor de rescate	50	MM\$
Año inicial	2026	
Vida útil del proyecto	10	años
Inversión Inicial	200	MM\$
1 libra	453.592	g
% Participación de trabajadores	8%	
% Regalías	1%	

**Datos para el cálculo de la tasa de descuento**

Tasa de libre riesgo	2.6%
Prima de riesgo de mercado	4.62%
Beta desapalancado promedio de empresas comparables	0.9800
% Deuda proyecto	25%
% Patrimonio proyecto	75%
Beta apalancado	1.2087
Riesgo país	1.45%
COK	9.58%
Tasa de deuda	4.90%
WACC	8.05%

<b>Flujo de caja en MM\$</b>											
Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
Precio constante proyectado		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Ingresos		195.07	195.07	195.07	195.07	195.07	195.07	195.07	195.07	195.07	195.07
Regalías		-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95
Ingresos netos		193.12	193.12	193.12	193.12	193.12	193.12	193.12	193.12	193.12	193.12
Costo operativo		-128.89	-132.18	-135.55	-139.01	-142.55	-146.19	-149.91	-153.74	-157.66	-161.68
Gastos de venta generales y adm		-1.03	-1.05	-1.08	-1.11	-1.13	-1.16	-1.19	-1.22	-1.25	-1.29
Depreciación		-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00	-20.00
<b>EBIT (UAIT)</b>		<b>43.21</b>	<b>39.89</b>	<b>36.49</b>	<b>33.01</b>	<b>29.44</b>	<b>25.77</b>	<b>22.02</b>	<b>18.16</b>	<b>14.21</b>	<b>10.16</b>
Participación de los trabajadores		-3.46	-3.19	-2.92	-2.64	-2.36	-2.06	-1.76	-1.45	-1.14	-0.81
Impuesto a la renta		-12.96	-11.97	-10.95	-9.90	-8.83	-7.73	-6.60	-5.45	-4.26	-3.05
<b>Utilidad neta (NOPAT)</b>		<b>26.79</b>	<b>24.73</b>	<b>22.63</b>	<b>20.47</b>	<b>18.25</b>	<b>15.98</b>	<b>13.65</b>	<b>11.26</b>	<b>8.81</b>	<b>6.30</b>
Depreciación		20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
Valor de rescate											50.00
CAPEX	-200.00										
Capital de trabajo neto adicional	-29.26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	29.26
<b>Flujo de caja libre</b>	<b>-229.26</b>	<b>46.79</b>	<b>44.73</b>	<b>42.63</b>	<b>40.47</b>	<b>38.25</b>	<b>35.98</b>	<b>33.65</b>	<b>31.26</b>	<b>28.81</b>	<b>105.56</b>
<b>VPN</b>	<b>63.90 MM\$</b>										

Figura 39

## 8.3.2 Con el método de Opciones Reales con árboles binomiales (OR)

### 8.3.2.1 Cálculo de parámetros generales del modelo

Para la valorización con Opciones Reales con árboles binomiales, se usó los mismos parámetros que para la valorización con DCF, y en adición se consideraron los siguientes parámetros:

- Volatilidad del precio del metal:  
Se calcula a partir de una data histórica mensual de precios del metal. Se calcula el retorno logarítmico de los precios y sobre estos se estima un modelo AR(1) debido a que para el precio de cobre vamos a considerar la reversión a la media que usualmente se asume para los precios de commodities. Con los residuales de la regresión del AR(1) se calcula la varianza de los residuales  $\phi^2$ . De la regresión se estima los parámetros  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$ . Con estos 3 parámetros se puede calcular la volatilidad con reversión a la media. Para la estimación de este modelo se usaron 135 meses de datos de precios de cobre mensuales.
- Volatilidad del costo operativo:  
Para simplificar nuestro modelo asumimos que es 0 en el escenario base, sin embargo en el análisis de sensibilidad consideramos que esta podría incrementarse significativamente.
- Valor de rescate por abandono o venta antes del final:  
Se asume un valor de rescate o venta en caso que se venda el proyecto a un tercero antes de la terminación del proyecto. Este valor se puede determinar en función al valor estimado de los activos en el momento a realizar la venta que variaría considerablemente en diferentes proyectos. Este vendría a ser la ganancia por ejercer una opción put sobre el proyecto, asumiéndose por simplicidad un costo de ejercicio de 0.

- Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final  
Se asume un valor de rescate por contracción o venta parcial en caso que se venda parte del proyecto a un tercero antes de la terminación del proyecto. Este valor se puede determinar en función al valor estimado de los activos que podrían venderse que variaría considerablemente en diferentes proyectos. Este vendría a ser la ganancia por ejercer una opción put sobre el proyecto, asumiéndose por simplicidad un costo de ejercicio de 0.
- Costo de expansión o Inversión adicional antes del final  
El costo de expansión de un proyecto viene a ser la inversión adicional a realizar si se quiere ampliar la capacidad de producción del proyecto. Este vendría a ser el costo de ejercicio de una opción Call, donde el incremento en el valor del proyecto gracias a una expansión vendría a ser la ganancia por ejercer la opción.
- % Contracción  
Es el % de reducción del proyecto, es decir el impacto de la venta de parte de los activos en el valor del proyecto.
- % Expansión  
Es el % de ampliación del proyecto, es decir el impacto de la inversión adicional para la ampliación de la capacidad en el valor del proyecto.
- Costo de derecho de vigencia y seguridad:  
Es el costo por tener la opción de explotar el predio minero y del cuidado, vigilancia y preservación del mismo.

Parámetro	Monto	Unidad
Precio inicial del metal	2	\$/libra
Costo operativo inicial unitario actual	10	\$/ton mineral
Días de operación por año	349	días
Ley de tajo	0.4%	
% Recuperación	88%	
Gastos de venta generales y adm	1	MM\$
Tasa de impuestos	30%	
Valor de rescate	50	MM\$
Año inicial	2026	
Vida útil del proyecto	10	años
Inversión Inicial	200	MM\$
1 libra	453.592	g
% Participación de trabajadores	8%	
% Regalías	1%	

Figura 40

Date	\$/libra	In Pt	Delta	InPt	<a href="http://www.investing.com/commodities/copper-historical-data">http://www.investing.com/commodities/copper-historical-data</a>
May 01, 2003	0.78	-0.2484614			
Jun 01, 2003	0.748	-0.2903523	-0.041891		Ret Prom Mensual 0.01061098
Jul 01, 2003	0.818	-0.2008929	0.0894594		Desv Est Ret Mensual 0.08782615
Aug 01, 2003	0.803	-0.2194006	-0.018508		
Sep 01, 2003	0.813	-0.2070242	0.0123764		Ret Prom Anual 12.73%
Oct 01, 2003	0.937	-0.065072	0.1419522		Desv Est Ret Anual 30.42%
Nov 01, 2003	0.907	-0.0976128	-0.032541		
Dec 01, 2003	1.043	0.04210118	0.139714		$p_{j+1} - p_j = \alpha_0 + \alpha_1 p_j + u_{j+1}, u_{j+1} \sim N(0, \phi^2)$
Jan 01, 2004	1.143	0.13365638	0.0915552		Parámetros para el modelo con Reversión a la media
Feb 01, 2004	1.343	0.29490592	0.1612495		$\alpha_0 = 0.05145778$
Mar 01, 2004	1.359	0.30674914	0.0118432		$\alpha_1 = -0.04307966$
Apr 01, 2004	1.21	0.19062036	-0.116129		$\phi^2 = 0.00732115$

Figura 41

Resumen

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente t	0.22551388
Coeficiente r	0.05085651
R^2 ajustado	0.04366603
Error típico	0.08588724
Observacion	134

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	cuadrado de los cuadrados	F	valor crítico de F
Regresión	1	0.05217301	0.05217301	7.07275472
Residuos	132	0.9737136	0.00737662	
Total	133	1.02588661		

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%	Inferior 95.0%	Superior 95.0%
Intercepción	0.05145778	0.01705723	3.01677237	0.00306594	0.01771689	0.08519867	0.01771689	0.08519867
pj	-0.04307966	0.01619862	-2.65946512	0.00879571	-0.07512213	-0.01103719	-0.07512213	-0.01103719

Parámetros cuando se considera la incertidumbre en algunos parámetros

	%	a	b	Factor de crecimiento (u)	Factor de reducción (d)	tiempo de periodo (años)	Prob neutral al riesgo u	Prob neutral al riesgo d
Volatilidad precio metal	30.30%	0.528422	1.194479705	1.35	0.74	1	0.47	0.53
Volatilidad costos oper	0.00%			1.00	1.00	1		

Figura 42

Datos para el cálculo de la tasa de descuento

Tasa de libre riesgo	2.6%
Prima de riesgo de mercado	4.62%
Beta desapalancado promedio de empresas comparables	0.9800
% Deuda proyecto	25%
% Patrimonio proyecto	75%
Beta apalancado	1.2087
Riesgo país	1.45%
COK	9.58%
Tasa de deuda	4.90%
WACC	8.05%

Figura 43

El cálculo de las probabilidades neutrales al riesgo con reversión a la media se realiza de acuerdo a las fórmulas indicadas en 6.2.2. En la siguiente figura se muestran las probabilidades neutrales al riesgo obtenidas. Se observa que para precios altos las probabilidades neutrales al riesgo de que suban son 0 y para precios bajos las probabilidades neutrales al riesgo son 1. Esto se debe a que cuando hay reversión a la media cuando se alcanzan precios altos hay una tendencia a bajar a precios promedios y cuando se alcanzan precios bajos hay una tendencia a subir a precios promedios.

**Probabilidades neutrales al riesgo hacia arriba ( $\pi_u$ )**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
		0.47	0.47	0.47	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		1.00	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
			1.00	1.00	0.47	0.47	0.47	0.47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
				1.00	1.00	1.00	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.00	0.00
					1.00	1.00	1.00	1.00	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
						1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.47	0.47	0.47
							1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
								1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
									1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
										1.00	1.00	1.00	1.00
											1.00	1.00	1.00
												1.00	1.00
													1.00

Figura 44

**8.3.2.2 Caso base: Con incertidumbre y sin flexibilidad**

En primer lugar se desarrollan dos árboles binomiales. Uno para el precio del metal y otro para el costo operativo. Sin embargo en nuestro caso inicial asumiremos que el costo operativo es constante (volatilidad 0) por lo tanto el árbol binomial arroja el mismo valor de 1.29 \$/lb en todo momento. Para el precio del metal se usa el modelo en (28) el cual se aproxima mediante el árbol binomial de los precios.

**Árbol binomial del precio del metal**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
	2	2.71	3.67	4.96	6.72	9.10	12.32	16.67	22.57	30.56	41.37
		1.48	2.00	2.71	3.67	4.96	6.72	9.10	12.32	16.67	22.57
			1.09	1.48	2.00	2.71	3.67	4.96	6.72	9.10	12.32
				0.81	1.09	1.48	2.00	2.71	3.67	4.96	6.72
					0.60	0.81	1.09	1.48	2.00	2.71	3.67
						0.44	0.60	0.81	1.09	1.48	2.00
							0.32	0.44	0.60	0.81	1.09
								0.24	0.32	0.44	0.60
									0.18	0.24	0.32
										0.13	0.18
											0.10

**Árbol binomial del costo operativo unitario**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	
	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
		1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
			1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
				1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
					1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
						1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
							1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	
								1.29	1.29	1.29	1.29	
									1.29	1.29	1.29	
										1.29	1.29	
											1.29	
												1.29

En base a los diferentes escenarios de precios obtenidos en el árbol binomial se calculan los flujos de caja anuales en diferentes escenarios.

**Árbol binomial con los flujos de caja por periodo**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
	-229.26	91.14	148.49	226.13	331.25	473.57	666.26	927.13	1,280.32	1,758.49	2,485.14
		15.93	48.76	91.11	148.45	226.09	331.21	473.53	666.22	927.09	1,359.54
		-	-21.37	15.88	48.72	91.08	148.42	226.06	331.17	473.49	745.44
		-	-	-48.94	-21.43	15.83	48.69	91.04	148.38	226.02	410.40
		-	-	-	-69.31	-49.00	-21.49	15.77	48.65	91.00	227.60
		-	-	-	-	-84.36	-69.37	-49.05	-21.55	15.71	127.87
		-	-	-	-	-	-95.49	-84.42	-69.43	-49.12	57.65
		-	-	-	-	-	-	-103.71	-95.55	-84.48	9.77
		-	-	-	-	-	-	-	-109.80	-103.78	-16.35
		-	-	-	-	-	-	-	-	-114.30	-30.60
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-38.38

A partir de los flujos de caja anuales se calcula el valor del proyecto en cada año en base a los flujos de caja proyectados para los siguientes años y por lo tanto el valor del proyecto en el último año vendría ser igual al flujo de caja en el último año. El valor al inicio del proyecto es de 424.55 MM\$. Este es el valor del proyecto cuando se considera que hay incertidumbre sobre el precio del metal, el cual se modela mediante una variable aleatoria que varía en función a la volatilidad calculada a partir de los datos históricos del precio. Aquí no se está considerando opciones reales sobre el proyecto.

