

ESTUDIO TEORICO Y EXPERIMENTAL  
DE LA GUIA DIELECTRICA EN BAN-  
DA INVERTIDA

MEMORIA presentada por  
Andrés Prieto Gala, pa  
ra optar al grado de -  
Doctor en Ciencias Fí-  
sicas

UNIVERSIDAD DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS

JOSÉ LUIS GARCIA GARCIA, PROFESOR  
AGREGADO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UNI-  
VERSIDAD DE SANTANDER, hace constar,

Que el trabajo titulado "ESTUDIO  
TEORICO Y EXPERIMENTAL DE LA GUIA DIE-  
LECTRICA EN BANDA INVERTIDA" ha sido -  
realizado por D. Andrés Prieto Gala en  
el Departamento de Electricidad y Mag-  
netismo de la Facultad de Ciencias de  
la Universidad de Santander, bajo mi -  
dirección y que reúne las condiciones  
exigidas en los trabajos de doctorado.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'J. L. García', with a long horizontal stroke extending to the right.

Quiero expresar mi agradecimiento al Prof. Dr. D. JOSE LUIS GARCIA GARCIA, Director de esta Tesis. El ha sido quien me inició en el campo de las Microondas, realizando todos los esfuerzos necesarios para que tuviera una buena formación.

Al Profesor Dr. L. THOUREL, Director del DERMO-CERT-ONERA de Toulouse, quiero agradecer su colaboración y ayuda en la parte experimental del trabajo que realicé durante mi estancia en el citado centro.

A todos los miembros del Departamento de Microondas del Instituto Torres Quevedo, y en particular al Profesor Dr. CARLOS MARTIN quiero agradecer la colaboración y ayuda prestada en la conversión de los programas y en la parte experimental de esta Memoria.

Y finalmente, a todos los miembros del Departamento de Electricidad y Magnetismo de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santander, mi agradecimiento

Andrés Prieto Gala

Septiembre 1979

## INDICE

I.	INTRODUCCION	6
II.	ESTUDIO A PARTIR DE CONSTANTES DIELECTRICAS EFECTIVAS	
II.1.	Modos $E_{pq}^y$ , $E_{pq}^x$	18
II.2.	Problema de contorno	21
II.3.	Estudio de los modos $E_{pq}^y$	24
II.4.	Estudio de los modos $E_{pq}^x$	33
II.5.	Procedimiento numérico de solución	37
II.6.	Resultados	40
III.	ESTUDIO EXPERIMENTAL	
III.1.	Elección del sistema de medida	61
III.2.	Descripción del sistema de medida	63
III.3.	Medidas de campo, R.O.E y pérdidas de inserción	69
III.4.	Medidas de constante de propagación	77
IV.	ECUACIONES DEL TELEGRAFISTA GENERALIZADAS	
IV.1.	Introducción	85
IV.2.	Expresiones de los campos y funciones escalares	87
IV.3.	Las ecuaciones del telegrafista generalizadas.	92
IV.4.	Aplicación a la guía dieléctrica en banda invertida	100
IV.5.	Procedimiento numérico de solución	112
IV.6.	Discusión de resultados	115

V.	SISTEMA DE EXCITACION	
V.1.	Distintos sistemas de excitación	133
V.2.	Sistema de excitación tipo cornete	135
V.3.	Elección de cornetes y sistema de medida	138
V.4.	Resultados y discusión	143
VI.	CONCLUSIONES Y PRINCIPALES APORTACIONES	154
VII.	LISTADO DE PROGRAMAS	156
	APENDICE 1. APLICACION DE LOS MODOS LSE Y LSM A GUIAS DIELECTRICAS	183
	BIBLIOGRAFIA	190

## I. INTRODUCCION

Hasta la década de los cincuenta, las técnicas empleadas más comúnmente para guiar ondas a frecuencias superiores a los 100 Mc. se podían dividir en dos tipos principales: a) Las líneas de transmisión, fundamentalmente líneas coaxiales, y b) Las guías de onda bien de tipo rectangular, circular o con geometrías especiales. Las primeras, tenían la ventaja de que en su interior se propagaba un modo TEM al menos hasta frecuencias bastante elevadas en las que tenía lugar la propagación de modos TM y TE<sup>17</sup>. Su ventaja fundamental está en el hecho de su ausencia de distorsión mientras que sus inconvenientes estriban en la dificultad de utilización a frecuencias elevadas; así, su límite se encuentra en las proximidades de los 18 Gc y esto solo mediante el uso de conectores especiales tipo APC-7 o GR-900. Por su parte, las guías de onda, si bien presentan una atenuación inferior, no están exentas de dispersión debido a la propagación de modos TE o TM, son pesadas y caras de construir.

En los años finales de la década de los 50, se sugiere por vez primera la utilización de un nuevo tipo de guía de onda: la línea strip y de ella la línea microstrip. Se introducía así por primera vez en el campo

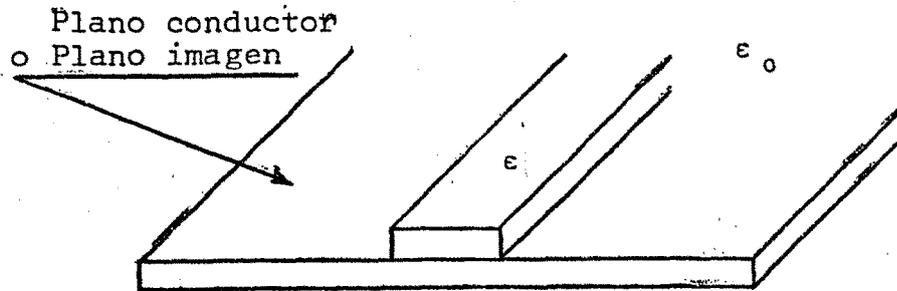
de las microondas la primera estructura capaz de guiar ondas manteniendo al mismo tiempo la característica de circuito plano. Si bien en la línea microstrip la propagación se realiza en dos dieléctricos, lo que imposibilita la existencia de un modo TEM puro con lo cual la nueva estructura no puede estar libre de distorsión, la mayor parte de la energía se transmite por el dieléctrico inferior con lo que la suposición de la propagación de un modo cuasi TEM estaba suficientemente probada.

Desgraciadamente, la tecnología de componentes activos de estado sólido, se encontraba entonces en su primera etapa, de modo que estos solo eran utilizables en baja frecuencia; por tanto, la necesidad de circuitos planos para la transmisión de microondas aun no se habia producido. En los años sesenta, la frontera de las unidades activas de estado sólido crece cada vez mas en frecuencia; así se produce la introducción de transistores bipolares utilizables hasta frecuencias de pocos gigaciclos, de unidades TED, IMPATT etc. La aparición posterior de la tecnología de ASGa, con puertas de longitudes inferiores al micron, ha permitido la utilización en los últimos años de transistores FET hasta 20 Gc, no siendo difícil prever sobrepasar este límite de frecuencia en los próximos dos años. Con todo lo anterior es evidente la necesidad de utilización de circuitos planos con objeto de realizar el montaje de los dispositivos anteriores.

Por ello, el estudio de las líneas microstrip recibe un fuerte impulso y en los años 70 puede decirse que sus características de propagación son perfectamente conocidas. Wheeler<sup>18</sup>, Silvester<sup>19</sup> y otros muchos autores estudian la propagación cuasi-TEM, hallando las ecuaciones fundamentales que permiten el diseño de estas guías. Dentro de la actual década varios autores<sup>20, 29, 30</sup> estudiaban las características dispersivas de las líneas microstrip así como las frecuencias de corte de los modos superiores. Sus conclusiones permiten afirmar que para evitar que estos modos superiores se propaguen al aumentar la frecuencia de utilización, es preciso reducir la anchura del strip lo que, a un mismo nivel de transmisión de potencia, produciría un aumento de la densidad de corriente sobre el strip con el consiguiente aumento de las pérdidas. Los datos experimentales muestran<sup>31</sup> que este aumento de las pérdidas hace prohibitiva su utilización por encima de los 20 Gc. Por otra parte, la reducción de tamaño produce una dificultad grande de construcción.

Con objeto de resolver este problema, a la vez que se seguía trabajando con circuitos planos, en 1969 diversos autores proponen un nuevo tipo de guía, la guía dieléctrica rectangular o guía imagen. En esta nueva guía, los lugares ocupados por el conductor y el dieléctrico en la guía microstrip se intercambian (figura I-1); el plano conductor actúa como un espejo para las ondas electromagnéticas que se propagan en el dieléctrico.

Soluciones a la guía imagen han sido encontradas por Marcatili<sup>1,2</sup>, Goell<sup>3</sup> y Solbach<sup>5</sup>. Todos ellos observan pérdidas inferiores a las presentadas por las líneas microstrip a la misma frecuencia. La guía imagen por su



GUIA IMAGEN

Figura I-1

simplicidad de realización así como por haber sido la primera guía dieléctrica propuesta es la que ha recibido por el momento mayor atención hasta el punto de estar hoy perfectamente estudiada; incluso se han llegado a realizar osciladores Gunn mediante la inclusión directa del diodo en esta guía<sup>32</sup>; hoy en día, los trabajos en curso de realización consisten en el estudio de la guía imagen cuando ésta utiliza silicio como dieléctrico de cara a la realización de circuitos monolíticos.

Sin embargo, la guía dieléctrica rectangular pre-

senta dos inconvenientes básicos, uno de tipo mecánico y otro de tipo electromagnético. El primero estriba en la dificultad de fijar el dieléctrico al plano conductor; normalmente esto se realiza bien con un pegamento lo que produce un aumento de las pérdidas, bien depositando resinas especiales ("casting resins") sobre el plano imagen, lo que aumenta la complejidad de realización. El segundo inconveniente es debido a que la mayor parte de la energía se encuentra concentrada en el dieléctrico con un máximo de campo magnético junto al plano conductor lo cual produce un aumento innecesario de las pérdidas, debidas a una fuerte densidad de corriente.

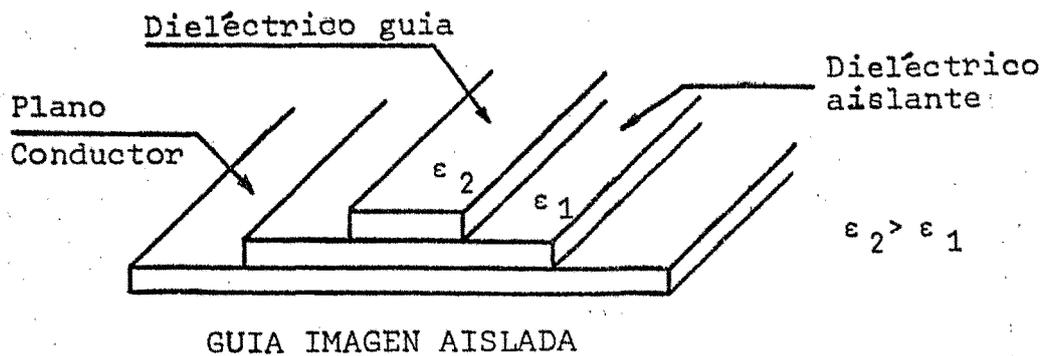
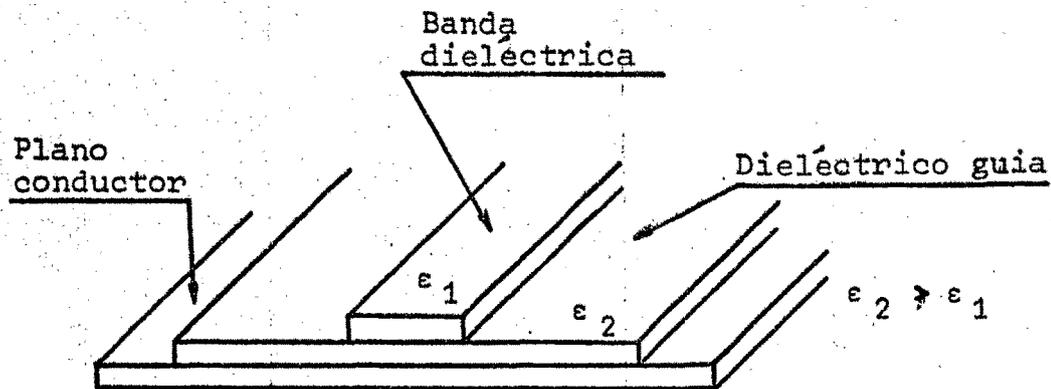


Figura I-2

Este problema puede resolverse en parte, añadiendo una lámina dieléctrica de permitividad relativa menor que la del dieléctrico de la guía imagen, y situada entre ella y el plano de tierra tal y como se observa en la figura I-2. La adición de este nuevo dieléctrico produce una disminución del campo magnético sobre el conductor y por lo tanto, una disminución de las pérdidas.

La solución a la guía insular o guía imagen aislada se publicó en 1975 y fue debida a McLevige, Itoh y Mittra<sup>33</sup>. Si bien con ella se eliminaban parte de los problemas electromagnéticos, los problemas mecánicos de sujeción de los dieléctricos persisten. Los mismos autores propusieron un nuevo tipo de guía, la guía dieléctrica en banda; su diferencia geométrica con la guía imagen aislada consiste en el intercambio de los dos dieléctricos. Esta guía se muestra en la figura I-3.



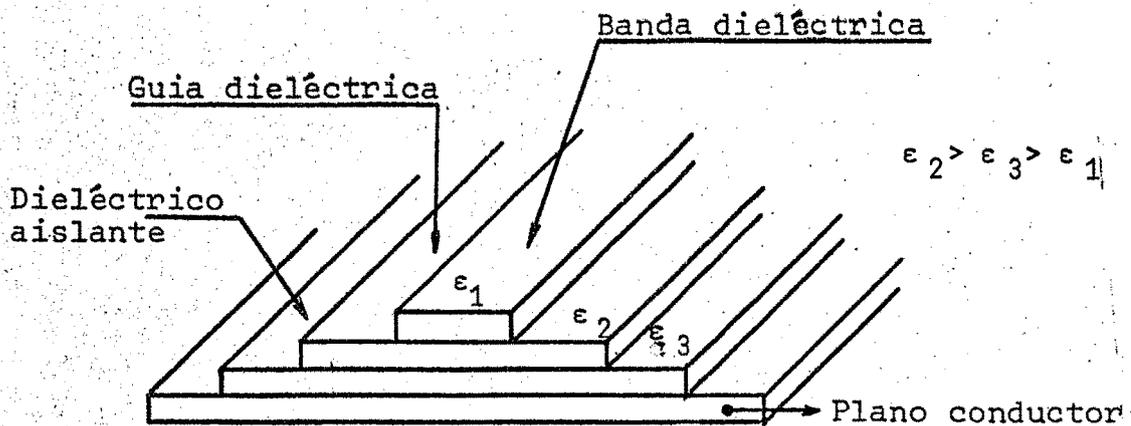
GUIA DIELECTRICA EN BANDA

Figura I-3

En la guía dieléctrica en banda, la energía se encuentra concentrada en su mayor parte en el dieléctrico de permitividad mas alta. La banda dieléctrica tiene como misión realizar un efecto de lente de forma tal que focaliza la mayor parte de la energía en la zona comprendida entre ella y el plano conductor. Sobre la guía imagen aislada tiene el inconveniente de un aumento de las

pérdidas sobre el plano conductor, pero asimismo tiene la ventaja de evitar la utilización de métodos sofisticados para realizar la banda de dieléctrico de mayor permitividad sin irregularidades en su superficie, las cuales siempre producen radiación como sucede en el caso de la guía imagen aislada.

En un artículo publicado por Itoh<sup>7</sup> en 1976 se proponen dos posibles soluciones con objeto de poder disminuir las pérdidas debidas al plano conductor. La primera consiste en introducir una lámina dieléctrica de permitividad  $\epsilon_3$  entre el plano conductor y los dieléctricos superiores. La nueva estructura recibe el nombre de guía imagen aislada en banda, y se muestra en la figura I-4

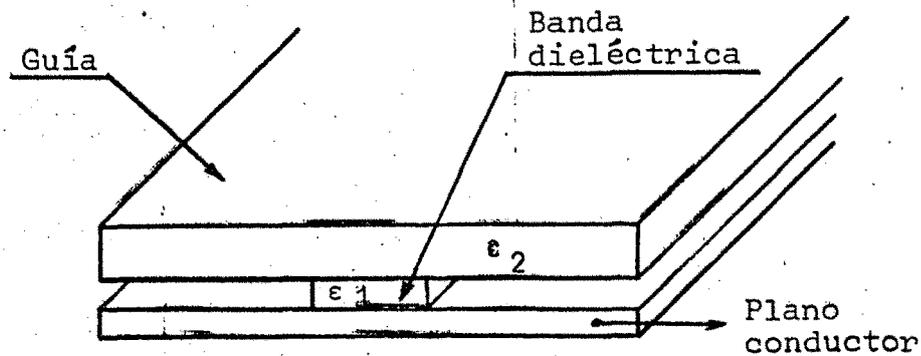


GUIA DIELECTRICA AISLADA EN BANDA

Figura I-4

La segunda solución consiste en intercambiar las posiciones de la banda dieléctrica y de la guía dieléct-

trica. A la guía resultante se la llama guía dieléctrica en banda invertida y se muestra en la figura I.5.



GUIA DIELECTRICA EN BANDA INVERTIDA

Figura I-5

La ventaja de esta solución comparada con la anterior esta en el hecho de que al existir solo dos regiones dieléctricas las pérdidas en los dieléctricos son menores. Además no es preciso utilizar materiales adherentes entre los dos dieléctricos, que siempre aumentan las pérdidas, ya que estos pueden mantenerse en su lugar por simple presión; si no se quiere utilizar el sistema de presión, el dieléctrico de permitividad  $\epsilon_1$ , puede ser adherido al plano conductor por medio de un pegamento sin necesidad de aumentar las pérdidas de forma significativa debido a que el campo sobre el plano conductor es pequeño.

La presente memoria tiene por objeto dar cuenta de los trabajos que hemos realizado acerca del estudio de la guía dieléctrica en banda invertida.

El capítulo segundo está dedicado al estudio teórico de la guía abierta tal y como se muestra en la figura I.5. El método empleado para ello es el conocido como método de la constante dieléctrica efectiva; este método ha sido empleado ampliamente tanto para el estudio de las líneas microstrip, como para el estudio de las guías dieléctricas y en particular para la guía dieléctrica en banda invertida; en el presente estudio se muestra que este método da lugar a soluciones espúreas sin realidad física, identificables en parte, a partir de determinadas características y de observaciones experimentales. Otra parte de las soluciones espúreas pueden no ser identificables como tales, pero al pertenecer a modos muy superiores no tienen ningún interés. El planteamiento de la ecuación característica y su posterior solución, da lugar al conjunto de gráficas presentadas, las cuales dan cuenta de la influencia de las dimensiones geométricas sobre la constante de propagación normalizada; así, se llega a geometrías óptimas desde el punto de vista del número de modos que se propagan en una determinada estructura.

El capítulo tercero estudia experimentalmente las características de propagación y de variación transversal de la componente  $E_y$  del campo electromagnético. El

método empleado es el de la sonda eléctrica móvil y los resultados obtenidos concuerdan bien con las predicciones teóricas. Estos mismos resultados muestran que el sistema de excitación clásico para guías dieléctricas no es óptimo y que en el mejor de los casos, las pérdidas superan los 3 db.

El capítulo cuarto está dedicado al estudio de la guía dieléctrica en banda invertida cerrada en una caja conductora rectangular. El método empleado es el conocido como el método de Schelkunoff, que como se verá es al mismo tiempo un caso particular del método de los momentos conocido como "procedimiento de Galerkin". Este es un método variacional para la constante de propagación si bien no lo es para los campos. El programa de ordenador realizado para resolver las ecuaciones de valores propios que resultan, permite, variando los parámetros de entrada, la resolución de estructuras muy diversas, por lo que no es solo válido para el problema de la guía dieléctrica en banda invertida sino también para resolver muchas otras geometrías, como por ejemplo, la guía imagen clásica.

En el capítulo V se discuten los distintos tipos de sistemas de excitación de guías dieléctricas, haciendo especial hincapié en el estudio de excitación por medio de cornetes, discutiendo cualitativamente las causas de las posibles pérdidas de transición. Se da cuenta de acuerdo con los resultados obtenidos de la excitación óptima.

Finaliza la memoria con una exposición de las conclusiones y aportaciones que hace el trabajo en el tema de la guía dieléctrica en banda invertida.

Es evidente, que independientemente de la utilización de otros métodos de estudio teórico más eficaces o más rigurosos, resta por hacer una gran cantidad de trabajo sobre este tipo de guía dieléctrica; así, un estudio de las características de propagación de modos pares e impares, permitiría abordar la realización de los distintos sistemas pasivos tales como filtros y acoplamientos directivos; antes de la realización de estos últimos sería conveniente analizar las pérdidas por radiación - producidas al girar la guía dieléctrica, condición indispensable para realizar acoplamientos directivos; por medio de estos estudios, estaríamos ya a la altura que hoy se encuentra el estudio y la aplicación de la guía imagen.

Vemos pues la gran distancia existente entre el nivel alcanzado en la realización de dispositivos en líneas microstrip y en líneas dieléctricas; en estas últimas, la inclusión de unidades activas no ha pasado de algún tímido ensayo; lo mismo puede decirse de la realización de elementos no recíprocos, bien mediante unidades de ferrita, bien por la inclusión de diodos PIN; es en este último campo, donde a nuestro juicio, se va a centrar el trabajo de investigación de los próximos años, - no solo por la inclusión de elementos activos en el circuito, sino por algo mucho más importante como es la rea

lización de elementos monolíticos en guía imagen, camino que si bien ya ha sido comenzado, su conclusión solo será posible en un plazo más o menos largo.

## II. ESTUDIO A PARTIR DE CONSTANTES DIELECTRICAS EFECTIVAS

### II.1 Modos $E_{pq}^y$ , $E_{pq}^x$

El estudio riguroso de los distintos sistemas de guías de onda se realiza habitualmente a partir de las ecuaciones de Maxwell con objeto de encontrar el campo electromagnético y la constante de propagación, mediante la integración de las constantes de integración a partir de las condiciones de contorno. Esto sucede en el caso de guías rectangulares, circulares y elípticas. En estos casos se encuentra que la solución es un conjunto doblemente infinito de modos TE y TM, existiendo normalmente una banda de frecuencias en la cual solo se propaga un solo modo, el modo dominante.

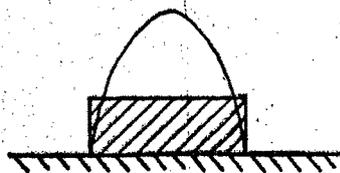
Sin embargo, en el caso en el que la guía se encuentre parcialmente cargada con material dieléctrico, no es posible expresar su solución por un solo modo TE o TM, sino que es preciso utilizar una combinación de modos TE y TM, dando lugar a un nuevo modo que de forma general se denomina modo híbrido, pero que dependiendo del plano en el que se encuentre el vector campo eléctrico o magnético se conoce como modo longitudinal eléctrico

(LSE) o longitudinal magnético (LSM) respectivamente. - Esta denominación se debe al hecho de que, por ejemplo, en el caso de modos LSE, el campo eléctrico es paralelo a la superficie del dieléctrico.

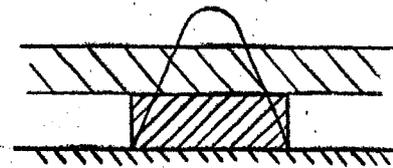
Por otra parte, y desde el primer estudio realizado sobre guías dieléctricas rectangulares o guías imágenes por Marcatili<sup>1,2</sup>, Goell<sup>3</sup> y Marcuse<sup>4</sup>, se supone que la acción de guiado se realiza por reflexión total sobre las paredes del dieléctrico, la cual sólo se produce cuando las mayores componentes de los campos son perpendiculares a la dirección de propagación; los modos pueden agruparse en dos familias  $E_{pq}^x$  y  $E_{pq}^y$ . Los principales componentes del campo de la primera familia son  $E_x$  y  $H_y$  mientras que los de la segunda son  $E_y$  y  $H_x$ . Vemos, pues, que los superíndices  $x$  e  $y$  indican cual es la componente más importante del campo eléctrico, mientras que los subíndices  $p$  y  $q$  indican el número de extremos del campo eléctrico y magnético en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente.

Un estudio posterior, totalmente riguroso, debido a Solbach y Wolf<sup>5</sup>, demuestra, que si bien los modos son híbridos y del tipo  $EH_{pq}$  o  $HE_{pq}$ , la suposición original de Marcatili sobre las componentes fundamentales de los campos se mantenía para la mayor parte de los casos. Sin embargo, en el cálculo de la constante de propagación, las diferencias obtenidas con los resultados de Marcatili solo eran apreciables a frecuencias próximas al corte

de cada modo. Si comparamos los resultados de este análisis riguroso con el método aproximado de la constante dieléctrica efectiva propuesto por Knox y Toullos<sup>6</sup> sobre la guía imagen, vemos que las discrepancias son aun menores. Esto parece demostrar la superioridad del método de la constante dieléctrica efectiva sobre el método de Marcattili. Es por esto, por lo que parece apropiado, con miras a una mayor simplicidad y exactitud, utilizar el método de la constante dieléctrica efectiva para la resolución de la guía dieléctrica en strip invertida.



a) Guía Imagen



b) Guía dieléctrica strip invertida

Figura II-1

Si bien esta guía está compuesta de dos dieléctricos, dada la concentración del campo electromagnético, que a priori esperamos que se produzca, parece lógico asimilarla a una guía imagen rectangular, en la que la constante dieléctrica tenga un valor promedio entre  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ .

Supondremos por tanto que los modos que se propagarán se pueden agrupar en dos familias  $E_{pq}^y$ ,  $E_{pq}^x$ , exactamente igual que en la guía imagen. En el apéndice 1 se demuestra que estas dos familias son, en realidad modos LSM y LSE respectivamente. Así los modos  $E_{pq}^y$  cuyas principales componentes son  $E_y$  y  $H_x$  vendrán dados por las ecuaciones A1.15 y los modos  $E_{pq}^x$  con componentes principales  $E_x$  y  $H_y$  por las ecuaciones A1.24.

La solución en ambos casos es similar, variando únicamente las ecuaciones características.

## II.2 Problema de contorno

La guía dieléctrica en strip invertida se muestra en la Figura II-2:

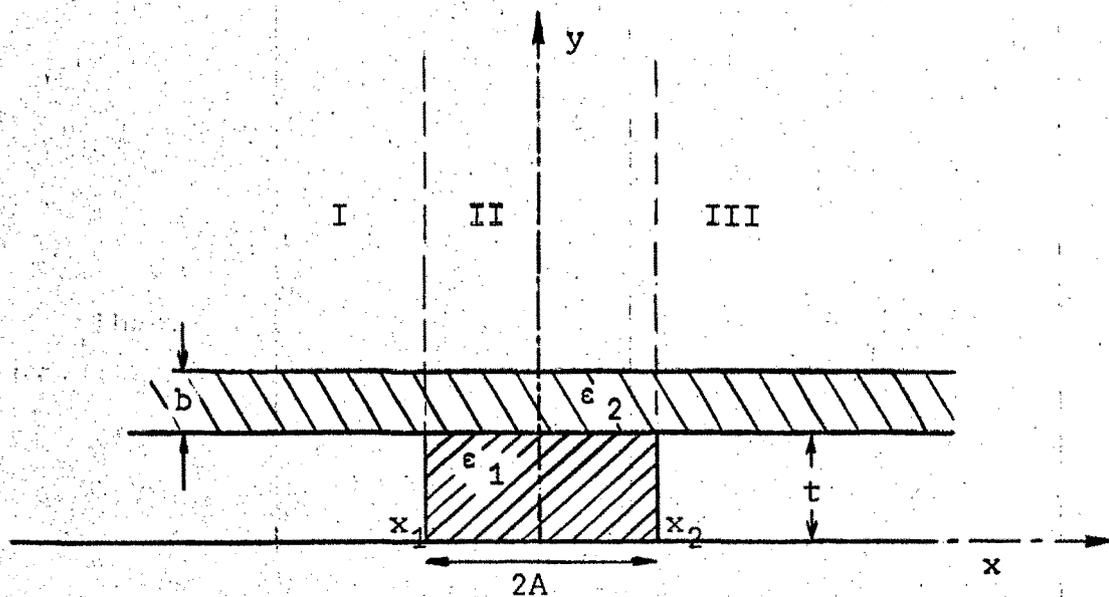


Figura II-2

La aplicación del método de la constante dieléctrica efectiva a la guía problema consiste, en esencia - en lo siguiente:

Si las regiones I, II y III de la Figura 2.2 se suponen infinitas en la dirección  $x$ , obtendremos tres - guías de onda en banda abiertas de tipo multidieléctrico. En este caso, las regiones I y III tienen una sección recta como la mostrada en la Figura II-3a y la región II, la mostrada en la Figura II-3b)

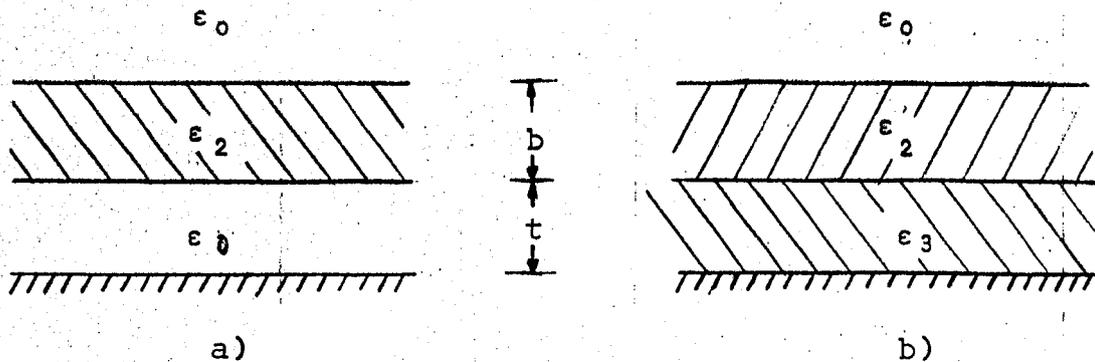


Figura II-3

Las constantes de propagación para estas guías - multidieléctricas se determinan adaptando las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético so-

bre cada dioptrio. Si ahora reemplazamos estas estructuras multidieléctricas por regiones homogéneas infinitas con constantes dieléctricas efectivas, obtendremos la estructura de la Figura II-4

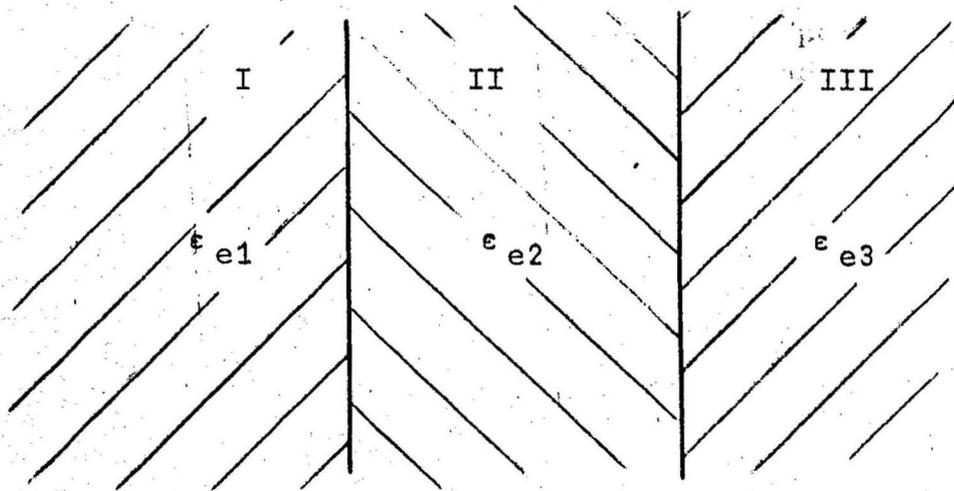


Figura II-4

Las  $\epsilon_{e_i}$  ( $i = 1, 2$ ) que aparecen en la Figura II-3- son las constantes dieléctricas efectivas; éstas, se pueden interpretar como la constante dieléctrica que tendría un medio hipotético infinito en el cual la constante de propagación es idéntica a la original. Evidentemente, en un caso general, la constante dieléctrica efectiva será función de la frecuencia.

Si ahora adaptamos las componentes tangenciales de los campos en la estructura de la Figura II-4 podremos encontrar la constante de propagación  $k_z$ .

Trataremos primeramente el caso de los modos  $E_{pq}^y$ .

### II.3 Estudio de los modos $E_{pq}^y$

En este caso, las componentes de los campos vienen dadas por las ecuaciones (A1.15) con  $\phi^e$  dado por A1.3. El vector de Hertz  $\vec{M}_e$  cumplirá la ecuación A1.13, que, por comodidad reproducimos aquí:

$$\nabla^2 \vec{M}_e + \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e - \phi \nabla^2 \epsilon_r = 0 \quad (2.1)$$

Tanto en la figura 2.2 como en la 2.3, si consideramos cada zona  $\nabla^2 \epsilon_r = 0$  y por tanto (2.1) se transforma a

$$\nabla^2 \vec{M}_e + \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e = 0 \quad (2.2)$$

Sustituyendo  $\vec{M}_e$  por su valor dado en A1.3

$$\nabla^2 \phi^e(x,y) + (\epsilon_r k_0^2 - k_z^2)^2 \phi^e(x,y) = 0 \quad (2.3)$$

En (2.3) se supone una variación con  $z$  de la forma  $e^{-jk_z z}$  que se ha omitido por simplicidad

#### Cálculo de $\epsilon_{e2}$

La geometría a estudiar, es la correspondiente a la figura 2.3b. Como las bandas de material dieléctrico se toman infinitas en la dirección  $x$ , supondremos que  $\phi^e$  solo presenta variación con  $y$ .

En este caso (2.3) se transforma a

$$\frac{\partial^2 \phi^e(y)}{\partial y^2} + k_0^2 \phi^e(y) = 0 \quad (2.4)$$

donde

$$k_p^2 = \begin{cases} n_1^2 & \rightarrow 0 < y < t \\ k_y^2 & \rightarrow t < y < b + t \\ n_3^2 & \rightarrow b + t < y \end{cases} \quad (2.5)$$

con las relaciones siguientes

$$k_{zs}^2 = k_0^2 + n_3^2 = \epsilon_2 k_0^2 - k_y^2 = \epsilon_1 k_0^2 + n_1^2 \quad (2.6)$$

Estamos buscando una solución en la que la mayor parte de la energía se propaga en la lámina de constante dieléctrica mayor  $\epsilon_2$ , y de tal manera que la disminución de la concentración de energía sea rápida al pasar tanto a la lámina de constante dieléctrica  $\epsilon_1$  como al vacío. En este caso supondremos para  $t < y < t + b$  una propagación senoidal, para  $y > b + t$  de forma exponencial decreciente y para  $0 < y < t$  senoidal o atenuada. Entonces las soluciones para (2.4) son de la forma

$$\phi^e(y) = \begin{cases} A \cosh n_1 y + B \sinh n_1 y & 0 < y < t \\ C \cos k_y (y-t) + \\ + D \sin k_y (y-t) & t < y < b + t \\ E e^{-n_3(y-t-b)} & b + t < y \end{cases} \quad (2.7)$$

donde  $n_1$  puede ser real o imaginario, mientras que tanto  $k_y$  como  $n_3$  son siempre reales.

Al aplicar las condiciones de contorno, hacemos uso de la continuidad de las componentes tangenciales del campo electromagnético  $E_z$  y  $H_x$ . De acuerdo con las expresiones A1.15:

$$E_z = \begin{cases} -j \frac{k_z}{\epsilon_1} n_1 \left[ A \sinh n_1 y + B \cosh n_1 y \right] & 0 \leq y \leq t \\ -j \frac{k_z}{\epsilon_2} k_y \left[ -C \sin k_y (y-t) + D \cos k_y (y-t) \right] & t \leq y \leq t+b \\ + j k_z n_3 E e^{-n_3(y-t-b)} & t+b \leq y \end{cases} \quad (2.8)$$

$$H_x = \begin{cases} -\omega \epsilon_0 k_z \left[ A \cosh n_1 y + B \sinh n_1 y \right] & 0 \leq y \leq t \\ -\omega \epsilon_0 k_z \left[ C \cos k_y (y-t) + D \sin k_y (y-t) \right] & t \leq y \leq t+b \\ -\omega \epsilon_0 k_z E e^{-n_3(y-t-b)} & t+b \leq y \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\text{En } y = 0: -j \frac{k_z}{\epsilon_1} n_1 B = 0 \quad (2.10)$$

En  $y = t$ :

$$\text{De la continuidad de } E_z: \frac{n_1}{\epsilon_1} A \sinh n_1 t = \frac{k_y}{\epsilon_2} D \quad (2.11)$$

$$\text{" " " " } H_x: A \cosh n_1 t = C \quad (2.12)$$

En  $y = t + b$ :

$$\text{De la continuidad de } E_z: \frac{k_y}{\epsilon_2} \left[ -C \sin k_y b + D \cos k_y b \right] = -n_3 E \quad (2.13)$$

$$\text{" " " " } H_x: C \cos k_y b + D \sin k_y b = E \quad (2.14)$$

Resolviendo (2.10), (2.11), (2.12), (2.13) y (2.14) obtenemos

$$B = 0 \quad (2.15)$$

$$C = A \cosh n_1 t \quad (2.16)$$

$$D = \frac{\epsilon_2 n_1}{\epsilon_1 k_y} A \sinh n_1 t \quad (2.17)$$

$$E = A \cosh n_1 t \cos k_y b + \frac{\epsilon_2 n_1}{\epsilon_1 k_y} A \sinh n_1 t \sin k_y b \quad (2.18)$$

y la ecuación característica que vendrá dada por:

$$\begin{aligned} & \eta_3 \epsilon_2 k_y \epsilon_1 \cosh \eta_1 t \cos k_y b + \eta_3 \epsilon_2 \eta_1 \sinh \eta_1 t \sin k_y b - \\ & - k_y^2 \epsilon_1 \cosh \eta_1 t \sin k_y b + k_y \epsilon_2 \eta_1 \sinh \eta_1 t \cosh k_y b = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Del conjunto formado por la ecuación característica (2.19) y las relaciones entre las constantes de propagación (2.6), obtenemos estas últimas. Con ellas, obtendríamos las constantes B, C, D y E con lo que la función potencial  $\phi^e(y)$ , salvo la constante A queda

$$\phi^e(y) = \begin{cases} \cosh \eta_1 y \\ \cosh \eta_1 t \cos k_y (y-t) + \\ \quad + \frac{\eta_1 \epsilon_2}{k_y \epsilon_1} \sinh \eta_1 t \sin k_y (y-t) \\ \cosh \eta_1 t \cos k_y b + \\ \quad + \frac{\eta_1 \epsilon_2}{k_y \epsilon_1} \sinh \eta_1 t \sin k_y b e^{-\eta_3 (y-t-b)} \end{cases} \quad (2.20)$$

Dado que

$$k_{zs}^2 = \epsilon_2 k_0^2$$

la constante dieléctrica efectiva para esta configuración vendrá dada por

$$\epsilon_{e2} = \epsilon_2 - \frac{k_y^2}{k_0^2} \quad (2.21)$$

### Cálculo de $\epsilon_{e1}$

En este caso, la configuración viene dada por la Figura II-3a con  $k_p$  dado por

$$k_p = \begin{cases} \eta_3 & 0 \leq y \leq t \\ k_{ys} & t \leq y \leq t + b \\ \eta_3 & t + b \leq y \end{cases} \quad (2.22)$$

con las relaciones siguientes

$$k_{zs1}^2 = k_0^2 + \eta_3^2 = \epsilon_2 k_0^2 - k_{ys}^2 \quad (2.23)$$

Ahora, las soluciones de la ecuación (2.3) son de la forma

$$\phi^e(y) = \begin{cases} A \cosh \eta_3 y + B \sinh \eta_3 y & 0 \leq y \leq t \\ C \cos k_{ys} (y-t) + \\ + D \sin k_{ys} (y-t) & t \leq y \leq t + b \\ E e^{-\eta_3 (y-b-t)} & t + b \leq y \end{cases} \quad (2.24)$$

Tanto  $k_{ys}$  como  $\eta_3$  son siempre reales. Vemos que este caso es idéntico al anterior sin más que hacer  $\eta_1 = \eta_3$  y  $\epsilon_1 = 1$ . En este caso la función potencial  $\phi^e(y)$  será -  
salvo la constante de proporcionalidad A:

$$\phi^e(y) = \begin{cases} \cosh \eta_3 y & 0 \leq y \leq t \\ \cosh \eta_3 t \cos k_{ys} (y-t) + \\ + \frac{\eta_3 \epsilon_2}{k_{ys}} \sinh \eta_3 t \sin k_{ys} (y-t) & t \leq y \leq t + b \\ \left\{ \cosh \eta_3 t \cos k_{ys} b + \frac{\eta_3 \epsilon_2}{k_{ys}} \sinh \eta_3 t \cdot \right. \\ \left. \cdot \sin k_{ys} b \right\} e^{-\eta_3 (y-t-b)} & t + b \leq y \end{cases} \quad (2.25)$$

con la ecuación característica dada por

$$\begin{aligned} & \eta_3 \epsilon_2 k_{ys} \cosh \eta_3 t \cos k_{ys} b + \eta_3^2 \epsilon_2^2 \sinh \eta_3 t \sin k_{ys} b + \\ & + k_{ys} \eta_3 \epsilon_2 \sinh \eta_3 t \cos k_{ys} b - k_{ys}^2 \cosh \eta_3 t \sin k_{ys} b = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Como  $k_{zs1}^2 = \epsilon_{e1} k_0^2$ , la constante dieléctrica efectiva - en este caso vale

$$\epsilon_{e1} = \epsilon_2 - \frac{k_{ys}^2}{k_0^2} \quad (2.27)$$

Cálculo de  $k_x$  y  $k_z$ :

Ahora, y volviendo a la Figura II-2, y remplazando las regiones I y III por dos medios infinitos en la dirección "y" y con constantes dieléctricas efectivas  $\epsilon_{e1}$  y la región 2 por un medio también infinito en la direc-

ción "y" y con constante dielectrica efectiva  $\epsilon_{e2}$ , obtenemos la configuración que se muestra en la Figura II-4. A partir de esta estructura, podemos determinar la constante de propagación  $k_z$ , adaptando las componentes tangenciales de las 3 zonas, como las zonas son infinitas en la dirección "y", las expresiones de los campos solo variarán con  $x$ . Además, la mayor parte de la energía debe estar concentrada en la región II, por lo que se supondrá en esta zona una variación sinusoidal de los campos; en las regiones I y III, y para mantener una propagación guiada, se supone que los campos decaen exponencialmente.

Entonces

$$\phi^e(x) = \begin{cases} A e^{-\xi(x-x_1)} & x \leq x_1 \\ B \cos k_x(x-x_1) + C \operatorname{sen} k_x(x-x_1) & x_1 \leq x \leq x_2 \\ D e^{-\xi(x-x_2)} & x_2 \leq x \end{cases} \quad (2.28)$$

donde  $k_x$  es la constante de propagación en la dirección  $x$  para la región II y  $\xi$  la de atenuación en las regiones I y III. La ecuación (2.28) es solución de la ecuación (2.4) sin mas que cambiar la dependencia con  $y$  por una dependencia con  $x$ . La relación entre las constantes de separación es

$$k_z^2 = \epsilon_{e1} k_0^2 + \xi^2 = \epsilon_{e2} k_0^2 - k_x^2 \quad (2.29)$$

donde  $k_z$  es la constante de propagación de la estructura original. En este caso, aplicaremos las condiciones de contorno a las componentes  $H_z$  y  $E_y$

Así, para  $x = x_1$ :

la conservación de  $H_z$ :

$$j\omega \epsilon_0 \xi A = j\omega \epsilon_0 C k_x \quad (2.30)$$

la conservación de  $E_y$ :

$$\frac{1}{\epsilon_{e2}} (k_z^2 - \xi^2) A = \frac{1}{\epsilon_{e2}} (k_z^2 + k_x^2) B \quad (2.31)$$

En  $x = x_2$ :

la conservación de  $H_z$ :

$$j\omega \epsilon_0 \left[ -B k_x \sin k_x (x_2 - x_1) + C k_x \cos k_x (x_2 - x_1) \right] = -j\omega \epsilon_0 \xi D \quad (2.32)$$

la conservación de  $E_y$ :

$$\frac{1}{\epsilon_{e2}} (k_z^2 + k_x^2) \left[ B \cos k_x (x_2 - x_1) + C \sin k_x (x_2 - x_1) \right] = \frac{1}{\epsilon_{e1}} (k_z^2 - \xi^2) D \quad (2.33)$$

De estas 4 ecuaciones resulta

$$B = \frac{\epsilon_{e2}}{\epsilon_{e1}} \cdot \frac{k_z^2 - \xi^2}{k_z^2 + k_x^2} A = A \quad (2.34)$$

$$C = \frac{-\xi}{k_x} A \quad (2.35)$$

$$D = A \frac{k_x}{\xi} \left[ \text{sen } k_x (x_2 - x_1) - \text{cos } k_x (x_2 - x_1) \right] \quad (2.36)$$

y la ecuación característica

$$(\xi^2 - k_x^2) \text{sen } k_x (x_2 - x_1) + 2 \xi k_x \text{cos } k_x (x_2 - x_1) \quad (2.37)$$

Tanto  $\xi$  como  $k_x$  son reales.

#### II.4 Estudio de los modos $E_{pq}^x$

En este caso las componentes de los campos vienen dadas por las ecuaciones (A1.24). La ecuación en derivadas parciales que  $\vec{M}_h$  debe satisfacer es la (A1.21); tomando  $\vec{M}_h$  como dado por (A1.23), queda

$$\nabla^2 \phi^h + k_p^2 \phi^h = 0 \quad (2.38)$$

con

$$k_p^2 = \epsilon_r k_o^2 - k_z^2 \quad (2.39)$$

El procedimiento es idéntico al caso de los modos  $E_{pq}^y$ .

### Cálculo de $\epsilon_2$

La resolución de la ecuación (2.38) para esta geometría (Figura II-3b) sería

$$\phi^h(y) = \begin{cases} A \sinh \eta_1 y & 0 \leq y \leq t \\ B \cos k_y (y-t) + C \sin k_y (y-t) & t \leq y \leq t+b \\ D e^{-\eta_0 (y-t-b)} & t+b \leq y \end{cases} \quad (2.40)$$

donde los valores de  $\eta_1$ ,  $k_y$  y  $\eta_0$  están ligados por las relaciones

$$k_{zs}^2 = \epsilon_2 k_o^2 - k_y^2 = \epsilon_1 k_o^2 + \eta_1^2 = k_o^2 + \eta_o^2 \quad (2.41)$$

En este caso  $\eta_1$  puede ser real o imaginario y  $k_y$ ,  $\eta_o$  son siempre reales.

Las componentes del campo electromagnético a adaptar son  $E_x$  y  $H_z$

Así en  $y = t$

$$\text{Por la continuidad de } E_x: A \sinh \eta_1 t = B \quad (2.42)$$

$$\text{" " " } H_z: \eta_1 A \cosh \eta_1 t = k_y C \quad (2.43)$$

En  $y = t + b$

$$\text{Por la continuidad de } E_x: B \cos k_y b + C \sin k_y b = D \quad (2.44)$$

$$\text{" " " } H_z - k_y \left[ -B \sin k_y b + C \cos k_y b \right] = \eta_o D \quad (2.45)$$

sustituyendo los valores de las constantes B, C, D, obtenidos de (2.42), (2.43) y (2.44) en la ecuación (2.45) - se obtiene la ecuación característica

$$\begin{aligned} & n_0 k_y \sinh n_1 t \cos k_y b + n_1 n_0 \cosh n_1 t \sin k_y b + \\ & + n_1 k_y \cosh n_1 t \cos k_y b - k_y^2 \sinh n_1 t \sin k_y b = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

La constante dieléctrica efectiva viene dada por

$$\epsilon_{e2} = \epsilon_2 - \frac{k_y^2}{k_0^2} \quad (2.47)$$

Cálculo de  $\epsilon_{e1}$

Ahora (Figura II-3a) la expresión para  $\phi^h(y)$  es:

$$\phi^h(y) = \begin{cases} A \sinh n_3 y \\ B \cos k_{ys} (y-t) + C \sin k_{ys} (y-t) \\ D e^{-n_3(y-t-b)} \end{cases} \quad (2.48)$$

con las relaciones

$$k_p^2 = k_0^2 + n_3^2 = \epsilon_2 k_0^2 - k_{ys}^2 \quad (2.49)$$

Las componentes a adaptar son  $E_x$  y  $H_z$  y se obtienen unos valores de las constantes

$$B = A \operatorname{senh} \eta_3 t \quad (2.50)$$

$$C = \frac{\eta_3}{k_{ys}} A \operatorname{cosh} \eta_3 t \quad (2.51)$$

$$D = A (\operatorname{senh} \eta_3 t \cos k_{ys} b + \frac{\eta_3}{k_{ys}} \operatorname{cosh} \eta_3 t \operatorname{sen} k_{ys} b) \quad (2.52)$$

con la ecuación característica queda

$$\begin{aligned} & \eta_3 k_{ys} \operatorname{senh} \eta_3 t \cos k_{ys} b + \eta_3^2 \operatorname{cosh} \eta_3 t \operatorname{sen} k_{ys} b + \\ & + \eta_3 k_{ys} \operatorname{cosh} \eta_3 t \cos k_{ys} b - k_{ys}^2 \operatorname{senh} \eta_3 t \operatorname{sen} k_{ys} b = 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

La constante dieléctrica efectiva sería

$$\epsilon_{e1} = \epsilon_1 - \frac{k_{ys}^2}{k_0^2} \quad (2.54)$$

### Cálculo de $k_x$ y $k_z$

Remplazando las regiones I, II y III por su equivalentes, obtendremos de nuevo el sistema de la Figura - III#4, cuya relación es de la forma

$$\phi^h(x) = \begin{cases} A e^{-\xi(x-x_1)} & x \leq x_1 \\ B \cos k_x(x-x_1) + C \operatorname{sen} k_x(x-x_1) & x_1 \leq x \leq x_2 \\ D e^{-\xi(x-x_2)} & x_2 \leq x \end{cases} \quad (2.55)$$

donde

$$k_z^2 = \epsilon_{e1} k_0^2 + \xi^2 = \epsilon_{e2} k_0^2 - k_x^2 \quad (2.56)$$

Las componentes de los campos a adaptar son  $H_y$  y  $E_z$ , obteniéndose

$$B = \frac{\epsilon_{e1}}{\epsilon_{e2}} A \quad (2.57)$$

$$C = \frac{\xi}{k_x} A \quad (2.58)$$

$$D = \left[ \frac{k_x}{\xi} \frac{\epsilon_{e1}}{\epsilon_{e2}} \sin k_x (x_2 - x_1) - \cos k_x (x_2 - x_1) \right] A \quad (2.59)$$

y la ecuación característica

$$2 k_x \xi \epsilon_{e1} \epsilon_{e2} \cos k_x (x_2 - x_1) + (\xi^2 \epsilon_{e2}^2 - k_x^2 \epsilon_{e1}^2) \sin k_x (x_2 - x_1) = 0 \quad (2.60)$$

Tanto  $k_x$  como  $\xi$  son reales

## II.5 Procedimiento numérico de solución

Dada la analogía existente en el proceso numérico de solución para los modos  $E_{pq}^y$  y  $E_{pq}^x$ , describiremos en detalle únicamente el concerniente a los modos  $E_{pq}^y$ , y posteriormente veremos las diferencias entre éste y el de los modos  $E_{pq}^x$ . Dada la forma implícita que presentan las ecuaciones, será necesario recurrir a un proceso nu-

mérico de solución.

En primer lugar, y mediante la ecuación (2.19), - partiendo de un valor próximo a cero de  $k_y$ , se calculan  $n_1$  y  $n_3$  estos valores sustituidos en la ecuación característica (2.6) daran un valor a la función. El cálculo de la ecuación característica se realiza por la función DET. Incrementos iguales en el valor de  $k_y$ , producirán - distintos valores de la función. El proceso continúa hasta un limite dado por la condición de que  $n_3$  debe de ser real. Los sucesivos cambios de signo observados en el valor de la función, indicarian la existencia de una solución, que se aproximaría a la precisión necesaria por medio de la subrutina UU, la cual, rechazando los posibles polos, hace uso del método de bisección. Si bien este método de cálculo es mas lento que, por ejemplo, el uso de un proceso de interpolación con posterior aproximación de soluciones por el de Newton, tiene la ventaja de ser siempre convergente, supuesto un incremento de  $k_y$  suficientemente pequeño. Asi, se ha constatado, que utilizando interpolación, existen casos en los que la función varia tan rápidamente, que no es posible encontrar solución, dando lugar a la desaparición de soluciones, - lo que daría lugar a su vez, a interpretaciones físicas erroneas de modos radiantes. Para cada valor solución  $k_y$  se calcula  $\epsilon_{e2}$  hasta un máximo de 5 posibles valores.

A continuación, de forma totalmente independiente, pero similar, se calcula el valor de  $k_{ys}$  y de  $\epsilon_{e1}$ .

