

Estudi experimental de la dinàmica d'un front fluid en un medi desordenat

Ramon Planet Latorre

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.



UNIVERSITAT DE BARCELONA



Universitat de Barcelona

Departament d'Estructura i Constituents de la Matèria

Programa de doctorat Física Avançada

Bienni 2003/05

Estudi experimental de la dinàmica d'un front fluid en un medi desordenat

Memòria de la tesi doctoral presentada el setembre de 2009 per

Ramon Planet Latorre

per optar al títol de Doctor en Física,

sota la direcció del Dr. Jordi Ortín Rull

La realització d'aquesta tesi ha estat possible gràcies a la concessió d'una beca predoctoral del *Programa de ayudas para la Formación de Personal Investigador (FPI)* del *Ministerio de Ciencia e Innovación*, i al suport del grup de recerca consolidat en Física no lineal.

*So, naturalists observe, a flea
Has smaller fleas that on him prey;
And these have smaller still to bite 'em;
And so proceed ad infinitum.
Thus every poet, in his kind,
Is bit by him that comes behind.*

Jonathan Swift.

Agraïments

Primer de tot vull agrair en Jordi Ortín, el meu director de tesi, que em donés l'oportunitat de poder realitzar una tesi doctoral. Aquests darrers anys he gaudit del seu consell i ajuda sempre que l'he necessitat.

També voldria agrair d'una manera especial en Jordi Soriano, que va ensenyar-me com funcionava el dispositiu experimental i em va transmetre un munt de trucs imprescindibles. A més, haig de donar-li les gràcies pels aplicatius desenvolupats per ell a la seva tesi.

Per altra banda m'agradaria agrair a totes aquelles persones que han contribuït a tirar aquesta tesi endavant: Albert Comerma, Manel Quevedo, Juanma López, Miguel Ángel Rodríguez, Aurora Hernández, Jaume Casademunt, Mireia Torralba, Enric Álvarez, Laura Casanellas, Marc Pradas, Rodrigo Ledesma, Félix Campello, Isaac Llopis, Stéphane Santucci, Knut Jørgen Måløy, Osvanny Ramos, Michael Niebling, Olav Aursjø, Øistein Johnsen, Mihailo Jankov, Xavier Illa, Maria Mañosas, Neus Gómez, Miquel Nofrarias, Albert Solernou, XaviFu, Pau Bitlloch, Marta Manzanares, Pol Lloveras, Jordi Marcos, Francisco Pérez Reche, Javier Rodríguez, Jónatan Rodríguez, David Martínez, Xavier Clotet, ...

Al Xavier Moya li dedico un "agraïment" especial per tots aquests anys que hem passat junts i que ens han portat de l'antiga *EGB* a fer un doctorat en física en el mateix departament.

Finalment agraeixo a la meva família, i en especial als meus pares i la Noemí el suport incondicional que m'han donat.

Barcelona, 18 de setembre de 2009.

Índex

| | |
|--|------------|
| Agraïments | vii |
| I Tesi | 1 |
| 1 Introducció | 3 |
| 1.1 Imbibició en un medi desordenat | 4 |
| 1.2 Interfícies rugoses | 17 |
| 1.3 Rugositat dinàmica en processos d'imbibició | 29 |
| 1.4 Dinàmica intermitent en imbibició | 33 |
| 2 Dispositiu experimental, adquisició i tractament de dades | 39 |
| 2.1 Motivació del treball experimental | 39 |
| 2.2 Medi desordenat | 40 |
| 2.3 Descripció de la cel·la de Hele–Shaw i propietats del fluid | 48 |
| 2.4 Dispositiu I | 51 |
| 2.5 Dispositiu II | 53 |
| 2.6 Anàlisi d'imatges | 55 |
| 2.7 Tractament de dades | 58 |
| 2.8 Protocol experimental | 66 |
| 3 Propietats d'escalament d'una interfície en imbibició espontània | 69 |
| 3.1 Comportament macroscòpic | 70 |
| 3.2 Diferències de pressió positives | 74 |
| 3.3 Diferències de pressió negatives | 77 |
| 3.4 Discussió | 82 |
| 3.5 Conclusions | 85 |
| 4 Fluctuacions locals de la velocitat | 87 |
| 4.1 Caracterització estadística de les fluctuacions de la interfície | 88 |

| | | |
|------------|---|------------|
| 4.2 | Longituds característiques | 89 |
| 4.3 | Caracterització de les allaus | 90 |
| 4.4 | Distribucions estadístiques de grandàries i durades | 92 |
| 4.5 | Morfologia de les allaus | 97 |
| 4.6 | Efecte de la longitud de correlació sobre les densitats de probabilitat | 102 |
| 4.7 | Relacions d'escala | 103 |
| 4.8 | Comportament espaciotemporal de les allaus | 106 |
| 4.9 | Conclusions | 111 |
| 5 | Dinàmica global de la interfície | 113 |
| 5.1 | Velocitat global del front | 114 |
| 5.2 | Correlació de $v(x, t)$ | 115 |
| 5.3 | Dinàmica per allaus | 118 |
| 5.4 | Fluctuacions de $V_i(t)$ | 128 |
| 5.5 | Espectre de potències de $V_L(t)$ | 132 |
| 5.6 | Caracterització estadística de $\Delta V_L(\delta t)$ | 135 |
| 5.7 | Conclusions | 137 |
| 6 | Conclusions i perspectives de futur | 139 |
| 6.1 | Conclusions | 139 |
| 6.2 | Perspectives de futur | 144 |
| II | Summary in English | 147 |
| 7 | Imbibition in disordered media | 149 |
| 7.1 | Introduction | 149 |
| 7.2 | Experimental setup | 157 |
| 7.3 | Results | 160 |
| 7.4 | Conclusions | 177 |
| III | Apèndixs | 181 |
| A | Apunts de geometria fractal | 183 |
| A.1 | El problema de la mesura i la dimensió fractal | 183 |
| A.2 | Auto-similitud | 185 |
| A.3 | Auto-afinitat | 186 |

| | | |
|----------|---|------------|
| B | Definicions alternatives d'allau local | 189 |
| B.1 | Definicions d'allau | 189 |
| B.2 | Discussió | 194 |
| B.3 | Comparació de $P(A)$ | 195 |
| C | Scripts de Matlab | 197 |
| C.1 | Script que extreu la matriu de temps d'espera | 197 |
| C.2 | Script que crea el camp de velocitats en funció del temps | 201 |
| C.3 | Extracció de l'orientació d'un domini | 202 |
| | Bibliografia | 207 |
| | Publicacions de l'Autor | 217 |

Part I

Tesi

Capítol 1

Introducció

Aquesta tesi versa sobre la morfologia i la dinàmica dels fronts d'imbibició des d'un punt de vista experimental. La imbibició és un procés de transport de fluids immiscibles en un medi desordenat en el qual el fluid que mulla preferentment el medi desplaça el fluid resident [Sah93; ADR04]. En el cas que el desplaçament fós en la direcció inversa, seria un procés de drenatge [BFF⁺91]. La interfície que separa aquests dos fluids immiscibles està sotmesa a una competició de forces que actuen sobre el front a diferents escales de longitud. Com a resultat es té un sistema fora de l'equilibri que arriba de manera espontània a un estat estadísticament estacionari amb fluctuacions crítiques. El problema de la imbibició ha rebut una atenció considerable en els últims anys [REDG89; HFV91; HKW92; ZMOW97; GB98; DRE⁺99; HMSL⁺01; GMH02; SOHM02; PC03; SMP⁺05; PPHMO07; RLDA07; PSO09]. La comprensió de la dinàmica complexa que acompanya el moviment d'una interfície en un medi desordenat ha esdevingut un problema fonamental de la física estadística de no-equilibri [BS95; Kar98; Fis98]. En aquest context la imbibició és un exemple particularment complex perquè obeeix una dinàmica no-local.

El problema de la imbibició no té només un interès acadèmic. Aquest també és un fenomen de gran interès des d'un punt de vista tecnològic. El desplaçament de fluids en un medi desordenat es dona a diversos camps com per exemple a l'hora de recuperar el petroli que està emmagatzemat al subsòl [ZJJK02], a processos biològics com ara la irrigació del sòl [BJPV02], en aplicacions mèdiques [LK01], en processos d'impressió de tinta [AGCR97], i en l'estudi de la porositat del ciment que es fa servir a la construcció [LVH⁺00], entre d'altres exemples de caire industrial.



Figura 1.1: Exemple familiar de procés d'imbibició. En introduir un tovalló de paper en una tassa de cafè es pot observar com el cafè puja pel tovalló i desenvolupa una interfície rugosa de cafè-aire. A més, l'avançament del cafè pel tovalló és intermitent.

1.1 Imbibició en un medi desordenat

Un exemple experimental senzill consisteix en introduir un tovalló dins d'una tassa de cafè (veure Fig. 1.1). Aquesta experiència posa de manifest diverses propietats dels processos d'imbibició: (i) el cafè puja pel tovalló contra l'acció de la gravetat; (ii) tot i que la tensió superficial del líquid i la viscositat del cafè tendeixen a estabilitzar la interfície en un medi homogeni, en aquest cas s'observa un front rugós (inestable); (iii) l'avançament del cafè no és suau, sinó que es mou d'una manera intermitent i mitjançant una sèrie d'allaus. Aquestes propietats són conseqüència de la geometria interna del medi desordenat i de la competició de forces entre la tensió superficial, la pressió viscosa i les forces que desestabilitzen l'avançament del fluid. En aquest cas el tovalló de paper és el medi desordenat, format per un conjunt de fibres microscòpiques [ZMOW97].

1.1.1 Descripció macroscòpica del flux en un medi desordenat

Llei de Darcy

El concepte de permeabilitat i la proporcionalitat del cabal de fluid amb el gradient de pressió en un medi porós va ser establert per Darcy el 1856 en dissenyar el sistema municipal d'aprovisionament d'aigua de la ciutat de Dijon [Dar56]. Nogensmenys la unitat de permeabilitat s'anomena Darcy i la relació de proporcionalitat es coneix com la llei de Darcy. Els resultats de Darcy s'han fet servir en nombro-

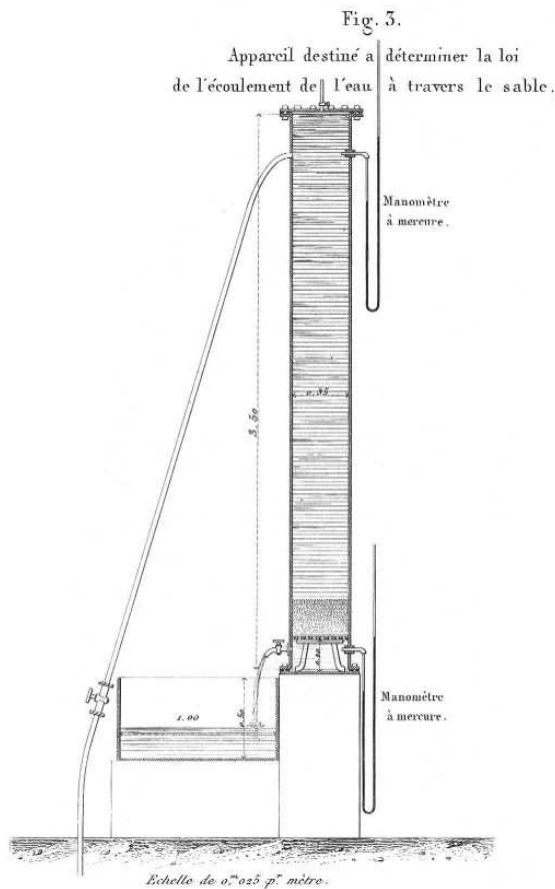


Figura 1.2: Aparell per determinar la llei de Darcy. A l'esquema es pot observar la columna de sorra, un tub que s'introdueix a la columna per la part superior esquerra d'aquesta, i que serveix per imposar un cabal, dos manòmetres a la part dreta i un dipòsit a la part inferior per on s'expulsa el fluid injectat. Aquesta figura s'ha extret de [Dar56].

ses investigacions referents a diversos problemes que involucren el flux d'aigua en un medi porós. Però també s'ha trobat que la llei de Darcy es compleix en altres problemes que involucren el flux de fluids en medis porosos, com és el cas del flux de petroli immers al subsòl. La llei de Darcy es satisfà sempre que la porositat del medi sigui suficientment homogènia, i tant la velocitat del fluid com la grandària dels porus siguin tals que el nombre de Reynolds sigui sempre inferior a 1.

L'experiment original de Darcy consistia en una columna de sorra en posició vertical que actua com a filtre d'aigua. Aquesta columna tenia una alçada L , i una secció d'àrea A . A la Fig. 1.2 es pot veure l'esquema original del dispositiu experimental. Aquest experiment imposava un cabal d'aigua Q i es mesurava la diferència de pressió a la columna de sorra. Darcy va trobar la següent relació empírica:

$$Q = K'A(h_1 - h_2)/L, \quad (1.1)$$

on K' és una constant que depen de la sorra que es fa servir a l'experiment i h_1 i h_2 corresponen a les alçades dels manòmetres superior i inferior de la Fig. 1.2 respectivament. La pressió a la part inferior de l'experiment és $p_2 = \rho gh_2$ i a la

Taula 1.1: Alguns valors típics de la permeabilitat d'alguns materials porosos [Fed01].

| Substància | Permeabilitat (Darcys) |
|-----------------|------------------------|
| Sòls | 0.3 - 15 |
| Maó | 0.005 - 0.2 |
| Arenisca | 0.0005 - 5 |
| Cigarreta | 1000 |
| Fibres de vidre | 20-50 |
| Sorra | 20 - 200 |

part superior $p_1 = \rho g h_1 - \rho g L$, essent $\rho g L$ la caiguda de pressió hidrostàtica. La diferència de pressió entre els dos extrems del filtre de sorra serà $(p_1 - p_2) = \rho g (h_1 - h_2) - \rho g L$. Amb aquesta informació es pot reescriure l'Eq. (1.1) com

$$Q = K A \left[-\frac{p_2 - p_1}{L} + \rho g \right], \quad (1.2)$$

on $K = K' / \rho g$. Aquesta equació és una de les formulacions de la llei de Darcy. En el cas que $h_1 = h_2$, $p_2 - p_1 = \rho g L$ i Q s'anul·la.

La permeabilitat d'un material κ es defineix com $\kappa = K \mu$, on μ és la viscositat dinàmica del fluid. A la Taula 1.1 es mostren alguns valors típics de la permeabilitat de diverses substàncies.

La llei de Darcy (Eq. (1.2)) es pot escriure de forma diferencial en un medi isòtrop com

$$\vec{v}_s = \frac{Q \vec{u}}{A} = \frac{\kappa}{\mu} (\nabla p - \rho \vec{g}), \quad (1.3)$$

on \vec{v}_s és la velocitat mitjana calculada en base al cabal de fluid total per unitat d'àrea i \vec{u} és el vector unitari normal a la secció A . \vec{v}_s té unitats de m/s i es coneix com la velocitat de filtració, velocitat d'escapament, velocitat de Darcy o descàrrega específica.

Solució analítica per la dinàmica macroscòpica en imbibició

A continuació es deriva la solució per la dinàmica macroscòpica en un procés d'imbibició espontània (veure Sec. 1.1.3) on la diferència de pressions entre l'entrada de fluid i l'ambient és nul·la. La manera més senzilla d'atacar aquest problema és estudiar la dinàmica de succió en un tub capil·lar. Aquest procés descriu la fenomenologia bàsica i representa la manera com es propaga el fluid a un nivell

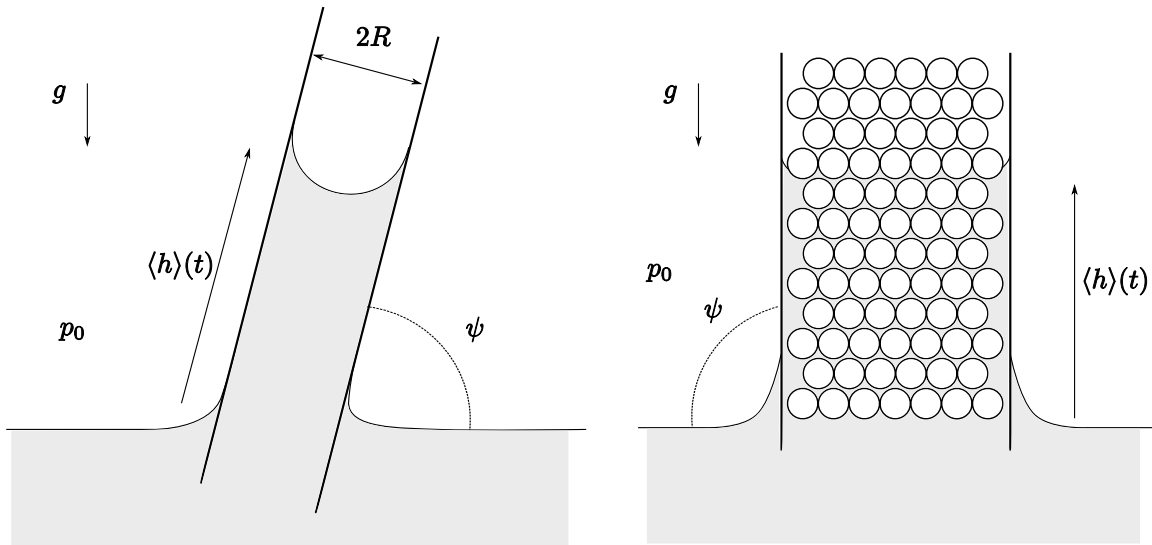


Figura 1.3: Esquerra: tub capil·lar inclinat. Dreta: medi porós.

microscòpic. A la Fig. 1.3 esquerra es representa un tub capil·lar amb un radi R inclinat un angle ψ , que està immers en un dipòsit de fluid a pressió ambient p_0 . Considerem el cas on es tenen dos fluids immiscibles en un tub capil·lar obert, separats per una interfície que està a una alçada $\langle h \rangle(t)$ del dipòsit del fluid invasor, i suposem que el fluid de la regió $z < \langle h \rangle(t)$ mulla les parets. Com a resultat es forma un menisc a la interfície que separa els dos fluids, caracteritzat per l'angle de contacte θ . La combinació d'aquesta interfície curvada amb la tensió superficial del fluid σ crea una diferència de pressió

$$p_c = 2\sigma \cos \theta / R, \quad (1.4)$$

que es coneix com *pressió capil·lar* o *pressió de Laplace* [dGBWQ04]. Aquest efecte dóna lloc a una força termodinàmica que mou els fluids. El mateix efecte també és aplicable de manera més general al problema de la imbibició, directament al nivell dels porus individuals.

Tot fent les següents suposicions: (i) el flux al tub és unidimensional, (ii) no es tenen en compte efectes inercials ni de fricció deguts a l'aire desplaçat, (iii) tampoc es considera l'existència d'efectes inercials al dipòsit de fluid, (iv) el flux de fluid al tub és un flux de Poiseuille en geometria cilíndrica [Bat67], (v) la pressió capil·lar es pot calcular mitjançant l'angle de contacte estàtic θ i el radi del tub R (veure Eq. (1.4)) i (vi) el menisc no es veu deformat per efectes gravitatoris (es considera un nombre de Bond baix, típicament $Bo \ll 1$), es pot escriure el balanç de forces en

un líquid dins un tub capil·lar com:

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{R} = \rho g \langle h \rangle \sin \psi + \frac{8\mu \langle h \rangle}{R^2} \langle \dot{h} \rangle + \rho \frac{d(\langle h \rangle \langle \dot{h} \rangle)}{dt}, \quad (1.5)$$

on ρ és la densitat del fluid, g és la gravetat i ψ l'angle que fa el tub respecte la horitzontal (veure Fig. 1.3). Els termes de l'Eq. (1.5) corresponen a (d'esquerra a dreta): la pressió capil·lar, la pressió hidrostàtica deguda a la gravetat, la caiguda de pressió viscosa (lleï de Poiseuille) i el terme inercial.

En el cas del balanç de forces en un medi desordenat, com pot ser el model de medi porós de la Fig. 1.3 dreta, es pot fer servir la lleï de Darcy (veure Eq. (1.3)), que dóna una caiguda de pressió viscosa

$$\Delta p = -\frac{\mu}{\kappa} \langle h \rangle \langle \dot{h} \rangle. \quad (1.6)$$

Amb això es pot escriure el balanç de forces en un medi porós, fent ús de la lleï de Darcy, com

$$p_c = \rho g \langle h \rangle \sin \psi + \frac{\mu \langle h \rangle}{\kappa} \langle \dot{h} \rangle, \quad (1.7)$$

on p_c és la força capil·lar exercida pel medi desordenat, i aquesta varia depenent del problema. El terme inercial ha estat menyspreat en l'expressió anterior perquè sempre es treballa en un regim amb un Reynolds baix. Els efectes inercials van ser estudiats per Quéré [Qué97] i més recentment per Fries i Dreier [FD08b]. Amb aquesta condició es deriven les solucions pels casos tenint en compte o no l'efecte de la gravetat en un medi desordenat. Pel cas en què no es té en compte la gravetat, es pot obtenir el següent resultat a partir de l'Eq. (1.7):

$$\langle h \rangle^2 = \frac{2\kappa p_c}{\mu} t, \quad (1.8)$$

on s'ha fet servir la condició inicial $\langle h \rangle(t=0) = 0$. L'Eq. (1.8) es coneix com la lleï de Washburn [Was21]. Per altra banda, si es té en compte la gravetat, l'Eq. (1.7) es pot reescriure com

$$\langle \dot{h} \rangle = \frac{\kappa p_c}{\mu} \frac{1}{\langle h \rangle} - \frac{\kappa \rho g \sin \psi}{\mu} = \frac{a}{\langle h \rangle} - b. \quad (1.9)$$

A partir d'aquesta equació es pot trobar una solució analítica de la forma $t(\langle h \rangle)$ [Was21]. Imposant la condició inicial $\langle h \rangle(0) = 0$ s'obté

$$t = -\frac{\langle h \rangle}{b} - \frac{a}{b^2} \ln \left(1 - \frac{b \langle h \rangle}{a} \right). \quad (1.10)$$

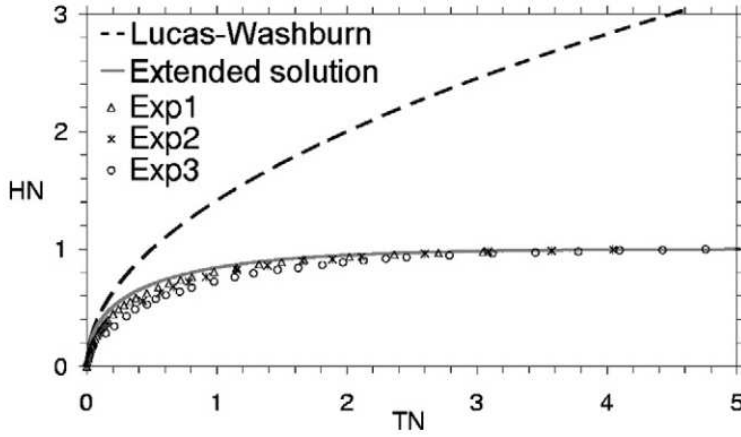


Figura 1.4: Resultats per experiments d'ascensió de fluids en un tub capil·lar fet de vidre borosilicat amb diferents radis i inclinacions. Els experiments estan fets amb dos líquids diferents. Els resultats experimentals estan representats en forma adimensional. La figura s'ha extret de [FD08a].

Aquesta solució divergeix quan $\langle h \rangle$ s'apropa a l'alçada d'equilibri $\langle h \rangle_{eq}$. L'alçada d'equilibri és aquella per la qual $\langle \dot{h} \rangle = 0$ i val

$$\langle h \rangle_{eq} = \frac{a}{b} = \frac{p_c}{\rho g \sin \psi}. \quad (1.11)$$

És possible, però, derivar una solució asimptòtica en el límit $\langle h \rangle \rightarrow \langle h \rangle_{eq}$ en termes d' $\langle h \rangle(t)$ [ZTH00]. Aquesta té la forma

$$\langle h \rangle(t) = \frac{a}{b} \left(1 - e^{-b^2 t/a} \right). \quad (1.12)$$

Fries i Dreyer [FD08a] van derivar una solució analítica de la forma $\langle h \rangle = \langle h \rangle(t)$ en presència de la gravetat fent ús de la funció de Lambert [Eul83]. La funció de Lambert $W(x)$ es defineix com

$$x = W(x)e^{W(x)}. \quad (1.13)$$

La solució exacta es troba de la següent forma. Primer es multiplica l'Eq. (1.10) per $-b^2/a$, es resta 1 a les dues bandes de la igualtat i es fa la potència del nombre e . D'aquesta manera l'Eq. (1.10) pren la següent forma:

$$-e^{-1-b^2 t/a} = \left(\frac{\langle h \rangle b}{a} - 1 \right) e^{\langle h \rangle b/a - 1}. \quad (1.14)$$

Aquesta equació es pot reescriure com

$$y(t) = x(\langle h \rangle) e^{x(\langle h \rangle)}, \quad (1.15)$$

i fent ús de la definició de la funció de Lambert (Eq. (1.13)) per $y(t)$ resulta

$$x(\langle h \rangle) e^{x(\langle h \rangle)} = W(y(t)) e^{W(y(t))} \quad \text{i per tant} \quad x(\langle h \rangle) = W(y(t)). \quad (1.16)$$

Si es torna a l'Eq. (1.14) es troba la solució analítica per la dinàmica del front com [FD08a]

$$\langle h \rangle(t) = \frac{a}{b} \left[1 + W \left(-e^{-1-b^2t/a} \right) \right]. \quad (1.17)$$

Aquesta derivació també es vàlida per el cas del tub capil·lar [FD08a].

La Fig. 1.4 presenta la solució de l'Eq. (1.17) en forma adimensional, i es compara amb resultats experimentals. Per tal de representar aquestes corbes en eixos adimensionals es reescalen les variables de la següent forma:

$$TN = t \frac{b^2}{a} = t \frac{b}{\langle h \rangle_{eq}}, \quad HN = \langle h \rangle \frac{b}{a} = \frac{\langle h \rangle}{\langle h \rangle_{eq}}. \quad (1.18)$$

Els experiments corresponen a l'estudi de l'ascensió de fluid per un tub capil·lar en presència de la gravetat. A la figura es pot apreciar que, mentre que la llei de Washburn (que no contempla gravetat) reproduïx el comportament experimental només per $TN \ll 1$, la solució extensa ajusta prou raonablement les dades en tot el rang de TN . De tota manera es pot observar que els resultats experimentals es desvien de la solució extensa (Eq. (1.17)) sobretot en temps compresos entre $0.2 < TN < 1.4$. Això pot ser resultat de l'efecte de la fricció amb la superfície del tub que no s'ha tingut en compte en derivar l'Eq. (1.17), o de que l'angle de contacte no es manté constant, en contra del que s'ha suposat.

1.1.2 Forces que actuen sobre la interfície

Sobre la interfície que separa els dos fluids involucrats en un procés d'imbibició actuen diverses forces en escales diferents i de manera distinta. Per tal d'estudiar les diferents forces que actuen es mostren a continuació dos casos particulars amb medis desordenats de diferent natura: un medi porós i una fractura oberta

Medi porós

Un medi porós consisteix en un material sòlid en el que existeix una xarxa de porus (àrees buides) interconnectats. El medi porós es pot dividir en dos: la matriu de material sòlid i la xarxa de porus. Normalment s'assumeix que aquestes parts són contínues i formen un continu interpenetrat (com una esponja). Existeixen diferents exemples naturals de materials porosos com roques, ossos, el sòl, etc. A la literatura es poden trobar diversos models de medi porós. Dos dels més representatius són: una cel·la de Hele-Shaw amb les plaques separades mitjançant boles de vidre de diàmetre igual a la separació entre les plaques de la cel·la [MFJ85; REDG89], i el model emprat per Lenormand et al. [LZ85; Len90], que consisteix en

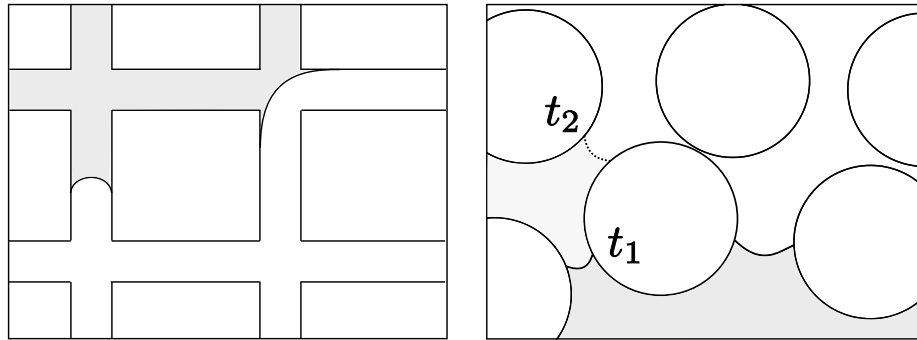


Figura 1.5: Representació de dos models de medi porós. Esquerra: model de medi porós emprat per Lenormand [Len90], que consisteix en un conjunt de canals cilíndrics que connecten amb interseccions considerades com porus. Dreta: model de medi porós consistent en una cel·la de Hele-Shaw amb boles de vidre col·locades entre les plaques de la cel·la [REDG89]. Es mostra esquemàticament la posició del front d'imbibició en dos instants, t_1 i t_2 .

una xarxa de porus connectats per una sèrie de canals. A la Fig. 1.5 es pot veure una representació esquemàtica d'aquests dos tipus de models de medi porós.

La física del problema d'imbibició en un medi porós està controlada per dos mecanismes: la pressió viscosa i la capil·laritat. La intensitat relativa de les forces viscoses i les forces capil·lars a l'escala del porus es pot quantificar mitjançant el nombre capil·lar [Len90]

$$Ca = \frac{\mu v}{\sigma}, \quad (1.19)$$

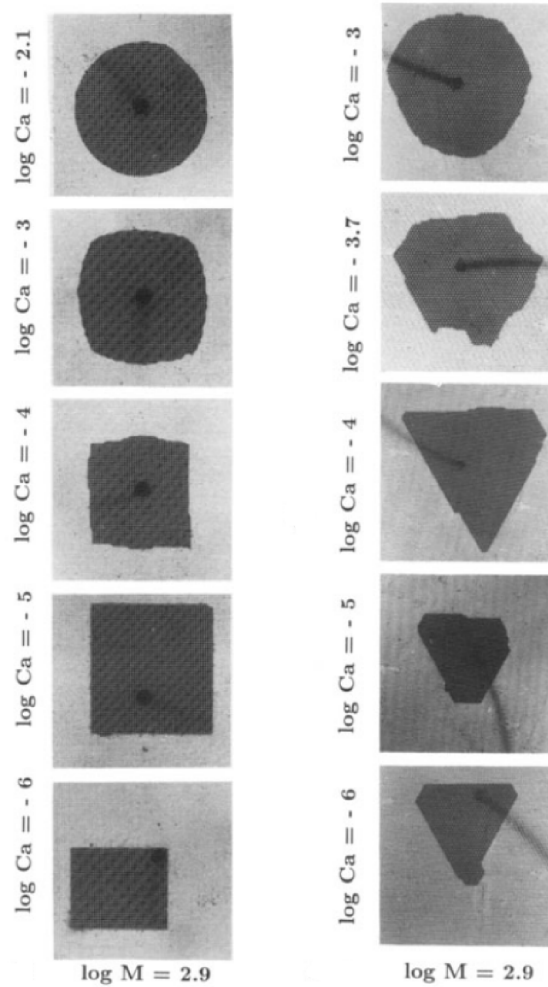
on v és la velocitat mitjana del front i σ la tensió superficial. Per nombres Ca baixos la capil·laritat és el mecanisme dominant, i és la responsable de l'avançament del fluid. En aquests casos es formen uns dominis de mullat molt influenciats per l'estructura interna del medi desordenat. A la Fig. 1.6 es pot apreciar com en reduir el nombre de capil·laritat, el front fluid agafa la forma de la xarxa de porus. Pel cas de Ca molt baixos es formen estructures molt semblants a les corresponents a un fenomen de percolació [Sah93]. En canvi, quan el nombre de capil·laritat augmenta, és la caiguda de pressió viscosa la responsable de la dinàmica d'imbibició. En aquest cas, es formen uns dominis més compactes que en el cas de Ca baixos (veure part superior de la Fig. 1.6).

Per altra banda és important tenir en compte l'efecte del contrast de viscositats entre els dos fluids involucrats. El contrast de viscositats es pot escriure com

$$c = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2}, \quad (1.20)$$

on μ_1 és la viscositat del fluid invasor i μ_2 és la viscositat del fluid resident. Quan $c < 0$ la viscositat actua com un mecanisme estabilitzador de la interfície. En el

Figura 1.6: Imbibició d'oli (en negre) desplaçant aire (a) en una xarxa quadrada, (b) en una xarxa triangular. M és el quocient de viscositats $M = \mu_2/\mu_1$, on μ_2 és la viscositat del fluid invasor i μ_1 la viscositat del fluid resident. Figura extreta de [Len90].



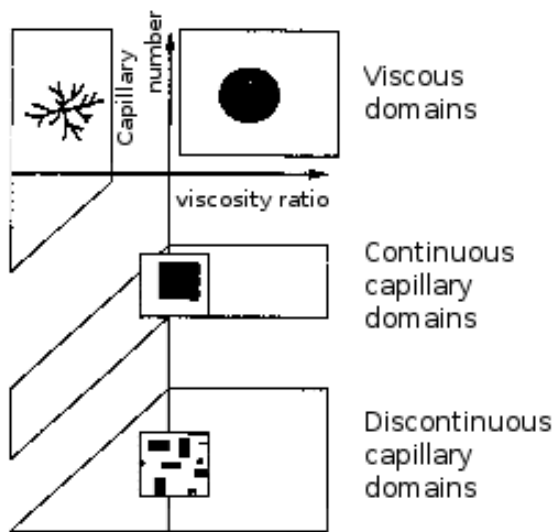


Figura 1.7: Diagrama de fases per processos d'imbibició. Figura extreta de [Len90].

cas que $c > 0$, dependent de la velocitat, pot tenir lloc la formació de dits viscosos [ST58].

Lenormand [Len90] va establir un diagrama de fases en funció del nombre capil·lar i del contrast de viscositats, per experiments d'imbibició en un medi porós. El diagrama de fases (veure Fig. 1.7) mostra tres possibles escenaris (de menor Ca a major): la formació discontinua de dominis de mullat (produïts per l'efecte de capes precursoras de fluid de gruix infinitesimal), dominis continus dominats per forces capil·lars, i un domini viscos on, dependent del contrast de viscositats, s'observarà un front compacte ($c < 0$) o una estructura tipus DLA ("diffusion-limited-aggregation") [WS81] ($c > 0$). Aquest diagrama de fases està fet pel cas on la grandària dels porus i dels canals que els connecten són del mateix ordre.

Fractura oberta

El cas de la fractura oberta és un altre exemple de medi desordenat. En aquest cas, a diferència del medi porós, els fluids es mouen lliurement per un espai obert limitat per unes parets la separació de les quals no és constant, com es mostra esquemàticament a la Fig. 1.8. Un exemple d'imbibició en fractura oberta es dona en extreure petroli d'un dipòsit format per dues parets de roca de superfície rugosa.

El problema de la imbibició en un medi desordenat que tingui aquestes característiques geomètriques s'ha estudiat mitjançant diferents models: mitjançant la imbibició de fluids en una cel·la de Hele-Shaw amb un espaiat dicotòmic [SOHM02; Sor03] i amb les plaques de la cel·la erosionades químicament [GMH02].

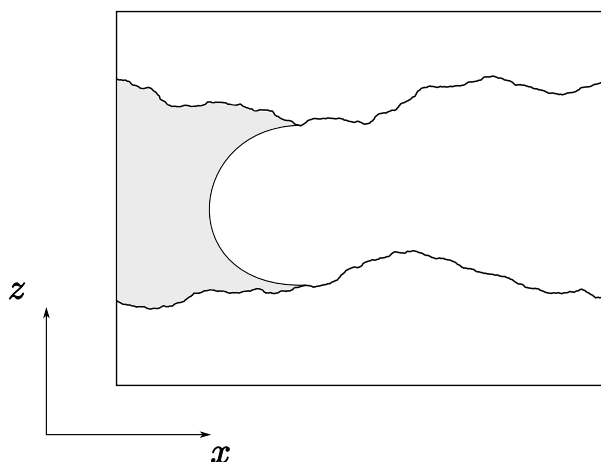


Figura 1.8: Representació esquemàtica lateral d'una fractura oberta.

En estudiar la imbibició d'un fluid en una fractura oberta s'obté una interfície ben definida. En aquest cas el fluid no es mou per canals que connecten els porus, sinó que es mou lliurement entre les parets del medi. La primera conseqüència és la rellevància que pren la tensió superficial com a mecanisme estabilitzador de la interfície. Per tant ara seran tres els factors a tenir en compte: la pressió viscosa, la tensió superficial i l'efecte de l'espaiat variable entre les parets del medi. El paper del contrast de viscositat serà el mateix que en el cas dels medis porosos. El rol de la tensió superficial serà el de minimitzar les possibles deformacions de la interfície. Per tant, en els casos amb un contrast de viscositats $c < 0$ existiran dos mecanismes estabilitzadors de la interfície. L'efecte esmorteidor de la caiguda de pressió viscosa dependrà de la velocitat del procés de imbibició, mentre que l'efecte de la tensió superficial no. Per aquesta raó, en reduir el nombre capil·lar (Eq. 1.19) aquest últim mecanisme guanya en importància. De fet es pot trobar que aquests dos mecanismes actuen a diferents escales, separades per una longitud $\xi_c = \sqrt{\kappa/Ca}$ [Pau02; PC03]. Per altra banda, així com en el cas de la imbibició en medis porosos era la capil·laritat el mecanisme responsable de la desestabilització del front, el fet de tenir un espaiat variable, com en una fractura oberta, fa que la pressió capil·lar (Eq. (1.4)) difereixi d'un punt a un altre del medi, així com la permeabilitat del medi [Pau02]. Per tant existiran dues fonts de *desordre*, en la capil·laritat i en la permeabilitat. S'ha trobat que aquestes dues fonts de desordre actuen a escales de longitud diferents: mentre el desordre en la capil·laritat actua a escales curtes, el desordre en la permeabilitat té efecte amb pertorbacions d'escala més gran. Es pot trobar una escala característica que separa aquests dos mecanismes, $\xi_\kappa \sim \sqrt{\kappa/Ca}$ [PC03].

En conseqüència, el nombre de capil·laritat caracteritza el comportament dels processos d'imbibició tant en el cas de processos en medis porosos com en el cas de que aquests tinguin lloc en una fractura oberta.

Sobre les interfícies en processos d'imbibició actuen, com hem vist, forces que tendeixen a mantenir el front compacte i d'altres que tendeixen a desestabilitzar-lo. Aquestes últimes depenen de la geometria interna del medi, que esdevé per tant un ingredient molt important en processos de imbibició.

La competició de forces estabilitzadores i desestabilitzadores que actuen a diferents escales fa que el sistema evolucioni cap a un estat estacionari de no-equilibri caracteritzat per fluctuacions crítiques, sense escales característiques, que es distribueixen com lleis de potències [Kru97].

1.1.3 Classificació dels diferents processos d'imbibició

Existeixen diverses maneres de classificar els processos d'imbibició. Payatakes i Dias [PD84; Sah93] van diferenciar quatre tipus de processos d'imbibició:

1. **Imbibició espontània:** es dona quan l'única força que fa moure la interfície és la succió capil·lar. En aquest cas els porus més petits són els més fàcils d'envair. En un pas de temps la interfície pot avançar per diversos porus alhora.
2. **Imbibició quasi-estàtica:** ocorre quan el flux de fluid invasor és tan lent que la interfície que separa els dos fluids immiscibles avança només de porus a porus. La principal diferència amb la imbibició espontània és que en un instant de temps el front només avança un únic porus. Això s'aconsegueix ajustant la pressió per que només s'envaeixi el porus més estret.
3. **Afluència constant:** correspon a imbibició amb un nombre capil·lar Ca constant, moderat. El procés és molt similar a la imbibició espontània però en aquest cas s'ajusta la pressió per tal que el flux de fluid es mantingui constant.
4. **Invasió amb un flux constant de fluid invasor:** en aquest cas s'aplica una diferència de pressions Δp molt elevada entre el dipòsit a l'entrada del medi desordenat i la interfície. Aquesta ha de ser prou elevada per que la caiguda de pressió viscosa domini sobre les forces capil·lars. En el cas de tenir $c > 0$ es

poden desenvolupar dits viscosos [ST58]. Si la pressió capil·lar és negligible comparada amb la pressió aplicada s'observarà l'avançament de la interfície per diversos porus alhora. En aquest cas, com la força que empeny el front és la pressió aplicada, seran els porus més grans els primers en ser seleccionats per la interfície, minimitzant la resistència a fluir.

Per altra banda, Alava et al. [ADR04] diferencien els processos d'una altra manera mitjançant dues classes:

1. **Imbibició espontània:** correspon al procés pel qual el fluid invasor penetra en el medi només sota la influència de les forces capil·lars, sense diferència de pressió externa.
2. **Imbibició forçada:** correspon al procés on, a més de les forces capil·lars, actua una força externa, sigui mitjançant la imposició d'un flux de fluid o d'una diferència de pressió.

Degut a la natura dels processos que s'investiguen en aquesta tesi, aquestes dues classificacions resulten de poca utilitat. La classificació que es proposa en aquesta tesi està basada en les condicions de contorn del problema. És conegut que el flux de fluid dins d'un medi desordenat es comporta segons la llei de Darcy $Q \sim \Delta p / \langle h \rangle$ (Sec. 1.1.1). Per tant la classificació que es proposa a continuació es basa en el fet que el procés que s'investiga tingui un flux Q constant, o una diferència de pressions constant, Δp . Per tant, la classificació serà:

1. **Imbibició forçada** és el procés en què el fluid invasor, que mulla preferentment el medi, desplaça el fluid resident a un flux d'injecció constant ($Q = \text{constant}$).
2. **Imbibició espontània** és el procés en què el fluid invasor, que mulla preferentment el medi, penetra en aquest desplaçant el fluid resident amb una pressió externa constant ($\Delta p = \text{constant}$).

S'ha d'aclarir que la imbibició espontània tal com es defineix en aquesta classificació difereix en general de la imbibició espontània a què es refereixen Alava et al. [ADR04]. Aquesta última correspon al cas particular d'imbibició espontània amb $\Delta p = 0$ a la classificació que es presenta en aquesta tesi.

1.2 Interfícies rugoses

Com s'ha comentat a la Sec. 1.1, les interfícies en processos d'imbibició estan sotmeses a l'acció de diferents forces, estabilitzadores i desestabilitzadores, que actuen a escales de longitud diferent. Això fa que les interfícies experimentin un procés de rugositat dinàmica i presentin unes propietats estadístiques peculiars.

El nostre món està plé de superfícies rugoses, com per exemple la superfície de la Terra. Quan aquesta s'observa des de l'espai sembla tenir un contorn suau; en canvi des d'aquí baix es fa evident l'existència del relleu geogràfic. Una oblia de silici amb la que es fan els circuits integrats, tot i tenir un aspecte molt llis també presenta una superfície rugosa si s'observa a través d'un microscopi. Molts objectes que a simple vista no ho semblen presenten unes superfícies que són rugoses. Entendre com són aquestes superfícies depenent de l'escala d'observació és el primer pas per entendre les seves propietats.

La rugositat, com a propietat morfològica, pot donar a lloc a fenòmens ben diversos. Un exemple és la reacció de Coca-Cola i Mentos: si es dipositen caramels Mentos en una ampolla de 2 l de Coca-Cola es desencadena una reacció dins l'ampolla que finalitza amb un espectacular guèiser¹. S'ha demostrat que tot i que la reacció entre els components d'ambdós productes redueix el treball necessari per la formació de bombolles, és la superfície rugosa del caramel la causa d'una generació massiva de gas [Cof08].

