

# III DISEÑO FUNCIONAL

---

Tal como se ha explicado en la introducción, se desea realizar una interfaz robusta, de forma que su implementación monolítica sea fácil de realizar mediante una tecnología CMOS estándar.

Una primera solución consiste en diseñar dos circuitos separados: el primero sería la interfaz en sí, el cual proporcionaría la salida en tensión, y el segundo sería el modulador  $\Delta-\Sigma$ . En este caso la implementación del circuito se puede basar en soluciones previas<sup>[Bur95][Moc98]</sup> e incluso en la utilización de ADCs estándar disponibles en la mayoría de tecnologías, incluidas las digitales.

En este caso no hay que olvidar que: El uso de dos bloques diferentes repercute negativamente en el área. En cada etapa de conversión se genera ruido (capacidad-tensión, analógico-digital). Por último se ha de tener en cuenta la duplicidad de recursos, dos circuitos diferentes suele implicar el uso de componentes redundantes. Esto se podría optimizar mediante un diseño más cuidado. Por todo ello se han buscado posibles alternativas que permitan introducir la interfaz dentro del modulador  $\Delta-\Sigma$ .

## III.1 Definición de la interfaz

La interfaz que se diseñará dispondrá de tres modos de trabajo:

- Tensión/Test

- Balance de cargas
- Balance de fuerzas

El primer modo de trabajo equivale a un modulador  $\Delta-\Sigma$  convencional, y se considera con el fin de poder caracterizar el modulador de forma independiente. Además permite comprobar su correcto funcionamiento a partir de una entrada de test una vez el modulador esté integrado dentro de otro sistema. Con el segundo y tercer modo se consigue una interfaz versátil para sensores capacitivos.

El diagrama de bloques del sistema sería el que se presenta en la Figura 1.

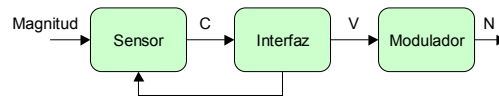


Figura 1. Diagrama de bloques del sistema de medida.

En el se observa la clara separación entre el circuito de acondicionamiento de señal y el modulador. El bucle de realimentación que se muestra sería el que se precisaría para poder realizar el balance de cargas, o el balance de fuerzas (dependiendo del modo de trabajo).

Después de la interfaz se incluiría el modulador, al cual se le puede introducir una tensión directamente cuando trabaja en modo tensión/test.

Si se estudia el diagrama de bloques de las interfaces capacitivas, se observa que la tensión de salida es la que se aplica para compensar el sensor. Teniendo en cuenta este hecho, y que un modulador  $\Delta-\Sigma$  se comporta dentro de la banda pasante como un bufer, se puede introducir el modulador dentro del bucle y aplicar la salida al sensor. El diagrama de bloques quedaría como en la Figura 2.

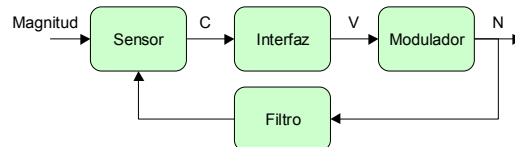


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema con el modulador dentro del bucle de medida.

En este caso se reduce el error producido durante la conversión, ya que el modulador es parte del bucle de medida. Sin embargo, es necesario añadir un filtro a la salida del modulador para realizar el diezmado de forma analógica, lo cual constituye una nueva fuente de ruido.

Otra posibilidad consiste en que el sensor, en este caso un sistema mecánico amortiguado, actúe como un filtro de segundo orden. Este filtro intrínseco hace que el sensor diezme la señal de salida del modulador, y por lo tanto elimina la necesidad de un filtro eléctrico. De esta forma desaparece una posible fuente de ruido, y no se pierden prestaciones.

## III.2 Integración del modulador $\Delta$ - $\Sigma$ con la interfaz de entrada

En este apartado se presenta una propuesta para integrar la interfaz y el modulador en un solo circuito. Consideraremos un modulador de segundo orden, para minimizar las posibles fuentes de error del sistema y no complicar excesivamente el análisis.

El modulador  $\Delta$ - $\Sigma$  de segundo orden es un sistema compuesto por tres bloques básicos, tal como se observa en la Figura 3<sup>[Can85]</sup>.

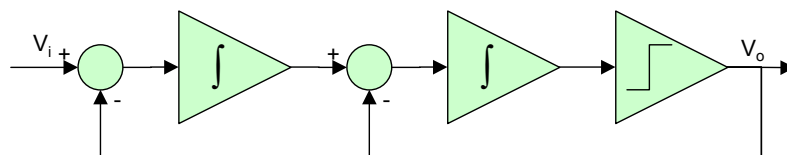


Figura 3. Diagrama de bloques de un modulador  $\Delta$ - $\Sigma$ .

Una etapa hace de interfaz con el exterior. Es por lo tanto un bloque crítico a nivel de diseño, ya que puede limitar las prestaciones de todo el modulador.

A continuación sigue una segunda etapa integradora cuya función consiste en aumentar el orden del modulado de ruido, reduciendo el sobremuestreo necesario para obtener una determinada resolución. Además, ayuda a minimizar el efecto de los tonos perdidos (idle tones).

Por último se encuentra el comparador, que digitaliza la señal. Este tipo de moduladores son muy robustos frente a su diseño y características. Sin embargo, un cuidado diseño reduce las posibles fuentes de no-idealidades.

Para realizar la integración de la interfaz con el modulador es necesario modificar únicamente la etapa de entrada del modulador.

### III.2.1 Modo Test

La entrada de señal en modo tensión es la forma habitual de trabajo de cualquier modulador  $\Delta-\Sigma$  de propósito general. El diagrama de bloques de un modulador  $\Delta-\Sigma$  de segundo orden se muestra en la figura<sup>[Agr83]</sup>.

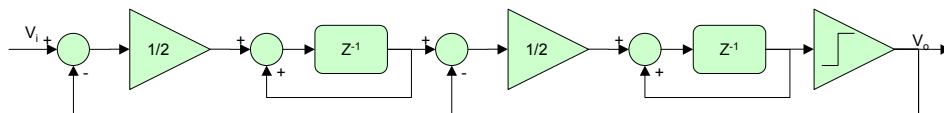


Figura 4. Diagrama de bloques del modulador en modo test.

En el se muestra el diagrama de bloques completo para proporcionar una visión de conjunto. Si solo se tiene en cuenta la zona delimitada por la entrada y el segundo sumador, se aprecia que la etapa de entrada es un circuito muy sencillo. Este se basa en un restador y un integrador. El único aspecto crucial es que dicho circuito debe ser síncrono, lo cual va implícito en un sistema basado en capacidades conmutadas.

El circuito se muestra en la Figura 5<sup>[Bos88]</sup>.

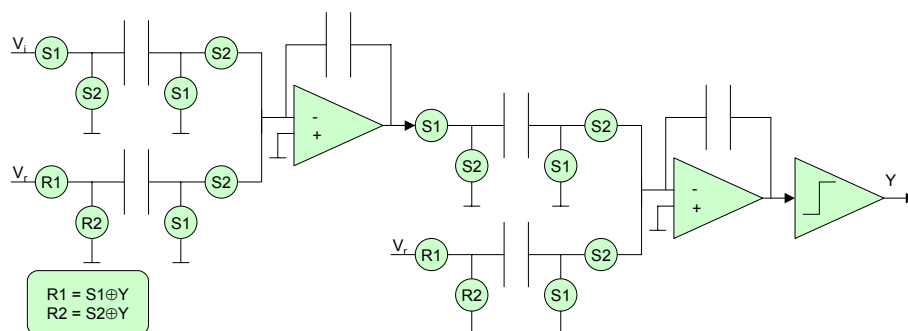


Figura 5. Circuito del modulador en modo test.

En el esquema del circuito se han utilizado círculos para representar los conmutadores, los cuales están gobernados por un reloj de dos fases (S1, S2), o por las señales obtenidas a partir de estas y de la salida (Y) que son R1 y R2.

Centrándose en la etapa de entrada, se observa que el circuito es un integrador realizado mediante capacidades conmutadas. Este incluye un circuito que subtrae la tensión de referencia ( $V_r$ ) a la tensión de entrada ( $V_i$ ). La ecuación que rige este circuito es la siguiente.

$$YV_r = 2 \frac{1}{2} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} (V_i - V_r \cdot Y) \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde el factor dos es debido a la amplificación que realiza el comparador. Teniendo en cuenta que la tensión de salida ( $V_o$ ) del diagrama de bloques (Figura 5) es equivalente a:

$$V_o \equiv YV_r \quad (\text{Ec. 2})$$

Donde  $\langle Y \rangle$  es el valor medio de la salida del modulador ( $Y$ ). Si se substituye esta en la ecuación anterior se obtiene la función de transferencia que describe el diagrama de bloques.

$$\begin{aligned} V_o &= 2 \frac{1}{2} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} (V_i - V_o) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_o &= z^{-1} V_i \end{aligned} \quad (\text{Ec. 3})$$

Introduciendo las modificaciones adecuadas en la etapa de entrada del integrador se pueden conseguir los modos de trabajo que se desean implementar.

