

¿Qué es lo más usual en los modelos econométricos regionales? En general, la mayoría de las ecuaciones de los modelos están sobreidentificadas (2). Se llega a esta conclusión tras aplicar las condiciones de orden y de rango; pero en estos modelos, mientras que si se calcula la primera, la condición suficiente no se suele hallar por el elevado trabajo que implica (algunos modelos tienen un tamaño considerable, con un gran número de variables endógenas y predeterminadas). Lo confirman los comentarios de Duchinis (1981): "sería posible aplicar la condición de rango a cada ecuación del modelo, pero sería un trabajo arduo" y Baird (1983): "La condición suficiente es extremadamente tediosa de aplicar sobre 500 coeficientes en un modelo SMSA. Afortunadamente, un examen de la estructura del modelo es útil para determinar su identificación" (3).

Debido a la estructura de este tipo de modelos, en que hay gran número de variables exógenas y las relaciones que se establecen son sencillas (bivariantes en muchas ocasiones), no es difícil imaginar que el número de variables endógenas y exógenas ausentes en cada ecuación superarán al total de endógenas menos una (que es la condición de orden).

Un trabajo que debe mencionarse, por la facilidad que introduce en el estudio de la identificación, es el de Fisher (1966) en el que se demuestra que para un sistema de bloques recursivos, todo lo que necesita ser comprobado es la identificación de cada ecuación respecto al bloque del que es

---

(2) L'Esperance (1969), Aznar (1977), Rubin y Erickson (1980), Duchinis (1981), Baird (1983) hacen una referencia explícita sobre el tema.

(3) Ello conduce a que se dé por supuesto que la condición de rango, en caso de calcularla, se cumpliría, por lo que el modelo estaría identificado.

miembro. Es importante porque simplifica en gran medida la identificación de cada ecuación, al haber muchos modelos regionales que son o bien totalmente recursivos o bien recursivos en bloques.

Así pues, en cuanto al problema de la identificación, debe señalarse que:

- Es necesario plantearse antes de iniciar el proceso de estimación

- En general, las ecuaciones estarán sobreidentificadas, lo que impediría aplicar MCO a la forma reducida y obtener sus correspondientes valores en la forma estructural. Se deberá aplicar algún método de estimación consistente a la forma estructural directamente (MC2E,...)

- El problema de la identificación puede circunscribirse a cada bloque en aquellos modelos que sean recursivos en bloques.

- En caso de recursividad estricta, cada ecuación se puede considerar un bloque, con lo que todas las ecuaciones estarán exactamente identificadas pudiéndose aplicar los MCI (4). En caso de que la recursividad sea en bloques, habrá un mayor número de ecuaciones exactamente identificadas en las que se podrá aplicar los MCI en lugar de otro método de estimación más complejo.

---

(4) Después veremos que también será posible aplicar los MCO directamente a la forma estructural.

El segundo concepto a analizar en este apartado es el de la recursividad. El sistema de ecuaciones:

$$BY_t + \Gamma X_t = U_t$$

en el que  $Y_t$  es el vector columna de variables endógenas y  $X_t$  es el de variables predeterminadas, diremos que es recursivo si la matriz  $B$  es triangular (5) y si la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones,  $E(uu')$  =  $\Sigma$ , es diagonal. Kmenta (1977), al describir los distintos tipos de ecuaciones simultáneas ( aparentemente no relacionadas; aparentemente no relacionadas en bloques; recursivos; recursivos en bloques y estructuras integradas) presenta a los recursivos como aquéllos que tienen una matriz  $B$  (de coeficientes de las variables endógenas) tal como lo hemos definido:

$$B = \begin{vmatrix} \beta_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \dots & \beta_{3n} \end{vmatrix}$$

y a los recursivos en bloques como aquéllos que presentan la matriz  $B$ :

$$B = \begin{vmatrix} B_{11} & 0 & \dots & 0 \\ B_{21} & B_{22} & \dots & 0 \\ B_{r1} & B_{r2} & \dots & B_{rr} \end{vmatrix}$$

en las que  $B_{ii}$  son matrices de unas dimensiones determinadas (6).

(5) La gran importancia de que la matriz  $B$  sea triangular es que las variables endógenas se podrán ir determinado secuencialmente.

(6) Aznar (1978) al presentar los distintos tipos de ecuaciones simultáneas según otra clasificación (VALRAS, CLID, NIPALS, RECURSIVOS), señala que estos últimos son los que poseen un contenido informativo mayor.

En este segundo caso, la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones estructurales es también diagonal en bloques. Cuando se estima el segundo bloque de ecuaciones, el primero ya ha sido estimado por lo que sus variables endógenas, son predeterminadas en el segundo (y así sucesivamente).

Así pues, una primera idea que debe señalarse es la existencia de varios posibles modelos recursivos. En muchos casos la recursividad no será total, sino parcial; el sistema de ecuaciones global, simultáneo, puede subdividirse en bloques que aunque dentro de ellos sean interdependientes, entre bloques sean recursivos (7). En otros modelos, algunos de los bloques también serán recursivos y otros interdependientes (L' Esperance (1969), Licari et al (1973), Catin (1985)). Una última característica a citar por su importancia en los modelos regionales, es la presencia de bloques uniecuacionales (Baird (1983)). Esto, unido a la recursividad entre bloques, permitirá la estimación por M.C.O. (8). Ello es así, porque todas las variables endógenas que figuren como explicativas, se podrán considerar predeterminadas al haber sido calculadas en bloques anteriores.

Una segunda característica a destacar de los modelos recursivos es que cada relación "proporciona una interpretación casual en el sentido de una relación estímulo-respuesta" (Strotz y Wold (1960)). No es necesario escribir el modelo en forma reducida para contrastar este tipo de relación. La causalidad puede ser definida de muchas maneras, pero en estos modelos

---

(7) Ejemplos de modelos recursivos en bloques son los de Bell (1967), Czamanski (1969), Dutta y Su (1969), Glickman (1971), Duobinis (1981) y Baird (1983).

(8) No sólo los modelos regionales subnacionales tienen estas características, sino que muchos de los nacionales pueden verse identificados con todas las citadas hasta el momento. Así, el WHARTON-UAM/2 en sus 14 niveles jerárquicos tiene, en la mayoría de los bloques, una sola ecuación.

se considera una relación asimétrica entre ciertas variables o subgrupos de variables. Esto es, ciertas variables endógenas afectan a otras pero no se da el efecto contrario. Hay un flujo unidireccional en la secuencia de acontecimientos causa-efecto, permitiendo que todas las variables del modelo no sean estimadas simultáneamente pero sí en poco tiempo. Así, los modelos recursivos también se pueden llamar de "cadena causal".

Esta característica de los modelos recursivos, nos permite ahondar la peculiaridad - ya esbozada - de la estimación de los mismos. En un modelo estrictamente recursivo, no hay ningún problema teórico que impida obtener estimaciones consistentes en base a los MCD. En cada ecuación del mismo, todas las variables endógenas excepto la dependiente, habrán sido determinadas anteriormente, posibilitando el que puedan ser consideradas como predeterminadas, lo que permitirá la estimación consistente e incluso insesgada, si no hay endógenas desplazadas ni correlación entre las perturbaciones, de los parámetros de la forma estructural.

Análogamente, para un modelo recursivo en bloques dentro de los cuales exista una estructura interdependiente, la estimación podrá ser distinta a la de un modelo totalmente formado por ecuaciones simultáneas. Un ejemplo-tipo de estimación de los mismos puede ser el modelo de Duobinis (1981), en el que "cada bloque del modelo se estima separadamente utilizando los MC2E. Debido a la naturaleza recursiva de muchas ecuaciones, las estimaciones obtenidas son iguales a las M.C.O.". Es decir, dentro de los propios bloques de ecuaciones de naturaleza simultánea, hay algunas variables cuyas explicativas son exógenas o endógenas de las que ya se conoce su valor, por lo que se podrían estimar por M.C.O..