Lo único que varia es la función que nos da la ecuación característica, siendo ahora la función FET, y las ecuaciones (2.6) y (2.19), que en este caso se sustituyen por las (2.23) y (2.26).

Como los dos procesos de búsqueda de las soluciones de  $\epsilon_{e2}$  y  $\epsilon_{e1}$  son independientes entre si, deberemos considerar ahora todas las combinaciones posibles entre los distintos valores posibles de  $\epsilon_{e2}$  y  $\epsilon_{e1}$ . Para cada combinación considerada, y de forma similar, se calculan los posibles valores de  $k_x$  y de aquí, los de  $k_z$ , a partir de las ecuaciones (2.29) y (2.37). El límite superior de  $k_z$  sería  $k_0 \sqrt{\epsilon_2}$ . La función, en este caso es GET. Así obtendremos los valores de  $k_{z(m,n,r)}$  donde los subíndices  $n$ ,  $m$  y  $r$  indican lo siguiente: Con la solución  $n$ -ésima de  $\epsilon_{e2}$  y la solución  $m$ -ésima de  $\epsilon_{e1}$ , sustituidas en (2.29) y (2.37), obtenemos la solución  $r$ -ésima de  $k_x$  y por tanto de  $k_z$ . Es evidente, que de esta solución nada podemos decir sobre que modo  $E_{pq}^y$  se trata, siendo necesario encontrar la gráfica de variación del campo electromagnético para identificar el modo.

Con los valores hallados, calcularemos las constantes que aparecen en las expresiones de  $\phi^e$  y de aquí la variación de las componentes  $E_y$  con "x" y  $D_y$  con "y", lo cual ya permite una identificación del modo.

Es evidente, que dadas las distintas geometrias y frecuencias para las cuales es preciso buscar solución, el número de estas soluciones encontradas será variable

y por tanto el tiempo de CPU utilizado en la resolución del problema también variará. Sin embargo, se puede considerar válida una estimación media de 3 segundos de tiempo de CPU para cada geometría y frecuencia sobre un miniordenador Data General modelo Eclipse. Esta estimación es el valor medio para un rango de frecuencias entre 10 y 90 Gc, con intervalos de 5 Gc.

## II.6 Resultados

### a) Influencia de las dimensiones:

Con objeto de observar la variación de la constante de propagación normalizada a  $k_0$  con la frecuencia, hemos aplicado el proceso numérico anteriormente descrito al estudio de diversas geometrías. Con ello se pretende observar la influencia de las dimensiones de la guía sobre las constantes dieléctricas efectivas, las constantes de propagación y la forma de los campos. En todos estos casos se ha supuesto la utilización de materiales dieléctricos con permitividades relativas 3,8 y 2,1. Estas permitividades pertenecen al cuarzo fundido y al teflón respectivamente; la razón de su uso estriba en el hecho de que, debido a su baja tangente de pérdidas, son los que se utilizarían en las aplicaciones a frecuencias superiores a los 50 Gc. El intervalo de frecuencias estudiado va desde 10 Gc hasta 90 Gc con pasos de 5 Gc salvo en las zonas de corte de los modos, en las que se han analizado en algunos casos, una a una. En todos los casos, se han considerado constantes las permitividades

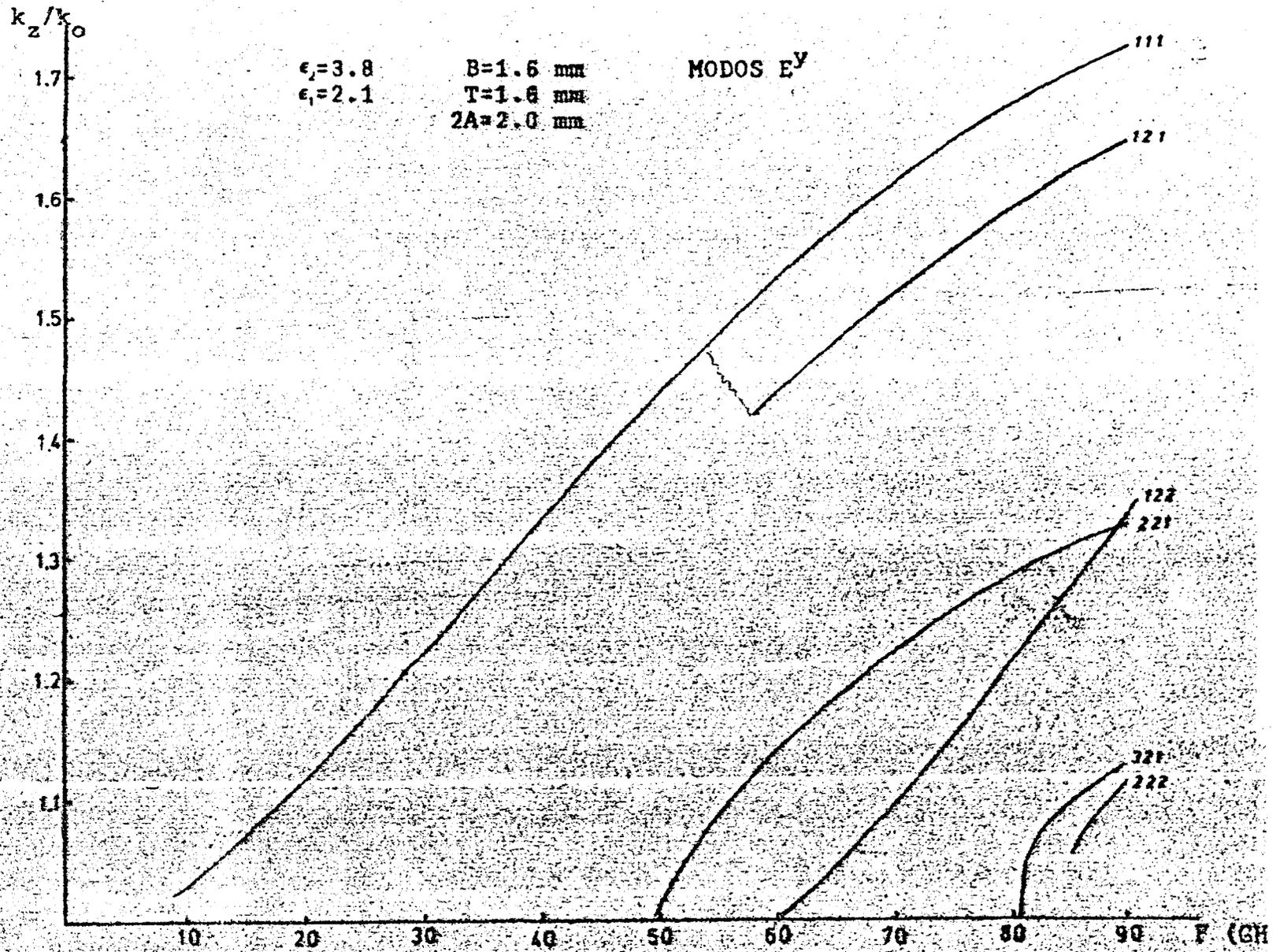
dielectricas relativas en la banda de frecuencias de interés; esta suposición no es excesiva, pues tanto el cuarzo como el teflón conservan el valor de su constante dieléctrica prácticamente constante hasta al menos 40 Gc. Por otra parte, y por encima de esta frecuencia, no existen que conozcamos, medidas fiables de permitividades.

Las geometrías estudiadas, se pueden dividir en dos grandes grupos: aquellas que tienen como espesor de la banda dieléctrica superior  $B$  de 1.6 mm y las que tienen de espesor 1 mm. Para cada una de ellas se han variado el espesor y la anchura de la banda dieléctrica inferior  $T$  y  $2A$  respectivamente entre 1.6 mm y 0.8 mm con intervalo de 0.4 mm y entre 2 mm y 8 mm con intervalo de 2 mm. En esta memoria solo presentaremos los resultados necesarios para poder deducir las relaciones entre las variaciones geométricas y las variaciones sobre el número de modos, constante de propagación y campos.

En las gráficas 2.5 y 2.8 se estudia la variación con la dimensión  $2A$ , de  $k_z/k_0$  para los modos  $E^y$ . Se observa que al aumentar la anchura del dieléctrico inferior, el número de modos aumenta ostensiblemente, así como el valor de la constante de propagación normalizada. Es evidente que a partir del uso de estas curvas, no es posible identificar los modos de los que se trata, por lo que sobre cada una de ellas se colocan los subíndices que indican el orden de solución matemática. Más

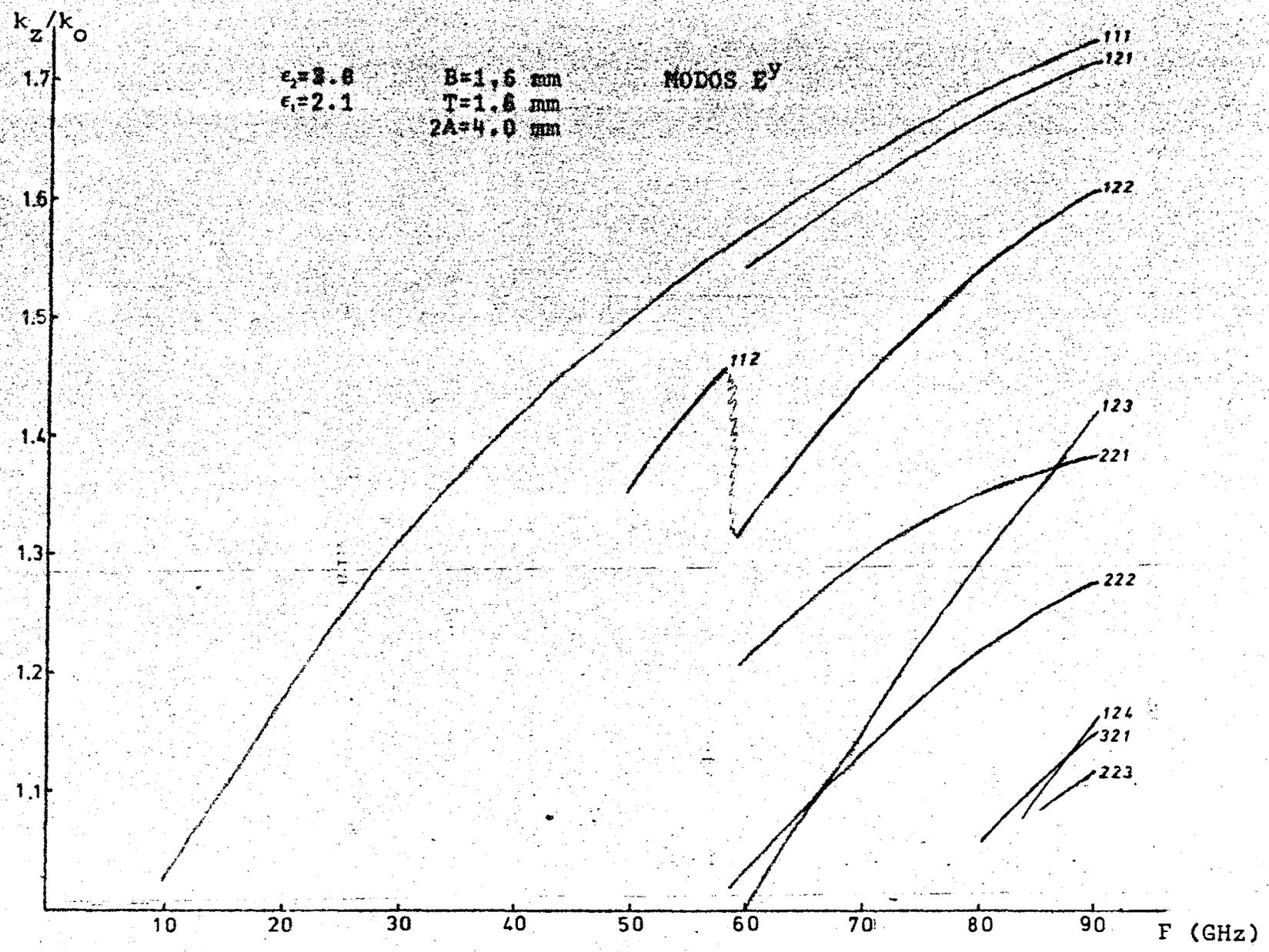
442

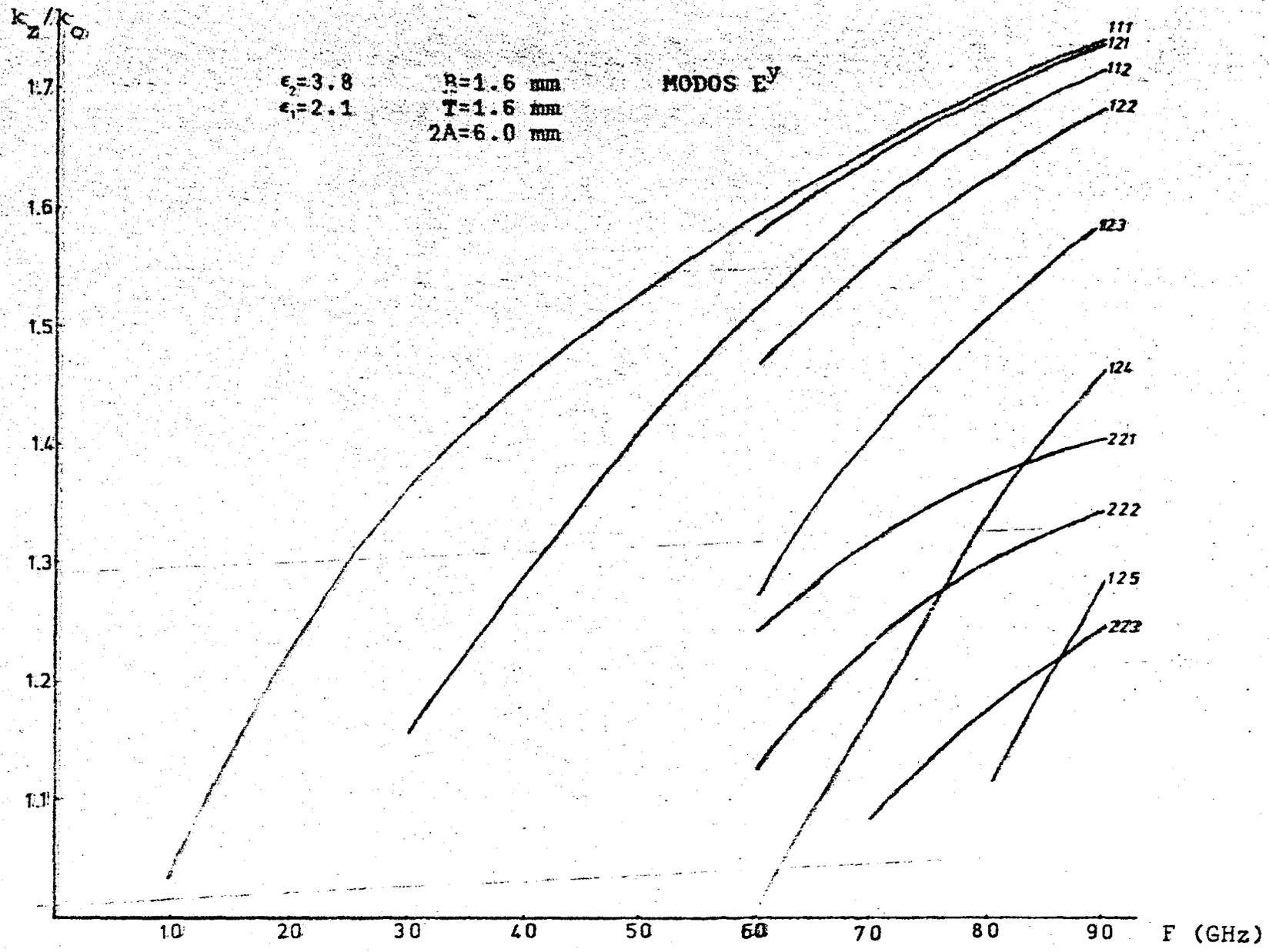
Gráfica 2.5



43

Gráfica 2.6

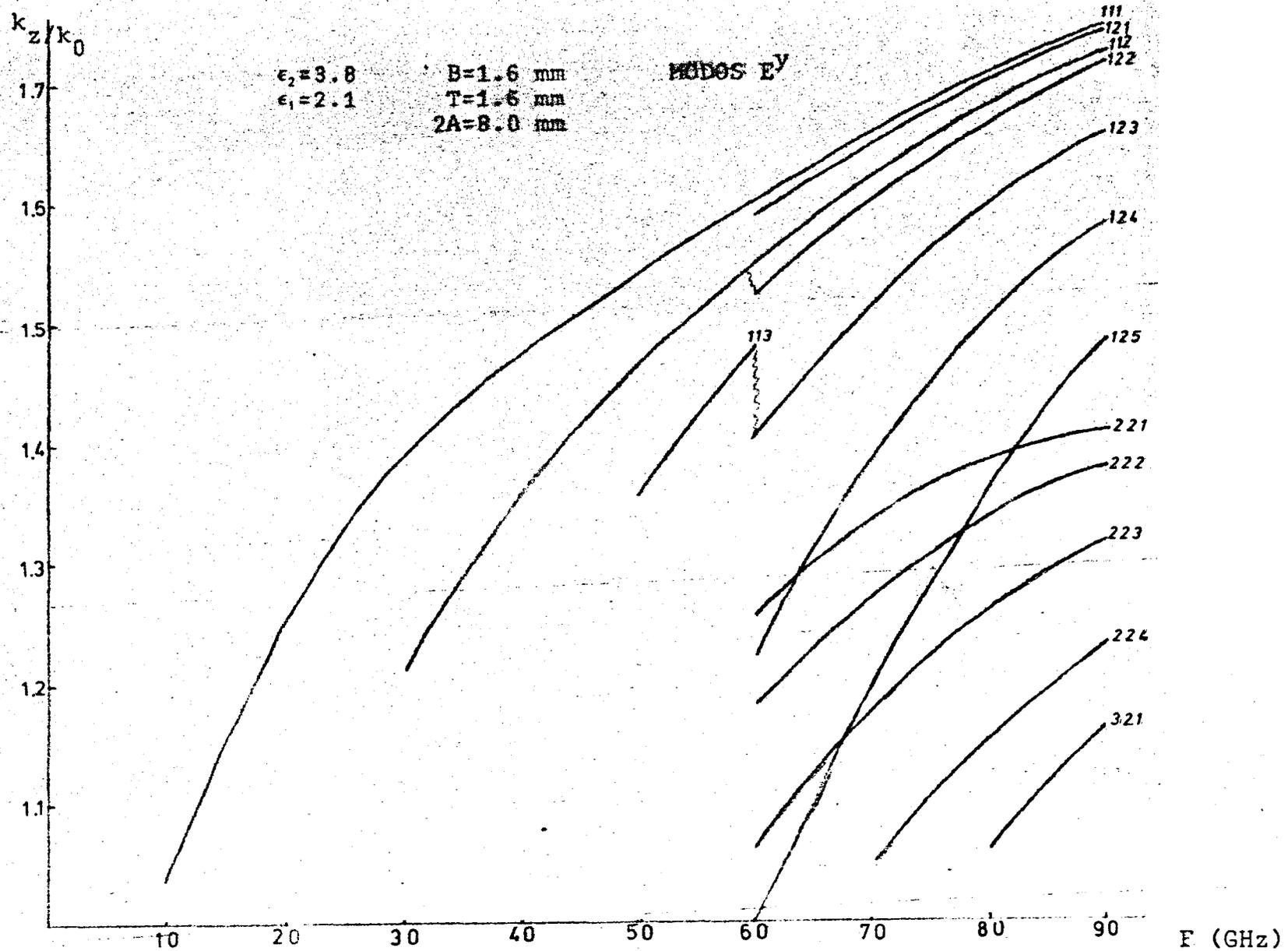




Gráfica 2.7

44

Gráfica 2.8

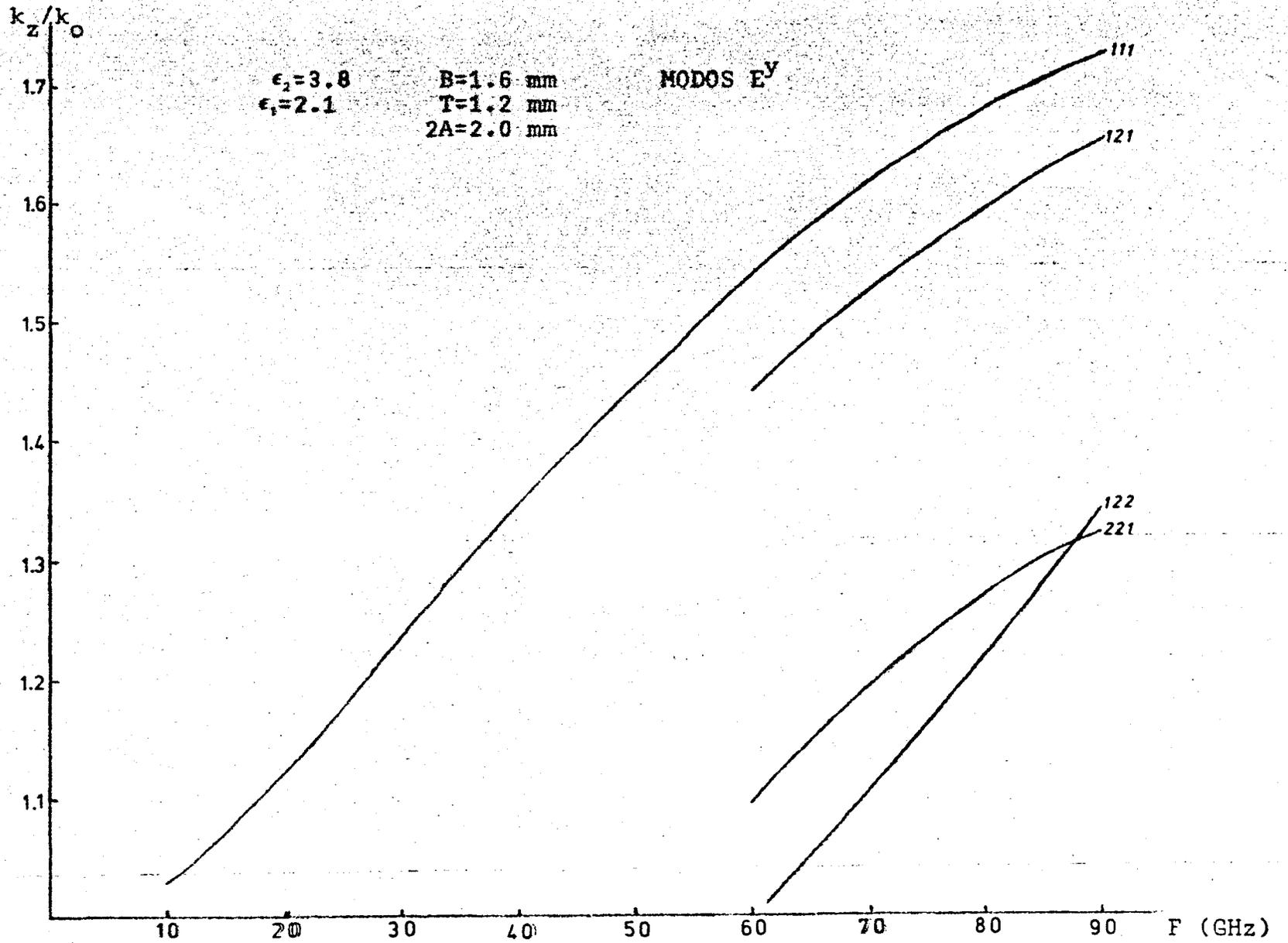


adelante, cuando veamos la variación de los campos con la posición, identificaremos los ordenes de las soluciones matemáticas con las físicas.

Las gráficas 2.5, 2.9 y 2.10 dan cuenta de la variación de  $k_z/k_0$  con la altura del dieléctrico inferior T para modos  $E^y$ . Se puede observar en ellas que mientras que  $k_z/k_0$  aumenta para el modo (111) al disminuir T, para los modos superiores disminuye, con lo que el ancho de banda de la guía aumenta.

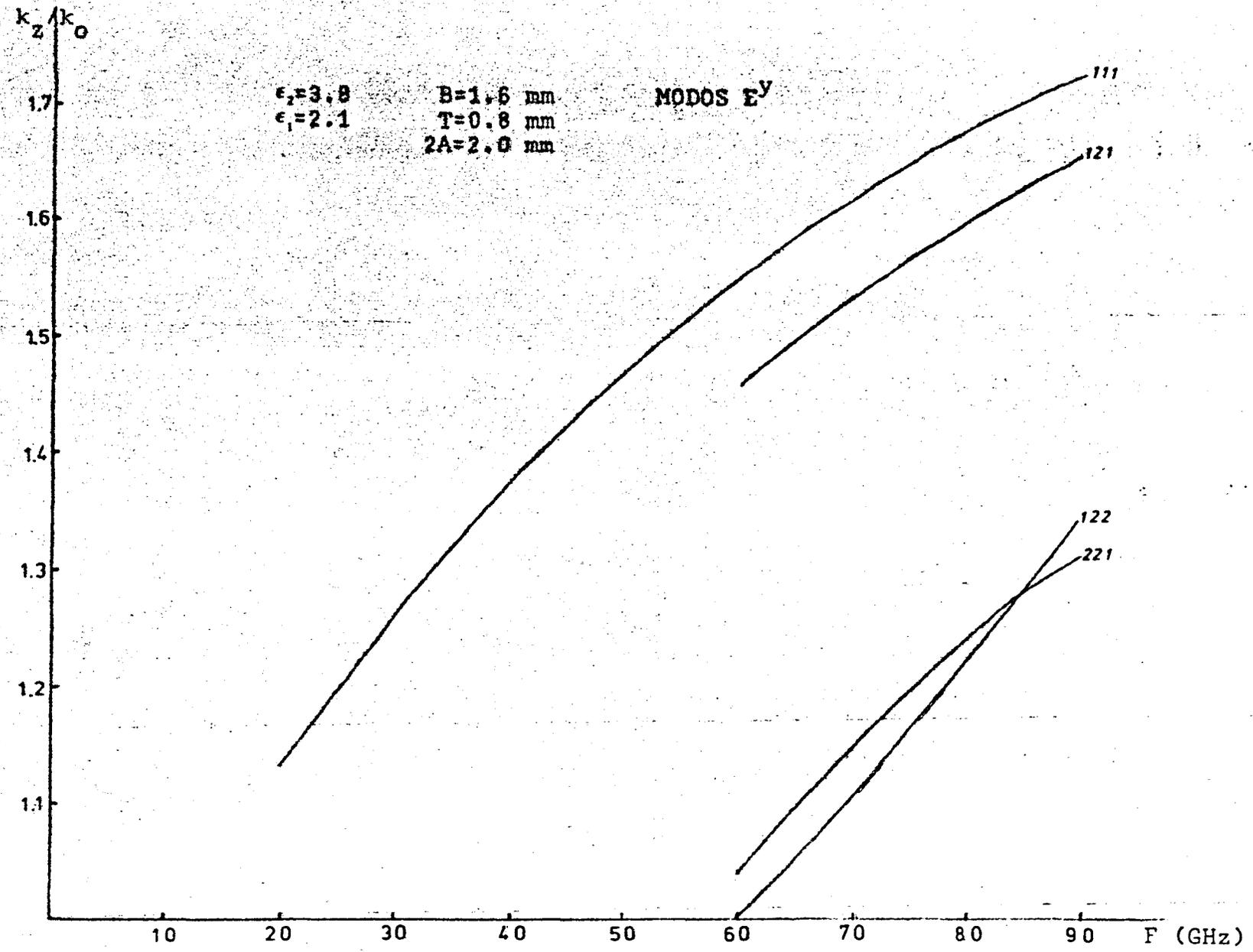
En la gráfica 2.5 y 2.11 se observa la influencia del espesor del dieléctrico superior B. En este caso,  $k_z/k_0$  disminuye para el modo fundamental (111) al disminuir B, y al mismo tiempo, todos los modos superiores han desaparecido, al menos en la zona de interés. Vemos pues, que el número de modos depende fuertemente de A y de T, y en mucha menor proporción de B.

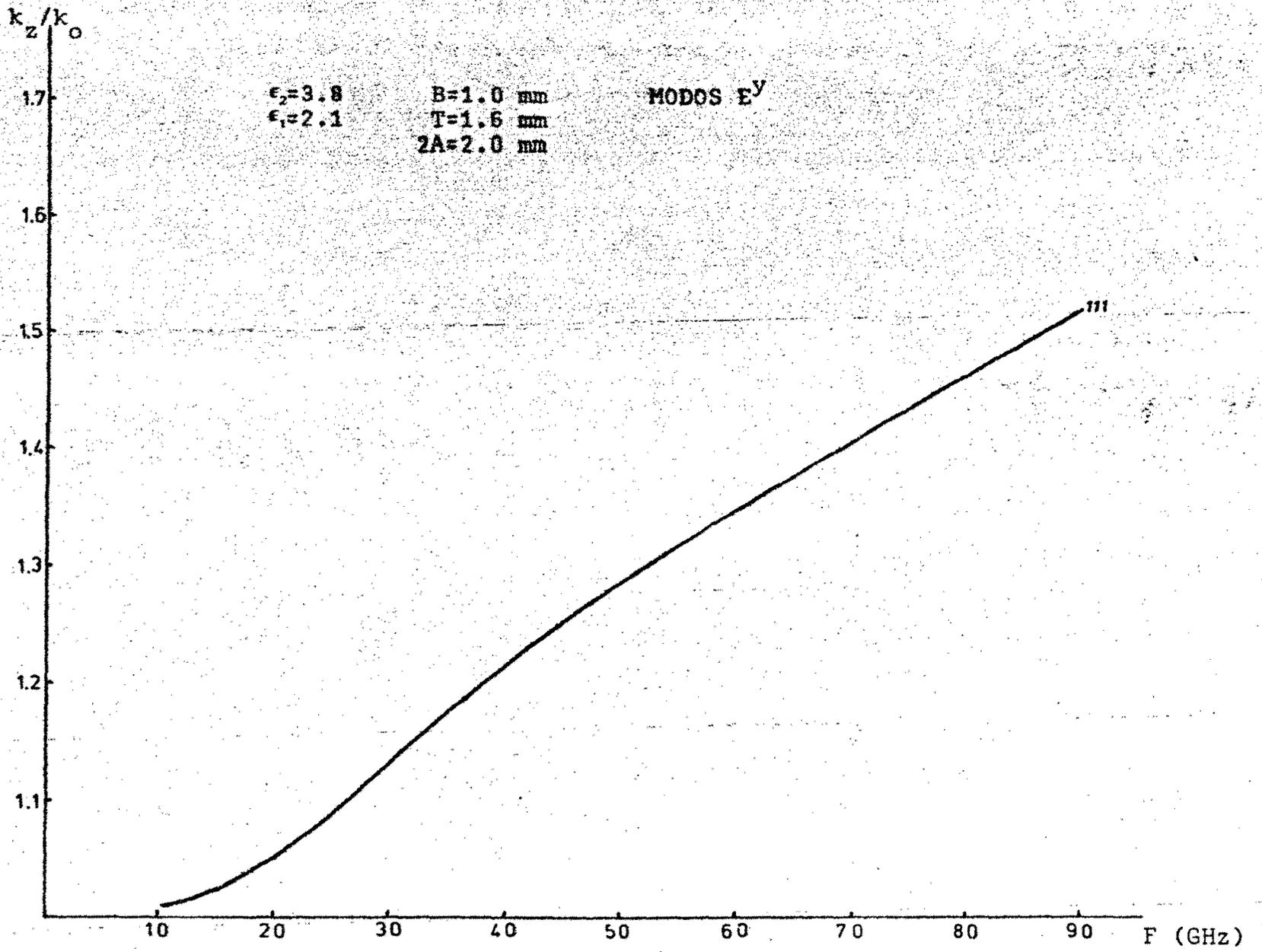
Las gráficas 2.12 - 2.15 muestran la variación de la componente  $E_y$  para los modos (111) y (121) con las coordenadas y con la frecuencia. En la gráfica 2.12 correspondiente al modo (111) a una frecuencia de 60 Gc, se observa que en el plano de tierra, el campo está 10 db por debajo de su valor máximo, el cual se sitúa en el dieléctrico superior. Al mismo tiempo se observa que el modo cuya formulación matemática ha sido denominada como (111) corresponde al modo físico  $E_{11}^y$ . Comparando la gráfica 2.12 y la 2.14 correspondientes a idéntica geometría y modo, aunque a distinta frecuencia, observamos



Gráfica 2.9

Gráfica 2.10  
48





49

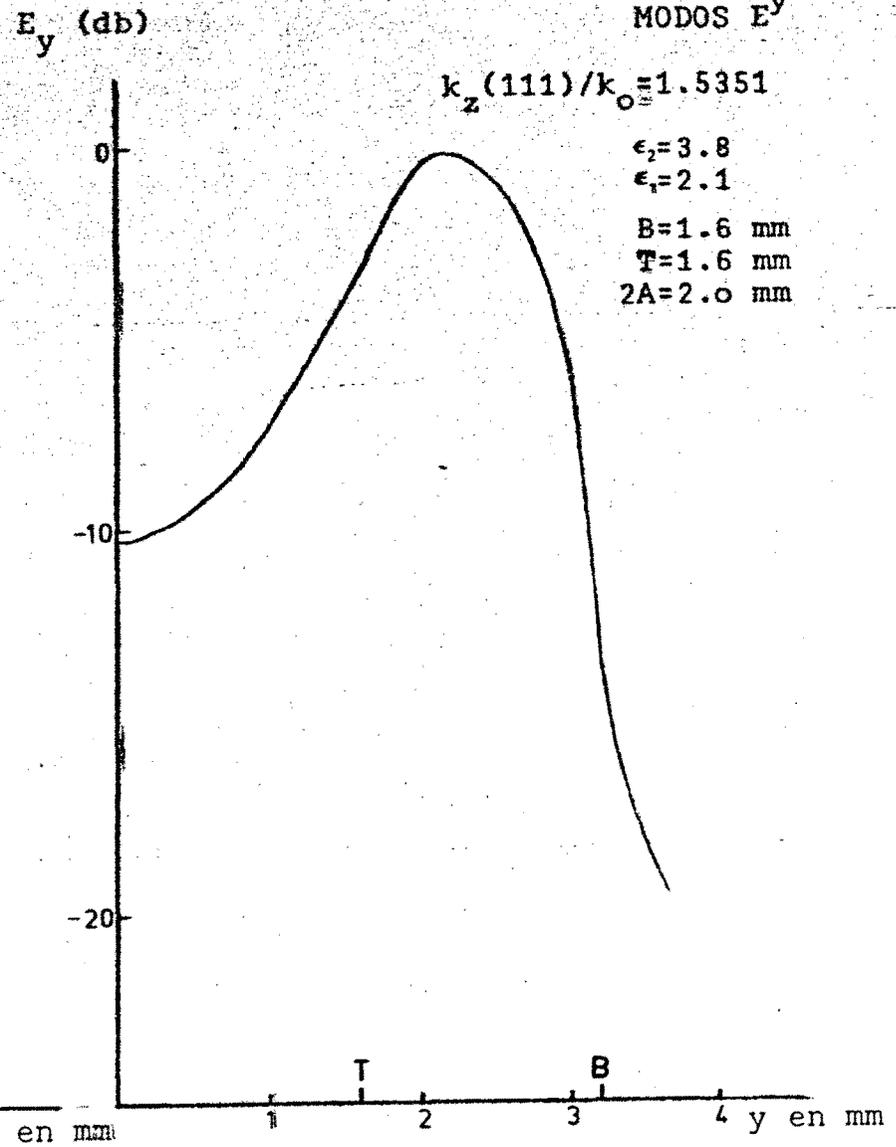
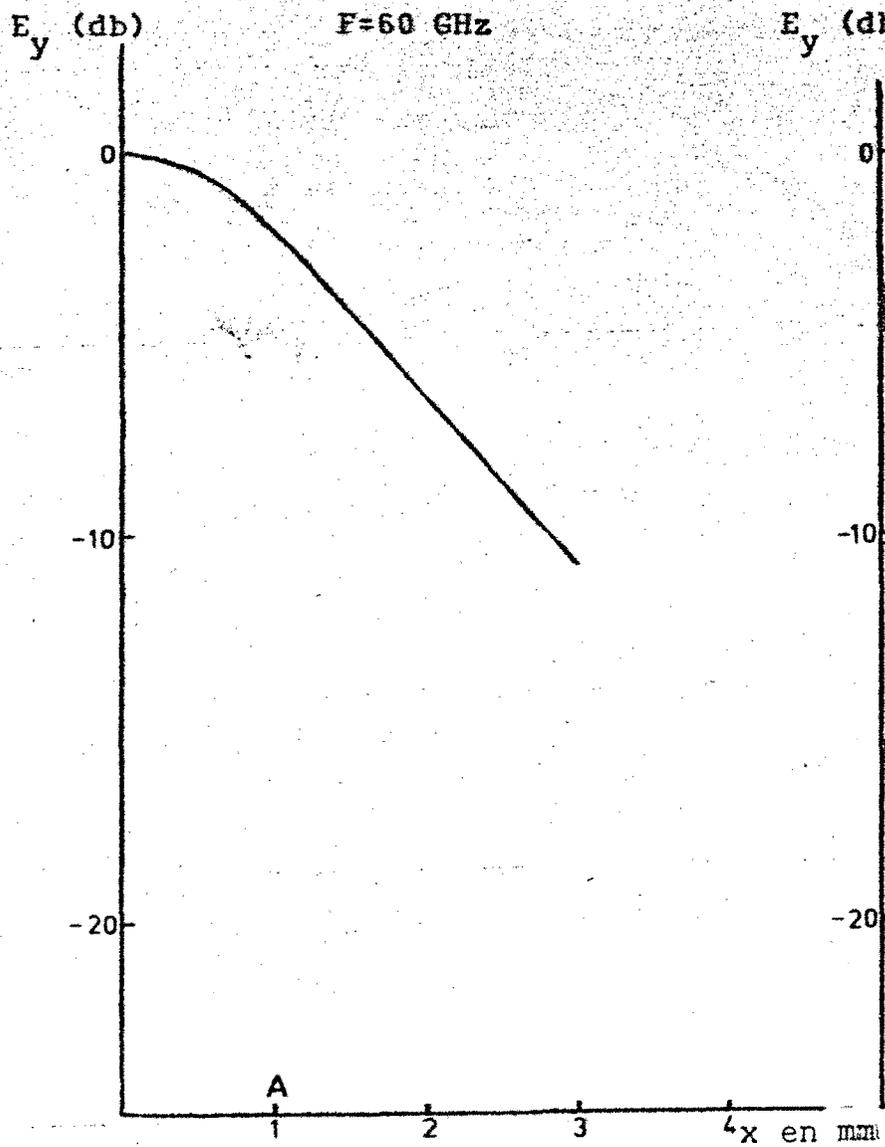
Gráfica 2.11

que el campo en la superficie conductora ha disminuido -  
aun más al aumentar la frecuencia (16 db) pero su dismi-  
nución al aumentar la coordenada  $x$  es mas lenta.

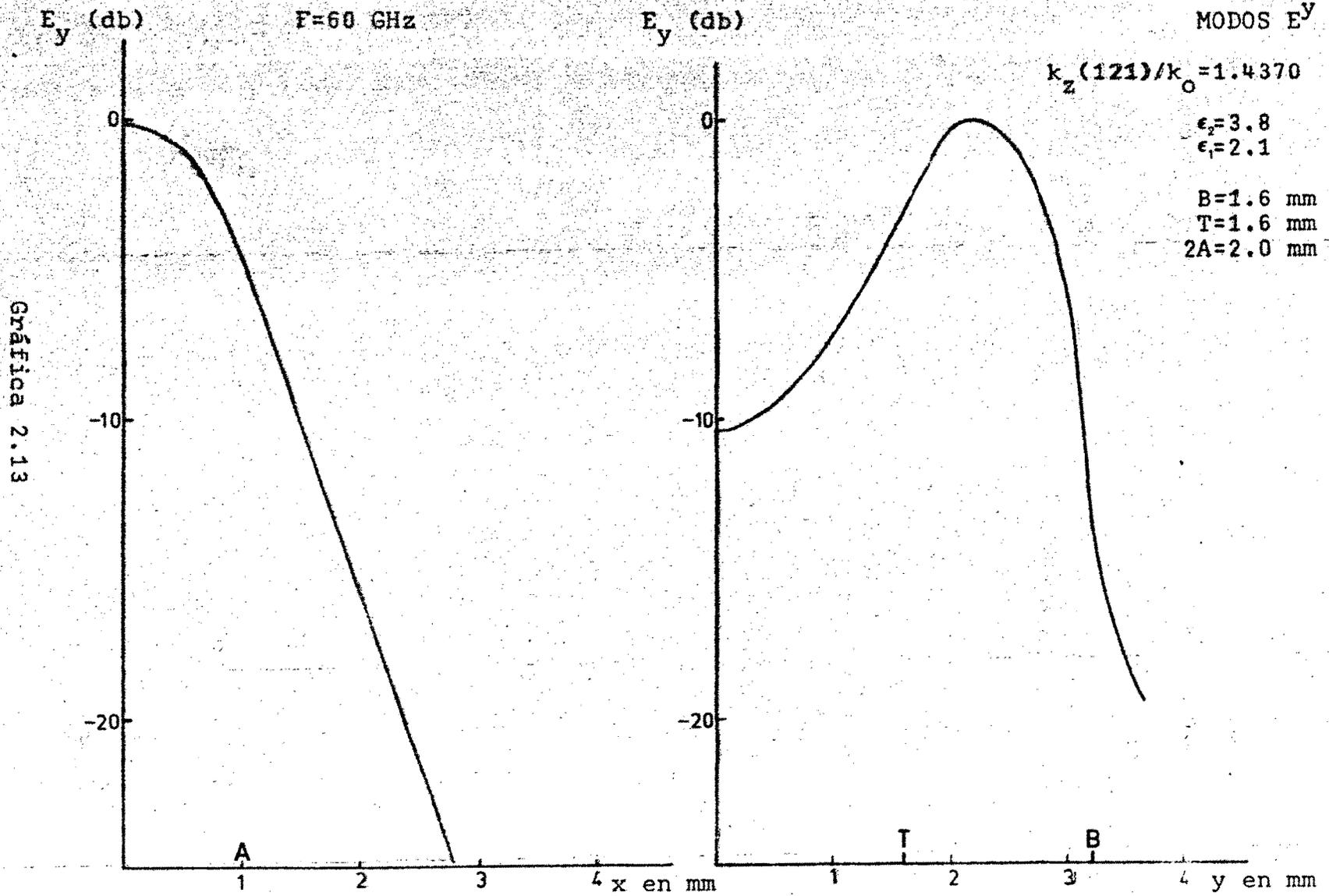
En las gráficas (2.13) y (2.14) observamos la va-  
riación de  $E_y$  para el modo que hemos denominado (1,2,1)  
y para las mismas geometrias y frecuencias que en los -  
dos casos anteriores. Si bien la variación con  $x$  e  $y$  -  
presentan el mismo número de maximales, que el modo -  
(111) se observa que la concentración de campo en la di-  
rección  $x$  es mucho mas acusada. Este hecho lleva a consi-  
derar también de momento este modo como el  $E_{11}^y$ .

La tabla 2.1 da cuenta de la relación entre los -  
ordenés de las soluciones matemáticas, la variación con  
las coordenadas  $x$  e  $y$  y los posibles modos  $E_{nm}^y$ . En ella  
se observa que los modos (111) y (121) por una parte, =  
los (112) y (122) por otra y los (113) y (123) pueden có-  
rresponder respectivamente a los  $E_{11}^y$ ,  $E_{21}^y$  y  $E_{31}^y$ . Estas -  
anomalías, dada la forma aproximada de solución que he-  
mos aplicado, permiten suponer que parte de ellos son so-  
luciones puramente matemáticas sin realidad física. Este  
hecho, se pone aun mas de manifiesto al observar las grá-  
ficas 2.5 - 2.8 y ver las analogías existentes entre los  
3 pares de modos.

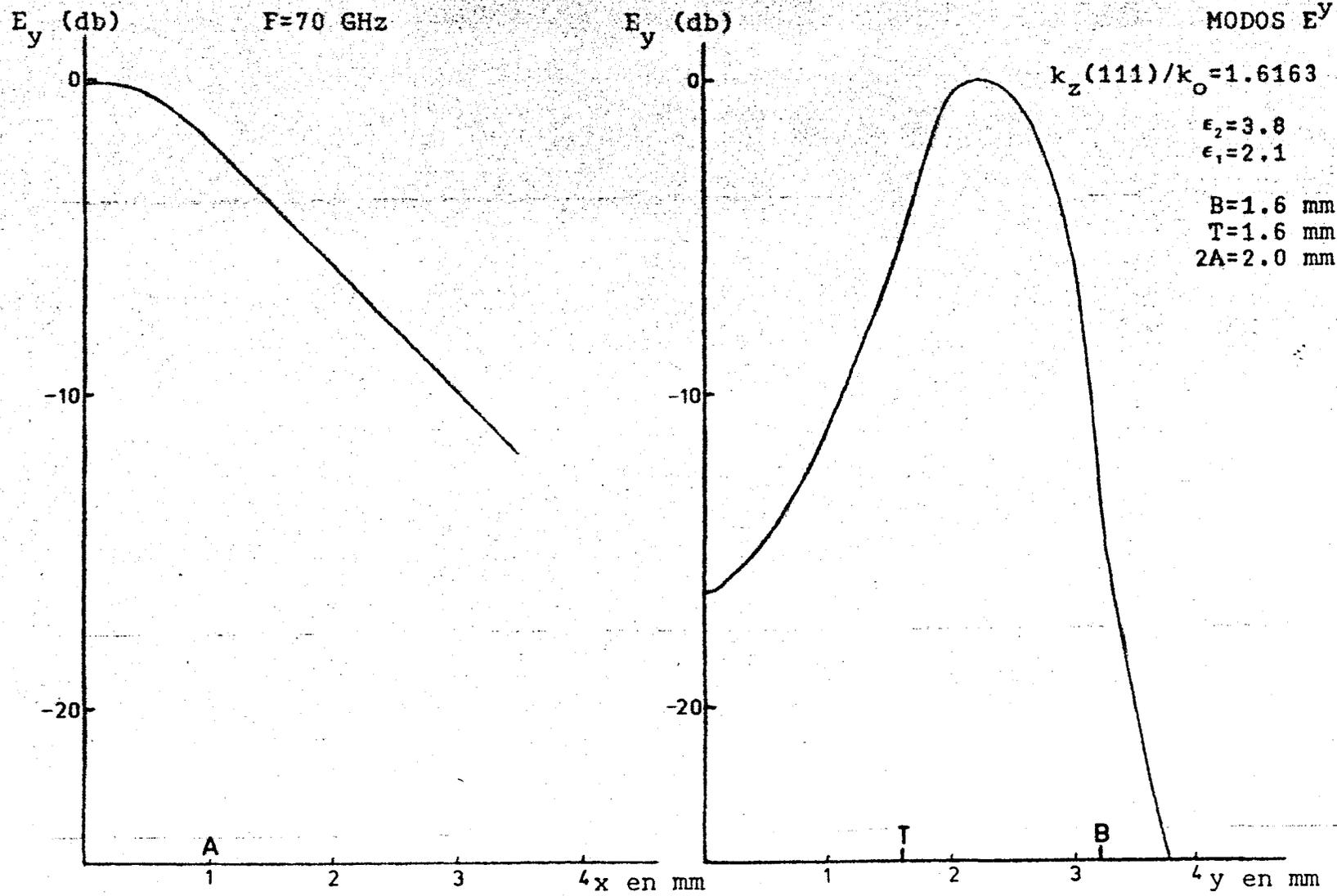
No parece posible, a partir de esta teoría aproxi-  
mada, eliminar los modos espureos y ni siquiera poder -  
decidir cual de los dos grupos son modos reales y cuales  
no. Sin embargo, si es posible hacerlo a partir de la evi-



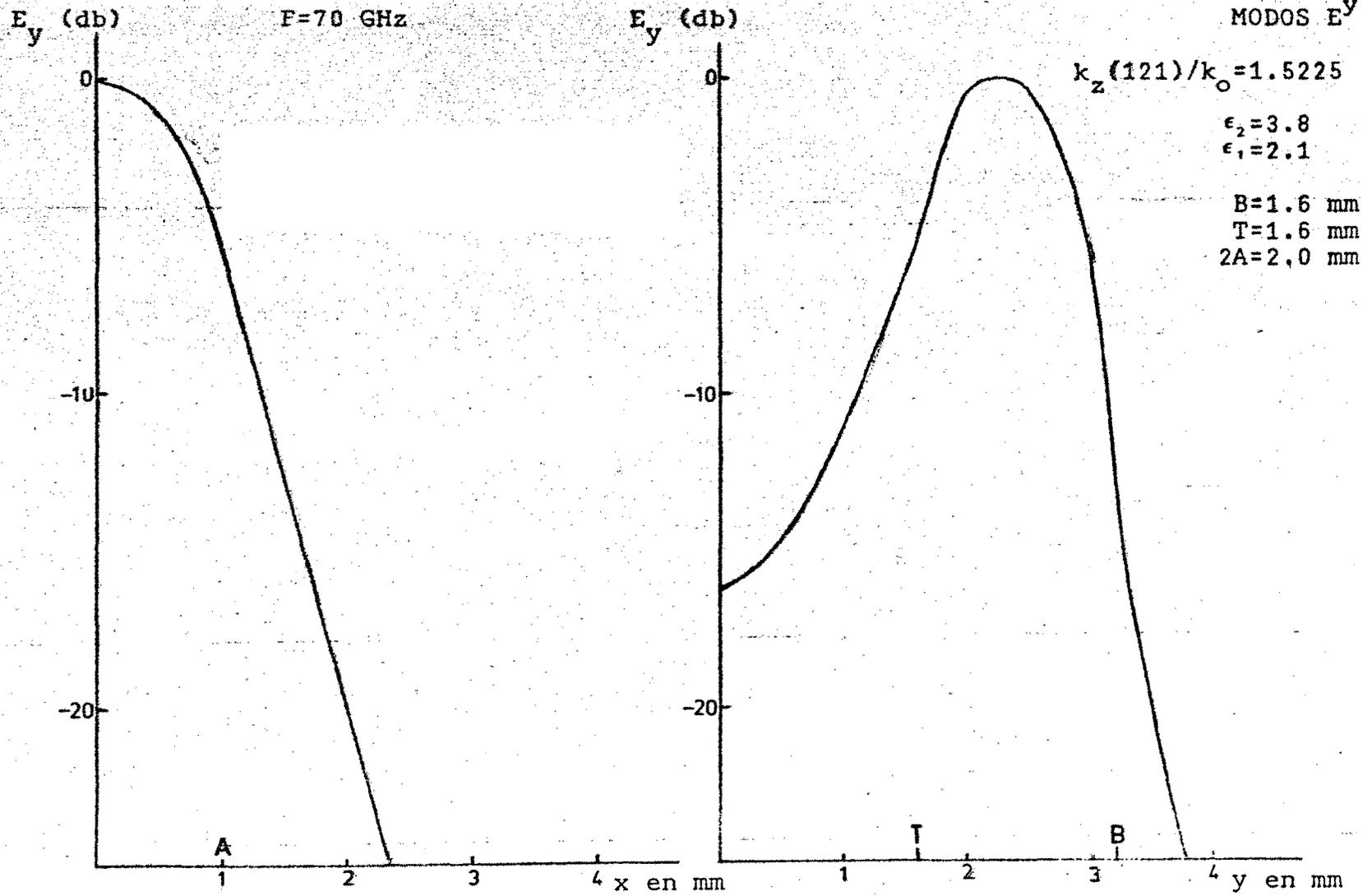
Gráfica 2.12



Gráfica 2.14



Gráfica 2.15



SOLUCIONES	MODOS POSIBLES	VARIACION X	VARIACION Y
$k_z(111), k_z(121)$	$E_{11}^Y$		
$k_z(221)$	$E_{12}^Y$		
$k_z(321)$	$E_{13}^Y$		
$k_z(122), k_z(112)$	$E_{21}^Y$		
$k_z(222)$	$E_{22}^Y$		
$k_z(322)$	$E_{23}^Y$		
$k_z(123), k_z(113)$	$E_{31}^Y$		
$k_z(223)$	$E_{32}^Y$		
$k_z(323)$	$E_{33}^Y$		
$k_z(124)$	$E_{41}^Y$		
$k_z(224)$	$E_{42}^Y$		
$k_z(125)$	$E_{51}^Y$		
$k_z(225)$	$E_{52}^Y$		

Tabla 2.1

dencia experimental. Itoh<sup>7</sup>, realizó medidas de la variación de la componente  $y$  del campo eléctrico sobre la guía dieléctrica en banda invertida; en particular, una de las geometrías que utilizó, corresponde a la que se muestran en las gráficas 2.5, 2.12-2.15; la frecuencia de medida estaba próxima a los 81 Gc. A esta frecuencia, y teóricamente, podían propagarse los modos (111) (121), (221) y (122) al menos, los cuales corresponden a  $E_{11}^y$ ,  $E_{12}^y$  y  $E_{21}^y$ . El sistema de excitación era idéntico al utilizado por nosotros, en las medidas de longitud de onda en la banda de 55-80 Gc, por lo cual solo el modo  $E_{11}^y$  podía propagarse. Este modo físico corresponde según la tabla 2.1 a los modos matemáticos (111) y (121), cuya diferencia, aparte de la constante de propagación, estriba en la distinta concentración de campo en la dirección  $x$ . Los resultados experimentales mostraban que el campo real estaba incluso algo menos concentrado que la previsión teórica dada por la solución (1,1,1). De aquí podemos deducir que la solución (1,2,1) es una solución espúrea y por analogía lo mismo sucederá con los modos (1,2,2) y (1,2,3). Dentro de la gama de frecuencias y geometrías estudiadas, estos son los únicos casos en los que se presenta ambigüedad. Por lo tanto, el ancho de banda útil para esta guía vendrá dado por la frecuencia de corte del modo  $E_{12}^y$  correspondiente a la solución (2,2,1).

b) Influencia de la constante dieléctrica:

Los resultados sobre la constante de propagación

producidos por la sustitución de la constante dieléctrica superior de valor 3.8, por otra de valor 2.3 se muestran en la gráfica 2.16. Se observa una disminución en el número de modos dentro de la banda de interés, así como una disminución de  $k_z/k_0$ .

c) Modos  $E^x$ :

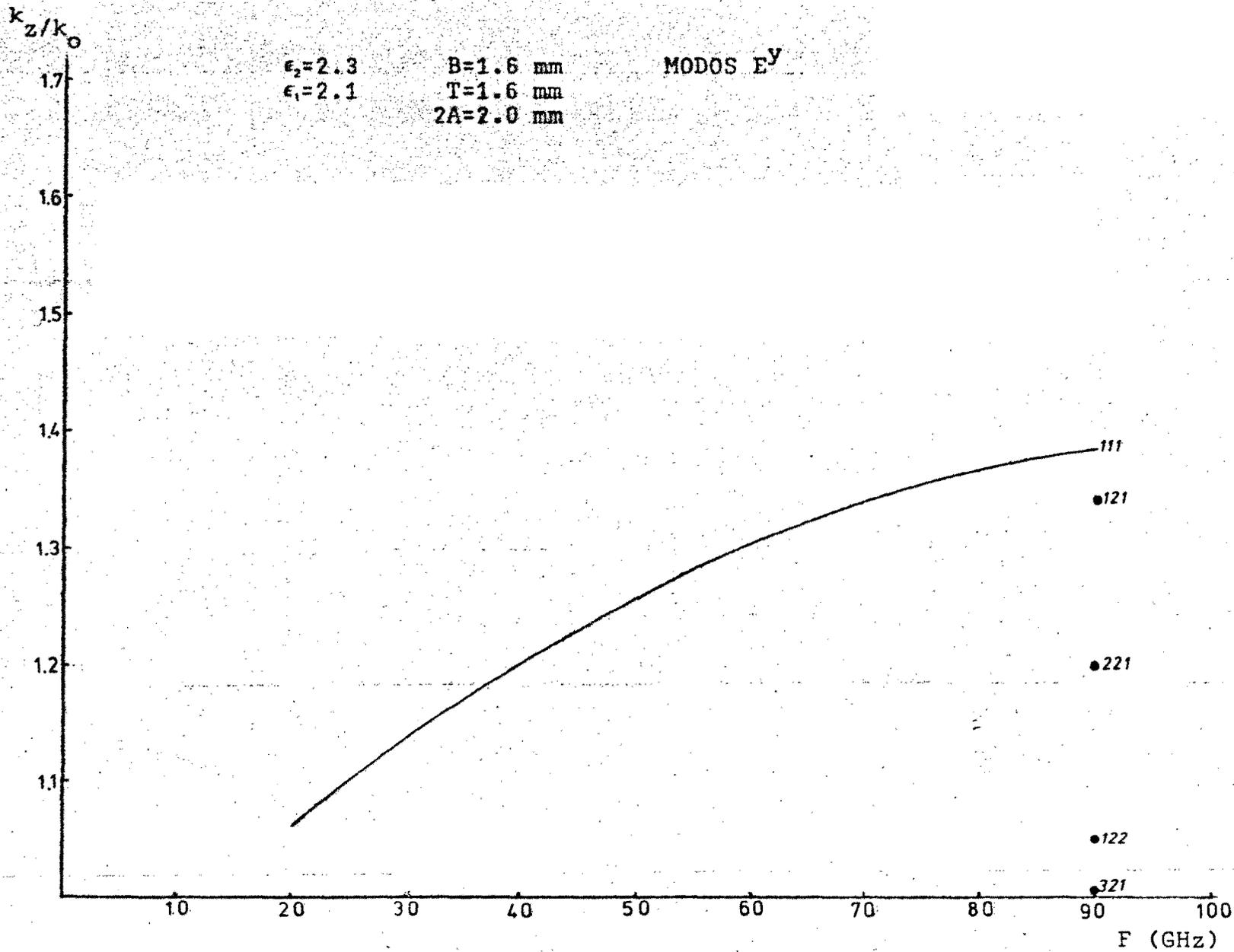
Dada la similitud existente entre el método de solución y el método numérico para los modos  $E^y$  y  $E^x$ , solo presentamos la gráfica 2.17 y 2.18 para la geometría mas óptima analizada previamente, y para otra geometría cualquiera con el fin de comparar. Se observa que al disminuir la altura del dieléctrico superior la frecuencia de corte del modo  $E_{11}^x$  aumenta.