### III.2.2 Modo Balance de Cargas

El modo balance de cargas<sup>[Gri97]</sup> compensa los efectos que se producen al aplicar una tensión para medir un sensor capacitivo. Dicha compensación consigue los mejores resultados cuando las capacidades son planoparalelas, tal como se ha visto en el capítulo anterior. El esquema de este modo de trabajo se muestra en la Figura 6.

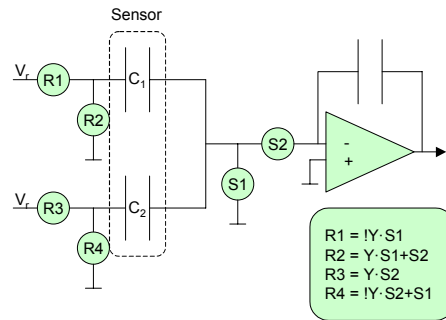


Figura 6. Esquema de la etapa de entrada del modo balance de cargas.

En este caso, se ha dibujado solo la etapa de entrada y el primer integrador, para facilitar la comprensión del circuito.

Las fases R dependen de las fases S y de la salida (Y) y su negada (!Y). La ecuación que rige este circuito es la siguiente.

$$\begin{aligned} \Delta Q &= V_r (C_1 - C_2) z^{-1} - (Y - Y z^{-1}) V_r (C_1 + C_2) = 0 \Rightarrow & (Ec. 4) \\ \Rightarrow Y(1 - z^{-1}) V_r &= \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} z^{-1} V_r \Rightarrow \\ \Rightarrow V_o &= \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} V_r \end{aligned}$$

Donde se ha tenido en cuenta la relación que existe entre  $V_o$  e Y. Se observa que la salida es la deseada para un sistema basado en balance de cargas.

### III.2.3 Modo Balance de fuerzas

El modo balance de fuerzas aplica una fuerza electrostática que compensa la introducida por la magnitud a medir. El circuito en sí sólo mide la diferencia de capacidades, como si se tratara de un amplificador de cargas. Sin embargo, se tiene que conseguir modular la fuerza.

Existe una solución sencilla para implementar este modo de trabajo<sup>[Cou93]</sup>, utilizando tres fases de reloj. En la primera fase se mide la diferencia entre las capacidades, en la segunda se aplica la fuerza, y en la tercera se descargan las capacidades. Esta solución no es compatible con los dos modos de trabajo descritos previamente. Para ello la solución adoptada debe ser capaz de trabajar con tan solo dos fases.

Si se vuelve a analizar el principio de funcionamiento del balance de cargas, se observa que es necesario medir con una amplificador de cargas y aplicar una fuerza en el mismo instante, ya que después se tiene que descargar la capacidad.

Para medir la capacidad, es necesario aplicar la misma tensión en ambas capacidades. En caso contrario, sería necesario realizar una corrección. Por lo tanto, la solución pasa por crear una fuerza aplicando la misma tensión.

La primera opción sería modificar la capacidad, lo cual sucederá si el sensor se aleja del origen. Pero esta variación actúa en la misma dirección que la fuerza aplicada, por lo que la realimentación es positiva. El resultado sería que el sensor se desplazaría hasta uno de sus extremos.

Una solución consiste en variar los tiempos de aplicación de dicha tensión. La fuerza se modularía por ancho de pulsos, con lo que el circuito seguiría siendo de dos fases. El diagrama de bloques se muestra en la Figura 7.

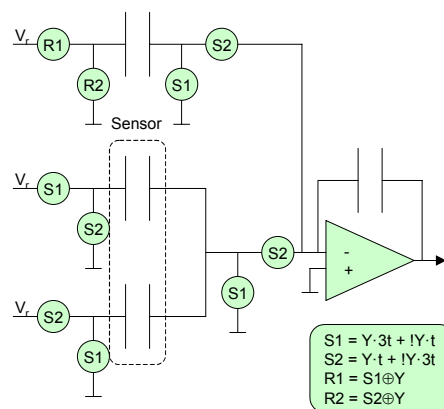


Figura 7. Esquema de la etapa de entrada del modo balance de fuerzas.

En este caso S1 y S2 modificada su duración, pasando de t a 3t, dependiendo del valor de Y. Un ciclo de reloj dura en este caso 4t. R1 y R2 tienen el mismo comportamiento que en modo test.

El circuito mide ambas capacidades con la misma tensión de referencia, pero la duración del pulso de tensión es diferente (t o 3t). El resultado es una fuerza equivalente a la que se obtendría aplicando una tensión de valor  $V/2$ . Con todo ello se consigue mantener la sencillez, sin perder prestaciones.

En este circuito se debe definir el valor de la capacidad de referencia. Esta tiene que ser de un valor superior a la diferencia máxima entre las capacidades del sensor. No obstante, debe ser pequeña para no incrementar excesivamente el área que ocupa.

La principal ventaja de este método es que el circuito solo tiene dos fases, por lo que es fácilmente integrable junto con un modulador convencional. Sólo se tiene que diseñar un módulo que controle el reloj dependiendo de la salida del modulador.

### III.2.4 Integración de los tres modos mediante circuitos con capacidades conmutadas

Como especificación de partida se ha decidido que el sistema trabaje únicamente con dos fases de reloj. Se utilizan los multiplexores analógicos para poder pasar un modo de trabajo a otro. El esquema que se obtiene es el de la Figura 8.

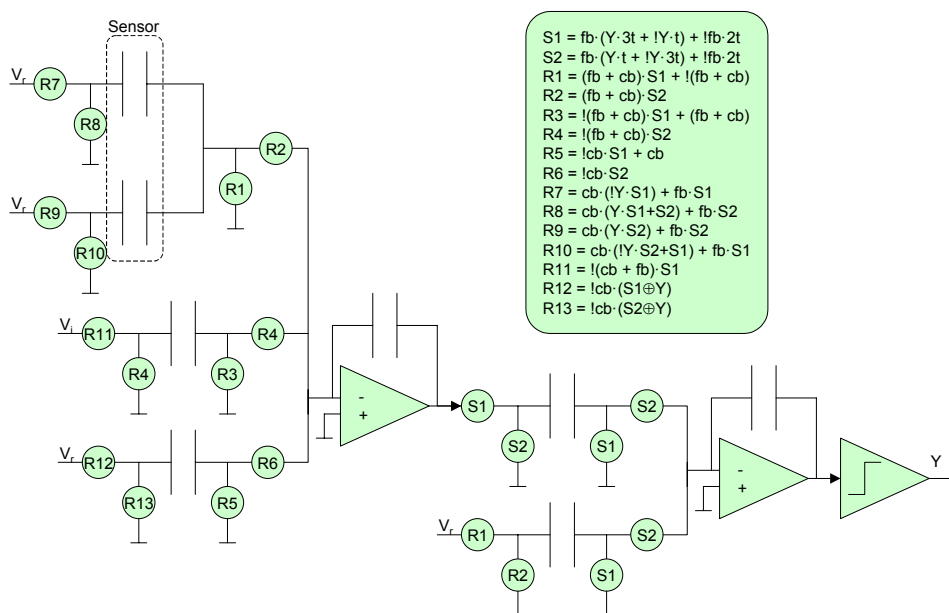


Figura 8. Esquema de la etapa de entrada del sistema completo.

En este esquema se han utilizado dos señales de control, una para el balance de cargas (cb) y otra para el balance de fuerzas (fb). El modo de test se consigue negando ambas entradas.



Se observa que el funcionamiento del modulador no depende del modo de trabajo, tan solo es necesario modificar las tensiones de control para pasar de un modo a otro.

El control de la duración de los ciclos de reloj se puede conseguir a partir de una máquina de control que divide la señal de un reloj en pulsos con relaciones 1:3, 2:2 y 3:1; dependiendo del modo de trabajo y del estado de la salida del modulador.

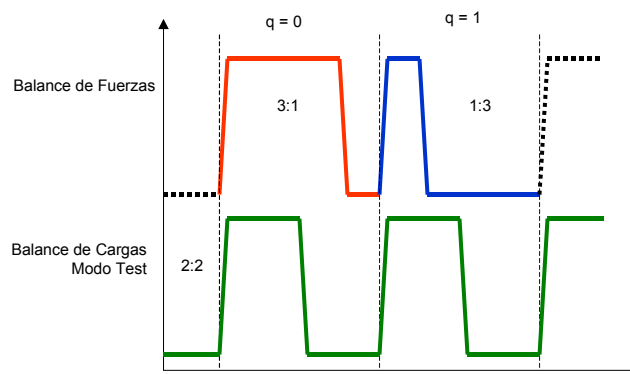


Figura 9. Salida de la máquina de estados de control del reloj

Tal como se muestra en la Figura 9, la máquina de estados que controla el interfaz, define la duración de los diferentes ciclos de reloj. Cuando el sistema trabaja en modo balance de fuerzas, va pasando de relaciones 3:1 a 1:3 dependiendo de la salida del modulador. Por el contrario, cuando trabaja en modo balance de cargas o modo tensión/test, el reloj sigue ciclos de igual duración (2:2).