### 7.3.- ELECCION DEL TIPO DE ESTIMADOR.

#### 7.3.1. Los M.C.O.

En el proceso de decisión sobre el método de estimación a utilizar en los modelos de ecuaciones simultáneas, hasta ahora hemos estudiado las peculiaridades de la identificación y recursividad de los modelos regionales, viendo que los estimadores M.C.O., que en general no tienen las propiedades óptimas, en estos modelos pueden aplicarse en bastantes casos ya sea por la existencia de ecuaciones exactamente identificadas o por la presencia de modelos recursivos (estrictos o en bloques).

Hay otras razones por las que se han aplicado los M.C.O. en lugar de otros métodos de información limitada o completa. En los siguientes párrafos, se intentará explicarlas. En algunos casos, la elección del tipo de estimador no será teórica sino práctica (como puede ser la facilidad de cálculo y la comparación de resultados de simulaciones realizadas con coeficientes estimados por varios métodos).

- una primera razón está en el número de observaciones de las que se disponen. Para la aplicación de cada método de estimación, se deben cumplir una serie de requisitos. El menos restrictivo es el de los M.C.O. debido a que sólo necesita que el número de observaciones sea mayor que el número de variables explicativas que aparecen en la ecuación. En cambio, los de información limitada requieren que el número de observaciones sea mayor al total de variables predeterminadas. Esta condición es más restringida ya que por las propias características de los modelos econométricos regionales, sabemos que es más fácil que en el modelo existan muchas más variables predeterminadas de las que aparecen en una ecuación concreta.

La condición de los métodos de información completa es

**CUADRO 7.1.**

**MODELOS QUE SON RECURSIVOS Y QUE SE ESTIMAN EN PTS O DOLARES CONSTANTES.**

<u>AUTOR</u>	<u>RECURSIVIDAD (*)</u>	<u>PTS O \$ CTES (**)</u>
BELL	SI	SI
TUCK	-	NO
CZAMANSKI	SI	-
L' ESPERANCE	SI	SI
DUTTA Y SU	SI	NO
GLICKMAN	SI	SI
LICARI ET AL	SI	-
CROW	-	NO
HALL-LICARI	NO	SI
ADAMS Y OTROS	-	SI
KLEIN Y GLICKMAN	-	SI
GLICKMAN	NO	SI
BALLARD Y GLICKMAN	NO	-
AZNAR	SI	SI
LATHAM ET AL	NO	SI
CHANG	-	SI
MILNE ET AL	-	-
RUBIN Y ERICKSON	NO	SI
DUOBINIS	SI	SI
BAIRD	SI	-
CATIN	SI	SI

(\*) En caso afirmativo, significa que bien entre bloques o dentro de algún bloque, el autor ha explicitado su recursividad. Los guiones significan que sus autores no explicitan las características recursivas o no de los bloques o de las ecuaciones de cada uno de ellos.

(\*\*) En caso afirmativo, significa que existen variables que se expresan en dólares constantes.

que el número de observaciones sea mayor que el de endógenas (al tenerse que estimar la matriz de varianzas y covarianzas). Estas restricciones no serían muy importantes si se dispusiera de un tamaño muestral grande. Pero debido a los problemas de información estadística, en ocasiones, el número de observaciones de las que se dispondrá no superará la veintena, de lo que se deduce que las restricciones antes mencionadas limitarán el conjunto de métodos de estimación posibles.

Las soluciones a este problema son, o el especificar un modelo recursivo para el que los M.C.O. cumplan las propiedades óptimas o estimar los modelos por M.C.O. (aunque no tenga las propiedades deseables), o aplicar otras técnicas como MC2E-componentes principales, variables instrumentales iteradas, etc (a las que se hará referencia más adelante en este mismo capítulo).

- Una segunda razón pone en duda la superioridad de estimadores como los MC2E frente a los MCO, y está en los mismos supuestos teóricos de partida de las ecuaciones simultáneas. Sin poner en tela de juicio que, *strictu sensu*, los métodos de información limitada y completa presentan mejores resultados que los MCO, señalan que los supuestos bajo los que esto se cumple no se dan en los modelos regionales. La existencia de autocorrelación en las perturbaciones, multicolinealidad, errores de omisión de variables, falta de grados de libertad, etc, pueden llegar a anular las ventajas de aquellos métodos (9).

- un tercer factor que induce a los modelizadores a trabajar con los M.C.O. es la duda que otros métodos de estimación sean

---

(9) Baird (1983) y Rubin-Erickson (1980), que se refieren a la existencia de muchos ceros en la matriz de coeficientes de las endógenas, la multicolinealidad y a la presencia de errores de subespecificación, son dos ejemplos de modelos en los que se comenta este hecho de estar ante regresiones en las que no se cumplen todos los supuestos iniciales óptimos, lo que puede llegar a desvirtuar las ventajas de la elección de un método de estimación más complejo.

mejores que aquél para muestras pequeñas. A esta situación se llega tras el análisis realizado tanto con modelos reales como a partir de estudios de Monte Carlo.

Sobre el primero, Glickman es, quizá, uno de los que se plantea más seriamente los problemas de estimación y validación de los modelos. Aunque parte del supuesto de la inferioridad teórica de los M.C.O. frente a los MC2E, cree que los primeros no deben ser olvidados en los modelos con tamaños muestrales pequeños, especialmente cuando hay problemas relativos a los grados de libertad. Es clarificador el proceso de estimación seguido en sus dos modelos principales (1971 y 1977). En el primero de ellos, sólo aplica los M.C.O. a aquellas ecuaciones en que una variable endógena está en función de una exógena. Por el contrario, en el modelo perfeccionado de 1977, su estructura y método de estimación varía: pasa a ser completamente simultáneo y estima por MCO. Su consideración hacia estos últimos, se deriva tanto de los experimentos de Monte Carlo (de los que destaca el hecho de que aunque los MCO son, a menudo, más sesgados, tienen la propiedad de presentar el error cuadrático medio menor), como de los trabajos realizados por otros autores (donde observa como los MCO proporcionan, al menos, unos guarismos en los EPAM (error porcentual absoluto medio) iguales a los bietápicos u otros).

Su gran preocupación se centra básicamente, en la poca evidencia empírica existente sobre la estimación con muestras pequeñas (10).

Rubin y Erickson (1980), en la fase de evaluación de su modelo, obtienen un EPAM menor en la estimación por MCO frente a los MC2E. Estos autores creen que para muestras pequeñas no hay

---

(10) Hasta la fecha en que Glickman (1977) escribió su obra, sólo él en 1971, Crow (1973), Hall y Licari (1974) y Adams et al (1975) habían realizado un estudio comparativo-práctico sobre la validez de diversos estimadores.

fundamentos teóricos que favorezcan a los bietápicos sobre los MCO, siendo estos últimos, por el contrario, menos sensibles a la subespecificación (problema que es relativamente común en este tipo de modelos).

Estos resultados obtenidos por Glickman (1977) y Rubin y Erickson (1980), sin embargo, no pueden ni deben generalizarse. En otros modelos, el resultado es el opuesto: Licari et al (1973) por ejemplo presenta un EPAM menor en el caso de estimar por MC2E.

Los comentarios de Baird (1983) planteando sus dudas acerca del método de estimación a utilizar en el caso de ecuaciones simultáneas (11), permiten adentrarnos en el segundo nivel de trabajos realizados: los experimentos de Monte Carlo.

Baird señala que "los estudios de Monte Carlo para estos casos (ecuaciones simultáneas) no son conclusivos". (Baird 1983). Esta opinión se deriva de la comparación de los distintos experimentos realizados (12).

Así, Kmenta (1977) y Summers (1965) señalan que los MCO tienden a presentar un mayor sesgo pero una varianza más pequeña que los MC2E o MVIL. Pindyck, llega a las misma conclusión, remarcando que las estimaciones MCO serán inconsistentes y sesgadas y las MC2E, consistentes y sesgadas, siendo la

---

(11) Recordemos que esta autora, postulaba un modelo recursivo en bloques, estimando por MCO todas aquellas ecuaciones que tal estructura lo permitiera. La duda se refiere a las ecuaciones en las que hay variables endógenas como explicativas.