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (sin Opciones Reales)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
	424.55	939.30	1,203.77	1,422.38	1,478.84	1,638.76	1,935.36	2,407.56	2,893.19	3,084.23	2,485.14
	-	435.63	577.99	784.99	1,006.52	1,176.86	1,194.90	1,301.47	1,518.18	1,654.00	1,359.54
	-	-	301.46	331.07	453.89	620.54	782.90	885.71	849.05	873.69	745.44
	-	-	-	154.92	209.06	236.36	333.35	445.30	525.71	531.08	410.40
	-	-	-	-	8.92	80.22	132.51	157.93	221.39	261.04	227.60
	-	-	-	-	-	-124.72	-41.39	28.69	79.72	103.85	127.87
	-	-	-	-	-	-	-237.24	-145.37	-62.50	7.10	57.65
	-	-	-	-	-	-	-	-268.16	-168.64	-74.95	9.77
	-	-	-	-	-	-	-	-	-226.54	-119.72	-16.35
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-144.14	-30.60
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-38.38

**8.3.2.3 Alternativa 1: Con incertidumbre y con las opciones reales de abandonar, contraer y expandir el proyecto durante su operación**

La alternativa 1 consiste en agregar la opción real de selección entre abandonar, contraer o expandir el proyecto en todos los años del proyecto. Para ello se emplea el modelo (13) obtenida para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplean los parámetros adicionales indicados en la figura. Se han considerado valores actualizados a cada año mediante la tasa de libre riesgo para que estos no se vean afectados a la hora de usar la ecuación de actualización (5).

**Parámetros adicionales para las opciones reales**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
Valor de	50	51.28	52.58	53.92	55.30	56.71	58.15	59.64	61.16	62.72	64.32
Valor de	20	20.51	21.03	21.57	22.12	22.68	23.26	23.86	24.46	25.09	25.73
Costo de	100	102.55	105.17	107.85	110.60	113.42	116.31	119.28	122.32	125.44	128.63
% Contr	10%										
% Expar	10%										

Los resultados obtenidos del valor del proyecto con la opción de selección mencionada en cada año se muestran en la figura.

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (Con Opciones Reales de abandono, contracción y expansión)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
	436.02	953.28	1,223.73	1,456.77	1,516.13	1,689.22	2,012.59	2,529.04	3,060.19	3,267.22	2,605.02
	-	445.45	587.43	793.29	1,013.02	1,181.39	1,198.08	1,312.34	1,547.68	1,693.96	1,366.86
	-	-	312.08	341.96	464.16	629.08	788.82	888.95	850.55	873.69	745.44
	-	-	-	166.58	221.02	248.63	344.58	453.85	530.62	532.62	410.40
	-	-	-	-	55.30	94.88	146.27	172.03	233.54	269.12	230.57
	-	-	-	-	-	56.71	58.15	59.64	96.22	120.13	140.81
	-	-	-	-	-	-	58.15	59.64	61.16	62.72	77.61
	-	-	-	-	-	-	-	59.64	61.16	62.72	64.32
	-	-	-	-	-	-	-	-	61.16	62.72	64.32
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	62.72	64.32
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	64.32

Figura 44

Se puede observar que la opción de selección incrementa el valor del proyecto a 436.02 MM\$ lo que representa un incremento de 2.7% respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 11.47 MM\$.

<b>Resultados Alternativa 1</b>		<b>% Increm. del valor</b>
<b>Valor del proyecto SIN Opciones rea</b>	<b>424.55 MM\$</b>	
<b>Valor del proyecto con la opción de :</b>	<b>436.02 MM\$</b>	
<b>Valor de la opción de abandono, con</b>	<b>11.47 MM\$</b>	<b>2.7%</b>

#### **8.3.2.4 Alternativa 2: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años**

La alternativa 2 consiste en agregar la opción real de postergar el inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años. Es decir, se puede postergar el inicio hasta en 2 años y en estos 2 años también se podría decidir cancelar el proyecto. Para ello se emplea el modelo definido por las ecuaciones (18), (19) y (20) obtenidas para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplea como parámetro adicional el costo por derecho de vigencia y seguridad actualizado para los 2 primeros años con la tasa de libre riesgo.

Para el cálculo de la opción de postergación hasta en 2 años se requiere calcular la opción para postergar hasta en 1 año y a partir de estos valores se obtendría el valor de la opción de ejercer hasta en 2 años.

Los flujos de caja deben recalcularse para considerar la producción y los precios desfasados hasta en 1 y 2 años y en base al árbol de flujos de caja se recalculan los valores respectivos para un desfase de 1 y 2 años respectivamente con la opción de postergar y cancelar.

**Árbol binomial del flujo de caja (si se posterga 1 año)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037
			148.49	226.13	331.25	473.57	666.26	927.13	1,280.32	1,758.49	2,405.87	3,374.00
			48.76	91.11	148.45	226.09	331.21	473.53	666.22	927.09	1,280.28	1,850.12
			-21.37	15.88	48.72	91.08	148.42	226.06	331.17	473.49	666.18	1,018.71
			-	-48.94	-21.43	15.83	48.69	91.04	148.38	226.02	331.14	565.11
			-	-	-69.31	-49.00	-21.49	15.77	48.65	91.00	148.34	317.64
			-	-	-	-84.36	-69.37	-49.05	-21.55	15.71	48.61	182.62
			-	-	-	-	-95.49	-84.42	-69.43	-49.12	-21.61	108.96
			-	-	-	-	-	-103.71	-95.55	-84.48	-69.49	50.08
			-	-	-	-	-	-	-109.80	-103.78	-95.61	14.71
			-	-	-	-	-	-	-	-114.30	-109.86	-4.58
			-	-	-	-	-	-	-	-	-117.64	-15.11
			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-20.85

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (si se posterga 1 año y con la opción de cancelar el proyecto hasta en 1 año)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037
	446.88	696.67	1,302.29	1,538.31	1,608.73	1,787.31	2,109.85	2,621.27	3,341.82	3,975.62	4,209.99	3,374.00
		250.96	651.17	872.99	1,115.81	1,310.05	1,347.24	1,480.40	1,737.34	2,114.07	2,273.66	1,850.12
			363.61	394.80	527.50	714.16	905.73	1,041.94	1,032.54	1,098.44	1,217.24	1,018.71
				211.62	267.21	296.00	405.93	544.83	665.57	719.26	640.88	565.11
					57.58	130.13	183.69	210.41	290.45	365.36	387.81	317.64
					-87.16	-2.87	-	68.19	120.24	145.40	188.36	182.62
					-	-	-212.84	-120.34	-36.84	33.42	84.64	108.96
					-	-	-	-296.37	-197.57	-104.62	-20.65	50.08
					-	-	-	-	-288.27	-183.02	-81.26	14.71
					-	-	-	-	-	-225.79	-114.33	-4.58
					-	-	-	-	-	-	-132.37	-15.11
					-	-	-	-	-	-	-	-20.85

**Árbol binomial del flujo de caja (con la opción de postergar 2 años)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
				226.13	331.25	473.57	666.26	927.13	1,280.32	1,758.49	2,405.87	3,294.74	4,560.60
				91.11	148.45	226.09	331.21	473.53	666.22	927.09	1,280.28	1,770.85	2,497.49
				15.88	48.72	91.08	148.42	226.06	331.17	473.49	666.18	939.45	1,371.90
				-48.94	-21.43	15.83	48.69	91.04	148.38	226.02	331.14	485.85	757.80
				-	-69.31	-49.00	-21.49	15.77	48.65	91.00	148.34	238.38	422.76
				-	-	-84.36	-69.37	-49.05	-21.55	15.71	48.61	103.36	239.96
				-	-	-	-95.49	-84.42	-69.43	-49.12	-21.61	29.70	140.23
				-	-	-	-	-103.71	-95.55	-84.48	-69.49	-29.18	77.59
				-	-	-	-	-	-109.80	-103.78	-95.61	-64.55	29.71
				-	-	-	-	-	-	-114.30	-109.86	-83.84	3.58
				-	-	-	-	-	-	-	-117.64	-94.37	-10.67
				-	-	-	-	-	-	-	-	-100.11	-18.44
				-	-	-	-	-	-	-	-	-	-22.69

El cálculo de la opción de postergar y cancelar hasta en 2 años, depende de la opción de postergar y cancelar hasta en 1 año.

**Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (con la opción de postergar 2 años y con la opción de cancelar el proyecto hasta en 2 años)**

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
	475.08	696.67	1,012.81	1,654.67	1,739.28	1,936.84	2,285.65	2,836.33	3,650.57	4,602.92	5,437.22	5,730.13	4,560.60
		305.15	435.52	960.80	1,225.32	1,443.93	1,500.59	1,660.69	1,957.88	2,430.69	2,916.96	3,108.64	2,497.49
			206.81	457.79	600.53	807.63	1,029.00	1,199.19	1,217.43	1,324.60	1,541.94	1,678.41	1,371.90
				267.42	324.43	354.68	477.81	644.30	806.21	908.85	872.81	898.10	757.80
				-	105.08	178.83	233.64	261.63	358.70	469.95	549.48	555.49	422.76
				-	-	-51.19	34.01	106.01	159.02	185.17	248.06	285.45	239.96
				-	-	-	-190.90	-97.84	-13.77	57.08	108.90	133.84	140.23
				-	-	-	-	-299.63	-200.91	-108.05	-24.17	46.48	77.59
				-	-	-	-	-	-334.90	-230.84	-130.31	-35.58	29.71
				-	-	-	-	-	-	-297.83	-188.21	-80.35	3.58
				-	-	-	-	-	-	-	-219.80	-104.77	-10.67
				-	-	-	-	-	-	-	-	-118.10	-18.44
				-	-	-	-	-	-	-	-	-	-22.69

Se puede observar que la opción de postergar y cancelar el proyecto hasta en 2 años incrementa el valor del proyecto a 475.08 MM\$ lo que representa un 11.9% de

incremento respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 50.53 MM\$.

<b>Resultados Alternativa 2</b>		<b>% Increm. del valor</b>
<b>Valor del proyecto SIN Opciones reales pero con VPN del proyecto con opción real de diferir y can</b>	<b>424.55 MM\$</b>	
<b>Valor de la opción real de diferir y cancelar inicio</b>	<b>22.33 MM\$</b>	<b>5.3%</b>
<b>VPN del proyecto con opción real de diferir y can</b>	<b>446.88 MM\$</b>	
<b>Valor de la opción real de diferir y cancelar inicio</b>	<b>50.53 MM\$</b>	<b>11.9%</b>

### **8.3.2.5 Alternativa 3: Con incertidumbre y con las opciones reales de postergar inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años, y abandonarlo, contraerlo y expandirlo durante su operación**

La alternativa 3 consiste en agregar la opción real de postergar el inicio del proyecto y cancelarlo hasta en 2 años y luego del inicio del proyecto se agrega la opción de selección de abandono, contracción y expansión del proyecto. Para ello se emplea el modelo definido por las ecuaciones (24), (25), (26) y (27) obtenidas para esta opción real con árboles binomiales.

Se emplea como parámetro adicional el costo por derecho de vigencia y seguridad y los correspondientes a la opción de selección mencionada.

Para el cálculo de la opción de postergación hasta en 2 años se requiere calcular la opción para postergar hasta en 1 año y a partir de estos valores se obtendría el valor de la opción de ejercer hasta en 2 años.

Los flujos de caja deben recalcularse para considerar la producción y los precios desfasados hasta en 1 y 2 años y en base al árbol de flujos de caja se recalculan los valores respectivos para un desfase de 1 y 2 años respectivamente con la opción de postergar y cancelar.

Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (CON Opción Real de postergar hasta en 1 año, cancelar inicio del proyecto, abandonar, contraer y expandir)

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037
	459.50	713.71	1,328.58	1,584.30	1,659.00	1,852.62	2,204.52	2,764.12	3,553.69	4,247.75	4,502.35	3,579.48
		260.33	660.93	883.33	1,127.94	1,327.64	1,365.66	1,509.17	1,788.76	2,200.04	2,372.40	1,903.21
			373.08	404.52	536.76	722.11	911.64	1,045.61	1,034.69	1,098.44	1,217.24	1,018.71
				221.95	277.79	306.85	416.04	552.97	670.75	721.45	640.88	565.11
					73.95	141.85	195.71	222.73	301.56	373.40	392.04	317.64
						56.71	58.15	85.23	134.21	159.73	200.11	190.74
							58.15	59.64	61.16	62.72	101.90	124.45
								59.64	61.16	62.72	64.32	71.46
									61.16	62.72	64.32	65.96
										62.72	64.32	65.96
											64.32	65.96
												65.96

Árbol binomial con los Valores presente del proyecto en cada año (CON Opción Real de postergar hasta en 2 años, cancelar inicio del proyecto, abandonar, contraer y expandir)

Años	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
	487.93	713.71	1,045.83	1,712.29	1,802.61	2,017.11	2,397.90	3,000.69	3,893.32	4,937.77	5,852.31	6,171.23	4,881.38
		314.96	446.45	973.91	1,243.63	1,474.91	1,534.34	1,707.48	2,031.35	2,548.33	3,080.02	3,287.59	2,611.97
			216.11	467.32	609.72	815.75	1,035.44	1,203.74	1,220.64	1,331.63	1,567.50	1,714.33	1,373.81
				277.46	334.73	365.24	487.80	652.69	812.14	912.15	874.36	898.10	757.80
					116.69	190.11	245.20	273.49	369.64	478.47	554.46	557.08	422.76
						56.71	58.15	119.27	172.26	198.75	260.09	293.63	243.02
							58.15	59.64	61.16	76.46	124.47	149.81	153.26
								59.64	61.16	62.72	64.32	68.21	96.88
									61.16	62.72	64.32	65.96	67.64
										62.72	64.32	65.96	67.64
											64.32	65.96	67.64
												65.96	67.64
													67.64

Figura 46

Se puede observar que la opción de postergar y cancelar el proyecto hasta en 2 años con la opción de selección, incrementa el valor del proyecto a 487.93 MM\$ lo que representa un 14.9% de incremento respecto al valor del proyecto con incertidumbre pero sin opciones. Es decir el valor de la opción vendría a ser el incremento en el valor del proyecto, el cual equivale a 63.38 MM\$.

