



Mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: Estudio múltiple de casos

Autor: Alberto Arnal Bailera

Directora: Núria Planas Raig

Coordinador del programa de Doctorado: Josep María Fortuny Aymemí

Director del Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències
Experimentals: Jordi Deulofeu Piquet



Mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: Estudio múltiple de casos

Autor:

Alberto Arnal Bailera

Directora:

Núria Planas Raig

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals

Facultat de ciències de l'Educació

Universitat Autònoma de Barcelona

Tesis presentada para obtener el título de Doctor por la Universitat
Autònoma de Barcelona

Septiembre de 2013

PREFACIO Y AGRADECIMIENTOS

La investigación y redacción conducentes a este manuscrito de Tesis Doctoral se ha desarrollado entre octubre de 2010 y septiembre de 2013. Este trabajo se ubica dentro de varios proyectos de investigación: EDU2009-07113 –“Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas”–, EDU2012-31464 –“Análisis de entornos colaborativos de aula desde la perspectiva de su mediación en la construcción discursiva de conocimiento matemático” y EDU2011-2324 –“Momentos clave en el aprendizaje de la geometría en un entorno colaborativo y tecnológico”– desarrollados en el Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona y financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España. También se ha trabajado dentro del proyecto S119 –“Investigación en educación matemática” del Área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Zaragoza y financiado por el Gobierno de Aragón.

Durante estos tres años se ha compaginado la práctica docente en Secundaria (cursos 2010-11, IES Lucas Mallada de Huesca, y 2011-12, IES Miralbueno de Zaragoza) y en la Universidad de Zaragoza (cursos 2011-12 y 2012-13) que han permitido un adecuado, aunque exigente, equilibrio entre práctica docente e investigación.

También ha sido determinante para el desarrollo de la investigación la participación en Seminarios y Congresos. En los “Divendres de Recerca” de los años 2011 y 2012, organizados por Judith Chico, del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona y en el Simposio de la SEIEM de Bilbao se presentaron resultados parciales recibiendo valiosas aportaciones que contribuyeron a revisar algunos aspectos de la Tesis e incorporar comentarios de los asistentes.

Además del incuestionable apoyo institucional recibido, el personal ha sido el que ha favorecido realmente el avance de la Tesis y la superación de dificultades. Quiero expresar aquí mi más sincero agradecimiento al compromiso y ayuda constante de muchas personas que paso a referir.

En primer lugar, mi más sincero agradecimiento a mi directora Núria Planas, a la que he tenido la gran suerte de conocer gracias a esta Tesis. Aceptó dirigirme sin conocerme, siempre estuvo dispuesta a compensar la distancia física con cercanía humana, recibíendome en maratónicas jornadas entre AVE y AVE y dando los ánimos, consejos y recomendaciones necesarios para continuar. Gracias a sus desvelos y múltiples revisiones de lo ya revisado que ayudaron a aflorar resultados después de tanto trabajo.

A Josep María Fortuny, por sus consejos en las primeras fases de la investigación, contribuyendo sobre todo a enfocar adecuadamente la parte tecnológica de las actividades con alumnos.

Diversos investigadores han realizado contribuciones dedicando valiosos momentos de atención que se han traducido en mejoras en mi investigación, a través de los Seminarios de Investigación –Ángel Gutiérrez, Edelmira Badillo, Francisco Javier Alba– o a través de conversaciones informales en las numerosas jornadas de trabajo en el despacho de Núria Planas –Laura Morera, Judith Chico y Manuel Goizueta–. También otros compañeros del Departamento, aunque ajenas a la investigación, han sido importantes, gracias a Angels y Benja por su interés en la resolución de asuntos burocráticos.

La recogida de datos tuvo lugar en la primavera de 2011 en el IES “Lucas Mallada” de Huesca, a cuyos alumnos y profesores agradezco sinceramente su colaboración, especialmente a los alumnos de los grupos de apoyo y diversificación y profesores de los Departamentos de Matemáticas y Orientación. Mención aparte merecen Ana Bordonaba, Josean Viñuales y Merche Casino, por su desinteresada colaboración en tantas horas de clase y reuniones de coordinación de las tareas desnudando sus prácticas educativas con el fin de mejorar ellos y de ayudar a mejorar a todos. También durante esta fase, Nati Murillo, orientadora del Centro resultó de gran ayuda y apoyo en momentos de

trabajo de campo, conste aquí mi cariño, agradecimiento y respeto por todos ellos.

Gracias por el apoyo, consejos y comprensión a los compañeros del Área de Didáctica de las Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, Eva Cid, Rafael Escolano y José María Muñoz. También a su directora, Paz Jiménez, por facilitar mi incorporación al Departamento.

Sobre todo, a mis padres, Jesús y Pilar –siempre estarás en nuestros corazones–, por tantas y tantas cosas que han hecho por mí a lo largo de su vida, anteponiendo invariablemente la educación y el bienestar de sus hijos al suyo propio. Siempre fomentando el interés por aprender y orgullosos de que sus hijos aprovecharan las oportunidades que ellos no tuvieron.

Gracias a mi hermano Jesús, la persona más generosa que conozco, a veces dejando de lado sus sueños para que yo pudiera cumplir los míos, y que siempre está ahí cuando la necesitas. Gracias a su constante apoyo y consejos, he llegado a realizar una de mis grandes ilusiones. Mucho más que un hermano mayor para mí.

A mis suegros y cuñados, que han cuidado en muchas ocasiones de mis hijos para que yo pudiera dedicar más tiempo a esta Tesis.

Finalmente, quiero agradecer profundamente a mi mujer, Carmen, y a mis hijos, Carmen Pilar y Alberto, me brindaron su apoyo, me comprendieron, tuvieron tolerancia e infinita paciencia y cedieron su tiempo y permitieron así llevar adelante un proyecto que pasó de ser una meta personal a un objetivo más de la familia. A ellos, mi eterno amor y gratitud.

INDICE

PREFACIO Y AGRADECIMIENTOS.....	<i>i</i>
INDICE	<i>v</i>
LISTA DE FIGURAS.....	<i>ix</i>
LISTA DE TABLAS	<i>xi</i>
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Presentación y justificación	1
1.2 Pregunta y objetivos de investigación	4
1.2.1 Pregunta de investigación	4
1.2.2 Objetivos de investigación	6
1.3 Estructura de la memoria	7
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	11
2.1 Entornos tecnológicos y estudiantes en situación de riesgo	11
2.1.1 Enseñanza y aprendizaje con alumnado en riesgo	11
2.1.2 Usos de tecnología con alumnado en riesgo	19
2.2 Entornos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje de Geometría.....	25
2.2.1 Conocimiento del contenido matemático específico	25
2.2.2 Conocimiento de las herramientas tecnológicas	34
2.2.3 Uso de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de Geometría.....	39
CAPÍTULO 3. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA Y MÉTODOS	51
3.1. Enfoque metodológico	51
3.2. Contexto de la experimentación y participantes.....	56
3.3. Diseño de la situación didáctica.....	65
3.3.1. Hojas de actividades para el profesor	73
3.3.2. Hojas de actividades para los alumnos	90
3.4. Implementación en el aula de la secuencia.....	93
3.5. Instrumentos de recogida de datos	102
3.5.1. Los cuestionarios	102
3.5.2. Las entrevistas.....	117
3.5.3. Los videos de sesión	120
3.5.4. Los protocolos de resolución	122

3.6. Instrumentos de análisis de datos	123
3.6.1. Las tablas de reducción	124
3.6.2. Los gráficos de síntesis	130
3.6.3. Los perfiles narrativos	133
<i>CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE PROFESOR. 137</i>	
4.1. Ejemplificación del caso de Ana	137
4.1.1. Los vaciados de observación	137
4.1.2. Las tablas de reducción	138
4.1.3. Los gráficos de síntesis	146
4.1.4. El perfil narrativo.....	150
4.2. Síntesis del caso de Merche	155
4.3. Síntesis del caso de Josean	165
<i>CAPÍTULO 5. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE ALUMNO... 175</i>	
5.1. Ejemplificación del caso de Brayan.....	175
5.1.1. Las tablas de reducción	175
5.1.2 Los gráficos de síntesis	183
5.1.3 El perfil narrativo.....	187
5.2. Síntesis del caso de Jonathan (grupo Ana)	194
5.3. Síntesis del caso de Mamadou (grupo Ana)	203
5.4. Síntesis del caso de Leydi (grupo Ana)	211
5.5 Síntesis del caso de Mateo (grupo Merche)	220
5.6 Síntesis del caso de Ikram (grupo Josean).....	230
5.7 Síntesis del caso de Stefani (grupo Josean)	240
5.8 Síntesis del caso de Saúl (grupo Josean)	250
5.9 Síntesis del caso de Hicham (grupo Josean)	260
<i>CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN..... 271</i>	
6.1. Impacto en los profesores de la introducción de tecnología	271
6.1.1. Devaluación progresiva de expectativas de participación y aprendizaje	272
6.1.2. Control de aspectos técnicos y didácticos en la enseñanza	274
6.1.3. Complejidad de la orquestación ante la dominancia del miniportátil	276
6.1.4. Dificultad ante la gestión con tecnología de contenidos matemáticos.....	279
6.1.5. Necesidad de explicitar nuevas prácticas en clase de matemáticas	281
6.2. Impacto en los alumnos de la introducción de tecnología.....	283

6.2.1. Redistribución de prácticas de participación en la actividad matemática ..	283
6.2.2. Evidencias de instrumentación en la resolución de tareas.....	285
6.2.3. Instrumentalización orientada a prácticas de demostración matemática ..	287
6.2.4. Instrumentalización orientada a prácticas de geometría no algebraica	290
6.2.5. Implicación mediante contextualizaciones extra-matemáticas	292
6.3. Limitaciones, implicaciones y perspectivas futuras	294
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	297

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 2.1</i> Proposiciones I.36 y I.41 (extraído de González Urbaneja, 2005, p. 43)	26
<i>Figura 2.2</i> Proposición I.47 Teorema de Pitágoras.....	27
<i>Figura 2.3</i> El Teorema de Pitágoras en Byrne (1847) (Proposición I.47)	28
<i>Figura 2.4</i> Proposición I.48, recíproca de I.47	28
<i>Figura 2.5</i> El recíproco del Teorema de Pitágoras en Byrne (1847)	29
<i>Figura 2.6</i> Prueba de Perigal	30
<i>Figura 2.7</i> Prueba de Bhaskara.....	31
<i>Figura 2.8</i> Prueba de Bhaskara.....	32
<i>Figura 2.9</i> Diagrama de la hipotenusa del Tratado Chou-Pei Suan-Ching (300 a. C.) (Extraído de González Urbaneja, 2008, p. 109).....	33
<i>Figura 2.10</i> Construcción de las circunferencias inscrita y circunscrita en Byrne (1847) (Proposiciones IV.4 y IV.5)	34
<i>Figura 2.11</i> Pizarra Digital Interactiva.....	35
<i>Figura 2.12</i> Pantalla de GeoGebra	37
<i>Figura 2.13</i> Ventana algebraica de GeoGebra	38
<i>Figura 2.14</i> Incentro contextualizado.....	38
<i>Figura 2.15</i> Ejemplo de menú de GeoGebra	38
<i>Figura 3.1.</i> Primer problema de la primera sesión con su solución.....	66
<i>Figura 3.2.</i> Segundo problema de la primera sesión con su solución.....	67
<i>Figura 3.3.</i> Aplicaciones a deportes de los problemas estudiados	67
<i>Figura 3.4.</i> Mediatriz como lugar geométrico.....	68
<i>Figura 3.5.</i> Construcción del incentro como lugar geométrico	69
<i>Figura 3.6.</i> Problema de escape sobre la vista aérea del instituto.....	69
<i>Figura 3.7.</i> Construcción del incentro de un parque de Huesca	70
<i>Figura 3.8.</i> Animación para explorar tipos de triángulo según ángulos	71
<i>Figura 3.9.</i> Interpretación geométrica del Teorema de Pitágoras	71
<i>Figura 3.10.</i> Desigualdades asociadas a los triángulos no rectángulos.....	72
<i>Figura 3.11.</i> Animación para la demostración de Perigal	72
<i>Figura 3.12.</i> Animación para la demostración de Bhaskara	72
<i>Figura 3.13.</i> Autoevaluación de la Actividad 3.....	101
<i>Figura 3.14.</i> Protocolo de resolución de una alumna (Leydi)	123
<i>Figura 3.15</i> Gráfico de síntesis para la dimensión afectiva de un caso de profesora ...	136
<i>Figura 4.1.</i> Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Ana	147
<i>Figura 4.2.</i> Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Ana.....	148
<i>Figura 4.3.</i> Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Ana.....	149
<i>Figura 4.4.</i> Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Merche	156
<i>Figura 4.5.</i> Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Merche.....	157

<i>Figura 4.6. Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Merche.....</i>	<i>158</i>
<i>Figura 4.7. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Josean.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 4.8. Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Josean</i>	<i>167</i>
<i>Figura 4.9. Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Josean</i>	<i>168</i>
<i>Figura 5.1. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute– Brayan.....</i>	<i>184</i>
<i>Figura 5.2. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Brayan</i>	<i>185</i>
<i>Figura 5.3. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo– Brayan</i>	<i>186</i>
<i>Figura 5.4. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute– Jonathan</i>	<i>196</i>
<i>Figura 5.5. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Jonathan.....</i>	<i>197</i>
<i>Figura 5.6. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo –Jonathan.....</i>	<i>198</i>
<i>Figura 5.7. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute –Mamadou</i>	<i>204</i>
<i>Figura 5.8. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Mamadou.....</i>	<i>205</i>
<i>Figura 5.9. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo– Mamadou</i>	<i>206</i>
<i>Figura 5.10. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Leydi</i>	<i>212</i>
<i>Figura 5.11. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil-Leydi.....</i>	<i>213</i>
<i>Figura 5.12. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Leydi.....</i>	<i>214</i>
<i>Figura 5.13. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Mateo.....</i>	<i>221</i>
<i>Figura 5.14. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil-Mateo</i>	<i>222</i>
<i>Figura 5.15. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Mateo.....</i>	<i>223</i>
<i>Figura 5.16. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Ikram</i>	<i>231</i>
<i>Figura 5.17. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil-Ikram.....</i>	<i>232</i>
<i>Figura 5.18. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Ikram</i>	<i>233</i>
<i>Figura 5.19. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Stefani</i>	<i>241</i>
<i>Figura 5.20. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Stefani.....</i>	<i>242</i>
<i>Figura 5.21. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Stefani</i>	<i>243</i>
<i>Figura 5.22. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Saúl.....</i>	<i>251</i>
<i>Figura 5.23. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Saúl</i>	<i>252</i>
<i>Figura 5.24. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Saúl</i>	<i>253</i>
<i>Figura 5.25. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Hicham</i>	<i>261</i>
<i>Figura 5.26. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Hicham.....</i>	<i>262</i>
<i>Figura 5.27. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Hicham</i>	<i>263</i>

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 3.1. Dimensiones y subdimensiones del estudio.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 3.2. Vaciado del cuestionario inicial en AB-I.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 3.3 Vaciado del cuestionario inicial reescalado en AB-I</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 3.4. Vaciado del cuestionario inicial en AB-II.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 3.5. Vaciado del cuestionario inicial reescalado en AB-II</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 3.6. Vaciado de cuestionario inicial en C-II.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 3.7. Vaciado de cuestionario inicial reescalado en C-II.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 3.8. Cuestionario inicial para el alumno</i>	<i>106</i>
<i>Tabla 3.9. Equilibrio de las preguntas del cuestionario de sesión para alumnos.....</i>	<i>107</i>
<i>Tabla 3.10. Cuestionario al alumno – Sesión 1.....</i>	<i>108</i>
<i>Tabla 3.11. Cuestionario al alumno – Sesión 2.....</i>	<i>109</i>
<i>Tabla 3.12. Cuestionario al alumno – Sesión 3.....</i>	<i>109</i>
<i>Tabla 3.13. Cuestionario al alumno – Sesión 4.....</i>	<i>110</i>
<i>Tabla 3.14. Cuestionario al alumno – Sesión 5.....</i>	<i>110</i>
<i>Tabla 3.15. Cuestionario inicial para el profesor.....</i>	<i>112</i>
<i>Tabla 3.16 Equilibrio de las preguntas del cuestionario de sesión al profesor</i>	<i>113</i>
<i>Tabla 3.17. Cuestionario al profesor – Sesión 1</i>	<i>114</i>
<i>Tabla 3.18 Cuestionario al profesor – Sesión 2</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 3.19. Cuestionario al profesor – Sesión 3</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 3.20. Cuestionario al profesor – Sesión 4</i>	<i>116</i>
<i>Tabla 3.21. Cuestionario al profesor – Sesión 5</i>	<i>117</i>
<i>Tabla 3.22. Tabla de reducción de transcripciones de video.....</i>	<i>125</i>
<i>Tabla 3.23. Tabla de reducción de sesión para profesor.....</i>	<i>126</i>
<i>Tabla 3.24. Tabla de reducción de sesión para alumno</i>	<i>126</i>
<i>Tabla 3.25. Tabla valorativa de subdimensión-Ánimo para alumno</i>	<i>128</i>
<i>Tabla 3.26. Tipos posibles para caso y subdimensión</i>	<i>132</i>
<i>Tabla 4.1. Vaciado parcial de la tercera sesión del grupo de Ana</i>	<i>138</i>
<i>Tabla 4.2. Tabla de reducción para Ánimo-Ana</i>	<i>139</i>
<i>Tabla 4.3. Tabla de reducción para Disfrute-Ana.....</i>	<i>140</i>
<i>Tabla 4.4. Tabla de reducción para Instrumentos-Ana</i>	<i>141</i>
<i>Tabla 4.5. Tabla de reducción para Rentabilidad-Ana</i>	<i>142</i>
<i>Tabla 4.6. Tabla de reducción para Expectativas-Ana</i>	<i>143</i>
<i>Tabla 4.7. Tabla de reducción para Desarrollo-Ana</i>	<i>144</i>
<i>Tabla 4.8. Tabla de reducción para Alumnos-Ana.....</i>	<i>145</i>
<i>Tabla 5.1. Tabla de reducción para Ánimo-Brayan</i>	<i>176</i>
<i>Tabla 5.2. Tabla de reducción para Disfrute-Brayan.....</i>	<i>177</i>
<i>Tabla 5.3. Tabla de reducción para GeoGebra-Brayan</i>	<i>178</i>

<i>Tabla 5.4. Tabla de reducción para PDI-Brayan</i>	<i>179</i>
<i>Tabla 5.5. Tabla de reducción para Miniportátiles-Brayan.....</i>	<i>180</i>
<i>Tabla 5.6. Tabla de reducción para Expectativas-Brayan</i>	<i>181</i>
<i>Tabla 5.7. Tabla de reducción para Desarrollo-Brayan.....</i>	<i>182</i>

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

En este breve primer capítulo de la memoria de Tesis Doctoral, empiezo presentando las características principales de la investigación, luego comento las preguntas y los objetivos científicos y, finalmente, explico cómo se han articulado las distintas partes del texto compuesto por seis capítulos y varios anexos.

1.1 Presentación y justificación

El trabajo “Mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: Estudio múltiple de casos” se ha desarrollado dentro del Programa de Doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona. Se trata de un trabajo enmarcado en el área de investigación en Didáctica de la Matemática, más concretamente en la tradición de los diseños experimentales. Desde una perspectiva teórica, el trabajo integra elementos de los enfoques sociales y discursivos para comprender mejor algunos de los aspectos que influyen en la participación matemática que antecede y acompaña a las prácticas de enseñanza y aprendizaje en clase de matemáticas. Al respecto, cabe señalar que el resto de trabajos dentro de los Proyectos EDU2009-07113 – “Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas”– y EDU2012-31464 – “Análisis de entornos colaborativos de aula desde la perspectiva de su mediación en la construcción discursiva de conocimiento matemático”– siguen también este mismo enfoque.

En el marco de los dos Proyectos mencionados, el proyecto de investigación de Tesis Doctoral se propone contribuir al conocimiento sobre aspectos que influyen tanto la enseñanza como el aprendizaje de contenidos curriculares de Geometría en la etapa de enseñanza secundaria obligatoria en el contexto específico de España. Con este propósito se exploran las condiciones de la participación social y matemática en sesiones de clase que han sido organizadas para introducir un elevado

grado de mediación tecnológica (con pizarra digital interactiva, miniportátiles y programa de geometría dinámica) y un moderado grado de matemática realista (con actividades contextualizadas en situaciones reales y/o imaginables por los alumnos del estudio). A lo largo de la investigación, se ha tomado como supuesto básico que la mejora de las condiciones de la participación social y matemática de cualquier grupo de alumnos repercute, con mayor o menor intensidad, en el desarrollo de aprendizaje matemático.

La utilización del estudio de casos es otro rasgo fundamental de la investigación que se presenta. Se analizan varios casos particulares, de profesor y de alumno, que se examinan a fondo para luego extraer resultados derivados del estudio múltiple del conjunto de casos. Para nosotros, el estudio de casos no es solo un método, sino que sobre todo se entiende cómo un modo efectivo de acceder a información y generar conocimiento sobre realidades individuales que, a su vez, contribuirán a describir y explicar fenómenos más generales que trascienden la individualidad. En el proceso de construcción de los distintos casos, se ha recurrido primero a métodos cuantitativos para tener una idea orientativa sobre algunas prácticas y percepciones y, a continuación, se ha recurrido a métodos cualitativos, que son los que se desarrollan en mayor profundidad en sucesivas fases del análisis. En concreto, es la interpretación y síntesis de datos cualitativos lo que se acaban considerando como resultados.

Junto con el método de estudio múltiple de casos, nos hemos inspirado en la tradición en investigación educativa del diseño experimental, también denominada experimentos de enseñanza. La investigación basada en el diseño, la implementación y el posterior análisis de una secuencia didáctica y sus efectos está ampliamente consolidada en el área de Didáctica de la Matemática. Es común referirse al ciclo diseño-implementación-análisis en este tipo de estudios, donde un punto clave es determinar con claridad los modelos metodológicos sobre enseñanza y aprendizaje subyacentes en la elaboración de la secuencia y en el planteamiento de su gestión pedagógica y didáctica en el aula. A tal efecto,

en nuestra investigación se adopta un enfoque constructivista, con fuerte carácter social que se traduce en la consideración de tareas matemáticas que promuevan la interacción entre participantes, ya sea mediada por la tecnología o por la contextualización de la actividad.

El origen y la motivación del trabajo de investigación se sitúan en la práctica docente del investigador, desarrollada en un centro público de enseñanza secundaria con alta presencia de alumnado inmigrado o de bajo rendimiento escolar, dos de las características que definen al alumnado en situación de riesgo de exclusión social. Se propone adoptar, pues, una perspectiva sociocultural del aprendizaje (Planas y Font, 2003) para trabajar en la superación de obstáculos en la comprensión de las formas de participación en el aula y desarrollar metodologías que integren lo afectivo, lo cultural y lo social, en el sentido indicado por Planas (2004).

Dentro de la práctica docente del investigador y de la dinámica del centro escolar, se introduce un nuevo elemento, el tecnológico, que viene a promover ciertas modificaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas habituales. Al respecto, entendemos que se produce un doble esfuerzo didáctico de alfabetización matemática y tecnológica. En el desarrollo de la investigación, estas modificaciones y el correspondiente esfuerzo didáctico se observan desde el punto de vista de las ideas de génesis instrumental (Trouche, 2004) y orquestación (Drijvers, 2010) en el plano más tecnológico y, por otro lado, con atención a los trabajos sobre aprendizaje de Geometría en entornos colaborativos y tecnológicos (Morera, 2013; Morera, Fortuny y Planas, 2012) en el plano matemático.

Así pues, se ha investigado, partiendo de la observación de una situación real, cuáles son los elementos principales de una sustancialmente nueva realidad educativa para alumnos y en parte también para profesores. La motivación inicial es el fracaso escolar generalizado que afecta a la población en situación de riesgo de exclusión social. La contribución del investigador proviene de su campo de conocimiento, las matemáticas, de las herramientas que conoce con mayor profundidad, las tecnológicas, y

del alumnado con el que profesionalmente está familiarizado, los grupos de riesgo.

En el siguiente apartado de esta introducción, informamos sobre los objetivos y pregunta de investigación.

1.2 Pregunta y objetivos de investigación

En este apartado, se define la pregunta de investigación planteada en el contexto educativo descrito, que es en realidad una pregunta doble versionada para casos de profesor y para casos de alumno. Asimismo se enuncian los objetivos científicos que guiarán la búsqueda de respuestas a la pregunta. En el capítulo de metodología, más adelante, se justifica el detalle de la pregunta y de los objetivos.

1.2.1 Pregunta de investigación

Para ayudar al estudio de la mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo, se plantean la siguiente pregunta de investigación:

En los procesos de enseñanza-aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo,

¿cuál es el impacto en los profesores de la introducción de tecnología diversa?

¿cuál es el impacto en los alumnos de la introducción de tecnología diversa?

Para facilitar la lectura del manuscrito de tesis, concretamos los significados de las palabras clave que aparecen en las dos sub-preguntas anteriores. Tal como puede observarse, la pregunta se compone de dos sub-preguntas derivadas de la necesidad de analizar en profundidad, por un lado, cuestiones de enseñanza y, por otro, cuestiones de aprendizaje para finalmente poder responder de forma conjunta sobre el impacto de la introducción de tecnología diversa en clase de matemáticas.

Se trabaja parte del bloque curricular de Geometría (sobre todo, elementos notables del triángulo y Teorema de Pitágoras) dada la importancia de los aspectos visuales en su estudio y la supuesta

contribución a la visualización de los miniportátiles y de la pizarra interactiva. Además se considera central la presencia y el uso de un programa de geometría dinámica, que puede llegar a iniciar a los alumnos en el trabajo con justificaciones y demostraciones empíricas del Teorema de Pitágoras.

En el contexto de esta investigación, consideramos procesos de enseñanza y aprendizaje a las acciones desarrolladas en las sesiones que forman la secuencia didáctica sometida a estudio. Por una parte se analizan las acciones realizadas por los profesores en sus prácticas de enseñanza y, por otra, las de los alumnos en sus prácticas orientadas al aprendizaje. Ambos procesos, enseñanza y aprendizaje, se desarrollan de modo paralelo e interdependiente, con influencia de la incorporación de situaciones de participación promovidas por las herramientas tecnológicas.

En este trabajo entendemos como grupos de riesgo a los formados por alumnos en desventaja social a raíz de causas diversas. En el centro escolar seleccionado, estos alumnos son aquellos que, dado su bajo rendimiento escolar en los últimos cursos de la Educación Primaria y los primeros de la Secundaria, es previsible que tengan problemas para titular en esta etapa; además presentan rasgos de un bajo nivel socioeconómico y pertenecen a familias con dificultades laborales a menudo procedentes de otros países. A pesar de que no discutimos la distancia entre la lengua de instrucción y las lenguas de estos alumnos, este es sin duda un aspecto significativo, que explica parcialmente las dificultades de participación en el aula y las trayectorias de bajo rendimiento. Nuestro énfasis, sin embargo, no está tanto en caracterizar a los alumnos según sus condiciones sociales y culturales sino en examinar sus acciones y reacciones situadas en el transcurso de su implicación en una secuencia didáctica.

Por último, en la formulación de las sub-preguntas incluimos el término tecnología diversa, que se refiere al conjunto formado por la pizarra digital interactiva, los miniportátiles y el programa de geometría dinámica. Alrededor de estos artefactos se introduce un elevado grado de mediación tecnológica en el diseño y la implementación de la secuencia didáctica. A diferencia de otras investigaciones en el área donde se relatan las acciones

derivadas del uso de un programa de geometría dinámica, en el trabajo que aquí se presenta ponemos de relieve la presencia y combinación de tres artefactos. Es de esperar, por tanto, que no siempre sea posible precisar las acciones de los distintos participantes aislando la influencia de solo uno de los artefactos.

1.2.2 Objetivos de investigación

En el proceso de particularización de unos objetivos que centraran el modo de aproximarse a las sub-preguntas de la investigación, ha sido fundamental seleccionar la opción metodológica de estudio de casos. Así pues y aunque esto no es habitual, en nuestro trabajo la determinación de la opción metodológica ha orientado la concreción de los objetivos y ha repercutido en lo que finalmente se ha investigado.

El estudio múltiple de casos individuales ha sido el método básico de investigación empleado. Nueve alumnos y tres profesores se corresponden con un total de doce casos. Se ha considerado que la organización bajo el formato de estudio de casos era la más adecuada a fin de profundizar en acciones de alumnos concretos (especialmente en la caracterización de aprendizajes) y de profesores concretos (especialmente en la caracterización de prácticas de enseñanza). Entendemos como caso al conjunto de circunstancias, condiciones y hechos, que concretan una situación y una serie de posibles líneas de desarrollo a partir de ella. El caso es analizado, comprendido holísticamente y explicado en su contexto escolar habitual de enseñanza y aprendizaje.

En la construcción de casos de alumno, las dimensiones instrumental y afectiva se vinculan respectivamente con la dimensión cognitiva para la consecución de los dos objetivos científicos establecidos:

- **Objetivo 1 (Instrumental-Alumno).** Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en el aprendizaje de la Geometría.
- **Objetivo 2 (Afectiva-Alumno).** Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicho aprendizaje.

En la construcción de casos de profesor, las dimensiones instrumental y afectiva se vinculan respectivamente con la dimensión instruccional para la consecución de los dos objetivos científicos:

- Objetivo 1 (Instrumental-Profesor). Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en la enseñanza de la Geometría.
- Objetivo 2 (Afectiva-Profesor). Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicha enseñanza.

Para la consecución de dichos objetivos recurrimos a la recopilación de una gran cantidad de datos primarios. A tal efecto, usamos dos técnicas cualitativas fundamentales. Por un lado, realizamos grabaciones en video de las sesiones de clase donde se ha implementado la secuencia didáctica, a lo largo de la cual se recogen cuestionarios escritos vinculados a las tareas matemáticas. Por otro, realizamos entrevistas con cada alumno y tras cada sesión de clase grabada; que se añaden a las entrevistas realizadas con cada profesor antes y después de las sesiones. Los datos de video, cuestionario y entrevista se analizan de acuerdo con dimensiones emergentes del estudio piloto con un grupo clase. Para casos de alumno, las dimensiones son la cognitiva (aprendizaje), la afectiva y la instrumental. Para casos de profesor, las dimensiones son la instruccional (enseñanza), la afectiva y la instrumental.

1.3 Estructura de la memoria

El presente manuscrito se estructura en siete capítulos, que pasamos a comentar. El primero de ellos es éste, “Introducción”, donde se introduce la problemática de investigación, la pregunta de investigación y los objetivos, junto con la estructura global del texto. Nuestra intención es que mediante la lectura de esta introducción se llegue a tener una idea suficientemente clara sobre la naturaleza del trabajo.

En el segundo capítulo, “Marco teórico”, se presentan los fundamentos conceptuales y teóricos donde encuadramos la revisión de investigaciones actuales sobre tecnología, grupos de riesgo y enseñanza-aprendizaje de la

Geometría. Se trata de un capítulo relativamente breve puesto que hemos querido centrar el grueso del manuscrito en lo novedoso de nuestros datos, de nuestros análisis y de nuestros resultados.

La metodología de investigación, ocupa el tercer capítulo, “Aproximación metodológica y métodos”. En él se explican los métodos seguidos en las distintas fases de la experimentación, desde la recogida de datos en las aulas hasta el diseño de los instrumentos de análisis. Todo el proceso está guiado por la consecución de los objetivos de investigación, para casos de profesor y de alumno. Además se incluyen las actividades matemáticas a desarrollar en la secuencia didáctica, las cuales son originales y diseñadas ad hoc para estos alumnos y contenidos dado el papel de la contextualización matemática y extra-matemática en las mismas.

En los capítulos cuarto, “Análisis y presentación de casos de profesor”, y quinto, “Análisis y presentación de casos de alumno” se muestran los resultados del análisis aplicado a los distintos casos. Ilustramos la construcción de los tres casos de profesor y nueve de alumno, extendiéndonos en la ejemplificación más completa de un caso de profesor y otro de alumno. Estos dos capítulos son los más relevantes porque en ellos se pone de manifiesto la aplicación de los métodos de análisis a datos particulares. Mientras que en el capítulo tercero se explican los rasgos generales de los distintos métodos, ahora se incluyen también criterios prácticos sobre la aplicación de los métodos según las peculiaridades propias del estudio de cada caso.

Dividimos el sexto capítulo, “Conclusiones y prospectiva” en dos secciones, Una primera sección incluye las conclusiones relativas al impacto de la introducción de tecnología diversa en la enseñanza de Geometría en los profesores del estudio. De modo similar, la segunda sección aborda las conclusiones relativas al impacto de la introducción de tecnología diversa en el aprendizaje de Geometría en los alumnos del estudio. Termina el capítulo relatando una serie de limitaciones, implicaciones y perspectivas futuras que pretenden ayudar al planteamiento de futuros trabajos.

La lista final de referencias bibliográficas es, a nuestro entender, la estrictamente necesaria y relacionada con las temáticas tratadas en el

estudio. Por otra parte, en soporte electrónico, se incluyen una serie de anexos con las tablas de datos relativas a los casos que no han sido presentados en detalle en los capítulos correspondientes.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se muestran resultados que puedan contribuir a sustentar la pertinencia de las sub-preguntas que guían esta investigación. Esto es, para los procesos de enseñanza y aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: *¿Cuál es el impacto en los profesores de la introducción de tecnología diversa? ¿Cuál es el impacto en los alumnos de la introducción de tecnología diversa?*

Dentro del marco teórico trabajamos dos bloques temáticos principales: grupos de riesgo y entornos de clase tecnológicos; entornos de clase tecnológicos y enseñanza-aprendizaje de Geometría. Esto se corresponde con los tres aspectos que se enlazan en nuestra investigación: la enseñanza y aprendizaje de Geometría, la presencia de entornos tecnológicos en el aula y la problemática educativa de los estudiantes en situación de riesgo. Analizamos las referencias que contribuyan a aclarar estos aspectos dos a dos ya que no hemos encontrado estudios que abarquen los tres aspectos, lo cual confirma el carácter original de nuestra investigación.

2.1 Entornos tecnológicos y estudiantes en situación de riesgo

En esta primera sección recopilamos resultados que surgen de la intersección de dos temáticas en estrecha relación con nuestro estudio: por un lado, la introducción de entornos tecnológicos de clase y, por otro, la realidad del alumnado en situación de riesgo social. Somos conscientes, sin embargo, de que la intersección entre estas temáticas es todavía débil puesto que la mayoría de investigaciones al respecto se centran en una u otra. Algo parecido ocurre en el desarrollo de la sección siguiente.

2.1.1 Enseñanza y aprendizaje con alumnado en riesgo

En investigaciones recientes, se adoptan distintas y complementarias definiciones para el grupo de estudiantes considerados en situación de riesgo de exclusión social. Cardón (2000), por ejemplo, utiliza la definición de estudiante en situación de riesgo en relación con evidencias de absentismo y potencial abandono escolar. Este sería un alumno en riesgo de no titular, con

problemas de comportamiento y perteneciente a un entorno familiar de bajo nivel socioeconómico. Por su parte, Li y Edmonds (2005) consideran estudiantes en situación de riesgo a aquellos con algún tipo de limitación para el aprendizaje, con escasa alfabetización documentada y desventajas derivadas de no dominar la lengua de instrucción. Particularmente estos alumnos suspenden afectados por condiciones socioeconómicas familiares, tragedias o inestabilidades familiares, antecedentes de hermanos que han abandonado la escuela. Aunque Li y Edmonds consideran las discapacidades como un elemento que puede estar presente en los alumnos en riesgo, los sujetos de sus estudios no han sido diagnosticados en este sentido, sino que vistos como alumnos de riesgo por falta de habilidades lingüísticas, historial de fracaso escolar, pertenencia a minorías étnicas, baja autoestima, falta de confianza sobre la continuidad de sus estudios a corto plazo, etc.

Livingston (2003) realiza un inventario de proyectos de EEUU y Europa que usan tecnologías diversas para mejorar el aprendizaje, habilidades y motivación entre alumnos adolescentes en situación de desventaja, y animarlos para ser participantes exitosos en el mercado de trabajo, o en niveles posteriores de educación. Este autor se centra en alumnos adolescentes bien del medio urbano o del rural, en situación de desventaja económica, lingüística y cultural. Incluye alumnos con abandono escolar, adolescentes embarazadas, jóvenes no cualificados, excluidos de la escuela y aquellos en riesgo de no titular e incapaces de acceder al mercado de trabajo.

De acuerdo con Cardon (2000), Li y Edmonds (2005) y Livingston (2003), en este trabajo entendemos como alumnos en situación de riesgo de exclusión social a aquellos que, dado su bajo rendimiento escolar en los últimos cursos de la Educación Primaria y los primeros de la Secundaria, es previsible que tengan problemas para titular en esta etapa; que además presentan rasgos de un bajo nivel socioeconómico y pertenecen a familias con escasos bienes culturales y dificultades de acceso al mercado laboral. El conjunto de estas condiciones debilita las oportunidades de empoderamiento y dificulta la igualdad de acceso al conocimiento matemático escolar.

Planas y Civil (2004, 2009) han trabajado con profesores de estos grupos de alumnos en la introducción de contextos de la vida real en la enseñanza de las matemáticas. Se trata de experiencias enmarcadas en el desarrollo de clases de matemáticas donde todos los alumnos están en situación de riesgo. Más en general, Morgan y Watson (2002) alertan de problemas de desigualdad en la evaluación de grupos minoritarios o pertenecientes a clases sociales desfavorecidas, cuando estos son sistemáticamente enseñados mediante estrategias de contextualización extra-matemática que rebajan la potencialidad de las habilidades de exploración y razonamiento. Son fuentes potenciales de desigualdad según estas autoras: la distinta aplicación de estándares de unos profesores a otros, el sesgo sistemático en la valoración de alumnos por pertenecer a ciertos grupos étnicos, el diseño inadecuado de las tareas, la naturaleza interpretativa de la evaluación, influyendo en esta la experiencia del profesor y las expectativas sobre los estudiantes y la clase, junto con la existencia del prototipo de buen estudiante de matemáticas. Morgan y Watson observan limitaciones en la capacidad evaluadora de los profesores, en cuanto a: comportamiento de los alumnos, potenciales interpretaciones alternativas, formas en las que juicios iniciales condicionan interpretaciones posteriores de acciones, etc.

Independientemente del uso de contextos extra-matemáticos, las actividades de discusión matemática son parte esencial del proceso educativo, (Mariotti, 2000) con intenciones específicas: cognitivas (construcción del conocimiento) y meta-cognitivas (construcción de actitudes hacia el aprendizaje matemático). Un rasgo principal de la discusión matemática (Bartolini Bussi, 1998) es la dialéctica cognitiva entre significados personales y significados generales, que es construida y promovida por el profesor que debe guiar la evolución de uno a otro. Esto supone, pues, adoptar una perspectiva sociocultural de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Aceptado que algunos alumnos en riesgo social acumulan dificultades cognitivas, se buscan principios que permitan aumentar la comprensión de los fenómenos de aprendizaje matemático desde las realidades socioculturales de los aprendices y la especificidad de los contenidos matemáticos (Planas y Font, 2003). Asimismo, también se debe trabajar en la superación de obstáculos en la comprensión de las

formas de participación en el aula y desarrollar metodologías que integren lo afectivo, lo cultural y lo social (Planas, 2004). Esto facilitará el avance en el aprendizaje de contenidos matemáticos de los alumnos en riesgo de nuestro estudio, los cuales son mayoritariamente inmigrados.

Zevenbergen (2001) refiere las dificultades académicas añadidas de los alumnos de baja extracción social por sus vivencias lejanas de las socialmente aceptadas en el entorno escolar. Particularmente el perfil social de los alumnos promoverá unos determinados usos del lenguaje, siendo unos más valorados que otros en la interacción y las prácticas de aula. Así, esta autora destaca la repercusión en la participación en clase y en el aprendizaje matemático del uso de tareas matemáticas contextualizadas, especialmente apreciadas por los alumnos en riesgo. Estos perfiles se corresponden, al menos parcialmente, con los que nos encontramos en nuestra investigación, alumnos de extracción social baja y algunos cuyo idioma vehicular no es el castellano. Asumiendo los beneficios del trabajo en matemáticas con actividades contextualizadas, Costa (2011) induce la matematización mediante actividades extra-matemáticas para luego emprender la fijación formal de los contenidos ayudándose como en nuestro trabajo de un programa de geometría dinámica.

En este punto, surgen como importantes el concepto de normalidad y normas de aula, como conjunto de actuaciones para integrarse en la cultura dominante en el aula con la menor conflictividad posible. Estos conceptos sirven para describir lo que se espera de profesores y alumnos en un determinado contexto de enseñanza y aprendizaje. Planas y Font (2003) proponen indagar cómo algunas de las normas establecidas en un aula pueden llegar a limitar la participación de ciertos alumnos, quienes se posicionan en su interpretación de las normas con distancia respecto a las prácticas matemáticas esperadas. En Planas y Edo (2008) se discuten nuevas formas de actuación (normas) en un estudio donde se introducen tareas contextualizadas en un aula de matemáticas.

Con un discurso similar al de cambios en las normas del aula, Woodward y Baxter (1997) proponen introducir dos técnicas pedagógicas básicas a la hora de enseñar matemáticas a alumnos de bajo rendimiento. Se trata primero de

priorizar el proceso cognitivo por encima del producto (por ejemplo valorando adecuadamente los métodos que utiliza el estudiante para obtener una respuesta o la calidad de la explicación) y, segundo de potenciar la interacción entre profesor y alumno.

Por su parte, Muller (2001) se ocupa del efecto de la relación entre profesor y alumno y de cómo las percepciones sobre la misma afectan al comportamiento matemático del alumno. Para los estudiantes que son clasificados por sus profesores como en riesgo de abandonar la escuela secundaria, es importante tener profesores interesados en mitigar el efecto negativo de haber sido valorado como “en riesgo”. Estos profesores pueden motivar a los estudiantes en situación de riesgo de manera diferente y, además, están de antemano más predispuestos a modificar normas del aula que excluyan la participación social y matemática de ciertos alumnos.

Una constante en varios trabajos es la atención a aspectos del campo afectivo. Además de la motivación que el profesor puede proporcionar, Hannula (2006) y Kajander, Zuke y Walton (2008) mencionan la actitud y confianza relativas a la capacidad matemática como factores que influyen en el éxito del estudiante en situación de riesgo. Por lo general, obtener unos pobres resultados académicos de modo continuado refuerza el bajo auto-concepto. Estos autores remarcan que la auto-percepción de un estudiante se convierte en auto-sostenida, creando un círculo difícil de romper. Por otro lado, cuando los estudiantes en riesgo aprenden en entornos diseñados de acuerdo a sus intereses y niveles de conocimiento, pueden llegar a comprometerse de mayor manera en el aprendizaje y aumentar su motivación. Estos estudiantes salen especialmente beneficiados del aprendizaje activo y contextualizado donde se exploran situaciones reales mientras se resuelven problemas matemáticos. Dadas estas consideraciones, proponemos en nuestro estudio una secuencia didáctica con abundantes actividades exploratorias y contextualizadas en entornos extra-matemáticos cercanos.

Hannula (2006) describe la motivación en el alumno que estudia matemáticas como un potencial para dirigir el comportamiento a través de los mecanismos que controlan la emoción. Es observable de modo indirecto,

mediante su manifestación en la cognición, las emociones y las acciones, estudiando por ejemplo las creencias, los valores y las reacciones emocionales observables en una situación de aprendizaje de matemáticas. Los aspectos cognitivos (deseos, creencias...) y los emocionales (alegría, tristeza, interés, frustración...) son sólo parcialmente observables y a veces inaccesibles, mientras que el comportamiento es una manifestación fiel de la motivación, que es observable mediante las acciones. En este sentido, la recogida de datos de video y de entrevistas ha de facilitar el acceso a las acciones de alumnado y profesorado.

Hannula (2006) relaciona la motivación en el ámbito educativo con la necesidad de autonomía, competencia y pertenencia social. Por ejemplo, un alumno en clase puede tener una marcada necesidad de competencia, que puede concretar en objetivos de participación a través de la pizarra digital y de desafío a la autoridad del profesor interviniendo e interrumpiendo en ocasiones sin permiso. La experiencia de distintas necesidades lleva a la adopción de distintos objetivos y acciones en entornos de clase.

Siguiendo los trabajos de McLeod (1994), utilizados en las investigaciones de Gil, Blanco y Guerrero (2005, 2006), consideramos la dimensión afectiva en Matemáticas como el conjunto de creencias, actitudes y emociones que median o influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Según Gil, Blanco y Guerrero (2005), las creencias son una componente del conocimiento del individuo, basadas en las experiencias previas sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Son por tanto una componente subjetiva del conocimiento que se definen, en base a experiencias y conocimientos del estudiante y del profesor. Entre las creencias más frecuentes citan valoraciones al respecto de los alumnos de secundaria: “una materia difícil, aburrida, poco práctica” (Gil, Guerrero y Blanco, 2006, p. 49). Estos autores expresan su convencimiento sobre la influencia que creencias de este tipo tienen en el alto fracaso escolar en matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria. McLeod (1992) distingue entre creencias del alumno (o del profesor) sobre sí mismo, sobre el aprendizaje de las matemáticas (o sobre su enseñanza) y creencias suscitadas por el contexto social. En este sentido, Cobb, Yackel y Wood (2011) también interpretan las creencias

dentro del ámbito cognitivo, pero en relación con las emociones. Estos autores dotan las creencias de un dominio individual y de un dominio social y recalcan la necesidad de estudiarlas en conjunto para comprender su construcción.

De acuerdo con Gil, Guerrero y Blanco (2006), los estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas apuntan a factores externos (complejidad de la tarea, ayuda del profesor, etc.) e internos (baja capacidad, historial de fracaso, etc.). En nuestros datos, una alumna comenta: “La pizarra me ha ayudado un poco y también el profesor que me aclara mas que la pizarra en estos ejemplos (...) porque si el profesor no me lo explica yo no sabría sacarlo”, tras una sesión en la que ha tenido buenas intervenciones matemáticas en la construcción del circuncentro. Otra alumna comenta: “Sí, porque la actividad no me ha gustado mucho y como era primera hora (...) es que a mi de matemáticas pues me gusta trabajar mejor con números (...) la Geometría no me gusta mucho”, tras una sesión en la que no ha sabido hacer bien las actividades relativas a la construcción del circuncentro. Cobb, Yackel y Wood (2011) sugieren que las atribuciones negativas se minimizan si las normas sociales son renegociadas para fomentar la participación en tareas y la concepción de habilidad.

Coincidiendo con McLeod (1994), Gil, Blanco y Guerrero (2005) definen la actitud como una predisposición evaluativa (positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento. Estos autores citan a Callejo (1994), quien distingue entre actitudes hacia la matemática (actitudes puramente afectivas, como la valoración y el aprecio de la disciplina o el interés por la materia y su aprendizaje) y actitudes matemáticas (de tipo cognitivo, referidas al modo de utilizar capacidades generales como flexibilidad de pensamiento o espíritu crítico). Además, Gil, Blanco y Guerrero (2006) afirman que las actitudes de los estudiantes van a venir determinadas por características personales del estudiante, como su auto-imagen académica o su motivación para el logro.

La investigación sobre las emociones es bastante reciente, siguiendo a McLeod (1990, p. 21), “la falta de atención a la emoción es probablemente debida al hecho de que la investigación en cuestiones afectivas, en su mayor

parte, ha buscado factores actitudinales que son estables y que se pueden medir mediante cuestionarios. No obstante, ha habido algunos estudios dirigidos a los procesos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas que han prestado atención a las emociones... Sin embargo, nunca han jugado un papel relevante en las investigaciones sobre el dominio afectivo en matemáticas” (extraído de Gil, Guerrero y Blanco, 2005, p. 22).

En este aspecto seguimos las reflexiones de Blanco (2012) y las de Hannula (2012), quienes atribuyen un importante papel a las emociones, por ejemplo en el proceso de resolución individual de problemas. Las emociones están ligadas a las relaciones interpersonales y a la coordinación en el trabajo con los otros. Por ello, en nuestro trabajo resaltamos la interacción profesor-alumno y alumno-alumno en el estudio de casos individuales. Hannula (2012) postula la existencia de un acuerdo general sobre la definición de emoción como conjunto de tres procesos: procesos fisiológicos que regulan el cuerpo, procesos de comportamiento regulados por la experiencia subjetiva, y que a su vez regulan la coordinación social, y procesos relacionados con los objetivos personales que incluyen una reacción fisiológica que los hace diferentes de la cognición. Ejemplos de las emociones consideradas tradicionalmente como básicas, serían la felicidad, la tristeza, el miedo, la ira y el disgusto.

La investigación de Hannula (2012) tiene especial relevancia por hacerse sobre la base de la resolución de problemas de Geometría, concretamente propone problemas abiertos como la construcción manual de poliedros con varillas de madera y bolas. El autor enfatiza también la importancia de las emociones en la enseñanza, sugiriendo que las tareas deben proporcionar un desafío adecuado y mantener una sensación de control en los participantes. Se remarcan dos factores que influyen en la creación de un clima emocional óptimo en la clase: el entusiasmo del profesor y el método de enseñanza elegido. El profesor puede modular el nivel de entusiasmo apropiado en cada momento y ayudar a regular las emociones; además, bromas y conversaciones entre compañeros son importantes estrategias de los estudiantes para afrontar las tareas. Para ello debe haber un trabajo previo

en el establecimiento de normas de clase que ayuden a regular emociones, tal como señala Planas (2004).

En los datos de Hannula (2012), el aburrimiento forma parte del ambiente más habitual en las clases de matemáticas. En esto se puede influir vía la modificación de las actuaciones didácticas o incrementando las experiencias de control de los alumnos, lo que coincide con las experiencias de empoderamiento en Planas y Civil (2009). También Kajander, Zuke y Walton (2008) presentan una investigación en el sentido de que muchos de los ambientes de clase estudiados ofrecen pocas oportunidades para un aprendizaje activo o actividades que los estudiantes juzguen como relevantes. En esa investigación se presentan dificultades matemáticas de estudiantes en riesgo mientras trabajan contenidos geométricos relativos a los ángulos internos de un polígono. Kajander, Zuke y Walton cuestionan el tipo de tarea descontextualizada y excesivamente dirigida por el profesor, con pocos intentos de ligar las actividades a los intereses de los alumnos. Estos autores echan de menos la presencia de actividades manipulativas y critican las largas explicaciones de los profesores, las cuales perpetúan el ciclo de desinterés, aburrimiento y frustración en los alumnos.

2.1.2 Usos de tecnología con alumnado en riesgo

En la mayoría de investigaciones consultadas, se describe con poco detalle lo que constituye el entorno tecnológico de enseñanza y aprendizaje. Li y Edmonds (2005) centran su investigación en el sistema CAI (acrónimo del término inglés, Computer-Assisted Instruction), que es descrito como un sistema de tutoriales y simulaciones, que complementa las explicaciones del profesor dentro de un enfoque mixto utilizando tecnología y aprendizaje en el aula ordinaria. En Edmonds y Li (2004) se relata un modo de enseñanza a distancia, on-line, o mixta presencial-distancia y hablan de entornos tecnológicos incluyendo los equipos del centro, los de las casas de los alumnos y la comunicación virtual entre profesor y alumno.

De acuerdo con Edmonds y Li (2004), Li y Edmonds (2005) y Muir-Herzig (2004), en este trabajo entendemos como entorno tecnológico al conjunto de herramientas digitales puestas a disposición del proceso de enseñanza y aprendizaje, tales como miniportátiles y pizarras digitales interactivas,

además del programa de geometría dinámica que da soporte a las animaciones y resoluciones de las tareas propuestas en la secuencia didáctica. Este programa se explica más adelante en este capítulo. Las tres herramientas se utilizan para el desarrollo de actividades entrelazadas de enseñanza y aprendizaje de Geometría. No se trata, por tanto, de un entorno tecnológico tipo CAI, sino más bien de un entorno asociado a una experiencia didáctica puntual.

Varias necesidades de los alumnos en riesgo justifican la introducción de un entorno tecnológico. En primer lugar, este entorno facilita la comunicación de logros en el aprendizaje. Taylor-Dunlop y Norton (1997) relacionan la permanencia en el centro escolar de alumnos en riesgo con el gusto por las matemáticas siempre que estos experimenten la oportunidad de expresar sus avances. Esta necesidad de los alumnos estaría en línea con las ideas de empoderamiento de Planas y Civil (2009). Por otra parte, Li y Edmons (2005) apuntan a la potencialidad del uso de tecnologías digitales en la mejora de la atención personalizada a los alumnos. La mejora de las posibilidades de acceso al conocimiento escolar es señalada por Coley, Cradler y Engel (1997), quienes argumentan que los estudiantes en riesgo tienen que ver reforzado su acceso al conocimiento mediante fuentes diversas.

La literatura científica provee varios ejemplos de las ventajas de utilizar un entorno tecnológico con alumnos en riesgo. Johnson y Hegarty (2003) trabajaron con estudiantes en riesgo, encontrando que el uso de redes desarrollaba las habilidades de alfabetización matemática e informática. Los estudiantes se concentraban mejor, participaban y conversaban. Aunque nuestros casos de alumno son ligeramente distintos a los de ese estudio (donde había casos con leve discapacidad), Johnson y Hegarty orientan sobre el caso general de alumnos con desfase curricular. Al respecto, en Avitable (1996) se concluye sobre cambios en las actitudes de estudiantes en riesgo a la hora de adquirir contenidos y de aumentar su auto-confianza cuando se les permite poner en práctica sus ideas a través del uso de tecnología. Este es un ejemplo clásico de trabajo que fundamenta nuestra opción de recurrir a la tecnología como motivación en clase de matemáticas con alumnado en riesgo.

El uso de tecnología permite escalonar más adecuadamente las actividades para individualizar el aprendizaje. Li y Edmonds (2005) resaltan en su estudio sobre entornos de tipo CAI, que los alumnos en riesgo retoman el control sobre su aprendizaje. Estos autores concluyen que la tecnología ayuda a mejorar la motivación de estos estudiantes, la interacción con sus compañeros y el aprendizaje. Livingston (2003) también incide en la mejora de la motivación de los alumnos en varios de los proyectos que incluye en su inventario. En este sentido, el uso de la tecnología en clase según Edmonds y Li (2004) permite recibir refuerzos instantáneos, revisar el material cuando se desee, controlar el proceso de aprendizaje y recibir una enseñanza más individualizada. El software bien diseñado puede dar pistas tras intentos del estudiante y automáticamente ofrecer mayores niveles de dificultad controlando las respuestas, lo cual promueve el aprendizaje al ritmo de cada uno, generando autonomía.

Waxman y Padron (1995) se centran en la mejora de la instrucción de los alumnos en riesgo, reconociendo primero sus dificultades y características de aprendizaje. Ofrecen enfoques alternativos, como instrucción guiada o centrada en el estudiante a través del uso de tecnología. Informan de varias áreas de mejora cuando estos estudiantes utilizan la tecnología para aprender: asistencia, resultados académicos y comportamiento. Li y Edmonds (2005) también realizan un estudio que refleja el potencial de la educación basada en la tecnología para ayudar al rendimiento y al fortalecimiento de las habilidades matemáticas a través del aprendizaje escalonado y personalizado. En su estudio, los participantes indicaron un incremento de su confianza y satisfacción debido al trabajo con tecnología, y un mejor aprendizaje con contenidos escalonados, prácticas frecuentes y ayuda continua del profesor. Li y Edmonds exponen resultados en torno a actividades online que permiten trabajar a los estudiantes a su ritmo y múltiples formatos les ayudan a completar sus tareas. Concluyen que la tecnología es un recurso para los estudiantes en riesgo ya que ofrece variadas prácticas de aprendizaje y proporciona un entorno menos discriminador.

Christie y Sabers (1989) encontraron que las relaciones profesor-alumno y alumno-alumno pasan a ser de mayor ayuda a través de un programa de verano que trabajaba para incrementar las posibilidades académicas y de encontrar empleo de adolescentes en riesgo, en una de cuyas secciones se incorporó el uso de tecnología. Cuando los estudiantes descubren el atractivo de este espacio de aprendizaje, la tecnología aumenta el vínculo entre el aprendizaje académico y el entorno educativo. La razón principal de esto, según estos autores, es que el centro de control está en manos de los estudiantes, dándoles libertad y responsabilidad, al mismo tiempo

Además del uso ventajoso de la tecnología señalado en los párrafos anteriores, cabe tomar conciencia de ciertas preocupaciones asociadas al uso de la misma, tal como nos recuerdan Johnson y Hegarty (2003), encuentra que la tecnología crea nuevos problemas, entre los que estaría una limitada capacidad de lectura de los alumnos en riesgo, la aparición de problemas técnicos o de acceso a webs inapropiadas.

Li y Edmonds (2005) señalan que un punto importante a revisar es que el aprendizaje basado en tecnología no es aplicable a todos los alumnos. Los centros educativos deben considerar que los estudiantes en riesgo necesitan ayuda más individualizada ya que las prácticas educativas tradicionales se han mostrado ineficaces para ellos. La tecnología puede ser un método alternativo efectivo para la enseñanza y el aprendizaje. Por su parte, Livingston (2003) puntualiza sobre los proyectos en el inventario que dan pruebas de que la tecnología puede mejorar el aprendizaje de los adolescentes en situación de desventaja, sus habilidades y su motivación. Sin embargo, la estrategia basada en suministrar más ordenadores a comunidades en situación de desventaja no basta para causar un impacto en el aprendizaje. En este sentido, Resnick (1998) expresa su convencimiento de que los proyectos deben tener varias dimensiones (social, pedagógica, tecnológica, epistemológica y emocional) para ser exitosos. También Kozma (1991) sugiere que para aportar innovación genuina, la implementación de las tecnologías debe ir acompañada de cambios en los objetivos de la educación o en la perspectiva subyacente hacia el aprendizaje y la enseñanza.

Aunque la tecnología puede contribuir a mejorar los logros en el aprendizaje, su uso no se traduce automáticamente en una mejoría inmediata y observable, tal como clarifica Funkhouser (2002). Además, el impacto de la tecnología depende de la herramienta específica elegida, de lo que los estudiantes están acostumbrados a hacer y de cómo se estructura el apoyo a las actividades de aprendizaje. Estas consideraciones son especialmente relevantes en el contexto del estudio de Funkhouser, quien examina datos de clase donde los contenidos de enseñanza y aprendizaje son de Geometría. Este autor toma un grupo experimental y otro de control, obteniéndose los resultados de mejor rendimiento matemático en el grupo que utiliza ordenadores.

De entre todos los factores señalados por Funkhouser (2002), vemos la influencia de la fase de preparación técnica y didáctica. Entendemos como esencial la preparación técnica suficiente del profesorado, junto con un adecuado desarrollo profesional del mismo (Roschelle, 2000). La alfabetización en informática tanto en estudiantes como en profesores es de gran importancia ya que si una o ambas partes carecen de conocimientos y experiencia previa con tecnología, el proceso de aprendizaje se resiente (Yagelski y Powley, 1996). No obstante, no hemos hallado estudios donde se investigue la relevancia de una formación didáctica en el profesorado de matemáticas o al menos de una cierta inclinación por un cambio metodológico que favorezca la introducción de tecnología diversa que proponemos en nuestra investigación.

En cuanto al papel de los elementos instructivos en la introducción de la tecnología en la enseñanza con alumnos en riesgo, Li y Edmonds (2005) presentan las técnicas de andamiaje como relevantes a la hora de desarrollar el trabajo con alumnos. Se refieren a la asistencia del profesor al alumno durante el proceso de aprendizaje, en un entorno de aprendizaje efectivo, donde el andamiaje es gradual y modificable hasta ser eliminado según las necesidades de cada alumno. El profesor modela la estrategia de aprendizaje y luego poco a poco transfiere la responsabilidad a los estudiantes.

Un concepto importante relacionado con el de andamiaje es la zona de desarrollo próximo, concepto vigotskiano sobre el espacio entre el

conocimiento actual y el potencial de aprendizaje del alumno (Winn, 2004). Las técnicas de andamiaje pretenden apoyar el aprendizaje para promover el desarrollo cognitivo en dicha zona de desarrollo próximo. Las herramientas cognitivas, que son dispositivos computacionales que pueden apoyar, orientar y ampliar los procesos de pensamiento de sus usuarios (Jonassen, Peck y Wilson, 1999), pueden ser agregadas para construir, o “andamiar”, la capacidad de los alumnos para realizar tareas.

Li y Edmonds (2005) presentan una serie de estrategias a tener en cuenta a la hora de introducir la tecnología en la enseñanza con alumnos de riesgo: elección (se debe elegir libremente el trabajo en entornos tecnológicos); currículo variado (se debe proveer la posibilidad de aprender, comunicar y completar el trabajo proporcionando gran cantidad de recursos de apoyo); estructura (se debe ofrecer un material estructurado para moverse a través de los contenidos curriculares); personalización (se debe utilizar tecnología para dar más explicaciones, actividades ricas y discusiones interesantes y para producir el trabajo en diversos formatos); aprendizaje mixto (se deben complementar los aprendizajes presencial y online); entornos seguros de aprendizaje (se debe crear un ambiente de aprendizaje de apoyo y aceptación).

Otras estrategias mencionadas en Edmonds y Li (2004) y que hemos considerado especialmente en el diseño de nuestra experimentación son las siguientes: material atractivo visualmente (gráficos animados para mostrar los pasos con los estudiantes controlando los movimientos; en nuestro estudio, tratamos de que los alumnos tengan el mayor control posible de las animaciones proveyéndolas de deslizadores que permiten un avance y retroceso de las mismas, además de fotografías del centro escolar o de lugares de la ciudad familiares para ambientar las tareas); asistencia del profesor (ayudas frecuentes del profesor, sobre todo para pasar de preguntas fáciles a difíciles mediante el seguimiento de un guión de trabajo); importancia de la práctica (atención al desarrollo de las actividades en el orden propuesto, dada su creciente dificultad, y a la valoración de cambios eventuales en las tareas).

Waxman, Padrón y Arnold (2001) describen cinco prácticas que se han mostrado en estudios para mejorar la educación de estudiantes en riesgo: 1) instrucción guiada cognitivamente, 2) enseñanza culturalmente sensible, 3) instrucción enriquecida con tecnología, 4) aprendizaje cooperativo y 5) conversación instructiva. Muchas de estas prácticas, junto con la instrucción individualizada y su propio ritmo, aparecen en Planas y Morera (2011) y en Planas y Civil (2009).

2.2 Entornos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje de Geometría

En esta segunda sección del capítulo recopilamos resultados que surgen de la intersección de otras dos temáticas en estrecha relación con nuestro estudio: por un lado, la introducción de entornos tecnológicos de clase y, por otro, los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas cuando los contenidos son de Geometría. Aunque la intersección entre ambas temáticas es más fuerte en el área en comparación con las temáticas elaboradas en la sección anterior, somos igualmente conscientes de que esta intersección requiere ser fortalecida.

2.2.1 Conocimiento del contenido matemático específico

La obra fundamental en la que aparecen estructurados todos los conocimientos de Geometría que tratamos en esta investigación es “Los Elementos” (Euclides, siglo III a. de C.), que constituye la primera compilación ordenada lógicamente de resultados geométricos, obtenidos en su mayoría por matemáticos anteriores (Tales, Pitágoras, Hipócrates...). Según González Urbaneja (2000), el propósito de Euclides sería doble, por un lado metodológico, construyendo una especie de manual o libro de texto estructurando jerárquicamente los resultados geométricos ya conocidos y por otro filosófico, contribuyendo a superar la crisis de fundamentos que produjo en la Academia platónica la aparición de las magnitudes inconmensurables.

En la Grecia clásica la Matemática es independiente de, e incluso reluctante a, cualquier aplicación práctica. Para Platón, maestro de Euclides según Proclo, las ciencias matemáticas tienen la misión pedagógica de formar

mentes bien hechas, cumpliendo con el fin de servir de introducción al estudio de la Filosofía. Así pues, los conceptos y resultados trabajados en esta investigación tienen un origen histórico relacionado con el desarrollo teórico de la Geometría, aunque se encuentran algunas aplicaciones prácticas de carácter histórico, que resaltamos según convenga.

En este apartado nos ocupamos, por tanto, de la enunciación y demostración de los conceptos y resultados más importantes que aparecen en la secuencia didáctica de la investigación, a saber: Teorema de Pitágoras y su inverso, construcción del incentro y de la circunferencia inscrita y construcción del circuncentro y de la circunferencia circunscrita. Partimos de las demostraciones de Euclides del Teorema de Pitágoras y comentamos también las de Perigal y Bhaskara por aparecer en la secuencia. Enumeramos históricas aplicaciones prácticas de estos conceptos y resultados.

El Teorema de Pitágoras

Euclides enuncia el Teorema de Pitágoras en la forma siguiente (1996, Libro I, p. 260): “En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es equivalente a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.” Aplica para la demostración, además de algún que otro postulado y axioma, elementos de Geometría elemental, estudiados previamente. Entre ellos:

- La construcción de cuadrados sobre segmentos (I.46)



- Ángulos adyacentes que suman dos rectos (I.14)

Figura 2.1 Proposiciones I.36 y I.41 (extraído de González Urbaneja, 2005, p. 43)

- Primer teorema de congruencia de triángulos (I.4)
- «Los paralelogramos que tienen la misma base y están situados entre las mismas paralelas tiene la misma área» (Euclides I.36) (Ver figura 2.1)

- «Si un paralelogramo tiene la misma base que un triángulo y están situados entre las mismas paralelas el área del paralelogramo es doble de la del triángulo» (Euclides I.41) (Ver figura 2.2)

Los triángulos DCB y ABI son iguales (ver figura 2.3) ya que $AB=BD$, $BI=BC$ y el ángulo B de DCB es igual al ángulo B de ABI. El área del cuadrado ABDE es doble del área de DCB ya que tienen la misma base y están situados entre las mismas paralelas.

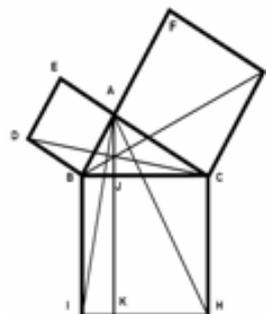


Figura 2.2 Proposición I.47
Teorema de Pitágoras

El área del rectángulo BIKJ es doble del área del triángulo ABI ya que tienen la misma base y están situados entre las mismas paralelas. Combinando los tres resultados anteriores, resulta que el área del rectángulo BIKJ es igual al área del cuadrado ABDE.

Razonando de forma análoga se demuestra que el área del rectángulo CHKJ es igual al área del cuadrado ACFG. Luego, ya que el área del cuadrado BIHC es igual a la suma de las áreas de los rectángulos BIKJ y CHKJ, definitivamente, el área del cuadrado cuyo lado subtiende el ángulo recto, BIHC, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados, ABDE y ACG, cuyos lados comprenden el ángulo recto.

La demostración del Teorema de Pitágoras de Euclides es estrictamente geométrica, jugando un papel esencial la secuencia de construcciones que, mediante congruencias de triángulos, va transformando los cuadrados sobre los catetos en dos rectángulos que al encajarse componen el cuadrado sobre la hipotenusa (ver figura 2.2).

Los Elementos es la segunda obra más reeditada de la historia, tras la Biblia. De las innumerables ediciones, resaltamos la de un matemático inglés, Byrne, quien en 1847 publicó una edición con texto mínimo y énfasis en los razonamientos geométricos sustituyendo siempre que pudo las palabras por el dibujo del concepto matemático correspondiente (ver figura 2.3). Esto

hace visuales y más rápidamente comprensibles los resultados, constituyendo un esfuerzo didáctico de transmisión de conocimiento.

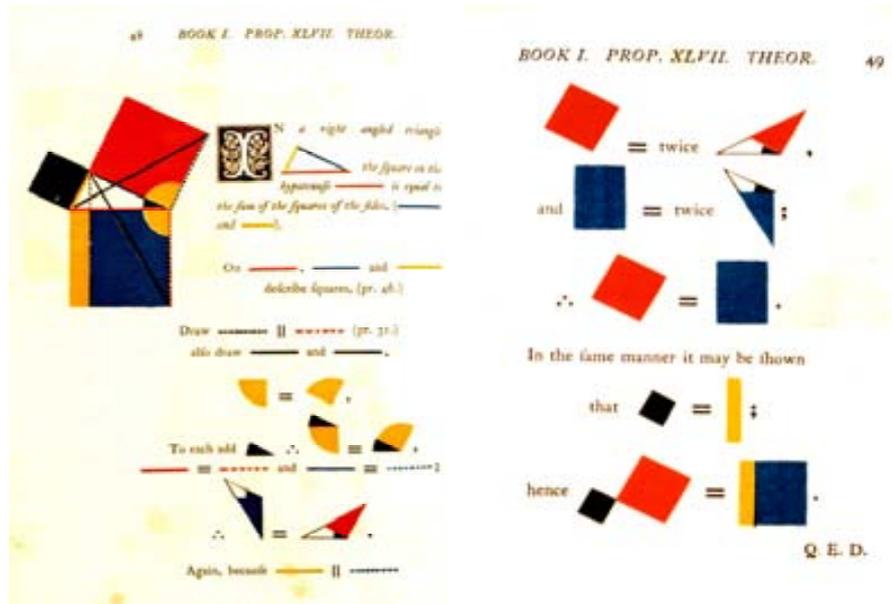


Figura 2.3 El Teorema de Pitágoras en Byrne (1847) (Proposición I.47)

Veamos ahora el recíproco del Teorema de Pitágoras en la forma original en que se presenta en los Elementos (Proposición I. 48) (ver figuras 2.4 y 2.5):

«Si en un triángulo de vértices A, B y C el cuadrado construido sobre uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los restantes lados del triángulo, el ángulo comprendido por estos dos lados es recto». En la demostración Euclides traza un segmento $AD=AB$ y perpendicular a AC . De la hipótesis: $AB^2+AC^2=BC^2$, y al ser rectángulo el triángulo ADC , resulta: $AD^2+AC^2=DC^2$ (I.47, Teorema de Pitágoras). Pero como $AB=AD$, será: $BC^2=AB^2+AC^2=AD^2+AC^2=DC^2$, por tanto: $BC=DC$; de manera que DAC y CAB son congruentes, ya que al ser AC común, ambos triángulos tienen los tres lados iguales. De ahí que el ángulo CAB , que es igual al CAD (Euclides I.8), debe ser recto.

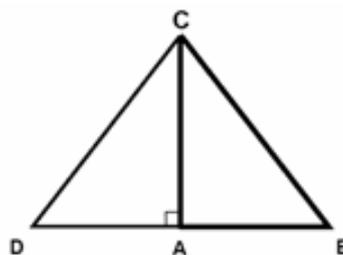


Figura 2.4 Proposición I.48, recíproca de I.47

Nótese lo conciso de la demostración y el gran valor lógico-deductivo dado por la aplicación del propio Teorema de Pitágoras para demostrar su recíproco. González Urbaneja (2000) hace notar el hecho de que esta demostración es obviada en los libros de texto aunque se utiliza implícitamente tanto como el propio Teorema de Pitágoras.

Las dos proposiciones, I.47 y I.48, caracterizan por completo los triángulos rectángulos, es decir, son respectivamente la condición necesaria y suficiente que debe satisfacer un triángulo para ser rectángulo. González Urbaneja (2000) lo resume escribiendo que un triángulo es rectángulo si y sólo si el cuadrado sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados sobre los catetos.

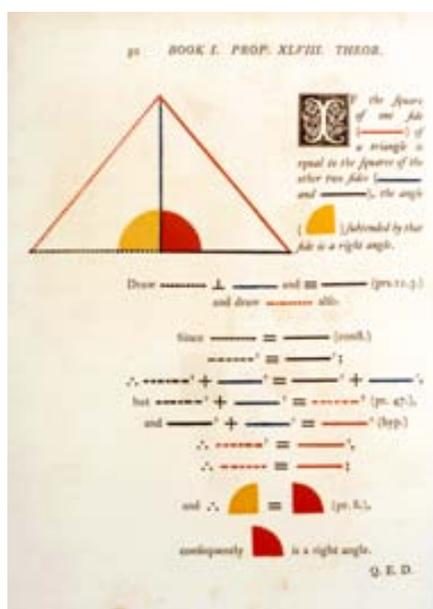


Figura 2.5 El recíproco del Teorema de Pitágoras en Byrne (1847)

Estos resultados son importantes en nuestro estudio ya que en la secuencia didáctica se trabaja el Teorema de Pitágoras y su recíproco en las sesiones cuarta y quinta.

Pasamos a analizar las dos demostraciones del Teorema que resultan de interés para nuestra secuencia didáctica, la de Perigal y la de Bhaskara. La demostración clásica que hemos comentado no aparece de modo explícito en la secuencia, pero la quinta sesión está dedicada a las demostraciones de Perigal y Baskhara del Teorema de Pitágoras.

Perigal dedicó años a la demostración de teoremas geométricos utilizando la técnica de disección. La demostración “por traslación de las partes componentes” apareció en *The Messenger of Mathematics* (1874), vol. 1, pp. 103-106, aunque fue realizada 40 años antes por este matemático. Hemos tenido acceso a ella a través de la traducción del Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas de la Real Sociedad Matemática Española, realizada por Meavilla (2005):

Por el centro del cuadrado de la base (cateto mayor) se dibujan dos rectas: una de ellas paralela a la hipotenusa, y la otra perpendicular a la hipotenusa. Por los puntos medios de los cuatro lados del cuadrado de la hipotenusa se trazan cuatro líneas paralelas a los lados (catetos) del triángulo, tal como se muestra en la figura 2.6.

Como una de las líneas que corta al cuadrado de la base por su centro es paralela a la hipotenusa y está comprendida entre dos paralelas (lados del cuadrado) y como la otra línea, que corta a la anterior perpendicularmente, también está comprendida entre dos paralelas (lados del cuadrado), entonces cada uno de los cuatro segmentos es la mitad del lado del cuadrado de la hipotenusa, que queda dividido, por tanto, en cuatro cuartos simétricos (que encierran un cuadrilátero).

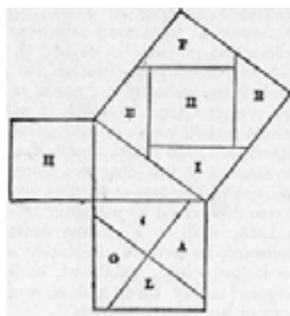


Figura 2.6 Prueba de Perigal

Los lados del cuadrilátero I (ver figura 2.6) son paralelos a los lados correspondientes del cuadrilátero i; además, dos de los lados de cada uno de dichos cuadriláteros son la mitad de la hipotenusa. Por tanto, los dos cuadriláteros (I e i) tienen el mismo perímetro y la misma área. De forma similar se puede probar que P y L, E y A, R y G son iguales y semejantes, teniendo todos mismo perímetro y misma área.

El lado mayor de E es igual y paralelo al lado mayor de A, que es paralelo e igual a la perpendicular (cateto menor) más el lado menor de I. Quitando el lado menor de I del lado mayor de E, queda el lado del cuadrilátero H. Dicho cuadrilátero, al ser rectangular y tener los cuatro lados iguales, es un cuadrado igual al cuadrado de la perpendicular (cateto menor) del triángulo rectángulo. Por consiguiente, las cinco componentes del cuadrado de la hipotenusa son iguales y semejantes a las partes componentes del cuadrado de la base y al cuadrado de la perpendicular (cateto menor). Lo que demuestra que el cuadrado sobre la hipotenusa es equivalente a las áreas de los cuadrados sobre los catetos.

Según Meavilla (2005), una de las muestras más significativas de la aplicación del razonamiento visual a las demostraciones matemáticas es la prueba que hizo Bhaskara del Teorema de Pitágoras. Este matemático dio una demostración sencilla del Teorema en el siglo XII de nuestra era, del tipo de congruencia por sustracción, basada en los diagramas adjuntos (ver figura 2.7), que aparece en el *Vijaganita* (cálculo de raíces). Bhaskara dibujó los dos diagramas adjuntos y debajo de ellos escribió la palabra “míralo”, sin añadir más explicación.



Figura 2.7 Prueba de Bhaskara

El cuadrado sobre la hipotenusa se divide, como indica la figura 2.8 (extraído de Meavilla, 2005, p. 112), en cuatro triángulos equivalentes al dado y un cuadrado de lado igual a la diferencia de los catetos. Las piezas son reordenadas fácilmente para formar una figura que resulta ser la yuxtaposición de los cuadrados sobre los catetos. La figura 2.8 lo ilustra con más claridad. La prueba geométrica se traduce enseguida en términos algebraicos al expresar la igualdad de las figuras dibujadas: $c^2 = 4 \cdot [(1/2)ab] + (b-a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2 = b^2 + a^2$, donde c es la hipotenusa y a y b son los catetos.

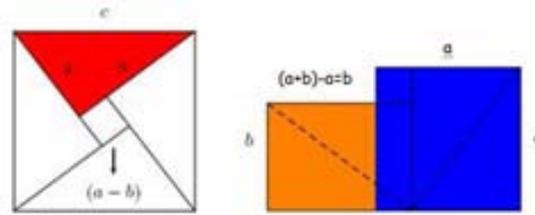


Figura 2.8 Prueba de Bhaskara

En nuestra secuencia, no trabajamos la demostración completa, únicamente la parte visual, donde los alumnos tienen que llegar a aceptar que la coincidencia de áreas ya explicada, se produce para todos los triángulos rectángulos y solo para estos. Además, la ayuda que presta el programa de geometría dinámica, que permite manipular el triángulo y volver a comprobar el Teorema, tiene que servir para que los alumnos acepten que este Teorema queda demostrado hasta cierto punto.

Si bien el Teorema se atribuye a Pitágoras por autores clásicos como Plutarco, Vitrubio y Proclo, entre otros, encontramos saberes geométricos vinculados a este resultado en civilizaciones prehelénicas -Babilonia, Egipto, India y China-, que si bien no formalizan el resultado en el sentido de los geómetras griegos, sí utilizan el resultado en casos concretos e incluso elaboran listas de números, ternas, que cumplen el Teorema. González Urbaneja (2008) hace un recorrido por las civilizaciones prehelénicas concluyendo que mil años antes de Pitágoras, los babilonios conocían parcialmente el Teorema, también los egipcios, indios y chinos, pero no las civilizaciones precolombinas ni las africanas. Sin embargo, ninguna de éstas aporta una prueba.

Los famosos papiros de Rhind y de Moscú, a pesar de su alto valor matemático, no mencionan el Teorema de Pitágoras ni las ternas pitagóricas. No obstante, los egipcios conocían el hecho de que el triángulo de lados 3, 4 y 5 (o proporcionales a estos números), llamado "Triángulo egipcio", es rectángulo. Lo utilizaban para trazar una línea perpendicular a otra, a modo de "escuadra de carpintero", que era una práctica habitual de los agrimensores oficiales para recuperar las fronteras de los lindes de las tierras tras los periódicos corrimientos de tierras por las crecidas del río Nilo. Todas las pirámides de Egipto, excepto la de Keops, incorporan este triángulo rectángulo en su construcción, el cual añade a su sencillez -que permite una

comprobación visual instantánea del Teorema. El hecho de ser el único con lados enteros consecutivos, teniendo los obtenidos por proporcionalidad los lados en progresión aritmética. La mención explícita de la relación pitagórica aparece en Egipto, en un papiro de la XII dinastía -hacia el 2000 a. C.-, en cuatro casos numéricos proporcionales a los del Triángulo egipcio: $1^2 + (3/4)^2 = (1\frac{1}{4})^2$, $8^2 + 6^2 = 10^2$, $2^2 + (1\frac{1}{2})^2 = (2\frac{1}{2})^2$, $16^2 + 12^2 = 20^2$.

En la India aparecen los *Sulvasutras*, manuales para la construcción ritual de altares, como los de Baudhayana y Apastamba que pueden remontarse al siglo V a. C. En ellos se describe el uso de la cuerda no solo para medir, sino también para el trazado de líneas perpendiculares, por medio de ternas de cuerdas cuyas longitudes constituyen ternas pitagóricas tales como 3, 4 y 5; 5, 12 y 13; 8, 15 y 17; 7, 24 y 25.

En China, Zhao Shuang y Liu Hui (siglo III a. C.) llegan a desarrollar una demostración del Teorema de Pitágoras, profundizando en trabajos anteriores sobre resultados numéricos concretos y leyes generales de formación de las ternas pitagóricas, como el que vemos en la figura 2.9, denominado diagrama de la hipotenusa.

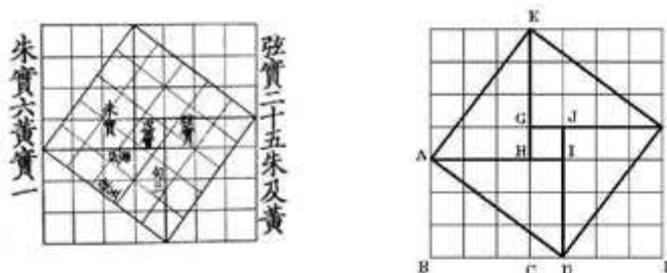


Figura 2.9 Diagrama de la hipotenusa del Tratado Chou-Pei Suan-Ching (300 a. C.)
(Extraído de González Urbaneja, 2008, p. 109)

En nuestra secuencia didáctica, trabajamos los conceptos de circuncentro (sesión 2) e incentro (sesión 3) como colofón a un proceso de reflexión sobre los significados de mediatriz y bisectriz como lugares geométricos. Las actividades correspondientes incluyen también la construcción de las circunferencias circunscrita e inscrita.

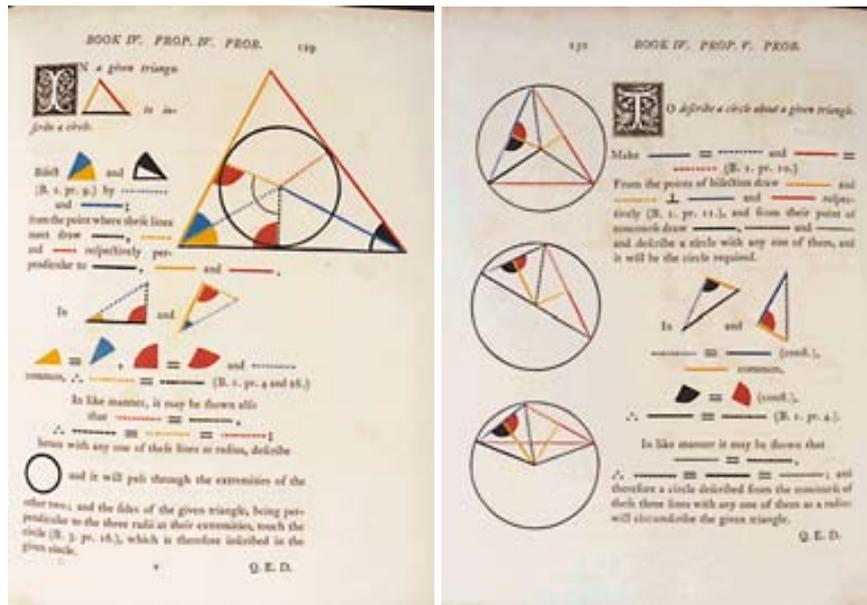


Figura 2.10 Construcción de las circunferencias inscrita y circunscrita en Byrne (1847) (Proposiciones IV.4 y IV.5)

Las aplicaciones más frecuentes de ambos conceptos aparecen en problemas escolares de los tipos: “¿Dónde colocarías una fábrica que estuviera a la misma distancia de dos (tres) pueblos?”, para el caso de la utilización de mediatrices y circuncentro y, “¿Dónde atar un perro dentro de una finca triangular de manera que pueda recorrer la mayor parte posible de ésta sin salirse?”, para el caso del incentro (apoyándose en el hecho de que la circunferencia inscrita rodea el círculo de mayor área dentro de un triángulo). Salvo excepciones, el enfoque es en la mayoría de los casos formal, como estudio de una propiedad geométrica sin aprovechar apenas sus aplicaciones prácticas, tal como aparece en los textos de Euclides (ver figura 2.10). No aparecen casi enfoques basados en la introducción de estos conceptos desde la resolución de problemas, que es lo que hemos planteado en la secuencia didáctica creada.

2.2.2 Conocimiento de las herramientas tecnológicas

En este apartado tratamos las distintas herramientas tecnológicas digitales utilizadas en la investigación. Estas son de tipo físico, como los miniportátiles o las pantallas interactivas que forman las pizarras digitales interactivas, o de tipo lógico, como el programa de geometría dinámica, que es el GeoGebra.