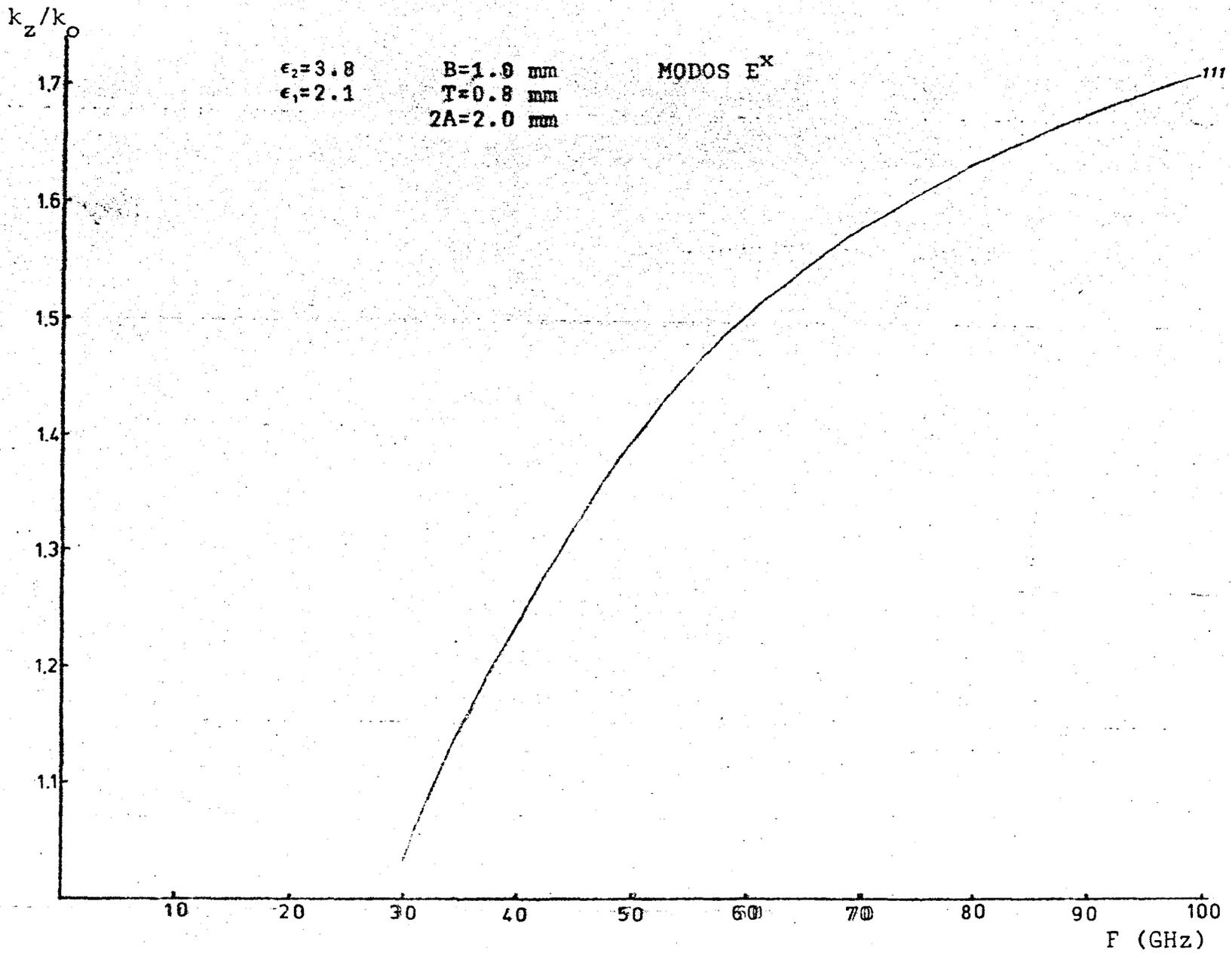
d) Eliminación de modos:

Dada la consideración de soluciones independientes realizada para  $\epsilon_{e1}$  y  $\epsilon_{e2}$ , se han obtenido un conjunto de modos de comportamiento anómalo; este comportamiento se pone de manifiesto cuando a partir del programa se comprueba que la solución n-ésima de  $\epsilon_{e2}$  y la m-ésima de  $\epsilon_{e1}$  producen n y m extremales en la dirección y. Como esto no parece posible se concluye afirmando la probable consideración de modos no físicos para aquellos que en su nomenclatura matemática no presenten igualdad entre los subíndices n y m.

Gráfica 2.16

58

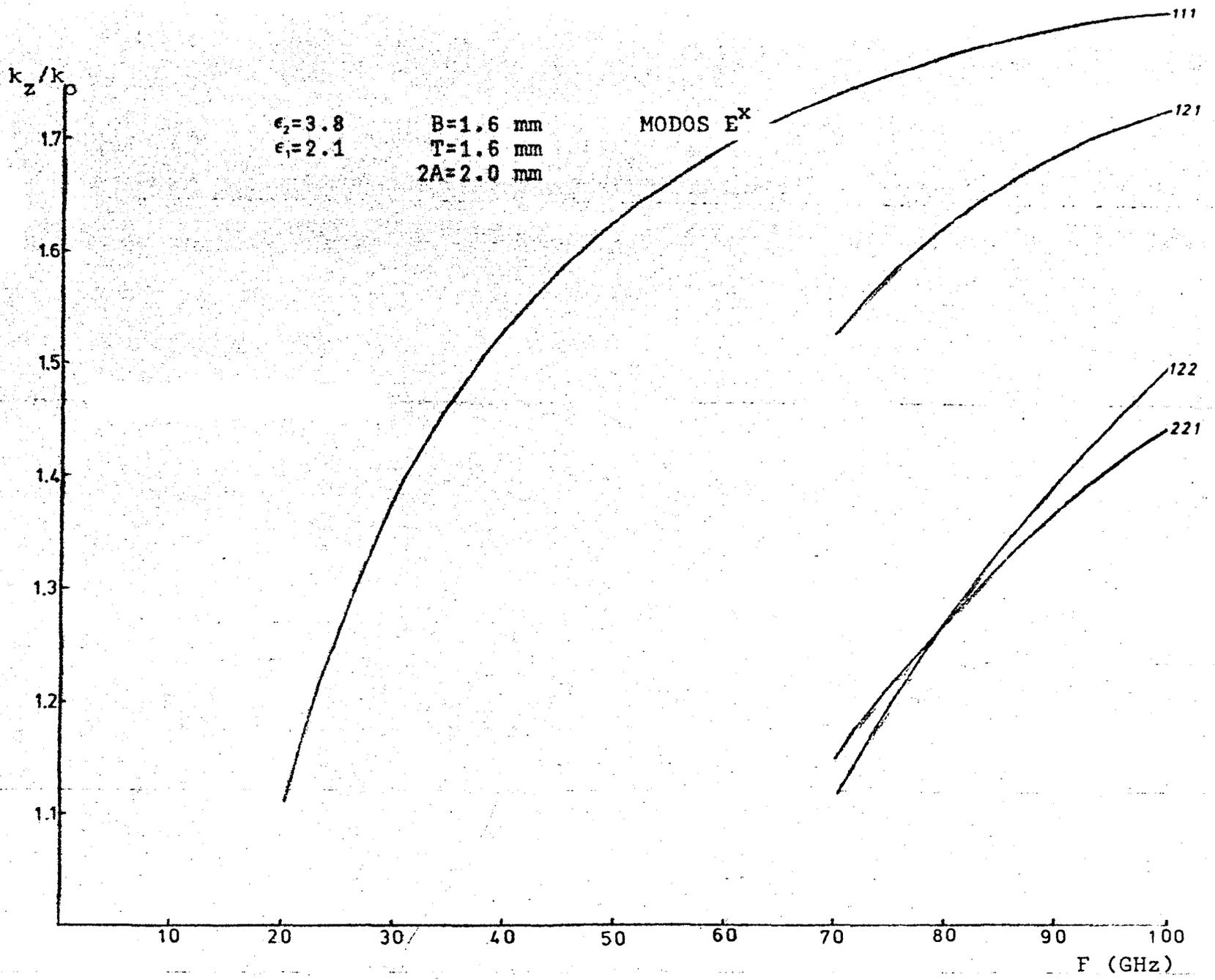




Gráfica 2.17

60

Gráfica 2.18



### III. ESTUDIO EXPERIMENTAL

#### III.1. Elección del sistema de medida

En esta parte de la memoria, y con objeto de probar el análisis teórico precedente, damos cuenta del estudio experimental realizado sobre la guía dieléctrica en banda invertida. La forma de variación de los campos había quedado demostrada experimentalmente por el trabajo realizado por Itoh, al menos en la dirección x, si bien en la dirección y la diferencia entre los resultados teóricos y experimentales era notable. Estas medidas

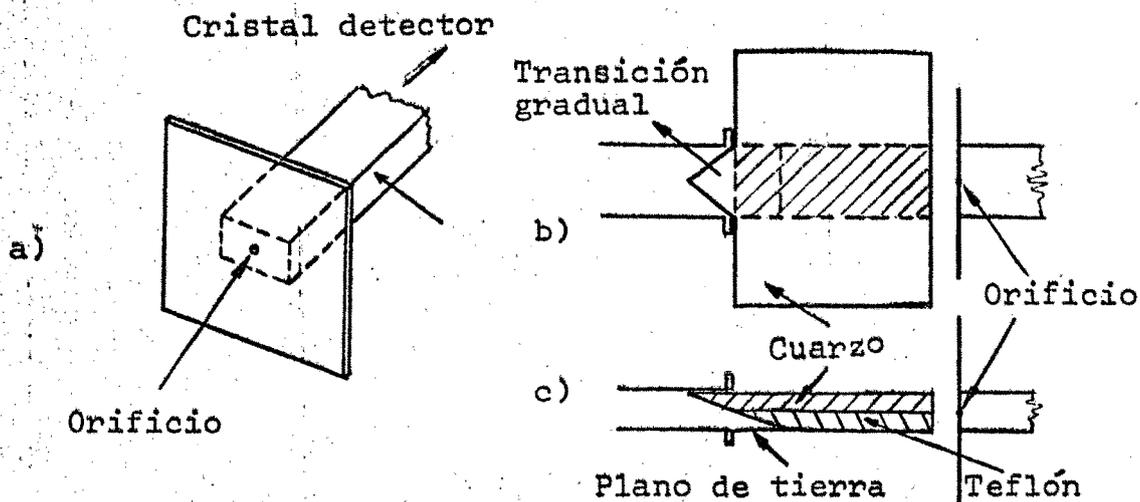


Figura III.1

fueron realizadas únicamente a una frecuencia de 81'7 Gc. El sistema de medida se muestra en la figura III.1.

Moviendo la placa que se muestra en (3.1a) vertical y horizontalmente se determina la variación del campo con las coordenadas  $y$  y  $x$  respectivamente. La discrepancia entre las medidas experimentales y las teóricas - en la dirección  $y$ , es explicado por Itoh como debida a la fuerte variación del campo en esa dirección y a la no pequeña relación entre las dimensiones del orificio de acoplamiento y de la guía dieléctrica. Del acuerdo parcial entre estas medidas del campo electromagnético y los valores teóricos se deducía la validez del análisis para el cálculo de la constante de propagación.

En nuestra opinión, y dadas las diferencias anteriormente mencionadas, resulta necesario el medir directamente la constante de propagación  $k_z$  (o la longitud de onda en la guía). Desgraciadamente, las medidas experimentales que han aparecido en la literatura sobre guías imágenes en general, se realizan a frecuencias no superiores a 40 Gc<sup>8,9</sup>. Las razones que apoyan este hecho son varias. En 1º lugar, la dificultad de medida, debida al problema de ajuste del paralelismo entre los distintos elementos que forman el sistema de medidas; en 2º lugar, las sondas de medida producirán perturbaciones tanto mayores cuanto mayor sea la magnitud relativa de la sonda comparada con las longitudes de onda; en 3º lugar, al propagarse en las guías dieléctricas una onda electromagnética tal que fuera de ella, el campo decae exponencialmente, cualquier sistema de detección lo suficientemente alejado de la guía para no producir perturbaciones, -

dispondrá en el sistema de medida, de una señal muy débil; esto obliga a realizar las medidas con osciladores que entreguen potencias en torno a los 100 mw o superior, lo cual normalmente lleva consigo un ancho de banda estrecho (1 Gc a 3 Gc a frecuencias de 70 Gc).

En las medidas de longitud de onda sobre guías dieléctricas, se utiliza normalmente un procedimiento<sup>8,9</sup> en el que la sonda para detección del campo permanece fija, y la onda estacionaria se produce por un cortocircuito móvil montado sobre la guía dieléctrica; es evidente que, o bien el cortocircuito es una placa conductora lisa y para realizar las diferentes medidas, se corta la guía sucesivas veces, o el cortocircuito tiene una forma tal que se adapta a la geometría de la guía dieléctrica para cada dimensión dada; esto constituye un problema grave en la banda E (55-90 Gc) ya que el movimiento del cortocircuito da lugar a deslizamientos algo erráticos con la consiguiente distorsión del patrón de ondas estacionarias. Por todo ello, hemos preferido utilizar un sistema de medida constituido por un cortocircuito fijo y una sonda móvil, tanto en la dirección de propagación, como en la dirección transversal, lo que permitirá a su vez, realizar un mapa de la variación de la componente del campo  $E_y$ .

### III.2 Descripción del sistema de medida

#### a) Banco de medida:

El diagrama del sistema de medida utilizado, se -

muestra en la figura III.2.

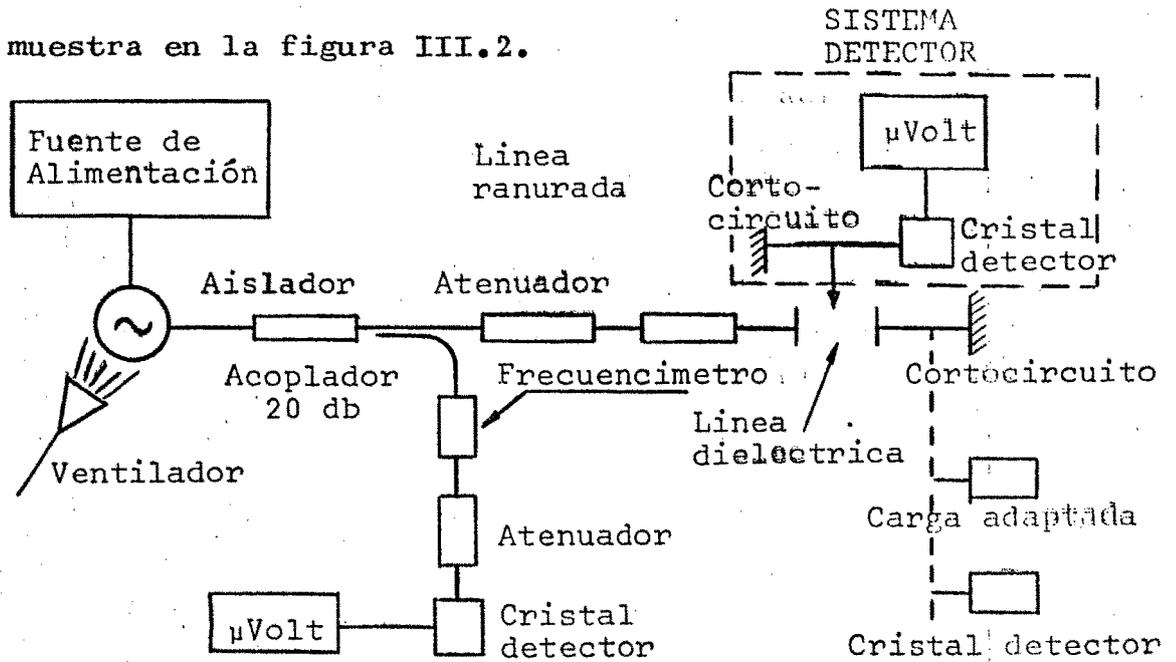


Figura III.2

Si bien el sistema admite las frecuencias comprendidas entre 55 y 90 Gc, en el momento de realización de las medidas, solo disponíamos de dos osciladores IMPATT que cubrían las bandas de 57-63 Gc y de 68-72 Gc; por ello, nos hemos visto obligados a restringir las medidas a estas bandas. Ambos osciladores son capaces de entregar una potencia mínima de 200 mW, en toda la banda. Una parte de la potencia de salida (1% aproximadamente), se desvia por un acoplador con objeto de medir su frecuencia. El resto de la potencia, una vez que pasa por un atenuador de precisión y una línea ranurada se utiliza para excitar el modo  $E_{11}^y$  en una guía dieléctrica en banda invertida, a través de una transición guía de onda-guía dieléctrica. Una nueva transición nos vuelve a guía

de onda, la cual se finaliza en un cortocircuito, una carga adaptada o un cristal detector.

Terminando el sistema en una carga adaptada se puede medir por medio de la línea ranurada la ROE de entrada, lo cual nos da una idea de la bondad o no de la transición. Terminándole en un cristal detector y por medio del atenuador calibrado se pueden medir las pérdidas de inserción. Terminándole en un cortocircuito, se produce un patrón de ondas estacionarias sobre la guía dieléctrica, el cual puede ser sondado y medir la longitud de onda, así como la forma de los campos.

b) Sistema detector:

El sistema detector se muestra en la Figura III.3.

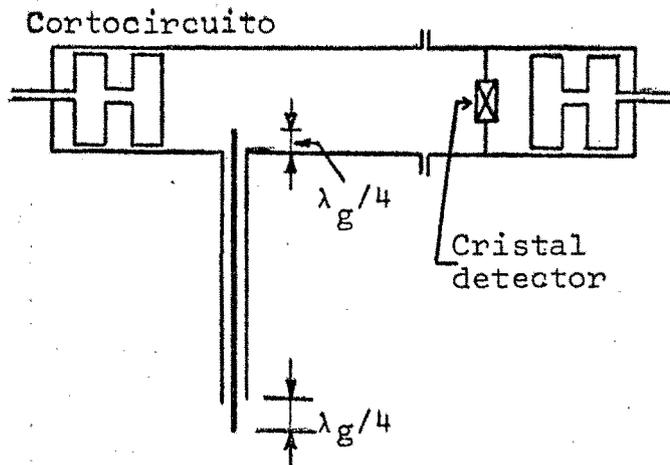


Figura III.3

Un cable coaxial miniatura ( $a = 2.2 \text{ mm}$ ,  $b = 0.5 \text{ mm}$ ) se coloca de forma que uno de sus extremos haga de antena receptora y el otro de emisora; para ello se dejan sin cubrir

los extremos del conductor interno en una longitud aproximada de  $\lambda_g/4$  de la frecuencia central. En las experiencias se utilizaron dos sondas distintas, una para cada banda de medida. El extremo superior de la antena, se adapta por un cortocircuito, con objeto de aumentar la sensibilidad del sistema. Este mismo sistema se utiliza para adaptar la reactancia del cristal detector; si bien así, el cristal detector no se encuentra perfectamente adaptado ya que la resistencia de RF del cristal varia con la frecuencia<sup>10,11</sup>, se consigue aumentar la sensibilidad del sistema fuertemente.

Este aumento de la sensibilidad se podría haber logrado modulando la señal de RF y recogiendo la salida con un amplificador sintonizado. Desgraciadamente ninguno de los dos osciladores disponibles, admitían modulación interna, ni se disponían de moduladores externos. En un sistema alternativo propuesto por Solbach<sup>12</sup>, el cristal detector se sitúa en el conductor coaxial y en este caso, la sensibilidad aumenta, pero produce a su vez una disminución de la precisión debido a la exigencia de disponer de coaxiales más gruesos. Todo el sistema detector puede desplazarse en las 3 direcciones gracias a dos tornillos micrométricos que permiten, con precisión de  $10^{-2}$  mm, cubrir una distancia máxima en sentido longitudinal y transversal de 25 mm, suficiente para detectar al menos 10 mínimos de ondas estacionarias.

Un sistema similar, aunque sin adaptación por cortocircuitos móviles, ha sido presentado recientemente

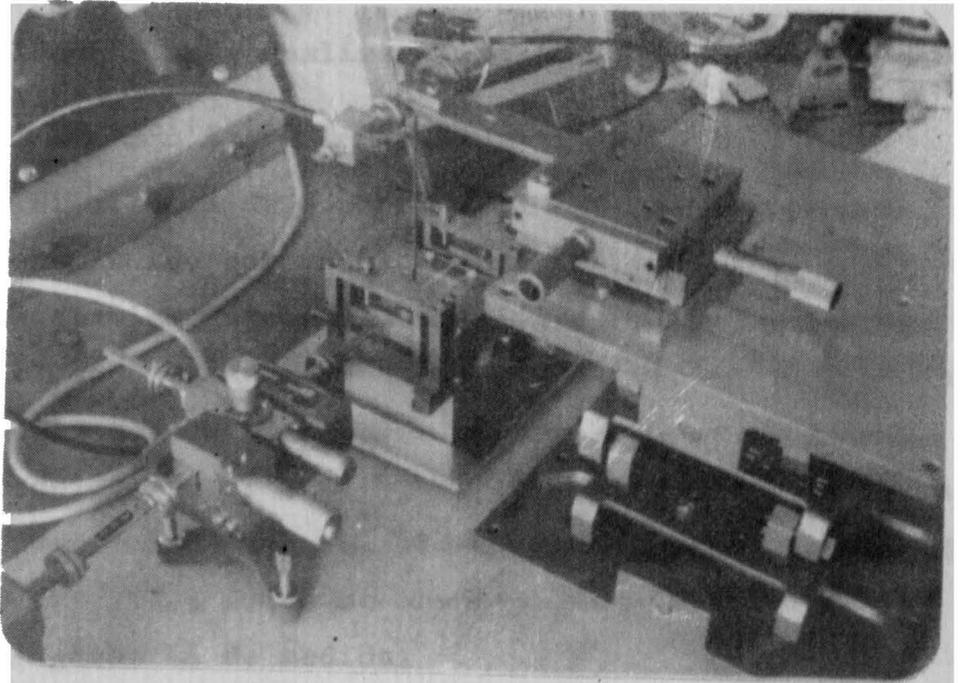


Figura III-4

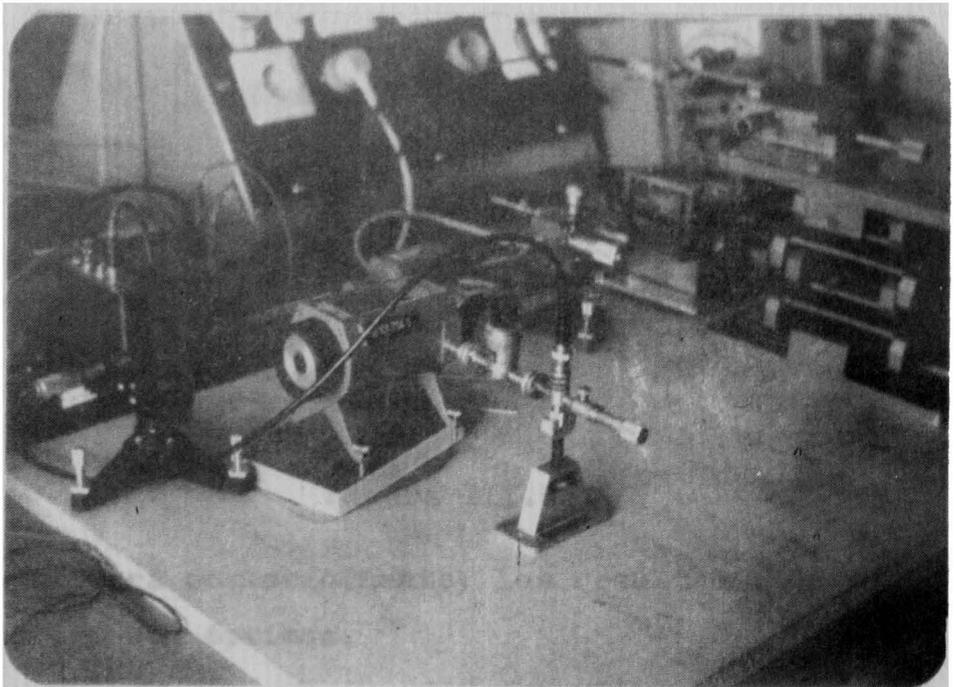


Figura III-5

por Solbach<sup>13</sup> para realizar medidas sobre la guía imagen

Sistema de excitación y soporte:

El sistema de soporte para la guía dieléctrica - esta constituido por un bloque de duraluminio, el cual - realiza al mismo tiempo la función de plano de tierra. - Sobre el soporte se encuentran dos secciones de guía de onda rectangular, los cuales pueden moverse siguiendo - la dirección de los tres ejes, con objeto de obtener un mejor posicionamiento. El sistema se muestra en la Figura III.4 y III.5 donde se observa una vista general de - la configuración de medida.

La excitación se consigue directamente<sup>7</sup> introduciendo en la guía rectangular una parte de la guía dieléctrica convenientemente cortada, con objeto de suministrar una transición gradual. Esta transición se puede observar en la Figura III.6.

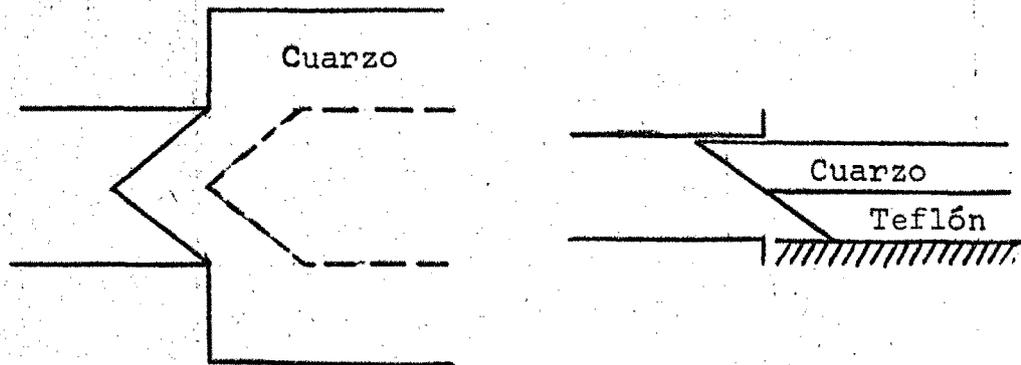


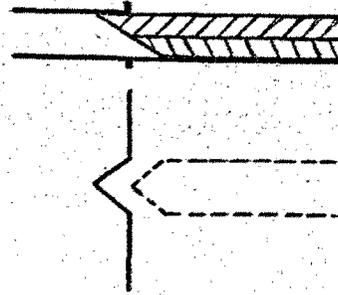
Figura III.6

Como se verá posteriormente, los resultados de esta transición no son óptimos.

### III.3. Medidas de campo, ROE y pérdidas de inserción

Todas las medidas experimentales, con objeto de disminuir las pérdidas de radiofrecuencia, se han realizado utilizando como materiales dieléctricos cuarzo y teflón, como ya habíamos mencionado anteriormente. Las geometrías estudiadas han sido tres, si bien en todas ellas se han mantenido constantes tanto la altura del cuarzo (1 mm.) y la anchura del teflón (1 mm). La razón de ello se puede encontrar observando las curvas de la constante de propagación normalizada del capítulo anterior; allí se ve que para estas dimensiones, y para los 3 espesores de teflón utilizados (1 mm, 0'5 mm, 0'3 mm), siempre que la frecuencia sea igual o inferior a 90 Gc, las 3 guías dieléctricas pueden soportar a lo sumo los modos  $E_{11}^y$  y  $E_{11}^x$ . Por otra parte, y dado nuestro sistema de excitación, en el cual en la guía rectangular se propaga un modo  $TE_{10}$ , solo sería posible la excitación del modo  $E_{11}^y$  en la guía dieléctrica.

En las figuras III-7 y III-8 la razón de ondas estacionarias y las pérdidas de inserción en db para dos espesores de teflón (1 mm y 0'5 mm) dentro de la gama de frecuencias de 68 Gc hasta 72 Gc con un ángulo de ataque de los dieléctricos en forma de bisel como se observa en las figuras. En ninguno de los dos casos se observa que las pérdidas de inserción desciendan por debajo de los 5'5 db; es evidente, que con estas pérdidas la medida de razón de ondas estacionarias no puede ser significativa.



$B=1.0$  mm  
 $T=1.0$  mm  
 $A=1.0$  mm

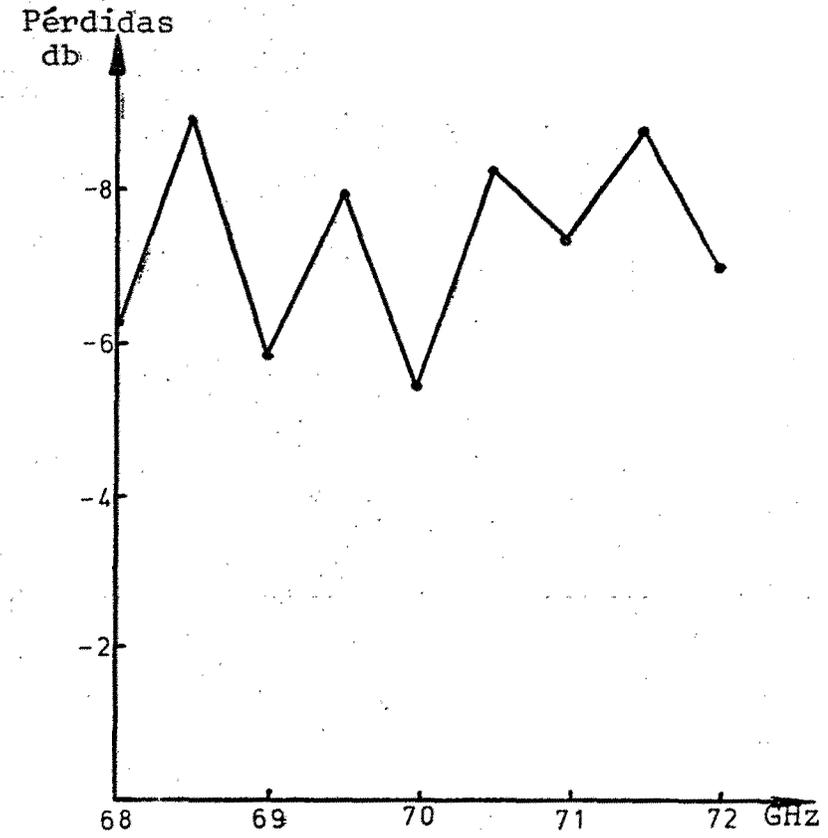
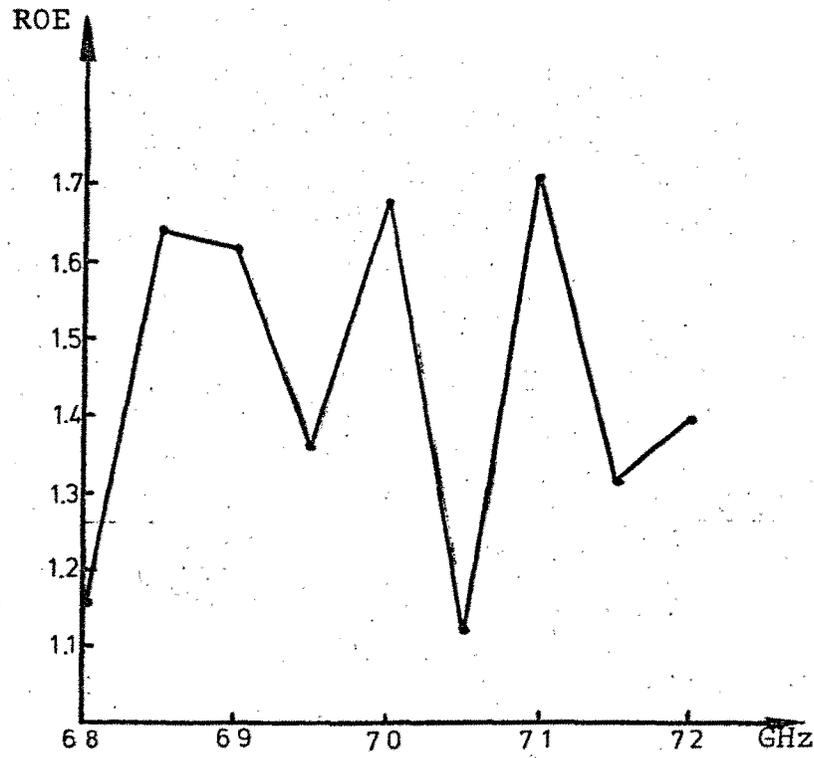
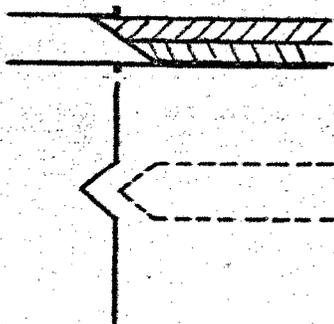


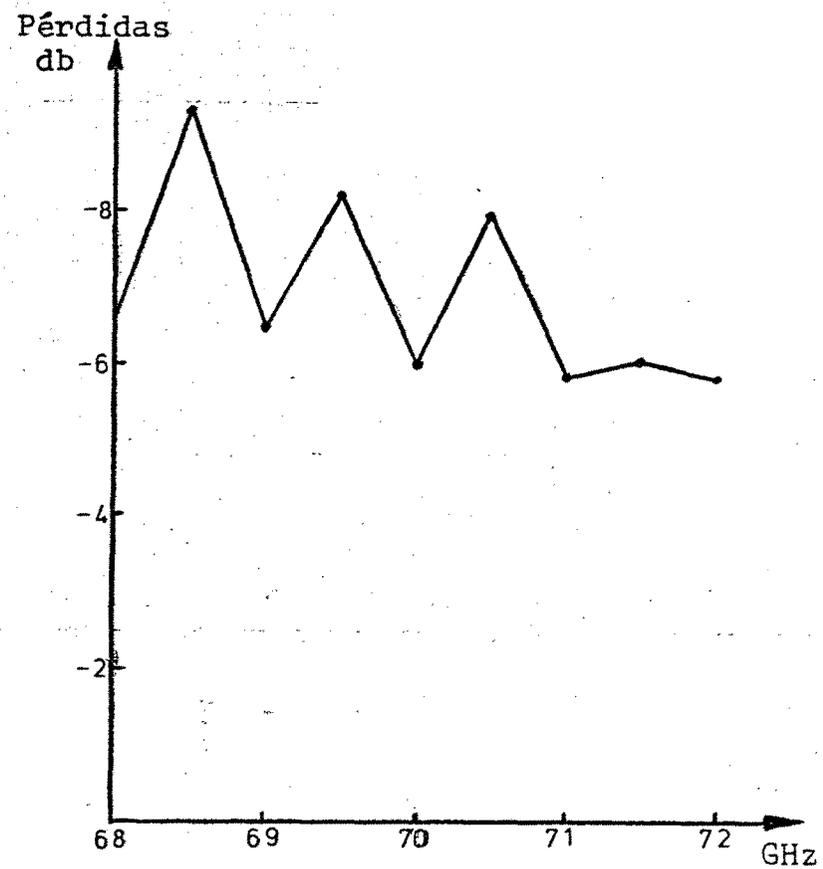
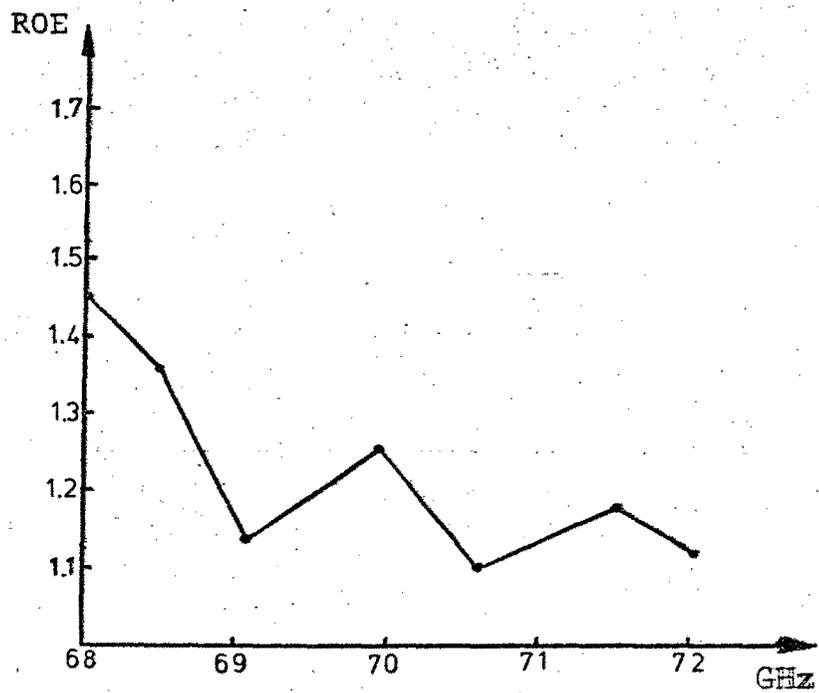
Figura III.7



B=1.0 mm  
 T=0.5 mm  
 A=1.0 mm

Figura III.8

71



Con objeto de reunir mas datos sobre las causas de estas pérdidas, se realizaron mapas de la componente  $E_y$  en la dirección transversal a la de propagación, que para las dos geometrias anteriores, y para una frecuencia de 70 Gc se muestran en las figuras III-10 y III-11. En ambas se observa la mala excitación que se produce, tanto en la falta de simetria respecto al eje x como en la disminucion exponencial del campo al alejarse del centro.

El perfil de ataque de los dieléctricos mas apropiado para este sistema de excitación se muestra en la figura III-9 para un espesor de teflón de 0.5 mm. En este caso las pérdidas de inserción se mantienen en torno a los 3 db y la razón de ondas estacionarias se conserva practicamente por debajo de 1.5; dada la disminucion de las pérdidas, es evidente que esta disminucion de la razón de onda estacionaria indica una mejora de la transición. La figura III-12 muestra la variación de  $E_y$  con la coordenada x a una frecuencia de 70 Gc. En este caso la simetria mejora sustancialmente y la disminucion transversal de  $E_y$  llega a -24 db, subiendo posteriormente a -19 db.

Los resultados anteriores permiten afirmar que este sistema de excitación no es óptimo. Itoh<sup>14</sup> tampoco pudo conseguir con este sistema en ningun caso pérdidas de inserción por debajo de los 3 db. Sin embargo, y como veremos posteriormente, la última transición presentada

Figura III.9

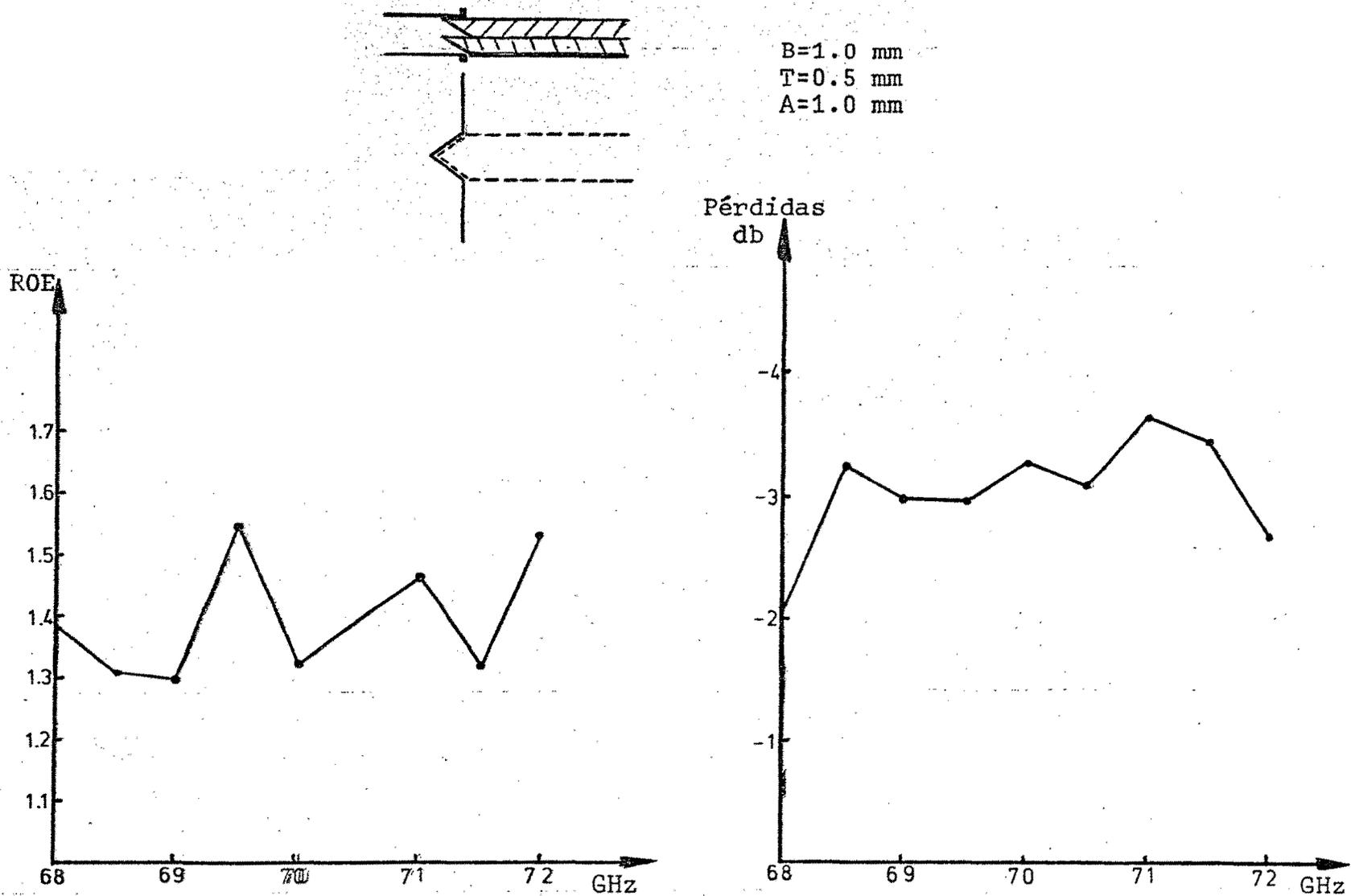
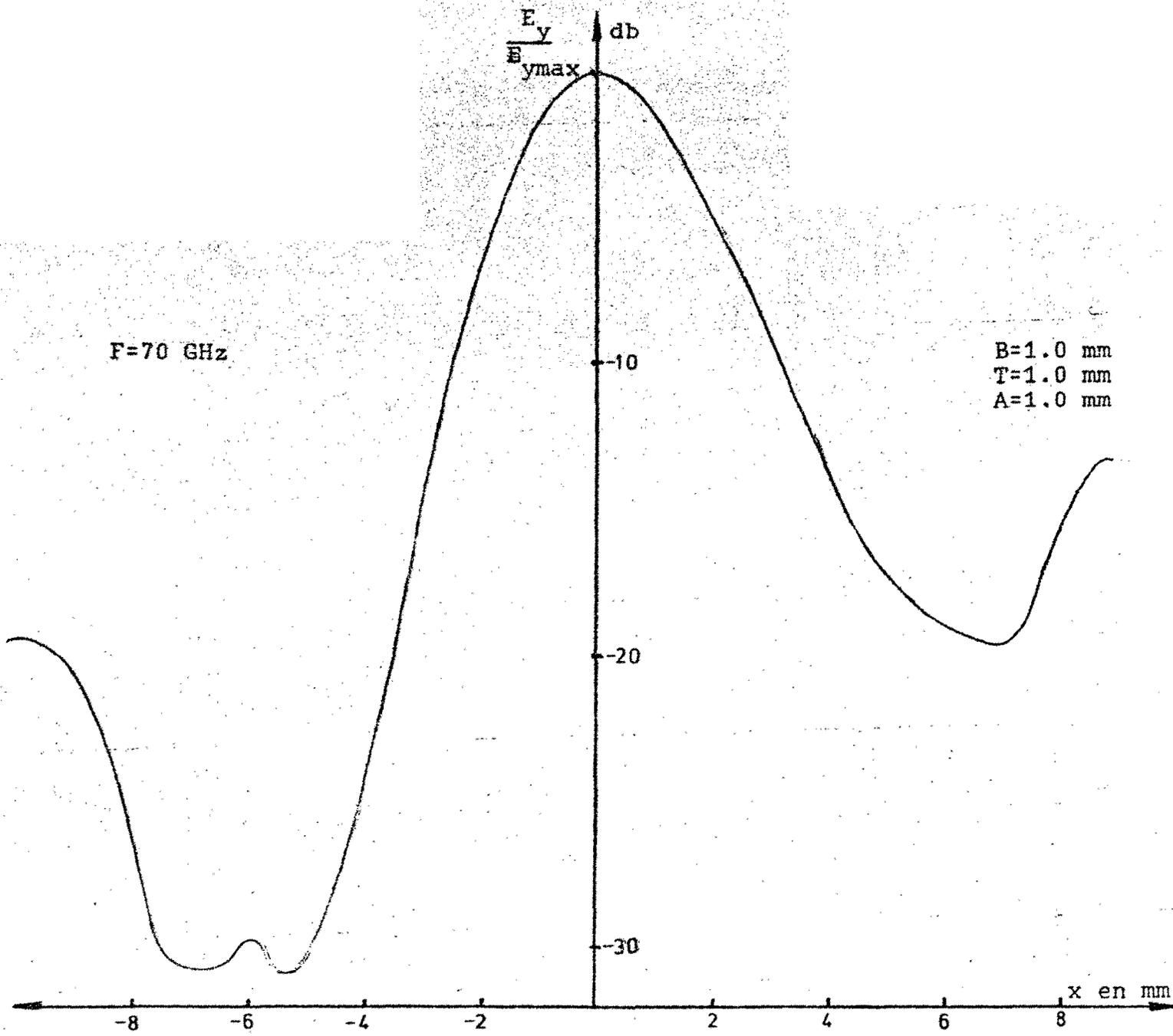