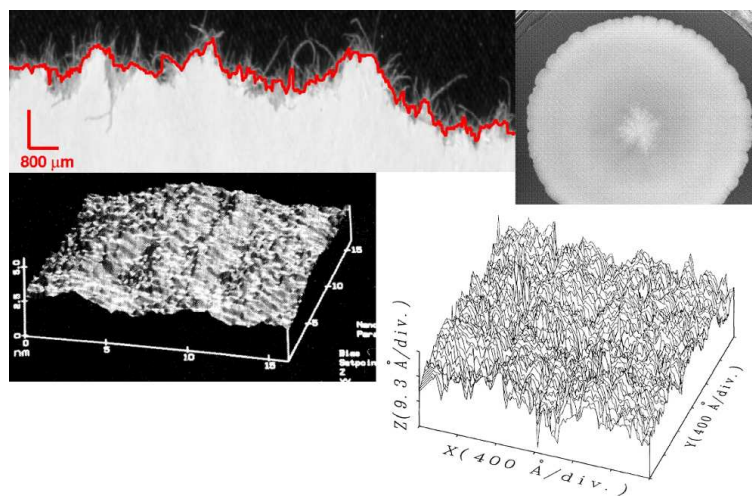
1.2.1 Exemples d'interfícies o superfícies rugoses

L'aparició d'interfícies o superfícies rugoses es dóna en molts fenòmens tant d'origen natural com pràctic. La gran majoria d'aquestes interfícies rugoses es generen en processos físics fora de l'equilibri. Entendre aquest comportament rugós en diversos exemples pot ser molt profitós a l'hora d'entendre les propietats d'un problema en particular. A continuació es repassen alguns dels processos que experimenten aquesta mena d'interfícies.

Un dels exemples més familiars en els que s'observa l'aparició d'interfícies rugoses és en processos de fractura. Quan es trenca un material, com podria ser un bloc de fusta o granit, el front de fractura resultant es troba amb un conjunt d'heterogeneïtats pròpies del material. Aquesta inhomogeneïtat és de gran importància, degut a que indueix una sèrie de punts d'ancoratge que provoquen una dinàmica complexa del front de fractura. Les superfícies rugoses que resulten d'un

¹<http://www.eepybird.com/dcm1.html>

Figura 1.9: Exemples d'interfícies/superfícies rugoses. A la part superior esquerra es mostra un exemple de front de fractura pel cas de paper [SMD⁺07]. A dalt a la dreta es mostra una colònia bacteriana [Ràf98]. A la part inferior es mostra un exemple de creixement epitaxial per feix de molècules [KSC91] (esquerra) i un exemple d'erosió per bombardeig [EBRW91] (dreta).



procés de fractura en un material heterogeni exhibeixen una morfologia auto-afí amb correlacions de llarg abast. Per conèixer els darrers avenços en aquest camp, es pot consultar el recent article de revisió [ANZ06].

Un altre exemple d'interfície rugosa es genera en el procés de creixement d'una colònia bacteriana. Aquest creixement depèn de les propietats del medi en que es troba [BJCL00]. En el cas en que la colònia de bacteris es trobi en un medi sòlid l'expansió d'aquests es fa mitjançant un moviment suau, lliscant. El creixement de la colònia bacteriana en un medi sòlid està controlat per dos mecanismes: el temps d'espera a l'arribada de menjar i el temps de reproducció. Si la colònia disposa de menjar suficient per no haver d'esperar-ne més, aleshores és la pressió deguda a la reproducció dels bacteris la que fa créixer la colònia. En aquest cas la colònia forma un domini compacte amb una interfície rugosa. S'ha trobat que els bacteris que creixen en aquest règim també presenten una interfície auto-afí i exhibeixen correlacions de llarg abast.

També es troben exemples de superfícies rugoses en processos de caire tecnològic. Un exemple és el creixement epitaxial per feix de molècules. Aquest és el procés que es fa servir per fabricar dispositius semiconductors com ara els circuits integrats de les computadores. El creixement epitaxial per feix de molècules consisteix en dipositar àtoms sobre un substrat. Un exemple és el dipòsit d'àtoms de Si sobre una oblia de Si. En aquest procés els àtoms de Si arriben a la superfície i es difonen fins trobar Si ja dipositat, amb el que formen enllaços covalents. També es pot donar el fet que alguns àtoms absorbits per la superfície trenquin els enllaços i se separin. S'ha trobat que les superfícies generades mitjançant aquest procés resulten ser rugoses. Per exemple, en el cas de dipositar àtoms de Fe s'han pogut caracteritzar experimentalment les propietats tant morfològiques com dinàmiques

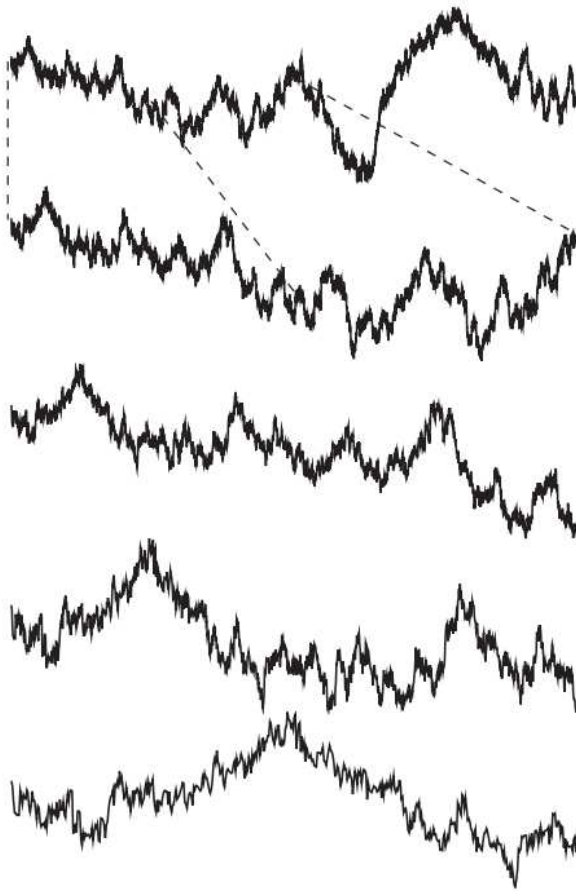


Figura 1.10: Magnificacions diferents d'una mateixa interfície auto-afí. A cada salt (des de dalt cap a baix) s'amplia la interfície per un factor 2. No es veu l'aparició de cap escala característica, i totes les interfícies tenen una forma molt similar en el sentit que s'explica a l'Ap. A. Figura extreta de [ADR04]

de les superfícies resultants [Kru97].

També des d'un punt de vista tecnològic es troba un altre procés que produeix superfícies rugoses. En un procés d'erosió per bombardeig es bombardeja un material amb un feix d'ions [HHZ95]. Els ions impacten amb la superfície del material i expulsen alguns dels àtoms. Aquesta mena de processos serveix per netejar la superfície del material o per dipositar els àtoms que s'han després de la superfície sobre una altra superfície (dipòsit per erosió). Les superfícies generades pel procés d'erosió per bombardeig tindran una estructura periòdica d'onades o seran rugoses depenent de les condicions experimentals.

1.2.2 Descripció d'una interfície rugosa

El concepte de rugositat

La forma exacta d'una interfície que es transporta en un medi desordenat depèn de la realització de desordre que es trobi i és impossible de predir. D'altra banda les propietats estadístiques de les fluctuacions de la interfície sí que es poden

descriure. Moltes vegades hom es troba invariància d'escala. Això vol dir que la interfície té les mateixes propietats morfològiques sota una transformació d'escala $x \rightarrow bx$ i $h \rightarrow b^\alpha h$ (per al cas d'una interfície unidimensional). L'exponent α es coneix com exponent de rugositat. Si $\alpha \neq 1$ la invariància sota l'anterior transformació es coneix com auto-afinitat. A la Fig. 1.10 es pot veure un exemple d'interfície auto-afí.

La rugositat és una propietat estàtica però pot evolucionar amb el temps. Típicament, una interfície incrementa la seva rugositat a mesura que és transportada en el medi desordenat. Per aquesta raó també s'observa una invariància en el temps en un procés de rugositat.

La relació d'aquesta mena de processos amb la física dels fenòmens crítics és evident. La invariància d'escala en certs rangs d'escala de longitud i temps es reflecteix en l'aparició de lleis de potències en estudiar la correlació de la interfície.

Magnituds que caracteritzen una interfície rugosa

Aquesta tesi tracta el problema de la imbibició en un medi desordenat quasibidimensional (cel·la de Hele-Shaw amb espaiat aleatori; veure Sec. 2.2). Per tant la interfície serà un objecte de dimensió euclidiana $d = 1$ que avança en un medi de dimensió $D = d + 1 = 2$. Per caracteritzar una interfície rugosa serà necessari definir una sèrie de magnituds. Dels experiments s'extreu la posició de la interfície a cada punt $h(x)$. Aquesta ha de ser una funció univaluada per tal de poder ser tractada com un objecte auto-afí [BS95]. Un cop es té la posició de cada punt de la interfície es pot calcular l'amplada estadística d'aquesta al voltant de la posició mitja de la interfície $\langle h \rangle(t)$ com

$$w(l, t) = \overline{\langle [h(x, t) - \langle h \rangle_l(t)]^2 \rangle_l^{1/2}}, \quad (1.21)$$

on $\langle \dots \rangle_l$ significa una mitjana espacial sobre la finestra d'observació de mida l i la barra superior és una mitjana sobre diferents realitzacions de desordre. Aquesta darrera mitjana fa que l'amplada $w(l, t)$ esdevingui una magnitud estadísticament significativa, que depèn de les propietats estadístiques del desordre i no d'una realització concreta d'aquest. L'amplada de la interfície, $w(l, t)$, dóna compte de la dispersió de les fluctuacions de la interfície en funció del temps i de la mida de la finestra d'observació. A la Fig. 1.11 es mostren aquestes quantitats de forma esquemàtica sobre una interfície real.

Les interfícies que s'estudien en aquesta tesi presenten fluctuacions críiques. Aquest fet està lligat a l'existència d'una longitud de correlació en la direcció x

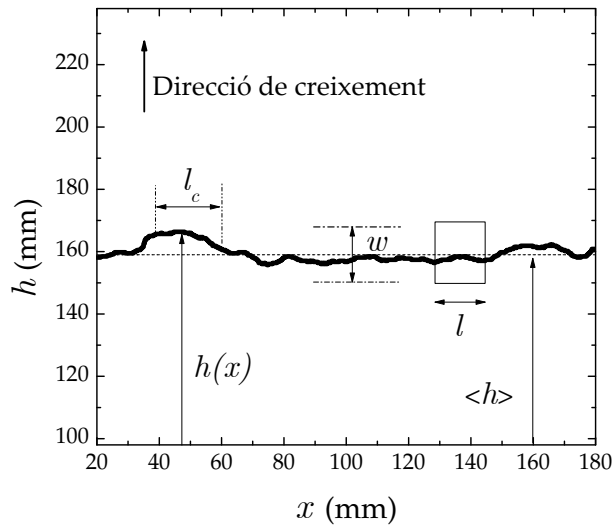


Figura 1.11: Representació d'una interfície rugosa. A la figura es poden veure en detall les magnituds d'interés. La posició vertical de la interfície per cada x ve donada per $h(x)$ i el seu valor mitjà sobre l'eix x és $\langle h \rangle$. La longitud l és la mida de les diferents finestres que es fan servir a l'anàlisi de les interfícies. w és l'amplada estadística de la interfície. Finalment, l_c és la longitud de correlació lateral de la interfície.

que creix en el temps fins assolir una mida finita en $t = t_s$ (temps de saturació). La longitud de correlació al llarg de l'eix x , que s'escriu com l_c , medeix l'extensió en la direcció x de la influència mútua (correlació) dels punts de la interfície en el seu creixement.

1.2.3 Escalament dinàmic

Com s'ha indicat anteriorment, s'espera que el procés d'imbibició generi unes interfícies invariants d'escala amb correlacions tant a l'espai com en el temps. Quan s'estudien les propietats d'invariància d'escala d'una interfície que avança en un medi desordenat convé estudiar el comportament tant de les fluctuacions locals com de les globals. En el cas que les fluctuacions globals es comportin de manera diferent que les locals es dirà que l'escalament és anòmal [RLR00], mentre que en el cas que el seu comportament sigui igual es dirà que l'escalament és de tipus Family-Vicsek [FV85].

Per una banda es poden mesurar les fluctuacions globals mitjançant l'amplada global de la interfície

$$W_g(L, t) = \overline{[h(x, t) - \langle h \rangle_L(t)]^2}_L^{1/2} = w(L, t), \quad (1.22)$$

que es correspon amb l'amplada estadística de la interfície per una finestra de mida $l = L$, és a dir tota la mida del sistema. Per una interfície invariant d'escala s'espera que aquesta amplada global escali com

$$W_g(L, t) = L^\alpha f(L/t^{1/z}), \quad (1.23)$$

on $f(u)$ és una funció d'escalament amb el comportament asimptòtic següent:

$$f(u) \sim \begin{cases} \text{const.} & \text{per } u \ll 1, \\ u^{-\alpha} & \text{per } u \gg 1. \end{cases} \quad (1.24)$$

L'exponent α es l'exponent de rugositat global i z és l'exponent dinàmic, que mesura com la longitud de correlació creix amb el temps, $l_c \sim t^{1/z}$. En el règim estacionari $t \gg L^z$, en què la longitud de correlació ha assolit la mida del sistema, l'amplada global escala amb la mida del sistema com

$$W_g^{\text{sat}}(L) \sim L^\alpha. \quad (1.25)$$

Per temps $t \ll L^z$ l'amplada global escala amb el temps com

$$W_g(L, t) \sim t^{\alpha/z} = t^\beta, \quad (1.26)$$

on β es coneix com l'exponent de creixement.

Per altra banda es poden estudiar les fluctuacions locals mitjançant l'amplada local definida a l'Eq. (1.21). Per interfícies invariants d'escala, les fluctuacions locals presenten un escalament del tipus

$$w(l, t) = l^{\alpha_{loc}} f_A(l/t^{1/z}), \quad (1.27)$$

on α_{loc} és l'exponent de rugositat local i f_A és una funció d'escalament anòmal de la forma

$$f_A(u) \sim \begin{cases} \text{const.} & \text{per } u \ll 1, \\ u^{-\alpha_{loc}} & \text{per } u \gg 1. \end{cases} \quad (1.28)$$

L'amplada de les fluctuacions locals en el règim estacionari va com

$$w_{\text{sat}}(l, L) \sim l^{\alpha_{loc}} L^{\alpha - \alpha_{loc}}. \quad (1.29)$$

Ara l'amplada en saturació depèn simultàniament de la mida de la finestra d'observació i de la mida del sistema.

És interessant veure que quan les fluctuacions a escales globals i locals tenen les mateixes propietats d'escalament, $\alpha_{loc} = \alpha$, l'amplada depèn només de la mida de la finestra d'observació i es recupera l'escalament de Family-Vicsek. Per $\alpha_{loc} \neq \alpha$, en canvi, l'escalament és anòmal. Aquesta diferència en el tipus d'escalament (en la forma de la funció d'escalament per ser més precissos) té una implicació molt important a l'hora de donar un significat o altre als exponents, a més de poder determinar-los correctament.

Escalament genèric

Fins ara s'ha introduït el concepte d'escalament dinàmic i s'ha diferenciat entre l'escalament ordinari (o de Family-Vicsek) i l'escalament anòmal. L'escalament anòmal comprèn al seu torn diferents escenaris d'escalament. Ramasco et al. [RLR00; Ram02] van introduir el que es coneix com la *hipòtesi d'escalament genèric* ("generic scaling ansatz"). En aquest treball es mostra com tots els tipus d'escalament es poden descriure de manera natural com subclasses d'un plantejament d'escalament més general. A [RLR00] es considera que una interfície satisfà l'escalament dinàmic genèric quan existeix una longitud de correlació l_c que es propaga en el temps com $l_c \sim t^{1/z}$. Si no existeix cap altra longitud característica que l_c i L , aleshores s'espera que les fluctuacions de la interfície presentin correlacions de tipus llei de potència en temps i espai, i que el creixement de la interfície sature quan $l_c \sim L$, moment en que la longitud de correlació esdevé independent del temps. Si el procés de rugositat de les interfícies satisfà aquesta condició d'escalament dinàmic genèric (no fa falta suposar auto-afinitat), Ramasco et al. proposen que l'espectre de potències

$$S(q, t) = \langle \tilde{h}(q, t) \tilde{h}(-q, t) \rangle, \quad (1.30)$$

on $\tilde{h}(q, t)$ és la transformada de Fourier de $h(x, t)$, es comporta de la forma següent

$$S(q, t) = q^{-(2\alpha+1)} s(qt^{1/z}), \quad (1.31)$$

on la funció d'escalament té la forma general

$$s(u) \sim \begin{cases} u^{2(\alpha-\alpha_s)} & \text{per } u \gg 1, \\ u^{2\alpha+1} & \text{per } u \ll 1, \end{cases} \quad (1.32)$$

i α_s es coneix amb el nom d'*exponent de rugositat espectral*. La correlació a l'espai real es pot trobar per integració de l'Eq. (1.31). L'amplada global ve donada per

$$W_g^2(L, t) = \frac{1}{\Delta L} \sum_q S(q, t), \quad (1.33)$$

i l'amplada local es pot escriure com

$$w^2(l, t) = \frac{2}{\Delta L} \sum_q [1 - \cos(ql)] S(q, t), \quad (1.34)$$

on Δ és l'espaiat en x entre punts de la interfície. D'aquí resulta l'escalament

$$w(l, t) \sim t^\beta g(l/l_c), \quad (1.35)$$

on la funció d'escalament $g(l/l_c)$ dependrà de l'escenari d'escalament adequat a les fluctuacions de la interfície.

Escenaris d'escalament

Depenent de com sigui l'escalament de l'espectre de potències (Eq. (1.31)), la funció d'escalament $f_A(u)$ tindrà un comportament o un altre. Els diferents tipus d'escalament es poden classificar de la següent forma

| | |
|---|---|
| Si $\alpha_s < 1 \Rightarrow \alpha_{loc} = \alpha_s$ | $\alpha_s = \alpha \Rightarrow$ Escalament de Family-Vicsek |
| | $\alpha_s \neq \alpha \Rightarrow$ Escalament anòmal intrínsec |
| Si $\alpha_s > 1 \Rightarrow \alpha_{loc} = 1$ | $\alpha_s = \alpha \Rightarrow$ Escalament superrugós |
| | $\alpha_s \neq \alpha \Rightarrow$ Escalament d'interfícies facetades |

A continuació es descriu el comportament de les diferents famílies d'escalament.

Family-Vicsek.- L'escalament de Family-Vicsek va ser proposat per Family i Vicsek [FV85] com una manera d'explicar la dinàmica de les interfícies auto-afins.

La propietat més important d'aquest escalament, que el diferencia de la resta d'escenaris d'escalament, és que les escales globals i locals escalen de la mateixa manera, és a dir, l'escalament entre interfícies de sistemes de diferents mides és el mateix que l'escalament entre finestres de diferents mides d'una mateixa interfície. Per tant l'amplada de les fluctuacions, $w(l, t)$ tindrà el següent comportament:

$$w(l, t) \sim \begin{cases} t^\beta & \text{per } t \ll l^z, \\ l^\alpha & \text{per } t \gg l^z, \end{cases} \quad (1.36)$$

i l'espectre de potències

$$S(q, t) \sim \begin{cases} t^{(2\alpha+1)/z} & \text{per } q \ll t^{-1/z}, \\ q^{-(2\alpha+1)} & \text{per } q \gg t^{-1/z}, \end{cases} \quad (1.37)$$

L'escalament de Family-Vicsek es caracteritza per tenir només tres exponents, que estan relacionats per una relació d'escalament $\alpha = z\beta$. El fet que aquest escalament és igual per escales globals i locals fa que se'l conegui com *escalament ordinari*, en contraposició a la resta d'escenaris, coneguts com *escalaments anòmals*.

Aquestes interfícies en saturació són descrites per un mateix exponent de rugositat, inferior a 1. Això indica que són objectes fractals auto-afins. No existeix cap distinció entre escales globals i locals, i els estimadors estadístics saturen més ràpid quan la finestra és més petita, $t_l \sim l^z$. L'única escala característica és la mida del sistema L i entra a l'escalament de Family-Vicsek com un efecte de grandària finita.

Aquesta mena d'escalament es troba en analitzar les equacions paradigmàtiques de creixement: Edwards–Wilkinson (EW) i Kardar–Parisi–Zhang (KPZ) [BS95].

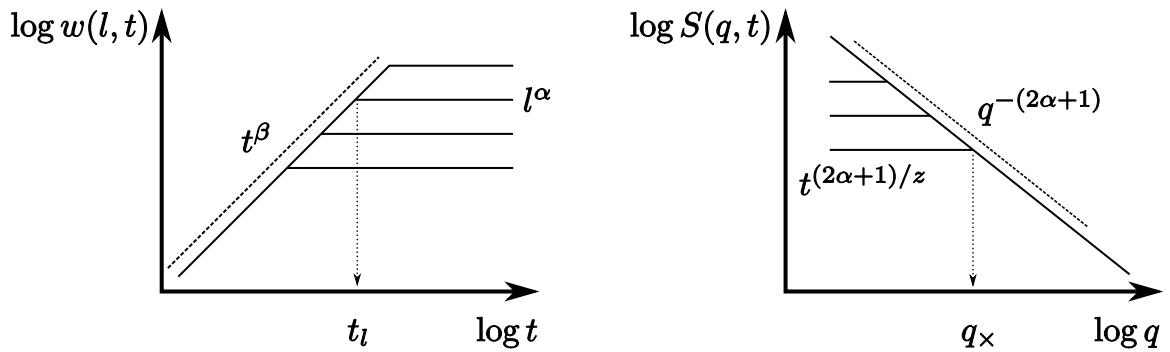


Figura 1.12: Representació esquemàtica de l'escalament de Family-Vicsek. Esquerra: determinació de l'exponent de creixement β . Es pot veure com cadascuna de les escales d'observació satura a $t_l \sim l^z$. Dreta: determinació de l'exponent de rugositat α mitjançant l'espectre de potències. q_x va com $t^{-1/z}$.

Anòmal intrínsec.- El cas d'escalament anòmal intrínsec es dona quan $\alpha \neq \alpha_s < 1$. En aquest cas, l'escalament de l'amplada de les interfícies serà

$$w(l, t) \sim \begin{cases} t^\beta & \text{per } t \ll t_l, \\ l^{\alpha_{loc}} t^{(\alpha - \alpha_{loc})/z} & \text{per } t_l < t < t_s, \\ l^{\alpha_{loc}} L^{(\alpha - \alpha_{loc})} & \text{per } t_s \ll t. \end{cases} \quad (1.38)$$

En aquesta mena d'escalament les diferents escales escalen de manera diferent. Una conseqüència directa de l'Eq. (1.38) és la manera com satura el creixement de l'amplada de la interfície amb el temps (Fig. 1.13 esquerra). En comptes de saturar a un temps local $t_l \sim l^z$ depenent de la mida de la finestra, com a l'escalament de Family-Vicsek, l'amplada calculada per diferents mides de finestra satura alhora al temps de saturació global t_s . En aquesta mena d'escalament entra en joc un nou exponent de creixement, $\beta^* = (\alpha - \alpha_{loc})/z$, conegut com *exponent de creixement anòmal*. Aquest nou exponent apareix de forma progressiva en anar reduint la finestra d'observació, és a dir, l'amplada de la interfície en funció del temps per una finestra intermitja creix com t^β fins al temps de saturació local $t_l \sim l^z$ i continua creixent a partir d'aquí, i fins al temps de saturació t_s , com t^{β^*} . Si es fan servir finestres suficientment petites només serà possible observar aquest exponent anòmal.

L'espectre de potències de la interfície també proporciona informació clau per determinar el tipus d'escalament i serà necessari per poder determinar tota la col·lecció d'exponents. L'escalament de l'espectre és el següent:

$$S(q, t) \sim \begin{cases} t^{(2\alpha+1)/z} & \text{per } q \ll t^{-1/z}, \\ q^{-(2\alpha_{loc}+1)} t^{2\theta/z} & \text{per } q \gg t^{-1/z}, \end{cases} \quad (1.39)$$

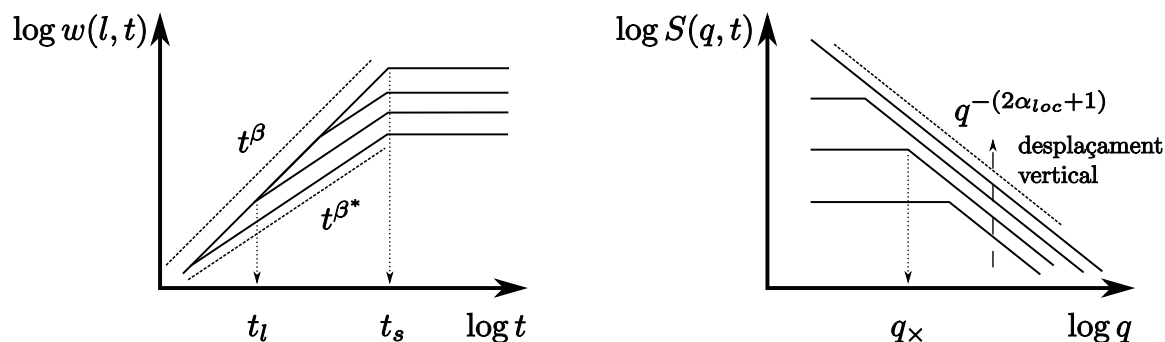


Figura 1.13: Representació esquemàtica de l'escalament anòmal intrínsec. Esquerra: determinació de l'exponent de creixement β i de l'exponent de creixement anòmal β^* . Es pot veure com totes les escales d'observació saturen alhora a t_s . Dreta: Determinació de l'exponent de rugositat local α_{loc} mitjançant l'espectre de potències. En el cas de tenir un escalament anòmal intrínsec es pot observar un desplaçament vertical de l'espectre a diferents temps.

on $\theta = \alpha - \alpha_s$. És important esmentar que per $q \gg t^{-1/z}$ sorgeix un desplaçament vertical de l'espectre degut a que $\theta \neq 0$. Això pot servir com a prova d'estar en presència d'un escalament anòmal intrínsec (Fig. 1.13 dreta).

De l'escalament anòmal intrínsec es poden derivar dues relacions d'escalament, $\alpha = z\beta$ i $\beta^* = \theta/z$. Ara, a diferència de l'escalament ordinari, existeixen tres exponents independents.

En el cas que les interfícies presentin aquest tipus d'escalament, hom podria caure en el parany de creure que està en presència d'interfícies que són objectes fractals auto-afins degut a que α_{loc} i α són menors que 1. Aquests nous objectes tenen unes altres propietats. Els exponents de rugositat estimats per estimadors globals i locals són diferents i l'escala global del sistema no entra com un efecte de grandària finita. Ara la saturació de les fluctuacions locals depèn de la mida del sistema L : totes les escales saturen quan la longitud de correlació assoleix la mida del sistema.

Aquest tipus d'escalament anòmal s'ha observat en experiments d'imbibició amb desordre columnar (que només depèn de x) [SRR⁺02]. En aquest cas, la presència de pendents molt pronunciats és responsable de l'aparició d'aquest escalament [Lóp99], en contrast amb els resultats obtinguts amb el mateix dispositiu experimental amb un desordre uniforme en (x, y) [Sor03].

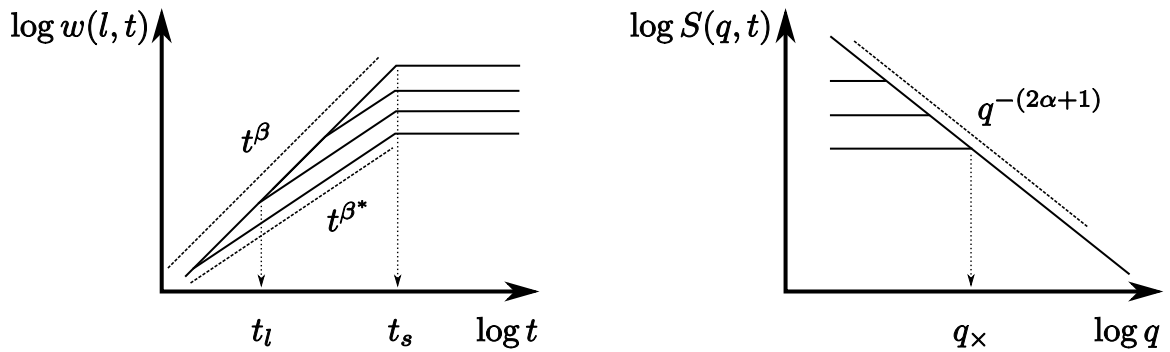


Figura 1.14: Representació esquemàtica de l'escalament superrugós. Esquerra: determinació de l'exponent de creixement β i de l'exponent de creixement anòmal β^* . Es pot veure com totes les escales d'observació saturen alhora a t_s . Dreta: Determinació de l'exponent de rugositat α mitjançant l'espectre de potències. En aquest cas no hi ha desplaçament vertical de l'espectre a diferents temps.

Superrugós.- L'escalament superrugós es dona quan l'exponent de rugositat i el de rugositat espectral són iguals i més grans que 1 ($\alpha = \alpha_s > 1$). En aquest cas, l'escalament de l'amplada de les interfícies i l'espectre de potències tindran el següent comportament:

$$w(l, t) \sim \begin{cases} t^\beta & \text{per } t \ll t_l, \\ lt^{(\alpha-1)/z} & \text{per } t_l < t < t_x, \\ lL^{(\alpha-1)} & \text{per } t_x \ll t, \end{cases} \quad (1.40)$$

i

$$S(q, t) \sim \begin{cases} t^{(2\alpha+1)/z} & \text{per } q \ll t^{-1/z}, \\ q^{-(2\alpha+1)} & \text{per } q \gg t^{-1/z}. \end{cases} \quad (1.41)$$

Com en el cas anterior i com serà comú a les tres famílies anòmales, s'obtenen dues relacions d'escalament: $\alpha = z\beta$ i $\beta^* = (\alpha - \alpha_{loc})/z$ amb $\alpha_{loc} = 1$.

Una característica important d'aquest escenari d'escalament, que la diferencia de l'anterior, és que l'espectre no té el desplaçament vertical depenent del temps. Ara l'espectre de potències es comporta com en el cas de l'escalament de Family-Vicsek, però l'exponent de rugositat és $\alpha > 1$.

En aquest tipus d'escalament l'exponent de rugositat local és $\alpha_{loc} = 1$ (el valor $\alpha_{loc} = 1$ és un límit superior per aquest exponent [LT93]) i diferent de α que és major que 1. En aquest cas ja no es poden considerar les interfícies com objectes auto-afins, perquè tindrien una dimensió fractal $D = 2 - \alpha < 1$, que es correspon amb un grup de punts i no amb una corba (veure Ap. A.3).

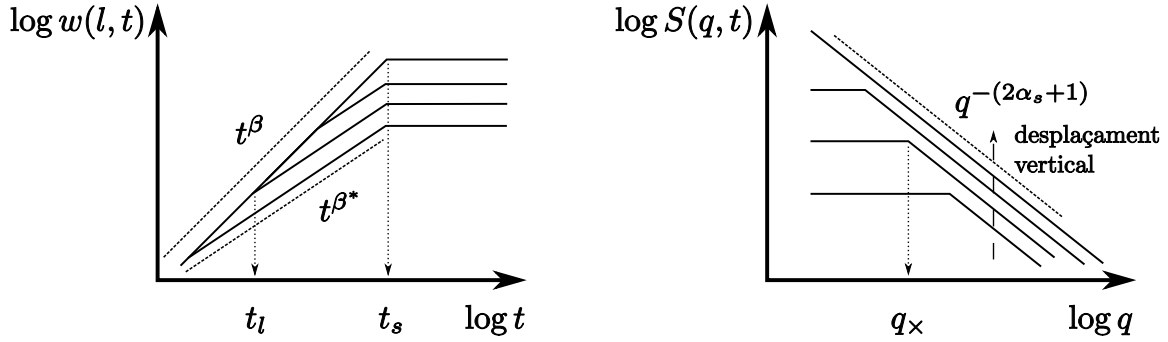


Figura 1.15: Representació esquemàtica de l'escalament d'interfícies facetades. Esquerra: determinació de l'exponent de creixement β i de l'exponent de creixement anòmal β^* . Es pot veure com totes les escales d'observació saturen alhora a t_s . Dreta: Determinació de l'exponent de rugositat espectral α_s mitjançant l'espectre de potències. Es pot observar un desplaçament vertical de l'espectre a diferents temps.

Aquest tipus d'escalament ha estat detectat en models de MBE (creixement epitaxial per bombardeig de molècules), i el retrobarem en els experiments d'imbibició espontània descrits al Cap. 3 i en simulacions de "phase-field" d'aquest mateix problema [Pra09].

Interfícies facetades.- Per últim es presenta la família d'escalament anomenada de cares facetades. Aquest tipus d'escalament és dóna quan $\alpha_s > 1$ i $\alpha \neq \alpha_s$, i s'ha observat en pocs casos. L'escalament de l'amplada de la interfície és el següent:

$$w(l, t) \sim \begin{cases} t^\beta & \text{per } t \ll t_l, \\ lt^{(\alpha-1)/z} & \text{per } t_l < t < t_x, \\ lL^{(\alpha-1)} & \text{per } t_x \ll t. \end{cases} \quad (1.42)$$

De la relació anterior sabem que $\alpha_{loc} = 1$. Com $\alpha_s \neq \alpha$ podríem pensar que α és menor que 1. Això no es possible perquè si $\alpha < 1$, com es pot comprovar a l'Eq. (1.42), l'amplada de les fluctuacions seria decreixent amb el temps pel règim intermig.

Aquest tipus d'escalament, si només s'investiga a l'espai real, es pot confondre amb l'escalament superrugós per $\alpha > 1$, i amb l'escalament tipus Family-Vicsek per $\alpha = 1$. Per aquest cas és de molta importància estudiar l'espectre de potències. L'espectre de potències escala com

$$S(q, t) \sim \begin{cases} t^{(2\alpha+1)/z} & \text{per } q \ll t^{-1/z}, \\ q^{-(2\alpha_s+1)} t^{2\theta/z} & \text{per } q \gg t^{-1/z}. \end{cases} \quad (1.43)$$

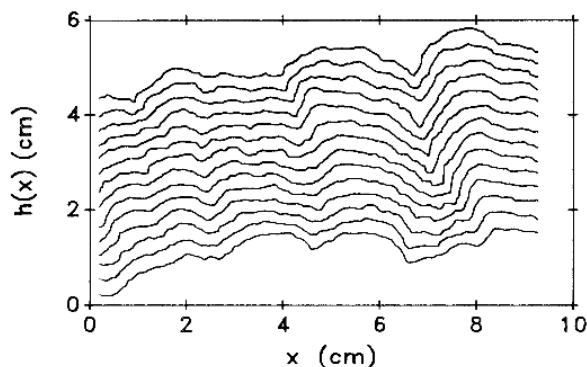


Figura 1.16: Interfícies successives en un experiment d'imbibició fent ús d'una cel·la de Hele-Shaw amb boles de vidre distribuïdes aleatòriament entre les plaques de la cel·la. L'experiment s'ha dut a terme amb un nombre de capil·laritat $Ca = 4.93 \times 10^{-3}$, i els fronts estan separats per intervals de 30 s. La figura s'ha extret de [REDG89]

El desplaçament vertical de l'espectre amb el temps permet diferenciar l'escalament facetat del de Family-Vicsek o del superrugós.

Aquest escenari d'escalament s'ha pogut observar en estudiar els fronts produïts per l'equació de KPZ amb desordre columnar [SLR07] i en experiments d'electrodissolució de ferro policristal·lí [CTMBN09].

1.3 Rugositat dinàmica en processos d'imbibició

La dinàmica interfacial dels processos d'imbibició en un medi desordenat ha estat objecte de nombrosos estudis tant des d'un punt de vista teòric com experimental. L'experiment de Rubio et al. [REDG89] va ser el catalitzador d'una intensa recerca en aquest camp. En aquest experiment d'imbibició es feia servir com a medi desordenat una cel·la de Hele-Shaw amb boles de vidre distribuïdes aleatòriament entre les dues plaques. El fluid invasor en aquest cas era aigua i s'injectava a flux constant desplaçant l'aire resident a la cel·la. Es trobà un exponent de rugositat $\alpha = 0.73 \pm 0.03$, independent del rang de Ca investigat. A la Fig. 1.16 es mostren les interfícies resultants d'aquest experiment. Amb aquest treball es va iniciar una sèrie d'experiments d'imbibició forçada, en el mateix tipus de dispositiu experimental (cel·la de Hele-Shaw amb boles de vidre), que van donar exponents de rugositat global en un rang de valors $\alpha = 0.5 - 0.9$ [REDG89; HFV91; HKW92].

Aquests treballs estaven enfocats a confirmar l'exponent de rugositat $\alpha = 1/2$ que prediu l'equació interfacial local de KPZ [KPZ86] en $1+1$ dimensions. Aquesta equació no té en compte la natura no-local de la dinàmica interfacial en un procés d'imbibició, deguda a la conservació de fluid [HKW92]. Els experiments fets fins aleshores confirmaren que l'equació KPZ no era vàlida per caracteritzar les interfícies en processos d'imbibició. Més endavant es van realitzar estudis teòrics on es prenen en consideració els efectes no-locales en processos d'imbibició espontània

[GB98; DRE⁺99] i en processos d'imbibició forçada [HMSL⁺01].

A més, la força relativa de la capil·laritat enfront de la pressió viscosa feia que la gran majoria dels experiments citats anteriorment presentés un règim transitori massa curt per poder determinar l'exponent de creixement β . Amb l'objectiu de caracteritzar d'una manera més completa els processos d'imbibició, Soriano et al. [SOHM02] van desenvolupar un nou model de medi desordenat, més semblant a una fractura oberta (veure Cap. 2), en què el règim transitori de creixement de l'amplada de la interfície era més lent. Amb aquest nou dispositiu experimental va ser possible determinar de forma sistemàtica tant l'exponent de rugositat α com els exponents de creixement β i dinàmic z , en processos d'imbibició forçada [Sor03]. Gràcies al dispositiu dissenyat per Soriano et al., que permet tenir un gran control sobre el tipus de desordre, es va poder observar que l'exponent α depenia fortament de les condicions experimentals i va ser possible observar l'escalament anòmal intrínsec per desordre columnar (persistent en la direcció de creixement) [SRR⁺02], clarament diferent de l'escalament de Family-Vicsek.

1.3.1 Equació interfacial

Es considera el problema d'imbibició en un medi desordenat. L'equació interfacial que descriu el creixement del mode q de la interfície a l'espai de Fourier, en l'aproximació lineal (aprop de la interfície plana), s'escriu de la manera següent [GB98; DRE⁺99; HMSL⁺01]:

$$\frac{\partial \tilde{h}_q}{\partial t} = -\frac{\sigma\kappa}{\mu}|q|q^2\tilde{h}_q - V(t)|q|\tilde{h}_q + \text{soroll congelat}. \quad (1.44)$$

Aquesta equació es lineal en \tilde{h}_q i no-local a causa dels termes en $|q|$. Els dos primers termes de la part dreta de l'Eq. (1.44), que presenten un signe $-$, són mecanismes que esmorteixen els possibles modes inestables. El primer d'aquests dos termes, el que va com $|q|q^2$, representa les forces estabilitzadores degudes a la tensió superficial entre el fluid invasor i l'aire. El segon, el que va com $|q|$, representa l'efecte de la caiguda de pressió viscosa en el fluid en el medi desordenat. Per contra, el tercer terme, amb signe positiu, és un terme que desestabilitza el front (signe $+$) i es considera com un desordre congelat (depèn del temps únicament a través de la posició de la interfície $h(x, t)$), ja que representa les forces inherents al propi medi desordenat.

El terme de soroll congelat present a l'Eq. (1.44) ha estat representat de diferents maneres [DRE⁺99; HMSL⁺01]. Pauné i Casademunt [PC03] van desenvolupar l'equació que descriu l'evolució dels modes de la interfície (Eq. (1.44)) pel cas en que

el medi desordenat té una configuració molt semblant al dispositiu experimental emprat a [Sor03], el mateix que es fa servir en aquesta tesi. En aquest estudi es va trobar que el fet de tenir un desordre del tipus $b^2 = b_0^2[1 + \zeta(x, y)]$, amb $\langle \zeta(x, y) \rangle = 0$ i en l'aproximació $|\nabla b| \ll 1$, introduïa tres fonts de desordre a l'equació interfacial (Eq. (1.44)). Aquests tres termes representen tres efectes físics. Primer s'obté un terme de soroll conservat i no local de la forma

$$\frac{\sigma b_0}{12\mu} |q| \tilde{\zeta}(q), \quad (1.45)$$

on $\tilde{\zeta}(q)$ és la transformada de Fourier de $\zeta(x, h)$. Aquest soroll és conseqüència de la variació en la pressió capil·lar deguda a la variació de l'espaiat al medi desordenat, i s'anomena soroll capil·lar. Després existeix un terme de soroll no conservat i local de la forma

$$V(t) \tilde{\zeta}(q)/2. \quad (1.46)$$

Aquest terme és resultat de l'efecte de l'espaiat variable en la permeabilitat i de la conservació de volum de fluid. Aquest segon terme s'anomena soroll en la permeabilitat. Finalment existeix un tercer terme que té en compte l'efecte del desordre en tota l'àrea ocupada pel fluid. Aquest és un soroll dinàmic i de llarg abast, tant en l'espai com en el temps. El terme de soroll que s'introdueix a l'Eq. (1.44) en el cas d'imbibició forçada adopta la forma següent

$$\tilde{\Omega}_{LR}(q, t) = \frac{3V}{2} |q| \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^0 dy \zeta(x', y + Vt) e^{-iqx'} e^{y|q|}, \quad (1.47)$$

i la correlació de llarg abast que introdueix es pot veure a la següent expressió

$$\langle \tilde{\Omega}_{LR}(q, t) \tilde{\Omega}_{LR}(q', t') \rangle = \Delta \left(\frac{3V}{2} \right)^2 \pi |q| \delta(q + q') e^{-V|q||t-t'|}, \quad (1.48)$$

pel cas en que ζ és un soroll blanc: $\langle \zeta(x, h) \zeta(x', h') \rangle = \Delta \delta(x - x') \delta(h - h')$. Aquesta última font de desordre és rellevant per escales de longitud petites. En aquest règim és on l'aproximació feta per derivar l'equació interfacial pot fallar [Pau02]. De tota manera a [Pau02] no s'espera que aquest terme influeixi a l'estudi de l'escalament de les fluctuacions de la interfície.

1.3.2 Longituds característiques

L'equació interfacial pel problema de la imbibició (Eq. (1.44) més els termes de desordre) dóna lloc a dues longituds característiques.