Las pizarras digitales interactivas (a menudo abreviadas bajo las siglas PDI) son un conjunto tecnológico formado por un ordenador, un video-proyector y una pantalla interactiva sobre la que se trabaja con un lápiz-puntero o directamente con el dedo, según modelos. Las conexiones por cable o inalámbricas que se establecen entre los elementos de este conjunto permiten que lo que se realiza sobre la pizarra se pueda guardar en el ordenador y que el software que se instala en el ordenador se pueda manejar desde la pizarra. Esta instalación permite interactuar sobre los contenidos digitales con la misma naturalidad que sobre la pizarra de tiza, manteniendo el contacto visual con los alumnos.

El ordenador envía al video-proyector el contenido gráfico de su pantalla, el cual a su vez lo proyecta al tablero interactivo, lo cual permite a la persona que maneja el equipo ver en tiempo real lo que interpreta el ordenador. Cuando el profesor o el alumno interactúan sobre el tablero con el puntero que le acompaña, éste transmite la información al ordenador para que interprete la orden dada y envíe de nuevo la respuesta al tablero. En el centro escolar donde se desarrolló la investigación, se disponía de pizarras digitales en cada clase conectadas como indica la figura 2.11).

1. Tablero interactivo
2. Ordenador, conectado por cable a la pantalla
3. Video-proyector, anclado al techo y conectado por cable al ordenador

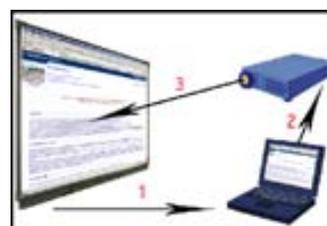


Figura 2.11 Pizarra Digital Interactiva

Además, gracias al software que se instala junto a la pizarra, se pueden conseguir efectos de tipo visual: subrayado digital, reconocimiento de texto escrito a mano alzada o de objetos geométricos dibujados a mano alzada, por ejemplo.

Los alumnos participantes en la investigación utilizan miniportátiles con una pantalla de 12 pulgadas que se guardan en el aula y son propiedad del centro; cada miniportátil está asignado a un alumno mediante una pegatina. Los profesores disponen de algunos equipos adicionales para incidencias. En

estos equipos, está instalado previamente el programa de geometría dinámica GeoGebra, así como las aplicaciones requeridas para su correcto funcionamiento y el navegador Internet Explorer.

Losada (2007) clasifica las herramientas lógicas, el software, para la enseñanza y aprendizaje de matemáticas en dos grupos: Sistemas de Álgebra Computacional (CAS, por las siglas en inglés), que permiten cálculos simbólicos y numéricos, y también representaciones simbólicas. Aquí entrarían Derive, Maple y MatLab, entre otros. Los comandos se introducen, esencialmente, con el teclado. Otra categoría se conoce como Sistemas de Geometría Dinámica (DGS, por las siglas en inglés); estos entornos permiten la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y su representación dinámica. Aquí estarían Cabri, Cinderella y otros. Los comandos se introducen, fundamentalmente, con el ratón.

Aunque GeoGebra integra ambas categorías, ya que combina las representaciones gráficas y simbólicas simultáneamente, esto es así solo en parte. Por ejemplo todavía no se puede comparar en el apartado simbólico con Derive, y habrá que esperar a la futura versión 4.2 para aceptar totalmente esta afirmación. En nuestra investigación se trabaja con la versión 3.2, que era la última en la primavera de 2010, cuando se tomaron los datos. En esta versión solo estaban operativas las funcionalidades relacionadas con la geometría plana. La futura versión 5 que incorporará las funcionalidades de la geometría en tres dimensiones es todavía una versión Beta.

Otro factor de gran importancia para la elección de este software es que es un programa de acceso libre. Abánades, Botana, Escribano y Tabera (2009) lo describen como “un sistema de geometría dinámica, cuyo motor de cálculo es software libre, que añade capacidades algebraicas, estableciéndose relaciones entre los objetos de la ventana algebraica y la ventana geométrica” (p. 333). Este hecho es determinante para hacer de GeoGebra el sucesor natural de Cabri, que es un programa comercial. Así podemos pedir tareas a nuestros alumnos para hacer en casa sin necesidad de obligarles a comprar una licencia. Además, GeoGebra permite incluso ser utilizado sin haber sido instalado en el ordenador, de manera on-line.

Es importante hacer ver el hecho de que este software está traducido a más de 40 idiomas lo que contribuye a hacerlo aún más accesible a los alumnos de nuestra investigación que a veces tienen problemas con el idioma. Ejemplos de estos idiomas son el árabe, catalán, inglés, francés y rumano, lo que puede resultar de interés para nuestros alumnos, algunos de los cuales son marroquíes y rumanos.

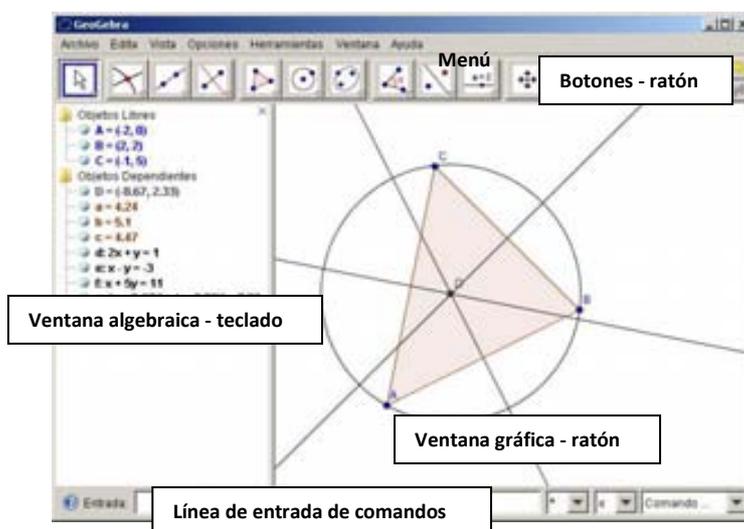


Figura 2.12 Pantalla de GeoGebra

La pantalla de GeoGebra se divide en cinco partes: menú, botones, ventana algebraica, ventana gráfica y línea de comandos (ver figura 2.12). Las partes básicas en nuestra investigación son la ventana gráfica y los botones, ambas manejables con el ratón y muy intuitivas. Con pocas instrucciones del profesor los alumnos aprenden a manejar las construcciones que se les presentan o a realizar las suyas.

En la figura 2.15 se construye un triángulo, lo que podemos hacer marcando los puntos con el ratón en la ventana gráfica o introduciendo los puntos como objetos libres, en la ventana algebraica. Lo que hagamos en una ventana tendrá su traducción inmediata en la otra, lo cual facilitará en un momento dado la comprensión de la conexión entre Geometría y Álgebra. Por otra parte, los objetos libres se pueden modificar a voluntad pinchando y arrastrando con el ratón en la ventana gráfica o escribiendo con el teclado en la ventana algebraica. A partir de estos, surgen los objetos dependientes, por ejemplo las ecuaciones de las mediatrices de los lados del triángulo o el circuncentro. Estos objetos, que han sido calculados a partir de los

independientes, son recalculados por el programa en función de los cambios que hagamos a estos y no son modificables directamente en ninguna de las dos ventanas (ver figura 2.13).

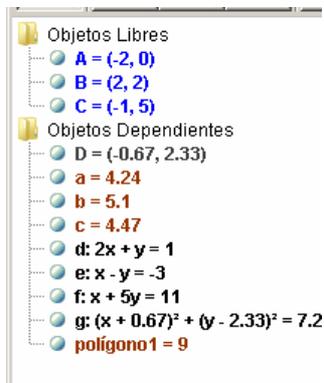


Figura 2.13 Ventana algebraica de GeoGebra

Objetos libres

A, B, C: vértices del triángulo

Objetos dependientes

D: Incentro del triángulo

a, b, c : lados del triángulo a los que asigna el valor numérico de su longitud

d, e, f: ecuaciones de las mediatrices

g: ecuación de la circunferencia circunscrita

polígono1: el triángulo como objeto, le asigna el valor numérico del área

En nuestro estudio, aprovechamos la posibilidad que brinda GeoGebra de insertar imágenes para contextualizar el cálculo de mediatrices, bisectrices... a problemas en entornos conocidos por el alumno, su barrio, su centro... Además podemos cambiar los colores y grosores de los objetos para hacerlos más atractivos y visibles en pantalla (ver figura 2.14).



Figura 2.14 Incentro contextualizado

La figura 2.15 presenta parcialmente uno de los menús a fin de ilustrar su uso intuitivo.

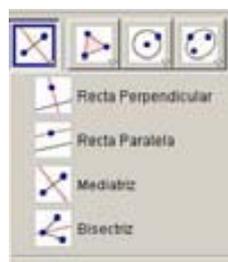


Figura 2.15 Ejemplo de menú de GeoGebra

Seleccionamos , para desplegar el menú: Al elegir, por ejemplo  Mediatriz, aparece en la barra de botones  Mediatriz Dos puntos o un segmento, indicación que da dos

alternativas para obtener la mediatriz, seleccionar con el ratón dos puntos o bien un segmento.

En relación con la incorporación de tecnología diversa, Clarke-Midure y Dede (2009) y Dede (2007) explican que alcanzar su pleno potencial en clase implica aumentar los recursos digitales y compartir conocimiento de forma colaborativa a través de las denominadas herramientas web 2.0. Madrazo (2011) informa de un profesor que utilizó tecnología diversa para ofrecer una pedagogía innovadora y creativa, lo que Dede (2007) señala como uso efectivo. En la mayoría de las aulas, sin embargo, el trabajo realizado en las pizarras interactivas y en los portátiles se podría haber hecho de manera tradicional utilizando una pizarra, un proyector, lápiz y papel.

2.2.3 Uso de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de Geometría

A fin de centrar el marco teórico que fundamenta la utilización de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, vamos a referirnos sobre todo a las ideas de génesis instrumental de Trouche (2004) y de orquestación de Drijvers (2010) en el plano tecnológico, por un lado, y a los trabajos sobre aprendizaje de Geometría en entornos colaborativos y tecnológicos (Morera, 2013; Morera, Fortuny y Planas, 2012) en el plano matemático, por otro.

Cuando disponemos de artefactos que van a colaborar en el proceso de enseñanza y aprendizaje, surge la necesidad de que el profesor establezca una cierta organización en su uso, máxime cuando los artefactos son informáticos y esto añade complejidad a la situación. Drijvers (2012a) define la orquestación instrumental (que detallamos más adelante) como una organización intencional y sistemática del profesor en el uso de los artefactos, en un contexto de resolución de tareas matemáticas con el fin de orientar a los alumnos en el proceso de génesis instrumental (Rabardel, 1995; Trouche, 2004).

El concepto de génesis instrumental parte del concepto de “ambiente de aprendizaje computerizado” (CLE, según el acrónimo en inglés), que incluye tres elementos relacionados: el ambiente en tanto que entorno donde se desarrolla el aprendizaje utilizando recursos tipo software para su soporte.

Este concepto destaca la iniciativa y actividad del estudiante, así como la naturaleza computerizada del ambiente con recursos tecnológicos que apoyan el proceso de enseñanza y el de aprendizaje.

En este contexto, la génesis instrumental es un proceso personal de cada individuo participante en la situación de enseñanza y aprendizaje, que involucra una cierta transformación de lo que Rabardel (1995) y Trouche (2004) llaman artefacto a lo que denominan instrumento. En este proceso, el artefacto, una realidad física exclusivamente, se transforma en algo más complejo que incluye además de lo físico, una parte psicológica que aporta cada individuo y que le confiere una funcionalidad que le permite integrarlo en su actividad. Esto se produce gracias a la emergencia conjunta de esquemas mentales y técnicas de uso de la herramienta cuando se trabaja con tecnologías digitales (Drijvers, 2012b).

En el proceso de génesis instrumental, Rabardel (1995) distingue dos subprocesos, uno orientado al individuo y otro al artefacto. En el primero, la instrumentación, el artefacto influye en el individuo, permitiendo desarrollar una cierta actividad matemática de un modo distinto a como posiblemente venía realizándola. Por tanto, el grado de instrumentación es analizable preguntando sobre la utilidad que el individuo es capaz de obtener del artefacto, por comparación con su actividad anterior. En el segundo subproceso, la instrumentalización, el individuo influye en el artefacto, primero descubriendo sus funcionalidades y terminando en personalizar sus utilidades o incluso utilizándolo para fines no previstos por el diseñador. El grado de instrumentalización es analizable preguntando sobre las funcionalidades que el individuo es capaz de extraer del artefacto, por comparación con lo previsto.

En nuestro estudio, uno de los alumnos es capaz de describir con relativa exactitud cómo trazaba hasta ese momento las mediatrices para hallar el circuncentro, y desarrolla un cierto proceso de instrumentación de GeoGebra cuando obtiene el resultado gracias a las herramientas que proporciona el programa. Por otro lado, uno de los profesores instrumentaliza la aplicación de pizarra blanca de la PDI. En una ocasión, no puede ver correctamente el problema de construcción del incentro en la

aplicación en formato html suministrada por el investigador, de modo que reproduce el gráfico del mismo en la aplicación que viene con el software propio de la PDI.

Durante los procesos de génesis instrumental se dan ciertos fenómenos en el alumno que han sido descritos por Guin y Trouche (2002) para el caso de la introducción de una calculadora gráfica en clases de Álgebra, pero que son fácilmente trasladables al entorno de nuestro estudio con contenidos de Geometría:

- Comportamiento del pescador: El alumno prueba opciones del instrumento tecnológico con la esperanza de que algo termine por ocurrir.
- Transporte automático: El alumno confía en poder resolver directamente el problema con el instrumento tecnológico de que se trate, dada su complejidad.
- Determinación inflexible: El alumno repite la misma técnica y aplicación realizando ajustes sucesivos, pero sin demasiada reflexión sobre la conveniencia de explorar otras técnicas o aplicaciones.

Esto lleva a plantear en determinados momentos las limitaciones y potencialidades de las nuevas herramientas. Guin y Trouche (2002) coinciden con Rabardel (1995) en las prevenciones sobre los efectos de la introducción de nuevas tecnologías en los escenarios tradicionales de clase. Estos autores cuestionan qué artefactos proponer a los alumnos y cómo guiarlos a través del proceso de génesis instrumental (dependiente del individuo y del artefacto) y del equilibrio entre sistemas de instrumentos para favorecer el aprendizaje matemático. A tal efecto, se propone trabajar a través de diversas orquestaciones instrumentales que pasamos a describir con más detalle. Este proceso de génesis hace que cuando un alumno dispone de apoyo tecnológico para enfrentarse a una tarea matemática cambia de forma de atacarla y de reflexionar sobre ella (Guin y Trouche, 2002; Rabardel, 1995).

Drijvers y otros (2009, 2010) y Trouche (2004) aportan el sustento teórico de cómo se desarrolla el proceso de génesis instrumental en el aula de matemáticas en un entorno tecnológicamente rico. Para ello utilizan la

metáfora de la orquestación instrumental, en la que se hace un paralelismo entre la organización de una orquesta y de un aula. Drijvers y otros (2010) definen la orquestación instrumental como una organización y uso de los artefactos -informáticos- disponibles de un modo sistemático e intencional en una situación de resolución de tareas matemáticas para guiar la génesis instrumental del estudiante.

Describimos ahora los tres elementos distinguibles dentro de una orquestación instrumental: configuración didáctica, modo de explotación (Trouche, 2004) y actuación didáctica (Drijvers, 2010).

- *Configuración didáctica*: modo en que el profesor dispone los artefactos, similar a cómo el director de orquesta elige y sitúa los instrumentos musicales. En ambos casos se busca un desarrollo armonioso, bien de la música, bien del discurso matemático. En nuestra investigación este apartado incluye, por ejemplo, cómo cada profesor dispone los miniportátiles respecto de la PDI y los alumnos en torno a ellos.

- *Modo de explotación*: modo en que el profesor aprovecha la configuración didáctica para la consecución de objetivos didácticos. Se trata de la previsión del profesor acerca del trabajo a realizar con cada artefacto en la sesión de clase (o la del director sobre cada instrumento musical en la ejecución de una obra). En nuestra investigación, este apartado incluye cómo cada profesor tiene previsto el uso de la PDI (cuándo, quién, para qué tarea), el papel de los miniportátiles y otros artefactos (lápiz y papel), etc.

- *Actuación didáctica*: modo en que el profesor desarrolla la sesión de clase y las decisiones que toma sobre la marcha para ajustar la intervención con los alumnos, dada la configuración didáctica y el modo de explotación elegidos, como el director de orquesta que toma decisiones a lo largo del concierto para mejorar el resultado final. En nuestra investigación este apartado incluye cómo cada profesor realiza cambios sobre su idea inicial para asegurar el mejor desarrollo posible de la tarea matemática.

Drijvers (2012a) y Fortuny, Iranzo y Morera (2010) sugieren tener en mente una banda musical con una mezcla de músicos noveles y experimentados más que una banda de virtuosos tocando a la perfección. En nuestra

investigación, y dado el contexto de alumnos en situación de riesgo, la metáfora más adecuada incluiría una orquesta formada por músicos noveles.

En la literatura se describen seis tipos principales de orquestación: demostración técnica, explicación de la pantalla, unión pantalla-pizarra, discutir la pantalla, descubrir y mostrar y trabajo del sherpa (Drijvers y otros, 2010).

La demostración técnica consiste en el uso que hace el profesor de un ordenador para mostrar su explicación sobre las herramientas a utilizar, mediante video-proyección. La configuración didáctica debe incluir acceso al material a mostrar (applet, powerpoint, Internet...) además de una colocación de los alumnos que permita observar lo que el profesor propone. Esto último puede parecer innecesario, pero hay configuraciones de aula de informática en Castilla-La Mancha (aproximadamente entre 2001 y 2007 con el programa Althia) que se dispusieron de forma que los alumnos estuvieran en "islas" en cuyo centro se situaban varios ordenadores fijos. Ocurría que todas las islas tenían alumnos de espaldas al profesor. Esta disposición facilita el trabajo colaborativo, pero no la particular orquestación de demostración técnica.

Explicar la pantalla consiste en presentar contenido matemático, mediante una configuración didáctica similar a la demostración técnica. Una forma interesante de uso de esta orquestación es cuando el profesor utiliza las tareas de los alumnos como punto de partida a su explicación. Esto obliga a que dichas tareas estén en un formato soportado por el ordenador que el profesor maneja, lo que ya forma parte de la explotación didáctica. En nuestro estudio, se parte de problemas contextualizados, y en el proceso de su resolución, surge la necesidad de definir conceptos matemáticos, los cuales son formalizados con ayuda de la pizarra digital.

Conectar pantalla-pizarra consiste en desarrollar paralelamente al trabajo en el formato que propone el ordenador, el trabajo en la forma que tradicionalmente se realiza en la pizarra, para hacer hincapié en la relación entre ambos artefactos. Una profesora involucrada en nuestra investigación es particularmente entusiasta de esta orquestación y por ende del trabajo compartido entre miniportátiles, por un lado, y lápiz y papel, por otro.

Discutir la pantalla consiste en la participación colectiva del grupo clase en una discusión sobre lo que el profesor muestra en la pantalla a través del video-proyector, con el objetivo de impulsar la génesis instrumental colectiva. La discusión puede comenzar con una propuesta del profesor o basada en el trabajo de un alumno. La ventaja sobre la pizarra tradicional es que, en un entorno tecnológico, es más fácil obtener distintas representaciones gráficas o resoluciones de las cuestiones que se planteen, en función de las aportaciones de los miembros del grupo. En uno de nuestros casos de alumno es llamativo cómo esta orquestación potencia su participación, sobre todo cuando se propone discutir la validez de una resolución.

Descubrir y mostrar consiste en identificar, durante la preparación de la clase a cargo del profesor, y con base en tareas realizadas con anterioridad, razonamientos de los estudiantes de sus trabajos de casa y utilizarlas en la siguiente sesión de clase, bien haciendo que estos estudiantes expliquen sus razonamientos, bien preguntando sobre ellos a otros estudiantes o bien dando el profesor su interpretación. En nuestra investigación este tipo de orquestación no tiene sentido ya que los profesores no dispone de tareas de los alumnos con anterioridad a las sesiones planeadas.

Trabajo del sherpa consiste en promover la presentación por parte de un alumno (que se denomina sherpa) de su trabajo al resto de la clase o bien promover el manejo del equipo informático del profesor según sus indicaciones. Este tipo de orquestación ha sido bastante utilizada por los profesores de nuestra investigación, por ejemplo en las actividades que introducían cada sesión, en las que los alumnos utilizaban la pizarra digital para realizar una primera exploración de la tarea. Es un tipo también muy presente en Morera (2013).

Drijvers y otros (2010) distinguen los tres primeros tipos de orquestación (demostración técnica, explicar la pantalla y conectar pantalla-pizarra) subrayando que están centradas en el profesor, jugando el estudiante un papel secundario. En los otros tres tipos (discutir la pantalla, descubrir y mostrar y trabajo del sherpa), los estudiantes tienen mayor protagonismo y las califica de orquestaciones centradas en ellos. En sus investigaciones, la

orquestración más utilizada por los profesores es la demostración técnica aun aceptando que, en ocasiones, es difícil distinguir entre algunos de los tipos, y que otros tipos podrían aparecer en otros contextos empíricos. En nuestra investigación, el tipo de orquestración más común es discutir la pantalla, en uno de los casos de profesor y el trabajo del sherpa en los otros dos casos.

Con base en análisis retrospectivo de usos de tecnología a lo largo de los últimos 25 años, Drijvers (2012a) resalta tres factores de éxito en su aplicación a objetivos educativos en matemáticas. Primero, en un sentido amplio, hay que considerar el diseño de la tecnología a utilizar, pero también el de las tareas a desarrollar por estudiantes y profesor. Segundo, hay que considerar el papel del profesor, destacando que la introducción de tecnología no relega su papel a un plano secundario, sino que sigue siendo el responsable de la orquestración del aprendizaje, lo que requiere un adecuado proceso de desarrollo profesional que incluya la propia génesis instrumental. Tercero, hay que considerar el contexto educativo, donde el trabajo con tecnología debe estar integrado de manera natural, y donde hay que prestar atención a la motivación y a la implicación del alumnado en las tareas.

El segundo de los factores de éxito según Drijvers (2012b) radica en el papel del profesor. Este factor es especialmente valorado por investigaciones actuales sobre el aprendizaje de Geometría en entornos colaborativos y tecnológicos (Morera, 2013; Morera, Fortuny, y Planas, 2012). Morera (2013) resalta lo esencial de la intervención del profesor para hacer progresar los significados personales del alumno hasta significados culturalmente compartidos, en el sentido de Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006). Esta autora mantiene la orquestración del profesor como un factor básico a investigar, pero reelabora los otros dos (diseño y contexto) poniendo su punto de vista en la cognición matemática y la mediación tecnológica con el objetivo de estudiar los momentos clave de aprendizaje, definidos como “instantes precisos donde se presenta una oportunidad educativa de forma natural e interesante, de manera que el conocimiento se aprovecha y amplía a través de la conversación y el descubrimiento”. (Morera, Fortuny, y Planas, 2012 p. 144).

En el proceso de enseñanza y aprendizaje, el artefacto incorpora conocimiento matemático accesible al alumno por el uso, pero la construcción del significado requiere la guía del profesor, que organiza y dirige actividades específicas en las cuales el desarrollo de significados puede ser reconocido y aceptado matemáticamente (Mariotti, 2000). Además, para integrar las tecnologías, se requiere un cambio radical de objetivos y actividades. Esta guía es de antemano altamente necesaria con nuestros alumnos debido a su situación de riesgo y su nivel matemático previo. Laborde y otros (2006) destacan la necesidad y relevancia de la intervención del profesor, incluso con tareas bien diseñadas, y la importancia de esta intervención en relación con la actitud del profesor ante el aprendizaje con tecnología. Estos autores alertan sobre los usos limitados de las posibilidades del programa de geometría dinámica que realizan profesores investigados en Reino Unido, proviniendo estos usos de un enfoque didáctico determinado más que de problemas con la tecnología. Strässer (2001) advierte de que la propia Geometría cambia al ser trabajada con software dinámico, lo que tiene que ser asumido por los profesores para que incorporen las nuevas aportaciones desde prácticas idóneas de enseñanza.

Para garantizar la exitosa integración de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no basta con proveer de tecnología a los profesores (Hohenwarter, Hohenwarter y Lavicza, 2010; Jones y otros, 2009). Es determinante un desarrollo profesional adecuado que haga hincapié en la creciente complejidad de los nuevos entornos tecnológicos y en la necesidad de hacer accesibles materiales para la docencia, de modo que no sea necesario que cada profesor cree los suyos propios. Todo esto debe servir para vencer las históricas resistencias de los profesores que a veces han hecho más difícil su trabajo. A la hora de diseñar las tareas para el desarrollo de nuestra secuencia didáctica, hemos tomado en cuenta las recomendaciones de Hohenwarter y otros (2010) respecto a incluir instrucciones detalladas en guiones para los profesores y ejemplos orientativos de buenas prácticas sobre cómo llevarlas al aula.

En Planas y Morera (2011) se ponen de relieve además las potencialidades de la interacción entre alumnos como motor o mediador del aprendizaje,

resaltándose que la interacción es una habilidad que debe ser practicada por estudiantes y profesores. En esta línea, Krummheuer (2007) establece que el aprendizaje de las matemáticas depende de la interacción del estudiante con procesos de argumentación colectiva. Morera (2013) introduce el concepto de ciclo de trabajo colaborativo ideal como la secuencia: Trabajo individual – Trabajo por parejas – Discusión en gran grupo – Reflexión personal. Esta secuenciación forma parte del modo de explotación que propone en su investigación y que valora como adecuado para que todos los alumnos se impliquen en la resolución de los problemas propuestos en clase.

La enseñanza y el aprendizaje de la demostración en Geometría con ayuda de un programa de geometría dinámica ha sido estudiada por diversos investigadores (Laborde y otros, 2006; Marrades y Gutiérrez, 2000). Merece especial atención el estudio de Marrades y Gutiérrez (2000) por realizarse en España y con alumnos de secundaria. Como ellos, nosotros también distinguimos entre justificaciones empíricas y deductivas. Dado nuestro contexto, nos limitamos a las primeras, que pueden clasificarse en: justificación naïf, basada en el estudio particular de uno o varios casos, elegidos sin criterio alguno, en los que la propiedad a demostrar es cierta; Justificación mediante experimento, basada en el estudio particular de un caso elegido cuidadosamente para ser considerado lo menos particular posible; y justificación mediante ejemplo genérico, basada en el estudio de un ejemplo específico representativo, pero incluyendo razones abstractas para justificar la validez de la conjetura mediante operaciones o transformaciones del ejemplo. La posibilidad de arrastrar las figuras (triángulos) construidas con GeoGebra sin perder las propiedades esenciales que se le hayan dado (un ángulo de 90°) permite justificar el Teorema de Pitágoras primero de un modo naïf. Ocurre que, al dar libertad para modificar el triángulo como se quiera, esta justificación gana entidad y pasa a ser al menos del tipo experimento. El nivel de los alumnos no permitirá, probablemente, introducir los razonamientos abstractos que eleven la justificación a ejemplo genérico, aunque sí se trabajará una justificación deductiva de las construcciones de incentro y circuncentro.

Mariotti (2000) estudia también el problema de enseñar a alumnos de secundaria demostraciones con programa de geometría dinámica, señalando algunas dificultades en el aprendizaje. Por ejemplo, la delicada relación entre conocimiento intuitivo y su sistematización teórica es difícil de controlar: los alumnos no comprenden la relación entre lo nuevo respecto de lo antiguo. Para los alumnos es difícil de entender por qué propiedades ya conocidas deben ser cuestionadas y su validez largamente argumentada. Aquí, la intuición choca con la justificación y el conocimiento geométrico intuitivo puede constituir un obstáculo al desarrollo de una perspectiva teórica. Desde el punto de vista del profesor, la presencia del ordenador y del software representa una perturbación que le obliga a reelaborar su relación con el conocimiento matemático, además de ocuparse de la relación con el ordenador y el programa.

Entienden Marrades y Gutiérrez (2000) que el programa de geometría dinámica puede ayudar a hacer ver a los alumnos de secundaria la necesidad de justificar y probar las propiedades que se enuncian y colaborar en la lenta transición desde una justificación empírica hacia una abstracta. De acuerdo con esta transición, Mariotti (2000) da una secuencia de pasos para la evolución del significado de justificación, desde la mera descripción de la solución, pasando por una justificación de la misma, hasta alcanzar el nivel más abstracto, en el que se daría una justificación de acuerdo con reglas compartidas y establecidas. En nuestra investigación nos situamos en una primera fase de este trabajo de transición. Para ello aprovecharemos la herramienta de arrastre que permite deformar un dibujo creado con GeoGebra manteniendo las propiedades que se hayan dado a la figura construida previamente, concretamente se propondrá a los alumnos el arrastre errático (Iranzo y Fortuny, 2009) que consiste en arrastrar algún elemento de la figura para buscar invariantes geométricos. Consideramos como dibujo la representación concreta de una figura que está dotada de ciertas propiedades y puede adoptar diferentes aspectos. Por ejemplo, cada triángulo rectángulo que representamos es un dibujo concreto de una figura abstracta que se define como “polígono de tres lados y un ángulo recto”. Al respecto, Mariotti (2000) defiende que la utilización del arrastre induce a los alumnos a cambiar el foco de atención hacia el procedimiento y que

haciendo esto se abre una perspectiva teórica. La relación con el conocimiento geométrico es modificada por la mediación ofrecida por las características del software. No obstante y de acuerdo con Laborde y otros (2006), esta autora indica la dificultad de adquirir el control teórico de la función de arrastre por parte de los alumnos y la necesidad de examinar si la actividad matemática mediada por instrumentos tecnológicos va asociada al uso matemático de dichos instrumentos.

Uno de los tópicos esenciales es la gestión del uso simultáneo de artefactos y el binomio clásico de lápiz-papel. Esta convivencia ha sido tratada ya por Laborde y otros (2006) haciendo hincapié en la aparición de nuevos tipos de tarea para las cuales el entorno tecnológico permite explorar estrategias más eficientes. Iranzo y Fortuny (2009) profundizan sobre este tema, entre los alumnos en estudio figuran algunos con bajo rendimiento matemático a los que GeoGebra, al menos, les proporciona un soporte visual, algebraico y conceptual, aunque tienden a razonar sobre el dibujo y no sobre la figura, lo que condiciona su comprensión de las implicaciones de la utilización con GeoGebra del test de arrastre -comprobar que una figura cumple las condiciones deseadas a pesar de arrastrar los objetos libres que la determinan-, del arrastre errático -búsqueda de invariantes matemáticos mediante el arrastre de algún elemento determinante de la figura- o del arrastre guiado -arrastre de un objeto para obtener una figura particular. Estos autores detallan tareas que muestran la dificultad de transferencia de las estrategias de resolución con ayuda de GeoGebra a las estrategias de papel y lápiz y viceversa, observando a veces diferentes estrategias según cuáles sean los instrumentos puestos a disposición de los alumnos.

Iranzo (2009) establece tipologías de alumnos según la mayor o menor presencia de prácticas de reflexión o procedimentales: autónomos, con alto nivel de instrumentación e instrumentalización y uso de GeoGebra como apoyo a exploraciones avanzadas de problemas o a prácticas argumentativas; instrumentales, con nivel medio de instrumentación e instrumentalización y uso de GeoGebra como soporte algebraico, conceptual y visual; procedimentales, con nivel bajo de instrumentalización de GeoGebra, dificultades en la resolución con lápiz y papel pero no con

GeoGebra; y naïf, con nivel bajo de instrumentación, que razonan sobre el dibujo y no sobre la figura con lo que sus construcciones no pasan el test de arrastre.

CAPÍTULO 3. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA Y MÉTODOS

En este capítulo detallamos el enfoque metodológico de la investigación y explicamos los métodos seguidos en las distintas fases de la experimentación, desde la recogida de datos en las aulas hasta el diseño de los instrumentos de análisis. Todo el proceso ha estado guiado por nuestro objetivo principal: estudiar el impacto que el uso de la tecnología tiene en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, en particular con grupos de alumnado en situación de riesgo social. Para ello nos hemos ubicado en la tradición del diseño experimental en la investigación en educación matemática (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003).

3.1. Enfoque metodológico

De los aspectos descritos por Colás y Buendía (1998) sobre metodología cualitativa, algunos de los más relevantes en esta investigación son: 1) la visión múltiple de la realidad de clase proporcionada por acciones de alumnos y profesores; 2) la intención explicativa de fenómenos identificados mediante dichas acciones; 3) la relación tácita entre investigador y objeto de estudio, especialmente para el caso del grupo clase del trabajo piloto donde el investigador es profesor; 4) el acceso a situaciones espontáneas dentro del contexto habitual con grabaciones de video y cuestionarios en sesiones de clase y entrevistas; 5) la selección de una población sin pretensión de representatividad ni generalización; 6) la inferencia de interpretaciones en la creación de teoría “desde abajo”; 7) la construcción emergente de dimensiones de análisis; 8) la progresión en el diseño de la investigación, reformulando los objetivos en varios momentos; 9) la validación con triangulación de teorías, métodos y perspectivas.

Las diferentes fases del proceso de investigación no se han dado de un modo lineal y sucesivo, una tras otra, sino de un modo interactivo. Lo que

se ha avanzado en una fase a menudo ha llevado a revisar otras fases. Por otra parte, la población participante ha sido bastante amplia, aún sin incluir todos los alumnos de los grupos clase seleccionados para la implementación de una secuencia didáctica.

El estudio múltiple de casos individuales ha sido el método básico de investigación empleado. Nueve alumnos y tres profesores se corresponden con un total de doce casos. Se ha considerado que la organización bajo el formato de estudio de casos era la más adecuada a fin de profundizar en acciones de alumnos concretos (especialmente en la caracterización de aprendizajes) y de profesores concretos (especialmente en la caracterización de prácticas de enseñanza). En general, este es el criterio que se está teniendo en cuenta en la mayoría de trabajos de tesis doctoral vinculados al equipo en torno a los Proyectos EDU2009-07113 y EDU2012-31464.

Un caso es un conjunto de circunstancias, condiciones y hechos, que concretan una situación y una serie de posibles líneas de desarrollo a partir de ella (Riba, 2007). En nuestro contexto, esto implica el estudio de casos de alumno y de profesor, desde distintos puntos de vista. Cada caso se entiende como una singularidad y tiene valor científico por sí mismo al margen de que en el futuro sea comparable con otros casos en circunstancias similares, tal como se argumenta y aplica en Goizueta y Planas (2013). El caso es analizado, comprendido holísticamente y explicado en su contexto escolar habitual de enseñanza y aprendizaje.

En relación con las técnicas cualitativas de recogida de datos, usamos dos técnicas fundamentales, además de los cuestionarios. Por un lado, se han realizado grabaciones en video de las sesiones de clase en las cuales se ha implementado la secuencia diseñada. Por otro lado, se han realizado entrevistas cualitativas con cada uno de los nueve alumnos y tras cada sesión de clase grabada; que se añaden a las entrevistas realizadas con cada uno de los tres profesores antes y después de las sesiones. Las entrevistas posteriores han servido para completar y triangular datos de video. Las entrevistas previas han servido para clarificar dudas sobre la implementación de la secuencia de actividades. Se trata de entrevistas basadas en preguntas fijas sobre la secuencia y su orquestación.

Los datos de video, cuestionario y entrevista se han analizado de acuerdo con dimensiones emergentes de la investigación piloto con un grupo clase. Para casos de alumno, las dimensiones son la cognitiva (aprendizaje), la afectiva y la instrumental. Para casos de profesor, las dimensiones son la instruccional (enseñanza), la afectiva y la instrumental. La Tabla 3.1 documenta dimensiones y subdimensiones.

En la construcción de casos de alumno, las dimensiones instrumental y afectiva se vinculan respectivamente con la dimensión cognitiva para la consecución de los dos objetivos científicos establecidos, que conviene recordar en este punto:

- Objetivo 1 (Instrumental-Alumno). Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en el aprendizaje de la geometría.
- Objetivo 2 (Afectiva-Alumno). Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicho aprendizaje.

En la construcción de casos de profesor, las dimensiones instrumental y afectiva se vinculan respectivamente con la dimensión instruccional para la consecución de los dos objetivos científicos, que también conviene recordar:

- Objetivo 1 (Instrumental-Profesor). Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en la enseñanza de la geometría.
- Objetivo 2 (Afectiva-Profesor). Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicha enseñanza.

De la Tabla 3.1, las subdimensiones que más modificaciones han experimentado han sido las referidas a la dimensión instrumental para casos de profesor. No se consideró necesario distinguir los instrumentos tecnológicos, como en los casos de alumno, ya que el profesor hace uso escaso, por ejemplo, del miniportátil.

<i>Subdimensiones Casos de profesor</i>	<i>Dimensiones</i>		<i>Subdimensiones Casos de alumno</i>
Ánimo Disfrute	Afectiva		Ánimo Disfrute
Expectativas Desarrollo Alumnos	Instruccional	Cognitiva	Expectativas Desarrollo
Instrumentos Rentabilidad	Instrumental		Pizarra digital Miniportátil Software –GGB

Tabla 3.1. Dimensiones y subdimensiones del estudio

Describimos a continuación el significado práctico dado a las dimensiones principales del análisis y a sus correspondientes subdimensiones. Cada significado se entiende como práctico en tanto que orienta sobre el modo de documentar empíricamente dichas dimensiones mediante la experimentación que se lleva a cabo. En la delimitación de estos significados, se ha recurrido a varios aspectos del marco teórico señalados en el Capítulo 2.

Dimensión afectiva (Alumno/Profesor) –Escenarios emocionales evidenciables a partir de datos obtenidos antes, durante y tras cada sesión de clase.

Ánimo –Actitudes y emociones interpretables en parte como reacción a la actividad matemática en los momentos previos o iniciales de cada sesión.

Disfrute –Actitudes y emociones interpretables en parte como reacción a la actividad matemática durante el desarrollo de cada sesión.

Dimensión instrumental (Alumno/Profesor) –Aplicaciones y usos evidenciables de artefactos tecnológicos presentes en la sesión de clase.

Instrumentos (Profesor) –Aplicaciones y usos en el trabajo con miniportátil, pizarra digital interactiva y programa de geometría dinámica.

Rentabilidad (Profesor) –Acciones orientadas a la mejora de la enseñanza y del aprendizaje mediante la introducción de tecnología.

Miniportátil (Alumno) –Aplicaciones y usos del miniportátil.

Pizarra digital (Alumno) –Aplicaciones y usos de la pizarra digital interactiva.

Software (Alumno) –Aplicaciones y usos del programa de geometría dinámica.

Dimensión instruccional (Profesor) –Prácticas de enseñanza y percepciones acerca de su impacto en el aprendizaje del alumnado.

Alumnos –Percepciones acerca de alumnos en relación con sus acciones y formas de participación en clase.

Expectativas –Percepciones previas acerca de la enseñanza que se espera llevar a cabo en las sesiones de la secuencia.

Desarrollo –Prácticas de enseñanza y percepciones acerca de la enseñanza que se reconoce como efectiva durante las sesiones de la secuencia.

Dimensión cognitiva (Alumno) –Formas de participación matemática y percepciones de su impacto en el aprendizaje individual propio.

Expectativas –Percepciones previas acerca del aprendizaje que se espera llevar a cabo en las sesiones de la secuencia.

Desarrollo –Formas de participación matemática y percepciones acerca del aprendizaje que se reconoce como producido durante la secuencia.

Como se verá más adelante, en la descripción de la recogida de datos y de los instrumentos de análisis, esta investigación se ha planificado de modo que haya una mayor cantidad de datos para el desarrollo de casos de alumno en comparación con el desarrollo de casos de profesor. Esto se debe al propósito inicial de fijar la mirada en los alumnos y la posterior ampliación a los profesores, como consecuencia de una decisión más tardía pensada para comprender mejor la complejidad de las situaciones de clase donde se busca el aprendizaje de la geometría con tecnología.

3.2. Contexto de la experimentación y participantes

La experimentación tuvo lugar durante el curso escolar 2010-11. Aquí presentamos información sobre el contexto social, el tecnológico, los grupos clase, los alumnos y los profesores. Los datos se tomaron en un centro público de secundaria de Huesca, con unos 300 alumnos entre Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato. El centro ha tenido durante años alumnado procedente del barrio donde vive gran parte de la comunidad gitana y una gran mayoría de la población inmigrante en la ciudad. El nivel socio-económico del entorno es bajo y existen abundantes carencias a nivel de capital cultural. En general, el alumnado presenta un alto grado de absentismo, que se mantiene desde Educación Primaria y que repercute en una falta de hábitos de trabajo, de motivación y desfase curricular. Hace poco el centro ha empezado a recibir alumnado de otro barrio de situación socio-económica mediana, pero sigue habiendo predominio de grupos en riesgo de exclusión.

En el primer ciclo de secundaria obligatoria (12 a 14 años) la población de alumnos se reparte casi por igual entre miembros del grupo gitano, de grupos inmigrados (sobre todo subsaharianos, marroquíes y sudamericanos) y miembros del denominado grupo payo. Por otro lado, en el segundo ciclo de secundaria obligatoria (14 a 16 años) la mayoría de alumnos de etnia gitana ha abandonado la escolarización, con un solo alumno en tercer curso (en 2010-11). Los alumnos inmigrantes o de origen inmigrante continúan matriculados pero el fracaso escolar es alto, en parte debido al idioma vehicular; parte de la jornada están en el aula de español, fuera del aula ordinaria.

En el conjunto de la etapa de secundaria obligatoria y para el momento de la experimentación, había un 63% de alumnado de etnia gitana e inmigrante. En Bachillerato este porcentaje era más reducido, habiendo alumnado mayoritariamente de origen español, con excepciones de alumnos inmigrantes de países del este europeo o procedentes de familias sudamericanas.

En cuanto al contexto tecnológico del centro, cabe señalar que en Aragón hay un plan de integración de las TIC en la enseñanza, llamado Plan Ramón y

Cajal. Entre sus objetivos destacan: generalizar la dotación de medios informáticos y servicios de comunicación; integrar el uso de las tecnologías en la práctica docente; dotar al alumnado del conocimiento práctico y teórico sobre tecnologías digitales; incorporar en el currículo el uso crítico de las TIC; crear un espacio de difusión de experiencias y recursos propios en la red; o bien, formar al profesorado en el uso crítico y educativo de las TIC y proporcionar asesoramiento para favorecer su uso innovador. El Plan Ramón y Cajal pretende, por tanto, poner a disposición de cada centro medios materiales, servicios, recursos formativos, de apoyo y asesoramiento.

El centro cuenta con dos aulas de informática con trece puestos cada una; cuatro carros con video-proyector y ordenador portátil; y quince aulas dotadas de pizarra digital interactiva (video-proyector, ordenador y pantalla interactiva). Las aulas de informática están ocupadas en la mayor parte del horario lectivo por las asignaturas con contenido propio de informática o tecnología. Las pizarras digitales están fijadas en las aulas correspondientes a los grupos de secundaria obligatoria y apoyos, desdobles o grupos llamados de atención a la diversidad. Las usan los grupos que dan clase en esas aulas, pero eventualmente otros profesores llevan a sus grupos. Fuera de estos usos, el aula de informática se usa en asignaturas para avanzar trabajos con ayuda del ordenador. Los carros con video-proyector son utilizados por los profesores para proyectar en las aulas donde no hay instalada una pizarra digital, para realizar presentaciones en programas específicos, o bien para aplicar recursos obtenidos de la red o extraídos de los soportes digitales que acompañan a libros de texto.

Las primeras pizarras digitales se instalaron en febrero de 2009, completándose la dotación de este tipo de pizarra a finales de 2010. Entre ambas fechas, hubo formación en su uso técnico y didáctico para el claustro. El profesorado del Departamento de Matemáticas estuvo muy implicado, alcanzando algunos de sus miembros un nivel avanzado de utilización, según la clasificación de Glover, Miller, Averis y Door (2005).

En el curso 2010-11, había en el centro seis grupos clase de alumnos diagnosticados como vulnerables de riesgo social. Dos de los seis grupos pertenecían al programa institucional de apoyo para alumnos con

necesidades de compensación educativa (C-I y C-II), con alumnos de primer y segundo curso de secundaria, con algún tipo de retraso académico, por distintos motivos que no siempre tienen que ver con déficits individuales específicos. Eran dos grupos de hasta ocho alumnos, la mayoría con problemas graves de comportamiento durante las clases.

Otros dos de los seis grupos pertenecían al programa institucional de aprendizaje básico (AB-I y AB-II). También se trata de alumnos de primer y segundo curso de secundaria obligatoria, con bastante retraso académico pero con cierto interés por lo curricular. De nuevo, eran grupos de hasta ocho alumnos, relativamente motivados, sin problemas graves de comportamiento en clase, a pesar de ciertas interrupciones.

Los dos últimos grupos pertenecían al programa institucional de diversificación curricular (D-I y D-II). Se trata de alumnos de tercer y cuarto curso de secundaria con algún retraso académico, pero en general con interés por obtener el graduado en enseñanza secundaria obligatoria. Igualmente, eran grupos de hasta ocho alumnos, algo motivados y sin problemas graves de comportamiento.

En el tiempo de diseño de la fase de recogida de datos, la idea inicial era trabajar con los seis grupos descritos. La profesora del grupo C-I cayó enferma justo al empezar la implementación de la secuencia. Esto motivó que los alumnos no tuvieran profesora durante unos 15 días hasta que llegó otra profesora diferente para terminar el curso, por lo que se desechó continuar las actividades con este grupo. Por otra parte, el grupo Diversificación-I sirvió para realizar un pilotaje exhaustivo de la secuencia didáctica, con grabación de las sesiones, desarrollo de entrevistas, etc.

De los seis grupos iniciales, se trabajó con tres de ellos en la experimentación principal que siguió al pilotaje. Para cada uno, indicamos el origen del alumnado y el profesor:

- AB-I (programa de apoyo, 1º de ESO): 8 alumnos, 3 de ellos gitanos, 4 inmigrantes y 1 no inmigrante ni gitano. La profesora es Ana.
- AB-II (programa de apoyo, 2º de ESO): 5 alumnos, 4 de ellos inmigrantes y 1 no inmigrante ni gitano. El profesor es Josean.

- C-II (programa de apoyo, 2º de ESO): 4 alumnos, 3 de ellos gitanos y 1 no inmigrante ni gitano. La profesora es Merche.

Estos tres grupos tienen características similares en cuanto a composición social, predominando el alumnado inmigrado y el perteneciente a la etnia gitana. En cuanto a rendimiento y actitud en clase hacia la enseñanza, presentan mejores niveles los alumnos de los programas específicos (Aprendizaje Básico y Diversificación) en comparación con los alumnos de Educación Compensatoria.

El Programa de Aprendizaje Básico pretende integrar en el grupo ordinario a alumnos que, en ese momento, tienen un nivel académico claramente inferior al del grupo de referencia (de acuerdo con pruebas de diagnóstico que se realizan en el centro), pero que sin embargo mantienen un cierto interés por mejorar su rendimiento. Es un programa que abarca el primer ciclo de la etapa.

El Programa de Apoyo a las Necesidades de Compensación Educativa atiende alumnos que requieren ayuda adicional para alcanzar los mínimos curriculares exigidos en la etapa de secundaria obligatoria, básicamente porque terminaron la etapa de primaria sin escribir ni leer de modo comprensivo. No se pretende, en principio, reintegrarlos al grupo ordinario porque el desfase curricular es grande, el interés por lo académico es bajo y muchos abandonan los estudios a los 16 años o, en la práctica, incluso antes.

Todos los programas mencionados son permeables, sobre todo en el primer ciclo de la etapa, y a final de cada curso escolar el Departamento de Orientación del centro valora la conveniencia de que alumnos ubicados en Compensatoria pasen a Aprendizaje Básico, o bien alumnos de este programa pasen al grupo ordinario.

Se han seleccionado estos tres grupos por ser donde se concentran en mayor proporción los alumnos en situación de riesgo de exclusión. A las características generales del centro, se suman las particulares de estos alumnos, con dificultades de aprendizaje a menudo debidas a una escolarización irregular en sus países de origen, o a la irregularidad en su asistencia a la escuela. Planas (2004) señala la importancia de considerar

este tipo de causas como fundamentales en la explicación de trayectorias de fracaso en la matemática experimentadas por alumnos en situación de riesgo.

Los profesores participantes en el estudio pertenecen al Departamento de Matemáticas o al de Orientación, y han sido seleccionados por ser quienes imparten la materia de matemáticas a los grupos seleccionados. También se ha tenido en cuenta que cumplen ciertas condiciones que los sitúan como buenos informantes: tienen capacidad de comunicar verbalmente lo acaecido en sus clases; son reflexivos y capaces de observar sus actos con perspectiva; son objetivos, en el sentido de mostrar su percepción de los hechos de manera nítida; tienen buena disposición a colaborar con el investigador; son sinceros y actúan de buena fe sin a priori intenciones acientíficas. Junto con el investigador, que es profesor en el grupo de pilotaje, estos son los profesores, para quienes mantenemos el nombre por deseo expreso de ellos, aunque damos también la inicial para referirnos a ellos en los instrumentos de análisis, concretamente en las tablas de reducción y en los gráficos de síntesis:

- Ana (A) es licenciada en Matemáticas y profesora en prácticas del Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria en el Departamento de Matemáticas; tiene 38 años de edad, 12 años de experiencia docente y mucha experiencia de trabajo con miniportátiles y pizarra digital por separado en clase, aunque poca con programas de geometría dinámica.
- Josean (Jo) es licenciado en Matemáticas y profesor funcionario del Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria de modo definitivo en el Departamento de Matemáticas; tiene 45 años de edad, 20 años de experiencia docente, bastante experiencia previa en el trabajo con miniportátiles y pizarra digital por separado en clase, aunque poca con programas de geometría dinámica.
- Merche (M) es profesora interina del Cuerpo de Maestros, especialidad en Pedagogía Terapéutica; tiene 25 años de edad, 2 años de experiencia docente, ninguna experiencia previa en el trabajo con pizarra digital ni con programas de geometría dinámica en clase.

Para confirmar la selección de profesores y grupos se realizaron consultas informales a los profesores sobre su disposición a participar en el estudio y sobre la disposición de sus alumnos. A lo primero todos expresaron interés. Respecto de lo segundo hubo más dudas, para los alumnos de etnia gitana y los más absentistas, de los que dijeron que sería difícil conseguir mejorar la participación en clase de matemáticas.

Para describir los profesores, ha sido útil atender a las fases no necesariamente lineales de la vida profesional del profesorado enunciadas por Huberman (1989) comienzo responsable –choque con la realidad, enfrentamiento a problemas, entusiasmo, conocimiento insuficiente, influencia de las instituciones; 2) estabilización –incremento de la confianza, consolidación administrativa, dominio de cuestiones técnico-pedagógicas, equilibrio profesional; 3) experimentación –perfeccionamiento e innovación, responsabilidad administrativa e institucional, intento de promoción; 4) cuestionamiento crítico –puesta en duda de rutinas, reducción y abandono de partes de la tarea profesional en casos extremos; 5) serenidad y distanciamiento –compromiso con la institución, menor dinamismo, mayor distensión, menor implicación afectiva; 6) conservadurismo y crítica –compromiso con la institución, escepticismo respecto a reformas educativas, crítica a la posibilidad de innovación.

Se ha procurado que los tres profesores estuvieran en distintas fases profesionales. Ana se encuentra a grandes rasgos en fase de experimentación, está abierta a contribuir en los proyectos que puedan suponer una mejora en la enseñanza y el aprendizaje. Josean se encuentra más cercano al conservadurismo y la crítica, tras muchos años de experiencia docente. Merche se encuentra en la primera fase, suple su falta de conocimientos en algunos aspectos con entusiasmo y ganas de aprender.

Antes de presentar los datos con los que se seleccionó al alumnado, cabe señalar que no se incluyeron algunos alumnos debido a su absentismo, lo que podía motivar que dejaran de asistir a mitad de secuencia, como efectivamente ocurrió en algunos casos. En cada grupo son estudiados como caso aquellos alumnos que, además de no ser absentistas y no rechazar su participación en el estudio, mostraron unas actitudes iniciales hacia las

clases de matemáticas con tecnología más bajas en relación con compañeros del grupo. Supusimos que estos aportarían una mayor riqueza de cambios en las dimensiones afectiva e instrumental. A pesar de ello el cuestionario inicial se administró a todos los alumnos, para no distinguir a ninguno de forma explícita.

El cuestionario inicial de actitudes sobre aprendizaje con tecnología se puede consultar en la sección 3.5.1, ‘Los cuestionarios’. Hay 18 cuestiones que se valoran mediante una escala Likert 1-7; las respuestas se reescalan según si el enunciado está en términos positivos o negativos, obteniendo una puntuación total por alumno. En cada pregunta y en el total, si esta puntuación es alta indicamos una actitud positiva hacia el aprendizaje con tecnología y si es baja, una actitud negativa.

Selección razonada en AB-I

Resumimos los resultados del cuestionario inicial para el grupo AB-I y la selección que se deriva de casos de alumno. Para realizar el vaciado del cuestionario inicial, primero se trasladan los resultados numéricos de cada una de las 18 cuestiones. Se indica con + o - según si la cuestión tiene un enunciado positivo o negativo respecto de la actitud. Aprovechamos estas tablas para poner entre paréntesis las iniciales de cada alumno que serán utilizadas para referirnos a ellos en los instrumentos de análisis, concretamente en las tablas de reducción y en los gráficos de síntesis.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	+	+	-	-	-	+	+	-	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+
SHEILA (Sh)	7	7	1	1	1	7	7	3	7	5	7	7	7	1	1	1	7	7
CARMEN (C)	7	7	1	1	1	7	7	4	7	4	7	7	7	1	1	1	7	7
JONATHAN (J)	6	5	4	1	2	7	4	3	6	2	5	4	4	5	4	2	3	4
LEIDY VIVIANA (L)	7	6	2	1	1	6	5	4	7	6	6	5	6	5	7	1	7	5
PEDRO (P)	7	7	1	1	1	7	7	1	7	7	7	1	7	1	7	1	7	1
CHRISTIAN (Ch)	7	7	1	1	1	7	7	1	7	7	7	6	5	1	4	1	7	1
BRAYAN (B)	6	4	5	1	1	7	7	3	6	4	3	6	5	1	4	6	7	5
MAMADOU (M)	7	7	1	1	7	7	7	5	7	7	7	7	7	3	1	1	4	7

Tabla 3.2. Vaciado del cuestionario inicial en AB-I

Las cuestiones marcadas con signo negativo indican una valoración positiva del ítem si la respuesta es 1, 2... Se reescalan invirtiendo la escala, es decir,

cambiando 1 por 7, 2 por 6, y así sucesivamente. Una vez obtenidas todas las puntuaciones reescaladas, se suman para llegar a una valoración global cualitativa sobre actitud inicial.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total	%
SHEILA	7	7	7	7	7	7	7	5	7	3	7	7	7	7	7	7	7	7	120	95
CARMEN	7	7	7	7	7	7	7	4	7	4	7	7	7	7	7	7	7	7	120	95
JONATHAN	6	5	4	7	6	7	4	5	6	6	5	4	4	3	4	6	3	4	89	71
LEIDY																				
VIVIANA	7	6	6	7	7	6	5	4	7	2	6	5	6	3	1	7	7	5	97	77
PEDRO	7	7	7	7	7	7	7	7	7	1	7	1	7	7	1	7	7	1	102	81
CHRISTIAN	7	7	7	7	7	7	7	7	7	1	7	6	5	7	4	7	7	1	108	86
BRAYAN	6	4	3	7	7	7	7	5	6	4	3	6	5	7	4	2	7	5	95	75
MAMADOU	7	7	7	7	1	7	7	3	7	1	7	7	7	5	7	7	4	7	105	83

Tabla 3.3 Vaciado del cuestionario inicial reescalado en AB-I

Las cuatro puntuaciones más bajas corresponden a Jonathan, Brayan, Leidy y Pedro. Este último es un alumno con largos periodos de absentismo, por lo que se le excluyó del estudio ante el riesgo (confirmado posteriormente) de no asistir a algunas de las sesiones, y por tanto no poder completar su caso. En su lugar se incluyó al alumno con la siguiente puntuación más baja, Mamadou.

Selección razonada en AB-II

Seguimos con el resumen de los resultados del cuestionario inicial para el grupo AB-II y la selección que se deriva de casos de alumno. Como en AB-I, para realizar el vaciado del cuestionario inicial, primero se trasladan los resultados numéricos de cada una de las 18 cuestiones. Se indica con + o - según si la cuestión tiene un enunciado positivo o negativo respecto de la actitud.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
	+	+				+	+		+		+	+	+					+	+
IKRAM (I)	7	7	1	1	1	7	7	7	7	7	1	1	7	1	1	1	7	7	
MOHAMED (Mo)	7	7	7	1	1	7	7	5	4	1	7	7	7	1	3	5	4	7	
STEFANI (S)	7	7	1	1	1	7	5	7	7	1	7	7	7	1	1	4	7	7	
HICHAM (H)	7	7	7	4	1	7	7	3	7	7	7	7	7	7	1	4	7	7	
SAUL (Sa)	7	7	7	1	3	7	7	3	7	2	7	7	3	2	7	1	2	4	

Tabla 3.4. Vaciado del cuestionario inicial en AB-II

Tras el proceso de reescalado antes descrito, las puntuaciones quedan así:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total	%T
IKRAM	7	7	7	7	7	7	7	1	7	1	1	1	7	7	7	7	7	7	102	81
MOHAMED	7	7	1	7	7	7	7	3	4	7	7	7	7	7	5	3	4	7	104	83
STEFANI	7	7	7	7	7	7	5	1	7	7	7	7	7	7	7	4	7	7	115	91
HICHAM	7	7	1	4	7	7	7	5	7	1	7	7	7	1	7	4	7	7	100	79
SAUL	7	7	1	7	5	7	7	5	7	6	7	7	3	6	1	7	2	4	96	76

Tabla 3.5. Vaciado del cuestionario inicial reescalado en AB-II

De acuerdo con el criterio apuntado, en este grupo habríamos elegido a Saúl, Hicham, Ikram y Mohamed. No obstante, este último alumno se acababa de incorporar al grupo después de cuatro meses de estancia en Marruecos con su familia, por lo que decidimos sustituir su caso por el de Stefani, cuya puntuación iba a continuación.

Selección razonada en C-II

Por último, aportamos el resumen de los resultados del cuestionario inicial para el grupo C-II y la selección que se deriva de casos de alumno a desarrollar. Las Tablas 3.6 y 3.7 ilustran la selección de Mateo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
	+	+					+	+		+		+	+	+				+	+
MATEO	7	7	4	3	1	7	3	7	7	1	7	7	4	1	1	1	4	3	

Tabla 3.6. Vaciado de cuestionario inicial en C-II

Tras el proceso de reescalado antes descrito, las puntuaciones quedan así:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total	%T
MATEO (Ma)	7	7	4	5	7	7	3	1	7	7	7	7	4	7	7	7	4	3	101	80

Tabla 3.7. Vaciado de cuestionario inicial reescalado en C-II

Este grupo presentaba unas características especiales. De los cuatro alumnos, los tres de etnia gitana se negaron en bloque a rellenar el cuestionario inicial, rechazando mantener cualquier relación con el investigador y realizar entrevistas informales. Por ello, el estudio se limita en este grupo al único alumno que accedió a responder las preguntas del cuestionario, Mateo. No obstante, nombramos aquí al resto de alumnos de este grupo con sus iniciales: Yasmín (Y), Sinaí (Si) y Desirée (D).

3.3. Diseño de la situación didáctica

En este apartado exponemos las actividades de clase diseñadas para los alumnos y las indicaciones dadas a los profesores para su desarrollo. La elaboración de la secuencia es crucial en esta investigación. Nos amparamos en la tradición científica de estudios centrados en diseños, implementaciones y evaluación de secuencias didácticas (McClain y Cobb, 2001). Como Cobb y sus colegas (Cobb, 2000; Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003; McClain y Cobb, 2001), vemos el diseño de intervenciones didácticas, en colaboración con profesores, como una estrategia útil de investigación.

La secuencia comprende cinco actividades de geometría a desarrollar con miniportátiles y pizarra digital interactiva mediante animaciones realizadas con un programa de geometría dinámica, que es el GeoGebra. Son actividades independientes entre sí. No es necesario haber hecho una actividad para realizar la siguiente, aunque en las actividades propuestas para las sesiones 4 y 5 esto sí es recomendable al tratar ambas del Teorema de Pitágoras.

Las actividades son auto-contenidas, en el sentido de que apenas se requieren conocimientos previos para completarlas; esto es así a fin de que todos los alumnos puedan enfrentarse a su resolución. Los elementos geométricos que aparecen, tales como circuncentro, incentro, triángulos rectángulos... han sido objeto de enseñanza en la materia de Educación Plástica y Visual en el primer curso de la etapa. Por otra parte y en comparación con lo apuntado en los documentos de currículo oficiales, las capacidades que se exigen no son excesivamente altas, siendo necesaria una cierta capacidad de generalización y de razonamiento inductivo.

A continuación, detallamos cada una de las cinco actividades que constituyen la secuencia didáctica y articulan los diferentes problemas de geometría. Hacemos hincapié en la orquestación instrumental propuesta al profesorado a través de un guión que se suministra como posible punto de partida para establecerla configuración didáctica y el modo de explotación (Drijvers, Doorman, Boon, Reed y Gravemeijer, 2010).

La primera sesión de clase se concibe en parte como introducción a la dinámica de trabajo, con el objetivo de desarrollar razonamiento matemático con un programa de geometría dinámica y la discusión de soluciones parciales a lo largo de la resolución de problemas. Desde la perspectiva de los contenidos curriculares, se trata el estudio de los ángulos y las regularidades sobre los mismos en figuras que resultan en juegos de rebotes sobre paredes y caminos mínimos entre dos puntos exteriores a una recta tocando la misma. Se propone primero un problema basado en la obra clásica de Rey Pastor y Puig Adam (1932): En el patio de una escuela hay una pared y dos árboles. Los niños realizan el juego basado en ir de un árbol a otro pero tocando la pared durante el camino. ¿Sabrías encontrar el camino más corto?

Para la realización de la tarea sobre el patio de la escuela y los dos árboles (ver Figura 3.1), se propone una aproximación inicial con lápiz y papel. Seguidamente se propone la exploración con animaciones de GeoGebra con los árboles a igual o diferente distancia a la pared. A los alumnos se les proporcionan animaciones en las que mediante un deslizador mueven el punto de incidencia de la trayectoria en la pared. Tras la resolución con GeoGebra y el paso al papel de la solución encontrada, se pide buscar la relación entre los ángulos que forman la trayectoria con la pared. A los profesores se les facilita la resolución de los problemas en el guión que se les da.



Figura 3.1. Primer problema de la primera sesión con su solución

El objetivo de los primeros problemas es familiarizar al alumno con el conjunto tecnológico de que se dispone (miniportátiles, pizarra digital y programa de geometría dinámica). Para ello, en el guión se propone que los alumnos tengan suficiente autonomía en la corrección de los distintos apartados en la pizarra digital y que se promueva la discusión de los resultados que cada uno obtenga.

A priori suponemos que los alumnos van a manejar sin excesivos problemas las animaciones de GeoGebra, pero en cambio van a necesitar ayuda en la búsqueda de regularidades entre los ángulos. De ahí, inferimos que es posible que los profesores tengan que dar alguna pista del tipo “mirad si los ángulos miden siempre lo mismo, si uno es mayor que otro...”. El profesor puede elegir entre enseñar o recordar a sus alumnos la herramienta de medición de ángulos del programa, o bien indicarles que utilicen las animaciones con los ángulos dibujados que también se han proporcionado.

El segundo problema es de ampliación del primer problema, y así se hace notar en el guión del profesor. Ahora, entre árbol y árbol, se deben tocar dos paredes perpendiculares entre sí (ver Figura 3.2). Se pide hallar el camino más corto y después buscar regularidades entre el primer ángulo que forma la trayectoria con la primera pared y el segundo con la segunda pared. Se proporcionan las soluciones en el guión.



Figura 3.2. Segundo problema de la primera sesión con su solución

Una vez más, suponemos que los alumnos necesitarán pistas similares a las dadas para el primer problema, como por ejemplo “mirad si son iguales los dos ángulos”. Para favorecer la actividad de exploración se permite mover los árboles y se facilita la animación con y sin ángulos a la vista para que el profesor pueda elegir cuál utilizar o si utilizar una con unos alumnos y otra con otros.

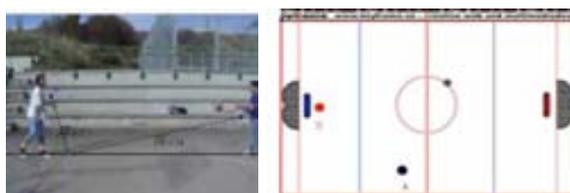


Figura 3.3. Aplicaciones a deportes de los problemas estudiados

Finalmente y todavía en la sesión uno, se proponen aplicaciones prácticas del estudio realizado en los dos problemas anteriores. Se introducen juegos

como el baloncesto o el hockey (ver Figura 3.3), donde el rebote de la bola o el puck sobre las paredes al hacer pases entre dos jugadores sigue el mismo patrón de ángulos que los problemas, información que por otra parte se da a los alumnos. Se pretende que los alumnos expliquen qué ocurrirá con los ángulos que forman las trayectorias de las pelotas de tenis con el suelo o las bolas del billar con los laterales de la mesa.

Las sesiones dos y tres de la secuencia tienen una organización similar. En ellas se propone trabajar puntos notables del triángulo a partir del estudio de juegos o situaciones contextualizadas en lugares familiares a los alumnos de la ciudad de Huesca: en un parque cercano, en el centro o en el barrio de procedencia de los alumnos. En la exploración de las estrategias a seguir en estos juegos, aparecen los conceptos de bisectriz, mediatriz, incentro y circuncentro como lugares geométricos.

En la sesión dos, se propone como primer problema hallar el punto o puntos que se hallan a la misma distancia de dos amigos para identificarlo como punto(s) de encuentro de ambos. Se ofrece una pantalla del programa de geometría dinámica donde se tendrán que explorar diversas soluciones y utilizar la herramienta de medida de distancias que el programa facilita. Se quiere que aparezca la mediatriz de modo natural y que se vea que los puntos encontrados forman una línea recta. Una vez llegados a esta conclusión, se muestra la herramienta “Mediatriz” de GeoGebra (ver Figura 3.4), a fin de simplificar su construcción para la generalización a tres amigos. Esto permitirá la aparición del circuncentro como lugar geométrico (ver Figura 3.5).



Figura 3.4. Mediatriz como lugar geométrico

Suponemos que la medición de distancias entre puntos puede tener cierta dificultad por los tamaños de las pantallas de los miniportátiles. De ahí que se planifique sugerir la creación de puntos, la medición de las distancias a los

dos puntos dados y después el desplazamiento hasta conseguir estar a la misma distancia de ambos puntos.

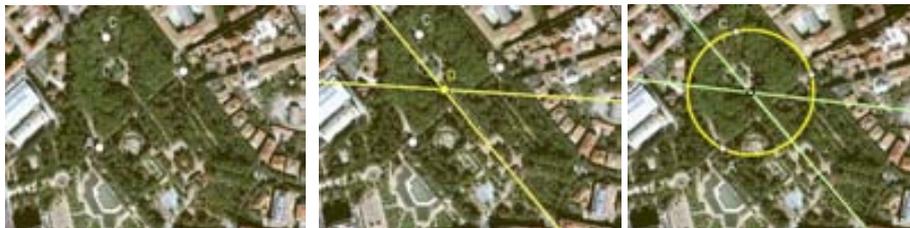


Figura 3.5. Construcción del incentro como lugar geométrico

El problema se complica en una segunda parte, donde se introduce un tercer amigo, que representa un tercer punto. De nuevo hay que encontrar el punto o puntos a la misma distancia. Aunque utilizar la mediatriz podrá surgir de manera natural, el profesor tendrá que colaborar en la construcción del concepto de circuncentro y su significado como punto equidistante de los tres. En esta segunda sesión se requiere un nivel de instrumentalización mayor. La escena pasa de ser manejada con un deslizador en la primera sesión a tener que construirse puntos y mediatrices y medir distancias. Para acabar la sesión dos, como ampliación se proponen unos cuadriláteros formados por las posiciones de cuatro amigos y se pide hallar un punto equidistante.

La sesión tres propone comenzar con un problema llamado “de escape en el instituto”. Se plantea la localización de un alumno en el patio del instituto, justo en el rincón entre dos laterales del mismo en los cuales se sitúan amigos que quieren lanzarle globos de agua. El objetivo es encontrar una trayectoria que dificulte a los lanzadores acertar con precisión al alumno que escapa (ver Figura 3.6).



Figura 3.6. Problema de escape sobre la vista aérea del instituto

La organización es la misma que en la sesión anterior. Primero se explora punto a punto para llegar al concepto de bisectriz como línea recta que contiene a todos los puntos a igual distancia de ambos laterales. Luego los

alumnos pasan a utilizar la herramienta “Bisectriz” del programa para resolver problemas de índole similar. Se realiza la tarea con dos o tres laterales a fin de que aparezca el concepto de incentro como lugar geométrico de los puntos (uno) a igual distancia de las tres paredes que rodean el instituto o bien el parque (ver Figura 3.7).



Figura 3.7. Construcción del incentro de un parque de Huesca

En las sesiones dos y tres se considera la contextualización de los problemas. Asimismo, la repetición de la estructura en dos sesiones consecutivas prepara la aparición de formas de razonamiento análogas, por ejemplo, caracterizando el incentro (circuncentro) como el punto de corte de las bisectrices (mediatrices) y seguramente contribuye a la discusión sobre la necesidad de la tercera bisectriz (mediatriz). Para confirmar esto, al final de la sesión tres se pide rellenar un breve cuestionario que repasa los principales conceptos en la sesión.

En las sesiones cuatro y cinco, se trabaja geoméricamente el Teorema de Pitágoras, esto es, planteando la relación entre las áreas de los cuadrados contruidos sobre los lados de un triángulo. Se plantea examinar qué ocurre con esta relación si los triángulos no son rectángulos y cómo se clasifican los triángulos según esta relación. En la última sesión se plantean dos demostraciones gráficas sobre el Teorema a fin de esbozar la justificación de su validez para y solo para triángulos rectángulos. Así, se trabaja un contenido ya conocido por los alumnos, el Teorema de Pitágoras, pero al que a menudo se le da un tratamiento algebraico. También se recuerda la clasificación de triángulos según sus ángulos y esto se relaciona con el Teorema de Pitágoras.

La cuarta sesión comienza con una animación para la exploración de tipos de triángulo según sus ángulos. Este trabajo se propone en la pizarra digital, en el miniportátil de cada uno y con papel y lápiz (ver Figura 3.8). Aquí se

prevén dificultades debidas a la aparición de los conceptos de obtusángulo y acutángulo, que son de uso poco frecuente para estos alumnos. Casi todos los problemas que realizan son sobre triángulos rectángulos y si no lo son, no se les denomina con los términos precisos.

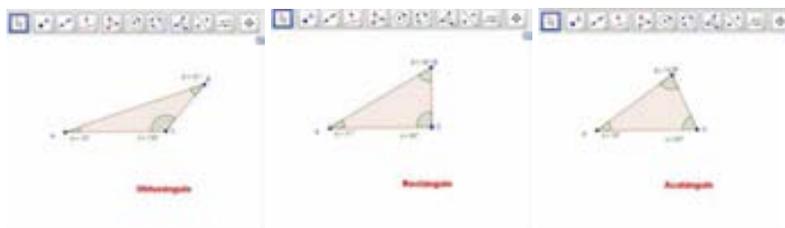


Figura 3.8. Animación para explorar tipos de triángulo según ángulos

Luego se propone una animación para que los alumnos muevan los vértices de un triángulo rectángulo y comprueben que el Teorema de Pitágoras se cumple para este tipo de triángulo, viendo así la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados (ver Figura 3.9). Sobre esta figura se pide, además de explorar casos particulares, copiar en papel alguno de los triángulos donde los lados sean números enteros. Por tanto, se plantea el uso combinado de papel y lápiz y de miniportátil.

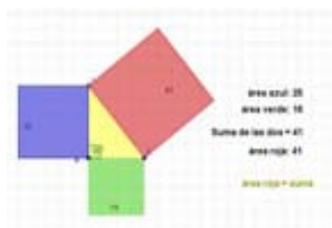


Figura 3.9. Interpretación geométrica del Teorema de Pitágoras

A partir de aquí, se trabaja el recíproco del Teorema de Pitágoras: si el triángulo no es rectángulo, entonces no se cumple la igualdad entre la suma de las áreas pequeñas y la grande. Se pide investigar, con la ayuda de una animación, qué desigualdad está asociada a cada uno de los dos tipos de triángulo no rectángulo, el acutángulo y el obtusángulo (ver Figura 3.10). Como ampliación se propone utilizar un geoplano virtual sobre el que construir triángulos, rectángulos o no, y comprobar el Teorema.

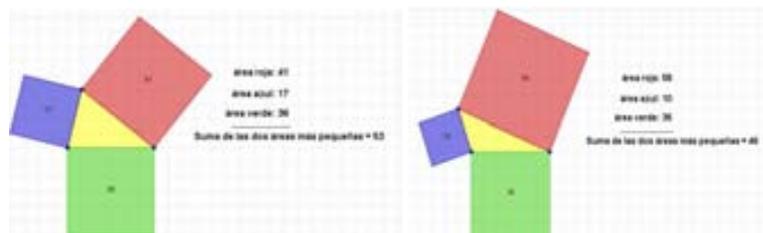


Figura 3.10. Desigualdades asociadas a los triángulos no rectángulos

La quinta y última sesión trabaja sobre dos demostraciones geométricas del Teorema de Pitágoras, la de Perigal (ver Figura 3.11) y la de Bhaskara (ver Figura 3.12). Para cada una, se presenta un puzzle a modo de introducción exploratoria. Se tiene que concluir que, al tener las mismas piezas el cuadrado grande y los dos pequeños, el área del cuadrado grande es la suma de las dos áreas de los pequeños. Se presenta una animación de cada uno, para comprobar que la demostración en el puzzle es válida para cualquier triángulo rectángulo.

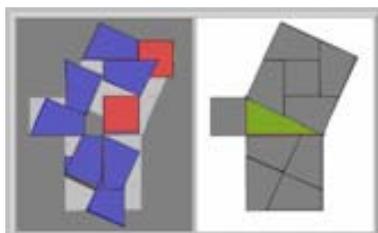


Figura 3.11. Animación para la demostración de Perigal

Se espera que no haya dificultades con el manejo de los puzzles. No obstante, probablemente será necesaria la intervención del profesor para que los alumnos interioricen el significado de la igualdad entre áreas.

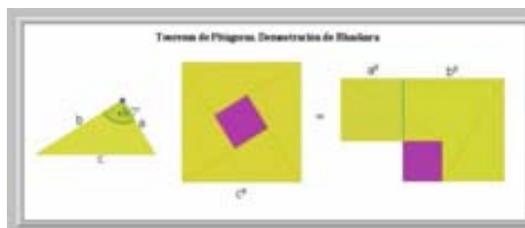


Figura 3.12. Animación para la demostración de Bhaskara

Las actividades se presentan en formato web y papel, a alumnos y profesores, con dos interfaces ya que el profesor dispone de las soluciones. Se procura al profesor un guión escrito como sugerencia de uso de las actividades, con la indicación de que es orientativo. Se da libertad para adaptar la orquestación, e incluso para eliminar alguna actividad que no

consideren adecuada o añadir otras. Se espera que los profesores intenten en las primeras sesiones seguir de un modo más preciso las indicaciones, y poco a poco vayan tomando confianza, adaptándolas a lo que sería sus formas habituales de conducir las sesiones de clase. Por ello se espera una instrumentalización personalizada de las herramientas propuestas para el desarrollo de la secuencia.

La secuencia se diseña para que cada actividad no dure más de dos sesiones de una hora, dependiendo de lo que el profesor decida. Pueden darse distintas casuísticas. Algunos profesores cederán tiempo, respecto de su planificación del curso, para completar todas las actividades, mientras que otros regularán el tiempo en función de cómo se sientan ante los medios tecnológicos, de la implicación de sus alumnos, etc. En los días previos a cada sesión, se mantiene una reunión informal con el profesor para revisar la organización, así como las dudas en torno al programa de geometría dinámica. No se aconseja sobre la enseñanza, solo se atiende a las decisiones tomadas por el profesor y se presta ayuda técnica si así se solicita.

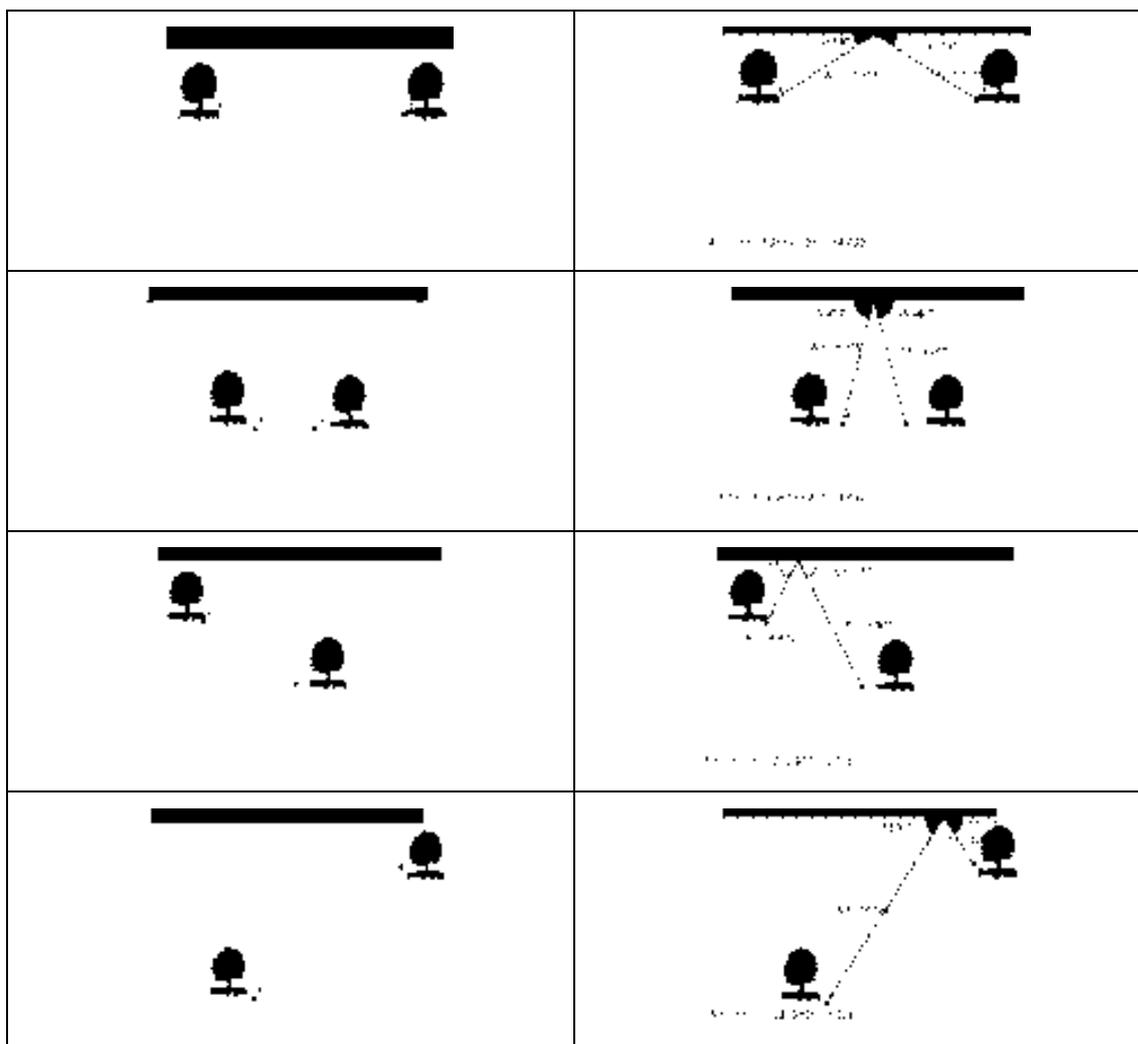
3.3.1. Hojas de actividades para el profesor

Para cada sesión de la secuencia preparamos tres documentos en papel. El primero se corresponde con las hojas de actividades para el profesor, donde hay las actividades a resolver por los alumnos, sus soluciones y el cuestionario a responder por el profesor, antes, durante y después de la sesión. En esta sección, damos el detalle de las hojas para el profesor. Se le permite anotar lo que le parezca conveniente.

Actividad 1 – Juegos con paredes y rebotes

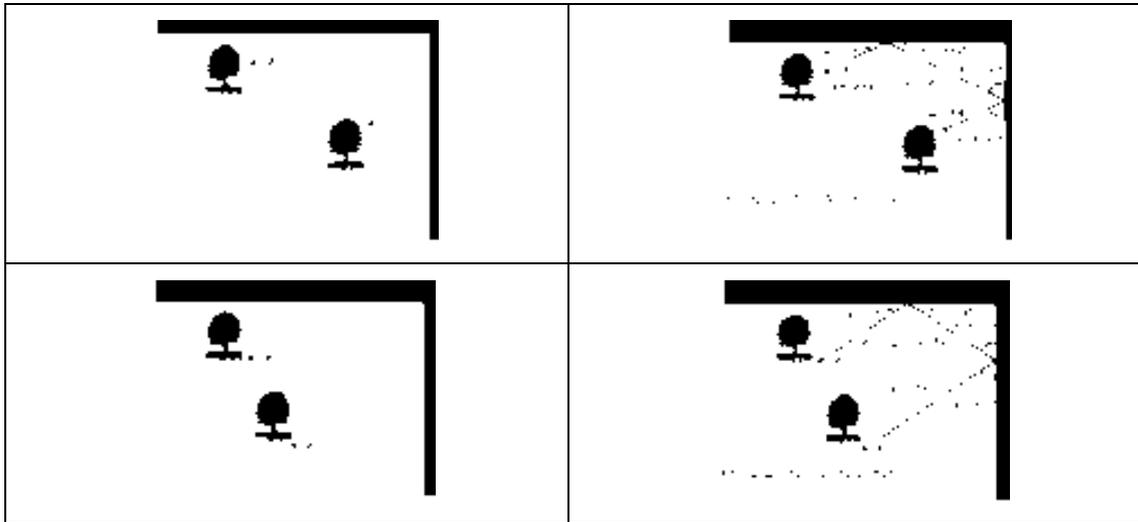
Antes de empezar la sesión, responde estas preguntas:
¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos. _____
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? _____ _____

Enunciado– En el patio de una escuela hay una pared y dos árboles. Los niños juegan a ir de un árbol a otro pero tocando la pared durante el camino. ¿Cuál es el camino más corto? Encuentra, con ayuda del ordenador (animación una pared-A), el punto donde debes tocar la pared para hacer el camino más corto. Cópialo, junto con los segmentos AP y PB en esta ficha. ¿Tienen alguna relación los ángulos que forma la trayectoria del recorrido con la pared?



[Después de un tiempo, según se crea conveniente, se usa la animación una pared-B]

Enunciado– Ahora el juego consiste en ir de un árbol a otro tocando las dos paredes dibujadas. Con ayuda del ordenador (animación dos paredes-A), halla el punto donde debes tocar la pared para el camino más corto. Cópialo, junto con los segmentos AP, PQ y QB en esta ficha.



Mientras los alumnos construyen en papel la ampliación 1, completa:
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. _____ Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. _____ _____
Comenta las siguientes frases:
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión. _____
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad. _____
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos. _____

[“Comenta las siguientes frases” es una expresión intencionadamente ambigua para que cada uno ponga algo en relación con esa frase. Se puede sugerir “estoy de acuerdo, sí pero..., no porque....”, u otras expresiones para comenzar a escribir.]

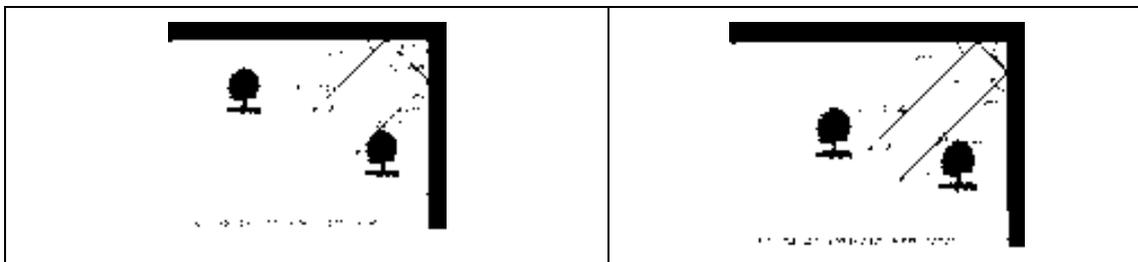
Ampliación– Si el camino sale de A, toca la primera pared en P, luego toca la segunda en Q y llega a B, ¿qué relación hay entre los ángulos que forman el segmento AP con la primera pared con el que forman QB con la segunda pared?