### III.3 Análisis de la etapa de entrada

En la mayoría de sistemas de medida de sensores no es necesario realizar un estudio muy exhaustivo de la estabilidad del sistema. El motivo es que el sensor no está dentro de un bucle de realimentación, y por lo tanto es independiente el sensor del sistema de medida. Este es el caso del balance de cargas, donde el sensor es totalmente independiente del sistema de medida.

En el caso del balance de fuerzas, es necesario tener en cuenta el comportamiento del sistema sensor-modulador, ya que el sensor está dentro del bucle de realimentación. Si el circuito diseñado es para el

---

acondicionamiento de la señal del sensor, en general, solo es necesario verificar que la frecuencia del trabajo de sensor es suficientemente pequeña, y por lo tanto no afecta a la del circuito de acondicionamiento <sup>[Fuk][Bau]</sup>.

Sin embargo, en este caso se está introduciendo un sistema de segundo orden (sensor) dentro del bucle de realimentación de un modulador  $\Delta-\Sigma$  de segundo orden.

El sistema completo es equivalente a un modulador de tercer o cuarto orden (dependiendo de la posición de los polos del sensor). En esta caso, la estabilidad depende de los coeficientes de realimentación y del valor de la entrada. Si el modulador es de tercer orden y el coeficiente de realimentación es 1, el valor máximo permitido a la entrada es de 0,7 veces el valor de la tensión de referencia. Si el modulador es de sexto orden, este margen pasa a ser 0,3 <sup>[Rit90]</sup>.

Por este motivo, y partiendo del diseño anterior, se va a realizar un análisis de las características de la etapa de entrada. En primer lugar se realizará el estudio analítico de la estabilidad del modulador  $\Delta-\Sigma$  y de las prestaciones, para pasar posteriormente al estudio del sistema completo sensor-modulador.

### III.3.1 Análisis de un modulador $\Delta-\Sigma$ de segundo orden

El diagrama de bloques del circuito se muestra en la Figura 10.

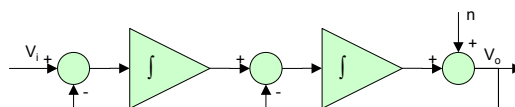


Figura 10. Diagrama de bloques de un modulador  $\Delta-\Sigma$  de segundo orden.

Calcularemos la función de transferencia de forma incremental. No se lleva a cabo ningún tipo de álgebra ya que se desea ir añadiendo los diferentes aspectos que pueden afectar al modulador. En primer lugar se considerará el modulador  $\Delta-\Sigma$  de segundo orden <sup>[Can85]</sup>. La relación entre la salida del modulador ( $V_o$ ) y la entrada ( $V_i$ ) viene dada por

$$V_o = \frac{\alpha I(z)^2 V_i + n}{1 + \alpha I(z) + \alpha I(z)^2} \quad (\text{Ec. 5})$$

Donde “n” es el ruido que se introduce por la cuantización y  $\alpha$  es la ganancia del cuantizador. Finalmente  $I(z)$  es la función de transferencia del integrador. A partir de esta ecuación se puede obtener de forma inmediata la función de transferencia del modulador  $\Delta$ - $\Sigma$  para una señal de entrada.

$$F_{\Delta\Sigma}(z) \equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{\alpha I(z)^2}{1 + \alpha I(z) + \alpha I(z)^2} \quad (\text{Ec. 6})$$

La función de transferencia del integrador es

$$I(z) = \frac{g_0 z^{-1}}{1 - P_0 z^{-1}} \quad (\text{Ec. 7})$$

Donde  $g_0$  es la ganancia del integrador, que en el caso ideal es  $\frac{1}{2}$ , pero puede variar dependiendo del apareamiento entre capacidades.  $P_0$  es la fracción de tensión de salida que se vuelve a integrar, en el caso ideal es 1, pero debido a la ganancia finita del OTA, este valor suele ser ligeramente inferior.

Si se realiza la substitución en  $F_{\Delta\Sigma}(z)$  se obtiene

$$F_{\Delta\Sigma}(z) = \frac{\alpha g_0^2}{z^2 + (\alpha g_0 - 2P_0)z + (P_0^2 - \alpha g_0 P_0 + \alpha g_0^2)} \quad (\text{Ec. 8})$$

Si se buscan los polos de la función de transferencia para el caso ideal, se obtiene que están los dos en el origen. Esto asegura la estabilidad del modulador. Para facilitar el estudio, se impone la siguiente condición entre  $\alpha$  y  $g_0$ .

$$\alpha = \frac{1}{g_0^2} \quad (\text{Ec. 9})$$

Esta condición implica que el modulador se comporta como un seguidor de tensión cuando la señal de entrada esta en continua. Por lo tanto, su

ganancia siempre será inversamente proporcional a la ganancia introducida por los integradores.

Si se substituye en la ecuación se obtiene

$$F_{\Delta\Sigma}(z) = \frac{1}{z^2 + (g_0^{-1} - 2P_0)z + (P_0^2 - g_0^{-1}P_0 + 1)} \quad (\text{Ec. 10})$$

Se observa que los dos polos se encuentran en el origen en un modulador ideal. En un integrador real siempre habrá pequeñas variaciones alrededor de estos valores. Se puede comprobar que si estas se mantienen dentro de un 10%, margen asequible para la mayoría de tecnologías, el sistema sigue siendo estable. Lo cual concuerda con las previsiones que se tenían.

Este aspecto es importante teniendo en cuenta que la tecnología que se va a utilizar es digital, y puede haber variaciones en los parámetros de los dispositivos que podrían afectar al comportamiento del modulador.

A partir de las ecuaciones anteriores también es posible realizar un estudio del modulado de ruido que introduce el modulador. Para ello se toma el segundo miembro de la ecuación del modulador (Ec. 5). La ecuación de transferencia es la siguiente:

$$N_{\Delta\Sigma}(z) \equiv \frac{V_o}{n} = \frac{1}{1 + \alpha I(z) + \alpha I(z)^2} \quad (\text{Ec. 11})$$

Donde  $N_{\Delta\Sigma}(z)$  es la transformada Z del ruido. Realizando el mismo proceso que en el caso anterior se obtiene

$$N_{\Delta\Sigma}(z) = \frac{z^2 - 2P_0z + P_0^2}{z^2 + (g_0^{-1} - 2P_0)z + (P_0^2 - g_0^{-1}P_0 + 1)} \quad (\text{Ec. 12})$$

A partir de esta función es posible obtener el ruido introducido por el sistema, imponiendo como hipótesis que la entrada será aleatoria, y que por lo tanto el ruido de cuantificación será blanco<sup>[Ben48]</sup> de potencia

$$P = \frac{\Delta^2}{12} \tag{Ec. 13}$$

Donde  $\Delta$  es el paso de cuantificación, que en este caso es 1. A partir de aquí es posible extraer la curva de modulado de ruido.

$$n(z) = N_{\Delta\Sigma}^2(z) \frac{\Delta^2}{12} = \left( \frac{z^2 - 2P_0 z + P_0^2}{z^2 + (g_0^{-1} - 2P_0)z + (P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1)} \right)^2 \frac{\Delta^2}{12} \tag{Ec. 14}$$

Que para el caso ideal queda simplificada.

$$n(z) = N_{\Delta\Sigma}^2(z) \frac{\Delta^2}{12} = \left( \frac{(z - P_0)^2}{z^2} \right)^2 \frac{\Delta^2}{12} \tag{Ec. 15}$$

A partir de ella se obtiene la siguiente gráfica.

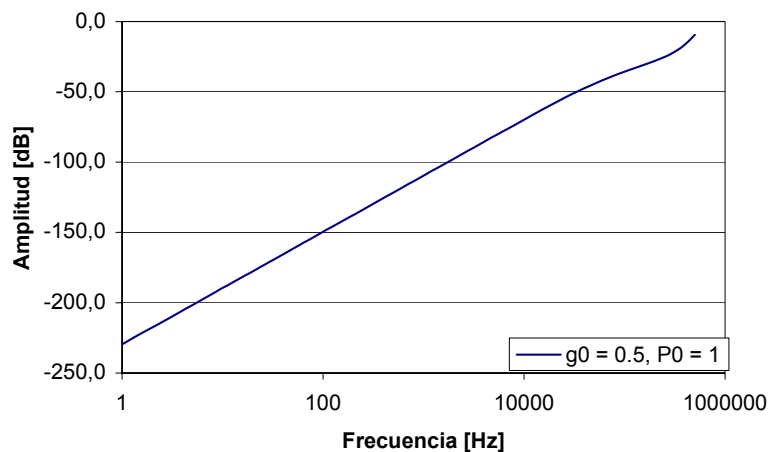


Figura 11. Curva de modulado de ruido para un modulador ideal.