Per una banda, si s'observen els mecanismes estabilitzadors a l'Eq. (1.44), es veu que aquests dos termes actuen a escales de longitud diferent. Per escales de longitud petites (q grans) el terme que conté l'efecte estabilitzador de la tensió superficial és el terme dominant. Per contra, per escales de longitud grans (q petites), és la pressió viscosa l'encarregada d'estabilitzar el front. Fent el balanç d'aquests dos termes de l'Eq. (1.44) es pot aproximar la longitud de creuament entre aquests dos règims com

$$\xi_c \simeq \sqrt{\frac{\kappa}{\text{Ca}}}. \quad (1.49)$$

És interessant veure que aquest terme escala amb la velocitat com $\xi_c \sim v^{-1/2}$. Aquesta dependència en v pot jugar un paper molt important. S'ha pogut observar tant numèricament [LTH⁺05] com experimentalment [PPHMO07] que, depenent de les condicions del procés d'imbibició, les escales de longitud majors a ξ_c estan descorrelacionades si només el desordre a la capil·laritat (soroll conservat) és rellevant. En aquests casos, ξ_c limita l'extensió de la longitud de correlació l_c . Pel cas d'imbibició espontània, on $v \sim t^{-1/2}$, resulta que $l_c \simeq \xi_c \sim t^{1/4}$, que dona lloc a un exponent dinàmic efectiu $z_{ef} = 4$ [DRE⁺99]. Aquest resultat ha estat verificat experimentalment per Geromichalos et al. [GMH02].

A més de la longitud de creuament ξ_c es pot trobar una segona longitud característica en el problema de la imbibició que dona idea de les escales de longitud per les quals el soroll en la capil·laritat deixa de ser el principal mecanisme de desestabilització del front d'imbibició. La longitud que dona compte d'aquest creuament d'un règim dominat pel desordre en la pressió capil·lar a un règim dominat pel desordre en la permeabilitat s'obté d'igualar els dos termes de desordre (Eqs. (1.45) i (1.46)) i té la forma

$$\xi_\kappa \simeq \frac{b_0}{\delta \text{Ca}} \quad (1.50)$$

La importància de tenir un desordre en la permeabilitat i no només en la capil·laritat s'ha posat de manifest recentment en experiments d'imbibició espontània [PPHMO07] que es presenten en el Cap. 3 d'aquesta tesi. Les simulacions numèriques de "phase-field" fetes a dia d'avui, per contra, no han tingut en compte el desordre en la permeabilitat.

1.4 Dinàmica intermitent en imbibició

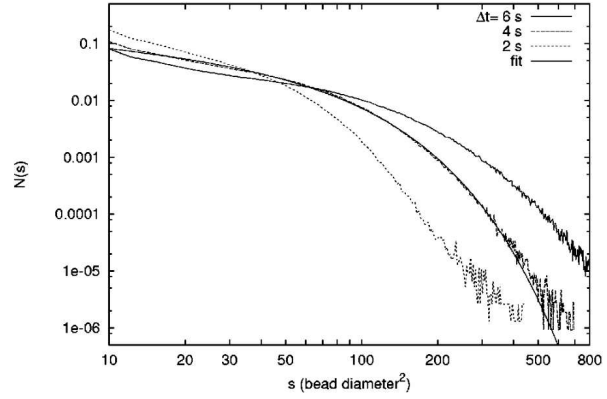
1.4.1 Dinàmica local

La dinàmica espaciotemporal local de la propagació d'interfícies fora de l'equilibri ha estat objecte de nombrosos estudis recents (veure el treball de revisió [Kar98]). Existeix un gran nombre de sistemes físics de natura ben diferent que presenten un comportament intermitent de la seva dinàmica: línies de vorticitat en superconductors de tipus II [FWN95], línies de dislocació en sòlids cristal·lins defectuosos [CMW⁺07], en fronts de fractura de materials heterogenis [MSST06], a les fronteres de dominis magnètics en ferromagnets [DZ00], en línies de contacte de fronts de mullat en substrats rugosos [RGGR98], etc.. Els fronts d'imbibició també presenten una dinàmica intermitent, consistent en desplaçaments locals sobtats i de magnitud i durada molt variada, que es denominen allaus.

Així com el problema de la rugositat en processos d'imbibició ha estat un tema molt actiu en els últims anys, l'estudi de la seva dinàmica no ha rebut tanta atenció. De fet hi ha un únic treball que tracta aquest problema des d'un punt de vista experimental, dut a terme per Dougherty i Carle [DC98]. En aquest treball es fa un estudi experimental d'imbibició en una cel·la de Hele–Shaw amb boles de vidre distribuïdes entre les dues plaques de la cel·la. L'interès principal és caracteritzar les allaus que s'observen en el procés d'imbibició. Els autors d'aquest article defineixen les allaus com les àrees de fluid desplaçat en un interval de temps fixat (veure Ap. B). Els resultats obtinguts a [DC98] mostren que per un procés molt lent (amb un nombre de capil·laritat $Ca \sim 2 \times 10^{-7}$), el nombre d'allaus de grandària s decau com una exponencial amb s . Una observació acurada d'aquests resultats mostra que la grandària típica d'aquestes distribucions es correspon amb la grandària d'un porus (veure Fig. 1.17), tot posant de manifest que en aquesta mena de model de medi desordenat les forces capil·lars són tan fortes que dominen la dinàmica, fent que aquesta tingui lloc només a l'escala del porus.

Recentment s'han dut a terme noves investigacions sobre el problema de la intermitència local en imbibició forçada, tant des d'un punt de vista experimental [SPMO09] com teòric i de simulació numèrica [RLDA07; PLHM09]. Els treballs [SPMO09; PLHM09] es situen en un escenari on els fronts d'imbibició estan descorrelacionats a escales $l > \xi_c$, és a dir, només el desordre en la pressió capil·lar té efecte sobre les fluctuacions de la interfície (veure Sec. 1.3.2). En aquest règim Pradas et al. [PLHM09] han desenvolupat una teoria d'escalament de les allaus locals en imbibició. Segons aquesta teoria la grandària de les allaus A escala amb

Figura 1.17: Distribució de les grandàries de les allaus en l'experiment de Dougherty i Carle [DC98]. Els resultats es mostren per diferents intervals de temps Δt . L'espaiat entre les plaques de Hele-Shaw del dispositiu experimental es correspon a nou diàmetres de les boles de vidre que s'han fet servir. Figura extreta de [DC98]



la seva extensió lateral L_x (paral·lela a la direcció x) com

$$A \sim L_x^{D^*}, \quad (1.51)$$

per $L_x < \xi_c \sim v^{-1/2}$. L'exponent D^* és la dimensió de les allaus, i es pot relacionar amb l'exponent de rugositat local: la grandària de l'allau es pot escriure com $A \sim L_x w(L_x) \sim L_x L_x^{\alpha_{loc}}$. Per $d + 1$ dimensions aquest resultat equival a

$$D^* = d + \alpha_{loc}. \quad (1.52)$$

També s'espera que la grandària de les allaus escali amb la seva durada D com

$$A \sim D^x \quad (1.53)$$

fins una durada màxima introduïda per l'efecte de la longitud de correlació finita.

Degut a l'existència d'aquesta longitud de correlació finita, que trunca tant la grandària com la durada de les allaus, s'espera que les distribucions de probabilitat de les grandàries i les durades de les allaus no tinguin un comportament crític (en forma de llei de potències). En canvi s'espera un comportament crític esmorteït exponencialment

$$P(X) \propto X^{-\alpha_X} e^{-X/\xi_X}, \quad (1.54)$$

on $P(X)$ és la densitat de probabilitat de la magnitud X . El truncament exponencial a l'Eq. (1.54) dóna compte de l'efecte de grandària finita introduït per la longitud característica ξ_c sobre la magnitud X , en forma del valor ξ_X . L'escala de truncament ξ_X depèn de la velocitat d'injecció. Pel cas de les grandàries de les allaus, a [PLHM09] es proposa que la grandària màxima es comporti en la forma

$$\xi_A \sim \xi_c^{D^*} \sim v^{-D^*/2}. \quad (1.55)$$

Aquesta escala de truncament ξ_A divergeix quan $v \rightarrow 0$, de manera que el comportament és crític en el punt d'ancoratge $v = 0$.

Es considera la probabilitat conjunta $P(A, L_x, D)$ de tenir una allau amb grandària A , extensió lateral L_x i durada D . La invariància d'escala implica

$$P(A, L_x, D) = b^\sigma P(b^{D^*} A, bL_x, b^z D), \quad (1.56)$$

per qualsevol factor d'escala $b > 0$. Pradas et al. [PLHM09] consideren que l'exponent z es correspon amb l'exponent dinàmic de l'escalament de les interfícies (veure Sec. 1.2.3), i integrant sobre dos dels arguments de l'Eq. (1.56) obtenen les densitats de probabilitat marginals i les següents relacions d'escalament

$$\tau = 1 + \frac{D^*}{z}(\alpha - 1), \quad \alpha_{L_x} = 1 + z(\tau - 1), \quad (1.57)$$

on ara α és l'exponent de la distribució de les grandàries de les allaus, τ és l'exponent corresponent per les durades i α_{L_x} per les extensions laterals de les allaus. Les relacions de l'Eq. (1.57) s'ha de satisfer en el cas de tenir allaus invariants d'escala. En aquest treball [PLHM09] es connecta l'activitat de les allaus i la dinàmica interfacial mitjançant l'exponent z . En aquest escenari també s'obtenen les següents relacions d'escalament

$$L_x \sim D^{1/z}, \quad A \sim D^{D^*/z}. \quad (1.58)$$

De l'última relació es pot trobar que l'exponent x val

$$x = \frac{D^*}{z} = \frac{d + \alpha_{loc}}{z}, \quad (1.59)$$

en el límit $v \rightarrow 0$.

A més de l'estudi teòric sobre allaus locals que s'acaba de citar, també existeix una altra aproximació deguda a Rost et al. [RLDA07]. En aquest altre estudi es té en consideració un règim on la longitud característica ξ_c és molt més petita que la mida del sistema. En aquest cas les allaus es poden considerar com independents i la durada d'una allau es pot escriure com

$$D \sim \frac{w(L_x)}{v(L_x)}, \quad (1.60)$$

on $v(L_x)$ és la velocitat de la regió de mida lateral L_x afectada per l'allau i $w(L_x)$ és l'amplada mitjana del front calculada en una finestra de mida L_x . Si es considera que les allaus són independents es pot aplicar el teorema del límit central i s'obté

$$v(L_x) \sim L_x^{-d/2}. \quad (1.61)$$

Aquest resultat comporta que ara la relació d'escala $A \sim D^x$ satisfagi la següent relació

$$x = \frac{\alpha_{loc} + d}{\alpha_{loc} + d/2}, \quad (1.62)$$

en $d+1$ dimensions. En aquest cas es té que $L_x \sim D^\delta$ amb $\delta = 1/(\alpha_{loc})$, que difereix del resultat de l'Eq. (1.58). Segons [PLHM09] això es deu a que la dinàmica dels fronts i la correlació de la interfície estan desacoblades. En aquest mateix treball es fan simulacions de "phase-field" i es recuperen els resultats de Rost et al. en el cas que $\xi_c \ll L$, on L és la mida del sistema.

Les simulacions numèriques han donat els exponents $\alpha \simeq 1.54$ i $\tau \simeq 1.62$ [PLHM09] tant en el límit de velocitats baixes com en el de velocitats altes on $\xi_c \ll L$. Per altra banda l'exponent x sí que varia de $x \simeq 1.3$ a $x \simeq 1.1$ en reduir la velocitat.

Els exponents corresponents al règim en què la longitud de correlació és comparable a la mida del sistema es poden obtenir mitjançant l'aplicació del límit estàtic $v \rightarrow 0$ a l'Eq. (1.44). Això està fet a [PLHM09] tenint en compte només el terme de desordre degut a la capil·laritat (que és dominant en aquest règim). Les relacions que s'obtenen en aquest límit per $d = 1$ són

$$\tau = \alpha, \quad \alpha_{Lx} = 2\tau - 1, \quad x = 1. \quad (1.63)$$

En el Cap. 4 d'aquesta tesi es presenta un estudi experimental de la dinàmica local en imbibició forçada [SPMO09]. Es determinen els exponents crítics i es posen a prova les relacions d'escala entre exponents.

1.4.2 Dinàmica global

La intermitència de l'avançament del front en un procés d'imbibició també es posa de manifest mitjançant l'estudi de la velocitat global de la interfície. La velocitat global, $V_L(t)$, és la mitjana espacial de la velocitat local al llarg del front en un temps donat.

L'estudi de magnituds globals ha estat un recurs típic en problemes en els que no es té accés a la informació local. De fet aquesta és la situació més habitual. Exemples de sistemes en què la dinàmica espaciotemporal s'ha estudiat mitjançant una variable global abasten camps molt diferents, des de la dinàmica dels terratrèmols [SS89] al soroll del paper d'un caramel en desplegar-se [KL96], passant per la dinàmica d'un front de fractura [BSP08] o el desplaçament de dominis en un material magnètic mitjançant l'efecte Barkhausen, és a dir la mesura dels salts d'imatantació en variar el camp extern [DZ06]. A la resposta de la magnitud global al forçament extern se li ha donat el nom genèric de *soroll cruixent* ("crackling noise") [SDM01]. Els esdeveniments individuals poden presentar grandàries i durades en un ampli rang d'ordres de magnitud. A més, les distribucions estadístiques

de grandàries i durades presenten un comportament tipus llei de potències, sense escales característiques.

Per altra banda, s'ha posat de manifest recentment que les fluctuacions d'una variable global en un sistema que presenta correlacions espacials, tant en equilibri com fora de l'equilibri, estan distribuïdes de manera no-gaussiana [BHP98; BCF⁺00; PHSB01]. Tot i que la magnitud global s'obté com una suma de les corresponents magnituds locals, la presència de correlacions fa que el teorema del límit central no sigui aplicable. Les distribucions de les fluctuacions presenten cues llargues exponencials, i és remarcable el fet que es poden aproximar molt acuradament per una distribució de Gumbel generalitzada [Gum58], que es defineix en el context de l'estadística de valors extrems [Bra09].

Entre els sistemes en què s'observa aquest comportament, es pot esmentar l'estudi de la potència dissipada en un flux turbulent [BHP98], les fluctuacions del nivell del riu Danubi [BFHP02], les fluctuacions del paràmetre d'ordre en electroconvecció [TKG03], les fluctuacions de la resposta de diferents sistemes auto-organitzats [BCF⁺00], i les fluctuacions del paràmetre d'ordre a la transició de Fréedericksz en cristalls líquids [JPCG08]. En aquest darrer experiment s'estudien les distribucions estadístiques de les fluctuacions del paràmetre d'ordre en una transició de segon ordre. Els autors observen que les distribucions deixen de ser gaussianes en apropar-se al punt crític, i adopten una forma que pot ser ben aproximada per una Gumbel generalitzada. L'asimetria de la distribució es relaciona amb el nombre efectiu de graus de llibertat en el sistema.

La presència d'aquesta mena de comportament en processos d'imbibició es va posar de manifest recentment en simulacions de "phase-field" [RLDA07]. Tot i no tenir una estadística suficient per fer una anàlisi acurada, les dades mostren que les fluctuacions de la velocitat mitjana del front segueixen una distribució de probabilitat comparable a una Gumbel generalitzada. En el Cap. 5 d'aquesta tesi es presenta el primer estudi experimental d'aquesta qüestió en el context d'imbibició [PSO09].

1.4.3 Relació entre la velocitat global i la local

Tot i que la informació local es perd en integrar la velocitat local $v(x, t)$ al llarg del front per generar la velocitat global, és possible relacionar el comportament dinàmic d'ambdues magnituds mitjançant l'espectre de potències de la velocitat global $V_L(t)$. A [LPHM09; Pra09] es deriva una llei d'escala que relaciona la dinàmica global amb la dinàmica local de la següent manera. Hom espera

que l'espectre de potències de les fluctuacions de la velocitat global vagi com $S_V(f) \sim f^{-\nu}$. Com que la velocitat global del front és $V_L(t) \equiv \partial_t \langle h \rangle$, es pot escriure l'espectre de potències temporal de la velocitat global com

$$S_V(f) = f^2 S(f). \quad (1.64)$$

$S(f)$ és l'espectre de potències temporal de la morfologia de les interfícies en el límit $q \rightarrow 0$ (a l'escala global). L'espectre de potències espacial dels fronts d'imbibició escala com $S(q, t) = q^{-(2\alpha+1)} f(qt^{1/z_{av}})$ amb $f(u) \sim u^{2\alpha+1}$. Si ara s'estudia el límit d'escala globals s'obté

$$S(f) = \lim_{q \rightarrow 0} S(q, f) \sim f^{-[(2\alpha+1)/z_{av}+1]}. \quad (1.65)$$

Introduint aquest resultat a l'Eq. (1.64) s'obté la següent relació d'escalament

$$\nu = \frac{2\alpha + 1}{z_{av}} - 1, \quad (1.66)$$

que relaciona l'espectre de potències amb l'exponent de rugositat global α .

En aquest mateix treball, s'identifica el temps de saturació a partir del qual el senyal de velocitat global deixa d'estar correlacionat, en un sistema amb correlacions de mida finita l_c . El temps s'obté com l'invers de la freqüència f_c per sota de la qual l'espectre de potències temporal deixa de ser una llei de potències. La predicció és que la freqüència de saturació escala amb la mida de la correlació com $f_c \sim (1/l_c)^{z_{av}}$.

Al Cap. 5 s'examina la validesa d'aquestes relacions en experiments d'imbibició forçada en el règim capil·lar a prop del punt d'ancoratge.

Capítol 2

Dispositiu experimental, adquisició i tractament de dades

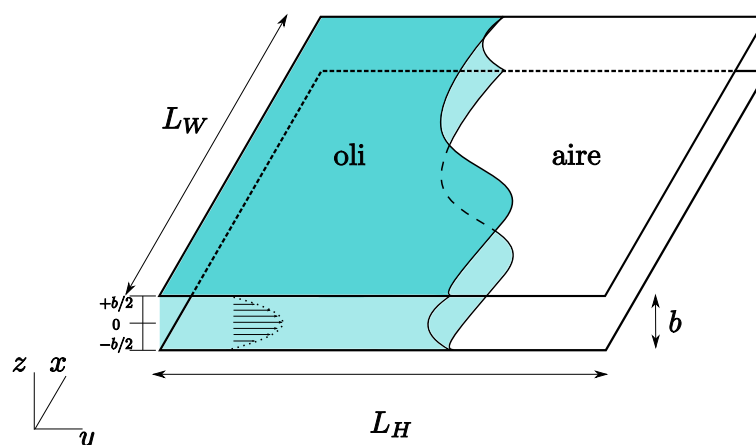
En aquest capítol es presenta el dispositiu utilitzat per a l'estudi experimental d'aquesta tesi i les tècniques de mesura fetes servir per a la caracterització dels processos físics observats.

El muntatge experimental es basa en el dispositiu desenvolupat prèviament a la tesi de J. Soriano [Sor03]. El sistema experimental ha estat modificat per tal d'investigar processos d'imbibició espontània en presència de gravetat. D'altra banda, l'adquisició d'una camera d'alta resolució temporal i espacial ha permès estudiar la dinàmica dels fronts en processos d'imbibició forçada.

2.1 Motivació del treball experimental

La motivació de la feina duta a terme al llarg d'aquesta tesi és l'observació experimental del creixement d'interfícies en medis desordenats. Amb aquest mateix propòsit es van dur a terme experiments a la dècada dels 90 [REDG89; HFV91; HKW92; DC98] en cel·les de Hele–Shaw on el desordre estava produït mitjançant boles de vidre que es distribuïen aleatòriament entre les dues plaques d'una cel·la de Hele–Shaw. En aquesta mena de dispositiu no és possible observar l'exponent de creixement β , com s'ha comentat a la Sec. 1.3. Amb l'objectiu de caracteritzar la fase de creixement de la interfície es va dissenyar un medi desordenat on es pot tenir un control total del desordre, tant sobre les propietats estadístiques com sobre la intensitat de les forces capil·lars induïdes pel desordre sobre la interfície fluida [SOHM02; Sor03].

Figura 2.1: Esquema d'una cel·la de Hele-Shaw. Es pot observar com l'amplada L_W i la longitud L_H de la cel·la són molt més grans que la separació entre plaques b .



En aquesta tesi s'ha modificat el dispositiu experimental descrit a [Sor03] per adequar-lo als objectius de la present investigació. Per una banda s'ha modificat el dispositiu per tal d'estudiar l'efecte de la gravetat en processos d'imbibició espontània, i per altra banda s'ha implementat un nou equip d'adquisició d'imatges d'alta velocitat i gran resolució espacial que ha permès caracteritzar la dinàmica dels fronts d'imbibició. Aquests canvis es presenten en aquest capítol.

2.2 Medi desordenat

El medi desordenat que es fa servir en aquesta tesi consisteix en una cel·la de Hele-Shaw [HS98] amb un espaiat entre les plaques de la cel·la que és dicotòmic i està aleatòriament distribuït en el pla xy [Sor03].

A continuació es caracteritza el medi desordenat: es descriu el què és una cel·la de Hele-Shaw, es mostra com es dissenya i es fabrica el desordre, es descriuen les seves propietats i finalment es mostra la caracterització de la cel·la de Hele-Shaw en presència del desordre.

2.2.1 Cel·la de Hele-Shaw

Una cel·la de Hele-Shaw consisteix en dues plaques paral·leles separades per un espaiat b que és molt més petit que qualsevol altra longitud característica del sistema. En el cas del dispositiu que s'ha fet servir en aquesta tesi, b és molt més petit que l'amplada L_W i la longitud L_H de la cel·la. A la Fig. 2.1 es presenta un esquema de la cel·la de Hele-Shaw.

Típicament aquest sistema es fa servir per estudiar camps de velocitats de fluxos potencials en dues dimensions al voltant d'un obstacle [GHPM01]. En aquest

cas és el camp de velocitats resultat de fer la mitjana en la direcció vertical (entre plaques) el que podrà ésser derivat d'un potencial i no el camp de velocitats en les tres dimensions.

Si el fluid dins la cel·la compleix la condició de incompressibilitat

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (2.1)$$

i es té en compte que l'escala de variació en la direcció z és molt més petita que en les direccions x i y , es pot estimar l'ordre de magnitud de v_z com

$$v_z \approx \frac{b}{L_W} v_{x(y)} \ll v_{x(y)}. \quad (2.2)$$

Per tant, es pot concloure que entre les plaques de la cel·la de Hele–Shaw el flux de fluid és pràcticament paral·lel al pla xy . Per altra banda, les grans diferències entre les escales de longitud paral·leles i la normal al pla de les plaques permeten escriure les següents desigualtats:

$$\frac{\partial^2 v_{x(y)}}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 v_{x(y)}}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 v_{x(y)}}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 v_{x(y)}}{\partial z^2}. \quad (2.3)$$

Si les condicions del problema són tals que el nombre de Reynolds és baix ($Re \ll 1$), el terme inercial a l'equació de Navier–Stokes és menyspreable davant el terme viscos [GHPM01]. Si es té en compte aquest fet i les Eqs. (2.2) i (2.3), es pot escriure l'equació de Navier–Stokes com:

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad \mu \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad (2.4)$$

on μ és la viscositat dinàmica. Com $v_z \simeq 0$ aleshores $\nabla v_z \simeq 0$, i per tant $\partial p / \partial z \simeq 0$; amb això es pot escriure la pressió com una funció de x i y , $p = p(x, y)$. L'Eq. (2.5) es pot reescriure en forma vectorial com:

$$\mu \frac{\partial^2 \vec{v}_{\parallel}}{\partial z^2} = -\vec{\nabla}_{\parallel} p, \quad (2.5)$$

on el subíndex \parallel indica les components paral·leles de la velocitat, és a dir en el pla xy . Com que les variacions de la velocitat en el pla xy són més ràpides amb z que amb les altres dues components, es pot separar la dependència de la velocitat com $\vec{v}_{\parallel}(x, y, z) = \vec{v}_{\parallel}(x, y, z=0)f(z)$, on $z=0$ és el punt intermig entre les dues plaques de la cel·la (veure Fig. 2.1). Amb una velocitat d'aquest tipus a l'Eq. (2.5), es pot derivar la forma de $f(z)$ com

$$f(z) = \left(1 - \frac{4z^2}{b^2}\right). \quad (2.6)$$

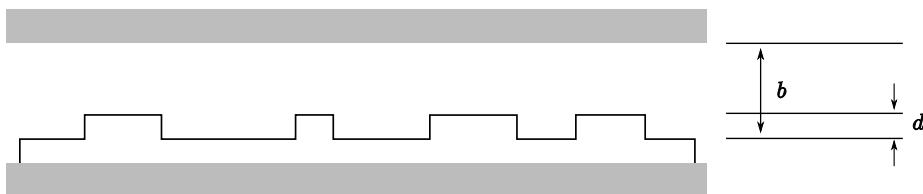


Figura 2.2: Esquema d'un tall lateral del medi desordenat on es representa l'espaiat variable entre les plaques de la cel·la de Hele-Shaw. La distància b és la separació entre plaques i d és l'alçada dels obstacles

Això dóna lloc a un perfil de velocitats del tipus Poiseuille en geometria plana. A més d'això, es pot derivar la forma del terme dependent de les variables lentes, que serà:

$$\vec{v}_{\parallel}(x, y, z = 0) = -\frac{b^2}{8\mu} \vec{\nabla}_{\parallel} p, \quad (2.7)$$

que és la velocitat entre les dues plaques.

Si ara es fa la mitjana de la velocitat $\vec{v}_{\parallel}(x, y, z)$ en la direcció perpendicular a les plaques, eix z , s'obté el camp de velocitats en el pla xy :

$$\vec{v}(x, y) = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{+b/2} dz \vec{v}_{\parallel}(x, y, z) = -\frac{b^2}{12\mu} \vec{\nabla} p. \quad (2.8)$$

L'Eq. (2.8) representa per una cel·la de Hele-Shaw l'equivalent a la llei de Darcy per medis porosos (veure Sec. 1.1.1). En aquest cas la permeabilitat κ s'escriu com

$$\kappa = \frac{b^2}{12}, \quad (2.9)$$

i dóna compte de la geometria del medi.

2.2.2 Desordre

Una de les característiques més importants del muntatge experimental és l'alt grau de control sobre la configuració del desordre del medi desordenat amb que es fan els experiments d'imbibició. Aquest desordre s'introdueix mitjançant uns obstacles distribuïts aleatòriament a la placa inferior de la cel·la de Hele-Shaw que produeixen un espaiat dicotòmic (veure Fig. 2.2). A continuació es presenta, pas a pas, com es genera el desordre i quines són les seves propietats.

Disseny i fabricació

El medi desordenat fet servir en els experiments consisteix en obstacles de coure quadrats, distribuïts sobre un substrat de fibra de vidre. La manera com es dis-

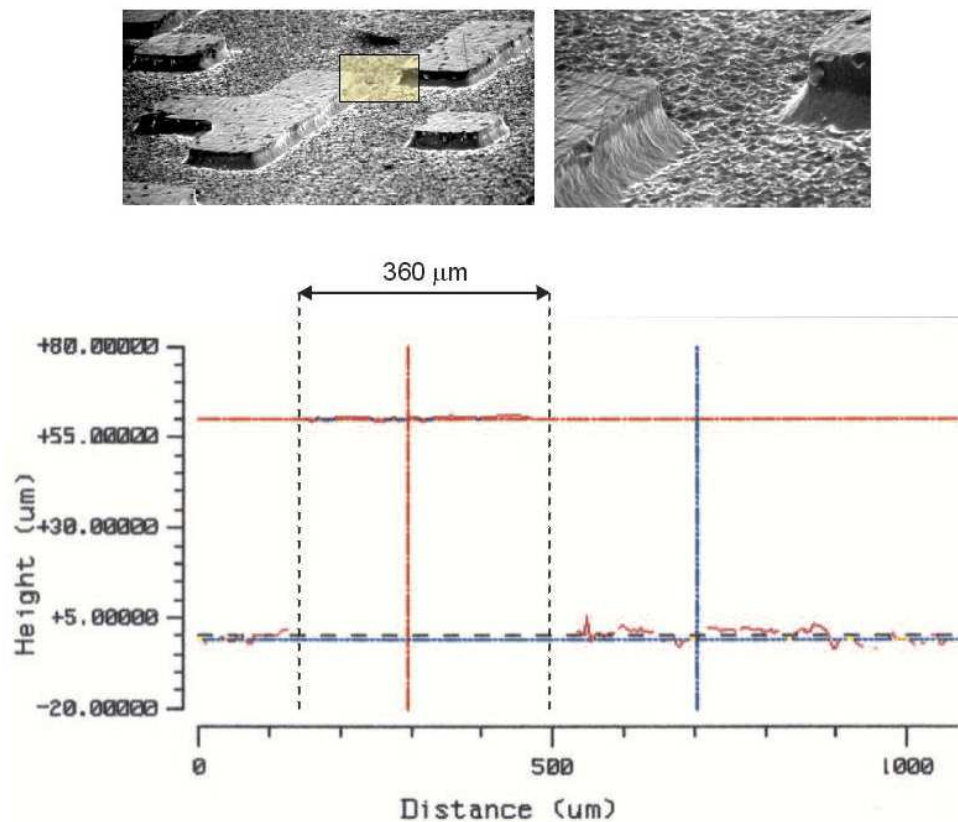
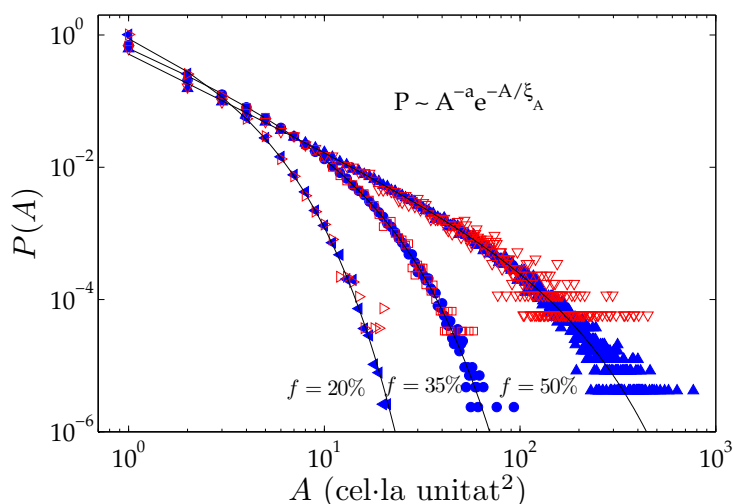


Figura 2.3: A la part superior de la figura es mostren unes imatges obtingudes per SEM d'una regió d'una placa amb desordre SQ 0.40. Es veu que els obstacles no es toquen a segons veïns, i que no són totalment abruptes. La imatge de la dreta és una magnificació de la imatge de l'esquerra. La figura situada a la part inferior representa la determinació de l'alçada i les mides reals dels obstacles de coure, mitjançant microscòpia interferomètrica per una placa de desordre SQ 0.40. Aquesta figura s'ha reproduït de [Sor03].

tribueixen aquests obstacles definirà el desordre als experiments. La tècnica per construir aquest desordre és la mateixa que se segueix per fer circuits impressos.

A l'hora de dissenyar el patró d'obstacles que defineix el desordre en el medi, es fa servir l'aplicació informàtica *PlateDesign* (veure Apèndix A a [Sor03]). Es considera una xarxa quadrada, on la longitud del costat de la cel·la unitat es dona en mil·límetres, i es decideix quines cel·les estan ocupades o no d'una manera aleatòriament uniforme, amb la fracció d'ocupació desitjada. Una cel·la unitària ocupada es correspon amb un obstacle. El desordre es dissenya de tal manera que només es permet als obstacles de coure tenir una connexió amb els quatre veïns més propers, deixant els veïns de les arestes desconnectats (desordre tipus SQ a

Figura 2.4: Distribució de grandàries dels obstacles de les plaques de desordre. La distribució de les illes de coure segueix una llei de potències amb un truncament exponencial de la forma $P(A) \sim A^{-a} e^{-A/\xi_A}$. Per generar cada distribució s'han emprat 8 plaques de desordre. A la figura es mostren les distribucions per diferents fraccions d'ocupació i dos tipus de soroll: els símbols buits corresponen a SQ 1.50 i els símbols plens a SQ 0.4. Les línies contínues corresponen als ajustos de la forma anterior amb els paràmetres llistats a la taula 2.1



[Sor03]).

Una vegada dissenyat el patró de desordre, aquest s'envia a fabricar¹. La placa que resulta d'aquest procés té unes illes de coure allà on estaven les cel·les ocupades en el disseny sobre un substrat de fibra de vidre que és visible als llocs corresponents a cel·les desocupades. El procés de fabricació d'aquestes plaques fa que la grandària final dels obstacles de coure es vegi lleugerament reduïda. Com es pot veure a la descripció feta a [Sor03], la reducció de la grandària no és tan homogènia com la de l'alçada, i deixa unes variacions que van des dels 20 als 40 μm per cada costat de l'obstacle. La Fig. 2.3 mostra una imatge feta mitjançant microscòpia electrònica de rastreig (SEM), on s'observa que els obstacles no són totalment abruptes, i una imatge obtinguda per microscòpia interferomètrica, on s'observen els canvis en alçada i en mida dels obstacles. A la tesi es farà servir com a valor de l'alçada de les illes de coure $d = 60 \mu\text{m}$, i per la mida es considera el valor nominal de 1.50 i 0.40 mm, sempre tenint en compte que aquests valors nominals estan subjectes a un error de $\pm 0.04 \text{ mm}$.

¹El proveïdor de les plaques és 2CI Catalana de Circuitos Impresos S. A. Ciutat de Granada 130, 08018 Barcelona.

Taula 2.1: Paràmetres de les distribucions de grandàries de les illes de coure, ajustades a les dades generades numèricament que es presenten a la Fig. 2.4.

| f (%) | a | ξ_A (cel·les unitat) |
|---------|-----------------|--------------------------|
| 20 | 0.96 ± 0.16 | 2.1 ± 0.1 |
| 35 | 1.22 ± 0.14 | 8.4 ± 0.1 |
| 50 | 1.46 ± 0.10 | 103 ± 10 |

Propietats estadístiques del desordre

El desordre fet servir en aquesta tesi és del tipus SQ 1.50 i SQ 0.40 [Sor03]. SQ significa que la connectivitat de les illetes de coure és a primers veïns, i els nombres a continuació indiquen la mida lateral de les cel·les unitat en mm. El desordre està específicament descorrelacionat tant en la direcció x com en la y , sempre més enllà de l'escala dels mateixos obstacles. A continuació es mostra, per tres fraccions d'ocupació f , la distribució de grandàries dels obstacles de coure.

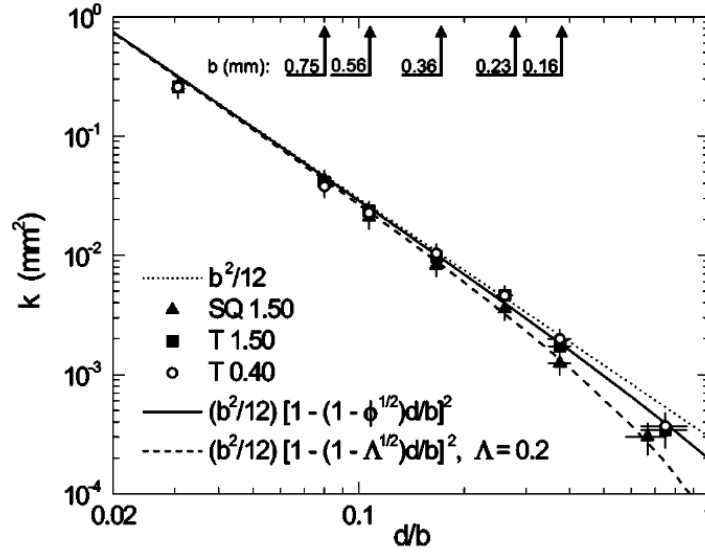
Pel cas en que la fracció d'ocupació és $f = 0.35$, l'emprada en aquesta tesi, la distribució de grandàries de les illes de coure té una forma de llei de potències amb un truncament exponencial: $P(A) \sim A^{-a}e^{-A/\xi_A}$, tant per SQ 1.50 com per SQ 0.40 (veure Fig. 2.4). Els valors de l'exponent i l'escala típica de truncament són: $a = 1.22 \pm 0.14$ i $\xi_A = 8.4 \pm 1.0$ cel·les unitat.

A la Fig. 2.4 també es mostren les distribucions pels factors d'ocupació $f = 0.2$ i $f = 0.5$. Es pot observar com a mesura que s'augmenta l'àrea ocupada pels obstacles, la regió que es comporta com una llei de potències a la distribució esdevé més gran. A la taula 2.1 es poden veure els diferents valors de l'exponent de la distribució i de l'escala de truncament exponencial, per diferents factors d'ocupació f .

2.2.3 Caracterització d'una cel·la de Hele–Shaw en presència de desordre

El fet d'introduir un espaiat variable dins de la cel·la de Hele–Shaw, alterant la seva geometria, farà que les definicions de quantitats com la permeabilitat de la cel·la o el nombre de capil·laritat necessitin de ser modificats. La caracterització de la cel·la en presència del desordre congelat que s'empra en aquest treball es va a dur a terme a [Sor03], i es resumeix a continuació.

Figura 2.5: Mesures de la permeabilitat en funció de la intensitat del desordre d/b . Els resultats d'interès són els resultats per un desordre SQ 1.50 representats com a triangles. La línia puntejada marca la permeabilitat d'una cel·la de Hele-Shaw ordinària i la línia discontinua és un ajust a les dades experimentals. Les fletxes a la part superior mostren els espaiats utilitzats. Aquesta figura s'ha reproduït de [SOHM02].



Permeabilitat de la cel·la amb desordre

Per tal de determinar la permeabilitat es va fer servir el dispositiu experimental que permet controlar la pressió del fluid a l'entrada (dispositiu d'imbibició espontània, Sec. 2.4). Tot ajustant la pressió a la que entrava el fluid, es mesurà la velocitat resultant i es va extreure la permeabilitat fent ús de la llei de Darcy, Eq. (1.3).

Els resultats obtinguts per Soriano et al. [SOHM02] es poden veure a la Fig. 2.5. D'aquesta Fig. 2.5 és interessant la informació corresponent al soroll SQ 1.50, que es correspon amb el tipus de desordre emprat a la present investigació. El gràfic posa de manifest l'existència de dos comportaments clars. Per $d/b \rightarrow 0$ l'efecte del desordre és pràcticament inexistent i $k \simeq b^2/12$. En canvi, per $d/b \rightarrow 1$ la permeabilitat es desvia sensiblement del valor $b^2/12$. En aquest límit la permeabilitat es pot escriure com

$$k(d/b = 1) = d^2 \Lambda / 12, \quad (2.10)$$

on Λ és un funcional que depèn de la geometria interna del medi desordenat. Si el medi desordenat fos un medi porós format per tubs capil·lars amb secció rectangular, aquesta Λ seria la porositat, $\phi = 1 - f$ [AT91]. El funcional més senzill que interpola entre $b^2/12$ i aquest límit es pot escriure com

$$k = \frac{b^2}{12} \left(1 - (1 - \Lambda^{1/2}) \frac{d}{b} \right)^2. \quad (2.11)$$

El coeficient Λ es pot extreure dels resultats experimentals mitjançant un ajust. En el cas del desordre rectangular, SQ, el valor de Λ és 0.2 [SOHM02]. Com es pot

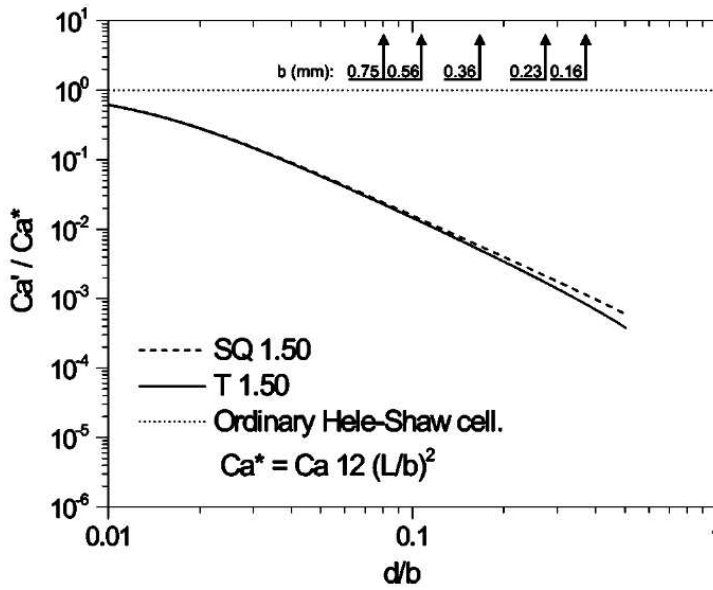


Figura 2.6: Quocient entre el nombre de capil·laritat d'una cel·la amb desordre, Ca' i el nombre de capil·laritat modificat d'una cel·la de Hele-Shaw ordinària Ca^* , en funció de la intensitat del desordre, d/b . El tipus de desordre emprat és del tipus SQ. Les fletxes a la part superior mostren els espaiats utilitzats. En aquesta tesi només s'ha fet servir l'espaiat de 0.46 mm. La figura s'ha reproduït de [SOHM02].

veure a la Fig. 2.5 amb aquest valor de Λ l'Eq. (2.11) ajusta les dades experimentals.

Pels experiments realitzats en el decurs d'aquesta tesi sempre s'han fet servir els parametres $d = 0.06$ mm i $b = 0.40$ mm. Això resulta en una permeabilitat de valor $k \simeq 0.86 \cdot b^2/12 = 0.015$ mm².

Nombre de capil·laritat modificat

El nombre de capil·laritat, Ca , mesura la importància relativa de la caiguda de pressió viscosa vs. la pressió capil·lar. Per una cel·la de Hele-Shaw sense desordre, per tenir en compte les dimensions finites del sistema es pot definir un nombre de capil·laritat modificat Ca^* , que resulta de les equacions de Hele-Shaw adimensionals [Hom87] i que té la forma següent

$$Ca^* = Ca \cdot 12(L_W/b)^2. \quad (2.12)$$

Aquest nombre, però, no té en compte el desordre a la cel·la. Per aquesta raó, Soriano et al. [SOHM02] van definir un nou nombre de capil·laritat modificat Ca' .

Es defineix $Ca' = \delta p_{vis}/\delta p_{cap}$, on δp_{vis} és la caiguda de la pressió viscosa a la cel·la i δp_{cap} és la diferència de pressió capil·lar deguda al canvi en la corbatura de la interfície: quan està sobre les illes de coure ($b - d$) i quan es troba sobre la fibra de vidre (b). La diferència en els salts de pressió capil·lar i la caiguda de pressió viscosa es poden aproximar per

$$\delta p_{vis} \simeq L_W \cdot |\nabla p_{vis}|, \quad (2.13)$$

$$\delta p_{cap} = \llbracket p_{cap}(b-d) \rrbracket - \llbracket p_{cap}(b) \rrbracket = \sigma \left[\left(\frac{2}{b-d} + \frac{1}{L_W} \right) - \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{L_W} \right) \right] \approx \sigma \left(\frac{2}{b-d} - \frac{2}{b} \right). \quad (2.14)$$

Amb això i tenint en compte la llei de Darcy s'obté el nombre de capil·laritat modificat:

$$Ca' = Ca \cdot \frac{12L_W}{b^2 \left(1 - (1 - \Lambda^{1/2}) \frac{d}{b} \right)^2 \left(\frac{2}{b-d} - \frac{2}{b} \right)}. \quad (2.15)$$

A la Fig. 2.6 es pot observar el quocient Ca'/Ca^* en funció de la intensitat del desordre. Es pot observar com per $d/b \rightarrow 0$ el rol del desordre és negligible, $Ca'/Ca^* \rightarrow 1$, mentre que en augmentar el valor de d/b s'obté un quocient Ca'/Ca^* menor. És important esmentar que aquesta definició del nombre de capil·laritat modificat no és vàlida per $d/b = 1$ degut a que el flux de fluid és diferent quan no existeix una separació entre el desordre i la placa superior de la cel·la.

2.3 Descripció de la cel·la de Hele–Shaw i propietats del fluid

A continuació es descriuen la cel·la de Hele–Shaw i les propietats del fluid viscos que s'han fet servir en els experiments d'imbibició presentats en aquesta tesi.

