

Ciclos económicos reales en economías abiertas: Desarrollo, ilustración y contraste para la economía española

Vicente Royuela Mora

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

**Ciclos económicos reales en economías abiertas:
desarrollo, ilustración y contraste
para la economía española**

Departamento de Econometría, Estadística y
Economía Española
Doctorado en Economía y Territorio, Análisis
Cuantitativo. Bienio 1994-1996.

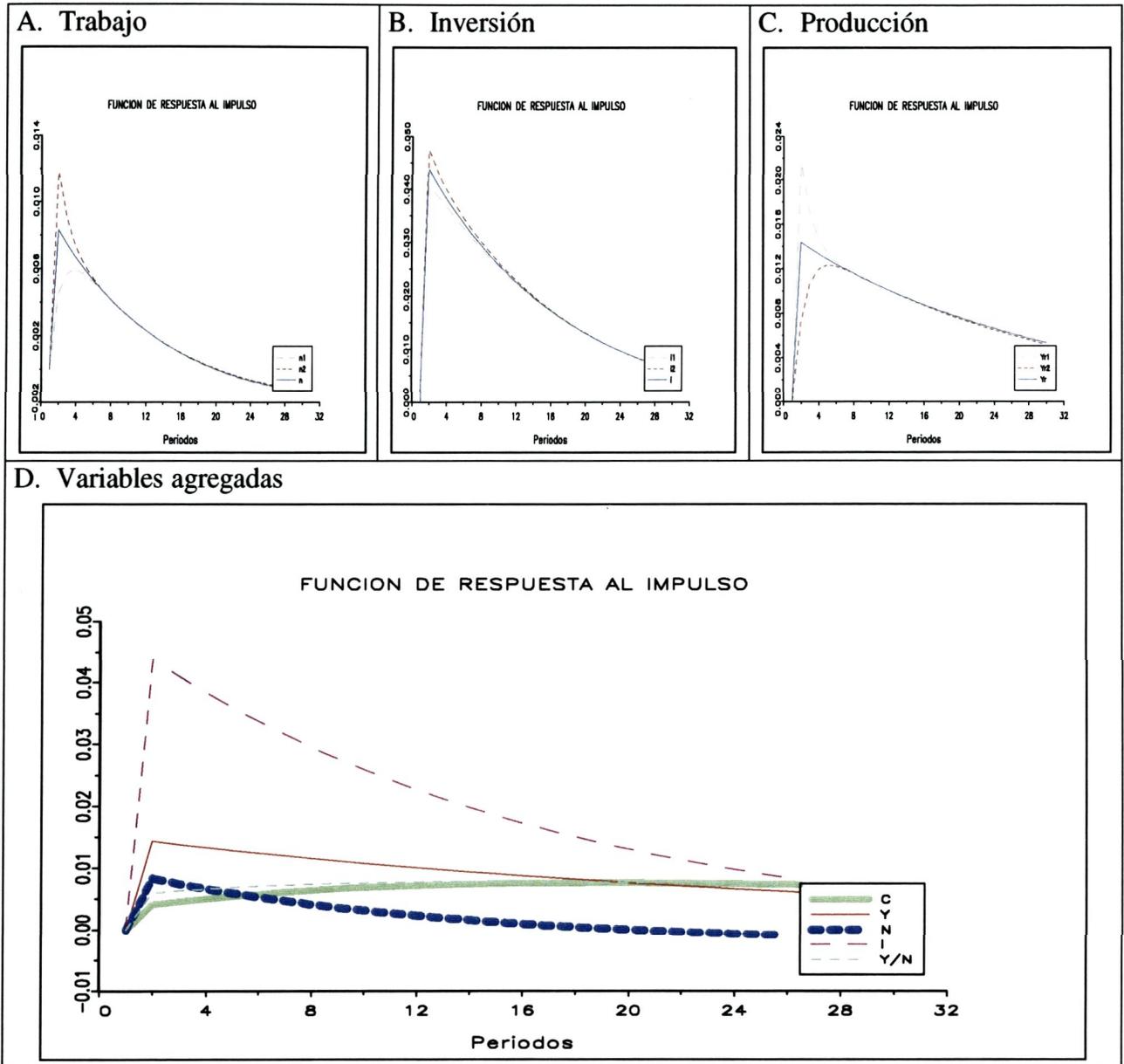
Tesis Dirigida por Dr. Manuel Artís Ortuño

Autor: Vicente Royuela Mora

Mayo, 2000

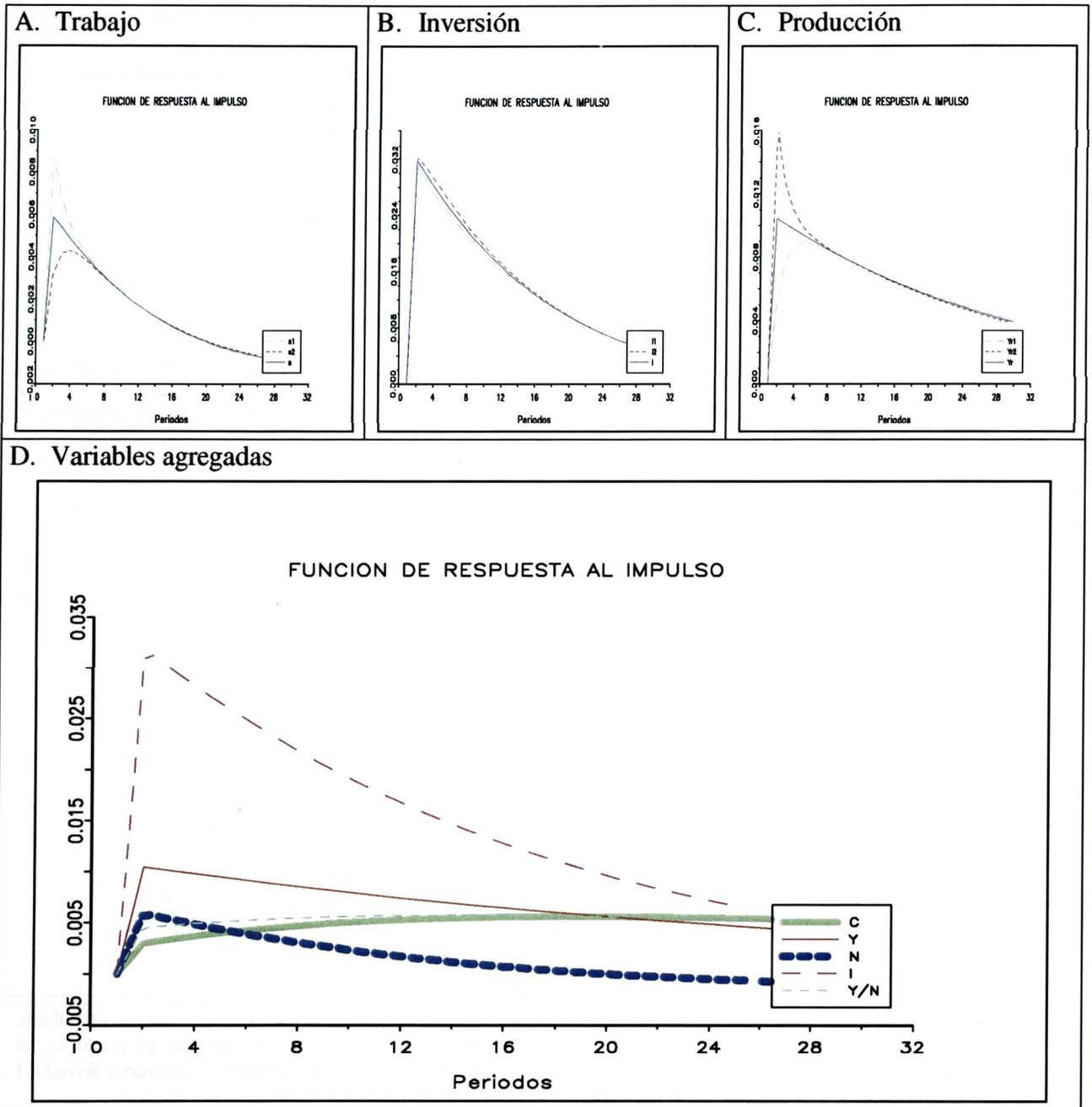
B.U.B Secció d'Econòmiques
Diagonal, 690, 08034 Barcelona
Tel. 102 19 66

Gráfico 3.3.12. Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el Sector Especializado en Capital.



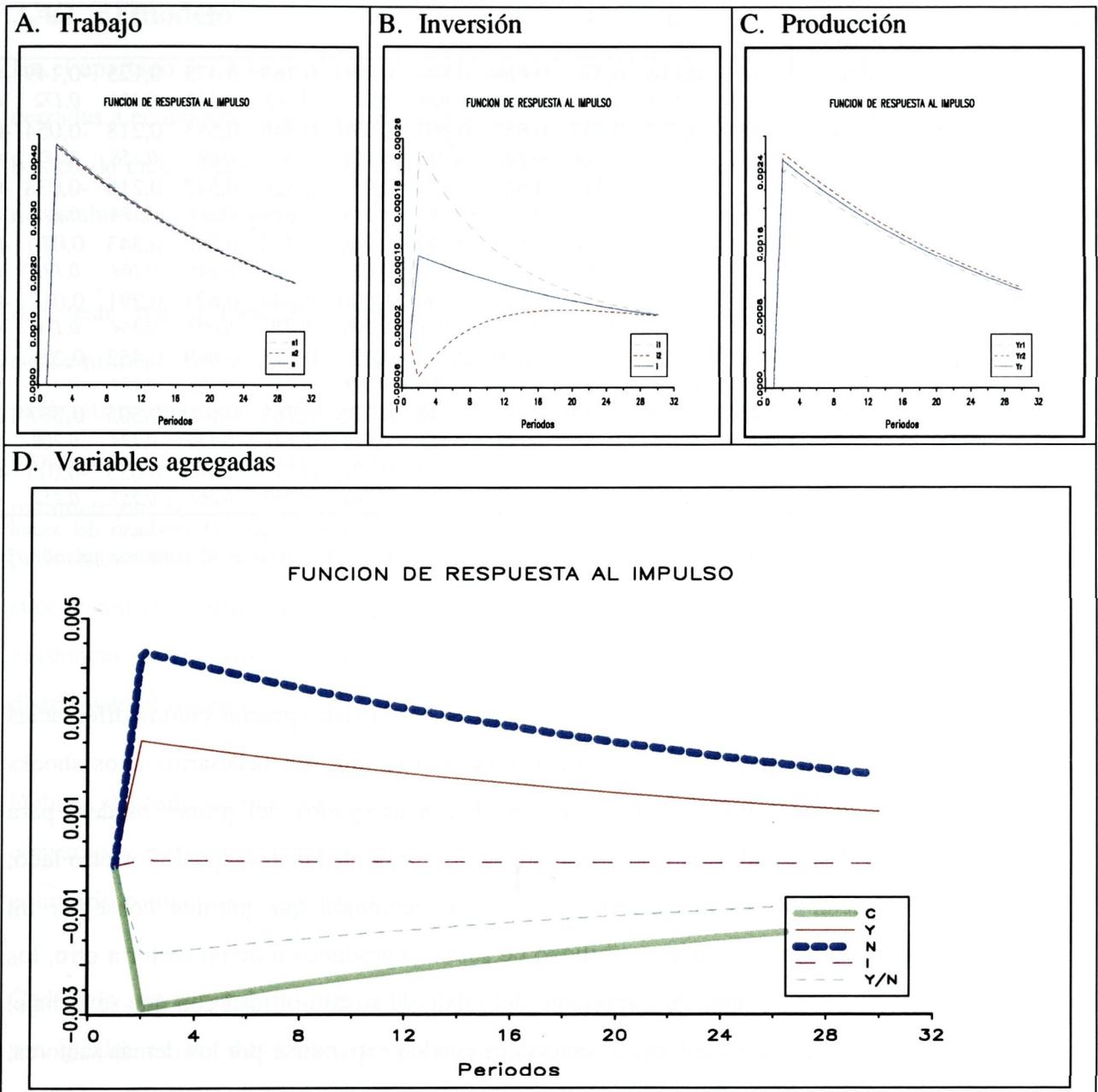
Nota: Las variables son: n1 trabajo del sector especializado en capital, n2 trabajo del sector especializado en trabajo, i1 inversión del sector especializado en capital, i2 inversión del sector especializado en trabajo, y1 producto del sector especializado en capital, y2 producto del sector especializado en trabajo, Y producto, C consumo privado, I inversión, N trabajo, e Y/N productividad del trabajo.

Gráfico 3.3.13. Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el Sector Especializado en Trabajo.



Nota: Las variables son: n1 trabajo del sector especializado en capital, n2 trabajo del sector especializado en trabajo, i1 inversión del sector especializado en capital, i2 inversión del sector especializado en trabajo, y1 producto del sector especializado en capital, y2 producto del sector especializado en trabajo, Y producto, C consumo privado, I inversión, N trabajo, e Y/N productividad del trabajo.

Gráfico 3.3.14. Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Positivo en el Sector Público.



Nota: Las variables son: n1 trabajo del sector especializado en capital, n2 trabajo del sector especializado en trabajo, i1 inversión del sector especializado en capital, i2 inversión del sector especializado en trabajo, y1 producto del sector especializado en capital, y2 producto del sector especializado en trabajo, Y producto, C consumo privado, I inversión, N trabajo, e Y/N productividad del trabajo.

Tabla 3.3.10. Resultados de simular el modelo de un país y dos sectores, con elasticidad baja ($\rho=1,5$) y con *spillovers* ($\rho_{12}=0,25$)

| Variable | Dispersión | Dispersión Relativa | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|-----------------------|---------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| N | 1,28% <i>0,19%</i> | 0,615 | -0,039 <i>0,214</i> | 0,116 <i>0,210</i> | 0,372 <i>0,172</i> | 0,666 <i>0,105</i> | 0,890 <i>0,039</i> | 0,940 <i>0,025</i> | 0,783 <i>0,049</i> | 0,473 <i>0,103</i> | 0,125 <i>0,154</i> | -0,149 <i>0,172</i> | -0,296 <i>0,160</i> |
| I | 6,45% <i>1,17%</i> | 3,086 | -0,090 <i>0,207</i> | 0,070 <i>0,209</i> | 0,337 <i>0,174</i> | 0,652 <i>0,103</i> | 0,901 <i>0,033</i> | 0,979 <i>0,008</i> | 0,846 <i>0,033</i> | 0,555 <i>0,097</i> | 0,218 <i>0,158</i> | -0,054 <i>0,183</i> | -0,209 <i>0,174</i> |
| Y1 | 2,28% <i>0,36%</i> | 1,089 | -0,120 <i>0,196</i> | 0,041 <i>0,204</i> | 0,311 <i>0,175</i> | 0,629 <i>0,109</i> | 0,879 <i>0,043</i> | 0,957 <i>0,019</i> | 0,826 <i>0,054</i> | 0,542 <i>0,117</i> | 0,218 <i>0,174</i> | -0,038 <i>0,197</i> | -0,176 <i>0,190</i> |
| Y2 | 2,10% <i>0,34%</i> | 1,006 | -0,151 <i>0,184</i> | -0,006 <i>0,187</i> | 0,244 <i>0,165</i> | 0,553 <i>0,114</i> | 0,823 <i>0,056</i> | 0,949 <i>0,021</i> | 0,879 <i>0,046</i> | 0,646 <i>0,105</i> | 0,343 <i>0,163</i> | 0,076 <i>0,191</i> | -0,092 <i>0,188</i> |
| Y | 2,09% <i>0,32%</i> | 1,000 | -0,144 <i>0,192</i> | 0,017 <i>0,196</i> | 0,291 <i>0,164</i> | 0,621 <i>0,097</i> | 0,894 <i>0,029</i> | 1,000 <i>0,000</i> | 0,894 <i>0,029</i> | 0,621 <i>0,097</i> | 0,291 <i>0,164</i> | 0,017 <i>0,196</i> | -0,144 <i>0,192</i> |
| Y/N | 2,08% <i>0,32%</i> | 0,996 | -0,255 <i>0,172</i> | -0,118 <i>0,180</i> | 0,131 <i>0,161</i> | 0,446 <i>0,115</i> | 0,734 <i>0,066</i> | 0,894 <i>0,041</i> | 0,875 <i>0,053</i> | 0,699 <i>0,109</i> | 0,452 <i>0,174</i> | 0,226 <i>0,214</i> | 0,075 <i>0,223</i> |
| CP | 0,79% <i>0,15%</i> | 0,376 | -0,297 <i>0,169</i> | -0,190 <i>0,174</i> | 0,014 <i>0,168</i> | 0,284 <i>0,144</i> | 0,548 <i>0,115</i> | 0,725 <i>0,098</i> | 0,762 <i>0,101</i> | 0,670 <i>0,130</i> | 0,505 <i>0,174</i> | 0,337 <i>0,208</i> | 0,212 <i>0,222</i> |
| G | 2,24% <i>0,38%</i> | 1,074 | -0,042 <i>0,261</i> | -0,026 <i>0,258</i> | 0,007 <i>0,252</i> | 0,051 <i>0,243</i> | 0,094 <i>0,240</i> | 0,120 <i>0,248</i> | 0,116 <i>0,259</i> | 0,082 <i>0,261</i> | 0,033 <i>0,257</i> | -0,011 <i>0,252</i> | -0,035 <i>0,247</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: y1 producto del sector especializado en capital, y2 producto del sector especializado en trabajo, Y producto, C consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo y G gasto público

3.3.5. Conclusiones

Así pues, en este segundo modelo con dos sectores, se pueden apreciar ciertas diferencias con el que sólo tenía un sector. La primera diferencia es que son necesarios unos shocks tecnológicos sectoriales más volátiles que los shocks agregados del primer modelo para conseguir una variabilidad de las variables agregadas aproximadamente igual. Por otro lado, cuando se emplean producciones sectoriales, si la tecnología que permite conseguir un producto agregado depende de la posibilidad de sustituir producción de un sector a otro, los resultados dependerán de manera importante del grado de sustituibilidad con que se trabaje. Por último, si las mejoras tecnológicas sectoriales pueden expandirse por los demás sectores, los resultados serán muy diferentes de los que se consigan cuando no existe ese efecto difusión tipo *spillover*. De los cuatro escenarios considerados, parece que el más cercano a los datos sea uno con una baja elasticidad de sustitución y una cierta difusión tecnológica entre sectores, para así conseguir una elevada correlación entre las producciones sectoriales. Por otro lado, algunos aspectos del modelo mejoran con respecto al escenario de un solo sector, como por ejemplo una correlación superior y más cercana a la de los datos entre el consumo agregado y el producto, pese a que otros resultados se mantienen sin corregir, como puede ser el caso de la excesiva correlación entre productividad y producto.

3.4. EXTENSIÓN DEL MODELO BÁSICO A DOS PAÍSES

3.4.1. El modelo

En el apartado 3.1.4 se justificaba la extensión de los modelos de ciclos reales de economías cerradas a economías abiertas como una *relajación de los supuestos* que construían el modelo básico de ciclos reales. De este modo, los individuos podían pertenecer a una economía que no estaba sola en el mundo.

Así, este nuevo modelo, contiene dos países, representados por un gran número de consumidores, los cuales tienen la misma función de utilidad, aunque ésta puede tomar parámetros diferentes. Por otro lado, las empresas están representadas por unas tecnologías de producción que son idénticas para todos los países, tanto en la forma funcional como en la parametrización. Los dos países producen el mismo bien. El capital financiero es perfectamente móvil y el productivo dispone de un alto grado de movilidad, cosa que no sucede con el trabajo, que es un factor específico de cada país. Por otro lado, se contempla la existencia de equilibrio competitivo, lo cual significa que los mercados internacionales distribuyen el riesgo.

Debido al hecho de que sólo existe un sector, el comercio internacional se da para alisar el consumo y para asegurar que el capital se sitúa en el país más productivo. Además, el equilibrio competitivo mundial con mercados completos es Pareto-eficiente.

Cada país está habitado por individuos idénticos que viven infinitos períodos. Las preferencias son iguales en los dos países y siguen las siguientes funciones de utilidad que se asumen aditivamente separables:

$$u(c_t, l_t) = \log c_t + \gamma \log l_t ,$$

$$u(c_t^*, l_t^*) = \log c_t^* + \gamma^* \log l_t^* ,$$

donde c_t es el consumo *per capita* en el período t y l_t es el ocio *per capita* en el período t para el país de referencia. Dichas magnitudes con el superíndice $*$ denotan las cantidades y los parámetros del país extranjero, siendo así para el resto de variables y parámetros. Se asume que los parámetros γ y γ^* toman signo positivo.

El consumo efectivo se define como:

$$c_t = cp_t + \alpha g_t,$$

donde, de nuevo, g_t se refiere al gasto público, cp_t al consumo privado y c_t al consumo final, mientras que el parámetro α toma valores entre 0 y la unidad. Se supone que el gasto público de los dos países se financia mediante impuestos, los cuales reducen la renta familiar, y siguen sendos procesos estocásticos definidos respectivamente por:

$$\log g_t = (1 - \rho_g) \log g + \rho_g \log g_{t-1} + \varepsilon_{g,t},$$

$$\log g_t^* = (1 - \rho_g^*) \log g^* + \rho_g^* \log g_{t-1}^* + \varepsilon_{g,t}^*,$$

donde g es el nivel medio de gasto público *per capita*, $|\rho_g| < 1$, y las innovaciones $\varepsilon_{g,t}$ son independientes en el tiempo, y tienen media 0 y varianza σ_g^2 . Además se supone que ρ_g no tiene porqué ser igual a ρ_g^* y que $E[\varepsilon_{g,t}, \varepsilon_{g,t}^*] = 0$, aunque este último supuesto podría relajarse.

Como se ha comentado anteriormente, ambos países disponen de idénticas funciones tecnológicas de producción, las cuales asumen rendimientos constantes a escala. Ambas funciones están afectadas por unos *shocks* exógenos a la productividad, a_t , que, en parte, son específicos de cada país. Las tecnologías descritas utilizan capital, k_t , y trabajo, n_t . La variable y_t se refiere a la producción *per capita*. El capital no tiene porqué ser propiedad de los residentes, mientras que el trabajo se supone inmóvil. Las funciones de producción toman la forma de una Cobb-Douglas con tecnología y además la inversión está sujeta a costes de ajuste:

$$y_t = a_t k_t^\theta n_t^{1-\theta} - \left(\frac{\phi}{2}\right) (k_{t+1} - k_t)^2,$$

$$y_t = a_t k_t^\theta n_t^{1-\theta} - \left(\frac{\phi}{2}\right) (k_{t+1} - k_t)^2,$$

donde $0 < \theta < 1$, y donde $\phi > 0$. Ambos parámetros se han supuesto idénticos para los dos países, lo cual significa que las funciones de producción son las mismas en todos los países. Los *shocks* de productividad siguen un proceso multivariante estocástico estacionario exógeno dado por:

$$\begin{pmatrix} \log a_t \\ \log a_t^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_a & \rho_b \\ \rho_b^* & \rho_a^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log a_{t-1} \\ \log a_{t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1 - \rho_a) & -\rho_b \\ -\rho_b^* & (1 - \rho_a^*) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log a \\ \log a^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{a,t} \\ \varepsilon_{a,t}^* \end{pmatrix}, \quad (3.4.1)$$

donde la matriz de parámetros de la parte autorregresiva tiene valores propios menores que la unidad para asegurar la estabilidad. Así, no es necesario que $|\rho_a| < 1$ y $|\rho_a^*| < 1$. $\varepsilon_{a,t}, \varepsilon_{a,t}^*$ son las

innovaciones que se producen en el proceso tecnológico y están caracterizadas por unas medias igual a 0, varianzas σ_a^2 y $\sigma_{a^*}^2$ y correlación σ_{a,a^*} .

Por último, el capital se acumula en el tiempo siguiendo los siguientes procesos:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t,$$

$$k_{t+1}^* = (1 - \delta^*)k_t^* + i_t^*,$$

en los cuales las tasas de depreciación δ y δ^* no tienen porqué ser idénticas.

La dotación individual de tiempo se normaliza a la unidad en ambos países, de modo que las restricciones de trabajo están dadas por:

$$n_t + l_t \leq 1,$$

$$n_t^* + l_t^* \leq 1.$$

Como se ha comentado anteriormente, los dos países financian el gasto público con impuestos, de modo que $g_t = t_t$ y $g_t^* = t_t^*$. Debido al escenario que se ha descrito, en el cual sólo se produce un único bien, el total de las importaciones de un país debería ser igual al total de las importaciones del otro. Para definir esta idea se toma π como la fracción de la población mundial que vive en el país doméstico; $(1 - \pi)$ será la que vive en el país extranjero; x_t serán las exportaciones *per capita*; m_t serán las importaciones *per capita*; y nx_t serán las exportaciones netas *per capita*. Como consecuencia, se mantendrán las siguientes relaciones entre los dos países:

$$m_t^* = \frac{\pi}{1 - \pi} x_t,$$

$$x_t^* = \frac{\pi}{1 - \pi} m_t,$$

$$nx_t^* = -\frac{\pi}{1 - \pi} nx_t. \quad (3.4.2)$$

Siguiendo las ecuaciones mostradas hasta ahora, el producto *per capita* de un país será función, entre otros, de la proporción de capital sobre el producto, de modo que, a igualdad de los demás elementos, el país con mayor proporción capital producto será el que tenga mayor producto *per capita*.

Por último, las restricciones de recursos en cada país vendrán dadas por:

$$\pi(y_t - cp_t - i_t - g_t - nx_t) = 0,$$

$$(1 - \pi) \left(y_t^* - cp_t^* - i_t^* - g_t^* + \frac{\pi}{1 - \pi} nx_t \right) = 0.$$

Se puede apreciar cómo las variables de los dos países están relacionadas mediante dos mecanismos: por un lado mediante la difusión del proceso tecnológico (3.4.1) y por otro lado mediante el comercio exterior de los dos países (3.4.2).

3.4.2. Resolución del modelo

Debido a que se acepta que existe equilibrio competitivo y que éste es Pareto-eficiente, el equilibrio puede alcanzar una solución a un problema de planificación social. Dicho problema buscará el máximo de la suma ponderada de utilidades nacionales, sujeto a las restricciones descritas más arriba, y está representado por la siguiente ecuación de Bellman:

$$V(k_t, k_t^*, a_t, a_t^*, g_t, g_t^*) = \max_{n_t, i_t, nx_t, n_t^*, i_t^*} \left\{ \begin{aligned} & \pi \log \left[a_t k_t^\theta n_t^{1-\theta} - \frac{\phi}{2} (i_t - \delta \cdot k_t)^2 - i_t - nx_t + (\alpha - 1)g_t \right] + \pi \gamma \log(1 - n_t) + \\ & + (1 - \pi) \log \left[a_t^* k_t^{*\theta} n_t^{*1-\theta} - \frac{\phi}{2} (i_t^* - \delta^* \cdot k_t^*)^2 - i_t^* + \left(\frac{\pi}{1 - \pi} \right) nx_t + (\alpha - 1)g_t^* \right] + \\ & + (1 - \pi) \gamma^* \log(1 - n_t^*) + \beta \cdot E_t V(k_{t+1}, k_{t+1}^*, a_{t+1}, a_{t+1}^*, g_{t+1}, g_{t+1}^*) \end{aligned} \right\},$$

sujeto a las reglas de movimiento del capital.