Resultados Alternativa 3		% Increm. del valor
Valor del proyecto SIN Opciones reales pero con incertidumbre en pr	424.55 MM\$	
VPN proyecto con opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 ai	459.50 MM\$	
Valor de opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 año, aband	34.95 MM\$	8.2%
VPN proyecto con opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 2 ai	487.93 MM\$	
Valores de opciones reales de diferir, cancelar inicio hasta 1 año, abai	63.38 MM\$	14.9%

## 8.4 Análisis de Sensibilidad del valor del proyecto

A continuación presentamos los resultados del análisis de sensibilidad unidimensional (una sola variable a la vez) del proyecto en su primera y segunda etapa. Se ha realizado el análisis de sensibilidad del valor del proyecto con incertidumbre y sin opciones reales y el valor del proyecto con las 3 alternativas. Se han usado como variables de sensibilidad a aquellas que por su naturaleza tienden a variar más a lo largo del proyecto. Se han identificado a las siguientes:

- **Volatilidad Precio Metal:**  
Para la primera etapa se asume que la volatilidad podría variar entre 12% y 30% y para la segunda etapa se asume que la volatilidad podría variar entre 15% y 45%. Estos valores se asumen en base a la volatilidad calculada con los datos históricos.
- **Volatilidad Costo operativo unitario:**  
Para ambas etapas se asumen valores entre 0% y 15%. Por simplicidad, en el modelo planteado los costos operativos y precios del metal se asumen correlacionados perfectamente, por lo tanto una mayor volatilidad del costo operativo unitario tenderá a reducir la volatilidad en el valor del proyecto, por lo tanto se espera que el valor de la opción se reduzca a mayor volatilidad del costo operativo.
- **Ley de tajo:**  
Se asume que la ley de tajo podría variar entre 0.38 g/ton y 0.78 g/ton para la primera etapa del proyecto, y para la segunda etapa podría variar entre 0.20% y 0.80%. Estos estimados se pueden obtener a partir de un estudio técnico de la mina y a experiencias de otros proyectos similares.

- % Recuperación:  
Se asume un valor entre 60% y 80% para la primera etapa y entre 60% y 95% para la segunda etapa. Estos estimados se pueden obtener a partir de un estudio técnico de la mina y a experiencias de otros proyectos similares.
  
- Valor de rescate:  
Para ambas etapas se asume un valor entre 0 y 75 MM\$.
  
- Inversión Inicial  
Para la primera etapa se asume un valor entre 150 y 350 MM\$, y para la segunda etapa se asume un valor entre 150 y 300 MM\$.
  
- Producción Primer año:  
Se asume un valor entre 5,000 y 15,000 toneladas diarias de mineral para la primera etapa y en la segunda etapa se asume un valor entre 18,000 y 54,000 toneladas diarias de mineral.
  
- Producción Años posteriores:  
Se asume un valor entre 10,000 y 40,000 toneladas diarias de mineral para la primera etapa y en la segunda etapa se asume un valor entre 18,000 y 54,000 toneladas diarias de mineral.
  
- Valor de rescate por abandono o venta antes del final  
Para ambas etapas se asume un valor entre 25 y 100 MM\$.
  
- Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final  
Para ambas etapas se asume un valor entre 10 y 40 MM\$.
  
- Costo de expansión o Inversión adicional antes del final  
Para ambas etapas se asume un valor entre 50 y 200 MM\$.

- % Contracción  
Para ambas etapas se asume un valor entre 5% y 20%.
- % Expansión  
Para ambas etapas se asume un valor entre 5% y 20%.
- Costo de derecho de vigencia y seguridad  
Para ambas etapas se asume un valor entre 0.1 y 1 MM\$.

#### **8.4.1 Para la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos)**

Se observa que a mayor volatilidad del precio del metal el valor del proyecto se incrementa. Esto es debido a que una volatilidad mayor del precio del metal permite que el valor del proyecto tome valores extremos mayores, por lo tanto a mayor volatilidad la opción real puede evitar que se den los valores negativos manteniendo la posibilidad de obtener valores grandes del proyecto, de esta forma el valor del proyecto se incrementa.

Por el contrario, se observa que una volatilidad mayor en los costos operativos limita los valores extremos del proyecto debido a que en este modelo estamos asumiendo que los costos operativos están correlacionados positivamente con los precios del metal. Es decir cuánto mayores sean los costos operativos, los precios del metal también son mayores y viceversa, por lo tanto los flujos de caja son menos extremos y por lo tanto el valor del proyecto puede tomar valores menos extremos, lo cual reduce la posibilidad de que las opciones reales puedan incrementar el valor del proyecto.

Volatilidad Precio del metal

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	30.00%	-20.48	82.80	129.45	177.19
Base	17.89%	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	12.00%	39.73	57.35	107.22	116.65

Volatilidad Costo operativo unitario

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	15.00%	-8.25	4.21	35.84	44.45
Base	0.00%	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	0.0%	20.07	58.40	113.40	130.03

Ley de tajo

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	0.78	88.64	135.20	191.70	213.22
Base	0.58	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	0.38	-51.06	-20.59	49.90	52.93

% Recuperación

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
		20.07	58.40	113.40	130.03
Alto	80%	49.53	91.14	146.41	164.85
Base	70%	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	60%	-9.40	25.67	80.39	95.42

Valor de rescate

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	75	39.50	70.83	127.73	140.77
Base	50	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	0	-18.80	37.22	85.93	109.87

Inversión Inicial

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	350	-66.59	-28.51	77.95	80.65
Base	250	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	150	102.34	141.18	166.63	185.84

Producción Primer año

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	15000	24.68	63.02	118.48	135.11
Base	10000	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	5000	14.91	53.25	107.75	124.38

Producción Años posteriores

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	40000	144.01	199.26	256.52	284.41
Base	24000	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	10000	-97.14	-72.00	20.85	24.15

Valor de rescate por abandono o venta antes del final

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	100	20.07	80.96	113.40	140.98
Base	50	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	25	20.07	51.42	113.40	126.72

Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final

	Valor sin OR	Valor con OR	Valor con OR	Valor con OR	
		Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	
Alto	40	20.07	72.55	113.40	142.47
Base	20	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	10	20.07	53.01	113.40	125.13

Costo de expansión o Inversión adicional antes del final

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	200	20.07	58.40	113.40	129.90
Base	100	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	50	20.07	59.54	113.40	133.81

% Contracción

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	20%	20.07	53.82	113.40	125.79
Base	10%	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	5%	20.07	61.85	113.40	133.37

% Expansión

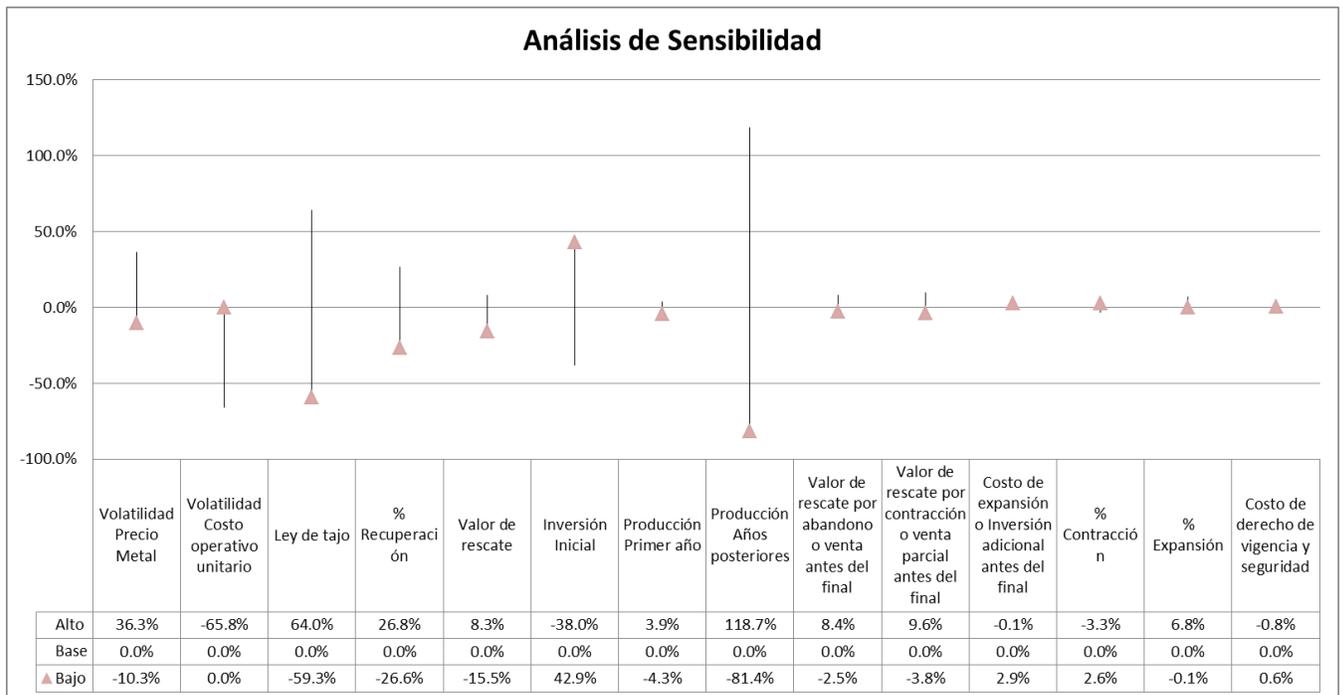
		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	20%	20.07	61.34	113.40	138.89
Base	10%	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	5%	20.07	58.40	113.40	129.90

Costo de derecho de vigencia y seguridad

		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
		20.07	58.40	113.40	130.03
Alto	1	20.07	58.40	112.40	129.03
Base	0.5	20.07	58.40	113.40	130.03
Bajo	0.1	20.07	58.40	114.20	130.83

Se ha hecho una gráfica comparativa entre las variables escogidas, respecto a su impacto en el valor del proyecto. Para ello se ha usado como referencia la alternativa 3 que incluye la opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años y seleccionar entre abandono, contracción y expansión del proyecto. Se ha calculado el porcentaje de variación “hacia arriba” y “hacia abajo” del valor en relación al valor base del proyecto (con los valores estimados originalmente en el caso).

En este análisis comparativo se puede observar que las variables Volatilidad del precio del metal, Volatilidad del costo operativo unitario, Ley de tajo, % Recuperación, Valor de rescate, Inversión Inicial y Producción de años posteriores son las que tienen un mayor impacto sobre el valor del proyecto. Estos valores se emplearán para realizar la simulación del valor del proyecto para la situación sin opciones reales y para las 3 alternativas de opciones reales que se han considerado en este trabajo.



#### **8.4.2 Para la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos)**

Se observa que a mayor volatilidad del precio del metal el valor del proyecto se reduce. Esto no quiere decir que el valor de las opciones reales se reduzcan con la volatilidad, al contrario se puede observar que el valor de las opciones reales se incrementan con la volatilidad como es previsible. Lo que sucede es que a mayor volatilidad del precio el valor del proyecto sin opciones reales se reduce considerablemente, por lo tanto incluso con las opciones reales, el valor del proyecto no logra superar al valor con volatilidades menores. En parte esto se debe al uso de un modelo de retornos con reversión a la media, donde los valores extremos son reducidos.

Se observa también que una volatilidad mayor en los costos operativos limita los valores extremos del proyecto debido a que en este modelo estamos asumiendo que los costos operativos están correlacionados positivamente con los precios del metal. Es decir cuánto mayores sean los costos operativos, los precios del metal también son mayores y viceversa, por lo tanto los flujos de caja son menos extremos y por lo tanto el valor del proyecto puede tomar valores menos extremos, lo cual reduce la posibilidad de que las opciones reales puedan incrementar el valor del proyecto.

Volatilidad Precio del metal

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	45.00%	171.82	285.68	272.46	325.72
Base	30.30%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	15.00%	493.22	499.82	545.61	551.96

Volatilidad Costo operativo unitario

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	15.00%	406.71	415.55	440.27	449.29
Base	0.00%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	0.0%	424.55	436.02	475.08	487.93

Ley de tajo

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	0.80%	1675.58	1768.99	1733.08	1832.09
Base	0.40%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	0.20%	-321.82	-94.58	10.57	27.39

% Recuperación

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	95%	529.76	542.86	579.86	595.85
Base	88%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	60%	-32.28	39.73	85.70	110.26

Valor de rescate

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	75	443.99	454.28	493.78	505.66
Base	50	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	0	385.68	406.04	437.68	454.76

Inversión Inicial

		Valor con OR			
		Valor sin OR	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Alto	300	344.37	356.06	403.80	416.79
Base	200	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	150	463.91	475.35	510.18	523.03

Producción Primer año

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	54000	446.86	458.34	501.48	515.84
Base	36000	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	18000	401.36	412.83	448.04	460.89

Producción Años posteriores

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	54000	675.33	699.37	740.01	768.13
Base	36000	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	18000	170.86	182.59	207.89	218.78

Valor de rescate por abandono o venta antes del final

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	100	424.55	446.02	475.08	494.38
Base	50	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	25	424.55	436.02	475.08	487.93

Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	40	424.55	453.18	475.08	504.12
Base	20	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	10	424.55	429.59	475.08	482.30

Costo de expansión o Inversión adicional antes del final

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	200	424.55	433.29	475.08	482.97
Base	100	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	50	424.55	451.64	475.08	506.38

% Contracción

		Valor con OR Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	20%	424.55	431.12	475.08	483.24
Base	10%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	5%	424.55	440.48	475.08	492.33

% Expansión		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	20%	424.55	474.22	475.08	533.30
Base	10%	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	5%	424.55	433.29	475.08	482.97

Costo por derecho de vigencia y seguridad (MM\$)		Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Alto	1	424.55	436.02	474.32	487.17
Base	0.5	424.55	436.02	475.08	487.93
Bajo	0.1	424.55	436.02	475.70	488.55

Se ha hecho una gráfica comparativa entre las variables escogidas, respecto a su impacto en el valor del proyecto. Para ello se ha usado como referencia la alternativa 3 que incluye la opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años y seleccionar entre abandono, contracción y expansión del proyecto. Se ha calculado el porcentaje de variación “hacia arriba” y “hacia abajo” del valor en relación al valor base del proyecto (con los valores estimados originalmente en el caso).