2.3.1 Propietats de la cel·la de Hele–Shaw

La cel·la de Hele–Shaw (veure Fig. 2.7) té les dimensions següents:

$$L_W = 190\text{mm}, \quad L_H = 500\text{mm}, \quad b = 0.46\text{mm}, \quad b - \delta b = 0.40\text{mm}. \quad (2.16)$$

El fluid entra a la cel·la a través de la connexió amb el tub que prové del sistema d'injecció, que al seu torn depèn del tipus d'experiment que es realitza (imbibició forçada o espontània). Un cop a dins de la cel·la el fluid omple un reservori de fluid abans d'entrar a la regió amb desordre. L'aire surt de la cel·la per l'altre extrem, obert a la pressió atmosfèrica. Un cop acabat un experiment es recupera el fluid per les mateixes vies per on ha penetrat mitjançant l'aplicació d'una pressió negativa molt elevada a l'entrada.

Per tal d'evitar cap efecte gravitatori no desitjat s'ha comprovat la planitud de la cel·la mitjançant un palpador de la marca Mitutoyo amb una resolució de 0.01 mm. S'ha verificat que la cel·la està col·locada en posició horitzontal, i a més s'ha verificat que el pas del fluid no modifica l'espai entre les plaques fent mesures amb el palpador mentre el fluid circulava per la cel·la.



Figura 2.7: Fotografia de la cel·la de Hele-Shaw amb què s'han realitzat els experiments d'aquesta tesi. A la imatge es pot observar el dipòsit a l'entrada de la cel·la i el desordre entre les dues plaques. A la part dreta de la imatge es pot veure el sistema d'injecció que proporciona una pressió constant a l'entrada de la cel·la mitjançant una columna de fluid que manté l'alçada constant.

Per tal de proveir un espaiat aleatori entre plaques, i que la placa superior no toqui els obstacles, és necessari col·locar uns espaiadors entre la placa superior i la superfície de coure. Els espaiadors que s'han fet servir estan fets de PVC. D'una banda es col·loca un espaiador resseguint el contorn de coure que hi ha a les plaques de desordre. De l'altra es col·loquen uns pocs i petits espaiadors de PVC sobre illes de coure per tal de prevenir efectes deguts a la flexió de la placa superior de vidre de la cel·la de Hele-Shaw. La flexió del vidre superior afecta de manera molt visible la forma de les interfícies. S'ha comprovat que aquests petits obstacles de PVC al llarg de la cel·la no afecten el comportament d'escalament de les fluctuacions de les interfícies.

2.3.2 Propietats del fluid

El fluid viscos fet servir en els experiments ha estat l'oli de silicona Rhodorsil 47V. Les propietats nominals d'aquest fluid són les següents: viscositat cinemàtica $\nu = 50 \text{ mm}^2/\text{s}$, densitat $\rho = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$ i tensió superficial fluid-aire de $\sigma = 20.7 \text{ mN}/\text{m}$ a temperatura ambient. Tot i que el laboratori experimenta lleugeres variacions estacionals de temperatura, fins a un màxim de 5°C , no s'observen difer-

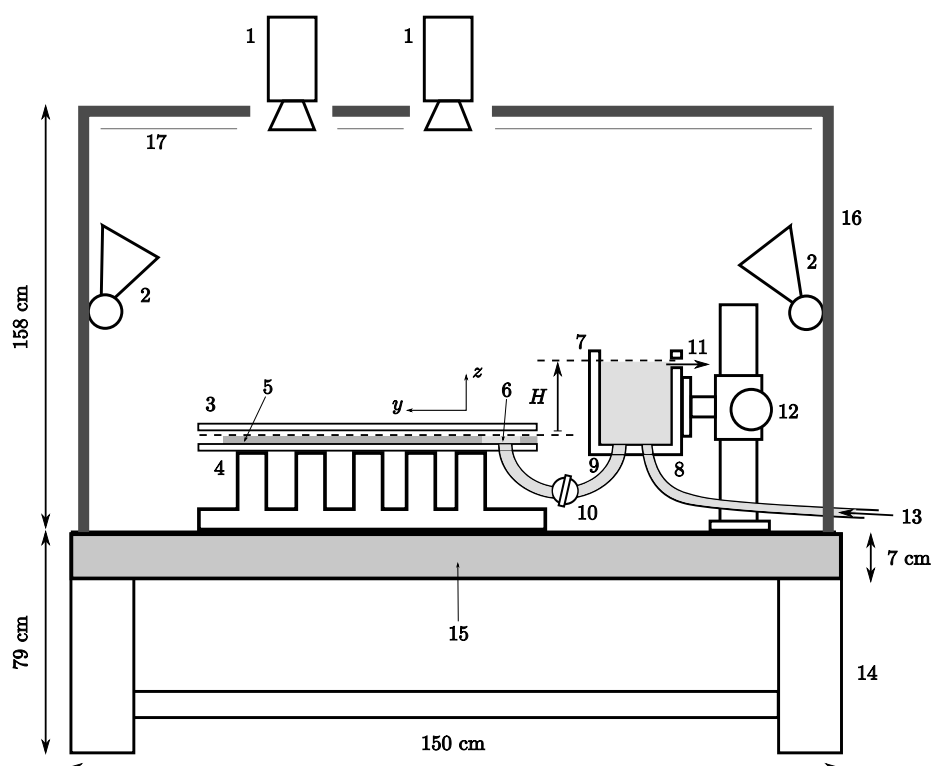


Figura 2.8: Esquema del dispositiu I. 1: càmeres. 2: il·luminació indirecta. 3: cel·la de Hele-Shaw. 4: suport d'acer de la cel·la. 5: placa de desordre. 6: reservori a l'entrada de la cel·la. 7: dipòsit d'oli d'altura variable. 8: entrada del dipòsit. 9: sortida del dipòsit cap a la cel·la. 10: clau de pas. 11: evacuació de fluid per mantenir el nivell constant. 12: suport del dipòsit amb regulació de l'altura. 13: entrada de fluid al dispositiu. 14: taula antivibratòria. 15: llosa de granit. 16: suport de les càmeres i il·luminació. 17: panells de color blanc per reflectir la llum sobre la cel·la.

ències apreciables en experiments fets sota les mateixes condicions a temperatura lleugerament diferent.

L'angle de contacte estàtic del fluid amb les tres superfícies que mulla, aire, coure i fibra de vidre, és zero o molt proper a zero [Sor03]. Per tal d'assegurar un mullat perfecte de l'oli sobre la placa de desordre, s'aplica una fina capa d'oli sobre aquesta. De tota manera s'ha comprovat que experiments sota les mateixes condicions amb o sense aquesta capa de premullat no presenten diferències apreciables.

Pel què fa a l'angle de contacte dinàmic, és sabut que varia amb la velocitat [dGBWQ04]. En l'experiment, la major variació de la velocitat es dona quan l'interfície passa sobre una illa de coure, cosa que varia el balanç entre forces estabilitzadores i desestabilitzadores. En aquest sentit, la variació de l'angle de contacte dinàmic contribuirà també al terme de soroll capil·lar.

2.4 Dispositiu I

El dispositiu que es descriu a continuació, que pren el nom de *dispositiu I*, s'ha dissenyat per a l'estudi de les propietats morfològiques de les interfícies fluid-aire en processos d'imbibició espontània (pressió constant a l'entrada).

A la Fig. 2.8 es pot veure un esquema del dispositiu experimental. Aquest consisteix en la cel·la de Hele-Shaw amb desordre descrita anteriorment, connectada a l'entrada amb una columna del fluid viscos que es fa servir com a fluid invasor. Aquesta columna d'alçada constant proporciona una pressió constant i controlada a l'entrada del medi desordenat, garantint les condicions per què el procés d'invasió de fluid correspongui a un procés d'imbibició espontània (veure Sec. 1.1.3). Per tal que la diferència d'alçades entre l'entrada de la cel·la i la columna es mantingui constant en el decurs de l'experiment es fa servir un circuit de recirculació del fluid a la columna: es té un flux d'entrada a la columna i dos fluxos de sortida, un cap a la cel·la a la part inferior de la columna i un altre d'evacuació a la part superior que marca l'alçada de la columna d'oli. Fent mesures de la pressió del fluid a l'entrada de la cel·la, s'ha comprovat que la bomba de recirculació no provoca pulsacions mesurables de la pressió en el fluid un cop arriba a la cel·la. Tot i que el rang d'alçades relatives a la cel·la de Hele-Shaw que es poden explorar amb aquest dispositiu va de -50 a 100 mm, els rangs que s'han explorat en aquesta tesi van de -9 a 15 mm.

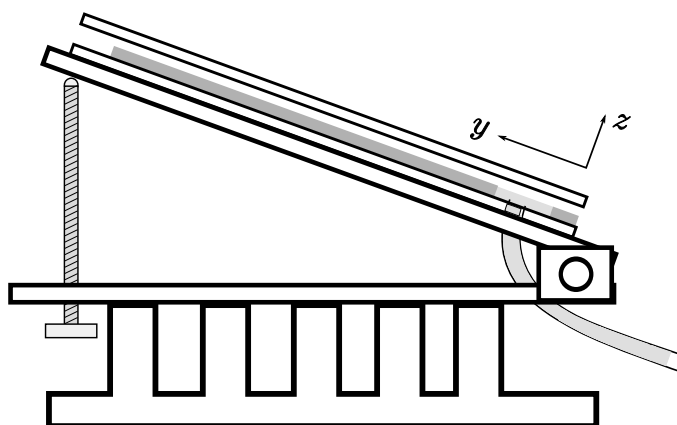
A l'esquema també es pot apreciar que la cel·la descansa sobre un suport d'acer rectificat, que assegura la seva planitud i estabilitat. Tot el muntatge experimental, cel·la, suport, càmeres, il·luminació, etc. descansa sobre una taula de granit de 7 cm de gruix per tal d'evitar perturbacions degudes a vibracions externes.

Pel que fa a l'enregistrament de l'experiment, a la Fig. 2.8 es pot observar la disposició de dues càmeres a la part superior. Cadascuna d'elles enregistra el procés en més de mitja cel·la. Per tal d'evitar el reflex de la llum a la superfície de la cel·la i de tenir un bon contrast a les imatges, la il·luminació de la cel·la és indirecta; les llums apunten cap a la part superior del muntatge (Fig 2.8) que està coberta per uns plafons de color blanc que reflecteixen la llum.

2.4.1 Introducció de la gravetat

Per tal d'introduir la gravetat d'una manera controlada en el dispositiu experimental, s'ha modificat el muntatge original (Fig. 2.8) de manera que la cel·la de Hele-Shaw es pot inclinar respecte de l'horitzontal en un rang de 0 a 16 graus.

Figura 2.9: Dispositiu que permet incloure l'efecte de la gravetat de manera controlada a la cel·la de Hele-Shaw. Al dispositiu inicial (Fig. 2.8) s'hi han afegit dues plaques d'acer rectificat, i un cargol permet inclinar la placa superior sobre la qual reposa la cel·la.



La inclinació de la cel·la es mesura amb un goniòmetre (marca Marui-Keiki) amb una resolució de 5 minuts. D'aquesta manera es pot introduir una variació en la gravetat efectiva $g' = g \cdot \sin \psi$ amb una incertesa de $\pm 0.014 \text{ mm/s}^2$. A més, per tal de corregir la inclinació de les imatges i de la il·luminació de l'experiment, s'ha modificat l'estructura que soporta ambdues càmeres (punt 16 a la Fig. 2.8) perquè s'inclini amb el mateix angle que la cel·la de Hele-Shaw. Per mesurar l'angle d'inclinació de l'estructura s'ha fet servir el mateix goniòmetre que per a la cel·la.

2.4.2 Càmeres

Per aquest tipus d'experiments s'han fet servir dues càmeres CCD JAI CV-M10BX, amb lents motoritzades de focal variable Computar M10Z1118MP amb un rang de focals entre 11 i 110 mm i una lluminositat de 1:1.8. L'obertura del diafragma, la distància focal i l'enfoc d'aquestes lents es controla electrònicament. Per tal d'enregistrar les imatges a una computadora, les dues càmeres CCD estan connectades a una tarja d'adquisició d'imatges PCVision model JAI M10. Aquestes dues càmeres es col·loquen seqüencialment en la direcció de penetració del fluid, i agafen cadascuna d'elles un camp de visió més gran que la meitat de la cel·la, amb una àrea de solapament per tal de facilitar la transició d'una càmera a l'altra.

Les imatges obtingudes amb aquestes càmeres tenen una mida de 768×574 píxels ($x \times y$) i una resolució espacial de 0.34 mm/píxel .

Per tal de controlar les càmeres CCD i enregistrar les imatges en un ordinador s'ha emprat el programa *Cameras* dissenyat per J. Soriano ([Sor03]). Aquest programa permet, entre altres opcions, fer captures amb intervals de temps logarítmicament espaiats. Aquesta possibilitat és de gran interès a l'hora d'estudiar la fase de creixement de les interfícies i poder determinar de forma acurada l'exponent β .

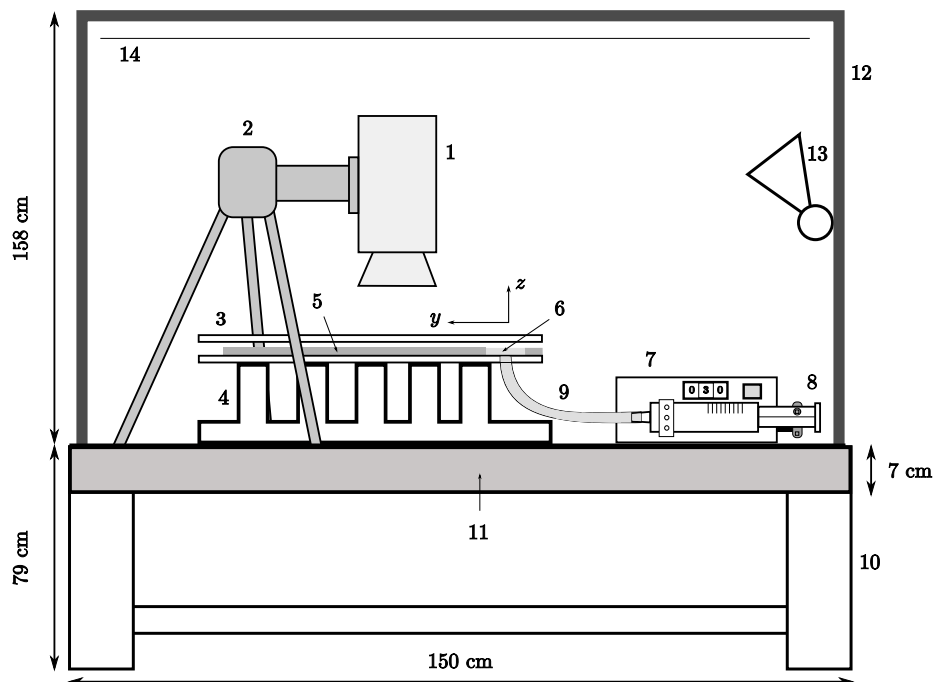


Figura 2.10: Esquema del dispositiu II. 1: càmera ràpida. 2: trípod de precisió. 3: cel·la de Hele-Shaw. 4: suport d'acer de la cel·la. 5: placa de desordre. 6: reservori a l'entrada de la cel·la. 7: bomba de xeringa. 8: xeringa. 9: entrada de fluid al dispositiu. 10: taula antivibratòria. 11: llosa de granit. 12: suport de les càmeres i il·luminació. 13: il·luminació indirecta. 14: plafons de color blanc per reflectir la llum sobre la cel·la.

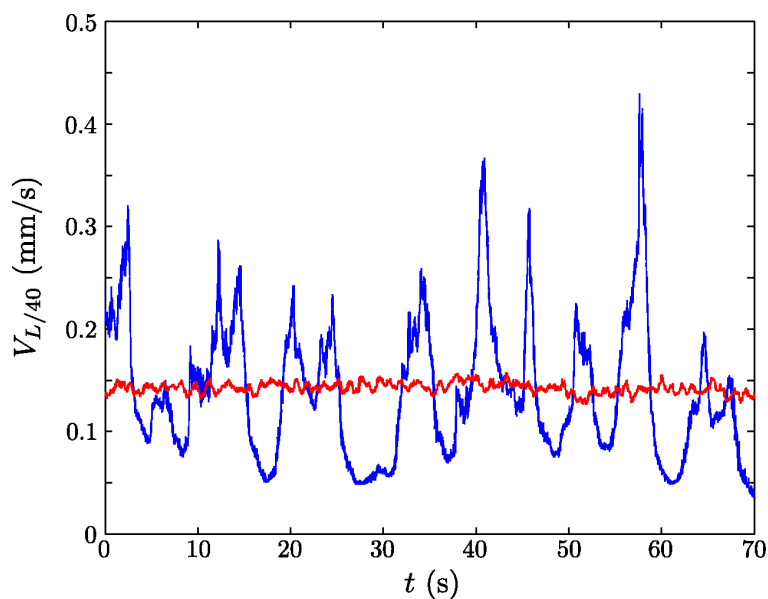
2.5 Dispositiu II

A la segona part de la tesi es fa un estudi de la dinàmica espaciotemporal dels fronts d'imbibició, en el cas d'imbibició forçada. Per aquesta raó el dispositiu experimental anterior s'ha modificat, tant pel que fa a la necessitat d'imposar ara un flux controlat i constant dins la cel·la com a l'adquisició d'imatges.

La Fig. 2.10 mostra el dispositiu experimental II. La mateixa cel·la de Hele-Shaw amb desordre del dispositiu anterior es connecta ara a l'entrada a una bomba de xeringa que mantindrà el flux de fluid constant. La bomba de xeringa que s'ha fet servir és de la marca B. Braun i, amb la xeringa adequada, ha permès treballar amb velocitats mitjanes dels fronts d'imbibició en el rang de 0.05 mm/s a 0.30 mm/s.

Per altra banda s'ha verificat que les fluctuacions de la velocitat mitjana del front no són producte de fluctuacions mecàniques de la bomba d'injecció. A la Fig. 2.11 es mostra una comparació entre el senyal de la velocitat mitjana pel cas amb desordre i pel cas sense desordre, a un mateix ritme d'injecció de fluid. Es pot

Figura 2.11: Senyal de la velocitat mitjana del front mesurada en una finestra de mida $l = L/40$, on $L = 125.44$ mm és l'amplada lateral de la regió de mesura. Els experiments s'han dut a terme amb una velocitat d'injecció de $v = 0.134$ mm/s. La corba d'amplitud més gran s'ha obtingut en la cel·la amb desordre, mentre que la de menor amplitud s'ha obtingut en la cel·la sense desordre.



veure clarament que les fluctuacions de la velocitat mitjana degudes al desordre superen en més d'un ordre de magnitud les fluctuacions de la mesura sense desordre; aquestes últimes són degudes a possibles fluctuacions de la bomba d'injecció i en qualsevol cas a la pròpia resolució de la mesura.

L'altra diferència amb el dispositiu anterior és l'enregistrament d'imatges. Ara, degut a que l'interès dels experiments és estudiar la dinàmica per allaus de les interfícies, serà necessària una càmera amb un ritme d'adquisició d'imatges molt elevat i una resolució espacial més alta. Aquest fet, a més de suposar un canvi de càmera, requereix d'una il·luminació intensa i que no fluctuï en el temps a causa de l'alimentació amb corrent altern. Per aquesta raó es fa servir una il·luminació basada en LEDs, que funcionen amb corrent continu i no provoquen un escalfament apreciable de la cel·la.

Per aquests experiments es fa servir una càmera *MotionPro X3* de *Redlake*. Aquesta càmera combina una bona resolució espacial amb un alt ritme d'adquisició d'imatges, com es mostra a la taula 2.2. La càmera incorpora un sensor CMOS de 1280×1024 píxels de grandària $12 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$. S'ha fet servir un objectiu AF NIKKOR de la marca Nikon amb una distància focal de 50 mm i una obertura màxima de 1.4. Normalment es treballa amb aquesta obertura màxima, i en cas de tenir massa llum es tanca el diafragma fins obtenir una imatge amb la il·luminació correcta.

En els experiments s'ha mesurat una regió d'amplada lateral 125.44 mm (direcció x) i altura 27.05 mm (direcció y) amb un total de 1280×276 píxels. Això correspon a una resolució espacial de 0.098 mm/píxel. S'han enregistrat imatges

Taula 2.2: Resolucions espacials i temporals màximes permeses per la càmera *MotionPro X3*.

| Ritme d'adquisició d'imatges (fps) | Mida de les imatges (píxel × píxel) |
|---------------------------------------|--|
| 1000 | 1280 × 1024 |
| 1300 | 1280 × 768 |
| 2000 | 1280 × 512 |
| 4000 | 1280 × 256 |
| 8000 | 1280 × 128 |
| 16000 | 1280 × 64 |
| 32000 | 1280 × 32 |
| 64000 | 1280 × 16 |

a un ritme de 100 o 200 fotogrames per segon (fps), depenent de les exigències de l'experiment, fins a un total d'unes 10.000 imatges.

2.6 Anàlisi d'imatges

2.6.1 Anàlisi de les imatges obtingudes amb el dispositiu I

L'objectiu d'aquest tipus d'experiments és obtenir la posició $h(x, t)$ de la interfície del front que separa l'oli de silicona de l'aire. A l'hora de realitzar l'anàlisi de les imatges obtingudes amb aquest dispositiu, s'ha fet servir l'aplicatiu `Subpixel` [Sor03]. Per tal d'obtenir aquesta informació de les imatges enregistrades se segueix el següent procés: abans no comenci l'experiment s'enregistra una imatge *de fons* que servirà per restar-la de les imatges de l'experiment. Això serveix per eliminar possibles inhomogeneïtats de la il·luminació o reflexos no desitjats dels obstacles de coure. A continuació es resta la imatge *de fons* de les imatges obtingudes durant l'experiment. Així s'obtenen unes imatges amb un contrast més elevat, d'on serà més fàcil trobar el nivell de grisos que servirà de llindar per separar la fase mullada de la seca. Aquest nivell de gris el determinem mitjançant l'histograma de grisos. Aquest procés es pot observar a la Fig. 2.12. Un cop es tenen les imatges en blanc i negre s'extreu la interfície amb una resolució d'un píxel. Les interfícies resultants són un contorn del front, és a dir, consten d'un conjunt de punts que ressegueixen la interfície. El programa avança com un observador en direcció a la

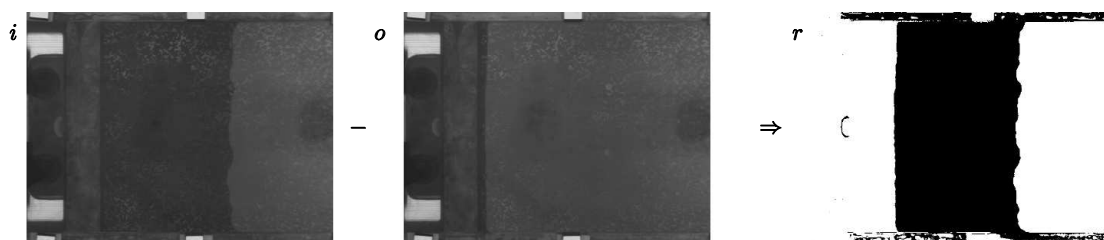


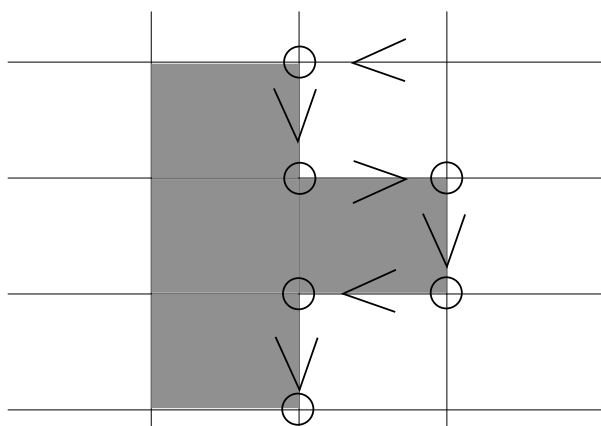
Figura 2.12: Procés del tractament de les imatges. Primer restem a la imatge que estudiem (*i*) la imatge de fons (*o*). Apliquem un llindar a la imatge resultant i obtenim la imatge resultant (*r*) d'on extraurem la informació de la interfície.

fase mullada a una alçada predeterminada i un cop troba un píxel negre gira en sentit antihorari mantenint sempre un píxel a la seva dreta com es pot veure a la Fig. 2.13. Aquest programa enregistrarà com a posicions de la interfície els vertex dels píxels negres per on passi. La Fig. 2.13 mostra un esquema del funcionament de l'algorisme que extrau la posició dels punts de la interfície. Per experiments on l'espaiat entre plaques és molt petit ($b \leq 0.23$ mm), poden aparèixer multivaluacions de la interfície. En aquests casos se segueix el conveni d'agafar el valor de la interfície que estigui més avançat.

2.6.2 Anàlisi de les imatges obtingudes amb el dispositiu II

Una vegada s'ha enregistrat l'experiment en forma de col·lecció d'imatges, es procedeix a extreure la informació d'interès. En aquest cas la informació necessària per a l'estudi de la dinàmica són la posició dels punts de la interfície i el temps que aquesta passa a cada píxel de la imatge.

Figura 2.13: Diagrama que representa el funcionament de l'algorisme per extreure els punts d'una interfície a partir dels píxels de la imatge, fent servir l'aplicatiu Subpixel. La quadrícula marca la xarxa formada pels píxels de la imatge. Els quadres grisos marquen l'àrea corresponent a la fase mullada. Els símbols < marquen la direcció com el programa ressegueix la imatge. Els cercles marquen les posicions que el programa identifica i enregistra com a posicions de la interfície.



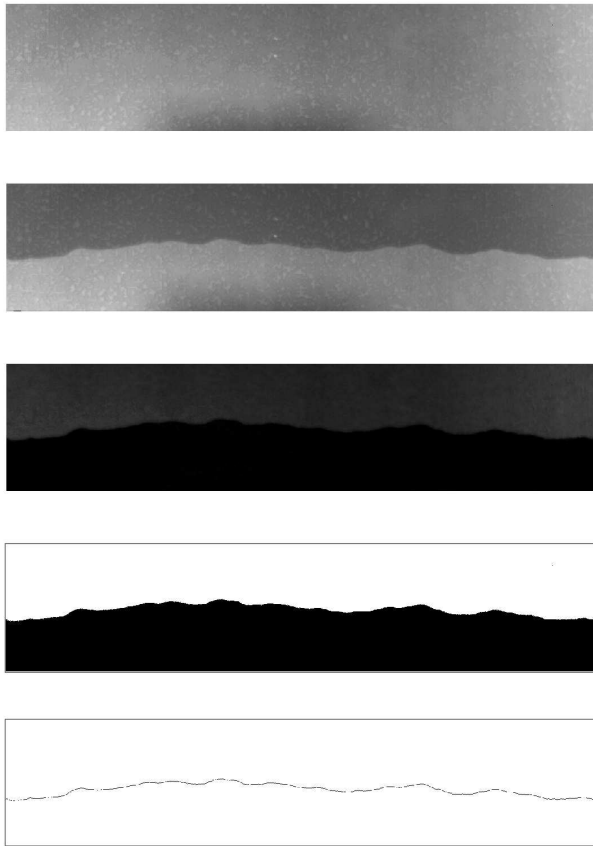


Figura 2.14: Procés del tractament de les imatges. De la part superior (i) a la inferior (v): (i) és la imatge *de fons* i (ii) la imatge de la qual es vol extreure la interfície. Restant la imatge (ii) a la (i) s'obté la imatge *resta* (iii). Aquest procés elimina en part el patró del desordre i variacions de la il·luminació. A partir de l'histograma dels nivells de gris de la imatge (iii) (veure Fig. 2.15) es poden identificar les dues fases i convertir la imatge de 256 grisos a blanc i negre. S'obté la imatge (iv). Per últim s'extreu la interfície com es pot veure a la imatge (v). Aquestes imatges corresponen a un experiment d'imbibició forçada amb una velocitat mitja del front de 0.134 mm/s, enregistrat a un ritme de 100 fotogrames per segon.

El procés a seguir és el següent: primer de tot es resta a totes les imatges una imatge *de fons* per tal d'esborrar el patró del desordre de les imatges i per corregir possibles variacions de llum. En aquest punt el que s'obté són unes imatges en escala de grisos de 8 bits, es a dir 256 nivells de gris. Aquestes mostren dues zones molt diferenciades, una corresponent a la fase mullada i una altra a la fase seca (veure Fig. 2.14). Ara 0, que és el color negre, correspon a la fase seca degut a que la informació de la imatge *de fons* i la imatge en estudi es idèntica i per tant al restar-les s'obté un valor nul per aquests píxels. A continuació es fa un histograma dels nivells de gris de la imatge (veure Fig. 2.15), on s'observen dos pics molt diferenciats corresponents a cadascuna de les fases. Una vegada identificats els dos pics, s'escull el nivell de gris que correspon al mínim entre els dos màxims i s'assigna a tots els píxels de valor més petit que aquest un valor de gris igual a 0, i un valor 255 a la resta, obtenint d'aquesta manera una imatge en blanc i negre. A partir d'aquesta imatge en blanc i negre s'extreurem la posició de la interfície. Per trobar els punts de la interfície en aquest cas, l'observador recorrerà diferents píxels amb un valor de x fixe fins que el valor del píxel canviï de 0 a 255, posició on direm que es troba la interfície (veure Ap. C). A la Fig. 2.16 es pot veure un esquema de l'algorisme. En aquest cas la interfície no és resseguida sinó que s'agafa

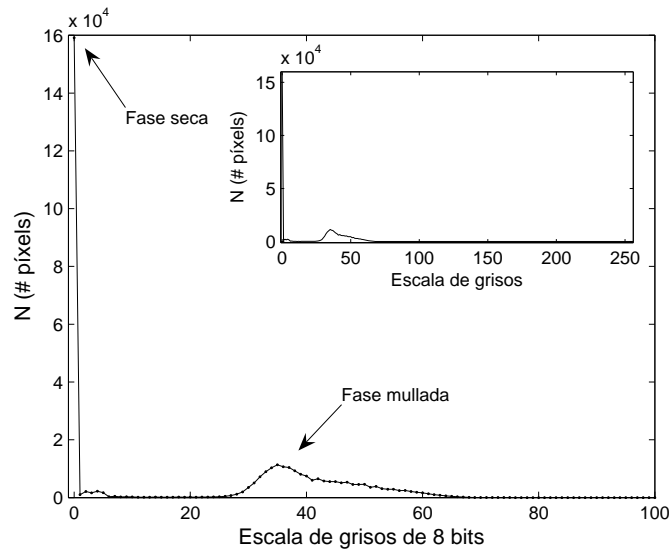


Figura 2.15: Histograma de la imatge (iii) a la Fig. 2.14. La imatge té 256 nivells de gris. La figura petita mostra l'histograma complet.

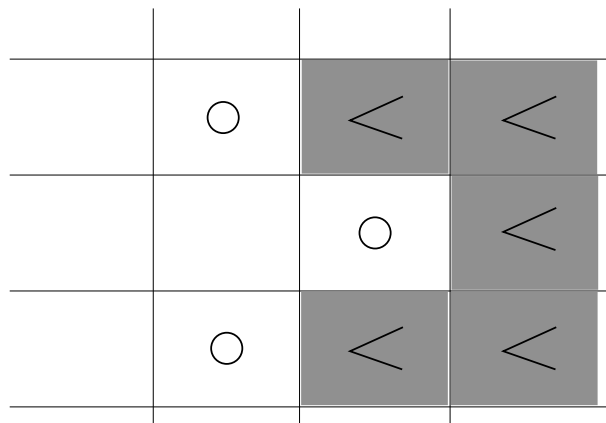
com a valor de la posició del front els píxels on es produeix el salt de blanc a negre en la direcció de l'avanç del fluid, i s'obté d'aquesta manera un front univaluat.

2.7 Tractament de dades

2.7.1 Caracterització de les propietats morfològiques

Per tal de caracteritzar les propietats morfològiques de les interfícies s'ha estudiat principalment l'evolució temporal i la dependència espacial de l'amplada mitjana de les fluctuacions i l'espectre de potències d'aquestes. Per tal d'extreure aquesta informació de les interfícies obtingudes experimentalment s'ha fet servir l'aplicatiu *Analysis3* [Sor03].

Figura 2.16: Diagrama que representa el funcionament de l'algorisme per extreure els punts d'una interfície a partir dels píxels de la imatge, fent servir l'aplicatiu dissenyat per aquest segon dispositiu. La quadrícula marca la xarxa formada pels píxels de la imatge. Els quadres blancs marquen l'àrea corresponent a la fase mullada. Els símbols < marquen la direcció com el programa ressegueix la imatge. Els cercles marquen les posicions que el programa identifica i enregistra com a posicions de la interfície.



L'amplada mitjana de les fluctuacions de les interfícies en una finestra de mida $l \leq L$ s'obté de la següent forma:

$$w(l, t) = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(x_i, t)^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(x_i, t) \right)^2 \right\rangle_j^{1/2}, \quad (2.17)$$

amb $N = l/\Delta$, on Δ és l'interval de mostreig i $\langle \cdot \cdot \cdot \rangle_j$ és la mitjana sobre totes les finestres. Per altra banda, per calcular l'espectre de potències (Eq. (1.30)) definit com $S(q, t) = \langle h_d(q, t)^* h_d(-q, t) \rangle$, s'obté h_d (la transformada de Fourier de $h(x, t) - \langle h \rangle$) mitjançant la relació

$$h_d(k, t) = \sum_{i=1}^N [h(x_i, t) - \langle h(x_i, t) \rangle_x] e^{ikx_i}, \quad (2.18)$$

A l'hora de calcular l'espectre de potències l'aplicació `Analysis3` fa servir la rutina `FOUR1` del *Numerical Recipes* [PFTV86] basada en l'algoritme FFT. Per tant serà necessari tenir un nombre de punts corresponent a una potència de 2, per la qual cosa el programa interpola linealment els punts experimentals.

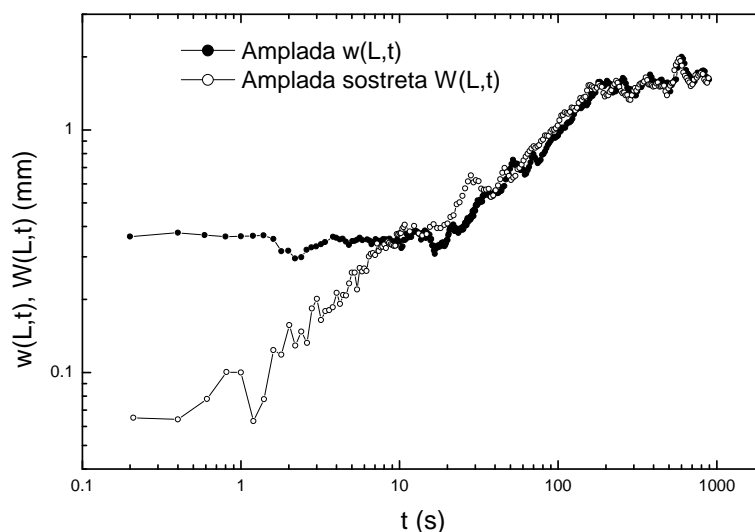
Finalment, degut a que els resultats estan subjectes a una dispersió estadística, serà necessari fer la mitjana de diferents experiments amb les mateixes condicions experimentals, i després fer la mitjana d'aquests sobre diferents configuracions del desordre.

Correcció de les dades

L'aplicatiu `Analysis3` permet fer l'anàlisi fent servir tres tipus diferents de dades:

1. **Raw data:** es realitzen els càlculs sense modificar les dades originals. L'única modificació que es fa és la correcció de multivaluacions i una interpolació, si es desitja.
2. **Linear fit correction:** en aquest cas es resta el pendent global generat per una regressió lineal de tots els punts de la interfície. En aquest cas també es fa la correcció de les multivaluacions i, si es vol, la interpolació dels punts de la interfície.
3. **Boundary correction:** aquesta correcció força que les interfícies tinguin condicions periòdiques de contorn. Això s'aconsegueix restant a les dades originals la recta que uneix els punts extrems de la interfície. També es fa la correcció de les multivaluacions, i opcionalment la interpolació dels punts de la interfície.

Figura 2.17: Efecte de l'amplada intrínseca sobre l'amplada estadística de les fluctuacions i la correcció d'aquest efecte mitjançant l'amplada sostreta.



Les interfícies que penetren en el medi desordenat presenten una petita deformació produïda per la preferència del fluid a avançar pels límits laterals de la cel·la de Hele–Shaw, allà on es troba amb els espaiadors. Normalment aquest efecte resulta en una deformació molt més petita que les pròpies fluctuacions de la interfície. En el cas en que les forces viscoses siguin molt importants, com en experiments d'imbibició espontània on s'imposa una diferència de pressions molt alta (veure Sec. 3.2), aquesta deformació és important degut a que en aquest règim les interfícies són molt suaus. En estudiar l'escalament de la interfície, aquest queda emmascarat per la deformació global de la interfície deguda a les parets laterals de la cel·la. Per tal d'evitar-ho, aquestes mesures es tractaran de la següent manera: s'ajustarà un polinomi de grau dos a cada interfície, que representa la interfície *de fons*, i es substraurem a cada interfície la corresponent interfície *de fons* per estudiar l'escalament dels fronts.

En el cas que la deformació *parabòlica* que s'acaba de descriure no sigui prou important com per aplicar la correcció de restar una paràbola a les interfícies, aleshores, en estudiar l'amplada estadística dels fronts, es faran servir les dades *en cru* (*Raw*) o les dades corregides imposant condicions de contorn periòdiques.

Per altra banda, a l'hora d'estudiar els espectres de potències de les interfícies, és recomanable fer servir aquest darrer tipus de dades degut a que les dades crues poden resultar en espectres de potències amb un pendent -2 artificial [SV95]. Aquest espectre correspon al d'una funció esglaó. Aquest efecte s'elimina fent la correcció *boundary correction* esmentada.

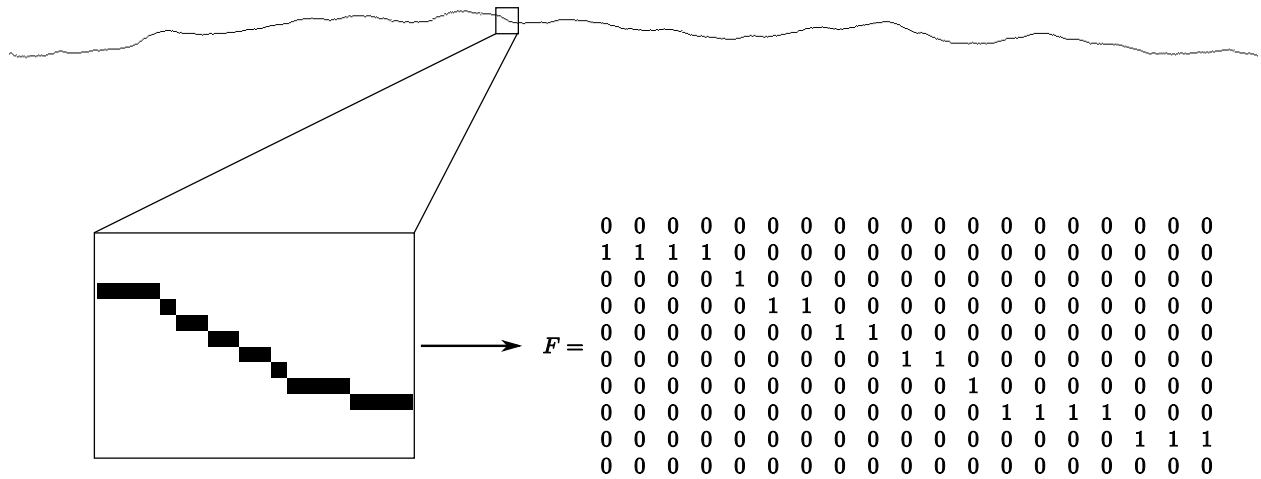


Figura 2.18: Obtenció de la matriu front F . Aquesta interfície correspon a un experiment amb una velocitat mitja del front de 0.134 mm/s.

Amplada intrínseca de les interfícies

A l'hora d'extreure l'amplada de les interfícies, degut a la impossibilitat d'obtenir un front inicial totalment pla, es pot donar el cas de l'existència d'una amplada intrínseca w_i que se suma a l'escalament de l'amplada, arribant a afectar el comportament d'aquesta d'una manera molt visible si l'amplada intrínseca és comparable a l'amplada de la interfície. Per experiments que tenen una amplada intrínseca no nul·la la relació d'escala Eq. (1.35) esdevé [KW88; BS95]:

$$W^2(l, t) = w^2(l, t) - w_i^2 \sim t^{2\beta} g(l/l_c)^2, \quad (2.19)$$

on $W(l, t)$ es coneix com l'*amplada sostreta*. Els efectes d'aquesta amplada intrínseca en els experiments realitzats en aquesta tesi s'observen a temps inicials, quan aquesta és comparable a l'amplada de les interfícies. A la Fig. 2.17 es pot veure un exemple de l'efecte de l'amplada intrínseca. Per aquesta raó s'han tractat les dades resultants de l'Eq. (2.19), fent servir una w_i estimada dels resultats experimentals. Aquesta correcció és una pràctica habitual [TvS00; JZC96].

2.7.2 Caracterització de la dinàmica dels fronts

Els experiments realitzats amb el dispositiu II tenen com a objectiu la caracterització de la dinàmica dels fronts d'imbibició. Amb aquest objectiu s'extrau la posició $h(x, t)$ de les interfícies i el temps que la interfície ha passat en cada punt de la regió de mesura definida per les imatges. Aquesta informació resta emmagatzemada en el que es coneix com la *matriu de temps d'espera* wt .

Matriu de temps d'espera i matriu de velocitats locals

El procés per construir la matriu de temps d'espera és el següent. Primer es creen unes matrius amb les dimensions de les imatges (en píxels) que s'anomenen *matrius front* F . Hi haurà una matriu front per cada imatge enregistrada. Els elements d'una matriu F per un temps t es correspondran amb els píxels de la imatge a temps t i tindran valor 1 en cas que el píxel estigui ocupat per la interfície i 0 en cas contrari (veure Fig. 2.18). Una vegada es tenen aquestes matrius es poden fer dues coses: (i) extreure la posició de cada punt de la interfície i (ii) la matriu de temps d'espera. La posició $h(x, t)$ del front ve donada per les coordenades (x, y) de valor 1 de la matriu front corresponent al temps t :

$$F_{xy} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \text{interfície} \\ 0 & (x, y) \notin \text{interfície} \end{cases} \quad (2.20)$$

Per a la matriu de temps d'espera serà necessari sumar totes les *matrius front* de l'experiment:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow wt = \sum_t F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

on wt és la matriu de temps d'espera.