Tomando $w_t = \beta \frac{\partial V(k_{t+1}, k_{t+1}^*, a_{t+1}, a_{t+1}^*, g_{t+1}, g_{t+1}^*)}{\partial k_{t+1}}$, las condiciones de primer orden que

satisfacen el problema de maximización son las siguientes:

$$\frac{\partial V}{\partial n_t} = \frac{(1 - \theta)a_t k_t^\theta n_t^{-\theta}}{c_t} - \frac{\gamma}{1 - n_t} = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial i_t} = \frac{-\pi[\phi(i_t - \delta k_t) + 1]}{c_t} + w_t = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial nx_t} = \pi \frac{-1}{c_t} + (1 - \pi) \frac{\left(\frac{\pi}{1 - \pi} \right) b}{c_t^*} = 0;$$

$$w_t = \frac{\beta \pi [\theta a_{t+1} k_{t+1}^{\theta-1} n_{t+1}^{1-\theta} + \delta \phi (i_{t+1} - \delta k_{t+1})]}{c_{t+1}} + \beta (1 - \delta) w_{t+1};$$

siendo la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_0 \left(\beta^{t+1} \frac{\partial V^i}{\partial k_{t+1}} k_{t+1} \right) = 0.$$

Ecuaciones análogas se establecen para el país extranjero.

Para terminar de caracterizar el estado estacionario del modelo, se iguala entre países el porcentaje de tiempo dedicado al trabajo y el nivel tecnológico medio. Utilizando las funciones de producción y las leyes de movimiento del capital, junto con las condiciones de primer orden, se llega a las cantidades de equilibrio *per capita*:

$$i = \delta k;$$

$$k = \left[\frac{\beta \theta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right] y;$$

$$cp = \left[\frac{(1 - \theta)(1 - n)}{\gamma n} - \alpha \frac{g}{y} \right] y;$$

$$y = a^{1/(1-\theta)} \left(\frac{k}{y} \right)^{\theta/(1-\theta)} n;$$

$$nx = 0;$$

con sus análogas para el otro país. La aproximación loglineal de las condiciones de primer orden y de las reglas de movimiento del capital se encuentra en el anexo. El modelo se resuelve igual que los anteriores.

3.4.3. Parametrización y resultados

La parametrización propuesta para este modelo es básicamente la misma que en el modelo básico, con las particularidades obvias derivadas de la inclusión de un segundo país. Así, se supone que los dos países tienen el mismo tamaño y que los sectores de ambos países disponen de la misma estructura productiva.

Al igual que en el segundo modelo, de nuevo se han escogido dos parametrizaciones alternativas. La primera supone que las mejoras productivas que se dan en un país no se trasladan al otro a través del proceso tecnológico, de manera que el parámetro ρ_b es cero. Esto supone que el país que experimenta una mejora transitoria de su tecnología de producción, la mantendrá a lo largo del tiempo sin que ésta pueda ser aprovechada por el otro país. La segunda parametrización propuesta, en cambio, asume que la mejora tecnológica puede

B.O.D. Sección de Economía
Diagonal, 690. 08034
Tel. 102 19 66

trasladarse al otro país. En este caso, la difusión de la tecnología mediante efectos *spillover* es positiva.

Tabla 3.4.1. Valores de la calibración del modelo

| Parámetros del Proceso Tecnológico | | | Tasa de descuento intertemporal | Gasto Público | | Proceso Tecnológico | Escenario 1 Ausencia de <i>Spillovers</i> | | Escenario 2 Existencia de <i>Spillovers</i> | |
|------------------------------------|------------|----------|---------------------------------|---------------|--------------|---------------------|--|------------|--|------------|
| θ | δ | ϕ | β | ρ_g | σ_g | σ_a | ρ_a | ρ_b | ρ_a | ρ_b |
| 0,42 | 0,025 | 0,05 | 0,988 | 0,97 | 0,02 | 0,009 | 0,95 | 0 | 0,70 | 0,25 |
| θ^* | δ^* | ϕ^* | | ρ_g^* | σ_g^* | σ_a^* | | ρ_a^* | | ρ_b^* |
| 0,42 | 0,025 | 0,05 | | 0,97 | 0,02 | 0,009 | | 0,95 | | 0,70 |

Tal y como se hizo en el modelo con dos sectores, los parámetros escogidos en matriz difusora de tecnología, se fijan unos valores de los parámetros ρ_b y ρ_b^* iguales a 0,25, junto con unos valores de la diagonal principal que permitan una persistencia similar. Además se asume que los shocks tecnológicos están incorrelacionados. El valor que se ha dado a ρ_b y ρ_b^* es considerablemente más elevado que los valores que se suelen emplear como verosímiles. Sin embargo, para apreciar las características del modelo en dos situaciones distintas, se ha creído oportuno acentuar las diferencias para una mejor apreciación de los rasgos característicos del modelo. Hay que remarcar que se comienza el análisis del modelo considerando un valor de $\alpha=0$. Así, el efecto directo del gasto público en la función de utilidad será nulo. La tabla 3.4.1 resume la calibración del modelo.

Tabla 3.4.2 Comportamiento cíclico de varias economías.

| A. País | Desviación Estándar | | Dispersión relativa | | | | | Autocorr. del producto |
|----------------|---------------------|---------------|---------------------|-----------|---------------|---------|------------------|------------------------|
| | producto | export. netas | consumo privado | inversión | gasto público | Trabajo | residuo de Solow | |
| Alemania | 1,51 | 0,79 | 0,90 | 2,93 | 0,81 | 0,61 | 0,83 | 0,65 |
| Australia | 1,45 | 1,23 | 0,66 | 2,78 | 1,28 | 0,34 | 1,00 | 0,60 |
| Austria | 1,28 | 1,15 | 1,14 | 2,92 | 0,36 | 1,23 | 0,84 | 0,57 |
| Canadá | 1,50 | 0,78 | 0,85 | 2,80 | 0,77 | 0,86 | 0,74 | 0,79 |
| Estados Unidos | 1,92 | 0,52 | 0,75 | 3,27 | 0,75 | 0,61 | 0,68 | 0,86 |
| Francia | 0,90 | 0,82 | 0,99 | 2,96 | 0,71 | 0,55 | 0,76 | 0,78 |
| Italia | 1,69 | 1,33 | 0,78 | 1,95 | 0,42 | 0,44 | 0,92 | 0,85 |
| Japón | 1,35 | 0,93 | 1,09 | 2,41 | 0,79 | 0,36 | 0,88 | 0,80 |
| Reino Unido | 1,61 | 1,19 | 1,15 | 2,29 | 0,69 | 0,68 | 0,88 | 0,63 |
| Suiza | 1,92 | 1,32 | 0,74 | 2,30 | 0,53 | 0,71 | 0,67 | 0,90 |
| Europa | 1,01 | 0,50 | 0,83 | 2,09 | 0,47 | 0,85 | 0,98 | 0,75 |

| B. | Correlación con el propio producto | | | | | |
|----------------|------------------------------------|-----------|---------------|---------------|---------|------------------|
| País | consumo | inversión | gasto público | export. netas | trabajo | Residuo de Solow |
| Alemania | 0,66 | 0,84 | 0,26 | -0,11 | 0,59 | 0,93 |
| Australia | 0,46 | 0,67 | 0,15 | -0,01 | 0,12 | 0,98 |
| Austria | 0,65 | 0,75 | -0,24 | -0,46 | 0,58 | 0,65 |
| Canadá | 0,83 | 0,52 | -0,23 | -0,26 | 0,69 | 0,84 |
| Estados Unidos | 0,82 | 0,94 | 0,12 | -0,37 | 0,88 | 0,96 |
| Francia | 0,61 | 0,79 | 0,25 | -0,30 | 0,77 | 0,96 |
| Italia | 0,82 | 0,86 | 0,01 | -0,68 | 0,42 | 0,96 |
| Japón | 0,80 | 0,90 | -0,02 | -0,22 | 0,60 | 0,98 |
| Reino Unido | 0,74 | 0,59 | 0,05 | -0,19 | 0,47 | 0,90 |
| Suiza | 0,81 | 0,82 | 0,27 | -0,68 | 0,84 | 0,93 |
| Europa | 0,81 | 0,89 | 0,10 | -0,25 | 0,32 | 0,85 |

| C. | Correlación de la variable de cada país con la de los EE.UU. | | | | | |
|-------------|--|-----------------|-----------|---------------|---------|------------------|
| País | Producto | consumo privado | inversión | gasto público | trabajo | Residuo de Solow |
| Alemania | 0,69 | 0,49 | 0,55 | 0,28 | 0,52 | 0,65 |
| Australia | 0,51 | -0,19 | 0,16 | 0,23 | 0,18 | 0,52 |
| Austria | 0,38 | 0,23 | 0,46 | 0,29 | 0,47 | 0,17 |
| Canadá | 0,76 | 0,49 | -0,01 | -0,01 | 0,53 | 0,75 |
| Francia | 0,41 | 0,39 | 0,22 | -0,20 | 0,26 | 0,39 |
| Italia | 0,41 | 0,02 | 0,31 | 0,09 | -0,01 | 0,35 |
| Japón | 0,60 | 0,44 | 0,56 | 0,11 | 0,32 | 0,58 |
| Suiza | 0,42 | 0,40 | 0,38 | 0,01 | 0,36 | 0,43 |
| Reino Unido | 0,55 | 0,42 | 0,40 | -0,04 | 0,69 | 0,35 |
| Europa | 0,66 | 0,51 | 0,53 | 0,18 | 0,33 | 0,56 |

Fuente: Backus, Kehoe y Kydland (1995)

En la tabla 3.4.2 se muestran las características cíclicas comunes entre diferentes países que aparecen en Backus, Kehoe y Kydland (1995) y que se toman como marco de referencia para los resultados del presente modelo.

Así pues, a partir de las dos parametrizaciones propuestas, los dos escenarios alternativos dan los resultados que se exponen en los siguientes espígrafes.

3.4.3.1. Primer escenario

En este caso el modelo presenta ausencia de difusión tecnológica entre países ($\rho_b=0$). Las matrices que dirigen el movimiento del modelo se presentan en la tabla 3.4.3.

Tabla 3.4.3. Matrices del modelo: elasticidades respecto las variables de estado (k, k^*, a, a^*, g, g^*)

| $M1, e_i=(k, k^*, a, a^*, g, g^*)$ | | | | | | $\Pi, C_i=(n, i, nx, n^*, i^*)$ | | | | | |
|------------------------------------|---------|----------|----------|---------|---------|---------------------------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| 0,95500 | 0,00854 | 0,16926 | -0,08244 | 0,00003 | 0,00003 | 0,13410 | -0,49277 | 1,01555 | -0,47699 | 0,10826 | 0,10826 |
| 0,00854 | 0,95500 | -0,08244 | 0,16926 | 0,00003 | 0,00003 | -0,80013 | 0,34156 | 6,77045 | -3,29746 | 0,00112 | 0,00112 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,95000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 2,11668 | -2,11668 | -1,87546 | 1,87546 | -0,38266 | 0,38266 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,95000 | 0,00000 | 0,00000 | -0,49277 | 0,13410 | -0,47699 | 1,01555 | 0,10826 | 0,10826 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,97000 | 0,00000 | 0,34156 | -0,80013 | -3,29746 | 6,77045 | 0,00112 | 0,00112 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,97000 | | | | | | |

Nota: donde $\hat{e}_{t+1} = M1\hat{e}_t + M2\varepsilon_{t+1}$ y donde $\hat{C}_t = \Pi \hat{e}_t$.

Puede apreciarse cómo las elasticidades de todas las variables son exactamente iguales entre países, consecuencia de que ambos países son idénticos en términos de parámetros. Además, se puede ver cómo la elasticidad del capital del país *doméstico* ante una mejora de la tecnología del país extranjero es claramente negativa, debido a la importante bajada de la inversión (véase la elasticidad de la inversión con la tecnología del país exterior, a^*). Así, el capital se invierte en el país más productivo. El factor trabajo en el país doméstico también experimenta una disminución en el mismo caso.

El sector exterior, por su parte, es contracíclico, es decir, se importan bienes del otro país. Así, aunque es más económico producir en el país en el que se ha dado la mejora tecnológica, la mejora que se ha experimentado ha aumentado la riqueza de períodos futuros, la cual, descontada por los agentes, se asume como riqueza del presente. Una mayor riqueza presente lleva, en este caso, a que los consumidores deseen realizarla en los primeros períodos y, como no se produce lo suficiente en el país, se acaba recurriendo a importar bienes del exterior. El efecto de alisamiento del consumo se lleva a cabo a través del comercio exterior.

Hay que tener claro que el comportamiento contracíclico del sector exterior no es una pieza fundamental del modelo, ya que éste asume que los consumidores puedan tener diferentes preferencias sobre el consumo futuro o, simplemente, que la tecnología no permitiese aprovechar instantáneamente las ganancias en productividad; por ejemplo, a través de unos elevados costes de ajuste del capital. En ambos casos el sector exterior podría ser procíclico.

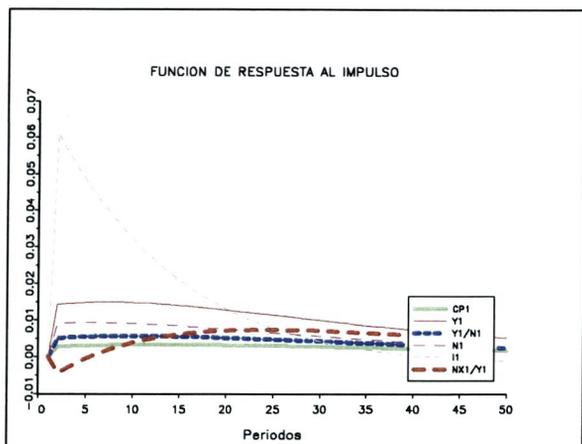
Los movimientos de las variables ante los diferentes shocks que afectan la economía pueden apreciarse en las funciones de respuesta al impulso que aparecen en el gráfico 3.4.1. Como se apuntaba en el análisis de las matrices del sistema, una mejora de la tecnología conlleva un fuerte aumento de la inversión y del producto. Pese a que el trabajo también aumenta, la productividad también lo hace. Este hecho hace que en el otro país deban disminuir inversión y trabajo para igualar la remuneración de los factores entre países. Por último, el consumo se comporta exactamente igual en los dos países. Para que esto sea así el sector exterior cubre la brecha entre lo producido y lo gastado en cada país.

Ante un shock de gasto público positivo en el país de referencia, aumentan la inversión y el trabajo para así producir más y cubrir la falta de producción del país, la cual se complementa con parte de la producción exterior, siendo, por tanto este tipo de shocks de demanda negativos para la balanza exterior. En este caso el aumento del gasto público produce un desplazamiento del consumo privado que realizan los agentes.

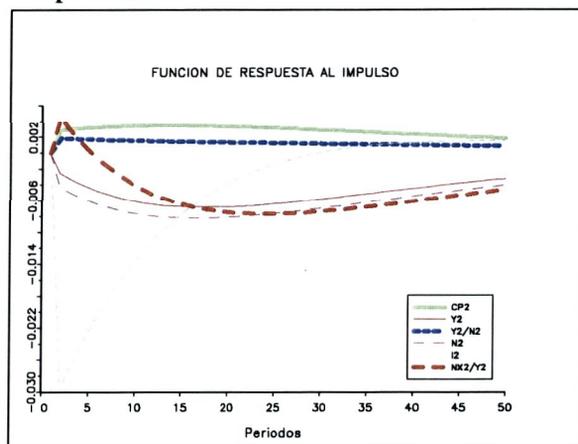
Gráfico 3.4.1. Funciones de Respuesta al Impulso

Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el País Doméstico

A. En el país *doméstico*, donde se produce el shock

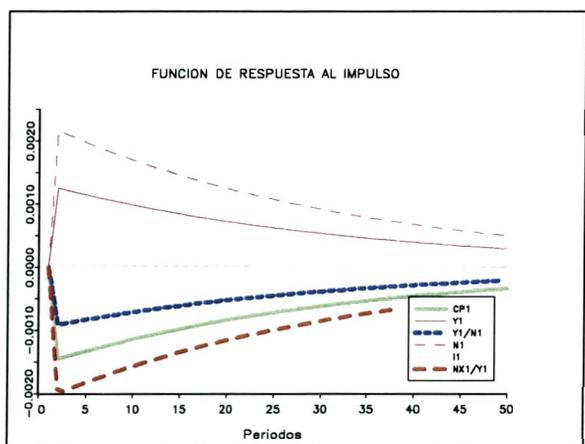


B. En el país extranjero, donde no se produce el shock

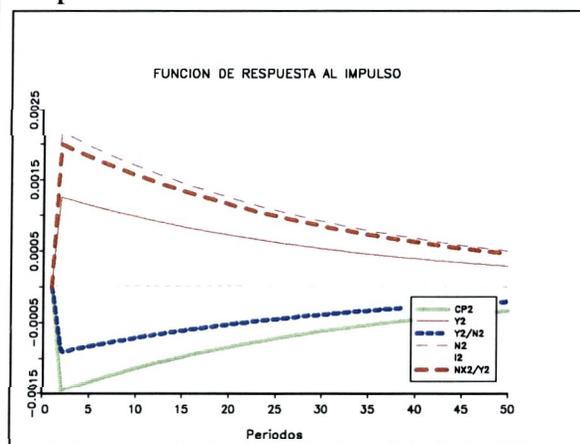


Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock de Gasto Público Positivo en el País Doméstico

C. En el país *doméstico*, donde se produce el shock



D. En el país extranjero, donde no se produce el shock



Nota: Los números 1 y 2 indican que las variables pertenecen a los países doméstico y foráneo, respectivamente. Las variables son: N trabajo, I inversión, Y producto, CP consumo privado, Y/N productividad del trabajo y NX/Y exportaciones netas como porción del producto.

Tabla 3.4.4 Resultados de simular el modelo de dos países y un sector, con ausencia de relaciones spillover entre los procesos tecnológicos de los países ($\rho_b=0$)

| Variable | Dispersión Absoluta | Dispersión Relativa | Función de Correlación Cruzada | | | | | | | | | | |
|----------|---------------------|---------------------|--------------------------------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| N | 1,32% | 0,734 | 0,004 | 0,168 | 0,404 | 0,667 | 0,875 | 0,950 | 0,861 | 0,641 | 0,372 | 0,135 | -0,028 |
| I | 8,55% | 4,751 | 0,17 | 0,16 | 0,14 | 0,09 | 0,04 | 0,02 | 0,04 | 0,08 | 0,13 | 0,16 | 0,17 |
| Y | 2,06% | 1,000 | 0,140 | 0,295 | 0,509 | 0,731 | 0,873 | 0,864 | 0,683 | 0,387 | 0,074 | -0,171 | -0,311 |
| Y/N | 0,68% | 0,376 | 0,18 | 0,16 | 0,12 | 0,07 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,09 | 0,12 | 0,13 | 0,13 |
| CP | 0,57% | 0,318 | -0,01 | 0,154 | 0,405 | 0,686 | 0,913 | 1,000 | 0,913 | 0,686 | 0,405 | 0,154 | -0,018 |
| G | 2,26% | 1,258 | 0,17 | 0,16 | 0,12 | 0,07 | 0,02 | 0,00 | 0,02 | 0,07 | 0,12 | 0,16 | 0,17 |
| NX/Y | 3,81% | 0,318 | -0,175 | -0,003 | 0,108 | 0,239 | 0,352 | 0,409 | 0,392 | 0,310 | 0,199 | 0,096 | 0,024 |
| N* | 1,32% | 0,734 | 0,19 | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 |
| I* | 8,55% | 4,751 | -0,071 | -0,056 | -0,025 | 0,016 | 0,055 | 0,080 | 0,087 | 0,077 | 0,057 | 0,036 | 0,018 |
| Y* | 2,06% | 1,000 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| Y*/N* | 0,68% | 0,376 | 0,073 | 0,074 | 0,078 | 0,073 | 0,044 | -0,020 | -0,115 | -0,221 | -0,313 | -0,371 | -0,395 |
| CP* | 0,57% | 0,318 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,14 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,13 |
| G* | 2,26% | 1,258 | 0,020 | 0,173 | 0,406 | 0,670 | 0,879 | 0,950 | 0,850 | 0,617 | 0,335 | 0,091 | -0,066 |
| NX*/Y* | 3,81% | 0,318 | 0,16 | 0,16 | 0,13 | 0,08 | 0,04 | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,13 | 0,16 | 0,17 |
| | 1,43% | 1,43% | 0,122 | 0,269 | 0,488 | 0,720 | 0,872 | 0,863 | 0,675 | 0,366 | 0,041 | -0,206 | -0,336 |
| | 0,37% | 0,37% | 0,20 | 0,18 | 0,14 | 0,08 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,08 | 0,11 | 0,12 | 0,12 |
| | 3,81% | 0,318 | -0,035 | 0,128 | 0,381 | 0,672 | 0,909 | 1,000 | 0,909 | 0,672 | 0,381 | 0,128 | -0,035 |
| | 1,43% | 1,43% | 0,16 | 0,16 | 0,12 | 0,07 | 0,02 | 0,00 | 0,02 | 0,07 | 0,12 | 0,16 | 0,16 |
| | 0,37% | 0,37% | -0,126 | 0,004 | 0,216 | 0,471 | 0,689 | 0,791 | 0,742 | 0,570 | 0,347 | 0,152 | 0,027 |
| | 3,81% | 0,318 | 0,18 | 0,17 | 0,15 | 0,12 | 0,10 | 0,08 | 0,10 | 0,13 | 0,17 | 0,19 | 0,20 |
| | 1,43% | 1,43% | -0,159 | -0,103 | 0,000 | 0,133 | 0,258 | 0,334 | 0,339 | 0,284 | 0,201 | 0,125 | 0,077 |
| | 0,37% | 0,37% | 0,18 | 0,18 | 0,20 | 0,23 | 0,26 | 0,28 | 0,27 | 0,25 | 0,24 | 0,23 | 0,23 |
| | 3,81% | 0,318 | 0,004 | 0,011 | 0,023 | 0,040 | 0,055 | 0,061 | 0,054 | 0,035 | 0,011 | -0,012 | -0,027 |
| | 1,43% | 1,43% | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |
| | 0,37% | 0,37% | 0,065 | 0,063 | 0,066 | 0,059 | 0,026 | -0,043 | -0,138 | -0,242 | -0,330 | -0,383 | -0,400 |
| | 3,81% | 0,318 | 0,18 | 0,18 | 0,19 | 0,18 | 0,18 | 0,16 | 0,14 | 0,12 | 0,11 | 0,12 | 0,12 |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consum privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto. Las variables con asterisco pertenecen al país extranjero.

Tabla 3.4.5 Correlaciones de las variables básicas de un país con las del otro país

| Variables | N* | I* | Y* | Y*/N* | CP* | G* | NX*/Y* |
|-----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| N | -0,672 <i>0,13</i> | -0,662 <i>0,10</i> | -0,584 <i>0,16</i> | -0,243 <i>0,22</i> | 0,129 <i>0,26</i> | 0,190 <i>0,19</i> | 0,032 <i>0,15</i> |
| I | -0,648 <i>0,11</i> | -0,739 <i>0,09</i> | -0,510 <i>0,16</i> | -0,098 <i>0,22</i> | 0,293 <i>0,23</i> | -0,001 <i>0,20</i> | -0,234 <i>0,15</i> |
| Y | -0,583 <i>0,15</i> | -0,530 <i>0,14</i> | -0,413 <i>0,20</i> | 0,037 <i>0,23</i> | 0,409 <i>0,22</i> | 0,073 <i>0,20</i> | 0,025 <i>0,16</i> |
| Y/N | -0,239 <i>0,22</i> | -0,118 <i>0,21</i> | 0,041 <i>0,24</i> | 0,585 <i>0,15</i> | 0,858 <i>0,07</i> | -0,178 <i>0,19</i> | 0,014 <i>0,17</i> |
| CP | 0,047 <i>0,29</i> | 0,185 <i>0,25</i> | 0,334 <i>0,28</i> | 0,813 <i>0,14</i> | 1,000 <i>0,00</i> | -0,329 <i>0,20</i> | 0,005 <i>0,17</i> |
| G | 0,162 <i>0,21</i> | 0,005 <i>0,21</i> | 0,059 <i>0,21</i> | -0,167 <i>0,20</i> | -0,301 <i>0,19</i> | -0,002 <i>0,23</i> | -0,108 <i>0,16</i> |
| NX/Y | 0,037 <i>0,16</i> | -0,221 <i>0,14</i> | 0,036 <i>0,16</i> | 0,018 <i>0,16</i> | 0,006 <i>0,17</i> | -0,114 <i>0,15</i> | -0,993 <i>0,01</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto. Las variables con asterisco pertenecen al país extranjero.

Tabla 3.4.6 Funciones de correlación cruzadas de algunas variables básicas de cada país con el producto del otro país

| Variables | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| N | 0,008 <i>0,19</i> | -0,093 <i>0,19</i> | -0,235 <i>0,19</i> | -0,393 <i>0,18</i> | -0,523 <i>0,16</i> | -0,583 <i>0,15</i> | -0,523 <i>0,16</i> | -0,393 <i>0,18</i> | -0,235 <i>0,19</i> | -0,093 <i>0,19</i> | 0,008 <i>0,19</i> |
| I | -0,137 <i>0,19</i> | -0,236 <i>0,19</i> | -0,365 <i>0,17</i> | -0,490 <i>0,15</i> | -0,559 <i>0,14</i> | -0,530 <i>0,14</i> | -0,559 <i>0,14</i> | -0,490 <i>0,15</i> | -0,365 <i>0,17</i> | -0,236 <i>0,19</i> | -0,137 <i>0,19</i> |
| Y | -0,018 <i>0,19</i> | -0,089 <i>0,20</i> | -0,186 <i>0,21</i> | -0,291 <i>0,21</i> | -0,375 <i>0,21</i> | -0,413 <i>0,20</i> | -0,375 <i>0,21</i> | -0,291 <i>0,21</i> | -0,186 <i>0,21</i> | -0,089 <i>0,20</i> | -0,018 <i>0,19</i> |
| Y/N | -0,066 <i>0,19</i> | -0,058 <i>0,21</i> | -0,039 <i>0,23</i> | -0,010 <i>0,24</i> | 0,018 <i>0,24</i> | 0,037 <i>0,23</i> | 0,018 <i>0,24</i> | -0,010 <i>0,24</i> | -0,039 <i>0,23</i> | -0,058 <i>0,21</i> | -0,066 <i>0,19</i> |
| CP | -0,075 <i>0,19</i> | -0,003 <i>0,20</i> | 0,108 <i>0,21</i> | 0,239 <i>0,22</i> | 0,352 <i>0,22</i> | 0,409 <i>0,22</i> | 0,352 <i>0,22</i> | 0,239 <i>0,22</i> | 0,108 <i>0,21</i> | -0,003 <i>0,20</i> | -0,075 <i>0,19</i> |
| G | 0,033 <i>0,22</i> | 0,042 <i>0,22</i> | 0,054 <i>0,22</i> | 0,066 <i>0,21</i> | 0,075 <i>0,20</i> | 0,073 <i>0,20</i> | 0,075 <i>0,20</i> | 0,066 <i>0,21</i> | 0,054 <i>0,22</i> | 0,042 <i>0,22</i> | 0,033 <i>0,22</i> |
| NX/Y | -0,073 <i>0,17</i> | -0,072 <i>0,17</i> | -0,075 <i>0,17</i> | -0,069 <i>0,17</i> | -0,039 <i>0,17</i> | 0,025 <i>0,16</i> | -0,039 <i>0,17</i> | -0,069 <i>0,17</i> | -0,075 <i>0,17</i> | -0,072 <i>0,17</i> | -0,073 <i>0,17</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto.