[Si no basta, se busca ver si son iguales, uno mayor que otro, si la resta es siempre igual, o bien se utilizan las animaciones 2 paredes B... Respuesta: Suman 90° , son complementarios]

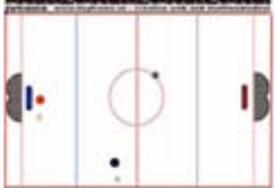


Ampliación– Busca dónde poner los árboles A y B para que los cuatro ángulos sean iguales (con ayuda del dibujo resuelto).

[Infinitas soluciones. Ver la simetría entre las posiciones de A y B respecto de las dos paredes]



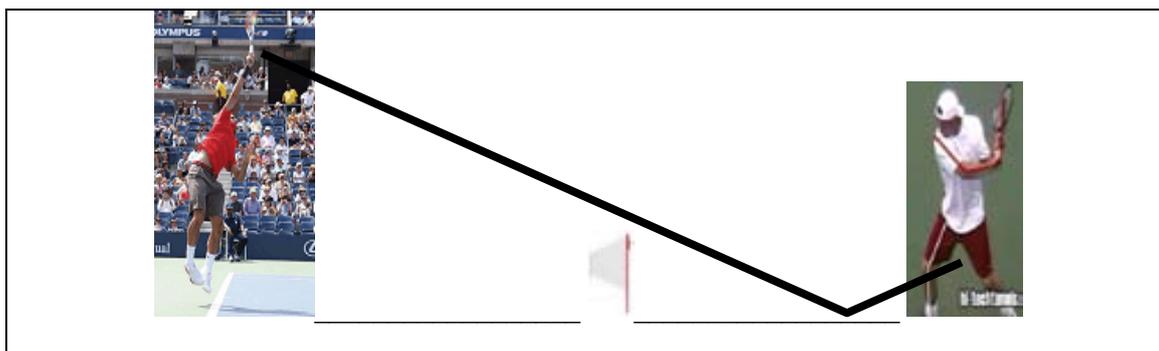
Aplicación– En el deporte que te ha tocado ¿cuáles de las dos situaciones anteriores puedes encontrar? ¿Qué sabes de los ángulos y las trayectorias de las pelotas?

	<p>Relación con rebote con una pared; varios ángulos iguales.</p>
	<p>Una bola golpea a la otra, con apoyo en una pared o dos; varios ángulos iguales.</p>
	<p>Además de pases directos, hay pases apoyándose en una pared o en dos; varios ángulos iguales.</p>

Aplicación– En un partido de tenis, un jugador golpea la pelota con la raqueta. Casi siempre lo hace “en paralelo” con el suelo, es decir, no quiere que se eleve mucho la pelota. Además intenta

que la pelota bote cerca de los pies del contrario. Completa la situación dibujando los ángulos que forma la trayectoria de la pelota con el suelo y el bote que da la pelota. ¿Conoces más deportes en los que el bote o rebote de la pelota sea importante? ¿Conoces deportes en los que haya paredes contra las que se pueda hacer rebotar la pelota?

[En los bolos, si quedan 2 bolos y con la bola se tiene que dar a uno para que golpee el segundo. En el futbol de interior, squash, paddle, frontón, hockey (patines o hielo)]



En cuanto termine la sesión, comenta las siguientes frases:
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. _____ _____
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. _____ _____
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión: _____ _____
Comenta las siguientes frases, detallando algún momento que recuerdes en cada sesión:
He resuelto los problemas surgidos con los equipos informáticos en esta sesión. _____
La tecnología me ha hecho más fácil desarrollar las explicaciones. _____
La tecnología ha contribuido a complicar esta clase. _____

Actividad 2 – Distancias en el parque de Huesca

Antes de empezar la sesión, responde estas preguntas:
¿Cuál es tu estado de ánimo antes de comenzar? Da un par de calificativos. _____
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? _____ _____

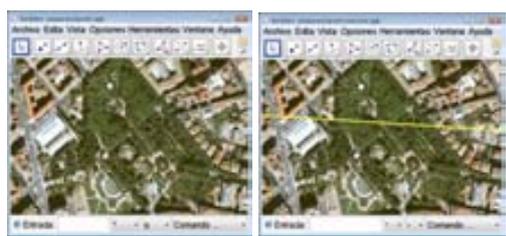
Enunciado– Abdel y Blanca están en los puntos blancos. Halla puntos a la misma distancia de los dos. Puedes comprobar las distancias midiendo con GeoGebra. Marca los puntos en la hoja. Te recordamos cómo: Seleccionar puntos para moverlos. Pinchar en la flecha, pinchar en el punto y arrastrar. Para crear un punto nuevo, pinchar en  y pinchar donde va ese punto. Para medir la distancia entre dos puntos, pinchar en  y pinchar en los dos puntos.



Para dibujar la mediatriz, pinchar aquí y después en los dos puntos que la determinan.



Enunciado– Abdel y Conrad están en los puntos blancos. Halla puntos a la misma distancia de los dos. Puedes comprobar las distancias midiendo con GeoGebra. Marca los puntos en la hoja.

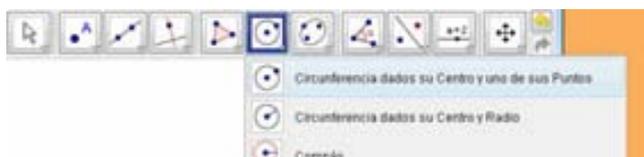


Mientras los alumnos piensan el problema de los tres amigos, completa:
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. _____ Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. _____ _____
Comenta las siguientes frases:
Esta actividad es monótona. _____
Hoy tengo a mis alumnos menos implicados que otras veces en la actividad. _____
No creo que vayamos tener problemas con los equipos informáticos en esta sesión. _____

Enunciado– Abdel, Blanca y Conrad están en los puntos blancos. Queremos situarnos en un lugar que esté a la misma distancia de los tres [Pista: Ya sabes encontrar puntos situados a la misma distancia de dos de ellos, utilizando la mediatriz].



Para la construcción de una circunferencia: Primero pinchar aquí.



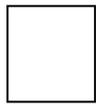
Segundo, pinchar en el CENTRO. Tercero, pinchar en uno de los puntos.



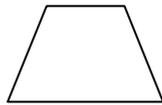
Capítulo 3

Enunciado– Ya has encontrado lugares a la misma distancia de dos amigos y lugares a la misma distancia de tres. ¿Y si añadimos un cuarto amigo? ¿Te valdría el circuncentro como punto a igual distancia de los cuatro? [El cuarto se tiene que situar en la circunferencia construida]

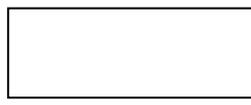
Enunciado– ¿Puedes encontrar circuncentro (punto a igual distancia de todos los vértices) si los cuatro amigos forman las siguientes figuras?



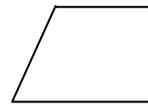
SI



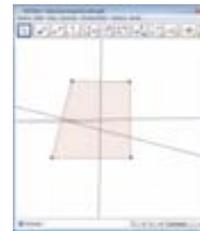
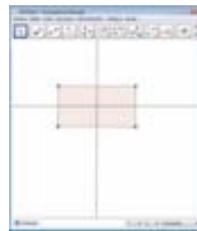
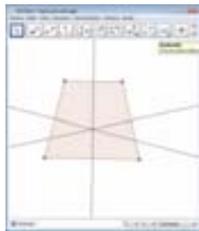
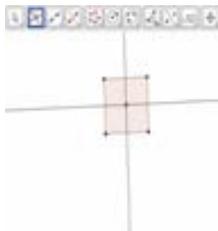
SI



SI



NO



En cuanto termine la sesión, comenta las siguientes frases:

He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión.

No se me han ocurrido las ideas adecuadas para superar algunas dificultades con la tecnología.

El guión inicial es bastante útil para preparar la sesión.

Comenta las siguientes frases, detallando algún momento que recuerdes en cada sesión:

He tenido seguridad suficiente al resolver problemas surgidos con los equipos informáticos.

Gracias a la PDI y los miniportátiles mis explicaciones han quedado más claras.

Hubiera podido conseguir los mismos resultados sin utilizar la tecnología.

Actividad 3 –Juegos de escapes e incentro

Antes de empezar la sesión, responde estas preguntas:
¿Cómo te sientes antes de empezar a trabajar con los alumnos? Da un par de calificativos. _____
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? _____ _____

Enunciado– Varios amigos se sitúan en puntos fijos de la pared del centro y otros en la valla. Todos llevan globos de agua con los que te quieren "refrescar". Tú estás en el rincón entre pared y valla y tienes que atravesar el patio. ¿Por dónde irías? Marca en el papel y en el ordenador el camino para escapar.



Enunciado– Ahora el juego es el mismo pero cambiamos el escenario. ¿Sabes dónde se ha tomado esta foto? Es el Barrio del Perpetuo Socorro de Huesca. Tú te encuentras en el vértice B; en los laterales del parque marcados en rojo, están tus amigos. Tienes que pasar entre ellos evitando que te alcancen con sus globos de agua. Marca en el papel y en el ordenador el camino para escapar. ¿Cómo se llama la línea que has dibujado?



Enunciado– Repite lo anterior, pero ahora estás en C. Atraviesas el parque hacia la calle Maestro Rovira.



Mientras los alumnos realizan la actividad “desde el punto C”, responde:
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. _____ Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. _____ _____
Comenta las siguientes frases:
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión. _____
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad. _____
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos. _____

Enunciado– Ahora los amigos te rodean para lanzarte globos desde el lado que tengas más cerca. Te tienes que colocar tan lejos como puedas de las tres líneas (AB, BC y CA), sin estar más cerca de un lateral que de otro porque si no te alcanzarán desde ese lado. ¿Dónde te pondrías? ¿Tendrá algo que ver con las bisectrices de antes?



Enunciado– El punto elegido está igual de lejos de los tres lados. ¿Cuál de las siguientes figuras está formada por puntos a igual distancia de otro? ¿Puedes situarla en la imagen anterior?



[Comentar que la circunferencia con centro en el incentro se llama inscrita]

Repaso– Cuando nos tiraban globos desde dos lados del parque, escapábamos siguiendo una línea que se llama bisectriz. Los puntos de esta línea están a igual distancia de los dos lados del parque y dividen el ángulo que forman esos lados en dos partes iguales. Después nos rodeaban por los tres lados del parque de forma triangular y buscábamos un punto que se llama incentro porque está a igual distancia de los tres lados del parque. Con un compás se puede trazar la circunferencia inscrita con centro en ese punto y que toca los tres lados del triángulo.

En cuanto termine la sesión, responde estas preguntas:
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. _____ _____
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. _____ _____
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. _____ _____
Comenta las siguientes frases, detallando algún momento que recuerdes en cada sesión:
He resuelto los problemas surgidos con los equipos informáticos en esta sesión. _____
La tecnología me ha hecho más fácil desarrollar las explicaciones. _____
La tecnología ha contribuido a complicar esta clase. _____

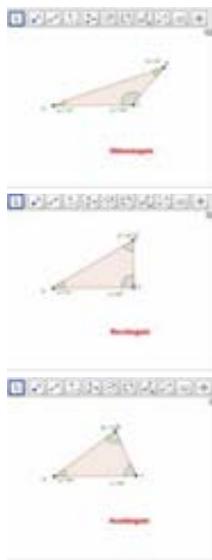
Actividad 4 –Tipos de triángulo y Pitágoras

Antes de empezar la sesión, responde estas preguntas:

¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos.

¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión?

Enunciado– Mira los tres tipos de triángulo. Une con flechas cada triángulo con su definición.

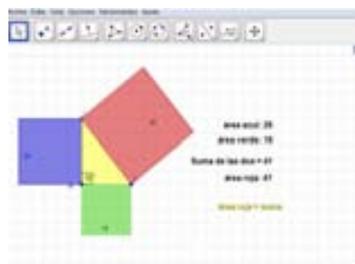


Triángulo que tiene un ángulo recto

Triángulo que tiene TODOS sus ángulos agudos

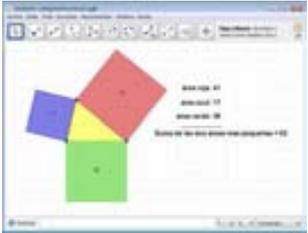
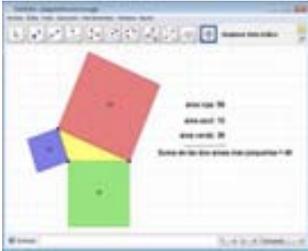
Triángulo que tiene un ángulo obtuso

Enunciado– El Teorema de Pitágoras se aplica en triángulos rectángulos. Si tenemos un triángulo rectángulo y construimos un cuadrado sobre cada lado, la suma de las áreas de los dos cuadrados más pequeños da el área del mayor. Con ayuda de la animación, construye otro triángulo rectángulo de manera que las áreas de los tres cuadrados de colores sean números enteros y cópialo aquí debajo. Copia también las medidas de las áreas que te da el ordenador.



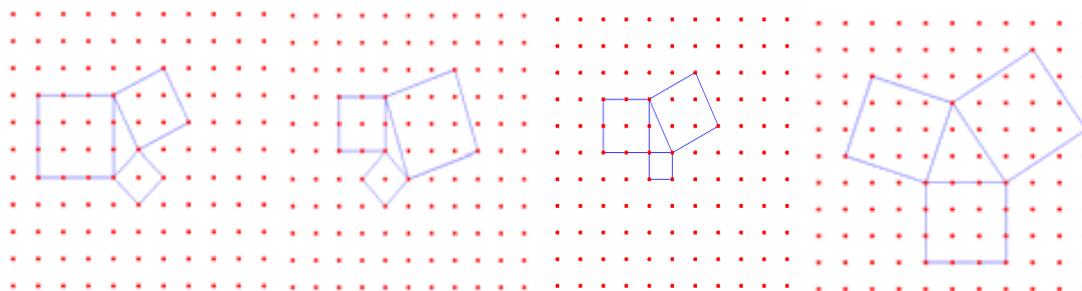
Mientras los alumnos atienden a las preguntas intermedias, responde:
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. _____ Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. _____ _____
Comenta las siguientes frases:
Esta actividad es monótona. _____
Hoy tengo a mis alumnos menos implicados que otras veces en la actividad. _____
No creo que vayamos tener problemas con los equipos informáticos en esta sesión. _____

Enunciado— ¿Siempre va a coincidir la suma de las dos áreas pequeñas con el área grande? ¿Y si el triángulo no es rectángulo? ¿Se cumple el Teorema? Compruébalo desplazando los vértices del triángulo. Luego investiga de qué depende que el área del cuadrado rojo sea mayor, menor o igual a la suma de las áreas de los otros dos.

	
En este ejemplo las áreas pequeñas suman MÁS que el área grande; es un triángulo: _____	En este ejemplo las áreas pequeñas suman MENOS que el área grande; es un triángulo: _____

Enunciado— Construye un triángulo acutángulo y otro obtusángulo de modo que las áreas de los cuadrados de colores sean números enteros y cópialos aquí debajo. Copia también las medidas de las áreas que te da el ordenador.

Enunciado— Dibuja estos triángulos y sus cuadrados correspondientes en el geoplano. Halla los que son rectángulos.

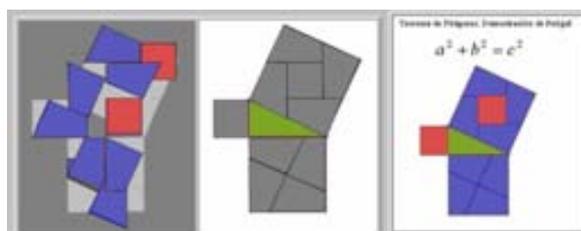


En cuanto termine la sesión, responde estas preguntas:
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. _____ _____
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. _____ _____
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. _____ _____
Comenta las siguientes frases, detallando algún momento que recuerdes en cada sesión:
Tendría que haber empezado a usar la PDI y los miniportátiles hace tiempo. _____
Noto que me falta práctica con la tecnología. _____
Quisiera saber mucho más sobre el uso de tecnología en clase de matemáticas. _____

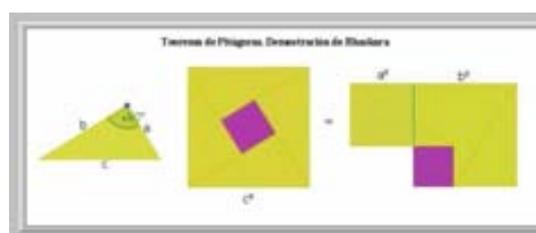
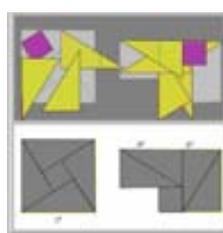
Actividad 5 –Demostrando a Pitágoras

Antes de empezar la sesión, responde estas preguntas:
¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos. _____
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? _____ _____

Enunciado– Este es el puzle de la demostración del Teorema de Pitágoras por Perigal, un matemático inglés del siglo XIX, hace más de 100 años. Las piezas necesarias para construir el cuadrado grande son las mismas para construir el mediano y el pequeño, luego son iguales. Explica con tus palabras lo que ocurre en el puzle. Comprueba en la animación que puedes cambiar el triángulo rectángulo que te dan por otro y el puzle sigue siendo válido.



Enunciado– Este es el puzle de la demostración del Teorema de Pitágoras por Bhaskara, un matemático de la India que vivió en el siglo XII, hace más de 800 años. El cuadrado grande tiene área de c^2 . Al hacer el puzle, las piezas encajan en el lado derecho donde hay los cuadrados mediano (b^2) y pequeño (a^2). Explica lo que ocurre en el puzle anterior.



Enunciado– Compara las dos demostraciones ¿cuál te parece más fácil? ¿Por qué? Comprueba en la animación que el triángulo rectángulo se puede cambiar por otro y el puzle aún vale.

Mientras los alumnos escriben qué van a contar en la PDI de las demostraciones, responde:
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. _____
Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. _____ _____
Comenta las siguientes frases:
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión. _____
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad. _____
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos. _____

Ampliación– La fórmula típica de Pitágoras es: $a^2 + b^2 = c^2$. Nos puede servir para calcular distancias entre dos puntos, siempre que haya un triángulo rectángulo “escondido” en algún sitio. Por ejemplo, en Huesca hay muchos, este es uno:



Completa lo que puedas con los datos del triángulo:

- a Distancia pequeña: _____
- a^2 Eleva este número al cuadrado (multiplícalo por él mismo): _____
- b Distancia mediana: _____
- b^2 Eleva este número al cuadrado (multiplícalo por él mismo): _____
- c Distancia grande: _____
- c^2 Eleva este número al cuadrado (multiplícalo por él mismo): _____

¿Cuál falta? Copia aquí los números que has obtenido: $a^2 + b^2 = c^2$
 _____ + _____ = _____

Ampliación– Ana está a 100 metros de Buba y a 300 de Carmen. Sitúa los nombres y las distancias en el triángulo en blanco. Buba quiere ir a ver a Carmen y tiene prisa, ¿por qué calle irá? ¿Qué distancia recorrerá? Sin prisa y por el camino más largo, ¿cuál será la distancia?



Ampliación– En un mapa de parte de África y Europa, puedes mover los puntos del triángulo rectángulo para medir distancias entre ciudades. ¿Serías capaz de hallar la distancia que falta en el triángulo?



En cuanto termine la sesión, responde estas preguntas:
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. <hr/> <hr/>
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. <hr/> <hr/>
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. <hr/> <hr/>
Comenta las siguientes frases, detallando algún momento que recuerdes en cada sesión:
Es una buena idea realizar demostraciones con ordenadores. <hr/>
Me gustan los ordenadores, pero todavía me gusta más trabajar con papel y lápiz. <hr/>
Voy a empezar a pensar en otras actividades con tecnología para estos alumnos: <hr/>

3.3.2. Hojas de actividades para los alumnos

De los tres documentos en papel para cada sesión de la secuencia, el segundo se corresponde con las hojas de actividades para los alumnos, donde hay las actividades a resolver, sin soluciones aunque sí con pistas, y el cuestionario a responder antes, durante y después de la sesión. En la sección anterior, hemos dado el detalle de las hojas para el profesor y, por tanto, ya se han introducido los aspectos básicos de las distintas actividades. Para no repetir información, ahora solo reproducimos los cuestionarios de cada sesión, que son diferentes a los planteados para el profesor.

Actividad 1 – Juegos con paredes y rebotes

Inicial	Comenta las siguientes frases:
	Hoy voy a aprender mucho en esta clase. _____
	Me gusta utilizar el ordenador en clase, tanto que me cuesta apagarlo al final... _____
	... aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida. _____
Intermedio	Me está divirtiendo pensar el problema de hoy. _____
	La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema. _____
	El programa GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena. _____
Final	Me gusta salir a la pizarra digital y responder las preguntas. _____
	Hoy me he esforzado más que otros días en las actividades. _____
	Me he puesto nervioso porque algo no me ha salido con el ordenador. _____

Actividad 2 –Distancias en el parque de Huesca

Inicial	Comenta las siguientes frases:
	No creo que aprenda mucho hoy. _____
	¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!... _____

	...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil como parece. _____
Intermedio	Estoy un poco aburrido en esta clase. _____
	La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema. _____
	El programa GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena. _____
Final	Si el profesor busca a alguien para salir a la pizarra digital me escondo. _____
	Cuando no me sale algo con el ordenador estoy tranquilo y pienso como resolverlo. _____
	El problema de los tres amigos ha sido muy difícil. _____

Actividad 3 –Juegos de escapes e incentivo

Inicial	Comenta las siguientes frases:
	En esta clase no me voy a enterar de nada. _____
	Vaya rollo, otra vez con el ordenador... _____
	...espero que por lo menos el ordenador me haga más fácil la tarea. _____
Intermedio	Estos problemas me aburren. _____
	Cuando explican las cosas en la pizarra digital me entero mejor del problema. _____
	El programa GeoGebra no me ayuda demasiado a aprender. _____
	...además tengo muchas dudas cuando tengo que usarlo. _____
Final	Me gusta salir a la pizarra digital y que todo el mundo me pregunte cosas. _____
	Hoy me he puesto las pilas más que otros días en las actividades. _____
	Cuando algo no me ha salido con el ordenador he buscado la solución sin ponerme nervioso. _____

Actividad 4 – Tipos de triángulo y Pitágoras

Inicial	Comenta las siguientes frases:
	Voy a ser optimista, hoy me voy a enterar de todas las explicaciones. _____
	Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!... _____
	...como encima no me entere de nada, ¡voy fatal! _____
Intermedio	Esta clase me parece bastante entretenida. _____
	La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema. _____
	El programa GeoGebra es fácil de usar... _____
Final	Cuando el profesor busca a alguien para salir a la pizarra digital me escondería debajo de la mesa. _____
	Hoy me he esforzado menos que otros días en las actividades. _____
	Me relaja mucho que las cosas salgan bien con el ordenador. _____

Actividad 5 –Demostrando a Pitágoras

Inicial	Comenta las siguientes frases:
	La clase de hoy se me va a hacer bastante larga. _____
	¡Qué bien, otra clase con ordenadores! _____
	... además, hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores. _____
Intermedio	Es un rollo trabajar con puzzles y ordenadores. _____
	Sin el programa GeoGebra hoy no estaría disfrutando tanto. _____
	... aunque me ha parecido complicada la tarea. _____

Final	Otra vez a la pizarra digital, no, por favor, no. _____
	Las tareas de hoy me han parecido difíciles. _____
	El ordenador me ha ayudado bastante a ver cosas que al principio no veía. _____

3.4. Implementación en el aula de la secuencia

En este apartado damos el detalle de los tipos principales de orquestación propuestos a los profesores como guión orientativo para ser llevados a cabo en la implementación de las actividades de la secuencia didáctica diseñada. Se explican las fases de la sesión, señalando el tipo de orquestación asociado a cada fase. El material básico es la pizarra digital, lápiz y regla, y un miniportátil por pareja.

Actividad 1 –Juegos con paredes y rebotes

En el patio de una escuela hay una pared y dos árboles. Los niños realizan el juego basado en ir de un árbol a otro pero tocando la pared durante el camino. ¿Sabrías encontrar el camino más corto?

1. Exploración del problema: Se discute el problema entre todo el grupo; un alumno, con ayuda del profesor si es necesario realiza un esquema en la pizarra digital. Se conjeturan posibles soluciones.

2. Construcción geométrica y reflexión por parejas: En papel se esboza la situación. A cada pareja se le propone un apartado diferente de los propuestos en la ficha. Con un miniportátil por pareja se estudia la figura (conociendo los alumnos previamente GeoGebra); se recuerda que el programa de geometría dinámica permite medir distancias y se buscan las soluciones en pareja.

3. Puesta en común: Se debaten las soluciones encontradas en la pizarra digital; cada pareja explica la suya y los demás las copian en su ficha. El profesor propicia una reflexión para contestar a [Pinta en cada ejemplo los ángulos que forman las trayectorias con la pared] “¿Ves alguna relación entre ellos?”

4. Resolución y profundización a cargo de un alumno: Se ve la solución y un alumno la explica en la pizarra digital; se profundiza añadiendo al diseño los ángulos de incidencia y reflexión, para lo que se tiene otra escena preparada (una pared-B) con los ángulos; según la destreza con GeoGebra se pide a los alumnos que lo hagan.

5. Primera ampliación: El juego se complica obligando a tocar dos paredes perpendiculares entre árbol y árbol. Construcción de la escena, con lápiz y papel. Se reflexiona sobre la situación por parejas. Cada pareja resuelve el caso particular que le haya tocado, con los miniportátiles se busca la solución en la escena ya construida en GeoGebra. Puesta en común en gran grupo apoyados por la pizarra digital; otro alumno muestra el razonamiento y los pasos dados en la resolución con su pareja. Preguntas de ampliación a resolver entre todos. ¿Cuántas soluciones hay en la pregunta de la igualdad de ángulos? Fomentar el debate en este punto.

6. Segunda ampliación: Se relaciona lo observado con billar, hockey y baloncesto. Cada pareja estudia un deporte, con lápiz y papel hace un esquema de la situación, y reflexiona sobre la situación generada en el problema de las paredes en el deporte en cuestión, comentando qué ángulos son iguales, qué rectas paralelas... Luego se ve la construcción de cada escena en el miniportátil. Puesta en común en gran grupo, cada pareja muestra en la pizarra digital la explicación del problema asignado.

7. Tercera ampliación: Actividad sobre tenis. Se resuelve por parejas y más tarde un alumno la resuelve en la pizarra digital.

8. Actividad resumen: Un alumno sale a la pizarra digital y resume lo realizado; tiene que escoger dos actividades que él crea que resuman lo comentado en la sesión; los demás comentan las dificultades encontradas.

Actividad 2 –Distancias en el parque de Huesca

Varios amigos estáis en el parque de Huesca. Tenemos que encontrar puntos dentro del parque que estén a la misma distancia de unos que de otros.

1. Exploración del problema: Se discute entre todos el problema, en el caso de dos amigos en el parque (Abdel y Blanca), pero con un alumno

escribiendo en la pizarra digital donde realiza un esquema. Se conjeturan soluciones, el profesor explica o recuerda las funciones básicas a utilizar del programa de geometría dinámica como, por ejemplo, crear un punto, seleccionarlo para moverlo y medir distancias.

2. Construcción geométrica y reflexión por parejas: En papel se esboza la situación. Con un miniportátil por pareja se estudia la escena, y se dibujan puntos susceptibles de cumplir la condición pedida, por ejemplo el punto medio entre los amigos. Se recuerda que GeoGebra mide distancias y se buscan las posibles soluciones en cada pareja.

3. Puesta en común: Se debaten las soluciones en la pizarra digital, se introduce la idea de mediatriz, se explica su construcción con GGB. Un alumno en la pizarra digital comprueba cómo se hace y mide distancias de la mediatriz a los puntos.

4. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Con un miniportátil por pareja se estudia la escena para otros dos amigos (Abdel y Conrad). Se dibujan puntos susceptibles de cumplir la condición pedida. Nuevamente aparece la mediatriz.

5 Resumen: Se sintetiza lo realizado hasta el momento en la pizarra digital, bajo la guía de un alumno que haya dado muestras de comprensión de la sesión.

6. Profundización: Se plantea pensar sobre qué ocurrirá si hay tres amigos en el parque y buscamos un punto a la misma distancia de los tres; se pide relacionar esto con las mediatrices individualmente consideradas. Por parejas, se pide buscar la solución, con ayuda de los miniportátiles y de la pista que señala el uso de las mediatrices.

7. Preguntas a los alumnos: El profesor guía las reflexiones hasta generar la idea de circuncentro como punto equidistante de los tres amigos.

8. Profundización: El profesor pregunta el motivo del término “circuncentro”. Las parejas reflexionan sobre esto y con alguna pista más si es necesario, construyen en el miniportátil la circunferencia circunscrita.

9. Ampliación: Se plantea que haya un cuarto amigo y reflexionar sobre la posibilidad de encontrar el circuncentro de los cuatro. Si esto fuera posible, se pregunta dónde habría que situarlo. La misma cuestión surge para cuatro amigos formando un cuadrado, un rombo, un trapecio... Se pide recurrir al miniportátil.

10. Recopilación: Un alumno recorre el trabajo hecho en la sesión, con ayuda de la pizarra digital, y da una definición personal de mediatriz y circuncentro. Se discute y se acepta o mejora la definición entre todos.

Actividad 3 –Juegos de escapes e incentro

Varios amigos se sitúan en puntos fijos de la pared del centro y otros en la valla, todos con varios globos de agua con los que te quieren "refrescar". Tú estás en el rincón entre pared y valla y tienes que atravesar el patio. ¿Por dónde irías? (luego se sustituyen los laterales del centro, perpendiculares entre sí, por los laterales de un parque en el barrio donde viven los alumnos, pero los "amigos" no se pueden mover de donde se colocan)

1. Exploración del problema: Se discute el problema, entre todo el grupo, guiados por el profesor; un alumno voluntario realiza un esquema en la pizarra digital. Se conjeturan soluciones. Se explican o recuerdan los elementos necesarios del programa de geometría dinámica como por ejemplo crear puntos y rectas.

2. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Con un miniportátil por pareja se estudia la escena, que pueden ver ya en papel (se han repartido las fichas) y en pantalla; se dibujan puntos susceptibles de cumplir la condición pedida y se buscan las posibles soluciones en cada pareja. Se dejan unos minutos para realizar por parejas el primer ejercicio, mientras el profesor pasa entre los alumnos para resolver dudas.

3. Puesta en común (1): Se debaten las soluciones encontradas en la pizarra digital; ahí un alumno muestra lo que ha realizado y esto se compara con la solución. Se introduce la idea de bisectriz, con el profesor explicando su construcción con GeoGebra. Se dejan unos minutos para realizar por parejas el segundo ejercicio, mientras el profesor pasa entre los alumnos para resolver dudas.

4. Puesta en común (2): Repetimos las reflexiones realizadas en el punto 3, esta vez con el problema situado en el parque del barrio del Perpetuo Socorro, en el que viven los alumnos. En este parque los laterales no son perpendiculares entre sí. Se resuelve nuevamente primero por parejas y luego en la pizarra digital, con otro alumno concretando una definición propia de bisectriz. Se dejan unos minutos para realizar por parejas el tercer ejercicio, mientras el profesor resuelve dudas.

5. Puesta en común (3): Nuevamente en el parque, se toman ahora otros dos laterales diferentes y buscamos de nuevo la solución; Se insiste en la idea de bisectriz, partiendo de la definición del alumno anterior.

6. Explicación del profesor en la PDI: ¿Qué ocurre cuando los “amigos” con los globos de agua “rodean” el parque situándose en los tres laterales? Se pretende resolver este problema a partir de los dos anteriores; para ello se debate sobre qué harían los chicos, dónde se situarían para que les alcanzasen menos globos... Se dejan unos minutos para trabajar sobre el miniportátil, trazar en el dibujo las dos bisectrices anteriores en la misma escena y reflexionar sobre el significado del punto de corte entre ambas. Entretanto, el profesor resuelve dudas y propone pistas o ayudas.

7. Ayuda del profesor en la PDI: Se ponen en común las soluciones y se nombra al punto de corte como “incentro” del triángulo que delimita el parque.

8. Recordatorio: Se vuelve sobre la sesión donde apareció el circuncentro y se trata de ver qué hacer con el incentro. Se reflexiona por parejas en los miniportátiles y se da una pista sobre la opción de trazar una circunferencia, distinta a la del día anterior.

9. Actividad resumen: Un alumno sale a la pizarra digital y resume lo realizado; tiene que escoger dos actividades que resuman lo comentado en la sesión y dar una definición personal de bisectriz e incentro; los demás comentan las dificultades.

Actividad 4 –Tipos de triángulo y Pitágoras

Hay triángulos de muchos tipos; en matemáticas hablamos de triángulos acutángulos, obtusángulos y rectángulos. Vamos a ver cómo son y cómo distinguirlos teniendo en cuenta que hemos perdido el transportador de ángulos y no tenemos ganas de buscarlo. Pitágoras, un griego de hace mucho tiempo, sabía mucho de esto. Le vamos a pedir ayuda, a ver qué pasa.

1. Exploración del problema: El profesor, desde la pizarra digital, utiliza la primera animación para distinguir los tres tipos de triángulo según sus ángulos.

2. Participación del alumnado en la PDI: Salen tres alumnos a la pizarra digital para construir un triángulo de cada tipo. En la ficha enlazan dibujo con definición.

3. Avance en la explicación: El profesor explica en la pizarra digital el Teorema de Pitágoras, caracterizando un triángulo rectángulo como aquél en el que coincide la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados pequeños con el área del cuadrado construido sobre el lado grande, además de por su ángulo recto.

4. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Con un miniportátil por pareja se pide construir un triángulo rectángulo cuyos lados midan un número entero de unidades (vértices en la cuadrícula); esto se copia en la ficha, con la suma por escrito.

5. Reflexión por parejas: Con ayuda de la animación sobre desigualdades los alumnos investigan si siempre va a coincidir la suma de las dos áreas pequeñas con el área grande, si esto va a pasar cuando el triángulo no es rectángulo y si entonces se cumple el Teorema. Se pide comprobación mediante el desplazamiento de los vértices del triángulo. También se investiga de qué depende que el área del cuadrado rojo (en la ficha) sea mayor, menor o igual a la suma de las áreas de los otros dos.

6. Avances en la explicación: Un alumno voluntario explica que si no coincide la suma anterior, entonces no se tiene un triángulo rectángulo sino obtusángulo o acutángulo; para ello se apoya en la animación sobre

desigualdades. El profesor explica o bien recuerda el significado de los signos mayor que, $>$, y menor que, $<$.

7. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Con un miniportátil por pareja se pide construir un triángulo acutángulo y otro obtusángulo cuyos lados midan un número entero de unidades (los vértices en la cuadrícula); esto se copia en la ficha, junto con la desigualdad que aparece por escrito.

8. Participación del alumnado en la PDI: Salen tres alumnos a la pizarra digital para construir un triángulo de cada tipo y explicar la igualdad o desigualdad que aparece.

9. Avances en la explicación: El profesor explica el funcionamiento del recurso manipulativo denominado geoplano.

10. Ampliación: Se construyen triángulos en el geoplano por parejas.

11. Recopilación: Un alumno recorre el trabajo de la sesión, con ayuda de la pizarra digital, y da una explicación de lo que dice el Teorema de Pitágoras. Se discute y se acepta o mejora la definición entre todos. Se dejan los cinco últimos minutos para el punto 11, aunque sea a costa de no hacer el 9 y el 10, que se pueden pensar otro día.

Actividad 5 –Demostrando a Pitágoras

Hemos oído hablar del Teorema de Pitágoras, pero cuesta de creer que las dos áreas pequeñas sumen exactamente igual que la grande. Vamos a ver cómo “recortamos” el área grande y como si fuera un puzle encajamos las piezas en las áreas pequeñas.

1. Exploración del problema: El profesor y un alumno (el que mejor se acuerde), desde la pizarra digital, recuerdan el Teorema de Pitágoras con el enfoque de la sesión anterior, utilizando la animación correspondiente. Se divide a los alumnos en dos grupos, cada grupo con un miniportátil (si son muy numerosos, dos portátiles por grupo): “Grupo Bhaskara” y “Grupo Perigal”. Se advierte que todos tienen que trabajar porque el que “menos se entere” será el que salga a explicar lo que el grupo hace.

2. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Cada grupo con su miniportátil hace el puzle JCLIC con el nombre del grupo. Se tiene que ver

que se prueba el Teorema de Pitágoras para el caso de ese triángulo. El profesor pasa por los grupos y aclara dudas.

3. Construcción geométrica y reflexión por parejas: Cada grupo con su miniportátil hace la demostración con la animación GeoGebra correspondiente al nombre del grupo. Tienen que valorar que están probando el Teorema de Pitágoras para el caso genérico de triángulo rectángulo. El profesor pasa de grupo a grupo aclarando dudas e incide en que todo triángulo es construible moviendo los puntos azules de la animación.

4. Participación de los alumnos en la PDI: Salen dos alumnos de cada grupo a la pizarra digital; uno explica el puzle y el otro la animación. Todos los alumnos puntúan la demostración (fácil 10 – difícil 0) y la explicación del compañero (clara 10 – confusa 0).

5. Ampliación y cuentas: Los alumnos resuelven los triángulos propuestos con ayuda de la calculadora del ordenador. Por cuestión de tiempo seguramente no se resolverá más que el primero; los otros dos pueden ser tarea para casa a corregir el día siguiente.

La implementación de la secuencia se pilotó en el grupo “Diversificación-I” donde el investigador era profesor. El pilotaje se realizó un mes antes del comienzo de la toma de datos en los tres grupos restantes. Mediante un proceso de investigación-acción, en el que al mismo tiempo que se pasan cuestionarios y actividades, se van cambiando aspectos para mejorar la aplicación posterior general, se llegó a modificar parte del diseño y de la orquestación de las actividades, cuyo formato final hemos presentado.

El pilotaje abarcó, en cuanto a los alumnos, los mismos pasos que el desarrollo posterior con los tres grupos. Se explicaron las actividades que se iban a realizar y que se grabarían en video y audio, para lo cual se solicitó permiso por escrito a los padres o tutores legales de los alumnos. Tras este trámite que todos los alumnos cumplieron sin problemas, se comenzó el pilotaje de las actividades entre enero y febrero 2011.

Primero, se administró el cuestionario inicial a alumnos. Dado que eran solo tres se valoró realizar el seguimiento posterior de investigación completo

con todos ellos. Si hubieran sido más, una de las alumnas no habría sido incluida por haber presentado episodios de absentismo. Estos cuestionarios fueron analizados realizando pequeños cambios de redacción en alguna de las preguntas para facilitar su comprensión por parte de los alumnos. Estos cambios fueron consensuados con los tutores de tesis.

Se desarrollaron las cinco sesiones, las cuales fueron grabadas en video. Debido a que los alumnos eran pocos y a que en ese momento no se disponía de más cámaras de video, se grabó con una cámara que enfocaba a los tres alumnos simultáneamente. A partir del análisis de las grabaciones se determinó la necesidad de disponer de una cámara para registrar las acciones de cada caso de alumno, o al menos una por pareja y otra más para registrar las actuaciones del profesor o de los alumnos cuando están trabajando con la pizarra digital. También se adoptaron decisiones en cuanto a clarificar la redacción en los cuestionarios internos de las sesiones y del diseño de las actividades con GeoGebra en formato html. Además, se analizaron las actividades y se consensuaron mejoras. Por ejemplo, al final de la tercera sesión se consideró oportuno incluir un pequeño cuestionario de autoevaluación (ver Figura 3.13):

REPASA LO HECHO HOY:

Cuando nos tiraban globos desde dos lados del parque, escapábamos siguiendo una línea que se llama: _____ porque los puntos de esta línea:

Después nos rodeaban por los tres lados del parque de forma triangular y buscábamos un punto que se llama _____ porque este punto

Con un compás podría trazar la _____ que tiene centro en ese punto y toca los tres lados del triángulo.

Figura 3.13. Autoevaluación de la Actividad 3

Se realizaron las entrevistas posteriores a las sesiones. En el análisis posterior de las grabaciones se analizan las expresiones utilizadas por el entrevistador, buscando el modo de descargarlas de información que pueda inducir respuestas en el alumno. Asimismo se repasaron las preguntas con que el entrevistador había decidido repreguntar ante ciertas respuestas del

alumno, para que generaran mayor información. Durante el proceso se realizó una triangulación en el marco de los Seminarios “Divendres de Recerca”, con varios miembros del equipo de investigación.

3.5. Instrumentos de recogida de datos

En este apartado explicamos y justificamos la elaboración y aplicación de los cuatro tipos principales de instrumentos de recogida de datos: cuestionarios, entrevistas, grabaciones y protocolos de resolución de las actividades. Estos instrumentos se enmarcan dentro del procedimiento más general de recogida de datos que consistió en el diseño y la implementación de la secuencia didáctica que se ha descrito.

3.5.1. Los cuestionarios

En el transcurso del estudio se elaboraron seis cuestionarios: uno inicial que se administró individualmente a los alumnos antes del comienzo de la secuencia y otros cinco, uno por sesión en versión para profesor y para alumno. A continuación detallamos la elaboración del cuestionario inicial. Conviene señalar que aspectos importantes de los cuestionarios fueron validados con anterioridad en Arnal (2010).

Partimos de tres cuestionarios extraídos de la literatura acerca de la identificación de actitudes en un sentido cercano al de McLeod (1992): 1) Students Attitudes toward Statistics and Technology Scale –SASTS (Anastasiadou, 2010); 2) Attitudes toward Mathematics Inventory –ATMI (Tapia y Marsh, 2004); 3) Actitudes de Estudiantes hacia las Matemáticas –AEM (Vallejo y Escudero, 1999). Los tres cuestionarios conjuntamente aportan preguntas para detectar actitudes hacia la enseñanza de matemáticas con tecnología. Con ellos alcanzamos saturación empírica ya que se advierte un incremento mínimo de información al incluir un cuarto cuestionario.

Students Attitudes toward Statistics and Technology Scale –SASTS

El SASTS fue validado mediante la aplicación del programa SPSS (Anastasiadou, 2010) y consta de cinco dimensiones: competencia estadística, competencia tecnológica, actitudes hacia aprender estadística con tecnología, valoración de la utilidad de la estadística, emociones hacia la

estadística, estando categorizado del 1 al 7 (de nada a muy de acuerdo). Reproducimos los enunciados originales para cada dimensión con algunas variaciones. Reemplazamos el dominio de la estadística por la geometría. Además, sustituimos las siglas del programa estadístico SPSS por las del programa GGB. Por último, sustituimos los aspectos de contextualización de la estadística por otros más propios de la geometría y su presencia en el mundo físico y social.

Competencia geométrica

Me encuentro seguro trabajando con geometría. Entiendo fácilmente el razonamiento geométrico. Entiendo fácilmente las deducciones geométricas. Puedo aprender fácilmente geometría. Puedo resolver problemas geométricos difíciles. Saco buenas notas en geometría.

Competencia tecnológica

Soy muy bueno con los ordenadores. No tengo problemas con ordenadores. No tengo problemas usando los programas. Puedo utilizar fácilmente GGB. Puedo resolver problemas con el software usando GGB.

Actitud geometría-tecnología

La tecnología facilita el aprendizaje de la geometría. La tecnología hace el aprendizaje de la geometría más interesante. La tecnología me ayuda a entender la geometría. Prefiero utilizar la tecnología para evaluar problemas de geometría. Me gusta utilizar ordenadores para resolver tareas geométricas. El software GGB ayuda a descubrir aplicaciones geométricas.

Utilidad geometría

La geometría es valiosa. La geometría aumenta mi cualificación. La geometría es parte de nuestra vida diaria. La geometría me ayuda a entender la naturaleza. La geometría me ayuda a entender mapas. La geometría me ayuda a entender noticias del mundo.

Emociones geometría

Aprender geometría es agradable. Me gusta aprender geometría. La geometría es interesante. La geometría no es frustrante. Siento satisfacción resolviendo problemas geométricos.

Attitudes toward Mathematics Inventory –ATMI

El ATMI propone 40 enunciados distribuidos en cuatro dimensiones (Tapia y Marsh, 2004): autoconfianza, valoración, disfrute y motivación. La validación de este cuestionario, como el anterior, se produjo mediante la aplicación del

programa SPSS. Aquí la gradación es del 1 al 5, desde nada hasta muy de acuerdo. Para no reproducir los cuarenta enunciados originales, seleccionamos algunos de los que fueron utilizados, con o sin adaptación, en nuestros cuestionarios, hasta un máximo de diez.

Las matemáticas son una materia que vale la pena y es necesaria.

Quiero desarrollar mis destrezas matemáticas

Adquiero un alto nivel de satisfacción después de resolver un problema de matemáticas.

Las matemáticas ayudan a desarrollar la mente y enseñan a la persona a pensar.

Las matemáticas son importantes para la vida cotidiana.

Las matemáticas son una de las materias más importantes para que la gente la estudie.

Las matemáticas de ESO pueden ser muy útiles para cualquier materia que decida estudiar.

Puedo pensar en muchas formas de usar las matemáticas fuera de la escuela.

Las matemáticas son una de las materias que me infunden más terror.

Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar claramente cuando hago matemáticas.

Actitudes de Estudiantes hacia las Matemáticas–AEM

El AEM fue también validado mediante la aplicación del programa SPSS (Vallejo y Escudero, 1999). Lo consideramos interesante porque está dirigido al grupo de estudiantes de enseñanza secundaria obligatoria y sus dieciocho enunciados fueron redactados por profesorado de esta etapa. Por otra parte, este cuestionario se utilizó en un estudio previo sobre actitudes en el aula de matemáticas con pizarra digital en la enseñanza de geometría (Arnal, 2010). Como en el cuestionario anterior, la gradación es del 1 al 5. Pasamos a reproducir algunos de los dieciocho enunciados originales.

Respecto de mis intereses, la asignatura de matemáticas ocupa el primer lugar.

Los problemas difíciles me motivan.

Me gustan los acertijos de matemáticas.

Encuentro útiles las matemáticas.

Leo correctamente los números con muchas cifras.

La exactitud en los cálculos es muy importante.

Cuando la solución de un ejercicio me da fracción, pienso siempre si puedo simplificarla.

Soy capaz de imaginar un cuerpo geométrico en el espacio.

Si haciendo un problema en casa no me sale, sigo intentándolo.

Las matemáticas sirven para algo en la vida diaria.

Comparación y síntesis de los tres cuestionarios

Tras haber estudiado en profundidad los cuestionarios SASTS, ATMI y AEM, comparamos dos a dos todos los enunciados buscando similitudes que permitieran considerar algunos redundantes desde la perspectiva de la información sobre el dominio afectivo del alumno. Tras decidir los enunciados ‘representativos’ para grupos de similitudes, examinamos los enunciados que a priori parecieron más relevantes para incluirlos en el cuestionario inicial. Al respecto, hicimos un vaciado de enunciados y adaptamos algunos de modo que se convirtieran en unas veinte frases cerradas y unas tres abiertas. Determinamos una escala Likert (de 1 a 7 –De muy a nada en desacuerdo) para el tipo cerrado. Optamos, además, por explicitar a los alumnos que el término tecnología incluye ordenadores, miniportátiles y pizarra digital, entre otros.

Cada frase a comentar está acompañada aquí de un signo positivo o negativo (oculto para los alumnos) para remarcar si se valora una actitud positiva o negativa, respecto de lo que también se ha buscado un cierto equilibrio para conseguir un cuestionario lo más neutro posible. Se indica la dimensión del análisis a la que se pretende contribuir con cada enunciado. Esto sirve de guía para valorar cuantitativamente el afecto inicial hacia el aprendizaje de las matemáticas con tecnología y facilitar la selección de alumnos con ‘menor nivel afectivo’, aunque cumpliendo una mínima disposición hacia el aprendizaje en general. La Tabla 3.8 ilustra el aspecto del instrumento final que se utiliza como cuestionario antes del inicio de la experimentación.

Es divertido aprender con ayuda de la tecnología.	+	Afectiva–Disfrute- Ánimo
Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para aprender.	+	
Me siento frustrado cuando hago tareas con ordenador en clase.	-	Instrumental– Miniportátil
Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar cuando trabajo con ordenador en clase.	-	

Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores.	-	Afectiva–Ánimo
Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores.	+	Instrumental- Afectiva–Minip- Ánimo
Di en un par de líneas qué pasa por tu cabeza mientras enciendes el ordenador en clase.		Cognitiva– Expectativas
Todos los días aprendemos algo utilizando los ordenadores.	+	Cognitiva– Desarrollo
No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador	-	Instrumental– Miniportátil-PDI- GGB
La tecnología hace más interesantes las clases.	+	
Para realizar dibujos o figuras, no veo necesario el ordenador.	-	
Usar ordenador en clase me ayuda a aprender mejor las materias.	+	Cognitiva– Desarrollo
Usar ordenador en el instituto me prepara mejor para el futuro.	+	Cognitiva– Expectativas
Di en dos líneas para qué piensas que te va a servir utilizar los ordenadores en el instituto.		
Cuando utilizamos ordenadores en clase procuro estar atento.	+	Cognitiva– Desarrollo
No tengo tanta habilidad con el ordenador como algún amigo.	-	Instrumental– Miniportátil-PDI
Intento no salir cuando piden un voluntario para la pizarra digital	-	
Cuando acabo mis tareas ordenador quedo agotado.	+	Cognitiva– Desarrollo
Si haciendo una tarea con ordenador en casa no me sale, sigo intentándolo.	+	
Cuando me surgen dudas trabajando con el ordenador mientras realizo los deberes, procuro aclararlas en clase.	+	
Estás en clase realizando una tarea con ordenador, te está saliendo muy bien y vas a tener buena nota. Entonces un compañero te pide ayuda porque está atascado. Di en un par de líneas qué haces.		

Tabla 3.8. Cuestionario inicial para el alumno

Cuestionarios de sesión para el alumno

Para cada sesión de la secuencia se elaboró un cuestionario para alumnos en tres partes, la primera de las cuales se debía cumplimentar al principio de la sesión, justo tras una breve presentación de la tarea a realizar; la segunda tras realizar algunas actividades de la tarea; y la tercera al final de la sesión. Los cinco cuestionarios son similares, de modo que se facilita el proceso de datos y la comparación entre sesiones.

De una sesión a la siguiente cambia la redacción de las preguntas, estando a veces en signo positivo (e.g. “Hoy voy a aprender mucho en esta clase”) y otras en negativo (“No creo que aprenda mucho hoy”). Esto se ha querido equilibrar para no influir en las respuestas de los alumnos induciendo optimismo o pesimismo. Además, algunas de las preguntas se confirman o refutan con datos extraídos de los videos de la sesión o bien con datos de las entrevistas al terminar la sesión. Por ejemplo, lo que el alumno escriba como comentario a “La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema”, se analiza con preguntas en la entrevista, mientras que “Me gusta salir a la Pizarra Digital y responder las preguntas”, se analiza a través del video. El reparto se hace con el criterio de no cargar de preguntas la entrevista, valorando un equilibrio de preguntas sobre la dimensión cognitiva, la afectiva y la instrumental.

La Tabla 3.9 indica el equilibrio entre preguntas redactadas en un signo positivo y aquellas en un signo negativo. Asimismo se busca un equilibrio entre las que se analizan a través de entrevista y las que se estudian a través del video, con el objeto de no cargar excesivamente las entrevistas con una duración no mayor de 5 ó 6 minutos.

Sesión	1		2		3		4		5	
Signo	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
ENTREVISTA	2	2	2	3	3	2	3	2	2	3
VIDEO	3	2	2	2	2	3	2	2	2	2
TOTAL	5	4	4	5	5	5	5	4	4	5

Tabla 3.9. Equilibrio de las preguntas del cuestionario de sesión para alumnos

A continuación se reproducen los cinco cuestionarios de sesión. Acompañando a cada pregunta aparece si esta se considera de signo positivo o negativo, si se complementa con datos de video o entrevista y las

subdimensiones a las que inicialmente se asocia. Esta asociación es variable puesto que depende tanto de la pregunta realizada como de las respuestas en el cuestionario y de las preguntas en la entrevista. La Tabla 3.10 informa sobre el cuestionario al alumno en la Sesión 1 de la secuencia.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
Hoy voy a aprender mucho en esta clase. + ENTREVISTA	Expectativas
Me gusta utilizar el ordenador en clase, tanto que me cuesta apagarlo al final... + VIDEO	Ánimo, Miniportátil
...aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida. - VIDEO	Miniportátil
Me está divirtiendo pensar el problema de hoy. + VIDEO	Disfrute
La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema. + ENTREVISTA	PDI
El programa GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena. - ENTREVISTA	GGB
Me gusta salir a la Pizarra Digital y responder las preguntas. + VIDEO	PDI, Expectativas
Hoy me he cansado más que otros días en las actividades de clase. – ENTREVISTA	Desarrollo
Me he puesto nervioso porque algo no me ha salido con el ordenador. - VIDEO	Miniportátil

Tabla 3.10. Cuestionario al alumno – Sesión 1

La Tabla 3.11 informa sobre el cuestionario al alumno en la Sesión 2.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
No creo que aprenda mucho hoy. - ENTREVISTA	Expectativas
¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!... + VIDEO	Ánimo, Miniportátil
...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil como parece. - ENTREVISTA	Miniportátil
Estoy un poco aburrido en esta clase. - VIDEO	Disfrute
La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema. + ENTREVISTA	PDI
El programa GeoGebra es difícil de usar...pero merece la pena. + ENTREVISTA	GGB

Si el profesor busca a alguien para salir a la Pizarra Digital, me escondo. - VIDEO	PDI, Expectativas
Cuando no me sale algo con el ordenador estoy tranquilo y pienso cómo resolverlo. + VIDEO	Desarrollo
El problema de los tres amigos ha sido muy difícil. - ENTREVISTA	Miniportátil

Tabla 3.11. Cuestionario al alumno – Sesión 2

La Tabla 3.12 informa sobre el cuestionario al alumno en la Sesión 3.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
En esta clase no me voy a enterar de nada. - ENTREVISTA	Expectativas
Vaya rollo, otra vez con el ordenador... - VIDEO	Ánimo, Miniportátil
...espero que por lo menos el ordenador me haga más fácil la tarea. + ENTREVISTA	Miniportátil
Estos problemas me aburren. - VIDEO	Disfrute
Cuando explican las cosas en la Pizarra Digital me entero mejor del problema. + ENTREVISTA	PDI
El programa GeoGebra no me ayuda demasiado a aprender. - ENTREVISTA	GGB
...además tengo muchas dudas cuando tengo que usarlo. - VIDEO	GGB
Me gusta salir a la Pizarra Digital y que todo el mundo me pregunte cosas. + VIDEO	PDI, Expectativas
Hoy me he puesto las pilas más que otros días en las actividades. + ENTREVISTA	Desarrollo
Cuando algo no me ha salido con el ordenador he buscado la solución sin ponerme nervioso. + VIDEO	Miniportátil

Tabla 3.12. Cuestionario al alumno – Sesión 3

La Tabla 3.13 informa sobre el cuestionario al alumno en la Sesión 4.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
Voy a ser optimista, hoy me voy a enterar de todas las explicaciones. + ENTREVISTA	Expectativas
Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!... - VIDEO	Ánimo, Miniportátil

...como encima no me entere de nada, ¡voy fatal! - ENTREVISTA	Miniportátil
Esta clase me parece bastante entretenida. + VIDEO	Disfrute
La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema. + ENTREVISTA	PDI
El programa Geogebra es fácil de usar... + ENTREVISTA	GGB
Cuando el profesor busca a alguien para salir a la Pizarra Digital me escondería debajo de la mesa. - VIDEO	PDI, Expectativas
Hoy me he concentrado menos que otros días en las actividades. - ENTREVISTA	Desarrollo
Me relaja mucho que las cosas salgan bien con el ordenador. + VIDEO	Miniportátil

Tabla 3.13. Cuestionario al alumno – Sesión 4

La Tabla 3.14 informa sobre el cuestionario al alumno en la Sesión 5.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
La clase de hoy se me va a hacer bastante larga. - ENTREVISTA	Expectativas
¡Qué bien, otra clase con ordenadores! + VIDEO	Ánimo, Miniportátil
...además hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores. + ENTREVISTA	Miniportátil
Es un rollo trabajar con puzzles y ordenadores. - VIDEO	Disfrute
Sin el programa GeoGebra hoy no estaría disfrutando tanto... + VIDEO	PDI
...aunque me ha parecido complicada la tarea. - ENTREVISTA	GGB
Otra vez a la Pizarra Digital, no, por favor, no. - VIDEO	PDI, Expectativas
Las tareas de hoy me han parecido difíciles. - ENTREVISTA	Desarrollo
El ordenador me ha ayudado bastante a ver cosas que al principio no veía. + ENTREVISTA	Miniportátil

Tabla 3.14. Cuestionario al alumno – Sesión 5

Cuestionario inicial para el profesor

Incluimos en este apartado el cuestionario inicial para profesores, elaborado a partir del de los alumnos, siguiendo la misma estructura. El 1 significa “no estoy para nada de acuerdo” y el 7, “estoy totalmente de acuerdo”. Cada

frase a comentar está acompañada aquí (los profesores no la ven) de un signo + o un signo - para remarcar si se valora una actitud positiva o negativa, respecto de lo que también se ha buscado un cierto equilibrio para no mostrar un cuestionario tendencioso. Además se indica la subdimensión sobre la que se espera obtener información. Presentamos ahora la versión simplificada del cuestionario diseñado.

<i>Pregunta</i>	<i>Signo</i>	<i>Subdimensión</i>
Es divertido enseñar con ayuda de la tecnología.	+	Disfrute
Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para enseñar.	+	
Me siento frustrado cuando hago actividades con ordenadores en mi clase.	-	
Soy pesimista sobre la utilidad de tanta tecnología en educación.	-	Rentabilidad
Me inquieto sólo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores para la clase.	-	Ánimo
Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores para enseñar.	+	Disfrute
Utilizar los ordenadores en el instituto no hará que sea mejor profesor ni que me valoren más.	-	Rentabilidad
<i>Describe lo que pasa por tu cabeza en los minutos que rodean el momento en que enciendes el ordenador en clase.</i>		Expectativas
La tecnología complica el desarrollo de las explicaciones.	-	Rentabilidad, Desarrollo
La tecnología hace más interesantes las clases.	+	Rentabilidad
No tengo problemas para usar algunos programas de ordenador.	-	Instrumentos
Utilizar los ordenadores en clase me ayuda a explicar mejor las materias.	+	Rentabilidad
Últimamente los ordenadores me saturan.	-	Instrumentos
Puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador.	+	

<i>Explica en pocas líneas para qué piensas que va a servir utilizar los ordenadores en el instituto con los alumnos.</i>		Rentabilidad
Cuando utilizamos los ordenadores en clase, procuro preguntar a los alumnos y hacerlos intervenir.	+	Rentabilidad, Alumnos
Cuando surge algún problema con la tecnología me suelo poner muy nervioso.	-	Instrumentos, Rentabilidad
Me gusta que salgan alumnos voluntarios a la PDI.	+	Rentabilidad, Alumnos
Cuando me surge una duda trabajando con el ordenador, me agrada consultarla con los alumnos.	+	Alumnos
Prefiero que mis alumnos trabajen individualmente con los ordenadores.	-	Alumnos, Desarrollo
Procuro evitar que unos alumnos se levanten a preguntar a otros al trabajar con ordenadores.	-	Alumnos
<i>Los alumnos están realizando un trabajo con el ordenador de modo individual y un alumno termina pronto, ¿qué alternativas te planteas para que emplee su tiempo hasta el final de la clase?</i>		Rentabilidad

Tabla 3.15. Cuestionario inicial para el profesor

Cuestionarios de sesión para el profesor

Para cada sesión de la secuencia se elaboró un cuestionario para profesores en tres partes, la primera de las cuales se debía cumplimentar al principio de la sesión, tras de una breve presentación de la tarea de ese día; la segunda tras realizar algunas actividades de la tarea; y la tercera al final de la sesión. Los cinco cuestionarios son similares, de modo que se facilita el proceso de datos y la comparación entre sesiones.

De una sesión a la siguiente cambia la redacción de las preguntas, a veces con signo positivo (e.g. “Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión”) y otras con negativo (e.g. “Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos”). Esto se ha querido equilibrar para no influir en la tendencia de las respuestas.

Algunas de las preguntas se confirman o refutan con datos extraídos de los videos de la sesión o bien a través de la entrevista al terminar la sesión. Por ejemplo lo que el profesor escriba como comentario a “Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad”, se analizará a través de preguntas en la entrevista, mientras que “He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología” será a través de datos de video. El reparto se hace con el criterio de no cargar de preguntas la entrevista. La Tabla 3.16 señala el equilibrio entre preguntas redactadas en un signo positivo y aquellas en un signo negativo. Asimismo se intenta un equilibrio entre las complementadas a través de entrevista y las de video.

Sesión	1		2		3		4		5	
Signo	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
Inicial	CUESTIONARIOS NEUTROS									
Intermedio	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
Final	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Tabla 3.16 Equilibrio de las preguntas del cuestionario de sesión al profesor

La Tabla 3.17 informa sobre el cuestionario al profesor en la Sesión 1.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos. ENTREVISTA	Ánimo
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? ENTREVISTA	Expectativas
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. ENTREVISTA	Alumnos
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión. + VIDEO	Disfrute
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad. + ENTREVISTA	Alumnos Desarrollo
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos. - ENTREVISTA	Instrumentos
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. - VIDEO	
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. + VIDEO	

El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. - VIDEO/ENTREVISTA	Expectativas
He resuelto los problemas surgidos con los equipos informáticos en esta sesión. + VIDEO	Instrumentos
La tecnología me ha hecho más fácil desarrollar las explicaciones. + VIDEO	Rentabilidad
La tecnología ha contribuido a complicar esta clase. - VIDEO	

Tabla 3.17. Cuestionario al profesor – Sesión 1

La Tabla 3.18 informa sobre el cuestionario al profesor en la Sesión 2.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
¿Cuál es tu estado de ánimo antes de comenzar la sesión? Da un par de calificativos que expresen cómo te sientes. ENTREVISTA	Ánimo
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? ENTREVISTA	Expectativas
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. ENTREVISTA	Alumnos
Esta actividad es monótona. - VIDEO	Disfrute
Hoy tengo a mis alumnos menos implicados que otras veces en la actividad. - ENTREVISTA	Alumnos Desarrollo
No creo que vayamos tener problemas con los equipos informáticos en esta sesión. + ENTREVISTA	Instrumentos
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. - VIDEO	
No se me han ocurrido las ideas adecuadas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. - VIDEO	
El guión inicial es bastante útil para preparar la sesión. + VIDEO/ENTREVISTA	Expectativas
He tenido seguridad suficiente a la hora de resolver los problemas surgidos con los equipos informáticos en esta sesión. + VIDEO	Instrumentos
Gracias a la PDI y los miniportátiles mis explicaciones han quedado más claras. + VIDEO	Rentabilidad
Hubiera podido conseguir los mismos resultados sin utilizar la tecnología. - VIDEO	

Tabla 3.18 Cuestionario al profesor – Sesión 2

La Tabla 3.19 informa sobre el cuestionario al profesor en la Sesión 3.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
¿Cómo te encuentras ahora, antes de empezar a trabajar con los alumnos? Da un par de calificativos que expresen cómo te sientes. ENTREVISTA	Ánimo
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? ENTREVISTA	Expectativas
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado: ENTREVISTA	Alumnos
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión: + VIDEO	Disfrute
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad: + ENTREVISTA	Alumnos Desarrollo
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos: - ENTREVISTA	Instrumentos
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión: - VIDEO	
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología: + VIDEO	
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión: VIDEO/ENTREVISTA	Expectativas
He resuelto los problemas surgidos con los equipos informáticos en esta sesión: + VIDEO	Instrumentos
La tecnología me ha hecho más fácil desarrollar las explicaciones: + VIDEO	Rentabilidad
La tecnología ha contribuido a complicar esta clase: - VIDEO	

Tabla 3.19. Cuestionario al profesor – Sesión 3

La Tabla 3.20 informa sobre el cuestionario al profesor en la Sesión 4.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos. ENTREVISTA	Ánimo
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? ENTREVISTA	Expectativas

Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. ENTREVISTA	Alumnos
Esta actividad es monótona: - VIDEO	Disfrute
Hoy tengo a mis alumnos menos implicados que otras veces en la actividad. - ENTREVISTA	Alumnos Desarrollo
No creo que vayamos tener problemas con los equipos informáticos en esta sesión. + ENTREVISTA	Instrumentos
He encontrado varias dificultades con la tecnología para desarrollar esta sesión. - VIDEO	
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. + VIDEO	
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. - VIDEO/ENTREVISTA	Expectativas
Tendría que haber empezado a usar la PDI y los miniportátiles hace tiempo. + VIDEO	Instrumentos
Noto que me falta práctica con la tecnología. - VIDEO	Rentabilidad
Quisiera saber mucho más sobre el uso de tecnología en clase de matemáticas. + VIDEO	

Tabla 3.20. Cuestionario al profesor – Sesión 4

La Tabla 3.21 informa sobre el cuestionario al profesor en la Sesión 5.

<i>Pregunta</i>	<i>Subdimensión</i>
¿Cómo calificarías tu estado de ánimo antes de la sesión? Da un par de calificativos. ENTREVISTA	Ánimo
¿Qué objetivos esperas alcanzar o contribuir a alcanzar con esta sesión? ENTREVISTA	Expectativas
Selecciona un alumno cuyo comportamiento haya cambiado respecto otras clases. Respecto de este alumno explica al menos un par de cambios que hayas observado. ENTREVISTA	Alumnos
Me estoy divirtiendo y disfrutando en esta sesión. + VIDEO	Disfrute
Hoy tengo a mis alumnos más implicados que otras veces en la actividad. + ENTREVISTA	Alumnos Desarrollo
Probablemente pronto empezarán a dar problemas los equipos informáticos. - ENTREVISTA	Instrumentos
He encontrado varias dificultades con la tecnología para	

desarrollar esta sesión. - VIDEO	
He tenido buenas ideas para superar algunas de las dificultades con la tecnología. + VIDEO	
El guión inicial no me ha servido mucho para preparar la sesión. - VIDEO/ENTREVISTA	Expectativas
Es una buena idea realizar demostraciones con ordenadores. + VIDEO	Instrumentos
Me gustan los ordenadores, pero todavía me gusta más trabajar con papel y lápiz. - VIDEO	Rentabilidad
Voy a empezar a pensar en otra secuencia de actividades con tecnología para estos alumnos. + VIDEO	

Tabla 3.21. Cuestionario al profesor – Sesión 5

3.5.2. Las entrevistas

Tras cada sesión se procede a entrevistar, tanto a los alumnos como a los profesores correspondientes del aula. Además, con los profesores se mantiene otra entrevista antes de cada sesión. A diferencia de los datos procedentes de cuestionarios, por lo general las entrevistas ofrecen a los participantes un mayor grado de libertad para expresar sus interpretaciones y profundizar en ellas (Goldin, 2000). Por otra parte, el uso complementario de entrevistas, junto con cuestionarios, ha facilitado la validación de los análisis llevados a cabo. Siempre se ha buscado acceder a resultados de una misma dimensión desde distintos métodos de obtención de datos.

Las entrevistas individuales con el alumno

Aunque sólo algunos alumnos son casos de estudio, se entrevista a todos para no provocar reacciones indeseadas. Aún así, a los alumnos que no son casos, se les realiza una entrevista corta. Siempre se trata de entrevistas individuales, a pesar de que las entrevistas por parejas o en pequeños grupos hubieran igualmente proporcionado información relevante.

Las entrevistas siguen un guión en parte estructurado cuyo eje es en todo momento lo sucedido en la sesión de clase. La intención es poner al entrevistado en una situación de reflexión posterior a ciertos episodios de clase donde a priori se identifican progresos y dificultades (Objetivo 1) o bien actitudes y emociones (Objetivo 2) que parecen estar relacionados con el

uso de la tecnología en el desarrollo de la secuencia didáctica. Al respecto, se pregunta sobre lo que ha ocurrido, lo que se ha hecho... pero el énfasis ahora está en cómo se interpreta lo que ha ocurrido y lo que se ha hecho.

Cuando termina la sesión, normalmente a lo largo de las siguientes clases, se va llamando a los alumnos por parejas, para alterar lo menos posible el ritmo de una sesión que ya no corresponde a un profesor participante. Se conduce a esos dos alumnos a un aula o despacho cercano donde se realiza, ya de manera individual la entrevista a cada uno. La duración aproximada de cada entrevista es de unos 6 u 8 minutos. Por tanto cada 15 minutos se repite la llamada de otros dos alumnos hasta completar todos los del grupo, por lo general en una única sesión.

Cada una de las cinco entrevistas tiene un guión distinto, aunque con elementos comunes. Con base en el cuestionario que el alumno rellena en clase, se pregunta sobre aspectos no triangulables con datos de video. En el apartado 3.5.1 se indican las preguntas y la subdimensión que informan, por lo que no repetimos estos contenidos.

A modo de ejemplo indicamos que la primera entrevista discurre en torno a las expectativas de aprendizaje del alumno, al aprendizaje efectivo realizado y su relación con la utilización, activa o pasiva, de la pizarra digital, al uso del programa de geometría dinámica y al desarrollo del aprendizaje. Se pide al alumno que vuelva a comentar algunas de las frases y a partir de su respuesta en la entrevista, que se le recuerda en voz alta, se intenta obtener la mayor cantidad de información respecto de las subdimensiones correspondientes. Se pone especial cuidado en el lenguaje utilizado para realizar las preguntas o comentarios, para no influir en la respuesta en ningún sentido, utilizando frases del tipo ¿Puedes añadir algo más a eso que has dicho? o ¿Puedes concretar algún ejercicio de la actividad en el que te haya ocurrido eso que has mencionado? De forma excepcional puede ocurrir que, sin preguntar por una subdimensión, esta aparezca por iniciativa propia del alumno.

Las entrevistas individuales con el profesor

Antes del comienzo de la secuencia se mantiene una entrevista con cada profesor para explicar el proceso de la investigación y proporcionar las actividades en formato html y papel. Se preguntan datos de carácter biográfico del profesor (edad, titulación situación administrativa y años de experiencia) y se determina de modo informal el conocimiento de elementos tecnológicos. Para ello se utiliza, aunque sin decirlo, el cuestionario de Canales (2007). Además, se pregunta a cada profesor los siguientes datos de cada alumno para completar el apunte biográfico: edad, país de origen, año de llegada a España y nivel de escolarización en educación primaria, este apunte incluye también datos relevantes sobre la experiencia previa en tecnología que se recaban de modo informal o en las entrevistas individuales a alumnos.

Con cada profesor se mantienen dos entrevistas para cada actividad, una previa y otra posterior. En la entrevista previa, se hace un repaso de las actividades a desarrollar en clase a fin de clarificar algún problema que pudiera haber con el funcionamiento del software o con la redacción de alguna tarea. Se atienden propuestas que provengan del profesor de tipo técnico, como aclarar el fondo de una imagen para facilitar que se vea mejor. En esta entrevista no se habla de metodología de aula, salvo la consigna general que se repite en cada sesión describiendo el guión suministrado como apoyo y no como imposición. El profesor recibe el mensaje explícito de tomar ese guión en consideración como punto de partida para la organización de la actividad, pero con libertad para modificar lo que considere que no va a funcionar bien con sus alumnos.

La entrevista posterior funciona de modo parecido a la de los alumnos. Se proponen varias de las cuestiones que ya aparecen en el cuestionario insertado dentro de la propia actividad, con el objeto de que el profesor lo vuelva a analizar. Estas son las cuestiones a analizar en cada entrevista. En el apartado 3.5.1 se han descrito las preguntas y las subdimensiones sobre las que se espere que informen.

Por ejemplo, la primera entrevista discurre en torno al ánimo con el que el profesor comienza la sesión, las expectativas respecto la enseñanza, los alumnos en estudio, el desarrollo de la enseñanza y el papel de la tecnología.

Se pide al profesor que vuelva a comentar algunas de las frases del cuestionario, y a partir de su respuesta en la entrevista (que se le recuerda en voz alta) se intenta obtener la mayor cantidad de información respecto de las subdimensiones correspondientes. Se pone especial cuidado en el lenguaje utilizado para realizar las preguntas o comentarios, para no influir en la respuesta en ningún sentido, utilizando frases sin ninguna carga de información, como ¿Puedes añadir algo más a eso que has dicho? o ¿Puedes concretar algún momento de la actividad en el que haya ocurrido eso que has mencionado?

Para seleccionar las preguntas sobre las que se trata, seguimos el criterio de no cargar excesivamente la entrevista para no cansar al sujeto, valorando a través de la misma las subdimensiones en las que buscamos las percepciones del sujeto, esto es las correspondientes a la dimensión instruccional, alumnos, expectativas y desarrollo. También se hacen algunas preguntas sobre otras subdimensiones con el objeto de hacer más variada la entrevista y permitir una mayor libertad de expresión al sujeto.

3.5.3. Los videos de sesión

En la recogida de datos, los videos de clase han sido de gran importancia por ser el eje principal en torno al que gira el diseño de los cuestionarios y las entrevistas. Los videos informan sobre reacciones ante las situaciones de enseñanza y aprendizaje en clase durante la implementación de la secuencia didáctica. Es la fuente primera de datos pues refleja múltiples perspectivas para acceder a lo sucedido durante la sesión (Roschelle, 2000). Según Planas (2006), en la fase de recogida de datos, el video de una sesión proporciona una perspectiva poliédrica de las interacciones entre participantes y permite volver sobre los datos originales una y otra vez.

Se registra el lenguaje verbal y no verbal, presente en las conversaciones y gestos de alumnos y profesores. Esto se hace tanto para los que participan como casos en el estudio como para los demás. Pueden ser de interés episodios de interacción, aún cuando una de las partes no se vaya a examinar en profundidad. Se trata de registrar información relevante para la investigación, que fundamentalmente busca estudiar aspectos de afecto,

tecnología, enseñanza y aprendizaje, mostradas a lo largo de las acciones y actitudes en torno a la aplicación de una secuencia didáctica.

En cada sesión se sitúan varias cámaras de video, una enfoca la pizarra digital y, en su caso la pizarra tradicional, con lo que se pretende garantizar la grabación de las acciones del profesor orientadas al grupo clase. Hay una o más cámaras que enfocan a los alumnos en estudio, con cuidado de no dejar ninguno sin enfocar y sin que se haga evidente quienes están siendo explorados en mayor detalle. Además de pretender no influir en sus comportamientos, tampoco sabemos a priori cuáles del total de alumnos de cada grupo van a ser relevantes para explicar ciertas interacciones.

Básicamente se adapta el modelo para el análisis de los datos de video que propone Planas (2006), con especial atención a algunos aspectos. Se tiene claro, por ejemplo, que el objeto primero de estudio es el video, no la transcripción, por lo que a lo largo del proceso de análisis se revisaran varias veces el video para no perder la perspectiva de la información original, y se considera la transcripción como un elemento auxiliar. Por otra parte, la representación de las interacciones que aparecen en los videos no se piensa como reducible a programas informáticos de organización de datos, por lo que en su momento se desestima el uso de este tipo de programas. Finalmente y desde la perspectiva de las variables afectivas, instrumentales y cognitivas seleccionadas, se busca una interpretación de los casos que incluya la confrontación de explicaciones alternativas, rechazando explicaciones únicas y estables.

Aunque las cámaras captan el sonido, en ocasiones éste se complementa con una grabadora de voz situada, o bien en la mesa del profesor o bien en la mesa de alguna pareja de alumnos que se observe que habla en voz excesivamente baja. Los datos de la grabadora de voz solo se utilizan para complementar esos episodios, mientras que no se transcriben para el resto. Por lo general, pues, se busca captar lo que está sucediendo a un nivel más macro de todo el grupo clase y a un nivel más micro de interacciones entre participantes específicos, cuando al menos uno de ellos es uno de los casos seleccionados.

3.5.4. Los protocolos de resolución

Las hojas que se reparten a los alumnos en cada sesión de la secuencia didáctica, contienen tanto las actividades que deben realizar en esa sesión, como el cuestionario cuyos contenidos se han comentado en un apartado anterior.

En este trabajo de investigación las producciones exactas elaboradas por los alumnos para cada actividad no juegan un papel determinante en la obtención de resultados. No se pretenden identificar ni analizar de un modo exhaustivo todos los progresos y dificultades que aparecen en cada actividad de la secuencia (dimensión instrumental-alumno), ni tampoco identificar ni analizar de un modo exhaustivo todos los cambios en actitudes y emociones (dimensión afectiva-alumno).

Las hojas de actividades son un instrumento de recogida de datos ya que hay que acudir a ellas para determinar en ocasiones si se ha trabajado de forma explícita un contenido matemático planteado por escrito en la secuencia didáctica, o bien verbalizado por el profesor antes de empezar una de las sesiones. De todos modos, este instrumento es específico para la construcción de los casos de alumno y no se considera en la construcción de los casos de profesor. A pesar de que las producciones de los alumnos informan también sobre acciones de enseñanza, esta perspectiva no se adopta en la consecución de los dos objetivos relativos a datos de profesorado.

Como se verá más adelante, en la descripción de los instrumentos de análisis, los protocolos de los alumnos se escanean y se incluyen en las transcripciones de los videos de las sesiones correspondientes. Sigue un breve extracto de la transcripción literal de un episodio donde se discute si un cierto triángulo es obtusángulo, acompañada del protocolo ilustrativo (ver Figura 3.8) de lo realizado por la alumna que interviene más activamente en la discusión.

Leydi: No leí, no leí.

Carmen: Tienes que poner acutángulo.

Leydi: Ya lo sé.

- Carmen: Es un acutángulo, ¡tienes que poner el triángulo que es!
- Leydi: No, C, yo lo entiendo.
- Carmen: Es acutángulo, y tu pones que no es. No entiendo por qué.
- Leydi: No, es acutángulo... Acutángulo, acutángulo.

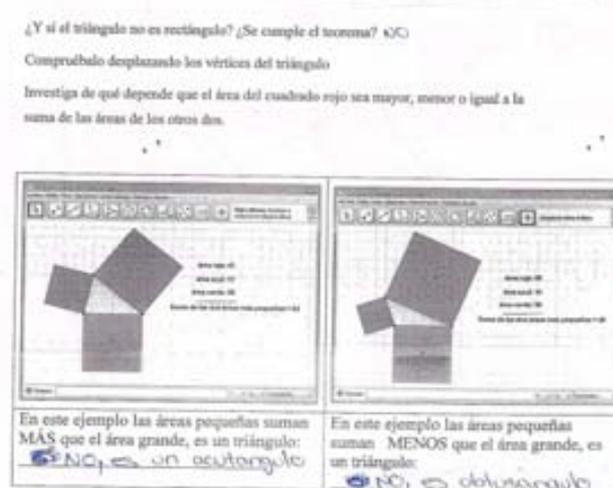


Figura 3.14. Protocolo de resolución de una alumna (Leydi)

3.6. Instrumentos de análisis de datos

En este apartado explicamos los instrumentos que se han utilizado en la investigación para el análisis de datos. Estos instrumentos son esencialmente de tres tipos: tablas de reducción, gráficos de síntesis y perfiles narrativos.

Las tablas de reducción reflejan los vaciados iniciales de observación. Hay tablas de este tipo para compilar las transcripciones de los videos de las cinco sesiones de la secuencia. También hay tablas de este tipo para organizar los datos de entrevistas con alumnos y profesores. Aún hay tablas para cada sesión, con los volcados de datos de observación, video, entrevista y cuestionario. Por último, hay tablas para el análisis preliminar de información sobre las dimensiones afectiva, instrumental, cognitiva e instruccional; aquí se incluyen los episodios que se consideran relevantes, y se les asigna valor positivo o negativo en función de criterios que se explican más adelante. En este estudio, entendemos por episodios cualquier fragmento de datos de entrevista, de video o bien de cuestionario.

Tras la elaboración de tablas, se crean gráficos, uno por subdimensión, para alumno y profesor. Se sintetizan los valores asignados en la última de las tablas comentadas. Cada gráfico de síntesis se acompaña de un texto que

describe el valor dominante en la subdimensión correspondiente, además de un texto para cada sesión que resume episodios valorados importantes en esa sesión y explican los valores asignados.

Cuando ya se han elaborado las tablas y los gráficos, se está en condiciones de crear perfiles narrativos, uno para cada caso de alumno y profesor. El propósito de los perfiles es mostrar cambios en actitudes y emociones (para alumno y de profesor) y progresos y dificultades en el aprendizaje (alumno) y la enseñanza (profesor) de la geometría con tecnología. Por tanto, la lectura del conjunto de los perfiles narrativos para todos los casos desarrollados da acceso a los resultados de la investigación.

3.6.1. Las tablas de reducción

A continuación, explicamos los cuatro tipos de tabla de reducción, que se elaboran en las primeras fases de análisis de datos.

Las tablas de reducción de transcripciones de video

El primer tipo de tabla es en realidad un mero vaciado selectivo, se elaboraron fragmentos de transcripción de video para facilitar el acceso a momentos de las sesiones de clase donde a primera vista parece estar ocurriendo algo significativo desde el punto de vista de las dimensiones afectiva, instrumental y/o cognitiva. A tal efecto, se crea una tabla por sesión, con una columna para la línea temporal, otra para reflejar episodios relevantes que ocurren involucrando al grupo y una columna más por cada caso de alumno. Por tanto, no realizamos transcripciones completas de los comentarios y acciones realizados por los alumnos y profesores, sino que nos centramos en momentos donde se dan episodios relevantes. Estos se describen en estilo indirecto, excepto en algunas ocasiones donde se piensa que el texto literal es suficientemente claro sin ocupar demasiado espacio.

Cuando un episodio involucra a varios participantes, se combinan las celdas respectivas de la tabla a modo de celda combinada. Para facilitar esto, se coloca junto a la columna del profesor a quien más interactúe con él, y a partir de ese alumno a los demás, tratando de que los que se sientan juntos ocupen columnas consecutivas.

Tiempo	Grupo / Profesor	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	... Alumno 4
	Episodio con Profesor y Alumno 1				
				Episodio con Alumnos 3 y 4	

Tabla 3.22. Tabla de reducción de transcripciones de video

Planas (2006) propone seis fases para el análisis de cada video de sesión, a saber: 1) estudio y descripción general del video; 2) identificación de episodios de revisión de significados matemáticos; 3) Búsqueda de procesos de reelaboración de estos significados; 4) Caracterización de interacciones sociales; 5) elaboración de historias explicativas; y 6) Comparación de los episodios de revisión.

En nuestro trabajo, adaptamos las fases anteriores así: 1) estudio y transcripción parcial del video, según episodios que informen sobre las dimensiones afectiva, instrumental, cognitiva y/o instruccional; 2) búsqueda de cambios de actitudes y emociones, de progresos y/o de dificultades respecto al aprendizaje y la enseñanza de geometría con tecnología; 3) elaboración de marcos explicativos que integren los episodios descritos, triangulados con datos de entrevista, cuestionario y protocolo de resolución, para cada caso; 4) comparación de episodios y refinación de marcos explicativos tras una nueva triangulación de datos y ahora también de perspectivas.

Las seis fases de análisis anteriores se retroalimentan y no son, por tanto, del todo lineales. La realización de una fase implica la revisión en mayor o menor medida de las anteriores, buscando detalles o procesos que inicialmente han pasado inadvertidos o que adquieren mayor importancia al poner en relación unos episodios con otros.

Las tablas de reducción de sesión

Las entrevistas individuales, con profesores y con alumnos, se grabaron en audio mediante una grabadora digital. Luego estas grabaciones se descargaron al ordenador, donde fueron parcialmente transcritas al dictado, sin ningún software adicional al procesador de textos. Las entrevistas las realizó y transcribió el investigador. No se incluyeron comentarios sobre lenguaje no verbal, aunque sí comentarios entre paréntesis sobre inflexiones

en el tono de voz o pausas. A continuación, se puede leer un fragmento de entrevista transcrita donde se observa información sobre la dimensión afectiva, la instrumental y la cognitiva:

- Entrevistador: Comenta lo que has respondido aquí “La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema: Sí se entiende mejor”.
- Stefani: Porque así cada alumno puede poner sus opiniones.
- Entrevistador: ¿Te tocó salir hoy?
- Stefani: Sí.
- Entrevistador: ¿Qué tal?
- Stefani: (Pausa) Me costó.
- Entrevistador: ¿Qué has hecho en la pizarra hoy?
- Stefani: Definir qué era la mediatriz y calcular algunos ángulos.
- Entrevistador: ¿Qué tal te has encontrado?
- Stefani: Algo nerviosa.
- Entrevistador: ¿Por qué?
- Stefani: (Pausa, voz más baja) Porque no sabía si lo iba a hacer bien o mal.