Un cop construïda la matriu de temps d'espera es pot generar la *matriu de velocitats locals* a cada posició de la regió de mesura, on cada element es construeix de la manera següent

$$v_{xy} = \frac{r}{(wt_{xy} \cdot \delta t)}, \quad (2.22)$$

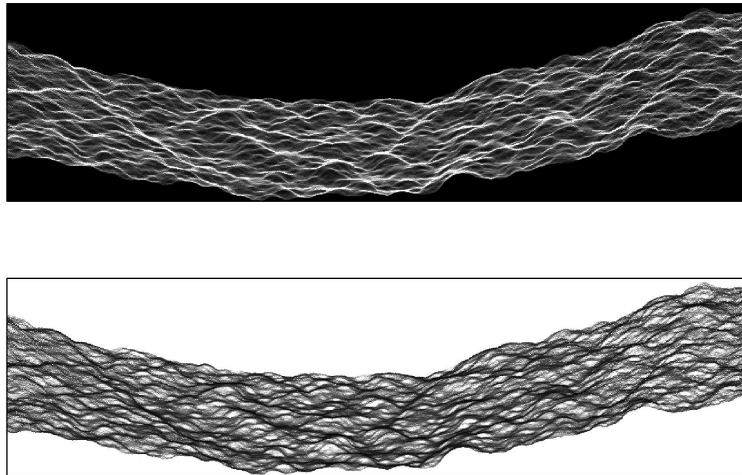
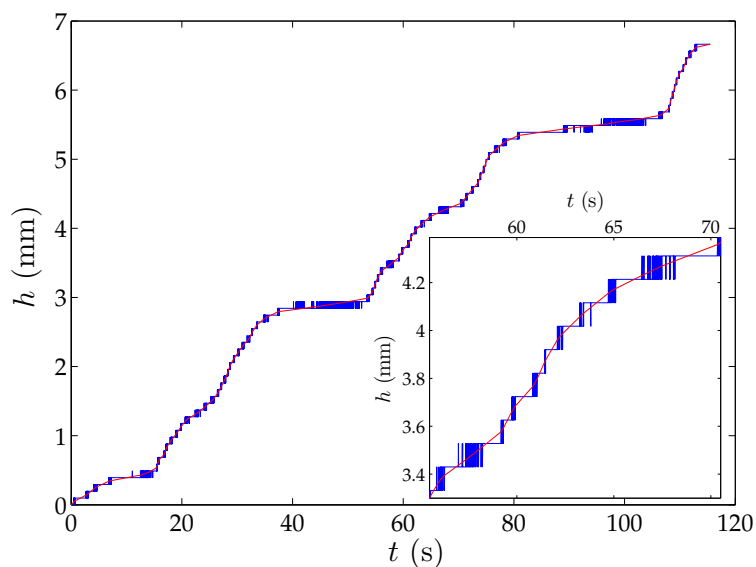


Figura 2.19: Part superior: mostra la matriu de temps d'espera wt per un experiment amb una velocitat del front mitjà de 0.134 mm/s i un ritme d'adquisició d'imatges de 100 fotogrames per segon. Els punts més brillants corresponen a posicions on l'interfície hi ha restat més temps. Part inferior: mostra la matriu de velocitats locals corresponent a la matriu wt del panell superior. En aquest cas els punts més negres son velocitats més lentes, és a dir, punts d'ancoratge ($v_{xy} \sim 1/wt_{xy}$).

on r és la resolució espacial i δt és el temps entre imatges. A la Fig. 2.19 es mostra un exemple de matriu de temps d'espera i la matriu de velocitats locals corresponent.

Quan es fa servir la tècnica de la matriu de temps d'espera per estudiar la dinàmica dels fronts, és necessari que aquesta matriu no presenti *forats*. Per exemple, a la segona matriu de l'Eq. (2.21) es pot apreciar un 0 a la quarta columna precedit per un 1 a la fila inferior i un altre 1 a la fila superior. Això és el que s'entén com a forat a la matriu de temps d'espera. El fet de tenir un forat indica que l'enregistrament del procés no ha estat prou ràpid i no ha pogut captar la interfície en aquest punt. Quan això passa es desconeix la velocitat de la interfície en aquest punt, i això fa que la descripció quedi incompleta. Aquest condicionant marca la resolució temporal mínima que s'ha de fer servir als experiments. Disposar d'una resolució temporal més fina que la mínima (valors de wt grans) permet determinar millor les velocitats baixes. D'altra banda aquesta resolució temporal mínima s'ha de determinar un cop s'ha fixat una determinada resolució espacial, que limita el nombre d'imatges que es podran enregistrar (en funció de la memòria disponible a la càmera). Tenir una precisió molt alta de les velocitats però no enregistrar durant un temps suficient per observar els successos en estudi no seria adequat. És important tenir en compte que les primeres interfícies, totes aquelles que ocupen posicions comunes a la primera interfície, s'han de descartar perquè aporten informació incompleta dels temps d'espera. No se sap quant de temps ha estat la

Figura 2.20: Evolució d'una posició x de la interfície en el temps. A la figura es compara aquesta evolució extreta directament de les interfícies (línia blava) amb la que s'obté d'integrar la velocitat local obtinguda de la matriu de temps d'espera (línia vermella).



interfície en aquells punts. El mateix succeeix amb les darreres interfícies.

A l'hora d'estudiar la velocitat global dels fronts d'imbibició es fa servir la matriu de temps d'espera conjuntament amb la posició de cada punt de la interfície a cada temps. Amb aquests dos ingredients es genera una nova matriu de velocitats (*matriu d'activitat*) on els índexs de la matriu es corresponen amb la posició de l'eix x (files) i amb el temps (columnes).

$$\left. \begin{array}{l} \text{matriu de velocitats locals} = v_{x,y} \\ \text{interfícies} = y_{x,t} \end{array} \right\} \text{mapa d'activitat} = v_{x,t} \quad (2.23)$$

Un cop es té aquesta matriu s'obté el senyal $V_i(t)$ en fer la mitjana dels elements respecte de l'eix x d'aquesta nova matriu. Fer servir la matriu de temps d'espera per estudiar la velocitat de les interfícies evita el soroll que generen els algorismes de derivació. Per altra banda aquesta tècnica té les seves limitacions. El fet d'emprar aquest mètode porta implícita la suposició que no hi ha punts totalment ancorats, de velocitat nul·la, ja que s'està assignant una velocitat a cada píxel que és inversament proporcional al temps que la interfície està ocupant aquest lloc. De tota manera, quan la interfície està sobre un píxel de la imatge no es pot tenir la certesa de que estigui quieta o estigui en moviment, no es pot saber què passa a dins d'aquest. Per tal de verificar que l'algorisme de la matriu de temps d'espera no està adulterant els resultats, s'ha recuperat $h(x, t)$ per integració numèrica de les velocitats calculades amb la matriu, i s'ha comparat amb $h(x, t)$ obtinguda de les interfícies extretes directament de les imatges. El resultat d'aquesta comparació es pot veure a la Fig. 2.20: es pot veure que es recupera el mateix comportament amb un alt nivell de precisió. És interessant observar que el resultat procedent

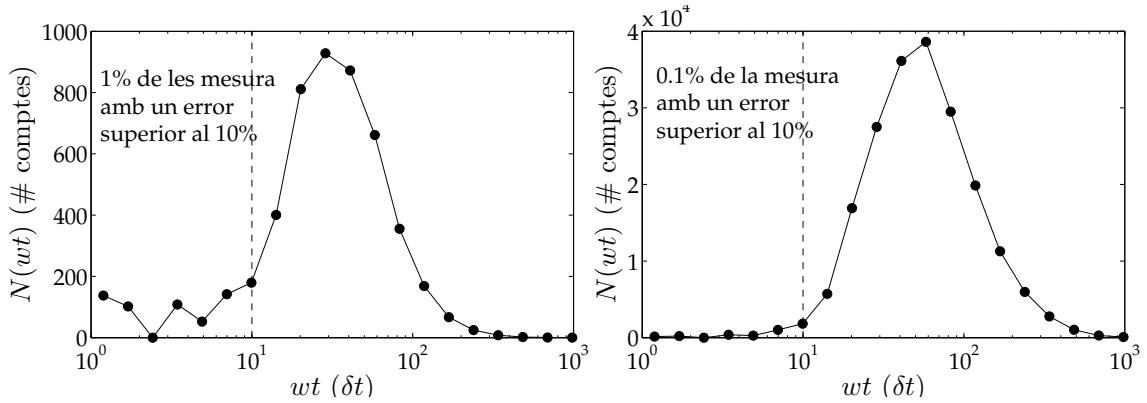


Figura 2.21: Esquerra: histograma dels elements de la matriu de temps d'espera per un experiment a $v = 0.134$ mm/s. En aquest cas concret només un 1% de la mesura introdueix un error superior al 1% a les velocitats locals corresponents. Dreta: histograma del mateix experiment en què cada element de wt s'ha pesat amb el seu valor. En aquest cas només un 0.1% de la mesura introdueix un error superior al 10%.

d'integrar la matriu de temps d'espera no té regions planes (de velocitat nul·la), tal com s'ha comentat, i per contra el senyal $h(x, t)$ obtingut de les interfícies presenta oscil·lacions de ± 1 pixel. Per obtenir la velocitat local a partir d'aquest últim senyal seria necessari aplicar algun mètode numèric d'allisat, que portaria a un resultat molt proper al que s'obté en recuperar l'evolució de la interfície mitjançant la matriu de temps d'espera.

Incertesa introduïda pel mètode de la matriu de temps d'espera

Com s'ha vist a l'Eq. (2.22), la velocitat local es defineix via la matriu de temps d'espera com $v_{xy} = r/(wt_{xy} \cdot \delta t)$. La incertesa a la matriu de temps d'espera es propagarà a les velocitats locals de la manera següent:

$$\delta v_{xy} = \frac{r}{\delta t} \left| \frac{-1}{wt_{xy}^2} \right| \delta wt. \quad (2.24)$$

Si es tenen en compte les Eqs. (2.22) i (2.24), i la incertesa dels elements de la matriu de temps d'espera $\delta wt = \pm 1$, es pot escriure la següent relació entre l'error a la velocitat local i el valor de l'element de la matriu de temps d'espera:

$$\frac{\delta v_{xy}}{v_{xy}} = \frac{1}{wt_{xy}}. \quad (2.25)$$

D'aquesta última relació es dedueix que els elements de la matriu de temps d'espera tals que $wt < 10$ introduiran un error superior al 10% a la mesura de la velocitat local. A la Fig. 2.21 es mostra l'histograma dels elements de la matriu de temps

d'espera per un experiment amb una velocitat del front mitjà $v = 0.134$ mm/s. Es pot observar que només un 1% de la mesura introdueix un error més gran que el 10%. Ara bé, molts dels càlculs d'aquesta tesi tenen una dependència temporal que la matriu de temps d'espera no té. Per tenir en compte els elements que introdueixen error als càlculs que tenen dependència temporal s'ha de construir un vector on cada element de la matriu de temps d'espera compti tantes vegades com el seu valor indica, és a dir, si un element de la matriu té el valor $wt = 4$ s'ha de comptar 4 vegades. L'histograma corresponent a aquest punt de vista està representat a la Fig. 2.21. Com és d'esperar, en aquest cas els termes que contribuïen amb més error encara compten menys.

2.8 Protocol experimental

Es conclou el present capítol amb la descripció del procediment adoptat per dur a terme els experiments, amb l'objectiu d'optimitzar la seva reproductibilitat.

- Netejar la cel·la de Hele-Shaw per tal d'eliminar impureses. Normalment es neteja la cel·la amb el mateix oli de silicona, però en el cas que les plaques de vidre estiguin molt brutes, es netejaran primer amb aigua i sabó, i després amb acetona.
- Fixar la placa de desordre sobre la placa inferior de la cel·la aprofitant l'adherència d'una fina pel·lícula de l'oli. Això s'aconsegueix dipositant una mica d'oli de silicona sobre la placa inferior, i després fent lliscar la placa de desordre per sobre, aplicant força contra la placa inferior de la cel·la i mirant que tota la superfície inferior quedi impregnada de l'oli viscos.
- Per tal de tenir una superfície premullada, s'aplica a la placa de desordre una fina capa de l'oli de silicona que es farà servir durant l'experiment.
- Un cop s'ha col·locat la placa de desordre es procedeix a la col·locació dels espaiadors de PVC entre la placa superior de la cel·la de Hele-Shaw i la banda de coure que rodeja el desordre i que té el mateix gruix que aquest. A més, per tal de garantir l'homogeneïtat de l'espaiat entre el desordre i la placa superior, i evitar que la flexió del vidre introdueixi cap efecte, s'introdueixen uns petits espaiadors addicionals sobre illes de desordre. S'ha comprovat que l'efecte que aquests espaiadors introdueixen sobre les mesures no són importants i no afecten la caracterització de les propietats morfològiques

de les interfícies. En els experiments realitzats per estudiar la dinàmica del front, els espaiadors estan fora de la regió de mesura.

- A continuació es tanca la cel·la de Hele-Shaw. Per tal d'assegurar que la cel·la és estanca es col·loca un anell de plàstic al voltant de la cel·la.
- Abans d'iniciar un experiment es comprova que les càmeres estan alineades amb l'experiment, per tal d'evitar efectes deguts a una inclinació artificial i minimitzar d'aquesta manera l'amplada intrínseca w_i . S'ha de verificar que la il·luminació és adequada per l'experiment en qüestió.
- Per tal d'obtenir una condició inicial d'interfície plana, tant en experiments d'imbibició espontània com d'imbibició forçada, s'inclina la cel·la i s'aplica un alt flux de fluid per tal d'obtenir un front pla. Un cop aconseguit es torna a col·locar la cel·la horitzontal o en la inclinació predeterminada, s'aplica la pressió o el flux desitjats i s'inicia l'experiment.

Capítol 3

Propietats d'escalament d'una interfície en imbibició espontània

Les propietats d'escalament de la interfície líquid-aire, que es forma en processos d'imbibició espontània d'un fluid viscos en un medi desordenat, resulten ser molt sensibles a la magnitud de la pressió aplicada a l'entrada del fluid. Els processos d'imbibició espontània tenen un interès especial des del punt de vista de l'escalament dinàmic degut a que aquesta mena de processos no presenten una conservació de massa global, en contrast amb la imbibició forçada, on es fixa el cabal [Sor03]. Aquesta manca de conservació pot afectar dramàticament les relacions d'escala [DRE⁺99; DMR⁺01]. Per altra banda, en un procés d'imbibició espontània les escales temporals varien contínuament. Per exemple, en absència de la gravetat, la posició mitja del front fluid obeeix la llei de Washburn $\langle h \rangle \sim t^{1/2}$ [Was21]. Aquesta dinàmica en evolució constant pot resultar en un intercanvi de les forces que dominen les fluctuacions de la interfície: tant els mecanismes d'esmoreïment com els de desestabilització (veure Sec. 1.3.2).

La majoria d'experiments que s'han adreçat a estudiar processos d'imbibició espontània s'han realitzat amb el medi desordenat col·locat verticalment [BBC⁺92; HS95; GMH02]. La força de gravetat, en sentit oposat a l'avançament del front, limita el comportament tipus Washburn a escales de temps molt curtes [FD08a]. Els experiments amb presència de gravetat s'han centrat típicament en estudiar l'efecte de les forces d'ancoratge i les relacions d'escala en aquest règim. Per altra banda sempre s'ha estudiat el règim on la pressió a l'entrada de fluid era la mateixa que a la fase de fluid desplaçat.

Fent ús del dispositiu experimental descrit a la Sec. 2.4, amb el desordre SQ

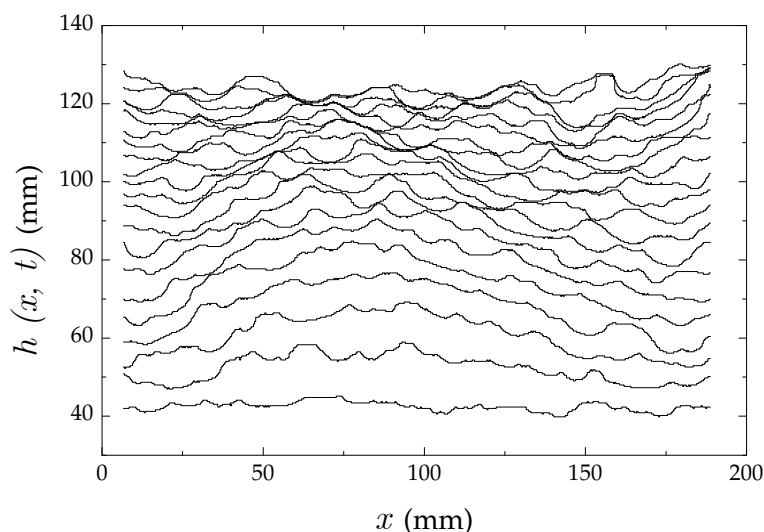


Figura 3.1: Evolució temporal de la interfície oli-aire per al cas en que $H = -9$ mm. Les interfícies estan separades en intervals de temps de 100 s.

1.50, es realitzen experiments d'imbibició espontània on el fluid invasor emprat, oli de silicona (veure Sec. 2.3.2), penetra en un medi desordenat desplaçant aire. En aquest capítol es caracteritzen les fluctuacions de la interfície fluida en un procés d'imbibició espontània en absència de gravetat, en un sistema en què el desordre del medi està ben controlat (veure Sec. 2.2.2). Es consideren diferents pressions a l'entrada del medi i, mitjançant l'estudi de les fluctuacions de la interfície, es fa una classificació dels diferents escalaments dinàmics que s'observen [SMP⁺05; PPHMO07]. Aquests diferents escenaris són resultat de la rellevància que prenen les diferents forces implicades en el procés d'imbibició. D'altra banda s'estudia la dinàmica macroscòpica de les interfícies en processos d'imbibició, tant en el cas d'absència de la gravetat com en el cas en què aquesta és present gràcies a la modificació del dispositiu I presentada a la Sec. 2.4.1.

3.1 Comportament macroscòpic

3.1.1 Dinàmica macroscòpica en absència de gravetat

La Fig. 3.1 mostra l'evolució d'una interfície oli-aire a mesura que penetra en el medi desordenat per una pressió donada. En aquesta figura es pot observar com el front fluid es va aturant a mesura que passa el temps. S'ha verificat que la dinàmica macroscòpica de les interfícies en els presents experiments satisfan la llei de Washburn [Was21] $\langle h \rangle = At^{1/2}$, com es pot veure a la Fig. 3.2. La pressió a l'entrada de fluid es controla mitjançant l'alçada H de la columna d'oli que es fa servir com a reservori (veure Sec. 2.4) i, per tant, és $P_0 = p_{atm} + \rho g H$, on p_{atm} és

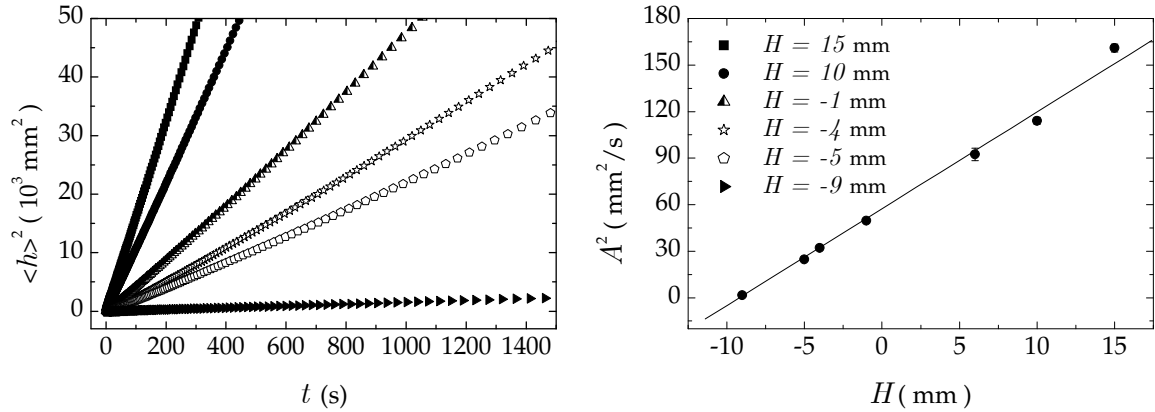


Figura 3.2: Esquerra: posició mitja al quadrat de $h(t)$ en funció del temps per diferents altures de la columna d'oli H . Es pot observar com el procés d'imbibició satisfà la llei de Washburn, $\langle h \rangle = At^{1/2}$. Dreta: dependència del prefactor de la llei de Washburn, A , amb l'alçada de la columna H . La línia és resultat d'un ajust lineal a les dades experimentals amb la forma $A^2 = 6.5H + 57.4 \text{ mm}^2/\text{s}$.

la pressió atmosfèrica. La pressió a l'altre extrem de la cel·la, obert a l'exterior, és p_{atm} . S'han investigat diferents alçades de la columna d'oli per tal de tenir diferències de pressió diferents entre l'entrada i el front de fluid. A la Taula 3.1 estan representades les H juntament amb les velocitats mitjanes del front tant a l'inici de l'experiment com quan la interfície es troba a una distància de 350 mm de l'entrada de fluid. S'ha comprovat experimentalment que per $H < -10 \text{ mm}$ la interfície de fluid no penetra dins la cel·la.

La velocitat del fluid dins una cel·la de Hele-Shaw segueix la llei de Darcy (veure Sec. 2.2.1), i la pressió a la interfície és $P_{int} = p_{atm} - p_c - \sigma\kappa_{||}$, on $p_c \simeq$

Taula 3.1: Velocitats mitjanes del front (inicial i a $\langle h \rangle = 350 \text{ mm}$) i el prefactor de la llei de Washburn per cadascun dels experiments que es presenten.

| H (mm) | V_0 (mm/s) | $V_{\langle h \rangle=350 \text{ mm}}$ (mm/s) | A (mm/s $^{1/2}$) |
|----------|-----------------|---|----------------------|
| -9 | 0.05 ± 0.02 | — | 1.26 ± 0.15 |
| -5 | 0.46 ± 0.11 | 0.036 ± 0.003 | 4.96 ± 0.10 |
| -4 | 0.55 ± 0.12 | 0.047 ± 0.003 | 5.66 ± 0.10 |
| -1 | 0.67 ± 0.20 | 0.061 ± 0.004 | 7.04 ± 0.10 |
| 10 | 1.36 ± 0.24 | 0.17 ± 0.01 | 10.68 ± 0.10 |
| 15 | 1.61 ± 0.25 | 0.23 ± 0.02 | 12.69 ± 0.10 |

$2\sigma \cos \theta/b$ és la diferència de pressió deguda a la curvatura del menisc (σ és la tensió superficial, $b(x, y)$ és l'espaiat variable entre les plaques de la cel·la i θ és l'angle de contacte entre l'oli de silicona, l'aire i les plaques inferior i superior de la cel·la) i $\sigma\kappa_{\parallel}$ és la diferència de pressions deguda a la curvatura κ_{\parallel} al llarg de la interfície. Aquest últim terme és negligible enfront de l'anterior terme ($\sigma\kappa_{\parallel} \ll 2\sigma \cos \theta/b$). Amb aquesta informació es pot escriure la velocitat del fluid a la interfície com

$$u = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla P = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{P_{int} - P_0}{\langle h \rangle} = \frac{\kappa p_c + \rho g H}{\mu \langle h \rangle}, \quad (3.1)$$

on κ és la permeabilitat de la cel·la i μ la viscositat dinàmica de l'oli. D'aquesta equació es pot extreure l'alçada crítica de la columna d'oli per a la qual el front ja no penetra en el medi, com la $H = H_c$ tal que $u = 0$. Imposant aquesta condició a la Eq. (3.1) s'obté

$$H_c = -\frac{p_c}{\rho g} = -\frac{2\sigma}{b\rho g} = -9.20 \text{ mm}, \quad (3.2)$$

on es considera que el fluid mulla perfectament ($\theta = 0^\circ$), consideració que està d'acord amb l'observació experimental [Sor03].

Tenint en compte que de l'Eq. (3.1) s'extreu que $u\langle h \rangle \sim H$, i que l' $\langle h \rangle$ dels experiments satisfà la llei de Washburn $\langle h \rangle = At^{1/2}$, s'obté que $\langle \dot{h} \rangle \langle h \rangle = A^2/2$, on $\langle \dot{h} \rangle = u$. Per tant, el prefactor de la llei de Washburn dependrà de l'alçada de la columna d'oli com $A^2 \sim H$, relació verificada a la Fig. 3.2 dreta. De l'ajust de les dades representades al panell dret de la Fig. 3.2 també es pot obtenir H_c com la H que anul·la A . Si $A^2 = C_1 H + C_2$, aleshores

$$H_c = -\frac{C_2}{C_1} = -8.8 \pm 0.7 \text{ mm}. \quad (3.3)$$

Valor que està en bon acord amb el que s'obté de l'Eq. (3.2), i amb el que s'observa experimentalment, on la mesura amb una H més baixa correspon a $H = -9$ mm, i per $H = -10$ mm el fluid ja no avança.

3.1.2 Dinàmica macroscòpica en presència de gravetat

Mitjançant la modificació aplicada al dispositiu I (veure Sec. 2.4.1), s'ha estudiat el comportament de la dinàmica macroscòpica dels fronts d'imbibició en presència de gravetat en inclinar la cel·la un angle de $\psi = 5^\circ$ respecte de l'horitzontal. A la Sec. 1.1.1 s'ha mostrat la derivació del comportament de $\langle h \rangle$ amb el temps, i s'ha posat de manifest que la presència de la gravetat modifica el comportament tipus llei de Washburn en un procés d'imbibició espontània on $P_0 = p_{atm}$, donant lloc

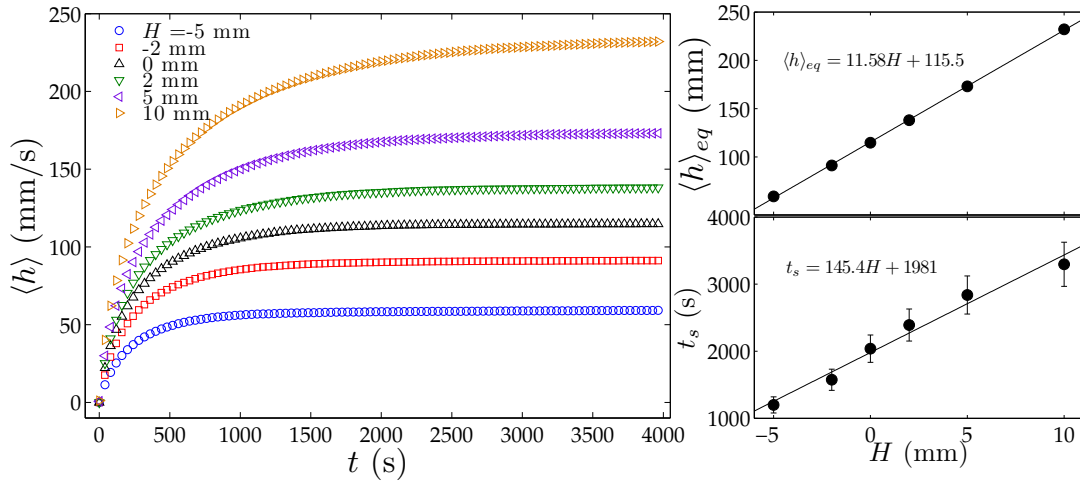


Figura 3.3: Esquerra: evolució temporal de $\langle h \rangle$ per diferents pressions aplicades a l'entrada del medi desordenat. A la figura es pot veure com la dinàmica satura a un règim estacionari. Part superior dreta: es mostra la dependència de $\langle h \rangle_{eq}$ amb la pressió imposada. S'ha agafat com a $\langle h \rangle_{eq}$ el valor de $\langle h \rangle(t_f)$, on t_f és el final de l'experiment. Per aquesta raó no es representen les barres d'error. Part inferior dreta: dependència del temps de saturació t_s amb la pressió imposada. Aquests valors s'han extret mitjançant una estimació del punt en què les corbes de la figura de l'esquerra arriben a un valor gairebé constant.

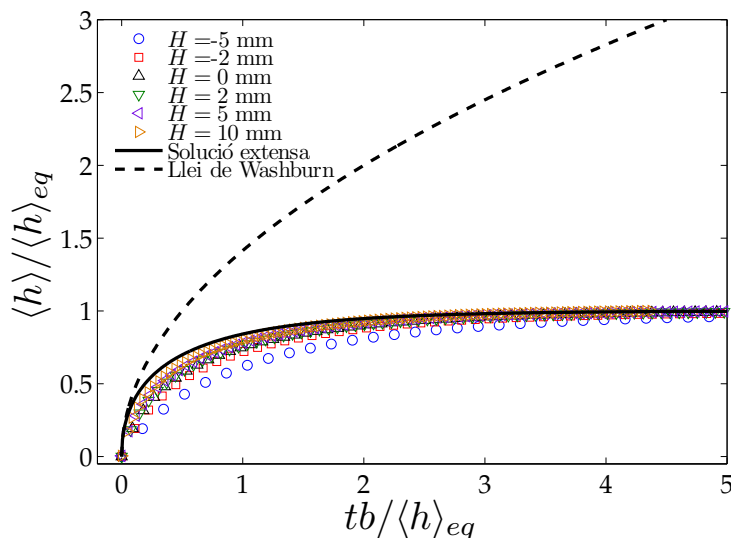
a la solució extensa (veure Eq. (1.17)). A la Fig. 3.3 esquerra es mostra l'evolució temporal de $\langle h \rangle$ pel cas on s'apliquen pressions diferents a l'entrada del fluid. En el cas de fer servir el medi desordenat presentat a la Sec. 2.2 i d'introduir una diferència de pressió mitjançant la columna d'oli del dispositiu I, l'Eq. (1.7) s'escriurà de la següent forma

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{b} + \rho g H = \rho g \langle h \rangle \sin \psi + \frac{\mu \langle \dot{h} \rangle}{\kappa} \langle \dot{h} \rangle. \quad (3.4)$$

D'aquesta equació es pot extreure el comportament de $\langle h \rangle_{eq}$ en funció de la pressió imposada al dipòsit d'oli. Imposant $\langle \dot{h} \rangle = 0$ s'obté que $\langle h \rangle_{eq} \sim H$. Aquesta relació lineal es confirma a la Fig. 3.3. D'altra banda a [FD08a] s'obté que el temps de saturació t_s , definit com el temps en què $\langle h \rangle$ esdevé gairebé constant, té una dependència tal que $t_s \sim \langle h \rangle_{eq} \sim H$. Aquest comportament es verifica també a la Fig. 3.3.

Finalment es comparen les corbes de la dinàmica macroscòpica dels fronts d'imbibició en presència de la gravetat amb la solució extensa derivada per Fries i Dreyer [FD08a]. Per tal de comparar els resultats experimentals amb aquesta solució es farà servir la versió adimensional d'aquesta (Eq. 1.18). A la Fig. 3.4 es mostren els resultats experimentals i es comparen amb la solució extensa i amb la

Figura 3.4: Comparació de la dinàmica macroscòpica dels fronts d'imbibició en presència de gravetat obtinguda dels experiments amb les solucions de la llei de Washburn (Eq. (1.8)) i la solució extensa (Eq. (1.17)). El factor b és defineix a la Sec. 1.1.1 i val $\kappa\rho g \sin \psi / \mu$.



lleis de Washburn. És evident que el comportament de $\langle h \rangle$ amb el temps no segueix la llei de Washburn, com es pot apreciar a la Fig. 3.4. Els resultats experimentals s'ajusten, encara que no del tot satisfactoriament, amb la solució extensa. La desviació és molt similar a l'observada per Fries i Dreyer (veure Sec. 1.1.1) i es deu a possibles efectes que no es tenen en compte en fer la descripció de la dinàmica de $\langle h \rangle$. Aquesta desviació de la solució extensa és més gran per experiments amb diferències de pressió negatives. Això pot indicar que l'efecte que no s'ha tingut en compte depengui de la pressió aplicada.

3.2 Diferències de pressió positives

Es considera el cas en absència de gravetat (cel·la horitzontal). Quan la diferència de pressió a l'entrada d'oli a la cel·la de Hele-Shaw és positiva i prou elevada, la interfície avança pel medi desordenat gràcies a l'empenta deguda a la diferència de pressions i a les forces capil·lars degudes a la geometria interna del medi. Si es comparen les morfologies dels fronts per diferents diferències de pressió a l'entrada del medi (veure Figs. 3.1 i 3.5 esquerra), es pot veure que en incrementar la diferència de pressió de manera positiva les interfícies resulten més suaus i no s'observa cap indicatiu d'ancoratge al llarg de l'experiment.

És important comentar que les interfícies en aquest règim presenten la petita deformació produïda per la preferència del fluid per avançar pels límits laterals de la cel·la que s'ha comentat a la Sec. 2.7.1. Aquesta deformació és important degut a que en aquest règim les interfícies són molt suaus i l'amplada de la interfície queda emmascarada per aquest efecte. Per tal d'evitar-ho, les mesures a pressions

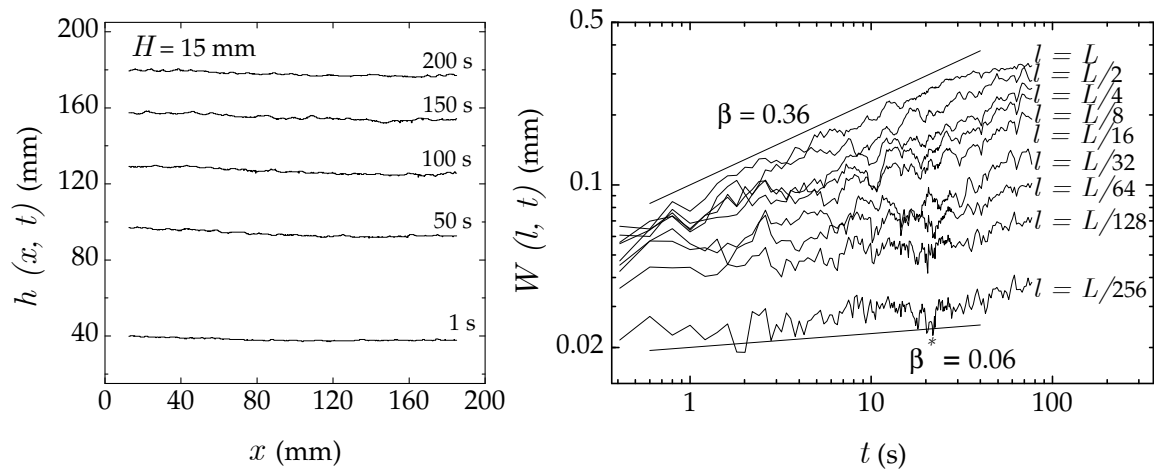


Figura 3.5: Esquerra: seqüència d'interfícies per l'experiment amb $H = 15$ mm. Es pot observar que per diferències de pressió altes s'obtenen interfícies molt suaus comparades amb les interfícies de la Fig. 3.1 per $H = -9$ mm. Dreta: representació logarítmica de l'amplada mitjana de la interfície en funció del temps. Es mostra l'evolució de l'amplada per finestres de mides diferents. Les línies amb pendents 0.36 i 0.06 són resultat d'un ajust lineal a la regió d'escalament.

positives es tractaran mitjançant la subtracció d'un polinomi de grau dos com s'ha explicat a la Sec. 2.7.1.

S'ha explorat aquest règim pels casos en què la diferència de pressió a l'entrada del medi desordenat ve donada per una diferència d'alçades de $H = 10$ mm i 15 mm. Per aquestes dues H s'ha obtingut un escenari comú d'escalament. L'amplada estadística de la interfície en funció del temps està representada a la Fig. 3.5 en escala logarítmica, pel cas de $H = 15$ mm, i per nou mides de finestra d'observació diferents. Aquestes corbes revelen un comportament de llei de potències. Del creixement de l'amplada de la interfície per a la finestra d'observació $l = L$ es pot extreure l'exponent de creixement $\beta = 0.36 \pm 0.02$. Per altra banda, la finestra més petita, de mida $l = L/256$, no mostra un indicati clar de creixement; de fet, el resultat d'un ajust a les dades dona un exponent molt proper a zero (veure Taula 3.2). El fet que diferents escales saturin a diferents temps es pot esperar en un escenari d'escalament tipus Family-Vicsek, on la saturació de l'amplada depèn de la finestra d'observació, i en aquest cas per $l = L/256$ la saturació es produeix molt aviat.

La Fig. 3.6 mostra un estudi de les fluctuacions de la interfície mitjançant l'espectre de potències. De l'espectre es pot observar que les escales més grans (q petites) saturin amb el temps: a mesura que passa el temps el règim llei de potències

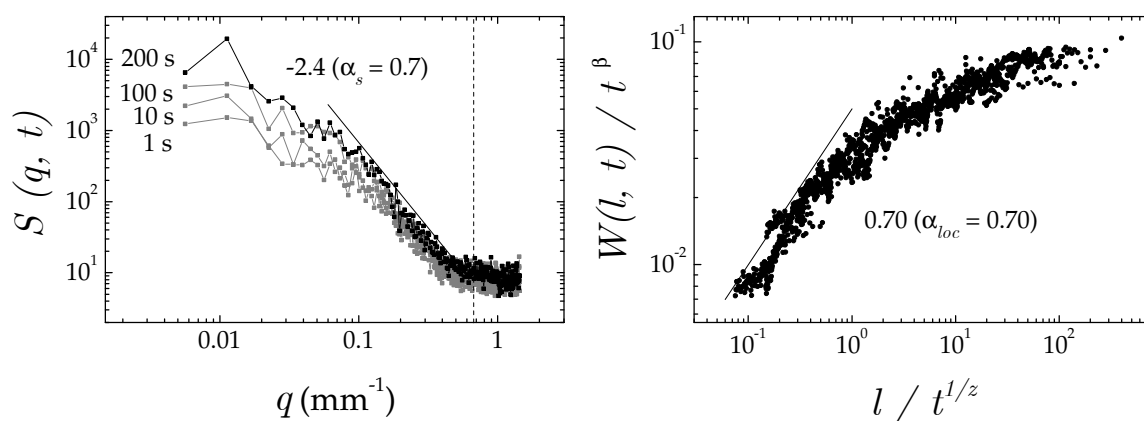


Figura 3.6: Esquerra: espectre de potències de les fluctuacions de la interfície per $H = 15$ mm. La llei de potències proporciona el valor de l'exponent espectral de rugositat α_s . La línia vertical discontinua indica el valor de $q = 0.67 \text{ mm}^{-1}$ associat a la mida lateral de la unitat de desordre $l_d = 1.50 \text{ mm}$. Dreta: col·lapse de les dades presentades a la Fig. 3.5 fent servir $\beta = 0.36$ i $z = 2$. La línia és una guia per l'ull i representa una llei de potències amb un exponent 0.70.

s'estén a q més petites. La regió saturada de l'espectre de potències està caracteritzada per l'exponent de rugositat espectral α_s . L'absència d'un desplaçament vertical entre les diferents corbes de la Fig. 3.6 indica que $\alpha = \alpha_s = 0.7 \pm 0.15$, i permet descartar la possibilitat que l'escalament de les fluctuacions de la interfície sigui del tipus anòmal intrínsec (veure Sec. 1.2.3).

El conjunt d'exponents necessaris per caracteritzar les fluctuacions crítiques de les interfícies en aquest règim pot ser derivat completament a partir de la informació obtinguda de les Figs. 3.5 (d'on s'obté β i β^*) i 3.6 (α). Amb aquesta informació s'obtenen els següents valors per als altres exponents fent servir les relacions d'escala $\alpha = z\beta$ i $\beta^* = (\alpha - \alpha_{loc})/z$: $\alpha_{loc} = 0.59 \pm 0.23$ i $z = 1.9 \pm 0.4$. El fet de tenir un exponent de rugositat $\alpha < 1$ descarta la possibilitat de tenir un escalament superrugós, i $\alpha = \alpha_s$ descarta l'escalament anòmal intrínsec. Si s'hi afegeix que l'exponent β^* és molt proper a 0 (veure Fig. 3.5 i la Taula 3.2), es pot conclure definitivament que el règim estudiat s'inclou dins de l'escalament tipus Family-Vicsek, amb els exponents llistats a la Taula 3.2. Per comprovar si aquests resultats són correctes és possible realitzar un col·lapse de l'amplada interfacial per diferents temps i mides de finestra, fent servir l'exponent dinàmic $z = 2$. El col·lapse resultant per el cas $H = 15 \text{ mm}$ es pot veure a la Fig. 3.6 dreta.

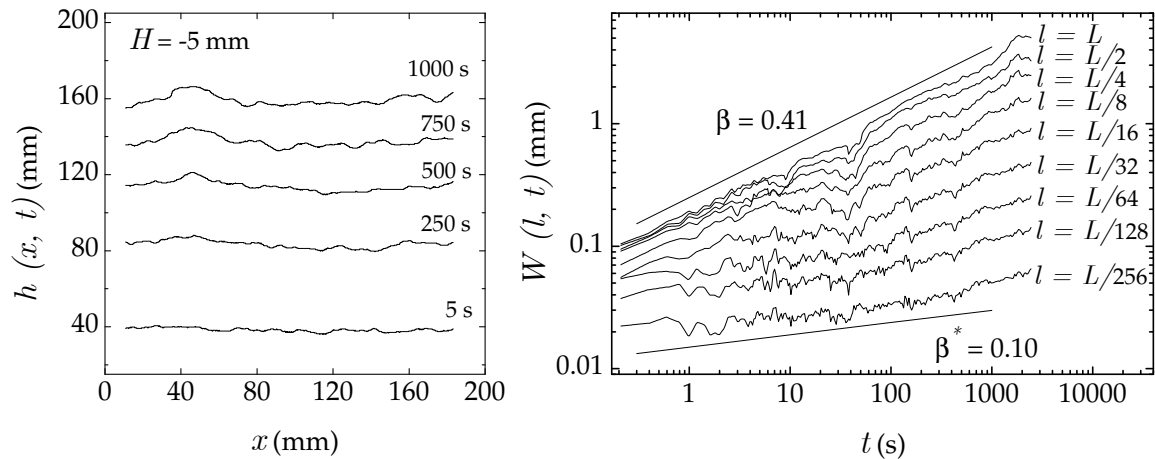


Figura 3.7: Esquerra: seqüència d'interfícies per un experiment amb $H = -5$ mm, fent servir la mateixa configuració de desordre que a la seqüència de la Fig. 3.5. Dreta: representació logarítmica de l'amplada mitjana de la interfície en funció del temps. Es mostra l'evolució de l'amplada per finestres de diferents mides. Les línies amb pendents 0.41 i 0.10 són resultat d'un ajust lineal de les dades en escala logarítmica a la regió d'escalament.

3.3 Diferències de pressió negatives

A la Sec. 3.2 s'han estudiat les fluctuacions d'una interfície fluida en un procés d'imbibició espontània en absència de gravetat on tant les forces capil·lars del medi com la pressió a l'entrada de fluid ajudaven la interfície a penetrar en el medi. A continuació s'estudia el comportament estadístic de les fluctuacions de la interfície quan es fa que la pressió a l'entrada de la cel·la sigui negativa, oposant-se així a l'avançament del fluid provocat per les forces capil·lars. En imposar una diferència de pressions suficientment gran, s'obté un balanç de forces que farà avançar la interfície molt lentament (veure Fig. 3.2).

El contrast entre les forces capil·lars que tiren del front fluid i la força que s'oposa a l'avançament degut a la diferència de pressió aplicada ($\Delta p_a = \rho g H < 0$), jugarà un paper clau en la manera com escalen les fluctuacions de la interfície. Per aquesta raó primer s'han estudiat alçades de la columna d'oli que resulten en una diferència no molt gran entre aquestes dues forces ($H = -4$ i -5 mm), i a continuació s'ha estudiat el cas en què $H \simeq H_c$, i per tant les forces capil·lars i la pressió hidrostàtica que s'oposa al moviment són gairebé idèntiques però de signe contrari.