Se ha realizado el mismo ejercicio de simulación que con los anteriores modelos, para comprobar los rasgos cíclicos del modelo en términos de desviaciones y correlaciones entre las variables. En las tablas 3.4.4 a 3.4.6 se muestran los resultados del experimento. Hay que empezar diciendo que el producto reproduce bastante bien la dispersión del ciclo, tal y como se aprecia en la primera columna de datos de la tabla 3.4.4. La persistencia del mismo es igual a 0,91, tal y como queda reflejado en la función de correlación cruzada. La inversión es mucho más volátil que el producto y el consumo lo es menos (mucho menos). Las

exportaciones netas como participación del producto son más volátiles que el ciclo del producto y menos que la inversión. Las funciones de correlación cruzada de las variables con el producto de su propio país mantienen los signos que se adivinaban en el análisis de las elasticidades de las variables hecho anteriormente. Así, el sector exterior es contracíclico y retarda el producto. Choca la escasa correlación del consumo con su producto, mientras que las demás variables presentan resultados habituales y cercanos a los de los datos.

En la tabla 3.4.5 se muestran las correlaciones contemporáneas de un conjunto de variables con las magnitudes del país contrario. La característica fundamental del modelo es la inclusión del sector exterior. Como no hay terceros países, las importaciones de uno deben ser las exportaciones del otro, de manera que la correlación de las exportaciones netas de un país con las exportaciones netas del otro será igual a -1 . En la tabla aparece la participación del comercio exterior de los dos países, con una correlación muy cercana a la unidad. El otro factor característico del modelo es que su resolución siempre debe cumplir que el consumo de un país debe ser igual al consumo del otro país. Esto se apreciaba en la tercera condición de primer orden, que es la que surgía de maximizar la función de bienestar respecto de las exportaciones netas. Por lo tanto, el consumo de los agentes de un país será exactamente igual al consumo de los agentes del otro país. De ahí la correlación igual a la unidad que aparece en la tabla 3.4.5. Este aspecto merecerá un punto de atención en el análisis del modelo que se abordará más adelante.

El producto de cada país está negativamente correlacionado con el producto del otro país. Lo mismo sucede con las inversiones de los dos países, al igual que el factor trabajo. Esto no es, ni mucho menos, lo que muestran los datos: una correlación positiva y, en general, elevada. Es interesante apreciar cómo la productividad del trabajo está más correlacionada con el consumo privado que con el producto.

Por último, en la tabla 3.4.6 se muestran las funciones de correlación cruzadas de las variables de un país con el producto del otro. No se aprecian retardos o adelantos significativos entre las variables consideradas, confirmándose los resultados de las correlaciones contemporáneas.

3.4.3.2. Segundo escenario

En este caso el modelo sí que presenta difusión tecnológica entre países ($\rho_b=0,25$). Las matrices que dirigen el movimiento del modelo se presentan en la tabla 3.4.7 y las funciones de respuesta al impulso de las principales variables están mostradas en el gráfico 3.4.2.

Tabla 3.4.7. Matrices del modelo: elasticidades respecto las variables de estado (k, k^*, a, a^*, g, g^*)

| $M1, e_t=(k, k^*, a, a^*, g, g^*)$ | | | | | | $\Pi, C_t=(n, i, nx, n^*, i^*)$ | | | | | |
|------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------------------------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| 0,95500 | 0,00854 | 0,07202 | 0,04492 | 0,00003 | 0,00003 | 0,13410 | -0,49277 | 1,19928 | -0,29326 | 0,10826 | 0,10826 |
| 0,00854 | 0,95500 | 0,04492 | 0,07202 | 0,00003 | 0,00003 | -0,80013 | 0,34156 | 2,88083 | 1,79668 | 0,00112 | 0,00112 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,70000 | 0,25000 | 0,00000 | 0,00000 | 2,11668 | -2,11668 | 2,98323 | -2,98323 | -0,38266 | 0,38266 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,25000 | 0,70000 | 0,00000 | 0,00000 | -0,49277 | 0,13410 | -0,29326 | 1,19928 | 0,10826 | 0,10826 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,97000 | 0,00000 | 0,34156 | -0,80013 | 1,79668 | 2,88083 | 0,00112 | 0,00112 |
| 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,97000 | | | | | | |

Nota: donde $\hat{e}_{t+1} = M1\hat{e}_t + M2\varepsilon_{t+1}$ y donde $\hat{C}_t = \Pi \hat{e}_t$.

La principal diferencia con respecto el modelo anterior estriba en los efectos inmediatos que produce un shock tecnológico en el país foráneo. Así, si antes se producía una bajada de la inversión en el otro país, fruto de la fuga de capitales al país con mayor productividad, en este caso, al igualarse relativamente rápido el nivel tecnológico, el efecto positivo de la mejora hace que la inversión y el capital productivo aumenten de manera instantánea en ambos países. El factor trabajo, por su parte, mejora en el país origen del shock mientras empeora en el opuesto en el primer período, para después empezar a mejorar, a medida que la difusión tecnológica va extendiéndose. El sector exterior del país donde se produce el shock aumenta su saldo positivo, exportando bienes que adquiere el otro país para aumentar su consumo privado. En este caso, el movimiento de la producción tiene el mismo signo, debido a que la mejora tecnológica transitoria puede ser aprovechada por ambos países.

Cuando el shock es de demanda el resultado prácticamente no difiere del escenario anterior: el aumento de la producción se hace fundamentalmente a partir del incremento del factor trabajo, mientras se sustituye consumo privado por gasto público y se recurre a importaciones.

Las simulaciones del modelo permiten comprobar, en la tabla 3.4.8, cómo se ha reducido de manera generalizada la dispersión, tanto del producto como de sus componentes: baja la dispersión relativa de la inversión y del consumo y también disminuye la dispersión de las exportaciones netas como porcentaje del producto. La persistencia del producto también disminuye (0,87) en este caso. Es interesante comprobar cómo el consumo privado presenta un ligero retardo respecto al producto.

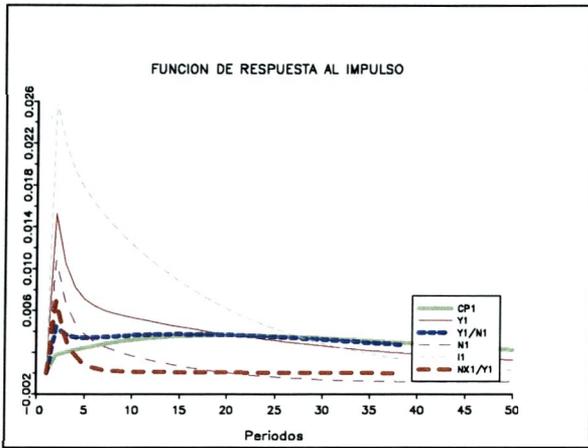
En lo que respecta a las correlaciones entre las variables de los dos países que se muestran en la tabla 3.4.9, sobre todo hay que fijarse en el cambio del signo de la relación entre el producto de los dos países, así como el signo de la inversión. Asimismo, aumenta también el valor de la correlación entre las productividades de ambos países. Así pues, un escenario internacional con difusión de la tecnología tipo *spillover* está más cercano a la realidad que no el escenario opuesto.

La tabla 3.4.10, que presenta las funciones de correlación cruzadas entre las variables de un país y el producto del otro, confirman los resultados anteriores y no permiten apreciar ningún retardo o adelanto significativo de las variables.

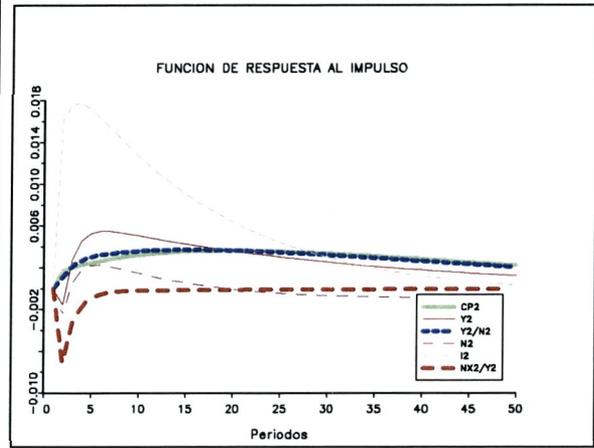
Gráfico 3.4.2. Funciones de Respuesta al Impulso

Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el País Doméstico

A. En el país *doméstico*, donde se produce el shock

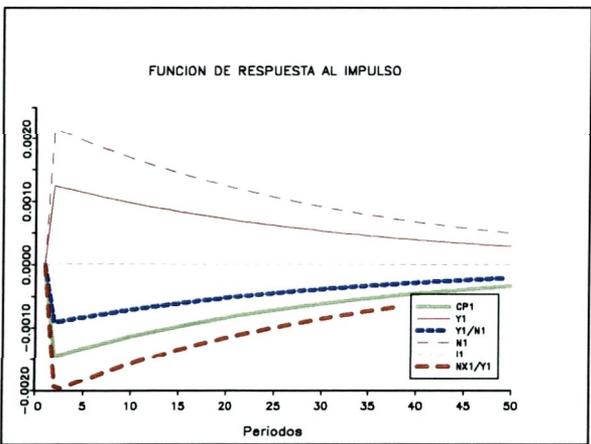


B. En el país extranjero, donde **no** se produce el shock

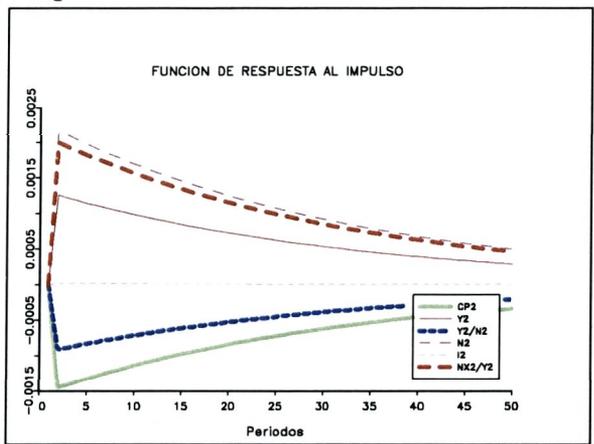


Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock de Gasto Público Positivo en el País Doméstico

C. En el país *doméstico*, donde se produce el shock



D. En el país extranjero, donde **no** se produce el shock



Nota: Los números 1 y 2 indican que las variables pertenecen a los países doméstico y foráneo, respectivamente. Las variables son: N trabajo, I inversión, Y producto, CP consumo privado, Y/N productividad del trabajo y NX/Y exportaciones netas como porción del producto.

Tabla 3.4.8. Resultados de simular el modelo de dos países y un sector, con ausencia de relaciones spillover entre los procesos tecnológicos de los países ($\rho_0=0,25$)

| Variable | Dispersión Absoluta | Dispersión Relativa | Función de Correlación Cruzada | | | | | | | | | | |
|----------|---------------------|---------------------|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|
| | | | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| N | 1,04% | 0,579 | -0,186 | -0,073 | 0,195 | 0,552 | 0,854 | 0,951 | 0,786 | 0,430 | 0,040 | -0,238 | -0,344 |
| I | 0,14% | 1,952 | 0,17 | 0,19 | 0,17 | 0,11 | 0,04 | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,14 | 0,15 | 0,13 |
| Y | 3,51% | 0,804 | -0,111 | 0,016 | 0,250 | 0,537 | 0,769 | 0,846 | 0,727 | 0,464 | 0,164 | -0,069 | -0,189 |
| Y/N | 0,66% | 0,308 | 0,18 | 0,20 | 0,18 | 0,13 | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,13 | 0,17 | 0,18 | 0,17 |
| CP | 1,45% | 0,249 | -0,247 | -0,126 | 0,156 | 0,536 | 0,868 | 1,000 | 0,868 | 0,536 | 0,156 | -0,126 | -0,247 |
| G | 0,22% | 1,298 | 0,15 | 0,18 | 0,16 | 0,10 | 0,03 | 0,00 | 0,03 | 0,10 | 0,16 | 0,18 | 0,15 |
| NX/Y | 0,55% | 0,579 | -0,293 | -0,191 | 0,041 | 0,358 | 0,654 | 0,5 | 0,780 | 0,584 | 0,326 | 0,112 | -0,003 |
| N* | 0,09% | 0,249 | 0,15 | 0,17 | 0,16 | 0,12 | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,13 | 0,19 | 0,22 | 0,20 |
| I* | 0,45% | 1,298 | -0,255 | -0,195 | -0,066 | 0,117 | 0,308 | 0,450 | 0,505 | 0,472 | 0,382 | 0,280 | 0,198 |
| Y* | 0,08% | 0,579 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,15 | 0,13 | 0,13 | 0,14 | 0,17 | 0,20 | 0,21 | 0,20 |
| Y*/N* | 2,34% | 1,298 | 0,013 | 0,027 | 0,045 | 0,065 | 0,078 | 0,077 | 0,058 | 0,030 | 0,004 | -0,012 | -0,015 |
| CP* | 0,39% | 0,579 | 0,23 | 0,20 | 0,19 | 0,18 | 0,19 | 0,19 | 0,20 | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,21 |
| G* | 1,37% | 1,298 | 0,125 | 0,108 | 0,007 | -0,161 | -0,318 | -0,385 | -0,321 | -0,163 | 0,010 | 0,122 | 0,144 |
| NX*/Y* | 0,20% | 0,579 | 0,14 | 0,15 | 0,15 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,15 | 0,13 |
| | 1,04% | 0,579 | -0,189 | -0,076 | 0,191 | 0,549 | 0,851 | 0,951 | 0,790 | 0,439 | 0,054 | -0,221 | -0,328 |
| | 0,14% | 1,952 | 0,15 | 0,17 | 0,15 | 0,10 | 0,04 | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,14 | 0,14 | 0,12 |
| | 3,51% | 0,804 | -0,079 | 0,047 | 0,271 | 0,544 | 0,766 | 0,9 | 0,723 | 0,463 | 0,165 | -0,069 | -0,193 |
| | 0,66% | 0,308 | 0,18 | 0,18 | 0,17 | 0,13 | 0,08 | 0,06 | 0,09 | 0,13 | 0,16 | 0,17 | 0,16 |
| | 1,45% | 0,804 | -0,235 | -0,113 | 0,168 | 0,543 | 0,870 | 1,000 | 0,870 | 0,543 | 0,168 | -0,113 | -0,235 |
| | 0,22% | 0,308 | 0,14 | 0,16 | 0,14 | 0,09 | 0,03 | 0,00 | 0,03 | 0,09 | 0,14 | 0,16 | 0,14 |
| | 0,55% | 0,308 | -0,261 | -0,154 | 0,073 | 0,378 | 0,662 | 0,815 | 0,779 | 0,587 | 0,334 | 0,123 | 0,004 |
| | 0,09% | 0,249 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,13 | 0,09 | 0,06 | 0,07 | 0,12 | 0,16 | 0,19 | 0,19 |
| | 0,45% | 0,249 | -0,207 | -0,143 | -0,026 | 0,134 | 0,301 | 0,428 | 0,481 | 0,456 | 0,378 | 0,284 | 0,203 |
| | 0,08% | 1,298 | 0,17 | 0,19 | 0,20 | 0,19 | 0,18 | 0,16 | 0,15 | 0,15 | 0,18 | 0,20 | 0,21 |
| | 2,34% | 1,298 | -0,034 | -0,011 | 0,025 | 0,067 | 0,101 | 0,114 | 0,100 | 0,067 | 0,027 | -0,007 | -0,027 |
| | 0,39% | 0,249 | 0,19 | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 |
| | 1,37% | 0,249 | 0,127 | 0,110 | 0,009 | -0,155 | -0,307 | -0,369 | -0,307 | -0,155 | 0,004 | 0,100 | 0,114 |
| | 0,20% | 0,249 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,15 |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto. Las variables con asterisco pertenecen al país extranjero.

Tabla 3.4.9. Correlaciones de las variables básicas de un país con las del otro país

| | N* | I* | Y* | Y*/N* | CP* | G* | NX*/Y* |
|------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| N | 0,035 <i>0,21</i> | 0,505 <i>0,15</i> | 0,079 <i>0,21</i> | 0,144 <i>0,18</i> | 0,163 <i>0,16</i> | 0,224 <i>0,21</i> | 0,422 <i>0,12</i> |
| I | 0,495 <i>0,16</i> | 0,950 <i>0,02</i> | 0,642 <i>0,12</i> | 0,745 <i>0,07</i> | 0,616 <i>0,09</i> | -0,006 <i>0,23</i> | 0,107 <i>0,15</i> |
| Y | 0,079 <i>0,21</i> | 0,651 <i>0,12</i> | 0,209 <i>0,20</i> | 0,399 <i>0,16</i> | 0,450 <i>0,13</i> | 0,080 <i>0,23</i> | 0,384 <i>0,13</i> |
| Y/N | 0,142 <i>0,18</i> | 0,750 <i>0,08</i> | 0,398 <i>0,17</i> | 0,775 <i>0,08</i> | 0,875 <i>0,04</i> | -0,212 <i>0,23</i> | 0,210 <i>0,16</i> |
| CP | 0,138 <i>0,17</i> | 0,611 <i>0,11</i> | 0,428 <i>0,16</i> | 0,861 <i>0,07</i> | 1,000 <i>0,00</i> | -0,390 <i>0,20</i> | 0,026 <i>0,17</i> |
| G | 0,203 <i>0,20</i> | -0,040 <i>0,21</i> | 0,057 <i>0,21</i> | -0,231 <i>0,20</i> | -0,409 <i>0,19</i> | 0,004 <i>0,22</i> | -0,253 <i>0,14</i> |
| NX/Y | 0,413 <i>0,12</i> | 0,077 <i>0,15</i> | 0,369 <i>0,13</i> | 0,185 <i>0,16</i> | -0,025 <i>0,17</i> | -0,234 <i>0,15</i> | -0,999 <i>0,00</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto. Las variables con asterisco pertenecen al país extranjero.

Tabla 3.4.10. Funciones de correlación cruzadas de algunas variables básicas de cada país con el producto del otro país

| | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| N | 0,176 <i>0,20</i> | 0,233 <i>0,20</i> | 0,242 <i>0,21</i> | 0,199 <i>0,21</i> | 0,132 <i>0,21</i> | 0,079 <i>0,21</i> | 0,132 <i>0,21</i> | 0,199 <i>0,21</i> | 0,242 <i>0,21</i> | 0,233 <i>0,20</i> | 0,176 <i>0,20</i> |
| I | -0,037 <i>0,19</i> | 0,076 <i>0,20</i> | 0,251 <i>0,19</i> | 0,448 <i>0,16</i> | 0,602 <i>0,13</i> | 0,651 <i>0,12</i> | 0,602 <i>0,13</i> | 0,448 <i>0,16</i> | 0,251 <i>0,19</i> | 0,076 <i>0,20</i> | -0,037 <i>0,19</i> |
| Y | 0,082 <i>0,20</i> | 0,153 <i>0,20</i> | 0,201 <i>0,20</i> | 0,218 <i>0,20</i> | 0,214 <i>0,20</i> | 0,209 <i>0,20</i> | 0,214 <i>0,20</i> | 0,218 <i>0,20</i> | 0,201 <i>0,20</i> | 0,153 <i>0,20</i> | 0,082 <i>0,20</i> |
| Y/N | -0,119 <i>0,18</i> | -0,042 <i>0,18</i> | 0,067 <i>0,18</i> | 0,192 <i>0,17</i> | 0,311 <i>0,16</i> | 0,399 <i>0,16</i> | 0,311 <i>0,16</i> | 0,192 <i>0,17</i> | 0,067 <i>0,18</i> | -0,042 <i>0,18</i> | -0,119 <i>0,18</i> |
| CP | -0,255 <i>0,17</i> | -0,195 <i>0,17</i> | -0,066 <i>0,17</i> | 0,117 <i>0,15</i> | 0,308 <i>0,13</i> | 0,450 <i>0,13</i> | 0,308 <i>0,13</i> | 0,117 <i>0,15</i> | -0,066 <i>0,17</i> | -0,195 <i>0,17</i> | -0,255 <i>0,17</i> |
| G | 0,031 <i>0,21</i> | 0,046 <i>0,22</i> | 0,066 <i>0,23</i> | 0,083 <i>0,23</i> | 0,090 <i>0,23</i> | 0,080 <i>0,23</i> | 0,090 <i>0,23</i> | 0,083 <i>0,23</i> | 0,066 <i>0,23</i> | 0,046 <i>0,22</i> | 0,031 <i>0,21</i> |
| NX/Y | -0,125 <i>0,14</i> | -0,108 <i>0,15</i> | -0,006 <i>0,15</i> | 0,161 <i>0,13</i> | 0,318 <i>0,13</i> | 0,384 <i>0,13</i> | 0,318 <i>0,13</i> | 0,161 <i>0,13</i> | -0,006 <i>0,15</i> | -0,108 <i>0,15</i> | -0,125 <i>0,14</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, G gasto público y NX/Y exportaciones netas como porción del producto.

3.4.4. La inclusión del gasto público en la función objetivo del consumidor

Tal y como se ha comentado anteriormente, es un rasgo fundamental del modelo el hecho que la correlación entre el consumo de los dos países sea igual a la unidad. En la literatura se han propuesto diversas soluciones a este problema. Así, en Stockman y Tesar (1995) se introducen perturbaciones en la función de utilidad mediante la inclusión de una serie de perturbaciones a los gustos de los consumidores de cada uno de los países. De este modo se consigue que la función objetivo tenga otros movimientos ajenos a los que resultan de la optimización del alisamiento del consumo. En el modelo propuesto en la presente tesis se ha incluido la posibilidad de que existan perturbaciones dentro de la función de utilidad mediante una definición amplia del consumo de los agentes, aportada en Bec (1995). Así, tal y como se ha venido exponiendo en el desarrollo de los diferentes modelos, el consumo que entra en la función de utilidad tiene en cuenta el consumo privado de los agentes y además el gasto público. Se ha empleado un parámetro, α , para determinar la importancia de este último concepto en la utilidad del consumidor. De esta manera, si $\alpha=0$, el consumidor no tiene en cuenta el gasto público y si $\alpha=1$, entonces el gasto público entra de lleno en la utilidad del consumidor. En los ejemplos desarrollados hasta el momento se ha utilizado $\alpha=0$ como referencia. Pero una vez vistos los problemas del modelo de dos países y un sector con las correlaciones del consumo privado entre países, es el momento de comprobar el efecto de un valor de α igual a la unidad.¹

En la tabla 3.4.11 se muestran las correlaciones de las variables del modelo entre países, ante las dos parametrizaciones expuestas anteriormente cuando $\alpha=1$. Se comprueba cómo la correlación entre el consumo privado de los dos países es considerablemente inferior a la unidad. Sin embargo, esta correlación sigue siendo superior a la correlación que presentan entre sí los productos de los dos países, lo cual no es lo que dicen los hechos estilizados. Este aspecto puede afirmarse que es uno de los más insatisfactorios de este tipo de modelos. Es indudable, no obstante, que la introducción de distorsiones en la función de utilidad aleja la posibilidad de correlación perfecta entre los consumos privados. Sin embargo, sería más adecuado buscar elementos adicionales de análisis que simplemente dejar la solución a este puzle en manos de distorsiones o de diferencias fundamentales en la idiosincrasia de los agentes.

¹ La consideración del consumo público como complementario o sustitutivo del consumo privado ha sido ampliamente considerada en numerosos trabajos. Así, para España, Esteve, Camarero y Tamarit (1997) analizan la complementariedad de ambos tipos de gasto y hacen un repaso a la literatura existente sobre el tema.