El proceso descrito prepara la elaboración de las tablas de reducción de sesión, se crea una tabla comprensiva para cada una de las cinco sesiones, con los volcados de datos derivados de observación, video, entrevista y cuestionario. El propósito es que estas tablas reflejen de manera literal las transcripciones prácticamente completas de entrevista y de cuestionario y de manera más selectiva las de video, utilizando para ello las tablas de reducción de transcripción de video.

Estado de ánimo	Objetivos esperados	Cambios en un alumno	Diversión del profesor	Alumnos implicados	Problemas con equipos	Dificultad con tecnología	Superación de dificultades	Utilidad del guión inicial	Utilidad de la tecnología	Complejidad tecnológica
DATOS DE CUESTIONARIO										
DATOS DE ENTREVISTA –VIDEO										

Tabla 3.23. Tabla de reducción de sesión para profesor

Hoy voy a aprender mucho en esta clase	Me gusta utilizar el ordenador, en clase, tanto que me cuesta apagarlo...	aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida	Me está divirtiendo pensar el problema de hoy	La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor...	El GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena	Me gusta salir a la pizarra digital y responder preguntas	Hoy me he esforzado más que otros días en las actividades	Me he puesto nervioso porque algo no me ha salido con el ordenador
DATOS DE CUESTIONARIO								
DATOS DE ENTREVISTA –VIDEO								

Tabla 3.24. Tabla de reducción de sesión para alumno

Hay una tabla distinta si se trata de profesor o alumno (ver Tablas 3.23. y 3.24.), puesto que las subdimensiones no son las mismas. En la cabecera de cada columna de cada tabla hay una pregunta del cuestionario (literal en los casos de alumno) al que debían responder en cada sesión, y bajo ella datos de video y/o entrevista que aclaran, confirman o refutan lo escrito en el cuestionario.

Las tablas valorativas de sesión

La tabla 3.25 ilustra este instrumento de análisis. Aquí se reflejan episodios para cada sesión, denotadas por S1, S2, S3, S4 y S5. Las anotaciones derivan de los distintos instrumentos de recogida de datos (cuestionario denotado por C, entrevista por E, video por V y valor por Va), y para una subdimensión en particular aplicado al caso de un alumno o profesor. A cada episodio se le asigna signo positivo o negativo, aumentando o disminuyendo el valor asignado en el cuestionario inicial a la subdimensión correspondiente.

Se parte del estudio de las respuestas en el cuestionario inicial (ver tablas 3.8 y 3.15), donde hay preguntas relativas a cada subdimensión con cuyas respuestas cuantitativas realizamos una media. La escala original es de 1 a 7, de modo que hay que reescalar la media obtenida para poder representarla en la escala de nueve valores que utilizamos posteriormente en los gráficos de síntesis. Para ello multiplicamos por el factor $9/7$ el resultado obtenido inicialmente. Esto nos deja el resultado en el rango (1,9). Dado que en los gráficos de síntesis hemos considerado más interpretable el rango (-4,+4), restamos 4 al último valor obtenido.

Para cada sesión, se estudian los contenidos de las tablas de reducción de sesión y se buscan episodios que contribuyan a subir o bajar el valor asignado a cada subdimensión, partiendo de un valor medio que se representa con un 0. Según la intensidad y/o repetición de los calificativos empleados en las expresiones de cuestionario o entrevista se asignan uno o más signos positivos o negativos. En cada sesión, en la última fila de la tabla se suman los signos. Se añade un punto por cada episodio con signo positivo, y se resta un punto por cada episodio con signo negativo. Por ejemplo, la expresión “ $0+2-1=+1$ ” en la columna de S1 en la Tabla 4.2, referida a la tabla de reducción para Ánimo-Ana se lee del siguiente modo: 0, valor neutro

Capítulo 3

Datos	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	4/7 (me gustan las clases con tecnología) 7/7 (me pongo nervioso al pensar en las clases con ordenadores)	<i>Sí, porque algunas veces me quedo embobado en páginas de enseñanzas (+)</i>	Es divertido y emocionante (+)	<i>Sí, me empiezo a cansar un poco de muchos de ordenadores (-)</i>	<i>Sí, ya me estoy cansando (-)</i>	<i>Que mal, esto es aburrido (-)</i>
E						
V		Resopla y se concentra sólo en el ordenador, evitando el papel, muestra abatimiento y agobio (Cam1 Vid2, m 5) (-) Brayan recibe broncas de la profesora por despistarse y enfascarse con el ordenador. (Cam1 Vid2, m 11) (-)	Se ríe durante los primeros minutos. Canturrea. (Cam1 Vid1, m 5 y 14) (+) Se niega primero a salir a la PDI, (-) aunque acepta tras mucho insistir Ana (Cam1 Vid2, m 2)	No se confirma del todo con el video, hay ejemplos de que B utiliza el ordenador cuando podría dejárselo a su compañero J (Cam1 m 1, 15, 35) (+)	Toma el ordenador con ganas, sin dejar que lo utilice primero el compañero (Cam1 Vid1 m 0, 3, 23) (+). Tras repasar los 3 tipos de triángulo según sus ángulos, saca B a la PDI. B: "No me apetece" (Cam1 Vid1 m 6). (-) Empieza una discusión con Ana. B se sienta contrariado; sin hablar. (-)	(Cam1 Vid1, m 0) "Os acordáis de lo que hicimos el otro día?" pregunta Ana sin énfasis. "No sé ni lo que hice ayer" (-), ríe B. (+) Lo escrito en el cuestionario no siempre se corresponde con el video. Insiste en tomar el control del ordenador. B cede el control a J, pero cuando luego dice "no, no, no...". (+) Se lo arrebató apartándole las manos. J se ríe. (Cam1 Vid1 m 35:27)
Va	7	0+1-2=-1	0+2-1=1	0+1-1=0	0+1-3=-2	0+2-2=0

Tabla 3.25. Tabla valorativa de subdimensión-Ánimo para alumno

desde el que valoramos cada subdimensión; +2, corresponde a dos signos positivos respecto a sus manifestaciones sobre su ánimo (cuestionario) y lo observado sobre el mismo en el video; -1, corresponde a un signo negativo sobre su ánimo inferido de la entrevista posterior a la sesión. A grandes rasgos, lo que tenemos es que el valor para un caso, subdimensión y sesión surge al operar signos, que son propios de los episodios vinculados con el caso, subdimensión y sesión.

Debemos ser conscientes del significado dado en este estudio a los signos (para los episodios) y los valores (para las subdimensiones). Cuando, por ejemplo, se llega a un valor +2 por un lado y un valor +4 por otro en relación con dos casos de profesor y una misma subdimensión y sesión, esto no significa que haya una intensidad “doble” de uno respecto a otro. Los valores son de carácter sumativo y su interpretación debe realizarse dentro de cada caso y subdimensión, sin intención de comparación numérica entre casos ni entre subdimensiones. En todo momento, la información numérica supone un paso intermedio hacia el proceso de interpretación cualitativa de los casos.

Los signos positivos o negativos proceden de actuaciones o expresiones puntuales que se considera que contribuyen a la interpretación de la subdimensión. Por ejemplo, el -1 referido anteriormente en “ $0+2-1=+1$ ” se corresponde con la expresión “Cierta incertidumbre por ver qué va a pasar, que yo esto de los ordenadores...” en la que la profesora manifiesta en la entrevista, cierta inseguridad y desconfianza antes de las actividades. Del mismo modo, el +2 se corresponde con dos signos positivos, “Tranquila pero con incertidumbre”, en la que la profesora marca como sensación principal la tranquilidad aunque matizada por una cierta inseguridad, y la apreciación tras la observación del video de la sesión de que empieza la sesión sin mostrar nervios.

Queremos hacer notar que en la subdimensión Alumnos de los casos de profesor, se toman en consideración los datos obtenidos acerca de los casos de alumno en estudio. Por ejemplo, tal como puede verse en el caso detallado de Ana (ver Tabla 4.8), se detallan datos de cuestionario y

entrevista relativos a los casos de alumno de su grupo: Brayan, Jonathan, Mamadou y Leydi.

3.6.2. Los gráficos de síntesis

Para cada caso y subdimensión, se elabora un gráfico que sintetiza los valores asignados en las tablas de reducción, acompañadas de un texto en el que se codifica el predominio de la subdimensión (ver más abajo la caracterización específica de predominio en este estudio). Se concluye con un conjunto de valores, uno por sesión, que se visualiza como conjunto de puntos de coordenadas (x-sesión, y-valor).

Por ejemplo, en la Figura 4.9 se puede leer: “ÁNIMO: Predominio positivo-medio ante 1) respuestas matemáticas y emocionales inesperadas de los alumnos y 2) exigencia hacia la actividad”. También para Ánimo, se observan 6 puntos, uno por sesión, que tienen por ordenadas los valores (-1,+1,+2,+1,-1,-3). Tanto la palabra ÁNIMO como los puntos asociados se indican mediante el mismo color.

En la codificación de cada subdimensión, se consideran 9 valores, 3 negativos (correspondientes en la Figura 3.9 a -4, -3 y -2), 3 medios (en Figura 3.9, -1, 0 y +1) y 3 positivos (en Figura 3.9, +2, +3 y +4). En el análisis de una subdimensión, partiendo de un valor 0 se pueden alcanzar valores positivos, negativos o mantenerse. Al cabo de las cinco sesiones y contando el cuestionario inicial, para cada caso y subdimensión se llega a seis valores. Decimos que estos seis valores en conjunto pueden ser de varios tipos (ver Tabla 3.26 para consultar todas las combinaciones posibles):

- Predominio positivo si se obtienen cuatro ó más valores del conjunto {+2, +3, +4}. (e.g. ver en el caso de Ana, la subdimensión Instrumento)
- Predominio medio si se obtienen cuatro ó más valores del conjunto {-1, 0, +1}. (e.g. ver en el caso de Josean , la subdimensión Expectativas)
- Predominio negativo si se obtienen cuatro ó más valores del conjunto {-2, -3, -4} (e.g. ver en el caso de Josean, la subdimensión Desarrollo)

- Predominio positivo-medio si se obtienen cinco ó más valores del conjunto $\{-1, 0, +1, +2, +3, +4\}$. (e.g. ver en el caso de Merche, la subdimensión Disfrute)
- Predominio medio-negativo si se obtienen cinco ó más valores del conjunto $\{-4, -3, -2, -1, 0, +1\}$. (e.g. ver en el caso de Merche, la subdimensión Ánimo)
- Alternancia con mayoría positiva si hay tres valores del conjunto $\{+2, +3, +4\}$, uno del conjunto $\{-1, 0, +1\}$ y dos del conjunto $\{-2, -3, -4\}$. (e.g. ver en el caso de Josean, la subdimensión Alumnos)
- alternancia con mayoría negativa si hay dos valores del conjunto $\{+2, +3, +4\}$, uno del conjunto $\{-1, 0, +1\}$ y tres del conjunto $\{-2, -3, -4\}$. (no se ha dado en ninguna subdimensión de ningún caso)
- alternancia sin mayoría si hay tres valores del conjunto $\{+2, +3, +4\}$ y tres del conjunto $\{-2, -3, -4\}$, o bien dos valores del conjunto $\{+2, +3, +4\}$, dos del conjunto $\{-1, 0, +1\}$ y dos del conjunto $\{-2, -3, -4\}$. (no se ha dado en ninguna subdimensión de ningún caso)
- tres valores + y tres - o dos de cada. (e.g. ver en el caso de Ikram, con datos de la subdimensión GeoGebra)

Es de prever que los tipos de alternancia sean menos frecuentes, ya que muestran una alta variabilidad en los valores de una misma subdimensión en una secuencia de actividades relativamente breve.

+	=	-	Tipos
6	0	0	Predominio positivo
5	1	0	
5	0	1	
4	2	0	
4	1	1	
4	0	2	
0	6	0	Predominio medio
1	5	0	
0	5	1	
2	4	0	
0	4	2	
1	4	1	

+	=	-	Tipos
0	0	6	Predominio negativo
0	1	5	
1	0	5	
0	2	4	
1	1	4	
2	0	4	
3	3	0	Predominio positivo-medio
3	2	1	
2	3	1	
1	3	2	Predominio medio-negativo
1	2	3	
0	3	3	

3	1	2	Alt. con mayoría positiva	2	2	2	Alternancia sin mayoría
2	1	3	Alt. con mayoría negativa	3	0	3	

Tabla 3.26. Tipos posibles para caso y subdimensión

Del mismo modo que los valores surgen de operar signos, para un caso, subdimensión y sesión, ahora los tipos surgen de considerar el conjunto de valores para un caso y subdimensión. En resumen, para cada caso y subdimensión tenemos primero signos (para los episodios), luego valores (para las sesiones) y finalmente tipos (para la secuencia didáctica). Esto significa que para cada caso se construyen tantos tipos como subdimensiones. El conjunto de siete tipos para cada caso contribuye a la elaboración del perfil narrativo (ver 3.6.3).

Se tendrá un gráfico por subdimensión, siete por cada alumno o profesor. Se elaboran figuras donde se incluyen dos o tres gráficos correspondientes a las subdimensiones de una misma dimensión. En una figura hay, por tanto, más de un color representado según cuál sea la subdimensión. Para cada caso y gráfico, un punto tiene dos coordenadas: la abscisa indica la sesión (S1 a S5) o cuestionario inicial (CI), mientras que la ordenada indica cuántos signos positivos hay más que negativos. Cada gráfico contiene una explicación breve sobre por qué se da una determinada situación (de las posibles indicadas en la Tabla 3.26), así como un resumen de episodios relevantes para cada valor. Si, por ejemplo, se ha llegado a un valor +4 para un caso, subdimensión y sesión, se buscan al menos dos episodios de signo positivo (de entrevista, video y/o cuestionario) que ilustren ese valor con claridad.

Cada gráfico de síntesis va acompañado de un breve análisis en el que se sintetizan las relaciones más importantes observadas entre las subdimensiones de que se trate. Por ejemplo, previamente a la figura 3.15 que ejemplifica los gráficos de síntesis para las subdimensiones Ánimo y Disfrute de un caso de profesor, podemos leer:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 4.9), que presentan una evolución similar para el caso de Ana. Sin embargo, al principio de la secuencia el valor del Ánimo está por encima del valor del Disfrute, mientras que al final el valor del Disfrute es

mayor que el del Ánimo. Relacionamos esto con la superación de ciertas prevenciones hacia el uso de la tecnología de la profesora y una buena aceptación de temas de debate matemático por los alumnos en general, unida al buen rendimiento matemático identificado en las acciones de algunos de ellos.

Después de los gráficos de síntesis, presentamos los valores de todas las subdimensiones en forma de nube de coordenadas, para facilitar una lectura global.

3.6.3. Los perfiles narrativos

Para cada caso de alumno y de profesor, tras la elaboración de tablas y de gráficos, se llega a la construcción de perfiles narrativos. En primer lugar, se incluyen unos breves datos de tipo etnográfico sobre el participante con base sobre todos en experiencias previas con tecnología. Por ejemplo:

Brayan es un alumno de 13 años, llegado hace 6 años de la República Dominicana, donde tuvo una escolarización irregular. Al llegar a España, tuvo que superar problemas de aprendizaje. Es algo conflictivo. Ha participado en situaciones de acoso sexual a compañeras de otros cursos, por lo que ha tenido expulsiones del centro. Reconoce que hace un uso fundamentalmente lúdico de la tecnología, utilizando sobre todo juegos gratuitos de la red.

Al apunte etnográfico, le sigue un esquema de lo más relevante obtenido en el análisis de cada subdimensión. Para cada subdimensión se construye una narrativa con una base episódica, apoyada en situaciones relevantes de las sesiones o del cuestionario inicial. Pero todo esto ya se realiza con el propósito de atender a la consecución de los objetivos planteados. Esto significa que para el caso de un alumno, por ejemplo, se organiza el perfil narrativo de acuerdo con la intención de:

- Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en su aprendizaje de la geometría.
- Identificar cambios en actitudes y emociones relativos a la introducción de un entorno tecnológico en dicho aprendizaje.

Así, el perfil narrativo final consta de dos partes previas a los resultados:

Una relativa a la relación entre dimensiones instrumental e instruccional, orientada a la búsqueda de progresos y dificultades, para ello se recorren como ya se ha comentado las subdimensiones de la dimensión instrumental, justificándose adecuadamente los predomios obtenidos, y terminando en una explicación de los progresos y dificultades, poniendo entre paréntesis la subdimensión que informa con más precisión del mismo. Por ejemplo en el caso de un alumno:

[Fragmento de explicación] Problemas de base en Matemáticas prefiriendo las actividades más mecánicas sobre las más reflexivas. Uso no escolar fundamentalmente lúdico de la tecnología (Apunte biográfico); Contraste entre las expectativas lúdicas expresadas y la realidad lectiva de las actividades de la secuencia (Expectativas); Bloqueos mayores en sus intervenciones en la PDI respecto a cuando estas son desde su mesa. Malas realizaciones matemáticas. Remisión de su insistencia por ser él quien maneje el ordenador en vez de su compañero al comprobar que se está enterando mejor que él de las actividades y en parte por lo mencionado en el factor anterior (Desarrollo).

Otra relativa a cambios en actitudes y emociones para ello se recorren las subdimensiones de la dimensión afectiva, justificándose adecuadamente los predomios obtenidos, y terminando en una explicación de los progresos y dificultades, poniendo entre paréntesis la subdimensión que informa con más precisión del mismo. Por ejemplo en el caso de un alumno:

[Fragmento de explicación] Uso no escolar fundamentalmente lúdico de la tecnología (Apunte biográfico); Frustración al constatar que su compañero J, obtiene de manera inesperada mejor rendimiento que él en las tareas (Desarrollo); Contraste entre las expectativas lúdicas expresadas y la realidad lectiva de las actividades de la secuencia (Expectativas).

A continuación de estas dos partes, se redactan los resultados del caso de alumno en torno a los dos objetivos propuestos:

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología durante su aprendizaje, destacamos la aparición de bloqueos cognitivos asociados en gran medida a una falta de base matemática. Estas dificultades se ven agravadas por el contraste entre el ambiente lúdico que el alumno parece esperar en la realización de actividades con tecnología. El uso de la tecnología no lleva a una clara disposición hacia el aprendizaje. No se ven avances

en la instrumentación de las herramientas tecnológicas como instrumentos de aprendizaje.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos la frustración generada al hacerse públicos los errores mediante la PDI, junto con la socavación de un pretendido estatus de superioridad (matemático y tecnológico) sobre J, su pareja de miniportátil, por los éxitos de éste a lo largo de la secuencia, que en otras situaciones didácticas acostumbra a tener menor rendimiento que Brayan.

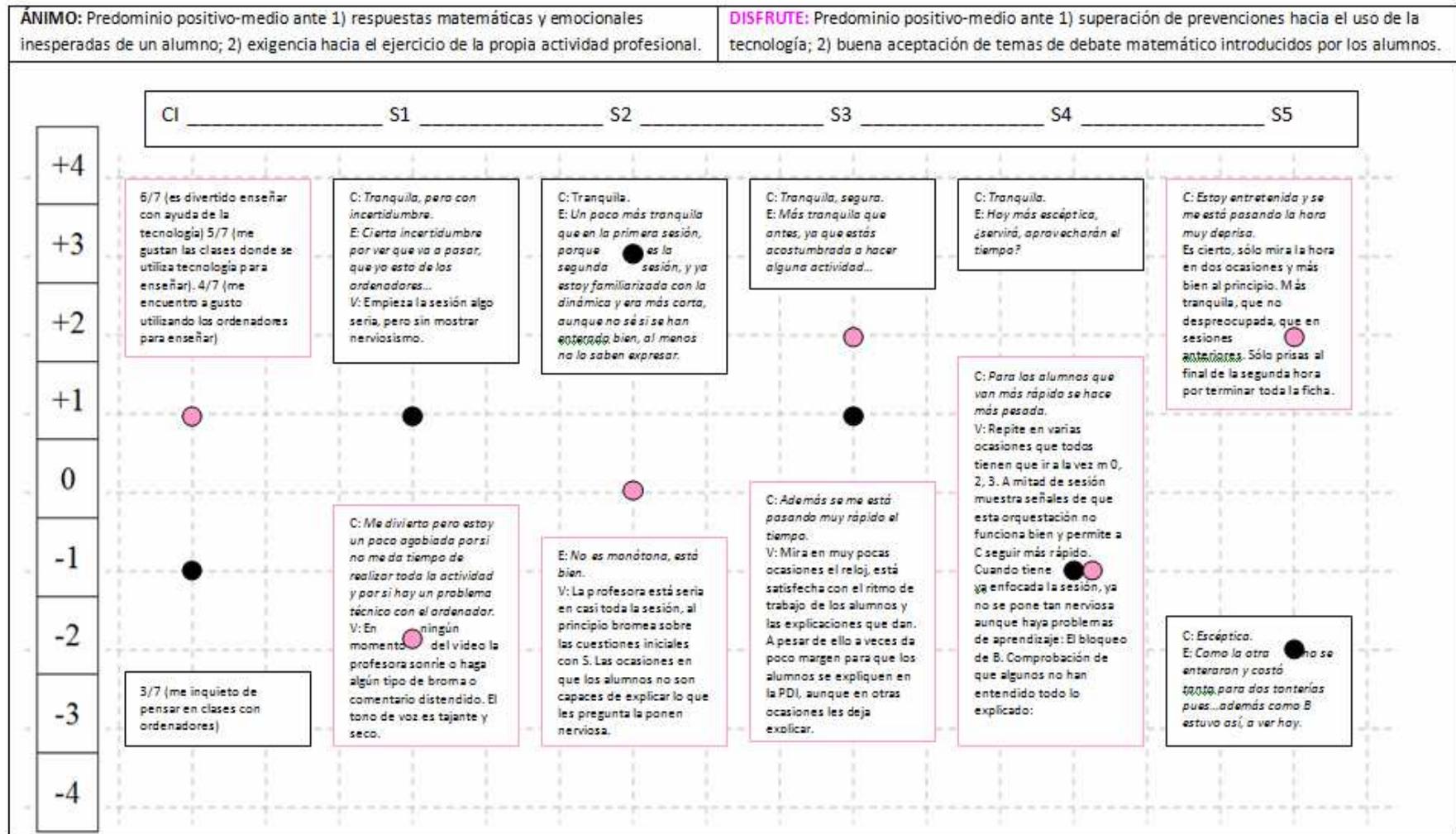


Figura 3.15 Gráfico de síntesis para la dimensión afectiva de un caso de profesora

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE PROFESOR

En este primer capítulo de análisis, presentamos la construcción de los tres casos de profesor, extendiéndonos en la ejemplificación más completa de un caso, el de Ana. En el capítulo siguiente procedemos del mismo modo para los casos de alumno, con la ejemplificación de uno en detalle.

4.1. Ejemplificación del caso de Ana

Abordamos en este apartado la ejemplificación prácticamente completa del proceso seguido para la construcción del caso de Ana. En la elección de la profesora para la investigación confluyeron varios factores, entre ellos: 1) su disposición a participar en tareas de innovación e investigación; 2) la idoneidad del grupo (primer ciclo de secundaria obligatoria) del que esta profesora era tutora y profesora de matemáticas; 3) su capacidad de trabajo en temas tecnológicos y su voluntad de aprender; 4) su disposición a comunicarse con claridad y agilidad.

Los otros dos profesores participantes también presentan las cuatro características anteriores y habrían cabido en esta ejemplificación más detallada. Sin embargo, en Ana el primer y el cuarto factor se daban de un modo más acusado. Por otra parte, ya se había colaborado con esta profesora en el trabajo de investigación Arnal (2010).

4.1.1. Los vaciados de observación

Presentamos, a modo de ejemplo, un pequeño fragmento de los vaciados iniciales, que se corresponden con la información obtenida mediante la observación de videos de sesión, entrevistas y cuestionarios. De cada sesión de la secuencia, en los anexos incluimos la transcripción de video, resaltando lo que a priori resulte interesante para la investigación, entre otros: aspectos generales de la dinámica de trabajo y organización del grupo-clase; acciones de Ana durante la gestión de la sesión; junto con acciones de alumnos orientadas a la resolución matemática de actividades y a la relación con

otros participantes. Como se ha explicado en el capítulo anterior, disponemos de una tabla por sesión dividida en tantas columnas como participantes en el estudio (los alumnos no participantes aparecen lógicamente en menos ocasiones y se hace referencia a ellos en la columna del participante que se relacione con él o ella), otra más para cuestiones generales o que afecten sobre todo al profesor y una para marcar la línea temporal. La tabla tiene tantas filas como convenga para distribuir los comentarios de los participantes de modo que quede en la misma fila lo ocurrido a la vez (ver Tabla 4.1).

m	Ana	Brayan –B	Jonathan –J	Mamadou –M	Leydi –L
24	Nueva tarea (3 lados-construcción de incentro), Indica que lean antes de usar ordenador. B lee en voz alta. Le pide que lo lea para sí mismo.				Antes de usar ordenador, lee el enunciado.
25	Mira el reloj.	B controla el ordenador, J mira.			L explica el significado de bisectriz a Carmen, que dice que lo comprende.
26	Pasa entre los alumnos. “¿Cuántas bisectrices habéis trazado?” B responde “Tres”. No entiende la respuesta, se acerca al ordenador y solo tiene dibujada una. Explica que hay que trazar más de una bisectriz para encontrar el punto exacto, corrige el error matemático de B al proponer como incentro de ABC “el punto medio entre A y la intersección de la bisectriz por A con el lado opuesto” y el error tecnológico al construir la bisectriz con GGB pinchando los tres puntos en orden incorrecto.			Responde bien a la pregunta de Ana sobre cuántas bisectrices hay que dibujar.	
27	Pide a Pedro que explique el problema. Este lo explica y lo resuelve entero, no por pasos como quería Ana. No se pone nerviosa y utiliza la explicación para repasar la definición de bisectriz y construir el incentro (lo llama circuncentro). Pedro utiliza GGB desde el ordenador de Ana, no desde la PDI.			M utiliza el ordenador antes de leer el ejercicio y Ana le frena	L termina rápido el problema y escribe la solución.
28		B y J están atentos a su ordenador. B responde “Yes” a “¿Ese punto está a la misma distancia de los tres lados?”		M bosteza.	

Tabla 4.1. Vaciado parcial de la tercera sesión del grupo de Ana

4.1.2. Las tablas de reducción

Presentamos primero las tablas en las que se resumen datos para cada subdimensión y se concluye con un valor que luego se representa

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	3/7 (Me inquieto solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores para la clase)	<i>Tranquila, pero con incertidumbre.</i>	<i>Tranquila. (+)</i>	<i>Tranquila, segura. (+)</i>	<i>Tranquila. (+)</i>	<i>Escéptica. (-)</i>
E		<i>Cierta incertidumbre por ver qué va a pasar, que yo esto de los ordenadores...</i>	<i>Un poco más tranquila que en la primera sesión, (+) porque es la segunda sesión, y ya estoy familiarizada con la dinámica (+) y era más corta, aunque no sé si se han enterado bien, al menos no lo saben expresar. (-)</i>	<i>Más tranquila que antes, ya que estás acostumbrada a hacer alguna actividad... (+)</i>	<i>Ves, hoy más escéptica, (-) ¿servirá, aprovecharán el tiempo? (-)</i>	<i>Como la otra no se enteraron y costó tanto (-) para dos tonterías pues a ver...además como B estuvo así, a ver cómo estará hoy este. (-)</i>
V		Empieza la sesión seria, sin mostrar nervios (+)	Bromea con los alumnos sobre las preguntas iniciales. (+)	Relajada (+) pero se enfada viendo una foto en un ordenador (que no debería estar allí). (-)	Empieza tranquila, (+) pero su explicación se ve interrumpida en los primeros instantes, lo que la va poniendo más nerviosa. (-)	Tranquila, a pesar de que un pop-up del antivirus en la PDI provoca las risas de los alumnos. (+)
Va	-1	0+2-1=+1	0+4-1=+3	0+2-1=+1	0+2-3=-1	0+1-3=-2

Tabla 4.2. Tabla de reducción para Ánimo-Ana

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	6/7(Es divertido enseñar con ayuda de la tecnología) 5/7 (Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para enseñar) 1/7 (Me siento frustrada	<i>Me divierto, (+) pero estoy un poco agobiada por si no me da tiempo de realizar toda la actividad y por si hay un problema técnico con el ordenador (-)</i>	<i>No es monótona, está bien. (+)</i>	<i>Además se me está pasando muy rápido el tiempo. (+)</i>	<i>Para los alumnos que van más rápido se hace más pesada. (-)</i>	<i>Estoy entretenida y se me está pasando la hora muy deprisa. (+)</i>
V	cuando hago actividades con ordenadores en mi clase). 4/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores para enseñar)	En ningún momento sonrío, bromea o hace un comentario distendido. (-) Tono de voz tajante y seco. (-)	Sería en casi toda la sesión. Al principio bromea sobre cuestiones iniciales con una alumna. Si los alumnos no responden a lo que les pregunta, se pone nerviosa. (-)	Mira poco el reloj. Satisfecha con el ritmo de trabajo de los alumnos y las explicaciones que dan. (+) A veces da poco margen para que los alumnos se expliquen en la PDI (m 13, 39). (-) En otras ocasiones les deja explicar. (m 7, 28) (+)	Repite a menudo, nerviosa, que tienen que ir a la vez (m 0, 2, 3) (-) A mitad de sesión muestra señales de que la orquestación no funciona y deja a Ch ir más rápido, confiada. (+) Cuando tiene orientada la sesión, no se pone tan nerviosa aunque haya dificultades de aprendizaje. (m 13) (+) El bloqueo de B la inquieta. (m 26) Cuando cree que se ha avanzado en la comprensión de ciertos aspectos, se altera al comprobar que no todos han entendido lo explicado. (m 36, 40) (-)	Sólo mira la hora en dos ocasiones al principio. (m 11, 28) (+) Más tranquila, no despreocupada, que en sesiones anteriores. (m 15) (+) Prisas al final de la segunda hora por terminar la ficha. (m 25) (-)
Va	+1	0+1-3=-2	0+1-1=0	0+3-1=+2	0+2-3=-1	0+3-1=+2

Tabla 4.3. Tabla de reducción para Disfrute-Ana

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	4/7 (No tengo problemas para usar programas de ordenador) 3/7 (Últimamente los ordenadores me saturan) 4/7 (Puedo resolver los	<i>Seguro que algún problema con el ordenador tendré y eso hace que esté un poco más tensa que otras veces. (-)</i> <i>No le iba el ratón a un alumno así que hemos tenido que apagar y volver a encender el ordenador. (+)</i>	<i>Solo hemos tenido (problemas) al principio. (+)</i> <i>Sí porque es la segunda actividad que realizamos. (+)</i>	<i>Hoy no creo que tenga muchos problemas. (+)</i> <i>No he tenido problemas. (+)</i>	<i>No tendremos problemas. (+)</i> <i>Si la utilizas más a menudo, (PDI), los chavales están más acostumbrados a trabajar de esta forma. (+)</i>	<i>De momento no hay problemas, solo la PDI estaba sin calibrar. (+)</i> <i>Ninguna dificultad. (Únicamente he tenido que calibrar la PDI). (+)</i>
E	problemas que me surgen al utilizar el ordenador) 5/7 (Cuando surge algún problema con la tecnología me suelo poner muy nerviosa)	<i>Sí, algún problema tendré porque siempre pasa, siempre me pasa y eso hace que estés un poco más tensa, claro... a ver si lo puedes solucionar o no. (-)</i> <i>Porque ya sabes que con esto de los ordenadores...además, a uno se le acabó la batería, lo tuvo que apagar... se tuvo que poner con otro (ordenador) (-) pero bueno ya no hubo problema. (+)</i>	<i>Hemos tenido problemas pero al principio, por ejemplo al ordenador que no le iba el ratón, pero ya lo sabía de la otra vez y llevaba otro ordenador más ... (+)</i>	<i>Pues como yo ya estoy más segura pues no creo que hoy tenga más problemas. (+)</i> <i>Es que ya sabes que los ordenadores y yo somos un poco... (-)</i>	<i>Bueno, como aquí ya estaba yo más segura...ja, ja, ja. (+)</i> <i>No hombre, que el hacer las cosas te da seguridad, ¿eh? (+)</i>	
V		Cambia el ordenador a un alumno. Calibra la PDI cuando es necesario. (+) Desbloquea el servidor de la red para que desarrolle las animaciones de GGB. (+) Cambia el tamaño de un marco de la página para ver mejor la animación. (+)	No hay problemas relevantes, solo cuando sale J (m 18) hay algún problema con la escena y lo resuelve. (+)	Problema tecnológico, el ordenador de M no se enciende, Ana lo cambia por otro que llevaba de reserva. (m 0) (+)	Las incidencias que aparecen son las mismas que en las sesiones anteriores: calibración de la PDI (m 7), no tiene problema para resolverlas. (+)	Ninguna dificultad, (+) además aprovecha los conocimientos de los alumnos; uno sugiere suspender el ordenador en vez de apagarlo. (m 44) (+)
Va	0	0+5-3=+2	0+4=+4	0+4-1=+3	0+4=+4	0+4=+4

Tabla 4.4. Tabla de reducción para Instrumentos-Ana

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	4/7 (Soy pesimista sobre la utilidad de tanta tecnología en educación) 5/7 (Utilizar los ordenadores en el instituto no hará que sea mejor profesor ni que me valoren más) 3/7 (La tecnología complica el desarrollo de las explicaciones)	No sé si J se ha enterado más con el ordenador (tengo mis dudas) (-) Con algunos alumnos, sí. (+)	Sí, pero algunos alumnos han estado más atentos o por lo menos lo han intentado. (+) No estoy muy segura de que se hayan enterado todos o que lo sepan por lo menos expresar.	No la ha complicado nada, (+) únicamente ha llevado un poco más de tiempo que sin ordenadores, aunque ese tiempo lo hemos ganado de otra forma. ...más fácil desarrollar las explicaciones y de forma más divertida (+).	No me importaría colaborar más con otros profesores, siempre se aprende cosas de ellos (+), además de esta forma te obligas a utilizar los ordenadores. (+) Me falta seguridad en la práctica con la tecnología. (-)	De momento, toda la hora con miniportátiles, no. (-) Para la parte gráfica es más intuitivo (+) (realizar demostraciones con ordenadores). Me gusta más el lápiz y papel combinándolo con el ordenador (-).
V	6/7 (La tecnología hace más interesantes las clases) 5/7 (Utilizar los ordenadores en clase me ayuda a explicar mejor las materias) 5/7 (Cuando surge algún problema con la tecnología me suelo poner muy nervioso) 7/7 (Me gusta que salgan alumnos voluntarios a la PDI)	Pero es que J, ¿no ves la distancia cómo te la está calculando? (le corrige sobre el ordenador, también corrige a B) (m 25). Recrimina en cada ocasión en la que va a utilizarse la PDI que no se preste atención y se siga con el ordenador. (m 12) (-)	Hace un uso intenso de la PDI con varios alumnos. (+) Sobre todo en los minutos finales, constata que los alumnos no saben explicar lo que han hecho a lo largo de la sesión. (-)	Salen 4 alumnos a la PDI y uno de ellos 2 veces: B, J, P y L. (+) Elogia la resolución de B y J del problema de tres lados (construcción del incentro) (m 26) (+) Maneja bien la intervención en la PDI de P, aprovechando la tarea para reforzar la definición de bisectriz. (m 28) (+)	No transmite inseguridad a lo largo de la sesión. (+)	Pasa por todos los grupos y todos parecen haber entendido la parte de puzzles; tiene que asegurarse solo que la enlazan correctamente con el T ^a de Pitágoras (+). Insiste en rellenar las fichas (m 15). (-)
Va	+1	0+2-2=0	0+2-2=0	0+4=+4	0+3-1=+2	0+2-3=-1

Tabla 4.5. Tabla de reducción para Rentabilidad-Ana

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	Mayor motivación (+) e interés (+). Mejor comportamiento (+) en algunos alumnos. ¿Les funcionará a todos el ordenador?	Aprender a pensar (+) y a sacar sus conclusiones. Mayor interés por aprender (+).	Mayor interés (+) y motivación (+). Aprender a pensar ellos solos (+).	Más motivados (+). Aprendan a dar sus propias definiciones (+) y a explicar los procesos (+). Aprendan por ensayo-error (+).	Más motivación (+). Que aprendan a trabajar de otra forma (+).	Aprendan a utilizar bien el ordenador (+) y sacar provecho de la actividad, (+) que no la vean, la actividad como un simple juego de apretar botones y no pensar (+).
E	(+) ¿Realmente aprovecharán la sesión? (-)	Que aprendan a pensar, a sacar sus propias conclusiones..., mayor interés por aprender, que estén más motivados (+), más atentos (+), más y que aprendan un poco a pensar ellos solos con el dibujo.	Que aprendan a trabajar ellos solos, sin tener que estar guiándoles todo el tiempo... la autonomía.	[Los objetivos que pusiste, ¿sigues de acuerdo?] Sí. [¿Has alcanzado algún objetivo que no tuvieses pensado?] Pues que aprendan a dar sus propias definiciones, uf, les cuesta mucho, aunque intentarlo algunos lo han logrado y otros bueno..., el caso este de B que luego no sabía nada y le cuesta expresarlo, este todo lo mecánico lo hace bien, pero cuando lo tiene que expresar... se le junta la vagancia de escribir más la vagancia de pensar, más que no se saben expresar, esto es un cóctel molotov.	[Los objetivos ...] Sí pues la motivación, que se enganchen más a la... a otra forma de aprender, a ver si así, estos alumnos que están menos motivados o que se enteran un poco menos, a ver si así con esto se van a enterar más (+)... o menos, por que ya...	[¿Estas actividades contribuyen a alcanzar esos objetivos?] Pues porque tienes el papel que tienes que hacerlos escribir en papel les obliga... (ayuda) a que esto no ocurra tanto (+). Yo creo que es importante utilizar los ordenadores pero siempre haciéndoles escribir algo... si no... ensayo error y si no paso más desapercibido aquí. Porque más motivados que puse en las primeras hojas... ya estaban todos en marcha, ya habían entrado todos, menos en el momento de salir B a la PDI, estaban todos implicados.
Va	0+4-1=+3	0+4=+4	0+3=+3	0+4=+4	0+3=+3	0+4=+4

Tabla 4.6. Tabla de reducción para Expectativas-Ana

		S1	S2	S3	S4	S5
C	3/7 (La tecnología complica el desarrollo de las explicaciones)	<i>Sí, me ha servido (guión inicial) (+).</i>	<i>Útil al principio, luego lo adaptas (+).</i>	<i>Hoy apenas lo he mirado (+).</i>	<i>Sí que me ha servido (+).</i>	<i>No lo he seguido (+).</i>
E	4/7 (Prefiero que mis alumnos trabajen individualmente con los ordenadores)	<i>Hombre sí que te sirve porque estás tan encima de lo que haces que viene bien tener la solución (+). Sí, sí que sirve, otra cosa es que luego lo sigas estrictamente, porque según las necesidades y como va surgiendo todo vas... adaptando a la situación, pero para todo viene bien tener un guión (+).</i>	<i>Al principio útil, luego no le haces caso, bueno no le haces caso, te tienes que adaptar a los críos, en vez de seguir pin, pin, pin, pin, aquí tienes que echar marcha atrás (+).</i>	<i>Lo he mirado antes, pero no en clase. No lo he mirado tanto como los otros días (+). Así me fue, que circuncentro, circuncentro y lo tuve que mirar... de verdad... (-) [Te pareció...] Lo de sacarlos a la PDI, pues lo vas ajustando... Además esta daba más tiempo, incluso sobraba (+). Lo único que al ser un sólo concepto igual se ha perdido más tiempo, pero igual se les ha quedado más, aunque luego ya verás la evaluación, L se ha superado (+), porque el nivel que hay en esa clase, es un nivel que... sobre todo para expresarse.</i>	<i>Sí, me lo miré en casa. [¿Alguna actividad destacable?] Esto de dibujar aquí, es que dibujar... no leen, sólo tenían que hacer lo mismo con otras medidas, pero no lo leen, di que como lo hacemos en la PDI, algunos... (-). Sabes lo que me pasó, les definí también al principio los triángulos según los lados, equilátero, isósceles..., luego según los ángulos, y se liaban, eso me pasa por hablar de lados... (-). [Algo parecido con la bisectriz y la mediatriz...] Sí, si solo es un concepto solo, bien, (+) pero les metes dos y ya llevan la empanada mental...</i>	<i>No lo he seguido porque ponía que dos grupos y me parecía mejor poner un ordenador cada dos alumnos, mejor que un grupo más grande porque al final... (+). El guión lo lees así pero... aquí vas sobre la marcha (+).</i>
V		Sigue el guión, cada alumno tiene su ordenador y el trabajo es individual con consultas puntuales al compañero. (+)	A veces resuelve el problema si el alumno falla. (-) (m 26) (construcción de la definición de mediatriz) (-)	Maneja bien las participaciones de los alumnos en la PDI, incluso las promueve en mayor número que en el guión. (+)	Adapta el guión (m 31, 63). El guión se ha utilizado como se proponía: como punto de partida para organizar la sesión. (+)	Se ocupa de dar significado a distintos aspectos del Teorema de Pitágoras. (+)
Va	+1	0+2=+2	0+2-2=0	0+4-1=+3	0+2-1=+1	0+3=+3

Tabla 4.7. Tabla de reducción para Desarrollo-Ana

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	7/7 (Cuando utilizamos los ordenadores en clase, procuro preguntar a los alumnos y hacerlos intervenir) 7/7 (Me gusta que salgan alumnos voluntarios a la PDI)	<i>Algún alumno más implicado pero otros exactamente igual que otras veces (-).</i>	<i>Están todos implicados (+). B se negaba a salir a la pizarra, antes no le importaba salir (-).</i>	<i>Están más atentos y participan más (+). B hoy sí que ha querido salir a la PDI. Ha estado más tranquilo y menos movido. Menos enredador (+).</i>	<i>Alguno menos implicado, B (-). Hoy ha estado bloqueado y se ha negado a salir a la pizarra y a participar. Actitud muy pasiva y como si estuviera enfadado (-). J ha estado más alegre y participativo (+).</i>	<i>Están todos implicados (+). B reacio a salir a la PDI al principio, hasta que ve que lo sabe hacer no sale a la pizarra (+). J sale sin ningún problema a la PDI, está más enganchado (+).</i>
E	7/7 (Cuando me surge una duda trabajando con el ordenador, me agrada consultarla con los alumnos) 4/7 (Prefiero que mis alumnos trabajen individualmente con los ordenadores) 7/7 (Procuro evitar que unos alumnos se levanten a preguntar a otros al trabajar con ordenadores).	<i>El conjunto, si lo ves en conjunto más implicación, sí (+), Tan implicados que a veces estás explicando tú y nadie te mira, levantad las cabezas que estoy aquí, o si sale uno a explicar, dejad lo que estáis haciendo y atended (-). Ahora voy a probar con un ordenador por pareja. B igual (que en otras clases). J no sé si no se perdía más con el ordenador, estaba más pendiente del ordenador (-).</i>	<i>Es que B me sorprendió porque se negaba a salir a la pizarra, mientras que antes no le importaba salir (-), salió eh!, pero luego preguntándole al crío era incapaz de decir lo que habíamos hecho, reconoció que no lo sabía expresar, dicen que no y a veces te piensas que no quieren salir y es porque no lo saben expresar lo que han hecho.</i>	<i>Sí, más atentos por ejemplo el caso este de J. Más alegre en esta clase, que en otras que está más apático más tristón (+). B, esta vez parece que no le importó, no costó nada convencerlo de que saliera (+) y menos movido que otras clases, menos enredador.</i>	<i>Los demás iban haciendo, incluso con Ch, podría haber ido más deprisa, a veces te hacen que no sea tan dinámica la clase por tres o cuatro (+). Bueno dos o tres en este caso. B... hoy estaba bloqueado (-), bueno bloqueado a los dos minutos después de salir a la PDI, pero se ve que algo no le salió y se enfadó, pero tampoco te lo dice, yo creo que como no le salían las cosas... J estaba más participativo, y más contento, sí, que otras veces a lo mejor... con esto de los ordenadores se está... (+)</i>	<i>J sale sin ningún problema, está más enganchado, eso sí (+).</i>
Va	+1	0+1-3=-2	0+1-2=-1	0+4=+4	0+3-3=0	0+4=+4

Tabla 4.8. Tabla de reducción para Alumnos-Ana

mediante un gráfico para visibilizar la evolución de los valores correspondientes a lo largo del análisis de la secuencia. Para los casos de profesor, las dimensiones y subdimensiones son: Dimensión afectiva (Ánimo y Disfrute); Dimensión instruccional (Alumnos, Expectativas y Desarrollo); Dimensión instrumental (Instrumentos y Rentabilidad). A continuación, se encontrarán hasta siete tablas de reducción para el caso de esta profesora, de la Tabla 4.2 a la 4.8.

4.1.3. Los gráficos de síntesis

Tal como se ha explicado en el capítulo anterior, tras haber elaborado el conjunto de tablas, de vaciado y de reducción, para cada caso de estudio, se procede a crear los gráficos de síntesis, uno por subdimensión. Por razones de espacio y por ser plausible condensar la información, se agrupan los gráficos para una misma dimensión en una única figura. De ahí que sigan tres figuras (Figuras 4.1 a 4.3), una por dimensión (Afectiva, Instruccional e Instrumental), con cada una de ellas incluyendo los gráficos específicos para cada subdimensión (respectivamente, Ánimo y Disfrute; Alumnos, Desarrollo y Expectativas; Instrumentos y Rentabilidad). Para facilitar su lectura, comentamos los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 4.1), que presentan una evolución similar para el caso de Ana. Sin embargo, al principio de la secuencia el valor del Ánimo está por encima del valor del Disfrute, mientras que al final el valor del Disfrute es mayor que el del Ánimo. Relacionamos esto con la superación de ciertas prevenciones hacia el uso de la tecnología de la profesora y una buena aceptación de temas de debate matemático por los alumnos en general, unida al buen rendimiento matemático identificado en las acciones de algunos de ellos.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 4.2), para Instrumentos se observan valores superiores que para Rentabilidad. Asimismo, en Instrumentos, los valores son estables ante la puesta en valor de la utilización de los equipos como preparación de posteriores sesiones. En Rentabilidad observamos una mayor variabilidad ante una reflexión personal

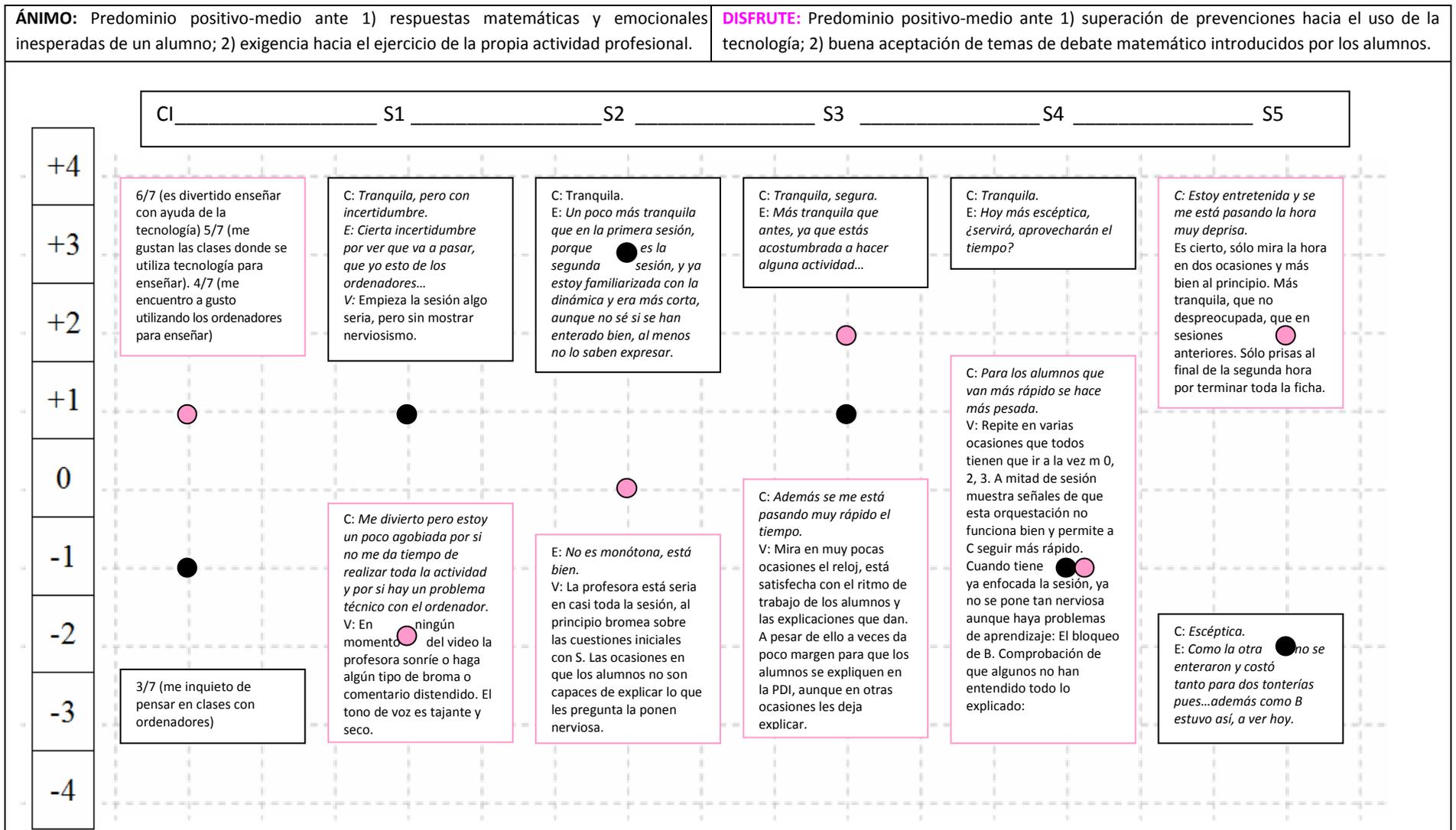


Figura 4.1. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Ana

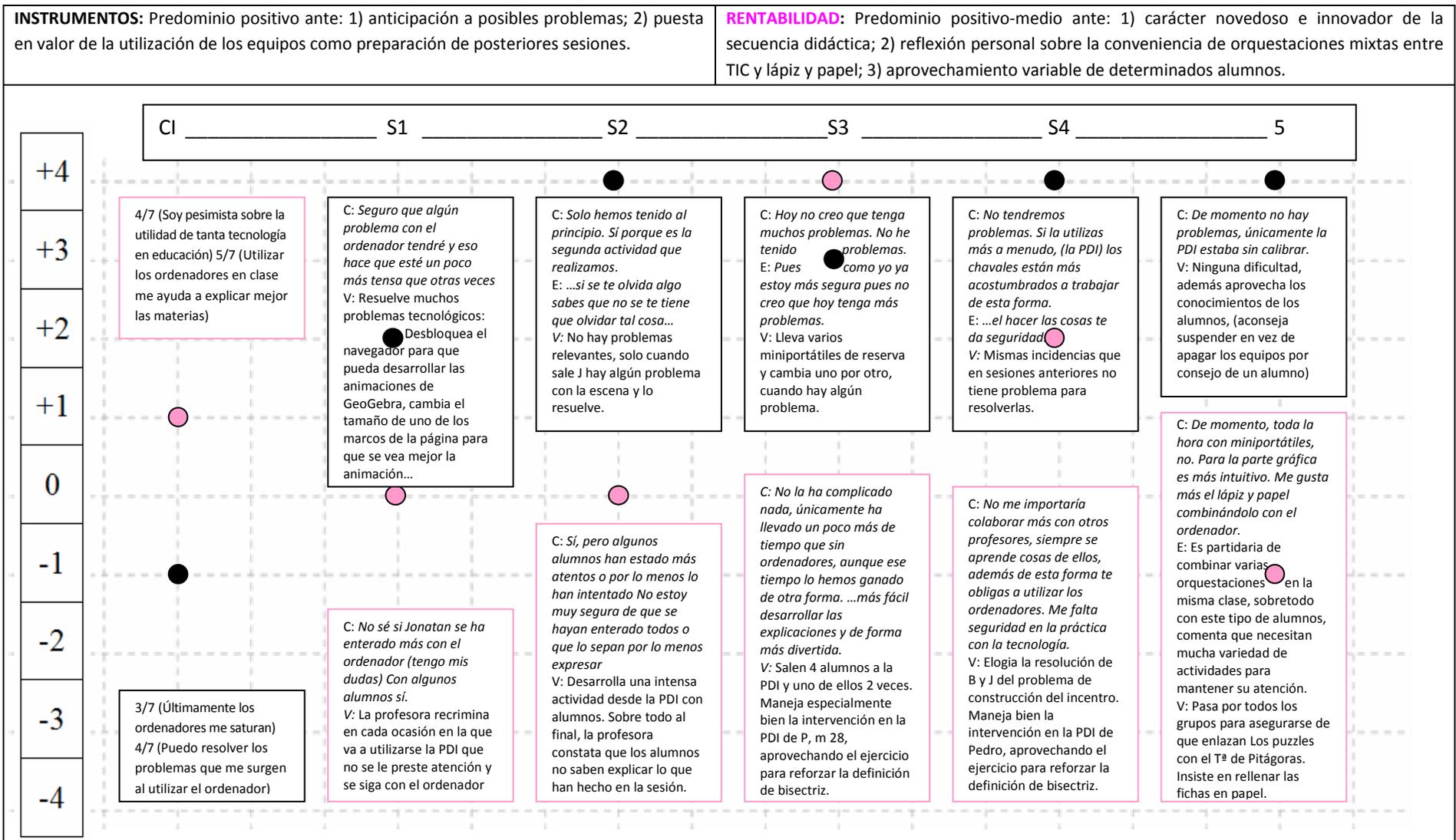


Figura 4.2. Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Ana

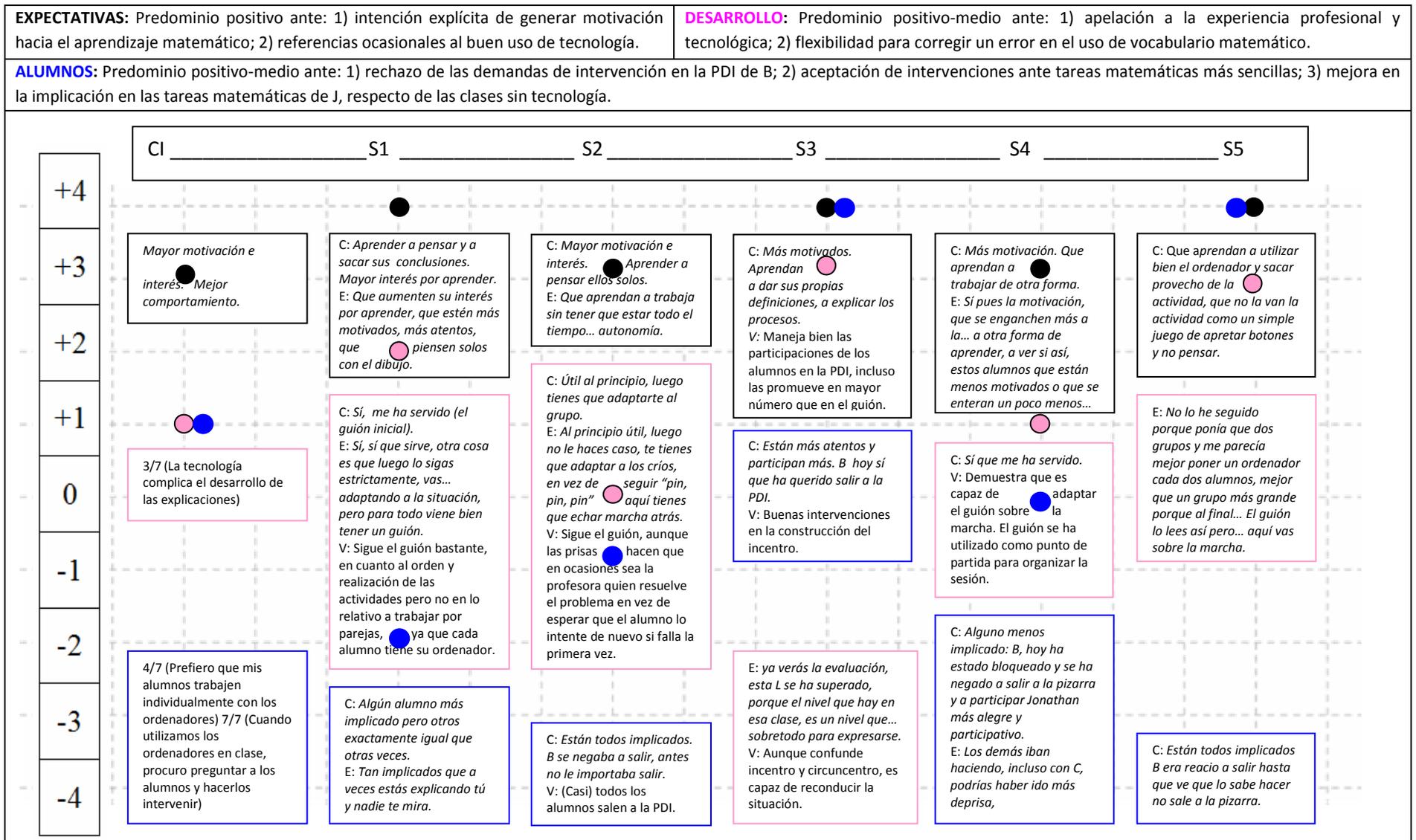


Figura 4.3. Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Ana

sobre la conveniencia de orquestaciones mixtas entre TIC y lápiz y papel y la variabilidad del aprovechamiento matemático de determinados alumnos.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas, Desarrollo y Alumnos (ver Figura 4.3). Hay mayor estabilidad en Expectativas, al mantenerse la intención de generar motivación hacia el aprendizaje matemático y aparecer referencias al buen uso de la tecnología. Los gráficos de Desarrollo y Alumnos presentan una mayor variabilidad, manteniéndose valores cercanos en ambos a lo largo de la secuencia. Relacionamos esto con la variabilidad de las respuestas de algún alumno ante las demandas de intervención en la PDI y la mejora en la implicación en las tareas matemáticas de otros, respecto de las clases sin tecnología y la experiencia profesional y tecnológica.

Un modo distinto y más condensado de representar la mucha información contenida en los gráficos anteriores viene dado por la nube de puntos, que para el caso de Ana es la siguiente:

Ánimo	(Cl, -1)	(S1, +1)	(S2, +3)	(S3, +1)	(S4, -1)	(S5, -2)
Disfrute	(Cl, +1)	(S1, -2)	(S2, 0)	(S3, +2)	(S4, -1)	(S5, +2)
Rentabilidad	(Cl, +1)	(S1, 0)	(S2, 0)	(S3, +4)	(S4, +2)	(S5, -1)
Instrumentos	(Cl, 0)	(S1, +2)	(S2, +4)	(S3, +3)	(S4, +4)	(S5, +4)
Expectativas	(Cl, +3)	(S1, +4)	(S2, +3)	(S3, +4)	(S4, +3)	(S5, +4)
Desarrollo	(Cl, +1)	(S1, +2)	(S2, 0)	(S3, +3)	(S4, +1)	(S5, +3)
Alumnos	(Cl, +1)	(S1, -2)	(S2, -1)	(S3, +4)	(S4, 0)	(S5, +4)

4.1.4. El perfil narrativo

En este último apartado de presentación del caso de Ana y de su proceso de construcción, llegamos a los contenidos del perfil narrativo elaborado para esta profesora. Hasta aquí, los contenidos de los anteriores instrumentos (conjuntos de tablas de vaciado y de reducción y conjunto de gráficos de síntesis) señalaban por igual las tres dimensiones (Afectiva, Instruccional e Instrumental) y sus respectivas subdimensiones, buscando cambios en el

valor asignado a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica. En este punto, se procede a relacionar dimensiones para avanzar en la consecución de los dos objetivos planteados para los casos de profesor:

- Identificar progresos y dificultades de profesores relativos al uso directo o indirecto de tecnología en su enseñanza de la Geometría.
- Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicha enseñanza.

El paso analítico que va de los gráficos al perfil narrativo se caracteriza por la vinculación de las dimensiones instrumental e instruccional, por un lado, y las dimensiones afectiva e instruccional, por otro. Al vincular lo instrumental con lo instruccional, se pretende identificar progresos y dificultades de los profesores en el desarrollo efectivo de su enseñanza de la Geometría en un entorno tecnológico con tareas contextualizadas. Al vincular lo afectivo con lo instruccional, se pretende identificar actitudes y emociones antes, durante y después de la enseñanza de la Geometría en dicho entorno y con este tipo de tareas.

De un modo somero, al inicio del perfil se incluye un apunte biográfico sin pretensiones de exhaustividad histórica acerca del caso que se estudia:

Ana es licenciada en Matemáticas y profesora en prácticas del Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria en el Departamento de Matemáticas; en el momento de la experimentación tiene 38 años de edad, 12 años de experiencia docente y mucha experiencia de trabajo con miniportátiles y pizarra digital por separado en clase, aunque poca con programas de geometría dinámica.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Rentabilidad –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)*

Comienzo positivo-medio –Experimentación de la construcción del incentro con GGB; Adaptación de la configuración didáctica con trabajo en pareja; Preferencia de orquestaciones de discusión de pantalla, trabajo del sherpa y

enlace pantalla-pizarra; Preferencia por mantener el uso de lápiz y papel junto con tecnología.

S1: Ana pide que no se siga con el ordenador al utilizar la PDI. S3: “Algunos alumnos han estado más atentos o por lo menos lo han intentado. No estoy muy segura de que se hayan enterado todos o que lo sepan por lo menos expresar”, “No la ha complicado nada, únicamente ha llevado un poco más de tiempo que sin ordenadores, aunque ese tiempo lo hemos ganado de otra forma”, Uso intenso de la PDI con cuatro alumnos, con uno dos veces; valora favorablemente los resultados de Brayan y Jonathan construyendo el incentro. S4: “No me importaría colaborar más con otros profesores, siempre se aprende cosas de ellos, además de esta forma te obligas a utilizar los ordenadores.”

Final negativo –Devaluación de expectativas en torno al aprendizaje con tecnología.

S5: Partidaria de combinar orquestaciones (TIC y lápiz y papel) en la misma sesión; interés por mantener la atención del alumnado; algo reacia a plantear otra secuencia similar con tecnología en el futuro inmediato.

Instrumentos –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)

Comienzo medio –Anticipación de problemas tecnológicos; Desconfianza sobre su capacidad de resolución de los mismos.

Cl: 4/7 “Puedo resolver los problemas que me surgen con el ordenador”.

Final positivo –Adecuada previsión de posibles problemas tecnológicos; Valoración positiva de su experiencia resolviéndolos en ocasiones anteriores o recientes.

S1: “Sí, algún problema tendré porque siempre pasa, siempre me pasa y eso hace que estés un poco más tensa, claro... a ver si lo puedes solucionar o no”, “Llegó un momento en que se bloqueó el ordenador del profesor, tuve que cerrar todo, justo cuando iba a salir uno y entonces dije seguid con lo vuestro. Esos problemas que van saliendo son los que a mí me ponen atacada”. S3: “Pues como ya estoy más segura no creo que tenga más problemas”, tiene dificultad al manejar alguna opción de la PDI; recurre a su ordenador; sustituye el ordenador de un alumno, que no funciona, por otro. S4: Repasa en

la pizarra convencional los tres tipos de triángulo con dibujo; el dibujo permanece ahí toda la sesión. S5: No muestra dificultades y aprovecha conocimientos del alumnado.

Relación de lo instrumental con lo instruccional

Poca experiencia con miniportátiles y PDI simultáneamente en clase (Apunte biográfico); Capacidad de adaptación del guión en su actuación didáctica (Desarrollo); Prioridad en el razonamiento y comunicación de ideas matemáticas (Expectativas); Implicación activa de la mayoría de alumnos, con excepción de Brayan cuando la tarea –clasificación de triángulos– le supera matemáticamente (Alumnos y Desarrollo).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio positivo medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)

Comienzo positivo-medio –Desconfianza acerca de su capacidad para utilizar ordenadores en clase. Percepción del aprovechamiento matemático (construcción de la bisectriz como lugar geométrico); Aceptación de las herramientas tecnológicas por parte del alumnado.

Cl: 5/7 “Me inquieto sólo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores para la clase”. S1: “Cierta incertidumbre por ver qué va a pasar, que yo esto de los ordenadores...”. S2: “Un poco más tranquila que en la primera sesión, porque es la segunda sesión, y ya estoy familiarizada con la dinámica y era más corta, aunque no sé si se han enterado bien, al menos no lo saben expresar”. S3: “Tranquila, segura”. Leydi muestra buen rendimiento matemático desde el principio de la sesión en la construcción de la bisectriz como lugar geométrico.

Final medio-negativo –Superación de dudas sobre aspectos tecnológicos sin clarificación de su utilidad matemática.

S4: “Ves, hoy más escéptica, ¿servirá? ¿Aprovecharán el tiempo?”. S5: “Escéptica”.

Disfrute –Tipo predominio positivo medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)

Comienzo negativo-medio –Preocupación por el tiempo y la planificación; Anticipación de problemas de funcionamiento con la tecnología.

S1: No sonrío ni bromea o hace comentarios distendidos. Tono de voz tajante y seco. “Jonathan no sé si no se perdía más con el ordenador, estaba más pendiente del ordenador que de otra cosa”. S2: Sería en casi toda la sesión, al principio bromea sobre CI con Sheila. Si los alumnos no responden a lo que les pregunta, se inquieta.

Final positivo-medio –Percepción del aprovechamiento matemático (construcción de bisectrices e incentro como lugar geométrico); Ausencia de dificultades de funcionamiento con la tecnología; Implicación general del alumnado.

S3: Mira poco el reloj, está satisfecha con el ritmo de trabajo de los alumnos y sus explicaciones, en la entrevista comenta “Leidy se ha superado”. S4: Varios momentos de nerviosismo: cuando hay interrupciones, cuando Brayan se bloquea, cuando se ha avanzado y algunos alumnos no entienden todo lo explicado (clasificación de triángulos según la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos). S5: “Estoy entretenida y se me está pasando la hora muy deprisa.”

Relación de lo afectivo con lo instruccional

Fase profesional de experimentación (Apunte biográfico); Elevada auto-exigencia (Expectativas); Respuestas inesperadas del alumnado (Alumnos y Desarrollo); Implicación inestable de Brayan con rechazo a la participación en la PDI ante tareas matemáticamente más complejas, como la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo; Superación de dificultades de Jonathan ante la construcción de la definición de mediatriz; Buenas intervenciones de Leydi en la construcción del incentro (Alumnos).

Recensión de resultados del caso de Ana

(Objetivo 1 –Profesor) En la identificación de progresos y dificultades en el uso de tecnología durante su enseñanza, destaca la superación de prevenciones iniciales a un uso intenso de la PDI, el GGB y el miniportátil en su conjunto. Esto es debido a un progresivo reconocimiento de su utilidad en la generación de aprendizaje, no extensiva a todos los alumnos, y a una

adecuada preparación de las sesiones. Por otro lado, destacan las orquestaciones mixtas TIC/lápiz-papel centradas en el alumno, que se relacionan con su priorización de procesos de reflexión y comunicación matemática mediante discusiones con el grupo clase.

(Objetivo 2 –Profesor) En la identificación de actitudes y emociones ante la enseñanza de la Geometría con tecnología, destaca la superación de un cierto nerviosismo inicial. Esto es debido a la preparación de las tareas y a la familiarización progresiva con la tecnología que se hace evidente durante el desarrollo de la secuencia. También destaca la aparición de algunos episodios de frustración explícita. Esto es sobre todo debido a una alta exigencia sobre su trabajo y al rendimiento variable de las tareas matemáticas realizadas por algunos de los alumnos en el entorno tecnológico.

4.2. Síntesis del caso de Merche

Pasamos a presentar el caso de otra profesora, pero esta vez sin el nivel de detalle dado para el caso de Ana. Obviamos la información relativa a las tablas de reducción, que están en los anexos de esta memoria. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver Figuras 4.4 a 4.7) y el perfil narrativo. En la presentación del tercer caso de profesor, también aportamos los gráficos y el perfil narrativo, sin interpretación detallada que los acompañe. Para facilitar su lectura, comentamos los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis. Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 4.4), que presentan valores similares en varias sesiones pero bastante dispares en otras, contrastando el Disfrute mediado por el nerviosismo generado a raíz de frecuentes intentos de los alumnos de introducirse en redes sociales con el Ánimo dado por la percepción de un aprovechamiento variable de las sesiones y un uso de los equipos por parte de los alumnos con mejoras graduales.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 4.5), para Instrumentos se observan valores superiores que para Rentabilidad al principio de la secuencia, dada la anticipación a posibles problemas, sobre todo con una buena preparación previa de los equipos y del programa GGB,

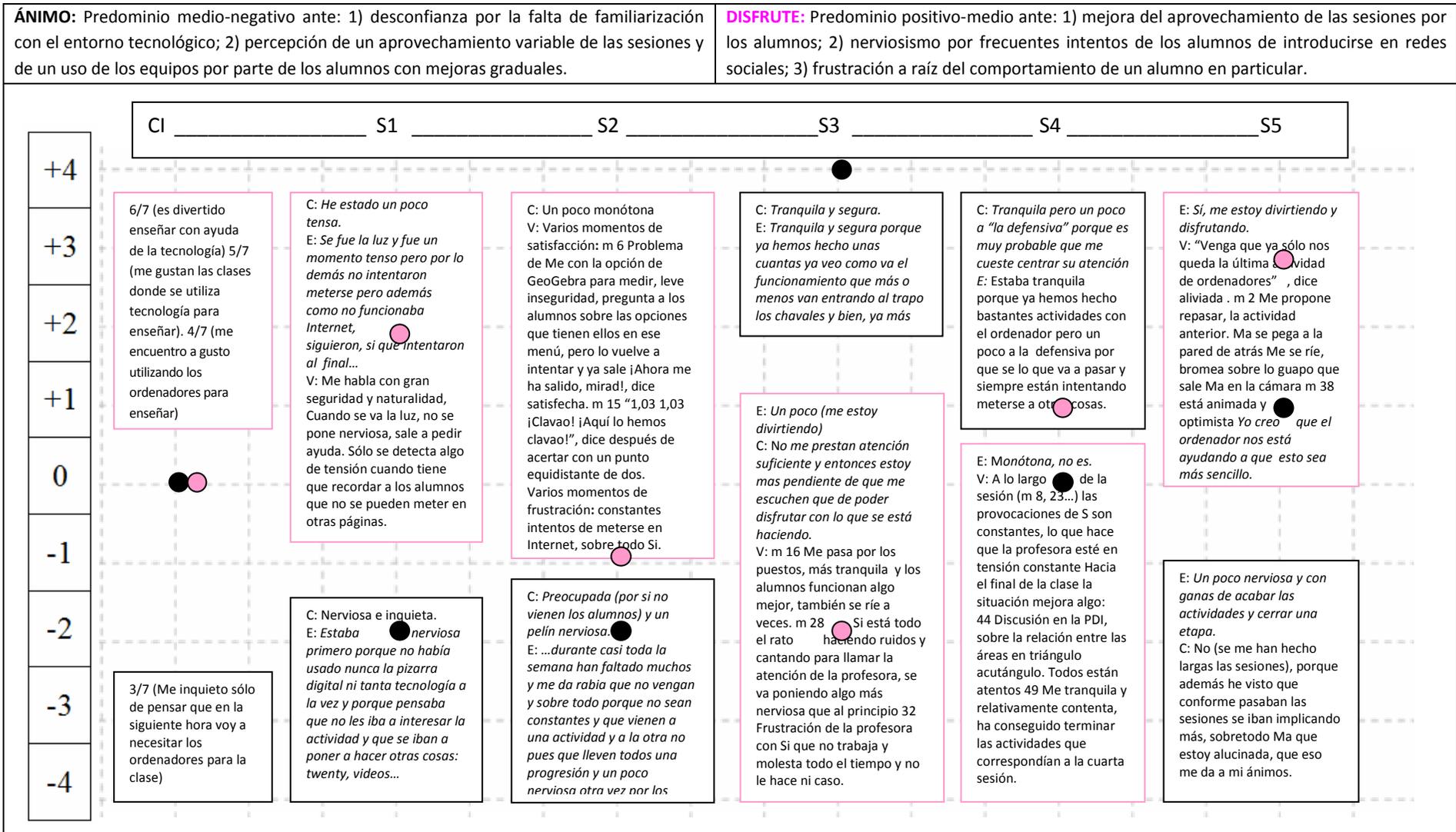


Figura 4.4. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Merche

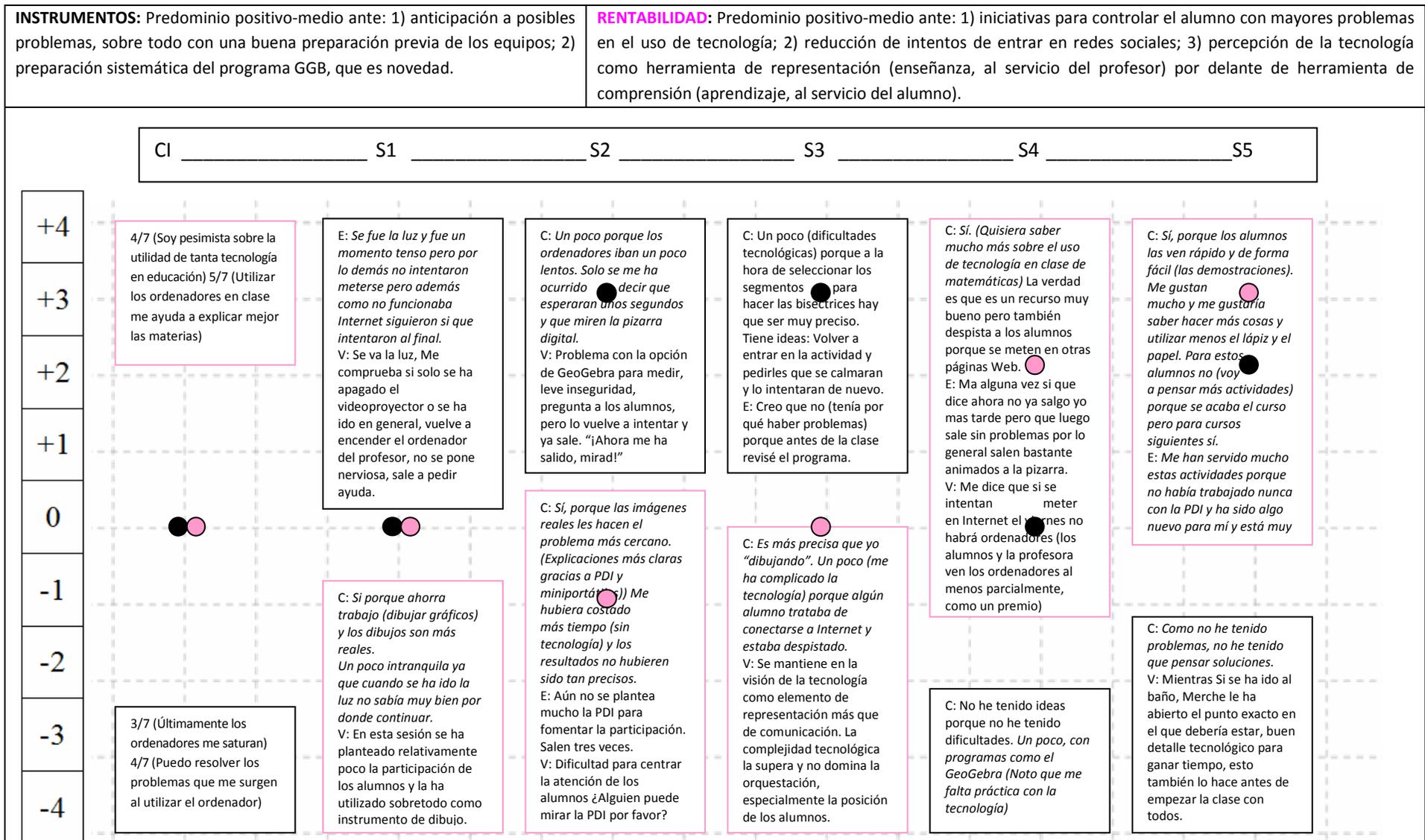


Figura 4.5. Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Merche

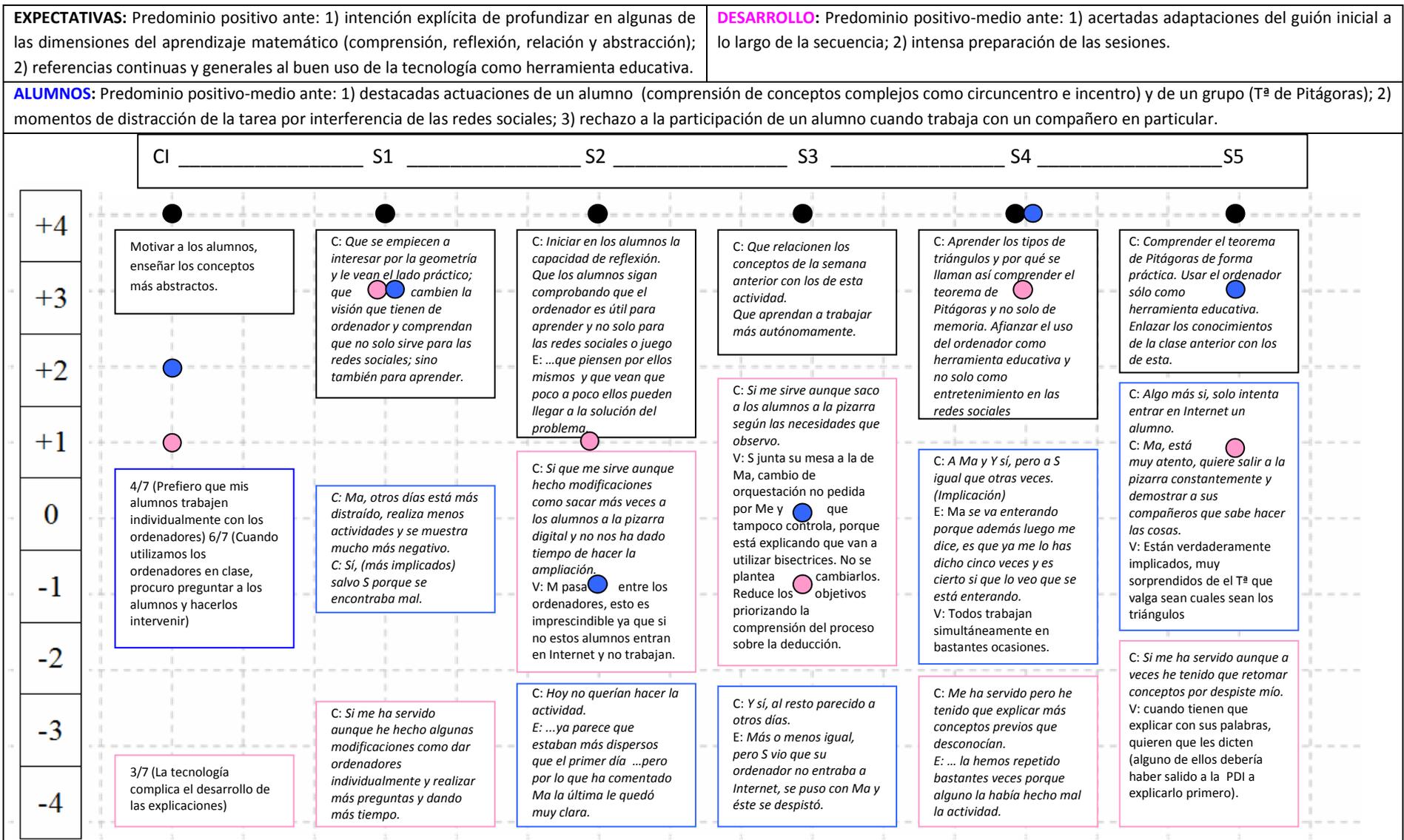


Figura 4.6. Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Merche

cuyo uso en clase es nuevo para esta profesora. A medida que avanza la secuencia, la Rentabilidad pasa a ser mejor valorada, dada la reducción de los intentos de entrar en redes sociales. Además, la tecnología pasa de ser descrita como herramienta de representación (en las prácticas de enseñanza al servicio del profesor) a herramienta de comprensión (en las prácticas de aprendizaje al servicio del alumno).

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas, Desarrollo y Alumnos (ver Figura 4.6). La mayor estabilidad se observa en Expectativas, ante el mantenimiento de una intención explícita de profundizar en algunas dimensiones del aprendizaje matemático (que en palabras de Merche son comprensión, reflexión, relación y abstracción) y las referencias continuas y generales al buen uso de la tecnología como herramienta educativa. Los gráficos de Desarrollo y Alumnos presentan una mayor variabilidad, manteniéndose valores cercanos entre ambos a lo largo de la secuencia. Relacionamos esto con adecuadas adaptaciones del guión inicial en las distintas sesiones en función de acciones y demandas de alumnos.

Un modo condensado de referirse a la información anterior se muestra con la nube de coordenadas para los gráficos de síntesis. En el caso de Merche es la siguiente:

Ánimo	(CI, 0)	(S1, -2)	(S2, -2)	(S3, +4)	(S4, 0)	(S5, +1)
Disfrute	(CI, 0)	(S1, +2)	(S2, -1)	(S3, -2)	(S4, +1)	(S5, +3)
Rentabilidad	(CI, 0)	(S1, 0)	(S2, -1)	(S3, 0)	(S4, +2)	(S5, +3)
Instrumentos	(CI, 0)	(S1, 0)	(S2, +3)	(S3, +3)	(S4, 0)	(S5, +2)
Expectativas	(CI, +4)	(S1, +4)	(S2, +4)	(S3, +4)	(S4, +4)	(S5, +4)
Desarrollo	(CI, +1)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, -1)	(S4, +3)	(S5, +1)
Alumnos	(CI, +2)	(S1, +3)	(S2, -1)	(S3, 0)	(S4, +4)	(S5, +3)

El breve apunte biográfico para Merche, que supone parte del perfil narrativo construido en este caso, es el siguiente:

Merche es profesora interina del Cuerpo de Maestros, especialidad en Pedagogía Terapéutica; en el momento de la experimentación tiene 25 años de edad, 2 años de experiencia docente, ninguna experiencia previa en el trabajo con pizarra digital interactiva ni con programas de geometría dinámica en clase.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Rentabilidad –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)*

Comienzo valor medio –Descripción de la tecnología como herramienta de representación, orientada a la enseñanza, al servicio del profesor; Desconcentración de los alumnos con entradas no autorizadas en la red.

Cl: Valora con un 3/7 la complicación que supone introducir la tecnología en las explicaciones, siendo un 7/7 una altísima complicación y un 1/7 ninguna complicación. S1: “La tecnología me permite hacer dibujos más reales”. S2: Multitud de intentos de los alumnos de acceder sin permiso a Internet o a redes sociales, llegando a un punto de desorden en la clase. S3: Se mantiene en la visión de la tecnología como elemento de representación más que de comunicación. La complejidad tecnológica la supera y no domina la orquestación, especialmente la posición de los alumnos en la clase, que a veces cambian sin permiso de ubicación para que no se detecte su uso de Internet.

Final positivo –Descripción de la tecnología como herramienta de comunicación orientada al aprendizaje, al servicio del alumno; Preferencia de orquestaciones de discusión de pantalla y trabajo del sherpa; Aprovechamiento de las intervenciones voluntarias de un alumno (demostraciones del Teorema de Pitágoras), aunque ello modifique sin previo aviso el modo de explotación previsto; Limitación de las entradas no autorizadas en la red.

S4: Tiene buenas iniciativas para resolver los problemas que surgen. Asigna un ordenador con problemas para entrar en la red al alumno que más se despista, incrementa los paseos entre los alumnos para prevenir accesos no autorizados a la red. S5: Afirma en el cuestionario y en la entrevista que, en cursos futuros, preparará más actividades con tecnología y que le gustaría

saber más acerca de la enseñanza de las Matemáticas con tecnología y utilizar menos lápiz y papel. “Los alumnos lo ven todo más rápido y más fácil”. Mateo sale voluntario a la PDI, a veces incluso de modo espontáneo a trabajar en las demostraciones del Teorema de Pitágoras, lo que es aprovechado por la profesora para mantener la motivación.

Instrumentos –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)

Comienzo valor medio –Prevención ante posibles problemas con los miniportátiles; Desconfianza sobre su capacidad de resolución de algunos de estos problemas.

Cl: califica con un 4/7 su capacidad de resolver los problemas que le surgen con el ordenador. S1: En el video se aprecia que se va la luz, Merche comprueba si solo se ha apagado el video proyector o se ha ido en general, vuelve a encender su ordenador, no se pone nerviosa y sale a pedir ayuda.