En este análisis comparativo se puede observar que las variables Volatilidad del precio del metal, Volatilidad del costo operativo unitario, Ley de tajo, % Recuperación, Valor de rescate, Inversión Inicial y Producción de años posteriores son las que tienen un mayor impacto sobre el valor del proyecto. Estos valores se emplearán para realizar la simulación del valor del proyecto para la situación sin opciones reales y para las 3 alternativas de opciones reales que se han considerado en este trabajo.

## Análisis de Sensibilidad



	Volatilidad Precio Metal	Volatilidad Costo operativo unitario	Ley de tajo	% Recuperación	Valor de rescate	Inversión Inicial	Producción Primer año	Producción Años posteriores	Valor de rescate por abandono o venta antes del final	Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final	Costo de expansión o Inversión adicional antes del final	% Contracción	% Expansión	Costo por derecho de vigencia y seguridad
Alto	-33.2%	-7.9%	275.5%	22.1%	3.6%	-14.6%	5.7%	57.4%	1.3%	3.3%	-1.0%	-1.0%	9.3%	-0.2%
Base	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
▲ Bajo	13.1%	0.0%	-94.4%	-77.4%	-6.8%	7.2%	-5.5%	-55.2%	0.0%	-1.2%	3.8%	0.9%	-1.0%	0.1%

## **8.5 Simulación del valor del proyecto**

### **8.5.1 Para la primera etapa del proyecto (yacimientos auríferos)**

Para la simulación vamos a usar las 7 primeras variables que tienen un mayor impacto en el valor del proyecto según el análisis de sensibilidad antes realizado las que fueron Volatilidad del precio del metal, Volatilidad del costo operativo unitario, ley de tajo, % Recuperación, Valor de rescate, Inversión Inicial y Producción de años posteriores.

Para estas variables hemos usado una distribución PERT y con los 3 escenarios bajo, base y alto empleados para el análisis de sensibilidad. Para el resto de variables no consideradas en la simulación se asumen los valores base asumidos en el modelo original.

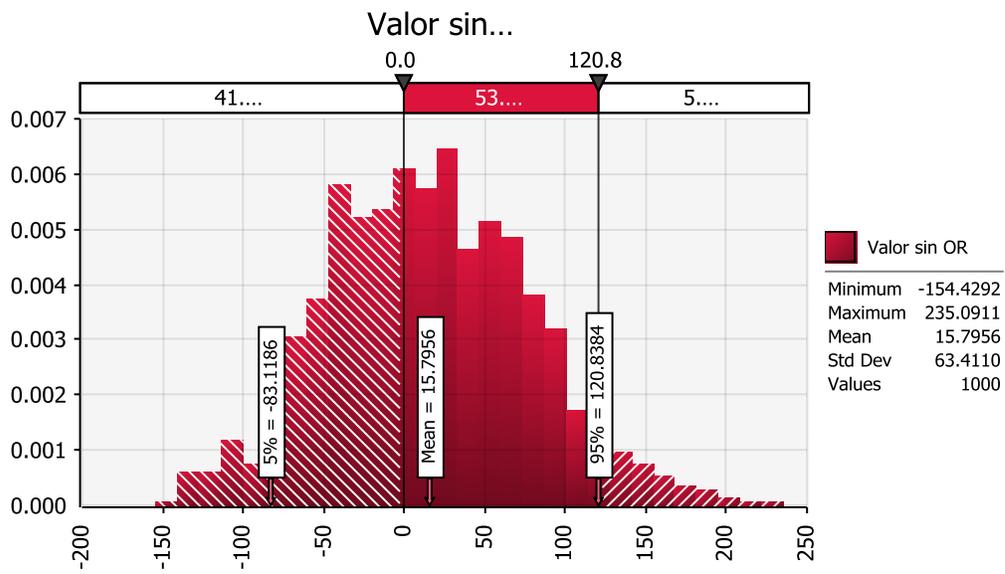
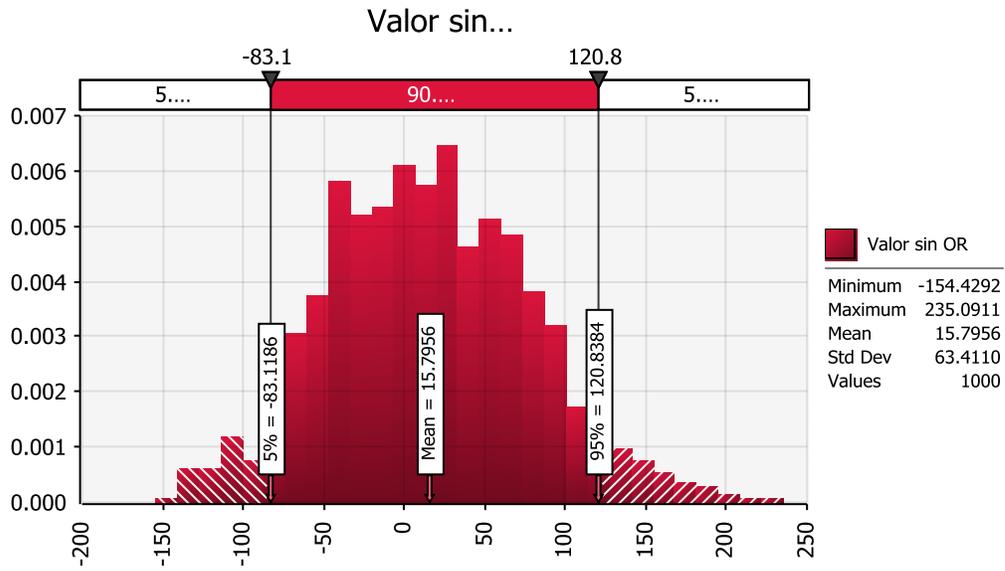
Se han realizado 4 simulaciones:

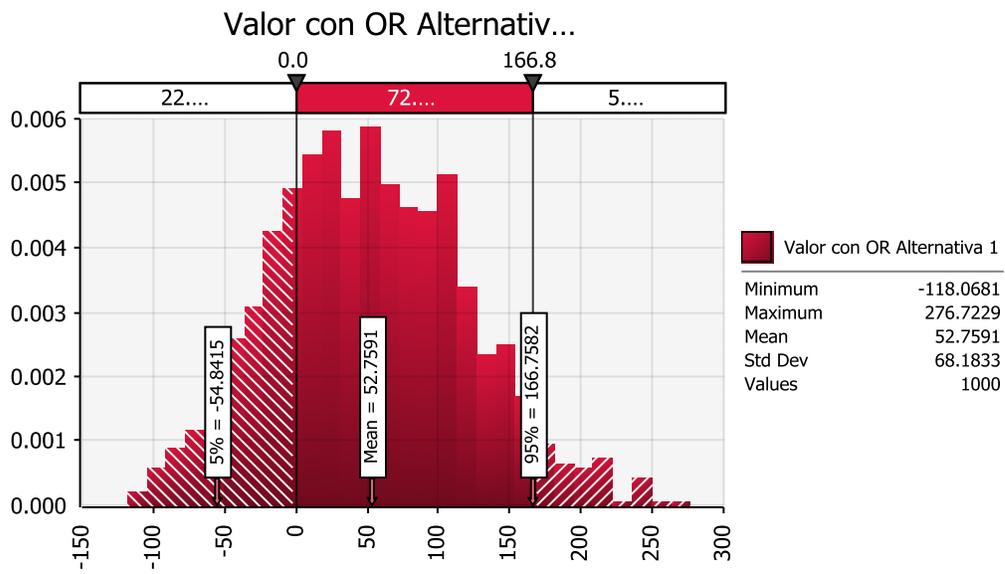
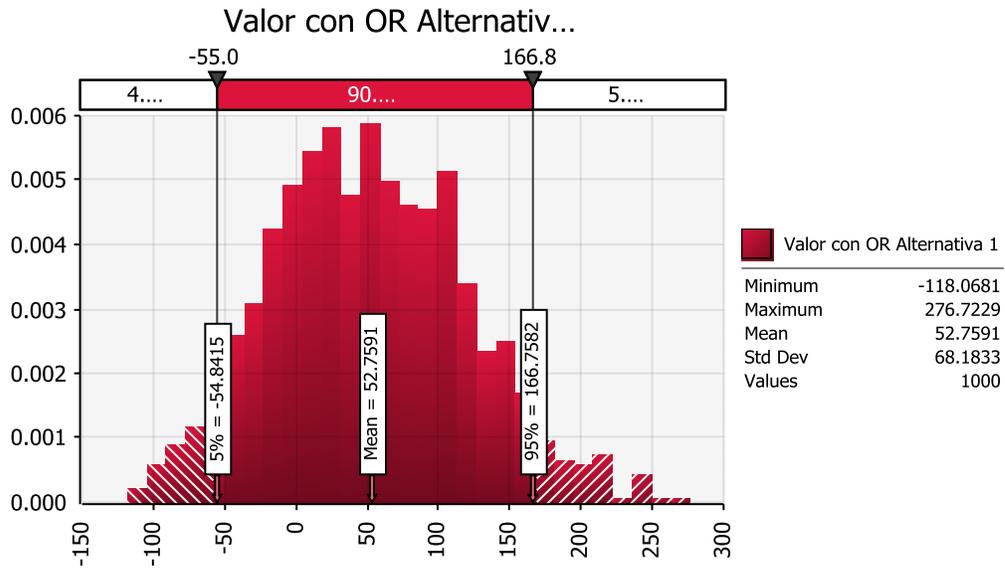
- Valor sin OR: Se ha simulado el valor del proyecto con incertidumbre y sin opciones reales con 1,000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Según la simulación el valor del proyecto varía entre -83.12 MM\$ y 120.84 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 15.80 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 41.8%.
- Valor con OR Alternativa 1: Se ha simulado el valor del proyecto con incertidumbre y con la opción real de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto con 1,000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el valor del proyecto varía entre -54.84 MM\$ y 166.76 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 52.76 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 22.9%.
- Valor con OR Alternativa 2: Se ha simulado el valor del proyecto con opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años con 1,000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el

valor del proyecto varía entre 35.76 MM\$ y 217.35 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 112.94 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 0%.

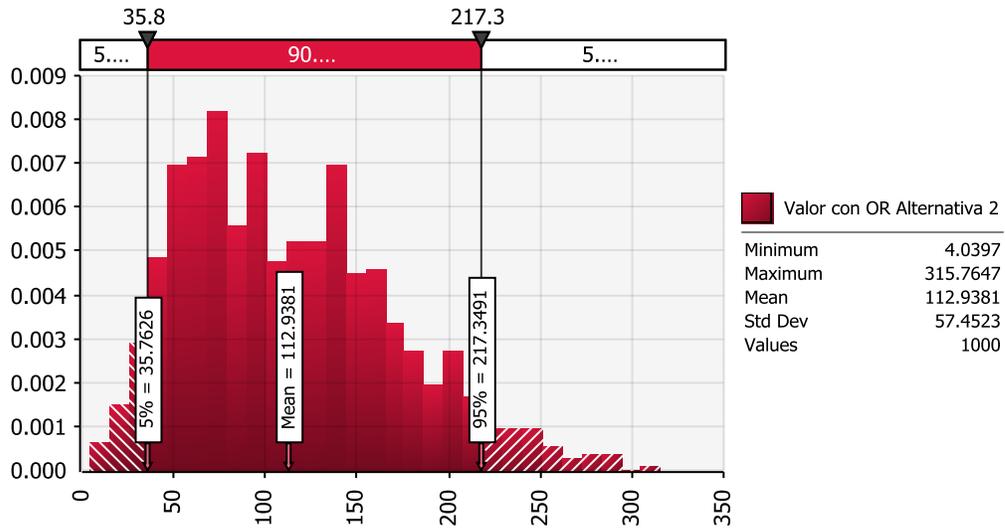
- Valor con OR Alternativa 3: Se ha simulado el valor del proyecto con opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años y opción de selección entre abandono, contracción y expansión con 1,000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el valor del proyecto varía entre 39.49 MM\$ y 246.27 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 127.03 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 0%.