Tabla 3.4.11. Correlaciones de las variables básicas de un país con las del otro país

| A. Ausencia de relaciones spillover entre los procesos tecnológicos de los países ($\rho_b=0$) | | | | | | | |
|--|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | N* | I* | Y* | Y*/N* | CP* | G* | NX*/Y* |
| N | -0,680 | -0,616 | -0,529 | -0,109 | 0,168 | 0,019 | 0,029 |
| | <i>0,11</i> | <i>0,11</i> | <i>0,15</i> | <i>0,22</i> | <i>0,23</i> | <i>0,24</i> | <i>0,15</i> |
| I | -0,612 | -0,720 | -0,477 | -0,106 | 0,156 | 0,007 | -0,242 |
| | <i>0,11</i> | <i>0,08</i> | <i>0,14</i> | <i>0,22</i> | <i>0,22</i> | <i>0,21</i> | <i>0,14</i> |
| Y | -0,541 | -0,491 | -0,364 | 0,086 | 0,263 | 0,025 | 0,025 |
| | <i>0,15</i> | <i>0,14</i> | <i>0,18</i> | <i>0,22</i> | <i>0,21</i> | <i>0,23</i> | <i>0,15</i> |
| Y/N | -0,158 | -0,145 | 0,052 | 0,507 | 0,437 | 0,036 | 0,011 |
| | <i>0,22</i> | <i>0,21</i> | <i>0,22</i> | <i>0,16</i> | <i>0,18</i> | <i>0,21</i> | <i>0,17</i> |
| CP | 0,294 | 0,256 | 0,488 | 0,836 | 0,524 | 0,048 | -0,001 |
| | <i>0,26</i> | <i>0,25</i> | <i>0,22</i> | <i>0,11</i> | <i>0,16</i> | <i>0,20</i> | <i>0,19</i> |
| G | -0,039 | -0,042 | -0,045 | -0,052 | -0,036 | 0,008 | 0,000 |
| | <i>0,21</i> | <i>0,19</i> | <i>0,20</i> | <i>0,19</i> | <i>0,21</i> | <i>0,24</i> | <i>0,16</i> |
| NX/Y | 0,047 | -0,236 | 0,046 | 0,033 | 0,006 | 0,001 | -0,993 |
| | <i>0,16</i> | <i>0,14</i> | <i>0,16</i> | <i>0,18</i> | <i>0,18</i> | <i>0,19</i> | <i>0,01</i> |
| B. Relaciones spillover entre los procesos tecnológicos de los países ($\rho_b=0,25$) | | | | | | | |
| | N* | I* | Y* | Y*/N* | CP* | G* | NX*/Y* |
| N | -0,001 | 0,588 | 0,112 | 0,327 | 0,208 | 0,018 | 0,519 |
| | <i>0,21</i> | <i>0,13</i> | <i>0,20</i> | <i>0,17</i> | <i>0,19</i> | <i>0,22</i> | <i>0,11</i> |
| I | 0,572 | 0,952 | 0,665 | 0,776 | 0,303 | 0,024 | 0,124 |
| | <i>0,14</i> | <i>0,02</i> | <i>0,12</i> | <i>0,06</i> | <i>0,19</i> | <i>0,22</i> | <i>0,15</i> |
| Y | 0,109 | 0,678 | 0,242 | 0,481 | 0,282 | 0,009 | 0,452 |
| | <i>0,20</i> | <i>0,11</i> | <i>0,20</i> | <i>0,15</i> | <i>0,19</i> | <i>0,22</i> | <i>0,12</i> |
| Y/N | 0,320 | 0,784 | 0,478 | 0,740 | 0,396 | -0,008 | 0,266 |
| | <i>0,17</i> | <i>0,06</i> | <i>0,15</i> | <i>0,10</i> | <i>0,18</i> | <i>0,22</i> | <i>0,15</i> |
| CP | 0,499 | 0,750 | 0,655 | 0,892 | 0,457 | -0,026 | 0,012 |
| | <i>0,14</i> | <i>0,07</i> | <i>0,11</i> | <i>0,06</i> | <i>0,17</i> | <i>0,22</i> | <i>0,18</i> |
| G | 0,006 | -0,008 | 0,004 | 0,002 | 0,026 | -0,030 | -0,022 |
| | <i>0,18</i> | <i>0,20</i> | <i>0,19</i> | <i>0,21</i> | <i>0,22</i> | <i>0,23</i> | <i>0,15</i> |
| NX/Y | 0,506 | 0,093 | 0,436 | 0,247 | -0,016 | 0,007 | -0,999 |
| | <i>0,09</i> | <i>0,14</i> | <i>0,11</i> | <i>0,15</i> | <i>0,15</i> | <i>0,15</i> | <i>0,00</i> |

Nota: las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar de las medidas del modelo. Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión bruta en capital fijo, N trabajo, e Y/N productividad del trabajo. Las variables con asterisco pertenecen al país extranjero.

Es en este punto donde cabe analizar una de las anomalías puestas de manifiesto en Backus, Kehoe y Kydland (1992): la anomalía de las cantidades. El análisis de las correlaciones entre las mismas variables a nivel internacional, lleva a captar una cierta regularidad que no se reproduce con modelos como éste. En concreto, he analizado las correlaciones entre los productos, productividades y consumos privados de España con los cuatro países más

grandes de la Unión Europea para el período 1970-1998². Los resultados se muestran en la tabla 3.4.12.

Tabla 3.4.12. Correlaciones internacionales de variables españolas con variables de la UE

| | Corr (Y,Y*) | Corr (CP,CP*) | Corr (Y/N,Y/N*) |
|--|-------------|---------------|-----------------|
| Datos | | | |
| España, Alemania | 0,344 | 0,275 | 0,098 |
| España, Francia | 0,663 | 0,509 | 0,031 |
| España, Italia | 0,536 | 0,622 | 0,160 |
| España, Reino Unido | 0,407 | 0,247 | -0,004 |
| Modelo (con difusión tecnológica) | | | |
| Con $\alpha=0$ | 0,209 | 1 | 0,775 |
| Con $\alpha=1$ | 0,242 | 0,457 | 0,740 |

Nota: las variables son: Y producto, CP, consumo privado e Y/N productividad. Las cifras con asterisco corresponden al país foráneo.

Con alguna excepción, aparece una regularidad que puede resumirse en lo siguiente:

$$\text{Corr (Y,Y*)} > \text{Corr (CP,CP*)} > \text{Corr (Y/N,Y/N*)}$$

Esto es; la correlación entre productos a nivel internacional es más fuerte que la correlación entre consumos y ésta a su vez es más elevada que la correlación entre productividades del trabajo. Si se comparan estos resultados con los aportados con el modelo teórico, puede comprobarse cómo no se reproduce correctamente el orden de las correlaciones, dejando en evidencia que los supuestos en los que se apoya el modelo son insuficientes si se quiere explicar el comportamiento de los ciclos económicos en economías abiertas.

² Una descripción exhaustiva de los datos empleados se desarrolla más adelante, en el capítulo 5.

3.5. EXTENSIÓN DEL MODELO BÁSICO A DOS PAÍSES Y DOS SECTORES

3.5.1. El modelo

El último modelo que se propone en esta tesis es una extensión de los modelos anteriores y tiene cierta similitud con el modelo que presentan Stockman y Tesar (1995), sin llegar a ser iguales.

En este cuarto modelo de la presente tesis, se supone que existen dos países, en cada uno de los cuales existen dos sectores productivos intermedios. En cada uno de los dos países, hay un sector que tiene como característica fundamental que toda la producción se destina al país en el que se ha producido. Mientras, la producción del segundo sector puede consumirse en el país en el que se ha producido o en el otro país. Es decir, hablaremos de dos sectores: uno con bienes no comercializables en el exterior y otro con bienes que sí que son comercializables.

El país 1 tiene, como ya se ha dicho, dos sectores productivos. El primer sector produce y^1_1 , mientras que el segundo sector produce y^1_2 . Así, el superíndice marca el país de origen de la producción, y el subíndice nos da idea del sector que está produciendo. De manera análoga, en el país 2 se producen y^2_1 e y^2_2 . Igual que en el modelo 2, se asume que no existe elasticidad infinita entre los sectores de cada país, asumiendo, por tanto el Agregador de Armington como función de producción agregada.

La diferencia con el modelo del apartado 3.3 (modelo de un país y dos sectores) estriba en que ahora los países ya no son economías cerradas, sino que pueden comerciar entre sí. Eso hace que la cantidad de recursos de que puede disponer un país puede aumentar, ya que pueden importarse bienes. O puede disminuir, si las exportaciones que realiza dicho país son mayores que las importaciones.

La diferenciación entre el sector 1 y el sector 2 en cada uno de los dos países estriba en que el sector 2 produce bienes que pueden comercializarse en el extranjero, mientras que el sector 1 produce bienes a los que sólo pueden acceder los residentes en el país en que se produce, siendo, por tanto, bienes no comercializables.

Así, el país 1 produce bienes no comercializables, y^1_1 , y bienes comercializables, y^1_2 . De éstos últimos, hay una parte que se comercializa en el exterior, y^1_{22} , y otra que no, y^1_{21} . Lo mismo sucede en el país 2: hay una producción de bienes no comercializables, y^2_1 , y además está la producción de bienes comercializables, y^2_2 , los cuales pueden exportarse, y^2_{22} , o no exportarse, y^2_{21} . Aquella producción que se ha producido y gastado en el país de origen se anotará como y^i_C .

Si se asume que los dos países *necesitan* importar bienes, se puede entender que existe una cierta inelasticidad de sustitución entre las importaciones y la producción interior, la cual indica que los recursos de un país necesitan complementos del extranjero para que sean plenamente efectivos. No obstante la inelasticidad, cada país puede decidir el peso que supone la producción exterior con respecto a la producción interior. Así, cada país decide si las importaciones en un momento t son superiores a su nivel habitual o bien si son inferiores a dicho nivel. En este entorno se define la variable F^i_t : peso de las importaciones del país i con respecto a su nivel habitual:

$$F^i_t = \frac{y^j_{22,t}}{\bar{y}^j_{22}},$$

siendo \bar{y}^j_{22} el nivel de importaciones del estado estacionario.

Con este planteamiento y estos supuestos, se emplea el Agregador de Armington para obtener para cada país los bienes y^1_t , y^2_t respectivamente, que son un compuesto de la producción de los diferentes sectores intermedios y de sus respectivas importaciones:

$$y^1_t = \left[\omega_c^1 \left\{ H_t^1 \left(\omega_1^1 y_{1,t}^{1-\rho_1} + \omega_2^1 y_{21,t}^{1-\rho_1} \right)^{\frac{1}{1-\rho_1}} \right\}^{1-\rho_t^1} + \omega_F^1 \left\{ F_t^1 y_{22,t}^2 \right\}^{1-\rho_t^1} \right]^{\frac{1}{1-\rho_t^1}},$$

$$y^2_t = \left[\omega_c^2 \left\{ H_t^2 \left(\omega_1^2 y_{1,t}^{2-\rho_2} + \omega_2^2 y_{21,t}^{2-\rho_2} \right)^{\frac{1}{1-\rho_2}} \right\}^{1-\rho_t^2} + \omega_F^2 \left\{ F_t^2 y_{22,t}^2 \right\}^{1-\rho_t^2} \right]^{\frac{1}{1-\rho_t^2}},$$

donde H^i_t es el nivel de la producción hecha en el país i y consumida en el país i con respecto a dicho nivel en el estado estacionario, el cual puede expresarse como combinación lineal de F^i_t :

$$H^i_t = \frac{y^i_{C,t}}{\bar{y}^i_{C,t}} = \left(\frac{1}{1-PF^i} \right) + \left(\frac{-PF^i}{1-PF^i} \right) F^i_t,$$

donde PF^i es el nivel de importaciones sobre la producción total del país i :

$$PF^i = \frac{y_{22}^i}{y_1^i + y_2^i}.$$

Las componentes de output son las y_j^i definidas anteriormente y los parámetros $1/\rho$ son las elasticidades de sustitución entre bienes de uno y otro sector de los diferentes países. En concreto, $1/\rho_1$ es la elasticidad de sustitución entre los bienes domésticos producidos en el país 1; $1/\rho^1_T$ es la elasticidad de sustitución entre los productos domésticos producidos en el país 1 y los productos importados del país 2; $1/\rho_2$ es la elasticidad de sustitución entre los bienes domésticos producidos en el país 2; $1/\rho^2_T$ es la elasticidad de sustitución entre los productos domésticos producidos en el país 2 y los productos importados del país 1.

Los parámetros ω^1_1 y ω^1_2 son dos parámetros que relacionan el tamaño de los dos sectores en el país 1; ω^2_1 y ω^2_2 son dos parámetros que relacionan el tamaño de los dos sectores en el país 2; ω^1_C y ω^1_F son dos parámetros que relacionan el tamaño de la producción interior consumida en el país 1 con las importaciones que se hacen del país 1 al país 2; y, por último, ω^2_C y ω^2_F son dos parámetros que relacionan el tamaño de la producción interior consumida en el país 2 con las importaciones que se hacen del país 2 al país 1.

En lo que respecta al sector de bienes comercializables en el exterior, en el sector 2 de cualquiera de los dos países ($i=1,2$), la cantidad producida, y_2^i , puede ser destinada al gasto en el interior, y_{21}^i , o a la exportación, y_{22}^i , de manera que:

$$y_2^i = y_{21}^i + y_{22}^i.$$

Esta ecuación puede ponerse en términos *per capita* de cada uno de los dos países de destino, donde se consume el producto, simplemente dividiendo por la población que reside en cada uno de ellos:

$$y_2^i \frac{\pi_i}{\pi_i} = y_{21}^i \frac{\pi_i}{\pi_i} + y_{22}^i \frac{\pi_j}{\pi_j},$$

lo cual da las variables en términos *per capita*:

$$y_2^i = y_{21}^i + y_{22}^i \frac{\pi_j}{\pi_i}.$$

Esto mismo puede expresarse de manera normalizada respecto al total de la producción sectorial:

$$1 = py_{21}^i + py_{22}^i \frac{\pi_j}{\pi_i},$$

donde py_{21}^i es la proporción de la producción del sector 2 en el país i que se destina al consumo en el mismo país i , mientras que py_{22}^i es la proporción de la producción del mismo sector que se destina a la exportación al país j .

Los consumidores de cada país i pueden destinar todos estos recursos a consumo, inversión y a gasto público, el cual es provisto por un sector público que gasta tantos recursos como impuestos (tipo *lump sum*) recauda:

$$y_t^1 = cp_t^i + i_t^i + g_t^i.$$

Si se quiere desarrollar la producción agregada en términos de las producciones de cada sector, se deberán tener en cuenta los *precios relativos* de cada bien:

$$y_{1,t}^i \frac{\partial c^i}{\partial y_{1,t}^i} + \left(y_{2,t}^i - \frac{\pi_1}{\pi_2} y_{22,t}^i \right) \frac{\partial c^i}{\partial y_{21,t}^i} - y_{22,t}^j \frac{\partial c^i}{\partial y_{22,t}^i} = y_t^i. \quad (3.5.1)$$

Y los *precios relativos* de las producciones sectoriales quedan definidos como:

$$p_{21,t}^i = \frac{\partial c_t^i}{\partial y_{21}^i} = \omega_c^i \omega_2^i (y_t^i)^{\rho_t^i} (y_{c,t}^i)^{\rho^i - \rho_t^i} (y_{21,t}^i)^{-\rho^i} H_t^i,$$

$$p_{1,t}^i = \frac{\partial c_t^i / \partial y_{1,t}^i}{\partial c_t^i / \partial y_{21,t}^i} = \frac{\omega_1^i \left(\frac{y_{21,t}^i}{y_{1,t}^i} \right)^{\rho^i}}{\omega_2^i},$$

$$TOT_t^i = \frac{\partial c_t^i / \partial y_{22,t}^i}{\partial c_t^i / \partial y_{21,t}^i} = \frac{\omega_F^i}{\omega_c^i \omega_2^i} y_{c,t}^i^{-(\rho^i - \rho_t^i)} \frac{y_{22,t}^j^{-\rho_t^i} F_t^1}{y_{21,t}^i^{-\rho^i} H_t^1},$$

donde $p_{21,t}^i$ son los precios de la producción del sector 2 del país i , $p_{1,t}^i$ son los precios de la producción del sector 1 del país i , en términos de precios del sector 2, y, por último, TOT_t^i son los precios relativos de las importaciones respecto las exportaciones (*terms of trade*). Por lo tanto, si en el país i la producción es igual a la suma de lo producido por sus sectores (y_1^i más y_2^i , ponderados por sus respectivos precios), el comercio exterior viene representado por las importaciones - M_t^i - y las exportaciones - X_t^i - que se corresponden con:

$$M_t^i = TOT_t^i y_{22,t}^j,$$

$$X_t^i = y_{22,t}^i \frac{\pi_j}{\pi_i}.$$

Así, las exportaciones netas son: $NX_t^i = X_t^i - M_t^i$.

De este modo, la expresión (3.5.1) puede escribirse como:

$$y_{1,t}^i (p_{1,t}^i p_{21,t}^i) + \left(y_{2,t}^i - \frac{\pi_1}{\pi_2} y_{22,t}^i \right) (p_{21,t}^i) + y_{22,t}^j (TOT_t^i p_{21,t}^i) = y_t^i.$$

Los dos sectores de cada país emplean trabajo y capital. El trabajo es específico de cada país, pero puede moverse libremente entre sectores, asumiendo que ocio más trabajo tiene que ser igual a la dotación de tiempo de los agentes. El capital empleado en cada sector, por su parte, se nutre de las inversiones que los agentes realizan. Dichas inversiones aumentan el capital, que se va depreciando periodo a periodo, de manera exponencial, a una tasa de depreciación δ :

$$k_{j,t+1}^i = k_{j,t}^i (1 - \delta_j^i) + i_{j,t}^i.$$

Así, el capital es perfectamente móvil entre sectores y también entre países por medio de la inversión. El trabajo y el capital emplean una tecnología de producción que puede tener un nivel - a_j^i - más o menos avanzado. La especificación escogida de la tecnología es, como en los modelos anteriores, una función Cobb-Douglas con costes de ajuste cuadráticos en el capital:

$$y_{j,t}^i = a_{j,t}^i k_{j,t}^i \theta_j^i n_{j,t}^i (1 - \theta_j^i) - \frac{\phi_j^i}{2} (i_{j,t}^i - \delta_j^i k_{j,t}^i)^2,$$

donde y_j^i es la producción; k_j^i es el capital productivo; n_j^i es el trabajo; a_j^i es el nivel tecnológico; i_j^i es la inversión; ϕ_j^i es el parámetro del coste de ajuste del capital; y δ_j^i es la tasa de depreciación, todo ello del sector j en el país i .

La tecnología de los sectores de ambos países está relacionada mediante un vector autorregresivo de orden uno:

$$\begin{bmatrix} \log a_{1,t}^1 \\ \log a_{2,t}^1 \\ \log a_{1,t}^2 \\ \log a_{2,t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,1}^{1,1} & \rho_{1,2}^{1,1} & \rho_{2,1}^{1,1} & \rho_{2,2}^{1,1} \\ \rho_{1,1}^{1,2} & \rho_{1,2}^{1,2} & \rho_{2,1}^{1,2} & \rho_{2,2}^{1,2} \\ \rho_{1,1}^{2,1} & \rho_{1,2}^{2,1} & \rho_{2,1}^{2,1} & \rho_{2,2}^{2,1} \\ \rho_{1,1}^{2,2} & \rho_{1,2}^{2,2} & \rho_{2,1}^{2,2} & \rho_{2,2}^{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log a_{1,t-1}^1 \\ \log a_{2,t-1}^1 \\ \log a_{1,t-1}^2 \\ \log a_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - \rho_{1,1}^{1,1} & -\rho_{1,2}^{1,1} & -\rho_{2,1}^{1,1} & -\rho_{2,2}^{1,1} \\ -\rho_{1,1}^{1,2} & 1 - \rho_{1,2}^{1,2} & -\rho_{2,1}^{1,2} & -\rho_{2,2}^{1,2} \\ -\rho_{1,1}^{2,1} & -\rho_{1,2}^{2,1} & 1 - \rho_{2,1}^{2,1} & -\rho_{2,2}^{2,1} \\ -\rho_{1,1}^{2,2} & -\rho_{1,2}^{2,2} & -\rho_{2,1}^{2,2} & 1 - \rho_{2,2}^{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log a_1^1 \\ \log a_2^1 \\ \log a_1^2 \\ \log a_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t}^1 \\ \varepsilon_{2,t}^1 \\ \varepsilon_{1,t}^2 \\ \varepsilon_{2,t}^2 \end{bmatrix},$$

donde la matriz de parámetros de la parte autorregresiva tiene valores propios menores a uno, para asegurar la estabilidad del proceso. Las innovaciones tecnológicas que se dan en

cada sector, $\varepsilon_{j,t}^i$ son procesos normales no autocorrelacionados temporalmente, con varianzas $\sigma_{i,j}^2$ y covarianzas $\sigma_{(i,j)(l,m)}$.

El sector público de cada país sigue un proceso autorregresivo estocástico de orden uno:

$$g_{t+1}^i = \rho_g^i g_t^i + \varepsilon_{g,t}^i,$$

donde ρ_g^i es menor a uno y $\varepsilon_{g,t}^i$ es un ruido blanco no autocorrelacionado temporalmente, con varianza $\sigma_{i,g}^2$. Se supone que ni los procesos de gasto público ni los shocks que les afectan tienen algún tipo de correlación entre países.

Por otro lado, los consumidores de cada uno de los dos países, tiene una función de utilidad análoga a la empleada en los tres modelos anteriores:

$$u^i(c_t^i, l_t^i) = \log c_t^i + \gamma \log l_t^i,$$

donde c_t^i es el consumo efectivo y l_t^i es el ocio, el cual es igual, normalizando la dotación de tiempo, a la unidad menos el tiempo empleado por los agentes en trabajar en cada uno de los dos sectores:

$$l_t^i = 1 - n_{1,t}^i - n_{2,t}^i,$$

mientras que el consumo efectivo tiene en cuenta el consumo privado y una porción α del gasto público:

$$c_t^i = cp_t^i + \alpha g_t^i.$$

La restricción de recursos que se plantea cada uno de los dos países será, por tanto:

$$y_t^i = c_t^i + (i_{1,t}^i + i_{2,t}^i) + (1 - \alpha)g_t^i.$$

3.5.2. Resolución del modelo

Todo este planteamiento puede resolverse asumiendo que existe equilibrio competitivo y que éste es Pareto-eficiente. Entonces el equilibrio puede alcanzar una solución a un problema de planificación social. Dicho problema buscará el máximo de la suma ponderada de utilidades nacionales, sujeto a las restricciones descritas más arriba, y está representado por la siguiente ecuación de Bellman:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \max_{n_1^1, n_2^1, i_1^1, i_2^1, n_1^2, n_2^2, i_1^2, i_2^2, py_{21}^1, py_{21}^2, F_t^1, F_t^2} V_t = \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \pi_1 \log \left[\left(\omega_C^1 \left\{ H_t^1 \left[\omega_1^1 (y_{1,t}^1)^{1-\rho_1} + \omega_2^1 (y_{2,t}^1 py_{21,t}^1)^{1-\rho_1} \right]^{\frac{1}{1-\rho_1}} \right\}^{1-\rho_T^1} + \right)^{\frac{1}{1-\rho_T^1}} - i_{1,t}^1 - i_{2,t}^1 - (1-\alpha)g_t^1 \right] + \\
 & \left. \left(+ \omega_F^1 \left(F_t^1 \left\{ \frac{\pi_2}{\pi_1} (1-py_{21,t}^2) y_{22,t}^2 \right\} \right)^{1-\rho_T^1} \right) \right] \\
 & \pi_2 \log \left[\left(\omega_C^2 \left\{ H_t^2 \left[\omega_1^2 (y_{1,t}^2)^{1-\rho_2} + \omega_2^2 (y_{2,t}^2 py_{21,t}^2)^{1-\rho_2} \right]^{\frac{1}{1-\rho_2}} \right\}^{1-\rho_T^2} + \right)^{\frac{1}{1-\rho_T^2}} - i_{1,t}^2 - i_{2,t}^2 - (1-\alpha)g_t^2 \right] \\
 & \left. \left(+ \omega_F^2 \left(F_t^2 \left\{ \frac{\pi_1}{\pi_2} (1-py_{21,t}^1) y_{22,t}^1 \right\} \right)^{1-\rho_T^2} \right) \right] \\
 & + \pi_1 \gamma^1 \log(1 - n_{1,t}^1 - n_{1,t}^2) + \pi_2 \gamma^2 \log(1 - n_{1,t}^2 - n_{1,t}^1) + \\
 & + \beta V_{t+1}
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Para hallar la solución de este problema se calculan las dieciséis condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial V}{\partial n_1^1} = \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{\rho^1 - \rho_T^1} \omega_1^1 (y_{1,t}^1)^{-\rho^1} H_t^1 (1 - \theta_1^1) \mu_{1,t}^1 k_{1,t}^1 \theta_1^1 n_{1,t}^1^{-\theta_1^1} - \frac{\gamma^1}{1 - n_{1,t}^1 - n_{2,t}^1} = 0;$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial n_2^1} &= \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{\rho^1 - \rho_T^1} H_t^1 \omega_2^1 (y_{21,t}^1)^{-\rho^1} py_{21,t}^1 (1 - \theta_2^1) \mu_{2,t}^1 k_{2,t}^2 \theta_2^1 n_{2,t}^1^{-\theta_2^1} - \frac{\gamma^1}{1 - n_{1,t}^1 - n_{2,t}^1} + \\
 & + \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_F^2 (y_{22,t}^2)^{-\rho_T^2} F_t^2 (1 - py_{21,t}^1) (1 - \theta_2^1) \mu_{2,t}^1 k_{2,t}^2 \theta_2^1 n_{2,t}^1^{-\theta_2^1} = 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n_1^2} = \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{\rho^2 - \rho_T^2} \omega_1^2 (y_{1,t}^2)^{-\rho^2} H_t^2 (1 - \theta_1^2) \mu_{1,t}^2 k_{1,t}^1 \theta_1^2 n_{1,t}^2^{-\theta_1^2} - \frac{\gamma^2}{1 - n_{1,t}^1 - n_{2,t}^1} = 0;$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V}{\partial n_2^2} &= \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{\rho^2 - \rho_T^2} \omega_2^2 (y_{21,t}^2)^{-\rho^2} H_t^2 py_{21,t}^2 (1 - \theta_2^2) \mu_{2,t}^2 k_{2,t}^2 \theta_2^2 n_{2,t}^2^{-\theta_2^2} - \frac{\gamma^2}{1 - n_{1,t}^1 - n_{2,t}^1} + \\
 & + \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_F^1 (y_{22,t}^1)^{-\rho_T^1} F_t^1 (1 - py_{21,t}^2) (1 - \theta_2^2) \mu_{2,t}^2 k_{2,t}^2 \theta_2^2 n_{2,t}^2^{-\theta_2^2} = 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial py_{21}^1} = \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{\rho^1 - \rho_T^1} \omega_2^1 (y_{21,t}^1)^{-\rho^1} y_{2,t}^1 H_t^1 - \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_F^2 (y_{22,t}^2)^{-\rho_T^2} y_{2,t}^2 F_t^2 = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial py_{21}^2} = \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{\rho^2 - \rho_T^2} \omega_2^2 (y_{21,t}^2)^{-\rho^2} y_{2,t}^2 H_t^2 - \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_F^1 (y_{22,t}^1)^{-\rho_T^1} y_{2,t}^1 F_t^1 = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial F^1} = \pi_1 \frac{1}{c_t^1} (y_t^1)^{\rho_T^1} \left[\omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{-\rho_T^1} \left(\frac{-PF^1}{1 - PF^1} \right) + \omega_F^1 (y_{22,t}^2)^{1 - \rho_T^2} \right] = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial F^2} = \pi_2 \frac{1}{c_t^2} (y_t^2)^{\rho_T^2} \left[\omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{1-\rho_T^2} \left(\frac{-PF^2}{1-PF^2} \right) + \omega_F^2 (y_{22,t}^1)^{1-\rho_T^1} \right] = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial i_1^1} = \pi_1 \frac{1}{c_1^1} \left[(y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{\rho^1-\rho_T^1} H_t^1 \omega_1^1 (y_{1,t}^1)^{-\rho^1} (-\phi_1^1 k_{1,t}^1 - \delta_1^1 k_{1,t}^1) - 1 \right] + w_{1,t}^1 = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial i_2^2} &= \pi_1 \frac{1}{c_1^1} \left[(y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t}^1)^{\rho^1-\rho_T^1} H_t^1 \omega_2^1 (y_{21,t}^1)^{-\rho^1} p y_{21,t}^1 (-\phi_2^1 k_{2,t}^1 - \delta_2^1 k_{2,t}^1) - 1 \right] + \\ &\pi_2 \frac{1}{c_1^2} \left[(y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_F^2 (y_{22,t}^2)^{-\rho_T^2} F_t^2 \frac{\pi_1}{\pi_2} (1-p y_{21,t}^1) (-\phi_2^1 k_{2,t}^1 - \delta_2^1 k_{2,t}^1) \right] + w_{2,t}^1 = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial i_1^2} = \pi_2 \frac{1}{c_1^2} \left[(y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{\rho^2-\rho_T^2} H_t^2 \omega_1^2 (y_{1,t}^2)^{-\rho^2} (-\phi_1^2 k_{1,t}^2 - \delta_1^2 k_{1,t}^2) - 1 \right] + w_{1,t}^2 = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial i_2^2} &= \pi_2 \frac{1}{c_1^2} \left[(y_t^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t}^2)^{\rho^2-\rho_T^2} H_t^2 \omega_2^2 (y_{21,t}^2)^{-\rho^2} p y_{21,t}^2 (-\phi_2^2 k_{2,t}^2 - \delta_2^2 k_{2,t}^2) - 1 \right] + \\ &\pi_1 \frac{1}{c_1^1} \left[(y_t^1)^{\rho_T^1} \omega_F^1 (y_{22,t}^1)^{-\rho_T^1} F_t^1 \frac{\pi_2}{\pi_1} (1-p y_{21,t}^2) (-\phi_2^2 k_{2,t}^2 - \delta_2^2 k_{2,t}^2) \right] + w_{2,t}^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{1,t+1}^1} \beta = w_{1,t}^1 &= \beta \pi_1 \frac{1}{c_{t+1}^1} (y_{t+1}^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t+1}^1)^{\rho^1-\rho_T^1} H_{t+1}^1 \omega_1^1 (y_{1,t+1}^1)^{-\rho^1} \left[\theta_1^1 a_{1,t+1}^1 k_{1,t+1}^1 \theta_1^{1-1} n_{1,t+1}^1 1-\theta_1^1 + \right. \\ &\left. \phi_1^1 \delta_1^1 (k_{1,t+1}^1 - \delta_1^1 k_{1,t+1}^1) \right] + \\ &\beta (1-\delta_1^1) w_{1,t+1}^1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{2,t+1}^2} \beta = w_{2,t}^2 &= \beta \pi_1 \frac{1}{c_{t+1}^1} (y_{t+1}^1)^{\rho_T^1} \omega_C^1 (y_{C,t+1}^1)^{\rho^1-\rho_T^1} H_{t+1}^1 \omega_2^1 (y_{21,t+1}^1)^{-\rho^1} p y_{21,t+1}^1 \left[\theta_2^1 a_{2,t+1}^1 k_{2,t+1}^1 \theta_2^{1-1} n_{2,t+1}^1 1-\theta_2^1 + \right. \\ &\left. \phi_2^1 \delta_2^1 (k_{2,t+1}^1 - \delta_2^1 k_{2,t+1}^1) \right] + \\ &\beta \pi_2 \frac{1}{c_{t+1}^2} (y_{t+1}^2)^{\rho_T^2} \omega_F^2 (y_{22,t+1}^2)^{-\rho_T^2} F_{t+1}^2 \left(\frac{\pi_1}{\pi_2} \right) (1-p y_{21,t+1}^1) \left[\theta_2^1 a_{2,t+1}^1 k_{2,t+1}^1 \theta_2^{1-1} n_{2,t+1}^1 1-\theta_2^1 + \right. \\ &\left. \phi_2^1 \delta_2^1 (k_{2,t+1}^1 - \delta_2^1 k_{2,t+1}^1) \right] + \\ &\beta (1-\delta_2^1) w_{2,t+1}^1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{1,t+1}^2} \beta = w_{1,t}^2 &= \beta \pi_2 \frac{1}{c_{t+1}^2} (y_{t+1}^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t+1}^2)^{\rho^2-\rho_T^2} H_{t+1}^2 \omega_1^2 (y_{1,t+1}^2)^{-\rho^2} \left[\theta_1^2 a_{1,t+1}^2 k_{1,t+1}^2 \theta_1^{2-1} n_{1,t+1}^2 1-\theta_1^2 + \right. \\ &\left. \phi_1^2 \delta_1^2 (k_{1,t+1}^2 - \delta_1^2 k_{1,t+1}^2) \right] + \\ &\beta (1-\delta_1^2) w_{1,t+1}^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{2,t+1}^2} \beta = w_{2,t}^2 &= \beta \pi_2 \frac{1}{c_{t+1}^2} (y_{t+1}^2)^{\rho_T^2} \omega_C^2 (y_{C,t+1}^2)^{\rho^2-\rho_T^2} H_{t+1}^2 \omega_2^2 (y_{21,t+1}^2)^{-\rho^2} p y_{21,t+1}^2 \left[\theta_2^2 a_{2,t+1}^2 k_{2,t+1}^2 \theta_2^{2-1} n_{2,t+1}^2 1-\theta_2^2 + \right. \\ &\left. \phi_2^2 \delta_2^2 (k_{2,t+1}^2 - \delta_2^2 k_{2,t+1}^2) \right] + \\ &\beta \pi_1 \frac{1}{c_{t+1}^1} (y_{t+1}^1)^{\rho_T^1} \omega_F^1 (y_{22,t+1}^1)^{-\rho_T^1} F_{t+1}^1 \left(\frac{\pi_2}{\pi_1} \right) (1-p y_{21,t+1}^2) \left[\theta_2^2 a_{2,t+1}^2 k_{2,t+1}^2 \theta_2^{2-1} n_{2,t+1}^2 1-\theta_2^2 + \right. \\ &\left. \phi_2^2 \delta_2^2 (k_{2,t+1}^2 - \delta_2^2 k_{2,t+1}^2) \right] + \\ &\beta (1-\delta_2^2) w_{2,t+1}^2 = 0 \end{aligned}$$