Final valor positivo –Anticipación a posibles problemas (intensa preparación previa de actividades, equipos y programa de geometría dinámica); Avances en el proceso de instrumentalización de la profesora en torno al uso de la PDI y de GGB; Valoración positiva de su experiencia resolviendo los problemas surgidos.

S2: Manifiesta que los ordenadores iban un poco lentos, y les propone trabajo alternativo en la PDI. S3: En el cuestionario manifiesta que no tenía por qué haber problemas porque antes de la clase revisó el programa este para que no fuera tan lento como en la sesión anterior. S4: Manifiesta que al no experimentar problemas no ha tenido que pensar soluciones. S5: En el video se observa que mientras Sinaí se ha ido al baño, Merche ha abierto en su pantalla de miniportátil el punto exacto en el que debería estar, detalle tecnológico para no perder tiempo innecesariamente; esto también lo hace antes de empezar la clase con todos para ganar tiempo.

Relación de lo instrumental con lo instruccional

Falta de experiencia previa en el trabajo con programas de geometría dinámica y PDI (Apunte biográfico); Referencias continuas y generales al

buen uso de tecnología como herramienta educativa en apoyo a un proceso de reflexión personal; Enfoque del desarrollo de la secuencia como parte de su desarrollo profesional (Expectativas); Adaptación autónoma de los guiones aportados a la implementación de las sesiones (Desarrollo); Alta implicación de Mateo, en las actividades con buen rendimiento matemático, comprensión de conceptos complejos como circuncentro e incentro, y de la demostración intuitiva del Teorema de Pitágoras (Alumnos).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio medio-negativo (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)*

Comienzo negativo –Desconfianza por la falta de familiarización con el entorno tecnológico; Preocupación y nerviosismo por la respuesta que considera poco previsible de los alumnos; Observación de malos usos de los equipos a cargo de alumnos con frecuentes entradas no autorizadas en la red; Preocupación por si se repiten episodios de absentismo de sus alumnos a lo largo de la secuencia.

S1: Califica su estado de ánimo previo a la sesión como “nerviosa, inquieta”. S2: Califica su estado de ánimo como “preocupada (por si no vienen los alumnos) y un pelín nerviosa”, lo explica en el cuestionario: “... durante casi toda la semana han faltado muchos y me da rabia que no vengan y sobre todo porque no sean constantes y que vienen a una actividad y a la otra no pues que lleven todos una progresión y un poco nerviosa otra vez por los ordenadores sobre todo porque no se intenten meter en otras páginas y estén descentrados.”

Final medio –Percepción de aprovechamiento matemático de las sesiones, particularmente en el alumno que se estudia como caso; Observación de buenos usos de los equipos a cargo de los alumnos en general; Relajación ante las actividades finales de la secuencia.

S3: “Tranquila, segura”. S4: “Tranquila pero un poco a ‘la defensiva’ porque es muy probable que me cueste centrar la atención de los alumnos”; lo explica en la entrevista, “Estaba tranquila porque ya hemos hecho bastantes actividades con el ordenador pero un poco a la defensiva por que se lo que va a pasar y siempre están intentando meterse a otras cosas y entonces ya voy de mal

genio y un poco predispuesta a cabrearme.” S5: “Un poco nerviosa y con ganas de acabar las actividades y cerrar una etapa.” Comienza diciendo “Venga que ya solo nos queda la última actividad de ordenadores”; muestra alivio por el fin de la secuencia. “He visto que conforme pasaban las sesiones se iban implicando más, sobre todo Mateo que estoy alucinada, que eso me da a mí ánimos”.

Disfrute –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo, positivo-medio, positivo-medio en dimensión instruccional)

Comienzo medio –Nerviosismo y frustración por frecuentes intentos de los alumnos de introducirse en redes sociales y su falta de control sobre los mismos; Satisfacción ante sus avances con el uso del programa de geometría dinámica, apoyándose en la preparación previa de las sesiones.

Cl: califica con un 4/7 lo a gusto que se encuentra utilizando los ordenadores para enseñar. S1: “Se fue la luz y fue un momento tenso pero por lo demás no intentaron meterse pero además como no funcionaba Internet siguieron, sí que intentaron al final...”. S2: En el video se observa una dificultad con la opción de GGB para medir, leve inseguridad, pregunta a los alumnos sobre las opciones que tienen ellos en ese menú; lo vuelve a intentar y ya sale “¡Ahora me ha salido, mirad!”, dice contenta. Se observan constantes intentos de entrar en Internet, sobre todo de Sinaí, lo que provoca reacciones de frustración de la profesora. S3: “No me prestan atención suficiente y entonces estoy mas pendiente de que me escuchen que de poder disfrutar con lo que se está haciendo.”

Final medio-positivo –Satisfacción ante un mejor aprovechamiento matemático de las últimas sesiones por los alumnos, sobre todo en las actividades sobre demostraciones del Teorema de Pitágoras; Frustración relativa al mal comportamiento de un alumno en particular; Alivio ante el final de la secuencia.

S4: En el video, hay una primera discusión con ella en la PDI, sobre la relación entre las áreas en triángulo acutángulo con los alumnos atentos; más tarde, está tranquila y relativamente contenta por haber conseguido terminar las actividades que correspondían a esa sesión. S5: En el video se ríe y se observa que lo está pasando bien, lo cual una alumna hace notar; esto ocurre tras

buenas realizaciones de los de las demostraciones del Teorema de Pitágoras a cargo de alumnos.

Relación de lo afectivo con lo instruccional

Fase profesional de comienzo responsable (Apunte biográfico); Varios objetivos de tipo matemático (Expectativas); Dificultades para captar la atención de los alumnos; Adecuadas adaptaciones del guión inicial a lo largo de la secuencia; Intensa preparación de las sesiones (Desarrollo); Satisfacción por la reducción de malos usos del miniportátil de Sinaí y Mateo; Mejora del rendimiento matemático de Mateo; Episodios de rechazo a la participación de un alumno si trabaja con un compañero en concreto y otros de rechazo a ese compañero al final de la secuencia (Alumnos).

Recensión de resultados del caso de Merche

(Objetivo 1 –Profesor) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de tecnología durante su enseñanza, destaca la superación de temores iniciales respecto del manejo de los equipos informáticos y del programa de geometría dinámica por su falta de experiencia, debido a una adecuada preparación de las sesiones y de la resolución de las actividades. Sin embargo no termina de superar sus prevenciones respecto de los usos inadecuados de los miniportátiles ante la dificultad de gestionar la participación de los alumnos. Es partidaria de orquestaciones centradas en el alumno, que potencien sobre todo la comunicación de ideas matemáticas, pero no siempre le resultan fáciles de organizar.

(Objetivo 2 –Profesor) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante la enseñanza de la Geometría con tecnología, el inicio de la secuencia está dominado por una cierta frustración, apareciendo en sesiones más avanzadas episodios de satisfacción ante la mejor y mayor implicación sobre todo de un alumno, Mateo, que llega a rechazar la colaboración con el compañero que no le permite trabajar. Agrado y puesta en valor del buen rendimiento matemático de Mateo (comprensión de conceptos complejos como circuncentro e incentro) y del grupo (validez general del Teorema de Pitágoras y su demostración).

4.3. Síntesis del caso de Josean

Pasamos a presentar el caso del tercer profesor, Josean, con el nivel de detalle dado al caso de Merche. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 4.7 a 4.9) y el perfil narrativo. Para facilitar la lectura de los gráficos, comentamos los aspectos más destacables de cada uno.

En los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 4.7), observamos valores bastante dispares, siendo mejores en el Disfrute ante las adecuadas intervenciones de algunos alumnos y su implicación matemática en las actividades, en comparación con el Ánimo dada la escasa preparación de alguna sesión y la desconfianza ante la idoneidad de algunas actividades.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 4.8), para Instrumentos se observan valores superiores que para Rentabilidad al principio y al final de la secuencia, dada la anticipación a posibles problemas y su buena preparación tecnológica además de la desconfianza ante la utilidad de la enseñanza con tecnología y la impotencia a la hora de controlar el foco de atención de los alumnos. En las sesiones centrales, los valores para Instrumentos son más bajos que para Rentabilidad, dados los problemas surgidos con la tecnología o con el uso de GGB al introducir cambios no planificados en el guión.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas, Desarrollo y Alumnos (ver Figura 4.9). La mayor estabilidad se observa en Expectativas, ante el mantenimiento de unos objetivos limitados, con preferencia de los contenidos conceptuales sobre los demás durante las sesiones. Los gráficos de Desarrollo y Alumnos presentan una mayor variabilidad, mostrando mejores valores para Alumnos dada la implicación del grupo en las primeras sesiones, que contrasta con la dificultad para generar respuestas adecuadas a los episodios de incomprensión generalizada asociados a explicaciones demasiado largas.

Capítulo 4

ÁNIMO: Predominio medio-negativo ante: 1) novedad de los tipos de actividad y del entorno tecnológico, 2) escasa preparación de alguna sesión; 3) cuestiones personales que le afectan en un día concreto.

DISFRUTE: Predominio medio-positivo-ante: 1) adecuadas intervenciones de algunos alumnos; 2) implicación matemática de los alumnos en las actividades; 3) incomprensión explícita de las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

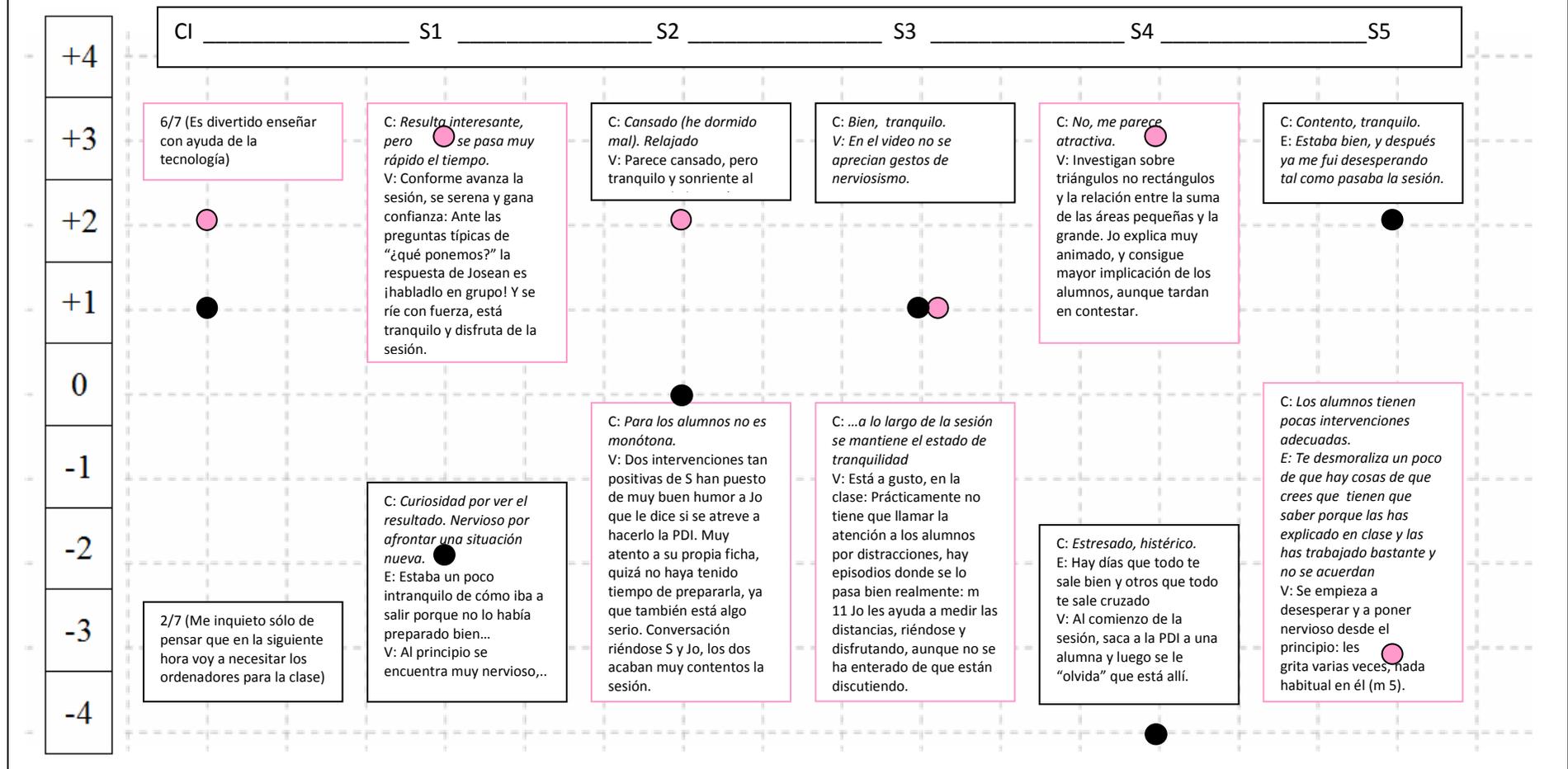


Figura 4.7. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Josean

INSTRUMENTOS: Predominio positivo ante: 1) anticipación a posibles problemas; 2) buena preparación tecnológica; 3) incapacidad para resolver un problema con el programa de geometría dinámica.

RENTABILIDAD: Predominio medio-negativo ante: 1) desconfianza sobre la utilidad de la enseñanza con tecnología; 2) falta de ideas para organizar y manejar los grupos en un entorno tecnológico; 3) impotencia a la hora de controlar el foco de atención de los alumnos, sobre todo al cambiar de miniportátil a PDI; 4) preferencia por priorizar productos sobre procesos, lo que margina el uso comunicativo de la PDI.

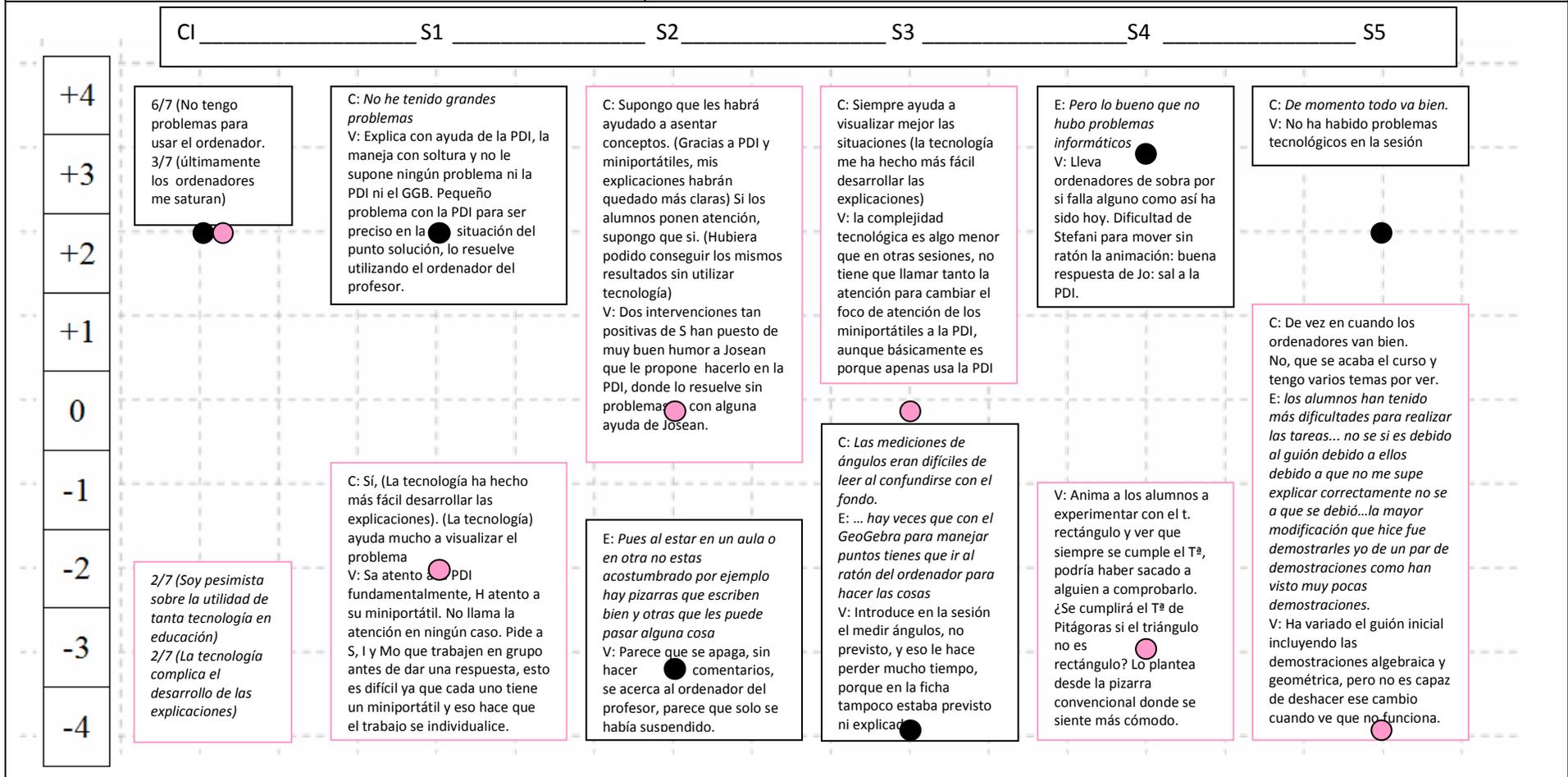


Figura 4.8. Gráficos de síntesis -Instrumentos y Rentabilidad-Josean

Capítulo 4

EXPECTATIVAS: Predominio medio ante: 1) preponderancia de los contenidos conceptuales sobre los más procedimentales; 2) diversificación de objetivos acerca de la tecnología, la enseñanza y la potenciación del interés en los alumnos, expresados solo en CI.

DESARROLLO: Predominio negativo ante: 1) decisiones que han complicado el guión inicial incrementando explicaciones del profesor y reduciendo aportaciones de los alumnos; 2) dificultad para generar respuestas adecuadas a episodios de incomprensión generalizada asociados a explicaciones largas.

ALUMNOS: Alternancia con mayoría positiva ante: 1) implicación del grupo desde el inicio de las sesiones; 2) cambio derivado de la dificultad apreciada en los contenidos matemáticos de las dos últimas sesiones.

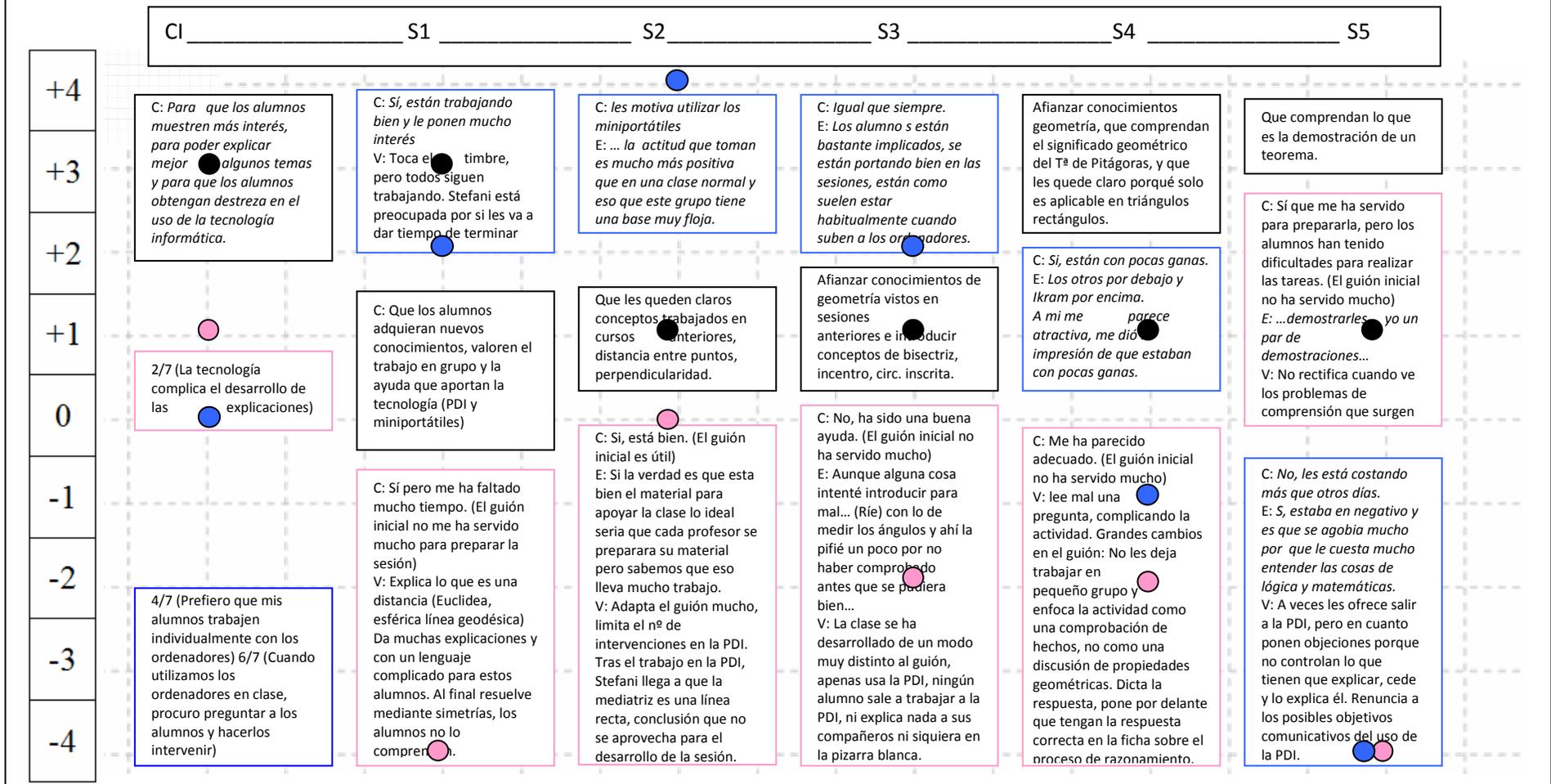


Figura 4.9. Gráficos de síntesis -Expectativas, Desarrollo y Alumnos-Josean

A continuación, se representa la nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Josean, que es la siguiente:

Ánimo	(Cl, +1)	(S1, -2)	(S2, 0)	(S3, +1)	(S4, -4)	(S5, +2)
Disfrute	(Cl, +2)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, +1)	(S4, +3)	(S5, -3)
Rentabilidad	(Cl, +2)	(S1, -2)	(S2, 0)	(S3, 0)	(S4, -3)	(S5, -4)
Instrumentos	(Cl, +2)	(S1, +2)	(S2, -3)	(S3, -4)	(S4, +3)	(S5, +2)
Expectativas	(Cl, +3)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, +1)	(S4, +1)	(S5, +1)
Desarrollo	(Cl, +1)	(S1, -4)	(S2, 0)	(S3, -1)	(S4, -2)	(S5, -4)
Alumnos	(Cl, 0)	(S1, +2)	(S2, +4)	(S3, +2)	(S4, -1)	(S5, -4)

El breve apunte biográfico para Josean, en el inicio de su perfil narrativo, es el siguiente:

Josean es licenciado en Matemáticas y profesor funcionario del Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria de modo definitivo en el Departamento de Matemáticas; en el momento de la experimentación tiene 45 años de edad, 20 años de experiencia docente, bastante experiencia previa en el trabajo con miniportátiles y pizarra digital interactiva por separado en clase, aunque poca con programas de geometría dinámica.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Rentabilidad –*Tipo predominio medio-negativo (con tipos predominio medio, negativo, alternancia con mayoría positiva en dimensión instruccional)*

Comienzo medio –Descripción de la tecnología como herramienta de representación, orientada a la enseñanza, al servicio del profesor; Dificultad para centrar la atención de los alumnos en la PDI cuando la orquestación lo requiere; Desconfianza ante la utilidad de la tecnología sin poner en valor buenas actuaciones de los alumnos.

S1: “(La tecnología) ayuda mucho a visualizar el problema.” S2: Stefani sale a la PDI en dos ocasiones, en ambas habiendo realizado correctamente el ejercicio. S2: “Si los alumnos ponen atención, supongo que sí”, “Hubiera podido conseguir los mismos resultados sin utilizar tecnología, puedo conseguir los mismos resultados sin tecnología, siempre que los alumnos se

porten bien". S3: La complejidad tecnológica es algo menor que en otras sesiones, no tiene que llamar tanto la atención para cambiar el foco de atención de los miniportátiles a la PDI, aunque básicamente es porque apenas usa la PDI.

Final negativo –Preferencia por orquestaciones centradas en el profesor (sobre todo explicar la pantalla y conectar pantalla-pizarra), reduciendo cada vez más la presencia de la tecnología, soslayando las intervenciones de los alumnos desde la PDI; Devaluación de la utilidad de la presencia de la tecnología en el aprendizaje.

S4: No sale nadie a la PDI, que es utilizada exclusivamente como elemento de apoyo a la exposición para la clasificación de triángulos según la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados. S5: Prueba de esta desconfianza hacia la utilidad de los medios tecnológicos es también que añade dos demostraciones realizadas en la pizarra convencional a las dos propuestas en el guión de la secuencia. "De vez en cuando los ordenadores van bien." (Ni siquiera dándole planificada la sesión con ordenadores mediante el guión y la recomendación de orquestaciones confía en su utilidad). "No, que se acaba el curso y tengo varios temas por ver." (Voy a empezar a pensar otra secuencia de actividades con tecnología para estos alumnos). "Es buena idea hacer demostraciones con ordenadores pero a los alumnos no sé si les vale."

Instrumentos –Tipo predominio positivo (con tipos predominio medio, negativo, alternancia con mayoría positiva en dimensión instruccional)

Comienzo de alternancia sin mayorías– Buena preparación tecnológica del profesor; Grado alto de instrumentalización tanto del uso de la PDI, como de GGB, adquirido antes de implementar la secuencia; Cambios no planificados en la orquestación ni en la actuación didáctica; Desvío de la actividad al introducir la función de medir ángulos con GGB en la construcción de bisectrices; Dificultades puntuales para utilizar la PDI.

Cl: 6/7 (No tengo problemas para usar el ordenador). 3/7 (últimamente los ordenadores me saturan). S1: "No he tenido grandes problemas". Explica con ayuda de la PDI, la maneja con soltura y no le supone problema ni la PDI ni el GGB. S2: "Pues al estar en un aula o en otra no estas acostumbrado por ejemplo hay pizarras que escriben bien y otras que les puede pasar alguna

cosa". S3: Introduce en la sesión el medir ángulos, lo que no estaba previsto; se encuentra con que un ángulo que a él le parece recto no lo es, eso le hace perder mucho tiempo, porque en la ficha tampoco estaba previsto ni explicado.

Final positivo – Anticipación a posibles problemas.

S4: Lleva ordenadores de sobra por si falla alguno como así ocurre. Aprovecha didácticamente los problemas con el ratón de una alumna, para sacarla a la PDI a resolver la actividad. S5: No hay problemas tecnológicos durante la sesión.

Relación de lo instrumental con lo instruccional

Bastante experiencia previa con tecnología; Fase profesional de conservadurismo y crítica (Apunte biográfico); Reducción a lo largo de la secuencia de objetivos de tipo matemático, limitándolos a los conceptuales por delante de los procedimentales y eliminación de los tecnológicos (Expectativas); Complicación del guión propuesto incrementando sus explicaciones y reduciendo las aportaciones de los alumnos; Incapacidad para generar respuestas adecuadas a episodios de incompreensión generalizada asociados a explicaciones largas; Elección de orquestaciones no adecuadas para mostrar buenas realizaciones matemáticas de alumnos; Preferencia por priorizar productos sobre procesos, lo que margina el uso comunicativo de la PDI en el sentido alumno-grupo clase (Desarrollo); Implicación del grupo desde el inicio de la secuencia; Cambios derivados de la dificultad apreciada en las sesiones S4 y S5 por los alumnos (Alumnos).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio medio-negativo (con tipos predominio medio, negativo, alternancia con mayoría positiva en dimensión instruccional)*

Comienzo medio-negativo –Curiosidad por la novedad de las actividades; Falta de preparación adecuada de las sesiones; Desconfianza por la falta de familiarización con el entorno tecnológico del aula; Nerviosismo ante el comienzo de la secuencia. Problemas personales que le afectan en un día concreto; Rendimiento matemático inesperado de algunos alumnos (comprensión de Stefani de las actividades sobre mediatrices y bisectrices).

S1: *“Intranquilo”. “Estaba un poco intranquilo de cómo iba a salir porque no lo había preparado bien contaba con mas tiempo los cuestionarios los miércoles y habérmelos mirado un poco mas a fondo yo estaba un poco...”*. S2: *Parece cansado, pero tranquilo y sonriente al principio de la sesión. “Stefani, sobre todo era la primera que resolvía los problemas mientras que en clase las matemáticas no se la dan bastante bien, tiene buen comportamiento pero no es brillante en matemáticas”*. S3: *“Hay días que todo te sale bien y otros que todo te sale cruzado. Tuve que venir por la mañana a cuidar un examen, mientras venía el coche se me paró, monté un atasco... así que a la hora de empezar estaba movilizado”*. S4: *“Despistado”*.

Final negativo –Relajación ante la finalización de la secuencia y de la sesión.

S5: *“Contento, tranquilo”, “...estaba bien, y después ya me fui desesperando tal como pasaba la sesión”*.

Disfrute –*Tipo predominio medio-negativo (con tipos predominio medio, negativo, alternancia con mayoría positiva en dimensión instruccional)*

Comienzo positivo –Buen humor ante adecuadas intervenciones de algunos alumnos, (construcción de la mediatriz y del circuncentro). Implicación matemática de los alumnos en las actividades. Pocos malos usos del miniportátil en las prácticas.

S1: *“Resulta interesante, pero se pasa muy rápido el tiempo.”*. En el video ante las preguntas *“¿Qué ponemos?”*, responde *“¡Habladlo en grupo!”*; se ríe, está tranquilo y disfruta de la sesión. S2: *Dos intervenciones positivas de Stefani han puesto de buen humor a Josean que le reta a hacerlo en la PDI. Conversación riéndose Stefani y Josean; los dos acaban contentos*. S4: *Se le observa de buen humor, especialmente cuando Hicham da como ejemplo de triángulo rectángulo el degenerado en un punto y cuando investigan sobre triángulos no rectángulos y la relación entre la suma de las áreas pequeñas y la grande. Explica animado y consigue mayor implicación de los alumnos, aunque tardan en contestar. Buen humor, asociado a resultados finales, no a procesos de reflexión, no insiste en que se explique lo pensado ni en salir a la PDI a justificar resultados*.

Final negativo –Desesperación ante las malas resoluciones matemáticas; Frustración y nerviosismo generados por su interpretación de S5 como evaluación final de la secuencia, con atribución explícita de la

responsabilidad de errores y dificultades a los alumnos; Incomprensión de las demostraciones del Teorema de Pitágoras, particularmente de aquellas de tipo algebraico que añade al guión.

S5: “Te desmoraliza un poco de que hay cosas de que crees que tienen que saber porque las has explicado en clase y las has trabajado bastante y no se acuerdan”, en el video se aprecia que se empieza a poner nervioso desde el principio: en el minuto 5 grita, algo nada habitual en él.

Relación de lo afectivo con lo instruccional

Fase profesional de conservadurismo y crítica (Apunte biográfico); Baja auto-exigencia aplicada a los efectos potenciales de sus acciones de enseñanza; Desconfianza de las posibilidades de la tecnología como herramienta educativa (Expectativas); Implicación y comportamiento del grupo (Alumnos); Buenas intervenciones de Stefani para construir la mediatriz y de Hicham para aplicar el Teorema de Pitágoras (Desarrollo).

Recensión de resultados del caso de Josean

(Objetivo 1 –Profesor) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de tecnología durante su enseñanza, destaca por un lado, el exceso de confianza en sus capacidades tecnológicas y en su conocimiento de las herramientas que intervienen en la secuencia, lo cual le lleva a cometer errores asociados a la falta de preparación de las sesiones. Por otro lado, destaca su desconfianza en las posibilidades que brinda la tecnología como herramienta de comunicación matemática, lo cual le lleva a desaprovechar oportunidades de aprendizaje centradas en los alumnos para priorizar la elaboración de versiones matemáticamente más rigurosas pero más alejadas del lenguaje de los alumnos.

(Objetivo 2 –Profesor) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante la enseñanza de la Geometría con tecnología, hay un cierto escepticismo que se incrementa a lo largo de la secuencia a través de orquestaciones cada vez menos tecnológicas y más tradicionales (pizarra convencional) y expositivas, con el rechazo progresivo de un papel más activo del alumnado en la discusión en gran grupo. El final de la secuencia está marcado por un incremento de la frustración, explicado en parte por las

malas realizaciones de los alumnos, que a su vez aumentan a medida que aumenta la frecuencia de orquestaciones poco participativas y centradas en el profesor, así como la no puesta en valor de buenas realizaciones matemáticas de algunos alumnos en cuanto contienen algún error o imprecisión.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE LOS CASOS DE ALUMNO

En este segundo capítulo de análisis, presentamos la construcción de los nueve casos de alumno, extendiéndonos en la ejemplificación más completa de un caso, el de Brayan. Procedemos como en el capítulo anterior, para los casos de profesor.

5.1. Ejemplificación del caso de Brayan

Brayan es un alumno del grupo tutorizado por Ana, la profesora cuyo caso hemos ejemplificado con mayor detalle. Se analizan más exhaustivamente las relaciones entre ambos en este capítulo y se ve más coherencia entre lo que ocurre con uno y con otro dada la interrelación en las sesiones de la secuencia. Una ventaja añadida de la elección de Brayan para el detalle de un caso de alumno es la no necesidad de transcribir las cinco sesiones por estar en el apartado correspondiente a su profesora (4.1.1). De este alumno, con base en el cuestionario inicial, las puntuaciones son:

BRAYAN 6 4 3 7 7 7 7 5 6 4 3 6 5 7 4 2 7 5 75%

Los primeros números indican las respuestas, sobre un máximo de 7, a las preguntas formuladas sobre sus actitudes hacia la enseñanza de la geometría con tecnología. El último número indica un 75% de valoración sobre las cuestiones. Este fue uno de los alumnos que dio lugar a una de las puntuaciones más bajas en el cuestionario inicial. Se tuvo en cuenta que asistiera a clase con regularidad y que no fuera demasiado disruptivo o que ni siquiera intentara entender las actividades de la secuencia.

5.1.1. Las tablas de reducción

Empezamos por las tablas que resumen datos para cada subdimensión y concluye con un nivel que luego se representa mediante un gráfico para visibilizar la evolución de los correspondientes valores a lo largo de la secuencia. Para casos de alumno, las dimensiones son: Dimensión afectiva

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	7/7 (Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para aprender) 1/7 (Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores)	<i>Si, porque algunas veces me quedo embobado en paginas de enseñanzas. (+)</i>	<i>Es divertido y emocionante. (+)</i>	<i>Sí, me empiezo a cansar un poco de muchos de ordenadores. (-)</i>	<i>Sí, ya me estoy cansando. (-)</i>	<i>Qué mal, esto es aburrido. (-)</i>
V		Resopla y se concentra sólo en el ordenador, evitando el papel, (-) muestra abatimiento y agobio (m 5). Brayan recibe broncas de la profesora por despistarse o enfrascarse demasiado con el ordenador, aumentando su malestar (m 11). (-)	Se ríe durante los primeros minutos. Canturrea (+). (m 5 y 14) Se niega inicialmente a salir a la PDI, (-) aunque finalmente acepta tras mucho insistir de la profesora (m 62). (+)	No se confirma completamente con el video, hay muchos ejemplos de que B utiliza el ordenador cuando podría dejárselo a su compañero J (m 1, 3, 8, 15). (+)	Toma el ordenador con ganas, impidiendo a su compañero que lo utilice primero (+) (m 0, 3, 23) Tras repasar los 3 tipos de triángulos según sus ángulos, saca B a la PDI. B: "Que no me apetece" (-) (m 6) Luego empieza una discusión con la profesora. B se sienta contrariado, no dice nada pero está ofuscado. (-)	(m 0) "Os acordáis de lo que hicimos el otro día?", pregunta Ana sin convicción, "no sé ni lo que hice ayer", responde riendo B sin interés (-). La opinión expresada en el cuestionario no se corresponde totalmente con el video: (+) Insiste en varias ocasiones en tomar el control del ordenador: B cede el control a J, pero cuando este lo va a tomar le dice "no, no, no..." y se lo arrebató apartándole las manos con el antebrazo, a pesar de esto, J ríe. (m 35)
Va	+4	0+1-2=-1	0+3-1=+2	0+1-1=0	0+1-3=-2	0+1-2=-1

Tabla 5.1. Tabla de reducción para Ánimo-Brayan

	C1	S1	S2	S3	S4	S5
C	6/7 (Es divertido aprender con ayuda de la tecnología) 7/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores)	<i>Si es divertido aprender en los ordenadores. (+)</i>	<i>No (,) me lo estoy pasando bien. (+)</i>	<i>No, ejercitan la mente. (+)</i>	<i>No, me aburre (-)</i>	<i>Un poco si (aburrido) (-)</i>
V		En muchas ocasiones (m 4, 8, 32, 35 y 43) mira a ver si hay conexión a Internet u otros recursos que no necesita (-) él o J, en vez de hacer las actividades Ojalá se pudiera (mover el árbol), está animado haciendo las actividades de una pared (m 26). (+)	Se emociona dice: "uiii", (m 27) cuando casi obtiene un resultado correcto (+). Cuando no es él quien maneja el ordenador se aburre (m 36). (-)	Confirmado, está bastante activo durante la mayor parte de la sesión: (m 3,11, 18, 19, 21, 26, 35, 38). (+)	Está frustrado porque no le ha salido el ejercicio (-) en la PDI, además J ha terminado antes que él el ejercicio en papel ante su incredulidad (m 12) "ya está", "sí, hombre", dice B contrariado (-), que no cree que J haya terminado antes que él y tan pronto, "ah, vale" tiene que reconocer al volverse y ver el ejercicio completado. Se fija en el ejercicio de J para terminar el suyo. (m 25) Inicio de otro bloqueo, B da un golpe en la mesa cuando J le indica por dos veces que las preguntas de Ana se refieren a los datos que hay en la pizarra no a los que tienen ellos en el ordenador. (m 6, 15) la profesora le vuelve a sacar a la PDI, cuando se sentaba sin permiso. Suspira. La discusión profesora-alumno sigue. (-)	No se corresponde con el video: -"soy un crack", "ya está, ya lo hemos hecho", dice B cuando terminan el puzzle. (m 24) (+) B repite el puzzle: "chupa, solo he fallado una!" (m 26). (+) Se lanza a realizar la animación sin escuchar lo que dice A, que le frena. B se muestra desconfiado de que vayan a encajar las piezas, "¡ahí va!" dice sorprendido (+) cuando finalmente ve que sí que encajan. (m 38)
Va	+3	0+2-1=+1	0+2-1=+1	0+2=+2	0-4=-4	0+3-1=-2

Tabla 5.2. Tabla de reducción para Disfrute-Brayan

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	2/7 (Para realizar dibujos o figuras, no veo necesario el ordenador)	<i>Sí, merece la pena, así aprendes cosas. (+)</i>	<i>Sí, todo programa que sirva para estudiar. (+)</i>	<i>Estoy aprendiendo mucho. (+)</i>	<i>No es fácil, no me gusta. (-)</i>	<i>Sí, me aburre mucho. (-)</i>
E		<i>Pues es muy difícil de comprender (-) pero intento un poco comprenderlo y así es mejor para aprender más cosas. [¿Qué te ha resultado más difícil entonces?] Esto y esta. (Las de una pared) [¿Por qué era más difícil?] Porque no sabía como eran los ángulos y no sabía como poner la circunferencia. (no había ninguna circunferencia en los ejercicios)</i>	<i>Aunque cueste, esto cuando tengamos más años lo utilizaremos... cuando seas más mayor... Lo tendremos que utilizar para ver cosas... (+)</i>	<i>Más o menos. [¿Y el menos?] No sé...ya me estaba cansando de tanto tablet. (-) [¿Qué es lo que te cansa de los tablet] El Geogebra</i>		
V		Añade puntos porque no le sale y la barra de Geogebra se lo permite. (-) (m 42)	Aunque sin procesar mucho la información, B escucha a Ch haciendo el problema con 4 puntos y lo reproduce en el ordenador (m 15) (+). También implicado haciendo los ejercicios de 4 puntos con GeoGebra (m 17). (+)	Falla en su aportación a la definición de bisectriz (m 17) (-). Confunde la forma de construir el incentro, a raíz del procedimiento con el programa (m 26) (-). Muy animado al construir la circunferencia inscrita con su compañero J (m 30). (+)	Hay algún momento en que el Geogebra supone algún problema para B, cuando intenta modificar las dimensiones del triángulo rectángulo para comprobar el T ^a de Pitágoras en distintos triángulos rectángulos (m 22). (-)	Los puzzles llaman su atención: La profesora desmenuza la animación de Baskhara, B se lanza con ganas (+) a realizar la animación sin escuchar a Ana, que le frena. B desconfía de que vayan a encajar las piezas. (m 38) A: ¿Creéis que todas estas piezas van a caber en los dos medianos? B: Es que no se cómo van a caber... "¡ahí va!", dice cuando finalmente ve que encajan (m 8). (+)
Va	+3	0+1-2=-1	0+4=+4	0+2-3=-1	0-2=-2	0+2-1=+1

Tabla 5.3. Tabla de reducción para GeoGebra-Brayan

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	6/7 (La tecnología hace más interesantes las clases) 4/7 (Intento no salir cuando piden un voluntario para la pizarra digital)	<i>Si lo enties (entiendes) mejor. (+)</i>	<i>Si se entiende mejor (+). Me gusta salir. (+)</i>	<i>Sí es mejor. (Cuando explican las cosas en la PDI me entero mejor del problema) (+). No me gusta responder. (Me gusta salir a la PDI y que todo el mundo me pregunte cosas) (-)</i>	<i>No me gusta salir y no lo entiendo (-). No hago nada, me quedo quieto. (Cuando el profesor busca a alguien para salir a la PDI me escondería debajo de la mesa) (-)</i>	<i>Es aburridísimo (Otra vez a la Pizarra Digital, no, por favor, no) (-)</i>
E		<i>Porque así cada alumno puede aportar ideas y tu las vas recordando y luego las puedes utilizar. (+)</i>	<i>Porque así cada alumno puede poner sus opiniones. (+) [¿Te tocó salir hoy?] Sí [¿Qué tal?] Me costó. [¿Qué has hecho en la pizarra hoy?] Definir qué era la mediatriz y calcular algunos ángulos [¿Qué tal te has encontrado?] Algo nervioso (-) [¿Por qué?] Porque no sabía si lo iba a hacer bien o mal.</i>	<i>Un poco sí. [Estos que te has enterado tú, ¿has necesitado la explicación de la PDI para comprenderlos?] No [¿Y en este? (3 lados)] Sí. [¿Y después de que lo explicaron en la PDI te has enterado tú?] Sí. (+)</i>	<i>[¿Aquí saliste?] Sí [¿Y no lo entendías?] No, sí que lo entendía, pero nunca me ha gustado salir. (-) [¿Nunca te ha gustado salir a la pizarra?] (no responde)</i>	
V		<i>Venga tú puedes J (dice mientras J intenta plantear el problema en la PDI). Confío mucho en ti (ríe), ánimo (m 13) (+). Ana saca P a la PDI, para repasar el problema de una pared, diciendo que tiene que explicárselo a Brayan. Se muerde las uñas, mientras Pedro le explica a él el problema desde la PDI, No soy tonto, eso ya lo sé, responde (m 6). (-)</i>	<i>Ana pide voluntarios y Brayan no dice nada (m 14) (-) Sale B a la PDI y no lo hace bien (resumen de lo visto y construcción de mediatrices con Geogebra). (m 65) (-) Más tarde, A vuelve a invitar a B a salir a la PDI, pero este prefiere responder desde el sitio (m 78, 84). (-)</i>	<i>Cuando sabe la respuesta no pone objeciones a salir, aunque no da explicaciones de palabra sobre lo que está haciendo (m 21). (+)</i>	<i>Cuando sale a la PDI por primera vez, intenta hacer el ejercicio. (m 8) (-) como no le sale se enfada y se queda callado y quieto al sentarse. Al comienzo de la segunda parte de la actividad vuelve a salir, pero intenta sentarse en cuanto puede (m 6).</i>	<i>B rechaza en alguna ocasión salir a la PDI (m 7) (-). Aunque si la tarea es fácil no lo rechaza. Ana le pregunta a B algo sencillo, (mover el vértice para que sea rectángulo) pidiéndole que salga a la PDI. Sale sin quejarse (m 16). (+)</i>
Va	+2	0+3-1=+2	0+3-3=0	0+3-1=+2	0-4=-4	0+1-2=-1

Tabla 5.4. Tabla de reducción para PDI-Brayan

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	5/7 (Me siento frustrado cuando hago tareas con ordenador en clase) 1/7 (Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar cuando trabajo con ordenador en clase) 7/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores) 3/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador) 1/7 (No tengo tanta habilidad con el ordenador como algún amigo).	<i>Sí, porque algunas veces me quedo embobado en páginas de enseñanzas (Me gusta utilizar el ordenador en clase, tanto que me cuesta apagarlo al final...) (+) Es divertido y así podríamos valorar las cosas (... aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida) Sí es divertido aprender en los ordenadores (+).</i>	<i>Es divertido y emocionante (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...) (+) Sí, todo es difícil pero con esfuerzo será fácil. (...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil) (+).</i>	<i>Sí, me empiezo a cansar un poco de muchos de ordenadores (Vaya rollo, otra vez con el ordenador...) (-). Sí (...espero que por lo menos el ordenador me haga más fácil la tarea) (+).</i>	<i>Sí, ya me estoy cansando (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...) (-). Algunas veces sí y otras no (...como encima no me entere de nada, ¡vovoy fatal!)</i>	<i>¡Qué mall!, esto es aburrido (¡Qué bien, otra clase con ordenadores!) (-). No quiero aprender esto (...estoy aprendiendo bastante con los ordenadores) No me ayuda (el ordenador) (-).</i>
E			<i>[¿Puedes concretar?] Es regular porque hay cosas que no entiendo y me cuesta más. (-) [Por ejemplo...]<i>La Geogebra... que había que trazar una línea que se llamaba mediatriz y teníamos que definirlo.</i></i>	<i>Sí, pensaba que sí. [¿Y cómo te han resultado las actividades?] Al principio bien, luego ya he ido un poco peor (-).</i>		<i>[¿No te ha ayudado nada el ordenador?] No (con la cabeza) [¿Y aquí en los puzzles? ¿Saliste como entraste?] (asiente) (-)</i>
V		Resopla y se concentra sólo en el ordenador, evitando el papel, muestra abatimiento y agobio. (m 5) (-). B recibe broncas de la profesora por despistarse o enfascarse demasiado con el ordenador (m 12) (-). Añade puntos porque no le sale y GGB lo permite (m 42) (-). Disfruta y ríe en ocasiones (m 24) (+). Al terminar la actividad, compiten para ver quién apaga antes el ordenador (m 110).	Ríe durante los primeros minutos (m 5). Canturrea (m 14) (+). Durante la sesión B acapara el ordenador utilizándolo la mayor parte del tiempo a pesar de las llamadas de atención de la profesora (m 12) (-). Al final de la segunda sesión, J consigue hacer más uso del miniportátil (ejercicio de 4 puntos).	No se confirma con el video, hay ejemplos de que B utiliza el ordenador cuando podría dejárselo a su compañero J (m 1, 3, 8, 15, 24, 35). Aunque en esta sesión el tiempo de utilización del miniportátil está más compartido (+).	Toma el ordenador con ganas (+), impidiendo a su compañero que lo utilice primero (-) (m 0, 3, 23) Aunque en otros momentos J lo utiliza defendiendo su derecho e incrementando su tiempo de utilización respecto a las sesiones anteriores.	No se corresponde con el video. Insiste en tomar el control del ordenador (+). B cede el control a J, pero cuando este lo va a tomar, dice “no, no, no, no...” y se lo quita apartándole las manos con el antebrazo. A pesar de ello, J ríe (m 36). No lo acapara ya tanto. (+)
Va	+2	0+3-3=0	0+3-2=+1	0+2-2=0	0+1-2=-1	0+2-3=-1

Tabla 5.5. Tabla de reducción para Miniportátiles-Brayan

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	6/7 (Usar ordenador en el instituto me prepara mejor para el futuro) Espero que juguemos a algún juego que queramos. (-) Que me pueda divertir lo máximo posible (-) (Qué pasa por tu cabeza mientras enciendes el ordenador en clase).	<i>Sí, he aprendido que el ordenador no es solo para jugar sino que también para aprender (+).</i>	<i>Sí, siempre se aprende algo. No, me gusta salir (+). (Si el profesor busca alguien para salir a la PDI, me escondo.)</i>	<i>Sí, cada día se aprende algo. No me gusta responder (-). (Me gusta salir a la PDI y que todo el mundo me pregunte cosas.)</i>	<i>No lo sé hasta que no empecemos no se sabrá. No hago nada me quedo quieto (-) (Cuando el profesor busca a alguien para salir a la PDI me escondería debajo de la mesa).</i>	<i>Demasiado larga, esto es aburridísimo (-). Es aburridísimo (-) (Otra vez a la PDI, no, por favor, no).</i>
E			<i>De los fallos que tengamos nosotros siempre se aprende algo (+).</i>	<i>[¿Qué pensabas al principio de clase?] Que me iba a aburrir. (-) [¿Por?] Ya me estaba cansando de tanto tablet, del GeoGebra.(-)</i>		<i>[¿Por qué pones esto?] Porque me aburro y se me hace la clase eterna. (-) [¿Con los ordenadores se te hace eterna?] Sí, también. (-)</i>
V		B no sale a la PDI, pero sí J. Desconfía de los resultados de J y muestra envidia. Está implicado y le gustaría estar en el puesto de J (+). <i>Venga tu puedes J, (mientras J intenta plantear el problema en la PDI), confío mucho en ti (ríe), ánimo, hip, hip, hurra! (ríe) (m 13).</i>	A pide voluntarios y B no dice nada (m 14) (-). Al principio de la segunda parte sale a la PDI, después de insistirle mucho la profesora y no lo hace bien (se le pedía hacer un resumen de lo visto en la primera parte de la sesión, significado y construcción de mediatrices con GGB) (-). Más tarde, A vuelve a invitarle a salir a la PDI, pero este prefiere responder desde el sitio (m 18, 24). (-)	Cuando sabe la respuesta no pone objeciones a salir, aunque no da explicaciones sobre lo que está haciendo (m 21). (+)	La clase comienza bien, B está animado y quiere tener el ordenador (m 0, 3) (+). Cuando sale a la PDI por primera vez, intenta hacer el ejercicio (m 8). Como no le sale se enfada y se queda callado y quieto al sentarse (-). Al comienzo de la segunda parte de la actividad vuelve a salir, pero intenta sentarse en cuanto puede (m 66).	B rechaza en alguna ocasión salir a la PDI: (m 7) (-). Aunque si la tarea es fácil no lo rechaza (+). A le pregunta a B algo sencillo (mover el vértice para que sea rectángulo), pidiéndole que salga a la PDI. Sale sin quejarse (m 16). (+)
Va	+1	0+2=+2	0+2-3=-1	0+1-3=-2	0+1-2=-1	0+2-5=-3

Tabla 5.6. Tabla de reducción para Expectativas-Brayan

	CI	S1	S2	S3	S4	S5
C	7/7 (Todos los días aprendemos algo utilizando los ordenadores) 3/7 (Usar ordenador en clase me ayuda a aprender mejor las materias) 5/7 (Cuando	<i>Sí, un poco</i> (Hoy me he esforzado más que otros días en las actividades) (+). <i>Sí, me he puesto nervioso y he intentado entenderlo</i> (Me he puesto nervioso porque algo no me ha salido con el ordenador) (-).	<i>Sí, intento resolverlo</i> (Cuando no me sale algo con el ordenador, lo pienso) (+). <i>Sí, como el de todos</i> (El de los 3 amigos ha sido difícil) (-).	<i>Sí, he intentado trabajar mucho.</i> (Hoy me he puesto las pilas más que otros días en las actividades) (+). <i>Sí, he mantenido la calma</i> (Cuando algo no me ha salido con el ordenador, he buscado la solución sin ponerme nervioso) (+).	<i>Hoy no he echo nada</i> (Hoy me he concentrado menos) (-). <i>No me gusta nada</i> (Me relaja mucho que todo salga bien con el ordenador) (-).	<i>Difíciles y aburridas</i> (Las tareas de hoy me han parecido difíciles) (-) <i>No me ayuda</i> (El ordenador me ha ayudado bastante a ver cosas que al principio no veía) (-).
E	utilizamos ordenadores en clase procuro estar atento) 6/7 (Cuando termino mis tareas con el ordenador quedo agotado) 7/7 (Si haciendo una tarea con ordenador en casa no me sale, sigo intentándolo)	<i>He intentado hacer las cosas mejor</i> [¿Y crees que te has esforzado más?] <i>Sí</i> [Sí, otros días que podríamos decir a lo mejor...] <i>Que lo intento y si no me sale, pues algunas veces lo dejo</i> (+).	[¿Al final te ha salido?] <i>Sí al final me ha salido, pero me ha costado mucho.</i> (+) [¿Crees que sin ordenador te habría ido mejor?] <i>No lo sé.</i>	[¿Te has esforzado?] <i>En el tablet, sí, al escribir en el folio se me había olvidado todo</i> (-). [¿Cómo te han salido las actividades?] <i>Al principio bien, luego un poco peor.</i> [¿Qué te ha resultado más fácil?] <i>La 1ª y la 2ª.</i> [¿Y más difícil?] <i>La última</i> [Esta la de las 3...] <i>Sí.</i> [¿En estas primeras te has aburrido?] <i>No</i> [¿Preguntabas a Ana cuando no te salía?] <i>Sí</i> [¿Y a J?] <i>Él me pregunta a mí</i> [¿Siempre?] <i>Sí.</i>	[¿Estabas concentrado o pasabas...?] (Asiente cuando digo “pasabas”) (-) [En las anteriores estabas mejor, en las primeras ¿Ha pasado algo?] <i>No sé.</i>	“Soy un crack”, “ya está, ya lo hemos hecho”, dice B cuando terminan el puzzle (m 24) (+). La atención de B aumenta cuando ve que la tarea es asequible (m 78) (+). Además, cuando concluyen entre todos que hay que hacer la raíz de 2861, arrebató el control del ordenador a J diciendo “2861 para 5... calculadora” (+). En ocasiones achaca las dificultades a J, como cuando achaca que responde mal a que J está en medio (envidia a J, quien no responde con buen lenguaje, pero va entendiendo) (m 13) (-). Sale a la PDI cuando la profesora le propone una actividad fácil (modificar un triángulo para que sea rectángulo).
V	5/7 (Cuando me surgen dudas trabajando con el ordenador mientras realizo los deberes, procuro aclararlas en clase)	Se concentra solo en el ordenador, evitando el papel, está abatido y agobiado (m 65). Se muerde las uñas y protesta porque P le explica solo a él desde la PDI (m 7) (-). Ayuda a J y se tranquiliza (m 66). No entiende los de deportes y pregunta (m 95). Responde sobre el billar con varias soluciones (+) (m 100). Pregunta cómo dibujar el del tenis, comenta con J. Resopla, no le sale (m 103). (-)	No muestra nervios a pesar de que los ejercicios no le salen demasiado bien. (-)	Falla en su aportación a la construcción del incentro como lugar geométrico, al proponer el punto medio del segmento interior de la bisectriz en el triángulo. (m 17) (-) A pesar de sus fallos, quiere participar en clase: ¿A quién le ha salido la circunferencia inscrita? “a mí” dice B, “a nosotros”, corrige “la ha hecho J” (m 37). (+)	Discute con A en la PDI (m 7) (-) Frustrado por no saber dibujar 3 triángulos distintos (-). Participa si cree saber la respuesta (m 13). (+)	
Va	+1	0+3-2=+1	0+2-2=0	0+3-2=+1	0+1-5=-4	0+3-3=0

Tabla 5.7. Tabla de reducción para Desarrollo-Brayan

(Ánimo y Disfrute); Dimensión instruccional (Expectativas y Desarrollo) y Dimensión instrumental (GeoGebra, PDI y Miniportátiles). Hay, pues, siete tablas de reducción para el caso de Brayan, de la Tabla 5.1 a la 5.7.

5.1.2 Los gráficos de síntesis

Como se ha explicado en el capítulo anterior, tras haber elaborado los distintos tipos de tablas para cada caso, se procede a crear los gráficos de síntesis, uno por subdimensión. Por razones de espacio y por ser plausible condensar la información, se agrupan los gráficos para una misma dimensión en una única figura. De ahí que sigan tres figuras (Figuras 5.1 a 5.3), una por dimensión (Afectiva, Instruccional e Instrumental), con cada una incluyendo los gráficos por subdimensión (Ánimo y Disfrute, Desarrollo y Expectativas, y PDI, GGB y Miniportátiles, respectivamente).

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.1), que presentan una evolución similar con valores cercanos. La posición relativa entre los valores de Ánimo y Disfrute varía influida por los valores de sesiones anteriores y la comprensión de las actividades matemáticas de la sesión presente. Hacia el final de la secuencia, ambos valores bajan hasta ser negativos afectados por la frustración provocada por la incompreensión de algunas actividades que le lleva a bloquearse ante las tareas.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.2), se observa un amplio rango de valores en las subdimensiones PDI y GeoGebra, mientras que la subdimensión Miniportátil tiene valores medios en todas las sesiones, explicamos estos resultados en relación con los bloqueos referidos anteriormente y que se hacen más presentes cuando las tareas son desarrolladas ante sus compañeros en la PDI y menos cuando las tareas se realizan sobre el miniportátil.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.3), en ambas subdimensiones se

ÁNIMO: Predominio medio ante: 1) Constatación de que se trata de actividades lectivas no lúdicas aunque sean con ordenador y, 2) Valoración positiva ligada a una buena comprensión inicial de las tareas.

DISFRUTE: Predominio positivo-medio ante: 1) Realización correcta de una actividad matemática (construcción de la circunferencia inscrita), 2) Frustración ante las tareas matemáticas que no sabe realizar (clasificación de triángulos), y 3) Constatación de que su compañero tiene inesperadamente mejores resultados que él.

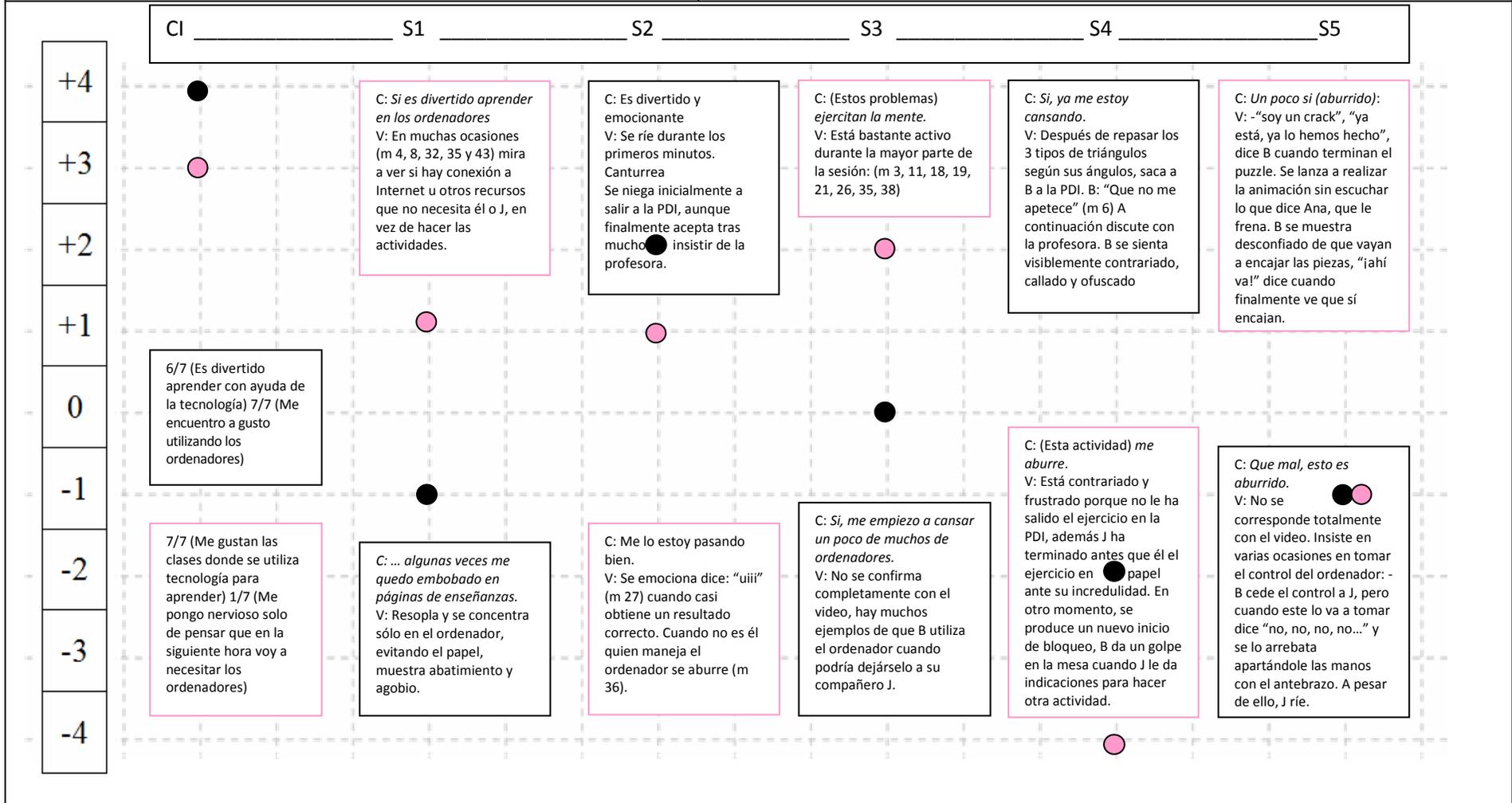


Figura 5.1. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute– Brayán

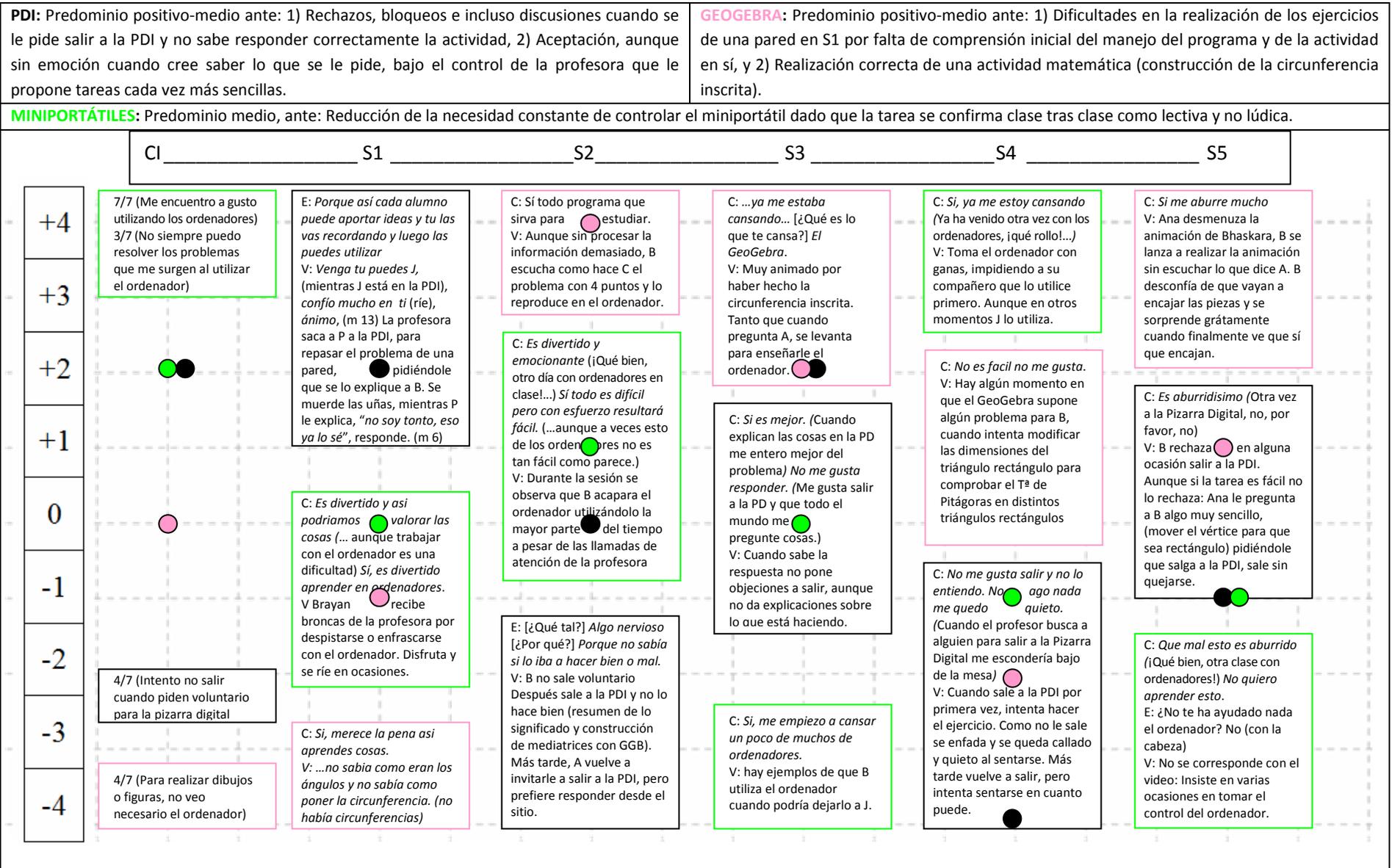


Figura 5.2. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Brayan

EXPECTATIVAS: Predominio medio-negativo ante: 1) Negativas cada vez más frecuentes e intensas a participar en público interviniendo desde la PDI por las dificultades matemáticas que encuentra, matizadas por la aceptación de la participación en las actividades desde la PDI cuando la tarea le es accesible, y 2) Efecto de las dificultades matemáticas encontradas en las sesiones previas.

DESARROLLO: Predominio medio ante: 1) Malas realizaciones matemáticas (incapacidad de explicar la construcción de mediatrices para hallar el circuncentro, clasificación de triángulos según los ángulos...), 2) Rechazo a la participación pública desde la PDI, y 3) Constatación de que su compañero J está obteniendo mejores resultados que él (construcción de la circunferencia inscrita, demostraciones del T² de Pitágoras) a diferencia de lo que es habitual (problema de una pared).

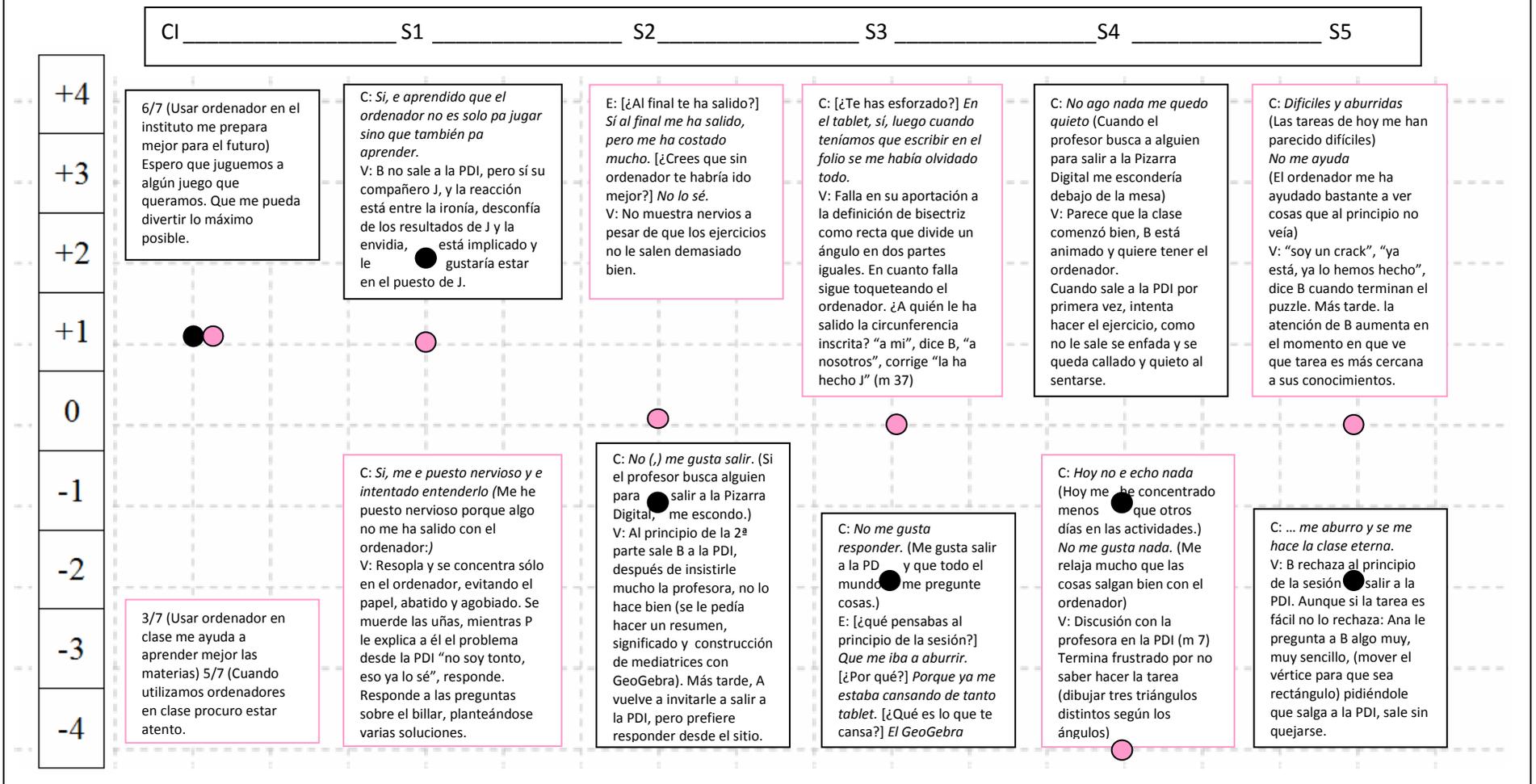


Figura 5.3. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo– Brayán

observa un descenso en los valores a partir de la segunda sesión, al constatar que las actividades son lectivas y no lúdicas. Además constata que su compañero está obteniendo mejores resultados que él. En las expectativas de aprendizaje se observa especialmente el efecto de las dificultades matemáticas encontradas en las sesiones previas y el rechazo a la participación pública desde la PDI.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Brayan es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, -1)	(S2, +2)	(S3, 0)	(S4, -2)	(S5, -2)
Disfrute	(CI, +3)	(S1, +1)	(S2, +1)	(S3, +2)	(S4, -4)	(S5, -1)
PDI	(CI, +2)	(S1, +2)	(S2, 0)	(S3, +2)	(S4, -4)	(S5, -1)
GeoGebra	(CI, +3)	(S1, -1)	(S2, +4)	(S3, -1)	(S4, -2)	(S5, +1)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, 0)	(S2, +1)	(S3, 0)	(S4, -1)	(S5, -1)
Expectativas	(CI, +1)	(S1, +2)	(S2, -1)	(S3, -2)	(S4, -1)	(S5, -2)
Desarrollo	(CI, +1)	(S1, +1)	(S2, 0)	(S3, 0)	(S4, -4)	(S5, 0)

5.1.3 El perfil narrativo

En este último apartado de presentación del caso de Brayan y de su proceso de construcción, llegamos a los contenidos del perfil narrativo elaborado para este alumno. Hasta aquí, los contenidos de los anteriores instrumentos (conjunto de tablas de reducción y conjunto de gráficos de síntesis) señalaban por igual las tres dimensiones (afectiva, instruccional e instrumental) y sus respectivas subdimensiones, buscando cambios y, en general, evolución en el signo asignado a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica. En este punto, se procede a relacionar dimensiones para avanzar en la consecución de los dos objetivos planteados para los casos de alumno, que una vez más recordamos:

- Identificar progresos y dificultades de alumnos relativos al uso directo o indirecto de tecnología en su aprendizaje de la geometría.

- Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicho aprendizaje.

El paso que va de los gráficos al perfil narrativo se caracteriza por la vinculación de las dimensiones instrumental e instruccional, por un lado, y las dimensiones afectiva e instruccional, por el otro. Al vincular lo instrumental con lo instruccional, se pretende conseguir identificar progresos y dificultades de los alumnos en el desarrollo de su aprendizaje de la geometría en un entorno tecnológico. Al vincular lo afectivo con lo instruccional, se pretende conseguir identificar actitudes y emociones antes, durante y después de la enseñanza de la geometría en dicho entorno.

De un modo muy somero, se incluye al inicio del perfil un apunte biográfico:

Brayan es un alumno de 13 años, llegó hace seis años de la República Dominicana, donde recibió una educación precaria. Al llegar a España, tuvo que superar problemas de aprendizaje y otros de base. Es un alumno algo conflictivo en cuanto al comportamiento, que ha participado en algunos episodios de acoso sexual a compañeras de otros cursos, por lo que ya ha tenido expedientes y expulsiones del centro. Él mismo reconoce que hace un uso fundamentalmente lúdico de la tecnología, utilizando sobre todo juegos por Internet. En matemáticas, dice preferir las actividades mecánicas como la resolución de ecuaciones.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio medio (con tipos predominio medio-negativo y medio en dimensión cognitiva).*

Comienzo positivo– Elevada valoración de sus capacidades con el miniportátil. Presunción de superioridad en el uso de este instrumento por delante de compañeros.

Cl: 7/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores) 3/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador).

Final medio– Mantenimiento del interés en la realización de actividades con el miniportátil. Acapara su uso (construcción del circuncentro, demostraciones del Teorema de Pitágoras). Pequeño avance en la instrumentación del miniportátil como herramienta de uso colaborativo con

su compañero, aunque compartiéndolo sólo cuando éste se impone (Ejercicio de encontrar un punto a la misma distancia de cuatro puntos dados) o le supera en la resolución de actividades (B no es capaz de construir la mediatriz como conjunto de puntos con GGB). Aburrimento cuando no utiliza el ordenador, aunque los grupos son solo de dos alumnos y la alternancia es frecuente.

S1: “Es divertido aprender con los ordenadores” responde en referencia a “Me está divirtiendo pensar el problema de hoy”. S2: “Es divertido y emocionante”, en referencia a “¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!” En el video se observa que, durante la sesión B acapara el ordenador utilizándolo la mayor parte del tiempo a pesar de las llamadas de atención de la profesora, durante el proceso de construcción del circuncentro. J consigue hacer un mayor uso de la herramienta (empezamos a verlo al final de la segunda sesión, cuando está realizando un ejercicio de encontrar un punto a la misma distancia de cuatro dados, mediante la construcción con GGB de mediatrices S3: “Sí, me empiezo a cansar un poco de muchos ordenadores”. En el video se observan varios ejemplos de que B utiliza el ordenador cuando podría dejárselo a su compañero, en la construcción del incentro. S4: “Sí, ya me estoy cansando” (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...) En el video se observa que toma el ordenador con ganas, impidiendo a su compañero que lo utilice primero. Aunque en otros momentos J lo utiliza defendiendo su derecho. S5: “No quiero aprender esto” responde en referencia a “...además hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores”. En el vídeo se aprecia que insiste en varias ocasiones en tomar el control del ordenador, para la realización de puzzles sobre demostraciones del Teorema de Pitágoras.

PDI –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio medio-negativo y medio en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo-medio– Apreciación de la utilidad de la PDI. Anhelos de salir, ante las intervenciones de su compañero J. Identificación de la herramienta con un problema al ser utilizada para explicarle a él en particular un problema.

S1: “...cada alumno puede aportar ideas y tu las vas recordando y luego las puedes utilizar.” En el video dice: “Venga tú puedes J (mientras J intenta

plantear el problema en la PDI), confío mucho en ti (ríe), ánimo, hip, hip, hurra!”, entre la ironía y envidia. Más tarde, Ana saca a P a la PDI, para repasar el problema de una pared, especificando que tiene que explicárselo a B. Se muerde las uñas, mientras P le explica el problema desde la PDI “no soy tonto, eso ya lo sé”, responde. S2: “Si acaso en el sitio, en la PDI no sabré explicarlo”, responde a la pregunta de la profesora “Brayan, nos haces un resumen en la PDI?”. S3: Sale a la PDI sin poner objeciones, aunque una vez allí hace los pasos mecánicos (dibujo de la bisectriz con GGB) sin explicarlos tal como le pide la profesora.

Final medio-negativo– Rechazos, bloqueos e incluso discusiones con la profesora cuando le pide salir a la PDI y no sabe resolver correctamente la actividad o le pide razonar el proceso seguido o el significado de lo construido (clasificación de triángulos). Aceptación, aunque sin emoción cuando cree saber lo que se le pide, bajo el control de la profesora que le propone tareas cada vez más sencillas (modificación de un triángulo para hacerlo rectángulo).

S4: C: “No me gusta salir y no lo entiendo. No hago nada me quedo quieto” (Cuando el profesor busca a alguien para salir a la PDI me escondería bajo de la mesa). En el video se aprecia que cuando sale a la PDI por primera vez, intenta hacer el ejercicio, pero como no le sale, se enfada y se queda callado y quieto al sentarse. Más tarde vuelve a salir, pero intenta sentarse en cuanto puede, se bloquea y luego se niega rotundamente a salir. S5: C: “Es aburridísimo” en referencia a “Otra vez a la PDI, no, por favor, no”. En el video se observa que B rechaza en alguna ocasión salir a la PDI. Aunque si la tarea es fácil no lo rechaza. Ana le pregunta a B algo sencillo (mover el vértice para que sea rectángulo), pidiéndole que salga a la PDI y este sale sin quejarse.

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio medio-negativo y medio en dimensión cognitiva).

Valor positivo– Buenas realizaciones de ejercicios con ayuda de su compañero o de la profesora (construcción de la circunferencia inscrita), aunque en ocasiones la herramienta es utilizada para reproducir sin procesar las acciones observadas en la PDI (encontrar un punto a la misma distancia de cuatro puntos dados).

S1: “Pues es muy difícil de comprender pero intento comprenderlo y así es mejor para aprender... no sabía cómo poner los ángulos ni la circunferencia”. S2: En el video se observa que, aunque sin procesar la información demasiado, B escucha cómo C hace el problema con cuatro puntos y lo reproduce en el ordenador. S3: “...ya me estaba cansando...” [¿Qué es lo que te cansa?] El GeoGebra. Sin embargo en el video se le ve animado por haber hecho la circunferencia inscrita. Tanto que cuando Ana pregunta, “¿Dónde tiene que estar la circunferencia?”, B responde, “así” y se levanta ordenador en mano para enseñársela.

Valor medio-negativo– Atribución de dificultades al programa (comprobación del Teorema de Pitágoras). Realización de la parte de observación de algunas actividades con GGB pero no mediante la reflexión, sino mediante la reproducción de una serie de pasos eminentemente gráficos que la profesora realiza en la PDI (demostraciones del Teorema de Pitágoras).

S4: “No es fácil, no me gusta”. En el video se observa algún momento en que GGB supone algún problema para B, cuando intenta modificar las dimensiones del triángulo rectángulo para comprobar el Teorema de Pitágoras en distintos triángulos rectángulos. S5: La profesora explica la animación relativa a la demostración de Bhaskara de este Teorema y el alumno se lanza animado a realizarla en su miniportátil antes de que esta termine de hablar.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Problemas de base en Matemáticas prefiriendo las actividades más mecánicas sobre las más reflexivas. Uso no escolar fundamentalmente lúdico de la tecnología (Apunte biográfico); Contraste entre las expectativas lúdicas expresadas y la realidad lectiva de las actividades de la secuencia (Expectativas); Bloqueos mayores en sus intervenciones en la PDI respecto a cuando estas son desde su mesa. Malas realizaciones matemáticas. Remisión de su insistencia por ser él quien maneje el ordenador en vez de su compañero al comprobar que se está enterando mejor que él de las actividades y en parte por lo mencionado en el factor anterior (Desarrollo).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio medio (con tipos predominio medio-negativo y medio en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo-medio– Ilusión en las primeras sesiones por la utilización de tecnología. Comienzo de las quejas acerca del exceso de actividades con tecnología.

S1: “... algunas veces me quedo embobado en páginas de enseñanzas.” En el video se observa que resopla y se concentra sólo en el ordenador, evitando el papel, mostrando abatimiento y agobio. S2: “Es divertido y emocionante”, responde en referencia a “¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!”.

Final medio-negativo– Frustración y muestras de aburrimiento a medida que comprende que el objetivo principal de las sesiones es el aprendizaje de geometría, y el componente lúdico está supeditado a este objetivo.

S3: “Sí, me empiezo a cansar un poco de muchos ordenadores”. Esto no se confirma por completo con el video, hay varios ejemplos de que B utiliza el ordenador cuando podría dejárselo a su compañero J. S4: “Sí, ya me estoy cansando.” En el video se observa que después de repasar los tres tipos de triángulos según sus ángulos, B sale a la PDI. B: “Que no me apetece” (min. 6). A continuación empieza una discusión con la profesora. B se sienta visiblemente contrariado, no dice nada pero está ofuscado. S5: “Qué mal, esto es aburrido”, responde en referencia a ““¡Qué bien, otra clase con ordenadores!”.

Disfrute –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio medio-negativo y medio en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo-medio– Alegría y predisposición a realizar construcciones geométricas con el miniportátil, al menos hasta el momento en que se le pide razonar el proceso seguido. Satisfacción cuando realiza correctamente una actividad (construcción de la circunferencia inscrita).

S1: En muchas ocasiones mira si hay conexión a Internet u otros recursos que no necesita, en vez de hacer las actividades que le llaman menos la atención. S2: A pesar de las numerosas llamadas de atención, acapara el uso del miniportátil, está contento e implicado. S3: Se le observa activo durante la mayor parte de la sesión.

Final medio-negativo– Frustración y ofuscación, mostrada en su oposición frontal a la participación a raíz de una mala intervención inicial en la PDI (clasificación de triángulos), seguida de la constatación de que su compañero está obteniendo mejores resultados que él, lo que no esperaba por inhabitual. Abatimiento tras ser amonestado por la profesora en público.

S4: Casi desde el principio está contrariado y frustrado porque no le ha salido el ejercicio (dibujar tres triángulos diferentes según sus ángulos) en la PDI, además J ha terminado antes que él el ejercicio en papel ante su incredulidad.

S5: En el video se observan momentos de disfrute: V: -“soy un crack”, “ya está, ya lo hemos hecho”, dice B cuando terminan el puzzle. Se lanza a realizar la animación sin escuchar lo que dice Ana, que le frena. B se muestra desconfiado de que vayan a encajar las piezas, “¡ahí va!” dice cuando finalmente ve que sí encajan.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Uso no escolar fundamentalmente lúdico de la tecnología (Apunte biográfico); Frustración al constatar que su compañero J, obtiene de manera inesperada mejor rendimiento que él en las tareas (Desarrollo); Contraste entre las expectativas lúdicas expresadas y la realidad lectiva de las actividades de la secuencia (Expectativas).

Resultados del caso de Brayan

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología durante su aprendizaje, destacamos la aparición de bloqueos cognitivos asociados en gran medida a una falta de base matemática. Estas dificultades se ven agravadas por el contraste entre el ambiente lúdico que el alumno parece esperar en la realización de actividades con tecnología. El uso de la tecnología no lleva a una clara disposición hacia el aprendizaje. No se ven avances en la instrumentación de las herramientas tecnológicas como instrumentos de aprendizaje.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos la frustración generada al hacerse públicos los errores mediante la PDI, junto con la socavación de un pretendido estatus de superioridad (matemático y tecnológico) sobre J, su pareja de miniportátil, por los éxitos de éste a lo

largo de la secuencia, que en otras situaciones didácticas acostumbra a tener menor rendimiento que Brayan.

En Arnal y Planas (2013), se puede consultar un resumen del caso de Brayan con la ilustración de dos episodios de clase significativos.