En la Figura 11 se representa el modulado de ruido para el caso ideal ( $g_0 = 0,5$ ,  $P_0 = 1$ ). Se observa que este es un filtro pasa-altos que desplaza la potencia del ruido a altas frecuencias. Para una frecuencia de 1kHz, se observa que la relación señal ruido es de 130dB. Este valor no es real, ya que se tiene que integrar el ruido de toda la banda pasante.

Integrando la curva de modulado de ruido ideal para la banda base se obtiene la relación señal-ruido dependiendo de la frecuencia de muestreo ( $f_{\text{samp}}$ ) y de la banda base ( $f_{\text{band}}$ ).

$$SNR_{dB} = 10 \log \left( \frac{f_{smp}}{2 f_{band}} \right) - 11,13 \quad (\text{Ec. 16})$$

Si se vuelve realiza un estudio modificando los valores de  $g_0$  en un  $\pm 10\%$  se obtiene la siguiente gráfica.

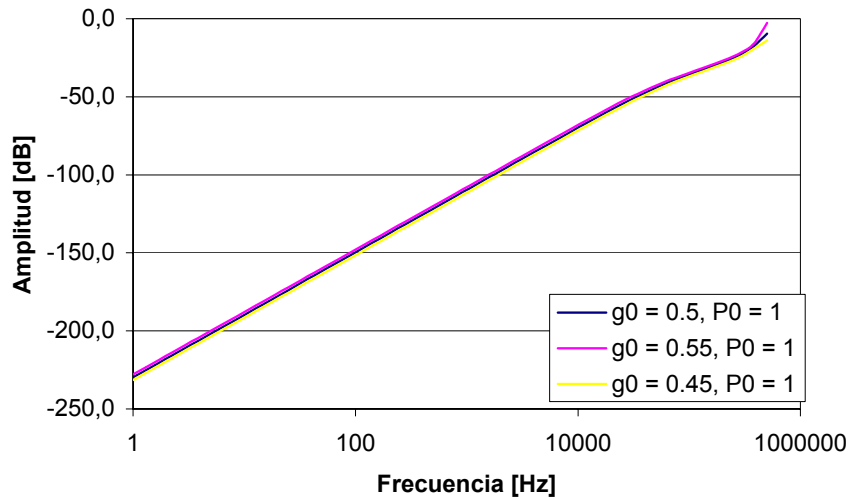


Figura 12. Variación de la curva de modulador de ruido en función de  $g_0$

En ella se observa que la variación en el modulador de ruido es casi despreciable. Este aspecto no concuerda con la variación debida a  $P_0$ , en este caso, el origen del modulador de ruido se ve fuertemente modificado.

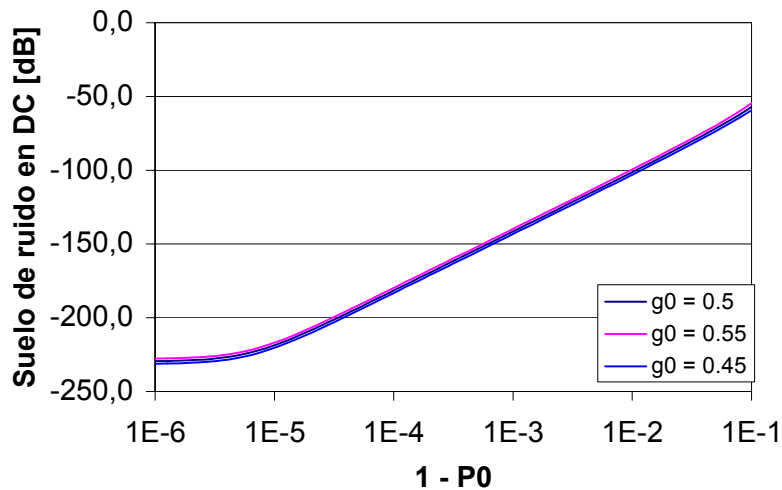


Figura 13. Variación del suelo del ruido en DC en función de  $P_0$  y  $g_0$

El motivo de este comportamiento es que se reduce el ruido substraído, y por lo tanto, aparece un incremento del mismo en la salida. Como en el caso de la curva de modulador, la variación con respecto a  $g_0$  es muy pequeña.

A partir de esta última curva, se puede calcular la ganancia que debe de tener el OTA, considerando que está relacionada con  $P_0$  por la siguiente ecuación.

$$A_V = \frac{1}{1 - P_0} \quad (\text{Ec. 17})$$

A modo de ejemplo, si se desea un suelo de ruido inferior a 100dB, la ganancia tiene que ser superior 50dB.

Este valor es aproximado, y se tiene que verificar a partir de la curva de modulado de ruido, pero es una buena aproximación si el factor de sobremuestreo es grande.

### III.3.2 Función de transferencia del acelerómetro x-y-z

Para poder realizar el análisis del sensor es necesario obtener la función de transferencia que lo describe. Para ello se parte de las ecuaciones del modelo de cada uno de los acelerómetros<sup>[Gom97][Rui96]</sup>.

Empezaremos con el acelerómetro planoparalelo (x-y). Sus ecuaciones son:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{V1} + F_{V2} = Kx \\ F_{V1} = \frac{\varepsilon_0 A}{(d-x)^2} V_1^2 \left( \frac{1}{4} (2 + \delta) \right) \\ F_{V2} = \frac{\varepsilon_0 A}{(d+x)^2} V_2^2 \left( \frac{1}{4} (2 - \delta) \right) \\ \Delta C = C_1 - C_2 \\ C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d-x} \\ C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d+x} \end{array} \right. \quad (\text{Ec. 18})$$

Donde se ha tenido en cuenta el comportamiento del modulador, que permite variar la fuerza electrostática entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{4}$ . A partir de ellas obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} Kx = \frac{\varepsilon_0 A}{(d-x)^2} V_1^2 \left( \frac{1}{4} (2+\delta) \right) - \frac{\varepsilon_0 A}{(d+x)^2} V_2^2 \left( \frac{1}{4} (2-\delta) \right) \\ \Delta C = \frac{\varepsilon_0 A}{d-x} - \frac{\varepsilon_0 A}{d+x} \end{cases} \quad (\text{Ec. 19})$$

Donde se ha teniendo en cuenta que la capacidad prácticamente no varía su posición, ya que el sistema trabaja en modo balance de fuerzas. Si se realizan también la siguiente substitución, se obtiene las ecuaciones en pequeña señal.

$$x = \beta h \Rightarrow \begin{cases} Kh\beta = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_0 A}{d^2 (1-\alpha^2)^2} V^2 (2\delta + 8\alpha) \\ \Delta C = 2 \frac{\varepsilon_0 A}{d} \beta \end{cases} \quad (\text{Ec. 20})$$

Si se hace la aproximación de pequeña señal ( $\beta \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 0$ ), se obtiene la ecuación siguiente:

$$\begin{cases} \Delta C = 2 \frac{\varepsilon_0 A}{d} \beta \\ \beta = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{K d^3} V^2 \frac{1}{1 - 2 \frac{\varepsilon_0 A}{K d^3} V^2} \delta \end{cases} \quad (\text{Ec. 21})$$

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en continua, se pueden extraer los valores de cada uno de los parámetros.

$$\begin{cases} C_\beta = 2 \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 834 \text{ fF} \\ K_\delta = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{K d^3} V^2 \frac{1}{1 - 2 \frac{\varepsilon_0 A}{K d^3} V^2} = 448,8 \cdot 10^{-3} \end{cases} \quad (\text{Ec. 22})$$

Donde se ha impuesto que una tensión de trabajo de 2,5V. A partir de estas ecuaciones se puede obtener finalmente la relación entre la variación de capacidad y la tensión.



$$C_{\delta} = C_{\beta} K_{\delta} = 347,5 fF \quad (\text{Ec. 23})$$

Una vez obtenida la función de transferencia en continua, se puede extraer la función de transferencia en frecuencia. El análisis en transitorio indica que el sistema es de segundo orden. Por lo tanto, la función de transferencia es:

$$\Delta C(\delta) = C_{\beta} \frac{K_{\delta}}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + 2 \frac{\xi}{\omega_0} s + 1} \delta \quad (\text{Ec. 24})$$

Donde se ha tenido en cuenta que en continua ( $s = 0$ ), el comportamiento debe seguir la ecuación (Ec. 21). A partir de las constantes de tiempo obtenidas en el modelo presentado en el capítulo II, es posible extraer  $\xi$  y  $\omega_0$ . Para ello solo es necesario aplicar las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} \xi = \frac{1}{2} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 1,588 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 3192 \text{ Hz} \end{cases} \quad (\text{Ec. 25})$$

Se observa que el factor de amortiguación no permite considerar el sistema sobreamortiguado ( $\xi \gg 1$ ).