Figura III.10



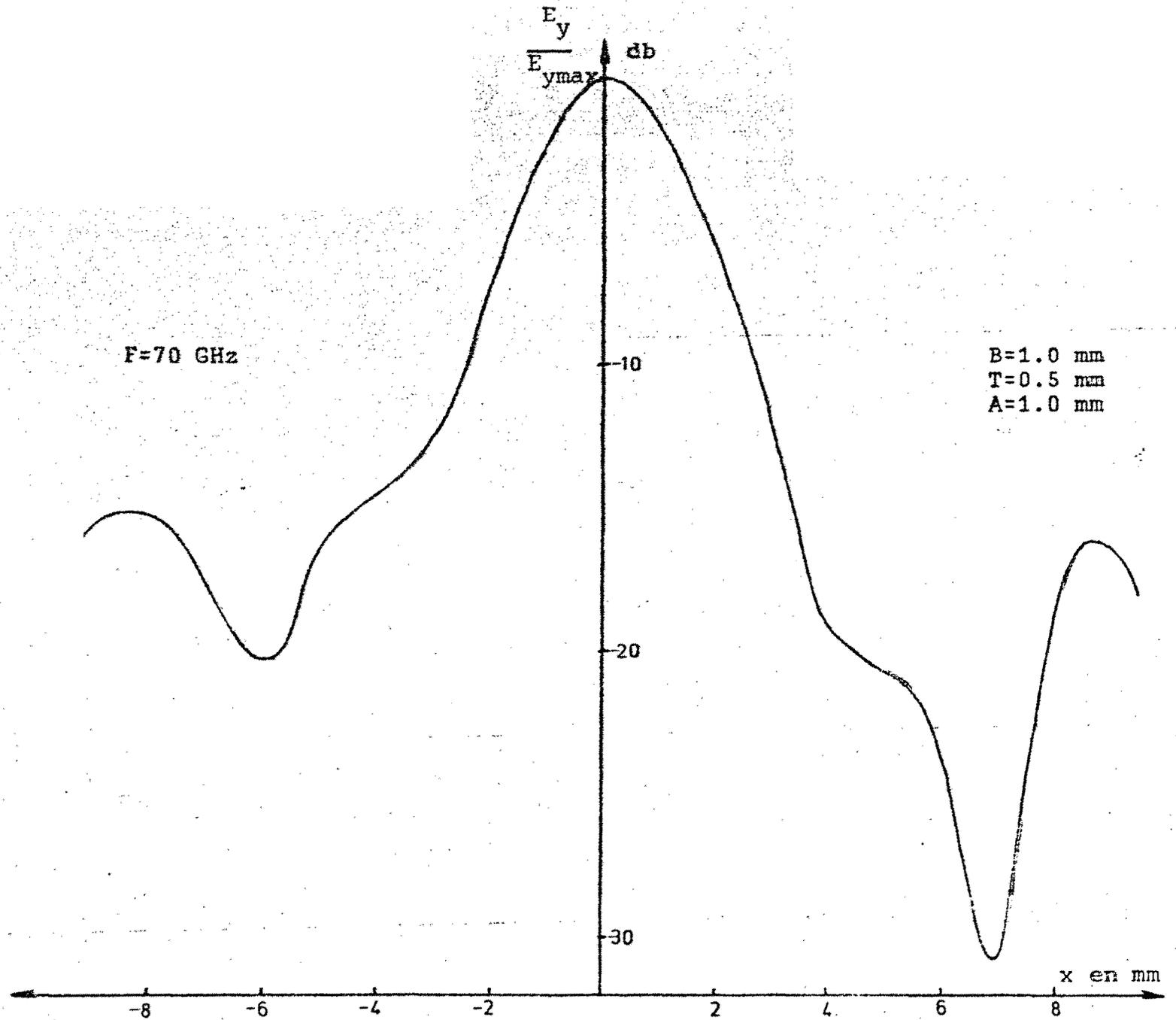
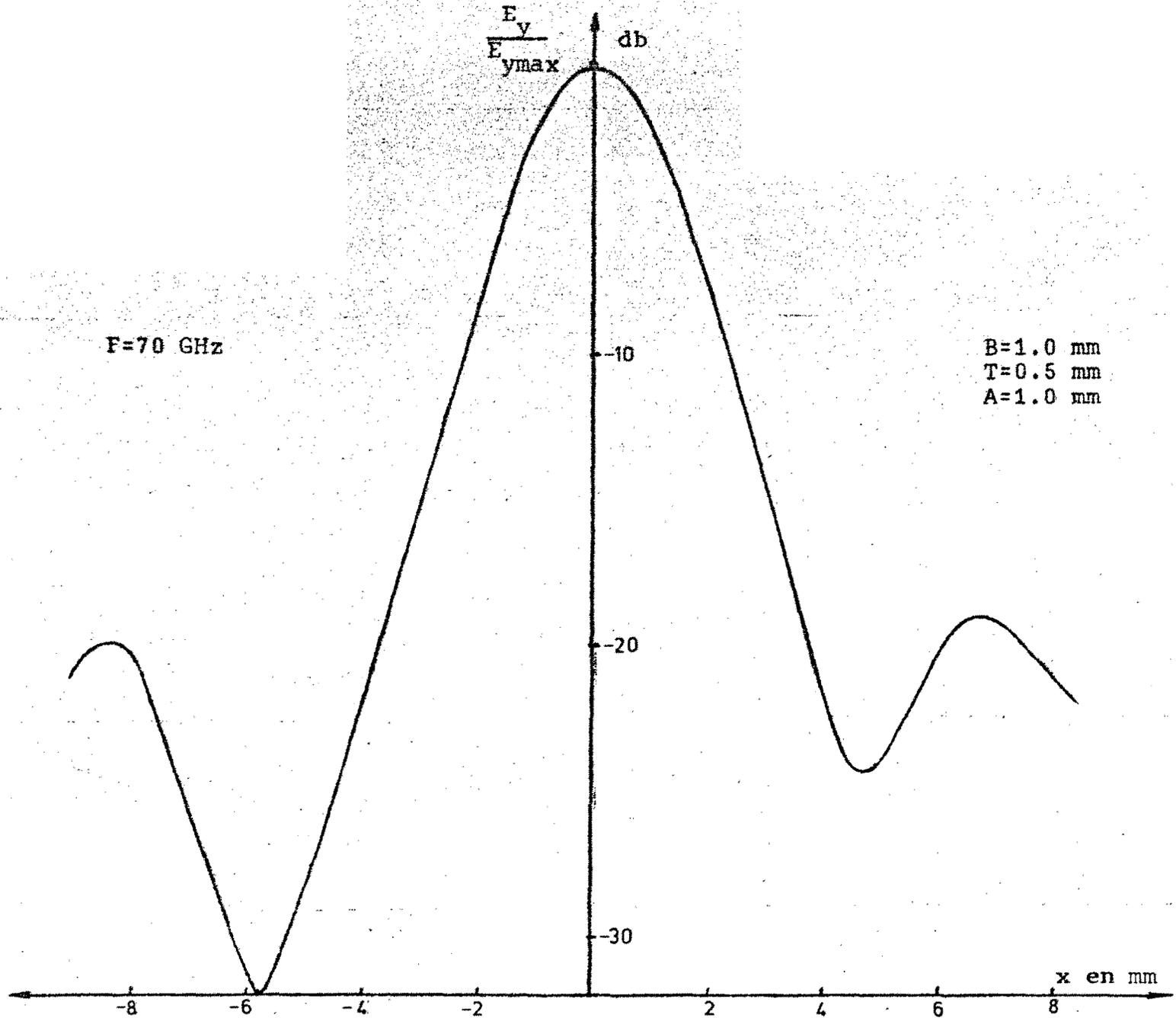


FIGURA III.11

Figura III.12



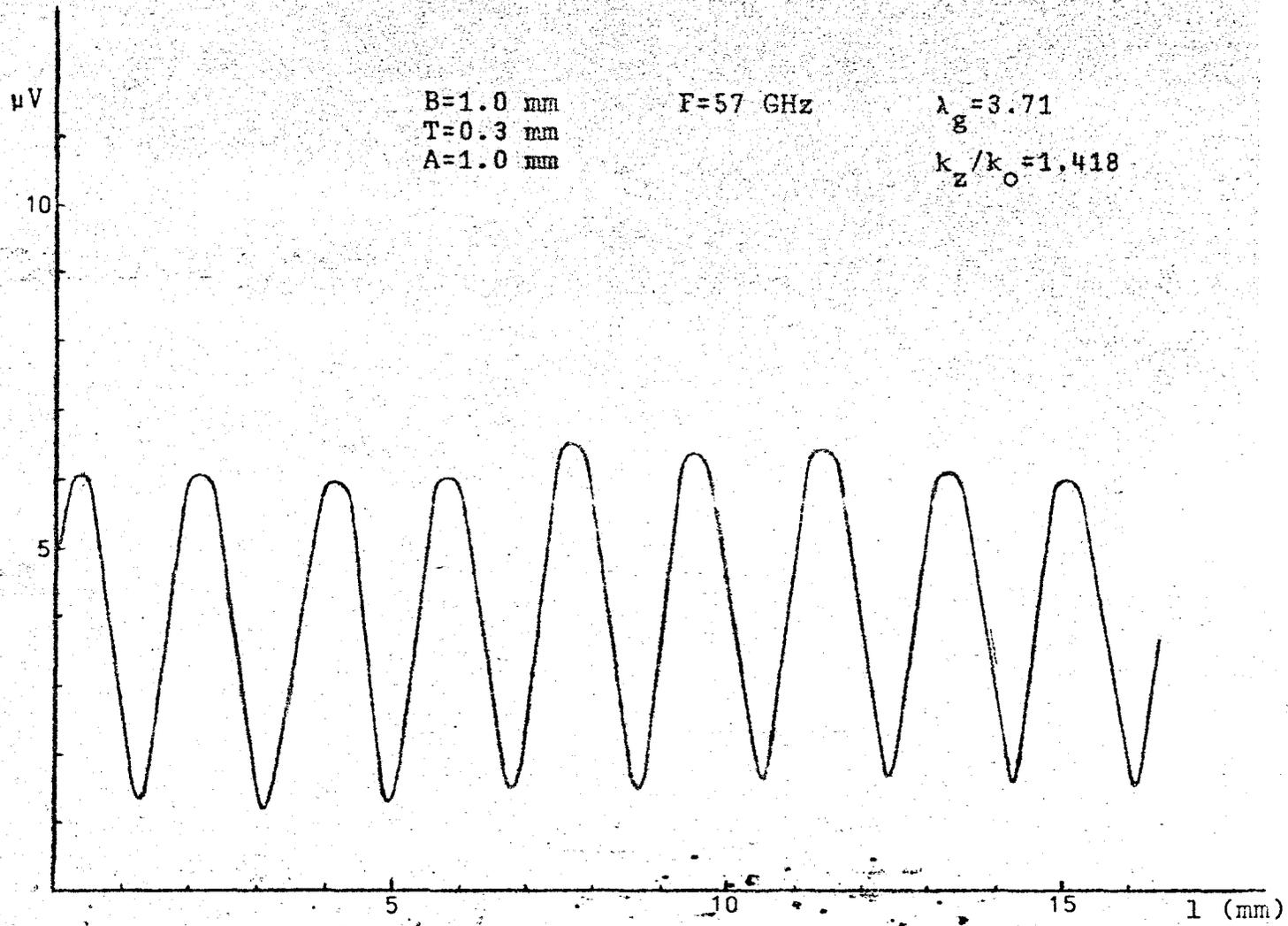
proporciona unos resultados suficientes para medir la longitud de onda de propagación, si bien no parece la transición mas apropiada para la utilización práctica de la guía dieléctrica en banda invertida

#### III-4 Medidas de constante de propagación

Las medidas de la constante de propagación normalizada se han realizado midiendo la longitud de onda estacionaria, de acuerdo con el dispositivo descrito en la sección II-2, terminándole en un cortocircuito. Las frecuencias de medida utilizadas fueron 57, 60, 63, 70 y 72 Gc.

En las figuras III-13, 14, 15 y 16 se muestran los patrones de ondas estacionarias para 3 geometrias distintas y a diferentes frecuencias. En todas ellas se observa pequeñas diferencias tanto entre magnitudes de los máximos, como de los mínimos. Estas diferencias se deben al hecho de la fuerte disminución de  $E_y$  fuera del cuarzo; como la medida se realiza externamente a la guía, cualquier posible desviación de la separación de la sonda al cuarzo, producida al desplazarse en la dirección de propagación producirá variaciones en la magnitud de medida. Los resultados de la constante de propagación normalizada se muestran en las figuras III-17, 18 y 19. En ellas se observa el acuerdo existente entre estas medidas y los resultados teóricos obtenidos con el método de la constante dieléctrica efectiva.

Figura III.13



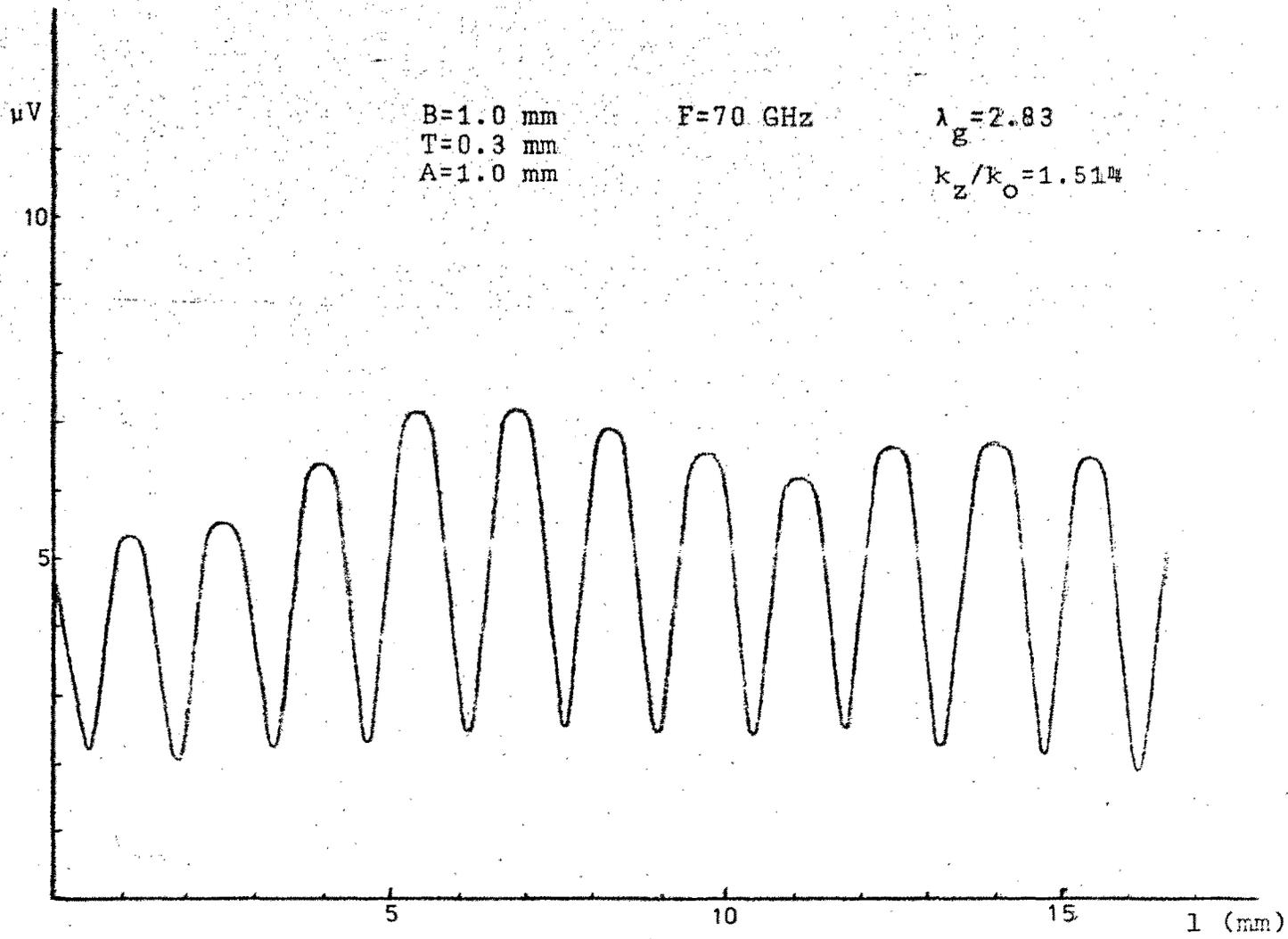
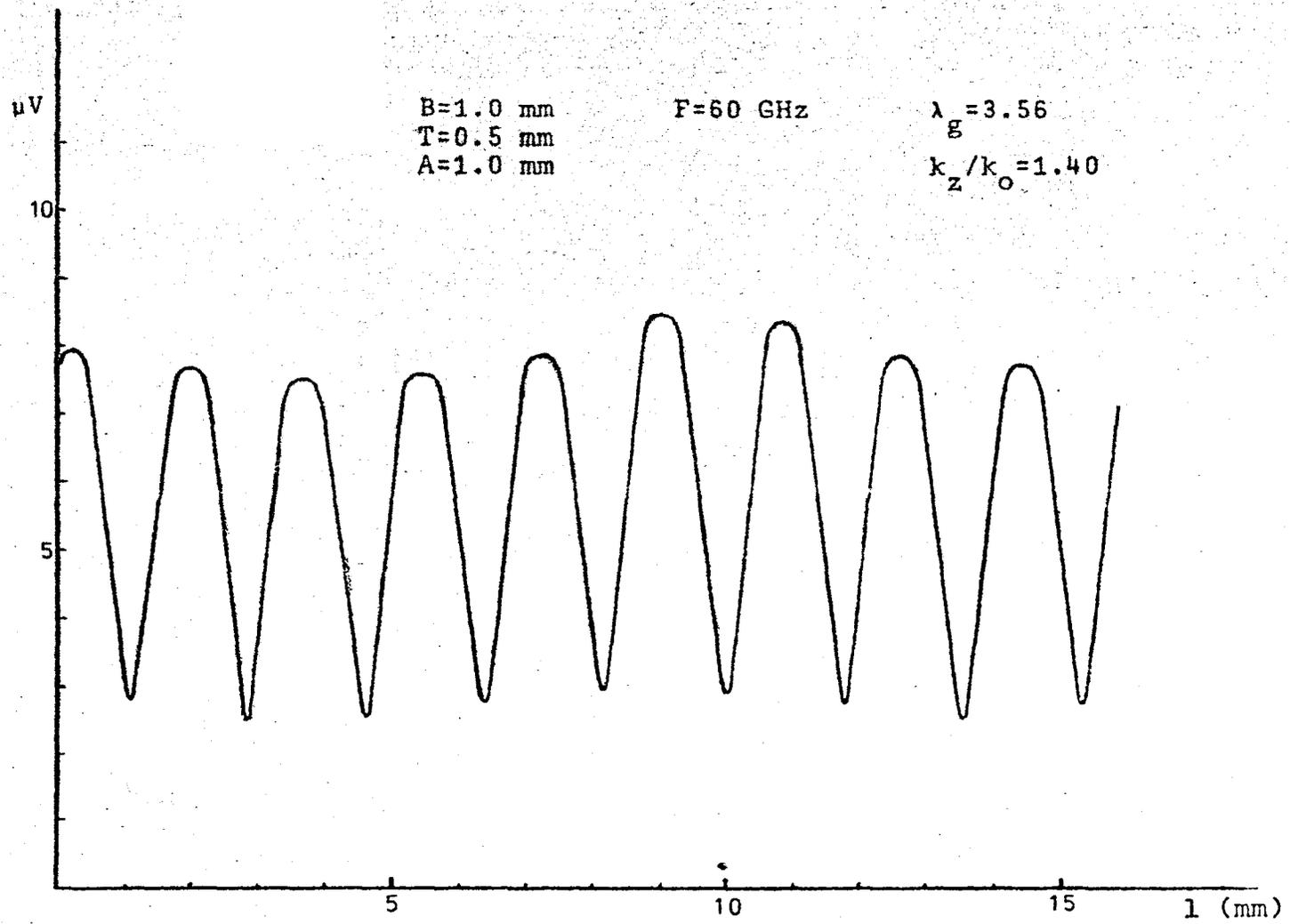


Figura III.14

Figura III.15



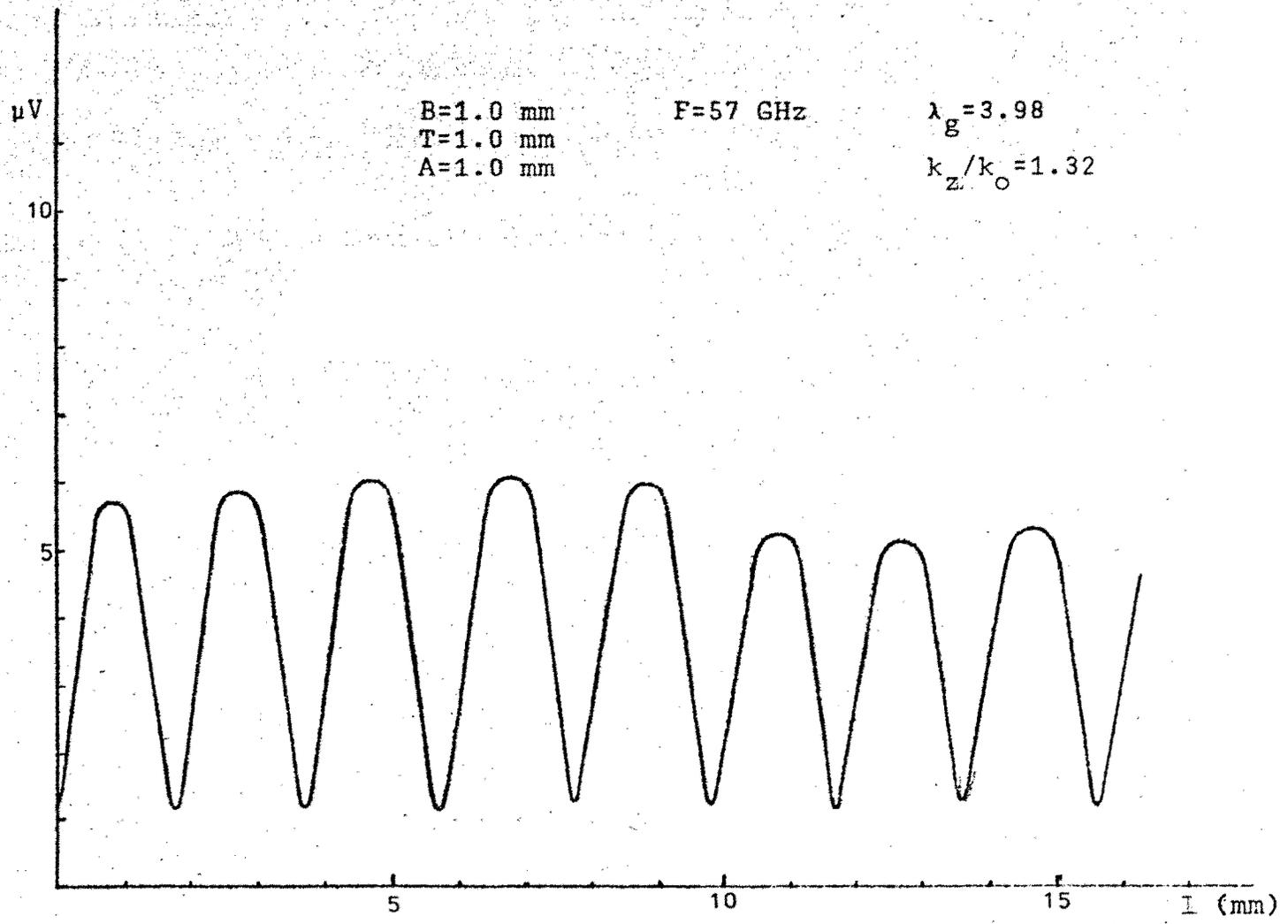


Figura III.16

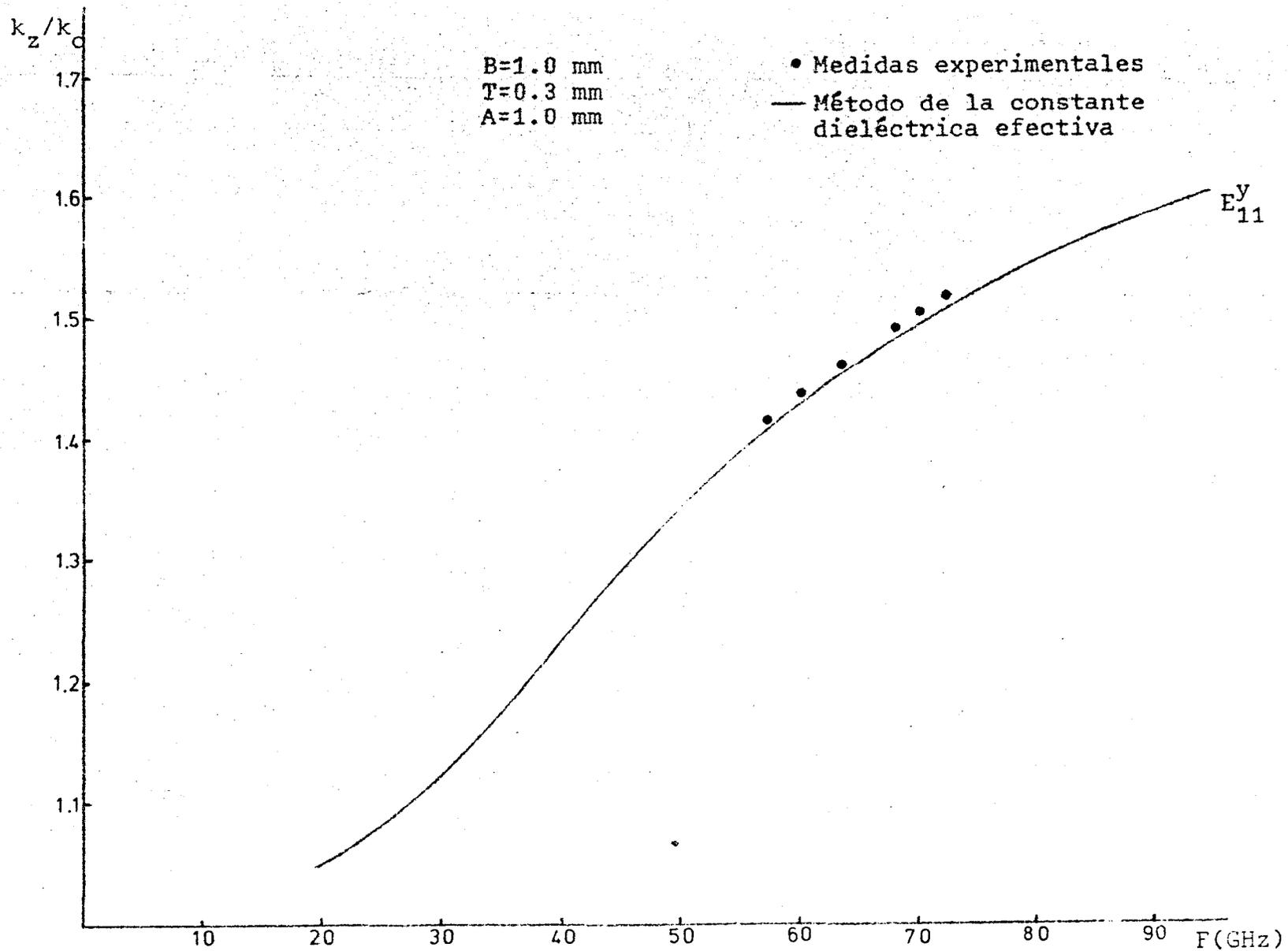
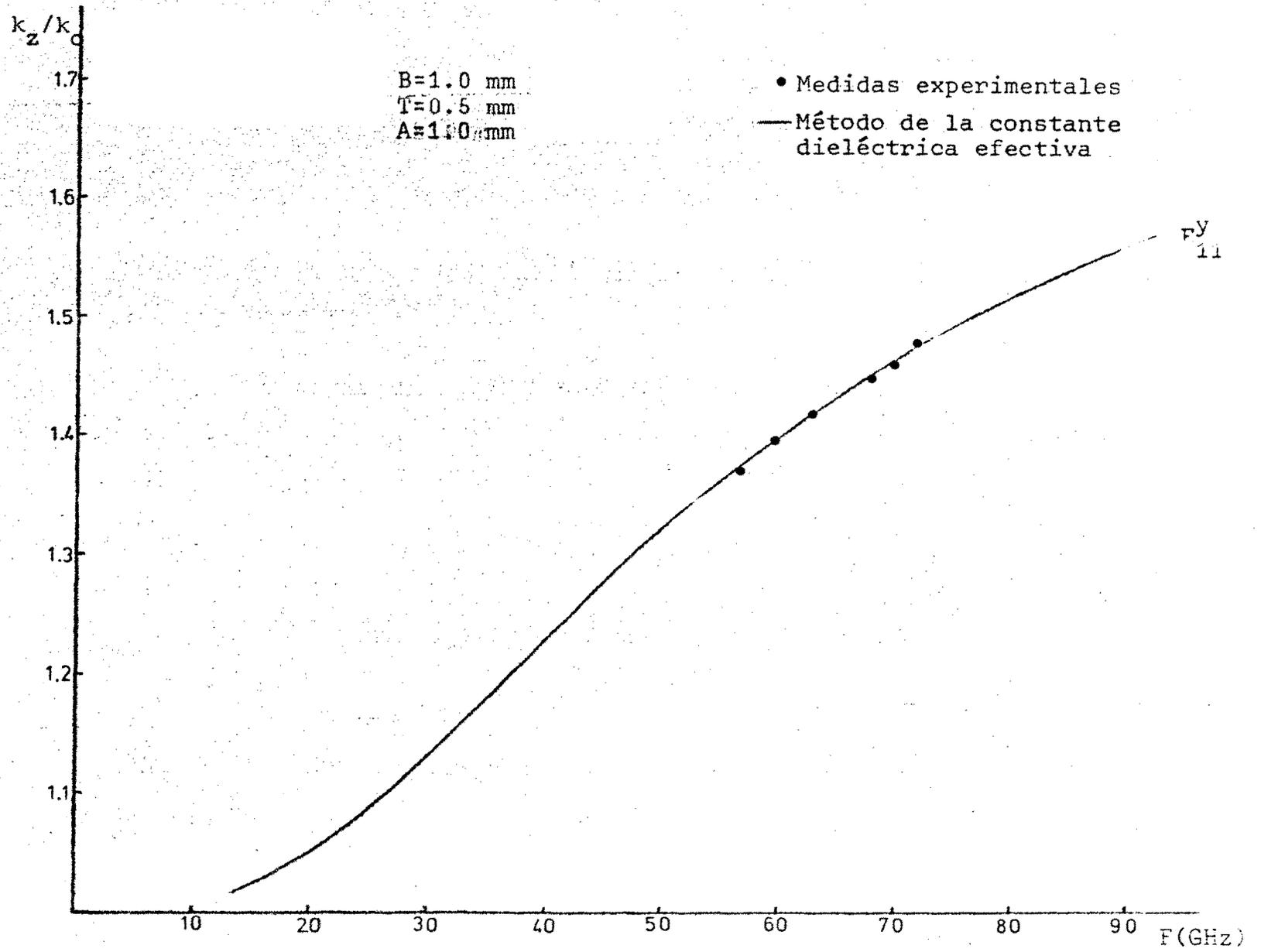


Figura III.17

Figura III.18



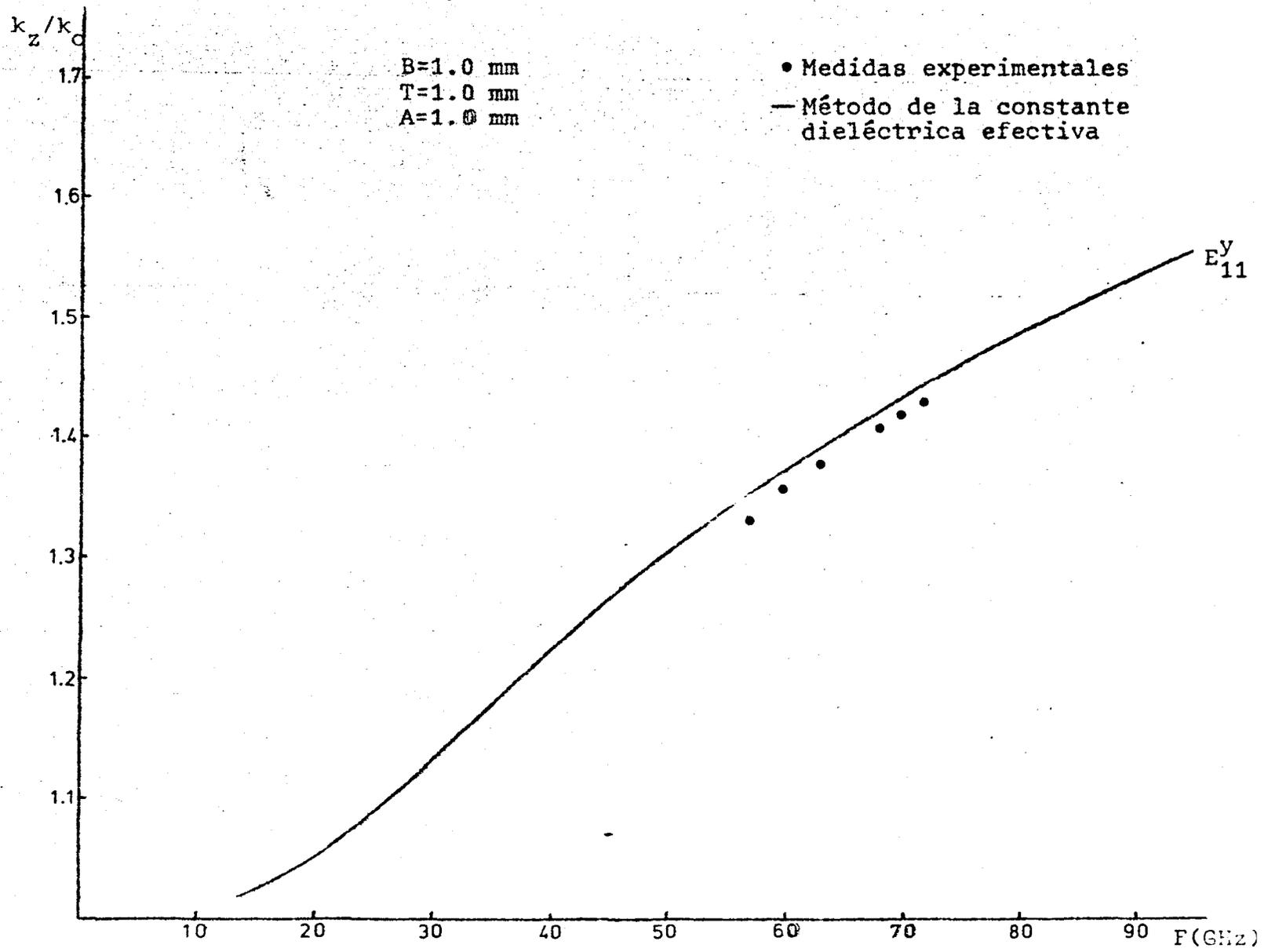


Figura III.19

## IV. ECUACIONES DEL TELEGRAFISTA GENERALIZADAS

### IV.1. Introducción

El problema de obtener una solución para la propagación de ondas electromagnéticas en guías de onda cerradas, se reduce a la obtención de una solución de las ecuaciones de Maxwell que satisfaga ciertas condiciones de contorno<sup>21</sup>. En general, para medios isótropos y homogéneos, la solución se obtiene mediante el procedimiento de separación de variables, siempre y cuando, el contorno, tanto de los conductores como de los dieléctricos - cumpla determinadas condiciones. Pero cuando el medio - que llena la guía es anisótropo o no homogéneo, este método no puede emplearse.

Este es el caso que se produce cuando introducimos la guía dieléctrica en banda invertida en una guía de onda rectangular, con lo que transformamos nuestro problema, de uno en guía abierta en otro en guía cerrada<sup>22</sup>. Este hecho se produce siempre que se intente utilizar la guía con fines distintos de la experimentación. - Así, experimentalmente, resulta cómodo el uso de la guía abierta, al suponer una menor complejidad de realización de dispositivos así como una mayor facilidad de realiza-

ción de medidas. Sin embargo, en la utilización práctica es preciso utilizar la guía cerrada, con lo cual se hace necesario estudiar de que forma las paredes conductoras influyen en las características de propagación electromagnética de la guía problema.

Una solución rigurosa del caso que se muestra en la Figura IV.1 sería excesivamente complejo, dado que al menos, deberíamos dividir el interior de la guía en 9 regiones distintas, hallar los potenciales escalares de Hertz tipos eléctrico y magnético en cada una de ellas y posteriormente proceder a una adaptación de los campos por medio de un producto interno de estos con una serie completa de funciones, lo que conduce a resolver determinantes doblemente infinitos<sup>23,24</sup>.

El método de las ecuaciones del telegrafista generalizadas<sup>25,28</sup>, propuesto originalmente por Schelkunoff en el año 1952 parece más apropiado para resolver este problema. En esencia el método consiste en desarrollar la función que da cuenta del comportamiento de los campos en el interior de la estructura, en una suma infinita de funciones ortogonales que a su vez cumplen las condiciones de contorno sobre las paredes conductoras del recinto. Las funciones solución de la ecuación de Helmholtz para guías rectangulares homogéneas, cumplen estas condiciones, por lo que son utilizables como funciones base. De esta manera, podemos convertir las ecuaciones de Maxwell en derivadas parciales en un conjunto de ecua

ciones diferenciales ordinarias, recordando cada una a las ecuaciones del telegrafista para líneas de transmisión. Cada ecuación describirá un modo de propagación. Así, una guía de onda se puede considerar como un sistema de infinitas líneas de transmisión. Si el medio que llena la guía es homogéneo e isótropo y las paredes de la guía perfectamente conductoras, por el método de separación de variables obtendremos un conjunto de modos desacoplados. Cualquier irregularidad o discontinuidad en la guía produce un acoplamiento entre los modos de propagación, el problema entonces se reduce a calcular los coeficientes de acoplo.

Teóricamente, la solución exacta se obtendrá considerando desarrollos en serie infinitos. En la práctica el desarrollo debería limitarse a los modos más fuertemente acoplados al modo incidente, siendo la aproximación tanto mejor cuanto mayor sea el número de modos considerados.

#### IV.2. Expresiones de los campos y funciones escalares

En principio, eliminaremos las componentes longitudinales del campo electromagnético en las ecuaciones de Maxwell

Expresando los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  en suma de componentes transversales y longitudinales

$$\vec{E}(x,y,z) = \vec{E}_t(x,y,z) + \vec{E}_z(x,y,z) \quad (4.1)$$

$$\vec{H}(x,y,z) = \vec{H}_t(x,y,z) + \vec{H}_z(x,y,z) \quad (4.2)$$

y el operador  $\vec{\nabla}$  como

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_t - \vec{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

la 3ª ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -j \omega \mu \vec{H} \quad (4.3)$$

se transforma en

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t + \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_z - \vec{a}_z \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j \omega \mu \vec{H}_t - j \omega \mu \vec{H}_z \quad (4.4)$$

que separando en componentes

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t = -j \omega \mu \vec{H}_z \Rightarrow \vec{H}_z = -\frac{1}{j \omega \mu} \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t \quad (4.5)$$

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{E}_z - \vec{a}_z \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j \omega \mu \vec{H}_t \quad (4.6)$$

Asimismo la 4ª ecuación de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E} \quad (4.7)$$

se transforma en

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{H}_t + \vec{\nabla}_t \times \vec{H}_z - \vec{a}_z \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = j \omega \epsilon \vec{E}_t + j \omega \epsilon \vec{E}_z \quad (4.8)$$

y separando componentes

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{H}_t = j \omega \epsilon \vec{E}_z \Rightarrow \vec{E}_z = \frac{1}{j \omega \epsilon} \vec{\nabla}_t \times \vec{H}_t \quad (4.9)$$

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{H}_z - \vec{a}_z \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = j \omega \epsilon \vec{E}_t \quad (4.10)$$

Sustituyendo (4.9) en (4.6) obtenemos

$$\frac{1}{j \omega} \vec{\nabla}_t \times \left( \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla}_t \times \vec{H}_t \right) - \vec{a}_z \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = j \omega \mu \vec{H}_t \quad (4.11)$$

Sustituyendo (4.5) en (4.10) obtenemos

$$\vec{\nabla}_t \times \left[ - \frac{1}{j \omega \mu} \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t \right] - \vec{a}_z \times \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial z} = j \omega \epsilon \vec{E}_t \quad (4.12)$$

Operando sobre (4.11) y (4.12) se llega a

$$\frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = \frac{1}{j \omega} \vec{\nabla}_t \left( \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla}_t (\vec{H}_t \times \vec{a}_z) \right) - j \omega \mu (\vec{H}_t \times \vec{a}_z) \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = \frac{1}{j \omega \mu} \vec{\nabla}_t \vec{\nabla}_t (\vec{a}_z \times \vec{E}_t) - j \omega \epsilon (\vec{a}_z \times \vec{E}_t) \quad (4.14)$$

Las componentes transversales del campo electromagnético para una guía cerrada llena con dieléctricos de forma no homogénea,  $\vec{E}_t$  y  $\vec{H}_t$ , se pueden desarrollar, como ya se dijo previamente en una suma infinita de funciones ortogonales que cumplen las condiciones de contorno sobre los conductores. Tomando como funciones ortogonales las funciones que nos describen los modos en la guía vacía  $\vec{e}(x,y)$  y  $\vec{h}(x,y)$ , obtenemos:

$$\vec{E}_t = \sum_i^{\infty} V_{(i)}(z) \vec{e}_{(i)}(x,y) + \sum_j^{\infty} V_{[j]}(z) \vec{e}_{[j]}(x,y) \quad (4.15)$$

$$\vec{H}_t = \sum_i^{\infty} I_{(i)}(z) \vec{h}_{(i)}(x,y) + \sum_j^{\infty} I_{[j]}(z) \vec{h}_{[j]}(x,y) \quad (4.16)$$

donde  $V(z)$  e  $I(z)$  reciben el nombre de tensiones y corrientes equivalentes de cada modo, que deben determinarse para conocer  $\vec{E}_t$  y  $\vec{H}_t$ . Los subíndices entre paréntesis indican que se trata de modos TM y los subíndices entre corchetes indican que se trata de modos TE. Los subíndices  $i$  y  $j$  son en realidad dobles subíndices  $n, m$  pues indican los modos de la guía vacía. Las expresiones para  $\vec{e}$  y  $\vec{h}$  se obtienen a partir de las funciones escalares  $T_{(i)}(x,y)$  y  $T_{[j]}(x,y)$  mediante

$$\left. \begin{aligned} \vec{e}_{(i)}(x,y) &= + \vec{v}_t T_{(i)}(x,y) \\ \vec{h}_{(i)}(x,y) &= - a_z \times \vec{v}_t T_{(i)}(x,y) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{para modos} \\ \text{TM} \end{array} \quad (4.17)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{e}_{[j]}(x,y) &= + a_z \times \vec{v}_t T_{[j]}(x,y) \\ \vec{h}_{[j]}(x,y) &= - \vec{v}_t T_{[j]}(x,y) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{para modos} \\ \text{TE} \end{array} \quad (4.18)$$

donde  $T_{(i)}(x,y)$  y  $T_{[j]}(x,y)$  son soluciones de la ecuación de Helmholtz en dos dimensiones

$$(\nabla_t^2 + k_c^2) \begin{Bmatrix} T_{(i)}(x,y) \\ T_{[j]}(x,y) \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.19)$$

con

$$k_c^2 = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2} \quad (4.20)$$

para el caso de guías rectangulares

Estas funciones T satisfacen las siguientes relaciones de ortogonalidad

$$\iint T_{(i)} T_{(j)} ds = \iint T_{[i]} T_{[j]} ds = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} & \iint \left( \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial x} + \frac{\partial T_{(i)}}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial y} \right) ds = \\ & = \iint \left( \frac{\partial T_{[i]}}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_{[j]}}{\partial x} + \frac{\partial T_{[i]}}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_{[j]}}{\partial y} \right) ds = 0 \quad \text{si } i \neq j \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} & \iint \left( \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_{[j]}}{\partial y} - \frac{\partial T_{(i)}}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_{[j]}}{\partial x} \right) ds = \\ & = \iint \left( \frac{\partial T_{[i]}}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial y} - \frac{\partial T_{[i]}}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial x} \right) ds = \\ & = \iint \left( \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial y} - \frac{\partial T_{(i)}}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_{(j)}}{\partial x} \right) ds = 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{para} \\ \text{cualquier} \\ i, j \end{array} \quad (4.23)$$

Ademas y en general

$$\iint \left( \frac{\partial T_{[i]}}{\partial x} \frac{\partial T_{[j]}}{\partial y} - \frac{\partial T_{[i]}}{\partial y} \frac{\partial T_{[j]}}{\partial x} \right) ds \neq 0 \quad (4.24a)$$

Las funciones T se determinan resolviendo la ecuación diferencial (4.19) y aplicando posteriormente las condiciones de contorno; solo quedan por determinar las constantes de integración relacionadas con los niveles de potencia de cada modo; podemos normalizarlas haciendo

$$\iint \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] ds = k_c^2 \iint T^2 ds = 1 \quad (4.24b)$$

#### IV.3. Las ecuaciones del telegrafista generalizadas

Sustituyendo las ecuaciones (4.15) y (4.16) en (4.13) y teniendo en cuenta que

$$\begin{aligned} \vec{H}_t \times \vec{a}_z &= \sum_i^{\infty} -I_{(i)}(z) \vec{v}_t T_{(i)}(x,y) + \\ &+ \sum_j^{\infty} -I_{(j)}(z) \vec{v}_t T_{(j)}(x,y) \times \vec{a}_z \end{aligned} \quad (4.25)$$

y que

$$\vec{v}_t (\vec{H}_t \times \vec{a}_z) = - \sum_i^{\infty} I_{(i)}(z) v_t^2 T_{(i)}(x,y) \quad (4.26)$$

obtenemos

$$\begin{aligned}
& \sum_{i}^{\infty} \frac{dV_{(i)}(z)}{dz} \vec{e}_{(i)}(x,y) + \sum_{j}^{\infty} \frac{dV_{[j]}(z)}{dz} \vec{e}_{[j]}(x,y) = \\
& = \frac{1}{j\omega} \vec{\nabla}_t \left( -\frac{1}{\epsilon} \sum_{i}^{\infty} I_{(i)}(z) \nabla_t^2 T_{(i)}(x,y) \right) + \\
& + j\omega\mu \sum_{i}^{\infty} I_{(i)}(z) \vec{\nabla}_t T_{(i)}(x,y) + \\
& + j\omega\mu \sum_{j}^{\infty} I_{[j]}(z) \vec{\nabla}_t T_{[j]}(x,y) \times \vec{a}_z \quad (4.27)
\end{aligned}$$

Multiplicando por  $\vec{e}_{(n)}(x,y)$ , integrando, y teniendo en cuenta las relaciones de ortogonalidad, obtenemos

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{(n)}(z)}{dz} &= -\frac{1}{j\omega} \sum_{i}^{\infty} I_{(i)}(z) \iint \vec{\nabla}_t \left( \frac{1}{\epsilon} \nabla_t^2 T_{(i)}(x,y) \right) \vec{e}_{(n)}(x,y) ds \\
& - j\omega\mu I_{(n)}(z) + j\omega\mu \sum_{j}^{\infty} I_{[j]}(z) \iint \left( \vec{\nabla}_t T_{[j]}(x,y) \times \vec{a}_z \right) \vec{e}_{(n)}(x,y) ds \quad (4.28)
\end{aligned}$$

Haciendo uso de la 2ª identidad de Green en 2 dimensiones y operando

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{(n)}(z)}{dz} &= \\
& = -\frac{1}{j\omega} \sum_{i}^{\infty} I_{(i)}(z) \iint \frac{1}{\epsilon} \nabla_t^2 T_{(i)}(x,y) \nabla_t^2 T_{(n)}(x,y) ds - j\omega\mu I_{(n)}(z) \quad (4.29)
\end{aligned}$$

De igual manera, multiplicando (4.27) por  $e_{[m]}$ , integrando y operando se obtiene

$$\frac{dV_{[m]}(z)}{dz} = -j\omega\mu I_{[m]}(z) \quad (4.30)$$

Por otra parte, sustituyendo (4.15) y (4.16) en (4.14) y teniendo en cuenta que

$$\begin{aligned} \vec{a}_z \times \vec{E}_t &= - \sum_i^{\infty} V_{(i)}(z) \vec{a}_z \times \vec{v}_t T_{(i)}(x,y) - \\ &- \sum_j^{\infty} V_{[j]}(z) \vec{v}_t T_{[j]}(x,y) \end{aligned} \quad (4.31)$$

y que

$$\vec{v}_t \vec{v}_t (\vec{a}_z \times \vec{E}_t) = - \sum_j^{\infty} V_{[j]}(z) \vec{v}_t \left[ v_t^2 T_{[j]}(x,y) \right] \quad (4.32)$$

obtenemos

$$\begin{aligned} &\sum_i^{\infty} \frac{dI_{(i)}(z)}{dz} \vec{h}_{(i)}(x,y) + \sum_j^{\infty} \frac{dI_{[j]}(z)}{dz} \vec{h}_{[j]}(x,y) = \\ &= - \frac{1}{j\omega\mu} \sum_j^{\infty} V_{[j]}(z) \vec{v}_t \left[ v_t^2 T_{[j]}(x,y) \right] + \\ &+ j\omega\epsilon \sum_i^{\infty} V_{(i)} \vec{a}_z \times v_t T_{(i)}(x,y) + \\ &+ j\omega\epsilon \sum_j^{\infty} V_{[j]}(z) v_t T_{[j]}(x,y) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Multiplicando por  $\vec{h}_{(n)}(x,y)$ , integrando y teniendo en cuenta las relaciones de ortogonalidad, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{dI_{(n)}(z)}{dz} = & -j \omega \epsilon_0 \left[ \sum_i^{\infty} V_{(i)}(z) \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{(i)}(x,y) \vec{h}_{(n)}(x,y) ds + \right. \\ & \left. + \sum_j^{\infty} V_{(j)}(z) \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{(j)}(x,y) \vec{h}_{(n)}(x,y) \right] ds \quad (4.34) \end{aligned}$$

Igualmente, multiplicando (4.33) por  $\vec{h}_{[m]}$  e integrando - obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{dI_{[m]}(z)}{dz} = & - \frac{1}{j \omega \mu} k_c^2 V_{[m]}(z) - \\ & -j \omega \epsilon_0 \sum_i^{\infty} V_{(i)}(z) \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{(i)}(x,y) \vec{h}_{[m]}(x,y) ds - \\ & -j \omega \epsilon_0 \sum_j^{\infty} V_{(j)}(z) \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{(j)}(x,y) \vec{h}_{[m]}(x,y) ds \quad (4.35) \end{aligned}$$

Las ecuaciones (4.29), (4.30) (4.34) y (4.35) se pueden poner de la forma siguiente:

$$\frac{dV_{(n)}(z)}{dz} = -j \sum_i^{\infty} Z_{(n)(i)} I_{(i)}(z) \quad (4.36)$$

$$\frac{dV_{[m]}(z)}{dz} = -j \omega \mu I_{[m]}(z) \quad (4.37)$$

$$\frac{dI_{(n)}(z)}{dz} = -j \left( \sum_i^{\infty} Y_{(n)(i)} V_{(i)}(z) + \sum_j^{\infty} Y_{(n)[j]} V_{[j]}(z) \right) \quad (4.38)$$

$$\frac{dI_{[m]}(z)}{dz} = -j \left( \sum_i^{\infty} Y_{[m](i)} V_{(i)}(z) + \sum_j^{\infty} Y_{[m][j]} V_{[j]}(z) \right) \quad (4.39)$$

donde

$$Z_{(n)(i)} = \begin{cases} - \frac{k_c^2(n) k_c^2(i)}{\omega \epsilon_0} \iint_{\epsilon_r}^{-1} (x,y) T_{(n)}(x,y) T_{(i)}(x,y) ds & \text{para } n \neq i \quad a) \\ \omega \mu_0 \frac{k_c^2(n) k_c^2(i)}{\omega \epsilon_0} \iint_{\epsilon_r}^{-1} (x,y) T_{(n)}(x,y) T_{(i)}(x,y) ds & \text{para } n = i \quad b) \end{cases} \quad (4.40)$$

$$Y_{(n)(i)} = \omega \epsilon_0 \iint_{\epsilon_r} (x,y) \vec{h}_{(i)}(x,y) \vec{h}_{(n)}(x,y) ds \quad (4.41)$$

$$Y_{(n)[j]} = \omega \epsilon_0 \iint_{\epsilon_r} (x,y) \vec{h}_{[j]}(x,y) \vec{h}_{(n)}(x,y) ds \quad (4.42)$$

$$Y_{[m](i)} = \omega \epsilon_0 \iint_{\epsilon_r} (x,y) \vec{h}_{(i)}(x,y) \vec{h}_{[m]}(x,y) ds \quad (4.43)$$

$$Y_{[m][j]} = \begin{cases} \omega \epsilon_0 \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{[j]}(x,y) \vec{h}_{[m]}(x,y) ds & \text{para } j \neq m \\ \omega \epsilon_0 \iint \epsilon_r(x,y) \vec{h}_{[j]}(x,y) h_{[m]}(x,y) ds - \\ - \frac{k_c^2}{\omega \mu} & \text{para } j = m \end{cases} \quad (4.44)$$

Las ecuaciones (4.36), (4.37), (4.38) y (4.39) se conocen como las ecuaciones del telegrafista generalizadas. Se puede observar en ellas que hemos pasado de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales, a un sistema en derivadas totales.

Definiendo ahora las matrices

$$\begin{aligned} \left[ \frac{dV}{dz} \right] &= \begin{bmatrix} \frac{dV_{(n)}(z)}{dz} \\ \text{-----} \\ \frac{dV_{[m]}(z)}{dz} \end{bmatrix} \quad \text{a)} \quad [Z] = \begin{bmatrix} Z_{(n)(i)} & & 0 \\ \text{-----} & & \text{-----} \\ & \omega \mu & \\ 0 & & \omega \mu \end{bmatrix} \quad \text{d)} \\ \left[ \frac{dI}{dz} \right] &= \begin{bmatrix} \frac{dI_{(n)}(z)}{dz} \\ \text{-----} \\ \frac{dI_{[m]}(z)}{dz} \end{bmatrix} \quad \text{b)} \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_{(n)(i)} & & Y_{(n)[j]} \\ \text{-----} & & \text{-----} \\ Y_{[m](i)} & & Y_{[m][j]} \end{bmatrix} \quad \text{e)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left[ V \right] &= \begin{bmatrix} V_{(n)}(z) \\ \text{---} \\ V_{[m]}(z) \end{bmatrix} & \text{c)} & \quad \left[ I \right] = \begin{bmatrix} I_{(n)}(z) \\ \text{---} \\ I_{[m]}(z) \end{bmatrix} & \text{f)} \\
 & & & & (4.45)
 \end{aligned}$$

las anteriores ecuaciones se reducen a

$$\left[ \frac{dV}{dz} \right] = -j \left[ Z \right] \left[ I \right] \quad (4.46)$$

$$\left[ \frac{dI}{dz} \right] = -j \left[ Y \right] \left[ V \right] \quad (4.47)$$

Si consideramos que la sección recta de la guía no varia con la dirección  $z$ , podemos tomar la variación en esta dirección de la forma  $e^{-j\beta z}$  supuesta, la línea sin pérdidas, con lo que

$$\left[ \frac{dV}{dz} \right] = -j \beta \left[ V \right] \quad (4.48)$$

$$\left[ \frac{dI}{dz} \right] = -j \beta \left[ I \right] \quad (4.49)$$

Así las ecuaciones (4.46) y (4.47) se transforman en

$$\beta \left[ V \right] = \left[ Z \right] \left[ I \right] \quad (4.50)$$

$$\beta [I] = [Y][V] \quad (4.51)$$

De aqui, obtenemos

$$([Z][Y] - \beta^2) [V] = 0 \quad (4.52)$$

o bien

$$([Y][Z] - \beta^2) [I] = 0 \quad (4.53)$$

y el problema se reduce a un problema de valores propios. Conocidas las matrices  $[Y]$  y  $[Z]$  y calculado su producto, los valores propios de la matriz resultante serán los cuadrados de las constantes de propagación. A partir de ellos, es posible hallar los vectores propios, y de aqui, la variación de los campos en el interior de la guia, por medio de las ecuaciones (4.15) y (4.16).