5.2. Síntesis del caso de Jonathan (grupo Ana)

Pasamos a presentar el caso de otro alumno, esta vez sin el nivel de detalle dado al caso de Brayan. Ahora obviamos la información relativa a las tablas de reducción, que se encuentra en los anexos de esta memoria. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.4 a 5.6) y el perfil narrativo. En la presentación de los demás casos de alumno, también aportamos los gráficos y el perfil narrativo. Entre paréntesis indicamos el grupo al que pertenecen mediante el nombre del profesor.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.4), siendo más estable el Ánimo relacionado con su gusto por la utilización de tecnología en clase de Matemáticas, el Disfrute presenta grandes diferencias entre los valores de las sesiones explicado en parte por su Implicación por conseguir manejar el miniportátil y el aburrimiento cuando no lo consigue.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.5), se observa una cierta estabilidad en el rango de valores que toman las subdimensiones Miniportátiles y GeoGebra con cierto ascenso hacia el final de la secuencia, asociado a un mayor y mejor manejo del programa en las últimas sesiones, y un uso más compartido del equipo con su compañero. La subdimensión PDI toma un valor particularmente negativo al final de la secuencia asociado a cierto hastío por salir en muchas ocasiones anteriormente con resultados diversos, aunque en general percibe la herramienta como facilitadora del aprendizaje.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.6), siendo lo más destacado que la subdimensión Expectativas suele tener un valor superior al del Desarrollo en

casi todas las sesiones. Esta superioridad se explica a partir de su percepción de la utilidad de su esfuerzo en la consecución de nuevos aprendizajes matemáticos y su disfrute por salir a la PDI, lo cual se relaciona con sus expectativas de aprendizaje, mientras que los valores de la subdimensión Desarrollo son menores por la dificultad matemática de la tarea, que le supera en algunas ocasiones.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Jonathan es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, 0)	(S4, +1)	(S5, +1)
Disfrute	(CI, +2)	(S1, +1)	(S2, -1)	(S3, -3)	(S4, +3)	(S5, +1)
PDI	(CI, 0)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, +2)	(S4, +3)	(S5, -2)
GeoGebra	(CI, +1)	(S1, -1)	(S2, +2)	(S3, 0)	(S4, +2)	(S5, 0)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, +1)	(S2, +2)	(S3, +4)	(S4, +4)	(S5, +2)
Expectativas	(CI, 0)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +1)	(S4, +1)	(S5, +1)
Desarrollo	(CI, 0)	(S1, 0)	(S2, -2)	(S3, +2)	(S4, 0)	(S5, -2)

El breve apunte biográfico para Jonathan es el siguiente:

Jonathan es un alumno de 13 años, de origen ecuatoriano, que llegó a España hace unos cinco años, siendo su escolarización algo deficiente en su país de origen, lo que unido a sus dificultades con las matemáticas y las ciencias le ha llevado a acumular un curso de retraso y recibir apoyo.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio medio (con tipos predominio medio y medio-negativo en dimensión cognitiva).*

Comienzo positivo-medio– Valoración media de sus habilidades en el uso del miniportátil. Poca actividad directa con este instrumento, cuyo uso cede a B sin apenas reclamarlo.

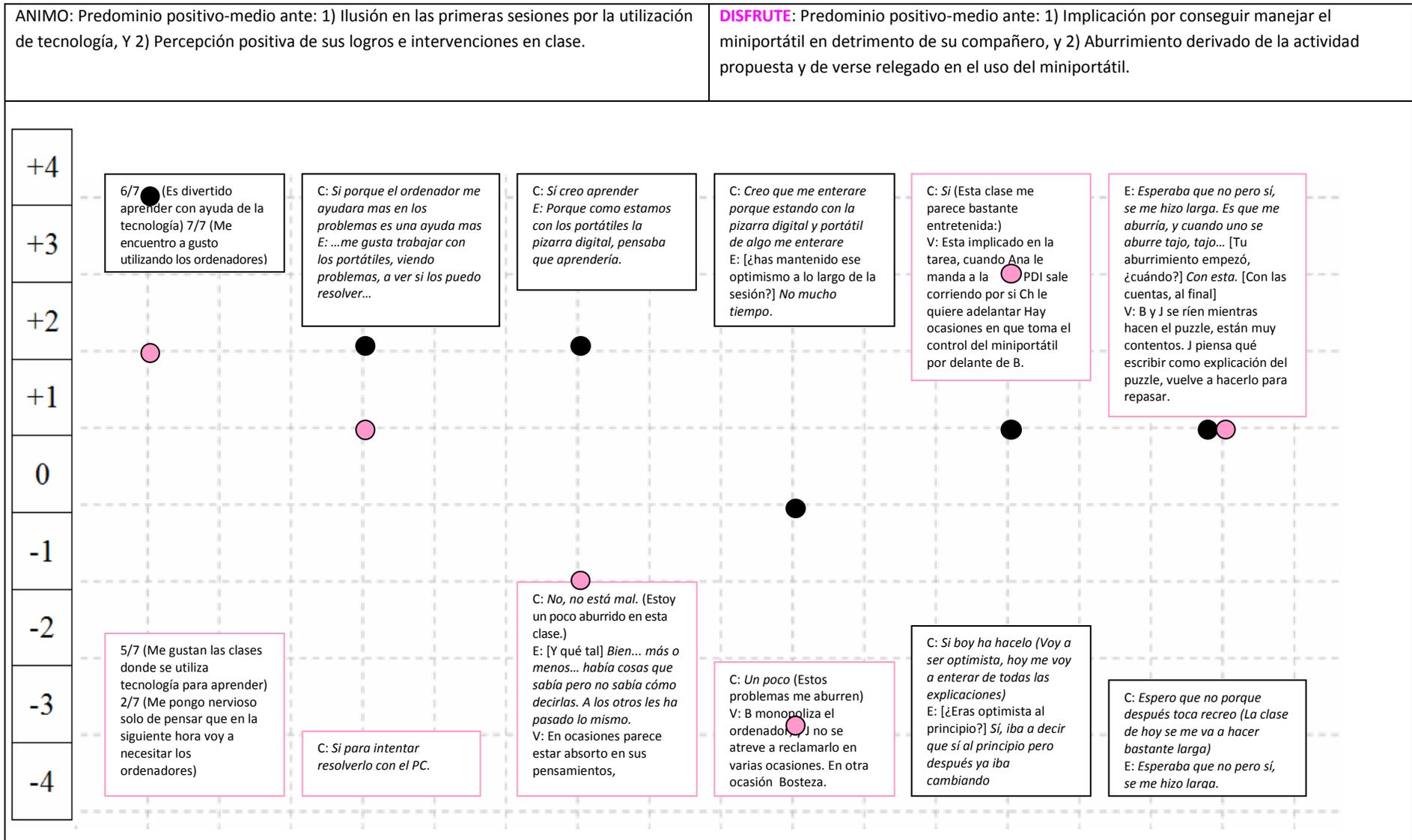


Figura 5.4. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute– Jonathan

PDI: Predominio positivo ante: 1) Percepción de la herramienta como facilitadora del aprendizaje, a pesar del 2) Hastío por salir todas las sesiones a la PDI, con distintos resultados.

GEOGEBRA: Predominio de positivo-medio ante: 1) Mayor y mejor manejo del programa en las últimas sesiones, y 2) Uso más compartido del equipo con su compañero.

MINIORTÁTILES: Predominio positivo en la percepción de la utilidad de los miniortátiles ante: 1) Percepción del miniortátil como elemento facilitador del aprendizaje, e 2) Implicación activa en la tarea que le lleva a tomar el control por delante de su compañero en el uso de la herramienta.

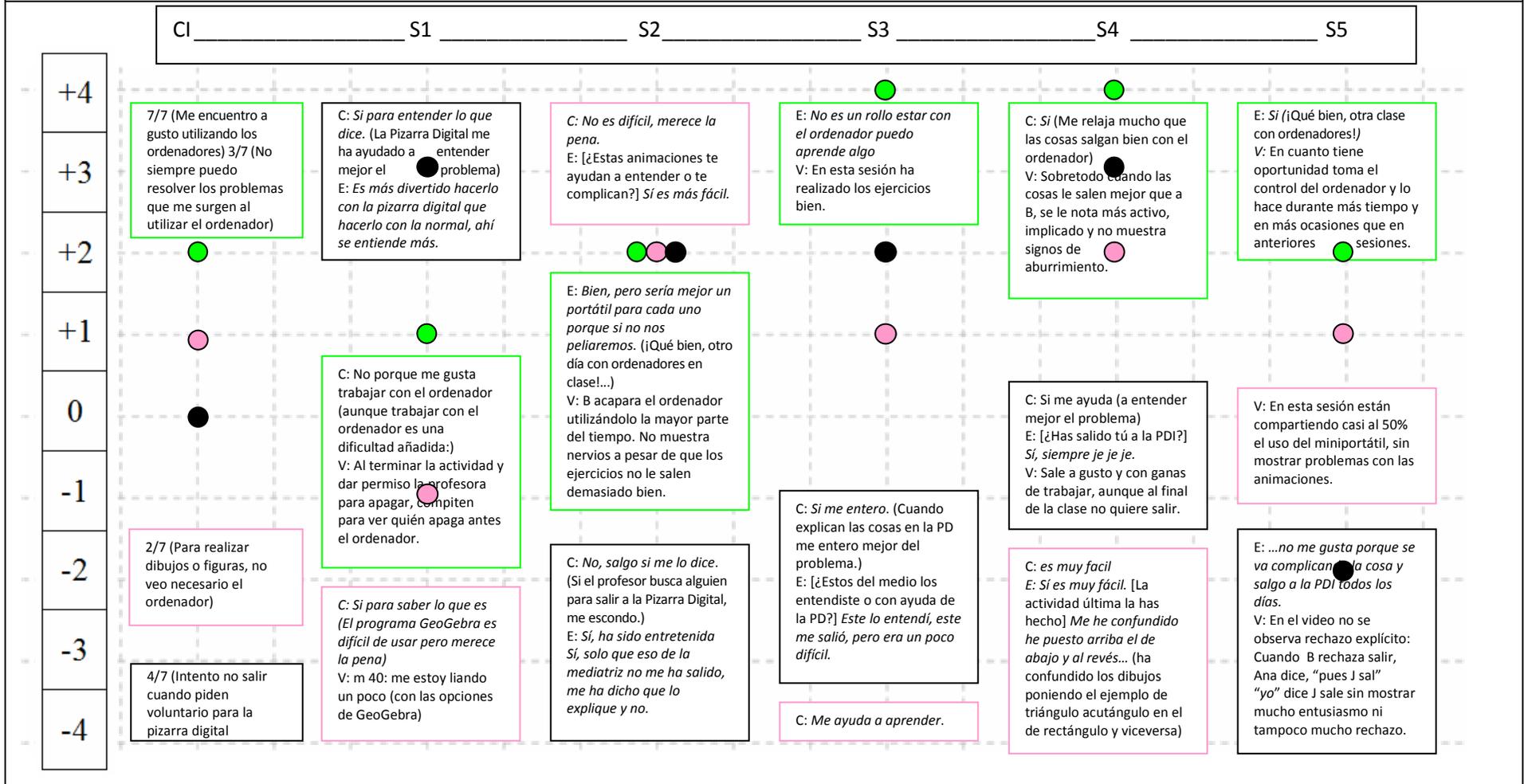


Figura 5.5. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Jonathan

EXPECTATIVAS-: Predominio medio ante: 1) Percepción de la utilidad de su esfuerzo en la consecución de nuevos aprendizajes matemáticos, y 2) Disfrute por salir a la PDI, lo cual relaciona con sus expectativas de aprendizaje.

DESARROLLO-: Predominio medio-negativo ante: Dificultad matemática de la tarea, especialmente el problema de los tres amigos, la clasificación de triángulos y los ejercicios del Teorema de Pitágoras con cuentas.

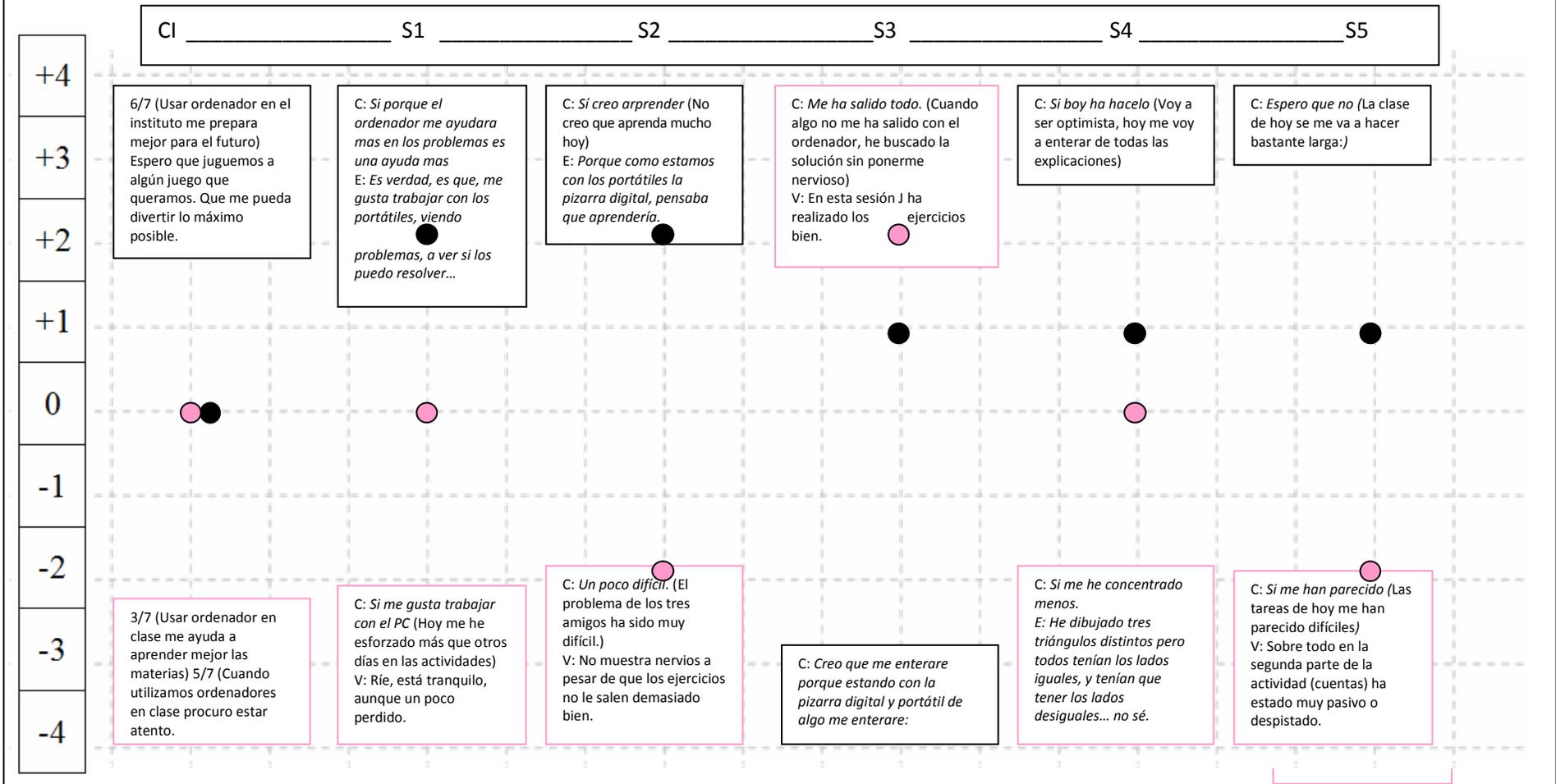


Figura 5.6. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo –Jonathan

Cl: 7/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores) 3/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador) S1: “No, porque me gusta trabajar con el ordenador” (aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida)

Final positivo— Toma el control en el uso de la herramienta por delante de su compañero, a medida que avanzan las sesiones, lo que podría ser parte de la instrumentación del miniportátil como herramienta de aprendizaje del alumno.

S2: “Bien, pero sería mejor un portátil para cada uno porque si no nos pelearemos”. En el video se aprecia que su compañero acapara el uso del miniportátil durante toda la sesión, sin tener Jonathan capacidad o ganas para pedir un uso compartido. S3: En el video se aprecia una actitud positiva hacia las actividades. En esta sesión J ha realizado los ejercicios bien. S4: En el video se le observa implicado y no muestra apenas signos de aburrimiento, salvo en una ocasión al principio de la sesión. Sobre todo cuando las tareas le son accesibles a B, se le nota más activo. S5: “La primera parte era fácil” en referencia a “...además hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores”. En el video se aprecia que toma el control del miniportátil, durante más tiempo y en más ocasiones que en las sesiones anteriores en la parte de la sesión dedicada a los puzzles para explicar las demostraciones de Perigal y Bhaskara del Teorema de Pitágoras.

PDI –Tipo predominio positivo (con tipos predominio medio y medio-negativo en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo— Apreciación de la PDI como facilitadora del aprendizaje, especialmente como medio de mejor acceso a las explicaciones del profesor. Aceptación de la participación pública aunque a demanda de la profesora, sin llegar a ser voluntario.

S1: “Sí, porque hacerlo con la PDI es mas divertido”, en referencia a “Me gusta salir a la PDI y responder las preguntas”. S2: “Sí es mejor que lo normal” (La PDI me ha ayudado a entender mejor el problema). S3: “Sí me entero” (Cuando explican las cosas en la PDI me entero mejor del problema). [Estos problemas, ¿los entendías tu solo con el ordenador antes de la PDI?] Este que me sacaron a la PDI (lo entendía) y este se me complicó un poco [el de los tres lados del parque]. [¿Estos los entendiste o con ayuda de la PDI?] Este lo

entendí, este me salió un poco difícil. S4: Se niega a salir por segunda vez a la PDI a dibujar los tres tipos de triángulos según los ángulos tras no haber sido capaz la primera.

Comienzo negativo– Devaluación de la herramienta por haber salido en numerosas ocasiones y no ser muy buenos sus resultados en algunas ocasiones.

S5: “...no me gusta porque se va complicando la cosa y salgo a la PDI todos los días.” En el video se aprecia una situación en la que están simultáneamente un alumno y J en la pizarra convencional y en la PDI respectivamente. Ana se centra en el alumno que ha terminado de hacer su dibujo en la pizarra convencional. J no sabe qué hacer y enreda (aunque solo un poco) junto con M que se despista con él.

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio medio y medio-negativo en dimensión cognitiva).

Comienzo medio– Buena valoración del programa. Pequeñas dificultades con el manejo de la construcción de mediatrices.

Cl: 2/7 (Para realizar dibujos o figuras, no veo necesario el ordenador). S1: “No es difícil, merece la pena”, en referencia a “El programa GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena”.

Final positivo-medio– Buenas realizaciones matemáticas, que favorecen la adquisición de algún conocimiento matemático en su compañero (concepto de incentro, clasificación de triángulos). Integración de la herramienta en su entorno de aprendizaje, visible en un mayor y mejor manejo del programa y un uso más compartido con su compañero (demostración gráfica del Teorema de Pitágoras).

S2: “Me estoy liando un poco...” (con las opciones de GGB). S3: Construye la circunferencia inscrita, lo que les alegra mucho, a él y a su compañero. S4: “es muy fácil”, en referencia a “El programa GeoGebra es fácil de usar...:”, refiriéndose a las animaciones que permiten ver que el Teorema de Pitágoras se cumple en triángulos rectángulos y las desigualdades en los demás casos. S5: Comparten casi a partes iguales el uso del miniportátil, sin mostrar problemas con las animaciones. Jonathan ríe también aunque B le arrebate a veces el control del ordenador, menos que en sesiones anteriores.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Problemas de base en Matemáticas (Apunte biográfico); Aumento de la confianza en sí mismo y convicción de la utilidad del propio esfuerzo en la consecución de nuevos aprendizajes matemáticos (Expectativas); Contraste entre peores (problemas con mediatrices, problema de los tres amigos, clasificación de triángulos y ejercicios del Teorema de Pitágoras con cuentas) y mejores realizaciones matemáticas (construcción del incentro, demostraciones del Teorema de Pitágoras) (Desarrollo).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio medio y medio-negativo en dimensión cognitiva).*

Comienzo positivo– Ilusión en las primeras sesiones por la utilización de tecnología. Visión positiva de la presencia de tecnología en las actividades de matemáticas, ligada a su opinión sobre su utilidad en el propio aprendizaje.

Cl: Valora con un 5/7 el ítem “Me gustan las clases en las que se utiliza la tecnología para aprender”. S1: “Sí, porque el ordenador me ayudará más en los problemas, es una ayuda más”. S2: “Porque como estamos con los portátiles la pizarra digital, pensaba que aprendería.”

Final medio– Dudas por sus realizaciones matemáticas (clasificación de triángulos). Mayor utilización del miniportátil.

S3: “Creo que me enteraré porque estando con la pizarra digital y el portátil de algo me enteraré.” S4: “Sí, voy a hacerlo” (Voy a ser optimista, hoy me voy a enterar de todas las explicaciones). [¿Eras optimista al principio?] Sí, iba a decir que sí al principio pero después ya iba cambiando. S5: Se aprecia en el video que en cuanto tiene la oportunidad toma él el control del miniportátil y lo hace durante más tiempo y en más ocasiones que en sesiones anteriores.

Disfrute –*Tipo predominio medio (con tipos predominio medio y medio-negativo en dimensión cognitiva).*

Comienzo medio-negativo– Falta de implicación asociada a tareas que le resultan difíciles. Aburrimiento asociado a la utilización mayoritaria del miniportátil de su compañero. Poca implicación para conseguir manejar él también el miniportátil, cuando se desarrollan procesos para construir el

circuncentro y el incentro y los conceptos de mediatriz y bisectriz como lugares geométricos. A pesar de ello obtiene algunos buenos resultados matemáticos.

S2: “No, no está mal”, en referencia a “Estoy un poco aburrido en esta clase”.

S3: B monopoliza la mayor parte del tiempo el ordenador, y Jonathan no se atreve a reclamarlo. En ocasiones se le ve aburrido, incluso bosteza.

Final positivo-medio– Predisposición a realizar construcciones geométricas e implicación en el uso de la herramienta con su compañero.

S4: Está implicado en la tarea, cuando Ana le manda a la PDI sale corriendo por si otro alumno se le quiere adelantar (un alumno se ha levantado pero por otro motivo). Hay ocasiones en que toma el control del miniportátil por delante de B. S5: En el video se aprecia cómo mientras piensa qué explicación escribir para la demostración de Perigal del Teorema de Pitágoras, vuelve a hacer la construcción para repasar. S5: En la segunda parte de la actividad (actividades sobre el Teorema de Pitágoras con cuentas) ha estado pasivo o despistado cometiendo varios errores.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Baja comprensión matemática de los problemas realizados (Apunte biográfico y Desarrollo). Convencimiento de que las tareas son suficientemente fáciles como para que las realice tan bien como su compañero. Alegría por salir a la PDI, que alimenta sus expectativas de aprendizaje (Expectativas). Incremento de la implicación en la realización de tareas en el miniportátil, disputando el uso a B (Desarrollo).

Resultados del caso de Jonathan

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología durante su aprendizaje, destacamos el incremento en la implicación en el uso del miniportátil, enfrentándose al uso en exclusiva de su compañero. Un moderado rechazo a la participación en la PDI, puesto que en esta se hacen más visibles sus grandes dificultades y describe como excesivas sus intervenciones públicas en ella. Hay una cierta instrumentación del programa de geometría dinámica hacia el final de la secuencia. Para él, un cierto uso de la tecnología, lleva a una mayor disposición hacia el aprendizaje aunque no necesariamente a una mejor

realización pública del mismo. Aprovecha y percibe como positivo el trabajo con tecnología en matemáticas, salvo en lo relativo a la PDI.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos la satisfacción ante algunas tareas bien realizadas en el miniportátil, y el gusto por la participación pública a demanda de la profesora. Los episodios de aburrimiento y de falta de implicación en las tareas, decrecen cuando toma el control del miniportátil con más frecuencia, lo que ocurre en la segunda parte de la secuencia.

5.3. Síntesis del caso de Mamadou (grupo Ana)

Pasamos a presentar el caso de otro alumno del grupo de Ana, Mamadou, con el nivel de detalle del anterior. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.7 a 5.9) y el perfil narrativo. Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.7), siendo los valores de ambas subdimensiones positivos, ante una Visión de la tecnología como medio de diversión, incluso en el contexto de la clase de matemáticas y el disfrute que le proporcionan una alta implicación en las actividades con el miniportátil y en las discusiones en la PDI.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.8), se observa unos valores más altos en las subdimensiones PDI y Miniportátiles por su gusto por la participación y el debate en clase, implicándose en las tareas y con un buen rendimiento en su resolución también en el miniportátil.

En la dimensión instruccional (ver Figura 5.9), se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo, siendo cercanos y algo más altos los valores de las Expectativas ante la percepción de la utilidad del propio esfuerzo en el logro de nuevos aprendizajes matemáticos y el gusto por salir a la PDI.

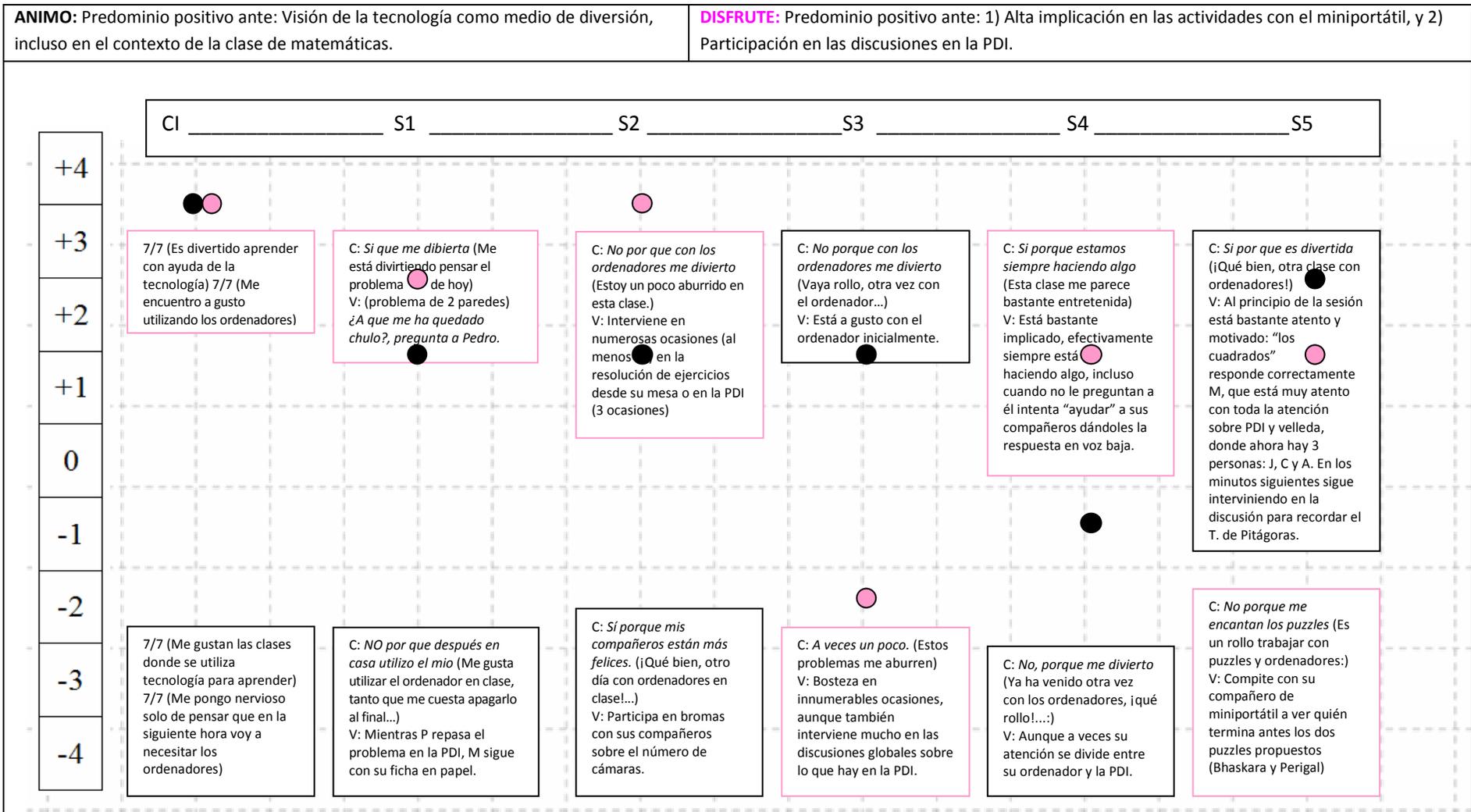


Figura 5.7. Gráficos de síntesis –Ánimo y Disfrute –Mamadou

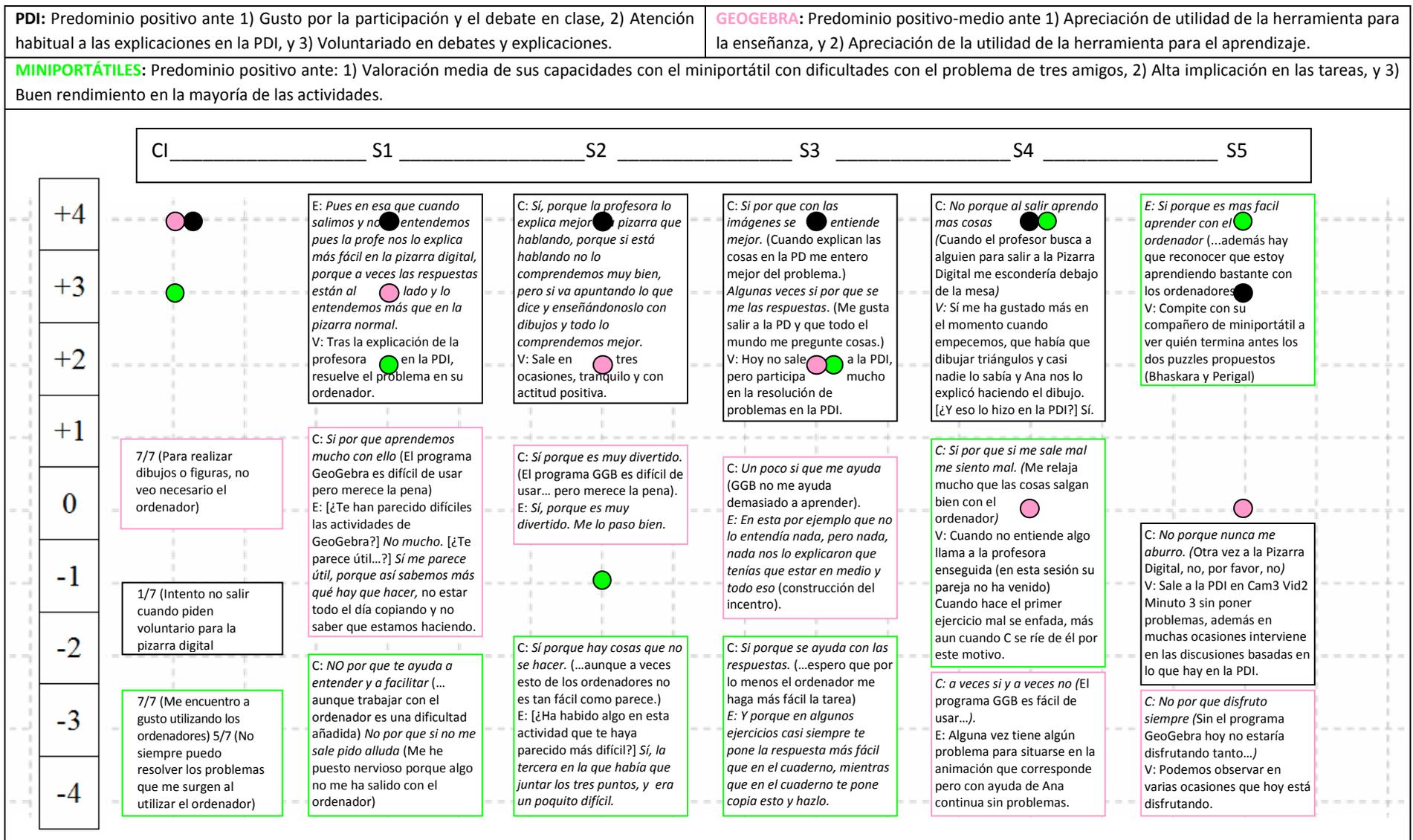


Figura 5.8. Gráficos de síntesis –PDI, GGB y Miniportátil– Mamadou

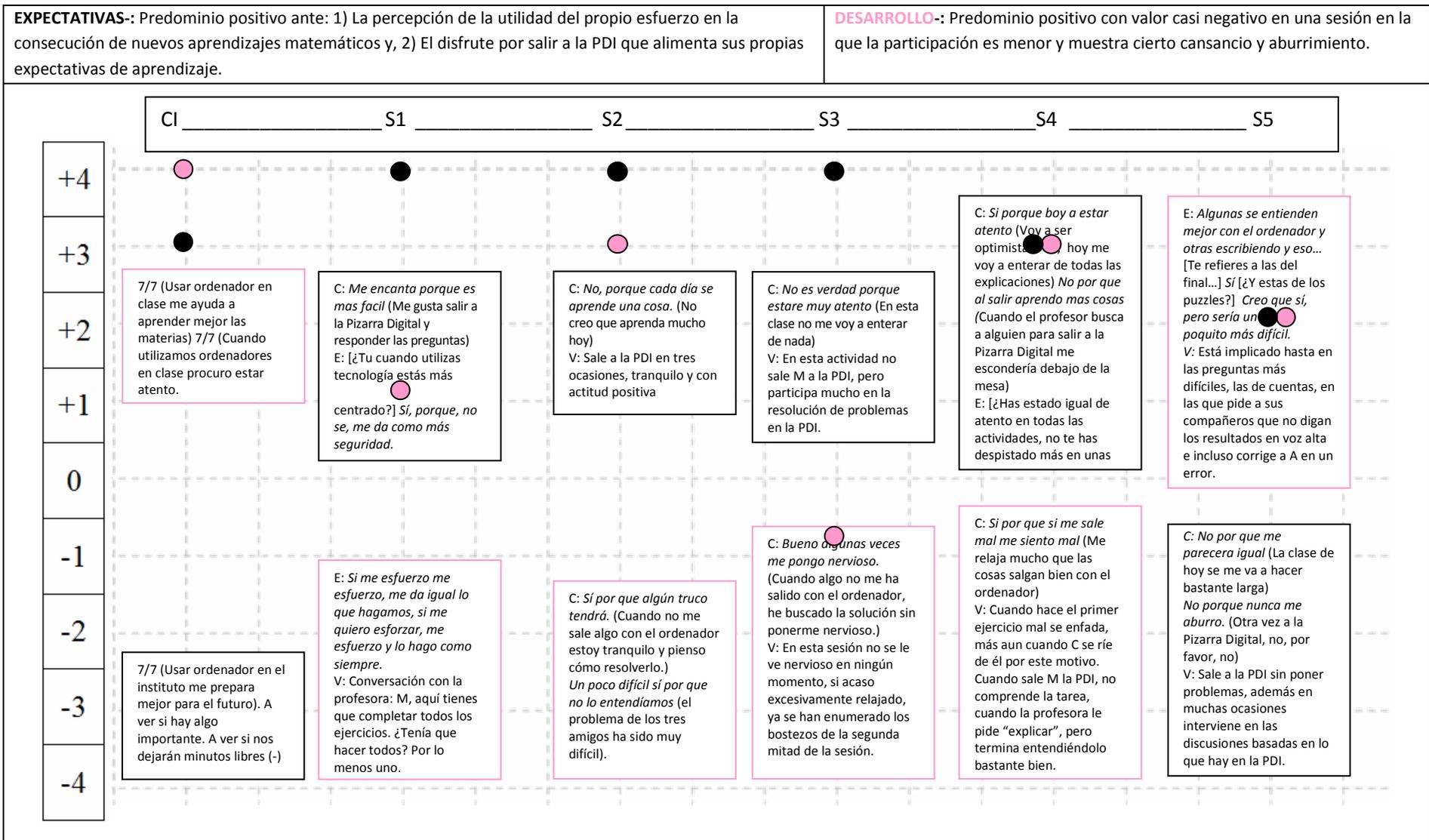


Figura 5.9. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo– Mamadou

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Mamadou es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +2)	(S4, 0)	(S5, +3)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +4)	(S3, -1)	(S4, +2)	(S5, +2)
PDI	(CI, +4)	(S1, +4)	(S2, +4)	(S3, +4)	(S4, +4)	(S5, +3)
GeoGebra	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, +2)	(S4, 0)	(S5, 0)
Miniportátil	(CI, +3)	(S1, +2)	(S2, -1)	(S3, +2)	(S4, +4)	(S5, +4)
Expectativas	(CI, +3)	(S1, +4)	(S2, +4)	(S3, +4)	(S4, +3)	(S5, +2)
Desarrollo	(CI, +4)	(S1, +1)	(S2, +3)	(S3, -1)	(S4, +3)	(S5, +2)

El breve apunte biográfico para Mamadou es el siguiente:

Mamadou es un alumno de 13 años, que llegó a España hace siete años procedente de Senegal, donde recibió una escolarización un tanto irregular. Utiliza frecuentemente las tecnologías en su forma más lúdica. Se trata de un alumno participativo y con una buena capacidad de razonamiento, aunque no trabaja lo que debería.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva).*

Comienzo positivo-medio– Valoración media de sus capacidades con el miniportátil. Dificultades con el problema de los tres amigos (construcción del circuncentro).

CI: 5/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador). S1: No por que si no me sale pido ayuda (Me he puesto nervioso porque algo no me ha salido con el ordenador). S2: Responde: “No, porque te ayuda a entender y lo facilita”, en referencia a “...aunque trabajar con ordenadores es una dificultad añadida”. C: Sí porque hay cosas que no sé hacer. (...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil como parece). S3: Si porque se ayuda con las respuestas. (...espero que por lo menos el ordenador me haga más fácil la tarea)

Final positivo– Alta implicación en las tareas. Buenos resultados en la mayor parte de las actividades (clasificación de triángulos, demostraciones del Teorema de Pitágoras).

S4: Cuando hace el primer ejercicio mal se enfada, más aun cuando C se ríe de él por este motivo. S5: Responde “Sí porque es más fácil aprender con el ordenador”, en referencia a “...además hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores”. Se observa como compite con su compañero de miniportátil a ver quién termina antes los dos puzzles propuestos (Bhaskara y Perigal).

PDI –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva).

Comienzo y final positivo– Atribución de mejora de la enseñanza. Apreciación de la PDI como facilitadora del aprendizaje. Numerosas intervenciones adecuadas en los debates desde su mesa. Participaciones directas exitosas. Instrumentación de la PDI como herramienta de aprendizaje matemático, especialmente gracias a las orquestaciones de los tipos “Discutir la pantalla” y “Trabajo del sherpa”.

S1: “Muchas cosas no las sabía, ahora sí”, en referencia a “La PDI me ha ayudado a entender mejor el problema”. Resuelve tareas en la PDI sin dificultad y cuando otros lo hacen, participa en los debates que se generan. E: Pues en esa que cuando salimos y no lo entendemos pues la profe nos lo explica más fácil en la pizarra digital, porque a veces las respuestas están al lado y lo entendemos más que en la pizarra normal. S2: Sí porque la profesora lo explica mejor (La PDI me ha ayudado a entender mejor el problema). S3: Sí porque con las imágenes se entiende mejor (Cuando explican las cosas en la PDI me entero mejor del problema). S4: Sí me ha gustado más en el momento cuando empezamos, que había que dibujar triángulos y casi nadie lo sabía y Ana nos lo explicó haciendo el dibujo (clasificación de triángulos) [¿Lo hizo en la PDI?] Sí. S5: “No, porque nunca me aburro. (Otra vez a la PDI, no, por favor, no). V: Sale a la PDI sin poner objeciones. En varias ocasiones interviene en discusiones sobre lo que hay en la PDI.

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo– Alta valoración del programa como herramienta de aprendizaje. Atribución de buenas realizaciones matemáticas (construcción del incentro).

S1: “Merece la pena, porque aprendemos mucho con ello”, “Sí me parece útil, porque así sabemos más qué hay que hacer, no estar todo el día copiando y no saber qué estamos haciendo”. S2: Sí porque es muy divertido (GGB es difícil de usar... pero merece la pena). S3: “Un poco sí que me ayuda, esta por ejemplo (construcción del incentro) que no lo entendía nada, nada nos lo explicaron que tenías que estar en medio y todo eso” (GGB no me ayuda demasiado a aprender).

Final medio– Pequeñas dificultades en su manejo (animaciones para comparar las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo). Leve devaluación de su importancia en el disfrute durante la resolución de las actividades.

S4: “a veces sí y a veces no” (GGB es fácil de usar...). En alguna ocasión tiene algún problema para situarse en la animación que corresponde pero con ayuda de la profesora lo resuelve. S5: “No, porque disfruto siempre” (Sin GGB hoy no estaría disfrutando tanto). En el video se aprecia que disfruta con la demostración del Teorema de Pitágoras.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Gusto por el uso de la tecnología, al menos en su forma más lúdica. Gusto por la participación pública (Apunte biográfico). Buena capacidad de razonamiento (Apunte biográfico y Desarrollo). Convencimiento del propio esfuerzo en la consecución de nuevos aprendizajes matemáticos. Confianza en sí mismo (Expectativas).

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva).

Comienzo y final positivo– Visión positiva de la presencia de tecnología en las actividades de matemáticas. Apreciación de un mejor ambiente en clase. Buen humor. Aceptación de las actividades propuestas.

Cl: 7/7 (Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para aprender) 7/7 (Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores) S1: “Sí porque mis compañeros están más felices”. (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...). S2: Le gusta la situación de verse rodeado de cámaras y tecnología y bromea con sus compañeros al respecto. S3: “No porque con los ordenadores me divierto” (Vaya rollo, otra vez con el ordenador...) S4: “No, porque me divierto” (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...) Al comienzo se descontrola algo y se pone a cantar y a veces su atención se divide entre su ordenador y la PDI. S5 “Sí porque es divertida”, (¡Qué bien otra clase con ordenadores!) Al principio está bastante atento y motivado, responde correctamente, muy atento a la PDI y la pizarra convencional.

Disfrute –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva).

Comienzo positivo– Alegría e implicación en las actividades. Estimación positiva del resultado final de las actividades (construcción del circuncentro).

S1: Comenta con su compañero lo “chulo” que le ha quedado la resolución del problema de dos paredes (búsqueda del camino mínimo entre dos árboles tocando una pared exterior a los mismos), luego participa animado en una especie de “subasta inversa” para ver quién ha encontrado el camino más corto entre los árboles. S2: Interviene al menos en 9 ocasiones en la resolución de ejercicios desde su mesa o en la PDI (3 ocasiones).

Final positivo-medio– Aburrimiento y distracción durante una sesión puntual (mediatriz como lugar geométrico y construcción del incentro). Estimación del dinamismo de las actividades.

S3: Bosteza en innumerables ocasiones (6 ocasiones entre los minutos 29 y 40), aunque también interviene mucho en las discusiones globales sobre lo que hay en la PDI. S4: Responde “Sí. porque siempre estamos haciendo algo” a “Esta clase me parece entretenida”, está muy implicado, incluso utiliza una escuadra para dibujar los triángulos rectángulos en su ficha en la interpretación gráfica del Teorema de Pitágoras.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Adecuada comprensión matemática de los problemas realizados (Apunte biográfico y Desarrollo). Confirmación de las expectativas de diversión expresadas con la realidad del desarrollo de las actividades de la secuencia (Expectativas y Desarrollo). Alta implicación en la realización de tareas en la PDI, bien directamente, bien debatiendo sobre las soluciones planteadas; Convicción de la utilidad del propio esfuerzo en la consecución de aprendizajes matemáticos (Desarrollo).

Resultados del caso de Mamadou

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos que su gusto por la participación pública se ve claramente apoyado por la dinámica de la clase donde se producen numerosos intercambios orales en torno a lo que se ve en la PDI o lo que se trabaja en los miniportátiles; además, la parte escrita es menor en estas actividades lo que hace que sus dificultades con el lenguaje escrito no afloren tanto.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos la satisfacción ante algunas tareas bien realizadas y el mantenimiento de unas actitudes muy positivas mostrando una gran confianza en disfrutar y aprender con estas actividades. El uso de la tecnología en matemáticas, lleva a mayor disposición hacia el aprendizaje, aunque también hace, fuera del aula, un uso extensivo de las posibilidades lúdicas.

5.4. Síntesis del caso de Leydi (grupo Ana)

Pasamos a presentar el caso de la cuarta y última alumna en estudio del grupo de Ana, Leydi, con el nivel de detalle del anterior. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.10 a 5.12) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.10), siendo estable y positivo el Ánimo ante una mejora

ANIMO: Predominio positivo ante: 1) Mejora en la opinión sobre las actividades generada por su buena comprensión del concepto de bisectriz y 2) Aumento de su concentración en las sesiones respecto de la primera.

DISFRUTE: Predominio medio, marcado por sesiones (S2, S5) en la que manifiesta aburrimiento, y otra (S4) donde tiene una discusión generada por una inesperada mejor comprensión de las actividades matemáticas por parte de su compañera.

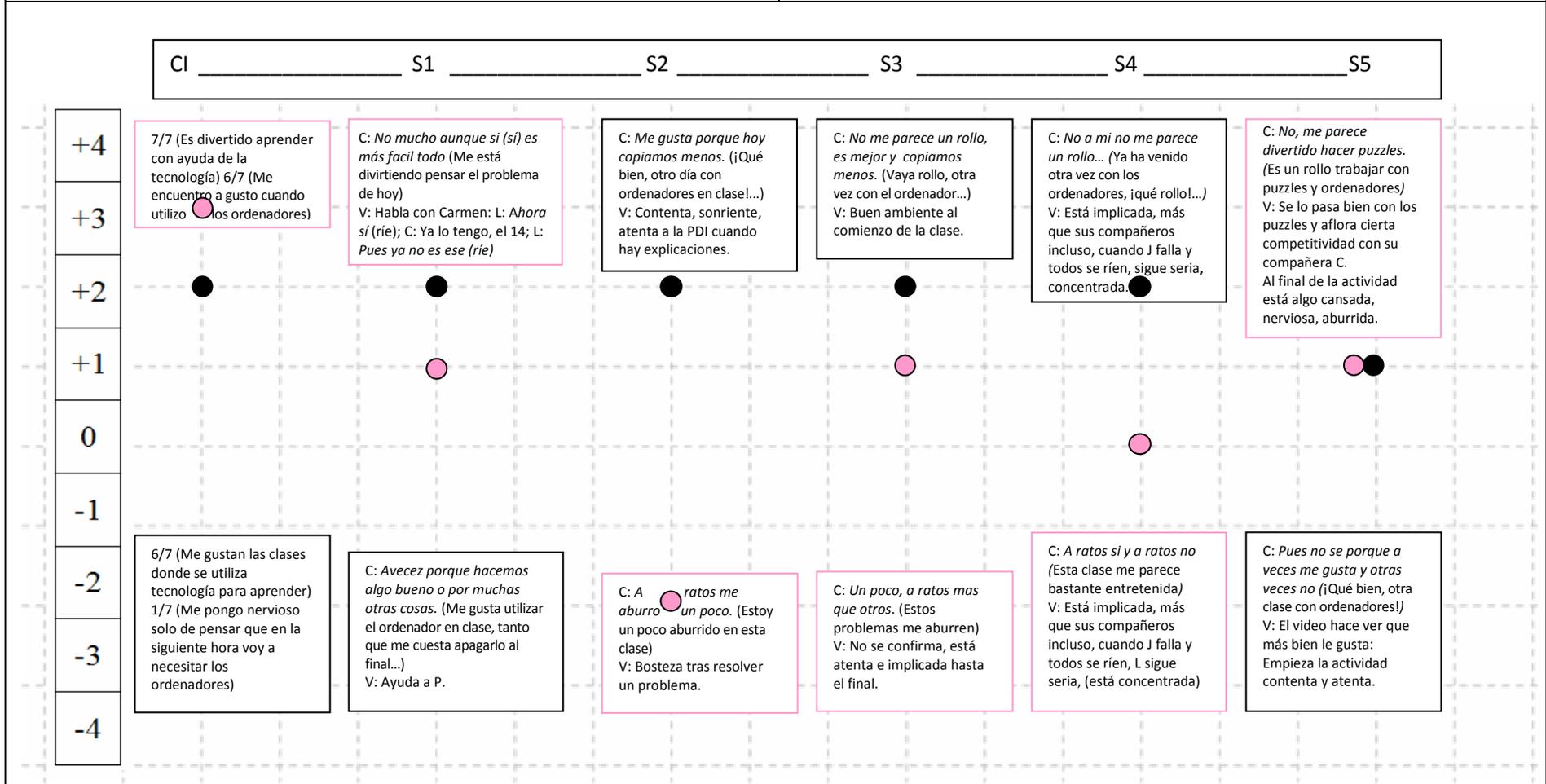


Figura 5.10. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Leydi

PDI: Predominio medio ante: 1) Buena comprensión de las actividades lo que aumenta su seguridad cuando tiene que salir a la PDI, superando parcialmente su rechazo inicial en las primeras sesiones. 2) Valoración positiva de la PDI como instrumento para resolver sus dudas.

GEOGEBRA: Predominio positivo-medio ante: 1) Buena comprensión de las actividades matemáticas relacionadas con la bisectriz y el Teorema de Pitágoras, entre otras. 2) Puesta en valor de GGB como medio para hacer más cómodas las actividades.

MINIORTÁTILES: Predominio positivo ante, 1) Valoración del propio esfuerzo, por ejemplo, para construir la circunferencia inscrita (S3) y, 2) gran implicación en la tarea que deriva en un aumento de la tensión cuando la tarea de relacionar tipos de triángulos con desigualdades gráficas no le sale bien a la primera.

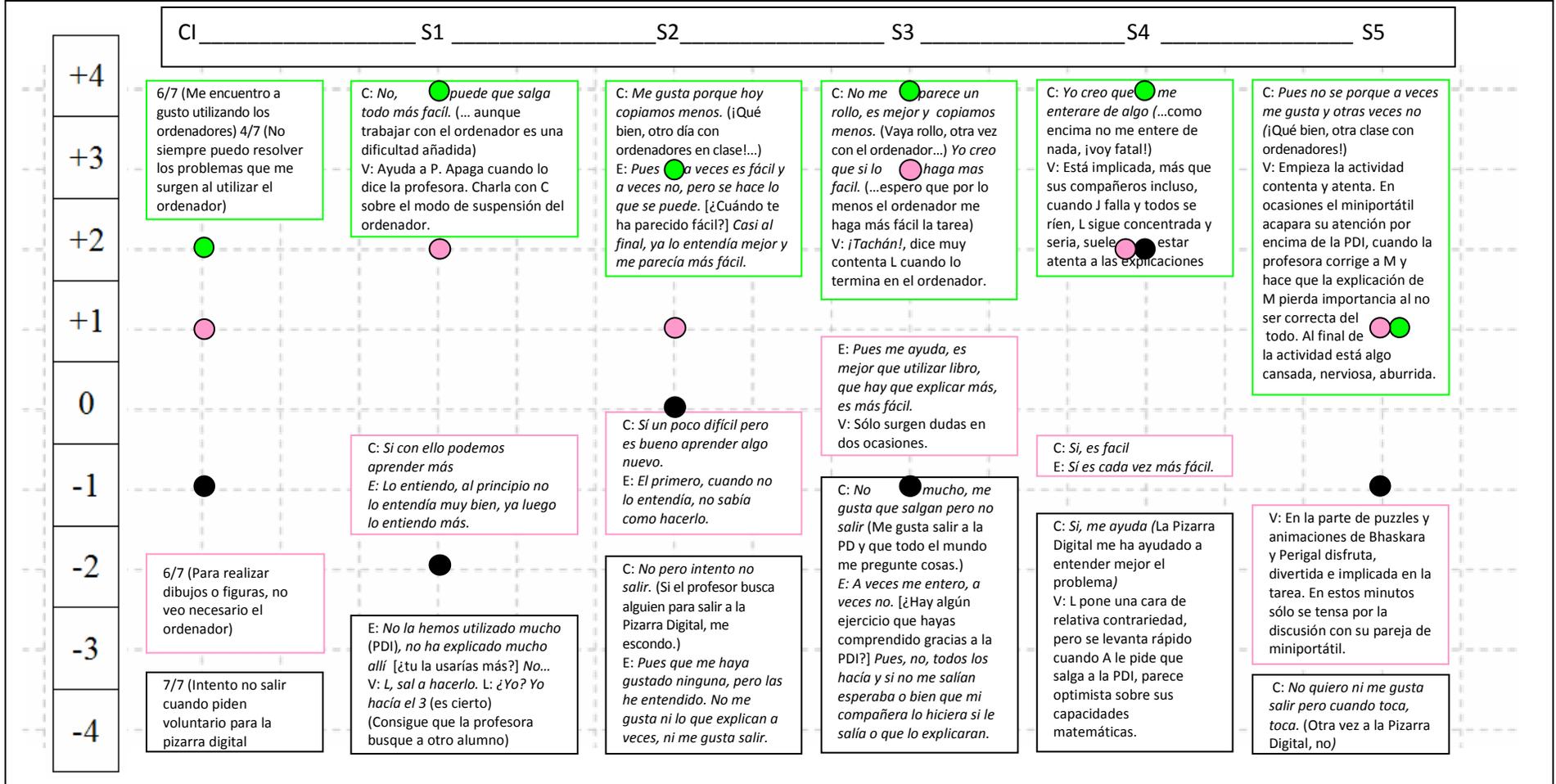


Figura 5.11. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil-Leydi

EXPECTATIVAS: Predominio positivo-medio ante: 1) Desconfianza ocasional (S2, S3) hacia la actividad a desarrollar por la posible dificultad de la misma y su capacidad para realizarla. 2) Una sesión con una valoración especialmente negativa cuando declara estar muy cansada, observándose esto a través del video.

DESARROLLO: Predominio. positivo-medio ante: 1) Una demostrada autonomía en el trabajo con Tecnología y, 2) Incremento de la percepción del propio aprendizaje y disminución de la percepción de la dificultad propia del mismo.

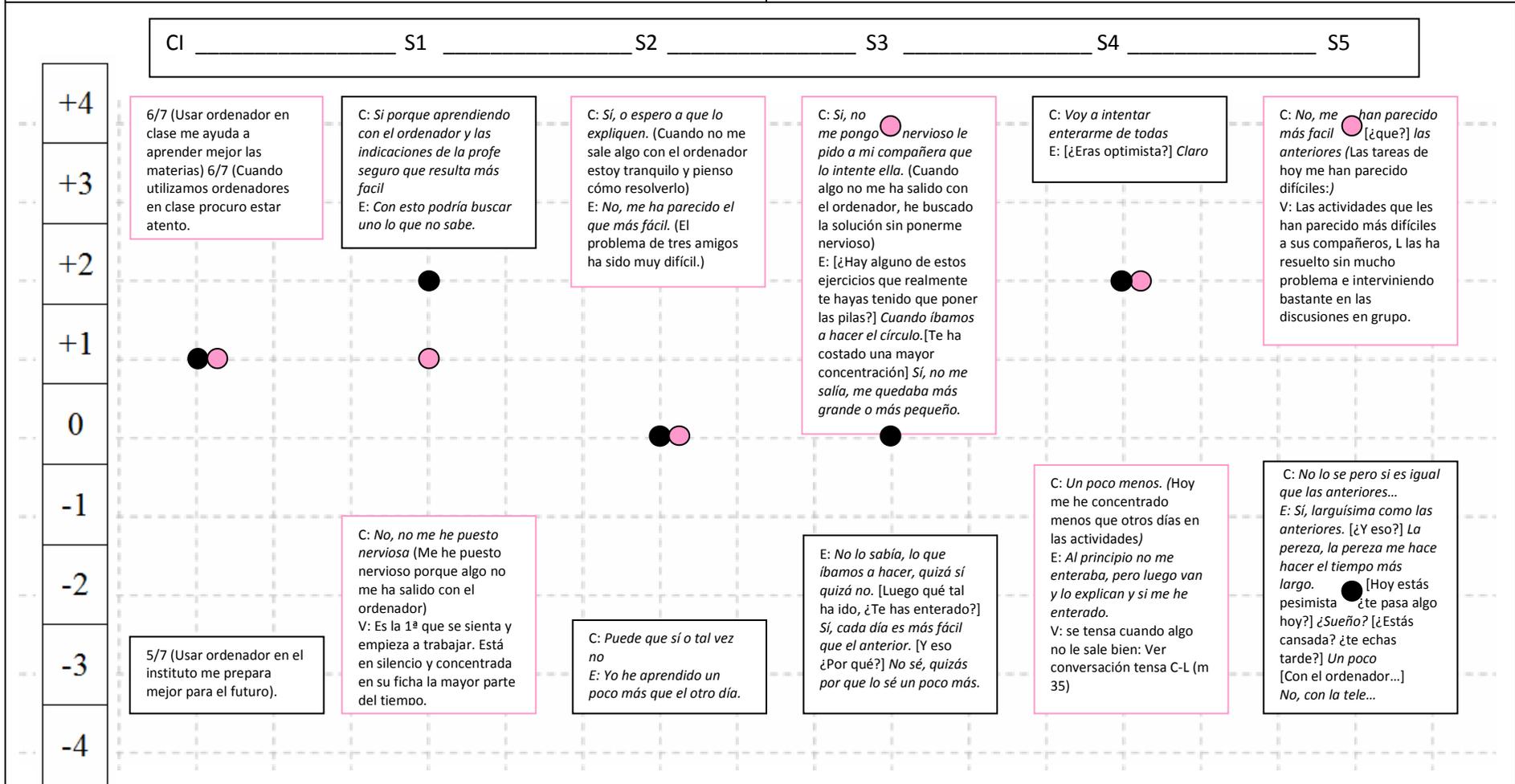


Figura 5.12. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Leydi

en la opinión y concentración en las actividades relacionadas con buenas realizaciones matemáticas. El Disfrute presenta valores algo inferiores debido a algunos momentos de aburrimiento y a la aparición ocasional de mejores realizaciones de su compañera.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.11), se observa una cierta estabilidad en los valores de cada subdimensión, aunque tiene mejores valores GeoGebra y Miniportátiles que PDI. Estas diferencias se reducen en la parte final de la secuencia gracias a una buena comprensión de las actividades lo que aumenta su seguridad cuando tiene que salir a la PDI, superando parcialmente su rechazo inicial de las primeras sesiones.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.12), obteniéndose valores similares al principio de la secuencia y mejores en el Desarrollo hacia el final, debido al aumento de su autonomía en el trabajo con Tecnología y el incremento de la percepción del propio aprendizaje.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Leidy es la siguiente:

Ánimo	(CI, +2)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +2)	(S4, +2)	(S5, +1)
Disfrute	(CI, +3)	(S1, +1)	(S2, -2)	(S3, +1)	(S4, 0)	(S5, +1)
PDI	(CI, -1)	(S1, -2)	(S2, 0)	(S3, -1)	(S4, +2)	(S5, -1)
GeoGebra	(CI, +1)	(S1, +2)	(S2, +1)	(S3, +3)	(S4, +2)	(S5, +1)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +3)	(S3, +4)	(S4, +4)	(S5, +1)
Expectativas	(CI, +1)	(S1, +2)	(S2, 0)	(S3, 0)	(S4, +2)	(S5, -2)
Desarrollo	(CI, +1)	(S1, +1)	(S2, 0)	(S3, +4)	(S4, +2)	(S5, +4)

El breve apunte biográfico para Leidy es el siguiente:

Leidy es una alumna originaria de la República Dominicana, de donde llegó hace sólo unos meses, a finales del curso pasado, costándole un poco la integración en el Centro debido a su timidez. Esto, unido a una escolarización algo deficitaria en los aspectos de matemáticas y ciencias provocó que

repitiera curso y recibiera apoyo. No obstante es una alumna con unas capacidades normales y muy buena disposición para el trabajo.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Superación de desconfianza inicial acerca de las dificultades de utilización de la herramienta. Alta implicación en las tareas con repercusión en la tensión ante algunas dificultades. Valoración del miniportátil como herramienta más cómoda que el lápiz y papel.

Cl: Da algunas respuestas que indican que no tiene una gran inclinación a incluir los miniportátiles en las clases, por ejemplo: califica con 6/7 (7: estoy completamente de acuerdo) “Si quiero realizar dibujos, figuras... no veo la necesidad de usar ordenadores”. S1: No, puede que salga todo más fácil. (... aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida) S2: Me gusta porque hoy copiamos menos. (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...) S3: “¡Tachán!”, dice muy contenta cuando termina en el ordenador la construcción aproximada de la bisectriz en el problema de escape mediante la recta que pasa por el punto de salida y uno situado a la misma distancia de ambas paredes.. S4: Responde “No, a mi no me parece un rollo” en referencia a “Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...”, en el video se la ve muy implicada, incluso mantiene la concentración en el miniportátil cuando sus compañeros bromean o ríen en los ejercicios de clasificación de triángulos según los ángulos.

Final medio– Devaluación del disfrute proporcionado por las actividades con Tecnología (demostraciones del Teorema de Pitágoras).

S5: Pues no se porque a veces me gusta y otras veces no (¡Qué bien, otra clase con ordenadores!) Si, mas o menos (... además hay que reconocer que estoy aprendiendo bastante con los ordenadores) Sí, [¿Ha merecido la pena? ¿Tienes buen recuerdo en conjunto?] No, porque nunca me acuerdo de nada.

PDI –*Tipo predominio medio (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo medio-negativo– Renuencia ante las peticiones de voluntarios para intervenir en la PDI. Devaluación de la utilidad de la herramienta, a

pesar de sus buenas realizaciones cuando la emplea (construcción de la bisectriz como lugar geométrico). Pocas intervenciones en los debates en la PDI.

CI: 7/7 (Intento no salir cuando piden voluntario para la pizarra digital. S1: No la hemos utilizado mucho (PDI), no ha explicado mucho allí [¿tu la usarías más?] No “Prefiero quedarme en la silla”, manifiesta en la entrevista. En el video se aprecia que no quiere ni bromear con otro alumno sobre salir a la PDI y cuando la profesora le pide que salga a hacer un ejercicio consigue evitarlo aunque poniendo la excusa de que le tocaba a otro alumno, no enfrentándose a la profesora. S2: “Pues que me haya gustado ninguna, pero las he entendido”, “No me gusta ni lo que explican a veces, ni me gusta salir.” S3: “No mucho, me gusta que salgan pero no salir” (Me gusta salir a la PD y que todo el mundo me pregunte cosas). [¿Hay algún ejercicio que hayas comprendido gracias a la PDI?] Pues, no, todos los hacía y si no me salían esperaba o bien que mi compañera lo hiciera si le salía o que lo explicaran.

Final positivo-medio– Aceptación de las intervenciones en la PDI a demanda de la profesora, favorecido por buenos resultados matemáticos (clasificación de triángulos según sus ángulos). Atribución de mejora del propio aprendizaje.

S4: Si, me ayuda (La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema) Aunque en el video se escucha “...me escondería debajo de un puente porque tengo vergüenza”, cuando la profesora le pide salir, no muestra rechazo y sale a participar en la clasificación de triángulos según los ángulos. S5: “No quiero ni me gusta salir pero cuando toca, toca”. (Otra vez a la Pizarra Digital, no, por favor, no).

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo medio– Devaluación de la utilidad de la tecnología en Geometría. Pequeñas dificultades en su manejo en las primeras sesiones.

CI: 6/7 (Para realizar dibujos o figuras, no veo necesario el ordenador) S1: “Lo entiendo, al principio no lo entendía muy bien, ya luego lo entiendo más”.S2: “Es un poco difícil, pero es bueno aprender algo nuevo”. Pequeñas dificultades para construir la mediatriz con GeoGebra. S3: “Pues me ayuda, es mejor que utilizar libro, que hay que explicar más, es más fácil”. En el video se aprecia

que sólo surgen dudas en dos ocasiones, resolviéndolas sin ayuda de la profesora.

Final positivo– Alta valoración del programa como herramienta de aprendizaje. Atribución de buenas realizaciones matemáticas. Valoración del programa de geometría dinámica como herramienta más cómoda que el lápiz y papel. Devaluación del disfrute proporcionado por las actividades con Tecnología. Atribución de mejora del propio aprendizaje.

S4: “Es cada vez más fácil”, refiriéndose a una mejor utilización del programa cuando se trata de utilizar las animaciones ya construidas para demostrar el Teorema de Pitágoras que cuando se trata de hacer la construcción del incentro o del circuncentro. S5: La parte de puzzles y animaciones de Bhaskara y Perigal sí se puede decir que la hace disfrutar, al menos se le ve divertida e implicada en la tarea.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Buena capacidad de razonamiento. (Apunte biográfico y Desarrollo); Desconfianza ocasional por dificultad esperada de la misma y su capacidad para realizarla. (Expectativas); Alta implicación en la realización de las tareas. Aceptación de la participación pública de la alumna. Superación del rechazo inicial a la participación pública. Buenos resultados en la mayor parte de las actividades. (Desarrollo);

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Visión positiva de la presencia de tecnología en las actividades de matemáticas aunque por comparación con las sesiones con lápiz y papel. Implicación y aceptación de las actividades propuestas, siendo mayor en las que se desarrollan en su miniportátil (construcciones de lugares geométricos y Teorema de Pitágoras). Mejora en la opinión sobre las actividades generada por su buena comprensión del concepto de bisectriz. Aumento de su concentración en las sesiones respecto de la primera. Entusiasmo moderado.

S1: *“A veces, porque hacemos algo bueno o por muchas otras cosas” en referencia a “Me gusta utilizar el ordenador en clase, tanto que me cuesta apagarlo al final”. S2: “Me gusta porque hoy copiamos menos”. (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...) En el video se la ve contenta, sonriente, atenta a la PDI cuando hay explicaciones. S3: “No me parece un rollo, es mejor y copiamos menos” en referencia a “Vaya rollo, otra vez con el ordenador...”.S4: Se observa en el video que Está implicada y concentrada, más que sus compañeros incluso, cuando Jonathan falla y todos se ríen, Leidy sigue seria.*

Final medio– Emociones entre la desconfianza y la indiferencia.

S5 *“Pues no se, porque a veces me gusta y otras no” en referencia a “¡Qué bien, otra clase con ordenadores!”.*

Disfrute –Tipo predominio medio (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo-medio– Altas valoraciones en el CI sobre el disfrute en el aprendizaje con tecnología. Devaluación del disfrute en el aprendizaje con tecnología.

CI: 7/7 (*Es divertido aprender con ayuda de la tecnología*) 6/7 (*Me encuentro a gusto cuando utilizo los ordenadores*). S1: *“No mucho, aunque así es más fácil todo” responde en referencia a “Me está divirtiendo pensar el problema de hoy”.*

Final medio– Manifiesta aburrimiento, que solo en ocasiones es confirmado en el video (operaciones más mecánicas, con cuentas, con el Teorema de Pitágoras). Discusión generada por una inesperada mejor comprensión de las actividades matemáticas por parte de su compañera (clasificación de triángulos). Manifiesta indiferencia ante la tecnología, aunque poniendo de relieve la facilidad de las actividades gracias a las herramientas utilizadas. Valoración positiva del resultado final de las actividades.

S2: *“A ratos me aburro un poco”. (Estoy un poco aburrido en esta clase) En el video se la ve como bostezo tras resolver un problema. S3: “A ratos me aburro un poco” aunque en el video también se aprecia que está atenta e implicada en la actividad hasta pasado el timbre. S4: “A ratos si y a ratos no” (Esta clase me parece bastante entretenida) En el video se muestra implicada, más que*

sus compañeros incluso, cuando J falla y todos se ríen, L sigue seria, (está concentrada). Pequeña discusión con su compañera de miniportátil. S5: “No, me parece divertido hacer puzzles” en referencia a “Es un rollo trabajar con puzzles y ordenadores”, para realizar las demostraciones del Teorema de Pitágoras de Perigal y Bhaskara.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Rechazo inicial a la participación pública. (Apunte biográfico); Adecuada comprensión matemática de los problemas realizados (Apunte biográfico y Desarrollo); Rectificación de las expectativas de diversión expresadas con la realidad del desarrollo de las actividades de la secuencia (Expectativas, Desarrollo); Valoración del propio esfuerzo para conseguir buenos resultados matemáticos (Desarrollo)

Resultados del caso de Leidy

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos que supera su rechazo a la participación pública en la PDI, apoyada en sus buenas realizaciones matemáticas con geogebra en su miniportátil y sus buenas intervenciones cuando la profesora le requiere para tomar el papel de sherpa. La parte escrita es menor en estas actividades lo que remarca como más cómodo, menos cansado. Para ella, el uso de la tecnología, lleva a mayor disposición hacia el aprendizaje, aunque a veces le suponga un esfuerzo personal.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos que rebaja sus opiniones iniciales positivas, pasando a mostrar cierto aburrimiento en ocasiones y algunos momentos de tensión en la relación con su compañera.

5.5 Síntesis del caso de Mateo (grupo Merche)

Pasamos a presentar el caso del alumno en estudio del grupo de Merche, Mateo, con el nivel de detalle de los anteriores. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.13 a 5.15) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

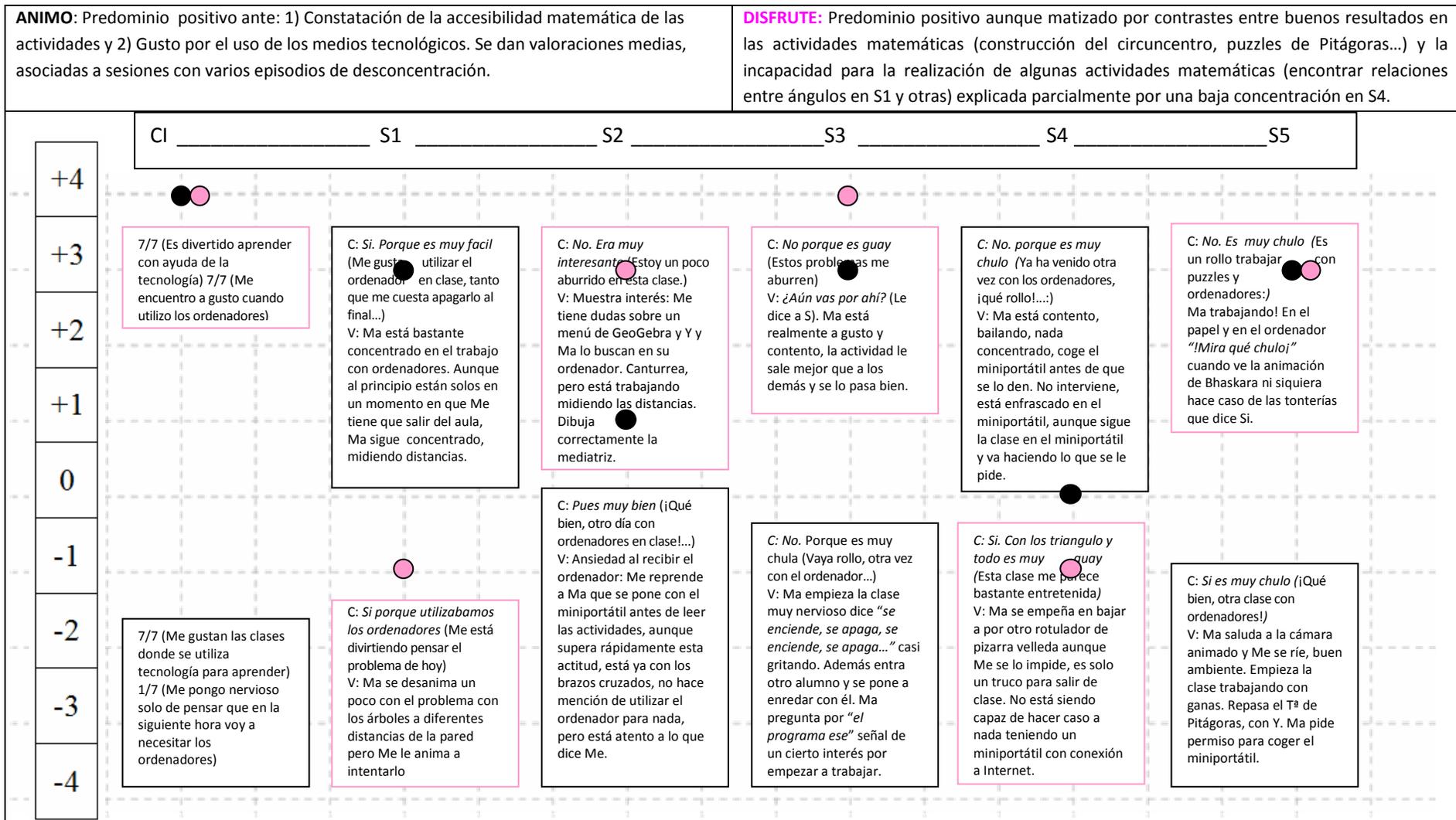


Figura 5.13. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Mateo

Capítulo 5

PDI: Predominio positivo ante: 1) Comprensión de muchos ejercicios después de las explicaciones en la PDI (construcción de mediatrices, problema de tres lados...), 2) Devaluación de la herramienta debido a su comprensión de algunas tareas matemáticas antes de la utilización de la PDI en esa sesión (clasificación de triángulos) y 3) Rechazo de la participación pública en momentos en los que la concentración en la tarea es muy baja (S4).

GEOGEBRA: Predominio positivo ante una mayoría de realizaciones correctas, aunque con algunas incorrectas (construcción del circuncentro). Mayor reflexión hacia el final de la secuencia en la resolución de las actividades (demostración de Tª de Pitágoras).

MINIPORTÁTILES: Predominio positivo-medio ante: 1) Mejora en el uso lectivo del equipo, 2) Incremento de la concentración en las tareas lectivas, aunque marcada por una sesión de baja concentración en S4, con episodios de malos usos del miniportátil que en otras sesiones, 3) Conclusión final del hecho de que las tareas con miniportátil le resultan más fáciles

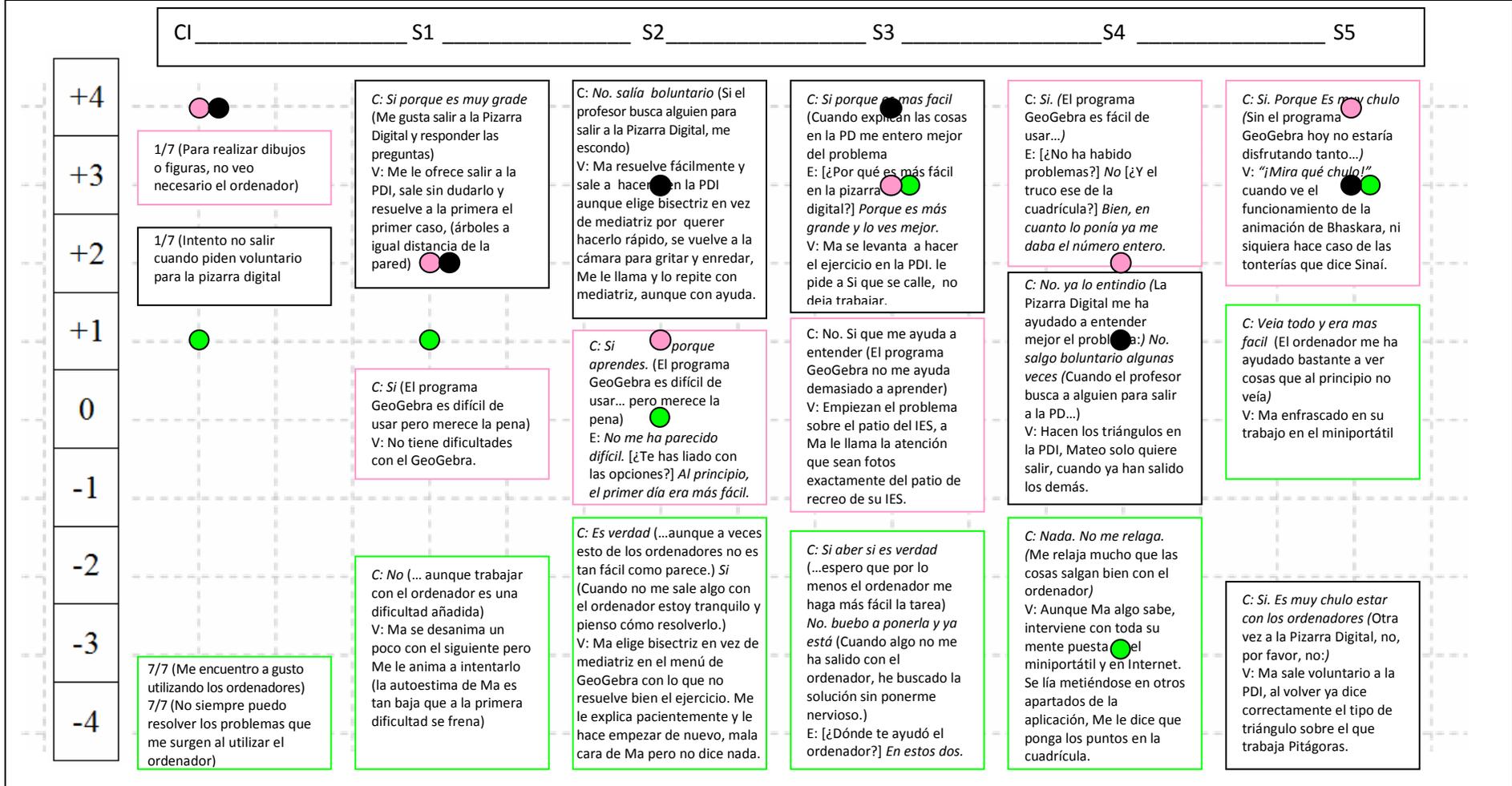


Figura 5.14. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil-Mateo

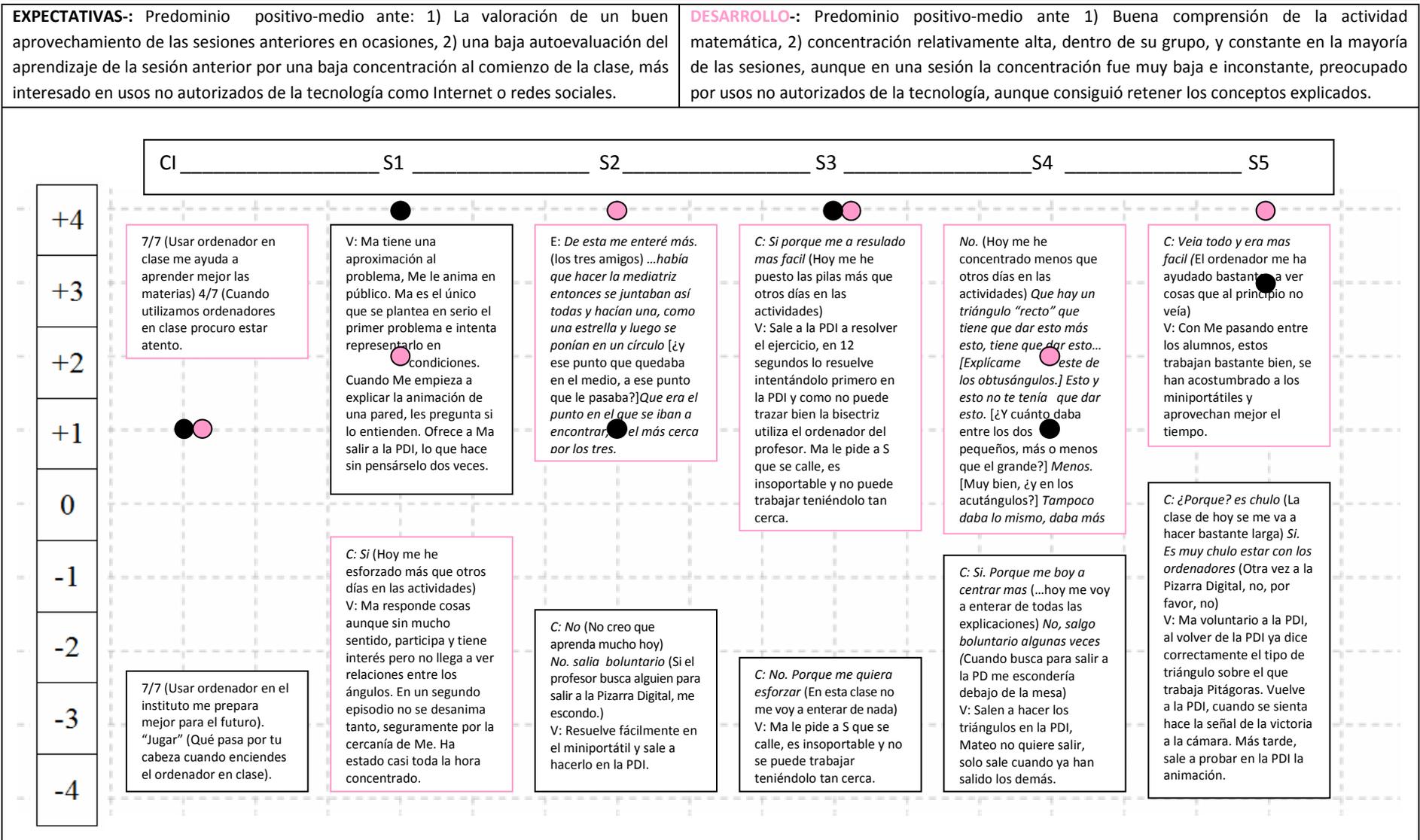


Figura 5.15. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Mateo

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.13), siendo los valores habitualmente positivos en ambos, ante la constatación de la accesibilidad matemática de las actividades y su gusto por el uso de los medios tecnológicos. En algunas sesiones, el Disfrute es valorado de forma negativa ante la aparición de episodios de desconcentración o algunos malos resultados matemáticos ocasionales.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.14), se observa una cierta estabilidad en los valores de cada subdimensión, aunque tiene mejores valores en PDI y GeoGebra, gracias a la comprensión de muchos problemas después de las explicaciones en la PDI y una mayor reflexión hacia el final de la secuencia en la resolución de las actividades. Los valores del Miniportátil son menores al tener, sobre todo al principio de la secuencia, varios episodios de malos usos del mismo.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.15), siendo habitualmente mejor valorado el Desarrollo, dada la buena comprensión de la actividad matemática y mostrando una concentración relativamente alta, dentro de su grupo, y constante en la mayoría de las sesiones.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Mateo es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, +3)	(S4, 0)	(S5, +3)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, -1)	(S2, +3)	(S3, +4)	(S4, -1)	(S5, +3)
PDI	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +3)	(S3, +4)	(S4, +1)	(S5, +3)
GGB	(CI, +1)	(S1, +1)	(S2, 0)	(S3, +3)	(S4, -3)	(S5, +3)
Miniportátil	(CI, +1)	(S1, +1)	(S2, 0)	(S3, +3)	(S4, -3)	(S5, +3)
Expectativas	(CI, +1)	(S1, +4)	(S2, +1)	(S3, +4)	(S4, +1)	(S5, +3)
Desarrollo	(CI, +1)	(S1, +2)	(S2, +4)	(S3, +4)	(S4, +2)	(S5, +4)

El breve apunte biográfico para Mateo es el siguiente:

Mateo es un alumno de 14 años, nacido en España, de familia española. Tiene 10 hermanos que conviven en un pequeño piso, lo que tiene como consecuencia que su cama es el sofá del salón y sus condiciones económicas, sociales y culturales son muy bajas. Desde pequeño ha convivido en el Colegio y en su Barrio con compañeros de esta misma condición. Académicamente tiene un largo historial de permanencia en grupos de apoyo, fundamentalmente por apreciarse en él necesidades de aprendizaje y una, relativa, motivación para el estudio.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo medio– Malos usos del miniportátil, como entradas no autorizadas en redes sociales o páginas de Internet. Ausencia de dificultades de uso del miniportátil ni pide ayuda por este motivo.

S1: No (... aunque trabajar con el ordenador es una dificultad añadida) En el video se aprecia como Mateo se desanima un poco con un ejercicio, pero Merche le anima a intentarlo (la autoestima de Mateo es tan baja que a la primera dificultad se frena) S2: Atiende más al miniportátil que a la PDI, además accede a Internet sin permiso.

Final positivo– Mayor concentración en las tareas lectivas. Reducción de los usos inadecuados del miniportátil. Mejora en el uso lectivo de la herramienta. Conclusión final del hecho de que las tareas con miniportátil le resultan más fáciles.

S3: C: Si aber si es verdad (...espero que por lo menos el ordenador me haga más fácil la tarea) No. buebo a ponerla y ya está (Cuando algo no me ha salido con el ordenador, he buscado la solución sin ponerme nervioso.) En la entrevista se le pregunta, ¿Dónde te ayudó el ordenador, en que punto? En estos dos. En los dos primeros del parque ¿con el ordenador te resultó fácil hacerlo? Si. S4: Nada. No me relaja. (Me relaja mucho que las cosas salgan bien con el ordenador) En el video se aprecia que, aunque Mateo algo sabe, interviene con toda su mente puesta en el miniportátil y en Internet, está cada vez más claro que estos alumnos no están siendo capaces de hacer caso a nada teniendo un miniportátil con conexión a Internet. Lío de Mateo que se ha

metido en otros apartados de la aplicación, Merche le dice que ponga los puntos en la cuadrícula. S5: Concentrado desde el principio en su miniportátil, sin meterse en Internet ni redes sociales.