(12) Se pueden encontrar referencias concretas sobre éstos en Kmenta (1977), Pindyck y Rubinfeld (1976), Summers R.A (1965), Dutta (1975), Quant (1965), Cragg (1967), Christ (1974), Aznar (1978).

varianza del primero menor (13). Sin embargo, no hay acuerdo sobre que efecto es peor. Utilizando el error cuadrático medio como criterio de comparación para cada ecuación, Summers obtiene que la ventaja derivada de la menor varianza en los MCO no compensa el coste del sesgo, mientras que Pindyck y Clickman opinan lo contrario. Es decir, en algunos casos el estimador MCO funciona mejor, en otros peor, y en otros los resultados son aproximadamente iguales.

En todo caso, las diferencias que se obtienen en el comportamiento de los métodos en muestras pequeñas, no son elevadas, aunque de los trabajos de Cragg (1967) y Quant (1965) parece deducirse que los MCO es un método peor que los restantes.

Cragg a pesar de afirmar que la clasificación sobre la bondad de los estimadores varía considerablemente a lo largo de los distintos experimentos (14), coincide con Quant en que en situaciones de menor multicolinealidad los MCO son más pobres en resultados que los bietápicos.

Una vez comprobado que para muestras pequeñas las ventajas de los métodos de información limitada y completa no son tan claras, un nuevo factor nos puede ayudar a comprender el por

---

(13) Cragg (1967) también llega a la conclusión de que el sesgo es más frecuente en los MCO que en otros estimadores, aunque en lugar de analizarlo respecto a la media, lo hace respecto a la mediana. En general, el sesgo de los estimadores consistentes es menor que los del M.C.O.. Para sus pruebas, el método con un sesgo más pequeño es el de MVIL. En más de la mitad de los experimentos, ningún estimador consistente tiene un sesgo significativo, por lo que no es correcto inferir que los estimadores consistentes son sesgados.

(14) MCO no es el peor en todos los experimentos, así como los métodos de información completa tampoco son mejores que los estimadores de clase K en otros tantos. Cuando se compara la validez de los estimadores a pares si que hay diferencias más significativas entre los MCO y el estimador con el que se compara.

que el método de estimación elegido, en muchos casos, no es el que teóricamente presenta las propiedades óptimas, sino el más sencillo. Es un nuevo elemento que sirve para restar importancia al método de estimación escogido.

A partir del análisis de experimentos de Monte Carlo, los autores concluyen que los resultados varían más según la especificación, los datos, etc., que no por los distintos estimadores empleados. Es más importante realizar una buena especificación que escoger el mejor método de estimación, ya que los resultados que presentan todos ellos son muy semejantes. En concreto, Quant y Summers sugieren que los resultados de los experimentos podrán ser sensibles a las variables exógenas utilizadas (posiblemente por el problema de la multicolinealidad) y a la estructura utilizada para generar los datos (15); Cragg confirma esta hipótesis relativa a la dependencia de la validez del estimador a otros elementos, señalando que la variabilidad en los mismos obliga a cambiar la clasificación de la bondad de los estimadores (16).

Todos estos ejemplos extraídos de experimentos de Monte Carlo, pretenden demostrar que hay factores que influyen en la obtención del verdadero valor de los coeficientes de las ecuaciones simultáneas de modelos regionales y, que no sólo se debe estar preocupado por elegir el método de estimación teóricamente mejor, ya que, en muchas ocasiones, las influencias de otros factores específicos en cada ecuación anularán las ventajas iniciales de tal estimador.

---

(15) Quant señala que la colocación de la matriz B y de la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones afecta al comportamiento de los M.C.O. y MC2E.

(16) Cragg (1967) encuentra que influyen en la bondad de los estimadores el grupo exacto de variables exógenas, los valores reales de los coeficientes estructurales, las correlaciones entre las perturbaciones estructurales y el tamaño de las mismas.

La solución que proponen varios autores es estimar los modelos por varios métodos, y elegir el más sencillo en caso de resultados muy parecidos (tal como hace Latham (1979)) o aquél que presente los mejores resultados (tal como hace McCarthy (1972) y Salmon y Eaton (1975))(17).

### 7.3.2.- Los métodos de información completa.

Hasta ahora hemos estudiado las razones que impulsan a los analistas regionales a estimar el modelo por M.C.O. Hemos prestado una atención especial a tal estimador por la frecuencia con que se utiliza en unos modelos de ecuaciones en los que, en principio, no parecían ser los más adecuados. Sin embargo, nos queda por presentar los otros métodos de estimación utilizados.

En primer lugar, señalaremos que los analistas no han utilizado, por el momento, los métodos de información completa. Glickman (1971) los probó para estimar su modelo, pero fueron rechazados ante los mejores resultados que se obtenían con los de información limitada. En realidad, aquéllos casi no han sido utilizados en ningún modelo regional real.

Aznar (1977) afirma que los estimadores de información completa son más eficientes que los de información limitada (ya que estos últimos no utilizan toda la información contenida en la descripción del sistema de ecuaciones), pero esto no es razón suficiente para elegirlos como estimadores. Los factores básicos

-----

(17) Mc Carthy, M.D. (1972): "The Wharton Quarterly Econometric Forecasting Model". Philadelphia: Economic Research. Univ. de Pennsylvania.

Salmon, M.H. y Eaton, J.R. (1975): "Estimation problems in large econometric models: An application of various estimation techniques to the London Business school model". En: *Modeling Economy*. Renton, Heinemann Educational Books.

causantes de ello son:

- La dificultad de cálculo que suponían los métodos de información completa, aunque el propio Aznar reconoce que este factor ha perdido mucha fuerza con la irrupción del ordenador (18).

- El segundo factor, deriva de su debilidad ante el rompimiento de los supuestos básicos (homoscedasticidad, no autocorrelación, etc) del modelo. Así, son más sensibles a la multicolinealidad - que es frecuente de encontrar en este tipo de modelos tal como se observó en el capítulo 2 - que los métodos de información limitada; lo mismo ocurre con la omisión de variables (fenómeno también muy común en estos modelos) que sólo permiten aproximar la verdadera relación, ya que por problemas en la obtención de datos, de simplicidad del modelo, etc, algunas variables explicativas estarán ausentes de la ecuación (19).

- Otro factor que impide utilizar los métodos de información completa, en ocasiones, es el no cumplimiento de la restricción señalada en párrafos anteriores, acerca de que el número de variables endógenas debía ser mayor al de datos disponibles para la estimación.

---

(18) Ahora, quizá, debiera plantearse el problema en términos del coste mayor que pueden suponer estos tipos de estimación.

(19) Summers (1965) obtiene que si no existe error de especificación, el mejor método de especificación es el MVIC. Cragg (1967) coincide con él, al afirmar que los métodos de información completa están en los primeros lugares de la clasificación de la bondad de los estimadores. Johnston (1967) señala que a pesar de ser el método de MVIC el mejor, depende mucho de la exactitud de la especificación (que ya hemos visto que es muy dudosa en los modelos regionales). Al mismo tiempo, Sovey (1973), de un estudio de Monte Carlo confirma que cuando hay errores de especificación, los estimadores con información completa dejan de figurar como los mejores.

Su gran mérito es, paradójicamente, su gran inconveniente, esto es, transmitir a todo el modelo toda la información contenida en una ecuación. Si en alguna de ellas existe un error, sus efectos se trasladan a todo el modelo. De la misma manera, en los de información completa, es mucho más laboriosa la revisión de datos y los cambios en la estructura del modelo, ya que llevaría a reestimar gran parte o la totalidad del modelo en cada ocasión.

### 7.3.3.- Los métodos de información limitada.

Nos quedan por estudiar los métodos de información limitada. Los más importantes son los MCI, MC2E (ambos pueden considerarse como variables instrumentales), y los de máxima verosimilitud. Desde este momento y hasta el final del capítulo, pretendemos:

- a) presentar los distintos métodos utilizados en la modelización regional.
- b) referirnos a trabajos comparativos de la validez de los mismos.