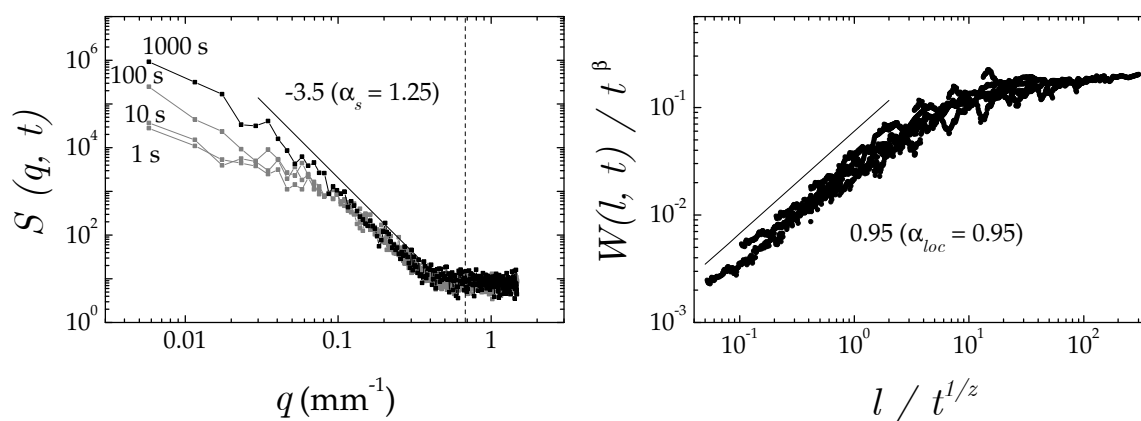


Figura 3.8: Esquerra: espectre de potències de les fluctuacions de la interfície per $H = -5$ mm. La línia recta amb pendent -3.5 és un ajust a les dades dins de la regió d'escalament. La llei de potències proporciona el valor de l'exponent espectral de rugositat α_s . La línia vertical discontinua indica el valor de $q = 0.67 \text{ mm}^{-1}$ associat a la mida lateral de la unitat de desordre. Dreta: col·lapse de les dades presentades a la Fig. 3.7 fent servir $\beta = 0.41$ i $z = 3$. La línia és una guia per l'ull i representa una llei de potències amb un exponent $\alpha_{loc} = 0.95$.

3.3.1 Diferències de pressió $> H_c$

A la Fig. 3.7 es mostra l'evolució de la interfície amb el temps pel cas en què $H = -5$ mm, i el creixement de l'amplada d'aquesta per diferents finestres d'observació. Les corbes de $W(l, t)$ (i les corresponents pel cas $H = -4$ mm) presenten clarament un comportament del tipus llei de potències. Com es pot apreciar a la Fig. 3.7 dreta, l'exponent de les lleis de potències canvia amb l'escala d'observació, indicant que l'escalament d'aquestes fluctuacions no és Family-Vicsek [FV85] on $\beta^* = 0$, i per tant l'escenari d'escalament serà diferent al trobat a la Sec. 3.2. Pel cas de $H = -5$ mm s'obté un exponent de creixement $\beta = 0.41 \pm 0.02$ i de creixement anòmal $\beta^* = 0.10 \pm 0.03$. S'ha de tenir en compte l'absència de *plateau* (règim pla) a temps llargs; això indica que la longitud de correlació no ha assolit la mida del sistema durant l'experiment.

La Fig. 3.8 mostra l'estudi de les fluctuacions de la interfície mitjançant l'espectre de potències. És possible veure com les escales més grans saturen amb el temps. Un punt a tenir en compte és l'absència d'un desplaçament vertical de l'espectre de potències dependent del temps. Això significa que $\alpha = \alpha_s = 1.25 \pm 0.15$ i descarta que l'escalament de les fluctuacions sigui del tipus anòmal intrínsec. Això, més el fet que $\alpha_s > 1$, implica que s'està en presència d'un escalament de les interfícies

del tipus superrugós.

Amb els exponents β , β^* i α obtinguts de les les corbes $W(l, t)$ i $S(k, t)$ es pot extreure la resta d'exponents: $\alpha_{loc} = 0.95 \pm 0.30$ i $z = 3.0 \pm 0.4$. La totalitat dels resultats, per als experiments a $H = -5$ i -4 mm, es poden consultar a la Taula 3.2. Amb la col·lecció d'exponents identificada, és possible verificar el tipus d'escalament superrugós i el valor dels exponents: fent servir els valors de $\beta = 0.41$ i $z = 3$ és possible col·lapsar les corbes de $W(l, t)$ com es pot veure a la Fig. 3.8. Aquest col·lapse confirma que el règim estudiat està governat per una longitud de correlació que creix amb el temps com $t^{1/3}$, creixement diferent de $t^{1/2}$ obtingut a la Sec. 3.2 per pressions positives.

3.3.2 Diferències de pressió $\rightarrow H_c$

A continuació es mostren els resultats pel cas en què la pressió de la columna d'oli (que s'oposa a què la interfície penetri dins del medi desordenat) és suficientment gran com per gairebé compensar la força capil·lar que fa avançar el front fluid. A l'hora d'estudiar aquest règim, s'ha seleccionat una alçada per a la columna d'oli de $H = -9$ mm, propera a l'alçada límit a partir de la qual la interfície ja no avançaria (veure Eq. (3.2)). En aquestes condicions, el gradient de pressió entre l'entrada de fluid al medi i la interfície compensa la tracció produïda per les forces capil·lars, i la interfície avança molt lentament. Com es pot veure a la Taula 3.1, el prefactor de la llei de Washburn per aquest cas és de $A = 1.26 \pm 0.15$ mm/s^{1/2}, i la velocitat mitjana del front a l'inici de l'experiment és de $V_0 = 0.05 \pm 0.02$ mm/s. D'altra banda s'ha mesurat que la velocitat del front decau en un 84% durant l'experiment. A la Fig. 3.1 es pot veure un exemple de com canvia la morfologia del front d'imbibició en aquest règim, i com es va frenant.

La representació de l'amplada mitja de la interfície, $W(l, t)$, en funció del temps per mides diferents de finestra d'observació, es pot veure a la Fig. 3.9. El comportament d'aquestes corbes segueix una llei de potències amb exponents clarament diferents per escales grans i petites: $\beta = 0.64 \pm 0.02$ i $\beta^* = 0.33 \pm 0.03$ respectivament. El valor de l'últim exponent és robust i diferent de zero. Aquestes corbes també proporcionen una altra informació: totes les escales saturen al mateix temps, al voltant de 6800 s. Aquests dos fets descarten la possibilitat de que l'escalament sigui Family-Vicsek, i en canvi apunten cap a algun tipus d'escalament anòmal.

En estudiar el comportament de les fluctuacions de la interfície a l'espai de Fourier mitjançant l'espectre de potències (Fig. 3.9), es pot observar de nou que les escales de longitud grans saturen amb el temps. En aquest cas, en contra del

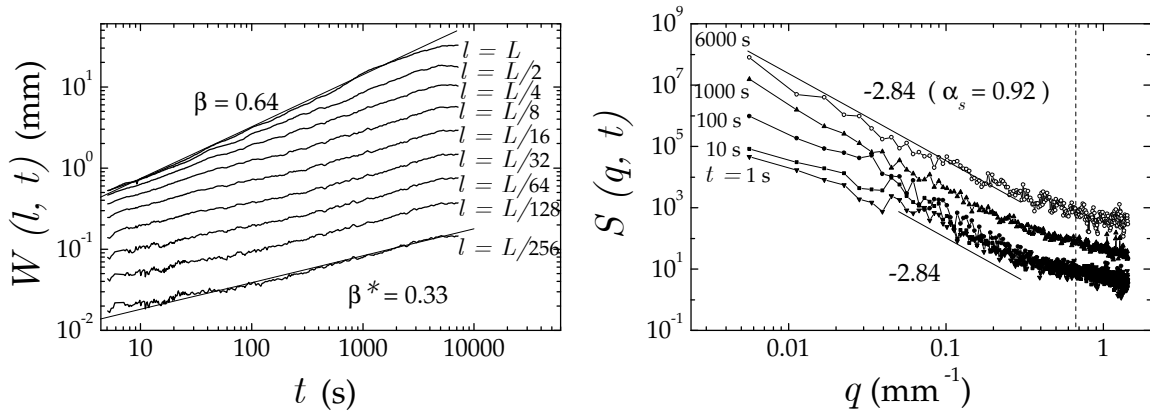


Figura 3.9: Esquerra: representació logarítmica de l'amplada mitjana de la interfície en funció del temps. Es mostra l'evolució de l'amplada per finestres de diferents mides. Les línies amb pendents 0.64 i 0.33 són resultat d'un ajust a la regió d'escalament. Dreta: espectre de potències de les fluctuacions de la interfície per $H = -9$ mm. Les línies rectes amb pendent -2.84 són ajustos a les dades dins de la regió d'escalament. La llei de potències proporciona el valor de l'exponent espectral de rugositat α_s . La línia vertical discontinua indica el valor de $q = 0.67 \text{ mm}^{-1}$ associat a la mida lateral de la unitat de desordre.

que succeïa anteriorment, s'observa un desplaçament vertical dels espectres de potències a mesura que passa el temps. Aquest desplaçament indica que $\alpha_s \neq \alpha$ (veure Sec. 1.2.3), i només es troba en el cas que les fluctuacions de la interfície es puguin classificar dins de les famílies d'escalament anòmal intrínsec o facetat [Ram02]. De la regió que es comporta com una llei de potències es pot extreure l'exponent de rugositat espectral: $\alpha_s = 0.92 \pm 0.11$.

Com que l'espectre de potències no proporciona el valor de l'exponent de rugositat α com en els casos anteriors, serà necessari recórrer a un altre tipus d'anàlisi per tal de caracteritzar l'escalament de les fluctuacions en aquest règim. L'exponent de rugositat local, α_{loc} , es pot obtenir directament a partir de $W(l, t)$ en funció de la mida de les finestres d'observació per escales saturades, com $W \sim l^{\alpha_{loc}}$. Com es pot veure a la Fig. 3.10, el comportament de $W(l, t)$ és el d'una llei de potències, amb un exponent $\alpha_{loc} = 0.94 \pm 0.10$. En aquesta figura també es pot observar com les escales més grans saturen amb el temps (en passar de la regió *plateau* a la regió llei de potències). El valor que s'obté per α_{loc} és molt semblant al de α_s .

Un cop s'han determinat els tres exponents independents necessaris, ja es pot determinar la resta d'exponents mitjançant les relacions d'escalament (Sec. 1.2.3). S'obtenen els exponents $\alpha = 1.94 \pm 0.20$ i $z = 3.0 \pm 0.3$. Tota la col·lecció d'exponents, juntament amb el comportament de l'espectre de potències, indiquen que

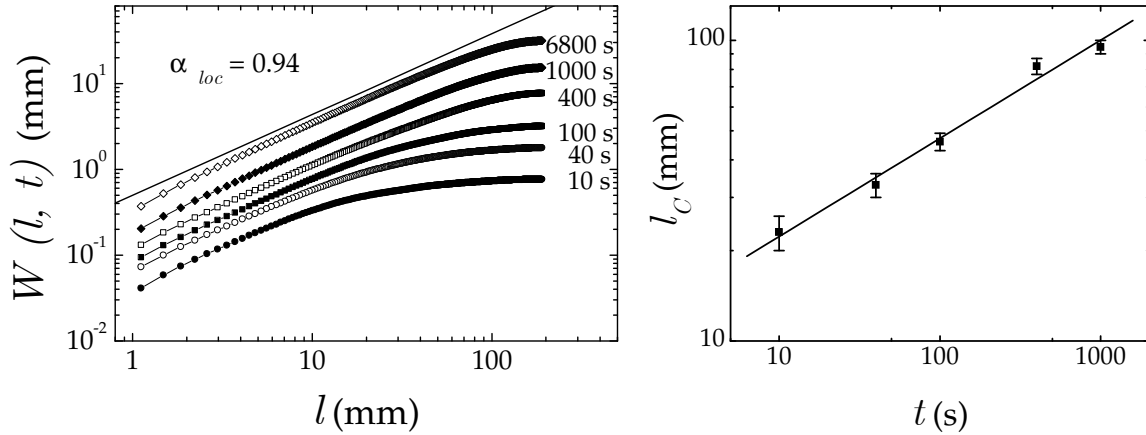


Figura 3.10: Esquerra: representació logarítmica de l'amplada mitjana de la interfície en funció de la mida de la finestra d'observació l per diferents instants de temps. La línia amb pendent 0.94 és resultat d'un ajust lineal. Dreta: longitud de correlació l_c en funció del temps. El comportament $t^{1/3}$ està representat per una línia recta.

l'escalament de les fluctuacions de la interfície pertany a l'escenari d'escalament anòmal intrínsec (on $\alpha_{loc} = \alpha_s$) amb un $\alpha_{loc} \simeq 1$.

Com s'ha comentat anteriorment, la Fig. 3.10 mostra com la $W(l, t)$ per l grans satura amb el temps. Això dóna una observació directa del creixement de la longitud de correlació lateral $l_c \sim t^{1/z}$ (Eq. (1.38)). Tot determinant el punt on es produeix el canvi de comportament entre la llei de potències i el *plateau*, s'ha estimat l_c per cada instant de temps. A la Fig. 3.10 s'ha representat l'escala on es produeix aquest canvi de comportament, l_c , en funció del temps. La incertesa a l'hora d'estimar aquests valors és força gran, però el resultat és consistent amb el resultat esperat de $l_c \sim t^{1/3}$.

Taula 3.2: Compendi dels exponents d'escalament. Les sigles que apareixen a l'última columna representen el tipus d'escalament al que pertany cada cas. AI: Anòmal intrínsec, SR: Superrugós i FV: Family-Vicsek.

| H (mm) | β | α | α_{loc} | β^* | z | |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|----|
| -9 | 0.64 ± 0.02 | 1.94 ± 0.20 | 0.94 ± 0.10 | 0.33 ± 0.03 | 3.0 ± 0.3 | AI |
| -5 | 0.41 ± 0.02 | 1.25 ± 0.15 | 0.95 ± 0.30 | 0.10 ± 0.03 | 3.0 ± 0.4 | SR |
| -4 | 0.42 ± 0.02 | 1.27 ± 0.15 | 0.97 ± 0.30 | 0.10 ± 0.03 | 3.0 ± 0.4 | SR |
| 10 | 0.34 ± 0.02 | 0.70 ± 0.15 | 0.64 ± 0.20 | 0.03 ± 0.02 | 2.1 ± 0.4 | FV |
| 15 | 0.36 ± 0.02 | 0.70 ± 0.15 | 0.59 ± 0.23 | 0.06 ± 0.03 | 1.9 ± 0.4 | FV |

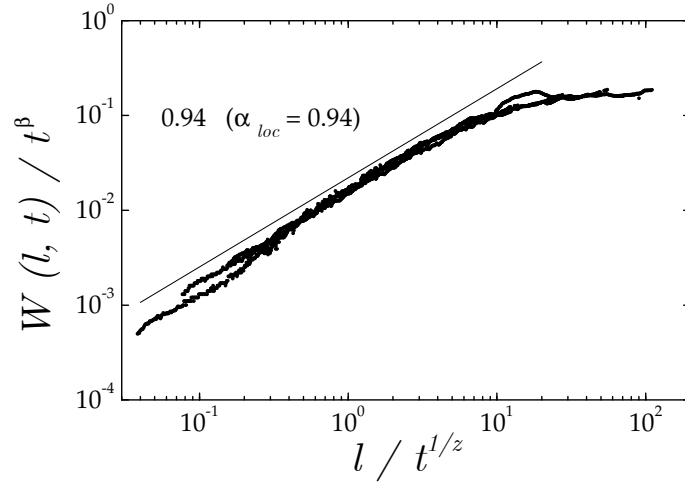


Figura 3.11: Col·lapse de les dades presentades a la Fig. 3.9 fent servir $\beta = 0.64$ i $z = 3$. La línia recta és resultat de fer un ajust a la regió tipus llei de potència.

Finalment, a la Fig. 3.11 es presenta a mode de corroboració el col·lapse de les corbes representades al panell esquerra de la Fig. 3.9 fent servir $\beta = 0.64$ i $z = 3$. Aquest col·lapse és consistent amb els resultats obtinguts i els referma. El col·lapse de la Fig. 3.11 és prou bo com per ajustar una llei de potències en la regió d'escalament, que dóna un altre resultat vàlid per l'exponent α_{loc} . Aquest ajust proporciona un exponent 0.94 ± 0.12 que està en molt bon acord amb el valor que s'havia obtingut mitjançant la relació d'escala $W \sim l^{\alpha_{loc}}$ representada a la Fig. 3.10.

3.4 Discussió

Com s'ha vist a la Sec. 1.3, la part determinista de l'equació interfacial que descriu les fluctuacions de la interfície per al mode de Fourier q en l'aproximació lineal té la forma següent [DRE⁺99; HMSL⁺01]:

$$\dot{\tilde{h}}_q = -\sigma \frac{b^2}{12\mu} q^2 |q| \tilde{h}_q - \langle \dot{h} \rangle |q| \tilde{h}_q. \quad (3.5)$$

La tensió superficial (el terme proporcional a $q^2|q|$) serà l'encarregada d'esmoreir les fluctuacions de longitud d'ona petites, mentre que la pressió viscosa (el terme proporcional a $\langle \dot{h} \rangle |q|$) esmoreeix les fluctuacions de longitud d'ona gran. Com s'ha vist a la Sec. 1.3.2, existeix una escala ξ_c que separa aquests dos mecanismes d'esmoreïment, $\xi_c = \sqrt{\kappa/Ca}$.

Els exponents dinàmics obtinguts en aquest capítol es poden extreure directament de l'Eq. (3.5). Imposant la condició que l'Eq. (3.5) sigui invariant d'escala sota la transformació: $x \rightarrow bx$, $h \rightarrow b^\alpha h$ i $t \rightarrow b^z t$, es pot obtenir l'exponent

¹Nota: $q \rightarrow b^{-1}q$, $\tilde{h}_q \rightarrow b^{\alpha+1}\tilde{h}_q$ i, amb la llei de Washburn, $\langle \dot{h} \rangle \sim t^{-1/2}$, $\langle \dot{h} \rangle \rightarrow b^{-z/2}\langle \dot{h} \rangle$

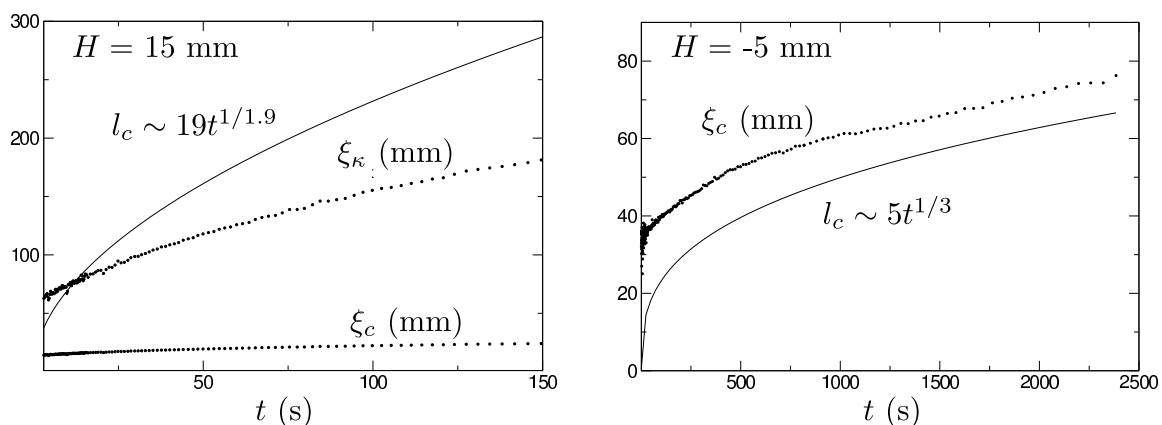


Figura 3.12: Longituds de creuament ξ_c i ξ_κ i longitud de correlació l_c en funció del temps. Esquerra: pel cas de pressions positives $H = 15$ mm. Dreta: pel cas de pressions negatives $H = -5$ mm. Les longituds ξ_c i ξ_κ s'obtenen de fer servir les velocitats obtingudes dels experiments. La constant que relaciona l_c amb el temps tal que $l_c = Bt^{1/z}$ s'ha obtingut de manera diferent depenent del cas. Per $H = 15$ mm s'obté imposant la condició $l_c(t_s) = L$. Per $H = -5$ mm B s'obté del punt d'inflexió del col·lapse de la Fig.3.8. Figures reproduïdes de Planet et al. [PPHMO07].

dinàmic z per cadascun dels dos règims separats per ξ_c . Pel règim dominat per la tensió superficial (escales de longitud inferiors a ξ_c) s'obté $z = 3$, i pel règim dominat per la pressió viscosa (escales de longitud superiors a ξ_c) $z = 2$. Per tant, els diferents exponents obtinguts tenen la seva justificació en el mecanisme d'esmortiment que domina en cadascuna de les situacions. Pels casos $H = 10$ i 15 mm és la pressió viscosa la que domina; de fet $l_c > \xi_c$ per tot l'experiment com es pot veure a la Fig. 3.12 esquerra. En canvi, per $H = -4, -5$ i -9 mm $l_c < \xi_c$ (veure Fig. 3.12 dreta), i serà la tensió superficial la principal encarregada d'esmortir les fluctuacions de la interfície, resultant en un exponent dinàmic $z = 3$.

La dependència temporal de la longitud de creuament ξ_c en el cas d'imbibició espontània, fent ús de la llei de Washburn, és de la següent forma: $\xi_c \sim 1/\sqrt{\langle \dot{h} \rangle} \sim t^{1/4}$. Segons Dubé et al. [DRE⁺99], el creixement de la longitud de correlació $l_c \sim t^{1/z}$ hauria d'estar limitat per aquesta longitud ξ_c , i per tant s'hauria d'observar un exponent dinàmic efectiu $z_{\text{ef}} = 4$, ja que ξ_c té una evolució més lenta que un creixement del tipus $t^{1/3}$ o $t^{1/2}$. Aquest comportament està en bon acord amb els resultats experimentals de [GMH02]. L'afirmació es basa en que, si només es té en compte un desordre en la capil·laritat (p_c), les escales tals que $l > \xi_c$ tenen un $\alpha < 0$ i per tant estan descorrelacionades [LTH⁺05; PLHM07]. En contra d'aquesta predicció, els resultats trobats en experiments d'imbibició espontània en aquest

capítol exhibeixen uns exponents dinàmics $z \simeq 2$ i $z \simeq 3$ [SMP⁺05; PPHMO07], depenent de la pressió aplicada.

La predicció teòrica de Dubé et al. [DRE⁺99] no té en compte dues coses. Primer, els experiments no presenten una velocitat infinita a l'inici, i per tant el valor de ξ_c és no nul quan el fluid comença a penetrar en el medi desordenat. Això fa que tot i que ξ_c creixi més lentament que l_c , es pot donar, i és el que s'observa experimentalment en els casos $H = -4, -5$ i -9 mm, que la longitud de correlació mai no atrapi la longitud de creuament ξ_c (Fig. 3.12) en l'interval de temps de l'experiment (tot i que asimptòticament ho faria). Per aquesta raó es justifica que per les pressions negatives que s'han estudiat no s'obtingui el valor asimptòtic $z_{\text{ef}} = 4$. Segon, el model de "phase-field" emprat per Dubé et al. no té en compte cap terme de desordre en la permeabilitat. L'espaiat dicotòmic del medi desordenat de l'experiment té un efecte sobre la pressió capil·lar a la interfície, p_c , i també afecta la permeabilitat del medi κ (veure Sec. 1.3.1). Aquestes dues fonts de desordre estan separades per una escala característica ξ_κ [PC03]. Per escales $l < \xi_\kappa$, és el desordre en la pressió capil·lar el mecanisme dominant responsable de la rugositat de la interfície, mentre que per $l > \xi_\kappa$ serà el desordre en la permeabilitat el mecanisme que dominarà a l'hora de desestabilitzar el front. A la Fig. 3.12 es pot veure com per $H = 15$ mm, tot i que $l_c > \xi_c$ en tot l'experiment, $l_c > \xi_\kappa > \xi_c$ i per tant el desordre en la permeabilitat s'ha de tenir en compte. Els resultats de la Sec. 3.2 confirmen que tampoc en aquest cas s'obté un exponent dinàmic $z = 4$.

Per altra banda, els resultats de pressions negatives presenten una diferència depenent de si la pressió aplicada és més o menys propera a H_c . Tot i que tots els resultats estudiats amb $H < 0$ estan dominats pel mecanisme d'esmortiment degut a la tensió superficial i no degut a la pressió viscosa, i pel desordre en la pressió capil·lar i no en la permeabilitat, i presenten un exponent dinàmic $z \simeq 3$, el tipus d'escalament per $H > H_c$ és superrugós mentre que per $H \simeq H_c$, on les forces capil·lars són les úniques que actuen sobre la interfície, l'escalament és del tipus anòmal intrínsec. El que s'observa és una transició de l'escalament anòmal intrínsec a l'escalament superrugós en augmentar la pressió a l'entrada. Com indiquen Pradas et al. [PHM06], la presència d'un escalament anòmal intrínsec en imbibició espontània està relacionat amb l'existència d'un alt contrast entre les forces que competeixen a la interfície: el desordre dicotòmic capil·lar $p_c \sim 1/(b + \delta b)$, i la força oposada deguda a la diferència de pressió aplicada $\Delta p_a = \rho g H$. En incrementar Δp_a es produeix un decreixement en el contrast entre les dues forces que contribueixen a la força resultant $p_c + \Delta p_a$ i, aleshores,

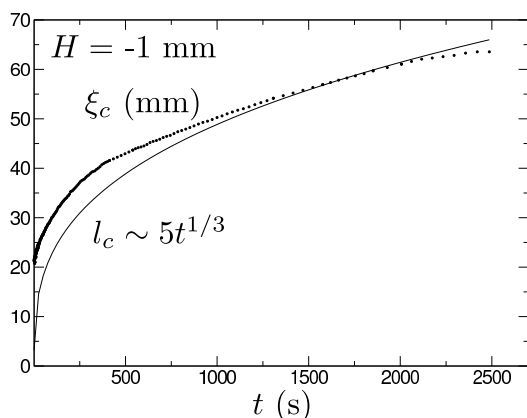


Figura 3.13: Longitud de creuament i longitud de correlació en funció del temps per una altura de la columna d'oli a l'entrada de la cel·la $H = -1$ mm. Figura reproduïda de Planet et al. [PPHMO07].

l'escalament anòmal intrínsec tendeix a desaparèixer tot deixant pas a l'escalament superrugós. A més, pel règim superrugós l'exponent de rugositat obtingut experimentalment, $\alpha \simeq 1.25$, està d'acord amb el resultat obtingut numèricament per Dubé et al. [DRE⁺99] com és d'esperar, ja que en aquest règim el desordre en la permeabilitat no és important.

És important esmentar que també s'han realitzat mesures per altures de la columna d'oli diferents de $H = 10$ i 15 mm, i $H = -4$, -5 i -9 mm, estudiades en aquest capítol. En concret s'han fet experiments amb una alçada de la columna d'oli de $H = -1$ mm. Els resultats obtinguts no són compatibles amb la teoria de l'escalament dinàmic. Aquesta manca d'escalament es pot entendre com el resultat de que les forces que actuen sobre la interfície es compensin i l'escalament del front es trobi en un règim de creuament entre el règims Family-Vicsek i el super-rugós. A la Fig. 3.13 es veu com la longitud de correlació atrapa la longitud de creuament ξ_c en les escales temporals de l'experiment.

3.5 Conclusions

S'ha estudiat el comportament de les fluctuacions de la interfície en la imbibició espontània d'un fluid viscos que penetra en un medi desordenat desplaçant l'aire en absència de gravetat. Els resultats mostren que variar la diferència de pressió aplicada a la entrada del medi desordenat dona lloc a una diversitat d'escenaris d'escalament. Aquests diferents escenaris reflecteixen la importància relativa dels desordres en la capil·laritat i en la mobilitat (que són fruit del desordre dicotòmic del model) i del creuament del règim on l'esmoreïment de les fluctuacions està dominat per la tensió superficial al règim dominat per la pressió viscosa. Els resultats experimentals mostren per primera vegada un creixement d'interfícies en processos d'imbibició espontània amb exponents dinàmics $z = 3$ i $z = 2$. L'obser-

vació de l'exponent dinàmic $z = 2$ demostra que el desordre en la permeabilitat és rellevant en determinades condicions.

L'aparició dels escalaments superrugós i anòmal intrínsec en el present conjunt d'experiments és una diferència substancial amb els resultats obtinguts en imbibició forçada fent ús del mateix dispositiu experimental [SOHM02]. Aquesta diferència es pot atribuir a l'absència de la conservació de massa global.

A banda de la caracterització de les fluctuacions crítiques de la interfície, s'ha verificat que el front fluid avança pel medi desordenat seguint la llei de Washburn en un ampli rang de pressions aplicades. A més s'ha estudiat la dinàmica macroscòpica en processos d'imbibició espontània en presència de gravetat, en què la llei de Washburn és aplicable només al règim inicial, i l'altura de la interfície a temps llargs tendeix a un valor constant de forma exponencial.

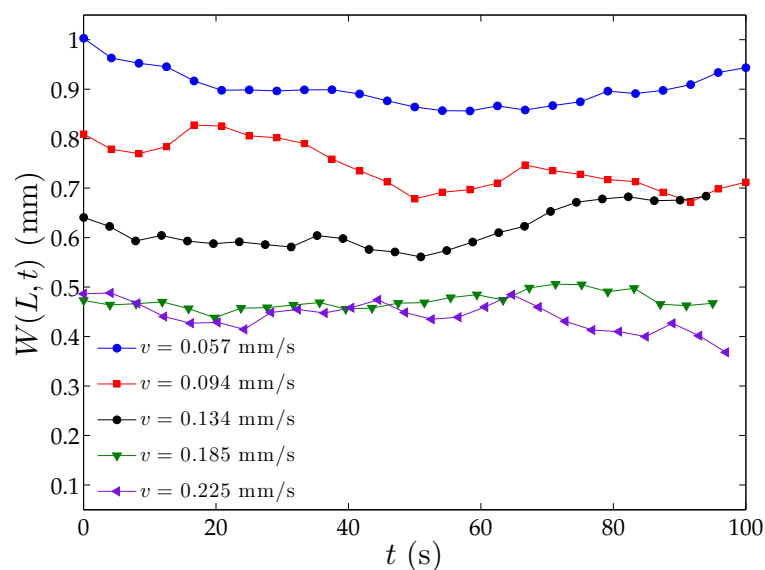
Capítol 4

Fluctuacions locals de la velocitat

La dinàmica espacio-temporal d'interfícies que es propaguen en un medi desordenat ha esdevingut un problema important per a la física estadística de no-equilibri en els últims anys [Kar98; Fis98]. S'ha trobat que una gran varietat de sistemes físics de natura microscòpica diferent [FWN95; CMW⁺07; MSST06; DZ00; RGGR98], quan se'ls sotmet a un forçament extern lent, presenten un avanç intermitent, caracteritzat per unes allaus que són invariants d'escala en un rang molt ample de grandàries i durades [SDM01]. Contràriament al que passa en molts altres sistemes físics, on la dinàmica només pot ser estudiada mitjançant mesures de magnituds globals (e.g. soroll de Barkhausen [DZ06]), en el cas de la imbibició d'un fluid en un medi desordenat quasi-bidimensional i dissenyat apropiadament es té l'avantatge de poder capturar la dinàmica local tant en espai com en temps [DC98; SOHM02; PPHMO07].

En aquest treball es caracteritza la dinàmica local dels fronts en experiments d'imbibició forçada en un rang de velocitats d'injecció: 0.057–0.225 mm/s, fent us del dispositiu II (Sec. 2.5) amb un desordre del tipus SQ 0.40. S'estudia aquest rang de velocitats perquè l'interès principal és veure el comportament de la dinàmica quan el sistema s'apropa al punt d'ancoratge ($v = 0$). El rang de velocitats emprat comprèn les velocitats més baixes a les que es pot arribar amb la bomba d'injecció de què es disposa en el dispositiu II sense que la interfície es torni multivaluada ni la influència de l'avançament preferencial per les parets laterals de la cel·la sigui massa important. En aquest capítol, partint del camp de velocitats locals $v(x, h(x, t))$, es defineixen les allaus com conjunts de punts on la velocitat ha superat un llindar arbitrari de velocitat. Els resultats que es presenten a continuació mostren que aquestes allaus s'extenen en un gran rang d'escala tant espacials com

Figura 4.1: Representació de l'evolució temporal de l'amplada estadística de les interfícies per a totes les velocitats que s'han estudiat en aquest capítol. No s'aprecia cap indicatiu de creixement de W en el temps. Com que la resolució espacial és $r = 0.098$ mm, les fluctuacions de W són irrellevants.



temporals. Quan es redueix la velocitat mitjana del front sistemàticament, $v \rightarrow 0$, les distribucions de les allaus esdevenen lleis de potències, signatura de que el sistema s'apropa a un punt crític per a la dinàmica de la imbibició situat a $v = 0$.

4.1 Caracterització estadística de les fluctuacions de la interfície

Com s'ha vist a la Sec. 1.3 els fronts d'imbibició pateixen un procés de rugositat dinàmic i evolucionen amb el temps fins assolir un estat estacionari amb fluctuacions crítiques [BS95]. Per tal d'evitar que aquest procés dinàmic de creixement afecti l'estudi estadístic de les fluctuacions, s'ha de comprovar que les fluctuacions de la interfície han assolit aquest estat estadísticament estacionari. Per això, els fronts d'imbibició enregistrats es troben a 150 mm en la direcció y de l'entrada del fluid a la cel·la. A la Fig. 4.1 es pot observar que l'amplada de les interfícies no presenta un creixement sistemàtic en el temps, la qual cosa permet assegurar que les fluctuacions dels fronts són estacionàries.

L'amplada estadística de les fluctuacions de la interfície també identifica la longitud de correlació i l'exponent de rugositat local dels fronts (veure Sec. 1.2.3). Primer, el fet que l'amplada estadística de les interfícies sigui estacionària (Fig. 4.1) indica que la longitud de correlació roman constant al llarg de l'experiment. Segon, l'amplada de les fluctuacions escala amb la mida de la finestra l fins a assolir un règim plà (Fig. 4.2). Això indica que els fronts d'imbibició estan correlacionats fins a una escala l_c . Malauradament, les interfícies corresponents a

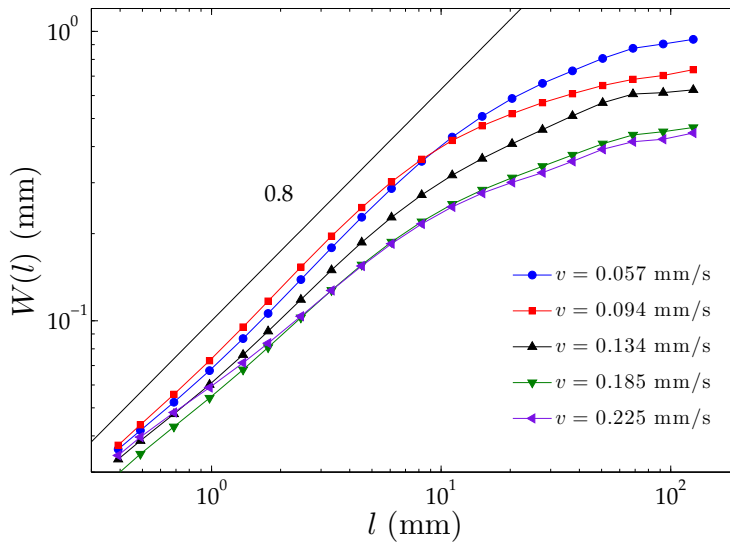


Figura 4.2: Representació en eixos logarítmics de l'amplada estadística dels fronts d'imbibició en funció de la mida de la finestra l , per a la qual es calcula l'amplada. La línia contínua és una guia per a l'ull d'una llei de potències amb l'exponent de rugositat local que s'obté de fer la mitjana entre les diferents corbes.

les corbes representades a la Fig. 4.2 han estat corregides amb la sustracció d'una paràbola (veure Sec. 2.7.1). Aquesta correcció filtra les fluctuacions a escales grans, impossibilitant la identificació de l_c a partir d'aquest gràfic. Tot i això, l'anàlisi de com escala l'amplada W amb la mida de la finestra l permet obtenir l'exponent de rugositat local de les interfícies com $W \sim l^{\alpha_{loc}}$. De la Fig. 4.2 s'extreu que l'exponent de rugositat per aquests experiments és $\alpha_{loc} = 0.80 \pm 0.15$ (resultat de fer la mitjana entre els exponents obtinguts per als diferents experiments).

4.2 Longituds característiques

Com ja s'ha esmentat a la Sec. 1.3, el problema de la imbibició d'un fluid que mulla preferentment el medi desordenat pel qual avança presenta unes longituds característiques. Aquestes longituds, ξ_c i ξ_κ , apareixen de manera natural en derivar l'equació linealitzada del comportament de les fluctuacions de la interfície en aquest sistema [PC03]. A mode de recordatori: $\xi_c = \sqrt{\kappa/Ca}$ és l'escala de longitud lateral que separa els dos mecanismes que esmorteixen les fluctuacions de la interfície. Per escales més grans que ξ_c la viscositat és l'encarregada d'estabilitzar el front, mentre que a escales més petites serà la tensió superficial el mecanisme dominant. L'altra longitud, $\xi_\kappa = b/(6 Ca) \sim \sqrt{\kappa}/Ca$, on s'ha aproximat el valor mitjà de l'espaiament entre plaques per b , separa dos mecanismes diferents pels quals la interfície esdevé rugosa. Per escales de longitud inferiors a ξ_κ la rugositat de la interfície és produïda principalment pel desordre en la pressió capil·lar, mentre que a escales majors és el desordre en la permeabilitat el principal responsable que la interfície esdevingui rugosa. És important recordar que, en el règim en que es realitza el

Taula 4.1: Velocitat mitjana del front v , nombre de capil·laritat $Ca = \mu v / \sigma$ i longituds de creuament ξ_c i ξ_κ . L és la mida lateral de la regió de mesura ($L = 125.44$ mm).

| v (mm/s) | Ca | ξ_c (mm) | ξ_κ (mm) | ξ_c/L (%) |
|------------|----------------------|--------------|-------------------|---------------|
| 0.057 | 1.4×10^{-4} | 10.5 | 548 | 8.4 |
| 0.094 | 2.3×10^{-4} | 8.2 | 333 | 6.5 |
| 0.134 | 3.2×10^{-4} | 6.8 | 240 | 5.4 |
| 0.185 | 4.4×10^{-4} | 5.8 | 174 | 4.6 |
| 0.225 | 5.4×10^{-4} | 5.3 | 142 | 4.2 |

present estudi, la rugositat només s'estén fins a l'escala ξ_c [LTH⁺05; PLHM07], és a dir, els fronts només estan correlacionats a escales de longitud $l < \xi_c$. Com es veurà més endavant aquesta longitud juga un paper important en la mida lateral de les allaus de velocitat local. Com ja s'ha indicat, de la Fig. 4.2 no es pot extreure el valor de l_c degut a la correcció que s'ha aplicat, però de tota manera, si comparem les longituds de creuament ξ_c de la Taula 4.1 amb l'escala on comença el *plateau* de $W(l)$, es veu que estan en bon acord.

A la Taula 4.1 es mostren les velocitats emprades en aquest estudi, els nombres de capil·laritat corresponents i les escales característiques per a aquestes velocitats. La longitud de creuament ξ_c en els experiments duts a terme és inferior a l'amplada de la cel·la (190 mm). Per tant la interfície estarà correlacionada només una fracció de la totalitat del sistema. Per altra banda ξ_κ sempre és més gran que l'amplada de la finestra d'observació L , i les fluctuacions en la pressió capil·lar seran les principals responsables de destabilitzar el front (*règim capil·lar*). Serà important recordar que ξ_c divergeix com $1/\sqrt{v}$ quan $v \rightarrow 0$, de cara a comprendre els resultats que es presentaran en aquest capítol.

4.3 Caracterització de les allaus

La gran resolució espacio-temporal de les mesures permet resoldre la dinàmica del front fins al nivell de les allaus individuals. Per tal d'obtenir aquesta informació es determinen les velocitats locals al llarg del front fent servir l'algorisme de la matriu de temps d'espera, desenvolupat per Måløy et al. [MSST06]. Com ja s'ha explicat a la Sec. 2.7.2, els elements de la matriu de temps d'espera, $wt(i, j)$, donen el temps (en unitats de δt) que la interfície ha restat aturada en un píxel donat

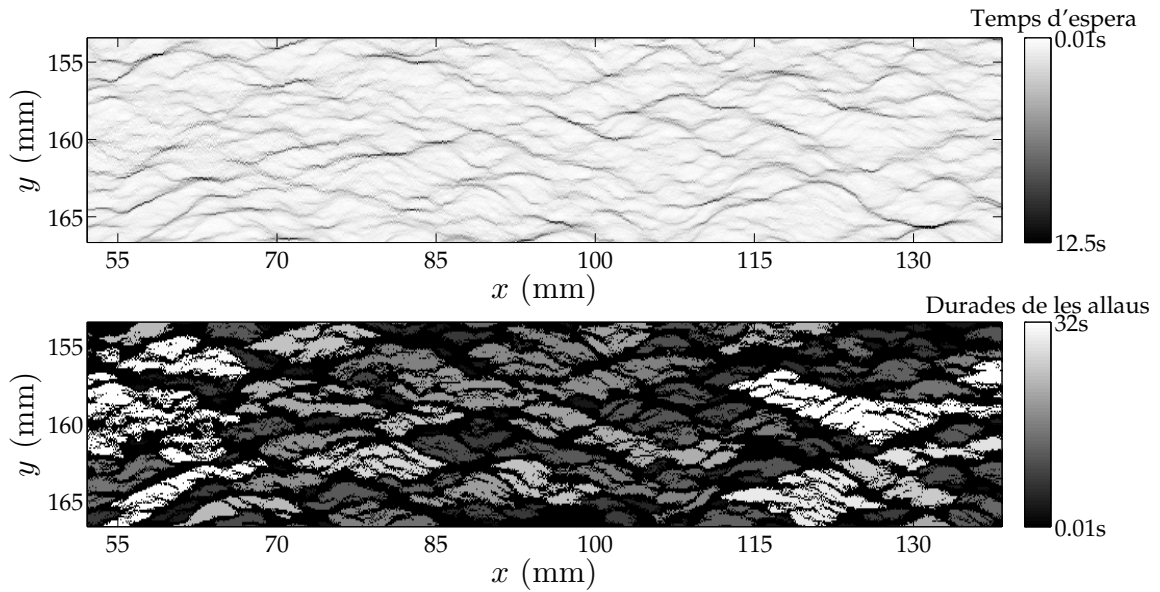


Figura 4.3: Exemple de la matriu de temps d'espera i del mapa d'allaus per un experiment amb $v = 0.134$ mm/s. Les escales de grisos no són lineals per tal d'afavorir la visibilitat. A dalt: ampliació d'una regió de la matriu de temps d'espera obtinguda per la superposició de 10 000 imatges enregistrades a 100 fps. A baix: distribució espacial dels dominis de velocitat $v(x, y) > Cv$ amb $C = 1.5$. L'escala de grisos d'aquests dominis reflecteix la durada de les allaus.

(i, j) de l'àrea de mesura. A la part superior de la Fig. 4.3 es mostra en escala de grisos un mapa dels temps d'espera per un experiment d'imbibició forçada amb una velocitat d'injecció $v = 0.134$ mm/s. Les nombroses i diferents regions d'intensitat variada suggereixen una dinàmica local intermitent en un rang molt ampli d'escalas de temps i de longitud.

Per tal de caracteritzar la dinàmica d'aquests fronts que avancen per allaus s'obté la matriu de les velocitats locals en la direcció y a partir de la matriu de temps d'espera $wt(i, j)$. Els elements d'aquesta matriu es calculen com

$$v(i, j) = \frac{r}{\delta t} \times \frac{1}{wt(i, j)}, \quad (4.1)$$

on r i δt són la resolució espacial i temporal corresponents. Un cop es té el mapa de velocitats locals es pot definir el que serà una allau. Aquest és un punt molt important, sobretot a l'hora de comparar resultats. La definició que es fa servir aquí és la següent:

Es considera com una allau cadascun dels dominis a l'espai xy de la matriu

o mapa de velocitats locals amb velocitats més grans que una velocitat llinar Cv , on C es un nivell de tall arbitrari.