Definiremos  $K_{\delta}(s)$  como la dependencia en frecuencia de  $K_{\delta}$ .

$$K_{\delta}(s) \equiv \frac{K_{\delta}}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + 2 \frac{\xi}{\omega_0} s + 1} \quad (\text{Ec. 26})$$

Una vez realizada, se puede pasar a la del acelerómetro torsional. Para realizar el cálculo será necesario volver a calcular las integrales, suponiendo que el sistema está próximo al origen. En este caso se puede hacer un desarrollo de Taylor.

$$\begin{aligned}
M_v &= \left\{ \int_{x_0}^{x_1} \frac{\varepsilon_0 l x}{(d + \alpha x)^2} dx \right\} V^2 = \frac{\varepsilon_0 l}{d^2} \left\{ \int_{x_0}^{x_1} \frac{x}{\left(1 + \frac{\alpha x}{d}\right)^2} dx \right\} V^2 \cong \quad (\text{Ec. 27}) \\
&\cong \frac{\varepsilon_0 l}{d^2} \left\{ \int_{x_0}^{x_1} x \left(1 - 2 \frac{\alpha x}{d}\right) dx \right\} V^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow M_v &= \frac{\varepsilon_0 l (x_1 - x_0)}{d^2} \left\{ \frac{1}{2} (x_1 + x_0) - \frac{2}{3} \frac{x_1^2 + x_1 x_0 + x_0^2}{d} \alpha \right\} V^2
\end{aligned}$$

El mismo proceso se puede realizar para la capacidad:

$$C = \frac{\varepsilon_0 l}{d} \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{1 + \frac{\alpha x}{d}} dx \cong \frac{\varepsilon_0 l}{d} \int_{x_0}^{x_1} \left(1 - \frac{\alpha x}{d}\right) dx = \frac{\varepsilon_0 l (x_1 - x_0)}{d} \left\{ 1 - \frac{x_1 + x_0}{2d} \alpha \right\} \quad (\text{Ec. 28})$$

A partir de ambas ecuaciones, y la que relaciona el momento con el ángulo en continua

$$K \alpha = M \quad (\text{Ec. 29})$$

Se obtiene la función de transferencia del acelerómetro torsional.

$$\left\{ \begin{aligned}
\Delta C &= 2 \frac{\varepsilon_0 A}{d \alpha_0} \alpha \\
\alpha &= \frac{1}{8} \frac{\varepsilon_0 A}{K d \alpha_0} V^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{6} \frac{\varepsilon_0 A}{K d \alpha_1^2} V^2} \delta \\
A &= l (x_1 - x_0) \\
\alpha_0 &= \frac{d}{(x_1 + x_0)} \\
\alpha_1 &= \frac{d^2}{(x_1^2 + x_1 x_0 + x_0^2)}
\end{aligned} \right. \quad (\text{Ec. 30})$$

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en continua, se pueden extraer los valores de cada uno de los parámetros.

$$\begin{cases} C_{\alpha} = 2 \frac{\varepsilon_0 A}{d \alpha_0} = 642 \text{ pF} \\ K_{\delta} = \frac{1}{8} \frac{\varepsilon_0 A}{K d \alpha_0} V^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{6} \frac{\varepsilon_0 A}{K d \alpha_1^2} V^2} = 107 \cdot 10^{-6} \end{cases} \quad (\text{Ec. 31})$$

A partir de las ecuaciones anteriores es posible establecer la relación entre la capacidad y la tensión.

$$C_{\delta} = C_{\alpha} K_{\delta} = 68,6 \text{ fF} \quad (\text{Ec. 32})$$

De ella también se puede extraer la función de transferencia.

$$\Delta C(\delta) = C_{\alpha} \frac{K_{\delta}}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + 2 \frac{\xi}{\omega_0} s + 1} \delta \quad (\text{Ec. 33})$$

En este caso, también se puede redefinir  $K_{\delta}(s)$ .

### III.3.3 Determinación de la capacidad de referencia

Un último aspecto que queda por determinar para poder realizar el estudio es el valor de la capacidad de referencia. Para ello se debe tener en cuenta el valor de la capacidad diferencial que tendrán ambos sensores, y el ruido térmico.

El valor de la capacidad, se puede extraer de las curvas en continua de los acelerómetros, que en ambos casos es de unos 50fF. Si se desea un ruido térmico inferior a 96dB (16bits de resolución), el valor de variación de la tensión máximo permitido será el paso de un bit.

$$\Delta V = \frac{2V_{ref}}{2^{16}} \quad (\text{Ec. 34})$$

Teniendo en cuenta que la energía térmica debe ser igual a la almacenada en la capacidad, se obtiene la siguiente igualdad.

$$\frac{1}{2}C \langle \Delta V^2 \rangle = kT \quad (\text{Ec. 35})$$

Teniendo en cuenta que la tensión de referencia es 2,5V, y la temperatura es de 300K, se obtiene que la capacidad debe ser superior a 1,4pF.

Por este motivo, se escoge una capacidad de referencia  $C_r$  de 1,6pF.

### III.3.4 Análisis del sistema modulador-sensor

Para estudiar el sistema modulador-sensor, haremos uso del modelo de pequeña señal anterior. Ésta relaciona la variación de la capacidad ( $\Delta C$ ) con la variación de la tensión ( $\delta$ ) y de la aceleración ( $g$ ).

$$\begin{cases} \Delta C = C_\alpha \alpha \\ \alpha = K_\delta(s) \delta \\ \alpha = K_g(s) g \cong \frac{M_g}{M_V} K_\delta(s) g \end{cases} \quad (\text{Ec. 36})$$

En este caso se han tomado las ecuaciones del torsional, sin embargo, si se substituye  $\alpha$  por  $\beta$  se obtienen las del cartesiano.

En esta ecuación todos los términos son independientes de transformación excepto  $K_\delta(s)$ . En este caso será necesario pasar del plano de Laplace al plano Z. Si se realiza la transformación suponiendo el mismo comportamiento del sistema frente al impulso unidad<sup>[Dut97]</sup> se obtiene la siguiente función de transferencia.

$$K_\delta(z) \equiv \frac{\alpha}{\delta} = K_\delta \frac{A_1 z + A_0}{z^2 + B_1 z + B_0} \quad (\text{Ec. 37})$$

$$A_1 = 1 - e^{-\frac{\xi \omega_0}{f_s}} \cosh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0}{f_s}\right) - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-\frac{\xi \omega_0}{f_s}} \sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0}{f_s}\right)$$

$$A_0 = e^{-2\frac{\xi \omega_0}{f_s}} - e^{-\frac{\xi \omega_0}{f_s}} \cosh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0}{f_s}\right) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-\frac{\xi \omega_0}{f_s}} \sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0}{f_s}\right)$$

$$B_1 = -2e^{-\frac{\xi \omega_0}{f_s}} \cosh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0}{f_s}\right)$$

$$B_0 = e^{-2\frac{\xi \omega_0}{f_s}}$$

Donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo del sistema. Para simplificar la función, se realizan las siguientes substituciones:

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 \\ a = \xi \omega_0 \end{cases} \quad (\text{Ec. 38})$$

Con lo que la función queda de la siguiente forma.

$$K_\delta(z) = K_\delta \frac{A_1 z + A_0}{z^2 + B_1 z + B_0} \quad (\text{Ec. 39})$$

$$A_1 = 1 - e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) - \frac{a}{\omega} e^{-\frac{a}{f_s}} \sinh\left(\frac{\omega}{f_s}\right)$$

$$A_0 = e^{-2\frac{a}{f_s}} - e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) + \frac{a}{\omega} e^{-\frac{a}{f_s}} \sinh\left(\frac{\omega}{f_s}\right)$$

$$B_1 = -2e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right)$$

$$B_0 = e^{-2\frac{a}{f_s}}$$

A partir de estas ecuaciones se puede establecer el diagrama de bloques del sistema:

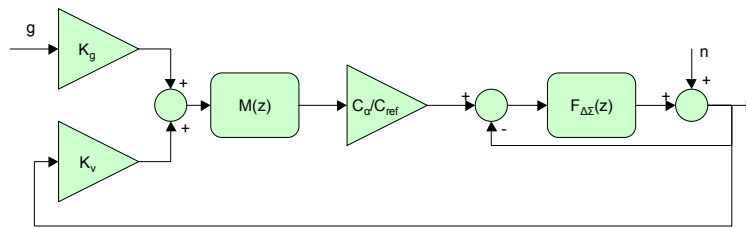


Figura 14. Diagrama de bloques del sistema sensor-modulador.

Donde  $C_{ref}$  es la capacidad de referencia de la etapa de entrada. En ella se observan los dos bucles de realimentación del sistema. El más externo es el que se introduce debido al balance de fuerzas. Y el segundo es debido al propio modulador. Este último está ya contenido dentro de la función de transferencia  $F_{\Delta\Sigma}$ , pero se ha representado para hacerlo más patente.