Además de los M.C.O., el otro gran método de estimación empleado es el de los bietápicos. El estimador MC2E y, en general todos los de información limitada, son consistentes pero no asintóticamente eficientes porque no tienen en cuenta la correlación entre los términos de perturbación estructurales de las distintas ecuaciones. Es el método alternativo a los MCO para sistemas de ecuaciones simultáneas más utilizado y con propiedades teóricas mejores que aquél.

Para muestras pequeñas, estudios de Monte Carlo citados por Kmenta obtienen que los MC2E presentan un ECM menor que los de MVIL, especialmente cuando las variables exógenas están muy intercorrelacionadas. Aunque Kennedy (Pulido, 1983) remarca que los bietápicos tienen propiedades en muestras pequeñas superiores a todos los estimadores (en la mayoría de criterios), y son insensibles a la presencia de otros problemas de estimación tales como la multicolinealidad o errores de especificación, Quant (1965), con sus conclusiones acerca de la pobreza de resultados cuando existe alta multicolinealidad entre las variables predeterminadas (siendo especialmente afectadas las estimaciones con MC2E), nos devuelve a una posición de conservadurismo más acorde con la tónica de lo hasta ahora estudiado.

La técnica de los bietápicos se utiliza frecuentemente para la estimación de modelos empresariales y económicos. Es el que, frente a una igualdad de resultados, se utiliza en mayor medida, por su menor coste y su facilidad de cálculo.

Los MC2E, se podrán utilizar siempre que el número de variables predeterminadas en la forma reducida del modelo sea relativamente pequeño. En caso contrario, podría incumplir la condición enunciada en páginas anteriores y entrar en el apartado de "muestras insuficientes". Las técnicas con las que se pretende solucionar este problema de la falta de grados de libertad causada por el excesivo número de variables explicativas son varias entre las que pueden citarse:

- una de ellas es el establecimiento de combinaciones lineales entre variables y en particular la utilización de la técnica de "componentes principales". Con la utilización de las mismas, podemos reducir el número de variables explicativas y así tener un número suficiente de grados de libertad para estimar la forma reducida. En este caso, en lugar de regresar  $Y_{it}$  sobre  $Z_{1it} \dots Z_{kit}$ , lo regresaremos sobre

$P_{it} \dots P_{mt}$  ( que representan las primeras  $m$  componentes principales). Si  $T > m$ , existirá un número adecuado de grados de libertad para estimar la forma reducida (aunque  $T < K$ ).

El modelo de Crow (1973) utiliza este método de estimación con 8 componentes principales. La utilidad y validez de las estimaciones obtenidas por este sistema se analizarán posteriormente en un trabajo de Glickman (1976).

- un segundo procedimiento consiste en seleccionar un subconjunto de variables predeterminadas perteneciente al conjunto original de acuerdo con una regla de selección bien definida. (p.ej., las que presentan una más alta correlación con la endógena y menor entre sí).

- una última, citada por Pulido (1983), es la del aprovechamiento máximo del orden causal entre las variables del modelo a través del establecimiento de bloques recursivos (cuyas implicaciones ya han sido estudiadas).

Dutta y Lyttkens (1974)(20) presentan las variables instrumentales iterativas (VII) como un método de estimación asintóticamente equivalente a los MC2E con la ventaja de que evitan la elección arbitraria de las componentes principales. Son consistentes tal como demuestran Brundy y Jorgensen (1971)(21). Independientemente del procedimiento de obtención de los valores iniciales. Es otra solución al problema

---

(20) Dutta, M. y Lyttkens, E. (1974): "Iterative instrumental variables method and estimation of a large simultaneous system", J.A.S.A., 69. (977-986).

(21) Brundy, J.M. y Jorgensen, D.W. (1971): "Efficient estimation of simultaneous equations by instrumental variables". Review of Economics and Statistics, 53.

del excesivo número de variables predeterminadas del sistema, en la que se define una matriz formada por las variables predeterminadas presentes en la ecuación y, sustituyendo a las endógenas explicativas de la misma ecuación, por estimaciones sucesivas de las mismas.

Es una técnica poco utilizada (sólo hay referencia de que se haya empleado por Adams et al (1975)) cuya validez ha sido poco contrastada. Un artículo muy interesante en este sentido es el anteriormente citado de Glickman (1976), del cual se presentarán sus resultados en este mismo apartado. Antes, sin embargo, es necesario hacer referencia a un método tan importante como la MVIL y a los dos últimos tipos de estimadores que son estudiados en aquel trabajo: los MC2E iterativos y los MCO con la técnica de Cochrane-Orcutt.

El estimador MVIL es otro método dentro de los de clase  $K$  (22) que no ha sido, en general aplicado en los modelos regionales. Sin embargo, parece observarse en los últimos años una revitalización de tal estimador. Fulido resume las razones en:

- la mayor capacidad de cálculo de los ordenadores a costes rápidamente decrecientes, junto con los propios avances en el cálculo numérico. En paquetes informáticos ya figura tal método de estimación como una posibilidad real de utilización.

- constituir un enfoque capaz de abordar, en teoría, nuevos problemas o abrir nuevos enfoques para temas ya clásicos

---

(22) Recordemos que para  $k=0$  estaremos hablando de los MCO; si  $k=1$ , de los MC2E y si  $k=\lambda$  de los de MV (siendo  $\lambda$  una raíz del polinomio característico definido a partir de las varianzas y covarianzas de las variables del modelo).

(heteroscedasticidad, autocorrelación, cambio estructural, modelos no lineales, etc). Experimentos de Monte Carlo, como el de Cragg (1967) parecen apreciar cierta superioridad de estos estimadores en algunos de los ejercicios simulados.

- ser un método directo de estimación de modelos estrictamente dinámicos.

Pocos son los estudios evaluativos de la calidad de la estimación, en muestras pequeñas, de los MVIL. Los resultados que presentan los experimentos de Monte Carlo (Summers (1965)), en general, no son especialmente favorables a ellos. Asimismo, Christ (1974) en sus ejercicios distingue los casos en que MV, MCO y MC2E obtienen resultados semejantes de los casos en que difieren; presentando entonces los MV malos resultados en signo y magnitud. Este tipo de estimador debe ser estudiado más a fondo ya que comparativamente, sufre un retraso considerable. Será entonces cuando podrá juzgarse mejor su validez en este tipo de modelos regionales con muestras pequeñas.

Con respecto a los MC2E-iterativos, cabe señalar que no han sido utilizados en ninguno de los modelos que hemos manejado. Consiste simplemente en la repetición iterativa del proceso de estimación por MC2E.

En la presentación de las características de los modelos econométricos regionales (ver capítulo 2), nos referíamos a la existencia de perturbaciones autorrelacionadas. Este problema es muy común cuando se utilizan datos de series temporales, especialmente si hay variables endógenas retardadas o si existe subespecificación (fenómeno también bastante usual). Para conocer si existe esta autocorrelación, se utiliza en casi

todos los modelos el estadístico de Durbin-Watson (23). A pesar de sus limitaciones (estar pensado para contrastar la existencia de autocorrelación del tipo AR (1), existencia de zonas de duda en el estadístico, no está construido para contrastes en los que como explicativas figuren variables endógenas retardadas, etc), este contraste es el único utilizado. Una solución en caso de autocorrelación es la aplicación de la técnica de Cochrane-Orcutt a cada ecuación que la presente. Algunos modelos regionales que la han utilizado son: Czamanski (1969), Glickman (1971), Chang (1979), Latham (1979), Catin (1985), Ballard-Wendling (1980) y Rubin-Erickson (1980).

Otro método utilizado aunque en mucha menor medida es el de los Mínimos Cuadrados Generalizados. Glejser (1973) para corregir la existencia de variables omitidas, añade un término independiente por provincia, que incluso puede estar en función del tiempo. Formalmente, se suma a la lista de variables la expresión  $\mu_i + V_{it}$ . En los casos en los que  $\mu_i$  y  $V_{it}$  son consideradas explícitamente como parámetros a ser estimados, se estima por MCO; pero en aquellos casos en que son tratados como parte de la perturbación, se estima por M.C.G.. De los modelos estudiados, éste es el único que utiliza los MCG (24).