Como ya fué demostrado por Hord y Rosenbaum<sup>26</sup> las ecuaciones del telegrafista generalizadas y el procedimiento variacional de Rayleigh-Ritz son formalmente los mismos, supuesto el uso de los modos de la guia variable como campos prueba o aproximados, tal y como quedan introducidos por Berk<sup>15</sup>. Pero además, el método de las ecuaciones del telegrafista generalizadas coincide con el método de Galerkin<sup>16</sup>, por lo que las propiedades de uno y otro son equivalentes. Esto implica que los valores propios obtenidos son variacionales, por lo que no será preciso expandir los campos en un número de funciones grande y por tanto usar matrices de orden muy eleva-

do para obtener una precisión suficiente en el cálculo de la constante de propagación; no sucederá lo mismo si se pretende calcular los campos, y en ese caso el número de modos a considerar deberá ser importante.

#### IV.4. Aplicación de la guía dieléctrica en banda invertida

Dado el orden de las matrices que es preciso utilizar para resolver el problema, es evidente que salvo casos especiales, será preciso aplicar procedimientos numéricos de solución. En este caso, podríamos asimismo realizar numéricamente el cálculo de los elementos que forman las matrices  $Z$  e  $Y$ . Sin embargo, y dado que hemos escogido como funciones base las funciones que nos dan los modos de la guía vacía, las integraciones a ejecutar son resolubles analíticamente sin grandes dificultades, por lo que ganaremos en seguridad y en la velocidad del cálculo numérico posterior.

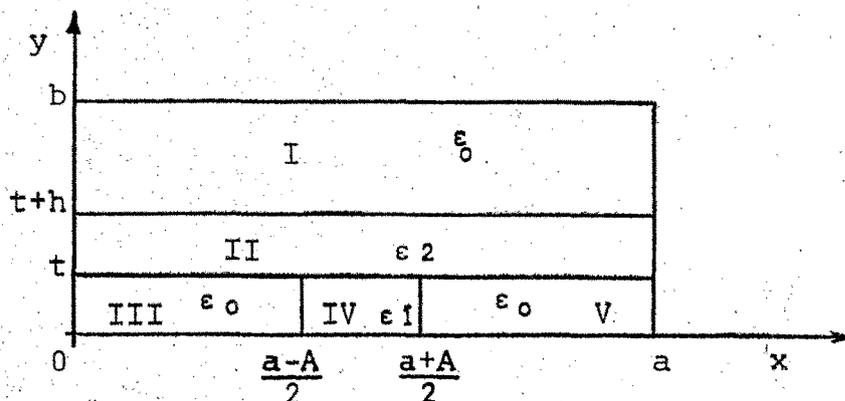


Figura IV.1

La guía problema se muestra en la figura IV-I.

La integración se realizará independientemente en los 5 dominios que se muestran en la figura con objeto de sacar fuera de las integrales el termino  $\epsilon(x,y)$ . Por otra parte, y recordando que los subíndices (n) e (i) de las ecuaciones (4.40) corresponden en realidad a dobles subíndices  $n \equiv (n,m)$  e  $i \equiv (p,q)$ , y teniendo en cuenta - que

$$T_{[n,m]} = \frac{\eta_{nm}}{k_{c[n,m]}\sqrt{ab}} \cos \frac{n\pi}{a} x \cos \frac{m\pi}{b} y \quad (4.54)$$

$$T_{(n,m)} = \frac{\eta_{nm}}{k_{c(n,m)}\sqrt{ab}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{b} y \quad (4.55)$$

$$\text{donde} \quad \eta_{nm} = 2 \quad \text{si } n,m \neq 0$$

$$\eta_{n0} = \eta_{0m} = 2 \quad (4.56)$$

al aplicar la integración a las ecuaciones (4.40) será - preciso distinguir cuatro casos:

$$n = p \quad m = q, \quad n = p \quad m \neq q, \quad n \neq p \quad m = q \quad \text{y} \quad n \neq p \quad m \neq q$$

#### Cálculo de la matriz Z

En este caso, solo es necesario calcular la submatriz que nos da el acoplo de los modos TM con TM. Entonces para

$$a) \quad n = p, \quad m = q$$

$$\begin{aligned}
Z_{(n,m)(p,q)} = & \omega \mu_0 - \frac{k^2 c(n,m)}{\omega \epsilon_0} \cdot \frac{n_{nm}^2}{ab} \cdot \left\{ \frac{ab}{4} + \right. \\
& + (\epsilon_2^{-1} - 1) \frac{a}{2} \text{TT1}(t+h, b, m) + \\
& + \text{TT1}(t, b, m) \left[ (1 - \epsilon_2^{-1}) \frac{a}{2} + \right. \\
& + (\epsilon_1^{-1} - 1) \left. \left\{ \text{TT1} \left( \frac{a+A}{2}, a, n \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \text{TT1} \left( \frac{a-A}{2}, a, n \right) \right\} \right] \left. \right\} \quad (4.57)
\end{aligned}$$

b)  $n = p, m \neq q$

$$\begin{aligned}
Z_{(n,m)(p,q)} = & \frac{-k c(n,m) k c(p,q) n_{nm} n_{pq}}{\omega \epsilon_0 ab} \cdot \\
& \cdot \left\{ (\epsilon_2^{-1} - 1) \frac{a}{2} \text{TT2}(t+h, b, m, q) + \right. \\
& + \left[ (1 - \epsilon_2^{-1}) \frac{a}{2} + (\epsilon_1^{-1} - 1) \left\{ \text{TT1} \left( \frac{a+A}{2}, a, n \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \text{TT1} \left( \frac{a-A}{2}, a, n \right) \right\} \right] \text{TT2}(t, b, m, q) \left. \right\} \quad (4.58)
\end{aligned}$$

c)  $n \neq p, m = q$

$$\begin{aligned}
Z_{(n,m)(p,q)} = & \frac{-k c(n,m) k c(p,q) n_{nm} n_{pq}}{\omega \epsilon_0 ab} \text{TT1}(t, b, m) \cdot \\
& \cdot \left\{ (\epsilon_1^{-1} - 1) \left[ \text{TT2} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \text{TT2} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right] \right\} \quad (4.59)
\end{aligned}$$

d)  $n \neq p \quad m = q$

$$Z_{(nm)(pq)} = \frac{-k_{c(n,m)} k_{c(p,q)} \eta_{nm} \eta_{pq}}{\omega \epsilon_0 ab} TT2(t, b, m, q) \cdot \left\{ (\epsilon_1^{-1} - 1) \left[ TT2\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - TT2\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right] \right\} \quad (4.60)$$

Cálculo de la matriz Y

1º) Acoplo de modos TM a TM:

a)  $n = p, \quad m = q$

$$Y_{(pq)(pq)} = \omega \epsilon_0 \frac{\eta_{pq}^2}{k_{c(p,q)}^2 ab} \left\{ \frac{p^2 \pi^2}{a^2} \left\{ \frac{ab}{4} + \frac{a}{2} (\epsilon_2 - 1) TT1(t+h, b, q) + \left[ \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (1 - \epsilon_1) TT3\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) + (\epsilon_1 - 1) TT3\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) \right] TT1(t, b, q) \right\} + \frac{q^2 \pi^2}{b^2} \left\{ \frac{ab}{4} + \frac{a}{2} (\epsilon_2 - 1) TT3(t+h, b, q) + \left[ \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (1 - \epsilon_1) TT1\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) + (\epsilon_1 - 1) TT1\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) \right] \cdot TT3(t, b, q) \right\} \right\} \quad (4.61)$$

b)  $n = p, m \neq q$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)(p,m)} &= \omega \varepsilon_0 \frac{n_{pq} n_{pm}}{k_{c(p,q)} k_{c(p,n)}^{ab}} \left\{ \frac{p^2 \pi^2}{a^2} \right. \\
 &\left. \left\{ (\varepsilon_2 - 1) \frac{a}{2} \text{TT2}(t+h, b, m, q) + \text{TT2}(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2} (1 - \varepsilon_2) + \right. \right. \right. \\
 &+ (\varepsilon_1 - 1) \left[ \text{TT3} \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \text{TT3} \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right] \left. \right\} \left. \right\} + \\
 &+ \frac{mq \pi^2}{b^2} \left\{ (\varepsilon_2 - 1) \frac{a}{2} \text{TT4}(t+h, b, m, q) + \right. \\
 &+ \text{TT4}(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2} (1 - \varepsilon_2) + (\varepsilon_1 - 1) \left[ \text{TT1} \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \right. \right. \\
 &\left. \left. - \text{TT1} \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right] \right\} \left. \right\} \quad (4.62)
 \end{aligned}$$

c)  $n \neq p, m = q$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)(nq)} &= \frac{\omega \varepsilon_0 n_{pq} n_{nq}}{k_{c(pq)} k_{c(nq)}^{ab}} \left\{ \frac{np \pi^2}{a^2} (\varepsilon_1 - 1) \text{TT1}(t, b, q) \right. \\
 &\left. \left[ \text{TT4} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \text{TT4} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right] + \right. \\
 &+ \frac{q^2 \pi^2}{b^2} (\varepsilon_1 - 1) \text{TT3}(t, b, q) \left[ \text{TT2} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \right. \\
 &\left. \left. - \text{TT2} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right] \left. \right\} \quad (4.63)
 \end{aligned}$$

d)  $n \neq p, m \neq q$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)}(n,m) &= \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{pq} \eta_{nm}}{k_{c(p,q)} k_{c(n,m)} ab} \left\{ \frac{np\pi^2}{a^2} TT2(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \cdot \right. \\
 &\cdot \left[ TT4 \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - TT4 \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right] + \\
 &+ \frac{mq\pi^2}{b^2} TT4(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \left[ TT2 \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \right. \\
 &\left. \left. - TT2 \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right] \right\} \quad (4.64)
 \end{aligned}$$

2º) Acoplo de modos TM a TE:

a)  $n = p, m = q$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)}[n,m] &= \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{pq}^2 \cdot \pi^2 pq}{k_{c(pq)}^2 a^2 b^2} \left\{ \frac{a}{2} (\epsilon_2 - 1) \left[ TT3(t+h,b,q) - \right. \right. \\
 &- TT1(t+h,b,q) \left. \right] + \left[ \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (\epsilon_1 - 1) \left\{ TT1 \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \right. \right. \\
 &- TT1 \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \left. \right\} TT3(t,b,q) - \left[ \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (\epsilon_1 - 1) \cdot \right. \\
 &\left. \left. \cdot \left\{ TT3 \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - TT3 \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right\} \right] TT1(t,b,q) \right\} \\
 &\quad (4.65)
 \end{aligned}$$

b)  $n = p, q \neq m$

$$\begin{aligned}
 Y_{(p,q)[p,m]} &= \frac{\omega \epsilon_0 n_{pq} n_{pm} p \pi^2}{k_c(pq) k_c[p,m] a^2 b^2} \left\{ q \cdot \right. \\
 &\cdot \left\{ (\epsilon_2 - 1) \frac{a}{2} TT4(t+h, b, m, q) + TT4(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2}(1 - \epsilon_2) + \right. \right. \\
 &+ (\epsilon_1 - 1) \left[ TT1\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - TT1\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right] \left. \right\} \left. \right\} - \\
 &- m \left\{ (\epsilon_2 - 1) \frac{a}{2} TT2(t+h, b, m, q) + TT2(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2}(1 - \epsilon_2) + \right. \right. \\
 &+ (\epsilon_1 - 1) \left[ TT3\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - TT3\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right] \left. \right\} \left. \right\} \quad (4.66)
 \end{aligned}$$

c)  $n \neq p, m = q$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)[nq]} &= \frac{\omega \epsilon_0 n_{pq} n_{nq} \pi^2}{k_c(pq) k_c[nq] a^2 b^2} \cdot \\
 &\cdot \left\{ n (\epsilon_1 - 1) TT3(t, b, q) \left\{ TT2\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - \right. \right. \\
 &- TT2\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \left. \right\} - p (\epsilon_1 - 1) TT1(t, b, q) \\
 &\cdot \left. \left\{ TT4\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - TT4\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right\} \right\} \quad (4.67)
 \end{aligned}$$

d)  $p \neq n, q \neq m$

$$\begin{aligned}
 Y_{(pq)[n,m]} &= \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{pq} \eta_{nm} \pi^2}{k_c(pq) k_c[n,m] a^2 b^2} \left\{ nq \cdot TT4(t, b, m, q) (\epsilon_1 - 1) \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \left\{ TT2\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - TT2\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right\} \right. \\
 &- pm \cdot TT2(t, b, m, q) (\epsilon_1 - 1) \left. \left\{ TT4\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - \right. \right. \\
 &- \left. \left. TT4\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right\} \right\} \quad (4.68)
 \end{aligned}$$

3º) Acoplo de modos TE a TM

a)  $n = p, m = q$

$$\begin{aligned}
 Y_{[pq](pq)} &= \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{pq}^2 \pi^2}{k_c^2(pq) a^2 b^2} \left\{ \frac{a}{2} (\epsilon_2 - 1) \cdot \right. \\
 &\cdot \left( TT3(t+h, b, q) - TT1(t+h, b, q) \right) + \\
 &+ \left( \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (\epsilon_1 - 1) \right) \left\{ TT1\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - \right. \\
 &- \left. TT1\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right\} \left. \right\} TT3(t, b, q) - \left( \frac{a}{2} (1 - \epsilon_2) + (\epsilon_1 - 1) \cdot \right. \\
 &\left. \left\{ TT3\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - TT3\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right\} \right) TT1(t, b, q) \left. \right\} \quad (4.69)
 \end{aligned}$$

b)  $n = p, m \neq q$

$$\begin{aligned}
 Y_{[p,q]}(p,m) &= \frac{\omega \varepsilon_0 \eta_{pm} \eta_{pq} \pi^2 p}{k_c(pm) k_c[pq] a^2 b^2} \left\{ m \cdot \right. \\
 &\cdot \left\{ (\varepsilon_2 - 1) \frac{a}{2} \text{TT4}(t+h, b, m, q) + \text{TT4}(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2} (1 - \varepsilon_2) + \right. \right. \\
 &+ (\varepsilon_1 - 1) \left[ \text{TT1} \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \text{TT1} \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right] \left. \right\} - \\
 &- q \left\{ (\varepsilon_2 - 1) \frac{a}{2} \text{TT2}(t+h, b, m, q) + \text{TT2}(t, b, m, q) \left\{ \frac{a}{2} (1 - \varepsilon_2) + \right. \right. \\
 &+ (\varepsilon_1 - 1) \left[ \text{TT3} \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \text{TT3} \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right] \left. \right\} \left. \right\} \quad (4.70)
 \end{aligned}$$

c)  $n \neq p, m = q$

$$\begin{aligned}
 Y_{[p,q]}(n,q) &= \frac{\omega \varepsilon_0 \eta_{pq} \eta_{nq} \pi^2 q}{k_c[p,q] k_c(n,q) a^2 b^2} \left\{ p (\varepsilon_1 - 1) \text{TT3}(t, b, q) \right. \\
 &\left( \text{TT2} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \text{TT2} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) - \\
 &- n (\varepsilon_1 - 1) \text{TT1}(t, b, q) \left( \text{TT4} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \right. \\
 &\left. \left. - \text{TT4} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) \right\} \quad (4.71)
 \end{aligned}$$

d)  $n \neq p, m \neq q$

$$Y_{[p,q]}(n,m) = \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{p,q} \pi^2}{k_c^2 [p,q] k_c(n,m) a^2 b^2} \left\{ pmTT4(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \right. \\ \left. \left( TT2 \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - TT2 \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) - \right. \\ \left. - qn TT2(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \left( TT4 \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - TT4 \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) \right\} \quad (4.72)$$

4º) Acoplo de modos TE a TE

a)  $n = p, m = q$

$$Y_{[p,q]}[p,q] = \frac{\omega \epsilon_0 \eta_{p,q}^2 \pi^2}{k_c^2 [p,q] ab} \left\{ \frac{p^2}{a^2} \right\} TT1(a,a,p) \\ \left( TT3(b,b,q) - TT3(t+h,b,q) (\epsilon_2 - 1) \right) + \\ + TT3(t,b,q) \left( (1 - \epsilon_2) TT1(a,a,p) + (\epsilon_1 - 1) \left\{ TT1 \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - TT1 \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right\} \right) + \frac{q^2}{b^2} \left\{ TT3(a,a,p) \left( TT1(b,b,q) + \right. \right. \\ \left. \left. + TT1(t+h,b,q) (\epsilon_2 - 1) \right) + TT1(t,b,q) \left( (1 - \epsilon_2) TT3(a,a,p) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\epsilon_1 - 1) \left\{ TT3 \left( \frac{a+A}{2}, a, p \right) - TT3 \left( \frac{a-A}{2}, a, p \right) \right\} \right) \right\} \left\{ - \frac{k_c^2 [p,q]}{\omega \mu_0} \right\} \quad (4.73)$$

b)  $n = p, m \neq q$

$$Y_{[p,q][p,m]} = \frac{\omega \epsilon_0 n_{p,q} n_{p,m} \pi^2}{k_c [p,q] k_c [p,m] ab} \left\{ \frac{p^2}{a^2} \right.$$

$$\cdot \left. \left\{ (\epsilon_2 - 1) TT1(a, a, p) TT4(t+h, b, m, q) + TT4(t, b, m, q) \right. \right.$$

$$\left. \left. \left( (1 - \epsilon_2) TT1(a, a, p) + (\epsilon_1 - 1) \left[ TT1\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - TT1\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right] \right) \right\} + \frac{qm}{b^2} \left\{ (\epsilon_2 - 1) TT3(a, a, p) TT2(t+h, b, m, q) + \right. \\ \left. + TT2(t, b, m, q) \left( (1 - \epsilon_2) TT3(a, a, p) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\epsilon_1 - 1) \left[ TT3\left(\frac{a+A}{2}, a, p\right) - TT3\left(\frac{a-A}{2}, a, p\right) \right] \right) \right\} \right\} \quad (4.74)$$

c)  $n \neq p, m = q$

$$Y_{[p,q][n,q]} = \frac{\omega \epsilon_0 n_{p,q} n_{nq} \pi^2}{k_c [p,q] k_c [n,q] ab} \left( \frac{pn}{a^2} (\epsilon_1 - 1) TT3(t, b, q) \right.$$

$$\left. \left\{ TT2\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - TT2\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right\} + \right.$$

$$\left. + \frac{q^2}{b^2} (\epsilon_1 - 1) TT1(t, b, q) \left\{ TT4\left(\frac{a+A}{2}, a, n, p\right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - TT4\left(\frac{a-A}{2}, a, n, p\right) \right\} \right) \quad (4.75)$$

d)  $n \neq p, m \neq q$

$$Y_{[p,q][n,m]} = \frac{\omega \epsilon_0 n_{p,q} n_{n,m} \pi^2}{k_c [p,q] k_c [n,m] ab}$$

$$\left\{ \frac{np}{a^2} \text{TT4}(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \left( \text{TT2} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \text{TT2} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) + \frac{qm}{b^2} \text{TT2}(t,b,m,q) (\epsilon_1 - 1) \left( \text{TT4} \left( \frac{a+A}{2}, a, n, p \right) - \text{TT4} \left( \frac{a-A}{2}, a, n, p \right) \right) \right\} \quad (4.76)$$

donde las funciones que aparecen en las expresiones 4.57 a 4.76 vienen dadas por

$$\text{TT1}(z,d,n) = \frac{z}{2} - \frac{\text{sen} \frac{2n\pi}{d} z}{\frac{4n\pi}{d}} \quad (4.77)$$

$$\text{TT2}(z,d,n,m) = \frac{\text{sen} (n-m) \frac{\pi}{d} z}{2 \frac{\pi}{d} (n,m)} - \frac{\text{sen} (n+m) \frac{\pi}{d} z}{2 \frac{\pi}{d} (n+m)} \quad (4.78)$$

$$TT3 (z,d,n) = \frac{z}{2} + \frac{\text{sen } \frac{2n\pi}{d} z}{\frac{4n\pi}{d}} \quad (4.79)$$

$$TT4 (z,d,n,m) = \frac{\text{sen } (n-m) \frac{\pi}{d} z}{2 (n-m) \pi/d} + \frac{\text{sen } (n+m) \frac{\pi}{d} z}{2 (n+m) \pi/d} \quad (4.80)$$

#### IV.5. Procedimiento numérico de solución

Hemos visto previamente (sección IV-3), que con objeto de aplicar el método de Schelkunoff, es preciso encontrar dos matrices Z e Y, cuyos términos en el caso particular que nos ocupa vienen dados por las ecuaciones 4.57 a 4.76, multiplicarlas y calcular posteriormente los valores propios y los vectores propios y a partir de estos se pueden calcular los campos. Es evidente que este proceso solo puede ser llevado a cabo numéricamente.

El programa principal, primeramente lee los datos de entrada; estos datos son las dimensiones geométricas a, b, t, h, A, las constantes dieléctricas  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , la gama de frecuencias de operación y los índices superiores de los modos TM y TE. A continuación calcula las

constantes de separación entre los modos de la guía vacía y posteriormente, mediante la subrutina Matz calcula la matriz Z; después y mediante las subrutinas Maty 1 y Maty 2 calcula la matriz Y. Estas dos últimas subrutinas calculan los acoplos de modos TM a TM y TM a TE (Maty 1) y los acoplos de TE a TM y TE a TE (Maty 2). A continuación, el programa principal llama la subrutina EIGRF la cual procede al cálculo de los valores y vectores propios; esta última subrutina, así como todas las llamadas por ella, pertenece a la librería ISML.LB similar a la librería de subrutinas científicas de IBM por lo que no la describiremos aquí; únicamente es preciso decir, que el método de cálculo de valores y vectores propios es el método QR<sup>34,35</sup>, especialmente apropiado para cálculo en el caso de matrices mal condicionadas. Posteriormente, el programa principal hace uso de la subrutina CAMPOS para calcular la variación del campo electromagnético con las coordenadas transversales, y permitir así identificar la constante de propagación correspondiente. El tiempo de CPU utilizado para este cálculo por geometría y frecuencia es de 13 segundos sobre un ordenador Data General modelo Eclipse para el caso de considerar matrices de 24 x 24, es decir, acoplamientos entre 24 modos.

El método QR es apropiado para resolver matrices reales no simétricas; es un método muy pesado de utilización pero es el más conveniente para resolver matrices mal condicionadas; en nuestro caso, hemos comprobado que las matrices se encuentran mal condicionadas. Dado que -

la subrutina EIGRF que realiza el cálculo de valores y -  
vectores propios esta construida para resolver el caso -  
de matrices reales no simétricas, no existe la necesidad  
de escoger el mismo número de modos TM que TE lo que con-  
duciría a resolver matrices simétricas. Por lo tanto po-  
demos escoger libremente tanto el número de modos TM que  
TE. En nuestro caso, y con objeto de simplificar el pro-  
grama, el número de modos escogidos viene marcado por el  
subíndice máximo admitido, es decir, si el subíndice má-  
ximo admitido para modos TM es  $n_1$ , el último modo TM ad-  
mitido es el  $TM_{n_1, n_1}$  y si el subíndice máximo admitido -  
para modos TE es  $n_2$ , el último modo TE admitido es -  
 $TE_{n_2, n_2}$ . Entonces el número de modos TM será  $n_1^2$  y el nú-  
mero de modos TE será  $n_2(n_2+2)$ . Dada la capacidad limi-  
tada del ordenador, el listado de programa que se acompa-  
ña se encuentra preparado para admitir un máximo de 24 -  
modos, cantidad incluida en la mayor parte de los resul-  
tados expuestos. Asimismo, el listado del programa no in-  
cluye la posibilidad de no considerar acoplamientos con  
algun modo concreto, pero la inclusión de esta possibili-  
dad se reduce a la introducción de 2 ó 3 tarjetas en las  
subrutinas MATZ, MATY1, MATY2 y CAMPOS. Es evidente que  
esto permitiría el análisis del grado de acoplamiento y  
por tanto de influencia de los distintos modos. En nues-  
tro caso sin embargo, estamos interesados no sólo en de-  
terminados modos de la guía dieléctrica en banda inverti-  
da, sino en todos aquellos que sean solución; por lo -  
tanto no haremos uso en este cálculo en particular, de -

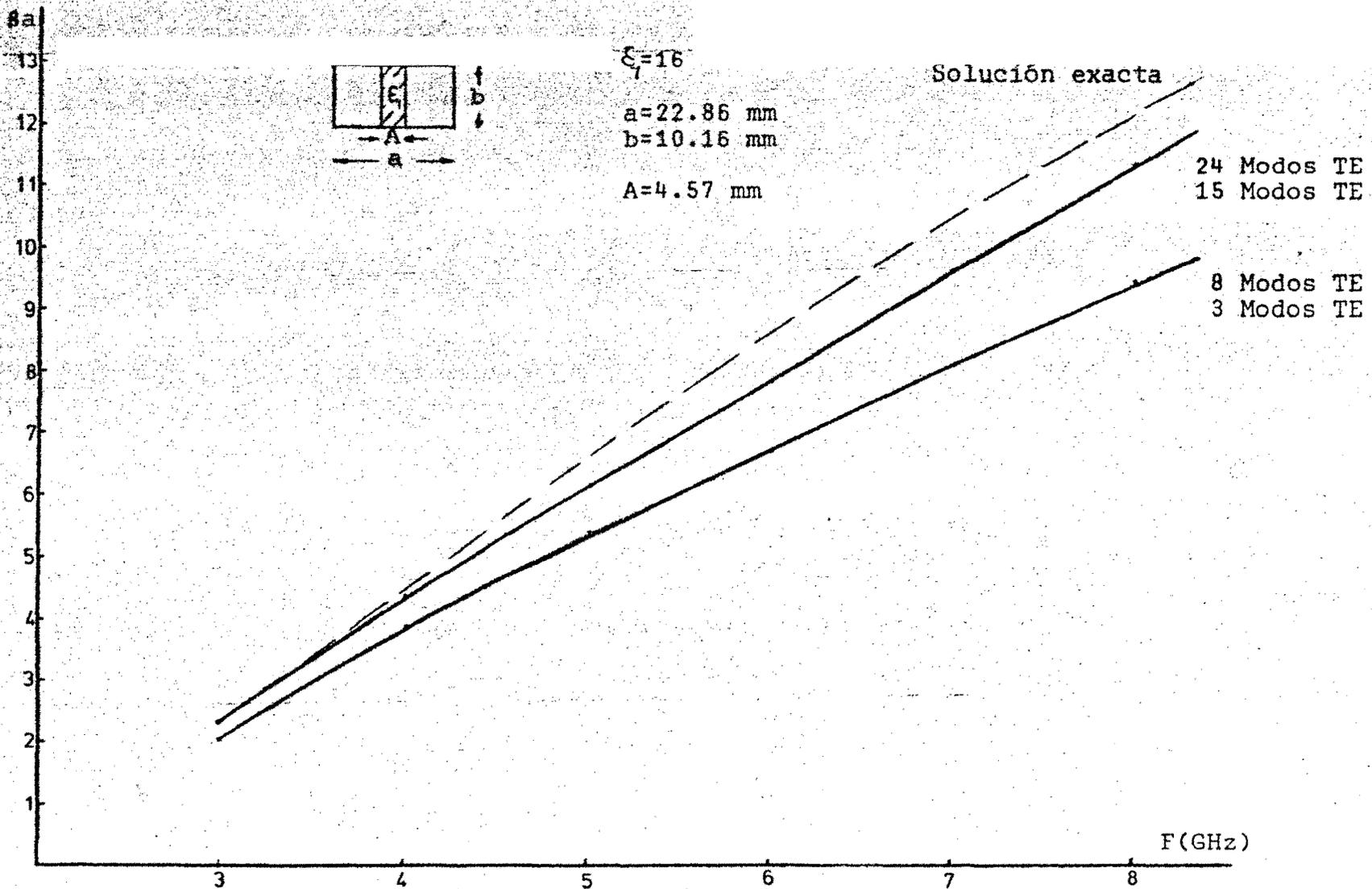
ningún proceso de selección de modos por consideraciones de simetría.

#### IV.6 Discusión de resultados

En principio, y para mostrar la generalidad del método, aplicaremos el programa descrito previamente al caso de una guía rectangular llena parcialmente por un dieléctrico, el cual ocupa toda la dimensión estrecha y se encuentra centrado. Los resultados obtenidos se muestran en la figura IV-2. Se observa que no se consideran modos TM y se consideran 24 modos TE; Sin embargo solo se obtienen dos curvas solución, una en la que interviene el modo  $TE_{10}$  y todos aquellos con subíndices inferiores a 2 y otra en la que intervienen los modos  $TE_{10}$  y  $TE_{30}$  y todos los modos TE con subíndices inferiores a 4. Vemos pues que solo estos dos modos, el  $TE_{10}$  y el  $TE_{30}$  intervienen en los resultados. En realidad, en la estructura mostrada en la figura IV-2 solo intervienen modos del tipo  $TE_{no}$  con  $n$  impar<sup>36</sup>. El acuerdo entre la solución exacta y el resultado aproximado entre 3 Gc y 5 Gc es excelente; también se observa un aumento del error al aumentar la frecuencia. Esto parece indicar, que el error del método aumenta al aumentar la frecuencia.

En principio, y con referencia a la guía dieléctrica en banda invertida, hemos estudiado el caso en el que los dieléctricos que intervienen son teflón y cuarzo ( $\epsilon_1 = 2.1$ ,  $\epsilon_2 = 3.8$ ). Asimismo hemos considerado constantes la altura del cuarzo  $H = 1$  mm y la anchura de te-

FIGURA IV-2  
116



flón  $A = 2$  mm. Partiendo de estos datos se ha realizado el estudio sobre 2 grupos de geometrias: una para la cual la altura del teflón  $t = 1$  mm y otra para la que  $t = 0,5$  mm. Para cada una de ellas, hemos variado las dimensiones de la guia rectangular que la encierra a y b considerando los casos  $a = 6$  mm,  $b = 4$  mm,  $a = 8$  mm  $b = 5$  mm, y  $a = 10$  mm  $b = 6$  mm. Los resultados obtenidos para las constantes de propagación de los modos que previamente hemos denominado  $E_{11}^y$  y  $E_{11}^x$  se muestran en las figuras IV-3 a la IV-14. Los resultados para los modos  $E_{11}^y$  y  $E_{11}^x$  se muestran separadamente. Las curvas a trazo continuo dan cuenta de la solución encontrada utilizando el método de la constante dieléctrica efectiva para la guia abierta. Las curvas de trazo discontinuo son aproximaciones sucesivas al aumentar el número de modos. Se puede observar mediante las gráficas que en su práctica totalidad, la solución para los modos  $E_{11}^x$  se mantiene por debajo de la solución para el modo  $E_{11}^x$  de la guia abierta y tendiendo a tomar este valor al aumentar el número de modos. Además, se observa que al aumentar el tamaño de la guia rectangular conductora, la diferencia entre los resultados de la guia cerrada y abierta aumenta.

Por otra parte, el comportamiento de los modos denominados  $E_{11}^y$  es diferente al anterior. Ahora las constantes de propagación de estos modos se encuentran en unos casos por debajo y otros por encima de los correspondientes a la guia abierta; se observa que al separar las paredes conductoras, la constante de propagación

Figura IV-3

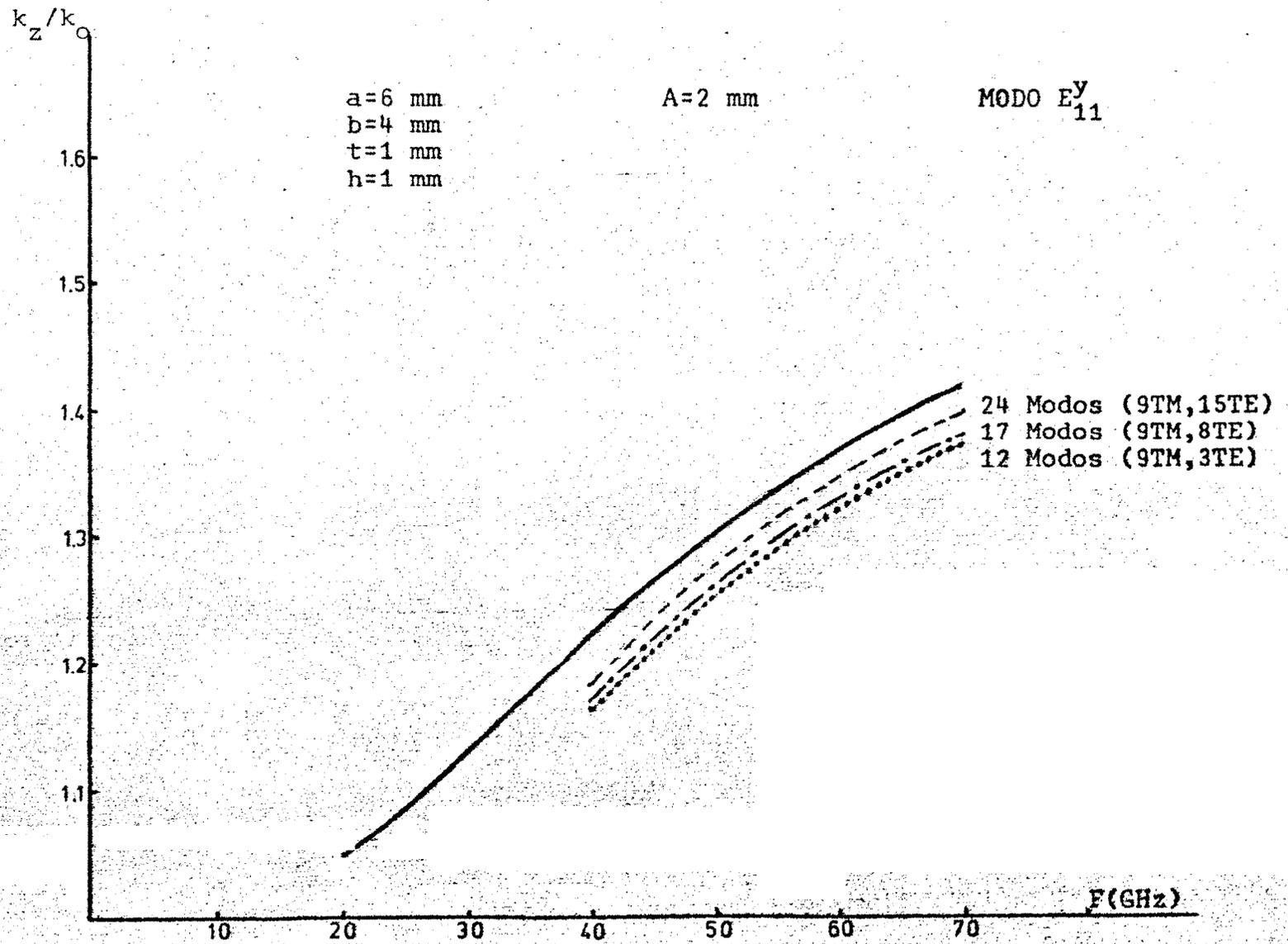


Figura IV-4

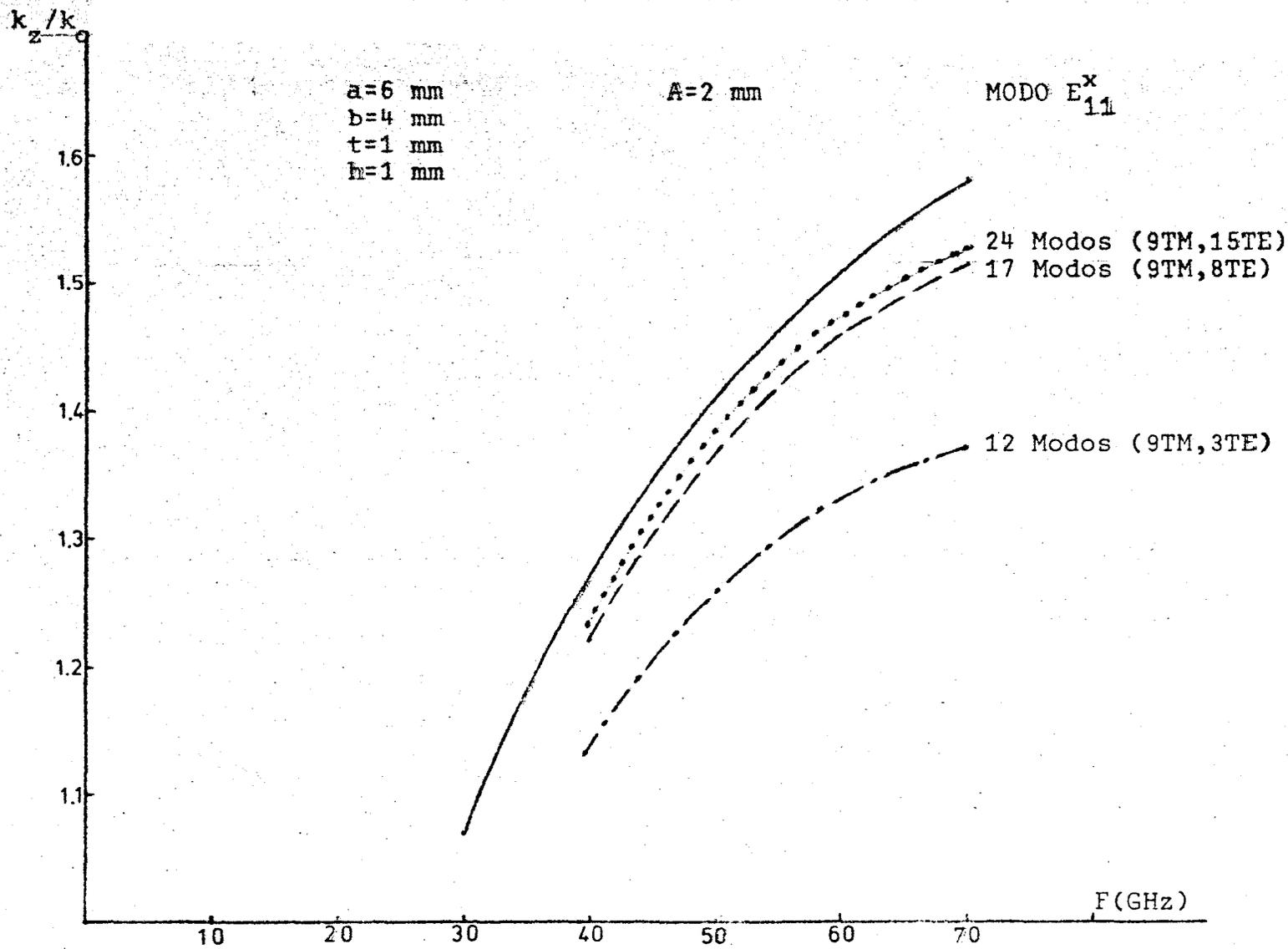


Figura IV-5

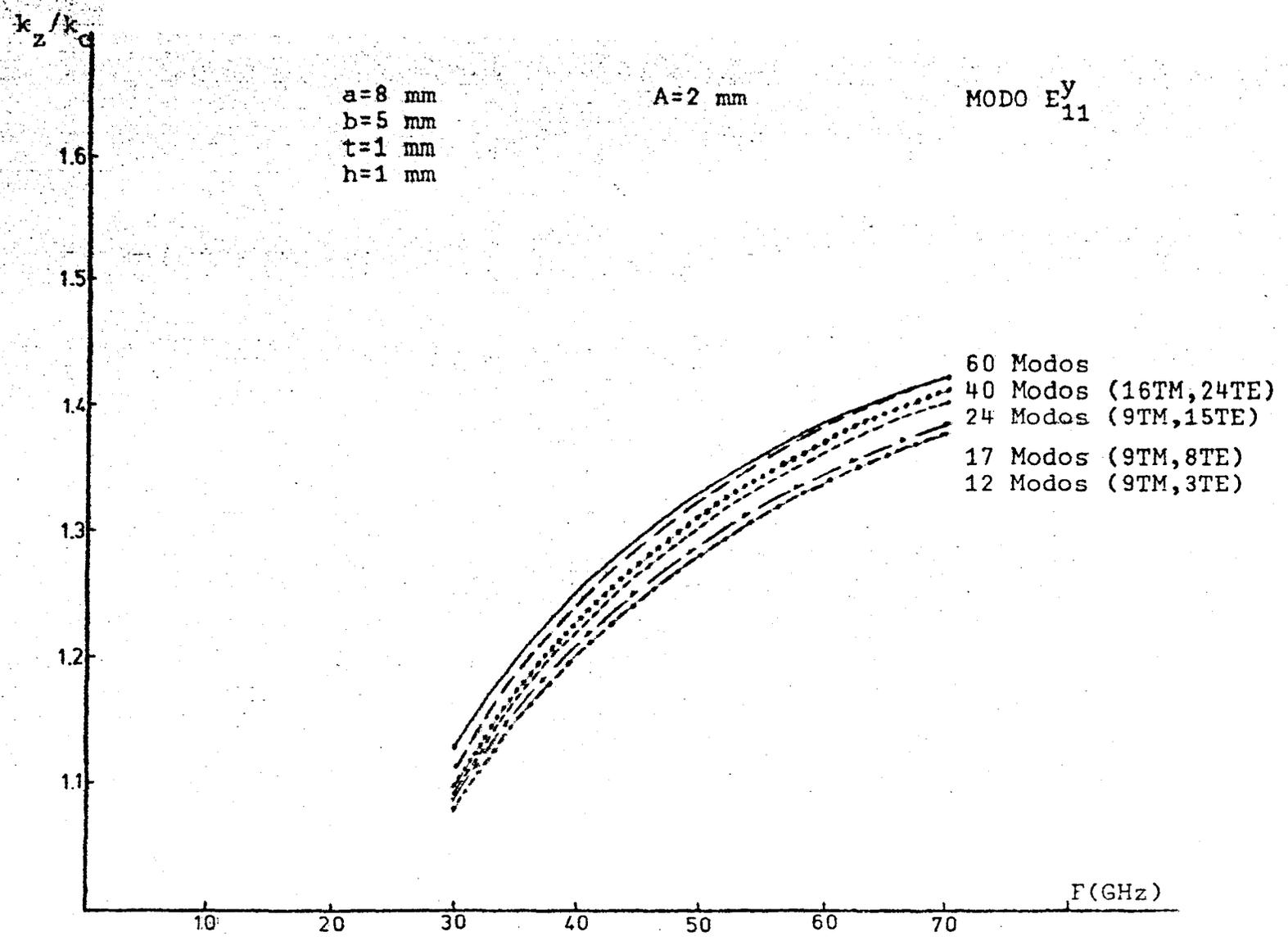


Figura IV-6

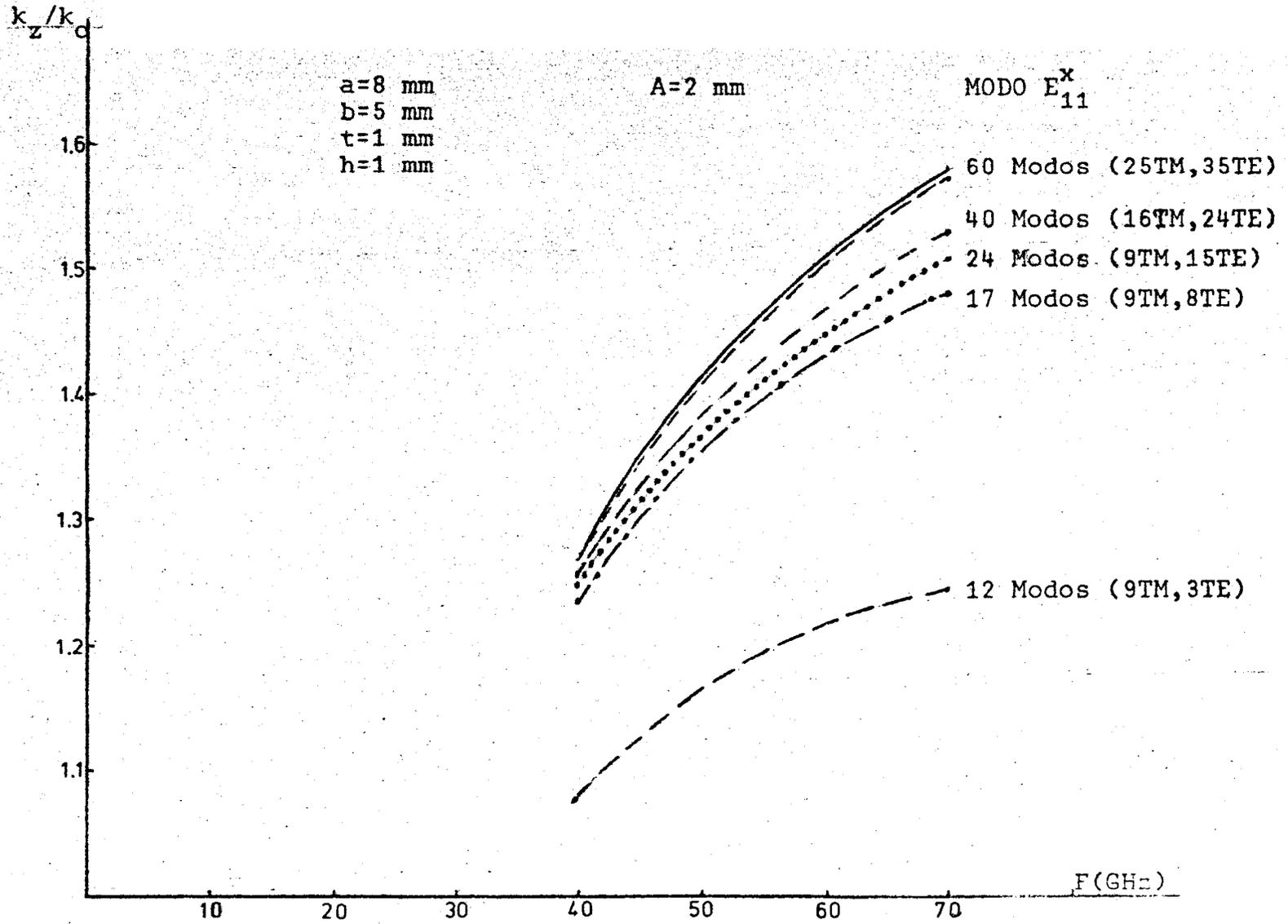
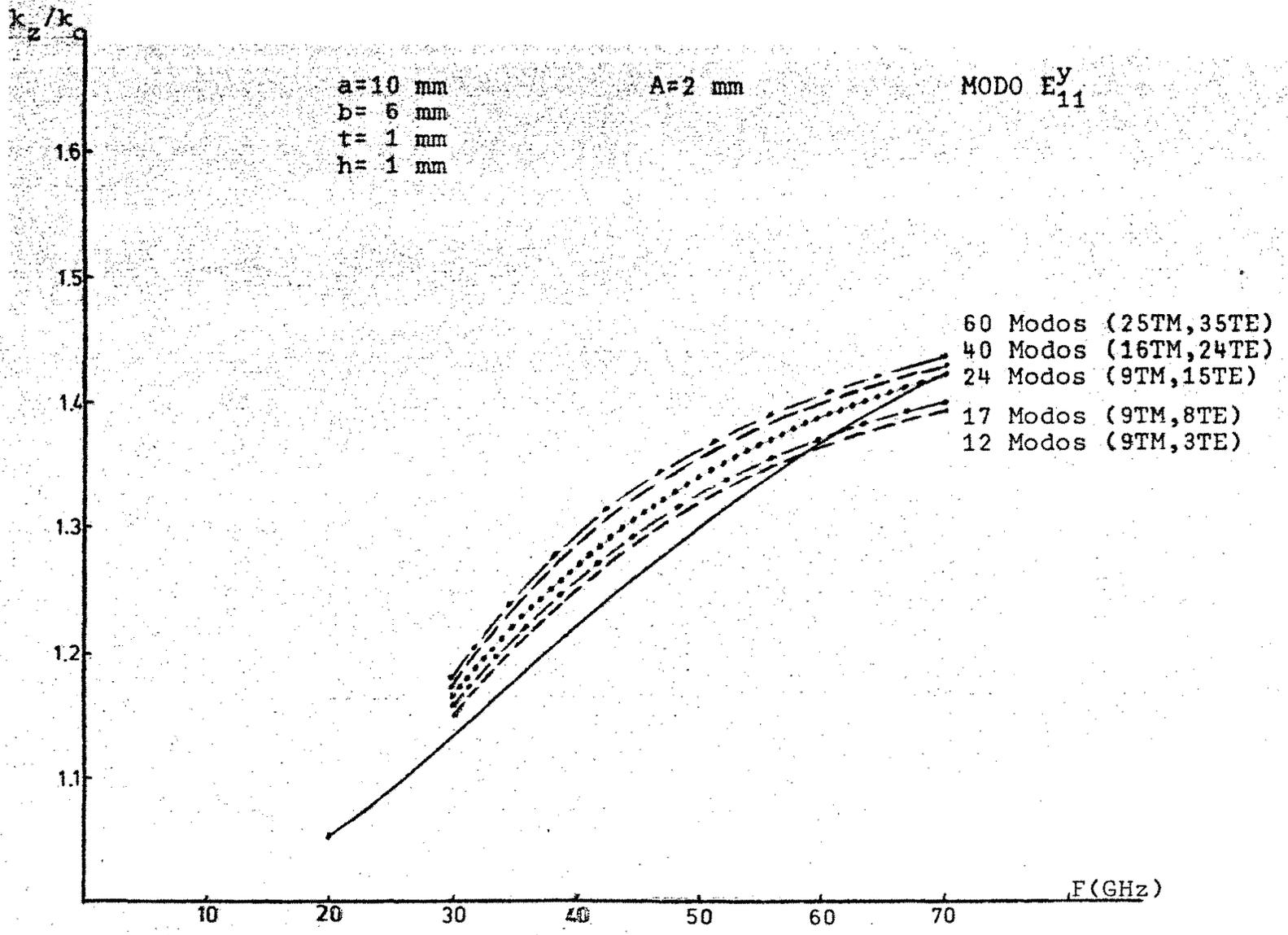