La ecuación que se obtiene es la siguiente

$$V_o = \frac{\frac{C_\alpha}{C_{ref}} F_{\Delta\Sigma}(z) K_g(z) g + N_{\Delta\Sigma}(z) n}{1 + \frac{C_\alpha}{C_{ref}} F_{\Delta\Sigma}(z) K_v(z)} \quad (\text{Ec. 40})$$

A partir de ella se obtiene la función de transferencia para la aceleración

$$H_{\Delta\Sigma}(z) \equiv \frac{V_o}{g} = \frac{\frac{C_\alpha}{C_{ref}} F_{\Delta\Sigma}(z) K_g(z)}{1 + \frac{C_\alpha}{C_{ref}} F_{\Delta\Sigma}(z) K_\delta(z)} \quad (\text{Ec. 41})$$

Si se introduce la función de transferencia del acelerómetro se obtiene la del sistema.

$$\begin{aligned}
H_{\Delta\Sigma}(z) &\equiv \frac{V_0}{g} = \frac{C_\alpha K_g}{C_{ref}} \frac{A_1 z + A_0}{z^4 + B_3 z^3 + B_2 z^2 + B_1 z + B_0} & (Ec. 42) \\
A_1 &= \left( 1 - e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) - \frac{a}{\omega} e^{-\frac{a}{f_s}} \sinh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) \right) \\
A_0 &= \left( e^{-2\frac{a}{f_s}} - e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) + \frac{a}{\omega} e^{-\frac{a}{f_s}} \sinh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) \right) \\
B_3 &= g_0^{-1} - 2P_0 - 2e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) \\
B_2 &= P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1 - 2(g_0^{-1} - 2P)e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) + e^{-2\frac{a}{f_s}} \\
B_1 &= \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} A_1 - 2(P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1)e^{-\frac{a}{f_s}} \cosh\left(\frac{\omega}{f_s}\right) + \\
&\quad + (g_0^{-1} - 2P)e^{-2\frac{a}{f_s}} \\
B_0 &= \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} A_0 + (P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1)e^{-2\frac{a}{f_s}}
\end{aligned}$$

Donde  $K_g$  es el valor de función, cuando trabaja en continua ( $s=0$ ):

$$K_g \equiv K_g(0) \quad (Ec. 43)$$

Esta ecuación depende de un gran número de parámetros. Se desea conocer que características debe cumplir un sensor capacitivo para que el sistema sea estable. Esto implica buscar los polos de la función e imponer que todos ellos estén en el círculo unidad.

La solución de este problema no es inmediata, ya que se tienen que buscar los ceros de un polinomio de 4º orden. Sin embargo, es posible simplificar el problema tomando un caso extremo. En éste, el sensor es sobreamortiguado, o lo que es equivalente, el factor de amortiguación  $\xi$  es mucho mayor que 1.

### III.3.4.1 Sensor sobreamortiguado.

Cuando el sensor está sobreamortiguado, los polos están muy separados. En este caso, el sensor se comporta de forma equivalente a un

sistema de primer orden, debido a que el polo de mayor frecuencia esta muy alejado del origen.

En este caso, la función de transferencia del sensor se puede substituir por una de primer orden con un polo en  $\omega_p$ .

$$K_\delta(z) \equiv \frac{\alpha}{M} = K_\delta \frac{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{z - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}} \quad (\text{Ec. 44})$$

Donde  $\omega_p$  es

$$\omega_p \equiv a - \omega \quad (\text{Ec. 45})$$

Si se substituye (Ec. 44) en  $H_{\Delta\Sigma}(z)$  se obtiene

$$H_{\Delta\Sigma}(z) \equiv \frac{V_0}{g} = \frac{C_\alpha K_g}{C_{ref}} \frac{A_0}{z^3 + B_2 z^2 + B_1 z + B_0} \quad (\text{Ec. 46})$$

$$A_0 = 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}$$

$$B_2 = g_0^{-1} - 2P_0 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}$$

$$B_1 = P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1 - (g_0^{-1} - 2P_0) e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}$$

$$B_0 = \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} A_0 + (P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1) e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}$$

Si se substituyen  $P_0$  y  $g_0$  por sus valores ideales (1 y  $\frac{1}{2}$  respectivamente) la ecuación se vuelve a simplificar, ya que deja de depender de estos dos parámetros.

$$H_{\Delta\Sigma}(z) \equiv \frac{V_0}{g} = \frac{C_\alpha K_g}{C_{ref}} \frac{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{z^3 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} z^2 + \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} \left(1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}\right)} \quad (\text{Ec. 47})$$

En este caso, el polinomio del denominador tiene un cero en el origen, y por lo tanto la ecuación a resolver es



$$z^3 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} z^2 + \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} \left( 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \right) = 0 \quad (\text{Ec. 48})$$

Para simplificar el problema, se introduce el factor de realimentación del sistema R, el cual se define como

$$R \equiv \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} \quad (\text{Ec. 49})$$

Este es el factor de proporcionalidad que la parte de señal a la entrada del acelerómetro que es transmitida a la salida. Es equivalente a la  $g_0$  del integrador. La ecuación que resulta es

$$z^3 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} z^2 + \frac{R}{\omega_p} \left( 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \right) = 0 \quad (\text{Ec. 50})$$

Teniendo en cuenta que se buscan los ceros que se encuentran sobre el círculo unidad, se puede substituir z por:

$$z = e^{ix} \quad (\text{Ec. 51})$$

Si se substituye en la (Ec. 50), se obtiene la ecuación siguiente.

$$e^{i3x} - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} e^{i2x} + R \left( 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \right) = 0 \quad (\text{Ec. 52})$$

Que da como resultado el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\left. \begin{aligned} \cos(3x) - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \cos(2x) + R \left( 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \right) &= 0 \\ \text{sen}(3x) - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \text{sen}(2x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Ec. 53})$$

La ecuación superior es para la parte real y la inferior para la imaginaria. En este caso se ha impuesto la condición de que tanto R como  $\omega_p$  son Reales.

La ecuación imaginaria nos da cuatro soluciones.

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x) = 0 \Rightarrow \cos(x) = \pm 1 \\ \cos(x) = \frac{e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \pm \sqrt{e^{-\frac{2\omega_p}{f_s}} + 4}}{4} \end{cases} \quad (\text{Ec. 54})$$

De estas soluciones se obtiene las siguientes condiciones para R.

$$\begin{cases} R = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{e^{-\frac{2\omega_p}{f_s}} + 4} + e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}} \\ R = -1 \\ R = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{e^{-\frac{2\omega_p}{f_s}} + 4} - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}} \\ R = \frac{1 + e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}} \end{cases} \quad (\text{Ec. 55})$$

Las soluciones se han ordenado de menor a mayor. Estas curvas no se cruzan en ningún punto, por lo que escogeremos, las dos soluciones más proximas al origen.

$$-1 < R < \frac{1}{2} \frac{\sqrt{e^{-\frac{2\omega_p}{f_s}} + 4} - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}}{1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}}} \quad (\text{Ec. 56})$$

Se observa que cuando R es negativo, la estabilidad del sistema no depende de la frecuencia de muestreo, sino de los parámetros intrínsecos del sensor. Otro aspecto a tener en cuenta es que R es inversamente proporcional a la capacidad de referencia del modulador, por lo que es interesante que esta sea grande para poder asegurar una buena estabilidad del circuito, aunque tampoco excesivamente ya que se reduciría la ganancia del sistema.

Si se realiza el mismo estudio de forma numérica se obtienen las mismas curvas para el caso del modulador ideal. En este caso, también se han tenido en cuenta la no-idealidad del modulador, obteniendo los resultados que se muestran en la Figura 15.

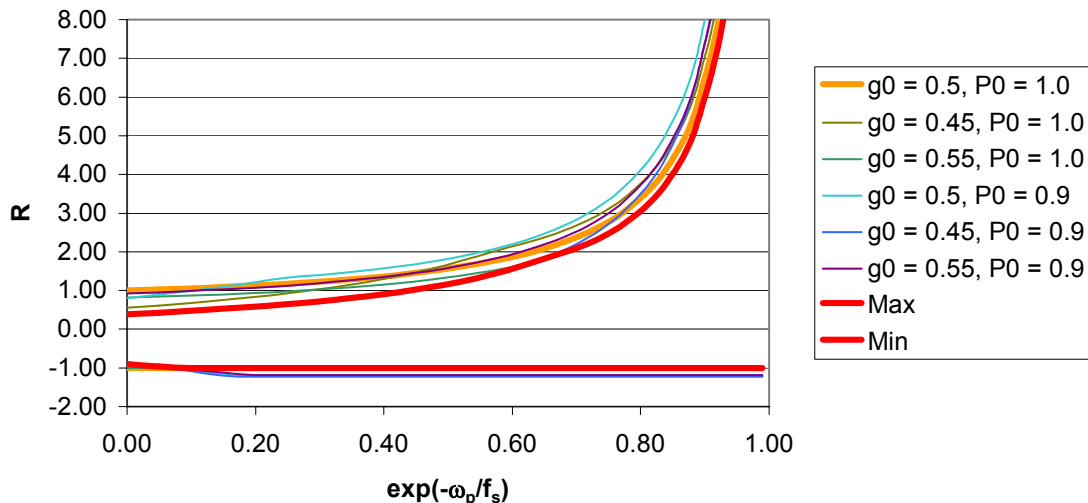


Figura 15. Márgenes de variación de las constantes de un sensor sobreamortiguado para asegurar la estabilidad del sistema.