S'han fet servir nivells de tall C que varien en un rang que va de 1.4 a 3.0. A la part inferior de la Fig. 4.3 es mostra la distribució espacial de les allaus obtingudes per una matriu on s'ha aplicat un llinar $C = 1.5$ per un experiment amb $v = 0.134$ mm/s. A partir d'ara la grandària d'una allau, A , es referirà a l'àrea de la regió ocupada pel domini, i la seva durada, D , al temps transcorregut des del moment en que el front entra en aquest domini fins al moment en que l'abandona. De nou a la part inferior de la Fig. 4.3 estan representades en escala de grisos les durades de les allaus.

Els processos d'imbibició estudiats no presenten una complerta separació d'escals temporals. Aquest fet introdueix un problema a l'hora de diferenciar les allaus. La definició adoptada salva aquest problema mitjançant la introducció d'un nivell de tall arbitrari Cv a la velocitat. La introducció d'aquest nivell de tall té un preu: s'haurà de comprovar que els resultats no depenen de C . S'ha inclòs una discussió a l'apèndix B sobre les diferents maneres de definir les allaus i les raons per les què el mètode que s'ha seguit aquí és més adient que d'altres a l'hora de caracteritzar la dinàmica local intermitent dels experiments d'imbibició.

4.4 Distribucions estadístiques de grandàries i durades

A l'hora d'estudiar les propietats estadístiques de les grandàries i les durades de les allaus, no s'han tingut en compte ocurrències que tenen lloc en escales de grandària inferior a la grandària de la unitat del desordre (0.04×0.04 mm), $A_d = 0.16$ mm².

El primer que s'ha de comprovar és que les densitats de probabilitat resultants no depenen del nivell de tall C . L'efecte d'aquest sobre la forma de les densitats de probabilitat, per una velocitat donada $v = 0.057$ mm/s, es mostra a la Fig. 4.4 esquerra. En aquest gràfic es pot observar que la densitat de probabilitat de les grandàries de les allaus segueix una llei de potències amb un truncament exponencial. El rang amb un comportament llei de potències és cada cop més petit a mesura que es talla a nivells més alts. Aquest efecte és degut a que en tallar a C més grans s'està limitant cada cop més la grandària de les allaus. La figura de la dreta mostra el col·lapse de les dades, per $v = 0.057$ mm/s i diferents valors

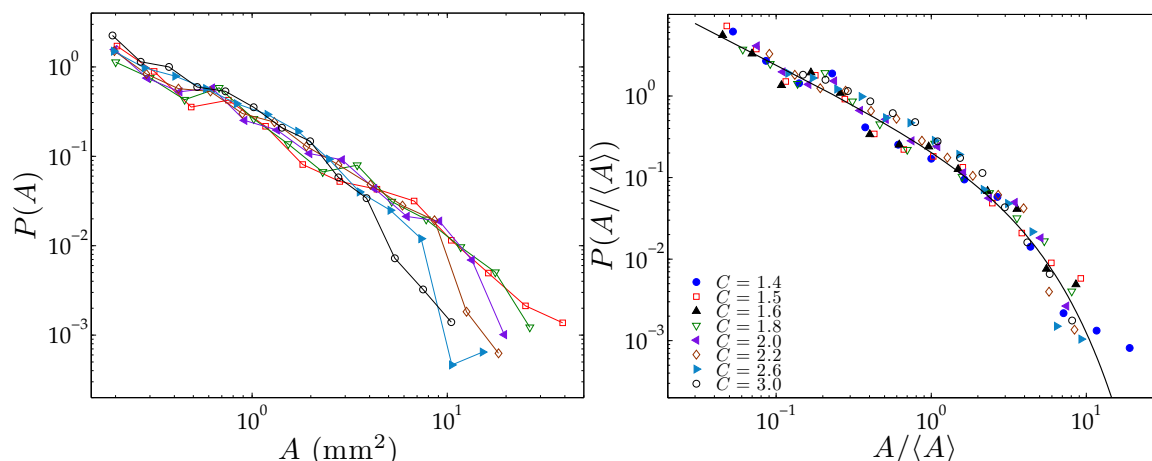


Figura 4.4: Esquerra: evolució de la densitat de probabilitat de les grandàries de les allaus a mesura que es varia el nivell de tall C per a l'experiment a $v = 0.057$ mm/s. Dreta: col·lapse de les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus que estan representades a la figura de l'esquerra. La línia representa la densitat de probabilitat obtinguda mitjançant un ajust de la forma $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$ a les dades obtingudes amb un nivell de tall $C = 1.6$ a totes les velocitats estudiades (Fig. 4.6).

de C , quan la grandària de les allaus es mesura en unitats de la grandària mitjana d'aquestes. Aquest col·lapse és una prova de que els resultats són robustos i independents del nivell de tall que s'escull dins del rang estudiat.

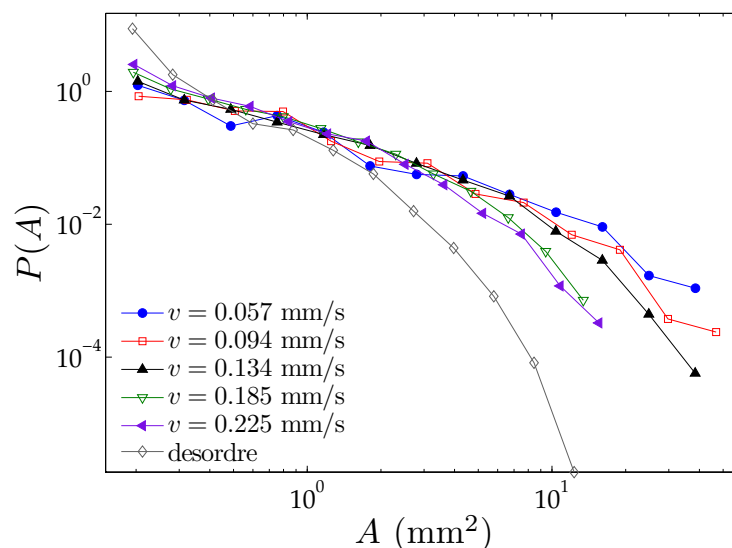
La Fig. 4.5 mostra la densitat de probabilitat de les grandàries per un nivell de tall donat ($C = 1.6$) per a les diferents velocitats d'injecció imposades (corresponents al rang de velocitats mitjanes del front: $v = 0.057 - 0.225$ mm/s). Les densitats de probabilitat de la figura presenten un comportament de llei de potències amb un truncament exponencial. L'escala característica de truncament divergeix quan l'avançament del fluid és més lent.

Per altra banda, la Fig. 4.6 mostra la densitat de probabilitat de les grandàries de les allaus per un nivell de tall $C = 1.6$ i per diferents velocitats, en unitats de la grandària mitjana de les allaus. Com es pot observar a la figura, les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus col·lapsen en una única corba. Als punts representats a la Fig. 4.6 se'ls ha ajustat una funció de la forma $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$. S'obtenen els valors:

$$\alpha = 0.95 \pm 0.09 \quad \text{i} \quad \xi_{A/\langle A \rangle} = 3.1 \pm 0.7. \quad (4.2)$$

La funció resultat de l'ajust també s'ha representat al gràfic de la dreta de la Fig. 4.4. La densitat de probabilitat resultant és consistent per tots els nivells de tall i

Figura 4.5: Densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per diferents velocitats v i per un nivell de tall donat $C = 1.6$. Els diamants representen la densitat de probabilitat de les grandàries de les illes de desordre.



totes les velocitats d'injecció que s'han investigat. Aquesta és la primera vegada que es troba un escalament tan robust en estudiar la dinàmica d'allaus locals en experiments d'imbibició.

Per acabar, s'ha comprovat que aquestes densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus locals no són resultat directe de la distribució de les illes de desordre. A la Fig. 4.5 s'ha representat l'histograma normalitzat de les grandàries de les illes de desordre sobre les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per diferents v . Les grandàries d'aquests obstacles es distribueixen de forma més aviat exponencial, que difereix de la distribució de grandàries de les allaus. Per tant es pot estar segur que les allaus estudiades no són un resultat trivial determinat pel propi desordre del medi.

L'anàlisi de la durada de les allaus mostra uns resultats qualitativament similars als obtinguts per a les grandàries. La densitat de probabilitat de les durades $P(D/\langle D \rangle)$, per diferents v i un nivell de tall $C = 1.5$, està representada a la part superior de la Fig. 4.7. L'existència d'una escala de truncament A_d , inherent al sistema experimental, resulta en una pèrdua d'estadística de les allaus de vida curta. Per culpa d'això només es consideren allaus que tinguin una durada més llarga que l'allau més lenta de grandària A_d . Aquest efecte es coneix a la literatura com "windowing effect", *efecte de finestra* [RV95]. Com a resultat d'aquesta correcció, a l'hora d'estudiar les durades es té una estadística més reduïda i, per tant, una regió d'escalament més curta i més difícil d'analitzar. A la Fig. 4.7 s'ha representat amb una línia puntejada la durada mínima feta servir per calcular les $P(D)$ degut a l'efecte de finestra. De tota manera encara es pot observar que les densitats de probabilitat de les durades també presenten una forma de llei de potències amb un

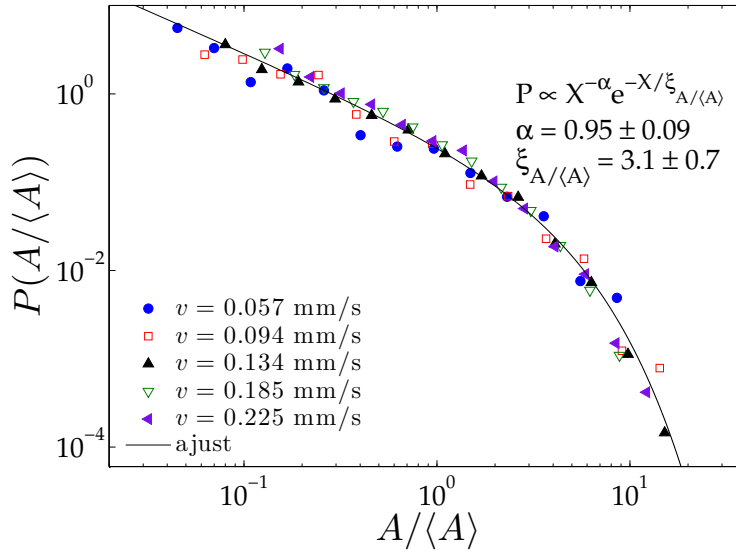


Figura 4.6: Col·lapse de les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per diferents velocitats d'injecció i un nivell de tall $C = 1.6$ presentades a la Fig. 4.5. El col·lapse s'obté en extreure les densitats de probabilitat de les grandàries en unitats del seu valor mitjà $\langle A \rangle$. La línia representa l'ajust a les dades experimentals d'una llei de potències amb una amplitud esmorteïda exponencialment del tipus $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$.

truncament exponencial, que pot ser ben ajustat per la funció $P(X) \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi_x}$. Per al cas de $P(D/\langle D \rangle)$ s'obté

$$\tau = 0.95 \pm 0.10 \quad \text{i} \quad \xi_{D/\langle D \rangle} = 1.2 \pm 0.4. \quad (4.3)$$

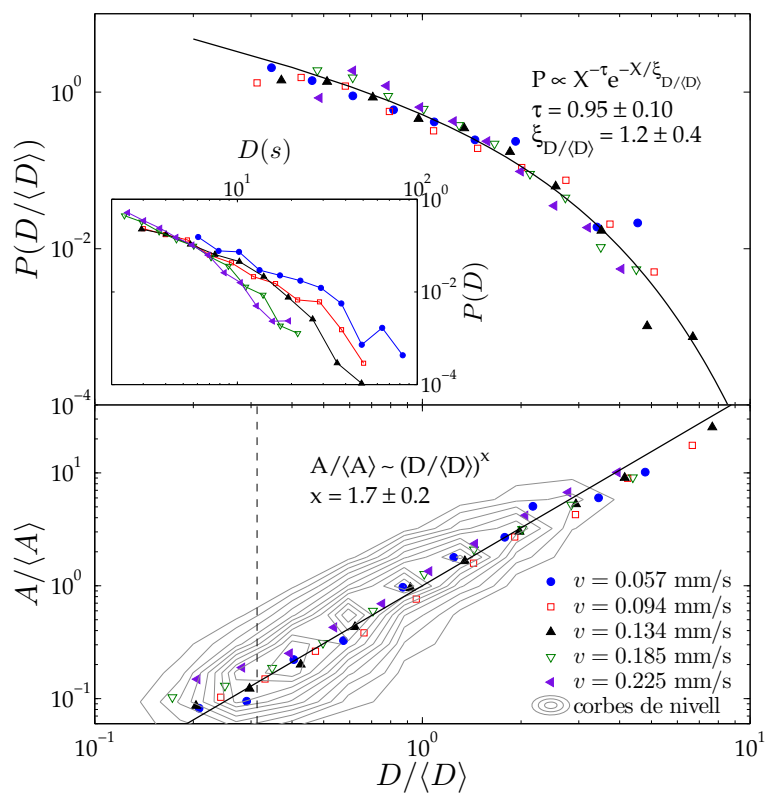
La gràfica inserida al panell superior de la Fig. 4.7 mostra les densitats de probabilitat de les durades per $C = 1.5$ per diferents v . Es pot apreciar, de nou, que la regió amb un comportament de llei de potències és més gran quan $v \rightarrow 0$.

S'ha comprovat que les densitats de probabilitat de les durades per diferents valors de C col·lapsen en calcular-les en unitats de $\langle D \rangle$, la qual cosa indica la independència d'aquestes amb el nivell de tall i dóna robustesa als resultats obtinguts per $P(D)$.

A la part inferior de la Fig. 4.7 es mostra l'histograma conjunt de grandàries i durades en la forma $A/\langle A \rangle$ vs. $D/\langle D \rangle$ mitjançant unes corbes de nivell. A sobre de les corbes de nivell s'han representat amb diferents símbols, depenent de la velocitat de l'experiment, les mitjanes de les allaus individualment logarítmicament equidistants. Com a resultat d'un ajust sobre les mitjanes de les grandàries i les durades de les allaus, s'obté que la cresta observada en el mapa de nivell té un comportament de llei de potències, $A/\langle A \rangle \sim (D/\langle D \rangle)^x$, amb un exponent $x = 1.7 \pm 0.2$.

Tant les densitats de probabilitat de grandàries com les de durades mostren un règim llei de potències, resultat típic de sistemes crítics, amb un truncament exponencial a grandàries o durades grans. Aquest truncament és un efecte de grandària finita en el nostre experiment. Estudiant la Fig. 4.3, no es pot observar

Figura 4.7: Part superior: densitat de probabilitat de les durades de les allaus per diferents velocitats v amb un nivell de tall donat $C = 1.5$. La línia resulta d'un ajust de la forma $P(X) \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi}$. Part inferior: grandàries reescalades vs. durades reescalades. Els contorns són les corbes de nivell de l'histograma conjunt $P(A/\langle A \rangle, D/\langle D \rangle)$ per les allaus d'experiments a diferents velocitats a un nivell de tall $C = 1.5$. Els símbols corresponen a mitjanes logarítmicament equidistants. La línia que travessa els punts experimentals és resultat d'un ajust lineal a les dades experimentals. La línia vertical puntejada marca la durada mínima que es fa servir per evitar l'efecte de finestra.



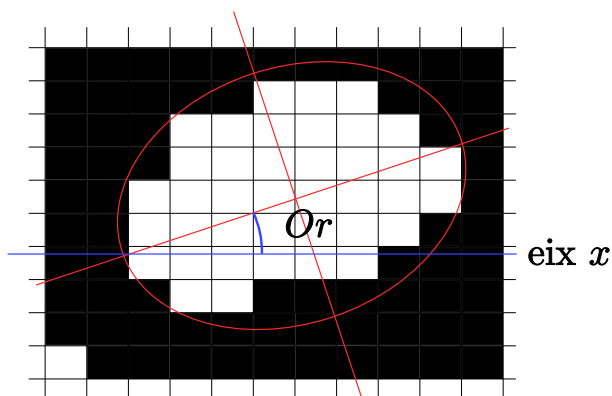


Figura 4.8: Il·lustració dels eixos i de l'orientació de l'el·lipse amb eixos principals determinats per la variància dels píxels de l'allau. L'angle d'orientació Or es defineix com l'angle entre l'eix major de l'el·lipse i l'eix x .

cap allau tan gran com per no cabre en la regió de mesura. Com es demostrarà més endavant, aquest efecte de grandària finita és degut al fet que la longitud de correlació només es pot estendre fins a una longitud característica $\xi_c \sim 1/\sqrt{v}$ finita. Aquesta limitació lateral té el seu efecte en les grandàries i les durades que les allaus poden assolir. El fet que en disminuir la velocitat d'injecció del fluid, les densitats de probabilitat es comportin com una llei de potències en un rang progressivament més gran de grandàries, revela el fet que el procés s'està apropant a un punt crític, situat al punt d'ancoratge $v \rightarrow 0$.

4.5 Morfologia de les allaus

A continuació es caracteritzaran les propietats estadístiques de les orientacions i les formes de les allaus.

4.5.1 Orientació de les allaus

La Fig. 4.3 posa de manifest les diverses orientacions de les allaus. Si existís una direcció privilegiada podria indicar que l'anisotropia dels obstacles de la placa de desordre (que tenen forma quadrada) provoca una orientació preferida de les allaus. Per altra banda, si la distribució de les orientacions no fos simètrica al voltant de 0° indicaria un possible problema en alinear la càmera amb el dispositiu experimental.

La orientació, Or , de les allaus es donarà com l'angle entre l'eix x i l'eix major de l'el·lipse que té uns eixos principals determinats per la distribució a l'espai dels

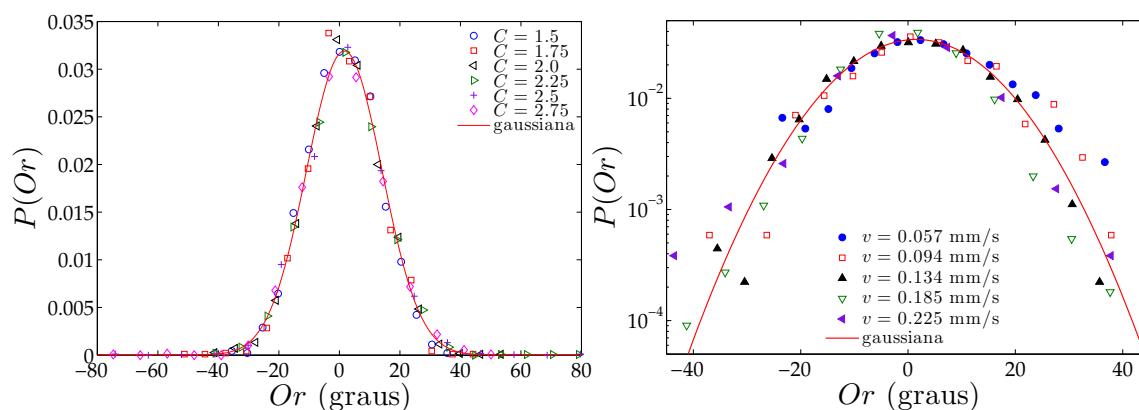


Figura 4.9: Esquerra: distribució de la orientació de les allaus per experiments amb $v = 0.134$ mm/s per diferents nivells de tall C . A la figura es mostra amb una línia la distribució gaussiana corresponent a $\langle Or \rangle = 1.6^\circ$ i $\sigma_{Or} = 12.5^\circ$ obtinguts estadísticament a partir de les dades experimentals. Dreta: representació semilogarítmica de la distribució de les orientacions per diferents velocitats i $C = 1.5$. En aquest cas, la gaussiana representada per una línia fa servir els valors $\langle Or \rangle = 1.5^\circ$ i $\sigma_{Or} = 11.8^\circ$ obtinguts a partir de les orientacions de les allaus.

punts continguts en l'allau. A la Sec. C.3 de l'apèndix hi ha una explicació més detallada de com s'obté l'orientació de les allaus. A la Fig. 4.8 es pot veure un esquema gràfic de com s'extreu l'orientació.

De l'estudi estadístic de les diferents orientacions que presenten les allaus s'obté que aquestes estan distribuïdes segons una densitat de probabilitat gaussiana centrada en una orientació que es pot considerar nul·la. A la Fig. 4.9, es poden observar les densitats de probabilitat de les orientacions per al cas $v = 0.134$ mm/s i diferents nivells de tall. El cas en què el nivell de tall es manté constant ($C = 1.5$) i es varia la velocitat està representat a la part dreta de la mateixa figura. Als dos gràfics de la Fig. 4.9 es pot observar una línia que correspon a les distribucions gaussianes amb $\langle Or \rangle$ i σ_{Or} corresponents al mostreig estadístic amb el que s'han obtingut els gràfics. Per al cas $v = 0.134$ mm/s i diferents C , s'obté que la orientació mitja és $\langle Or \rangle = 1.6^\circ$ i la desviació estandar $\sigma_{Or} = 12.5^\circ$; per al cas de $C = 1.5$ i diferents forçaments: $\langle Or \rangle = 1.5^\circ$ i $\sigma_{Or} = 11.8^\circ$. El fet d'obtenir gaussianes amb $\langle Or \rangle \simeq 0^\circ$ indica que l'orientació de les allaus és aleatòria al voltant d'una orientació mitja que es pot considerar nul·la.

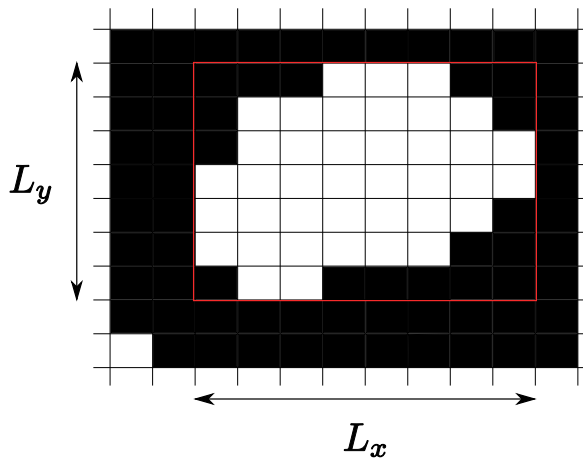


Figura 4.10: La línia vermella representa gràficament la capsa contorn per una allau donada. L_x és l'extensió de les allaus paral·lela a la interfície, i L_y és l'extensió en la direcció de l'avançament del front.

4.5.2 Dimensions de les allaus

Les dimensions L_x i L_y de les allaus s'extreuran de la identificació de la capsa contorn (*bounding box*) de cada domini d'alta velocitat. Un esquema de com es defineixen L_x i L_y es troba a la Fig. 4.10.

Anisotropia de les allaus

Les allaus presents en els processos d'imbibició estudiats en aquest capítol mostren una forma anisòtropa. Les longituds L_y i L_x estan relacionades mitjançant una relació d'escala $L_y \sim L_x^H$. A la Fig. 4.11 es pot veure aquest escalament per diferents valors de C i v . De les dades experimentals s'obté que l'exponent d'anisotropia és $H = 0.79 \pm 0.02$. Això indica que les allaus tenen una forma lenticular, entenent que la longitud de l'allau en la direcció de propagació es més curta que en la direcció del front.

Es important tenir en compte que la relació obtinguda és robusta i independent de C i de v dins dels rangs estudiats. A la Fig. 4.11 esquerra es pot veure que, per diferents nivells de tall amb v fixada, l'anisotropia té el mateix comportament. A més, a la Fig. 4.11 dreta es pot veure que les corbes col·lapsen quan es presenten normalitzades pel seu valor mitjà per diferents velocitats i una C donada. A la Fig. 4.11 esquerra es mostra també l'anisotropia per les allaus definides amb una $C = 1.25$. Aquesta corba mostra un comportament diferent a les altres, allunyada d'una llei de potències. Aquest nivell de tall es troba fora del rang estudiat. El mapa de velocitats corresponent està afectat significativament pel valor de fons imposat per la velocitat d'injecció v .

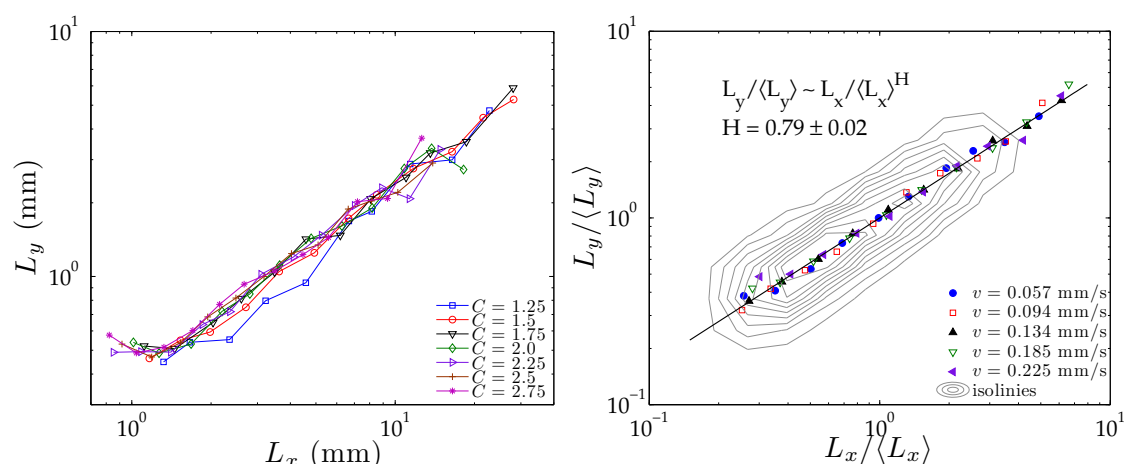


Figura 4.11: Esquerra: efecte del nivell de tall sobre l'anisotropia per un experiment a $v = 0.057$ mm/s. Dreta: col·lapse de l'anisotropia per diferents velocitats per un nivell de tall $C = 1.5$. La línia és resultat d'un ajust a les dades experimentals. Els punts representats són mitjanes, logàrítmicament equidistants en l'eix x , de les allaus individuals. $\langle X \rangle$ és el valor mitjà de la quantitat X . Les corbes de nivell són resultat de l'histograma conjunt de L_x i L_y per totes les allaus amb $C = 1.5$ i diferents velocitats d'injecció.

L'exponent d'anisotropia H de les allaus es relaciona típicament amb l'exponent de rugositat local de les interfícies. Aquesta relació sorgeix de la interpretació de l'avançament d'un front en un medi desordenat. S'entén que una regió de la interfície amb una mida lateral l està limitada en la direcció de la propagació per una correlació caracteritzada per l'amplada W de la interfície, tal que es compleix la relació d'escala $W \sim l^{\alpha_{loc}}$. La definició d'allau adoptada en aquest capítol no permet fer una analogia directa entre la morfologia de la interfície i la forma dels dominis, ja que la definició no assegura (i s'ha comprovat que no és així en els experiments) que els dominis tinguin la forma de la interfície (veure Fig. B.2 de l'apèndix B). Però si s'entén que una allau definida com un domini de velocitat amb una longitud lateral L_x s'estén en la direcció d'avançament del front una distància L_y , es pot considerar aquesta última com la correlació vertical del front en una finestra $l = L_x$. El valor de la rugositat local $\alpha_{loc} \simeq 0.8$ (veure Fig. 4.2) està en bon acord amb el valor que s'extreu per l'exponent d'anisotropia de les allaus $H \simeq 0.79$.

Distribucions estadístiques de les dimensions de les allaus

Les densitats de probabilitat de les dimensions de la capsa contorn que conté a cadascuna de les allaus estan representades a la Fig. 4.12. En aquesta figura es

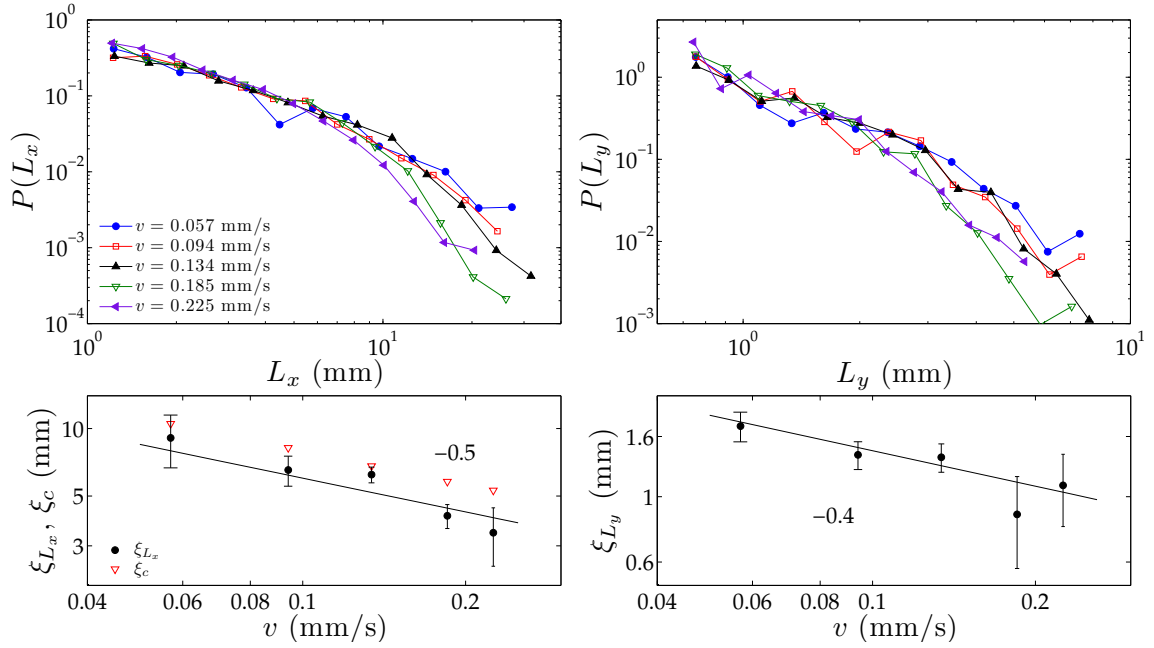


Figura 4.12: Esquerra: al panell superior es mostren les densitats de probabilitat de la longitud lateral de les allaus (L_x) per diferents v i $C = 1.5$. A la figura inferior està representada la divergència amb la velocitat v de la longitud ξ_c (Taula 4.1) i de l'escala de truncament exponencial de l'extensió lateral, ξ_{L_x} . La línia recta és una guia per l'ull amb un pendent de $-1/2$. Dreta: a la gràfica del panell superior es representen les densitats de probabilitat de la longitud paral·lela a l'avançament del fluid (L_y) per les mateixes condicions que $P(L_x)$. La figura inferior mostra el comportament del truncament exponencial de $P(L_y)$ amb la velocitat. La línia recta és una guia per l'ull amb forma llei de potències amb exponent $-H/2 \simeq -0.4$. En totes dues densitats de probabilitat s'observa un comportament de la forma $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$.

presenten $P(L_x)$ i $P(L_y)$ per diferents velocitats d'injecció i un nivell de tall $C = 1.5$. Tot i que no es mostren, s'ha comprovat que les densitats de probabilitat de L_x i L_y , representades a la Fig. 4.12, col·lapsen pels diferents valors de C i v , quan es representen en unitats del seu valor mitjà. El comportament de les densitats de probabilitat revela un comportament llei de potències exponencialment esmorteït. Als gràfics de la Fig. 4.12 es pot observar que l'escala típica de truncament (ξ_{L_x} i ξ_{L_y}) creix a mesura que $v \rightarrow 0$, la qual cosa revela un comportament purament llei de potències en el punt $v = 0$, un nou indicatiu de que s'està tractant amb un procés que presenta criticalitat dins d'un rang d'escala.

Com a resultat d'un ajust a les densitats de probabilitat obtingudes experimentalment per L_x i L_y , amb la forma $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$, s'han obtingut els següents

valors per als exponents de les distribucions:

$$\alpha_{L_x} = 0.90 \pm 0.15 \quad \text{i} \quad \alpha_{L_y} = 0.75 \pm 0.20. \quad (4.4)$$

4.6 Efecte de la longitud de correlació sobre les densitats de probabilitat

L'existència de l_c finita acota l'extensió lateral de les allaus. Per aquesta raó ha d'existir una L_x màxima representada per l'escala d'esmoreïment exponencial de $P(L_x)$, ξ_{L_x} . A la part inferior esquerra de la Fig. 4.12 estan representades les escales típiques de truncament ξ_{L_x} per les diferents velocitats d'injecció amb un nivell de tall fixe, juntament amb les escales característiques ξ_c , que en el present cas coincideixen amb l'extensió de la longitud de correlació. És interessant observar com ξ_{L_x} divergeix amb un comportament compatible amb $\xi_{L_x} \sim \xi_c \sim v^{-1/2}$, posant de manifest l'efecte de ξ_c sobre el rang de $P(L_x)$ que es comporta com una llei de potències. A més, a mesura que es baixa el nivell de tall, els valors de ξ_{L_x} es fan molt similars als de ξ_c .

D'altra banda, la divergència de ξ_{L_x} amb v s'allunya del comportament $v^{-1/2}$ quan s'estudien les distribucions $P(L_x)$ per $C > 1.7$. Aquesta observació posa de manifest que en estudiar valors de C molt grans la longitud L_x més gran possible estadísticament, que ve donada pel truncament de les distribucions, ja no es pot relacionar d'una manera directa amb la longitud de correlació de la interfície.

Un cop relacionada la longitud de correlació amb l'escala de truncament exponencial de $P(L_x)$ mitjançant la seva divergència amb la velocitat, es poden derivar les relacions d'escala dels truncaments amb v per a la resta de magnituds que caracteritzen les allaus. Per tal de trobar la divergència de l'escala de truncament per a la distribució de L_y es fa servir la relació d'anisotropia obtinguda a la Sec. 4.5.2 on $L_y \sim L_x^H$. D'aquesta manera es pot anticipar que l'extensió màxima en la direcció de propagació de les allaus escalarà amb la velocitat com

$$\xi_{L_y} \sim \xi_{L_x}^H \sim v^{-H/2} \sim v^{-0.4}. \quad (4.5)$$

A la part inferior dreta de la Fig. 4.12 es mostra que aquest comportament està en bon acord amb les ξ_{L_y} obtingudes de les densitats de probabilitat experimentals. La grandària màxima d'una allau es pot escriure com el producte de les extensions màximes ξ_{L_x} i ξ_{L_y} . S'obté la divergència

$$\xi_A \sim \xi_{L_x} \xi_{L_y} \sim v^{-(1+H)/2} \sim v^{-0.9}. \quad (4.6)$$

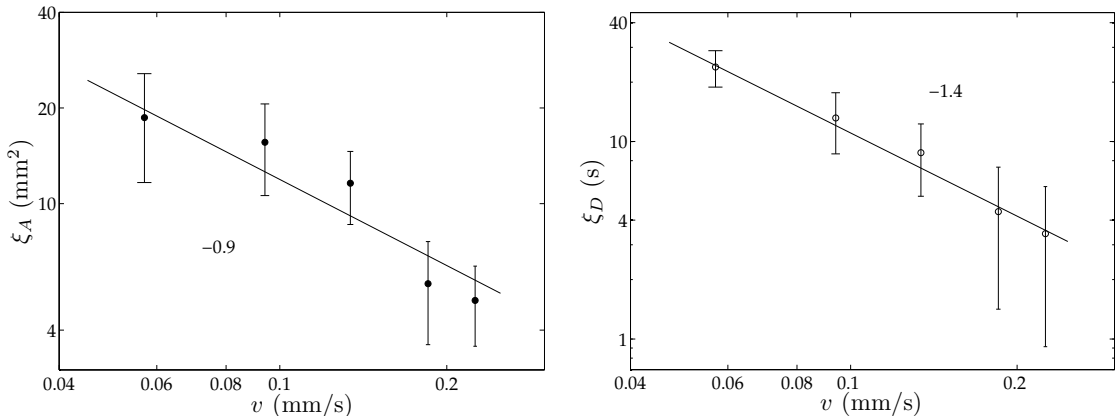


Figura 4.13: Divergència de l'escala de truncament de les grandàries (ξ_A) i de les durades (ξ_D) en disminuir la velocitat v per a les distribucions corresponents a un nivell de tall $C = 1.5$. Les línies són una guia per a l'ull amb el pendent indicat a la figura.

La comparació entre els resultats experimentals i la predicció es mostra a la Fig. 4.13. L'escalament predit s'ajusta a les dades experimentals d'una manera raonable tenint en compte les barres d'error. Finalment la divergència de l'escala de truncament de les durades es pot predir amb el següent raonament: la durada màxima d'una allau en un experiment de velocitat v es pot escriure com el quocient entre l'extensió vertical màxima ξ_{Ly} i la velocitat més baixa de les allaus Cv . Per tant

$$\xi_D \sim \xi_{Ly}/Cv \sim v^{-(H/2+1)} \sim v^{-1.4}. \quad (4.7)$$

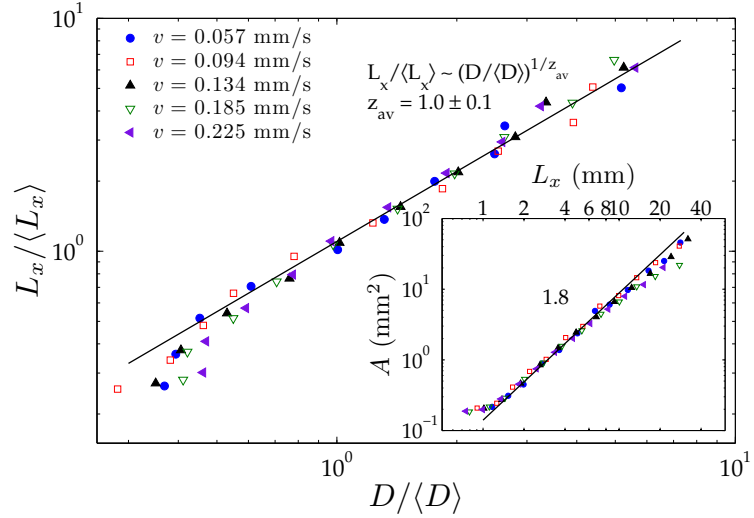
A la Fig. 4.13 es mostra que ξ_D vs. v , extret dels resultats experimentals, està en molt bon acord amb aquesta predicció.

D'aquesta manera s'ha pogut identificar que l'esmoreïment exponencial de les densitats de probabilitat és resultat de l'existència d'una longitud de correlació finita, inferior a la mida del sistema. Dit d'una altra manera, el fet de tenir una longitud característica ξ_c que limita la longitud de correlació restringeix el règim llei de potències de les distribucions experimentals.

4.7 Relacions d'escala

Se suposa que les allaus són invariants d'escala. Això vol dir que en reescalar la mida lateral de les allaus com $L_x \rightarrow bL_x$, la grandària i la durada reescalaran com $A \rightarrow b^{D^*} A$ i $D \rightarrow b^{z_{av}} D$, per qualsevol factor d'escala $b > 0$. L'exponent D^* és la dimensió de l'allau i z_{av} és l'exponent dinàmic de les allaus [Pra09; PLHM09].

Figura 4.14: Relació d'escala entre la dimensió lateral de les allaus i la seva durada, en unitats dels seus valors mitjans respectivament. Els punts són mitjanes logàritmicament espaciades. La línia és un ajust a les dades que proporciona el valor de l'exponent z_{av} . La figura inserida mostra l'escalament $A \sim L_x^{D^*}$. S'ha representat una guia per l'ull d'una llei de potències amb exponent 1.8.



Fent ús de la funció auto-afí $f(x) \sim b^{-\nu} f(bx)$ (veure Sec. 1.2.2) es poden extreure les següents relacions d'escala:

$$\begin{aligned} L_x &\sim D^{1/z_{av}} \\ A &\sim L_x^{D^*} \\ A &\sim D^{D^*/z_{av}}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

relacions que s'hauran de complir si les allaus són invariants d'escala. L'última d'aquestes relacions es mostra a la Fig. 4.7, on es pot observar clarament un comportament de llei de potències, i d'on es pot extreure l'exponent $x = D^*/z_{av} = 1.7 \pm 0.2$. Per altra banda, la primera de les relacions d'escala es veu satisfeta a la Fig. 4.14, d'on s'obté l'exponent dinàmic $z_{av} = 1.0 \pm 0.1$. Si es fa servir aquest valor per l'exponent z_{av} , es pot obtenir el valor de la dimensió de les allaus com $D^* \simeq 1.7$.

L'exponent de la dimensió de l'allau també es pot relacionar amb l'exponent de l'anisotropia mitjançant el següent raonament: la grandària de l'allau es pot escriure com $A \sim L_x L_y \sim L_x^{1+H}$; per tant $D^* = 1 + H$. Mitjançant aquesta segona via es troba $D^* \simeq 1.8$, que està en bon acord amb el resultat extret de la Fig. 4.7. Al gràfic inserit de la Fig. 4.14 es mostra la relació d'escala $A \sim L_x^{D^*}$, i s'ha inclòs una guia per l'ull amb el pendent 1.8. L'acord entre les dades experimentals i l'exponent $D^* \simeq 1.8$ és bo.

Per altra banda, si es fa la hipòtesi que la probabilitat de tenir una allau de grandària A , durada D i extensió lateral L_x és invariant d'escala, això implicarà:

$$P(A, D, L_x) = b^\sigma P(b^{D^*} A, b^{z_{av}} D, bL_x). \quad (4.9)$$

Si es realitza la integració de dos dels arguments s'obtenen les distribucions mar-

ginals. D'aquesta integració s'obtenen les següents relacions d'escala entre els exponents de les distribucions de A , D i L_x [PLHM09]:

$$\tau = 1 + \frac{D^*}{z_{av}}(\alpha - 1) \quad \text{i} \quad \alpha_{L_x} = 1 + z_{av}(\tau - 1), \quad (4.10)$$

Aquestes dues expressions relacionen els exponents de les relacions d'escala de l'Eq. (4.8) i els exponents de les densitats de probabilitat. Si es fa ús dels valors obtinguts experimentalment ($\alpha \simeq 0.95$, $\tau \simeq 0.95$, $D^* \simeq 1.8$ i $z_{av} \simeq 1$), s'obté de l'Eq. (4.10):

$$\tau \simeq 0.91 \quad \text{i} \quad \alpha_{L_x} \simeq 0.95. \quad (4.11)$$

Els dos resultats estan en bon acord amb els resultats experimentals $\tau = 0.95 \pm 0.10$ (Eq. (4.3)) i $\alpha_{L_x} = 0.90 \pm 0.15$ (Eq. 4.4).

Els resultats anteriors fan ús de les relacions d'escala obtingudes per Pradas et al. per a la dinàmica d'allaus aprop del punt d'ancoratge [PLHM09]. Aquests autors parteixen de la hipòtesi que a prop de $v = 0$ la longitud de correlació és prou gran com perquè les allaus estiguin correlacionades. En aquest escenari l'exponent x té la forma

$$x = \frac{H + 1}{z_{av}}. \quad (4.12)$$

Tot i que a [PLHM09] s'estudia el problema al punt d'ancoratge ($v = 0$), i l'estudi es basa en l'equació linealitzada de les fluctuacions de la interfície (Eq. (1.44)) de manera que $z_{av} = z$ (z és l'exponent dinàmic de la rugositat de la interfície), la relació de l'Eq. (4.12) serveix sempre que z_{av} sigui l'exponent dinàmic definit per la relació d'escala $L_x \sim D^{1/z_{av}}$. L'Eq. (4.12) proporciona una predicció de l'exponent $x \simeq 1.79$, en molt bon acord amb el resultat de la Fig. 4.7.