Figura IV-7



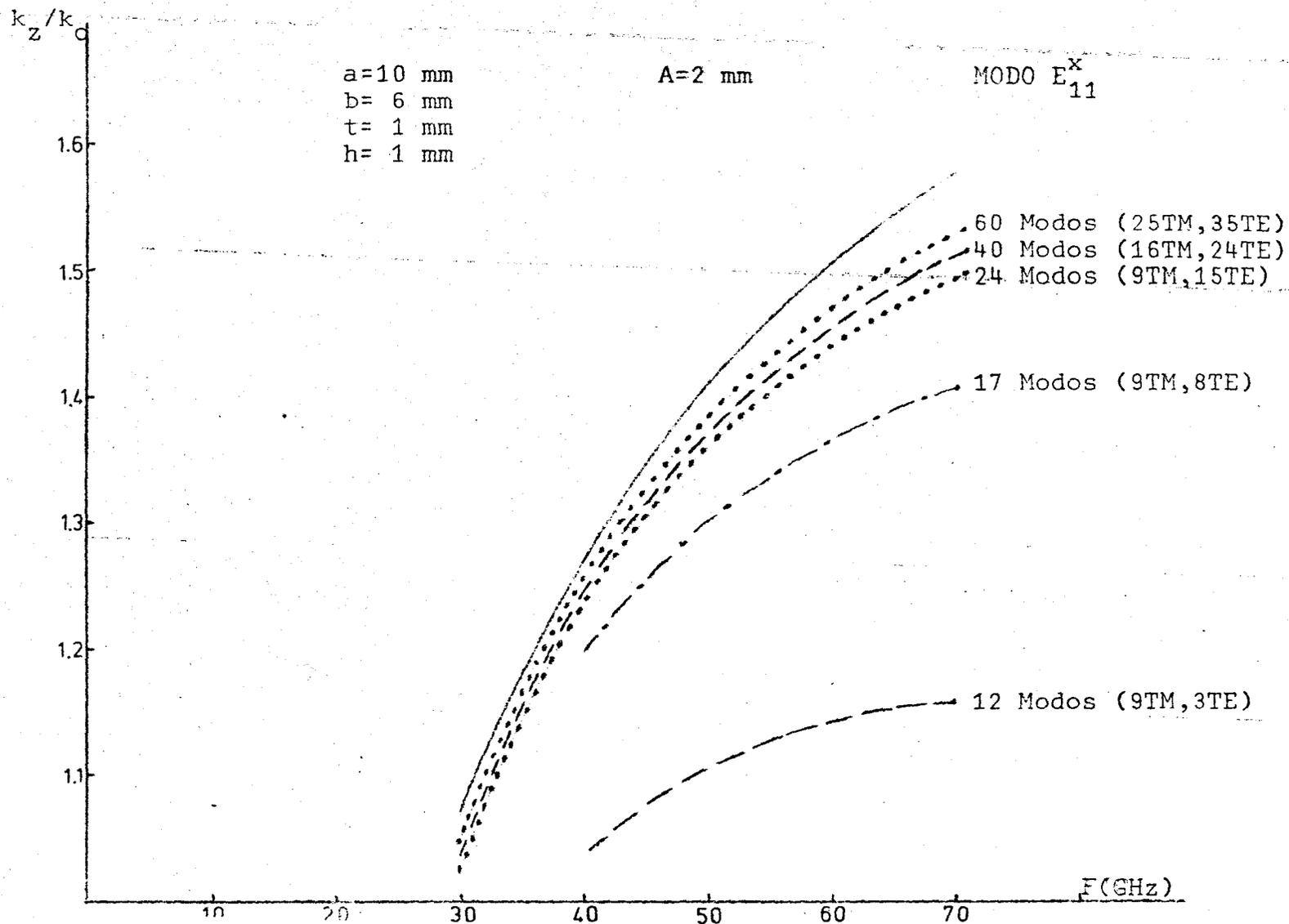
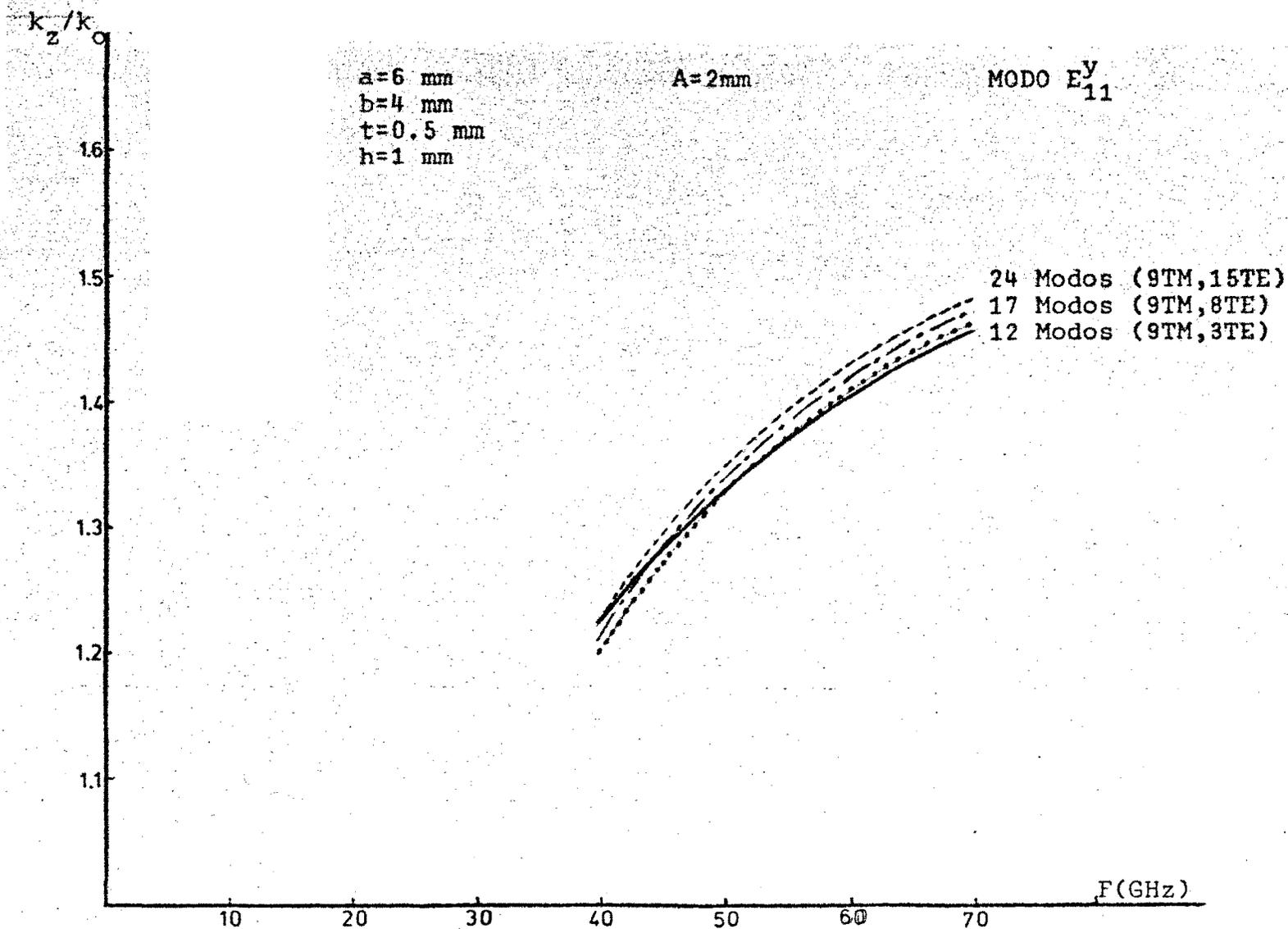


Figura IV-8

Figura IV-9



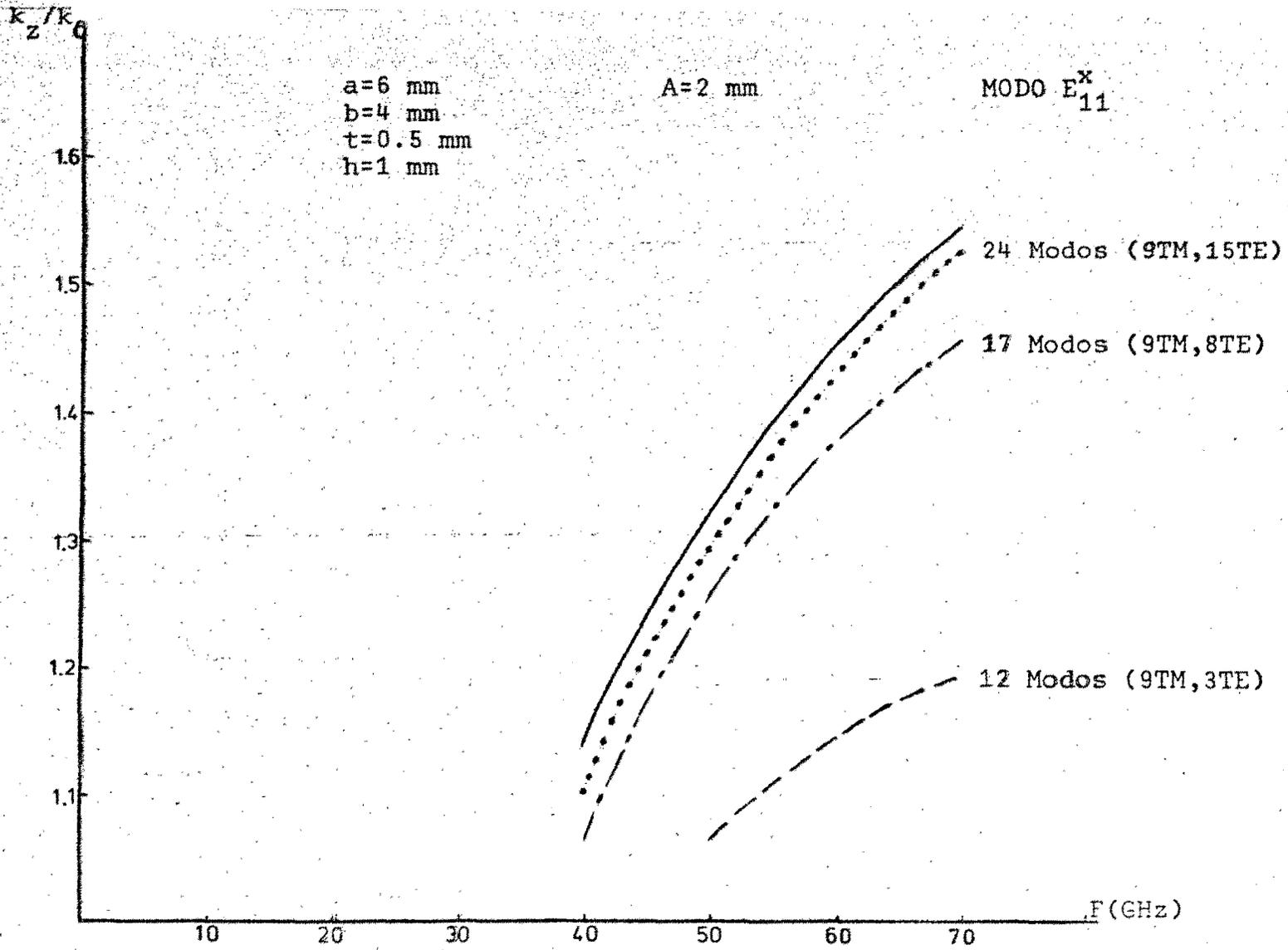
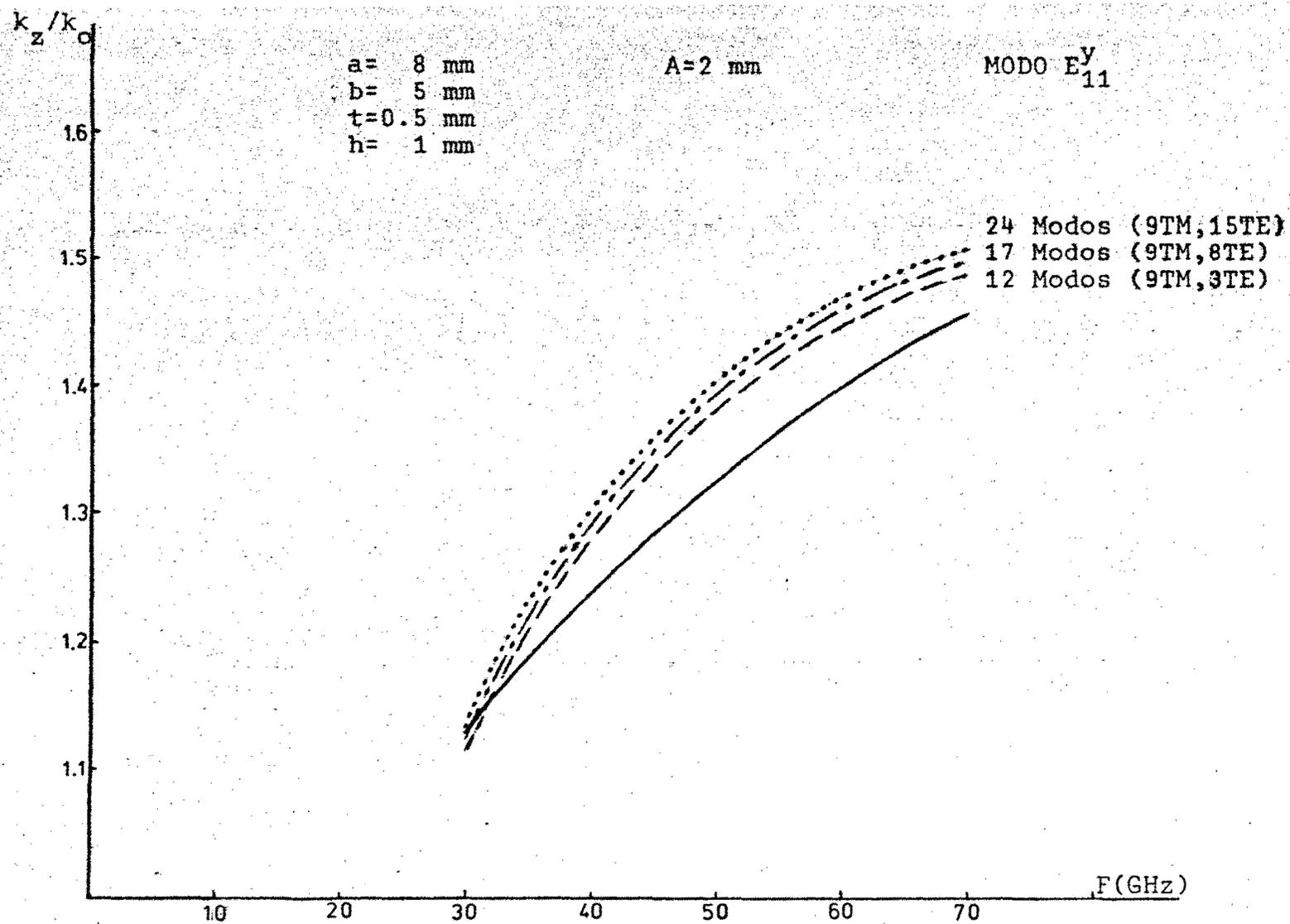
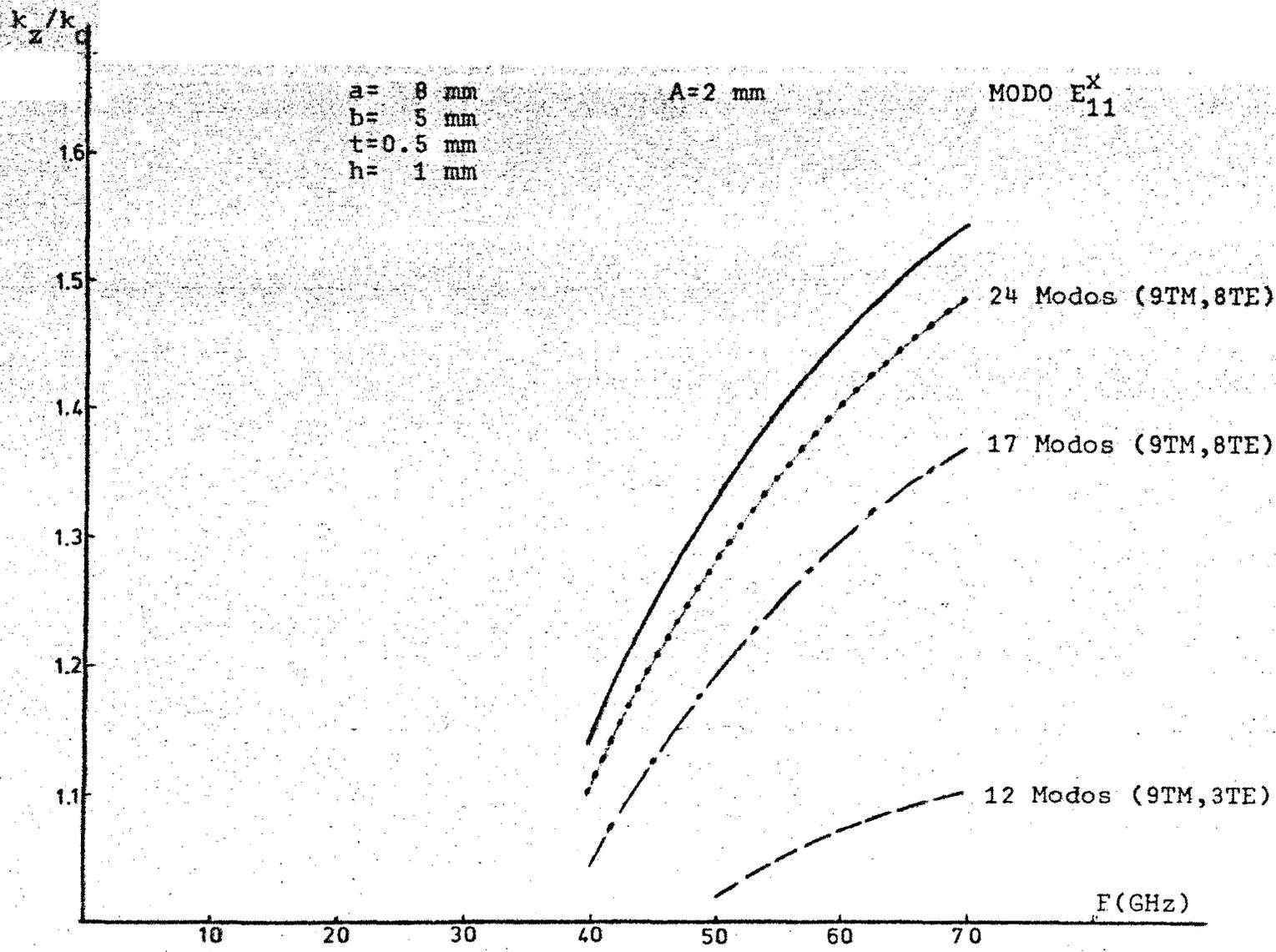


Figura IV-10

Figura IV-11



127  
Figura IV-12



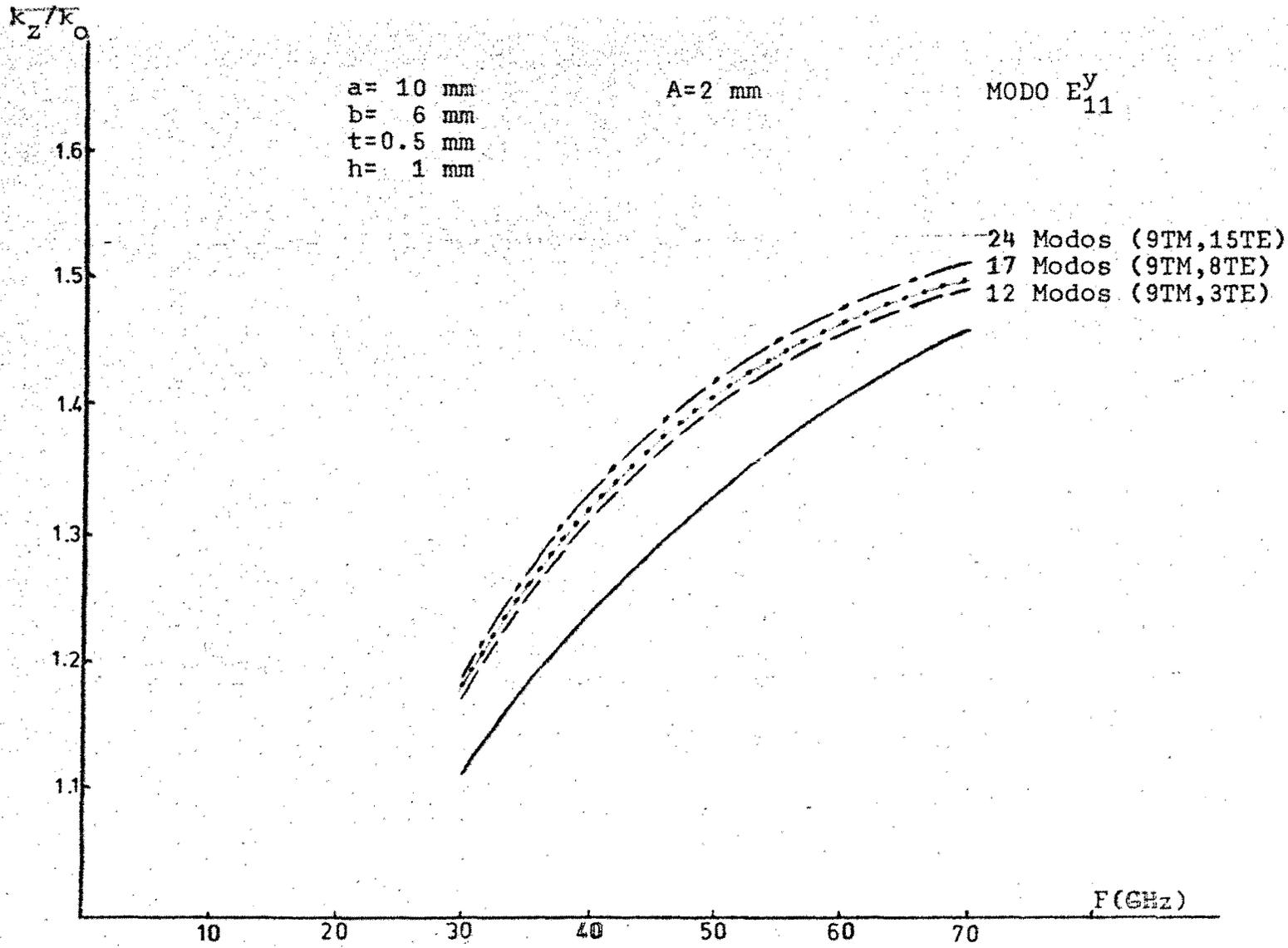


Figura IV-13

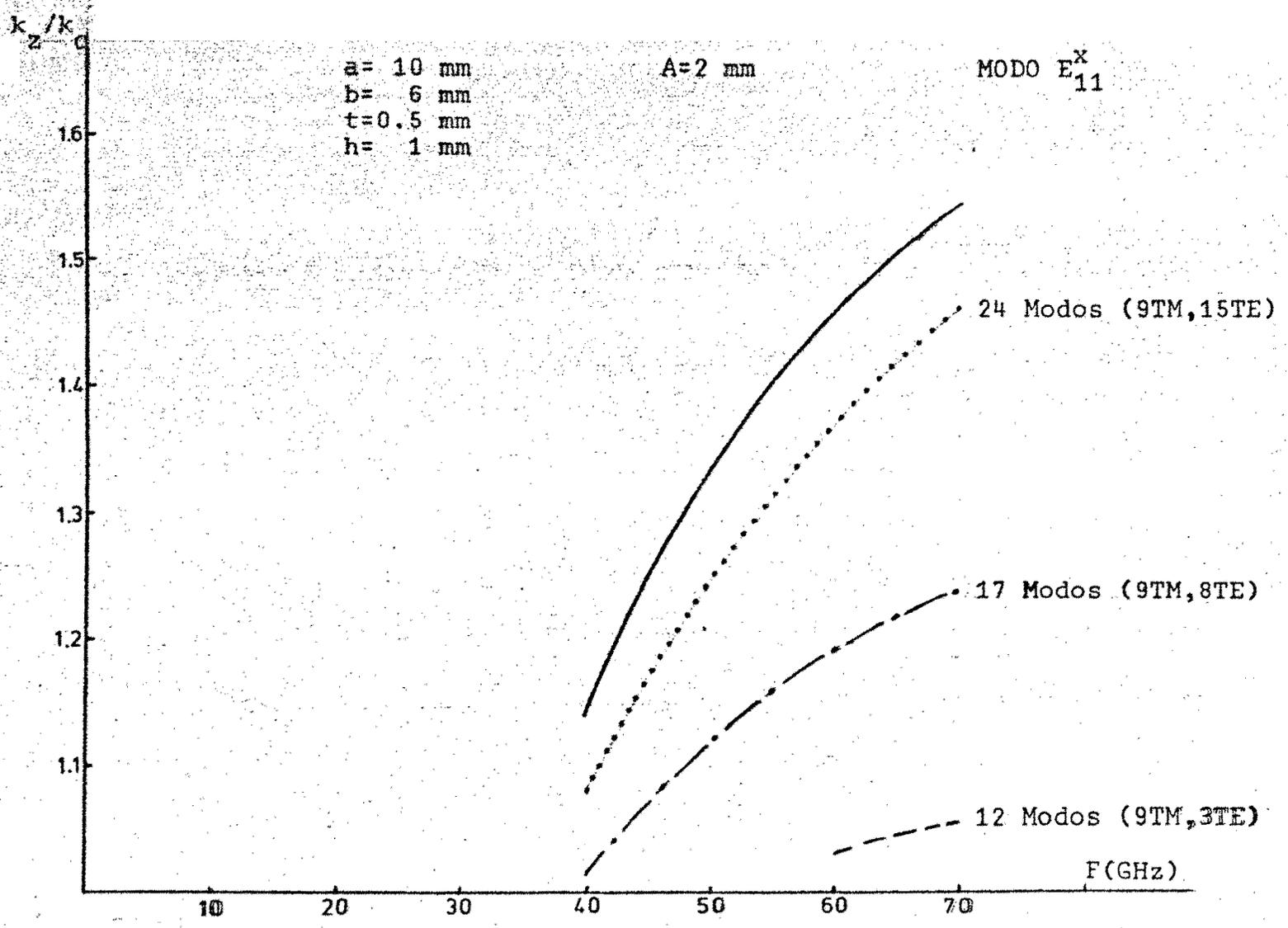


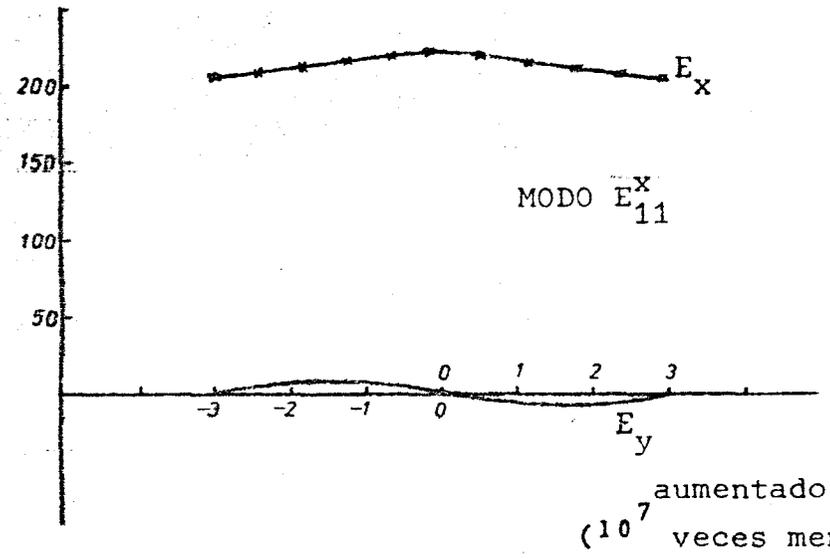
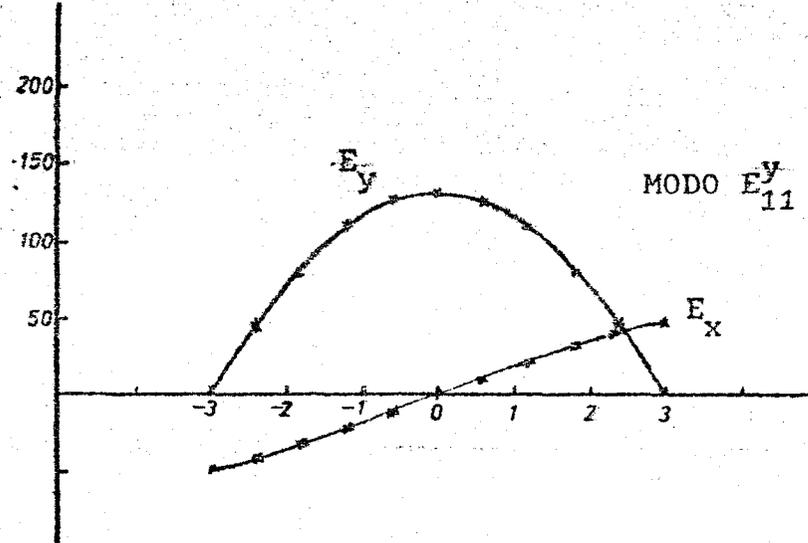
Figura IV-14

aumenta separándose cada vez mas de la correspondiente a la guia abierta.

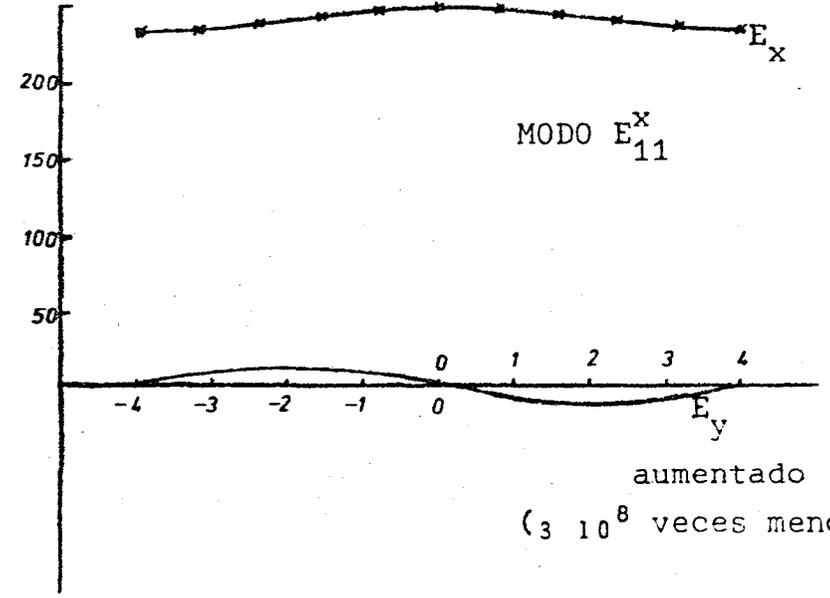
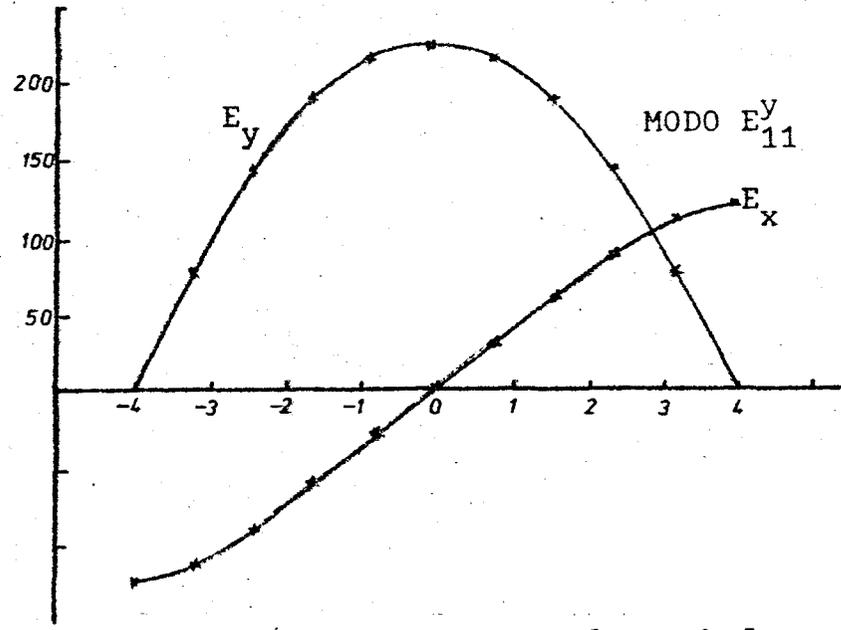
Vamos ahora a tratar de dar una interpretación de la razón de estas diferencias. En principio, nosotros hemos desarrollado los campos en el interior de la guia mediante un desarrollo en serie a partir de los campos en la guia vacia, el tamaño relativo de la discontinuidad que el desarrollo en serie debe reproducir será menor, con lo que para obtener el mismo grado de exactitud será preciso aumentar al mismo tiempo el número de modos considerado. Este aumento del número de modos vendrá limitado por la capacidad de memoria del ordenador utilizado.

Por otra parte la variación de las componentes  $E_x$  y  $E_y$  con la dimensión  $x$  para los modos denominados  $E_{11}^y$  y  $E_{11}^x$  se muestra en la figura IV-15 para dos casos que unicamente se diferencian en las dimensiones de la caja externa. Se puede observar en la figura que para los modos  $E_{11}^x$  en el caso de la guia cerrada, la componente  $E_y$  resulta despreciable frente a la componente  $E_x$  y que la diferencia entre ambas aumenta al aumentar las dimensiones de la guia externa. Esto implica que los resultados obtenidos para la guia cerrada son válidos para la guia abierta, si bien serán tanto mas exactos cuanto mayores sean las dimensiones de la caja lo cual implica aumentar el número de modos para obtener una exactitud similar.

a=6 mm b=4 mm t=1 mm h=1 mm A=2 mm



F=40 GHz 17 MODOS



a=8 mm b=5 mm t=1 mm h=1 mm A=2 mm

Figura IV-15

Con respecto de los modos  $E_{11}^y$  se puede observar - que la magnitud de  $E_x$  no es despreciable frente a  $E_y$ ; - además la relación  $E_x/E_y$  aumenta al aumentar las dimensiones de la caja externa. Por tanto ya no estamos en - el caso de modos  $E^y$  sino en unos nuevos modos que se denominan <sup>37</sup> EH, y por lo tanto, las constantes de propagación obtenidas para el modo  $EH_{11}$  no estarán próximas a las del  $E_{11}^y$  salvo para dimensiones pequeñas de la caja. No resulta pues posible establecer un paralelismo, - salvo para los modos  $E^x$ , entre la guía abierta y cerrada. Además se debería aumentar fuertemente el número de nodos con objeto de llegar a unos valores de campo suficientemente estables.

## V. SISTEMA DE EXCITACION

### V.1. Distintos sistemas de excitación

Como ya hemos visto en la parte de la memoria que da cuenta de la medida experimental de la longitud de onda en la guía, una de las mayores dificultades de medida estaba provocada por la mala excitación del modo  $E_{11}^y$  conseguida. El sistema de excitación que entonces se siguió era el sistema tradicional de excitación para guías dieléctricas rectangulares, ya probado suficientemente por Solbach<sup>13</sup>. El sistema no se mostró válido para el caso de la guía dieléctrica en banda invertida pues las pérdidas obtenidas eran excesivas. Parece evidente, que para una posterior utilización de la guía en aplicaciones prácticas se debe estudiar un sistema de excitación apropiado que minimice las pérdidas de la transición.

Un sistema de excitación apropiado<sup>38, 39</sup> sería el que se muestra en la figura V-1.

La ranura realizada en una guía actúa como elemento radiante. Al existir un plano de tierra y eligiendo convenientemente la altura de la ranura sobre el plano de tierra puede aumentarse la directividad en la dirección precisa, consiguiendo la excitación de un modo de

superficie. La directividad de la ranura puede aumentarse realizando una ranura de tipo elíptico. Este sistema parece bastante apropiado para la realización de medidas de laboratorio dado que la radiación producida por una ranura se encuentra perfectamente estudiada por una parte, y por otra de acuerdo con los resultados obtenidos, es posible hallar la cantidad de potencia radiada así como ya de forma experimental, la cantidad de potencia

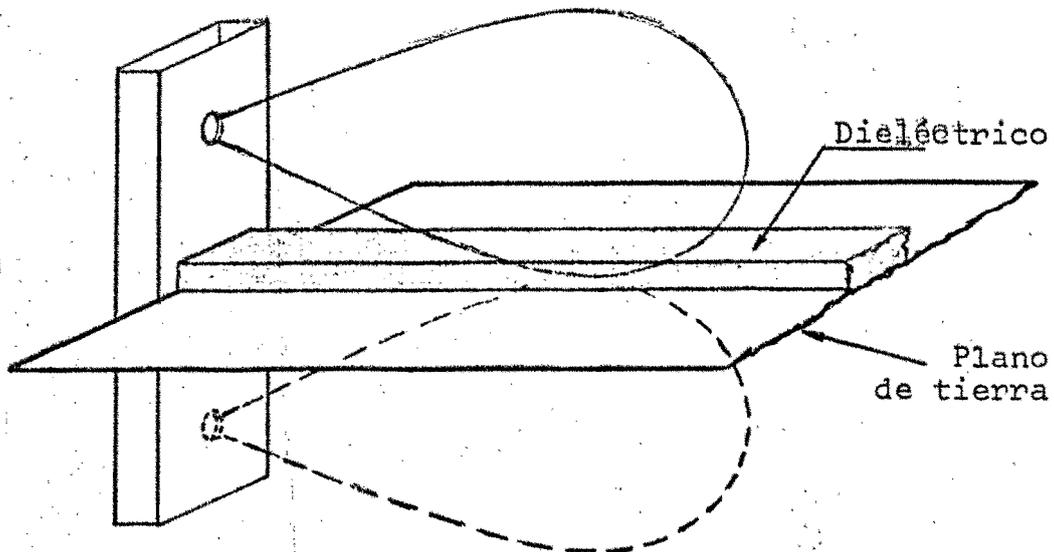


Figura V-1

excitada en la guía dieléctrica. Sin embargo, al tratarse de un sistema de excitación cuya base de funcionamiento es similar a los acoplos directivos, resulta muy difícil utilizar este sistema sin pérdidas de conversión significativas.

Otro posible sistema de excitación es el realizable mediante cornetes tal y como se muestra en la figura V-2. En este caso, la guía dieléctrica ocupa la parte central del cornete, presentando una adaptación gradual a partir de la garganta, con objeto de disminuir las posibles reflexiones; el plano de ataque del dieléctrico superior coincide con el del dieléctrico inferior. Este sistema de excitación es el que hemos estudiado experimentalmente. Nuestro objeto será doble: Por una parte minimizar significativamente las pérdidas de la transición y por otra dar lugar a una transición que excite convenientemente el modo  $E_{11}^y$  y que sea repetitiva.

La excitación del modo  $E_{11}^x$  sería similar, sin más que girar  $90^\circ$  la parte de la transición que corresponde a la guía rectangular standard.

#### V.2 Sistema de excitación tipo cornete.

En un sistema de excitación tipo cornete se pretende transformar el modo dominante de la guía rectangular  $TE_{10}$  al modo dominante en la guía dieléctrica  $E_{11}^y$ .

La posibilidad de análisis teórico de la estructura resultante es escasa y parece que solo podría realizarse a partir del método de Schelkunoff, considerando como modos locales normales los propios del cornete, y desarrollando posteriormente los campos en la transición a partir de estos modos locales; esto conduciría a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales acopladas de primer orden; desgraciadamente no existen expresiones

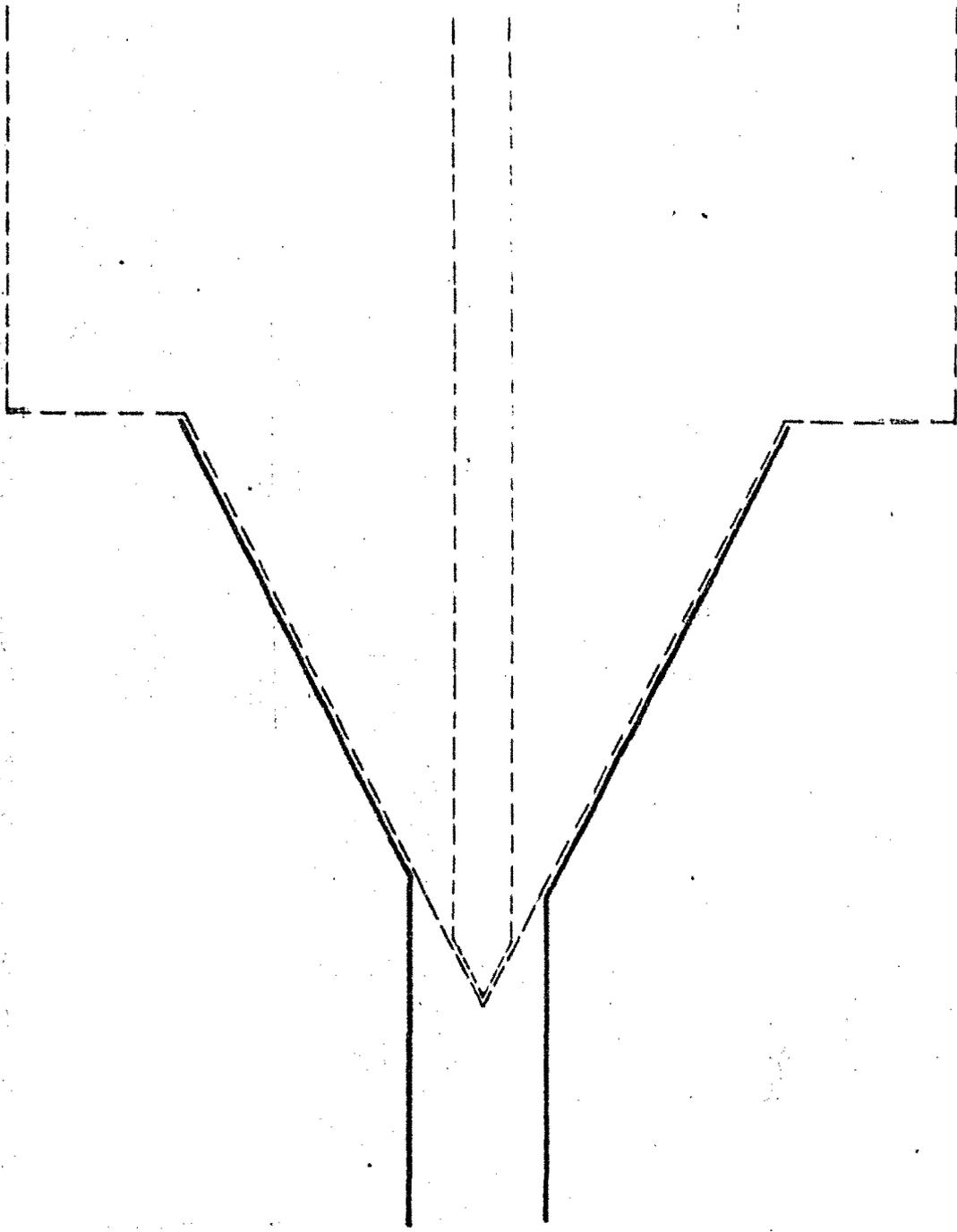


Figura V-2

analíticas válidas de los modos normales. Por otra parte, en principio, no aparece claramente definido el hecho de si la transición, al estar constituida por un cornete parcialmente lleno, presenta campo cercano; esto podría producir un alargamiento de la transición hasta la zona en la que la longitud de onda se estabilice.

Por ello, el diseño se ha realizado a partir de - las consideraciones de la variación de campo transversal obtenidas a partir de las ecuaciones del telegrafista, - con una posterior comprobación experimental de los resultados obtenidos.

Independientemente de esto, y mediante consideraciones a priori de tipo cualitativo se pueden sentar algunas bases en torno al posible comportamiento de la - transición al variar los parámetros geométricos. Así, - las pérdidas de la transición son provocadas por tres tipos de efectos: reflexión conversión de modos y radiación.

La transición guía rectangular vacía-guía con dieléctrico, así como el ángulo de la garganta son quienes influyen en el coeficiente de reflexión. Las pérdidas - por conversión de modos se producen en la garganta en el caso de que la guía dieléctrica cerrada admita su propagación. Los efectos de radiación dependerán de la apertura en la boca del cornete.

Para disminuir las pérdidas por reflexión, la - transición debe ser suficientemente gradual y el ángulo

de garganta pequeño. Para evitar las pérdidas por conversión de modos, la guía dieléctrica debe de estar convenientemente dimensionada de forma que solo se propague el modo dominante  $E_{11}^y$ . Para disminuir las pérdidas por radiación, la transición deberá ser suficientemente larga con objeto de que la mayor parte de la energía se encuentre concentrada en la guía dieléctrica al llegar a la boca del cornete; esto último, y para un ángulo de garganta fijado, producirá, al aumentar la longitud del cornete, aperturas grandes, las cuales pueden producir zonas de campo próximo mayores que contribuirán a aumentar la longitud total de la transición y por tanto las pérdidas.

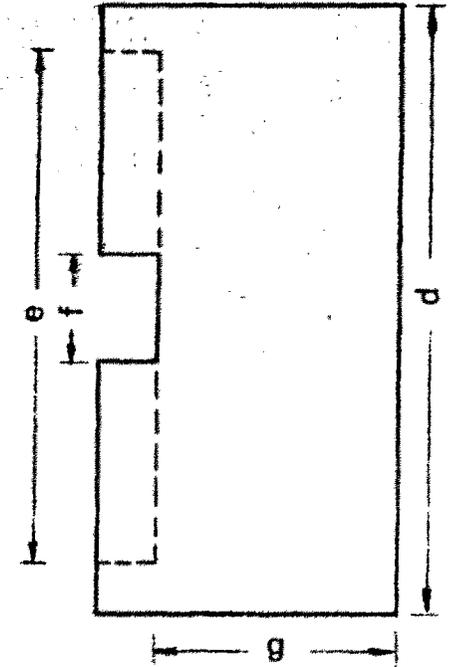
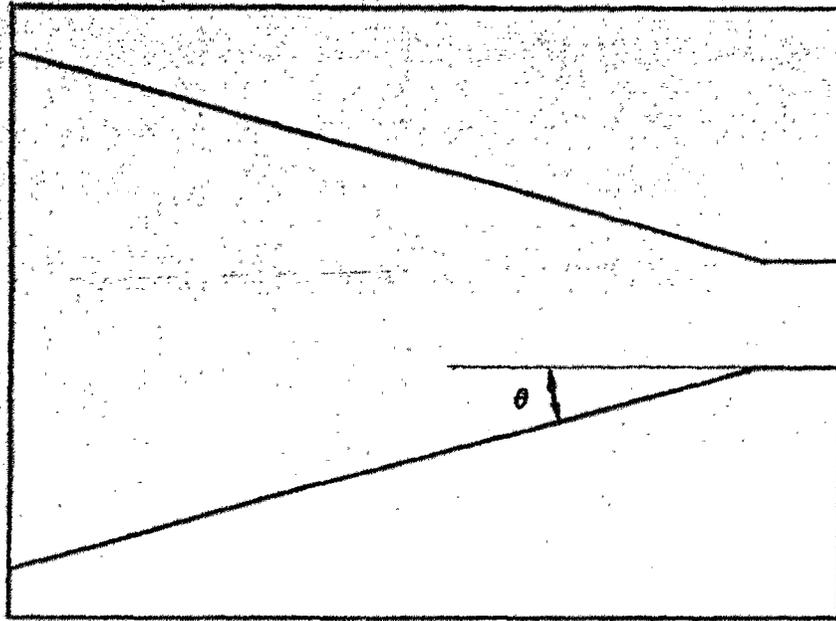
### V.3. Elección de cornetes y sistema de medida.

Con objeto de observar en que medida los parámetros anteriores influyen sobre el comportamiento de la transición, se han utilizado cuatro tipos de cornetes distintos, que denominaremos A, B, C, y D y cuya geometría se puede observar en la figura V-3.

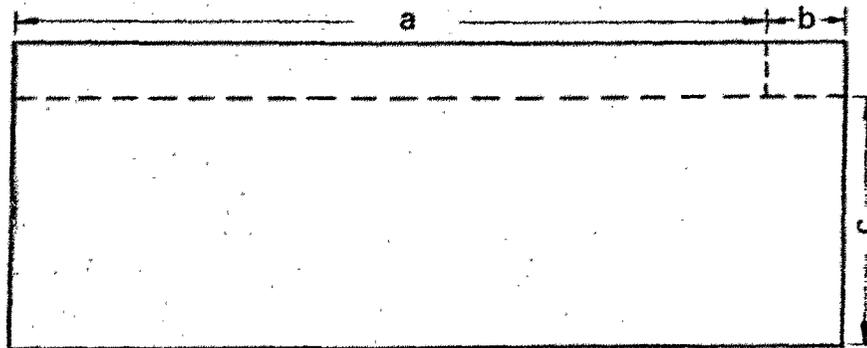
Los cornetes A y C tienen el mismo ángulo de garganta pero distinta longitud; lo mismo que los cornetes B y D y a su vez las longitudes de los cornetes A y B por una parte y C y D por otra son idénticos.

Las grandes aperturas de los cornetes A y C obligaban a emplear guías dieléctricas de gran longitud para disponer de zonas que a priori, estuviesen lejos del campo cercano de radiación. Además la banda de frecuencia -

Figura V-3



Cotas en mm



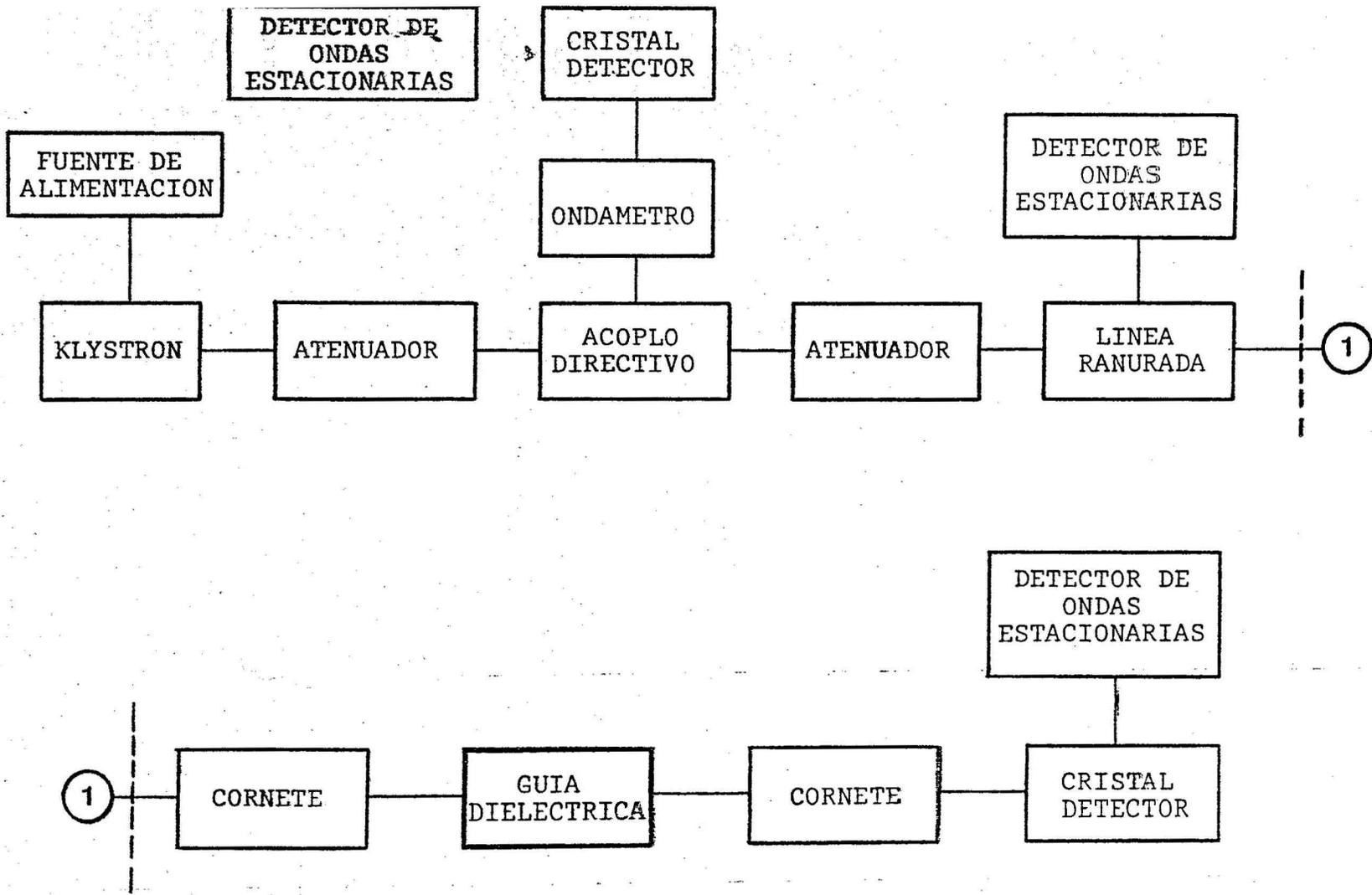
	A	B	C	D
a	50	50	35	35
b	5	5	5	5
c	30	20	25	20
d	60	40	45	30
e	53.75	339	39.75	2587
f	7.11	7.11	7.11	7.11
g	26.44	16.44	21.44	16.14
theta	25°	15°	25°	15°

de la que se disponia en este punto del trabajo era la  $k_a$  (26'5-40 Gc), en la que logicamente y con objeto de disminuir la longitud de los dieléctricos empleados, se eligió como frecuencia de operación 39'5 Gc. A pesar de ello, la longitud de la guia dieléctrica abierta resultaba de 112 cm, lo cual forzó a utilizar plexiglass de 2 mm como dieléctrico superior y teflón de 0'5 mm como inferior. La constante dieléctrica relativa del plexiglass era de 2'4 a la frecuencia de funcionamiento obtenida mediante la extrapolación de datos publicados <sup>40</sup>.

El sistema de medida se muestra en la figura V-4. Mediante la sustitución del conjunto cornete-guia dieléctrica-cornete-cristal por el cristal, se pueden medir las pérdidas de inserción mediante el atenuador 2. El brazo auxiliar del acoplo directivo junto con el atenuador 1 permite mantener constante el nivel de potencia al mismo tiempo que determinar la frecuencia de operación. La linea ranurada permite el conocimiento del coeficiente de reflexión y a partir de él, de la potencia reflejada. El conjunto del sistema de medida con la guia dieléctrica se muestra en las fotografías de las figuras V-5 a y b.

Para la determinación de la distancia de terminación de la transición, se midió la longitud de onda en la guia dieléctrica; el procedimiento utilizado fue el de sonda fija y cortocircuito móvil ya mencionado en el capítulo III.