	Valor aleatorio	Bajo	Base	Alto
Volatilidad Precio Metal	17.89%	12.00%	17.89%	30.00%
Volatilidad Costo operativo unitario	0%	0.0%	0.00%	15.00%
Ley de tajo	0.58	0.38	0.58	0.78
% Recuperación	70%	60%	70%	80%
Valor de rescate	50	0	50	75
Inversión Inicial	250	150	250	350
Producción Primer año	10000			
Producción Años posteriores	24000	10000	24000	40000
Valor de rescate por abandono o venta antes del final	50			
Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final	20			
Costo de expansión o Inversión adicional antes del final	100			
% Contracción	10%			
% Expansión	10%			
Costo de derecho de vigencia y seguridad	0.5			
		Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
Valor sin OR	20.07	58.40	113.40	130.03

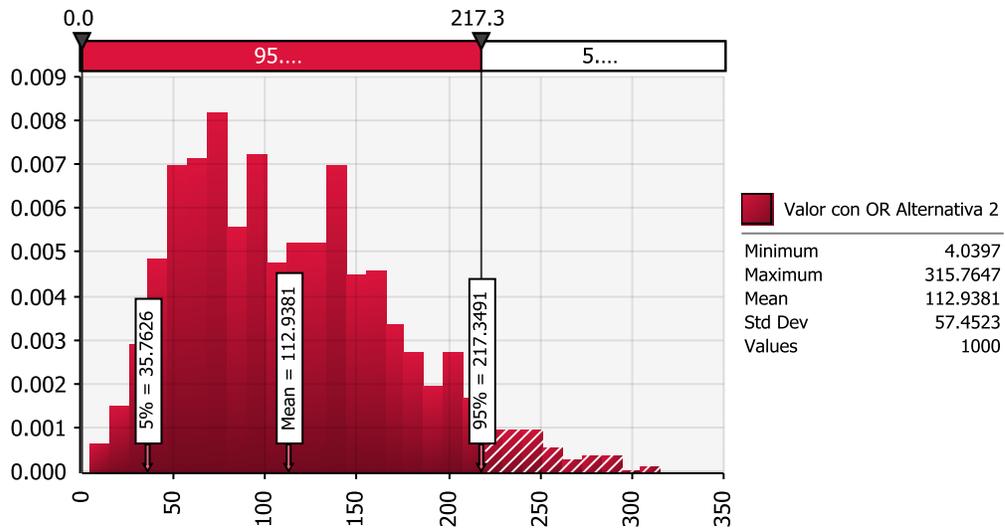




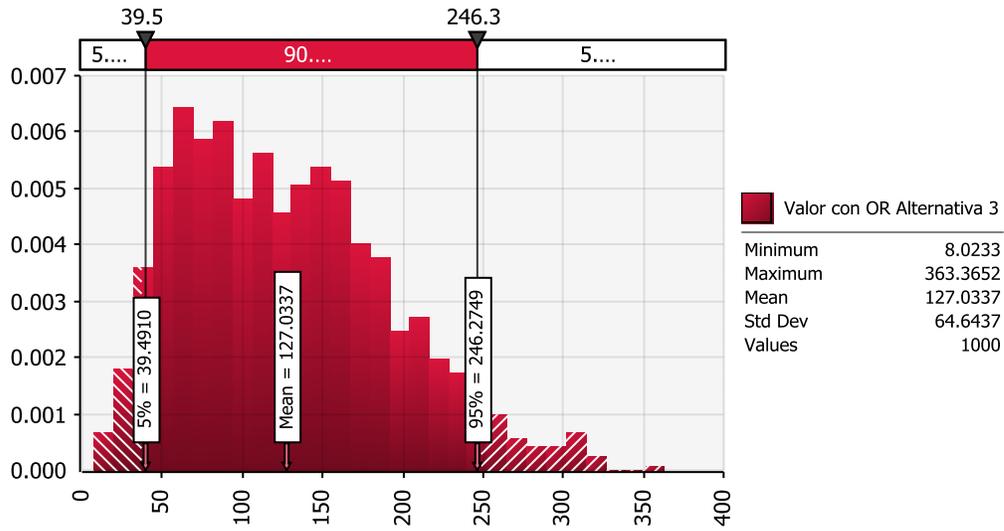
Valor con OR Alternativ...



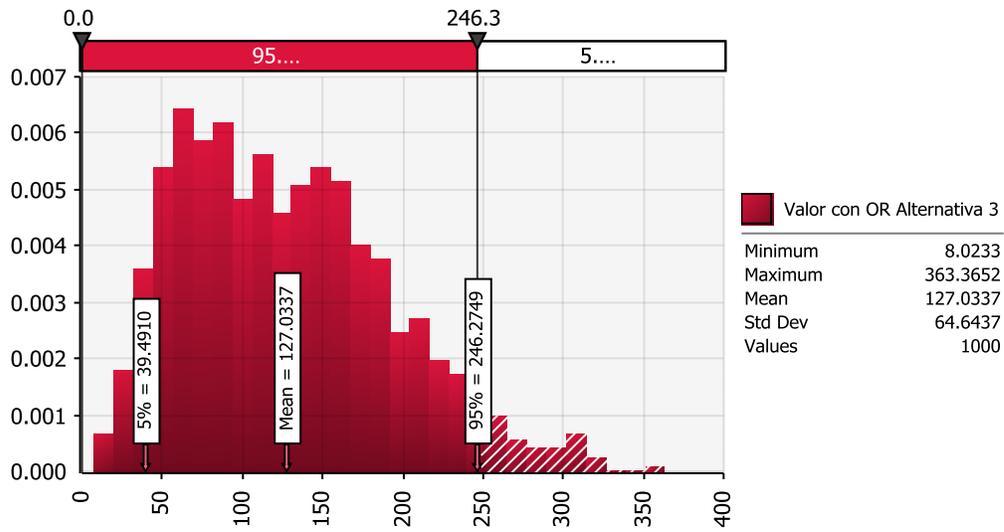
Valor con OR Alternativ...



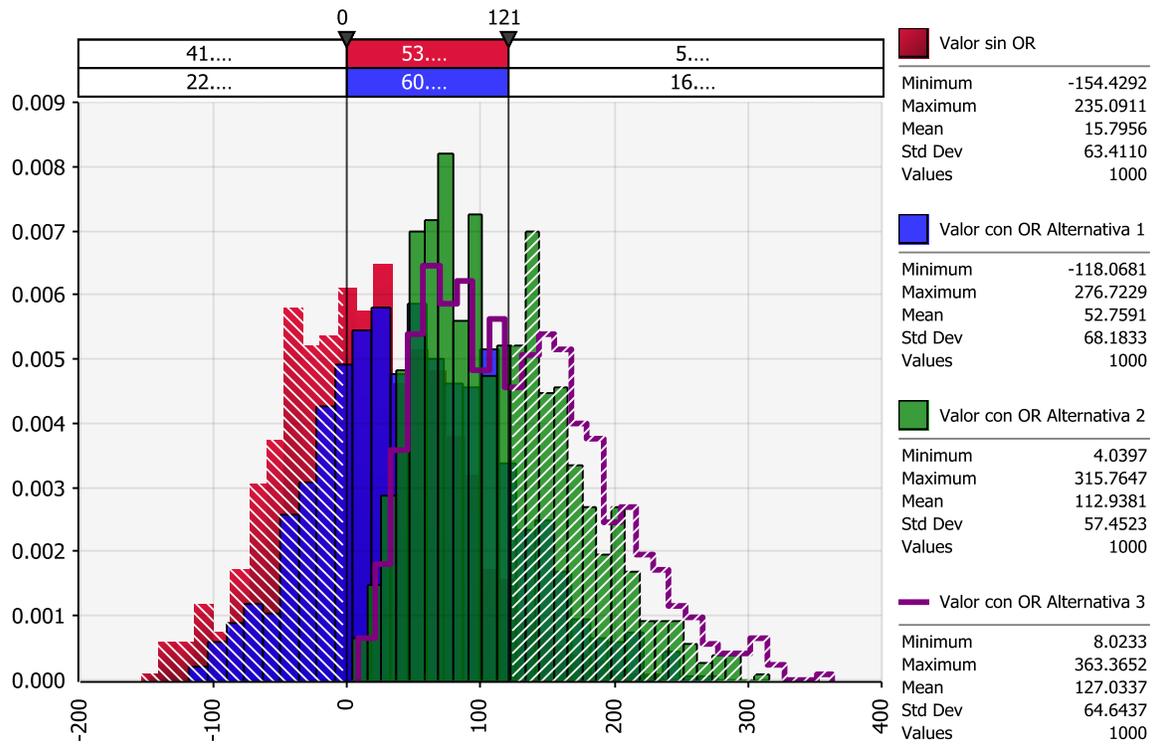
Valor con OR Alternativ...



Valor con OR Alternativ...



En la siguiente figura podemos observar que el valor del proyecto se va incrementando conforme se van agregando opciones reales hasta eliminar la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo para las alternativa 2 y 3.



### 8.5.2 Para la segunda etapa del proyecto (yacimientos cupríferos)

Para la simulación vamos a usar las 7 primeras variables que tienen un mayor impacto en el valor del proyecto según el análisis de sensibilidad antes realizado las que fueron Volatilidad del precio del metal, Volatilidad del costo operativo unitario, ley de tajo, % Recuperación, Valor de rescate, Inversión Inicial y Producción de años posteriores.

Para estas variables hemos usado una distribución PERT y con los 3 escenarios bajo, base y alto empleados para el análisis de sensibilidad. Para el resto de variables no consideradas en la simulación se asumen los valores base asumidos en el modelo original.

Se han realizado 4 simulaciones:

- Valor sin OR: Se ha simulado el valor del proyecto con incertidumbre y sin opciones reales con 1000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Según la simulación el valor del proyecto varía entre -167.30 MM\$ y 1051.37 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 400.84 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 13.5%.
- Valor con OR Alternativa 1: Se ha simulado el valor del proyecto con incertidumbre y con la opción real de selección entre abandono, contracción y expansión del proyecto con 1000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el valor del proyecto varía entre -59.16 MM\$ y 1084.31 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 439.08 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 9.0%.
- Valor con OR Alternativa 2: Se ha simulado el valor del proyecto con opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años con 1000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el valor del proyecto varía entre 34.58 MM\$ y 1099.67 MM\$ con un 90% de

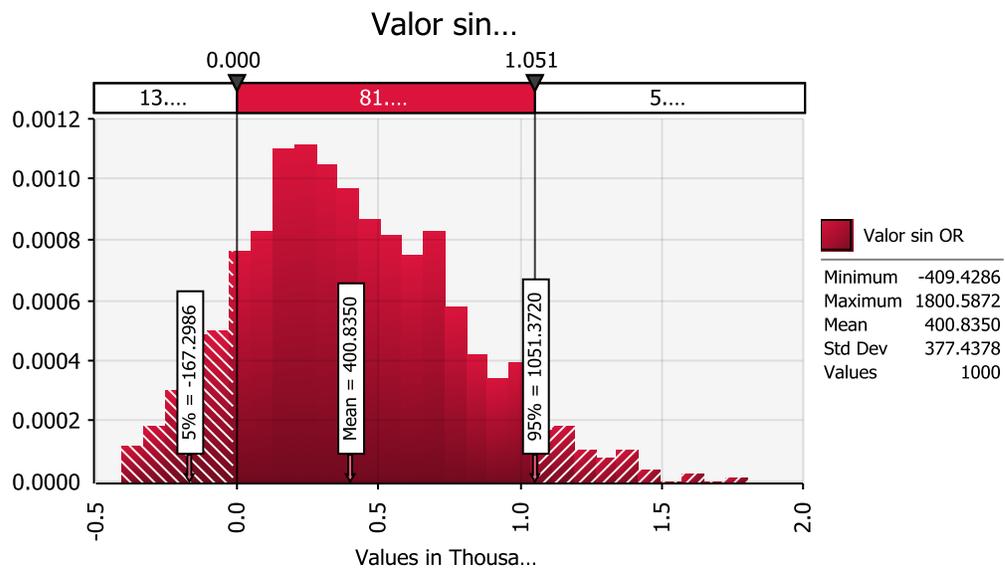
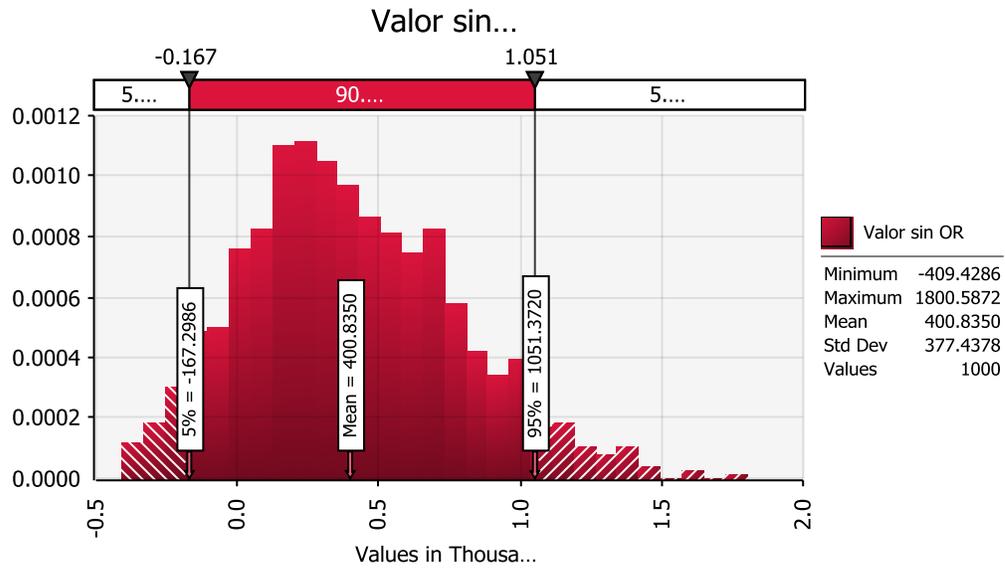
confianza y con un valor esperado de 466.57 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 1.1%.