En la gráfica se observa la relación que tiene que existir entre los diferentes parámetros del sistema para asegurar la estabilidad del mismo. Para el caso ideal ( $g_0=0,5$  y  $P_0=1,0$ ), se obtiene la condición anteriormente descrita.

También se ha incluido el mismo estudio para casos en los que el modulador es no-ideal. Se han trazado las dos curvas que recogen los márgenes más restrictivos (Max y Min), suponiendo que la variación de las características del sensor es inferior a un 10%.

Para saber si un sistema modulador-sensor es estable, se puede hacer por un método cualitativo, a partir de las curvas Max y Min. Para ello es necesario calcular el punto del sensor dentro de la gráfica a partir de sus características (frecuencia del polo, factor de realimentación) y de la frecuencia de muestreo.

Si este punto se encuentra entre las curvas Max y Min, y no muy próximo a ellas, el sistema será estable. En caso contrario, será necesario calcular los márgenes de estabilidad del sistema, teniendo en cuenta los

parámetros concretos del modulador, para poder asegurar que el sistema será estable.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos para el sistema modulador-sensor, se pueden calcular las curvas de modulado de ruido del sensor. Estas se centrarán en los puntos comprendidos entre los límites que se definen a continuación.

$$0 < \omega_p < \frac{f_s}{2} \quad (\text{Ec. 57})$$

El margen superior corresponde a la frecuencia de Nyquist, la cual es el límite para considerar a un sistema como sobremuestreado.

La ecuación del ruido es:

$$n(z) = \left( \frac{N_{\Delta\Sigma}(z)}{1 + M(z) \frac{C_\alpha}{C_{ref}} F_{\Delta\Sigma}(z) K_V} \right)^2 \frac{\Delta^2}{12} \quad (\text{Ec. 58})$$

En la que si se substituyen cada una de las funciones de transferencia se obtiene:

$$\begin{aligned} n(z) &= \left( \frac{z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0}{z^3 + B_2 z^2 + B_1 z + B_0} \right)^2 \frac{\Delta^2}{12} & (\text{Ec. 59}) \\ A_2 &= -2P_0 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \\ A_1 &= P_0^2 + 2P_0 e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \\ A_0 &= -P_0^2 e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \\ B_2 &= g_0^{-1} - 2P_0 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \\ B_1 &= P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1 - (g_0^{-1} - 2P_0) e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \\ B_0 &= R \left( 1 - e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \right) - (P_0^2 - g_0^{-1} P_0 + 1) e^{-\frac{\omega_p}{f_s}} \end{aligned}$$

Cuando  $R$  es cero, el sistema no está realimentado, y la ecuación de modulado de ruido (Ec. 58) pasa a ser la de un modulador. En este caso, el sistema se comporta como un sensor que da una señal que es medida por el modulador, y no existe interacción entre ellos.

Cuando el sistema sensor-modulador está realimentado ( $R$  distinto de 0), la posición de los ceros y polos se ve modificada. Esto introduce variaciones en la curva de modulado de ruido que pueden ser muy dramáticas si  $f_s$  es mucho mayor que  $f_p$ . En la gráfica se muestra este resultado.

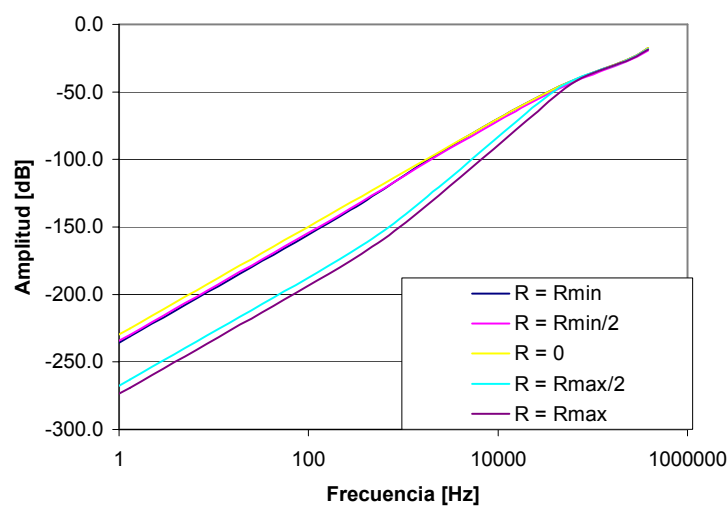


Figura 16. Curva de modulado de ruido para  $f_s$  es mucho mayor que  $\omega_p$ .

En este caso, se observa que cuando el factor  $R$  es negativa, el comportamiento es prácticamente igual al de un sistema sin realimentación. Si  $R$  es positivo, los polos se concentran en el origen, con lo que la función de modulado de ruido pasa a ser de tercer orden. Esto permite reducir el factor de sobremuestreo necesario para obtener una misma resolución, o lo que es equivalente, aumentar la banda pasante del sistema.

Por este motivo es aconsejable tener una frecuencia de muestreo muy superior a la frecuencia propia del sensor. Esto también permite aumentar el factor de realimentación, y por lo tanto la estabilidad del sistema.

Si se repite todo el estudio anterior para un sistema con un modulador no-ideal, el comportamiento tiene las mismas variaciones respecto a  $g_0$  y  $P_0$  que las que tiene el modulador único.

De todo este estudio se puede concluir que el comportamiento del sistema sensor-modulador dependerá básicamente de dos parámetros, la relación entre  $\omega_p$  y  $f_s$ , y el factor de realimentación R. Dependiendo de ellos el sistema puede ser de segundo o de tercer orden, con las ventajas que esto último introduce.

### III.3.4.2 Estabilidad del sistema modulador-acelerómetro

A partir del análisis precedente, y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se puede realizar un estudio de la estabilidad del sistema modulador-acelerómetro.

Para ello se parte de la ecuación en pequeña señal obtenida en el capítulo anterior. Si se modifican los términos de la función de transferencia del acelerómetro, se obtiene:

$$\Delta C(\delta) = C_\alpha K_\delta(s)\delta \quad (\text{Ec. 60})$$

Donde se substituyen los valores:

(Ec. 61)

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = \frac{1}{2} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 1,588 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 3192 \text{ Hz} \end{array} \right.$$

Si se toma el valor para continua, se puede obtener R.

$$R \equiv \frac{C_\alpha K_\delta}{C_{ref}} = \frac{C_\delta}{C_{ref}} = \frac{374,3 \text{ fF}}{1,6 \text{ pF}} = 0,234 \quad (\text{Ec. 62})$$

Si se substituye esta relación en la (Ec. 42), y se supone que el modulador  $\Delta$ - $\Sigma$  es ideal, se obtiene la posición de los polos la cual está dentro del circulo unidad.

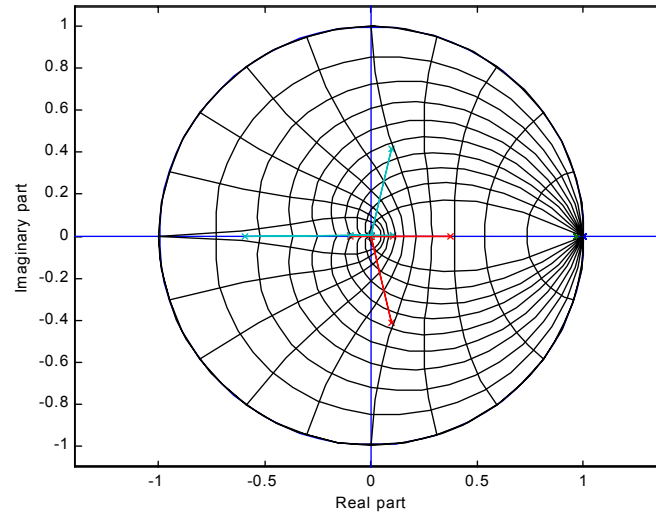


Figura 17. Posición de los polos frente a una variación de  $g_0$  y  $P_0$

En la gráfica se muestra la posición de los polos para una variación de  $g_0$  y  $P_0$  de un 10%. Se observa que estos se mantienen dentro del círculo unidad. Por lo tanto, se puede concluir que el sistema es robusto frente a variaciones de  $g_0$  y  $P_0$ .

### III.4 Simulación del modo Balance de Fuerzas

Una vez estudiada la estabilidad del sistema, se realiza una simulación para verificar el estudio anterior, y que el modulador es capaz de realizar la función de interfaz para sensores capacitivos siguiendo el esquema definido anteriormente. Por ello, se hace uso de un modelo de comportamiento ideal del modo de trabajo Balance de Fuerzas.