Figura V-4



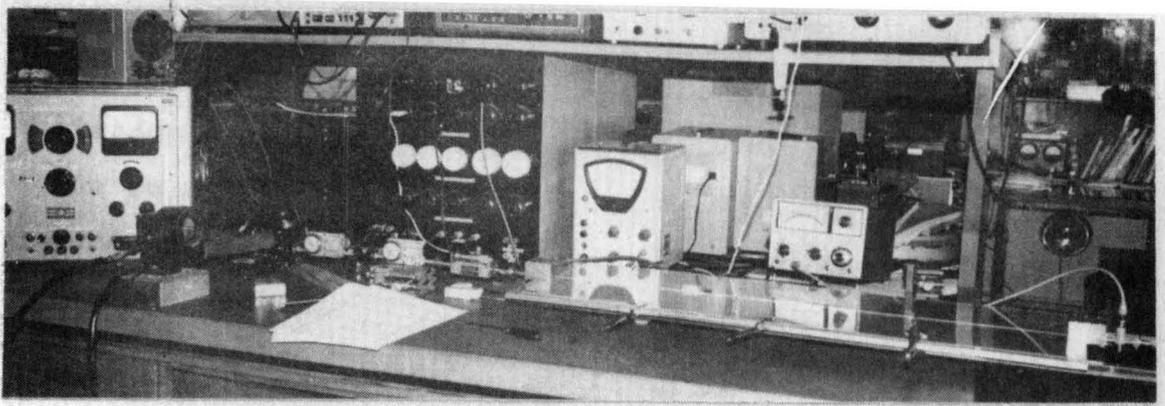
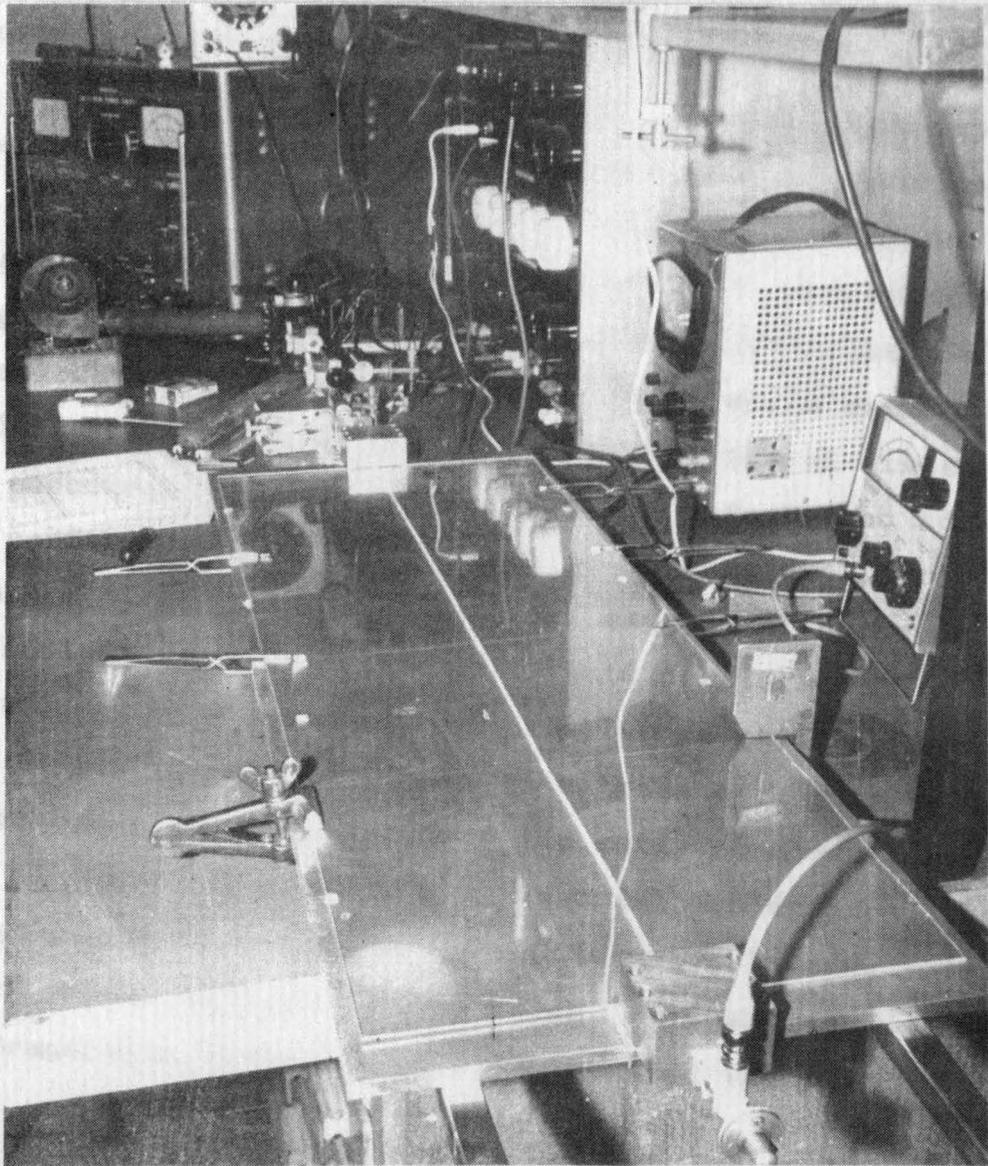


Figura V-5 a) y b)



En la figura V-3 se observa que los cornetes utilizados no presentan apertura en la dirección y; la razón de ello, como se puede observar por el capítulo II - está en la mucho más rápida disminución del campo siguiendo la dirección y que en la dirección x.

#### V.4. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos siguiendo el proceso anterior se muestran en las figuras V-6, V-7, V-8 y V-9, - que corresponden respectivamente a los cornetes A, B, C y D. En estas figuras se representan los resultados experimentales y las rectas de ajuste para la guía dieléctrica en banda invertida realizada con plexiglass y teflón; al mismo tiempo se pueden observar las R.O.E para ambas configuraciones, obtenidas para distintas distancias. Si bien estas distancias pueden intervenir en la explicación de la variación de la R.O.E., dado que el sistema se encontraba terminado en un cristal detector no adaptado perfectamente, este hecho no basta para explicarlo. A nuestro juicio, la razón de ello, esta en el hecho de la dificultad de posicionamiento exacto del teflón en el centro de la guía; esto puede resolverse utilizando bandas de teflón que en la zona de entrada a la guía rectangular tengan la misma anchura que esta, al mismo tiempo que el empleo de tornillos de material dieléctrico, utilizados para presionar el conjunto sobre la cara inferior, pueden mejorar la adaptación. De cualquier manera, la transición entre una guía rectangular vacía y una

### CORNETES A

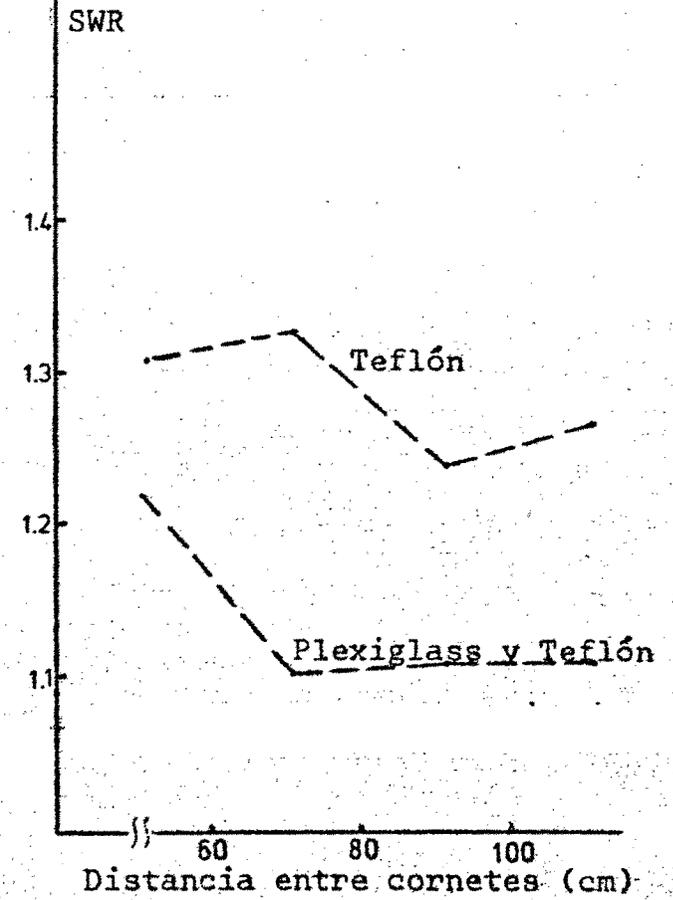
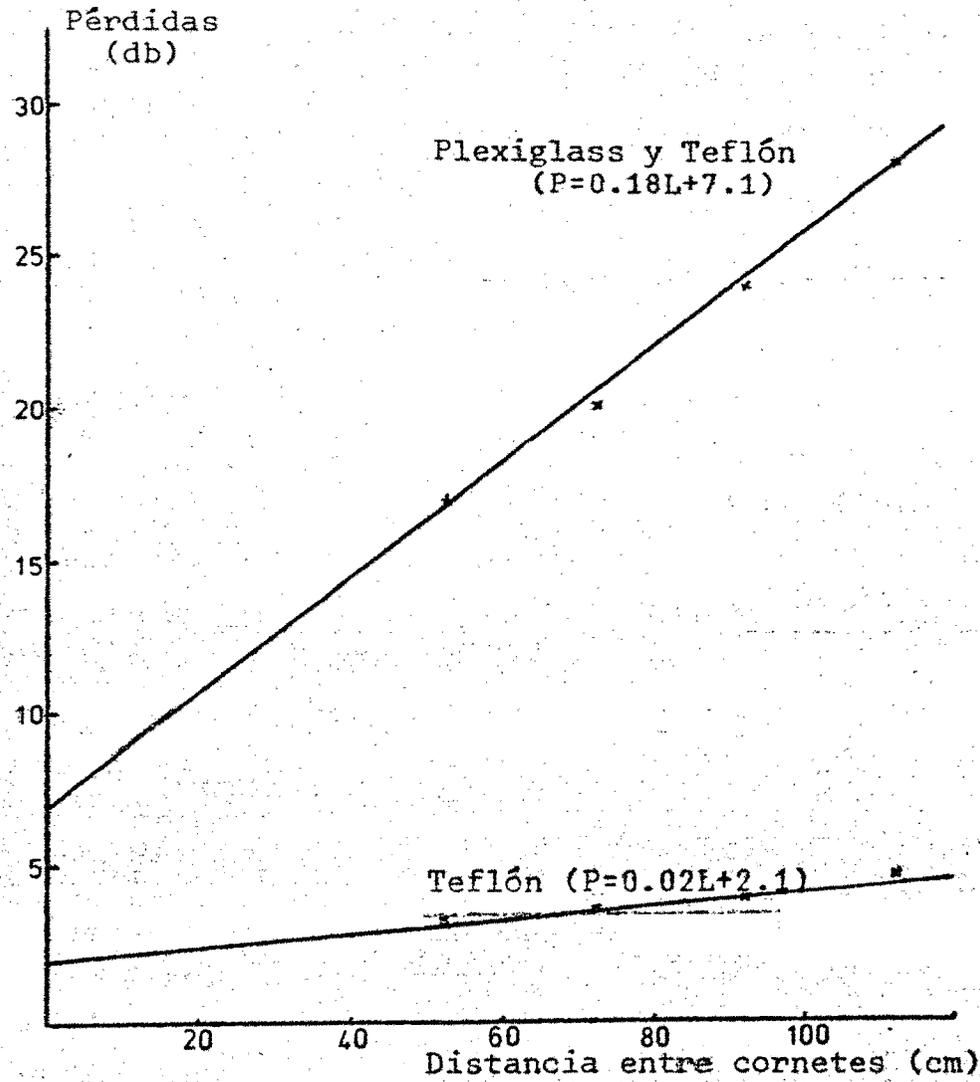


Figura V-6

# CORNETES B

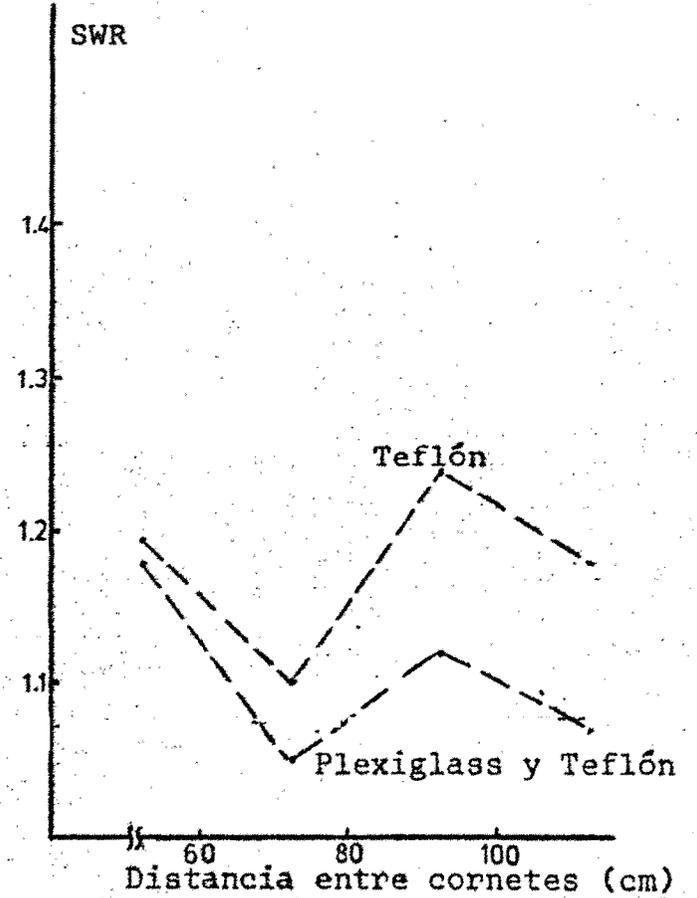
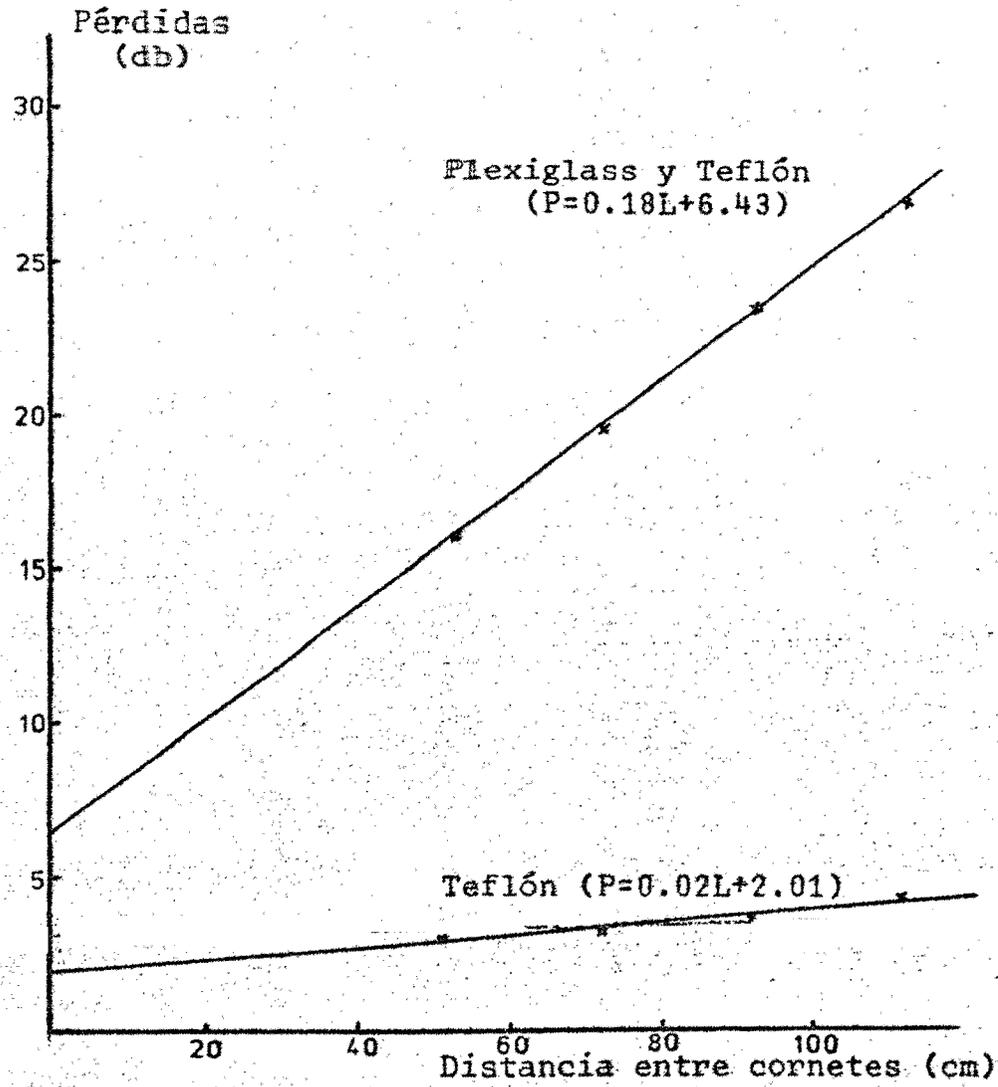


Figura V-7  
145

# CORNETES C

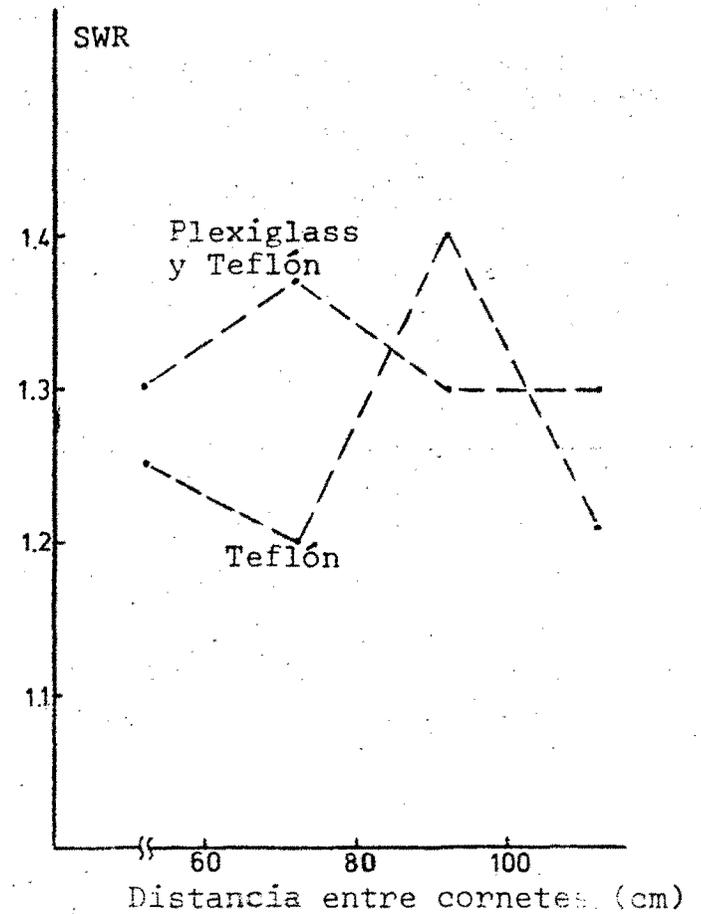
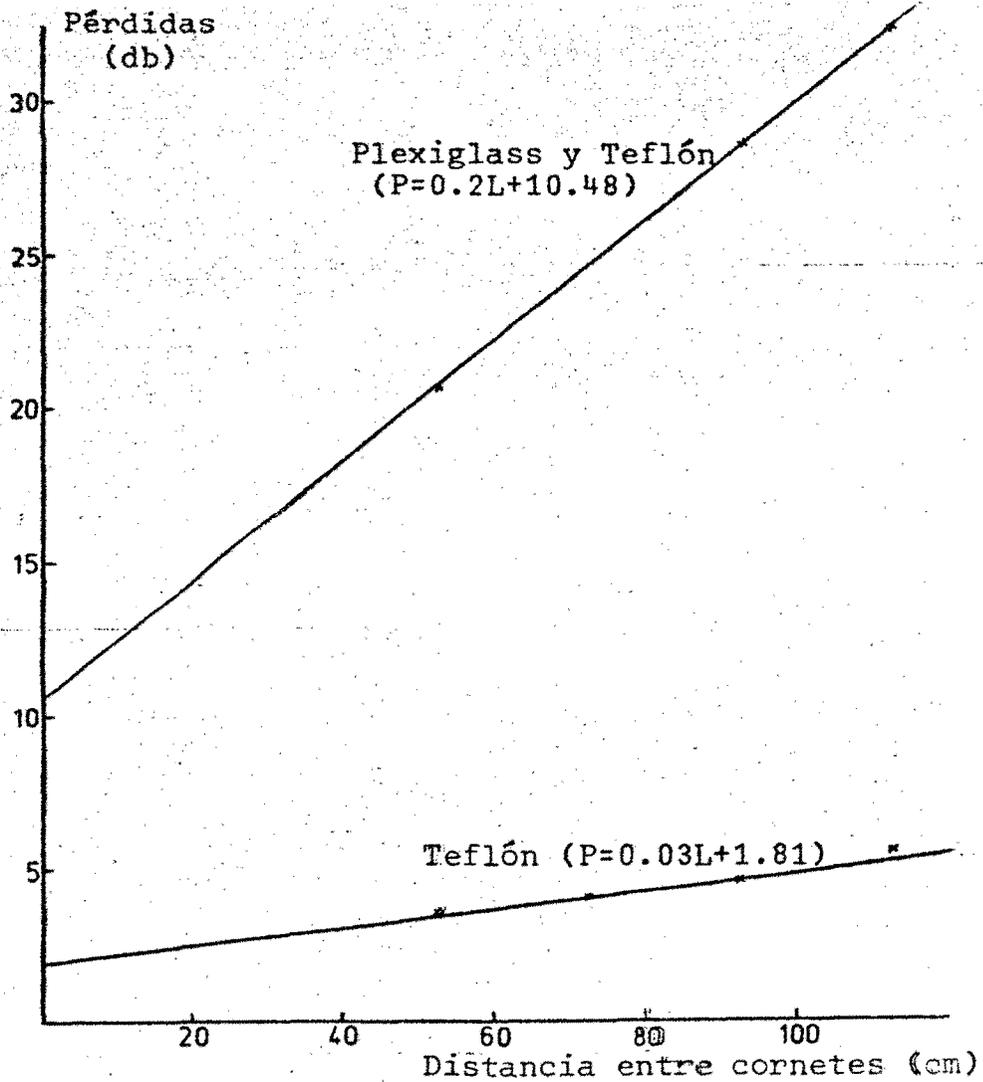


Figura V-8

CORNETES D

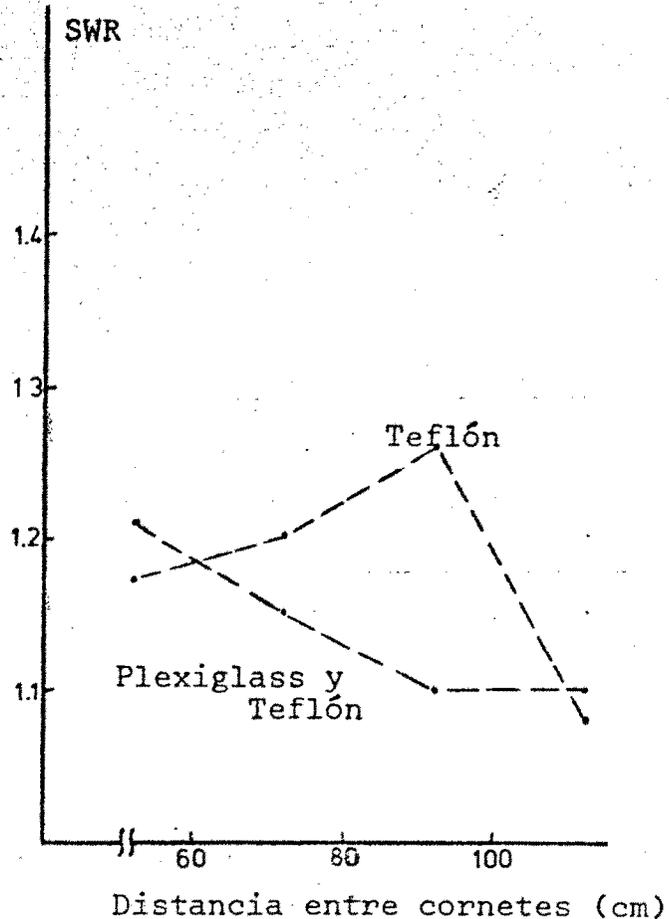
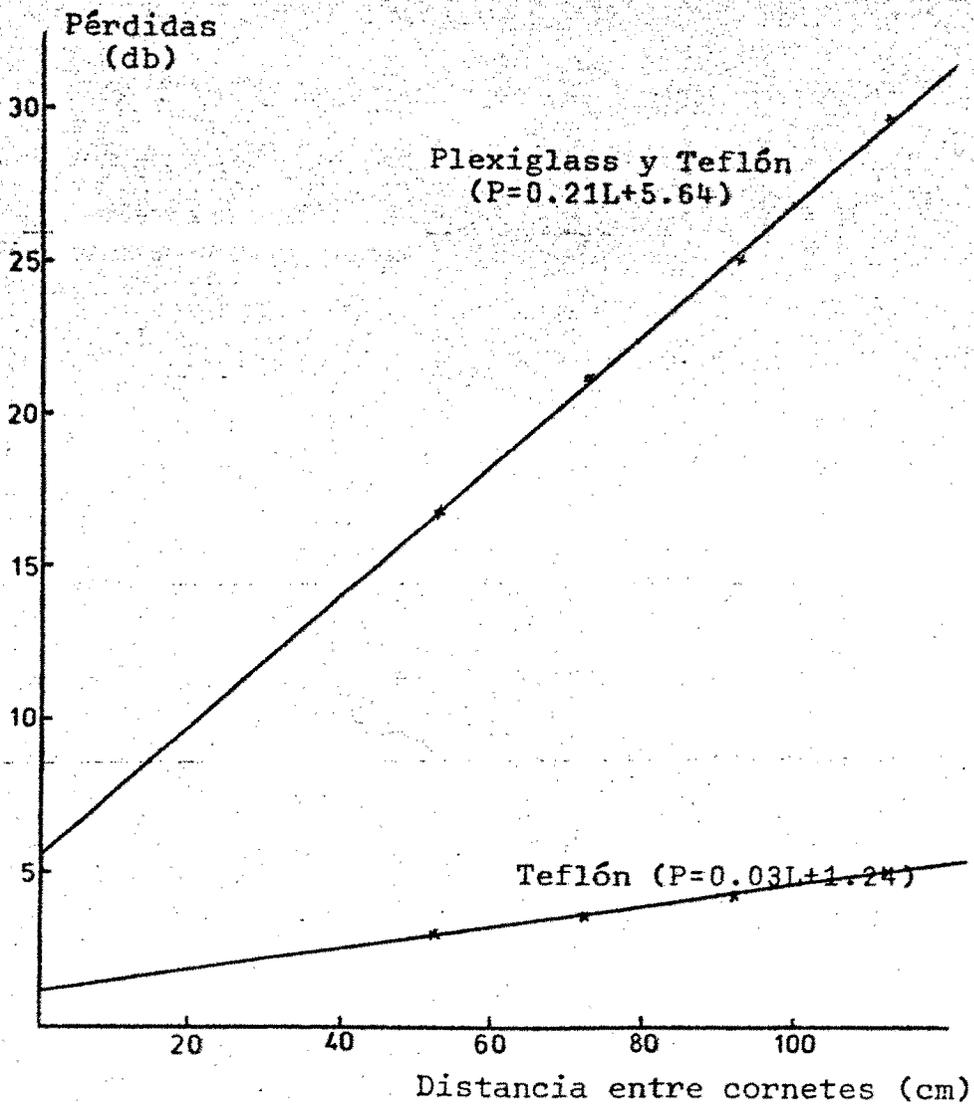


Figura V-9  
147

guia parcialmente llena se encuentra resuelto<sup>41</sup>, por lo que su optimización no será objeto de estudio; las pérdidas por reflexión podrán evitarse recurriendo a la bibliografía, y la medida de la R.O.E. nos permitirá conocer la fracción de potencia reflejada, que siempre podrá evitarse.

En principio, y de la observación de las figuras, se puede observar la gran cantidad de pérdidas del sistema plexiglass-teflón comparadas con las que presenta el teflón. Este hecho puede deberse a dos razones; o bien - las pérdidas son debidas a que la tangente de pérdidas - del plexiglass es muy elevada o bien el problema es debido a la configuración geométrica. Sobre este punto, hay que tener en cuenta que si bien el plexiglass presenta - una parte real de la permitividad superior a la del teflón, también sus pérdidas dieléctricas son superiores, por lo que no resulta apropiado para utilizarlo como componente de la guía dieléctrica en banda invertida. El cuarzo fundido o cualquier otro dieléctrico especial de menores pérdidas que el teflón son dieléctricos apropiados pero en el momento de realizar este trabajo no disponíamos de ellos. De cualquier manera parece evidente que en el caso de la guía dieléctrica en banda invertida las mejores transiciones son proporcionadas por los cornetes B y D. Dado que ambos cornetes presentan el mismo ángulo en la garganta, y dada la mayor longitud del cornete B sobre el D, es este último el que debiera presentar mayores pérdidas como consecuencia de su mayor radiación; -

sin embargo, se observa que en el límite esto no sucede así; este hecho parece demostrar que las pérdidas son debidas principalmente al plexiglass, pues la longitud del cornete B y por tanto del plexiglass es mayor que la longitud del cornete D.

Para cerciorarse de esto, se ha sustituido el plexiglass como dieléctrico superior, por rexolite el cual presenta una tangente de pérdidas cuatro veces inferior si bien todavía superior al teflón; en el caso de empleo de cuarzo, es evidente que las pérdidas serían aun inferiores.

En las figuras V-10 y V-11 se muestran los resultados obtenidos con rexolite. En principio se observa una fuerte caída de las pérdidas; con ello podemos deducir que la mayor parte de las pérdidas son debidas a pérdidas en dieléctricos y por tanto no son imputables a las transiciones.

Además se observa que las pérdidas del cornete D en el límite resulta inferior a las del cornete B (1'83 a 1'91); la explicación es idéntica al caso anterior; además, las pérdidas al juntar ambos cornetes son 1'8 db para el cornete B y 1'5 db para el cornete D; estas últimas serán pérdidas debidas unicamente a reflexión y pérdidas dieléctricas. La diferencia entre estas últimas y las anteriores serían las pérdidas por radiación que en el caso del cornete B (0'03) serían despreciables y en el caso del cornete D muy pequeñas (0'41). Todas las pérdidas anteriores son debidas a dos cornetes por lo que =

CORNETES B

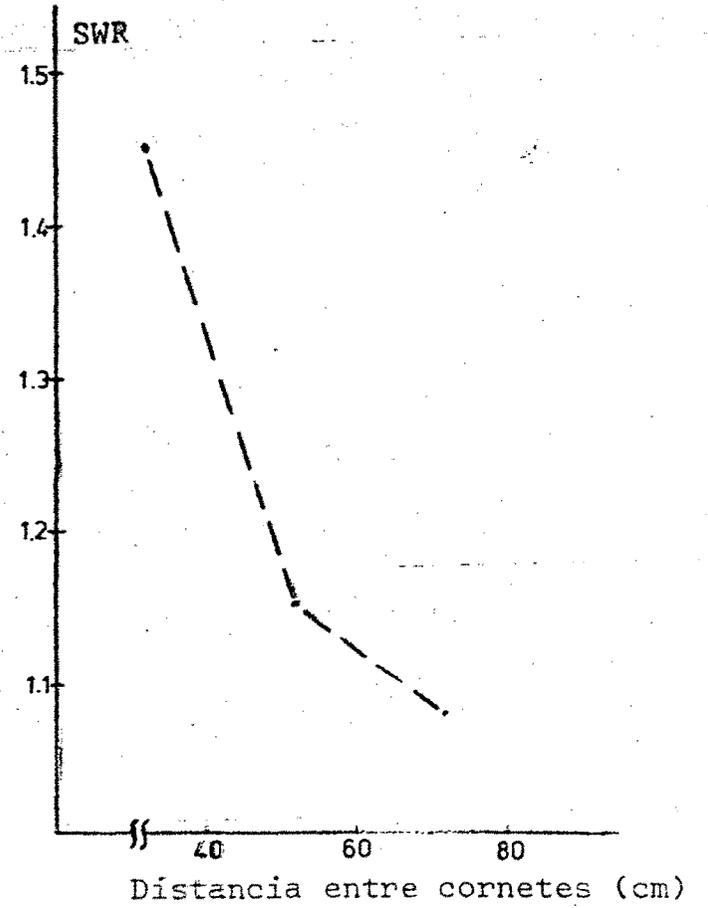
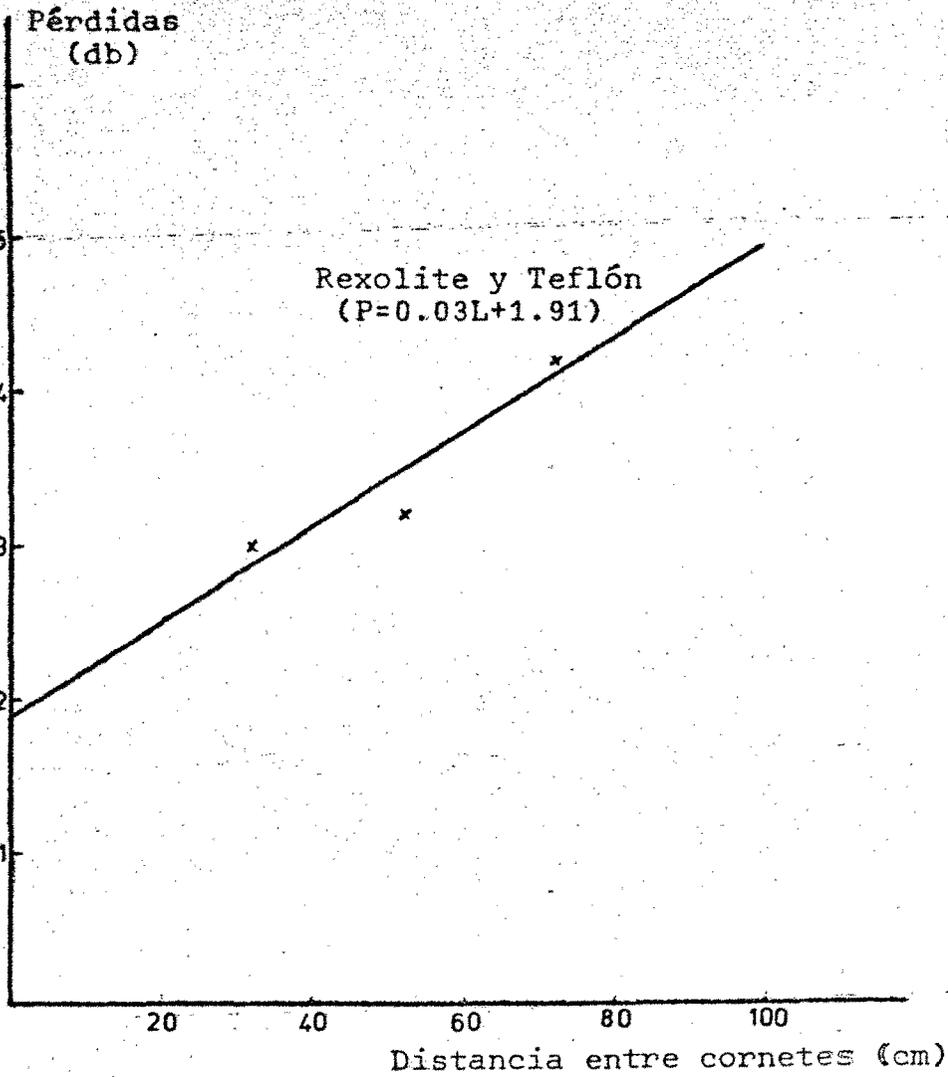
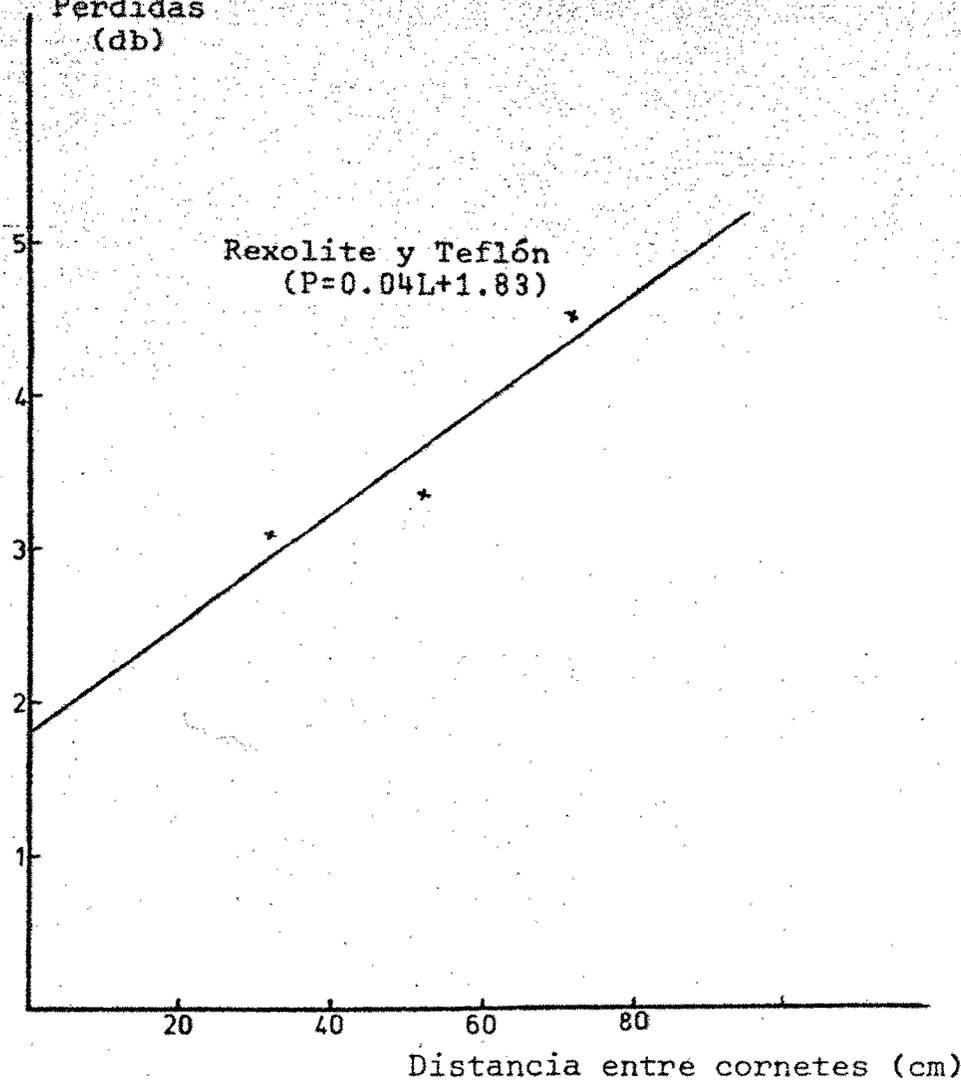


Figura V-10

# CORNETES D

Pérdidas  
(db)

Rexolite y Teflón  
( $P=0.04L+1.83$ )



SWR

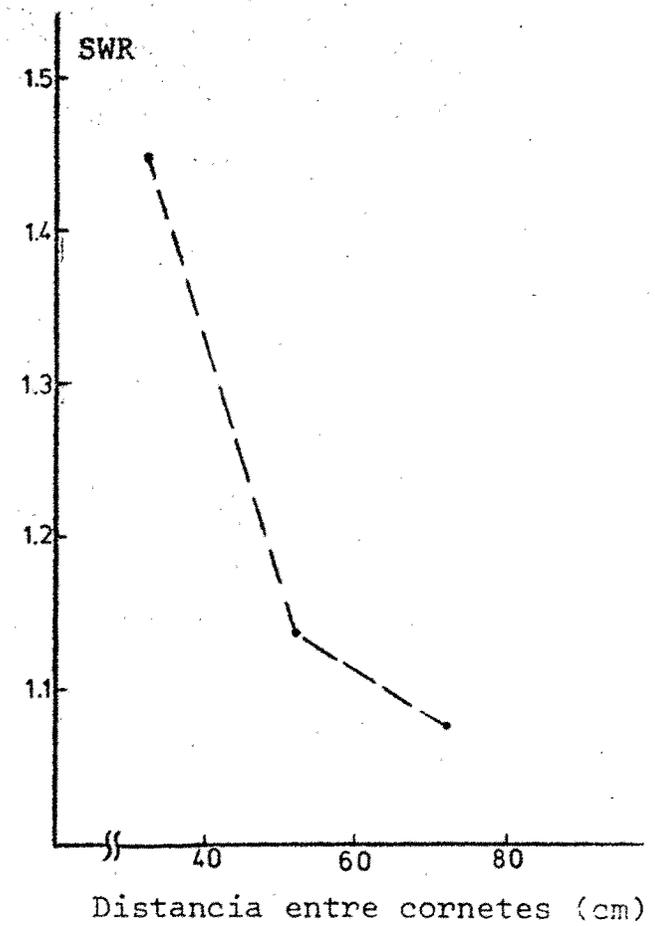


Figura V-11

las pérdidas de una transición serían la mitad, es decir 0'015 db y 0'21 db.

Por otra parte, se puede observar que las pérdidas por unidad de longitud de la guía dieléctrica en banda invertida realizada con rexolite y teflón son superiores a las de la guía dieléctrica clásica. Sin embargo en el límite, las pérdidas de transición de la primera - resultan inferiores a las de la segunda. Este hecho parece indicar que las pérdidas de la transición son menores a medida que el "factor de llenado" de la transición aumenta; en nuestra opinión, la transición óptima debería tener en la garganta de la guía un llenado total, reduciéndose posteriormente las dimensiones de los dieléctricos de forma gradual hasta conseguir la geometría de la guía dieléctrica deseada, por una parte y un ángulo de garganta pequeño.

Con objeto de determinar si existía zona de campo próximo de los cornetes, se realizaron medidas de longitud de onda para los cornetes B y D sobre guía formada con rexolite y teflón; el resultado obtenido fue de  $\lambda_g = 6$  mm independientemente de la distancia; en el caso del cornete D las medidas se realizaron justo hasta la boca del cornete, mientras que en el B hasta 4 mm de la boca. Esto permite asegurar que la longitud de la transición es la del cornete y que las pérdidas calculadas anteriormente por extrapolación para distancia cero son las pérdidas de transición.

Si bien el cornete B es el óptimo, los resultados obtenidos para el cornete D son suficientes añadiendo además su ventaja de tener menor longitud.

A partir de estos resultados se pueden obtener las siguientes conclusiones:

a) El uso de estas transiciones a frecuencias próximas a 70 Gc reduce la longitud de onda fuertemente, reduciéndose por tanto el tamaño del cornete y por tanto, las pérdidas dieléctricas de la transición.

b) El uso de cuarzo como dieléctrico superior deberá por una parte reducir significativamente las pérdidas y por otra, dado que la parte real de su permitividad relativa es de 3'8, concentrará el campo en el centro del cornete mas fuertemente, con la consiguiente reducción de pérdidas y disminución de ángulo y longitud del cornete.

## VI. CONCLUSIONES Y PRINCIPALES APORTACIONES

Las principales aportaciones y conclusiones que pueden deducirse del trabajo realizado podemos sumarizar las esquemáticamente en el siguiente resumen:

- 1.- Se proporciona un método de solución para la constante de propagación de la guía dieléctrica en banda invertida, a partir del cual resulta posible la optimización de las dimensiones con objeto de conseguir un aumento del ancho de banda utilizable.
- 2.- Se da cuenta, por vez primera, de la aparición de soluciones espúreas en la aplicación del método de la constante dieléctrica efectiva; al mismo tiempo se consigue, a partir de consideraciones teóricas y experimentales, eliminar las falsas soluciones que tienen frecuencia de corte mas baja.
- 3.- Se pone a punto un sistema de medida de longitud de onda en guías abiertas válido para frecuencias comprendidas entre 55 Gc y 75 Gc; el sistema permite medir, al mismo tiempo, la variación de  $E_y$  en una dimensión transversal.
- 4.- Se mide, por vez primera, la longitud de onda, de la guía dieléctrica en banda invertida abierta, confir-

mando el perfecto acuerdo entre las predicciones teóricas y experimentales.

- 5.- El sistema de excitación clásico para guías dieléctricas demuestra ser totalmente inapropiado para la guía dieléctrica en banda invertida.
- 6.- Se resuelve el problema de la guía cerrada en una caja rectangular por primera vez, a partir del método de Schelkunoff, poniéndose de manifiesto la aparición de modos EH.
- 7.- Se proporciona el método y programa para resolver 6 configuraciones distintas de llenado de guías mediante dieléctricos, admitiendo la posibilidad de 3 dieléctricos distintos.
- 8.- Se han estudiado distintos sistemas de excitación, optimizándose uno de tipo cornete cuyas pérdidas de inserción son mínimas.
- 9.- Se da cuenta de un método de medida que independientemente de las pérdidas de los dieléctricos que forman la guía dieléctrica permite calcular las pérdidas de la transición dentro de márgenes de exactitud aceptables.