más las leyes de movimiento del capital de los dos sectores de los dos países:

$$\begin{aligned} k_{1,t+1}^1 &= (1 - \delta_1^1)k_{1,t}^1 + i_{1,t}^1; & k_{2,t+1}^1 &= (1 - \delta_2^1)k_{2,t}^1 + i_{2,t}^1; \\ k_{1,t+1}^2 &= (1 - \delta_1^2)k_{1,t}^2 + i_{1,t}^2; & k_{2,t+1}^2 &= (1 - \delta_2^2)k_{2,t}^2 + i_{2,t}^2. \end{aligned}$$

En el equilibrio del estado estacionario se impone la condición de que las exportaciones netas no pueden ser permanentemente negativas, por lo que deberá cumplirse que la balanza exterior de los dos países está en equilibrio: $\overline{NX}^i = 0$. Por lo demás, las condiciones de primer orden y las definiciones del producto, llevan a las siguientes medidas de equilibrio de las dos economías:

Ratios de equilibrio de las tecnologías de los países:

$$\begin{aligned} \omega_1^1 &= \left(\frac{y_1^1}{y_c^1} \right)^{\rho^1}; & \omega_2^1 &= \left(\frac{y_2^1}{y_c^1} \right)^{\rho^1}; & \omega_c^1 &= \left(\frac{y_c^1}{y^1} \right)^{\rho_r^1}; & \omega_F^1 &= \left(\frac{y_{22}^2}{y^1} \right)^{\rho_r^1}; \\ \omega_1^2 &= \left(\frac{y_1^2}{y_c^2} \right)^{\rho^2}; & \omega_2^2 &= \left(\frac{y_2^2}{y_c^2} \right)^{\rho^2}; & \omega_c^2 &= \left(\frac{y_c^2}{y^2} \right)^{\rho_r^2}; & \omega_F^2 &= \left(\frac{y_{22}^1}{y^2} \right)^{\rho_r^2}. \end{aligned}$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \text{Inversión } (i_j^i): & \quad \frac{\pi^i}{c^i} = w_j^i. \\ \text{Exportaciones } (py_j^i): & \quad c^1 = c^2. \\ \text{Importaciones } (F^i): & \quad y_c^i \frac{PF^i}{1 - PF^i} = y_{22}^j. \end{aligned}$$

Trabajo (n_j^i):

$$\begin{aligned} \frac{\text{Prod.Mg.}n_1^1}{\text{Prod.Mg.}n_2^1} &= \frac{c_1 \gamma^1 1 - n^2}{c_2 \gamma^1 1 - n^1}; & \frac{\text{Prod.Mg.}n_2^1}{\text{Prod.Mg.}n_2^2} &= \frac{\frac{1 - py_{21}^2}{c^1} + \frac{py_{21}^2}{c^2} \gamma^1 1 - n^2}{\frac{py_{21}^1}{c^1} + \frac{1 - py_{21}^1}{c^2} \gamma^1 1 - n^1}; \end{aligned}$$

$$n_2^i = \frac{n^i}{\left(\frac{Y_1^i}{Y_2^i}\right)^{1/\rho^i} \left(\frac{1-\theta_1^i}{1-\theta_2^i}\right)^{1/\rho^i}}; \quad n_1^i = \frac{\left(\frac{Y_1^i}{Y_2^i}\right)^{1/\rho^i} \left(\frac{1-\theta_1^i}{1-\theta_2^i}\right)^{1/\rho^i}}{\left(\frac{Y_1^i}{Y_2^i}\right)^{1/\rho^i} \left(\frac{1-\theta_1^i}{1-\theta_2^i}\right)^{1/\rho^i}} n^i.$$

Capital (k_j^i):

$$\frac{Prod.Mg.k_1^1}{Prod.Mg.k_2^1} = \frac{1-\beta(1-\delta_1^1)}{1-\beta(1-\delta_2^1)}; \quad \frac{Prod.Mg.k_1^2}{Prod.Mg.k_2^2} = \frac{1-\beta(1-\delta_1^2)}{1-\beta(1-\delta_2^2)};$$

$$\frac{k_j^i}{y_j^i} = \frac{\theta_j^i \beta}{1-\beta(1-\delta_j^i)}, \quad \text{para } i=1,2 \text{ y } j=1,2.$$

Definiciones:

Producto:

$$y_j^i = a_j^{i, 1-\theta_j^i} \left(\frac{k_j^i}{y_j^i}\right)^{\theta_j^i} n_j^i.$$

Relación entre los residuos de Solow de los diferentes sectores y países:

$$\frac{a_1^{1, 1-\theta_1^1}}{a_1^{2, 1-\theta_1^2}} = \frac{\left(\frac{k_1^2}{y_1^2}\right)^{\theta_1^2/1-\theta_1^2}}{\left(\frac{k_1^1}{y_1^1}\right)^{\theta_1^1/1-\theta_1^1}} \left[\frac{1-\theta_1^2 \gamma^1 1-n^2}{1-\theta_1^1 \gamma^2 1-n^1} \right];$$

$$\frac{a_2^{1, 1-\theta_2^1}}{a_2^{2, 1-\theta_2^2}} = \frac{\left(\frac{k_2^2}{y_2^2}\right)^{\theta_2^2/1-\theta_2^2}}{\left(\frac{k_2^1}{y_2^1}\right)^{\theta_2^1/1-\theta_2^1}} \left[\frac{1-\theta_2^2 \gamma^1 1-n^2}{1-\theta_2^1 \gamma^2 1-n^1} \right];$$

$$a_1^i = \left[\frac{1-\theta_2^i}{1-\theta_1^i} \right]^{1-\theta_1^i} \frac{\left(\frac{k_2^i}{y_2^i}\right)^{\theta_2^i(1-\theta_1^i)/(1-\theta_2^i)}}{\left(\frac{k_1^i}{y_1^i}\right)^{\theta_1^i}} (a_2^i)^{1-\theta_1^i}.$$

De la condición de equilibrio derivada del comportamiento de las exportaciones, y teniendo en cuenta de la restricción impuesta de equilibrio en la balanza exterior, puede obtenerse la relación que debe existir entre la producción del país 1 (y^1) y del país 2 (y^2):

$$\frac{y^2}{y^1} = \frac{1 - \frac{i^1}{y^1} - (1-\alpha) \frac{g^1}{y^1}}{1 - \frac{i^2}{y^2} - (1-\alpha) \frac{g^2}{y^2}}.$$

Conocida la proporción de los sectores en cada uno de los dos países (y^1_1/y^1 , y^1_2/y^1), si se conoce el peso del sector exterior en un país ($y^1_2/y^1 = QPY^1$), puede determinarse la proporción de importaciones sobre la producción total en el otro país (QPY^2), para que se cumpla $\overline{NX}^i = 0$:

$$QPY^2 = \frac{\pi^1}{\pi^2} \frac{y^1}{y^2} QPY^1.$$

Así, como se cumple $\overline{NX}^i = 0$, entonces:

$$PF^i = QPY^i.$$

Por último, para determinar el peso de la producción de los sectores comercializables que se consume dentro y fuera de cada país, se emplean las condiciones de equilibrio de las importaciones y las exportaciones, de las cuales se extraen las siguientes relaciones de equilibrio:

$$py^1_{21} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \frac{y^2}{y^1} \left[1 - \frac{y^2_2}{y^2} \frac{\pi^1}{\pi^2} + \left(QPY^2 - \frac{i^2}{y^2} - (1-\alpha) \frac{g^2}{y^2} \right) \right] - \\ - \left[1 - \frac{y^1_2}{y^1} \frac{\pi^2}{\pi^1} + \left(QPY^1 - \frac{i^1}{y^1} - (1-\alpha) \frac{g^1}{y^1} \right) \right] \end{array} \right\}}{\frac{y^1_2}{y^1} \frac{\pi^2}{\pi^1}} + \left[\frac{\frac{y^2}{y^1} \frac{y^2_2}{y^2} \frac{\pi^1}{\pi^2}}{\frac{y^1_2}{y^1} \frac{\pi^2}{\pi^1}} \right] py^2_{21}.$$

$$py^2_{21} = \frac{\left[\frac{y^2_2}{y^2} \frac{y^2}{y^1} \right] - \left[1 - \frac{y^1_2}{y^1} \frac{\pi^2}{\pi^1} \right] \left(\frac{PF^1}{1-PF^1} \right) - \left[\frac{y^1_2}{y^1} \frac{\pi^2}{\pi^1} \right] \left(\frac{PF^1}{1-PF^1} \right)}{\frac{y^2_2}{y^2} \frac{y^2}{y^1} - \frac{y^1_2}{y^1} \frac{y^2}{y^1}} py^1_{21},$$

las cuales dan como resultado las proporciones py^i_{21} de equilibrio.

Los precios relativos, por su parte, se igualan a la unidad cuando se está en equilibrio.

De este modo, si se conocen una serie de variables y ratios fundamentales de ambas economías, se llegan a determinar los parámetros y variables correspondientes al equilibrio del estado estacionario.

El sistema se resuelve siguiendo el mismo método que en los modelos precedentes. Las aproximaciones log-lineales de las primeras derivadas del sistema se encuentran en el anexo.

3.5.3. Parametrización y resultados

A continuación, en la tabla 3.5.1, se presenta una parametrización similar a la propuesta en los modelos anteriores, con las particularidades inevitables, consecuencia de la generalización del modelo a más de un sector por país.

Tabla 3.5.1. Valores de la calibración del modelo

| País | Tamaño de los sectores | | Sector Público | Elasticidades | | Parámetros del Proceso Tecnológico | | | Dispersión |
|------------|------------------------|-------------|----------------|---------------|------------|------------------------------------|--------------|------------|--------------|
| | y^1_1/y^1 | y^1_2/y^1 | | ρ^1 | ρ^1_T | θ^1_1 | δ^1_1 | ϕ^1_1 | |
| Doméstico | 0,50 | 0,50 | 0,97 | 1,5 | 1,5 | 0,44 | 0,025 | 0,05 | 0,019 |
| | QPY^1 | | σ^1_g | | | 0,39 | 0,025 | 0,05 | 0,014 |
| Extranjero | y^2_1/y^2 | y^2_2/y^2 | ρ^2_g | ρ^2 | ρ^2_T | θ^2_1 | δ^2_1 | ϕ^2_1 | σ^2_1 |
| | 0,50 | 0,50 | 0,97 | | | 1,5 | 1,5 | 0,44 | 0,025 |
| | | | σ^2_g | | | θ^2_2 | δ^2_2 | ϕ^2_2 | σ^2_2 |
| | | | 0,02 | | | 0,39 | 0,025 | 0,05 | 0,014 |

Tabla 3.5.2. Matriz de gobierno del VAR del proceso tecnológico

| | | | | |
|----------|------|------|------|------|
| a_{11} | 0,70 | 0,15 | 0 | 0 |
| a_{12} | 0,15 | 0,70 | 0 | 0,15 |
| a_{21} | 0 | 0 | 0,70 | 0,15 |
| a_{22} | 0 | 0,15 | 0,15 | 0,70 |

En esta parametrización se toman como básicas algunas situaciones que en modelos anteriores se han planteado como posibles soluciones. Se ha escogido como caso básico el modelo con $\alpha=0$. Por otro lado, del modelo con un país y dos sectores, se ha tomado la baja elasticidad de sustitución de la producción entre sectores ($\rho^1_T = \rho^1 = 1,5$) y la existencia de efectos difusores de la tecnología entre sectores del mismo país ($\rho^{i,1}_{i,2} \neq 0$). Y del modelo con dos países y un sector se considera la existencia de efectos difusores de la tecnología entre sectores de diferentes países ($\rho^{i,1}_{j,1}, \rho^{i,2}_{j,2} \neq 0$). Se asume que la tecnología se difunde mejor en los sectores comercializables que en los no comercializables, de modo que, como caso extremo, se supone que dicha difusión sólo se produce de manera instantánea entre los sectores comercializables. Se han escogido unos valores que aporten una persistencia del proceso similar a la que se ha empleado en los modelos anteriores sin que se asuman que las

Tabla 3.5.3. Comportamiento cíclico a nivel sectorial de varias economías entre sí

| A. Correlaciones del Producto | | | | |
|-------------------------------|--------|-------|----------|--------|
| País | Canadá | Japón | Alemania | Italia |
| Estados Unidos | | | | |
| <i>Agregado</i> | 0,70 | 0,53 | 0,86 | 0,57 |
| <i>Comerc.</i> | 0,74 | 0,38 | 0,84 | 0,48 |
| <i>No Comerc.</i> | 0,32 | 0,53 | 0,71 | 0,62 |
| Canadá | | | | |
| <i>Agregado</i> | | 0,44 | 0,69 | 0,71 |
| <i>Comerc.</i> | | 0,47 | 0,60 | 0,56 |
| <i>No Comerc.</i> | | 0,36 | 0,49 | 0,65 |
| Japón | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | 0,62 | 0,48 |
| <i>Comerc.</i> | | | 0,34 | 0,41 |
| <i>No Comerc.</i> | | | 0,86 | 0,50 |
| Alemania | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | | 0,84 |
| <i>Comerc.</i> | | | | 0,81 |
| <i>No Comerc.</i> | | | | 0,80 |

| B. Correlaciones de los Residuos de Solow | | | | |
|---|--------|-------|----------|--------|
| País | Canadá | Japón | Alemania | Italia |
| Estados Unidos | | | | |
| <i>Agregado</i> | 0,72 | 0,44 | 0,57 | 0,45 |
| <i>Comerc.</i> | 0,77 | 0,09 | 0,35 | 0,19 |
| <i>No Comerc.</i> | 0,55 | -0,21 | 0,30 | 0,70 |
| Canadá | | | | |
| <i>Agregado</i> | | -0,02 | 0,24 | 0,33 |
| <i>Comerc.</i> | | 0,09 | 0,25 | 0,19 |
| <i>No Comerc.</i> | | 0,04 | 0,30 | 0,64 |
| Japón | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | 0,47 | -0,25 |
| <i>Comerc.</i> | | | 0,28 | 0,13 |
| <i>No Comerc.</i> | | | 0,69 | -0,44 |
| Alemania | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | | 0,35 |
| <i>Comerc.</i> | | | | 0,42 |
| <i>No Comerc.</i> | | | | -0,10 |

| C. Correlaciones del Consumo | | | | |
|------------------------------|--------|-------|----------|--------|
| País | Canadá | Japón | Alemania | Italia |
| Estados Unidos | | | | |
| <i>Agregado</i> | 0,52 | 0,59 | 0,28 | 0,54 |
| <i>Comerc.</i> | 0,08 | 0,45 | -0,11 | 0,50 |
| <i>No Comerc.</i> | 0,59 | 0,62 | 0,53 | 0,11 |
| Canadá | | | | |
| <i>Agregado</i> | | 0,82 | 0,48 | 0,57 |
| <i>Comerc.</i> | | 0,66 | 0,59 | 0,69 |
| <i>No Comerc.</i> | | 0,65 | 0,41 | 0,32 |
| Japón | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | 0,78 | 0,49 |
| <i>Comerc.</i> | | | 0,67 | 0,78 |
| <i>No Comerc.</i> | | | 0,59 | 0,17 |
| Alemania | | | | |
| <i>Agregado</i> | | | | 0,26 |
| <i>Comerc.</i> | | | | 0,39 |
| <i>No Comerc.</i> | | | | 0,19 |

Fuente: Stockman y Tesar (1995). Datos correspondientes al período 1970 -1986

difusiones sectoriales son más importantes en el mismo país entre diferentes sectores que entre diferentes países y sectores similares. El proceso escogido como caso básico se resume en la tabla 3.5.2.

En la tabla 3.5.3 se muestran las características cíclicas que se recogen en Stockman y Tesar (1995) correspondientes a diferentes países y sectores. Esta tabla es complementaria a la tabla 3.3.2. mostrada en el apartado 3.3 del modelo de un país y dos sectores. Como en aquella, para cada país se muestran los datos de la producción agregada y de las producciones de los sectores de bienes comercializables y no comercializables. Así, se puede apreciar cómo las correlaciones de las producciones agregadas son positivas y van desde 0,44 entre Canadá y Japón hasta un 0,86 entre los Estados Unidos y Canadá, con una media de 0,64. Las correlaciones sectoriales son ligeramente inferiores a las agregadas. Las correlaciones de los residuos de Solow son menores a las correlaciones de los productos, con una media de 0,33. Por último, las correlaciones entre consumos de los diferentes países considerados son positivas, con una media de 0,53, y más heterogéneas entre países.

Para aproximar los datos mostrados por esta última tabla, el modelo de dos países y dos sectores que emplea la calibración básica propuesta, presenta un comportamiento que se puede resumir en las funciones de respuesta al impulso y en los momentos de segundo orden de la componente cíclica de las economías consideradas.

El resultado de la calibración básica se resume en las elasticidades de las variables de estado y control, las cuales se resumen en las matrices $M1$ y Π , que se muestran en la tabla 3.5.4. Del análisis detallado de las elasticidades se aprecia cómo una mejora tecnológica en el sector no comercializable de un país hace que el trabajo y la inversión de todos los sectores de ese mismo país aumenten, mientras que en el otro país el único factor que aumenta es el trabajo del sector comercializable, para atender al aumento de demanda que proviene del primer país. Por el contrario, cuando la mejora tecnológica se produce en el sector de bienes comercializables, entonces todos los factores productivos de los sectores de los dos países experimentan un aumento instantáneo. El efecto de la difusión tecnológica que se ha asumido en la matriz de la tabla 3.5.2 es, por lo tanto, positivo en todos los ámbitos sectoriales considerados.

Tabla 3.5.4. Matrices del modelo: elasticidades respecto las variables de estado

$$(k^1_1, k^1_2, k^2_1, k^2_2, a^1_1, a^1_2, a^2_1, a^2_2, g^1, g^2)$$

| A. $M1, e_t = (k^1_1, k^1_2, k^2_1, k^2_2, a^1_1, a^1_2, a^2_1, a^2_2, g^1, g^2)$ | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|--------|
| 0,876 | 0,065 | 0,000 | 0,017 | 0,059 | 0,037 | -0,016 | 0,005 | -0,005 | 0,000 |
| 0,100 | 0,840 | 0,002 | 0,013 | 0,181 | 0,114 | -0,049 | 0,015 | -0,015 | 0,000 |
| 0,000 | 0,017 | 0,876 | 0,065 | -0,016 | 0,005 | 0,059 | 0,037 | 0,000 | -0,005 |
| 0,002 | 0,013 | 0,100 | 0,840 | -0,049 | 0,015 | 0,181 | 0,114 | 0,000 | -0,015 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,700 | 0,150 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,150 | 0,700 | 0,000 | 0,150 | 0,000 | 0,000 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,700 | 0,150 | 0,000 | 0,000 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,150 | 0,150 | 0,700 | 0,000 | 0,000 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,970 | 0,000 |
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,970 |

$$(n^1_1, n^1_2, n^2_1, n^2_2, i^1_1, i^1_2, i^2_1, i^2_2, py^1_{21}, py^2_{21}, PF^1, PF^2)$$

| B. $\Pi, C_t = (n^1_1, n^1_2, n^2_1, n^2_2, i^1_1, i^1_2, i^2_1, i^2_2, py^1_{21}, py^2_{21}, PF^1, PF^2)$ | | | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| -0,292 | -0,368 | 0,020 | 0,272 | 0,834 | 0,762 | -0,457 | 0,234 | 0,013 | -0,004 |
| -0,078 | -0,463 | 0,088 | 0,128 | 0,641 | -0,221 | 0,346 | 0,565 | 0,007 | 0,002 |
| 0,020 | 0,272 | -0,292 | -0,368 | -0,457 | 0,234 | 0,834 | 0,762 | -0,004 | 0,013 |
| 0,088 | 0,128 | -0,078 | -0,463 | 0,346 | 0,565 | 0,641 | -0,221 | 0,002 | 0,007 |
| -3,966 | 2,582 | 0,018 | 0,697 | 2,361 | 1,482 | -0,643 | 0,193 | -0,197 | -0,005 |
| 3,984 | -5,412 | 0,078 | 0,509 | 7,257 | 4,555 | -1,978 | 0,594 | -0,605 | -0,016 |
| 0,018 | 0,697 | -3,966 | 2,582 | -0,643 | 0,193 | 2,361 | 1,482 | -0,005 | -0,197 |
| 0,078 | 0,509 | 3,984 | -5,412 | -1,978 | 0,594 | 7,257 | 4,555 | -0,016 | -0,605 |
| -0,035 | -0,041 | -0,059 | 0,121 | 0,487 | 0,509 | -0,690 | -0,292 | 0,005 | -0,005 |
| -0,059 | 0,121 | -0,035 | -0,041 | -0,690 | -0,292 | 0,487 | 0,509 | -0,005 | 0,005 |
| 0,368 | 0,415 | -0,086 | -0,654 | 0,195 | 0,366 | 0,414 | -1,018 | -0,005 | 0,005 |
| -0,086 | -0,654 | 0,368 | 0,415 | 0,414 | -1,018 | 0,195 | 0,366 | 0,005 | -0,005 |

Nota: donde $\hat{e}_{t+1} = M1\hat{e}_t + M2\varepsilon_{t+1}$ y donde $\hat{C}_t = \Pi \hat{e}_t$.