Se hace uso del modelo de sensor capacitivo torsional para realizar la simulación. La aceleración escogida es sinusoidal de  $10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ . La señal de entrada y el efecto sobre la posición del sensor se muestra en la primera y segunda gráfica respectivamente.

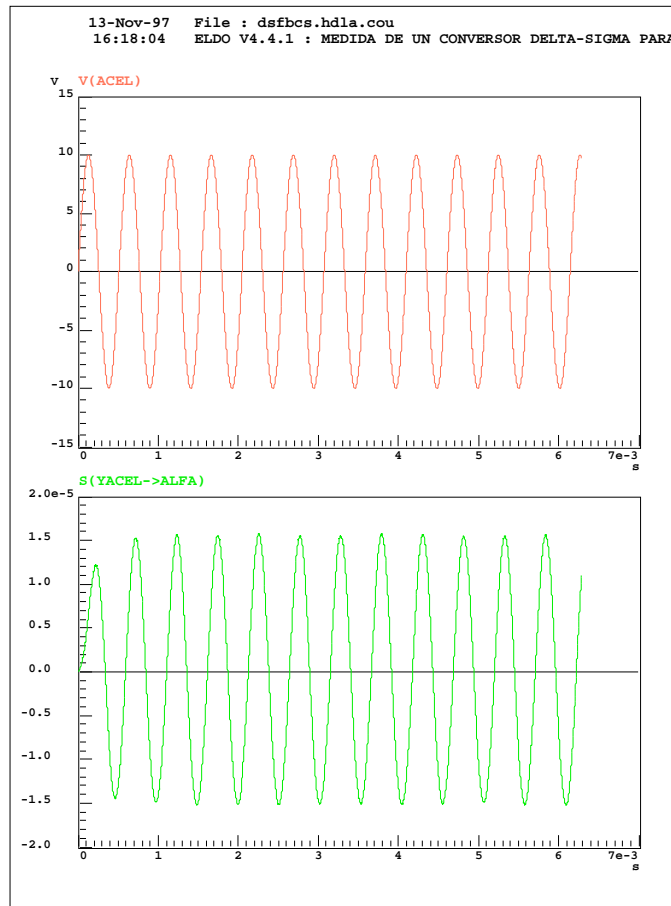


Figura 18. Aceleración de entrada sinusoidal de  $10\text{ms}^{-2}$  ( $V_{acel}$ ) y variación de la posición del sensor frente a ella ( $\alpha$ )

También se ha obtenido un espectro en frecuencia de la salida del modulador. El resultado que se obtiene se muestra en la Figura 19.

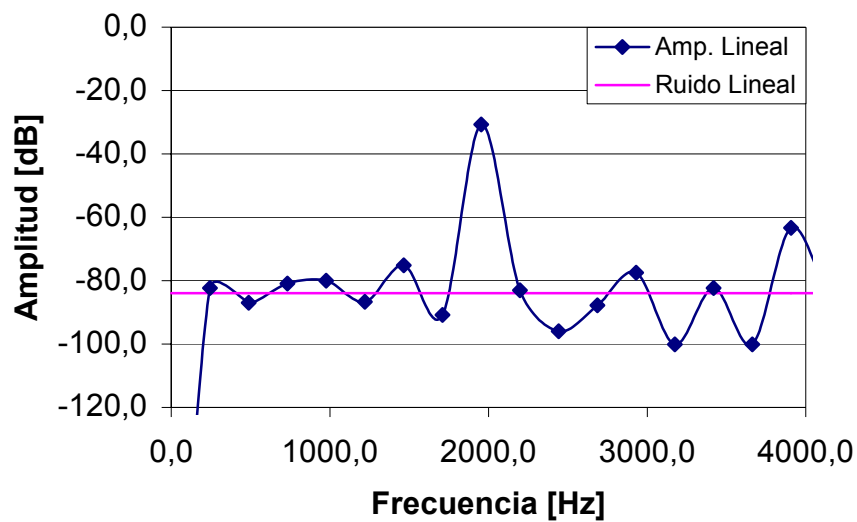


Figura 19. Espectro de frecuencia del modelo del modulador  $\Delta-\Sigma$  en modo balance de Fuerzas



Como se observa en la gráfica, se obtiene un suelo de ruido de  $-84\text{dB}$ . Teniendo en cuenta que el pico se encuentra a  $-30,7\text{dB}$ , podemos calcular la resolución del sistema, la cual es de  $20\text{mm}\cdot\text{s}^{-2}$ . El valor máximo de aceleración que se puede medir sin saturar el modulador se puede suponer que esta alrededor de los  $100\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ , aproximadamente  $-10\text{dB}$ .

Aparece un armónico de la señal con una intensidad de  $-63\text{dB}$ . La razón es debida a que el sistema no se encuentra todavía en un estado estacionario. Esto se observa en el primer pico de la primera semionda de la posición del sensor. Si se tiene en cuenta que la constante de tiempo del acelerómetro es aproximadamente  $2,6\text{ms}$ . En el espectro de frecuencia se han eliminado los primeros  $1,5\text{ms}$ , para reducir su efecto. Sin embargo, eliminar más puntos de la salida del modulador implicaría muchas mas horas de simulación, debido a que cada milisegundo son  $12\text{horas}$  de procesador. Es de suponer que cuando se alcance el estado estacionario dicho pico desaparecerá.

Una vez realizada esta simulación se pasa al diseño estructural de la interfaz.

### III.5 Definición del modulador

Como resumen de todo lo anterior, se definen las especificaciones del modulador. Para ello se establecen tres parámetros básicos:

- Frecuencia de Nyquist del modulador
- Resolución
- Capacidad de referencia

El primero dependerá de las características de los sensores que se desean medir, en este caso se impone un valor de  $2\text{kHz}$ .

La resolución que se desea obtener es de unos  $16\text{bits}$ . A partir de la ecuación del modulador de segundo orden

---

$$SNR_{dB} = 10\log\left(\frac{P_{señal}}{P_{Banda}}\right) = 10\log\left(\frac{15M^5}{2\pi^4}\right) = 15,05\log_2(M) - 11,13 \quad (Ec. 63)$$

Se obtiene una relación de sobremuestreo de 256. Por lo tanto, se obtiene una frecuencia de muestreo de 1MHz.

### III.6 Referencias

- [Bur95] A. Burstein, W.J. Kaiser, "Mixed Analog-Digital Highly-Sensitiver Sensor Interface Circuit for Low-Cost Microsensors", Proc. TRANSDUCERS, pp. 162-165, 1995.
- [Moc98] K. Mochizuki, K. Watanabe, T. Masuda, "A High-Accuracy, High-Speed Signal Procesing Circuit of Differential-Capacitance Transducers", IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, pp. 134-137, 1998.
- [Can85] J.C. Candy, "A Use of Double Integration in Sigma Delta Modulation", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-33, No. 3, pp. 249-258, 1985.
- [Agr83] B.P. Agrawal and K. Shenoi, "Desing Methodology of  $\Sigma\Delta M$ ", IEEE Trans Commun., vol. COM-31, pp. 360-370, Mar. 1983.
- [Bos88] B.E. Boser and B.A. Wooley, "The Design of Sigma-Delta Modulation Analog-to-Digital Converters", IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-23, pp. 1298-1308, Dec. 1988.
- [Gri97] M. Grigorie, "Integrated Sigma-Delta Interface for Capacitive Sensors", Tesis para la obtención del grado de Doctor, EPFL, 1997.
- [Cou93] Y. de Coulon, T. Smith, J. Hermann, M. Chevroulet, F. Rudolf, "Design and Test of a Precision Servoaccelerometer with Digital Output", Extended Abstract for the Digest of Technical Papers, TRANSDUCERS, Jun. 1993.

- [Fuk] T. Fukuda, W. Menz, "Micro Mechanical Systems, Principles and Technology", Elsevier, ISBN 0-444-82363-8.
- [Bau] H.H. Bau, N.F. de Rooij, B. Kloeck, "Sensors, A comprehensive Survey", VCH, ISBN 0-89573-679-9.
- [Rit90] T. Ritoniemi, T. Karema, H. Tenhunen, "Design of Stable High Order 1-bit Sigma-Delta Modulators", ISCAS'90, pp. 3267-3270, May 1990.
- [Ben48] W.R. Bennet, "Spectra of Quantized Signals", Bell Sys. Tech. J., vol. 27, pp. 466-472, Jul. 1948.
- [Rui96] O. Ruiz, "Disseny i realització d' acceleròmetres capacitius pendulars en silici monocristal·lí", Ed. Publicacions Universidad de Barcelona, ISBN: 84-475-1481-1, 1996.
- [Dut97] K. Dutton, S. Thompson, B. Barraclough, "The Art of Control Engineering", Addison Wesley 1997, ISBN 0-201-17545-2.