---

(23) Recordemos que la indicación de autocorrelación por el contraste de Durbin-Watson u otros, no implica necesariamente que poblacionalmente éstas lo estén, sino que dicho fenómeno puede ser debido a una mala especificación (de la forma funcional, omisión de variables, etc).

(24) A nivel nacional, sin embargo, podemos dejar constancia que el modelo Wharton-UAM utiliza para estos casos tanto los MCG como los MCO-CO. Por otro lado, no hay constancia de que en algún modelo regional subnacional se empleen métodos alternativos de estimación como podrían ser el método de Durbin (1960), Hildreth-Lu (1960), MV,...

Tras la presentación de los distintos métodos de estimación utilizados en el análisis de las economías regionales, nos referiremos a un trabajo de Glickman (1976) en que los compara a partir del EPAM de un modelo con 228 ecuaciones. Es una de las escasas ocasiones en que se puede realizar un estudio comparativo entre cinco métodos estimativos, debido a que en las publicaciones de presentación de los respectivos modelos se constata que, salvo excepciones que luego señalaremos, se procede a la estimación por uno o dos métodos (según las características de la ecuación) sin que exista una comparación entre ellos (25).

Glickman (1976) estima por MCO, MCO-CO, MC2E-5 componentes principales, MC2E-iterativos y VII. Además, los resultados de estas cinco estimaciones han sido combinadas según un porcentaje determinado para obtener una nueva estimación con la que se consiguiera el EPAM menor (26). A esta combinación, el autor la denomina PANGLOSS y, servirá como excelente punto de referencia para conocer la validez de los distintos estimadores.

---

(25) En este capítulo, no pretendemos contrastar la validez de los distintos modelos con los métodos de estimación empleados, sino que queremos conocer los estimadores más útiles en relación a los demás, dentro de un único modelo. Ahora, no nos interesa saber si el modelo está bien especificado y si explica bien la realidad sino que nos interesa comparar la mejora o pérdida que se observa al estimar un modelo según un método u otro. La validez de los modelos especificados será objeto de análisis en el capítulo siguiente.

(26) Para este modelo y en el periodo muestral 1955-71, la combinación de coeficientes fue:

MCO: 18.2%  
MCO-CO: 11.7%  
MC2E: 20.8%  
MC2E-it: 31.1%  
VII: 18.2%

Dentro del periodo muestral, la clasificación de mejor a peor técnica fue (27):

1955-71: PANGLOSS, MCO, MCO-CO y MC2E (ex-equó), MC2E-it, VII

Además, se estimaron algunos subperiodos concretos, para los que sólo se analizaron las variables: PNE, renta personal y empleo total :

1952-55: MCO, MCO-CO, PANGLOSS, MC2E, MCO, MC2E-it, VII

1957-60: PANGLOSS, MC2E-it, MCO, MC2E, MCO-CO y VII (ex-equó)

1965-71: MCO, MCO-CO y MC2E (ex-equó), VII, MC2E-it

Para el periodo postmuestral 1972-74, los resultados fueron:

1972-74: MC2E-it, MCO-CO, MCO, MC2E, VII, PANGLOSS.

En un breve comentario sobre estos resultados, debemos destacar:

- Pangloss es el mejor estimador en el periodo muestral, pero el peor en las predicciones ex-ante.

- MCO se comporta bien en el periodo muestral (es el segundo mejor estimador en 1955-71). En las predicciones ex-ante, es tercero de seis.

---

(27) Un mayor detalle sobre los resultados se puede obtener del artículo de Glickman (1976).

- El MCO-CO está por debajo de los MCO en la estimación para el período muestral, mientras que sucede al contrario en la postmuestral.

- Los MC2E-5 componentes principales tienen unos resultados intermedios en todas las clasificaciones, tanto para el período muestral como post-muestral. En general, no es un resultado muy alentador.

- Los MC2E-iterativos presentan resultados opuestos; mientras que durante el período muestral es el que los obtiene peores, para 1972-74 se comporta como el mejor estimador. Estos resultados, inducen a Glickman a proponer un mayor estudio de este método en su aplicabilidad a los modelos econométricos regionales.

- Los VII es quizá la técnica que presenta unos resultados globales peores en todas las situaciones.

Anteriormente, comentábamos la escasez de estudios comparativos de este tipo en los distintos modelos regionales publicados. Las excepciones - que seguidamente se explican - no explicitan los resultados obtenidos a partir de cada una de las distintas estimaciones, sino que en el mejor de los casos citan los métodos de estimación seguidos y el escogido entre ellos. Este es el caso de Glickman (1971), que propone como métodos a los MCO, MC2E y LISE (información limitada uniecuacional). El elegido fue el segundo, aunque las relaciones bivariantes en que la explicativa era una exógena, las estima por MCO.

Adams et al (1975) estima por MCO y VII. Estos últimos son descartados, debido a la ligerísima mejoría conseguida (a través del cálculo del EPAM), y a la presentación de valores o signos inadecuados en los coeficientes. A la utilización de los MCO también llegan Latham et al (1979), aunque en base a la revisión del trabajo citado anteriormente de Glickman (1975)

(28), en el que las VII obtenían, en general, peores resultados que los MCO.

Las restantes elecciones del método de estimación, son entre los MCO y MC2E, que ya han sido comentadas, a grandes rasgos, en párrafos anteriores.

Resumiendo lo más importante de este capítulo, podríamos señalar que:

a) la estimación de los modelos econométricos regionales varía de uno a otro en función de la naturaleza del mismo (totalmente recursivo, recursivo en bloques, estructuras integradas, etc,...). A pesar de ello, la elección casi se circunscribe a las técnicas de MCO y MC2E.

b) en algunos de los modelos de ecuaciones simultáneas, se utilizan las MCO justificando los autores tal elección por:

- el incumplimiento de los supuestos en los que los bietápicos tienen las propiedades deseables frente a los MCO.
- la sencillez del cálculo de los MCO.
- la semejanza de resultados entre todos los métodos de estimación.

c) solucionan el problema de la autocorrelación con la técnica de Cochrane y Orcutt, utilizando únicamente el contraste de Durbin-Watson para conocer si aquella existe o

---

(28) Recordemos que Latham et al (1979) elegían los MCO ante otras posibilidades, subrayando en su publicación la similitud de los resultados que se obtienen con los distintos estimadores, confirmando, así, el trabajo de Glickman (1976). En cambio, Hall y Licari (1974), aunque también obtienen unos resultados casi equivalentes con MCO y MC2E, selecciona éstos últimos por sus propiedades teóricas preferibles.

no.

d) preferencia a elegir los estimadores de información limitada, frente a los de información completa.

e) utilizar la técnica iterativa de Gauss-Seidel para el cálculo de la solución numérica.

f) la estimación se realiza en base a datos y a precios constantes.

En modelos regionales, una práctica habitual suele ser estimar primero el modelo por MCO para conocer las variables que son significativas y el número de retardos a incluir. Es una etapa necesaria para ir conociendo la bondad de cada una de las ecuaciones que vamos especificando. En una segunda etapa, una vez especificada la relación a regresar, se estima por un método consistente (generalmente el bietápico). Algunos modelos no llegan a esta segunda etapa, quedándose en la primera.

En general, existe una tendencia a relegar la problemática de la estimación a un segundo plano y destacar, por contra, la especificación. A favor de esta corriente, está el hecho de que los estudios de Monte Carlo demuestran que los resultados varían más en función de la especificación y las observaciones que no por los distintos estimadores con los que se trabaja.

Sin duda, esta corriente de opinión, está influida por los problemas existentes en estos primeros trabajos de modelización regional. Cuando se haya avanzado en este sentido y se disponga de un mayor conocimiento sobre los datos y especificaciones regionales, será el momento de abordar la problemática de la estimación con mayor detalle.

## 8.- EVALUACION DE LOS MODELOS ECONOMETRICOS REGIONALES.

### 8.1.- INTRODUCCION.

En la construcción de cualquier modelo econométrico y, tras la estimación de sus ecuaciones, debe procederse a la evaluación del mismo. Esta debe realizarse en cada ecuación individualmente y en el modelo entendido como una unidad (1).