Gráficamente, las funciones de respuesta al impulso de las variables agregadas ante diferentes shocks se muestran en el gráfico 3.5.1. Así, puede apreciarse cómo la inversión agregada es la variable que experimenta un mayor impulso, mientras que el consumo privado se comporta de manera muy suavizada ante cualquier tipo de perturbación. En los gráficos B y D se muestran las funciones de respuesta al impulso de las variables del país donde no se ha producido ninguna perturbación. Se aprecia de manera gráfica cómo un shock en el sector comercializable (al cuál se le ha asignado un efecto difusor de la tecnología entre países) hace que la inversión y el trabajo aumente en los dos países (gráficos C y D). Un shock de gasto público, por su parte, tiene un efecto sustitución de la inversión en los dos países, aumentando la producción mediante un incremento del factor trabajo (gráficos E y F).

El consumo privado tiene comportamientos diferenciados ante uno u otro tipo de perturbación, de manera que cuando la perturbación es de oferta, el escaso movimiento contemporáneo del consumo privado hace que el movimiento común entre el consumo privado de un país y el del otro sea también escaso. En cambio, ante un shock de demanda, el movimiento común del consumo privado de los dos países es más claro, siendo ambos

negativos. El producto, por el contrario, se mueve de manera conjunta positiva ante shocks que afectan las tecnologías de producción, mientras que el movimiento conjunto es de signo opuesto cuando la perturbación es de demanda. Los movimientos de la inversión agregada, por su parte, dependen en gran medida de los efectos difusores que se asumen entre sectores.

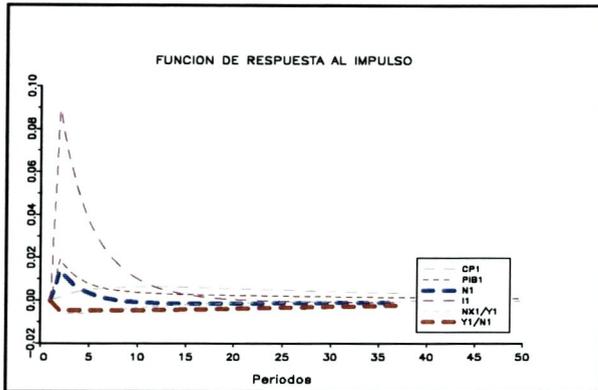
En la tabla 3.5.5 se muestran algunos de los resultados del comportamiento cíclico del modelo de dos países y dos sectores ante la parametrización básica propuesta, los cuales pueden resumirse en una serie de rasgos fundamentales. En primer lugar, si se analiza la parte A de dicha tabla, la dispersión de la producción agregada es más elevada que la de los datos y las producciones sectoriales son siempre más volátiles que la agregada, cuando los datos de la tabla 3.3.2 mostraban cómo la producción de productos no comerciables era menos volátil que la producción agregada. Este resultado también se encontró en el modelo de un solo país y dos sectores. Las dispersiones relativas de las demás variables tienen un comportamiento similar a los anteriores modelos, con algunos rasgos nuevos: la inversión agregada es mucho más volátil que en otros modelos, mientras que la dispersión relativa del consumo privado es muchísimo menos volátil que la de los datos. Las exportaciones netas como proporción del producto agregado son en el modelo más volátiles que el producto, lo cual no es lo que sucede en la mayoría de los países, aunque sí que sucedía en el modelo de dos países y un sector, y de manera mucho más acentuada que en el presente modelo.

Las correlaciones de las variables sectoriales con la producción agregada son más elevadas cuando no se consideran períodos de retardo o adelanto, con la excepción significativa del consumo privado, el cual retarda al producto en tres períodos. Además, la correlación máxima es inferior a la correlación de la media de los países considerados en la tabla de comparación internacional del ciclo (la tabla 3.4.2). Las exportaciones netas son contracíclicas, como en los datos, mientras que la inversión y el trabajo están positivamente correlacionadas con el producto.

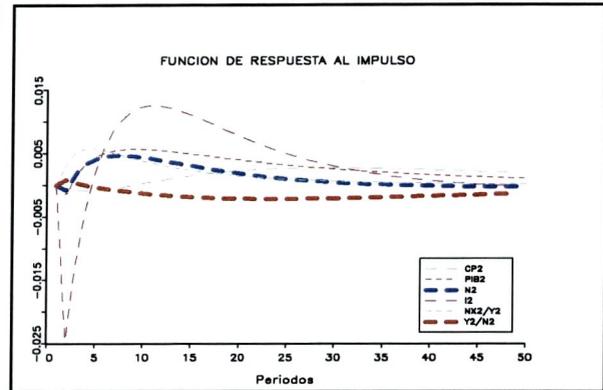
Gráfico 3.5.1. Funciones de respuesta al impulso

Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el Sector No Comercializable (intensivo en capital) del País Doméstico

E. En el país *doméstico*, donde se produce el shock

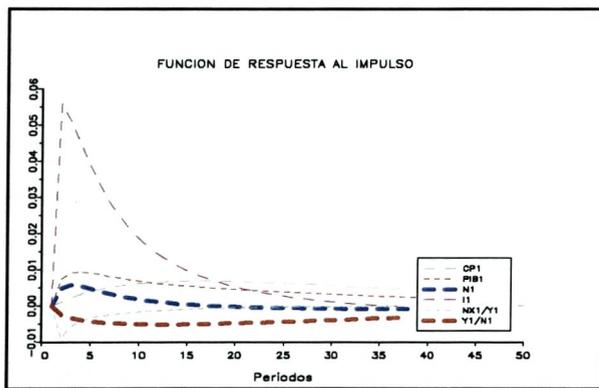


F. En el país extranjero, donde **no** se produce el shock

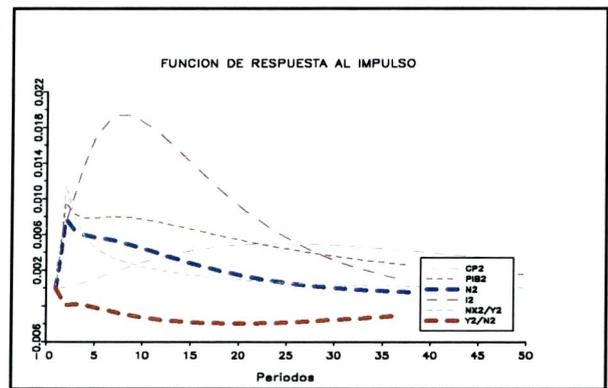


Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock Tecnológico Positivo en el Sector Comercializable (intensivo en trabajo) del País Doméstico

G. En el país *doméstico*, donde se produce el shock

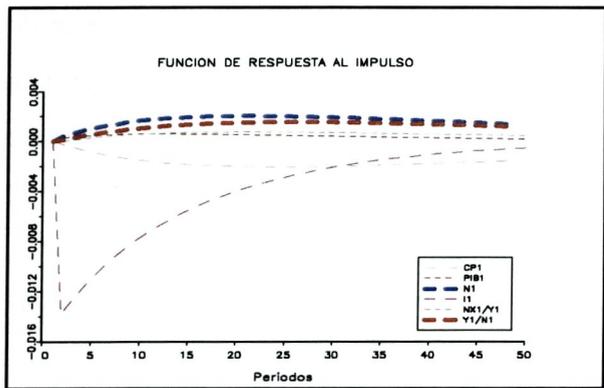


H. En el país extranjero, donde **no** se produce el shock

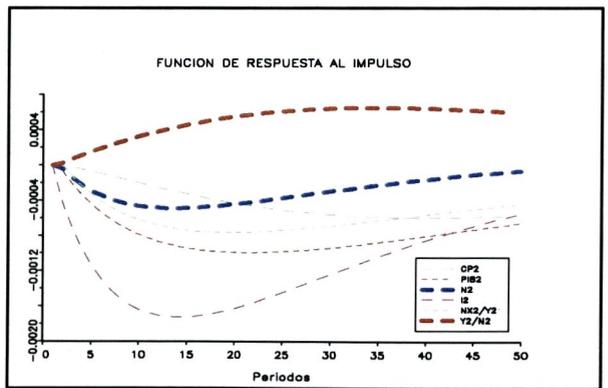


Funciones de Respuesta al Impulso ante un Shock de Gasto Público en el País Doméstico

I. En el país *doméstico*, donde se produce el shock



J. En el país extranjero, donde **no** se produce el shock



Nota: Las variables son: Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, Q importaciones, X exportaciones, XN/Y exportaciones netas como porción del producto y TOT precios relativos de las importaciones (*terms of trade*). El indicador 1 corresponde al sector no comercializable y el indicador 2 al comercializable.

Tabla 3.5.5. Resultados de simular el modelo de dos países y dos sectores con la parametrización básica.

| A. País Doméstico: dispersión y correlaciones con la producción agregada del propio país. | | | | | | | | | | | | | |
|---|---------------------|---------------------|--------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Variable | Dispersión absoluta | Dispersión relativa | Función de Correlación Cruzada | | | | | | | | | | |
| | | | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| N1 | 2,73% 0,003 | 1,080 | -0,025 0,132 | 0,064 0,139 | 0,194 0,133 | 0,371 0,114 | 0,597 0,086 | 0,889 0,034 | 0,499 0,093 | 0,216 0,114 | 0,016 0,118 | -0,122 0,121 | -0,203 0,117 |
| N2 | 1,85% 0,002 | 0,733 | 0,029 0,146 | 0,091 0,152 | 0,170 0,145 | 0,282 0,149 | 0,453 0,123 | 0,711 0,066 | 0,303 0,109 | 0,049 0,129 | -0,106 0,131 | -0,185 0,122 | -0,226 0,121 |
| I1 | 8,04% 0,011 | 3,181 | -0,149 0,119 | -0,070 0,127 | 0,063 0,130 | 0,262 0,118 | 0,535 0,089 | 0,910 0,028 | 0,645 0,089 | 0,418 0,121 | 0,230 0,137 | 0,078 0,146 | -0,035 0,139 |
| I2 | 20,38% 0,045 | 8,069 | -0,060 0,123 | 0,018 0,135 | 0,140 0,136 | 0,319 0,117 | 0,558 0,087 | 0,885 0,037 | 0,469 0,092 | 0,183 0,113 | -0,009 0,120 | -0,134 0,126 | -0,202 0,122 |
| N | 1,92% 0,002 | 0,762 | -0,003 0,138 | 0,088 0,145 | 0,217 0,138 | 0,394 0,122 | 0,633 0,089 | 0,962 0,012 | 0,491 0,082 | 0,171 0,102 | -0,043 0,103 | -0,177 0,099 | -0,252 0,097 |
| I | 13,25% 0,019 | 5,246 | -0,090 0,121 | -0,009 0,132 | 0,120 0,134 | 0,308 0,118 | 0,563 0,089 | 0,911 0,028 | 0,537 0,095 | 0,264 0,119 | 0,070 0,128 | -0,067 0,134 | -0,150 0,127 |
| Q | 4,45% 0,005 | 1,761 | -0,154 0,139 | -0,098 0,137 | 0,010 0,137 | 0,175 0,127 | 0,403 0,106 | 0,702 0,080 | 0,490 0,117 | 0,306 0,138 | 0,161 0,154 | 0,046 0,168 | -0,030 0,161 |
| X | 2,69% 0,004 | 1,066 | 0,024 0,162 | 0,051 0,173 | 0,076 0,176 | 0,084 0,178 | 0,070 0,183 | 0,013 0,186 | 0,078 0,183 | 0,110 0,179 | 0,116 0,178 | 0,104 0,172 | 0,097 0,172 |
| XN/Y | 3,50% 0,007 | 1,384 | 0,063 0,139 | 0,043 0,138 | 0,000 0,135 | -0,058 0,132 | -0,126 0,122 | -0,189 0,119 | -0,194 0,128 | -0,164 0,141 | -0,126 0,153 | -0,081 0,161 | -0,050 0,155 |
| TOT | 3,73% 0,004 | 1,477 | -0,059 0,154 | -0,054 0,155 | -0,023 0,156 | 0,007 0,157 | 0,014 0,137 | -0,039 0,122 | 0,111 0,126 | 0,158 0,148 | 0,160 0,164 | 0,126 0,174 | 0,105 0,168 |
| Y1 | 3,29% 0,004 | 1,304 | -0,107 0,118 | -0,018 0,126 | 0,120 0,127 | 0,316 0,112 | 0,579 0,084 | 0,934 0,020 | 0,581 0,090 | 0,318 0,119 | 0,123 0,129 | -0,019 0,134 | -0,110 0,127 |
| Y2 | 3,25% 0,004 | 1,287 | -0,125 0,115 | -0,044 0,126 | 0,084 0,129 | 0,280 0,120 | 0,563 0,093 | 0,973 0,010 | 0,567 0,092 | 0,283 0,116 | 0,085 0,124 | -0,046 0,124 | -0,133 0,117 |
| Y | 2,53% 0,003 | 1,000 | -0,116 0,114 | -0,026 0,124 | 0,113 0,126 | 0,315 0,116 | 0,600 0,088 | 1,000 0,000 | 0,600 0,088 | 0,315 0,116 | 0,113 0,126 | -0,026 0,124 | -0,116 0,114 |
| Y1/N1 | 1,60% 0,002 | 0,634 | -0,254 0,115 | -0,248 0,114 | -0,209 0,120 | -0,102 0,139 | 0,108 0,139 | 0,463 0,124 | 0,328 0,132 | 0,239 0,129 | 0,179 0,134 | 0,146 0,140 | 0,105 0,149 |
| Y2/N2 | 2,50% 0,002 | 0,991 | -0,102 0,133 | -0,061 0,140 | 0,011 0,148 | 0,090 0,160 | 0,162 0,146 | 0,197 0,138 | 0,294 0,128 | 0,304 0,134 | 0,269 0,138 | 0,201 0,156 | 0,151 0,165 |
| Y/N | 0,86% 0,001 | 0,338 | -0,342 0,096 | -0,282 0,095 | -0,161 0,102 | 0,040 0,100 | 0,344 0,085 | 0,789 0,061 | 0,666 0,073 | 0,545 0,110 | 0,428 0,142 | 0,317 0,159 | 0,218 0,160 |
| CP | 0,67% 0,001 | 0,264 | -0,427 0,116 | -0,421 0,103 | -0,368 0,100 | -0,248 0,101 | -0,040 0,095 | 0,283 0,084 | 0,476 0,080 | 0,563 0,087 | 0,574 0,102 | 0,534 0,122 | 0,464 0,139 |
| G | 2,52% 0,004 | 0,996 | 0,040 0,173 | 0,040 0,177 | 0,032 0,172 | 0,010 0,171 | 0,001 0,165 | -0,006 0,159 | -0,016 0,167 | -0,024 0,164 | -0,030 0,168 | -0,034 0,166 | -0,033 0,161 |

| B. Correlaciones entre las variables de los dos países | | | | | | | | | | | | |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------------|------------------------|------------------------|
| Variable | N ² | I ² | Q ² | X ² | XN ² Y ² | TOT ² | Y ¹ | Y ² | Y | Y ² /N ² | CP ² | G ² |
| N ¹ | 0,214 <i>0,179</i> | -0,002 <i>0,180</i> | 0,077 <i>0,154</i> | 0,872 <i>0,036</i> | 0,097 <i>0,114</i> | 0,138 <i>0,132</i> | -0,024 <i>0,173</i> | 0,583 <i>0,125</i> | 0,206 <i>0,176</i> | 0,115 <i>0,177</i> | 0,017 <i>0,186</i> | -0,029 <i>0,177</i> |
| I ¹ | 0,201 <i>0,165</i> | -0,210 <i>0,166</i> | -0,317 <i>0,136</i> | 0,978 <i>0,007</i> | 0,406 <i>0,100</i> | -0,231 <i>0,117</i> | -0,209 <i>0,158</i> | 0,419 <i>0,151</i> | 0,146 <i>0,169</i> | -0,039 <i>0,182</i> | -0,144 <i>0,182</i> | -0,018 <i>0,179</i> |
| Q ¹ | 0,313 <i>0,137</i> | -0,224 <i>0,146</i> | -0,496 <i>0,119</i> | 0,885 <i>0,030</i> | 0,617 <i>0,108</i> | -0,584 <i>0,088</i> | -0,153 <i>0,149</i> | 0,231 <i>0,161</i> | 0,211 <i>0,149</i> | -0,111 <i>0,180</i> | -0,309 <i>0,177</i> | 0,012 <i>0,171</i> |
| X ¹ | 0,780 <i>0,046</i> | 0,972 <i>0,010</i> | 0,707 <i>0,066</i> | -0,209 <i>0,172</i> | -0,249 <i>0,113</i> | 0,081 <i>0,126</i> | 0,969 <i>0,009</i> | 0,709 <i>0,086</i> | 0,868 <i>0,034</i> | 0,806 <i>0,047</i> | 0,336 <i>0,052</i> | 0,006 <i>0,186</i> |
| XN ¹ /Y ¹ | -0,191 <i>0,107</i> | 0,255 <i>0,108</i> | 0,628 <i>0,111</i> | -0,433 <i>0,102</i> | -0,983 <i>0,007</i> | 0,688 <i>0,108</i> | 0,209 <i>0,111</i> | 0,066 <i>0,145</i> | -0,076 <i>0,123</i> | 0,232 <i>0,167</i> | 0,390 <i>0,166</i> | -0,025 <i>0,143</i> |
| TOT ¹ | 0,431 <i>0,106</i> | -0,049 <i>0,130</i> | -0,685 <i>0,072</i> | 0,258 <i>0,112</i> | 0,707 <i>0,109</i> | -0,996 <i>0,003</i> | 0,030 <i>0,128</i> | -0,044 <i>0,140</i> | 0,328 <i>0,123</i> | -0,030 <i>0,171</i> | -0,336 <i>0,158</i> | 0,033 <i>0,156</i> |
| Y ¹ | 0,132 <i>0,170</i> | -0,220 <i>0,170</i> | -0,188 <i>0,148</i> | 0,966 <i>0,010</i> | 0,308 <i>0,098</i> | -0,074 <i>0,120</i> | -0,210 <i>0,167</i> | 0,398 <i>0,155</i> | 0,084 <i>0,175</i> | -0,065 <i>0,182</i> | -0,122 <i>0,175</i> | -0,012 <i>0,172</i> |
| Y ² | 0,693 <i>0,086</i> | 0,314 <i>0,140</i> | -0,156 <i>0,153</i> | 0,787 <i>0,068</i> | 0,425 <i>0,121</i> | -0,440 <i>0,114</i> | 0,298 <i>0,138</i> | 0,788 <i>0,062</i> | 0,683 <i>0,087</i> | 0,433 <i>0,137</i> | 0,022 <i>0,179</i> | -0,006 <i>0,191</i> |
| Y | 0,280 <i>0,169</i> | 0,014 <i>0,181</i> | 0,004 <i>0,156</i> | 0,932 <i>0,023</i> | 0,193 <i>0,114</i> | 0,039 <i>0,126</i> | -0,011 <i>0,176</i> | 0,644 <i>0,116</i> | 0,274 <i>0,171</i> | 0,166 <i>0,180</i> | 0,029 <i>0,181</i> | -0,021 <i>0,179</i> |
| Y ¹ /N ¹ | 0,347 <i>0,150</i> | 0,045 <i>0,189</i> | -0,161 <i>0,180</i> | 0,794 <i>0,045</i> | 0,352 <i>0,140</i> | -0,198 <i>0,144</i> | 0,023 <i>0,185</i> | 0,586 <i>0,131</i> | 0,347 <i>0,163</i> | 0,228 <i>0,218</i> | 0,044 <i>0,245</i> | 0,003 <i>0,213</i> |
| CP ¹ | 0,283 <i>0,157</i> | 0,093 <i>0,186</i> | -0,192 <i>0,196</i> | 0,329 <i>0,043</i> | 0,323 <i>0,161</i> | -0,295 <i>0,166</i> | 0,083 <i>0,181</i> | 0,323 <i>0,168</i> | 0,295 <i>0,162</i> | 0,225 <i>0,248</i> | 0,068 <i>0,308</i> | 0,022 <i>0,240</i> |
| G ¹ | -0,009 <i>0,188</i> | 0,008 <i>0,181</i> | 0,039 <i>0,168</i> | -0,019 <i>0,167</i> | -0,040 <i>0,160</i> | 0,030 <i>0,164</i> | 0,016 <i>0,167</i> | 0,000 <i>0,192</i> | -0,003 <i>0,186</i> | 0,011 <i>0,193</i> | 0,023 <i>0,209</i> | 0,028 <i>0,191</i> |

Nota: Las cifras en cursiva corresponden a los errores estándar. Las variables son: N1 trabajo del no comercializable, N2 trabajo del sector comercializable, I1 inversión del sector no comercializable, I2 inversión del sector comercializable, Y1 producto del sector no comercializable, Y2 producto del sector comercializable, Y producto, CP consumo privado, I inversión, N trabajo, Y/N productividad del trabajo, Q importaciones, X exportaciones, XN/Y exportaciones netas como porción del producto y TOT precios relativos de las importaciones (*terms of trade*). Las variables corresponden al país doméstico cuando llevan el superíndice 1, y son del país extranjero cuando llevan el superíndice 2.

En la parte B de la tabla 3.5.5 se muestra la correlación de las variables de cada país con las variables del otro país. Puede apreciarse cómo, en general, las correlaciones son elevadas con aquellas variables del otro país que guardan alguna relación con el país doméstico. Por ejemplo, las exportaciones del país foráneo están altamente relacionadas con las variables del país doméstico. La correlación de las producciones sectoriales reproduce los supuestos asumidos: los sectores no comercializables, que no tienen efectos de difusión de la tecnología, están negativamente correlacionados, mientras que en los sectores comercializables la correlación es positiva y elevada y entra dentro del rango de datos mostrado por la tabla 3.5.3. El agregado presenta una correlación positiva pero baja

comparada con la de los datos. Esta correlación es más elevada que la correlación entre los consumos privados, lo que restablece el orden de los datos, contrario al orden de correlaciones que se obtenía en el modelo de dos países y un solo sector. Las inversiones están en este modelo negativamente correlacionadas.

3.5.4. Análisis de sensibilidad del modelo. La anomalía de las cantidades con el nuevo modelo

Por lo que respecta a la sensibilidad de estos resultados ante cambios en los parámetros, hay que señalar que una diferente elasticidad de sustitución entre los productos importados y los producidos en el país no produce grandes cambios, a menos que la elasticidad (o la inelasticidad) sea muy pronunciada. Escasos cambios en las funciones de respuesta al impulso produce a su vez un cambio en el valor del parámetro α de modo que se alterase la productividad marginal del consumo ante un incremento del gasto público ($\alpha=1$). Por ese motivo no se presentan en este modelo como en los otros escenarios alternativos para analizar sus características. No obstante, hay una serie de elementos diferenciales de este modelo con respecto a los anteriores que sí que merecen ser analizados. El más importante es el grado de apertura de las economías consideradas. Así, se ha realizado un análisis de sensibilidad de algunos resultados importantes del modelo ante diferentes valores de QPY^i . El gráfico 3.5.2 permite apreciar los valores de distintas medidas cíclicas ante un rango de valores de QPY^i que van desde 0,01 hasta 0,30. Así, mientras la producción presenta una correlación positiva cada vez mayor, el consumo privado disminuye la suya al principio para volver a aumentar cuando QPY^i toma valores superiores a 0,25.

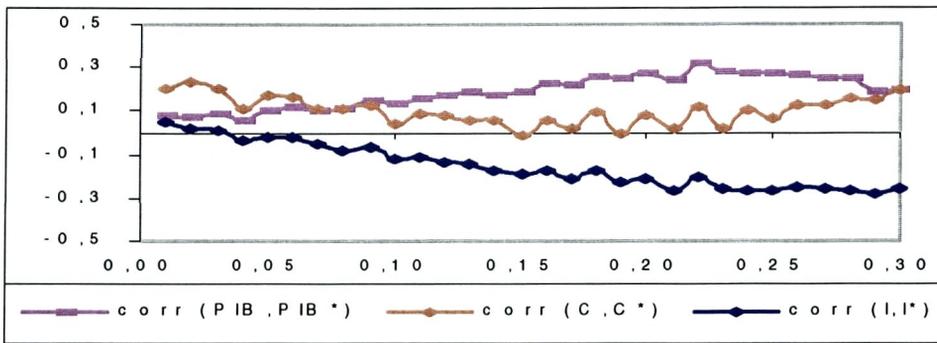
La inversión, por el contrario, aumenta la correlación negativa entre países. Con estos tres datos se puede apreciar cómo una mayor dependencia de las importaciones hace que las producciones de los países tengan una mayor relación. Esa misma relación técnica es la que provoca que la inversión vaya a aquel país donde las oportunidades son mayores, creándose una relación negativa entre las correlaciones de los dos países. Por lo que respecta al consumo, la correlación es casi siempre positiva, pero muy baja, y no mantiene una relación lineal con las proporciones de las importaciones de los países.

Es interesante apreciar cómo la correlación entre productos es más elevada que la correlación entre consumos para muchos de los valores de QPY^i , lo cual mejora sensiblemente la anomalía detectada en el modelo de dos países y un solo sector. De hecho, en la tabla 3.5.6. puede verse cómo el nuevo modelo cambia el orden de las correlaciones

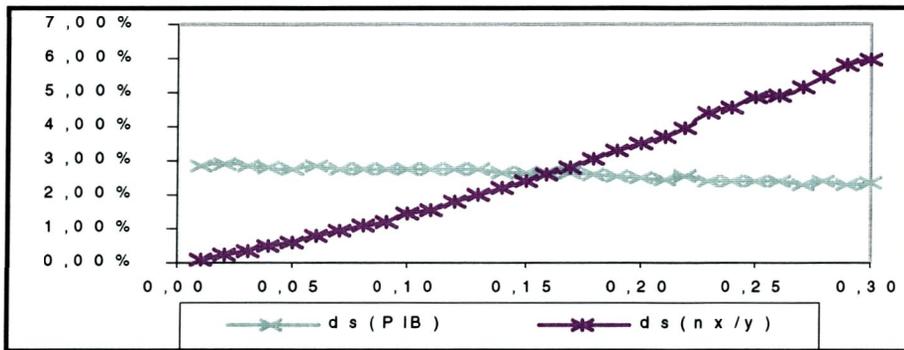
entre consumos con las correlaciones entre productos, resolviéndose así, parte de la anomalía de las cantidades detectada en el apartado anterior. Los bajos valores de estas correlaciones se deben fundamentalmente a la elección de ausencia de correlaciones entre los shocks estocásticos del proceso que define la tecnología de los sectores en ambos países.