PDI –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Comprensión de ejercicios después de las explicaciones en la PDI (construcción de mediatrices, problema de tres lados...). Participación voluntaria en la PDI. Valoración de la PDI como herramienta para facilitar el aprendizaje.

S1: Cuando Merche se lo ofrece, sale sin dudarlo. S2: No. salía voluntario (Si el profesor busca alguien para salir a la Pizarra Digital, me escondo) En el video se aprecia que Mateo resuelve fácilmente y sale a hacerlo en la PDI aunque elige bisectriz en vez de mediatriz y hace mal el problema por querer hacerlo rápido, se vuelve a la cámara para gritar y enredar, Merche le llama y repite el problema con mediatriz bien, aunque con su ayuda. S3: Si porque es mas facil (Cuando explican las cosas en la PD me entero mejor del problema. En la entrevista responde: ¿Por qué es más fácil en la pizarra digital? Porque es más grande y lo ves mejor. En el video aprecia que Mateo se levanta a hacer el ejercicio en la PDI. Le pide a Sinaí que se calle, es insoportable y no se puede trabajar teniéndolo tan cerca.

Final positivo-medio– Devaluación de la herramienta debido a su rápida comprensión de algunas tareas matemáticas antes de la utilización de la PDI en esa sesión (clasificación de triángulos) Rechazo de la participación pública en momentos en los que la concentración en la tarea es muy baja (S4).

S4: “La PDI no me ayuda porque ya lo había entendido” (la clasificación de triángulos según la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados), no quiere salir voluntario a la PDI, sale cuando no hay más remedio. S5: Sale voluntario a resolver ejercicios en la PDI en tres ocasiones.

GeoGebra –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo-medio– Buena aceptación del programa de Geometría dinámica. Utilización poco reflexiva de las opciones del programa. Aparición de algunas dificultades para resolver problemas de mediatrices.

S1: “El programa GeoGebra merece la pena”. S2: “Me he liado un poco con las opciones algunas veces, el primer día era más fácil”. Mateo sale a la PDI a trabajar con el problema de tres amigos, debe darse cuenta de que hay que construir dos o tres mediatrices, para encontrar el punto que está a la misma distancia de los tres amigos, pero Mateo cree que la forma es construir una “mediatriz a partir de tres puntos” y utiliza la herramienta mediatriz pinchando en A, B y C, además de confundir los botones de mediatriz y bisectriz inicialmente. Posteriormente, con ayuda de la profesora, construye las tres mediatrices, pero no identifica el punto de corte.

Final positivo– Buena aceptación de las posibilidades del programa de contextualizar las actividades en su propio barrio. Utilización más sosegada de las animaciones relativas a la demostración del Teorema de Pitágoras

S3: No. Si que me ayuda a entender (El programa GeoGebra no me ayuda demasiado a aprender) En el video se aprecia que, cuando empiezan el problema sobre el patio del IES, a Mateo le llama fuertemente la atención que sean fotos exactamente del patio de recreo de su IES. S4: Si. (El programa Geogebra es fácil de usar...) S5: “Disfruto, porque es muy chulo”. En el vídeo: “¡Mira, qué chulo!” comenta, mientras utiliza la animación de la demostración de Pitágoras atribuida a Bhaskara, sin hacer caso de las tonterías de su compañero.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Relativa motivación por el estudio (Apunte biográfico); Preferencia por los usos lúdicos del ordenador, incluso en clase. Intención de aumentar su concentración a medida que pasan las sesiones (Expectativas); Buena capacidad de razonamiento. Concentración muy variable, marcada sobre todo por la presencia de un compañero, la accesibilidad de Internet y la dificultad relativa de las actividades. Buena adquisición de conocimientos, tanto los de tipo conceptual (e.g. noción de circuncentro) como los de tipo procedimental (e.g. demostraciones gráficas). Implicación relativamente alta en su grupo, en la realización de las tareas. Aceptación de la participación pública del alumno, incluso voluntariamente. (Desarrollo)

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo y final positivo– Satisfacción ante la constatación de la accesibilidad matemática de las actividades. Gusto por el uso de los medios tecnológicos. Convencimiento sobre el atractivo de las actividades matemáticas basadas en tecnología. Desconcentración al comienzo de algunas sesiones con varios episodios de usos indebidos del miniportátil, accesos a redes sociales, Internet... aunque implicándose y aceptando las actividades propuestas.

Cl: 7/7 (Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para aprender) 1/7 (Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores). S1: “Me gusta utilizar el ordenador en clase porque es muy fácil”. S2: C: Pues mu (ilegible)(Supongo muy bien) (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...)En el video se observa a Mateo con cierta ansiedad al recibir el ordenador: Merche reparte actividades en papel y miniportátiles, reprende a Mateo que se pone con el miniportátil antes de leer las actividades, aunque supera rápidamente esta actitud, está ya con los brazos cruzados, no hace mención de utilizar el ordenador para nada, pero está atento a lo que dice Merche. S3: C: No. Porque es muy chula (Vaya rollo, otra vez con el ordenador...) En el video se observa como Mateo empieza la clase muy nervioso dice “se enciende, se apaga, se enciende, se apaga...” casi gritando. Además entra otro alumno y se pone a enredar con él. Mateo pregunta por “el programa ese” señal en este tipo de alumnos de un cierto interés por empezar a trabajar. S4: C: No. porque es muy chulo (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...) En el video se observa cómo Mateo está contento, bailando, y nada concentrado, coge el miniportátil antes de que se lo den. Al principio de la sesión, Mateo no interviene, está enfrascado en el miniportátil, aunque sigue la clase en el miniportátil y va haciendo lo que se le pide. S5: “No es un rollo utilizar los ordenadores, es muy chulo”, comenta apreciando las actividades relativas a las diversas demostraciones del Tº de Pitágoras.

Disfrute –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo-medio y positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo y final positivo– Gusto por el uso de los medios tecnológicos en matemáticas reconociendo el atractivo de las actividades. Satisfacción ante los buenos resultados obtenidos en las actividades matemáticas (construcción del circuncentro, puzzles de Pitágoras...). Desánimo y frustración ante la incapacidad para la realización de algunas actividades matemáticas (encontrar relaciones entre ángulos en S1 y otras) explicada parcialmente por una baja concentración en S4. Implicación activa en el trabajo sobre demostraciones del Teorema de Pitágoras soslayando los intentos de despistarle de su compañero e incluso aflorando una emoción de sorpresa ante las animaciones al respecto.

S1: “Sí, me divierto pensando el problema de hoy porque utilizamos los ordenadores” (búsqueda de regularidades entre ángulos en juegos relacionados con rebotes en una o dos paredes). S2: No. Era muy interesante (Estoy un poco aburrido en esta clase.) En el video se aprecia que, efectivamente, da muestras de interés: Cuando Merche tiene dudas sobre un menú de GeoGebra y Yasmín y Mateo buscan en su ordenador para encontrarlo. En otro momento, Mateo canturrea, pero está trabajando midiendo los puntos. Mateo dibuja correctamente la mediatriz. S3: C: No porque es guay (Estos problemas me aburren) En el video se ve cómo Mateo provoca a su compañero dejándole en evidencia por ir más lento que él: ¿Aún vas por ahí? Le dice a Sinaí. En otro momento, Sinaí imita la entonación de la profesora Merche, que se ríe de la broma y el ambiente gana, Mateo está realmente a gusto y contento, la actividad le sale mejor que a los demás y se lo pasa bien. S4: Baja concentración en las actividades, utilizando Internet sin permiso en varias ocasiones. S5: En el vídeo: “¡Mira, qué chulo!” comenta, mientras utiliza la animación de la demostración de Pitágoras atribuida a Bhaskara, sin hacer caso de las tonterías de su compañero.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Relativa motivación por el estudio (Apunte biográfico); Convencimiento sobre su capacidad para centrarse más y obtener mejores resultados. Actitud positiva frente al aprendizaje que le lleva a hacer callar a su compañero Sinaí durante el proceso de construcción del circuncentro (Expectativas); Gusto por el trabajo con tecnología, aunque interferido en

muchas ocasiones por la accesibilidad de Internet y la poca disciplina del alumno para el trabajo. Valoración del propio esfuerzo para conseguir buenos resultados matemáticos (Desarrollo)

Resultados del caso de Mateo

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos avances en la reducción de los vicios de uso del miniportátil (entradas no autorizadas en Internet), debido al gusto por la realización de las actividades y la labor de la profesora. En el uso de la PDI se ve un progreso importante en la instrumentalización, contribuyendo su uso directo al disfrute y al aprovechamiento de estas actividades. Para este alumno el uso de la Tecnología está íntimamente relacionado con lo lúdico, lo que unido al ambiente de la clase dificulta la introducción de actividades de este tipo, no obstante sus buenos resultados en ocasiones permiten salvar estas dificultades.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos que, aunque inicialmente se identifican las emociones con el disfrute por sus expectativas lúdicas, pronto aparece un disfrute asociado a las buenas realizaciones matemáticas, llegando a soslayar los intentos de interrupción de un compañero.

5.6 Síntesis del caso de Ikram (grupo Josean)

Pasamos a presentar el caso de la primera de los alumnos en estudio del grupo de Josean, Ikram, con el nivel de detalle de los anteriores. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.16 a 5.18) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.16), siendo los valores habitualmente cercanos en ambos, y siendo menores al final de la secuencia que al principio. Aparece una cierta indiferencia e incluso minusvaloración en ocasiones al uso de tecnología.

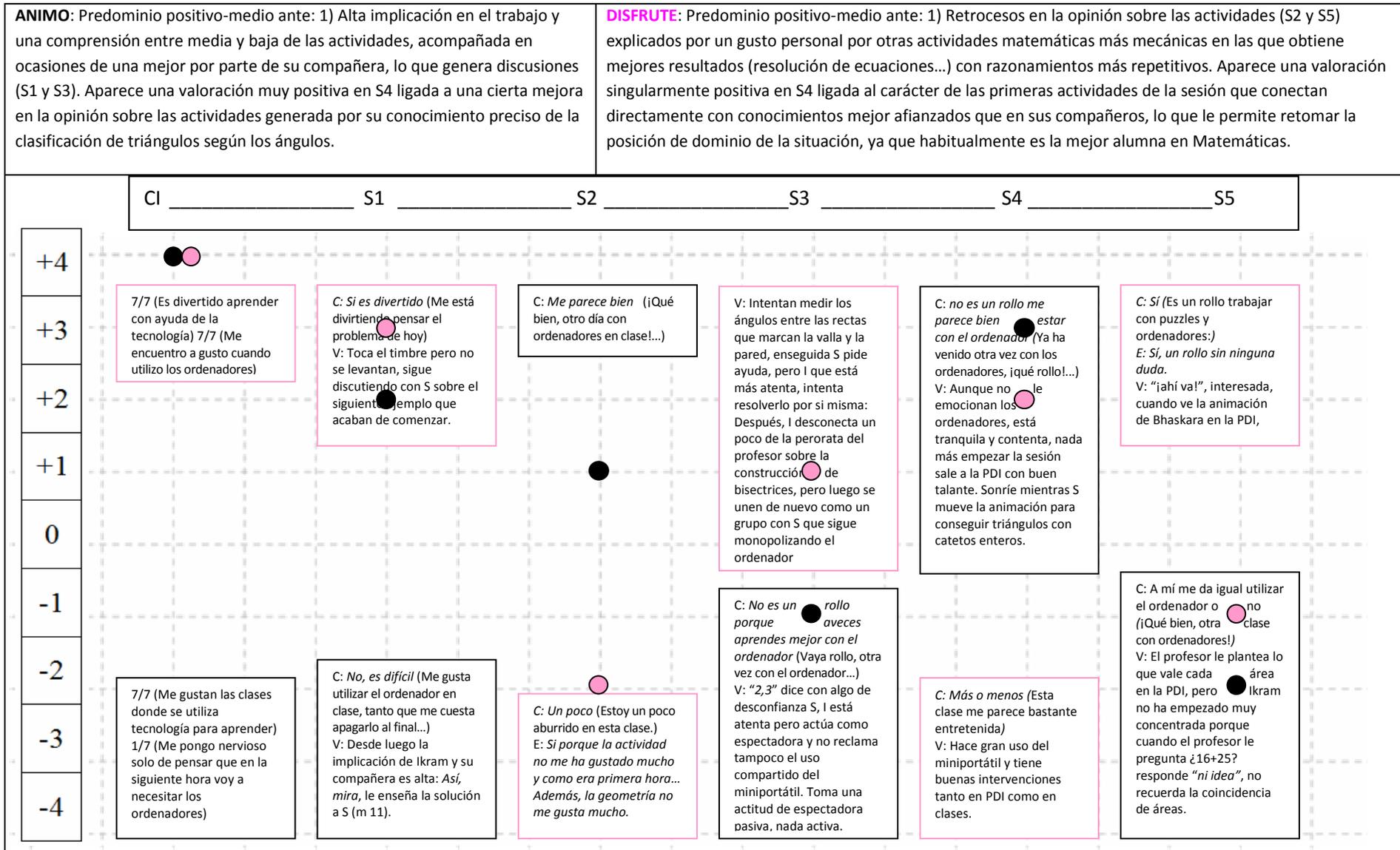


Figura 5.16. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute-Illram

Capítulo 5

PDI: Predominio positivo-medio ante: 1) Diferente valoración de la PDI como instrumento para resolver sus dudas, según su comprensión de las actividades cuando se corrigen en la PDI. 2) Ausencia de valoraciones de las actuaciones propias y de los compañeros dadas las escasas intervenciones de ambos.

GEOGEBRA: Alternancia sin mayorías ante: 1) Buenos logros en la realización de actividades en S1 (encontrar caminos mínimos entre dos puntos que toquen una recta exterior a ambos) y en S2 (construir punto a punto la mediatriz a partir de su definición como lugar geométrico) 2) Valores medios (S3) ligadas a dificultades de interpretación de alguna actividad por la interferencia visual de la imagen de fondo 3) Valores negativos, ausencia de ratón que le dificulta alguna actividad (S4) y rechazo a actividades de tipo más reflexivo (S5)

MINIPORTÁTILES: Predominio positivo ante: 1) Valoración del propio esfuerzo para resolver las actividades sobre clasificación de triángulos, 2) gran implicación en las tareas, visualizada en un incremento claro del tiempo de uso del miniportátil asignado a la pareja y, Aunque se dan dos valoraciones negativas explicadas por la idea de que los miniportátiles le generan mayores despistes (S2) y las actividades le parecen difíciles (S5)

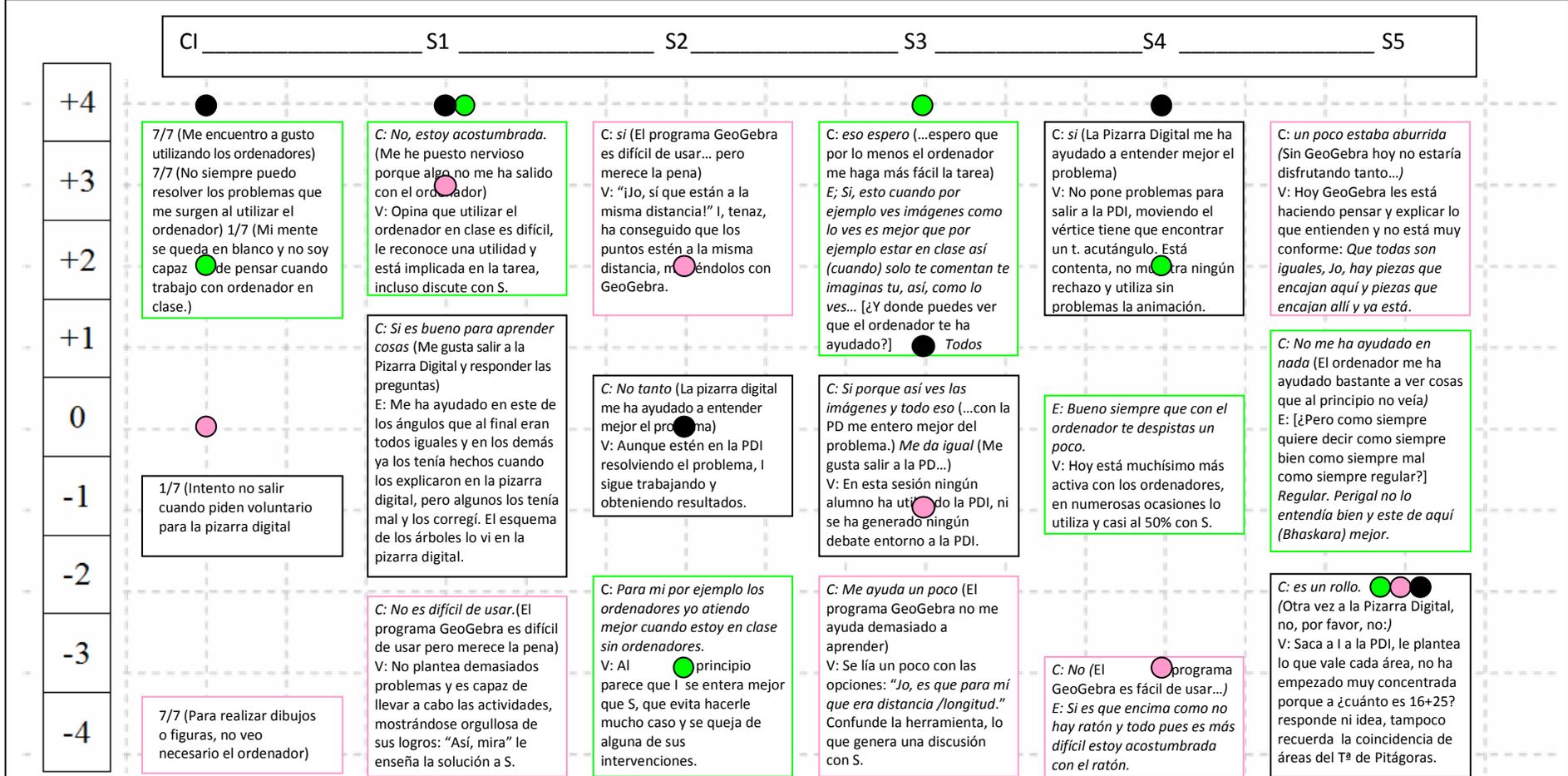


Figura 5.17. Gráficos de síntesis -PDI, GeoGebra y Miniportátil-Ikram

EXPECTATIVAS: Alternancia sin mayoría, apareciendo valoraciones negativas en S3 asociada al recuerdo de la dificultad que le plantearon en S2 las tareas que más reflexión requieren, en contraste con otra positiva en S4 por ejemplo, ligadas a buenas comprensiones de la tarea matemática, que enlazaba con algo que ella tenía particularmente bien asentado, la clasificación de triángulos según los ángulos

DESARROLLO: Predominio positivo-medio ante:1) Aunque hay una mayoría de actividades que requieren una reflexión más que un proceso mecánico, y esto no es de su gusto, pone cierto interés en resolverlas y,2) Aparición de varios episodios de alteración nerviosa en las discusiones con su compañera (S1 y S2), llegando incluso a discutir con ella, se observan en momentos donde su compañera obtiene mejores resultados en las actividades, lo que no es frecuente en Matemáticas y descoloca a Ikram. En S4 se observa una valoración especialmente positiva asociada a una mejor comprensión de la actividad matemática dado que estaba directamente relacionada con contenidos bien trabajados el curso anterior (clasificación de triángulos).

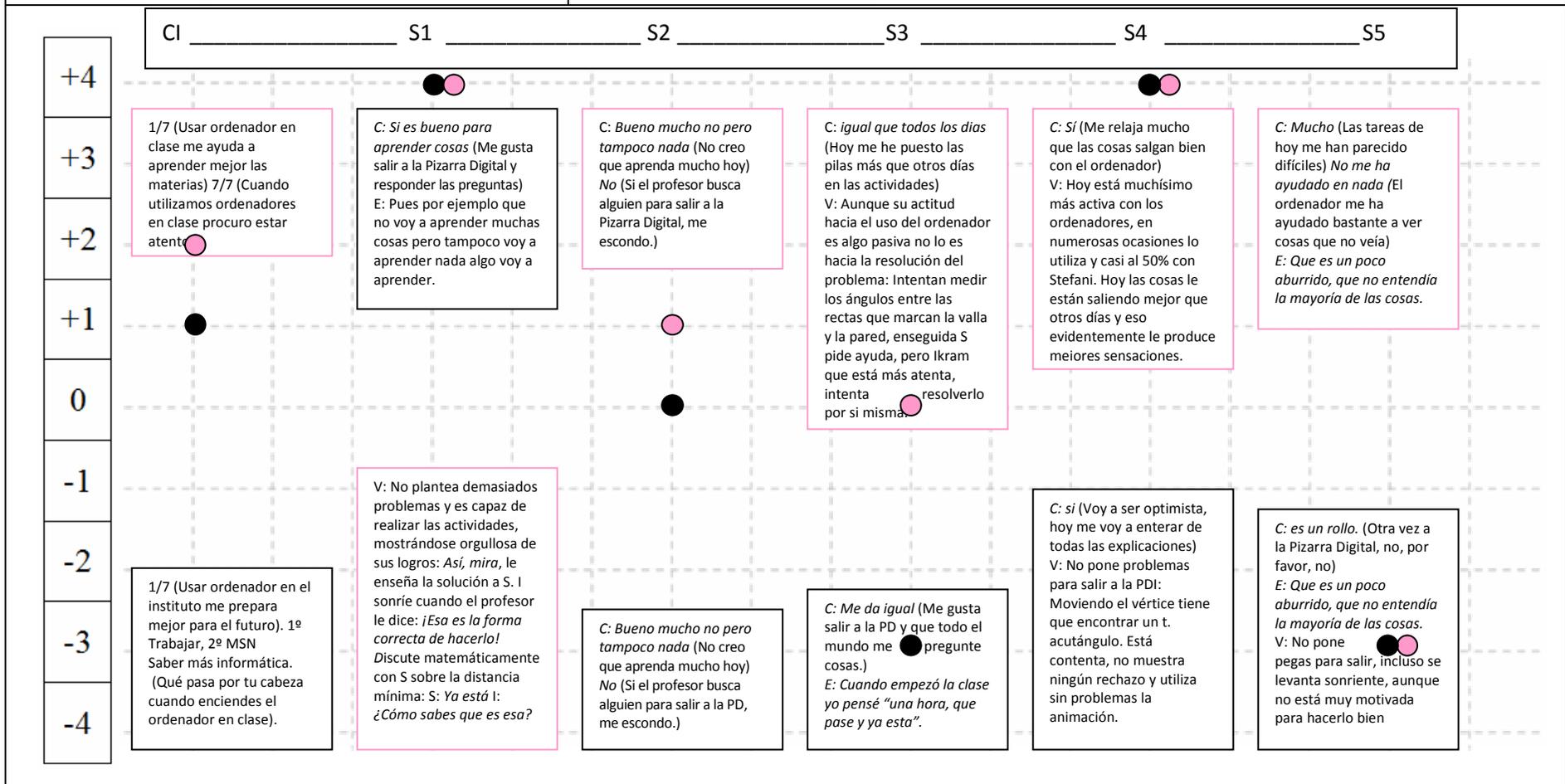


Figura 5.18. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Ikram

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.17), se observa una cierta inestabilidad en los valores de cada subdimensión. En PDI se observa una minusvaloración de la herramienta ante la falta de un uso continuado. La herramienta mejor valorada es el miniportátil, observándose una gran implicación en las tareas, visualizada en un incremento claro del tiempo de uso del miniportátil asignado.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.18), siendo habitualmente mejor valorado el Desarrollo. Las Expectativas sufren grandes variaciones en las valoraciones, debido al contraste entre el recuerdo de la dificultad que le plantean las tareas que más reflexión requieren, y buenas comprensiones de la tarea matemática en otras ocasiones.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Ikram es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +1)	(S3, -1)	(S4, +3)	(S5, -2)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, -2)	(S3, +1)	(S4, +2)	(S5, -1)
PDI	(CI, +4)	(S1, +4)	(S2, 0)	(S3, +1)	(S4, +4)	(S5, -2)
GeoGebra	(CI, 0)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, -1)	(S4, -3)	(S5, -2)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, -3)	(S3, +4)	(S4, +2)	(S5, -2)
Expectativas	(CI, +1)	(S1, +4)	(S2, 0)	(S3, -3)	(S4, +4)	(S5, -3)
Desarrollo	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +1)	(S3, 0)	(S4, +4)	(S5, -3)

El breve apunte biográfico para Ikram es el siguiente:

Ikram es una alumna de 14 años, nacida en Marruecos, aunque llegó a España hace unos 6 años, su nivel de comprensión y expresión en castellano es adecuado aunque muestra limitaciones y dificultades propias de alumnos que tienen pocas referencias culturales. Tiene dificultades con las matemáticas sobre todo cuando se plantean problemas que requieren cierta reflexión personal, por otro lado es una alumna muy trabajadora y compensa estas dificultades intentando sacar el mejor resultado posible en ejercicios más mecánicos. No es conflictiva en absoluto y está bien integrada en el

centro. El uso que habitualmente le da al ordenador es lúdico, en el Centro sólo lo usa cuando falta algún profesor (uso libre) o cuando hacen resúmenes en Ciencias.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo (con tipos alternancia sin mayoría y predominio positivo-medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Buenos usos del miniportátil, discutiendo con su compañera las actividades. Concentración en las tareas lectivas. Mejora en el uso lectivo de la herramienta. Superación parcial del convencimiento de que el miniportátil le genera despistes. Atribución de mejora en el proceso de aprendizaje. Valoración del propio esfuerzo para resolver las actividades.

Cl: 7/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador) 1/7 (Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar cuando trabajo con ordenador en clase.) S1: “No es una dificultad añadida, a veces el ordenador facilita el trabajo”.) En el video se aprecia que, aunque opina que utilizar el ordenador en clase es difícil, le reconoce una utilidad y está implicada en la tarea, incluso discute con Stefani. S2: En la entrevista manifiesta: Para mi, yo atiendo mejor cuando estoy en clase sin ordenadores. Bueno, la pizarra digital porque por ejemplo a la hora de explicar hay cosas que a veces en sociales o en otras asignaturas nos quieren enseñar mejor en imágenes y todo pues con la pizarra digital. Pero con los mini portátiles me despisto un poco y me gusta mejor estar en clase normal sin mini portátiles. S3: En el video se aprecia una actitud pasiva ante el uso del miniportátil que cede a su compañera, pero manteniendo una actitud activa hacia la resolución del problema. En la entrevista manifiesta: Si, esto cuando por ejemplo ves imágenes es como lo ves es mejor que por ejemplo estar en clase así (cuando) solo te comentan te imaginas tu, así, como lo ves... ¿Y donde puedes ver que el ordenador te ha ayudado? Todos S4: En el video se ve que hoy está muchísimo más activa con los ordenadores, en numerosas ocasiones lo utiliza y casi al 50% con Stefani.

Final negativo– Apreciación de falta de utilidad de la herramienta en una sesión en la que la actuación didáctica del profesor limita mucho la utilización del miniportátil.

S5: “El ordenador no me ha ayudado nada, las tareas eran muy difíciles”, en referencia a las demostraciones del Teorema de Pitágoras añadidas por el profesor a las propuestas en la secuencia.

PDI –Tipo predominio positivo-medio (con tipos alternancia sin mayoría y predominio positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Comprensión de ejercicios después de las explicaciones en la PDI (construcción de mediatrices, problema de tres lados...). Valoración de la PDI como herramienta para facilitar el aprendizaje. Capacidad de simultanear el trabajo en el miniportátil con atender a la explicación que se desarrolla en la PDI.

Cl: 1/7 (Intento no salir cuando piden voluntario para la pizarra digital) S1: “Las PDI son muy útiles, me ha ayudado a entender mejor el problema”, en referencia a la resolución en la PDI del problema de una pared por parte de un compañero. C: Si es bueno para aprender cosas (Me gusta salir a la Pizarra Digital y responder las preguntas) E: Me ha ayudado en este de los ángulos que al final eran todos iguales y en los demás ya los tenía hechos cuando los explicaron en la pizarra digital, pero algunos los tenía mal y los corregí. El esquema de los árboles lo vi en la pizarra digital.

Final medio-negativo– Ausencia de orquestaciones que faciliten su uso. Devaluación de la utilidad de la herramienta en el aprendizaje, limitándola a lo expositivo. Desmotivación ante la participación pública en momentos en los que la concentración en la tarea es baja

S2: C: No tanto (La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema) S3: C: Si porque así ves las imágenes y todo eso (Cuando explican las cosas en la PD me entero mejor del problema.) En la entrevista dice: “Me da igual” (Me gusta salir a la PDI y que todo el mundo me pregunte cosas.) En el video se aprecia que en esta sesión ningún alumno ha utilizado la PDI, ni se ha generado ningún debate entorno a la PDI. S4: C: si (La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema) En el video se aprecia que no pone problemas para salir a la PDI, moviendo el vértice tiene que encontrar un t. acutángulo. Está contenta, no muestra ningún rechazo y utiliza sin problemas la animación. S5: Sale a la PDI un tanto desmotivada y a una simple pregunta como ¿25+16? contesta “ni idea”.

GeoGebra –Tipo alternancia sin mayorías (con tipos alternancia sin mayoría y predominio positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo-medio– Buena aceptación del programa de Geometría dinámica. Utilización reflexiva de las opciones del programa, aunque apareciendo dificultades para resolver problemas de bisectrices. Logros en la realización de actividades en S1 (encontrar caminos mínimos entre dos puntos que toquen una recta exterior a ambos) y en S2 (construir punto a punto la mediatriz a partir de su definición como lugar geométrico).

Cl: Valora con un 7/7 (completamente de acuerdo) la frase “no veo la necesidad de usar ordenadores para realizar dibujos o figuras”. S1: C: No es difícil de usar. (El programa GeoGebra es difícil de usar pero merece la pena) En el video se aprecia que no plantea demasiados problemas y es capaz de llevar a cabo las actividades, mostrándose orgullosa de sus logros: “Así, mira”, le enseña la solución a Stefani. S3: C: Me ayuda un poco (El programa GeoGebra no me ayuda demasiado a aprender) En el video se aprecia que se lía un poco con las opciones: “Josean, es que para mí que era distancia/longitud”. Confunde la herramienta de medir distancia con la de medir ángulos. Esto genera una discusión con Stefani

Final negativo– Rechazo a actividades de tipo más reflexivo (S5, demostración del Teorema de Pitágoras)

S4: C: No (El programa GeoGebra es fácil de usar...) E: Si es que encima como no hay ratón y todo pues es más difícil estoy acostumbrada con el ratón. S5: Aunque la tarea le parece muy complicada y aprecia la utilidad de GeoGebra a la hora de comprender la demostración de Bhaskara, la sensación dominante es el hastío: GeoGebra le está haciendo pensar y explicar lo que entienden y no está muy conforme: “Que todas son iguales, Josean, hay piezas que encajan aquí y piezas que encajan allí y ya está”, se escucha en el video con intención de zanjar lo antes posible la actividad.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Elevada motivación por el estudio. Uso fundamentalmente lúdico del ordenador o expositivo si es docente (Apunte biográfico); Preferencia por los usos expositivos de la tecnología con poca confianza de que esta le facilite la tarea. Actitud positiva frente al aprendizaje que le lleva a discutir con su

compañera por la utilización del miniportátil (Expectativas) Preferencia por los problemas mecánicos sobre los más reflexivos, creativos o de reflexión personal (Apunte biográfico, Desarrollo) Aceptación sin entusiasmo de la participación pública. (Desarrollo)

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio positivo (con tipos alternancia sin mayoría y predominio positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo-medio– Receptividad, aunque sin mostrar ninguna inquietud particular ante la presencia de tecnología. Alta implicación en el trabajo. Confianza en las propias posibilidades. Recelo de la distracción que puede suponer para ella el tener un miniportátil durante la clase. Nervios y tensión ante las discusiones con su compañera cuando ésta obtiene mejores resultados que ella.

Cl: 1/7 (Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores)S1: “Me gusta utilizar el ordenador en clase, no es difícil”. C: No, es difícil (Me gusta utilizar el ordenador en clase, tanto que me cuesta apagarlo al final...) En el video se aprecia que su implicación y la de su compañera es alta: “Así, mira” le enseña la solución al comienzo de la sesión. S2: “Yo atiendo mejor cuando estoy sin ordenadores”, en su ánimo está la discusión mantenida en la sesión anterior con su compañera. C: no es un rollo me parece bien estar con el ordenador (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...). S4: Aunque no le emocionan los ordenadores, está tranquila y contenta, nada más empezar la sesión sale a la PDI con buen talante. Sonríe mientras S mueve la animación para conseguir triángulos con catetos enteros.

Final negativo– Apatía ante las actividades.

S5: “A mí me da igual utilizar el ordenador o no” Comienzo apático de las actividades, poca implicación en las tareas.

Disfrute –Tipo predominio positivo (con tipos alternancia sin mayoría y predominio positivo-medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo-medio– Buena aceptación de las primeras actividades. Tolerancia sin disfrute explícito de las actividades de la parte media de la

secuencia. Pequeñas discusiones y una cierta ofuscación cuando su compañera obtiene inesperadamente mejores resultados matemáticos que ella en las primeras sesiones. Satisfacción ante la recuperación del dominio de la situación matemática (construcción del circuncentro...).

S1: “El problema de hoy es divertido”. C: Si es divertido (Me está divirtiendo pensar el problema de hoy) En el video se aprecia que, aunque toca el timbre pero no se levantan, siguen Stefani E Ikram discutiendo sobre el siguiente ejemplo que acaban de comenzar. S2: “Estoy un poco aburrida en esta clase, me gusta más trabajar con números y no me llevo muy bien con la Geometría”, momentos de nervios y discusión tensa con su compañera. S3: V: Intentan medir los ángulos entre las rectas que marcan la valla y la pared, enseguida Stefani pide ayuda, pero Ikram que está más atenta, intenta resolverlo por si misma. Después, Ikram desconecta un poco de la explicación de Josean sobre la construcción de bisectrices, pero luego se unen de nuevo como un grupo con Stefani, aunque esta sigue monopolizando el ordenador S4: C: Más o menos (Esta clase me parece bastante entretenida) En el video se aprecia que hace gran uso del miniportátil y tiene buenas intervenciones tanto en PDI como desde su sitio.

Final medio– Retrocesos en la opinión sobre las actividades, asociados a un aburrimiento mayor en las últimas sesiones o a la necesidad de razonar lo realizado.

S5: “Es un rollo, esto de los puzzles y los ordenadores”, en referencia a los puzzles utilizados para introducir las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Motivación por el estudio (Apunte biográfico); Convencimiento sobre su capacidad para realizar las actividades mecánicas (Expectativas); Suele obtener mejores resultados que sus compañeros en Matemáticas, así se muestra relajada, ya que cuando a ella le surgen dudas matemáticas no va a ser la única y el ritmo de trabajo en matemáticas suele ser adecuado a sus posibilidades (Desarrollo)

Resultados del caso de Ikram

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos el mantenimiento de sus opiniones iniciales sobre el papel distorsionador de miniportátiles y PDI. Se reafirma en su desconfianza hacia la tecnología avalada por la del profesor que propone orquestaciones cada vez menos tecnológicas. Tampoco favorece el hecho de perder su estatus relativo en la clase como alumna más aventajada en matemáticas cuando su compañera obtiene mejores resultados que ella en el miniportátil y la PDI.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos cierta frustración cuando no es la alumna más aventajada. La mejora en sus realizaciones y la adquisición de uso de las herramientas mejoran su situación afectiva. Esta alumna tiene una actitud positiva hacia la educación en general, y necesita mantener su estatus de mejor alumna del grupo, y para este objetivo la tecnología es un impedimento, aunque intenta superar sus dificultades en este campo.

5.7 Síntesis del caso de Stefani (grupo Josean)

Pasamos a presentar el caso de la segunda de los alumnos en estudio del grupo de Josean, Stefani, con el nivel de detalle de los anteriores. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.19 a 5.21) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.19), siendo los valores altos y cercanos en ambos al comienzo de la secuencia, mostrando una alta implicación en las tareas propuestas. Al final de la secuencia se separan, ya que el Ánimo se mantiene alto y desciende el Disfrute ante un incremento del aburrimiento que le producen las últimas sesiones y la realización incorrecta de algunas de las tareas matemáticas.

ANIMO: Predominio positivo en el ánimo ante: 1) mantenimiento del entusiasmo inicial por las actividades con tecnología y, 2) alta implicación en las tareas propuestas. Se observa un valor inferior en S4 explicada por pequeños episodios de desconcentración en esa sesión.

DISFRUTE: Alternancia con mayoría de valores positivos ante: 1) incremento del aburrimiento que le producen las últimas sesiones y, 2) realización incorrecta de algunas de las tareas matemáticas, (desigualdades para triángulos obtusángulos o acutángulos, S4 y desarrollo de cuadrados, S5), además de no recordar durante la S5 prácticamente nada de lo trabajado en S4. En S2 hay un valor positivo ligado a una sesión con una alta participación pública en la PDI, lo que le produce un especial disfrute, dado que en esa sesión sí se da un buen comprensión de las actividades.

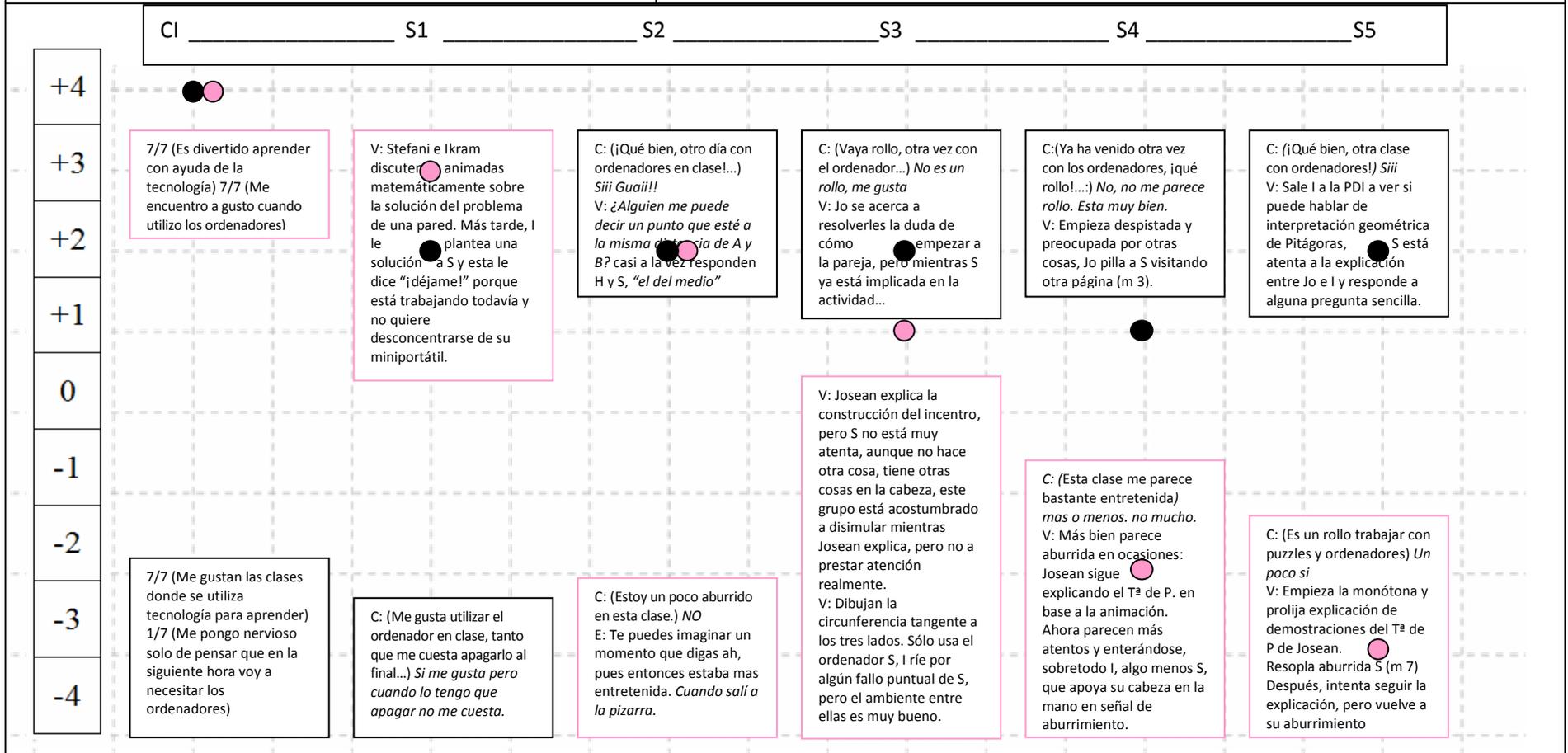


Figura 5.19. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Stefani

Capítulo 5

PDI: Predominio positivo-medio ante: 1) necesidad del instrumento para resolver sus carencias matemáticas, 2) preferencia por recibir a través de ella las explicaciones y trabajar sobre su miniportátil. Estas valoraciones, en ocasiones son matizadas por una mayor valoración del profesor como facilitador del aprendizaje y medio de resolución de dudas, una baja valoración de las posibilidades de la PDI, basada en su experiencia como alumna y percepción de su propia capacidad de resolución de las actividades antes de que se resuelvan en la PDI.

GEOGEBRA: Alternancia con mayoría de valores positivos ante: 1) menor valoración del software debido a la familiarización con el mismo y la banalización de sus funcionalidades y, 2) atribución en S4 y S5 de dificultades matemáticas, (clasificación de triángulos en función de la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados.

MINIORTÁILES: Predominio positivo-medio ante un incremento en la percepción de la dificultad de las actividades, con mejores valores en las primeras sesiones con buenos resultados en la resolución de tareas matemáticas, incluso mejores en ocasiones que los de su compañera, lo que genera en ocasiones discusiones, ya que esta es una situación nueva para las dos.

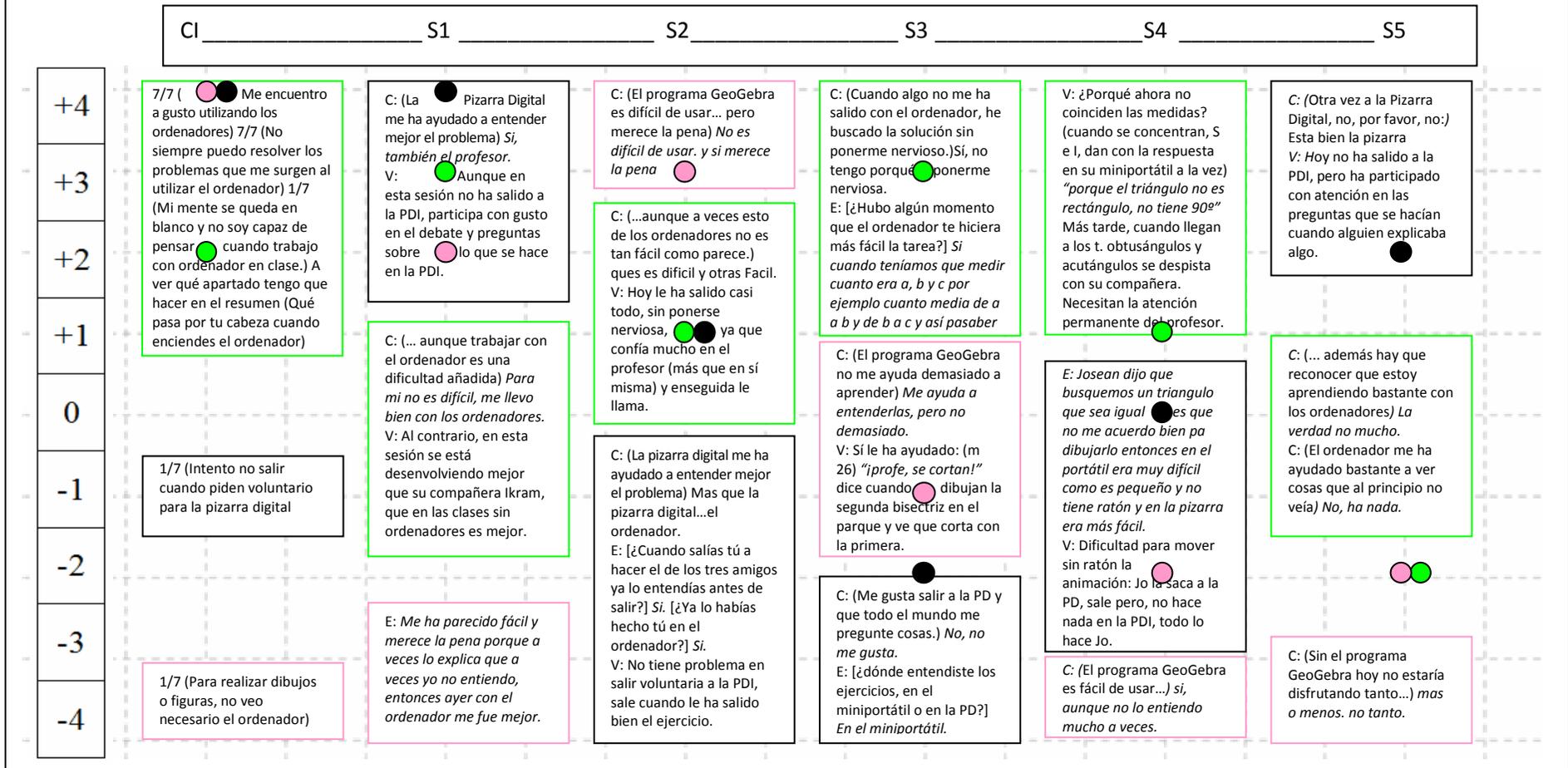


Figura 5.20. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Stefani

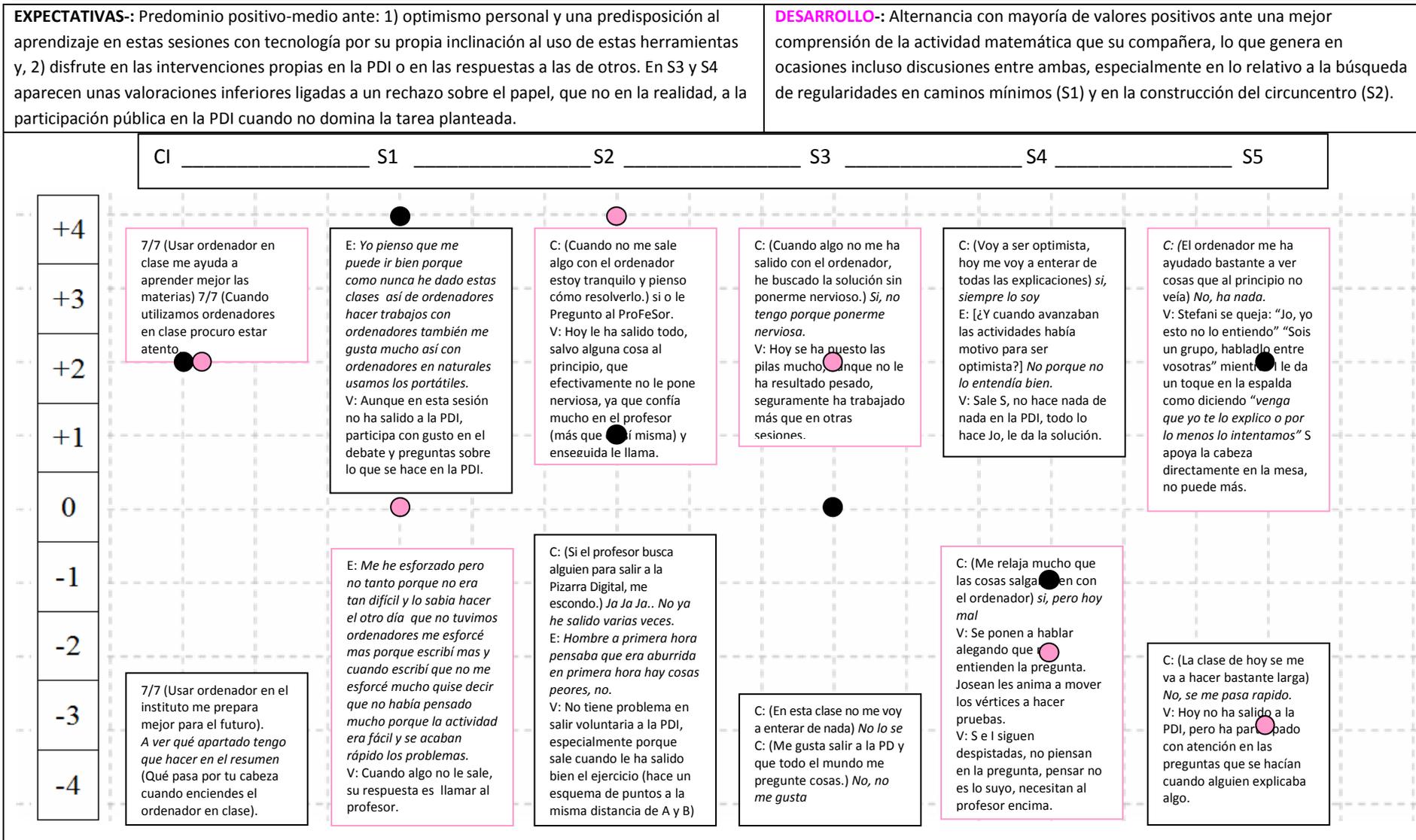


Figura 5.21. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Stefani

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.20), se observa un cierto descenso en los valores de cada subdimensión, sobre todo en GeoGebra y Miniportátiles, mostrando una menor valoración del software debido a la familiarización con el mismo y la banalización de sus funcionalidades y la atribución de dificultades matemáticas y una menor valoración del miniportátil ante unas peores realizaciones matemáticas. En PDI se observa una recuperación del valor hacia el final de la secuencia, al participar en los debates para resolver sus dudas.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.21), siendo habitualmente mejor valoradas las Expectativas, ante un optimismo personal y una predisposición al aprendizaje en estas sesiones con tecnología por su propia inclinación al uso de estas herramientas y el gusto en las intervenciones propias en la PDI o en las respuestas a las de otros. El Desarrollo recibe valores mayores al principio de la secuencia dada la mejor comprensión de la actividad matemática que su compañera en esas sesiones, lo que genera en ocasiones incluso discusiones entre ambas.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Stefani es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +2)	(S4, +1)	(S5, +2)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, +1)	(S4, -2)	(S5, -3)
PDI	(CI, +4)	(S1, +4)	(S2, +1)	(S3, -2)	(S4, 0)	(S5, +2)
GeoGebra	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +3)	(S3, -1)	(S4, -2)	(S5, -2)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, +3)	(S4, +1)	(S5, -2)
Expectativas	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +1)	(S3, 0)	(S4, -1)	(S5, +2)
Desarrollo	(CI, +2)	(S1, 0)	(S2, +4)	(S3, +2)	(S4, -2)	(S5, -3)

El breve apunte biográfico para Stefani es el siguiente:

Stefani es una alumna de 14 años, llegó hace 8 años de la República Dominicana, donde recibió una educación precaria. Desde su llegada a España, tuvo que superar problemas de aprendizaje y otros de base en

matemáticas, proceso que continúa. Solía ser una alumna algo conflictiva, aunque últimamente ha mejorado bastante. Está bien integrada con sus compañeras y no suele protagonizar situaciones disruptivas. Tiene un alto aprecio por la tecnología en general y quiere seguir estudiando un Ciclo de Formación Profesional de Informática.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos y predominio positivo-medio y alternancia con mayoría de positivos en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo-medio– Buenos usos del miniportátil, discutiendo con su compañera las actividades. Mejores realizaciones matemáticas que su compañera. Concentración en las tareas lectivas.

Cl: 1/7 (Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar cuando trabajo con ordenador en clase.) S1: “Me gustan las actividades y me he esforzado”, se observa que se desenvuelve incluso mejor que su compañera lo que es sorprendente y genera ciertas tensiones con ella. S2: En el cuestionario responde: que es difícil y otras Fácil. (...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil como parece.) En el video se aprecia que hoy le ha salido todo, salvo alguna cosa al principio, que efectivamente no le pone nerviosa, ya que confía mucho en el profesor (más que en sí misma) y enseguida le llama. S3: En la entrevista responde: ¿Hubo algún momento que el ordenador te hiciera más fácil la tarea? Sí, cuando teníamos que medir cuanto era a , b y c por ejemplo cuanto media de a a b y de b a c y así pasaber.

Final medio-negativo– Incremento en la apreciación de la dificultad de las actividades. Despistes y distracciones con algunos usos no autorizados de la herramienta. Necesidad de atención permanente del profesor. Apreciación de falta de utilidad de la herramienta en una sesión en la que la actuación didáctica del profesor limita mucho la utilización del miniportátil.

S4: Josean encuentra a Stefani visitando una página de Internet no autorizada (m 3). En el video se escucha al profesor que pregunta: ¿Porqué ahora no coinciden las medidas? (Nadie lo sabe, en principio, pero afortunadamente, cuando se concentran y se ponen a pensar, casi simultáneamente Stefani e Ikram, dan con la respuesta en su miniportátil) “porque el triángulo no es

rectángulo”, “porque el triángulo no tiene 90º” S5 “Las tareas han sido muy difíciles y el ordenador no me ha ayudado”, únicamente valora positivamente las animaciones que apoyan las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

PDI –Tipo predominio positivo-medio (con tipos y predominio positivo-medio y alternancia con mayoría de positivos en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Alta valoración en el CI de su disponibilidad para salir voluntaria a la PDI. Buena participación en los debates en torno a la PDI. Destacada realización en la construcción de la mediatriz como lugar geométrico en un proceso de reflexión en la PDI.

CI: Valora con 7/7 su disponibilidad para salir como voluntaria a la PDI. S1: C: (La Pizarra Digital me ha ayudado a entender mejor el problema) Si, también el profesor. Aunque en esta sesión no ha salido a la PDI, participa con gusto en el debate y pregunta sobre lo que se hace en la PDI.

Final positivo-medio– Valoración del profesor como facilitador del aprendizaje y medio de resolución de dudas. Preferencia por recibir a través de la PDI las explicaciones y trabajar sobre su miniportátil sin ser ella la que haga uso directo. Apreciación de su propia capacidad de resolución gracias al miniportátil de las actividades antes de que se resuelvan en la PDI. Ausencia de orquestaciones que faciliten el uso de esta herramienta. Devaluación de la utilidad de la herramienta en el aprendizaje, limitándola a lo expositivo por parte del profesor, lo que ella considera positivo.

S2: Responde al cuestionario: Mas que la pizarra digital...el ordenador. (La pizarra digital me ha ayudado a entender mejor el problema) S3: “No me entero mejor con la PDI”, “me entero mejor haciéndolo yo con el miniportátil”, en referencia a sus buenas realizaciones en la construcción de bisectrices. (Me gusta salir a la PD y que todo el mundo me pregunte cosas.) No, no me gusta. [¿Dónde entendiste los ejercicios, en el miniportátil o en la PD?] En el miniportátil. [¿Luego la pizarra no te ayuda demasiado?] No es eso, es que el profesor lo explica en la pizarra pero nada más S4: En la entrevista manifiesta: Josean dijo que busquemos un triangulo que sea igual es que no me acuerdo bien pa dibujarlo entonces en el portátil era muy difícil como es pequeño y no tiene ratón y en la pizarra era más fácil. Aunque a veces si que me metería cuando somos muchos o cuando no lo entiendo y me saca, cuando me quería sacar y yo no lo entendía, “que no, Josean”, en la entrevista, en referencia a

‘me metería debajo de la mesa cuando me piden salir a la PDI’S5: Responde en el cuestionario: Esta bien la pizarra (Otra vez a la Pizarra Digital, no, por favor, no) En el video se observa que hoy no ha salido a la PDI, pero ha participado con atención en las preguntas que se hacían cuando alguien explicaba algo.

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos y predominio positivo-medio y alternancia con mayoría de positivos en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Buena aceptación del programa de Geometría dinámica. Utilización reflexiva de las opciones del programa, aunque apareciendo dificultades.

S1: Respecto de GeoGebra, manifiesta en la entrevista, ‘Me ha parecido fácil y merece la pena porque a veces (el profesor) lo explica que a veces yo no entiendo, entonces ayer con el ordenador me fue mejor’. S2: No es difícil y merece la pena y es entretenido. (Dificultad de GeoGebra) Supera sus problemas para medir distancias y atiende con interés la explicación de Josean sobre cómo marcar el punto de intersección de las mediatrices con GeoGebra.

Final medio-negativo– Banalización de las funcionalidades del programa de geometría dinámica. Familiarización con el mismo. Atribución de las dificultades matemáticas (clasificación de triángulos en función de la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados)

S3: Hombre para medir las cantidades si pero nada mas. (Utilidad de GeoGebra) En el cuestionario responde: Me ayuda a entenderlas, pero no demasiado (El programa GeoGebra no me ayuda demasiado a aprender) En el video se observa que, aunque no lo recuerde, sí que le ha ayudado: “¡profe, se cortan!” dice Stefani cuando dibujan la segunda bisectriz en el parque y ve que corta con la primera S4: “Es fácil, aunque no lo entiendo mucho a veces, esto no lo entendía nada” (Clasificación de triángulos según la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados). S5: En el cuestionario responde: mas o menos. no tanto. (Sin el programa GeoGebra hoy no estaría disfrutando tanto...)

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Alto aprecio por la tecnología en general. Dificultades con las matemáticas (Apunte biográfico); Preferencia por los usos expositivos de la tecnología con bastante confianza de que esta le facilite la tarea. Actitud positiva frente al aprendizaje que le lleva a discutir con su compañera por la utilización del miniportátil (Expectativas); Aceptación de la participación pública, realizada en mayor medida desde su sitio. Menor capacidad de resolución de las tareas cuando las actividades se basan en contenidos que ya debería conocer (clasificación de triángulos según los ángulos o Teorema de Pitágoras) que cuando se pueden realizar sin conocimientos previos particulares (Mediatriz o bisectriz como lugar geométrico). (Desarrollo)

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –Tipo predominio positivo-medio (con tipos y predominio positivo-medio y alternancia con mayoría de positivos en dimensión cognitiva)

Comienzo y final positivo– alegría y entusiasmo ante la utilización de medios tecnológicos en clase de matemáticas. Alta implicación en las tareas propuestas desde el comienzo de la clase. Confianza en las propias posibilidades. Mantenimiento del entusiasmo inicial por las actividades con tecnología durante toda la secuencia.

S2: “Otro día con ordenadores, siiii, guaiiii” Empieza muy animada la sesión y se muestra muy interesada al ver la foto del barrio en la que reconoce la zona de la fuente del parque. En el video se escucha: ¿Alguien me puede decir un punto que esté a la misma distancia de A y B? casi a la vez responden Hicham y Stefani, “el del medio” S3: Responde al cuestionario: No es un rollo, me gusta (Vaya rollo, otra vez con el ordenador...) En el video se observa a Josean, que se acerca a resolverles la duda de cómo empezar a la pareja, pero mientras Stefani ya está implicada en la actividad... S4: Responde al cuestionario: No, no me parece rollo. Esta muy bien (Ya ha venido otra vez con los ordenadores, ¡qué rollo!...) S5: “¡Qué bien, ordenadores, siiii!”, concentrada y participativa al principio de la sesión en la que se va a trabajar sobre diversas demostraciones del Teorema de Pitágoras.

Disfrute –Tipo predominio positivo-medio (con tipos y predominio positivo-medio y alternancia con mayoría de positivos en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Buena comprensión de las actividades. Puntual pero exitosa participación pública en la PDI, lo que le produce un especial disfrute. Realizaciones matemáticas inesperadamente mejores que su compañera.

S1: En el video se observa a Stefani e Ikram discutiendo matemáticamente sobre el cálculo del camino más corto de un árbol a otro tocando una pared externa a ambos: S “ya está” I “¿cómo sabes que es esa?” S “porque está en el medio y para mí esa es la más corta”, dice a la defensiva Josean “eso, comentadlo” S “si lo mueves ahí, no ves que es más largo?, de entre los dos árboles lo mejor es tocar en medio” I “ya lo sé” S “¡pues ya está!” dice algo enfadada. S “¿lo entiendes?”, dice algo burlona. S2: “No me aburrí porque salí a la PDI a hacer el problema de tres amigos”, en referencia al problema de construcción del circuncentro. S3: En el video se observa a Josean explicar la construcción del incentro, pero Stefani no está muy atenta, aunque no hace otra cosa, tiene otras cosas en la cabeza, este grupo está acostumbrado a disimular mientras Josean explica, pero no a atender como se debe, son de trabajar, no de atender. En el video se les observa dibujando la circunferencia tangente a los tres lados. Sólo usa el ordenador Stefani, Ikram ríe por algún fallo puntual de Stefani, pero el ambiente entre ellas es muy bueno.

Final negativo– Retrocesos en la opinión sobre las actividades, asociados a un aburrimiento mayor en las últimas sesiones. Realización incorrecta de algunas de las tareas matemáticas, (desigualdades para triángulos obtusángulos o acutángulos, S4 y desarrollo de cuadrados, S5). Actuación didáctica del profesor poco participativa.

S4: En el video parece aburrida en ocasiones: Josean sigue explicando el Teorema de Pitágoras en base a la animación. Ahora parecen más atentos y enterándose, sobretodo Ikram, algo menos Stefani, que apoya su cabeza en la mano en señal de aburrimiento frecuentemente. S5: En el video se la observa verdaderamente aburrida, sobre todo en el periodo de exposición poco participativa del profesor en la pizarra velleda sobre diversas demostraciones del Teorema de Pitágoras no incluidas en la propuesta de trabajo.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Entusiasmo ante el trabajo con tecnología. Disfrute en las intervenciones públicas o en las respuestas a las de otros. (Expectativas) Buenas realizaciones matemáticas en las primeras sesiones, inesperadamente

mejores que las de su compañera. Rechazo a las orquestaciones demasiado expositivas del profesor (Desarrollo)

Resultados del caso de Stefani

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos el mantenimiento de sus opiniones iniciales sobre el papel principal del miniportátil en la orquestación y solamente expositivo de la PDI, apoyado en el tipo de orquestaciones centradas en el profesor y cada vez menos tecnológicas. Valoración del profesor como facilitador del aprendizaje y medio de resolución de dudas, frente a la banalización de las utilidades de las herramientas tecnológicas. Su mayor dominio del uso del miniportátil y la facilidad para aprender rápidamente a manejar el programa de geometría dinámica apoyan sus realizaciones matemáticas mejores que su compañera en las primeras sesiones.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos el contraste entre la evolución del ánimo y el disfrute. El ánimo, se mantiene siempre positivo, apoyado en su preferencia por el aprendizaje con tecnología. El disfrute empieza con valor positivo pero termina negativo, afectado por cierta frustración cuando la tecnología no cumple sus expectativas iniciales de facilitarle el trabajo matemático. Al principio de la secuencia el disfrute es muy positivo asociado a actividades matemáticas que resuelve inesperadamente mejor que su compañera distorsionando el estatus relativo entre ambas.

5.8 Síntesis del caso de Saúl (grupo Josean)

Pasamos a presentar el caso del tercero de los alumnos en estudio del grupo de Josean, Saúl, con el nivel de detalle de los anteriores. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.22 a 5.24) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

ANIMO: Predominio positivo, aunque con valores inferiores en dos sesiones, ligadas a una orquestación propuesta por el profesor que incluía en un caso un ordenador para tres alumnos y Saúl percibía que iba a ser quien tendría menos oportunidad de usarlo o bien a una actuación didáctica del profesor que comienza con una larga exposición poco participativa.

DISFRUTE: Predominio positivo-medio ante: 1) Valoración especialmente negativa ligada a una sesión donde la orquestación propuesta por el profesor incluía un ordenador para tres alumnos, lo que provocó su total aislamiento en esa sesión. 2) Valoración especialmente positiva en S4 asociada a una actitud de perseverancia en la búsqueda de la solución de una cuestión relativa a la relación entre una desigualdad y el tipo de triángulo de que se trate.

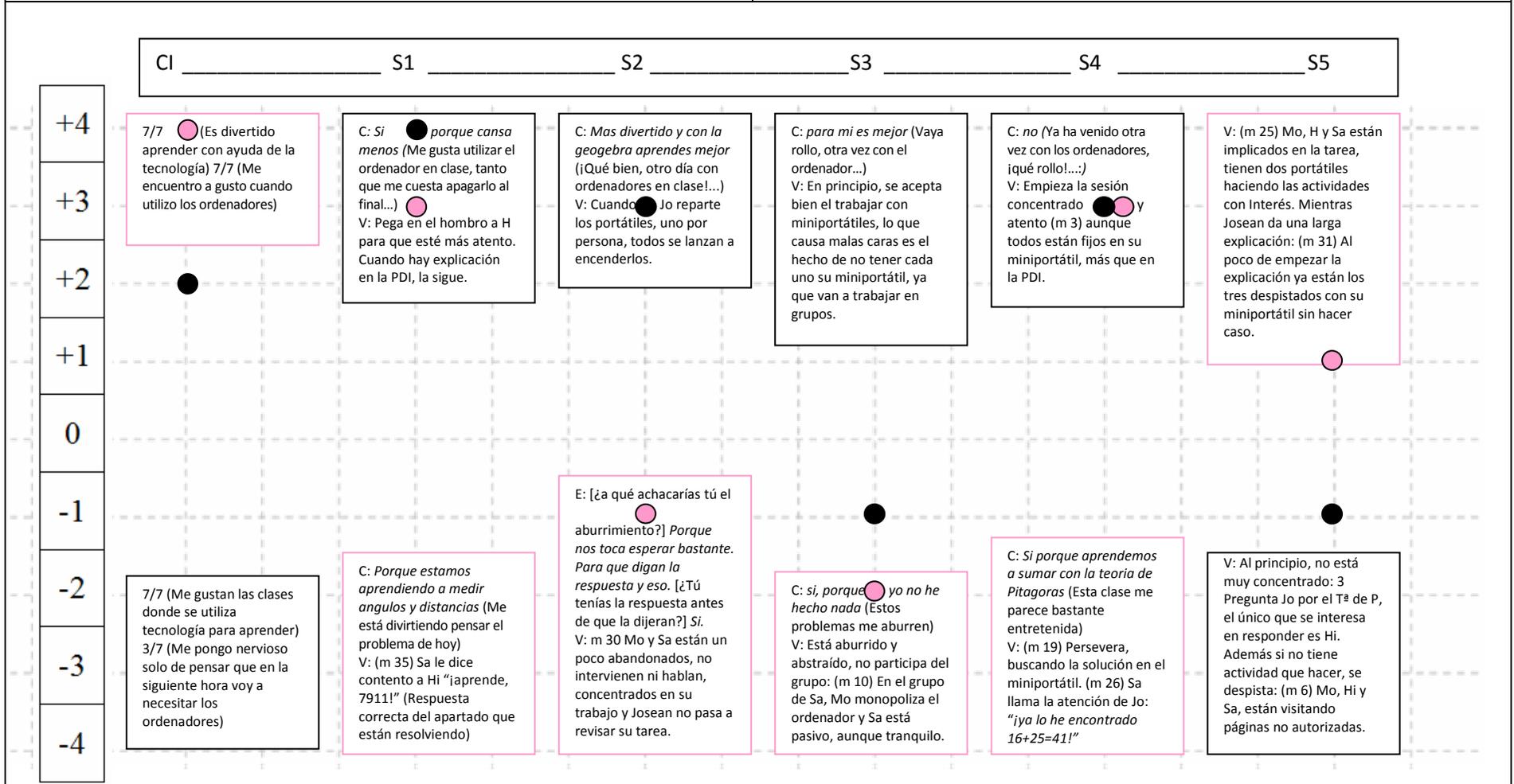


Figura 5.22. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Saúl

Capítulo 5

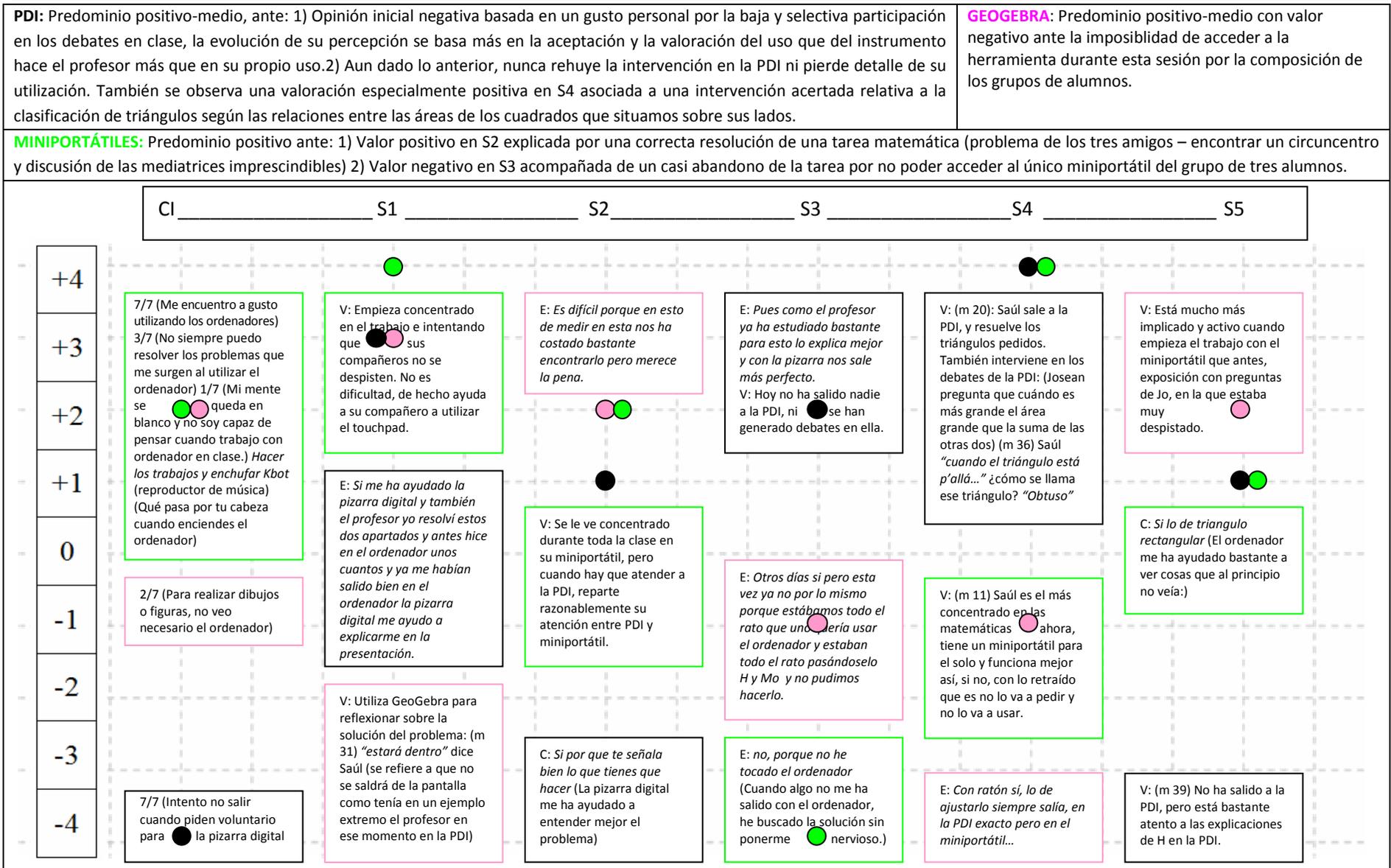


Figura 5.23. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Saúl

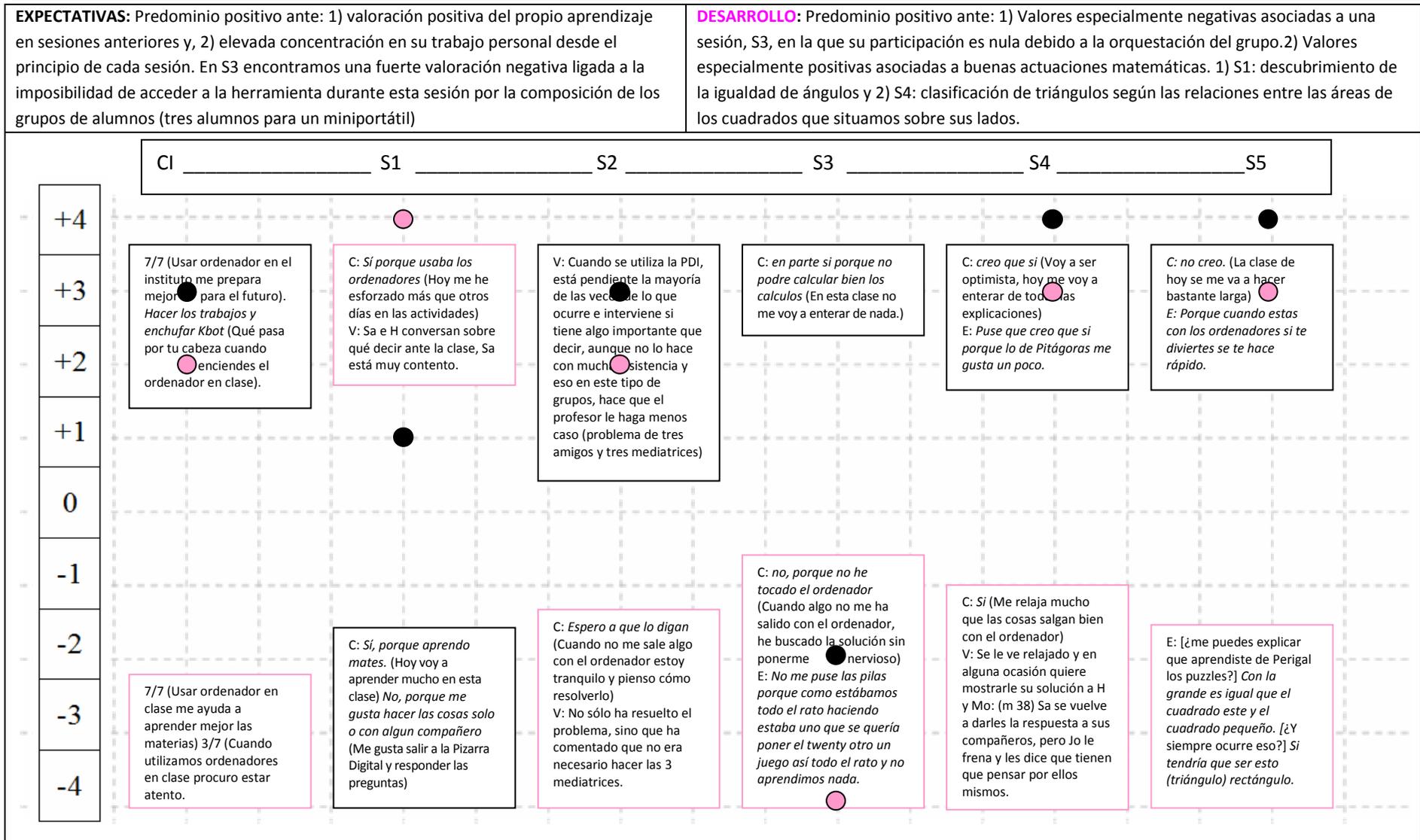


Figura 5.24. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Saúl

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.22), siendo los valores cercanos en ambos aunque muy variables al comienzo de la sesión, destacando la influencia de la accesibilidad y el uso de la tecnología en el ánimo

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.23), se observa una cierta variabilidad en los valores de cada subdimensión, siendo la mejor valorada la PDI dada la superación de un gusto personal por la baja y selectiva participación en los debates en clase, la evolución de su percepción se basa más en la aceptación y la valoración del uso que del instrumento hace el profesor más que en su propio uso. La valoración del miniportátil va pareja con la de la PDI, salvo cuando el miniportátil no es accesible por la orquestación propuesta.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.24), siendo ambas altas y levemente mejor valoradas las Expectativas, dada una valoración positiva del propio aprendizaje en sesiones anteriores, una elevada concentración en su trabajo personal desde el principio de cada sesión y unas buenas realizaciones matemáticas.

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Saúl es la siguiente:

Ánimo	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +3)	(S3, -1)	(S4, +3)	(S5, -1)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, -1)	(S3, -3)	(S4, +3)	(S5, +1)
PDI	(CI, -4)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, +2)	(S4, +4)	(S5, +1)
GeoGebra	(CI, +2)	(S1, +3)	(S2, +2)	(S3, -1)	(S4, -1)	(S5, +2)
Miniportátil	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +2)	(S3, -4)	(S4, +4)	(S5, +1)
Expectativas	(CI, +3)	(S1, +1)	(S2, +3)	(S3, -2)	(S4, +4)	(S5, +4)
Desarrollo	(CI, +2)	(S1, +4)	(S2, +2)	(S3, -4)	(S4, +3)	(S5, +3)

El breve apunte biográfico para Saúl es el siguiente:

Saúl es un alumno español, que siempre ha vivido en Huesca. Esta rodeado de toda una problemática social que afecta a su núcleo familiar con

frecuentes entradas en la cárcel de alguno de sus progenitores o en centros de menores de sus hermanos. Él no ha tenido todavía problemas de este tipo. En lo académico, muestra un cierto interés por las asignaturas y una buena capacidad de aprendizaje, lo que permite ser relativamente optimista sobre sus posibilidades de obtención del título. Le gusta el trabajo con tecnología y piensa que esto puede ser parte de su futuro.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Alta valoración de su esfuerzo y sus realizaciones matemáticas (relaciones entre ángulos, problema de los tres amigos – construir el circuncentro y discusión de las mediatrices imprescindibles). Concentración en las tareas lectivas. Ausencia de malos usos en su uso. Valor negativo y casi abandono de la tarea por no poder acceder al único miniportátil del grupo de tres alumnos (S3).

CI: 7/7 (Me encuentro a gusto utilizando los ordenadores) 3/7 (No siempre puedo resolver los problemas que me surgen al utilizar el ordenador) 1/7 (Mi mente se queda en blanco y no soy capaz de pensar cuando trabajo con ordenador en clase.) S1: “El ordenador cansa menos, hace que me esfuerce más, además hice bien los ejercicios”. S2: Empieza concentrado en el trabajo e intentando que sus compañeros no se despisten. No tiene dificultad para utilizar la herramienta, de hecho ayuda a su compañero a utilizar el touchpad. S3: “Hoy no creo que me facilite la tarea, porque estamos tres para un ordenador”. S4: En el video se aprecia que Saúl es el más concentrado en las matemáticas ahora, tiene un miniportátil para él solo y funciona mejor así, si no, debido a su timidez, no lo va a pedir y no lo va a usar.

Final medio– Apreciación global de utilidad de la herramienta. Aparición de malos usos puntuales y aburrimiento.

S5: “Aprendo bastante GeoGebra y a medir ángulos”. Malos usos del miniportátil, visitando páginas no autorizadas.

PDI –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva)*

Comienzo negativo Opinión inicial negativa basada en un gusto personal por la baja y selectiva participación en los debates en clase

Cl: Valora con un 7/7 (completamente de acuerdo) la frase “Intento no salir cuando piden un voluntario a la PDI”.

Final positivo-medio Aceptación y la valoración del uso que del instrumento hace el profesor más que en su propio uso, aunque no rehuye la intervención en la PDI ni pierde detalle de su utilización. valor especialmente positivo ante una intervención acertada (clasificación de triángulos según las relaciones entre las áreas de los cuadrados que situamos sobre sus lados).

S1: “Si me ha ayudado la pizarra digital y también el profesor yo resolví estos dos apartados y antes hice en el ordenador unos cuantos y ya me habían salido bien en el ordenador, la pizarra digital me ayudó a explicarme en la presentación.”, refiriéndose al momento en el que sale a la PDI en S1 a explicar uno de los ejercicios a sus compañeros. S4 “Me da igual salir a la PDI”, de hecho sale sin ningún problema a participar en la clasificación de triángulos según los ángulos. En el video se aprecia que Saúl sale a la PDI, y resuelve los triángulos pedidos aunque con muchas interrupciones del profesor y también interviene con acierto en los debates de la PDI respecto de la clasificación de triángulos según la relación entre áreas de los cuadrados contruidos sobre sus lados. S5: No ha salido a la PDI, pero está bastante atento a las explicaciones de Hicham.

GeoGebra –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Buena aceptación del programa de Geometría dinámica. Utilización reflexiva de las opciones del programa, aunque apareciendo dificultades.

S1: “No es difícil, merece la pena y facilita el trabajo”, en el video se aprecia que utiliza Geogebra para reflexionar sobre la solución del problema de rebotes en una pared, “estará dentro” dice (se refiere a que el punto de rebote que hace el camino más corto, no se saldrá de la pantalla como tenía en un ejemplo extremo el profesor en ese momento en la PDI) S2: Es difícil porque en esto de medir en esta nos ha costado bastante encontrarlo pero merece la pena, (El programa Geogebra es difícil de usar... pero merece la pena)

Final positivo-medio– valor negativo ligado a la imposibilidad de acceder a la herramienta durante S3 por la composición de los grupos de alumnos. Mantenimiento de la implicación en la resolución de las actividades matemáticas (clasificación de triángulos en función de la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados, demostraciones del Teorema de Pitágoras). Alto grado de apreciación de la herramienta siempre que considera que ha podido utilizarla adecuadamente.

S3 “Otros días si pero esta vez ya no por lo mismo porque estábamos todo el rato que uno quería usar el ordenador y estaban todo el rato pasándose lo Hicham y Moha y no pudimos hacerlo”. S4: Con ratón sí, lo de ajustarlo siempre salía, en la PDI exacto pero en el miniportátil...(El programa Geogebra es fácil de usar...) S5 “Sin GeoGebra no habría disfrutado tanto de las actividades”, en referencia a las animaciones que apoyan las demostraciones del Teorema de Pitágoras, en el video se aprecia que está mucho más implicado y activo cuando empieza el trabajo con las animaciones de GeoGebra para las demostraciones del Teorema de Pitágoras, que en la parte anterior, exposición con preguntas de Josean, en la que estaba bastante despistado.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Alto aprecio por la tecnología en general. Gusto por las matemáticas (Apunte biográfico); Confianza en las propias posibilidades que le brinda la tecnología gracias a su buen manejo de la misma (Expectativas); Preferencia inicial por usos menos expositivos de la tecnología, aunque aceptando la participación con bastante confianza de que esta le facilite la tarea. Evolución personal desde una opinión inicial basada en un gusto personal por la baja y selectiva participación en los debates en clase, hasta una posición cercana a lo positivo, aceptando la participación. (Desarrollo)

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Concentración en el comienzo de las sesiones ante la utilización de medios tecnológicos en clase de matemáticas. Alta implicación

en las tareas propuestas desde el comienzo de la clase. Confianza en las propias posibilidades.

S1: “Me gusta utilizar el ordenador en clase porque cansa menos”. En el video se aprecia que V: Saúl pega en el hombro a Hicham para que esté más atento. Cuando hay explicación en la PDI, la sigue. S2: Mas divertido y con la geogebra aprendes mejor (¡Qué bien, otro día con ordenadores en clase!...) Empieza concentrado la sesión.

Final medio– Valores medios ante la imposibilidad de utilizar directamente la tecnología, por la orquestación elegida por el profesor (un miniportátil para tres alumnos) o la actuación didáctica elegida (reducción de la presencia de la Tecnología y de la participación de los alumnos).

S3: Mala cara desde el principio de la sesión, no se implica en el trabajo en grupo y es demasiado retraído para pedir el miniportátil. S4: Empieza la sesión concentrado y atento durante las actividades de clasificación de triángulos según los ángulos. S5 Aunque manifiesta “La clase de ordenadores va a ser como siempre”, en cuanto comienza la clase y no hay uso de miniportátiles en absoluto para introducir las demostraciones del Teorema de Pitágoras se desconcentra ostensiblemente.

Disfrute –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y positivo en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– Buena comprensión de las actividades. Relación del disfrute con el aprendizaje.

Cl: 7/7 (Es divertido aprender con ayuda de la tecnología) 7/7 (Me encuentro a gusto cuando utilizo los ordenadores) S1: Trabaja contento, concentrado y con una competitividad no agresiva con su compañero. “Porque estamos aprendiendo a medir angulos y distancias” (Me está divirtiendo pensar el problema de hoy)

Final medio– Aburrimiento ante la espera para corregir los ejercicios o la disminución de la presencia de la tecnología en las sesiones. Mantenimiento de su opción global a favor de la tecnología en la clase de matemáticas. Valor especialmente positivo ante una actitud de perseverancia en la búsqueda de la solución de una cuestión relativa a la relación entre una desigualdad y el tipo de triángulo de que se trate.