El hecho de que estemos ante un modelo de ecuaciones simultáneas en las que se establecen una relaciones de interdependencia entre sus variables, siendo más importante el output global del modelo que no el derivado de una ecuación individual del mismo, implica que también deba intentarse estudiar el modelo como un todo.

En este apartado pretendemos estudiar cómo se validan los modelos regionales globalmente, a partir del conocimiento de

---

(1) En la práctica, las diferentes etapas que estamos estudiando, no están tan separadas en el tiempo como pudiera desprenderse de este estudio subdividido en distintos capítulos, sino que en un mismo proceso las diferentes etapas se van concatenando y entremezclando. Por tanto, la explicación del procedimiento que se sigue para llegar a obtener un modelo regional (especificación, estimación, evaluación, simulación y predicción) es evidente que se separa a efectos únicamente de exposición, ya que entre ellos hay interrelaciones claras y difícilmente puede pensarse que esta separación exista en la realidad. El proceso de construcción de los modelos, en este sentido, no es lineal.

los métodos con los que se procede al análisis de la validación de las distintas ecuaciones del modelo. Un instrumento básico que deberá utilizarse en este proceso son los resultados obtenidos con las simulaciones y predicciones realizadas (que serán estudiadas posteriormente). Debemos compensar el bajo nivel de significación estadística en unas ecuaciones, con otras de mayor nivel. El interés radica en que el modelo en su conjunto tenga una estructura adecuada para explicar lo mejor posible el conjunto de variables endógenas. Pindyck-Rubinfeld (1976) señalan que en un modelo de ecuaciones simultáneas, en las que las variables endógenas son interdependientes, puede ser necesario utilizar especificaciones menos deseables estadísticamente en las distintas ecuaciones individuales, con el fin de mejorar la capacidad de simulación global. En este sentido, Klein (1971), manifiesta que los "mejores ajustes en las ecuaciones individuales no deben necesariamente constituir el mejor sistema de ajuste".

En el proceso de construcción del modelo regional, se pretenderá conseguir una especificación que refleje lo mejor posible la realidad económica. Antes de dar por finalizado tal proceso, se deben realizar una serie de prácticas que validen el modelo. Podemos distinguir dos grandes etapas en la validación del mismo:

1.- La validación muestral con la que se pretende conseguir una especificación en base al procedimiento de prueba y error que sea lo más cercana posible al verdadero proceso generador de la información muestral disponible. Se debe realizar un estudio de los errores en la especificación del modelo, resumidos por Murillo y Calonge (1986), en 4 grandes grupos:

- a) Estudio de la significación de los parámetros.
- b) Análisis gráfico de los residuos.
- c) Medidas de distribución de los residuos.
- d) Contrastes de especificación errónea.

Tal como señalan dichos autores "los residuos van a ser elementos fundamentales en la tarea de captar los posibles errores en la especificación de un modelo, ya sea mediante la inspección gráfica de su comportamiento, o bien en la construcción de contrastes estadísticos".

En el análisis de estos cuatro grupos, se deberá realizar un estudio, entre otros, del significado económico de los signos, los valores de las estimaciones y su significación estadística; un análisis gráfico de los residuos, *cusum* y *cusumq*; ECM, coeficiente de desigualdad de Theil, etc y contrastes de autocorrelación y heteroscedasticidad.

No profundizaremos, teóricamente, en este tipo de análisis - habitual en los trabajos econométricos-. Sin embargo, sí que prestaremos mayor atención a la segunda gran etapa de validación, la post-muestral, debido a que nos permitiera explicar algunas características y resultados concretos obtenidos en la modelización regional. Ello conducirá a tratar, en nuestro estudio, algunos instrumentos utilizados también en el análisis del periodo muestral.

2.- La validación post-muestral, es decir, "determinar si el modelo alcanza las demandas que se han hecho de él. Se trata de saber si el modelo cumple una tarea adecuada de predicción (...) fuera del periodo muestral" (Sowey, 1973). Naylor (1971)(2) relaciona la validez del modelo con la habilidad predictiva del sistema económico, mientras que Dhrymes et al (1975) y Pindyck-

---

(2) Sowey, E.R. (1973): "Stochastic simulation of macroeconomic models: Methodology and interpretation". En *Econometric studies of macro and Monetary relations*. Ed: Powell y Williams. North-Holland.

Naylor, T.H. (1971): "Policy simulation experiments with macroeconomic models: the state of the art". En: *Frontiers of Quantitative Economics*. Intrilligator. North-Holland.

Rubinfield (1976) amplian la validez del modelo a todos aquellos en que se cumplan los fines para los que han sido construídos. Así, un modelo determinado puede ser validado para un propósito y no para otro. Para conocer la capacidad predictiva del modelo, por tanto, se deben retener algunas observaciones con las que contrastar la calidad de las predicciones post-muestrales.

Como comentamos en la primera parte del trabajo, el análisis político y la predicción son los dos objetivos básicos de los modelos macroeconómicos. Ello sugiere que en la validación deberemos prestar especial atención a la calidad de las predicciones ex-ante y analizar cómo se comporta el modelo cuando se fijan determinados supuestos de política económica.

Como anticipo al análisis de los distintos instrumentos de validación, debemos destacar la importancia que tendrá la comparación entre los valores reales y los estimados (3). En esta etapa, intervendrán, implícita o explícitamente, tanto las decisiones tomadas respecto a la especificación y estimación del modelo, como las referentes a la simulación y predicción de las mismas (4).

---

(3) Sin embargo, en Aznar (1978) puede estudiarse una crítica de Howrey y Kelejian sobre la información que aporta la simulación en la validación del modelo. Estos autores afirman que, "una vez se han aplicado los contrastes clásicos a los parámetros y residuos de un modelo econométrico, los resultados de posteriores contrastes del modelo - vía la comparación de valores históricos y simulados de las variables endógenas para el periodo de estimación - no contienen ninguna información adicional acerca de la validez del modelo" (Howrey y Kelejian, 1969).

(4) Klein y Young (1981), señalan la fuerte relación que existe entre las técnicas de validación y las de estimación en los grandes modelos, aunque conceptualmente ambos pueden ser tratados separadamente.

## 8.2.- INSTRUMENTOS DE VALIDACION.

¿ Cuáles son los instrumentos utilizados para realizar tal validación ? Aznar (1978) los clasifica en tres grandes grupos:

1.- Coincidencia en la proyección (medidas de ajuste). Son las más utilizadas. Dentro de las mismas incluye las medidas sobre los errores, análisis predicción - realización, comparación con otros modelos, etc.

2.- El segundo grupo de instrumentos, intenta medir la coincidencia de las propiedades dinámicas de los valores observados y estimados (a partir, por ejemplo, del análisis espectral).

3.- La coincidencia en el esquema estímulo-respuesta, es decir, el ver como se comportan las distintas variables del modelo ante cambios en las exógenas. El trabajo con los multiplicadores será importante para llegar a una conclusión respecto a este tercer grupo.

En la modelización regional subnacional, se ha hecho hincapié en los grupos 1 y 3 principalmente, por lo que serán objeto de una atención especial en el presente trabajo (5).

Antes de empezar el análisis de estos instrumentos, hay que considerar varias circunstancias:

1º) Muchos de los mismos, no son exclusivos de la validación

---

(5) En el cuadro 8.1 puede encontrarse otra posible clasificación realizada por Dhrymes et al (1976) de validación en base a medidas no paramétricas.

## CUADRO 8.1.

### MEDIDAS NO PARAMETRICAS DE VALIDACION DE MODELOS ECONOMETRICOS.

#### A- Medidas para variables (individual).

---

- (1) Error medio de predicción (diferencias y niveles)
- (2) Error "absoluto" medio de predicción (diferencias y niveles)
- (3) Error cuadrático medio (diferencias y niveles)
- (4) Cualquiera de los anteriores respecto a :
  - (4.1) el nivel o variabilidad de la variable predicha
  - (4.2) una medida de error de predicción "aceptable" para horizontes y necesidades predictivas alternativas.