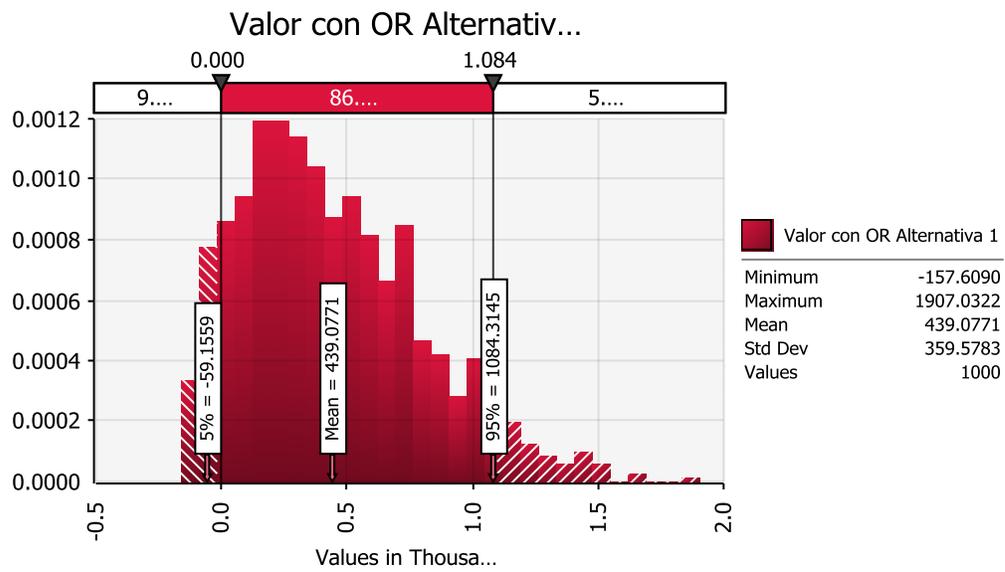
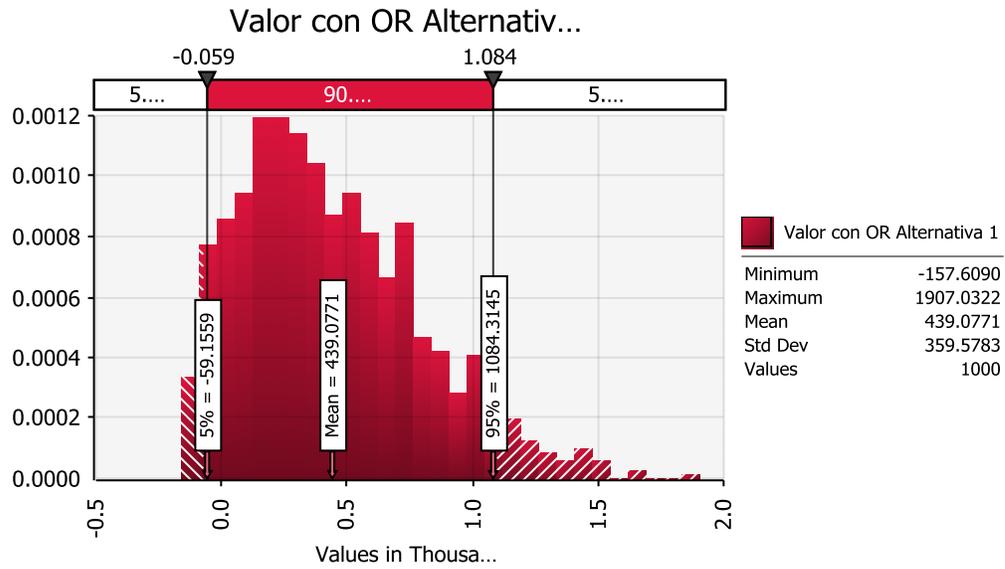
- Valor con OR Alternativa 3: Se ha simulado el valor del proyecto con opción de postergar y cancelar el inicio del proyecto hasta 2 años y opción de selección entre abandono, contracción y expansión con 1000 valores aleatorios de las 7 variables seleccionadas. Podemos observar que el valor del proyecto varía entre 41.43 MM\$ y 1141.53 MM\$ con un 90% de confianza y con un valor esperado de 486.78 MM\$. Además se ha estimado la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo igual a 0.3%.

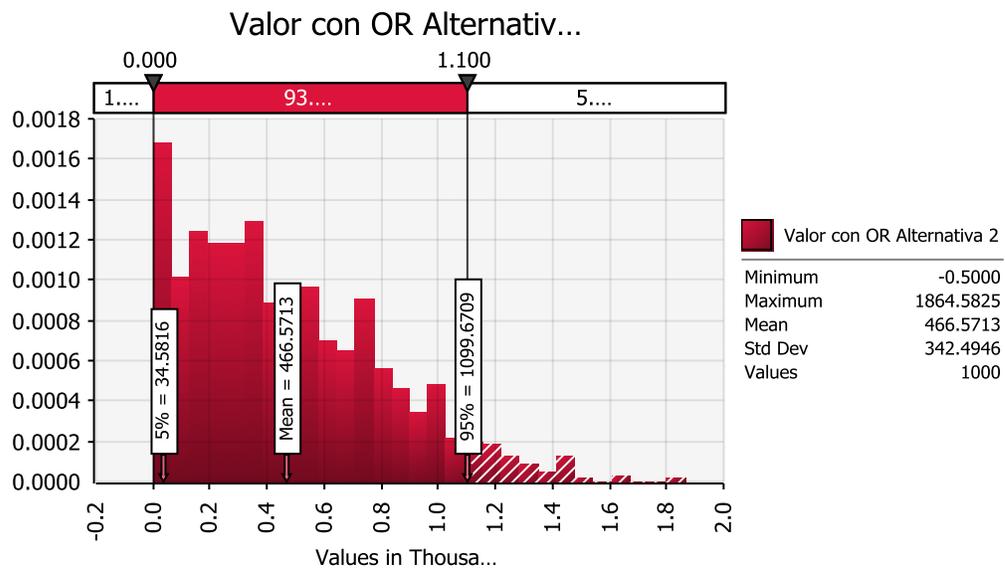
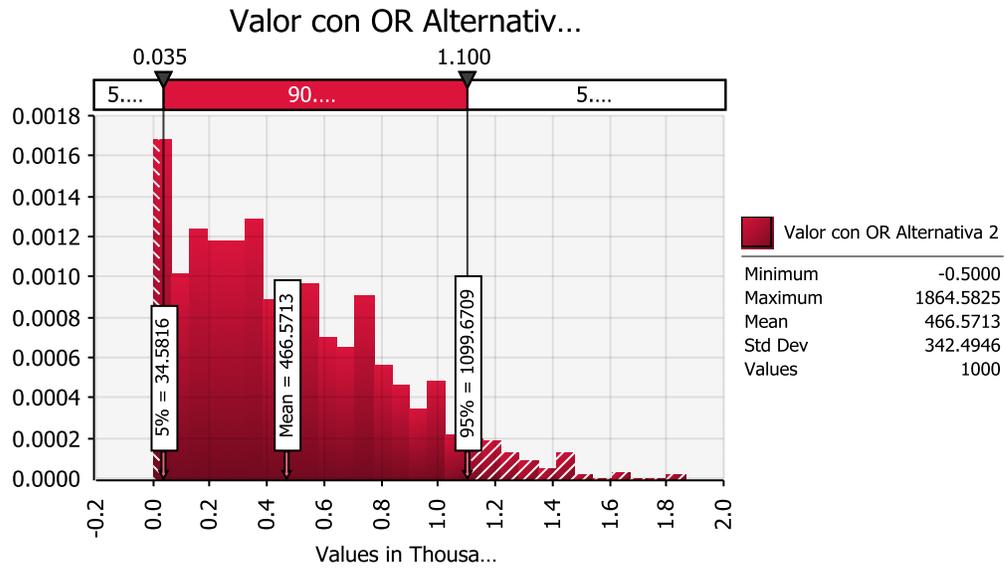
	Valor aleatorio	Bajo	Base	Alto
Volatilidad Precio Metal	30.30%	15.00%	30.30%	45.00%
Volatilidad Costo operativo unitario	0	0.0%	0.00%	15.00%
Ley de tajo	0.40%	0.20%	0.40%	0.80%
% Recuperación	88%	60%	88%	95%
Valor de rescate	50	0	50	75
Inversión Inicial	200	150	200	300
Producción Primer año	36000			
Producción Años posteriores	36000	18000	36000	54000
Valor de rescate por abandono o venta antes del final	50			
Valor de rescate por contracción o venta parcial antes del final	20			
Costo de expansión o Inversión adicional antes del final	100			
% Contracción	10%			
% Expansión	10%			
Costo de derecho de vigencia y seguridad	0.5			

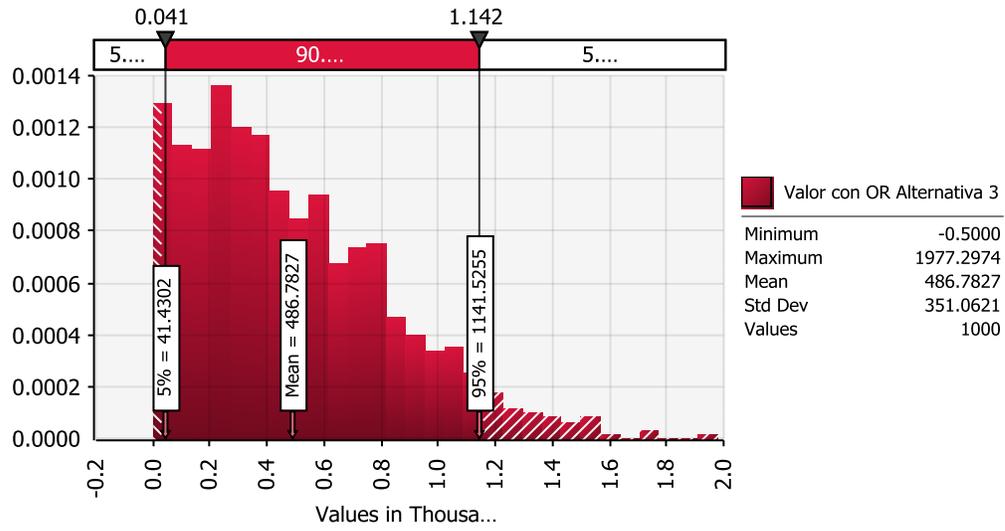
	Valor sin OR	Valor con OR Alternativa 1	Valor con OR Alternativa 2	Valor con OR Alternativa 3
	424.55	436.02	475.08	487.93



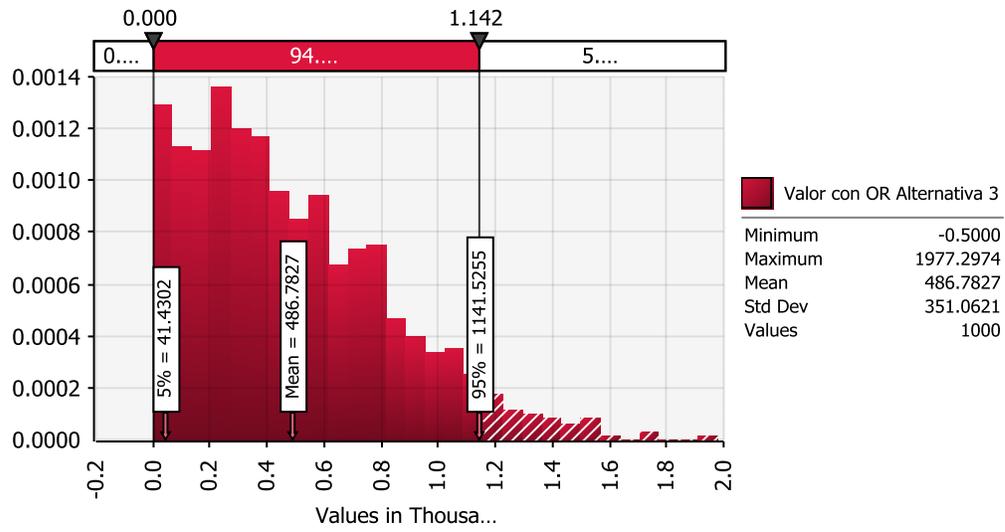




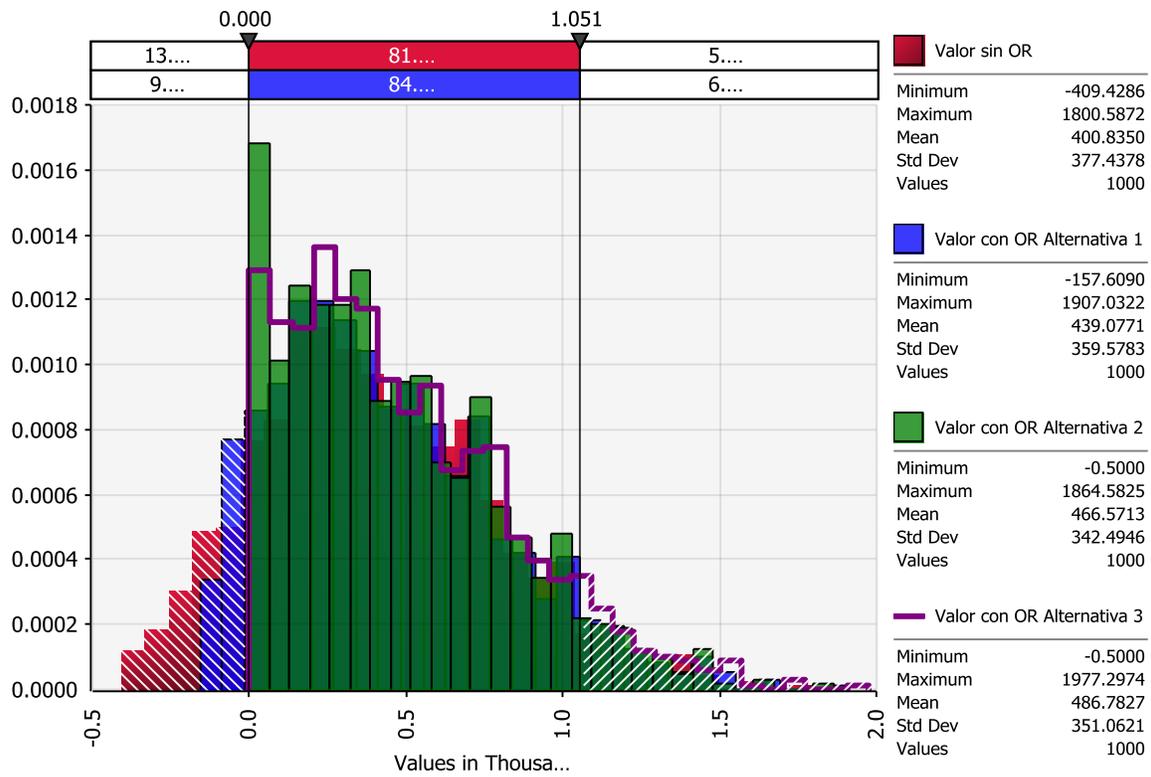
Valor con OR Alternativ...