Gráfico 3.5.2. Análisis de sensibilidad de algunas medidas cíclicas ante valores de QPY^t

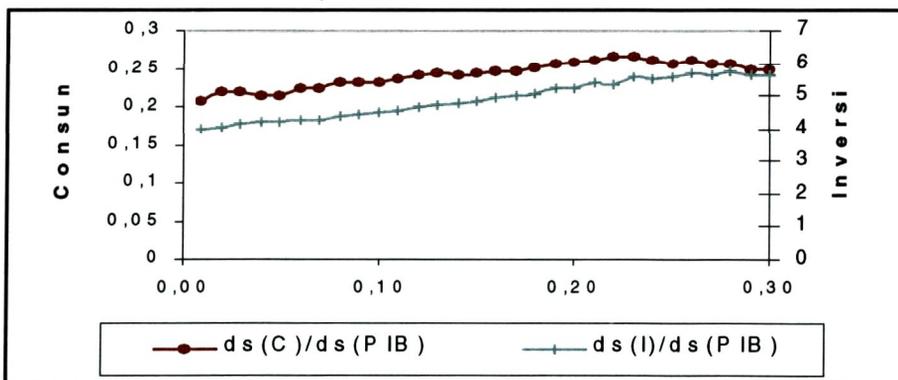
A. Correlaciones entre variables de los dos países (producción, consumo e inversión)



B. Dispersión absoluta del producto y de las exportaciones netas como parte del producto



C. Dispersión relativa del consumo y de la inversión



Por lo que respecta a la dispersión de las variables, puede verse cómo, a medida que QPY^t incrementa su valor, aumenta la de la variable que mide el comercio exterior, las exportaciones netas como proporción del producto, mientras que disminuye la dispersión absoluta del producto, de manera muy ligera pero constante. La dispersión relativa del consumo y de la inversión aumentan de manera considerable, sobre todo la segunda.

Así pues, este modelo parece resolver ciertas anomalías de los anteriores modelos, pero cae en otros problemas que parecían resueltos en aquéllos. Llegado este punto, parece necesario diseñar algún tipo de medida que permita especificar cuál de los modelos propuestos permite una mejor aproximación de los datos en cada uno de los aspectos cíclicos considerados, tomando para ello como referencia una realidad económica cercana como es la española, en un marco europeo.¹

Tabla 3.5.6. Correlaciones internacionales de variables españolas con variables de la UE

| | Corr (Y,Y*) | Corr (CP,CP*) | Corr (Y/N,Y/N*) |
|---|-------------|---------------|-----------------|
| Datos | | | |
| España, Alemania | 0,344 | 0,275 | 0,098 |
| España, Francia | 0,663 | 0,509 | 0,031 |
| España, Italia | 0,536 | 0,622 | 0,160 |
| España, Reino Unido | 0,407 | 0,247 | -0,004 |
| Modelo de dos países con un solo sector (con difusión tecnológica) | | | |
| Con $\alpha=0$ | 0,209 | 1 | 0,775 |
| Con $\alpha=1$ | 0,242 | 0,457 | 0,740 |
| Modelo de dos países con dos sectores (con difusión tecnológica) | | | |
| | 0,274 | 0,068 | 0,228 |

Nota: las variables son: Y producto, CP, consumo privado e Y/N productividad. Las variables con asterisco corresponden al país foráneo.

¹ Una descripción exhaustiva de los datos empleados se desarrolla más adelante, en el capítulo 5.

4. CARACTERÍSTICAS ESTADÍSTICAS Y ECONÓMICAS DE LOS CICLOS

4.1. FILTROS *AD-HOC* DE EXTRACCIÓN DE SEÑALES EN SERIES ECONÓMICAS

4.1.1. El filtro Hodrick-Prescott

En los modelos cíclicos que adoptan una versión *real* de la economía, se aplicó en un inicio una visión de los ciclos deudora de los trabajos de Lucas (1981). Como se ha visto anteriormente, este autor consideraba los ciclos como aquellas desviaciones que se daban en las series económicas que no perteneciesen a la tendencia. Deudores de este planteamiento, en Hodrick y Prescott (1980) se propone una medida cíclica que pretende, sobre todo, determinar la componente tendencial de la serie para así, obtener la componente cíclica por diferencia. Sin embargo, como se dice en Hodrick y Prescott (1990), Lucas no define la tendencia. Por lo tanto, lo que guía el concepto de tendencia que está detrás de su filtro es la teoría de crecimiento de estado estacionario: existe un cambio tecnológico exógeno aumentador de trabajo que se produce a una tasa constante, de manera que la efectividad del trabajo crece a una tasa constante. Debido a que esa tasa no ha sido constante en los últimos 100 años, la utilización de una tendencia lineal es inapropiada: hay que permitir que varíe la tasa de crecimiento, aunque no rápidamente.

La descomposición propuesta por estos autores es una representación de los datos que parte de una definición, necesariamente, estadística. Los criterios que están detrás de dicha descomposición son cuatro:

1. la componente tendencial del PIB real debería ser aproximadamente la curva que los estudiantes de ciclos económicos y crecimiento dibujarían en una gráfica de dicha serie temporal;
2. la tendencia de una serie temporal dada debería ser una transformación lineal de dicha serie, y esa transformación debería ser la misma para todas las series económicas;
3. alargar el periodo muestral no debería alterar significativamente el valor de las desviaciones en una fecha concreta, exceptuando tal vez cerca del final de la muestra;

4. el esquema debería estar bien definido, sin ningún tipo de juicio *a priori* y fácilmente reproducible.

Con estas ideas teóricas y prácticas, una serie temporal dada, y_t , es igual a la suma de sus componentes tendencia, t_t , y ciclo, c_t :

$$y_t = t_t + c_t$$

El supuesto fundamental es, por lo tanto, que la tendencia varía *suavemente* en el tiempo. La medida de la suavidad de la tendencia que se adopta es la suma de cuadrados de su segunda diferencia. La componente cíclica son desviaciones respecto de la tendencia y el marco de trabajo es que en períodos de tiempo prolongados, su media está cerca de cero. Estas consideraciones llevan a un planteamiento de minimización de una función de pérdida:

$$\text{Min}_{\{t_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(t_t - t_{t-1}) - (t_{t-2} - t_{t-1})] \right\}$$

donde:

$$c_t = y_t - t_t.$$

El parámetro λ es un número positivo que penaliza la variabilidad en el crecimiento de las series, de manera que cuanto mayor es el valor de λ más suave es la componente tendencial. Para un valor lo suficientemente grande de λ la diferencia entre cualquier $t_t - t_{t-1}$ debe estar arbitrariamente cerca de una constante β , de modo que cualquier valor de g_t esté arbitrariamente cerca de $t_0 + \beta * t$. Por lo tanto, para un valor teóricamente infinito de λ , la tendencia ajusta una recta. Como la tasa de crecimiento de la tendencia puede entenderse como no constante, debe escogerse un valor concreto del parámetro λ .

Si se asume que la componente cíclica y la segunda diferencia de la tendencia son variables normales idéntica e independientemente distribuidas, con media cero y varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , entonces la esperanza condicionada de g_t , dadas las observaciones, debería ser la solución al programa anterior cuando $\sqrt{\lambda} = \sigma_1 / \sigma_2$.

En Hodrick y Prescott (1980) se escoge un parámetro λ igual a 1600 para datos trimestrales, compatible con una desviación estándar del ciclo igual al 5% cuando el cambio en la tasa de crecimiento de la tendencia es igual a un 0,125% , esto es, $1/8: \sqrt{\lambda} = 5/1/8 = 40$.

En términos matriciales, la expresión del filtro HP quedaría como:

$$\underset{t_t}{\text{Min}} c'c + \lambda(At)'(At)$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

de manera que la tendencia quedaría como:

$$t = (I + \lambda A' A)^{-1} y$$

Y el ciclo sería, como se ha señalado más arriba, la diferencia entre la tendencia y la serie. Este filtro ha sido ampliamente empleado en numerosos trabajos, y analizado en algunos otros, como en Prescott (1986), King y Rebelo (1993) y Singleton (1988). La definición empleada, en palabras de Baxter y King (1995), tiene una deficiencia fundamental: la *definición en sí* del ciclo económico. Esto es, definirlo propiamente, no establecerlo como diferencia de dos elementos.

4.1.2. El filtro Baxter-King

La *definición* del ciclo es un aspecto central para Burns y Mitchell (1946). La definición empírica adoptada por estos autores es la aplicada por el National Bureau of Economic Research (*NBER*), que determina que el ciclo económico son las fluctuaciones que se dan con una periodicidad superior a los 6 trimestres (año y medio) e inferior a los 32 trimestres (8 años). Con esta definición hay que diseñar un filtro con unas características técnicas que permitan recoger la definición que se escoja en cada momento. Esta definición determina una *banda de paso*, de permite delimitar qué movimientos de la serie son los que pertenecen a la componente cíclica.

Baxter y King (1995) diseñan, pues, un filtro que debe cumplir seis objetivos, similares a los definidos por Hodrick y Prescott (1980):

1. el filtro debe extraer un rango específico de periodicidades y dejar lo demás sin afectar;
2. el filtro ideal no debe introducir cambio de fase, esto es, no alterar las relaciones temporales entre series en ninguna frecuencia;
3. el método debe ser una aproximación óptima al filtro de paso de banda ideal;
4. se requiere que de la aplicación de la aproximación del paso de banda resulte una serie estacionaria incluso cuando se aplique a datos con tendencia;
5. se requiere, además, que el método aporte componentes cíclicas que no estén relacionadas con la longitud del período muestral;
6. el método debe ser operativo.

El filtro diseñado en Baxter y King (1995) (BK en adelante) es una media móvil que aísla unas determinadas componentes periódicas de una serie temporal (el ciclo), eliminando otras: el movimiento lento (la tendencia) y el de alta frecuencia (la componente irregular).

Para empezar, diremos que una serie cualquiera finita $\{X_t\}$ de tamaño T puede expresarse con su Transformada Discreta de Fourier (TDF):

$$W_k = \left(\frac{1}{\sqrt{T}} \right) \sum_{t=1}^T X_t \exp \left\{ \frac{-ik(t-1)2\pi}{T} \right\},$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, T-1$, y con

$$W_0 = \sqrt{T} \bar{X}.$$

Con la Transformada Inversa igual a:

$$X_t = \left(\frac{1}{\sqrt{T}} \right) \sum_{k=0}^{T-1} W_k \exp \left\{ \frac{ik(t-1)2\pi}{T} \right\},$$

para $t = 1, 2, \dots, T$, la cual expresa la serie temporal como una suma ponderada de oscilaciones sinusoidales, de frecuencias $2\pi k/T$, para k desde 1 hasta $T/2$ (si T es par) o hasta $(T-1)/2$ (si T es impar), donde $2\pi/T$ es la frecuencia fundamental. Esto quiere decir que en una serie de duración T , hay $T/2$ ciclos (o $(T-1)/2$), durando $2\pi/T$ cada uno de ellos.

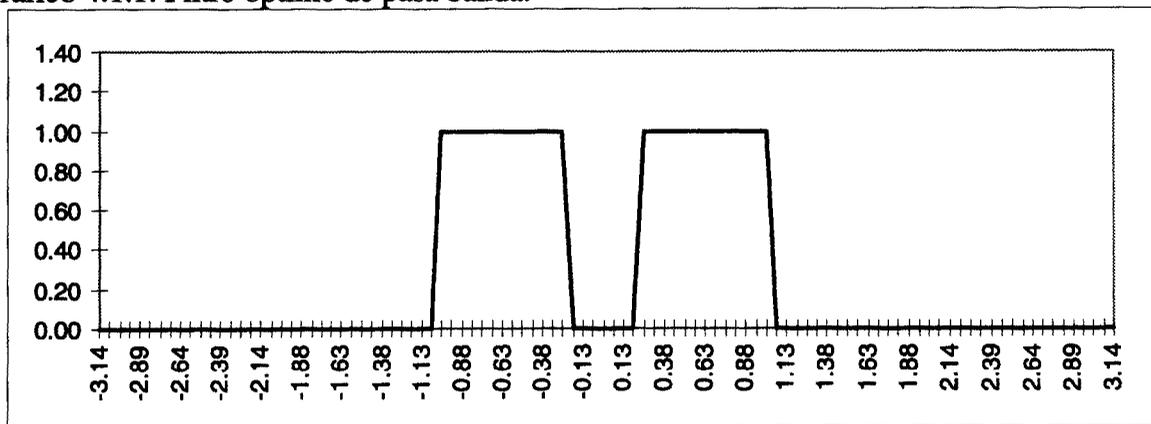
El cuadrado de los módulos $\{|W_k|^2\}$ es el periodograma de la serie, el cual sirve para ver la distribución de la varianza total o potencia de la serie sobre los distintos armónicos.¹

¹ Así, una variable *ruido blanco* es una variable que tiene la misma potencia en todos los armónicos, al igual que la luz blanca tiene la misma cantidad de luz en todas las frecuencias. De esta definición viene, pues el nombre al *ruido blanco*.

Pues bien, si a una serie le aplicamos un filtro lineal, la TDF queda alterada por dicho filtro, de modo que $|Z_k|=G(w_k)|W_k|$, siendo $|Z_k|$ la TDF de la serie filtrada y $G(w_k)$ la *ganancia* del filtro, esto es, cómo afecta el filtro al argumento de la TDF de la serie original. Así, la ganancia de un filtro nos indica cómo se ve afectada la serie en cada una de las frecuencias.

Con estas definiciones, el filtro BK está definido de manera que su ganancia sea aquella que deje pasar todos los movimientos de la serie definidos en las frecuencias que vienen determinadas por la banda que se desee, 6 y 32 trimestres en el ejemplo definido anteriormente. Así, definiendo todas las frecuencias entre $-\pi$ y π , la ganancia del filtro deseado está mostrada en el gráfico 4.1.1

Gráfico 4.1.1. Filtro óptimo de pasa banda.



Para diseñar este filtro, haría falta una media móvil de orden infinito, pero esto no es aplicable. La solución consiste en calcular una aproximación con una media móvil finita, de orden K , intentando minimizar una función de pérdida. Haciéndolo de esta manera, se llega a que el filtro óptimo es aquél que se obtiene como resultado de truncar el filtro óptimo de orden infinito, en el retardo K . Por otro lado, como el filtro deseado es un filtro de paso de banda, es necesario diseñar un filtro de paso alto y otro de paso bajo para conseguir el filtro de paso de banda. Además, se requiere que el peso del filtro de paso bajo en la frecuencia 0 sea igual a 1. Esto dará lugar a la obtención de un filtro con ganancia cero en la frecuencia 0.

Así, el filtro óptimo sería:

$$b(L) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h L^h ,$$

con:

$$b_h = \int_{-\pi}^{\pi} \beta(\omega) \exp(i\omega h) d\omega.$$

Escogiendo una determinada frecuencia de corte (alta o baja), se tiene que $\beta(\omega)$ será igual a 0 o a 1, allá donde se quiera eliminar o mantener la potencia. De este modo, se llega a que:

$$b_0 = \frac{\omega}{\pi} \quad \text{y} \quad b_h = \frac{\text{seno}(h\omega)}{h\pi} \quad \text{para } h = 1, 2, \dots$$

Sin embargo, como ya se ha dicho, el filtro posible requiere trincar el filtro óptimo, de modo que quede:

$$a(L) = \sum_{h=-K}^K a_h L^h,$$

con: $a_h = b_h$ para $h = 0, 1, 2, \dots, K$

$a_h = 0$ para $h \geq K+1$

Este truncamiento hace que la ganancia del filtro en la frecuencia cero no sea igual a cero, por lo que es necesario retocarlo, de modo que quede $\alpha_K(0)=1$. Así,

$$a_h = b_h + \theta;$$

donde:

$$\theta = \frac{1 - \sum_{h=-K}^K b_h}{2K+1}. \quad (4.1.1)$$

Finalmente, el filtro de banda $(\underline{\omega}, \bar{\omega})$ será igual a la solución del filtro de paso alto menos el filtro de paso bajo:

$$BK(L) = \sum_{h=-K}^K \alpha_h L^h$$

donde:

$$\alpha_h = a_h - b_h,$$

siendo:

$$a_h = \frac{2}{\underline{\omega}} + \underline{\theta} \quad \text{para } h = 0,$$

$$a_h = \frac{\text{seno}(2\pi h / \underline{\omega})}{\pi h} + \underline{\theta} \quad \text{para } h = 1, 2, \dots, K,$$

$$b_h = \frac{2}{\bar{\omega}} + \bar{\theta} \quad \text{para } h = 0,$$

$$b_h = \frac{\text{seno}(2\pi h/\omega)}{\pi h} + \bar{\theta} \quad \text{para } h = 1, 2, \dots, K,$$

donde $\bar{\theta}$ y $\underline{\theta}$ son los correctores de potencia en la frecuencia 0 definidos en (4.1.1).

Así, para unas frecuencias definidas por el intervalo cíclico de 6 (paso alto) a 32 trimestres (paso bajo), y con una amplitud de 12 trimestres, los pesos del filtro BK y los de sus componentes de paso alto y paso bajo, serán los que se muestran en los gráficos 4.1.2, 4.1.3 y 4.1.4 respectivamente.

Grafico 4.1.2 Filtro de pasa banda BK(32,6,12)

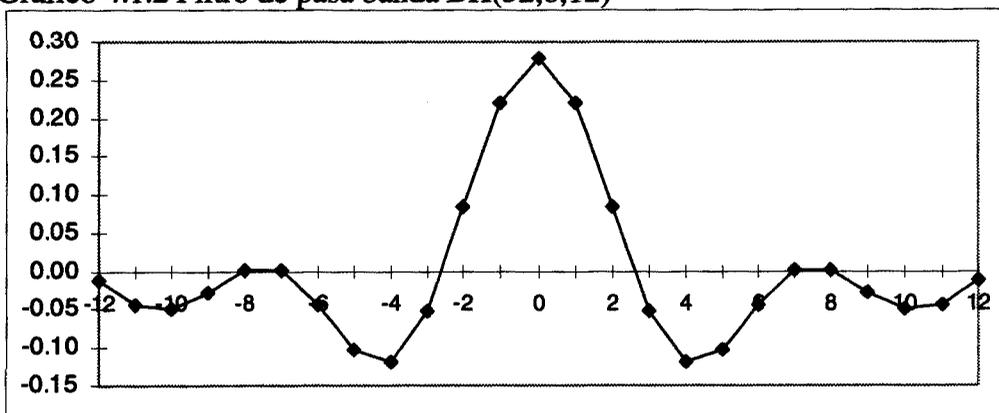


Grafico 4.1.3. Filtro de paso alto

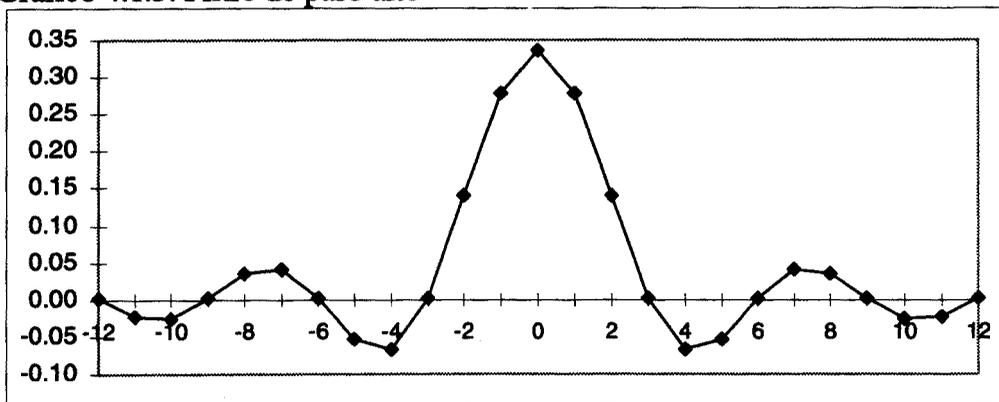
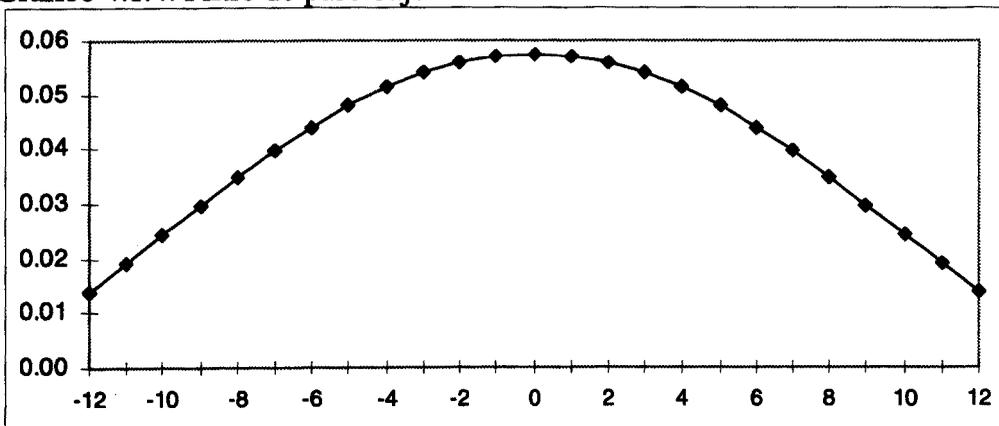
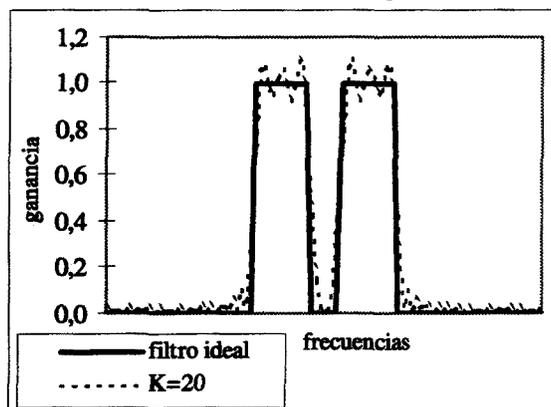
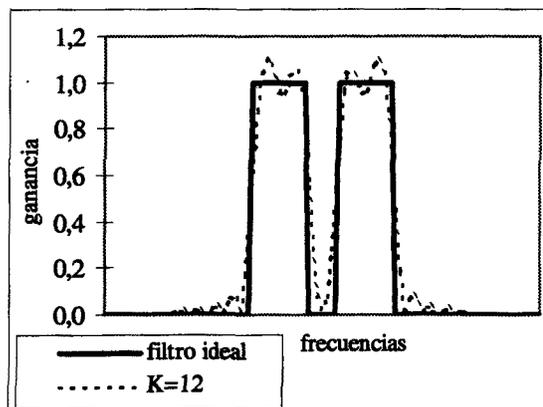
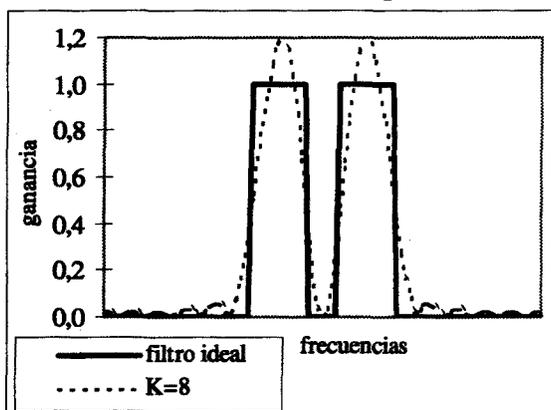
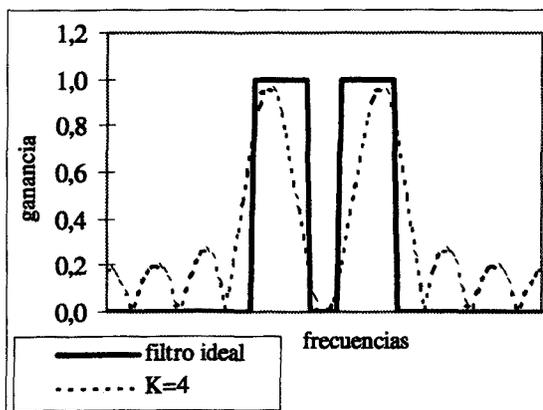


Grafico 4.1.4. Filtro de paso bajo



Por efectos del truncamiento del filtro, se perderá finura en términos de aproximación al filtro óptimo. Así, a medida que aumentemos el orden K , la ganancia del filtro BK será más cercana al filtro óptimo, pero tiene el inconveniente de que el filtro, al ser media móvil, hace que perdamos un total de $2K$ observaciones.

La ganancia de este filtro será diferente en función de las frecuencias escogidas y de la amplitud del filtro. En los gráficos 4.1.5, 4.1.6, 4.1.7 y 4.1.8 pueden verse las ganancias del filtro cuando las frecuencias 6 y 32 trimestres se compaginan con unas amplitudes de 4, 8, 12 y 20 trimestres:

Gráfico 4.1.5. Filtro BK con amplitud $K=20$ Gráfico 4.1.6. Filtro BK con amplitud $K=12$ Gráfico 4.1.7. Filtro BK con amplitud $K=8$ Gráfico 4.1.8. Filtro BK con amplitud $K=4$ 

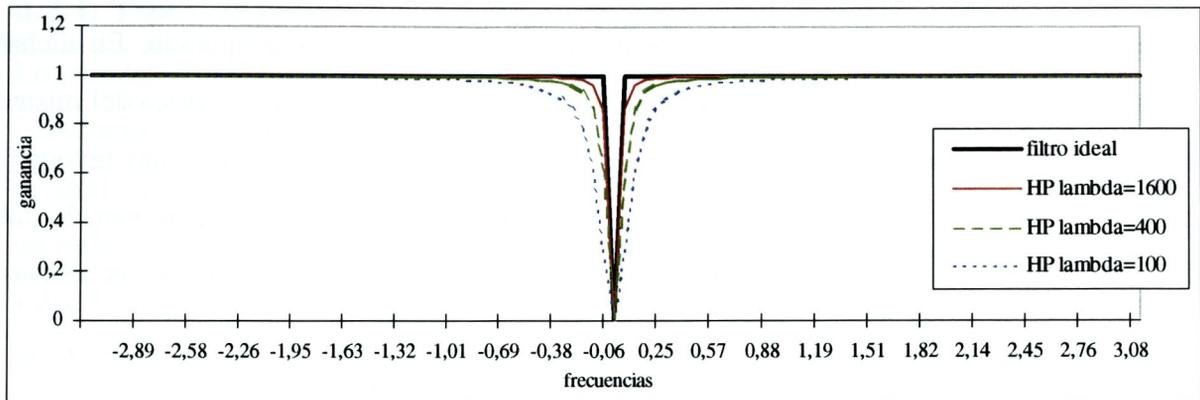
Para calcular la ganancia del HP, en King y Rebelo (1993) puede encontrarse una expresión explícita del filtro tanto en el dominio temporal como en el dominio de las frecuencias:

$$C(L) = \frac{\lambda[1-L]^2[1-L^{-1}]^2}{1-\lambda[1-L]^2[1-L^{-1}]^2},$$

$$\tilde{C}(\omega) = \frac{4\lambda[1-\cos(\omega)]^2}{1+4\lambda[1-\cos(\omega)]^2}.$$

La ganancia puede apreciarse en el gráfico 4.1.9.