#### B- Medidas en la trayectoria de las variables

---

- (1) Número de "Turning points" no recogidos
- (2) Número de "Turning points" falsamente predichos
- (3) Número de sub o sobrepredicciones
- (4) Grado de correlación de cambios actuales y predichos.

#### C- Descomposición del error

---

- (1) Sesgo y varianza del error de predicción
- (2) Errores en la posición instantánea vs. errores en los cambios predichos
- (3) Identificación de los bloques del modelo que transmiten errores a otros bloques.

#### D- Error comparado

---

- (1) Comparación con varias predicciones "ingenuas"
- (2) Comparación con otras predicciones no-econométricas (consenso, etc)
- (3) Comparación con otras predicciones econométricas

#### E- Propiedades dinámicas y cíclicas

---

- (1) Multiplicadores de impacto y dinámicos
- (2) Frecuencia de respuestas características

FUENTE: Dhrymes et al (1975)

global del modelo, sino que también se utilizan en el análisis de la validez de cada ecuación por separado.

2a) En general, debe admitirse una evolución en el proceso de validación del modelo. La primera etapa debe ser la del propio período muestral. Una vez superada ésta, podremos pasar a la predicción ex-post y, por fin, si los resultados obtenidos han sido satisfactorios, aventurarnos con las predicciones ex-ante. En este último caso, se deberán formular previamente unas hipótesis acerca de la evolución de las variables exógenas en el período a predecir, mientras que en el ex-post, los valores de las exógenas y endógenas retardadas son conocidos (6). La validación final del modelo destinado a tareas predictivas se podrá realizar a medida que se vayan obteniendo las observaciones del período post-muestral y se vayan comparando con las predicciones del modelo. Sin embargo, como ya avanzábamos en la primera parte del trabajo, estrictamente, este proceso no finaliza nunca, ya que continuamente la base de datos se amplía, se practican nuevas reestimaciones e incluso reespecificaciones con el fin de mejorar el comportamiento global del modelo, con lo que el proceso de validación debe volverse a realizar.

3a) Al ir aplicando todos estos instrumentos de validación, se está procediendo, a la vez, a un estudio detallado de las características del modelo y de las variables incluidas en el mismo. Así se conocerá su evolución temporal, el impacto de una variación en una exógena, etc.

### 8.2.1.- Coincidencia en la proyección.

Dentro del primer grupo de instrumentos utilizados para

---

(6) Estaremos trabajando sobre objetivos diferentes y evaluando fenómenos distintos según realicemos una simulación estática o dinámica.

validar un modelo, debemos destacar por su asiduidad en la utilización, las medidas sobre los errores y las representaciones gráficas. Estas últimas, aparecen en prácticamente casi todas las publicaciones en las que se presentan nuevos modelos y son muy simples (7). Proporcionan rápidamente una impresión acerca de la validez de los mismos (8). A su vez, el "plot" de ambas series también será utilizada en el análisis de los puntos de giro (otro instrumento dentro de este primer grupo que será tratado posteriormente).

Este conjunto de medidas, se aplican tanto en la valoración de la capacidad predictiva de un modelo, como en la simulación histórica realizada dentro del periodo muestral.

Quizá el mayor problema que presenta la validación de estos modelos, es la falta de acuerdo en los instrumentos a utilizar. Su diversidad dificulta la comparación de resultados entre distintos modelos y supone una pérdida de información. Glickman (1977), resume los tres problemas básicos que existen a la hora de evaluar un modelo globalmente en:

1.- Existen pocos tests estadísticos estandarizados que puedan ser utilizados con el propósito de analizar el nivel de ajuste del sistema de ecuaciones.

---

(7) Se dibuja un gráfico en cuya abcisa situamos el tiempo mientras que en la ordenada la variable real y estimada. Cuanta mayor sea la equivalencia entre ambos "plots", mayor será la validez que podremos otorgar al modelo construido. Otros posibles análisis gráficos sobre los errores, serían los gráficos de errores (sobre el eje de abcisas y el diagrama predicción realización de Theil).

(8) Baird (1983), por ejemplo, resume en cuatro las relaciones entre la serie real y simulada: que los "plots" vayan juntos; que los valores predictivos tomen valores por encima y por debajo, pero no con la misma magnitud; que aquéllas sigan a los valores actuales pero con una diferencia constante; y que no exista relación entre ambos valores. En concreto, para su modelo, las 2/3 partes de las variables seguían alguna de las tres primeras posibilidades.

2.- Muchos autores se limitan a presentar el sistema de ecuaciones, sin proporcionar detalles acerca de los resultados sobre predicciones y otros tests a los que pueda haber sido sometido el modelo. Su ausencia hace más difícil la determinación del punto a partir del cual decidirse a aceptar el modelo como válido o no.

3.- Hay escasos análisis que hayan sido realizados con técnicas de estimación alternativas (9).

Este problema se pone particularmente de manifiesto en las medidas sobre los errores. En el cuadro 8.2 pueden observarse las distintas alternativas que son citadas por los analistas econométricos regionales-subnacionales, aunque la mayoría de ellas no han sido realmente aplicadas. Uno de los tests que más se utiliza en las distintas publicaciones, dentro de este primer grupo de medidas de concordancia, es el Error porcentual absoluto medio (EPAM). Denominando a  $Y^*$  como el valor estimado y a  $Y^a$  como el valor actual, se define como (10):

$$EPAM = \frac{\sum_{t=1}^T |Y_t^* - Y_t^a| / Y_t^*}{T} \quad 100$$

(9) Punto ya comentado en el capítulo dedicado a la estimación.

(10) A pesar de todo, aquellos autores que deciden aplicar una medida de concordancia, parece que están de acuerdo en utilizar el EPAM. Aunque no hay una medida estandar sobre el valor a partir del cual el modelo puede considerarse que obtiene buenos resultados, se acepta como válido aquél obtenga un EPAM menor al 3%. En cambio, Rubin y Erickson (1980) consideran que se pueden considerar "aceptables" errores por debajo del 10% mientras que los situados por debajo del 5% serían "bastante buenos". Sin embargo, hay alguna excepción a la utilización general del EPAM, como la de Adams et al (1975) que realiza la comparación con RCECM (ver cuadro 8.2).

## CUADRO 8.2

### MEDIDAS SOBRE LOS ERRORES PARA LA VALIDACION DE UN MODELO.

$$EPAM = \frac{\sum_{t=1}^T \left| \frac{Y_t^{est} - Y_t^{act}}{Y_t^{act}} \right|}{T} \cdot 100 \quad \text{Error porcentual absoluto medio.}$$

$$RCECM = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (Y_t^{est} - Y_t^{act})^2}{T}} \quad \text{Raíz cuadrada del error cuadrático Medio.}$$

$$RECMP = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{Y_t^{est} - Y_t^{act}}{Y_t^{act}} \right)^2} \quad \text{Raíz del error cuadrático medio porcentual}$$

$$EMP = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{Y_t^{est} - Y_t^{act}}{Y_t^{act}} \right)^2 \cdot 100 \quad \text{Error medio porcentual.}$$

$$EM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^{est} - Y_t^{act}) \quad \text{Error medio}$$

$$EAM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |Y_t^{est} - Y_t^{act}| \quad \text{Error absoluto medio}$$

$$ECM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^{est} - Y_t^{act})^2 \quad \text{Error cuadrático medio}$$

Siendo  $Y_t^{est}$  = valor estimado  
 $Y_t^{act}$  = valor actual  
 $t = 1 \dots T$  el periodo de simulación o predicción.

En general, parece más recomendable escoger un estadístico en valores absolutos con el fin de evitar el inconveniente de los errores medios (estos pueden tomar valores próximos a cero cuando los errores positivos grandes anulen a los negativos de parecida magnitud). Así, podrían surgir importantes discrepancias entre los ajustes estadísticos y los de simulación.

.....