Valor con OR Alternativ...



En la siguiente figura podemos observar que el valor del proyecto se va incrementando conforme se van agregando opciones reales hasta reducir a un nivel insignificante la probabilidad de que el valor del proyecto sea negativo para las alternativa 2 y 3.



## 8.6 Comparación entre el método FCD y OR

El flujo de caja descontado nos proporcionó un valor fundamental del proyecto asumiendo que no hay incertidumbre en ninguna variable, es decir que los valores que toman las diferentes variables del proyecto son conocidos con certeza. Además se asume que no hay flexibilidad en el proyecto para poder tomar decisiones como las de abandono, contracción, cierre temporal, ampliación y postergación del proyecto, que se dan comúnmente en los proyectos mineros. Por lo tanto el método FCD carece de realismo suficiente para representar el valor de un proyecto minero.

El método OR por el contrario permite la inclusión de la incertidumbre la cual podría generar valores del proyecto mayores o menores respecto al valor fundamental obtenido por el FCD dependiendo del modelo asumido para las variables del proyecto en base a la data histórica de las variables seleccionadas. En este caso se ha asumido una única variable subyacente aleatoria que es el precio del metal y se han empleado dos modelos para las dos etapas del proyecto. Para la primera etapa se empleó un modelo de retornos logarítmicos ABM sin reversión a la media para los precios del oro, y para la segunda etapa se empleó el modelo ABM con reversión a la media para los precios del cobre.

Al realizar el análisis de sensibilidad y simulación se ha asumido que el costo operativo del proyecto también variaría aleatoriamente pero con el supuesto que estaría perfectamente correlacionado con el precio del metal. Con este supuesto se simplifica el modelo significativamente y a la vez reduce la volatilidad del valor del proyecto, con lo cual el valor de las opciones reales se reduce, pero sigue siendo significativo como se puede observar en el análisis de sensibilidad respecto a la volatilidad del costo operativo.

Con OR obtenemos un valor del proyecto significativamente mayor que con el FCD debido a que las opciones reales sólo pueden tener un valor no negativo; es decir, a mayor número de opciones reales el valor del proyecto no puede reducirse y lo más probable es que se incremente. Si a esto le agregamos el resultado de que el valor del proyecto con incertidumbre y sin opciones reales se incrementa respecto al FCD, entonces resulta un

valor de proyecto mucho mayor. Esto no necesariamente debería ser el caso y dependerá del modelo asumido para las variables subyacentes y las opciones reales factibles de acuerdo al proyecto.

El método con OR permite modelar de forma más cercana a lo que sucede realmente con el proyecto y permite que se puedan elegir los parámetros conservadores u optimistas para la evaluación y también permite la realización de un análisis de sensibilidad y simulación como se puede realizar también con el método de FCD.

Las dificultades mayores en la implementación del método OR, a diferencia del FCD, podrían ser el entendimiento del modelo, la estimación de la volatilidad y la estimación de las probabilidades neutrales al riesgo de las variables subyacentes, asumiendo reversión a la media o volatilidades variables. Sin embargo este proceso se puede facilitar mediante la automatización del proceso del método OR usando software adecuado y teniendo acceso a la data requerida para la estimación de las volatilidades correspondientes.

### **PARTE III**

## **CAPÍTULO 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

El mundo de hoy muestra cambios, incertidumbre y confrontaciones competitivas. En este contexto, la metodología de las opciones reales permite estructurar el pensamiento de manera estratégica y promueve a la alta dirección empresarial un mejor desempeño en la difícil tarea de toma de decisiones. Este dinamismo en el mundo empresarial significa, entre otras cosas, enfrentar la incertidumbre, de diferentes maneras, como modificar planes conforme se dispone de nueva información; modificar inversiones a medida que surgen nuevas posibilidades (alternativas), etc.; y con ello, aprovechar todas aquellas opciones que permiten mejorar el valor de un proyecto (o de una empresa).

Esta investigación plantea una metodología para evaluar un proyecto minero usando opciones reales mediante un ejemplo basado en un proyecto minero real. Se ha considerado aquellas opciones reales que pudieran ser factibles en un proyecto minero (se ha incluido combinación de ellas) y utilizado data de fácil acceso. Este trabajo se implementó usando el software Excel debido a que es el programa de uso más general, transparente y fácil de entender. En la Simulación Montecarlo, me apoyé en el software @Risk, que “corre” bajo la plataforma Excel.

Por otro lado, la inclusión de diferentes opciones reales permite incrementar el valor del proyecto pero no de forma aditiva sino subaditiva; es decir, la suma del valor de las opciones reales por separado es menor que el valor de la combinación de una o más opciones reales en el proyecto. Sin embargo agregar más opciones reales no puede reducir el valor del proyecto y en el peor de los casos no agregaría valor significativo. Considerando esto, se deduce que si se utilizan valores conservadores para el proyecto, el valor del proyecto con las opciones reales sería un valor base que sería mayor en la medida que se identifiquen o estructuren mayor número de opciones reales del proyecto actual. Además es perfectamente factible valorizar el proyecto de forma conservadora y realizando un análisis de sensibilidad.

La investigación demuestra que la incertidumbre tiene un impacto significativo en el valor de las opciones reales consideradas, cuando se utiliza como única variable aleatoria el precio del metal. En este caso a mayor incertidumbre, el valor de las opciones reales tiende a incrementarse. Sin embargo, cuando se utiliza como variable aleatoria adicional el costo operativo de la mina y se asume para simplicidad que esta está correlacionada perfectamente con el precio del metal entonces una mayor volatilidad en el costo operativo tiende a reducir el valor de la opción real como se mostró en los resultados del análisis de sensibilidad. El valor de las opciones reales sigue siendo positiva para cualquier nivel de volatilidad del precio y del costo operativo sin embargo a mayor volatilidad del costo operativo se observó que se reducía el valor, debido al efecto compensador de los costos operativos (que reduce la volatilidad total del valor del proyecto).

Cabe observar también que el valor del proyecto no necesariamente se incrementa con la volatilidad en el precio del metal como se observó en el análisis de sensibilidad. A mayor incertidumbre se reduce el valor del proyecto con las opciones reales, sin embargo el valor de las opciones reales (valor proyecto con opciones reales - valor del proyecto sin opciones reales), sí se incrementa a mayor volatilidad. Este resultado se explica debido a que una mayor volatilidad puede modificar el valor esperado del proyecto sin opciones reales debido a la asimetría en los flujos de caja y el valor del proyecto sin opciones reales se asume del valor esperado del proyecto considerando incertidumbre.

Asimismo, se consideró la evaluación del proyecto con dos modelos de precios, uno para precios de oro y otro para precios de cobre. Para precios de oro, se asumió un modelo de caminata aleatoria sin reversión a la media, y para los precios de cobre, se asumió un modelo de caminata aleatoria con reversión a la media. Estos dos modelos son los más sencillos y más difundidos para el análisis de los precios de metales, por lo que se han considerado a manera de ejemplo para esta investigación. Con la volatilidad estimada en el modelo, se puede proceder a evaluar el proyecto con y sin opciones reales. Todo este análisis se puede realizar en un sólo archivo en formato Excel, lo cual hace más práctico el análisis y su entendimiento. Esta metodología se puede realizar también con ayuda de algún otro software estadístico o econométrico.

Finalmente, la aplicación de conceptos financieros modernos en los mercados de minerales competitivos, puede resultar muchas veces compleja y muy elaborada; sin embargo, la metodología presentada en este trabajo es simple y nos permite encontrar resultados interesantes y coherentes que son un soporte en la toma estratégica de decisiones del empresariado peruano. Los proyectos de inversión con incertidumbre y con flexibilidad deben ser evaluados de mejor forma con la metodología de opciones reales, complementando la metodología tradicional del flujo de caja descontado (DCF). Esta investigación comprueba que la metodología de opciones reales captura las oportunidades de negocio que están latentes en un entorno que se caracteriza por la incertidumbre. Esta metodología está al alcance de la alta dirección empresarial para complementar con la metodología tradicional, las valorizaciones tanto de sus proyectos como de sus empresas.

## Recomendaciones

El flujo de caja descontado (DCF), método tradicional de valoración, basa su análisis en dos variables claves: riesgo y rentabilidad; en cambio, la metodología de las opciones reales, proporcionan al responsable de la dirección financiera de una organización, herramientas para evaluar, reflexionar y entender los factores que determinan el valor de los proyectos; su trabajo se base en tres variables claves: riesgo, rentabilidad y flexibilidad.

La teoría financiera moderna, aporta la metodología de las opciones reales para evaluar proyectos de inversión en distintos sectores económicos; sin embargo, en el sector minero no está siendo muy utilizada, fundamentalmente por dos causas (conuerdo con Myers, 1977): (1) “falta de comprensión de esta filosofía por parte de los directivos de la empresa” y (2) “la dificultad para definir las opciones reales difusas en los proyectos de inversión”. Por ello, esta investigación lo que propone es acercar esta metodología de opciones reales a más empresarios peruanos a que su accionar en la toma de decisiones, sea más estratégico y así puedan incrementar el valor (la riqueza) en sus organizaciones.

No debo dejar de mencionar que la metodología de las opciones reales tiene como principal debilidad la complejidad de la aplicación matemática, porque muchas veces se intenta buscar mayor exactitud en la valoración de un proyecto; de allí la existencia de muchas aplicaciones de esta metodología con fines académicos; por ello, sugiero que apoyándose en modelos sencillos, como el que se presenta en esta investigación, ayuden a determinar el valor de un proyecto, rompiendo el paradigma de valoración con métodos tradicionales y se adopte la valoración mediante el enfoque de opciones reales, por las fortalezas que la misma ofrece a los inversionistas.

Con lo descrito, sugiero que trabajos posteriores puedan orientarse a la valoración de proyectos en otros sectores como el sector energético, particularmente en los casos de generación, de transmisión y/o de comercialización, teniendo en cuenta que este es un sector clave para el crecimiento de la economía de un país.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Amram, M.; Kulatilaka, N; (1999), “Real Options. Managing Strategic Investment in an Uncertain World”; Harvard Business School Press.

Baurens Svetlana; (2010), “Valuation of Metals and Mining Companies”, In collaboration with the University of Zürich, Swiss Banking Institute and Prof. Dr. T. Hens.

Black, F., Scholes, M.; (1973), “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, Journal of Political Economy 81, 637-654.

Boyle, Phelim; (1988), “A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables”, The Journal of Financial and Quantitative Analysis 23, 1-12.

Brennan, M. J. & Schwartz, E. S.; (1977), “Finite difference methods and jump processes arising in the pricing of contingent claims: A synthesis”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13, 462-474.

Brennan, M., Schwartz, E.; (1977b), “The Valuation of American Put Options”, Journal of Business 32, 449-462.

Brennan M. y Schwartz E., (1985); “Evaluating natural resource investment”. The Journal of Business. Vol. 58, pp. 135-157.

Brealey, Myers y Allen; (2010), “Principios de Finanzas Corporativas”; 9a edición; McGraw Hill; Madrid-España.

Boyle, P.; (1977), “Options: A Monte Carlo Approach”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 323-338.

Broadie, M. & Glasserman, P.; (1997), “Monte Carlo Methods for pricing high dimensional American Options”, Working paper, Columbia University.

Boer, Peter; (2002), “The Real Options Solution”, John Wiley, Nueva York.

Colwell David, Henker Thomas, Ho John, and Fong Kingsley; (2003), “Real Options Valuation of Australian Gold Mines and Mining Companies”; The Journal of alternative Investments.

Copeland, Antikarov; (2001); “Real Options: A Practitioner’s Guide”; New York.

Cox, J.; Ross, S.; (1976), “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes”; Journal of Financial Economics, n° 3, enero-marzo.

Cox, J., Ross, S., Rubinstein, M.; (1979), “Option Pricing: A Simplified Approach”, Journal of Financial Economics 7, 229-263.