Gráfico 4.1.9. Comparación de ganancias del filtro HP con diferentes parámetros



La diferencia fundamental estriba, por lo tanto, en las altas frecuencias. Así, en Baxter y King (1995) se muestra cómo el filtro de paso de banda 2-32 con una amplitud igual a 12 es muy similar al HP con λ igual a 1600. En el gráfico 4.1.10 puede observarse la ganancia del filtro BK(2,32,12), y en el gráfico 4.1.11 una comparación de la ganancia de dicho filtro con la del HP(1600).

Gráfico 4.1.10. Ganancia del filtro BK(2,32,12)

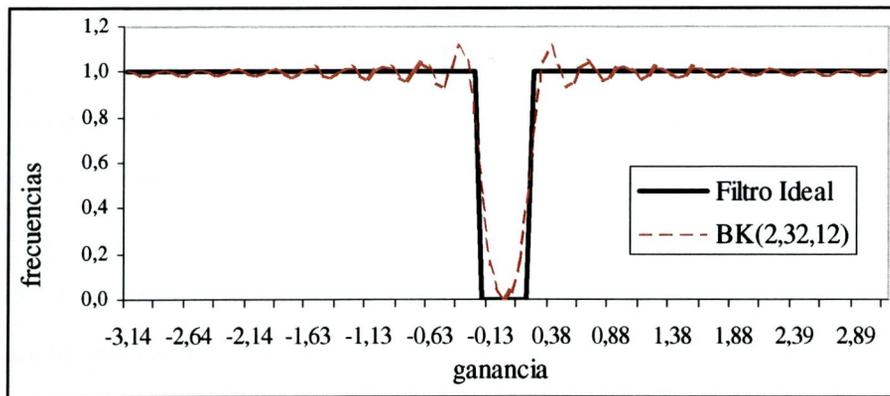
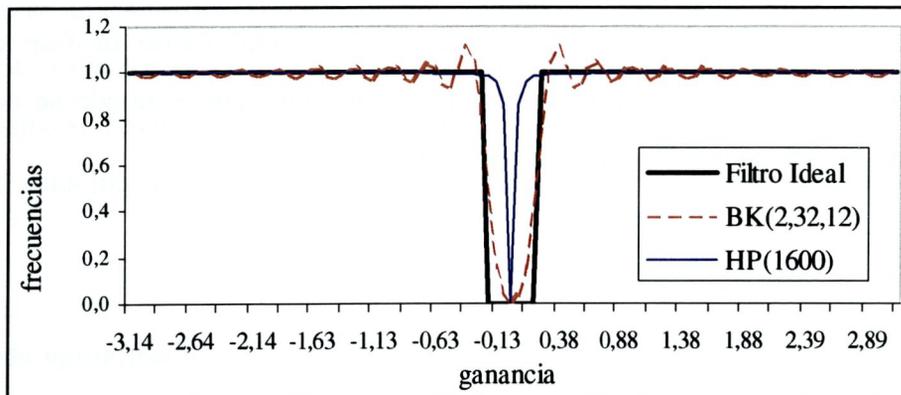


Gráfico 4.1.11. Comparación de las ganancias de los filtros BK(2,32,12) y (1600).



Así pues, si el filtro HP y el BK no se diferencian demasiado, parece que lo óptimo sería escoger el filtro HP, puesto que con este filtro no se pierden observaciones, lo cual sí sucede con el BK. Sin embargo, el problema del filtro HP se encuentra precisamente en las observaciones de los extremos de la muestra finita que se esté contemplando. En dichas observaciones, la ganancia del filtro dista mucho de parecerse a la ganancia teórica del mismo en las observaciones centrales. Por lo tanto, el HP deja de tener una posición más favorable para su utilización que el BK. Es más, el BK tiene entonces la ventaja de disponer de una definición del ciclo mucho más completa, delimitándolo no sólo por las bajas frecuencias, sino también por las altas.

Los trabajos de Baxter (1994), Hornstein (1998), King y Watson (1994) y Stock y Watson (1998) han aplicado y analizado las características y bondades de este filtro frente a otras alternativas de extracción de señales, como el filtro HP y otros. En la presente tesis se ha optado por calcular los resultados cíclicos empleando los dos filtros. Esto es, se han calculado las componentes cíclicas de los datos empleando tanto el HP con un parámetro λ igual a 1600 como el BK con una amplitud igual a 12, una banda baja igual a 32 trimestres y una banda alta igual a 6 trimestres. Sin embargo, ante la escasa diferencia en los resultados finales, sólo se presentarán los resultados calculados con el filtro BK.

Recientemente, Christiano y Fitzgerald (1999) han desarrollado un filtro de paso de banda en el cual se tienen en cuenta las características que presenta la serie que se quiere filtrar. En este trabajo se ponderan los pesos del filtro por el espectro de las series, asumiendo, pues, una visión de la extracción de la componente cíclica basada en el criterio del error mínimo cuadrático que se comete al filtrar las series. La consideración de series no estacionarias (con varianza no definida en la frecuencia cero, por lo tanto) de especificación distinta a la planteada en el trabajo de Baxter y King (1995), lleva a definiciones de filtros de paso de banda que dejan de ser simétricos y que pueden presentar cierto desfase en algunas frecuencias para mejorar el ajuste en las bajas frecuencias, que es donde se concentra la mayor parte de la varianza de las series económicas.

4.2. MEDIDAS DE AJUSTE DE MODELOS DINÁMICOS SIMULADOS

4.2.1. Tipos de contrastes

Los modelos dinámicos multivariantes tienen la característica de permitir el estudio de las cuestiones económicas cada vez más complejas. Un ejemplo son los modelos de equilibrio general dinámico estocástico, como los modelos cíclicos presentados anteriormente. Sin embargo, dicha complejidad añade dificultades de cálculo analítico, lo que hace que la solución deba aproximarse por métodos numéricos. Esto lleva a tener que considerar la posibilidad de error en dicha aproximación. Un error que también existirá en la elección *arbitraria* de las formas funcionales concretas del modelo genérico y en la elección del valor concreto de los parámetros de esas funciones. Ese proceso de *calibración* suele resolverse con una comparación informal de determinadas medidas de los datos con las mismas medidas del modelo.

Estas comparaciones entre los datos reales y los datos simulados no tienen ningún tipo de fundamento estadístico y además no permite poder comparar parametrizaciones diferentes de un mismo modelo o incluso modelos diferentes.

No obstante, en econometría se han desarrollado recientemente diversos métodos que permiten hacer comparaciones de los modelos con los datos. Esos métodos pueden clasificarse, siguiendo a Canova y Ortega (1996) en cuatro categorías. La primera de ellas utiliza la incertidumbre en los datos simulados para aportar una medida de distancia entre el modelo y los datos. Unos utilizan los parámetros del modelo como dados y el proceso exógeno como estocástico (como por ejemplo se hace en Gregory y Smith (1991, 1993), Söderlin (1994) y Cogley y Nason (1994)). Otros formalizan la incertidumbre en que se encuentra el investigador al escoger los valores de los parámetros tratando tanto los parámetros como los procesos exógenos como estocásticos (Canova (1994, 1995)). Todos estos trabajos se basan en métodos de Monte Carlo para hacer inferencia acerca del supuesto de que la solución del modelo es el proceso generador de los datos correcto de los datos reales.

La segunda aproximación utiliza la variabilidad muestral de los datos reales para proponer una medida de distancia entre el modelo y los datos, la cual a veces viene de la estimación de los parámetros del modelo utilizando el método de los momentos generalizado (GMM) de

Christiano y Eichenbaum (1992). La aproximación en el dominio de las frecuencias multivariante de Diebold, Ohanian y Berkowiz (1995) también se enmarca en este tipo de métodos: los estadísticos del modelo pueden ser estimados sin error al simular series temporales muy largas y así usar sólo la variabilidad muestral de los estadísticos de los datos reales (evaluados con algoritmos tipo *bootstrap*) para proponer criterios de medidas de bondad y para derivar los estimadores de parámetros óptimos asociados.

La tercera aproximación se debe a Watson (1993), y se centra en las propiedades estadísticas de la discrepancia entre el modelo y los datos, que incluye el error en que se incurre al aproximar el modelo y no calcularlo analíticamente. Lo que se propone en ese trabajo es una cota inferior para una medida de ajuste entre el modelo y los datos, basándose en la minimización del espectro de dicha discrepancia. La aproximación propuesta tiene en cuenta que el resultado del modelo no es el proceso generador de los datos correcto. Sin embargo, su medida ($1-R^2$) se evalúa de manera informal y no aporta ningún tipo de ayuda acerca de cómo debe reespecificarse el modelo para su mejora.

El cuarto y último enfoque citado en Canova y Ortega (1996) es el que considera tanto la variabilidad muestral de los datos como la incertidumbre en los datos simulados, permitiendo tanto variabilidad en los parámetros como dejando fijos los procesos exógenos, como en DeJong, Ingram y Whiteman (1996), o permitiendo que tanto los parámetros como los procesos varíen, como en Canova y De Nicolò (1995).

Un quinto enfoque sería el aportado en Ortega (1998c), el cual permite tener en cuenta, por un lado, tanto el hecho de que la solución del modelo teórico no es más que una aproximación del mismo, como que dicho modelo no puede entenderse como el proceso generador de datos correcto, puesto que no lo es. Y también permite tener en cuenta, por otro lado, tanto la variabilidad muestral de los datos observados como la incertidumbre de las series simuladas, puesto que los parámetros del modelo se asumen como estocásticos.

4.2.2. Contrastes en el dominio de las frecuencias

El enfoque que se ha decidido adoptar en la presente tesis es el segundo de los descritos en el anterior apartado y en concreto el desarrollado en Cogley y Nason (1995b). En él se desarrolla una medida de bondad del ajuste del modelo que se desarrolla en el dominio de las frecuencias.

La razón fundamental de haber escogido este trabajo como marco para contrastar los modelos propuestos se debe fundamentalmente al tratamiento que se realiza de los datos reales y los del modelo en el dominio de las frecuencias, pero teniendo en cuenta que los filtros aplicados a los datos pueden llevar a conclusiones equívocas sobre la similitud de los procesos reales y simulados. Así, en dicho trabajo se desarrolla una medida de bondad del ajuste del modelo con respecto a los datos reales que no está afectada por los filtros que se suelen emplear en la extracción de la señal cíclica. El análisis se basa en contrastar la hipótesis de que los datos reales vienen de un proceso generador de datos que ha sido reproducido por el modelo teórico². Para comprobar que ello es así, se analizan distintas medidas en el dominio de las frecuencias: medidas de periodicidad (el espectro) y medidas de movimientos comunes (la coherencia).

Para contrastar dicha hipótesis se diseña una medida que no dependa del filtro que ha sido empleado para conseguir que la serie económica utilizada sea estacionaria y que refleje la componente cíclica de los datos. A continuación se presentan las medidas propuestas por Cogley y Nason (1995b). Primero se muestra el contraste que se refiere a la dispersión de los datos (análisis del periodograma) y a continuación el contraste de los movimientos comunes entre variables (análisis de la coherencia).

En cuanto a la periodicidad, dicha medida se calcula de la siguiente manera. Sea $R_T(\omega) = I_T(\omega) / f(\omega)$, donde $I_T(\omega)$ es el periodograma muestral y $f(\omega)$ es el periodograma generado por el modelo de los datos sin filtrar. Sea $U_j(\omega)$ proporcional a las sumas parciales acumuladas de $R_T(\omega)$:

$$U_j(2\pi j/T) = (2\pi/T) \sum_{i=1}^j R_T(2\pi i/T) \quad \text{para } j=0, \dots, T/2.$$

La variable $U_j(\omega)$ es invariante a cualquier filtro lineal óptimo, ya que tanto el numerador como el denominador que conforman el ratio $R_T(\omega)$ están multiplicados por la ganancia del filtro, de modo que:

² En este contraste se está suponiendo, por lo tanto, que el modelo ha conseguido reproducir exactamente la realidad, cuando eso es, por definición, falso. Esta tautología es la que se intenta corregir en otras aproximaciones de contrastes de modelos teóricos. Así pues, se asume en este trabajo que lo que se contrasta es por definición falso. Sin embargo, la construcción de una métrica que permita comparar la bondad de ajuste de diferentes modelos justifica el desarrollo del contraste.

$$U_T^{HP}(2\pi j/T) = (2\pi/T) \sum_{i=1}^j \frac{G_T(2\pi i/T) I_T(2\pi i/T)}{G_T(2\pi i/T) f(2\pi i/T)} = (2\pi/T) \sum_{i=1}^j \frac{I_T(2\pi i/T)}{f(2\pi i/T)} = U_T(2\pi j/T),$$

donde $G(\omega) = |HP(\omega)|^2$ es la ganancia del filtro HP, por ejemplo. Esto permite obtener una medida que es invariante al filtro que se emplee. Una medida, $U_i(\omega)$, que converge a una función distribución uniforme. Así, los estadísticos de bondad de ajuste de distribuciones uniforme pueden ser aplicados a esta medida. Por ejemplo, los estadísticos Kolmogorov-Smirnov (KS) y Cramer-von Mises (CvM):

$$KS = \max |B_T(\tau)|, \quad CvM = \int_0^1 B_T^2(\tau) d\tau,$$

donde $B_T(\tau) = \left(\frac{\sqrt{2T}}{2\pi} \right) [U_T(\pi\tau) - \tau U_T(\pi)]$ y $0 \leq \tau \leq 1$, siendo $\tau = 2i/T$ para todo $i=0, \dots, T/2$. En

general, este tipo de tests no paramétricos tienen una serie de ventajas que los hacen aconsejables sobre otros (como el χ^2 o el G^2), como por ejemplo su más fácil aplicación; que su distribución es conocida, lo que permite no necesitar muestras de gran tamaño para basarse en sus distribuciones asintóticas; y que tiene una potencia de contraste mayor para muestras finitas. Dzhaparidze (1986) demuestra que estos estadísticos convergen a funciones de puentes Brownianos. Sus distribuciones límite se muestran en Shorack y Wellner (1987)³.

Por lo que respecta a los movimientos comunes, la medida de ajuste puede construirse de manera análoga. Sea $R_T(\omega) = c_T(\omega) / c(\omega)$, donde $c_T(\omega)$ es la coherencia muestral y $c(\omega)$ es la coherencia teórica de los datos sin filtrar. Sea $U_i(\omega)$ proporcional a las sumas parciales acumuladas de $R_T(\omega)$:

$$U_i(2\pi j/T) = (2\pi/T) \sum_{i=1}^j R_T(2\pi i/T) \quad \text{para } j=0, \dots, T/2.$$

De nuevo, el ratio entre coherencias no se ve alterado ante la aplicación de filtros lineales. En este caso, las distribuciones límite no son conocidas, de modo que deberán computarse para cada caso. La manera de hacerlo parte del hecho de que la arcotangente hiperbólica de la coherencia se comporta como una normal con media $c(\omega)$ y desviación estándar, por ejemplo para una ventana de alisamiento de los periodogramas simples y cruzados rectangular, igual a

³ Hay que destacar que la varianza de la distribución depende de la ventana que se haya escogido en el alisamiento del periodograma estimado. Tener en cuenta este hecho ha llevado a calcular los valores críticos del contraste en función de la ventana que se haya empleado.

$\sqrt{\frac{1}{2*(2*m+1)}}$, donde m es la amplitud de la ventana. Así, para calcular los límites de los estadísticos deberá hacerse dicha arcotangente hiperbólica, añadirle el ruido y computar a continuación la tangente hiperbólica. El resultado será una coherencia compatible con la primera. Entonces se calculan los estadísticos KS y CvM.

Este experimento se repite un número elevado de veces, por ejemplo 10.000, de manera que siguiendo el ejemplo, el centésimo mayor resultado será el valor crítico correspondiente al 1% (100/10.000).

Por lo tanto, el cálculo de los valores límites deberá realizarse cada vez que se haga el contraste de una coherencia diferente.

Una vez presentado el trabajo de Cogley y Nason se procede a una pequeña revisión del mismo. Los contrastes que se proponen se basan en las propiedades del ratio entre los periodogramas (o entre las coherencias) de los datos con los del modelo teórico. Hay que partir del hecho de que, a priori, debería ser indiferente cuál de las dos medidas se pone en el denominador del ratio fundamental $R_T(\omega)$. Si finalmente se acaba escogiendo el periodograma (o coherencia) que resulta del modelo de teoría económica es básicamente por que es mucho más suave, ya que es el resultado de obtener el periodograma (o coherencia) de sucesivas simulaciones. Centrándonos en el caso del contraste del periodograma, el cual se puede hacer extensivo al contraste de la coherencia, si la dispersión absoluta de los datos es similar a la dispersión absoluta del modelo, entonces el ratio $R_T(\omega)$ tendrá valores cercanos a la unidad para cada frecuencia, unos por encima y otros por debajo. En ese caso la medida acumulada de ese ratio, $U_T(2\pi/T)$, tendrá un valor final cercano a π . Entonces puede definirse una métrica concreta alrededor de un valor que en términos absolutos puede decirse que está acotado.

Sin embargo, en el caso en el que la dispersión de los dos procesos sea muy diferente, el valor de los periodogramas para cada potencia será muy diferente, con lo cual el ratio $R_T(\omega)$ tendrá valores muy alejados de la unidad para cada potencia. De hecho, entonces sí que es fundamental dónde se coloque un periodograma u otro en el ratio. Así, en una primera situación, si el periodograma de la serie con mayor varianza se coloca en el numerador, el ratio tendrá un valor muy elevado para cada potencia ω . Mientras, en un segundo caso, si el

periodograma de la serie con mayor varianza se sitúa en el denominador entonces el ratio $R_T(\omega)$ tendrá un valor muy bajo para cada potencia ω . Ambas situaciones llevan a conclusiones completamente diferentes. La medida acumulada de ese ratio, $U_A(2\pi T)$, tendrá un valor muy alto en la primera situación mientras que en el segundo caso esa misma medida tendrá un valor muy bajo. Esto lleva a unos valores de los estadísticos KS y CvM para cada una de las dos situaciones presentadas. Y así, con los mismos valores críticos se podrá rechazar o no rechazar una misma hipótesis en función de cómo se defina el ratio fundamental del contraste.

El fallo de estos contrastes, por lo tanto, se dará en aquellas situaciones en las cuales haya una diferencia importante entre la dispersión (o la correlación) de los datos con la del modelo. De hecho, los contrastes propuestos por Cogley y Nason se definen en Dzhaparidze (1986) como contrastes de *la forma* de las densidades espectrales de dos procesos. Del mismo modo, en Ruiz-Maya y Martín-Pliego (1995) se define el test de Kolmogorov-Smirnov como una medida que permite contrastar la diferencia entre dos funciones distribución empíricas, las cuales, por definición tienen definido el máximo.

Por lo tanto, realizar los contrastes propuestos en Cogley y Nason supone contrastar si las *formas* de los periodogramas o las coherencias son similares o si no lo son. Pero para poder contrastar este extremo, lo que aquí se propone es normalizar los periodogramas para que se puedan interpretar como densidades espectrales. Al hacerlo, se está procediendo a realizar un reescalamiento del ratio $R_T(\omega)$, para que su promedio sea la unidad. De este modo al calcular los estadísticos KS y CvM se contrastaría la forma de periodogramas y coherencias de datos y modelos. Los valores críticos de los contrastes, tanto del periodograma periodicidad como de la coherencia, se obtendrían siguiendo el procedimiento de simulación de los valores críticos un número elevado de veces.

Sin embargo queda entonces sin resolver el caso en el cual se quiere contrastar si dos procesos tienen la misma varianza o si no la tienen, o si tienen una coherencia común o no. Para hacerlo se presenta a continuación un estadístico basado en las definiciones anteriores.

Sea $R_T(\omega) = \frac{I_T(\omega)}{f(\omega)}$, donde $I_T(\omega)$ es el periodograma muestral y $f(\omega)$ es el periodograma generado por el modelo de los datos sin filtrar. La hipótesis que se pretende

contrastar es si los procesos generadores de los dos periodogramas que construyen el ratio son el mismo. Si lo fuesen, la hipótesis nula sería por tanto correcta, ese ratio debería ser igual a la unidad en cada potencia: $R_{H0}(\omega) = 1$, para cualquier ω . A continuación se define el indicador:

$$\psi(\omega_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_T(\omega_i) < 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \text{para todas las frecuencias definidas, } \omega_i.$$

El estadístico de U de Mann-Whitney se define entonces como:

$$U_Y = \sum_{\omega_i=2\pi/T}^{\pi} \sum_{\omega_i=2\pi/T}^{\pi} \psi(\omega_i).$$

A continuación se define otro indicador:

$$\psi(\omega_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_T(\omega_j) > 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

siendo el estadístico de Mann-Whitney:

$$U_X = \sum_{\omega_j=2\pi/T}^{\pi} \sum_{\omega_j=2\pi/T}^{\pi} \psi(\omega_j).$$

Es fácil demostrar que:

$$U_Y + U_X = \eta^2$$

donde η es el número de frecuencias básicas definidas en el periodograma muestral que se ha calculado con una serie de tamaño T . Entonces, a continuación, se define:

$$U_{min} = \text{minimo}\{U_Y, U_X\}.$$

Así, puede construirse el estadístico U_{MW} como:

$$U_{MW} = \frac{\eta^2}{2} - U_{min}.$$

Este estadístico se acercará a cero cuando los dos periodogramas (o coherencias) sean muy similares y se alejará de cero (se acercará por tanto a $\eta^2/2$) cuando las medidas a contrastar sean muy diferentes. Cuando el estadístico sea superior a un determinado valor crítico, se podrá rechazar la hipótesis nula de que las dos muestras provienen del mismo proceso generador de datos. Se calcularán los valores críticos del contraste para cada periodograma o coherencia siguiendo el mismo procedimiento que se ha definido anteriormente para los demás contrastes.

Del mismo modo que se ha definido este contraste para el periodograma, puede hacerse igualmente para la coherencia definiendo el ratio fundamental entre diferentes coherencias.

4.2.3. Contrastes en el dominio de las frecuencias para filtros pasa-banda: propuesta de eliminación de la potencia

Del modo descrito pueden contrastarse tanto el periodograma como la coherencia del modelo propuesto frente a los datos. No obstante, uno de los problemas fundamentales con que se encuentra el investigador a la hora de aplicarlos es la dificultad de hacer dicha aplicación con el filtro de banda BK. Como se vio en el apartado anterior, dicho filtro está diseñado para limpiar el espectro en las frecuencias escogidas. Eso hace que en las frecuencias más altas, por ejemplo, el periodograma debería ser cero, puesto que sólo dejaría pasar la información del periodograma escogida en la banda. Así, podrían estudiarse de manera aislada las frecuencias cíclicas, sin tener en cuenta una serie de información que *no* entraría en la definición estadística de la componente cíclica. La coherencia, por su parte, no estaría definida en las frecuencias altas en las que el espectro fuese igual a cero.

Sin embargo hay que recordar que el filtro BK es una aproximación truncada del filtro óptimo que efectivamente elimina la potencia en las frecuencias escogidas. La aproximación que finalmente se puede aplicar no elimina la potencia en las frecuencias más bajas. Esto es, la ganancia del filtro en las frecuencias altas, por ejemplo, no es igual a 0, sino que es igual a un valor muy pequeño. Así, si el ciclo BK escogido es todo movimiento que entra en la banda entre 6 y 32 trimestres, con una amplitud de 12, entonces, la potencia mínima que se consigue en las frecuencias más altas a 6 trimestres es igual a 0,0016, y la máxima igual a 0,2537.

Esto lleva a que el ratio entre el periodograma muestral y el periodograma poblacional del modelo pueda seguirse calculando para todas las frecuencias, aunque no nos interesen. Lo que en la presente tesis se propone es igualar a cero el periodograma en aquellas frecuencias en las cuales su valor sea prácticamente igual a cero y que no lo es debido a que el filtro que se adopta no es el óptimo, sino una aproximación truncada del mismo. Por supuesto, esto tiene sentido para el filtro BK y no para el HP, en el cual se consideran todas las frecuencias.

El problema fundamental estriba en determinar el punto en el cual se igualará a cero el periodograma muestral. Ante este punto se plantean distintas alternativas:

1. una vez calculado el periodograma o el espectro cruzado, eliminar la potencia en aquellas frecuencias que no nos interesen y que son las que han servido para diseñar el filtro de pasa banda;
2. determinar un punto de corte para la potencia, de manera arbitraria, de modo que si la potencia de un espectro en una determinada frecuencia es inferior a un porcentaje arbitrario (por ejemplo el 10% o el 20%), dicha potencia se iguala a cero;
3. determinar un punto de corte similar al anterior de manera estadística, por ejemplo en función de la varianza del periodograma.

La opción escogida ha sido la primera, puesto que tiene sentido eliminar la potencia de aquellas frecuencias que, por definición, ya se ha manifestado que no interesaban para el análisis del ciclo. Ello no quita que un análisis más exhaustivo de las otras dos alternativas sea conveniente o incluso necesario, pero para proceder a un simple análisis ilustrativo la primera opción ha parecido adecuada.

De esta manera, la comparación del periodograma de los datos con el del modelo de teoría económica sólo se realiza en aquellas frecuencias que se determinan *a priori* como las que definen el ciclo económico. El diseño de los contrastes es exactamente el mismo que el anterior, con las diferencias apuntadas. Así, la suma del ratio entre periodogramas corregido sólo se realiza para las frecuencias escogidas:

$$U_T(2\pi j/T) = (2\pi/T) \sum_{i=A}^j R_T(2\pi i/T) \quad \text{para } j=A, \dots, B,$$

siendo A y B los límites escogidos para definir el ciclo. En este caso, en la definición de $B_T(\tau)$ deberán redefinirse los valores que puede tomar τ , de modo que si

$$B_T(\tau) = \left(\sqrt{2T} / 2\pi \right) [U_T(\pi\tau) - \tau U_T(\pi)],$$

entonces $0 \leq \tau \leq 1$, siendo $\tau=2i/T$ para todo $i=A, \dots, B$. Por lo que respecta a las distribuciones límite de los movimientos comunes, se seguirán calculando para cada contraste, mientras que para los espectros, se partirá del resultado de Dzhaparidze (1986) para simular, de manera análoga a los movimientos comunes, las distribuciones límite, que es de esperar que no difieran especialmente de las propuestas en Shorack y Welner (1987).

Del mismo modo, la U de Mann-Whitney se calculará sólo en aquellas frecuencias que concentran el interés del investigador, obviando las restantes. De nuevo, los estadísticos de contraste se calculan para cada caso.