Otro instrumento de validación dentro de este primer grupo que denominamos "coincidencia en la proyección", son los "turning points" o puntos de giro. Se dan cuando se experimenta un cambio en la evolución temporal de una serie, producido ya sea por factores intrínsecos de las variables o por circunstancias generales de la economía. Un modelo que sea capaz de predecir estas inflexiones que se originan en algunas (o todas) sus variables a lo largo del tiempo, será realmente un modelo válido, ya que en su propia estructura interna es capaz de captar las interrelaciones reales que existen entre las variables. El explicar una tendencia monótona, sin duda, es mucho más fácil que predecir los momentos en los que se producirán los cambios en la misma.

Cuando se está intentando analizar la equivalencia entre los puntos de giro de la serie real y estimada, podemos incluirlos en una de las cuatro situaciones siguientes:

- a) que haya un cambio de tendencia y que la serie la recoja.
- b) que no haya un cambio de tendencia y que en la serie simulada sí lo haya (error tipo I).
- c) que haya un cambio de tendencia y que la serie no lo recoja (error tipo II).
- d) que no haya un cambio de tendencia y que la serie no lo recoja.

Un modelo será tanto más correcto cuanto más casos del tipo (a) y (d) presente. Básicamente, el análisis de los "turning points" se realizará, en los modelos regionales, a partir de la comparación gráfica de la serie real y simulada (11).

Dentro del conjunto de instrumentos de validación utilizados en este tipo de modelos, el análisis gráfico con referencia explícita a los cambios de tendencia es de los más significativos.

Los instrumentos comentados hasta el momento, serán el fundamento para poder referirnos más adelante sobre su aplicación práctica en la modelización regional, ya que han sido directamente utilizados. Existen otros instrumentos, dentro de este grupo de medidas de concordancia absoluta que también hubieran podido ser tratados como, por ejemplo, la regresión de Mincer y Zarnovitz, medidas de correlación general, el coeficiente de desigualdad de Theil, etc pero que serían más propios de un trabajo dedicado al estudio de los métodos de validación de un modelo global que el del presente, el cual pretende únicamente mostrar las etapas seguidas durante la construcción de un modelo regional subnacional (12).

---

(11) Hay un método citado en Aznar (1978) que se basa en el cálculo de los porcentajes del cambio previsto y actual, a partir de los cuales se pueden construir los ratios del porcentaje de fallos respecto del total previsto y del porcentaje de fallos respecto del total de los ocurridos. Para tener una referencia mayor sobre este método, consultar el libro citado al inicio de esta nota.

(12) Referencias bibliográficas que podrían servir como fuente a la vez de información teórica y bibliográfica, a los interesados en este tema, podrían ser los libros de Aznar (1978), Pulido (1983) y Christ (1974). No todos los autores siguen la misma clasificación en cuanto a instrumentos de validación, por lo que su análisis puede ayudar a tener una perspectiva más amplia.

Dentro de este primer grupo de instrumentos de validación, vamos a estudiar a continuación los resultados que se obtienen en los distintos modelos. Empezaremos comentando los relacionados con el instrumento más utilizado (junto con el análisis gráfico): el EPAM (13). En los modelos de Glickman (1971), Crow (1973), Hall-Licari (1974), Licari et al (1973), Klein y Glickman (1977), Ballard y Glickman (1977), Latham et al (1979), Milne et al (1980), Rubin y Erickson (1980), Duobinis (1981) y Baird (1983) encontramos aplicaciones de este estadístico. Del estudio de los cuadros 8.3 y 8.4, donde hay un resumen de los valores que toma, podemos destacar algunos puntos:

En primer lugar, se observa un grado de ajuste bastante alto en los ejercicios de simulación realizados en los distintos modelos. En segundo lugar, particularizando sobre los resultados de algunos de los modelos más importantes (haciendo especial incidencia en aquellos puntos que no son deducibles de la observación de los cuadros 8.3 y 8.4), podemos empezar señalando los aceptables resultados que obtiene el modelo regional de Glickman (1971).

No sólo dentro del periodo muestral, sino que incluso en la predicción ex-ante (para el año del que se dispone información), se consiguen unos porcentajes alrededor del 1% para variables tan importantes como el output y el empleo. Es interesante observar la mejora que se produce entre el modelo del año 1971 y 1977. Mientras que en el primero sólo había el 30% de

---

(13) Sobre el análisis gráfico no vamos a hacer mayor comentario sino confirmar que en casi todos los modelos hay gráficos en los que se representan la evolución de las variables más importantes (output, empleo, fuerza de trabajo, etc.) a lo largo del tiempo, comparando ya sea los valores simulados dentro del periodo muestral, ya sea las predicciones (tanto ex-post como ex-ante) con los valores reales (en los casos en que se conozcan).

### CUADRO 8.3

#### COMPARACION DEL ESTADISTICO EPAM DE LOS MODELOS REGIONALES (\*\*)

AUTOR	P. R. B. (**)	RENTA PERSONAL	EMPLEO TOTAL	OUTPUT MANUF.	EMPLEO MANUF.	POBLACION
GLICKMAN (71)	4.32	6.69	1.56	2.42	2.18	1.02
GLICKMAN (74)	0.97	1.50	1.21	1.10	2.54	1.49
GLICKMAN (77)	0.98	1.55	0.66	2.19	1.42	1.27
CROW (73)	2.05	3.13	1.40	2.82	2.65	0.78
CROW (74)	1.87	8.42	3.39	1.55	3.50	2.50
HALL-LICARI	2.08	1.45	0.88	3.07	2.81	-
ADAMS	0.94	0.70	0.41	3.52	2.09	-
KLEIN-GLICKMAN	1.40	1.57	-	-	-	-
CHANG	-	-	-	2.30	2.20	0.80
MILNE (***)	1.74	2.20	0.71	-	-	-
RUBIN-ERICKSON	3.49	2.46	1.58	2.21	2.00	2.05
DUOBINIS	1.70	0.48	1.28	1.48	3.98	-

Fuente: Glickman (1974), Duobinis (1981) y elaboración propia a partir de los datos que proporcionaban los distintos autores en sus publicaciones.

(\*) Los EPAMS se han calculado en referencia a los valores simulados dentro del periodo muestral. Estos resultados proporcionan una idea aproximada de los guarismos en torno a los cuales nos movemos, pero no debe olvidarse que el periodo en el que se han calculado los mismos, no es homogéneo.

(\*\*) Producto regional bruto.

(\*\*\*) Los datos son extraídos de una simulación en el periodo muestral, para una de las 9 regiones en las que se dividen los EE.UU.. Los resultados varían en función de la zona considerada de manera relativamente importante. El autor señala que para variables menos importantes, el error es mayor.

**CUADRO 8.4**

**PORCENTAJES DE VARIABLES POR INTERVALOS DE EPAM.**

EPAM	MODELO				
	GLICKMAN 71	GLICKMAN 77	HALL-LICARI(*)	CROW 74	DUOBINIS
MENOS 1%	0.0	6.3	28.6	0.0	56.5
1-1.99%	17.4	22.0	35.7	20.6	7.6
2-2.99%	13.0	31.5	14.3	26.5	12.4
3-3.99%	17.4	11.8	0.0	8.8	7.1
4-4.99%	8.6	10.2	0.0	11.8	1.7
5% o más	43.5	18.1	21.4	32.4	14.7

Fuente: Duobinis (1981)

(\*) Sólo se utilizan las variables seleccionadas para las que Hall y Licari proporcionan información.

**MODELO DE CROW (1983)**

EPAM	%
0%-2.9%	44.90%
3%-5.9%	38.78%
6%-7.9%	12.24%
8%-9.9%	0.00%
+ 10%	4.08%

**MODELO DE LATHAM (1979)**

EPAM	%
0%-2.99%	30%
3%-4.99%	40%
+ 5%	30%

**MODELO DE CHANG (1979)**

EPAM	%
0%-1.99%	61.54%
2%-2.99%	23.08%
+ 3%	15.38%

**MODELO DE RUBIN Y ERICKSON (1983)**

EPAM	%
0%-4.99%	76%
5%-9.99%	22%
+ 10%	2%

**MODELO DE BAIRD (1983)**

EPAM	%
0%- 4.99%	10%
5%- 9.99%	20%
10%-19.99%	12%
+ 20%	58%