S2: *“Estoy un poquito aburrido en esta clase, toca esperar bastante, yo ya tenía las respuestas, porque nos toca esperar bastante para que digan la respuesta y eso. Los primeros los tenía mal el primero me ha salido un poco difícil el segundo ya me ha salido bastante bien y el tercero me ha salido en seguida”*. S3: *Si, porque yo no he hecho nada (Estos problemas me aburren)* S4 *“Esta clase me parece entretenida porque aprendemos a sumar con la teoría de Pitágoras”* Persevera, buscando en el miniportátil la solución y sale a la PDI resolviendo correctamente la construcción del triángulo rectángulo y la relación entre las desigualdades y el tipo de triángulo. S5: *“no, me gusta mucho” (Es un rollo trabajar con puzzles y ordenadores)* Mientras Josean da una larga explicación se despista con su miniportátil sin hacer caso.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Interés por las matemáticas y buena capacidad de aprendizaje, lo que permite ser relativamente optimista sobre sus posibilidades de obtención del título. (Apunte biográfico) Entusiasmo ante el trabajo con tecnología. Pocas intervenciones públicas o en las respuestas a las de otros. Convicción sobre las propias posibilidades de obtención de resultados matemáticos. (Expectativas) Buenas realizaciones matemáticas, mejores que las de sus compañeros. Seguridad en si mismo basado en las acertadas intervenciones desarrolladas y los buenos resultados obtenidos en sesiones anteriores. (Desarrollo)

Resultados del caso de Saul

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos el papel fundamental de la orquestación elegida por el profesor, los valores negativos en casi las subdimensiones tecnológica tienen en común que se pueden apreciar grandes diferencias entre las sesiones con buen aprovechamiento matemático, ligado a una orquestación donde el alumno se siente cómodo (búsqueda de regularidades en problemas de cálculo de distancias mínimas, construcción del circuncentro o clasificación de triángulos según relaciones entre las áreas de los cuadrados situados sobre sus lados), junto a otras donde el desarrollo de una clase con partes más teóricas y poco participativas o bien una orquestación menos favorable llevan a un menor

nivel de obtención de resultados (construcción del incentro y demostraciones del T^a Pitágoras). Junto a estos hechos, se observa el mantenimiento de sus opiniones iniciales sobre el papel principal del miniportátil en la orquestación respecto de la PDI, apoyado en el tipo de orquestaciones centradas en el profesor y cada vez menos tecnológicas. Su dominio del uso del miniportátil y la facilidad para aprender rápidamente a manejar el programa de geometría dinámica apoyan sus realizaciones matemáticas.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos que el alumno experimenta un choque emocional entre su gusto personal por la utilización de la tecnología en general y en las clases de matemáticas en particular y, momentos de desaprovechamiento cuando la orquestación propuesta por el profesor no le permite hacer uso de la misma.

5.9 Síntesis del caso de Hicham (grupo Josean)

Pasamos a presentar el caso del cuarto y último de los alumnos en estudio del grupo de Josean, Hicham, con el nivel de detalle de los anteriores. Aportamos todos los gráficos de síntesis (ver las Figuras 5.25 a 5.27) y el perfil narrativo.

Para facilitar su lectura, presentamos a continuación los aspectos más destacables de cada gráfico de síntesis:

Observamos una cierta relación entre los dos gráficos de la dimensión afectiva (ver Figura 5.25), siendo los valores del Disfrute superiores a los del Ánimo, dado que empieza las sesiones un tanto desconcentrado, alternando episodios de atención y de despiste ante la tarea aunque a lo largo de las sesiones muestra una cierta constancia de su implicación en las tareas.

En los gráficos de la dimensión instrumental (ver Figura 5.26), se observa una cierta estabilidad en los valores de cada subdimensión, siendo la mejor valorada la PDI dada la percepción continuada de la herramienta como facilitadora del aprendizaje, siempre asociada al profesor y un mejor uso de GeoGebra con episodios de investigación de nuevas soluciones a los

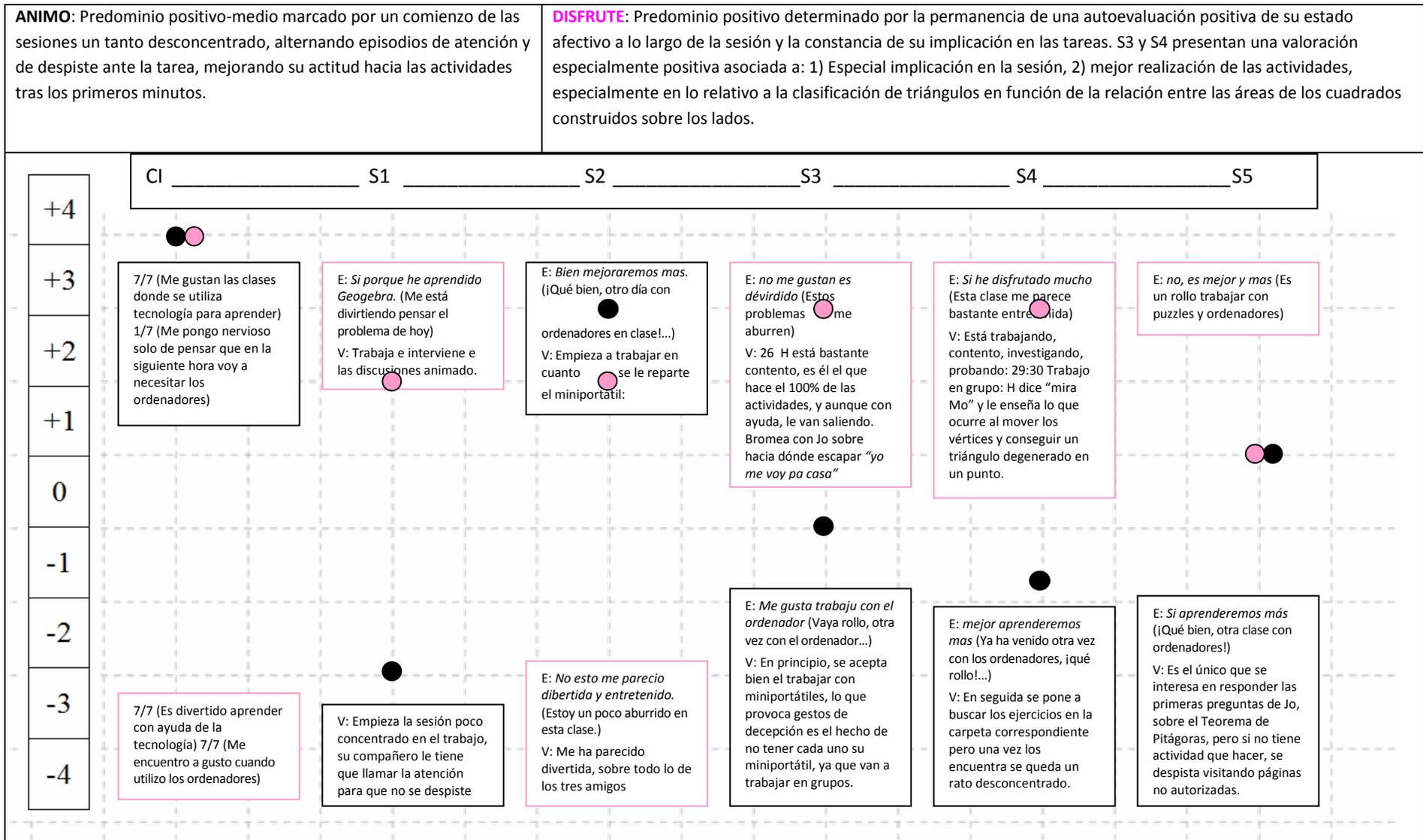


Figura 5.25. Gráficos de síntesis -Ánimo y Disfrute- Hicham

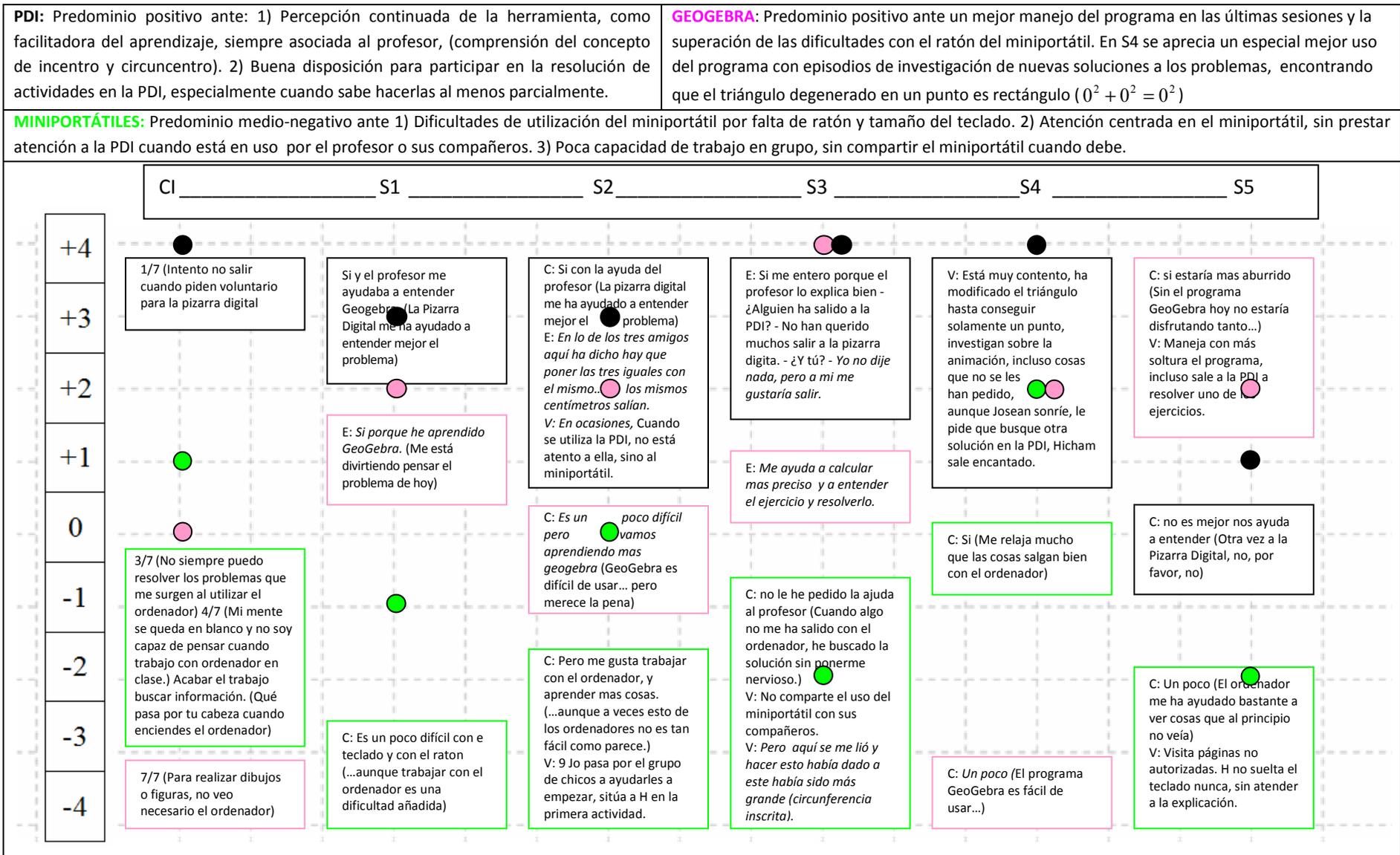


Figura 5.26. Gráficos de síntesis –PDI, GeoGebra y Miniportátil- Hicham

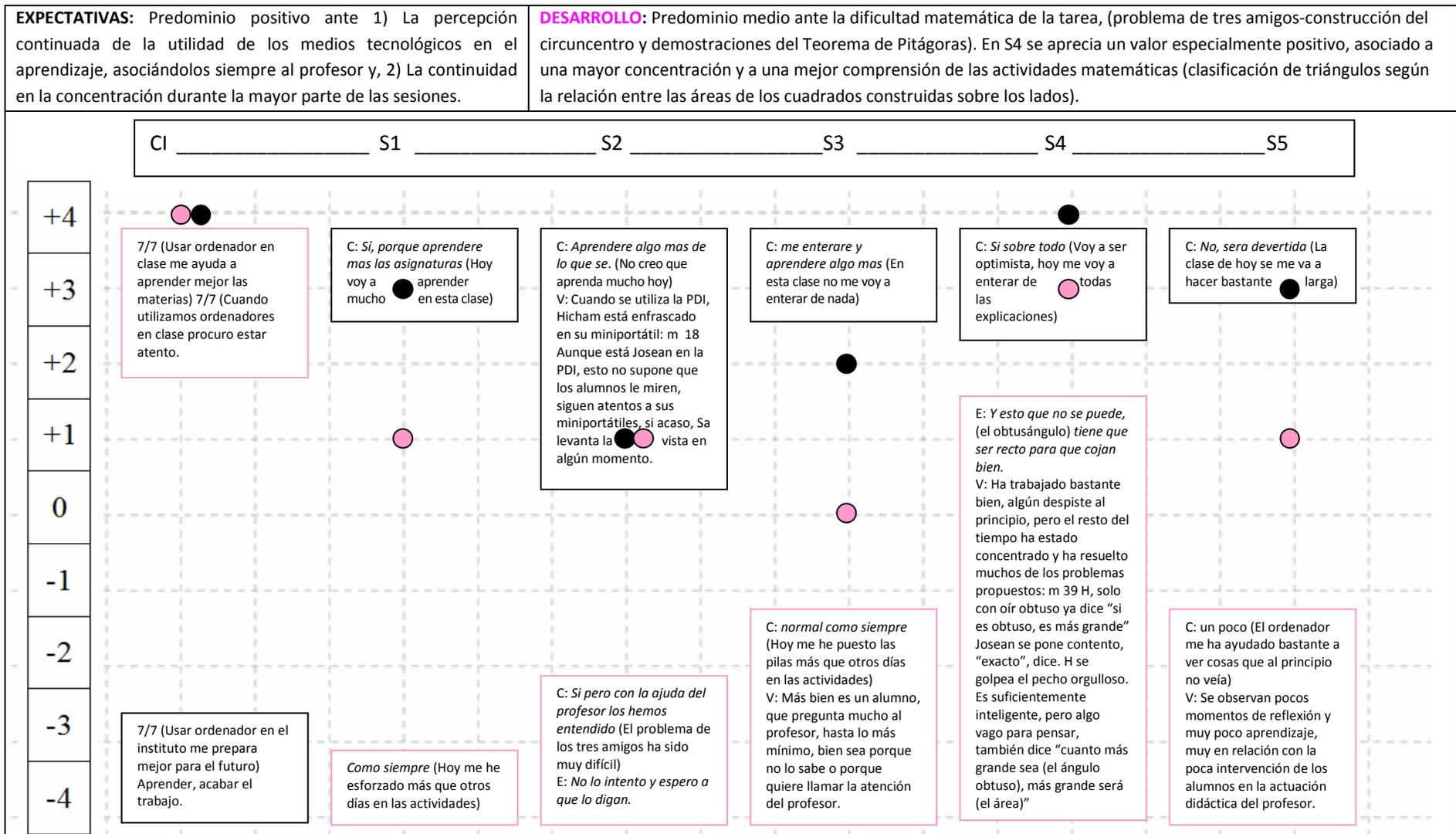


Figura 5.27. Gráficos de síntesis –Expectativas y Desarrollo - Hicham

problemas. El Miniportátil obtiene peor valoración ante usos inadecuados e incapacidad para repartir su atención correctamente.

En la dimensión instruccional, se detallan los gráficos de las subdimensiones Expectativas y Desarrollo (ver Figura 5.27), siendo claramente más altos los valores de las Expectativas, dada la percepción continuada de la utilidad de los medios tecnológicos en el aprendizaje, asociándolos siempre al profesor en contraste con la dificultad matemática de la tarea

La nube de coordenadas para los gráficos de síntesis en el caso de Hicham es la siguiente:

Ánimo	(CI, +4)	(S1, -2)	(S2, +3)	(S3, 0)	(S4, -1)	(S5, +1)
Disfrute	(CI, +4)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +3)	(S4, +3)	(S5, +1)
PDI	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +3)	(S3, +4)	(S4, +4)	(S5, +1)
GeoGebra	(CI, 0)	(S1, +2)	(S2, +2)	(S3, +4)	(S4, +2)	(S5, +2)
Miniportátil	(CI, +1)	(S1, -1)	(S2, 0)	(S3, -2)	(S4, +2)	(S5, -2)
Expectativas	(CI, +4)	(S1, +3)	(S2, +1)	(S3, +2)	(S4, +4)	(S5, +3)
Desarrollo	(CI, +4)	(S1, +1)	(S2, +1)	(S3, 0)	(S4, +3)	(S5, +1)

El breve apunte biográfico para Hicham es el siguiente:

Hicham es un alumno de 14 años, es de origen marroquí y lleva unos 5 años en España. A pesar de ello tiene ciertos problemas de expresión y comprensión en castellano. No es un alumno muy conflictivo y tiene un interés relativo en los estudios.

Dimensión instrumental-instruccional –Progresos y dificultades

Miniportátiles –Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y medio en dimensión cognitiva)

Comienzo medio– Pequeños problemas de manejo de la herramienta. Gusto personal por las sesiones con tecnología.

CI: Acabar el trabajo buscar información. (Qué pasa por tu cabeza cuando enciendes el ordenador). S1: Trabaja bien en grupo con su compañero Saúl. C: Es un poco difícil con e teclado y con el raton (...aunque trabajar con el

ordenador es una dificultad añadida. S2 Algún problema para situarse en la actividad inicial. Pero me gusta trabajar con el ordenador, y aprender mas cosas. (...aunque a veces esto de los ordenadores no es tan fácil como parece.)

Final negativo– Vicios y problemas en el uso de la herramienta: atención centrada más en el miniportátil, sin prestar atención a veces a la PDI cuando está en uso por el profesor o sus compañeros y, escasa capacidad de trabajo en grupo en lo que se refiere al uso excluyente del miniportátil, sin compartirlo en las ocasiones que debe. Obtiene buenos resultados puntualmente (clasificación de triángulos según la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre sus lados)

S3: No comparte el miniportátil con sus compañeros de grupo. S4: “si es obtuso, es más grande” (el área del cuadrado construido sobre el lado mayor respecto de la suma de las áreas de los otros dos) S5: Episodios de mal uso combinado PDI-miniportátil focalizando su atención de un modo excesivo en el miniportátil sin atender las explicaciones en la PDI, relativas a las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

PDI –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y medio en dimensión cognitiva)

Comienzo positivo– La percepción de la utilidad de la PDI como instrumento de aprendizaje, expresando en varias ocasiones el papel concomitante que va a jugar el profesor y mostrando siempre una alta confianza en la herramienta, que le ayuda especialmente de la comprensión del concepto de incentro y circuncentro. También se observa la buena disposición para participar en la resolución de actividades en la PDI, especialmente cuando sabe hacerlas al menos parcialmente (clasificación de triángulos)

S1: “La PDI me ayuda y el profesor me ayuda en geometría”. S3: ¿Y dónde te ha ayudado? En lo de los tres amigos aquí ha dicho hay que poner las tres iguales con el mismo... los mismos centímetros salían. S4: “Sí, aprenderé con una pequeña ayuda del profesor”. En el video se le ve muy contento, ha modificado el triángulo hasta conseguir solamente un punto, investigan sobre la animación, incluso cosas que no se les han pedido, aunque Josean sonríe, le pide que busque otra solución en la PDI, Hicham sale encantado.

Final medio– Falta de atención a las explicaciones que se desarrollan en la PDI.

S5: No, es mejor, nos ayuda a entender (Otra vez a la Pizarra Digital, no, por favor, no). Episodios de mal uso combinado PDI-miniportátil focalizando su atención de un modo excesivo en el miniportátil sin atender las explicaciones en la PDI, relativas a las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

GeoGebra –Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y medio en dimensión cognitiva)

Predominio positivo– Mejor manejo del programa en las últimas sesiones y la superación de las dificultades con el ratón del miniportátil, mostrando cierta capacidad de integrar esta herramienta en su entorno de aprendizaje. En S4 se aprecia un especial mejor uso del programa con episodios de investigación de nuevas soluciones a los problemas, encontrando que el triángulo degenerado en un punto es rectángulo ($0^2 + 0^2 = 0^2$)

S1: Problemas en el uso de GeoGebra por dificultades en el manejo del ratón del miniportátil. S2: C: Es un poco difícil pero vamos aprendiendo mas el programa geogebra (El programa Geogebra es difícil de usar... pero merece la pena) S4: Episodios de experimentación matemática: Cuando el profesor pide triángulos rectángulos con lados que fueran números enteros, encuentra $0^2 + 0^2 = 0^2$ a través del manejo continuado de la animación correspondiente de GeoGebra.

Relación de lo instrumental con lo cognitivo

Convicción sobre la obtención de resultados matemáticos en la sesión, asociada a la presencia de medios tecnológicos en el aprendizaje, siempre remarcando la ayuda que le presta el profesor y, a una cierta continuidad en la concentración durante la mayor parte de las sesiones. (Expectativas); Dificultades en la realización de las tareas, asociadas a diferentes grados de concentración mostrados durante las explicaciones y por la dificultad matemática de la tarea, especialmente el problema de tres amigos (construcción del circuncentro) y las demostraciones del Teorema de Pitágoras. (Apunte biográfico; Desarrollo)

Dimensión afectiva-instruccional –Actitudes y emociones

Ánimo –*Tipo predominio positivo-medio (con tipos predominio positivo y medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Gusto por el trabajo con tecnología. Concentración al principio de algunas de las primeras sesiones.

Cl: 7/7 (Me gustan las clases donde se utiliza tecnología para aprender) 1/7 (Me pongo nervioso solo de pensar que en la siguiente hora voy a necesitar los ordenadores) S1: Empieza la sesión poco concentrado en el trabajo, su compañero le tiene que llamar la atención para que no se despiste S2: Enciende y utiliza el ordenador concentrado desde los primeros instantes de la sesión.

Final medio– Comienzo de las sesiones un tanto desconcentrado, alternando episodios de atención y de despiste ante la tarea, mejorando su actitud hacia las actividades tras los primeros minutos. Los valores son peores cuando la tecnología tiene menor presencia, como en S3, cuando tienen que compartir tres alumnos un miniportátil

S3: Me gusta trabajar con el ordenador (Vaya rollo, otra vez con el ordenador...) V: En principio, se acepta bien el trabajar con miniportátiles, lo que provoca gestos de decepción es el hecho de no tener cada uno su miniportátil, ya que van a trabajar en grupos. S4: En el cuestionario manifiesta que aprenderá más en esa sesión, gracias a la utilización de tecnología. S5: Es el único que se interesa en responder las primeras preguntas de Josean, sobre el Teorema de Pitágoras, pero si no tiene actividad que hacer, se despista visitando páginas no autorizadas.

Disfrute –*Tipo predominio positivo (con tipos predominio positivo y medio en dimensión cognitiva)*

Comienzo positivo– Autoevaluación positiva de su estado afectivo a lo largo de la sesión. Constancia de su implicación en las tareas. S3 y S4 presentan un valor especialmente positivo asociado a una especial implicación en la sesión, y una mejor realización de las actividades, (clasificación de triángulos en función de la relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados).

*S1: En el cuestionario se muestra “divertido, porque he aprendido GeoGebra”.
S3: Hicham está bastante contento, es él el que hace el 100% de las actividades, y aunque con ayuda, le van saliendo. Bromea con Josean sobre hacia dónde escapar “yo me voy pa casa” S4: Trabaja contento, investigando y probando diversas soluciones a los problemas propuestos sobre clasificación de triángulos según las relaciones entre las áreas de los cuadrados contruidos sobre sus lados.*

Final medio– Despiste y aburrimiento constante en una sesión sin apenas presencia de la Tecnología.

S5: Mientras Josean da una larga explicación, Hicham y sus compañeros están completamente despistados con su miniportátil sin hacer caso.

Relación de lo afectivo con lo cognitivo

Optimismo, muchas veces injustificado, en cuanto a sus posibilidades en relación al aprendizaje. (Expectativas) Realizaciones desiguales de la tarea matemática, aunque sin mostrar cambios emocionales al respecto. (Desarrollo)

Resultados del caso de Hicham

(Objetivo 1 –Alumno) En relación con la identificación de progresos y dificultades en el uso de la tecnología, destacamos que a veces no sabe enfocar la atención al punto que le requiere el profesor, por otro lado, en ocasiones muestra poca capacidad de trabajo en grupo en lo que se refiere al uso excluyente que hace del miniportátil, sin compartirlo en las ocasiones que debe. Ambos hechos son explicados en parte por orquestaciones y actuaciones didácticas que en ocasiones no son capaces de controlar los despistes de los alumnos que tienden a entrar en Internet sin permiso, alternadas con otras sesiones en la que la situación de los alumnos y el reparto de miniportátiles por grupos fue más acertada.

(Objetivo 2 –Alumno) En relación con la identificación de actitudes y emociones ante el aprendizaje de la geometría con tecnología, destacamos que mantiene sus firmes opiniones en cuanto a los usos educativos de la tecnología en matemáticas y la fijación en sus cuestionarios sobre la participación del profesor en muchos de los aspectos consultados, sobre

todo en lo relativo a la comprensión o el aprendizaje. Esto se ve en algunas de las sesiones haciéndose visible una cierta dependencia del profesor, con constantes llamadas de atención.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Las dos preguntas asociadas que han guiado en todo momento el desarrollo de este trabajo de tesis doctoral han sido las siguientes. En los procesos de enseñanza-aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo:

¿Cuál es el impacto en los profesores de la introducción de tecnología diversa?

¿Cuál es el impacto en los alumnos de la introducción de tecnología diversa?

Estas dos preguntas se corresponden con el doble foco en casos de profesor y casos de alumno. Llegados a este punto del manuscrito de tesis, estamos ya en condiciones de plantear y discutir las conclusiones principales que se derivan del estudio empírico llevado a cabo. Dividimos el capítulo en dos partes, una dedicada a las conclusiones relacionadas con el impacto de la introducción de tecnología diversa en la enseñanza de Geometría en los profesores del estudio. Con tecnología diversa nos referimos a las distintas herramientas tecnológicas que se ponen a disposición del docente, pizarra digital, ordenador y GeoGebra. La segunda parte aborda las conclusiones relacionadas con el impacto de la introducción de tecnología diversa en el aprendizaje de Geometría en los alumnos del estudio. Aquí, la tecnología diversa incluye muy especialmente el uso del miniportátil.

6.1. Impacto en los profesores de la introducción de tecnología

A continuación planteamos con el formato de temas las principales conclusiones derivadas del estudio de tres casos de profesor. El método básico que se ha empleado para la elaboración de temas ha sido el de comparación constante entre resultados dentro de un mismo caso y, luego, entre casos. En general, los distintos temas se pueden interpretar, además de como conclusiones del estudio, como temas de investigación relevantes con cada uno de ellos preparado para ser analizado en mayor profundidad en trabajos futuros. Aunque somos conscientes de que otros

casos de profesor hubieran posiblemente apuntado a otros temas, nos parece bastante significativo que en al menos tres profesores se estén produciendo unos mismos fenómenos ante la enseñanza de Geometría con tecnología diversa con grupos de alumnos en situación de riesgo social.

6.1.1. Devaluación progresiva de expectativas de participación y aprendizaje

La subdimensión Expectativas para los casos de profesor explora percepciones previas acerca de la enseñanza que se espera llevar a cabo en las sesiones de la secuencia. Para ello se estudian los cuestionarios previos y las entrevistas posteriores a la sesión.

De entre los tres profesores en estudio, dos de ellos experimentan una sustancial devaluación de sus expectativas sobre el efecto de las nuevas prácticas de enseñanza en la participación y el aprendizaje de los alumnos; esto se observa concretamente en los profesores con mayor experiencia profesional. En este sentido, apreciamos que la devaluación es más temprana e intensa en Josean, quien manifiesta cada vez objetivos de aprendizaje menos numerosos y menos variados, centrándose exclusivamente en los de tipo conceptual, a diferencia de una de las profesoras, que muestra esta devaluación solo hacia el final a modo de análisis global de la secuencia.

Los resultados apuntan a la siguiente explicación razonable sobre por qué esto ocurre: las expectativas iniciales son especialmente elevadas sobre todo por el efecto que se espera que tenga el uso de la tecnología en clase de matemáticas, mayor si cabe dada la cantidad y diversidad de la misma. A esto debe añadirse que los profesores con más experiencia tienden a reelaborar más rápidamente sus expectativas y, por otra parte, que aquellos que quieren con más intensidad que sus alumnos aprovechen la secuencia mantienen más altas las expectativas.

En cuanto a las expectativas de participación, estas son valoradas sobre todo a partir de las modificaciones realizadas sobre los guiones propuestos. Las dos profesoras mantienen, e incluso incrementan en número, las formas de participación propuestas en el guión inicial a través

de orquestaciones centradas en el alumno, entre las que predominan ‘Discutir la pantalla’ y ‘Trabajo del sherpa’, en el sentido indicado por Drijvers y otros (2010). En cambio, el profesor limita todo lo posible la participación y adapta las sesiones a un estilo expositivo predominando el tipo de orquestación denominado ‘Explicar la pantalla’.

Sobre todo para el caso de la profesora, coincidimos con Morera (2013) en la observación de una diversificación y distribución de los tipos de orquestación a lo largo de la secuencia. Los motivos por los que pensamos que se produce esta diversificación de tipos de orquestación son: 1) la atención a los tipos sugeridos en el guión (‘Discutir la pantalla’ y ‘Trabajo del sherpa’), 2) la adecuación a las respuestas espontáneas de los alumnos que indican mayor implicación y participación ante unos u otros tipos, 3) la adecuación a los usos espontáneos que se van generando de la tecnología diversa, y 4) la modificación en la frecuencia del uso de ciertos tipos cuando no se observan evidencias de seguimiento de la tarea matemática.

A pesar de la devaluación progresiva de expectativas iniciales, las dos profesoras hacen esfuerzos (mediante prácticas de diversificación de los tipos de orquestación) para aprovechar respuestas parcialmente correctas o expresadas de modo poco formal por los alumnos; esto nos recuerda los esfuerzos documentados en Morera (2013) para el caso de una profesora que diversifica los tipos de orquestación para mejorar la generación de oportunidades de aprendizaje. Si bien es verdad que Morera habla de aprovechamiento matemático de los alumnos que hacen de sherpa, quienes reflexionan y reelaboran sus respuestas, nosotros hemos encontrado que en ocasiones estos alumnos simplemente reproducen las respuestas que han encontrado en su miniportátil, sin llegar a dar explicaciones adicionales cuando se les piden.

En cuanto a la ausencia de algunos tipos de orquestación, destacamos que no aparece apenas la ‘Demostración técnica’ ya que el programa no presenta dificultades y está explicado en los guiones de alumno. Tampoco aparece la orquestación ‘Descubrir y mostrar’ ya que los medios tecnológicos no favorecen esta práctica. No consideramos, sin embargo,

que estos tipos hubieran sido útiles en el mantenimiento de prácticas de implicación y participación, ni en el correspondiente mantenimiento de expectativas. De hecho, consideramos el caso del profesor como paradigmático de la interrupción en la diversificación de tipos de orquestación. Cuando no aprecia en los alumnos las prácticas que él esperaba, se decanta por reforzar sus intervenciones expositivas con un uso académico y preciso del lenguaje matemático involucrado en las tareas.

Como Guin y Trouche (2002), entendemos que la devaluación de las expectativas tiene que ver con el nivel de dominio que el propio profesor tiene del entorno tecnológico. En breve, entendemos que las expectativas se devalúan tanto por las prácticas que se observan en los alumnos como por la dificultad en la articulación de prácticas de enseñanza que aprovechen las oportunidades de aprendizaje que ofrecen los distintos tipos de orquestación con la PDI, el miniportátil y el programa de geometría dinámica.

6.1.2. Control de aspectos técnicos y didácticos en la enseñanza

Respecto de los aspectos técnicos en las prácticas de enseñanza de estos tres profesores, concluimos que en los tres casos aparecen de un modo parecido dificultades en el manejo de la orquestación tecnológica ante la complejidad dada por la combinación de miniportátiles, PDI, GGB y trabajo con lápiz y papel. Estos profesores se enfrentan por primera vez a orquestaciones con esta complejidad marcada sobre todo por la diversidad de tecnología presente y la novedad en el uso de la pizarra digital y el programa de geometría dinámica. Las dos profesoras superan en parte dicha complejidad, gracias a una intensa preparación previa de las actividades más que por una alta competencia tecnológica previa. Sin embargo, el profesor pone de manifiesto que su alta competencia tecnológica general previa no es suficiente para superar con éxito las dificultades que se le presentan.

Consideramos que la formación previa en aspectos técnicos es un factor a tener en cuenta, pero estimamos que no es tan determinante como algunos autores consideran (ver, por ejemplo, Hohenwarter, Hohenwarter

y Lavizca, 2010) puesto que esa formación previa puede ser suplida por un trabajo personal ad hoc sobre las actividades concretas a realizar. Sí estamos de acuerdo en el largo recorrido que separa el mero conocimiento de un programa de su correcto aprovechamiento con alumnos. Al respecto, nos parece pertinente el toque de atención de Hohenwarter y otros (2010), quienes avisan sobre la necesidad de los profesores de estar atentos ante el incremento de la complejidad de los entornos tecnológicos, y de ahí sobre la necesidad de asumir la responsabilidad del uso efectivo de las herramientas tecnológicas en clase de matemáticas. Por otra parte, señalamos que la accesibilidad a materiales apropiados y la facilitación en el aprendizaje de la integración tecnológica en el aula de matemáticas requieren no solo experiencia sino también formación.

En particular, algunas de las dificultades en el control del entorno tecnológico se explican con base en la potencialidad matemática del programa GeoGebra. Aunque se trata de un programa relativamente fácil de manejar, no es del todo intuitivo y requiere preparación de las actividades concretas. Hay momentos en los cuales profesores y alumnos muestran un mismo conocimiento escaso del programa. Este hecho es imaginable en los alumnos, que tienen poca experiencia con GeoGebra, pero en los profesores, especialmente en el profesor, es más bien fruto de la exploración no prevista anticipadamente de opciones no incluidas en el guión. Aunque están mucho más documentadas en la literatura las dificultades técnicas de los alumnos con GGB (ver, por ejemplo, Iranzo y Fortuny, 2009), hay también algunas evidencias del reto que el uso de este programa supone para los profesores. Jones y otros (2009), por ejemplo, han puesto de relieve la necesidad de organizar acciones de desarrollo profesional del profesorado de matemáticas en Reino Unido en torno al uso del programa GGB dadas las dificultades detectadas en su uso.

A diferencia de GeoGebra, la pizarra digital no es tan reciente en la práctica docente de estos profesores y su uso no ha supuesto dificultades técnicas especiales. En su momento, sin embargo, la emergencia de la PDI en las clases (de matemáticas en particular) marcó un importante reto en

la metodología y las expectativas que el profesorado depositó en el papel de la tecnología en la enseñanza.

Las dificultades con los aspectos técnicos están sin duda relacionadas con la aparición de dificultades en la gestión de didáctica de la tecnología en el aula. Como Mariotti (2000) señala, la presencia de ordenadores y de programas particulares representa una “perturbación” en el contexto didáctico del profesor. Asimismo, Hohenwarter, Hohenwarter y Lavicza (2010) relacionan en su estudio con profesores de secundaria trabajando con GGB, las dificultades de integración de la tecnología con el desarrollo profesional del profesor y la resistencia histórica a innovaciones tecnológicas.

A pesar de que los tres profesores han recibido las mismas indicaciones para la gestión didáctica de la secuencia, estas no han sido trasladadas de igual modo a la práctica. Las dos profesoras han mantenido en sus partes esenciales el guión, a diferencia de lo realizado por el profesor, tal como hemos señalado en el tema anterior. En este tema, dado que las dificultades con los tipos de orquestación ya han sido comentadas, lo que pretendemos poner de relieve es la conexión entre dificultades técnicas y didácticas. Aunque no tiene sentido pensar en una relación directa causa-efecto, sí es razonable a raíz de nuestros datos, establecer una cierta conexión entre el grado de familiarización con la tecnología diversa y la mayor profundización en la gestión didáctica de las distintas tareas matemáticas, con prácticas de enseñanza más atentas al desarrollo de las prácticas de aprendizaje de los alumnos.

6.1.3. Complejidad de la orquestación ante la dominancia del miniportátil

Del análisis de datos concluimos que en los tres casos de profesor aparecen de un modo parecido dificultades particulares en el uso combinado de los miniportátiles y el resto de instrumentos de la orquestación tecnológica. Destacamos, en primer lugar, la dominancia del trabajo con el miniportátil sobre el uso de lápiz y papel y, en segundo, la dominancia del miniportátil sobre la PDI en relación con las prácticas de los alumnos seleccionados en los tres grupos clase.

Respecto de la relación entre el trabajo del miniportátil con el uso de lápiz y papel, cabe destacar que una de las profesoras muestra mayor preocupación que los demás profesores por la falta de reflexión de los alumnos, que opina que se produce si las actividades se resuelven solo en el miniportátil. Asimismo, esta profesora da otra muestra de preocupación al utilizar en varias ocasiones la orquestación 'Pantalla-pizarra' para mostrar cómo el mismo problema se puede resolver con y sin GeoGebra, o bien para mantener fijos en la pizarra blanca algunos conceptos que los alumnos no recuerdan bien. Los otros dos profesores, no hacen apenas referencias explícitas al uso combinado de miniportátil y lápiz y papel. Esta consideración de la profesora es una muestra de su mayor reflexión sobre la parte didáctica del uso combinado de los dos instrumentos. La otra profesora no realiza esta reflexión en un grado tan intenso, posiblemente por tener menos experiencia docente ya sea con o sin tecnología. El profesor no se plantea ningún aspecto en relación con este uso combinado.

En general, notamos un importante contraste entre las perspectivas y prácticas de los alumnos, quienes relacionan el uso de papel y lápiz con momentos concretos evaluables de la tarea, y el uso del miniportátil con momentos más relajados. Esto se traduce en que no tienen inclinación por usar lápiz y papel si tienen la posibilidad de usar ordenador, aún cuando algunos de los profesores hacen explícita la necesidad de combinar de un modo equilibrado lápiz y papel con miniportátil.

La profesora que hemos mencionado alude a la falta de reflexión matemática que se produce al evitar o minimizar el trabajo con lápiz y papel. Trouche (2005) habla de la aparición de una reflexión de naturaleza diferente en matemáticas cuando se sustituye con ordenadores el trabajo tradicional de lápiz y papel. Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006), por su parte, también concluyen que las limitaciones y nuevas posibilidades que brindan las nuevas tecnologías respecto el lápiz y papel acostumbran a modificar las estrategias de los estudiantes y su forma de pensar las tareas. Otros trabajos más cercanos (Iranzo y Fortuny, 2009; Iranzo, 2009) han comentado las complejas relaciones entre el trabajo en

el ordenador y el trabajo sobre lápiz y papel, haciendo hincapié en la dificultad que supone transferir estrategias de resolución empleadas con GeoGebra a estrategias con lápiz y papel, siendo menores estas dificultades en los casos de alumno con mejor rendimiento matemático antes de la introducción del entorno tecnológico en clase.

Resulta interesante notar que, así como se alude a la pérdida que supone en la reflexión matemática el hecho de no usar lápiz y papel (o usar poco a menudo), no se pone de relieve la pérdida inversa: lo que supondría en términos de reflexión matemática no usar el miniportátil y el programa de geometría dinámica. Por ejemplo, el arrastre de objetos en la pantalla del ordenador es una particularidad del programa que permite identificar un lugar geométrico oculto, algo que sin embargo no está disponible en los entornos de papel y lápiz. Al respecto y atendiendo a los resultados de esta investigación, concluimos que ninguno de los tres profesores hace hincapié en los beneficios para el aprendizaje matemático que conlleva un determinado uso del miniportátil, mientras que sí que destacan los beneficios asociados al lápiz y papel.

En cuanto a la dominancia del miniportátil sobre la pizarra digital, como punto de atracción sobre la atención de los alumnos, se observa que esta dominancia no se percibe del mismo modo por los tres profesores, habiendo de entrada también una diferencia importante entre las prácticas de los alumnos de los tres grupos. En los tres grupos se observa que los profesores tienen dificultades para captar la atención de los alumnos, aunque a veces es debido a que la resolución individual o en pareja de los problemas obstaculiza la interacción con la profesora y otras veces es debido a malos usos del miniportátil (entradas en la red, comunicaciones sociales...). Se observa un contraste entre la autonomía que se da cuando se trabaja con tecnología con tareas poco dirigidas o al menos poco mecánicas, con la autonomía del alumno para seleccionar la información necesaria entre la que se da en la PDI y en el miniportátil. Relacionamos este hecho con la novedad para profesores y alumnos de una orquestación que combina varios elementos tecnológicos simultáneamente y, por tanto, con la falta de hábitos en clase para decidir

en cada momento cuál es el punto de atención adecuado según la orquestación propuesta por el profesor.

La aparición de dificultades en el manejo de un aula de complejidad tecnológica alta ha sido advertida ya por Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006). Estos autores hacen énfasis en el manejo de distintos ritmos de trabajo de los alumnos, las relaciones entre el trabajo con nuevas tecnologías y lápiz y papel, además de en cómo este trabajo afecta a los objetivos de enseñanza del profesor.

6.1.4. Dificultad ante la gestión con tecnología de contenidos matemáticos

En el desarrollo de la secuencia se observan varios episodios de clase que son reveladores de las dificultades de los profesores a la hora de aprovechar las buenas o malas realizaciones matemáticas de los alumnos. Estas dificultades están nuevamente relacionadas con el poco dominio de los artefactos tecnológicos y la debilidad en el uso de algunos tipos de orquestación. Las dos profesoras emplean orquestaciones centradas en las prácticas de los alumnos, estando en general pendientes de intentar aprovechar y expandir las prácticas de buen rendimiento matemático. El caso del profesor es diferente y sus orquestaciones son mayoritariamente centradas en sus propias prácticas, lo que contribuye a que cuando suceden episodios de buen rendimiento estos sean poco aprovechados como oportunidades para enriquecer su explicación ante el grupo clase.

También resulta interesante observar las diferentes prácticas con las que los tres profesores atienden a los errores matemáticos de los alumnos. Por un lado, las profesoras tratan de facilitar la tarea y proponer actividades más sencillas que permitan acercarse a la respuesta a algunos de los alumnos con implicación. Por otro, el profesor no resalta los aciertos parciales, sino que los corrige de modo completo con su propio lenguaje, sin partir de la solución propuesta por el alumno y haciendo notar la necesidad de usar con precisión la terminología matemática específica. Relacionamos estas prácticas con las mayores expectativas de aprendizaje mostradas por las profesoras, al menos en lo estudiado en esta secuencia. No se descarta que el profesor tenga expectativas de aprendizaje de sus

alumnos en otros contenidos, por ejemplo los más mecánicos. Consideramos que la presencia de tecnología hace que los profesores que confían en las posibilidades que brinda su uso estén más pendientes del aprovechamiento didáctico de aciertos y errores de los alumnos. Asimismo, consideramos que los profesores que confían menos en estas posibilidades, están más pendientes de la corrección inmediata de errores matemáticos de los alumnos, sin plantearse el posible aprovechamiento didáctico de los mismos.

Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006) alertan de la importancia de la intervención del profesor, sin la cual ni siquiera tareas bien diseñadas pueden llevar al aprendizaje por sí mismas. También Strässer (2001) advierte de que la propia geometría cambia al ser trabajada con software dinámico, lo que tiene que ser asumido por los profesores para que las nuevas aportaciones puedan ser incorporadas adecuadamente desde prácticas idóneas de enseñanza.

En el tema que da título a esta conclusión, hemos indicado la dificultad de gestión de contenidos matemáticos de un modo amplio, a pesar de que nos estamos refiriendo en concreto a la gestión de errores y aciertos en las prácticas de aprendizaje (en el capítulo de resultados se detallan numerosos errores y aciertos en el contexto de resolución de varias de las tareas). Además, hemos indicado la relación entre esta experiencia de dificultad en la gestión con la presencia del entorno tecnológico. Basamos esta afirmación en la detección de dificultades de los profesores por cambiar el tipo de orquestación cuando se está produciendo una práctica matemáticamente significativa de aprendizaje. En general, se mantiene el tipo de orquestación aún cuando el error o el acierto matemático de un alumno recomendarían replantear la discusión con ese error o acierto como centro de la interacción en el aula.

Estamos, por tanto, ante una situación en la cual el entorno tecnológico obstaculiza la mediación de la enseñanza de estos profesores en ciertos aprendizajes matemáticos latentes en las prácticas de los alumnos. Al respecto, puede decirse que prevalecen los tipos de orquestación con los que los profesores se sienten cómodos por delante de otros tipos que

serían más adecuados dadas las intervenciones de algunos alumnos. En estas circunstancias, ya sea por adhesión al guión inicial o por las expectativas de participación matemática que han desarrollado, estos profesores pierden la oportunidad de potenciar contenidos matemáticos, que son curriculares y emergentes.

6.1.5. Necesidad de explicitar nuevas prácticas en clase de matemáticas

La presencia de la PDI lleva a los profesores a potenciar la participación pública de los alumnos, lo que a su vez les lleva a la necesidad de gestionarla para fomentar la comunicación de ideas matemáticas. Las profesoras tratan de evitar que los alumnos simplemente reproduzcan ante el grupo clase el trabajo desarrollado en el miniportátil y procuran que verbalicen el proceso seguido para resolver el problema, lo cual es un primer paso para trabajar tanto la comunicación como la argumentación matemáticas. Este aspecto ha sido percibido con menos intensidad en la clase del profesor ya que la utilización de la PDI ha sido mucho menor. A pesar de los esfuerzos de las profesoras, los alumnos no tienen claro que se deba argumentar lo que se hace para resolver un ejercicio y tienden a reproducen en la pizarra digital los pasos dados en el miniportátil. En la mayoría de los casos, las profesoras terminan aceptando estas prácticas.

Ligado a la promoción de la participación surge el rechazo a la misma, asociado ya sea a dificultades matemáticas de los alumnos implicados o a usos no matemáticos del miniportátil. En estas ocasiones se identifican reacciones positivas de los profesores, quienes aceptan que los alumnos respondan desde su sitio (reduciendo su nivel de exposición pública) o que sustituyan la interacción con la PDI por el uso del ordenador del profesor que también proyecta en la pizarra lo que se realiza, pero que es más parecido al miniportátil y parece proporcionar más seguridad. Lo que queremos hacer notar es que son reacciones ante prácticas de aula con los que los alumnos no están familiarizados por haberse introducido muy recientemente el entorno tecnológico.

En Planas y Edo (2008), se aborda la necesidad de que, ante la introducción de nuevas prácticas de aula, los profesores compartan de un modo explícito con los alumnos cómo se deberá proceder en el uso del

entorno pedagógico y didáctico. En nuestra investigación, tomando como punto de partida las normas establecidas por los profesores en clase de matemáticas sin tecnología, apreciamos ciertas dificultades de gestionar la explicitación y modificación de normas cuando se introduce la tecnología.

Los tres profesores muestran preferencia, explicitándola en algunas ocasiones, por mantener a todos los alumnos ocupados con la misma tarea al mismo tiempo. No obstante, una profesora señala que puede ser más rentable, en un entorno tecnológico, permitir un cierto margen que se adapte a los distintos ritmos de los alumnos. La preferencia por trabajar todos simultáneamente en la misma tarea estaría relacionada con la norma habitual seguida hasta ese momento, la inseguridad ante la presencia de tecnología (para el caso de las dos profesoras) y con la metodología más expositiva y menos participativa (para el caso del profesor). La mayoría de alumnos de los tres grupos aceptan el ritmo conjunto de trabajo ya que forma parte de su práctica común en matemáticas, pero en ocasiones esto supone un perjuicio en sus avances.

Las dos profesoras tratan de generar debates de contenido matemático y la dinámica de sus clases es participativa, lo que es aceptado sin excesiva dificultad por sus alumnos a pesar de la falta de explicitación de qué se espera de ellos en el nuevo entorno tecnológico. Se trata de profesoras que dan legitimación a la participación matemática de los alumnos, tanto si dicen tener una respuesta completa al ejercicio como si esta es parcial. Interpretamos esto como una muestra de que esta norma de participación no es del todo nueva para los alumnos y que, además, asumen como positivo el discutir sobre la resolución de tareas matemáticas.

Por su parte, el profesor se limita a resolver los ejercicios de un modo correcto, habitualmente es él mismo quien presenta en la PDI la respuesta y por tanto deja poco margen a la discusión. En su clase los alumnos asumen mayoritariamente que el profesor da la solución correcta y que esta no es mejorable. Las intervenciones de los alumnos son habitualmente para pedir aclaraciones, no para discrepar del resultado presentado o para plantear alternativas. Aunque este profesor oferta salir a sus alumnos a intervenir desde la PDI, en cuanto percibe una cierta

renuncia o dificultad, es él quien acaba resolviendo la tarea, eludiendo el debate.

Como Morera (2013), destacamos que tan positivo para el aprendizaje matemático es que un alumno presente la solución correcta como que otro la presente incorrecta o incompleta y pueda ser corregida o ampliada por el profesor y los compañeros. Relacionamos las normas privilegiadas por los profesores con sus expectativas y percepciones sobre el aprendizaje de los alumnos. Pero, sobre todo, relacionamos la falta de concreción de nuevas normas con la falta de percepción de lo que supone pedagógica y didácticamente el nuevo entorno tecnológico respecto a las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

6.2. Impacto en los alumnos de la introducción de tecnología

De forma paralela a cómo se han planteado las conclusiones en relación con la cuestión de investigación relativa a los profesores, a continuación presentamos los temas principales que se derivan del estudio de los casos de alumno. De nuevo, aludimos a la aplicación del método de comparación constante en la generación de temas, primero comparando resultados dentro de un mismo caso y, luego, entre casos. También aquí, como en las conclusiones del apartado anterior, los distintos temas se pueden interpretar como temas de investigación relevantes con cada uno de ellos preparado para ser analizado en mayor profundidad en trabajos futuros. Aunque somos conscientes de que otros casos de alumno hubieran posiblemente apuntado a otros temas, nos parece bastante significativo que en varios de los alumnos se estén produciendo unos mismos fenómenos ante el aprendizaje de Geometría en un entorno con tecnología diversa que les resulta novedoso respecto a lo que están habituados.

6.2.1. Redistribución de prácticas de participación en la actividad matemática

La introducción de la tecnología en la clase de matemáticas propicia cambios en la participación y, de ahí, en el rendimiento de la mayoría de alumnos, siendo más visibles estos cambios cuando trabajan en parejas.

Se observan ciertos efectos en esta dinámica de trabajo cuando uno de los componentes de la pareja tiene reconocido, ya sea por su profesor o por sus compañeros, un nivel matemático mayor que el otro y la introducción de la tecnología lleva a que su compañero muestre mejores realizaciones matemáticas. Esto parece desubicar inicialmente las prácticas de participación que se esperan de los distintos alumnos y, en particular, representa un obstáculo al trabajo en pareja que el alumno con supuesto mejor rendimiento debe aprender a gestionar.

No en todas las parejas se ha dado este hecho, ya que no siempre uno de los dos está reconocido de un modo claro como mejor matemáticamente que su compañero en el contexto del aula. Esto sí se ha observado, sin embargo, con distinta intensidad en las parejas donde hay una importante distancia entre la participación habitualmente desarrollada por los dos alumnos a lo largo del curso escolar. A pesar de que uno de los alumnos se ha podido sentir desubicado momentáneamente, puede decirse que en general la introducción del entorno tecnológico aunado con el trabajo en parejas ha desencadenado en una mejora de la participación matemática del grupo clase, tanto en la cantidad de intervenciones a cargo de los alumnos como en la diversificación de los participantes en los turnos de intervención. Esta observación coincide con lo encontrado por Civil y Planas (2004), quienes relacionan la introducción de nuevas dinámicas de aula como un modo efectivo de relativizar los papeles asignados a los distintos alumnos (en relación con las expectativas que otros tienen sobre su rendimiento matemático) y, a partir de ahí, facilitar prácticas de participación con representatividad y distribución más equitativas.

El aumento de participación matemática documentado es también coherente con los resultados de Bartolini-Bussi (1999), donde se señala el impacto metacognitivo de la tecnología en la creación de actitudes positivas y en la mejora de prácticas de participación orientadas al rendimiento matemático. Esta búsqueda de la participación comporta, según Morgan y Watson (2002), una mejora no solo en el rendimiento en el contexto de la tarea matemática específica sino además en el aprendizaje matemático.

Por otra parte, para algunas de las parejas de trabajo en los tres grupos clase, hemos identificado el reparto de los perfiles de alumno que en Iranzo (2009) se denominan “autónomo” y “tecnólogo”, con respecto a la mayor abundancia de prácticas de reflexión o bien procedimentales. Aunque esta situación se ha dado en varias ocasiones, también hemos observado parejas donde uno de los alumnos asumía ambos perfiles, sin que este fuera necesariamente el alumno a quien el profesor le supone el mejor rendimiento matemático. En este sentido, es interesante notar que el tipo de prácticas matemáticas que se generan en el entorno tecnológico, sobre todo en el trabajo en parejas, son cualitativamente adecuadas por lo que contienen de reflexión sobre la tarea antes y después del uso de las herramientas que se ponen al alcance de los alumnos, principalmente el programa de geometría dinámica.

En las parejas donde cada alumno desarrolla prácticas propias de uno de los perfiles, “autónomo” y “tecnólogo”, se observa cómo el mejor dominio de las herramientas tecnológicas de uno de los alumnos sirve de ayuda para entender las explicaciones matemáticas del compañero e incluso para llegar a plantear razonamientos más complejos. Tal como señala Rabardel (1995), cuando se ofrece al alumno soporte tecnológico para enfrentarse a la resolución de una tarea, cambia su forma de abordarla y de pensar. La posibilidad de que un mismo alumno alterne prácticas de uno y otro perfil viene en parte debida a que la secuencia no requiere de muchos conocimientos previos, lo que iguala a los alumnos a la hora de participar, a diferencia de lo que ocurre con actividades escolares de carácter acumulativo.

6.2.2. Evidencias de instrumentación en la resolución de tareas

El diseño experimental desarrollado y, en particular, la secuencia didáctica elaborada requieren de la instrumentación de herramientas orientadas a enseñar y aprender contenidos de Geometría. Por ello, conviene discutir hasta qué punto esta instrumentación se ha producido y si ha dificultado o bien promovido procesos de razonamiento matemático. En Mariotti (2000), por ejemplo, se hace especial énfasis en la necesidad de examinar si la actividad matemática mediada por instrumentos tecnológicos va en

efecto asociada con el uso matemático de dichos instrumentos, lo cual además de instrumentación requiere instrumentalización. Cualquier proceso de génesis instrumental, en el sentido dado por Rabardel (1999), se construye a partir de la conjunción de un doble proceso de instrumentación e instrumentalización.

En varios alumnos se observan prácticas de comunicación y discusión orales de sus realizaciones matemáticas, especialmente en los grupos clase de las profesoras con llevaron a cabo más orquestaciones centradas en alumnos. Asimismo, se identifican avances en la instrumentación de la pizarra digital, desde donde se organizan las orquestaciones de habla conjunta. Algunos alumnos explican que prefieren el registro oral en la PDI al registro oral en el miniportátil o bien en la ficha de la tarea, y aquí añaden que su lengua dominante no es el castellano. En algunos casos de alumno con bajo rendimiento matemático, aparece un cierto rechazo a la participación por cuanto la exposición pública en la PDI les resulta demasiado abierta a las réplicas del grupo clase. Se da un caso de superación de dificultades de participación en la PDI gracias a que la profesora pone de relieve de antemano las buenas realizaciones matemáticas.

Detectamos un aumento en la producción de razonamientos matemáticos en una mayoría de alumnos. Relacionamos este avance con las posibilidades que ofrece el programa de geometría dinámica, al que se recurre a menudo, bien sea mediante el uso del miniportátil o en la PDI. No tenemos datos sobre la participación y el rendimiento matemático en entornos anteriores de clase, pero los profesores hacen claras aportaciones en este sentido, remarcando diferencias hacia un aumento de la implicación en las tareas con tecnología y del rendimiento en su resolución.

El uso matemático del programa GeoGebra facilita la resolución de actividades donde se requiere la construcción de lugares geométricos (mediatriz-circuncentro, bisectriz-incentro) o bien donde las animaciones juegan un importante papel (interpretación gráfica y iniciación a las demostraciones del Teorema de Pitágoras). Sin el apoyo de este programa

de geometría dinámica de fácil aprendizaje, este tipo de actividades serían mucho más difíciles de llevar a cabo de un modo ágil con los alumnos del estudio, con características de fracaso escolar previo e interés por la materia relativamente bajo. Aún así, se dan situaciones de uso sin intencionalidad matemática del programa (en relación con la resolución de la tarea), o bien de uso interrumpido por experimentarse dificultades tecnológicas.

Puntualmente, la experiencia de dificultades tecnológicas lleva a algunos alumnos a prácticas con uso social de los miniportátiles. Cuando esto ocurre, el uso social no matemático se prolonga especialmente en el grupo clase del profesor que privilegia orquestaciones que no permiten detectar lo que cada pareja está realizando. La falta de interacción con los procesos desarrollados por los alumnos apunta a la simple introducción de artefactos que no llegan a ser considerados como instrumentos con función didáctica en esta clase. En este grupo es donde se da una más baja instrumentación de las herramientas tecnológicas. Al respecto, se observa que la introducción de nuevas herramientas supone un cambio en el modo de interactuar con el uso de herramientas previamente existentes en el aula, tales como el papel y lápiz.

Más adelante, en otra conclusión atendemos propiamente a resultados relativos a niveles de instrumentalización. Como Trouche (2005), entendemos que la introducción de tecnología en el aula de matemáticas se enfrenta con dos problemáticas: una de carácter técnico y pedagógico sobre el uso de los instrumentos (que hemos comentado en los párrafos anteriores) y otra de carácter didáctico sobre el uso matemático de los instrumentos (que tiene que ver con la generación de aprendizaje matemático). Como se argumenta más adelante, debemos ser mucho más cautos respecto a los niveles de instrumentalización producidos en los tres grupos clase a lo largo de la secuencia.

6.2.3. Instrumentalización orientada a prácticas de demostración matemática

En el análisis de los resultados de esta investigación, hemos diferenciado prácticas de instrumentación y prácticas de instrumentalización

matemática. A su vez, en el capítulo de introducción hemos señalado la problemática en torno a los profesores de matemáticas que piensan que por el mero hecho de contar con tecnología en el aula se van a producir más aprendizajes y de mejor calidad. Llegados a este punto, estamos en condiciones de confirmar que sí se han producido prácticas de instrumentalización pero que estas han sido escasas, sobre todo en una de las aulas. En general, la introducción de tecnología ha tenido más impacto en aumentar la motivación de los alumnos que en crear situaciones potentes de aprendizaje matemático.

Ahora tratamos la instrumentalización identificada en prácticas de demostración matemática con el programa de geometría dinámica. Las actividades de la última sesión de la secuencia trabajan sobre demostraciones del Teorema de Pitágoras, que son más bien comprobaciones o justificaciones en el sentido dado por Marrades y Gutiérrez (2000). No obstante, nos parece adecuado referirnos a prácticas orientadas a la demostración matemática, aún cuando no siempre se pueda inferir de los datos que los alumnos ponen en marcha todos los razonamientos necesarios para completar una demostración de este tipo. Los alumnos de los tres grupos clase no están habituados a prácticas cercanas a la demostración, pero varios de ellos llegan a ver la necesidad de producir una prueba ante la tarea en torno al Teorema de Pitágoras, construyendo algún tipo de argumentación y justificación de su validez.

Somos, pues, conscientes de que algunos de los alumnos pueden haber llegado a comprender erróneamente que para la prueba del Teorema de Pitágoras basta con la comprobación de todas las posibilidades de la figura en la pantalla, sobre todo en el grupo clase donde no hay una orquestación dedicada a atender esta discusión. Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006) también discuten la distinción entre comprobación, justificación y demostración. Aunque los alumnos estudiados no llegan a realizar demostraciones formales con la ayuda de GeoGebra, se apoyan en funciones de este programa para desarrollar justificaciones deductivas sobre la corrección de ciertas construcciones, con la guía más o menos atenta del profesor. Para este tipo de

actividades, el uso matemático del programa de geometría dinámica se ha mostrado como imprescindible. Por otra parte, vemos que cuando una construcción que pasa el test de arrastre resuelve un problema, esta admite una demostración geométrica, dado que cada paso de la misma está basado en un teorema. En general, atendiendo a los resultados de nuestra investigación, se observa cómo varios alumnos reconocen la necesidad de desarrollar procesos de validación acerca de lo que parece obvio en la representación gráfica de la pantalla. Esto es importante puesto que el punto de partida, al inicio de la sesión con la tarea del Teorema de Pitágoras, es dar por conocida la propiedad de los triángulos rectángulos que se formula y, por tanto, no hay indicios de requerir su demostración.

A pesar de que los alumnos conocían el Teorema de Pitágoras y sus implicaciones gráficas antes del desarrollo de la última sesión, las actividades sobre este tópico llamaron su atención y provocaron un acercamiento a la demostración-comprobación. Esto se percibe cuando los profesores (especialmente las profesoras) piden a los alumnos que conjeturen si los dos cuadrados “pequeños” contruidos sobre los lados de los catetos del triángulo rectángulo cabrían exactamente en el cuadrado “grande” contruido sobre la hipotenusa. Aunque con un lenguaje poco preciso, muchos alumnos son capaces de describir, más oralmente que por escrito, lo que significan las animaciones de las demostraciones del Teorema de Pitágoras. En estas tareas, la labor de los tres profesores es determinante puesto que modifican sus orquestaciones para incrementar sus intervenciones con cada pareja y asegurar que la reacción inicial ante las animaciones se concreta en la construcción de conocimiento matemático.

Mariotti (2000) considera que la presencia de tecnología transforma la relación entre problemas y conocimiento, particularmente en cuanto al tipo de problemas que son planteables a los alumnos (en nuestro caso demostraciones del Teorema de Pitágoras) y, por otro lado, en cuanto a los procesos de solución (en nuestro caso demostraciones geométricas). Igualmente, coincidimos con Irazo y Fortuny (2009) en cuanto a que el

uso matemático del programa GeoGebra favorece el evitar obstáculos algebraicos y resolver demostraciones de forma geométrica que el profesor comprueba que de otro modo son inaccesibles al alumnado. Al respecto, algunos alumnos de nuestro estudio consiguen utilizar las ventajas de la construcción dinámica para iniciar la comprobación de la propiedad enunciada por el Teorema de Pitágoras con particularizaciones de triángulos rectángulos, con distintas medidas que se modifican fácilmente debido a la movilidad de las figuras en la pantalla. Esta situación, junto con los tipos de orquestación seleccionados sobre todo por las dos profesoras, anima a los alumnos a intentar una demostración.

6.2.4. Instrumentalización orientada a prácticas de geometría no algebraica

El programa de geometría dinámica seleccionado para esta investigación permite trabajar nociones de Geometría, Álgebra y Cálculo. En concreto, permite realizar construcciones y disponer de herramientas algebraicas y de animaciones geométricas para dar significado matemático a dichas construcciones. De acuerdo con esto, tiene sentido pensar en aprendizajes tanto de naturaleza geométrica como algebraica, en la tarea por ejemplo que requiere analizar las mediatrices junto con las ecuaciones asociadas a la recta o las coordenadas cartesianas de los puntos.

Hemos preferido desarrollar una secuencia lo menos algebraica posible, dadas las dificultades que estos alumnos arrastran y que son más visibles en el grupo clase del profesor, quien introduce aspectos de Álgebra en la sesión dedicada a las demostraciones gráficas del Teorema de Pitágoras, con poco éxito en cuanto a la implicación de los alumnos. Tras el uso del programa GeoGebra para comprobar la propiedad en unas cuantas variantes de la figura, y la propuesta de coordinación de las ventanas geométrica y algebraica, el profesor propone trasladar el estudio de esta propiedad al trabajo con lápiz y papel mediado por el uso del lenguaje algebraico. Desde la perspectiva del diseño de la secuencia didáctica, valoramos como acertada la decisión de no haber destacado contenidos de Álgebra ni en el planteamiento de las tareas ni en las sugerencias del guión inicial (aquí, por ejemplo, se podría haber señalado la opción de

combinar resoluciones sintéticas con otras analíticas mediante cambios en los tipos de orquestación). Esto ha permitido avanzar en el aprendizaje de Geometría con alumnos que, cuando aparecen conocimientos matemáticos formales previos, muestran lagunas matemáticas.

Se ha identificado el caso de una alumna como paradigmático, por las carencias en su formación matemática particularmente en Álgebra. En la primera parte de la secuencia esta alumna resuelve las actividades correctamente apoyándose en su dominio tecnológico y en la independencia de las tareas respecto del conocimiento matemático previo. Por ejemplo en la segunda sesión, se trabaja la mediatriz como lugar geométrico construyéndolo como conjunto de puntos siendo esta alumna la que observa la forma “de línea recta” que aparece. En las últimas sesiones aparecen conocimientos previos como la manipulación de expresiones algebraicas para demostrar el Teorema de Pitágoras que introduce el profesor en la secuencia. El desconocimiento de estos conocimientos dificulta la continuidad en la participación matemática de la alumna, quien abiertamente se desmotiva e interrumpe su implicación en las tareas posteriores.

No queremos decir con esto que la mera aparición de contenidos algebraicos junto a contenidos geométricos sea el único desencadenante de la interrupción en la participación matemática de la alumna, ni que el aumento en la complejidad del contenido matemático invalide los efectos en la participación del uso de la tecnología. Por ejemplo, Drijvers y otros (2003, 2010) han trabajado contenidos algebraicos con herramientas informáticas obteniendo buenos resultados de aprendizaje, aunque con otro tipo de grupos clase. En nuestro estudio nos parece relevante la dificultad añadida que supone enlazar contenido geométrico y algebraico en una secuencia dirigida a alumnos con largas trayectorias de fracaso matemático escolar. Así pues se ha tratado de que las sesiones fueran auto-contenidas, tratando de limitar en lo posible los conocimientos previos necesarios. Coincidimos también con Costa (2009), quien aporta razones históricas para ello. Los orígenes de la Geometría tienen más que ver con la visualización, la representación gráfica y la manipulación de

objetos geométricos, siendo posterior la aparición del Álgebra en el estudio de estos.

En este tema apuntamos al déficit en la generación de prácticas de geometría algebraica, al mismo tiempo que sugerimos que está déficit era esperable puesto que ni la secuencia didáctica ni los conocimientos previos de los alumnos estaban preparados para el desarrollo de prácticas de este tipo. Lo que queremos resaltar es el hecho de que uno de los profesores coloca a sus alumnos en la situación transitar de unos contenidos a otros (de la Geometría al Álgebra) pensando que el programa de geometría dinámica basta para facilitar dicho tránsito, lo cual queda refutado ante la falta de participación matemática dada su propuesta. En general, el acceso al aprendizaje matemático no se resuelve con la mediación tecnológica si no hay condiciones previas de carácter didáctico que introducen razonablemente los contenidos correspondientes. En este estudio se confirma, pues, que las ventajas de la mediación tecnológica no activan de modo inmediato procesos de instrumentalización.

6.2.5. Implicación mediante contextualizaciones extra-matemáticas

A lo largo del proceso de análisis de esta investigación, la dimensión afectiva ha tenido un papel preponderante, tanto para los casos de profesor como los de alumno. Se partía de una situación inicial en la cual la mayoría de alumnos decían no estar motivados por la actividad matemática en clase, con varios de ellos propensos al absentismo. Por ello, junto con los aspectos de mediación tecnológica, se consideró apropiado incluir aspectos de matemática realista en el diseño de la secuencia didáctica. Esta opción didáctica se ha mostrado como efectiva en el aumento de la motivación de los alumnos por participar en el aula de matemáticas. Ha quedado confirmado, por tanto, el supuesto sobre la necesidad de esfuerzos de tipo didáctico, para atender a la participación y el aprendizaje matemático de los alumnos en estudio. Parece pertinente progresar desde el foco sobre el alumno y sus condiciones al foco en la didáctica y sus posibilidades.

Las tareas en pantalla han aprovechado la posibilidad del programa de geometría dinámica para contextualizar de forma extra-matemática las actividades, insertando imágenes cercanas a los alumnos. Esto ha contribuido a la motivación para acercarse a problemas que habitualmente son tratados desde un nivel más académico y formal. Todos los alumnos han reconocido positivamente el hecho de que las actividades estuvieran centradas en su ciudad, su centro o incluso su barrio, proponiéndoles problemas en los que aparecían las calles donde viven.

En la línea ya iniciada por Costa (2009) para la Geometría en Bachillerato, se introducen primero actividades contextualizadas para después formalizar matemáticamente los contenidos. Se trata de un planteamiento “desde abajo hacia arriba”. Consideramos que un contexto adecuado actúa de mediador entre el problema concreto y el aprendizaje matemático, permitiendo al alumno situarse mejor y comprender el papel de cada elemento del problema (datos, variables, relaciones...) para avanzar en la resolución. La contextualización puede ser mediante situaciones de la vida real o mediante contextos no estrictamente reales, en los que los alumnos pueden tener un sentimiento de proximidad. Hemos optado por situaciones de la vida real en la introducción de mediatriz y circuncentro como lugares geométricos y contextos próximos en el juego de los amigos y el lanzamiento de globos para trabajar bisectriz e incentro. En las actividades con el Teorema de Pitágoras se han utilizado puzzles, que son juegos suficientemente conocidos como para considerarlos una contextualización extra-matemática de la situación.

Nuestras conclusiones van en la línea de Zevenbergen (2001), quien destaca la repercusión en el aprendizaje matemático del uso de tareas matemáticas contextualizadas, especialmente apreciadas por los alumnos en situación de riesgo social. Todavía faltan, sin embargo, más estudios que permitan conocer bajo qué circunstancias se pasa de la situación de riesgo social a la de fracaso matemático escolar, y qué condiciones contribuirían a superar esta relación endémica. Al respecto, acabamos con este tema porque entendemos, a raíz de nuestros resultados, que son

igualmente importantes el impacto de la mediación tecnológica y el de la mediación extra-matemática. Aunque no hemos hecho siempre hincapié en la caracterización como grupos de riesgo de los alumnos del estudio, esta característica se ha tenido en cuenta en momentos cruciales de la investigación, como por ejemplo en el diseño de la secuencia didáctica con la incorporación de contextos extra-matemáticos en los enunciados de las tareas.

Uno de los supuestos básicos de la investigación ha sido que los alumnos pertenecientes a grupos de riesgo social tienen mayor probabilidad de experimentar situaciones académicas de riesgo y, de ahí, trayectorias de fracaso escolar. Sin embargo, otro supuesto básico adoptado en nuestro estudio es que hay modos de combatir las situaciones académicas de riesgo. Los dos modos que hemos planteado han sido la introducción de una elevada mediación tecnológica y de una moderada matemática realista. Había otras combinaciones posibles, en particular la introducción de una moderada mediación tecnológica y de una elevada matemática realista. La exploración sistemática de otras combinaciones queda para estudios futuros. En cualquier caso, continuamos asumiendo que el papel de la gestión didáctica del aula (y por tanto no solo la pedagógica) es esencial en la mejora de las condiciones de aprendizaje matemático de todos los grupos de alumno.

6.3. Limitaciones, implicaciones y perspectivas futuras

Una limitación de esta investigación es que se ha realizado con una propuesta didáctica basada en la introducción de una elevada mediación tecnológica, lo cual puede haber tenido un efecto contraproducente en algunos de los profesores y alumnos. A posteriori, tras la revisión de los resultados, parecería conveniente haber introducido distintos grados moderados y elevados de mediación tecnológica en los tres grupos clase. De ahí, una de las perspectivas futuras consistiría en replicar en lo posible esta investigación con secuencias didácticas adaptadas a usos menos intensos de la pizarra digital, el miniportátil y el programa de geometría dinámica.

Por otra parte, el presente estudio hace un análisis del desarrollo de la secuencia didáctica, desde la perspectiva de su impacto en las prácticas y percepciones de profesores y alumnos, pero no profundiza en cómo podría mejorarse dicho desarrollo ni tampoco plantea cambios concretos en la secuencia. Por este motivo, surge otra perspectiva futura de investigación que consistiría en valorar con precisión el grado de idoneidad didáctica de la secuencia creada y elaborar una secuencia mejorada que, a su vez, pasaría a ser el centro de un segundo diseño experimental. Este es en realidad el ciclo propio de la investigación basada en el diseño experimental, por lo que tiene sentido plantear la elaboración de una nueva secuencia derivada de la actual.

En breve y de acuerdo con los resultados obtenidos, las perspectivas futuras de investigación sobre la mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo apuntan a la necesidad de estudiar mejor, por un lado, los efectos de distintos grados de mediación tecnológica y, por otro, los criterios para modificar secuencias didácticas que facilitan dicha enseñanza y aprendizaje. Además de planificar de un modo distinto la intervención de la tecnología en las prácticas matemáticas de la secuencia, será necesario revisar los instrumentos de análisis que han sido construidos en el marco de este trabajo de tesis. Es probable que estos instrumentos deban ser afinados para documentar el detalle de ciertos aspectos de los procesos de instrumentalización en el transcurso de la actividad matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abánades, M. A., Botana, F., Escribano, J. y Tabera, L.F. (2009). Software matemático libre. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 12(1), 323-346.
- Anastasiadou, S. D. (2011). Reliability and validity testing of a new scale for measuring attitudes toward learning statistics with technology. *Acta Didáctica Napocensia* 4(1), 1-10.
- Arnal, A. (2010). *El uso de la Pizarra Digital Interactiva como elemento dinamizador del aprendizaje de las matemáticas en aulas con población en riesgo de exclusión social*. Memoria del Trabajo de DEA. Madrid: UNED.
- Arnal, A. y Planas, N. (2013). Uso de tecnología en el aprendizaje de la Geometría con grupos de riesgo: un enfoque discursivo. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 157-164). Bilbao: SEIEM.
- Avitabile, J. (1997). Assessing change after a computer course for at-risk students. *ACM Sigcue Outlook*, 25(1-2), 11-15.
- Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: a Vygotskian analysis. En H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi y A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.
- Blanco, L. J. (2012). Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En N. Planas (Coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 171-185). Barcelona: Graó.
- Byrne, O. (1847). *The first six books of The Elements of Euclid*. Londres, Reino Unido: William Pickering (Consultado el 20 de noviembre de 2012 en <http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/book4/byrne-130.html>).
- Canales, R. (2007). *Identificación de factores que contribuyen al desarrollo de actividades de enseñanza y aprendizaje con apoyo de las TIC, que*

- resulten eficientes y eficaces. Análisis de su presencia en tres centros docentes.* Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.
- Cardon, P. L. (2000). At-risk students and technology education: a qualitative study. *The Journal of Technology Studies*, 26(1), 49-57.
- Civil, M. y Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: Does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics*, 24(1), 7-13.
- Clarke-Midure, J. y Dede, C. (2009). Assessment, technology, and change. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(3), 309–328.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-334). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., Yackel, E., y Wood, T. (2011). Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving. En E. Yackel, K. Gravemeijer y A. Sfard (Eds.), *A journey in mathematics education research. Insights from the work of Paul Cobb.* (pp. 41-71). Nueva York, NY: Springer.
- Colás, M. y Buendía, L. (1998). *Investigación educativa.* Sevilla: Alfar.
- Coley, R. J., Cradler, J., y Engel, P. K. (1997). *Computers and classrooms: The status of technology in U.S. schools.* Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Costa, J. (2011). Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico «desde abajo hacia arriba» *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 101–114
- Christie, N., y Sabers, D. L. (1989). Using microcomputers to implement mastery learning with high-risk and minority adolescents. *Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association; San Francisco, CA.; March, 1989. Documento ERIC ED326178*

- Dede, C. (2007). Reinventing the role of information and communications technologies in education. En L. Smolin, K. Lawless, y N. Burbules (Eds.), *Information and communication technologies: considerations of current practice for teachers and teacher educators* (pp. 11–38). Malden, MA: Blackwell Publishing.
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment: design research on the understanding of the concept of parameter*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Utrecht, Holanda: Universiteit Utrecht.
- Drijvers, P. (2012a). Teachers transforming resources into orchestrations. En G. Gueudet, B. Pepin y L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 265-281). Nueva York, NY: Springer.
- Drijvers, P. (2012b). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). En S. J. Cho y otros (Eds.), *Pre-proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 485-501). Seúl, Corea del Sur: ICMI.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Gisbergen, S. y Reed, H. (2009). Teachers using technology: orchestrations and profiles. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, y H. Sakodimis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2. pp. 481-488). Thesaloniki, Grecia: PME.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- Edmonds, K. y Li, Q. (2004). At-risk learners, technology, and mathematics: The effects and the guidelines for design. *International Journal of Learning*, 11, 1103-1109.
- Eisenhardt, K. M. (1995). Building theories from case study research. En G. P. Huber y otros (Eds.), *Longitudinal field research methods. Studying processes of organizational change* (pp. 65-90). Thousand Oaks, CA: Sage.

- Erben, T., Ban, R., y Castañeda, M. (2009). *Teaching English language learners through technology*. Nueva York, NY: Routledge.
- Euclides (1996). *Los elementos* [Traducción y notas de M. L. Puertas]. Madrid: Gredos.
- Fortuny, J. M., Iranzo, N. y Morera, L. (2010). Geometría y tecnología. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 69-85). Lleida: SEIEM.
- Funkhouser, C. (2002). The effects of computer-augmented geometry instruction on student performance and attitudes. *Journal of Research on Technology in Education*, 35(2), 163-175.
- Gil, N., Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Unión*, 2, 15-32.
- Gil, N., Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas. *Revista de Educación*, 340, 551-569.
- Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. J. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 4(8), 47-72.
- Glover, D., Miller, D., Averis, D. y Door, V. (2005). The interactive whiteboard: a literature survey. *Technology, Pedagogy and Education*, 14(2), 155-170.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 153-168.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-546). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- González Urbaneja, P. M. (2001). *Pitágoras, el filósofo del número*. Madrid: Nivola.

- González Urbaneja, P. M. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4000 años. *Sigma*, 32, 103-130.
- Guin, D., y Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM- The International Journal on Mathematics Education* 34(5), 204-211.
- Hannula M. S. (2006). Motivation in mathematics: goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 165-178.
- Hannula M. S. (2012). Emotions in problem solving. En S. J. Cho y otros (Eds.), *Pre-proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. (pp. 773-792). Seúl, Corea del Sur: ICMI.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. y Lavicza, Z. (2010). Evaluating difficulty levels of dynamic geometry software tools to enhance teachers' professional development. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(3), 127-134.
- Huberman, M. (1989). On teachers careers: once over lightly, with a broad brush. *International Journal of Educational Research*, 13(4), 347-362.
- Iranzo, N. (2009). *Influence of dynamic geometry software on plane geometry problem solving strategies*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.
- Iranzo, N. y Fortuny, J.M. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(3), 433-446.
- Jones, K., Kunimune, S., Kumakura, H., Matsumoto, S., Fujita, T. y Ding, L. (2009). Developing pedagogic approaches for proof: learning from teaching in the East and West. En F. Lin, F. Hsieh, G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proceedings of the ICMI study 19 conference: proof and proving in mathematics education*. (pp. 232-237). Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University.

- Johnson, R. y Hegarty, J. R. (2003). Web-sites as educational motivators for adults with learning disabilities. *British Journal of Educational Technology*, 34(4), 479-486.
- Jonassen, D. H., Peck, K. L., y Wilson, B. G. (1999). *Learning with technology: A constructivist perspective*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Jonassen, D., Mayes, T. y McAleese, R. (1993). A manifesto for a constructivist approach to uses of technology in higher education. En T. M. Duffy, J. Lowyck y D. H. Jonassen (Eds.), *Designing environments for constructive learning* (pp. 231–247). Heidelberg, Alemania: Springer.
- Kajander, A., Zuke, C. y Walton, G. (2008). Teaching unheard voices: students at-risk in mathematics. *Canadian Journal of Education*, 31(4), 1039-1064.
- Kozma (1991). Learning with media. *Review of Educational Research*, 61(2), 179-211
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. y Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future*. (pp. 275-304). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Li, Q. y Edmonds, K. (2005). Mathematics and at-risk adult learners: would technology help? *Journal of Research on Technology in Education*, 38(2), 143-166.
- Livingston, K. (2003). Disadvantaged teenagers and technology. En P. Attewell y N. M. Seel (Eds.), *Disadvantaged teens and computer technologies*, (pp. 243-256). Nueva York, NY: Waxmann.
- Losada, R. (2007). GeoGebra: la eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(1), 223-239.
- Madrazo, D. R. (2011). *The effect of technology infusion on at-risk high school students' motivation to learn*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Boone, NC: Appalachian State University.

- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25-53.
- Marrades, R. y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- McClain, K. y Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 236-266.
- McLeod, D. B. (1990). Information-processing theories and mathematics learning: the role of affect. *International Journal of Educational Research*, 14, 13-29.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-598). Nueva York, NY: Macmillan.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.
- Meavilla, V. (2005). Razonamiento visual y matemáticas. *Sigma*, 27, 109-115.
- Morera, L. (2013). *Contribución al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.
- Morera, L., Fortuny, J. M. y Planas, N. (2012). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías en un entorno colaborativo y tecnológico. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(1), 143-154.
- Morgan, C. y Watson, A. (2002). The interpretative nature of teachers' assessment of students' mathematics: issues for equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 78-110.
- Muller, C. (2001). The role of caring in the teacher-student relationship for at-risk students. *Sociological Inquiry*, 71(2), 241-255.
- Pastor y Puig Adam (1932). *Nociones de Álgebra y Trigonometría*. Madrid.

- Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 19-36.
- Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación Matemática*, 18(1), 37-72.
- Planas, N. y Civil, M. (2009). Working with mathematics teachers and inmigrant students: an empowerment perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 391-409.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: datos bibliométricos y reflexiones. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-198). Lleida: SEIEM.
- Planas, N. y Morera, L. (2011). Educación matemática e interacción en el aula de secundaria. *UNO-Revista de Didáctica de la Matemática*, 58, 77-83.
- Planas, N. y Edo, M. (2008). Interacción entre discursos en una situación de práctica matemática escolar. *Cultura y Educación*, 20(4), 441-453.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. París, Francia: Armand Colin.
- Resnick, M. (1998). Rethinking learning in the digital age. En G. S. Kirkman, P. K. Cornelius, J. D. Sachs y K. Schwab (Eds.), *The global information technology report 2001-2002* (pp. 32-37). Nueva York, NY: Oxford University Press.
- Riba, C. (2007). *La metodologia qualitativa en l'estudi del comportament*. Barcelona: UOC.
- Roschelle, J. (2000). Choosing and using video equipment for data collection. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 709-732). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Roschelle, J. (2003). Unlocking the learning value of wireless mobile devices. *Journal of Computer Assisted Learning*, 19(3), 260-272.

- Roschelle, J. M., Pea, R. D., Hoadley, C. M., Gordin, D. N. y Means, B. M. (2000). Changing how and what children learn in school with computer-based technologies. *Future of Children and Computer Technology*, 10(2), 76-101.
- Strässer, R. (2001). Cabri-Géomètre: does dynamic geometry software (DGS) change geometry and its teaching and learning. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 319-333.
- Tapia, M. y Marsh, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16-21.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.
- Vallejo, G. y Escudero, J. R. (1999). Cuestionario para evaluar las actitudes de los estudiantes de ESO hacia las Matemáticas. *Revista Aula Abierta*, 74, 193-208.
- Vega, L. (1990). *La trama de la demostración*. Madrid: Alianza Universidad.
- Waxman, H. C. y Padron, Y. N. (1995). Improving the quality of classroom instruction for students at risk of failure in urban schools. *Peabody Journal of Education*, 70(2), 44-65.
- Waxman, H. C., Padron, Y. N. y Arnold, K. A. (2001). Effective instructional practice for students placed at risk of failure. En G. D. Borman, S. C. Stringfield, y R. E. Slavin (Eds.), *Title I: Compensatory education at the crossroads* (pp. 139-174). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Winn, W. (2004). Cognitive perspectives in psychology. En D. W. Jonassen (Ed.), *Handbook of research on educational communications and technology* (pp. 79-142). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Woodward, J. y Baxter, J. (1997). The effects of an innovative approach to mathematics on academically low-achieving students in inclusive settings. *Exceptional Children*, 63(3), 373-388.

- Yagelski, R. P. y Powley, S. (1996). Virtual connections and real boundaries: teaching writing and preparing writing teachers on the Internet. *Computers and Composition*, 12, 25–36.
- Zan, R. y Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 157-158.
- Zevenbergen (Jorgensen), R. (2001). Mathematics, social class and linguistic capital: an analysis of mathematics classroom interactions. En B. Atweh, H. Forgasz y B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research mathematics education. An international perspective* (pp. 201-216). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.