VII. LISTADO DE PROGRAMAS

## GUIAY

```
C      CALCULO DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS DE UNA GUIA EN BANDA INVERT
C      PARA DISTINTAS DIMENSIONES
C      CALCULO DE LA CONSTANTE DE PROPAGACION DE LOS MODOS E SUPER Y
      COMPILER DOUBLE PRECISION
      REAL K0, KY, KY1, KY2, KY3, KYS, KYS1, KYS2, KYS3, KX, KX1, KX2, KX3, KZ
      REAL NU3, MU3
      COMPLEX NU1
      DIMENSION AKY(5), AKYS(5), AKX(5, 5, 5), AKZ(5, 5, 5), ARK(5, 5, 5)
      OPEN 12, "RESULTADOS"
      DIMENSION AEF1(5), AEF2(5)
      COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A
      EXTERNAL DET, FET, GET
      ACCEPT "INPUT EP1, EP2: ", EP1, EP2
      WRITE(12, 55) EP1, EP2
55     FORMAT("EP1=", F6. 3, 5X, "EP2=", F6. 3)
      PI=3. 1415926535
      C=3. E+10
      EPS=1. E-6
      ACCEPT "EN CM. ALTURA EP1, ALTURA EP2: ", T, B
      ACCEPT "EN CM. A INICIAL, A FINAL, A PASO: ", ANIC, AFIN, AP_S
      ACCEPT "FINICIAL, F FINAL, F PASO: ", FI, FF, FP
      ACCEPT "CALCULO DE CAMPOS: SI SI 1, SI NO 0: ", NDRE
      WRITE(12, 52) T, B
52     FORMAT("T=", F8. 3, 5X, "B=", F8. 3)
      DO 23 F=FI, FF, FP
      WRITE(12, 11) F
11     FORMAT(50X, 'F=', E14. 7)
      K0=2*PI*F/C
C-----
C      CALCULO DE EF2
C-----
      NB1=20
      DKY=K0/600
      KY1=DKY
      D1=DET(KY1)
      I=0
      DO 25 J=1, 5
      DO 12 JB=1, 1100
      KY2=KY1+DKY
      Z1=(EP2-1)*K0**2-KY2**2
      IF(Z1.LT. 0.) GO TO 27
      D2=DET(KY2)
      TEST=D1*D2
      IF(TEST.GT. 0.) GO TO 15
```

```

CALL UU(KY, KY1, KY2, DET, EPS, NB1, KOD, CC)
IF(KOD. EQ. 0) GO TO 10
15  KY1=KY2
    D1=D2
12  CONTINUE
10  KY1=KY2
    D1=D2
    AKY(J)=KY
    AEF2(J)=EP2-(AKY(J)/K0)**2
    I=I+1
    WRITE(12,100)J, AEF2(J)
100  FORMAT(3X, "AEF2(", I2, ")=", E14. 7)
25  CONTINUE
27  WRITE(12, 28)
28  FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES PARA EF2")
C-----
C    CALCULO DE EF1
C-----
    NC1=20
    DKYS=K0/600
    KYS1=DKYS
    F1=FET(KYS1)

    K=0
    DO 30 J=1, 5
    DO 16 JC=1, 1100
    KYS2=KYS1+DKYS
    Z2=(EP2-1)*K0**2-KYS2**2
    IF(Z2.LT. 0.) GO TO 29
    F2=FET(KYS2)
    FEST=F1*F2
    IF(FEST.GT. 0.) GO TO 22
    CALL UU(KYS, KYS1, KYS2, FET, EPS, NC1, KOD, CC)
    IF(KOD. EQ. 0)GO TO 14
22  KYS1=KYS2
    F1=F2
16  CONTINUE
14  KYS1=KYS2
    D1=D2
    AKYS(J)=KYS
    AEF1(J)=EP2-(AKYS(J)/K0)**2
    K=K+1
    WRITE(12, 200)J, AEF1(J)
200  FORMAT(3X, "AEF1(", I2, ")=", E14. 7)
30  CONTINUE

```

```

29      WRITE(12,31)
31      FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES PARA EF1")
C-----
C      CALCUL DE KZ
C-----
      IF(I.EQ.0.OR.K.EQ.0)GO TO 19
      DO 99 A=ANIC,AFIN,APAS
      WRITE(12,555)A
555     FORMAT(3X,"A=",F8.3/)
      DO 32 J=1,I
      DO 33 L=1,K
      ND1=20
      DKX=K0/600
      KX1=DKX
      IF((REF2(J)-REF1(L))*K0**2-KX1**2.LT.0.0)GO TO 1
      G1=GET(KX1,REF1(L),REF2(J))
      DO 24 M=1,5
      DO 20 JD=1,1100
      KX2=KX1+DKX
      Z3=(REF2(J)-REF1(L))*K0**2-KX2**2
      IF(Z3.LT.0.0)GO TO 1
      G2=GET(KX2,REF1(L),REF2(J))

      GEST=G1+G2
      IF(GEST.GT.0.)GO TO 26
      CALL UU1(KX,KX1,KX2,GET,EPS,REF2(J),REF1(L),ND1,KOD,CC)
      IF(KOD.EQ.0)GO TO 18
26      KX1=KX2
      G1=G2
      20      CONTINUE
18      KX1=KX2
      G1=G2
      AKX(J,L,M)=KX
      AKZ(J,L,M)=SQRT(REF2(J)*K0**2-AKX(J,L,M)**2)
      ARK(J,L,M)=AKZ(J,L,M)/K0
      WRITE(12,21) F,J,AKY(J),J,REF2(J),L,AKYS(L),L,REF1(L),J,L,
1      M,AKX(J,L,M),J,L,M,AKZ(J,L,M),J,L,M,ARK(J,L,M)
21      FORMAT(3X,'F=',E14.7,3X,'KY(',I1,')=',E14.7,3X,'EF2(',I1,')=',
1      E14.7,3X,'KYS(',I1,')=',E14.7,3X,'EF1(',I1,')=',E14.7,3X,'KX(
1      ',I1,I1,I1,')=',E14.7,3X,'KZ(',I1,I1,I1,')=',E14.7,3X,'RK(',I1,I1
1      ',I1,')=',E14.7)
      IF(NDRE.EQ.0)GO TO 24
C-----
C      CALCULO DE LA COMPONENTE Y DEL CAMPO ELECTRICO
C-----

```

```

WRITE(12, 110)
110      FORMAT(7X, "VALOR DE X", 10X, "VALOR DE EY(X)", 15X, "VALOR DE Y"
1        , 10X, "VALOR DE EY(Y)", 10X, "VALOR DE DEY(Y)", //)
      GI=SQRT((REF2(J)-REF1(L))*K0**2-KX**2)
      CX=GI/KX
      DX=KX/GI*SIN(KX*2*A)-COS(KX*2*A)
      NU3=SQRT((EP2-1)*K0**2-AKY(J)**2)
      RE=(EP2-EP1)*K0**2-AKY(J)**2
      NU1=CMPLX(SQRT(ABS(RE)), 0. 0)
      IF(RE. LT. 0. 0) NU1=CMPLX(0. 0, SQRT(ABS(RE)))
      CY2=REAL(CCOSH(NU1*T))
      DY2=REAL((EP2*NU1*CSINH(NU1*T))/(EP1*AKY(J)))
      EY2=CY2*COS(AKY(J)*B)+DY2*SIN(AKY(J)*B)
      Y=0
      X=-3. 5*A
103      X=X+A/4
      Y=Y+T/7
      IF(X. GT. (3. 5*A)) GO TO 1000
      IF(X. LT. -A) GO TO 104
      IF(X. GE. -A. AND. X. LE. A) GO TO 105
      EYX=(AKZ(J, L, M)**2-GI**2)*DX*EXP(-GI*(X-A))/REF1(L)
      GO TO 106
105      EYX=(AKZ(J, L, M)**2+AKX(J, L, M)**2)*(COS(AKX(J, L, M)*(X+A))
1        +CX*SIN(AKX(J, L, M)*(X+A)))/REF2(J)
      GO TO 106
104      EYX=(AKZ(J, L, M)**2-GI**2)*EXP(GI*(X+A))/REF1(L)
106      CONTINUE
      IF(Y. LT. T) GO TO 107
      IF(Y. GE. T. AND. Y. LE. T+B) GO TO 108
      EYY=REF2(J)*K0**2*EY2*EXP(-NU3*(Y-T-B))
      DEY=EYY
      GO TO 109
108      EYY=REF2(J)*K0**2*(CY2*COS(AKY(J)*(Y-T))+DY2*SIN(AKY(J)
1        *(Y-T)))/EP2
      DEY=EYY*EP2
      GO TO 109
107      EYY=REF2(J)*K0**2*REAL(CCOSH(NU1*Y))/EP1
      DEY=EYY*EP1
109      WRITE(12, 111)X, EYX, Y, EYY, DEY
111      FORMAT(7X, F9. 6, 10X, E14. 7, 15X, F9. 6, 10X, E14. 7, 10X, E14. 7)
      GO TO 103
1000     WRITE(12, 112)
112      FORMAT(//)
24      CONTINUE

```

```
1      WRITE(12,2)J,L
2      FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES DE KX PARA EF2(",I1," ) Y PARA
1      EF1(",I1," )")
23     CONTINUE
32     CONTINUE
99     CONTINUE
      GO TO 23
19     WRITE(12,400)
400    FORMAT(3X,"NO HAY SOLUCION PARA KX")
23     CONTINUE
      STOP
      END
```

## FUNCIONES PARA MODOS E<sup>y</sup>

```
FUNCTION DET(KY)
  COMPILER DOUBLE PRECISION
  REAL K0, KY, KY1, KY2, KY3, NU0
  COMPLEX NU1
  COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A
  NU0=SQRT((EP2-1)*K0**2-KY**2)
  RE=(EP2-EP1)*K0**2-KY**2
  NU1=CMPLX(SQRT(ABS(RE)), 0. 0)
  IF( RE. LT. 0. 0) NU1=CMPLX(0. 0, SQRT(ABS(RE)))
  DET=REAL((NU0*NU1*EP2**2*CSINH(NU1*T)-EP1*KY**2*CCOSH(NU1*T))*
1 SIN(KY*B)+KY*EP2*(NU0*EP1*CCOSH(NU1*T)+NU1*CSINH(NU1*T))*COS(K
1 *B))
  RETURN
END
```

```
FUNCTION FET(KYS)
  COMPILER DOUBLE PRECISION
  REAL K0, KYS, KYS1, KYS2, KYS3, NUS
  COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A
  NUS=SQRT((EP2-1)*K0**2-KYS**2)
  FET=(EP2**2*NUS**2*SINH(NUS*T)-KYS**2*COSH(NUS*T))*SIN(KYS*B)
1 +EP2*NUS*KYS*(COSH(NUS*T)+SINH(NUS*T))*COS(KYS*B)
  RETURN
END
```

```
FUNCTION GET(KX, REF1, REF2)
  COMPILER DOUBLE PRECISION
  REAL K0, KX, KX1, KX2, KX3
  COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A
  QU=SQRT((REF2-REF1)*K0**2-KX**2)
  GET=(QU**2-KX**2)*SIN(2*A*KX)+2*QU*KX*COS(2*A*KX)
  RETURN
END
```

UU

```
SUBROUTINE UU(P, P1, P2, FON, EPS, ITER, KOD, C)
  COMPILER DOUBLE PRECISION
  KOD=0
  O=FON(P1)
  Q=FON(P2)
  O1=AMAX1(O, Q)
  Q1=AMIN1(O, Q)
  IF((O*Q).GT.0.) GO TO 40
  DO 37 I=1, ITER
    P3=(P1+P2)/2
    C=FON(P3)
    IF((O*C).LT.0.) GO TO 35
    P1=P3
    O=C
    GO TO 36
35    P2=P3
    Q=C
36  CONTINUE
    Y=ABS((P1-P2)/(P1+P2))
    IF(Y.LT.EPS) GO TO 38
37  CONTINUE
    IF(C.GT.O1.OR.C.LT.Q1) GO TO 40
38    P=P3
    GO TO 39
40    KOD=1
39    RETURN
  END
```

UU1

```
SUBROUTINE UU1(P, P1, P2, FON, EPS, REF2, REF1, ITER, KOD, C)
  COMPILER DOUBLE PRECISION
  KOD=0
  Q=FON(P1, REF1, REF2)
  Q=FON(P2, REF1, REF2)
  Q1=AMAX1(Q, Q)
  Q1=AMIN1(Q, Q)
  IF((Q*Q).GT.0.) GO TO 40
  DO 37 I=1, ITER
  P3=(P1+P2)/2
  C=FON(P3, REF1, REF2)
  IF((Q*C).LT.0.) GO TO 35
  P1=P3
  Q=C
  GO TO 36
35  P2=P3
  Q=C
 36  CONTINUE
  Y=ABS((P1-P2)/(P1+P2))
  IF(Y.LT.EPS) GO TO 38
 37  CONTINUE
  IF(C.GT.Q1.OR.C.LT.Q1) GO TO 40
 38  P=P3
  GO TO 39
 40  KOD=1
 39  RETURN
  END
```

## GUIAX

```
C      CALCULO DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS DE UNA GUIA EN BANDA IN
C      PARA DISTINTAS DIMENSIONES
C      CALCULO DE LA CONSTANTE DE PROPAGACION DE LOS MODOS E SUPER Y
      COMPILER DOUBLE PRECISION
      REAL K0, KY, KY1, KY2, KY3, KYS, KYS1, KYS2, KYS3, KX, KX1, KX2, KX3, KZ
      REAL NU3, MU3
      COMPLEX NU1
      DIMENSION AKY(5), AKYS(5), AKX(5, 5, 5), AKZ(5, 5, 5), ARK(5, 5, 5)
      OPEN 12, "RESULTADOS"
      DIMENSION REF1(5), REF2(5)
      COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A
      EXTERNAL DET, FET, GET
      ACCEPT "INPUT EP1, EP2: ", EP1, EP2
      WRITE(12, 55) EP1, EP2
55     FORMAT("EP1=", F6. 3, 5X, "EP2=", F6. 3)
      PI=3. 1415926535
      C=3. E+10
      EPS=1. E-6
      ACCEPT "EN CM. ALTURA EP1, ALTURA EP2: ", T, B
      ACCEPT "EN CM. A INICIAL, A FINAL, APASO: ", ANIC, AFIN, APAS
      ACCEPT "FINICIAL, FFINAL, FPASO: ", FI, FF, FP
      ACCEPT "CALCULO DE CAMPOS: SI SI 1, SI NO 0: ", NDRE

      WRITE(12, 52) T, B
52     FORMAT("T=", F8. 3, 5X, "B=", F8. 3)
      DO 23 F=FI, FF, FP
      WRITE(12, 11) F
11     FORMAT(50X, 'F=', E14. 7)
      K0=2*PI*C/F
C-----
C      CALCULO DE EF2
C-----
      NB1=20
      DKY=K0/600
      KY1=DKY
      D1=DET(KY1)
      I=0
      DO 25 J=1, 5
      DO 12 JB=1, 1100
      KY2=KY1+DKY
      Z1=(EP2-1)*K0**2-KY2**2
      IF(Z1. LT. 0. ) GO TO 27
      D2=DET(KY2)
      TEST=D1*D2
      IF(TEST. GT. 0. ) GO TO 15
```

```

CALL UU(KY, KY1, KY2, DET, EPS, NB1, KOD, CC)
IF(KOD. EQ. 8) GO TO 10
15   KY1=KY2
     D1=D2
12   CONTINUE
10   KY1=KY2
     D1=D2
     AKY(J)=KY
     REF2(J)=EP2-(AKY(J)/K0)**2
     I=I+1
     WRITE(12, 100)J, REF2(J)
100  FORMAT(3X, "REF2(", I2, ")=", E14, 7)
25   CONTINUE
27   WRITE(12, 28)
28   FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES PARA EF2")
C-----
C   CALCULO DE EF1
C-----
     NC1=20
     DKYS=K0/600
     KYS1=DKYS
     F1=FET(KYS1)
     K=0
     DO 30 J=1, 5
     DO 16 JC=1, 1100
     KYS2=KYS1+DKYS
     Z2=(EP2-1)*K0**2-KYS2**2
     IF(Z2. LT. 0.) GO TO 29
     F2=FET(KYS2)
     FEST=F1*F2
     IF(FEST. GT. 0.) GO TO 22
     CALL UU(KYS, KYS1, KYS2, FET, EPS, NC1, KOD, CC)
     IF(KOD. EQ. 8)GO TO 14
22   KYS1=KYS2
     F1=F2
16   CONTINUE
14   KYS1=KYS2
     D1=D2
     AKYS(J)=KYS
     REF1(J)=EP2-(AKYS(J)/K0)**2
     K=K+1
     WRITE(12, 200)J, REF1(J)
200  FORMAT(3X, "REF1(", I2, ")=", E14, 7)
30   CONTINUE

```

```

29      WRITE(12, 31)
31      FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES PARA EF1")
C-----
C      CALCUL DE KZ
C-----
      IF(I.EQ.0.OR.K.EQ.0)GO TO 19
      DO 99 A=ANIC,AFIN,APAS
      WRITE(12,555)A
555     FORMAT(3X,"A=",F8.3/)
      DO 32 J=1,I
      DO 33 L=1,K
      ND1=20
      DKX=K0/500
      KX1=DKX
      IF((REF2(J)-REF1(L))*K0**2-KX1**2.LT.0.0)GO TO 1
      G1=GET(KX1,REF1(L),REF2(J))
      DO 24 M=1,5
      DO 20 JD=1,1100
      KX2=KX1+DKX
      Z3=(REF2(J)-REF1(L))*K0**2-KX2**2
      IF(Z3.LT.0.0)GO TO 1
      G2=GET(KX2,REF1(L),REF2(J))
      GEST=G1*G2
      IF(GEST.GT.0.)GO TO 26
      CALL UUI(KX,KX1,KX2,GET,EPS,REF2(J),REF1(L),ND1,K0D,CC)
      IF(K0D.EQ.0)GO TO 18
26      KX1=KX2
      G1=G2
20      CONTINUE
18      KX1=KX2
      G1=G2
      AKX(J,L,M)=KX
      AKZ(J,L,M)=SQRT(REF2(J)*K0**2-AKX(J,L,M)**2)
      ARK(J,L,M)=AKZ(J,L,M)/K0
      WRITE(12,21) F,J,AKY(J),J,REF2(J),L,AKYS(L),L,REF1(L),J,L,
1 M,AKX(J,L,M),J,L,M,AKZ(J,L,M),J,L,M,ARK(J,L,M)
21     FORMAT(3X,'F=',E14.7,3X,'KY(',I1,')=',E14.7,3X,'EF2(',I1,')=',
1 E14.7,3X,'KYS(',I1,')=',E14.7,3X,'EF1(',I1,')=',E14.7,/,3X,'K
1 ',I1,I1,I1,')=',E14.7,3X,'KZ(',I1,I1,I1,')=',E14.7,3X,'RK(',I1
1 ,I1,')=',E14.7)
      IF(NDRE.EQ.0)GO TO 24
C-----
C      CALCULO DE LA COMPONENTE Y DEL CAMPO ELECTRICO
C-----

```

```

WRITE(12,110)
110 1  FORMAT(7X,"VALOR DE X",10X,"VALOR DE EY(X)",15X,"VALOR DE Y"
,10X,"VALOR DE EY(Y)",10X,"VALOR DE DEY(Y)",77)
GI=SQRT((AEF2(J)-AEF1(L))*K0**2-KX**2)
CX=GI/KX
DX=KX/GI*SIN(KX**2*A)-COS(KX**2*A)
NU3=SQRT((EP2-1)*K0**2-AKY(J)**2)
RE=(EP2-EP1)*K0**2+AKY(J)**2
NU1=CMPLX(SQRT(ABS(RE)),0,0)
IF(RE.LT.0,0) NU1=CMPLX(0,0,SQRT(ABS(RE)))
CY2=REAL(CCOSH(NU1*T))
DY2=REAL((EP2*NU1*CSINH(NU1*T))/(EP1*AKY(J)))
EY2=CY2*COS(AKY(J)*B)+DY2*SIN(AKY(J)*B)
Y=0
X=-3.5*A
103 X=X+A/4
Y=Y+T/7
IF(X.GT.(3.5*A)) GO TO 1000
IF(X.LT.-A) GO TO 104
IF(X.GE.-A.AND.X.LE.A) GO TO 105
EYX=(AKZ(J,L,M)**2-GI**2)*DX*EXP(-GI*(X-A))/AEF1(L)
GO TO 106
105 1 EYX=(AKZ(J,L,M)**2+AKX(J,L,M)**2)*(COS(AKX(J,L,M)*(X+A))
+CX*SIN(AKX(J,L,M)*(X+A)))/AEF2(J)
GO TO 106
104 EYX=(AKZ(J,L,M)**2-GI**2)*EXP(GI*(X+A))/AEF1(L)
106 CONTINUE
IF(Y.LT.T) GO TO 107
IF(Y.GE.T.AND.Y.LE.T+B) GO TO 108
EYY=AEF2(J)*K0**2*EY2*EXP(-NU3*(Y-T-B))
DEY=EYY
GO TO 109
108 1 EYY=AEF2(J)*K0**2*(CY2*COS(AKY(J)*(Y-T))+DY2*SIN(AKY(J)
*(Y-T)))/EP2
DEY=EYY*EP2
GO TO 109
107 EYY=AEF2(J)*K0**2*REAL(CCOSH(NU1*Y))/EP1
DEY=EYY*EP1
109 WRITE(12,111)X,EYX,Y,EYY,DEY
111 FORMAT(7X,F9.6,10X,E14.7,15X,F9.6,10X,E14.7,10X,E14.7)
GO TO 103
1000 WRITE(12,112)
112 FORMAT(77)
24 CONTINUE

```

```
1      WRITE(12,2)J,L
2      FORMAT("NO HAY MAS SOLUCIONES DE KX PARA EF2(",I1,") Y PARA
   1    EF1(",I1,")")
33     CONTINUE
32     CONTINUE
99     CONTINUE
      GO TO 23
19     WRITE(12,400)
400    FORMAT(3X,"NO HAY SOLUCION PARA KX")
23     CONTINUE
      STOP
      END
```

## FUNCIONES PARA MODOS E<sup>x</sup>

FUNCTION DET(KY)

COMPILER DOUBLE PRECISION

REAL K0, KY, KY1, KY2, KY3, NU0

COMPLEX NU1, ANDY

COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A

NU0=SQRT((EP2-1)\*K0\*\*2-KY\*\*2)

RE=(EP2-EP1)\*K0\*\*2-KY\*\*2

NU1=CMPLX(SQRT(ABS(RE)), 0, 0)

IF(RE.LT.0,0) NU1=CMPLX(0,0,SQRT(ABS(RE)))

ANDY=(NU0\*CSINH(NU1\*T)+NU1\*CCOSH(NU1\*T))\*KY\*COS(KY\*B)+(NU1\*

1 NU0\*CCOSH(NU1\*T)-KY\*\*2\*CSINH(NU1\*T))\*SIN(KY\*B)

IF(RE.LT.0,0) DET=AIMAG(ANDY)

IF(RE.GE.0,0) DET=REAL(ANDY)

RETURN

END

FUNCTION FET(KYS)

COMPILER DOUBLE PRECISION

REAL K0, KYS, KYS1, KYS2, KYS3, NUS

COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A

NUS=SQRT((EP2-1)\*K0\*\*2-KYS\*\*2)

FET=(SINH(NUS\*T)+COSH(NUS\*T))\*NUS\*KYS\*COS(KYS\*B)+(NUS\*\*2\*COSH(

1 NUS\*T)-KYS\*\*2\*SINH(NUS\*T))\*SIN(KYS\*B)

RETURN

END

FUNCTION GET(KX, REF1, REF2)

COMPILER DOUBLE PRECISION

REAL K0, KX, KX1, KX2, KX3

COMMON K0, EP1, EP2, T, B, A

QU=SQRT((REF2-REF1)\*K0\*\*2-KX\*\*2)

GET=2\*KX\*QU\*REF1\*REF2\*COS(2\*KX\*A)+(QU\*\*2\*REF2\*\*2-KX\*\*2\*

1 REF1\*\*2)\*SIN(KX\*2\*A)

RETURN

END

## TELEGRAFISTA (PRINCIPAL)

```
C   PROGRAMA PARA LA APLICACION DE LAS ECUACIONES DEL TELEGRAFISTA
C   GENERALIZADAS A UNA GUIA DE BANDA INVERSA DIELECTRICA.
C   TODAS LAS UNIDADES EN EL SISTEMA M. K. S
C   LA LIMITACION EN EL NUMERO DE MODOS A CONSIDERAR, VIENE DADA
C   POR EL SUBINDICE MAXIMO DE LOS MODOS, QUE EN EL PRESENTE PROGRAMA
C   NO PUEDE SER SUPERIOR A 3.
C   DIMENSION Z(24, 24), Y(24, 24), X(24), WK(624)
C   COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
C   DOUBLE PRECISION Z, Y, X, WK, PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W,
1  KAPPA, K0, F, FI, FF, FP
C   DOUBLE PRECISION COMPLEX AA(24, 24), WA(24), ZN
C   OPEN 12, "RESULTADOS1"
C   OPEN 4, "DATOS1", ATT="IB"
C   INTEGER P, Q
C   IIA=4
C   IIB=12
C   PI=3. 1415926535D00
63  C=3. D+8
C   EP0=1. D-9/(36*PI)
C   MU0=4*PI*1. D-7
11  READ(IIA, 11)EP1, EP2, T, H, A1, A, B
C   FORMAT(7(F8. 5))
C
C   READ(IIA, 12)N1, N3
12  FORMAT(2(I1))
C   READ(IIA, 13)FI, FF, FP
13  FORMAT(3(D15. 7))
C   WRITE(IIB, 53)EP1, EP2, A, B, T, H, A1
53  FORMAT('EP1=', F7. 3, 3X, 'EP2=', F7. 3, 3X, 'A=', F7. 5, 3X, 'B=', F7. 5,
1  3X, 'T=', F7. 5, 3X, 'H=', F7. 5, 3X, 'A1=', F7. 5, /)
C   DO 6 N2=1, N3
C   WRITE(IIB, 88)N1, N2
88  FORMAT('N1=', I1, 3X, 'N2=', I1, /)
C   DO 6 F=FI, FF, FP
C   WRITE(IIB, 77)F
77  FORMAT(50X, 'F=', E14. 7, /)
C   W=2*PI*F
C   K0=W/C
C   N=N2
C   IF(N1. GE. N2) N=N1
C   DO 2 I=0, N
C   DO 2 J=0, N
C   KAPPA(I, J)=PI*DSQRT((I/A)**2+(J/B)**2)
2   CONTINUE
C   K=N1**2+N2*(N2+2)
```

```

CALL MATZ(Z, 24, 24, K, N1, N2)
CALL MATY1(Y, 24, 24, K, N1, N2)
CALL MATY2(Y, 24, 24, K, N1, N2)
DO 30 I=1, K
DO 40 J=1, K
X(J)=0.0
DO 40 L=1, K
X(J)=X(J)+Z(I, L)*Y(L, J)
40 CONTINUE
DO 30 M=1, K
Z(I, M)=X(M)
30 CONTINUE
CALL EIGRF(Z, K, 24, 2, WA, RA, 24, WK, IIR)
IF(IIR. NE. 0)GO TO 7
WRITE(IIB, 32)WK(1)
32 FORMAT(3X, 'INDICE DE EJECUCION=', F7. 3)
DO 1 J=1, K
ZN=RA(1, J)
DO 1 I=1, K
RA(I, J)=RA(I, J)/ZN
1 CONTINUE
DO 5 J=1, K
IF(DIMAG(WA(J)). NE. 0. 0)GO TO 5
IF(DREAL(WA(J)). LT. K0**2)GO TO 5
WRITE(IIB, 23)J, DSQRT(DREAL(WA(J))/K0**2)
23 FORMAT(3X, 'J=', I2, 3X, 2(D18. 10, 3X))
DO 33 I=1, K
33 X(I)=DREAL(RA(I, J))
5 CALL CAMPOS(N1, N2, X, 24, K, IIA, IIB)
CONTINUE
GO TO 6
7 WRITE(IIB, 24)ITER
24 FORMAT(' ITER=', I4)
6 CONTINUE
READ(4, 777)KKK
777 FORMAT(I1)
IF(KKK. EQ. 1)GO TO 63
STOP
END

```

MATZ

CALCULA LA MATRIZ Z COMPLETA

SUBROUTINE MATZ(Z, NA, MA, K, N1, N2)

DIMENSION Z(NA, MA)

COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)

DOUBLE PRECISION Z, PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W,

1 KAPPA, D1, D2, FAC, K0

INTEGER P, Q

I=0

J=0

IF(N1.EQ.0) GO TO 2000

D1=(A-A1)/2

D2=(A+A1)/2

DO 100 N=1, N1

DO 100 M=1, N1

I=I+1

J=0

CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TM

DO 130 P=1, N1

DO 130 Q=1, N1

J=J+1

FAC=(KAPPA(N, M)\*KAPPA(P, Q)\*\*4)/(W\*EP0\*A\*B)

IF((N.EQ.P).AND.(M.EQ.Q)) GO TO 140

IF((N.NE.P).AND.(M.NE.Q)) GO TO 150

IF(N.EQ.P) GO TO 160

Z(I, J)=-FAC\*TT1(T, B, M)\*(1/EP1-1)\*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1,

1 A, N, P))

GO TO 130

160 Z(I, J)=-FAC\*((1/EP2-1)\*A/2\*TT2(T+H, B, M,

1 Q)+TT2(T, B, M, Q))\*((1-1/EP2)\*A/2+(1/EP1-1)\*(TT1(D2, A, N)-TT1(D1

1 A, N)))

GO TO 130

150 Z(I, J)=-FAC\*TT2(T, B, M, Q)\*(1/EP1-1)\*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1

1 A, N, P))

GO TO 130

140 Z(I, J)=W\*MU0-FAC\*(A\*B/4+(1/EP2-1)\*A/2\*TT1(T+H, B, M)

1 +TT1(T, B, M)\*(A\*(1-1/EP2)/2+(1/EP1-1)\*(TT1(D2, A, N)-TT1(D1

1 A, N)))

130 CONTINUE

100 CONTINUE

CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TM Y TE

```

DO 180 I=1,N1**2
DO 180 J=N1**2+1,K
Z(I,J)=0.0
180 CONTINUE
C
C CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TE Y TM
C
DO 200 I=N1**2+1,K
DO 200 J=1,N1**2
Z(I,J)=0.0
200 CONTINUE
20000 CONTINUE
C
C CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TE Y TE
C
DO 260 I=N1**2+1,K
Z(I,I)=W*MU0
DO 260 J=N1**2+1,K
IF(I.EQ.J) GO TO 260
Z(I,J)=0.0
260 CONTINUE
RETURN
END

```

MATY1

```
C ESTE SUBPROGRAMA CALCULA LA MATRIZ Y
SUBROUTINE MATY1(Y, NA, MA, K, N1, N2)
DIMENSION Y(NA, MA)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION Y, PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA,
1 K0, D1, D2, RS, TH, A2, AB, E1, E2, E3, SNM
INTEGER P, Q
D1=(A-A1)/2
D2=(A+A1)/2
RS=W*EP0*PI**2
TH=T+H
A2=A/2
AB=A*B
E1=EP1-1
E2=1-EP2
E3=-E2
C
C CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TM
C
I=0
IF(N1.EQ.0) RETURN
DO 100 P=1, N1
DO 100 Q=1, N1
I=I+1
J=0
DO 130 N=1, N1
DO 130 M=1, N1
J=J+1
IF((P.EQ.N).AND.(Q.EQ.M)) GO TO 140
IF((P.NE.N).AND.(Q.NE.M)) GO TO 150
IF(P.EQ.N) GO TO 160
Y(I, J)=((RS*4*E1)/(KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, Q)*AB))*C
1 N*P/A**2*TT1(T, B, Q)*(TT4(D2, A, N, P)-TT4(D1, A, N, P))+
1 (Q/B)**2*TT3(T, B, Q)*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1, A, N, P)))
GO TO 130
160 Y(I, J)=((RS*4)/(KAPPA(P, Q)*KAPPA(P, M)*AB))*C
1 (P/A)**2*(E3*A2*TT2(TH, B, M, Q)+TT2(T, B, M, Q)*(A2*E2+
1 E1*(TT3(D2, A, P)-TT3(D1, A, P))))+
1 M*Q/B**2*(E3*A2*TT4(TH, B, M, Q)+TT4(T, B, M, Q)*(A2*E2+
1 E1*(TT1(D2, A, P)-TT1(D1, A, P))))))
GO TO 130
150 Y(I, J)=(RS*4)/(KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, M)*AB)*C
1 N*P/A**2*TT2(T, B, M, Q)*E1*(TT4(D2, A, N, P)-TT4(D1, A, N, P))+
1 M*Q/B**2*TT4(T, B, M, Q)*E1*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1, A, N, P)))
```

```

      GO TO 130
140   Y(I, J) = (RS*4) / (KAPPA(P, Q)**2*AB) * (
1   P**2/A**2*(AB/4+A2*E3*TT1(TH, B, Q)+TT1(T, B, Q)*(A2*E2
1   +E1*(TT3(D2, A, P)-TT3(D1, A, P))))+
1   Q**2/B**2*(AB/4+A2*E3*TT3(TH, B, Q)+TT3(T, B, Q)*(A2*E2
1   +E1*(TT1(D2, A, P)-TT1(D1, A, P))))))
130  CONTINUE
C
C   CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE UN MODO TM Y LOS MODOS TE
C
      DO 180 N=0, N2
      DO 180 M=0, N2
      IF((N.EQ.0).AND.(M.EQ.0)) GO TO 180
      SNM=2
      IF((N.EQ.0).OR.(M.EQ.0)) SNM=DSORT(2)
      J=J+1
      IF((P.EQ.N).AND.(Q.EQ.M)) GO TO 190
      IF((P.NE.N).AND.(Q.NE.M)) GO TO 200
      IF(P.EQ.N) GO TO 210
      Y(I, J) = ((RS*2*SNM*Q*E1) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, Q)
1   *AB**2)) * (
1   N*TT3(T, B, Q)*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1, A, N, P))-
1   P*TT1(T, B, Q)*(TT4(D2, A, N, P)-TT4(D1, A, N, P)))
      GO TO 180
210   Y(I, J) = ((RS*2*SNM*P) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(P, M)*AB**2)) * (
1   Q*(E3*A2*TT4(TH, B, M, Q)+TT4(T, B, M, Q)*(A2*E2+
1   E1*(TT1(D2, A, P)-TT1(D1, A, P))))-
1   M*(E3*A2*TT2(TH, B, M, Q)+TT2(T, B, M, Q)*(A2*E2+
1   E1*(TT3(D2, A, P)-TT3(D1, A, P))))))
      GO TO 180
200   Y(I, J) = ((RS*2*SNM*E1) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, M)*
1   AB**2)) * (
1   N*Q*TT4(T, B, M, Q)*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1, A, N, P))-
1   P*M*TT2(T, B, M, Q)*(TT4(D2, A, N, P)-TT4(D1, A, N, P)))
      GO TO 180
190   Y(I, J) = ((RS*4*P*Q) / (KAPPA(P, Q)*AB)**2) * (A2*E3*
1   (TT3(T+H, B, Q)-TT1(T+H, B, Q))+
1   TT3(T, B, Q)*(A2*E2+E1*(TT1(D2, A, P)-TT1(D1, A, P)))-
1   TT1(T, B, Q)*(A2*E2+E1*(TT3(D2, A, P)-TT3(D1, A, P))))
180  CONTINUE
180  CONTINUE
      RETURN
      END

```

## MATY2

```
C ESTE SUBPROGRAMA CALCULA LA MATRIZ Y
SUBROUTINE MATY2(Y, NA, MA, K, N1, N2)
DIMENSION Y(NA, MA)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION Y, PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA,
1 K0, D1, D2, RS, TH, A2, AB, E1, E2, E3, SNM, SPQ
INTEGER P, Q
D1=(A-A1)/2
D2=(A+A1)/2
RS=W*EP0*PI**2
TH=T+H
A2=A/2
AB=A*B
E1=EP1-1
E2=1-EP2
E3=-E2

C
C CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE UN MODO TE Y LOS MODOS TM
C
I=N1**2
DO 230 P=0, N2
DO 230 Q=0, N2

IF((P.EQ.0).AND.(Q.EQ.0)) GO TO 230
SPQ=2
IF((P.EQ.0).OR.(Q.EQ.0)) SPQ=SQRT(2)
I=I+1
J=0
IF(N1.EQ.0) GO TO 2000
DO 250 N=1, N1
DO 250 M=1, N1
J=J+1
IF((P.EQ.N).AND.(Q.EQ.M)) GO TO 260
IF((P.NE.N).AND.(Q.NE.M)) GO TO 270
IF(P.EQ.N) GO TO 280
Y(I, J)=((RS*2*SPQ*Q*E1)/(KAPPA(P, Q)*KAPPA
1 (N, Q)*AB**2))*((
1 P*TT3(T, B, Q)*(TT2(D2, A, N, P)-TT2(D1, A, N, P))-
1 N*TT1(T, B, Q)*(TT4(D2, A, N, P)-TT4(D1, A, N, P)))
GO TO 250
200 Y(I, J)=((RS*2*SPQ*P)/(KAPPA(P, M)*KAPPA(P, Q)*AB
1 **2))*((M*(E3*A2*TT4(TH, B, M, Q)+TT4(T, B, M, Q)*(A2*E2
1 +E1*(TT1(D2, A, P)-TT1(D1, A, P))))-Q*(E3*A2
1 *TT2(TH, B, M, Q)+TT2(T, B, M, Q)*(A2*E2+E1*(TT3(D2,
1 A, P)-TT3(D1, A, P))))))
```

```

GO TO 250
210 Y(I, J) = ((RS*2*SPO*E1) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, M)*AB
1 **2)) * (
1 P*M*TT4(T, B, M, Q) * (TT2(D2, A, N, P) - TT2(D1, A, N, P)) -
1 Q*N*TT2(T, B, M, Q) * (TT4(D2, A, N, P) - TT4(D1, A, N, P)))
GO TO 250
220 Y(I, J) = (RS*4*P*Q) / ((KAPPA(P, Q)*AB)**2) * (A2*E3*
1 (TT3(TH, B, Q) - TT1(TH, B, Q)) +
1 (A2*E2 + E1 * (TT1(D2, A, P) - TT1(D1, A, P))) * TT3(T, B, Q) -
1 (A2*E2 + E1 * (TT3(D2, A, P) - TT3(D1, A, P))) * TT1(T, B, Q))
230 CONTINUE
2400 CONTINUE
C
C CALCULO DE LOS TERMINOS ACOPLADOS ENTRE MODOS TE
C
DO 300 N=0, N2
DO 300 M=0, N2
IF((N.EQ.0).AND.(M.EQ.0)) GO TO 300
SNM=2
IF((N.EQ.0).OR.(M.EQ.0)) SNM=DSORT(2)
J=J+1
IF((P.EQ.N).AND.(Q.EQ.M)) GO TO 310
IF((P.NE.N).AND.(Q.NE.M)) GO TO 320
IF(P.EQ.N) GO TO 330
Y(I, J) = ((RS*SNM*SPO*E1) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, Q)
1 *AB)) * (
1 P*N/A**2*TT3(T, B, Q) * (TT2(D2, A, N, P) - TT2(D1, A, N, P)) +
1 (Q/B)**2*TT1(T, B, Q) * (TT4(D2, A, N, P) - TT4(D1, A, N, P)))
GO TO 300
330 Y(I, J) = ((RS*SNM*SPO) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(P, M)*AB)) * (
1 (P/A)**2 * (E3*TT1(A, A, P) * TT4(TH, B, M, Q) + TT4(T, B, M, Q) * (
1 TT1(A, A, P) * E2
1 + E1 * (TT1(D2, A, P) - TT1(D1, A, P)))) +
1 Q*M/B**2 * (E3*TT3(A, A, P) * TT2(TH, B, M, Q) + TT2(T, B, M, Q) * (
1 TT3(A, A, P) * E2
1 + E1 * (TT3(D2, A, P) - TT3(D1, A, P))))))
GO TO 300
320 Y(I, J) = ((RS*SNM*SPO*E1) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(N, M)*AB
1 )) * (
1 P*N/A**2*TT4(T, B, M, Q) * (TT2(D2, A, N, P) - TT2(D1, A, N, P)) +
1 Q*M/B**2*TT2(T, B, M, Q) * (TT4(D2, A, N, P) - TT4(D1, A, N, P)))
GO TO 300
310 Y(I, J) = ((RS*SNM*SPO) / (KAPPA(P, Q)*KAPPA(P, Q)*AB)) * (
1 (P/A)**2 * (TT1(A, A, P) * (TT3(B, B, Q) + E3*TT3(TH, B, Q)) + (

```

```
1 TT1(A, R, P)*E2+E1*(
1 TT1(D2, R, P)-TT1(D1, R, P))*TT3(T, B, Q))+
1 (Q/B)**2*(TT3(A, R, P)*(TT1(B, B, Q)+E3*TT1(TH, B, Q))+
1 TT3(C, R, P)*E2+E1*(
1 TT3(D2, R, P)-TT3(D1, R, P))*TT1(T, B, Q))
1 -KAPPA(P, Q)**2/(W*MU0)
```

3H0

CONTINUE

2H0

CONTINUE

RETURN

END

## FUNCIONES TT1, TT2, TT3, TT4

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION TT1(Z, D, N)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA, K0,
1 Z, D
TT1=0
IF(N.EQ.0) RETURN
TT1=Z/2-((DSIN(2*N*PI*Z/D))/(4*N*PI/D))
RETURN
END
```

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION TT2(Z, D, N, M)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA, K0,
1 Z, D
TT2=(DSIN((N-M)*PI*Z/D))/(2*PI*(N-M)/D)-(DSIN((N+M)*PI*Z/D))/
1 (2*PI*(N+M)/D)
RETURN
END
```

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION TT3(Z, D, N)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA, K0,
1 Z, D
TT3=Z
IF(N.EQ.0) RETURN
TT3=Z/2+((DSIN(2*N*PI*Z/D))/(4*N*PI/D))
RETURN
END
```

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION TT4(Z, D, N, M)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA, K0,
1 Z, D
TT4=(DSIN((N-M)*PI*Z/D))/(2*PI*(N-M)/D)+(DSIN((N+M)*PI*Z/D))/
1 (2*PI*(N+M)/D)
RETURN
END
```

## CAMPOS

```
SUBROUTINE CAMPOS(N1, N2, R, NA, K, IIA, IIB)
DIMENSION R(NA)
COMMON PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA(0:4, 0:4)
DOUBLE PRECISION R, PI, EP0, MU0, C, A, B, T, H, A1, EP1, EP2, W, KAPPA,
1 PIA, PIB, AB, X0, Y0, FAC1, FAC2, X, Y, EX1, EX2, EY1, EY2, SNM, SPQ, DY
PIA=PI/A
PIB=PI/B
AB=A*B
X0=A/2
Y0=T+H/2
FAC1=PIB*Y0
FAC2=PIA*X0
WRITE(IIB, 10)
10 FORMAT(//5X, 'POSICION EN X', 5X, 'VALOR DE EX', 5X, 'VALOR DE EY'
1 , 5X, 'POSICION EN Y', 5X, 'VALOR DE EX', 5X, 'VALOR DE DY'//)
X=0. 0
Y=0. 0
30 CONTINUE
I=0
EX1=0. 0
EY1=0. 0
EX2=0. 0

EY2=0. 0
IF(N1. EQ. 0)GO TO 200
DO 200 N=1, N1
DO 200 M=1, N1
I=I+1
EX1=EX1-R(I)*N*PIA*2/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DCOS(N*PIA*X)*
1 DSIN(M*FAC1)
EY1=EY1-R(I)*M*PIB*2/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DSIN(N*PIA*X)*
1 DCOS(M*FAC1)
EX2=EX2-R(I)*N*PIA*2/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DCOS(N*FAC2)*
1 DSIN(M*PIB*Y)
EY2=EY2-R(I)*M*PIB*2/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DSIN(N*FAC2)*
1 DCOS(M*PIB*Y)
200 CONTINUE
DO 300 N=0, N2
DO 300 M=0, N2
IF(N. EQ. 0. AND. M. EQ. 0)GO TO 300
SNM=2
IF(N. EQ. 0. OR. M. EQ. 0)SNM=DSQRT(2)
I=I+1
EX1=EX1-R(I)*M*PIB*SNM/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DCOS(N*PIA*X)*
1 DSIN(M*FAC1)
```

```

EY1=EY1+R(I)*N*PIA*SNM/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DSIN(N*PIA*X)*
1 DCOS(M*FAC1)
EX2=EX2-R(I)*M*PIB*SNM/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DCOS(N*FAC2)*
1 DSIN(M*PIB*Y)
EY2=EY2+R(I)*N*PIA*SNM/KAPPA(N, M)/DSQRT(AB)*DSIN(N*FAC2)*
1 DCOS(M*PIB*Y)
300 CONTINUE
IF(Y. LT. T)DY=EY2*EP0*EP1
IF(Y. GE. T. AND. Y. LE. T+H)DY=EY2*EP0*EP2
IF(Y. GT. T+H)DY=EY2*EP0
WRITE(I1B, 20)X, EX1, EY1, Y, EX2, DY
20 FORMAT(6(5X, D12. 5))
X=X+A/20
Y=Y+B/20
IF(X. GT. A. OR. Y. GT. B)RETURN
GO TO 30
END

```

## APENDICE

### I.1 Modos LSM

Las ecuaciones de Maxwell para una región sin fuentes, en la que no existen medios magnéticos son

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -j \omega \mu_0 \vec{H} & \text{a)} \\
 \nabla \times \vec{H} &= j \omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} & \text{b)} \\
 \nabla \cdot \vec{H} &= 0 & \text{c)} \\
 \nabla \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} &= 0 & \text{d)}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} \\ \nabla \times \vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{H} \\ \nabla \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \end{aligned}} \right\} \text{A1.1}$$

Como  $\nabla \cdot \vec{H} = 0$  podemos poner

$$\vec{H} = j \omega \epsilon_0 \nabla \times \vec{M}_e \quad \text{A1.2}$$

donde en el caso de nuestra geometría,  $\vec{M}_e$  será

$$\vec{M}_e = \phi^e(x, y) e^{-\gamma z} \vec{a}_y \quad \text{A1.3}$$

Al tomar  $\vec{M}_e$  en la dirección  $y$ , el campo magnético  $\vec{H}$  no tendrá componente en esa dirección, y estaremos en el caso de los modos  $E_{pq}^y$ . Sustituyendo A1.2 en A1.1 a)

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -j \omega \mu_0 (j \omega \epsilon_0 \nabla \times \vec{M}_e) = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \nabla \times \vec{M}_e = \\
 &= k_0^2 \nabla \times \vec{M}_e
 \end{aligned}
 \quad \text{A1.4}$$

Integrando A1.4 se obtiene

$$\vec{E} = k_0^2 \vec{M}_e + \nabla \psi \quad \text{A1.5}$$

donde  $\psi$  que es la constante de integración, es una función escalar arbitraria.

Por otro lado, tomando el rotor de la ecuación A1.2

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \epsilon_0 \nabla \times \nabla \times \vec{M}_e \quad A1.6$$

Sustituyendo A1.1b

$$j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = j\omega \epsilon_0 \nabla \times \nabla \times \vec{M}_e \quad A1.7$$

y desarrollando y sustituyendo

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \vec{M}_e - \nabla^2 \vec{M}_e &= \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e + \epsilon_r \vec{\nabla} \phi = \\ &= \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e + \vec{\nabla} \epsilon_r \phi - \phi \vec{\nabla} \epsilon_r \end{aligned} \quad A1.8$$

Como  $\vec{\nabla} \vec{M}_e$  y  $\phi$  son arbitrarios por el momento, imponemos la condición de Lorentz

$$\nabla \nabla \vec{M}_e = \vec{\nabla} \epsilon_r \phi \quad A1.9$$

que al integrarla y salvo una constante de integración - queda

$$\nabla \vec{M}_e = \epsilon_r \phi \quad A1.10$$

De acuerdo con A1.10 y A1.8 queda

$$\nabla^2 \vec{M}_e - \epsilon_r^{-1} (\vec{\nabla} \epsilon_r) \nabla \vec{M}_e + \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e = 0 \quad A1.11$$

De la misma manera, A1.5 queda

$$\begin{aligned} \vec{E} &= k_0^2 \vec{M}_e + \vec{\nabla}(\epsilon_r^{-1} \nabla \vec{M}_e) = k_0^2 \vec{M}_e + \nabla \vec{M}_e \nabla \epsilon_r^{-1} + \epsilon_r^{-1} \nabla \nabla \vec{M}_e = \\ &= \epsilon_r^{-1} (\epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e - \nabla \epsilon_r \nabla \vec{M}_e) + \epsilon_r^{-1} \nabla \nabla \vec{M}_e = \\ &= \epsilon_r^{-1} \nabla^2 \vec{M}_e + \epsilon_r^{-1} \nabla \nabla \vec{M}_e \end{aligned}$$

es decir

$$\vec{E} = \epsilon_r^{-1} \nabla \times \nabla \times \vec{M}_e \quad \text{A1.12}$$

Vemos que las componentes del campo electromagnético para el modo LSM se pueden obtener de las relaciones A1.2 y A1.12. El vector de Hertz  $\vec{M}_e$  se obtendrá a partir de la ecuación A1.8 simplificada, es decir

$$\nabla^2 \vec{M}_e + \epsilon_r k_0^2 \vec{M}_e = \phi \nabla^2 \epsilon_r \quad \text{A1.13}$$

Sus expresiones, en el caso más general son:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{1}{\epsilon_r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial M_e}{\partial y} \right) \right] \\ E_y &= \frac{1}{\epsilon_r} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial M_e}{\partial y} \right) - (\nabla^2 M_e)_y \right] \\ E_z &= \frac{1}{\epsilon_r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial M_e}{\partial y} \right) \right] \\ H_x &= j \omega \epsilon_0 \left( \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \right) (M_e)_y \end{aligned} \right\} \quad \text{A1.14}$$

$$H_y = j\omega \epsilon_0 \left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \right) M e$$

$$H_z = j\omega \epsilon_0 \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \right) M e$$

Para el caso en el que el potencial de Hertz cumpla la ecuación A1.3, las ecuaciones A1.14 se reducen a

$$E_x = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial x \partial y}$$

$$E_y = \frac{1}{\epsilon_r} \left( k_z^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi^e$$

$$E_z = -j \frac{k_z}{\epsilon_r} \frac{\partial \phi^e}{\partial y}$$

$$H_x = -\omega \epsilon_0 k_z \phi^e$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = j\omega \epsilon_0 \frac{\partial \phi^e}{\partial x}$$

A1.15

En todas las ecuaciones A1.15 se ha supuesto una variación de las componentes con  $z$ , de la forma  $e^{-jk_z z}$ , término que no se incluye por simplicidad.

## I.2 Modos LSE

En una región sin fuentes, isotrópica y homogénea  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$  por tanto el campo  $\vec{E}$  se puede encontrar a partir del rotacional de una función potencial vector de Hertz de tipo magnético.

$$\vec{E} = -j \omega \mu_0 \nabla \times \vec{M}_h \quad \text{A1.16}$$

Combinando A1.16 y A1.1b se llega a

$$\nabla \times \vec{H} = k^2 \nabla \times \vec{M}_h \quad \text{A1.17}$$

$$\text{con } k^2 = \epsilon_r k_0^2$$

Al integrar A1.17 se obtiene

$$\vec{H} = k^2 \vec{M}_h + \nabla \phi \quad \text{A1.18}$$

donde  $\phi$  es una función escalar arbitraria

Combinando A1.18 y A1.1a se obtiene

$$-j \omega \mu_0 \nabla \times \nabla \times \vec{M}_h = -j \omega \mu_0 \vec{H} \quad \text{A1.19}$$

operando

$$\nabla \times \nabla \times \vec{M}_h = \nabla \nabla \cdot \vec{M}_h - \nabla^2 \vec{M}_h = k^2 \vec{M}_h + \nabla \phi \quad \text{A1.20}$$

como  $\phi$  y  $\nabla \cdot \vec{M}_h$  permanecen arbitrarias, escogemos como con  
dición de Lorentz  $\nabla \cdot \vec{M}_h = \phi$  con lo que (A1.20) se convierte  
te en

$$\nabla^2 \vec{M}_h + k^2 \vec{M}_h = 0 \quad \text{A1.21}$$

y A1.18 en

$$\vec{H} = k^2 \vec{M}_h + \nabla \nabla \cdot \vec{M}_h = \nabla \times \nabla \times \vec{M}_h \quad \text{A1.22}$$

Por lo tanto, a partir de A1.16 y A1.22 podemos encontrar los campos eléctrico y magnético, supuesto conocido el vector de Hertz, el cual debe de cumplir la ecuación A1.21.

En nuestro caso, y de acuerdo con la geometría de la guía problema, tomaremos

$$\vec{M}_h = \phi^h(x,y) e^{-\gamma z} \vec{a}_y \quad \text{A1.23}$$

De esta forma, el campo eléctrico no tendrá componente y y estaremos en el caso de los modos  $E_{pq}^x$ .

Las componentes de los campos, de acuerdo con la ecuación de A1.23 quedan

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \omega \mu_0 k_z \phi^h \\ E_y &= 0 \\ E_z &= -j \omega \mu_0 \frac{\partial \phi^h}{\partial x} \\ H_x &= \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial x \partial y} \\ H_y &= \left( k_z^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi^h \\ H_z &= -j k_z \frac{\partial \phi^h}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad \text{A1.24}$$

donde se ha supuesto que  $\gamma = -j k_z$  omitiéndose el término  $e^{-jk_z z}$  por simplicidad.

Por superposición de las ecuaciones A1.15 y A1.24 se pueden obtener las componentes del campo de un modo híbrido cualquiera.

$$E_x = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial x \partial y} + \omega \mu_0 k_z \phi^h$$

$$E_y = \frac{1}{\epsilon_r} \left( k_z^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi^e$$

$$E_z = -\frac{jk_z}{\epsilon_r} \frac{\partial \phi^e}{\partial y} - j\omega \mu_0 \frac{\partial \phi^h}{\partial x}$$

$$H_x = -\omega \epsilon_0 k_z \phi^e + \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial x \partial y}$$

$$H_y = \left( k_z^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi^h$$

$$H_z = j\omega \epsilon_0 \frac{\partial \phi^e}{\partial x} - j k_z \frac{\partial \phi^h}{\partial y}$$

A1.25

## BIBLIOGRAFIA

- 1 E. A. J. MARCATILI: "Dielectric Rectangular Waveguide and Directional Coupler for Integrated Optics" The Bell System Technical Journal pag. 2071-2102. Septiembre 1969
- 2 E. A. J. MARCATILI: "Bends in Optical Dielectric Guides" The Bell System Technical Journal, pág. 2103-2132, Septiembre 1969
- 3 J. E. GOELL: "A circular-Harmonic Computer Analysis of rectangular Dielectric Waveguides" The Bell System Technical Journal pag. 2133-2160, Septiembre 1969
- 4 D. MARCUSE: "Theory of Dielectric Optical Waveguides" New York - Academic - 1974
- 5 K. SOLBACH, I. WOLFF: "The electromagnetic fields and the phase constants of Dielectric Image lines" IEEE - MTT - 26 nº 4, pag. 266-274, Abril 1978
- 6 R. M. KNOX, P.P. TOULIOS: "Integrated circuits for the millimeter through optical frequency range" Symposium on submillimeter waves, 1970
- 7 T. ITOH: "Inverted strip dielectric waveguide for millimeter-wave integrated circuits" IEEE MTT-24 nº 11, pag. 821-827, Noviembre 1976

- 8 W. SCHLOSSER, H. G. UNGER: "Partially filled waveguides and surface waveguides of rectangular cross section"  
Advances in Microwaves. Vol. 1, pp. 319-387, 1966
- 9 K. OGUSU: "Measurements of Dispersion Characteristics and field Distributions in Rectangular-Dielectric Waveguide and its modifications"  
IEEE MTT-26 nº 3, Marzo 1978
- 10 K. S. CHAMPLIN, G. EINSTEIN: "Clutoff frequency of - submillimeter Schottky-Barrier diodes"  
IEEE - MTT-26, nº 1, Enero 1978
- 11 L.E. DICKENS: "Spreading resistance as a function of frequency"  
IEEE MTT-15, pp. 101-109, Febrero 1967
- 12 K. SOLBACH: "The fabrication of dielectric image lines using casting resins and the properties of the lines in the millimeter-wave range"  
IEEE Trans MTT- 24 nº 11, Noviembre 1976
- 13 K. SOLBACH: "Electric probe measurements on dielectric image lines in the frequency range of 26-90 Gc"  
IEEE-MTT - 26 nº 10, Octubre 1978
- 14 T. ITOH. "Comunicación privada" 1978
- 15 A. D. BERK: "Variational principles for electromagnetic resonators and waveguides", IRE. Trans. Antennas and Propagation vol. AP-4, pp. 104-111, April 1956
- 16 R. F. HARRINGTON: "Field Computation by moment methods". The Macmillan Company 1968
- 17 C. C. JOHNSON: "Field and wave electrodynamics"  
McGraw-Hill

- 18 H. A. WHEELER: "Transmission Line properties of parallel wide strips by a conformal - mapping Approximations". IEEE. Trans MTT. May - 1964, pp. 280 - 289
- 19 P. SILVESTER, P. BENEDEK: "Electrostatic of the microstrip - Revisited" IEEE. Trans. MTT. Novembre 1972
- 20 R. E. EAVES, D. M. BOLLE: "Guides waves in limit cases of microstrip" IEEE. Trans MTT, Abril 1970
- 21 R. E. COLLIN: "Field Theory of Guided Waves" McGraw-Hill 1960
- 22 J. S. HORNSBY, A. GOPINATH: "Fourier Analysis a Dielectric Loaded Waveguide with a Microstrip Line" Electronic Letters vol. 5, June 12, 1969 pp. 265-267
- 23 R. MITTRA: "Relative Convergence of the solution of a Doubly infinite set of equations". Journal of Research of the NBS. Dept. Radio Prop. vol 67D nº 2 March-April 1963
- 24 H. J. A. LARIVIERE: "Methods for solving microstrip and related transmission line problems". Thesis. Dept Electrical and Electronic Engineering. University College. London 1973
- 25 S. A. SCHELKUNOFF: "Generalized Telegraphist's Equations for waveguides" Bell System Tech. Journal. Vol.3 July 1952
- 26 W. E. HORD, F. J. ROSENBAUM: "Approximation Technique for Dielectric Loaded waveguides". IEEE. Trans. MTT-16 nº 4, April 1968
- 27 F. GAUTHIER, M. BESSE, Y. GARAUULT: "Analysis of an Inhomogeneously Loaded Rectangular waveguide with Dielectric and Metallic Losses"

- 28 ONERA-CERT: "Propagation hyperfrecuence dans les guides charges de ferrites R.F. n° 5/1037/D.R.M.E. DERMO Toulouse
- 29 R. MITTRA, T. ITOH: "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines" IEEE. Trans MTT-19, n° 1, Enero 1971
- 30 D. G. CORR, J. B. DAVIES: "Computer Analysis of the fundamental and Higher order modes in single and coupled microstrip". IEEE. Trans MTT-20, n° 10, Octubre 1972
- 31 R. A. PUCEL, D. J. MASSE, C.P. HARTWIG: "Losses in microstrip". IEEE. Trans MTT-16, n° 6, Junio 1968
- 32 H. JACOBS, G. NOVICK, C. M. LOCASCIO, M. M. CHREPTA: "Measurement of guide wavelength in rectangular dielectric waveguide". IEEE. Trans. MTT-24, n° 11, Noviembre 1976
- 33 W. V. McLEVIGE, T. ITOH, R. MITTRA: "New waveguide structures for millimeter wave and optical integrated circuits". IEEE Trans. MTT-23, n° 10, Octubre 1975.
- 34 J. H. WILKINSON: The Algebraic Eigenvalue Problem. Oxford. Clarendon Press 1965
- 35 B. T. SMITH, J. M. BOYLE, y otros: "Matrix Eigensystem routines". Springer-Werlay 1974
- 36 W. HORD: "Continuously tapered dielectric matching transitions for waveguides". Ph.D. University of Missouri 1966
- 37 L. YOUNG: "Advances in Microwaves". vol 1 Academic Press

- 38 V. F. VZYATYSHEV: "Dielectric Waveguides" 1970 Moscu.  
Soviet Radio
- 39 D. MARCUSE: "Theory of Dielectric Optical waveguides"  
New York. Academic 1974
- 40 A. V. HIPPEL: "Dielectric material and Applications"  
Dunod. 1961
- 41 SCHUBERT, G.: "Reflexionsarmer Übergang auf einen ge-  
füllten Rechteckhohlleiter". Studienarbeit, Inst.  
Höchstfrequenztechnik Tech. Hochschule Braunschweig,  
1964.