Dias, M. y Rochas, K.; (1999), "Petroleum Concessions with Extendible Options Using Mean Reversion with Jumps to Model Oil Prices", Working Paper presentado al 3rd Annual International Conference on Real Options (June 1999).

Dixit, A., Pindyck R.; (1994), "Investment Under Uncertainty", New Jersey: Princeton University Press.

Fernández, Pablo; (2005); "Valoración de empresas"; 3ª edición; Gestión 2000; España.

Fernández, Pablo; (2008); "Valoración de opciones reales: dificultades, problemas y errores"; IESE Business School – Universidad de Navarra.

Garrido Lagos Juan Pablo, Zhang Stephen; "A Real Options Model to Value Multiple Mining Investment Options in a Single Instant of Time".

Geske y Johnson; (1984), "The American Put Option Valued Analytically", The Journal of Finance, Vol XXXIX N° 5.

Graeme Guthrie; (2009), "Real Options in Theory and Practice2. Oxford University Press, Inc.

Hernández, Fernández y Baptista; (2010), "Metodología de la Investigación", 5ta edición, McGraw Hill Interamericana.

Hull, J.; (2006), "Options, futures and other derivative securities", Prentice Hall.

Howell, Sydney y otros; (2001), "Real Options. Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic Worl"; Financial Times Prentice Hall, Londres

Kester, C.; (1984), "Today's options for tomorrow's growth", Harvard Business Review.

Lamothe, P.; (2001); "Opciones Financieras y Productos estructurados"; 3º edición; Mcgraw Hill; España.

Majd, S. y Pindyck, R.; (1987), "Time to build, option value, and investment decisions", Journal of Financial Economics, 18, págs. 7-27.

Martinez L., McKibben Joseph; MININ, (2010), "Understanding Real Options in Mine Project Valuation: A Simple Perspective". Santiago, Chile. Xstract Mining Consultants, Australia.

Martinez, L. A.; (2009), "Why accounting for uncertainty and risk can improve final decision making in strategic open pit mine evaluation". Proceedings of the 2009 Project Evaluation Conference, The Australian Institute of Mining and Metallurgy.

Mascareñas, J.; Lamothe, P.; López Lubián, F.; De Luna, Walter; (2004); "Opciones Reales y valoración de activos"; Prentice Hall; Financial Times; Epaña.

Merton, Robert C.; (1973); “Theory of Rational Option Pricing”; The Bell Journal of Economics and Management Science; Vol. 4 N° 1; págs. 141 – 183.

McDonald, R. y Siegel, D.; (1985), “Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down”, International Economic Review, 26, 2, junio, págs. 331-349.

McDonald, R. y Siegel, D.; (1986), “The value of waiting to invest”, The Quarterly Journal of Economics, noviembre, págs. 707-727.

McLean, VA, USA. Ernst & Young; (2012), “Dynamic DCF / Real Option applications in the Mining Industry. Americas Mining and Metals Forum.

Mongrut y Wong; (2005); “Un examen empírico de las prácticas de presupuesto de capital en el Perú”, en Estudios Gerenciales N° 95 Abril – Junio 2005, Universidad ICESI, Colombia.

Myers; (1977); “Capital budgeting and the capital asset pricing model: Good news and bad news”; Journal of Finance; Vol. 32; N° 2; págs. 321-333.

Myers, S. C.; (1977b), “Determinants of Corporate Borrowing”, Journal of Financial Economics, noviembre.

Myers, S. y Majd, S.; (1983), “Calculating abandonment value using option pricing theory”, Working Paper, Sloan School of Management, MIT, 1983.

Mun Johnathan; (2006), “Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions”. John Wiley & Sons, Inc.

Olsen, E. y Stensland, G.; (1988), “Optimal shutdown decisions in resource extraction”, Economics Letters, 26, págs. 215-218.

Paddock, J., Siegel, D. y Smith, J.; (1988), “Option valuation of claims on real assets: The case of offshore petroleum leases”, Quaterly Journal of Economics, 103, Agosto, págs. 479-508.

Pindyck, R.; (1991), “Irreversibility, uncertainty and investment”, Journal of Economic Literature, 24, págs. 1110-1148.

Rendleman, N. R., y Bartter, R. B.; (1979), “Two-State Option Pricing”, Journal of Finance, n° 34, diciembre.

Rendu, Jean-Michel; (2006), “Reporting Mineral Resources and Mineral Reserves in the United States of America”, Technical and Regulatory Issues.

Suárez Suárez, A.; (1995); “Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa”; 20° edición; Pirámide; Madrid.

Tourinho, O.; (1979), "The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach"; Unpublished Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley.

Triantis, A. y Hodder, J; (1990); "Valuing flexibility as a complex option"; Journal of Finance; Vol. 45; N° 2; págs. 549-565.

Trigeorgis, L. (1991): A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments, Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 26, pp. 309-326.

Trigeorgis, L.; (1996), "Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation". The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. London, England.

Trigeorgis, L.; (1999), "Real options and business strategy: applications to decision-making", London: Risk Books.

Yin, R. (1994). Case study research. Design and methods. US A: Sage Publications. 3ra edición.

## ANEXOS

Considero que el documento escrito por Froylán Antonio Ceballos-Herrera, “El informe de investigación con estudio de casos” (2009), de la Universidad Anáhuac Mayab, Yucatán, México, es un aporte valioso para respaldar las investigaciones que se realizan con dicho enfoque. A continuación, se reproduce extractos del documento. El documento completo se encuentra en: [www.javeriana.edu.co/magis](http://www.javeriana.edu.co/magis) (verificado el 15-02-2015).

### La investigación con enfoque de estudio de casos

Algunos autores como Gregorio Rodríguez, Javier Gil y Eduardo García (1996), Lawrence Stenhouse (1990) y Gloria Pérez (2001a) utilizan el término “estudio de casos” para referirse a un método de investigación; mientras que otros como John W. Creswell (1998), Sharan Merriam (1998), Robert E. Stake (1995, 2005), Harry F. Wolcott (1990) y Robert K. Yin (2003) lo emplean para denominar al enfoque con el que se realizan ciertas investigaciones.

### Los propósitos de la investigación

El estudio de casos pretende comprender un caso particular, sin interés por comprender otros casos o un problema general. A esta situación se le denomina estudio intrínseco (Creswell, 1998; Stake, 1995). Se puede decir que cualquier explicación incrementa la comprensión; sin embargo, la comprensión tiene un aspecto psicológico del que carece la explicación, esto es, una forma de empatía o reconstrucción en la mente del investigador de las motivaciones, los sentimientos y los pensamientos de las personas en el estudio. Así, se tiene que la búsqueda de la comprensión está unida a la intención de alcanzar “ese algo” propio del caso, esto es, apreciar la unicidad y la complejidad del caso (Creswell, 1998; Guba & Lincoln, 1985; Merriam, 1998; Stake, 1995). La unicidad se refiere a la singularidad del caso, aquello distintivo e importante que desde varios ángulos sólo entienden las personas próximas al caso y que lo diferencia de otros casos (Guba & Lincoln, 1985; Stake, 1995). La complejidad se refiere al juego de interrelaciones políticas, económicas, sociales, culturales, personales, históricas, temporales y espaciales, que ocurren dentro del contexto (Creswell, 1998; Stake, 1995; Yin, 2003). Para apreciar esta unicidad y complejidad, se recurre a una descripción de los eventos que acontecen más o

menos al mismo tiempo, sin que haya muchas veces ocasión ni posibilidad de averiguar las causas. Son situaciones complejas que se generan inacabadamente. En este sentido, la comprensión de la experiencia humana resulta de la progresión de los eventos, más que de causas y efectos. Por ello, no se enuncian los objetivos de manera precisa desde el inicio de la investigación, pues disminuiría en gran medida la atención hacia la situación y la circunstancia (Stake, 1995).

### El diseño metodológico

Para obligar la atención a la complejidad y a la contextualidad, a los problemas y a los conflictos, el investigador con enfoque de estudio de casos emplea temas como estructura conceptual, de los cuales deriva preguntas temáticas que se convierten en las preguntas básicas de la investigación. Las preguntas temáticas hacen referencia a imágenes circunstanciales no causales, ya que en la investigación con estudio de casos, el caso tiene la mayor importancia y no los temas (Stake, 2005). Al inicio, estas preguntas responden a temas éticos, aportados por el investigador desde el exterior; pero al ir avanzando en el estudio surgen los temas émicos, éstos son los temas de los actores, de las personas que pertenecen al caso (Buendía, Colás & Hernández, 1998; Corenstein, 1995; Hammersley & Atkinson, 1994; SavilleTroike, 2003). Además de las preguntas temáticas, están las preguntas generales que hay que responder; son preguntas que buscan la información necesaria para la descripción del caso y su contexto. Durante el proceso de investigación, los temas y las preguntas se van ampliando, subdividiendo y recortando; se inicia con una extensa base de datos que se va reduciendo sistemáticamente para prestar atención detallada a los nuevos temas que surjan (Creswell, 1998). A este proceso inductivo, varios autores lo llaman diseño progresivo (Buendía, Colás & Hernández, 1998; Altricher, Feldman, Posch & Somekh, 1993). El investigador se esfuerza por describir cómo las cosas tendrían lugar, aun si él no las presenciara; intentando preservar las realidades múltiples de los participantes, aunque pudieran ser contradictorias. Busca la intencionalidad de los actores, sus esquemas de referencia y sus valores. El investigador tiene que ser empático y no intervencionista. Desde un nivel técnico, este tipo de investigación se caracteriza por la utilización de técnicas que informan de la particularidad de las situaciones y permiten una descripción exhaustiva y densa de la realidad concreta objeto de estudio.

## Las conclusiones

La investigación con enfoque de estudio de casos permite generalizar sobre el caso, ya que lo estudia a profundidad. Una y otra vez, se detectan determinadas actividades, respuestas o problemas. Cada vez, la generalización se va afinando más, se precisa. Algunos llaman a estas generalizaciones sobre un caso “generalizaciones menores”. Sin embargo, la investigación con enfoque de estudio de casos también permite llegar a “generalizaciones mayores”, puesto que al hallar una excepción o algún ejemplo positivo, puede transformar las ideas previas del lector; o bien, incrementar la confianza en sus juicios. Pero si particularmente se pretende alcanzar estas “generalizaciones mayores”, resulta mejor desarrollar estudios comparativos y correlacionales más tradicionales (León & Montero, 1997; Richards, Taylor, Ramasamy & Richards, 1999). A menudo, el proceso lógico para llegar a las conclusiones no aparece con claridad ni al lector ni a los propios investigadores. Lo que se describe y lo que se asevera no tienen que estar íntimamente relacionados. Para llegar a estas conclusiones, el investigador se apoya en formas de comprender que en su interior guarda formas de comprender que pueden ser el resultado de una mezcla de experiencia personal, estudio y conclusiones de otras investigaciones. A esta forma de generalizar, se le llama aserto. En la investigación con enfoque de estudio de casos, el investigador goza del privilegio de aseverar lo que considere significativo como resultado de sus investigaciones, así como de otros datos más personales. En sus informes, aparecerán los hallazgos percibidos de modo estricto y los asertos aproximados que se construyeron. No es raro que los investigadores con enfoque de estudio de casos invoquen en sus asertos el privilegio y la responsabilidad de la interpretación (Creswell, 1998; Merriam, 1998; Stake, 1995).

## Referencias

- Altricher, H., Feldman, A., Posch, P. & Somekh, B. (1993). *Teachers investigate their work. An introduction to the method of action research*. London: Routledge.
- Buendía, L., Colás, P. & Hernández, F. (1998). *Métodos de la investigación en psicopedagogía*. Londres: McGraw-Hill.

- Corenstein, M. (1995). Maestría en tecnología educativa. Módulo de investigación educativa. Unidad 4. La investigación interpretativa etnográfica. México: Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa, ILCE.
- Creswell, J. (1998). *Qualitative inquiry and research design. Choosing among five traditions*. US A: Sage.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1985). *Naturalistic inquiry*. London: Sage Publications.
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (1994) *Etnografía. Métodos de investigación*. España: Editorial Paidós.
- León, O. & Montero, I. (1997). *Diseño de investigaciones. Introducción a la lógica de la investigación en psicología y educación*. España: Mc Graw-Hill.
- Lincoln, Y. & Guba, E. (1981). *Effective evaluation*. San Francisco, California: Jossey-Bass.
- Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, California: Jossey-Bass.
- Pérez, G. (2001a). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. Vol. I. Métodos*. Madrid: La Muralla.
- Richards, S., Taylor, R., Ramasamy, R. & Richards, R. (1999). *Single subject research. Applications in educational and clinical settings*. London: Sage Publications.
- Rodríguez, G., Gil, J. & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Aljibe.
- SavilleTroike, M. (2003). *The ethnography of communication*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Stake, R. (1995). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Stake, R. (2005). *Qualitative case studies*. En N. Denzin & Y. Lincoln (2005). *The Sage handbook of qualitative research*. Third edition. London: Sage Publications.
- Stenhouse, L. (1990). *Conducción, análisis y presentación del estudio de casos en la investigación educativa y evaluación*. En Martínez, J. (1990). *Hacia un enfoque interpretativo de la enseñanza*. Granada: Universidad de Granada.
- Wolcott, H. (1990). *Writing up qualitative research*. California: Sage Publications.
- Yin, R. (2003). *Case study research. Design and methods*. US A: Sage Publications.
- Yin, R. (2004). *The case study anthology*. US A: Sage Publications.