Rost et al. [RLDA07] consideren el problema de la imbibició amb una longitud de correlació molt petita comparada amb la mida del sistema. En aquest estudi es considera que les velocitats locals de diferents allaus estan correlacionades mitjançant una funció delta, i per tant es pot derivar la següent relació d'escala $v_{local} \sim L_x^{-1/2}$, per una interfície unidimensional. Fent servir aquest escalament entre L_x i v_{local} , es pot escriure la durada de les allaus com $D \sim L_y/v_{local} \sim L_x^{H+1/2}$. Si es té en compte que $A \sim L_x L_y \sim L_x^{1+H}$, es pot derivar l'exponent x que relaciona les grandàries i les durades de les allaus ($A \sim D^x$), com

$$x = \frac{H + 1}{H + \frac{1}{2}}. \quad (4.13)$$

L'Eq. (4.13) és un cas particular de l'Eq. (4.12) amb $z_{av} = (H + (1/2))$. Fent ús dels resultats experimentals, on $H \simeq 0.79$, resultaria un exponent $x \simeq 1.39$. El resultat

pel valor d'aquest exponent predit per la teoria de Pradas et al. és més proper al resultat experimental.

4.8 Comportament espaciotemporal de les allaus

Fins ara s'ha demostrat que els resultats experimentals estan en molt bon acord amb les relacions d'escala deduïdes d'una teoria derivada per allaus correlacionades (veure Sec. 4.7). També es pot observar un bon acord amb el comportament estadístic de les magnituds que caracteritzen les allaus en simulacions numèriques del problema d'imbibició, tot i que el valor dels exponents no és el mateix [PLHM09]. Tot i aquest bon acord entre teoria, simulació numèrica i experiments, resulta que el tipus d'allau és força diferent. En el cas dels experiments s'obté un exponent $z_{av} \simeq 1$ típic d'una propagació balística, a diferència de les prediccions teòriques basades en el límit estàtic (s'imposa $v = 0$ a l'equació interfacial) i de les simulacions numèriques, que preveuen un exponent $z_{av} > 1$ en apropar-se al punt d'ancoratge.

4.8.1 Mapa espaciotemporal d'activitat local

El mapa espaciotemporal d'activitat local correspon al mapa de les velocitats locals a l'espai xt . Fins ara s'ha estudiat la dinàmica local dels fronts d'imbibició mitjançant la matriu de temps d'espera, d'on s'obté el mapa de velocitats locals $v(x, y)$. Com a més es coneix la posició de les interfícies a cada temps t , $h(x, t)$, es pot construir el mapa d'activitat com $v(x, t) = v(x, y = h(x, t))$. A la Fig. 4.15 es mostra en escala de grisos un exemple del mapa espacio-temporal d'activitat local per un experiment corresponent a $v = 0.057$ mm/s.

El mapa d'activitat local torna a posar de manifest el caracter intermitent dels processos d'imbibició estudiats. Com es pot veure a la Fig. 4.15 existeix una banda molt extensa de nivells de gris amb diverses escales tant espacials com temporals. Un punt important és l'observació de diverses allaus que tenen lloc al mateix moment en el temps. És una altra indicació que els mètodes emprats prèviament a aquest treball per estudiar la dinàmica local en experiments d'imbibició no són els més adequats per aquests processos. El fet que diferents allaus tinguin lloc al mateix moment se suma a l'efecte del desplaçament de la interfície i dificulta la identificació de les allaus.

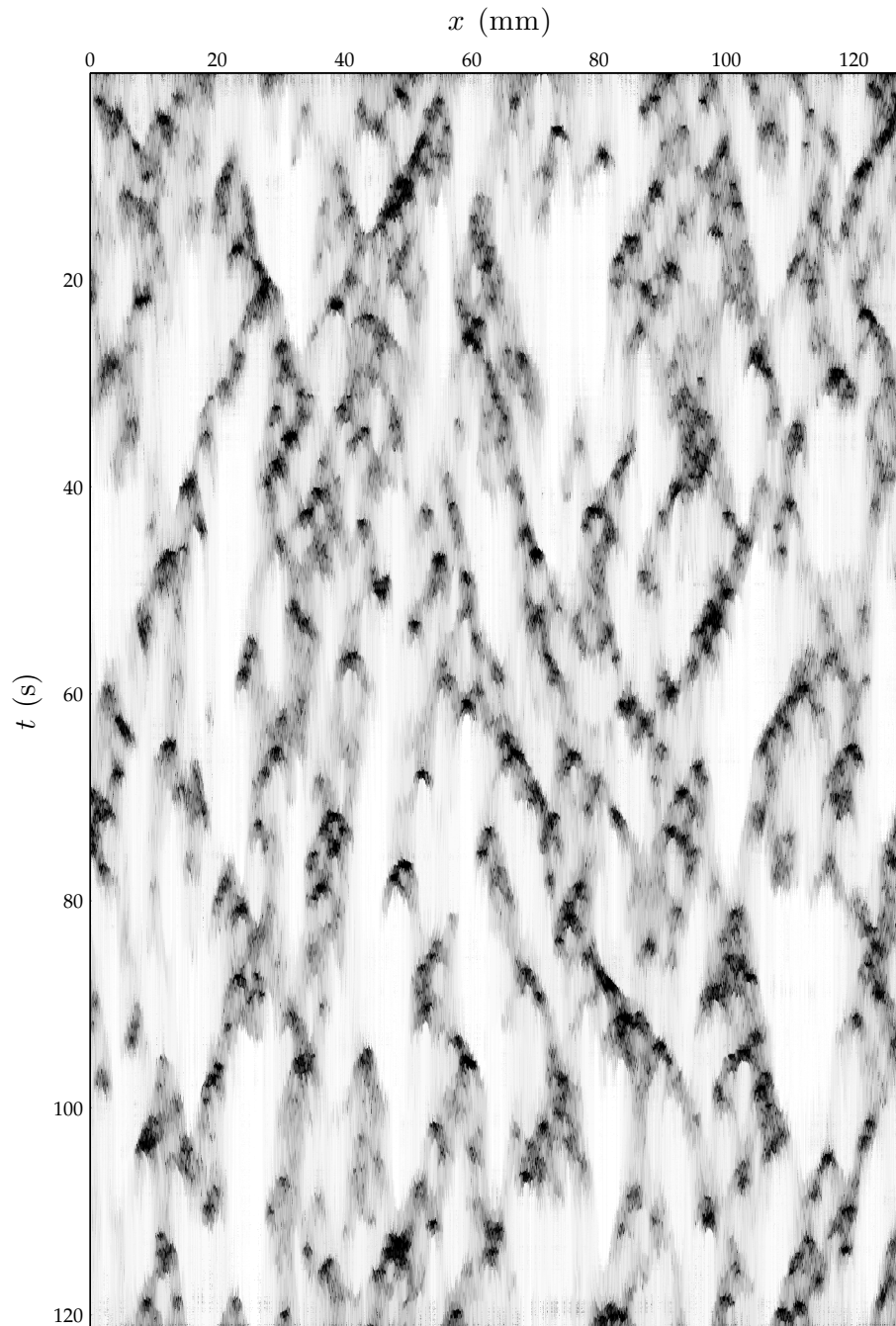


Figura 4.15: Mapa d'activitat per un experiment amb $v = 0.057$ mm/s. Les velocitats més altes estan representades amb un to de grisos més fosc. L'escala de grisos és no lineal per tal de millorar-ne la visibilitat. El rang de velocitats locals va de 0.003 a 0.3 mm/s (velocitats iguals o superiors a 0.3 mm/s apareixen en color negre).

4.8.2 Propagació lateral superdifusiva

El comportament superdifusiu de les allaus es posa de manifest en la forma en \wedge que aquestes presenten en el mapa d'activitat local. L'escalament de L_x amb D ja feia preveure aquest mecanisme. La propagació lateral és balística: quan l'allau s'inicia en un punt de la interfície, el moviment es propaga lateralment fins que la llavor de l'allau s'atura i la resta dels punts de la interfície involucrats en l'allau noten aquesta aturada i comencen a aturar-se també.

Aquest resultat està en contradicció amb les prediccions teòriques basades en l'equació linealitzada de les fluctuacions de la interfície (Eq. 1.44) i amb els resultats obtinguts de simulacions numèriques de "phase-field" [PLHM09]. En aquests casos les allaus exhibeixen un comportament subdifusiu amb $z_{av} \simeq 2$ en el límit $v \rightarrow 0$. Aquesta diferència pot ser deguda a diferents raons:

D'una banda les simulacions numèriques fan ús d'un desordre puntual (isòtrop); la forma de la unitat de desordre (quadrat) en els experiments podria introduir alguna anisotropia en el sistema que afectés els resultats.

En segon lloc, en fer un estudi d'escala de la part determinista de l'equació interfacial per imbibició forçada, s'obtenen els exponents dinàmics següents: $z = 3$ quan el principal mecanisme d'esmoreïment és la tensió superficial; $z = 1$ quan el principal mecanisme d'esmoreïment és la pressió viscosa. El sistema està en un règim on el mecanisme principal d'esmoreïment és la tensió superficial i per tant el creixement de la longitud de correlació al llarg de la interfície shauria de comportar com $l_c \sim t^{1/3}$. Ara bé, una allau és una part de la interfície que es mou a una velocitat molt més alta que la resta dels punts del front. És possible que aquests punts de la interfície que es mouen tan ràpid creuin a un règim on la pressió viscosa sigui la principal encarregada d'esmoreir les fluctuacions. Si això fos així la dinàmica dins l'allau estaria dominada majoritàriament per la caiguda de pressió viscosa i la mida lateral de l'allau creixeria com $l \sim t^{1/z_{av}}$ amb $z_{av} = 1$.

Per altra banda, és possible que l'equació linealitzada (Eq. (1.44)) no sigui suficient a l'hora de caracteritzar les fluctuacions de la interfície, i que existeixi algun mecanisme de natura no lineal rellevant (en el sentit del grup de renormalització) que s'hauria de tenir en compte a l'hora d'obtenir els exponents. Aquesta qüestió s'analitza amb més detall a la secció següent.

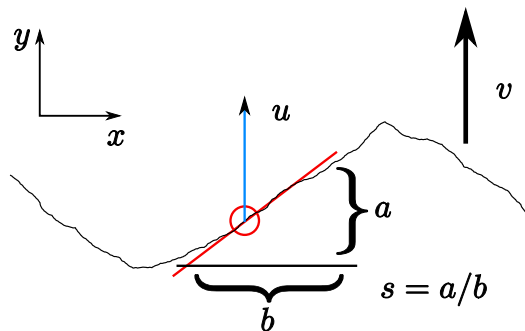


Figura 4.16: A cada punt de la interfície es pot calcular el pendent s , i se li pot associar la velocitat local corresponent $u = v(x, y)$.

4.8.3 Identificació de no linealitats

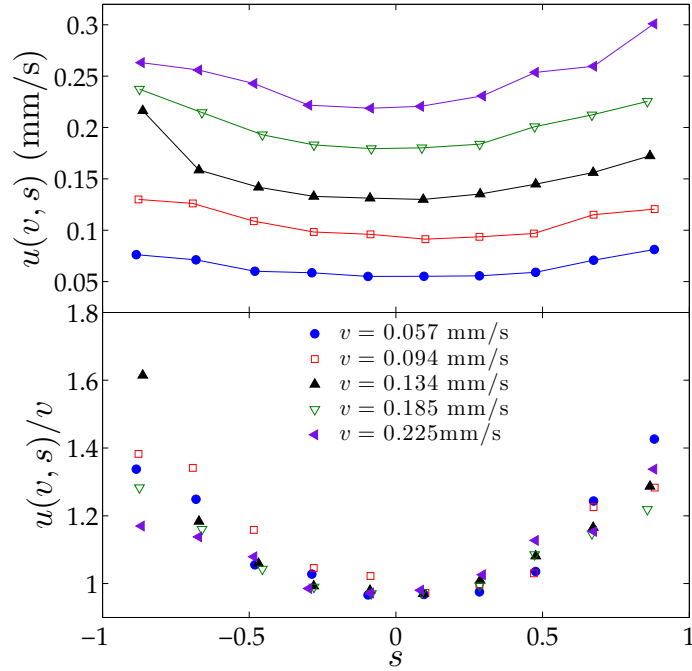
Com a primera aproximació a l'origen del comportament balístic de les allaus es farà servir un mètode desenvolupat per Albert et al. [ABCD98] per identificar si una contribució no lineal de la forma $(\nabla h)^2$ en l'equació interfacial pot ésser rellevant en el sentit del grup de renormalització.

Diferents estudis teòrics [TKD95] i numèrics [ABS94] han trobat que diferents models de creixement es poden agrupar en dues classes d'universalitat dependent del comportament de la no linealitat $\lambda(\nabla h)^2$. Aquestes dues classes s'anomenen isòtropa i anisòtropa. En el cas que el procés que s'estudia pertanyi a la classe d'universalitat isòtropa, $\lambda \rightarrow 0$ quan la força que indueix el creixement s'apropa al punt d'ancoratge $F \rightarrow F_c$. Aquesta classe d'universalitat s'acostuma a donar en models on el creixement no té una direcció determinada. Per altra banda l'anisotropia del medi desordenat per on avança la interfície pot induir que λ divergeixi en el punt d'ancoratge, fent que la no linealitat sigui rellevant en el sentit del grup de renormalització. Aleshores es diu que el sistema pertany a la classe d'universalitat anisòtropa. La diferència fonamental entre un sistema isòtrop i un d'anisòtrop és l'origen físic del terme no lineal. En el cas isòtrop la no linealitat té un origen cinemàtic i per tant proporcional a v , per la qual cosa aquest mecanisme desapareix en el punt d'ancoratge. En canvi, en un sistema anisòtrop el mecanisme no lineal s'origina en l'anisotropia del desordre que fa que les forces que actuen en direcció vertical i horitzontal siguin diferents.

El mètode per distingir entre les dues classes d'universalitat [ABCD98] es basa en la hipòtesi que les velocitats locals u obeeixen les mateixes lleis d'escala que la velocitat mitjana $v = v_0(F - F_c)^\theta$, on F és el forçament i F_c és la força de desancoratge necessària perquè el front avanci. Per tant s'espera que les velocitats locals obeeixin la relació següent:

$$u(F, s) = w(s)[F - F'_c(s)]^{\theta'}, \quad (4.14)$$

Figura 4.17: Panell superior: velocitat local $u(s, v)$ en funció del pendent per diferents velocitats d'injecció. Panell inferior: les mateixes corbes de la part superior reescalades per la velocitat d'injecció.



on $u(F, s)$ és la mitjana de les velocitats locals dels punts de la interfície amb pendent s , $F'_c(s)$ és la força de desancoratge en aquests punts i θ' és l'exponent local de la velocitat. A la Fig. 4.16 es presenta un esquema del significat d'aquestes variables.

En un medi isòtrop no existeix cap direcció privilegiada, per la qual cosa tant l'exponent dinàmic com la força de desancoratge són independents del pendent: $\theta' = \theta$ i $F'_c(s) = F_c$. Per tant

$$\frac{u(F, s)}{v(F)} = \frac{w(s)}{v_0}, \quad (4.15)$$

és independent del forçament. En canvi, en un medi anisòtrop la força necessària per desancorar la interfície en un punt d'aquesta dependrà de la inclinació local del front. Per altra banda no es pot descartar la possibilitat que l'exponent θ depengui del pendent local. En aquest escenari

$$\frac{u(F, s)}{v(F)} = \frac{w(s)[F - F'_c(s)]^{\theta'_a}}{v_0(F - F_c)^{\theta_a}}. \quad (4.16)$$

Per tant, si les velocitats locals en funció dels pendents locals col·lapsen en representar-les normalitzades per la velocitat mitjana, vol dir que el sistema pertany a la classe d'universalitat isòtropa, mentre que si les corbes no col·lapsen el sistema pertany a la classe anisòtropa.

Albert et al. [ABCD98] van aplicar aquest mètode als fronts d'imbibició mesurats per Dougherty and Carle [DC98] i van concloure que el problema d'imbibició

forçada en un medi porós pertanyia a la classe d'universalitat isòtropa.

La part superior de la Fig. 4.17 mostra les velocitats locals en funció del pendent de les interfícies experimentals. La forma parabòlica indica que la velocitat local depèn lleugerament del pendent com $u \sim s^2$ i que, per tant, existeix el mecanisme $\lambda(\nabla h)^2$. A la part inferior de la mateixa figura està representat $u(v, s)/v$ en funció de s per a les mateixes dades que la part superior. En aquest gràfic no s'observa cap desplaçament significatiu i sistemàtic de les corbes. Per tant els processos d'imbibició estudiats en aquesta tesi pertanyen també a la classe isòtropa. La conclusió és que la no linealitat del problema és d'origen cinemàtic i s'anul·la al punt d'ancoratge.

Els resultats de la Fig. 4.17 posen de manifest l'existència d'un mecanisme no lineal i per tant no és estrany trobar un exponent $z_{av} = 1$ diferent del que prediu la teoria de [PLHM09], que estudia el problema de la imbibició en el límit estàtic, on el mecanisme no lineal ha de desaparèixer. Els resultats experimentals i teòrics no estan d'acord en aquest punt perquè mentre la teoria se situa en el punt d'ancoratge $v = 0$, els experiments no es troben exactament al punt crític. Per tant, mentre en un cas no es tenen en compte els efectes no lineals, aquests són importants en els experiments. En comparar amb les simulacions numèriques, cal precisar que aquestes no tenen en compte l'efecte de possibles no linealitats del problema. L'aproximació pot ser vàlida perquè les simulacions se situen en un règim molt proper al punt d'ancoratge, on aquest mecanisme no lineal perd importància [Lóp09].

4.9 Conclusions

S'ha presentat un estudi experimental detallat de la dinàmica local per allaus en la imbibició forçada d'un fluid viscos en un medi desordenat. Gràcies a l'alta resolució del dispositiu experimental, tant espacial com temporal, combinada amb la tècnica estadística de la matriu de temps d'espera [MSST06], ha estat possible accedir a la dinàmica local amb gran precisió, cosa que no havia estat possible fins ara. S'ha determinat el comportament d'escala de diferents magnituds que caracteritzen les allaus locals, definides com dominis espacials d'alta velocitat. S'ha observat que les distribucions de grandàries i durades segueixen una densitat de probabilitat de tipus llei de potències amb un truncament exponencial. Aquests truncaments divergeixen en disminuir la velocitat, i suggereixen que el sistema experimental s'apropa a un punt crític d'ancoratge-desancoratge. Aquesta divergència s'ha pogut relacionar directament amb la divergència de la longitud de

correlació de la interfície. Els resultats experimentals satisfan les relacions d'escala predites teòricament per interfícies a prop de la transició de desancoratge. El mapa d'activitat espaciotemporal posa de manifest una propagació superdifusiva de les allaus, en contradicció amb resultats teòrics i numèrics. És important remarcar que la forma que prenen les densitats de probabilitat i les relacions d'escala entre exponents és característica de sistemes que exhibeixen correlacions i que es troben a prop del punt crític.

Capítol 5

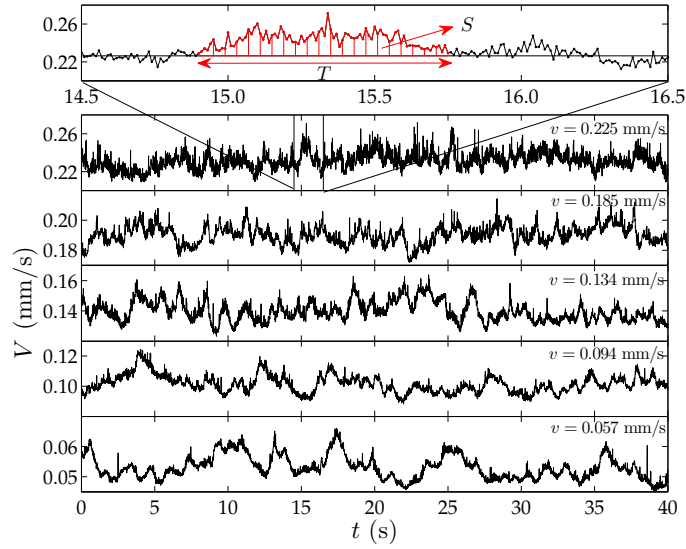
Dinàmica global de la interfície

Com ja s'ha exposat a la Sec. 1.4, existeix un gran nombre de sistemes físics que en ser pertorbats responen amb un comportament intermitent i amb forma d'allaus. Al Cap. 4 s'ha caracteritzat aquesta resposta des d'un punt de vista local per al problema de la imbibició forçada. Tenir accés a la dinàmica local d'un procés, però, no és possible per molts sistemes. Quan aquest és el cas, la resposta temporal s'estudia mitjançant alguna magnitud global del sistema. La intermitència local es veu reflectida en aquest senyal global. A la resposta intermitent d'una magnitud global a una sol·licitació externa se li dona el nom de *soroll cruixent* o "crackling noise" [SDM01].

D'altra banda, l'estudi de les fluctuacions d'una variable global en un sistema que presenta correlacions espacials d'abast important ha estat objecte d'estudi en els últims anys, tant des d'un punt de vista experimental [BHP98; TKG03; JPCG08] com teòric [BCF⁺00; PHSB01; Ber05]. S'ha posat de manifest que la distribució d'aquestes fluctuacions no és gaussiana, i en canvi es pot aproximar molt bé per una distribució Gumbel generalitzada (GG) [BHP98; BCF⁺00; PHSB01].

En el present capítol es mostren els resultats experimentals de l'estudi de la velocitat global d'una interfície aire-líquid en un procés d'imbibició forçada, en el medi desordenat SQ 0.40. Gràcies a l'alta resolució temporal del dispositiu experimental II, serà possible observar i caracteritzar la dinàmica complexa i intermitent dels fronts d'imbibició des d'un punt de vista global. Aquesta complexitat, com ja s'ha indicat prèviament, és resultat de la competició de diferents mecanismes que actuen a diferents escales de longitud.

Figura 5.1: Velocitat global del front de fluid, $V_L(t)$, per una finestra de mida $l = L$ a diferents velocitats d'injecció v . El panell superior dóna idea de la quantitat de dades enregistrades i proveeix les definicions de grandària S i durada T d'una allau per una velocitat llindar $V_c = \langle V \rangle$ ($c = 0$), representada per la línia horitzontal a 0.225 mm/s.



5.1 Velocitat global del front

La velocitat global del front $V_l(t)$ es defineix com la mitjana espacial de les velocitats locals $v(x, t)$ en una finestra de mida $l \leq L$ perpendicular a l'avançament del front

$$V_l(t) = \frac{1}{l} \int_{\tilde{x}}^{\tilde{x}+l} v(x, t) dx. \quad (5.1)$$

Les velocitats locals emprades en aquest capítol s'han extret mitjançant el mètode de la matriu de temps d'espera (veure Sec. 2.7.2). El rang de velocitats d'injecció v explorat és el mateix que en el Cap. 4 ($0.057 < v < 0.225$ mm/s). Val a dir que, en fer servir les mateixes condicions experimentals que en el Cap. 4, les mesures estan en el règim on les fluctuacions de la interfície han assolit el règim estadísticament estacionari (veure Sec. 4.1).

El comportament de la velocitat global $V_l(t)$ per una finestra de mida $l = L$ per diferents v es pot veure a la Fig. 5.1. Els senyals $V_L(t)$ varien en un rang que depèn de v . Mentre la injecció de fluid és constant en els experiments, el senyal $V_L(t)$ té un comportament intermitent caracteritzat per fluctuacions de gran magnitud. S'ha comprovat que aquestes fluctuacions no són originades pel sistema d'injecció ni pel tractament de les dades (veure Fig. 2.11). Tot i que un experiment d'imbibició forçada obliga a tenir una conservació de massa en 3 dimensions, les fluctuacions de l'espaiat en el medi desordenat dóna lloc a fluctuacions de la velocitat global de la interfície projectada en la direcció vertical (perpendicular a les plaques de la cel·la) (2 dimensions). A més, la velocitat global d'una fracció de la interfície

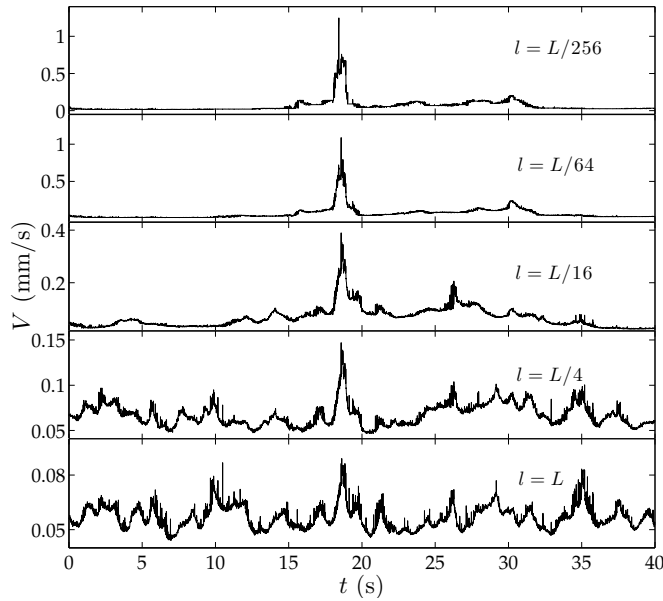


Figura 5.2: Senyal de la velocitat global del front de fluid, $V_l(t)$, per un experiment de velocitat $v = 0.057$ mm/s, construïda en finestres de mides, l , diferents.

($l \leq L$, on la mida $L = 125.44$ mm és inferior als 190 mm que fa l'amplada de la cel·la) mostra fluctuacions encara més grans. A la Fig. 5.2 es pot observar el senyal de la velocitat global $V_l(t)$ per finestres d'observació de mida diferent, per un experiment amb $v = 0.057$ mm/s. Es pot veure clarament com en reduir la finestra d'observació la fluctuació de la velocitat que té lloc una mica abans de 20 s creix en intensitat. Per altra banda, les altres fluctuacions rellevants per a $V_L(t)$ s'esmoreeixen o desapareixen en reduir la finestra.

5.2 Correlació de $v(x, t)$

Les interfícies líquid–aire en imbibició estan correlacionades i per tant les seves velocitats locals també ho estan. Per aquesta raó, abans de realitzar una caracterització estadística de la velocitat global, que és una magnitud integrada sobre les velocitats locals, es presenten a continuació els resultats obtinguts pel què fa a les correlacions espacials i temporals de $v(x, t)$.

5.2.1 Correlació espacial

A la Fig. 5.3 esquerra es posa de manifest que les velocitats locals dels fronts d'imbibició en saturació estan correlacionades fins a una longitud l_c . L'amplada estadística de les velocitats locals $W_{v(x,t)}$ s'ha calculat en funció de la mida de la finestra d'observació l . Aquest càlcul es fa per diferents temps fixos i es fa la mitjana de $W_{v(x,t)}$ en diferents temps, ja que el sistema es troba en el règim de saturació (veure

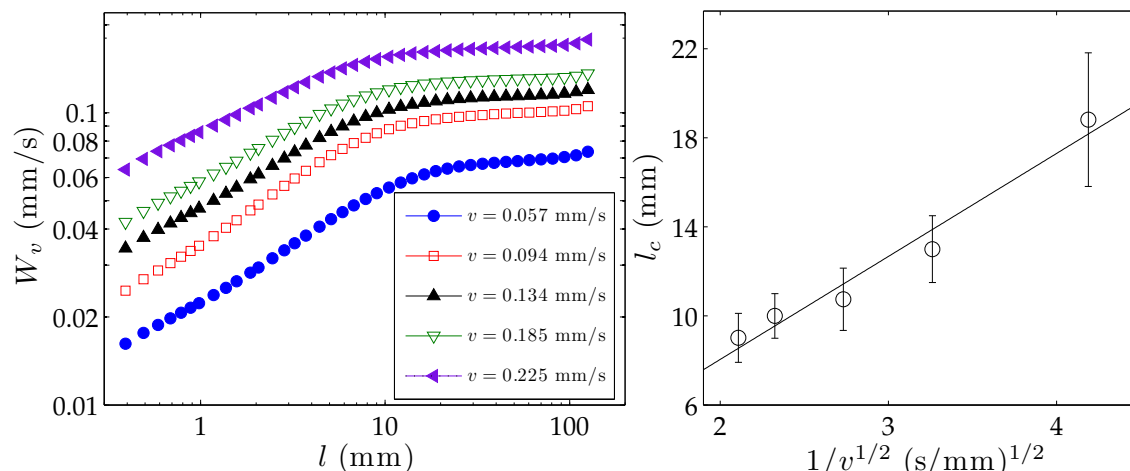


Figura 5.3: Esquerra: representació, en eixos logarítmics, de l'amplada estadística de les velocitats locals en funció de la mida de la finestra d'observació l per experiments a diferents v . Dreta: longitud de saturació l_c (extreta del panell esquerra) vs. velocitat d'injecció. La figura mostra que els resultats experimentals estan en bon acord amb el resultat esperat de $l_c \simeq \xi_c \sim v^{-1/2}$.

Fig. 4.1). L'amplada estadística de les velocitats creix com una llei de potències en l fins arribar a una mida l_c , a partir de la qual l'amplada roman constant. Això significa que a longituds superiors a l_c la velocitat està descorrelacionada. Aquest comportament es dona per totes les velocitats d'injecció que s'han fet servir, com s'observa al panell esquerra de la Fig. 5.3.

La longitud de correlació l_c es pot extreure de $W_{v(x,t)}(l)$ com la longitud de creuament entre la regió que es comporta com una llei de potències i el *plateau* a longituds grans. Aquesta longitud l_c decau amb la velocitat d'injecció del front com $l_c \sim v^{-1/2}$ (Fig. 5.3 dreta), de la mateixa manera que la longitud de creuament $\xi_c = \sqrt{\kappa/\text{Ca}} \sim v^{-1/2}$. A més, els valors de l_c i ξ_c són molt similars (veure Taula 4.1 per comparar). Com a recordatori: en el *règim capil·lar*, el cas dels presents experiments, aquesta longitud ξ_c marca l'escala de longitud a partir de la qual la interfície deixa d'estar correlacionada [ADR04; PC03]. Recordem que en el capítol anterior, en estudiar l'amplada de les fluctuacions de la interfície (veure Fig. 4.2) no era possible extreure l'extensió de la longitud de correlació l_c per culpa d'una correcció que afectava les l grans. En estudiar les velocitats, però, no és necessari aplicar aquesta correcció, i per tant s'ha pogut extreure la longitud l_c .

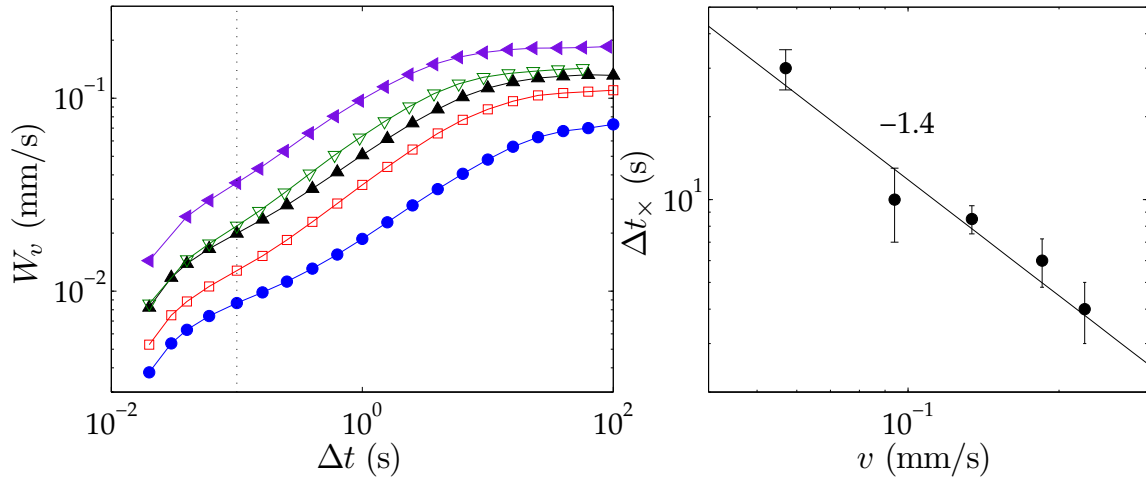


Figura 5.4: Esquerra: representació en eixos logarítmics de l'amplada estadística de les velocitats locals en funció de l'interval temporal Δt , per experiments amb diferents velocitats d'injecció (la llegenda és la mateixa que a la Fig. 5.3). El calcul de W_v s'ha fet per una posició espacial fixada i després s'ha fet la mitjana sobre diferents posicions x . La línia puntejada marca el Δt per sota del qual les fluctuacions de la velocitat són resultat de l'efecte inherent al procés d'adquisició i tractament de les dades. Dreta: temps de saturació Δt_x extrets del panell esquerra vs. v . La figura mostra que els resultats experimentals estan en bon acord amb el resultat esperat de $\Delta t_x \sim v^{-1.4}$.

5.2.2 Correlació temporal

El mapa de velocitats $v(x, t)$ també presenta correlacions temporals. A l'hora d'estudiar la correlació temporal de la velocitat s'ha calculat l'amplada estadística del senyal $v(x, t)$, per una posició de la interfície x fixada al llarg de la durada total de l'experiment, en finestres de mida Δt diferents (el front es propaga en la direcció y). Per tal de tenir una bona estadística s'ha fet la mitjana de les amplades corresponents a diferents posicions x . Aquesta és la caracterització anàloga de la de les correlacions espacials realitzada a la Sec. 5.2.1.

La Fig. 5.4 mostra com l'amplada estadística $W_{v(x,t)}$ creix aproximadament com una llei de potències en Δt . En augmentar la mida de la finestra temporal s'acaba per arribar a un règim on $W_{v(x,t)}$ deixa de créixer i assoleix un règim on roman constant. El temps que separa aquests dos règims s'identifica com Δt_x . Aquest comportament indica que per diferències de temps inferiors a Δt_x la velocitat local està correlacionada, mentre que per Δt més grans deixa d'estar-ho. Els valors de Δt_x estan representats a la part dreta de la Fig. 5.4 en funció de v . La divergència de Δt_x amb la velocitat està en bon acord amb la predicció feta a la Sec. 4.6 per a

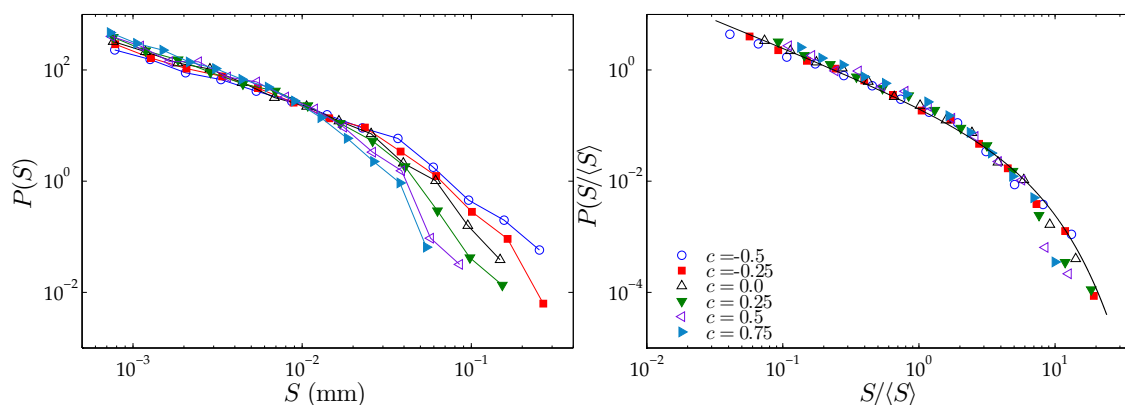


Figura 5.5: Esquerra: densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus, $P(S)$, per al cas de $v = 0.057$ mm/s i diferents nivells de tall c . Els senyals que s’han fet servir corresponen a una finestra d’observació $l = L/2$. La dependència de la forma de les densitats de probabilitat amb la mida de la finestra es tracta a la Sec. 5.3.2. Dreta: col·lapse de les distribucions del panell esquerre en representar-les en funció de la grandària mitjana. La línia representa una funció de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$ amb els valors de l’Eq. (5.5).

les escales de truncament de les durades de les allaus locals, ξ_D . D’aquesta manera es pot identificar l’escala de creuament Δt_x amb la durada màxima estadística de les allaus locals.

És important remarcar que a la Fig. 5.4, per Δt inferiors a 0.1 s aproximadament (línia vertical puntejada), l’amplada presenta una petita desviació del comportament tipus llei de potències. Aquesta desviació es deu a unes fluctuacions molt ràpides de $v(x, t)$ que són producte del mètode d’adquisició d’imatges i del tractament d’aquestes.

5.3 Dinàmica per allaus

Com s’ha vist a les Figs. 5.1 i 5.2, la velocitat global $V_i(t)$ presenta una forma intermitent amb un comportament complex. La dinàmica global del front està caracteritzada per una sèrie d’allaus. En aquest context es considera com una allau les ocurrencies de $V_i(t)$ que tenen lloc per sobre d’un nivell de tall arbitrari V_c . A la part superior de la Fig. 5.1 es presenta un exemple del que es defineix com una allau del front global. S i T són respectivament la grandària i la durada de l’allau. La grandària és el desplaçament extraordinari (addicional al provocat per la injecció del fluid a velocitat v) de la posició mitjana del front mentre té lloc l’allau. La durada és el temps que transcorre entre l’inici i el final de l’allau. La definició que

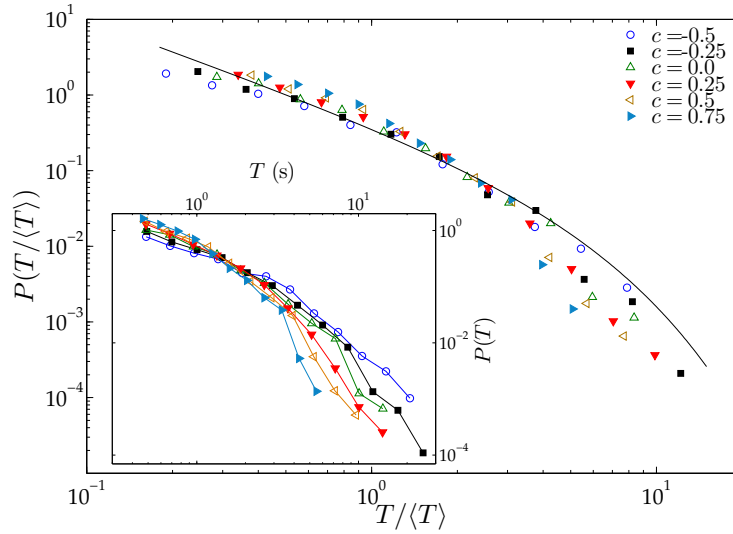


Figura 5.6: Densitat de probabilitat $P(T/\langle T \rangle)$ per $v = 0.057$ mm/s i diferents nivells de tall c . S'ha fet servir el senyal de la velocitat calculat sobre una finestra de mida $l = L/2$. La figura inserida mostra l'efecte del nivell de tall sobre les densitats de probabilitat. La línia representa una funció de la forma $P \propto X^{-\alpha x} e^{-X/\xi x}$ amb els valors de l'Eq. (5.6).

s'ha fet servir per al nivell de tall de la velocitat és la següent:

$$V_c = \langle V \rangle + c\sigma_V, \quad (5.2)$$

on $\langle V \rangle$ és la mitjana temporal de $V_l(t)$ i σ_V^2 la variància de $V_l(t)$ sobre tota la durada d'un experiment, i c és una constant que actua com a nivell de tall arbitrari. Com s'ha indicat, una allau correspon a un esdeveniment que transcorre per sobre d'un nivell de tall V_c . Per tant, ambdues definicions, S i T , depenen de V_c .

La grandària de les illes de desordre del medi desordenat introdueix de manera natural una grandària llinar S_d . S_d correspon a una allau que fos resultat de què el front avancés només una illa de desordre, en un punt x donat, en la direcció d'avançament. D'aquesta manera es pot escriure S_d com:

$$S_d = \frac{l_d}{l}r, \quad (5.3)$$

on l_d és la mida lateral de les illes de desordre i r la resolució espacial. En el cas $l = L$ la grandària llinar tindrà el valor: $S_d = 3 \times 10^{-4}$ mm.

5.3.1 Efecte del nivell de tall

El primer que s'ha de comprovar és que els resultats que s'obtenen no depenen del nivell de tall arbitrari c . A la Fig. 5.5 es mostren les densitats de probabilitat per diferents valors de c de l'experiment amb una velocitat mitjana del front $v = 0.057$ mm/s. A la Fig. 5.5 s'observa que les densitats de probabilitat tenen forma de llei de potències fins arribar a una grandària on les distribucions decauen més ràpidament. A la part esquerra d'aquesta figura es mostra que en augmentar el nivell de

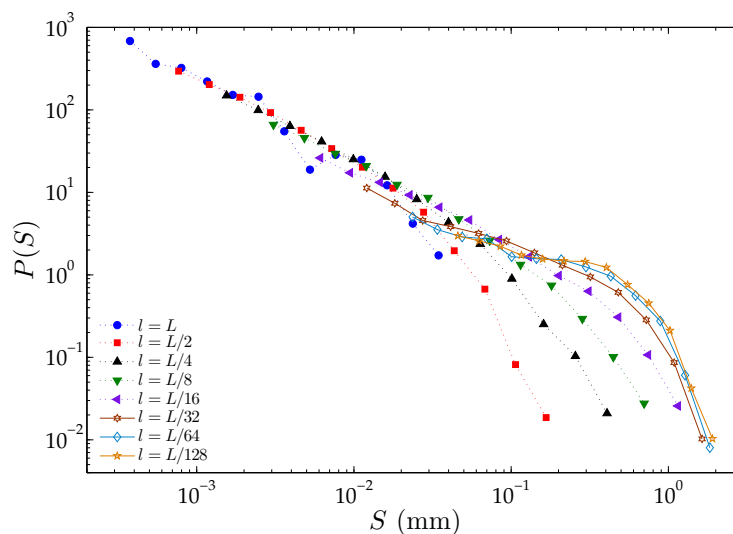


Figura 5.7: Densitats de probabilitat $P(S)$ per l'experiment a $v = 0.057$ mm/s i diferents mides de finestra d'observació. Les allaus s'han calculat fent servir un nivell de tall $c = 0$.

tall arbitrari c , aquest truncament apareix a grandàries més petites. Aquest efecte té la següent explicació: si es té en compte la forma de les allaus (veure Fig. 5.1), en augmentar el nivell de tall les allaus resulten ser més petites. La independència de les densitats de probabilitat es posa de manifest en extreure les distribucions de les magnituds normalitzades. A la part dreta de la Fig. 5.5 es pot veure com aquestes densitats de probabilitat col·lapsen en una única corba en representar les grandàries en unitats del seu valor mitjà $\langle S \rangle$.

Aquesta independència de les densitats de probabilitat amb el nivell de tall c es troba per un rang $-0.5 < c < 0.75$ per totes les velocitats estudiades i per totes les finestres d'observació que s'han investigat. És important trobar el rang on les distribucions no depenen del nivell de tall arbitrari. Si hi depenguessin voldria dir que les allaus que s'observen depenen fortament del mètode d'anàlisi, i els resultats deixarien de ser robustos.

Aquesta independència amb c també es troba en estudiar les durades de les allaus. A la Fig. 5.6 es mostra el col·lapse de les densitats de probabilitat $P(T/\langle T \rangle)$ per un experiment a $v = 0.057$ mm/s i una finestra de mida $l = L/2$. L'efecte del nivell de tall c sobre les distribucions es pot veure a la figura inserida. A l'hora de calcular les densitats de probabilitat de les durades de les allaus sorgeix el problema de l'efecte de finestra [RV95]. Introduir una escala mínima S_d de les allaus afecta l'estadística de les durades a causa de l'efecte de finestra, com s'ha vist a la Sec. 4.4, per a les allaus de la velocitat local. Com en el Cap. 4, només es tindran en compte allaus de durada superior a l'allau més llarga de grandària S_d . Aquest criteri restringeix el nombre d'allaus disponibles i fa que l'estadística, a l'hora d'estudiar les durades de les allaus, sigui més pobre.

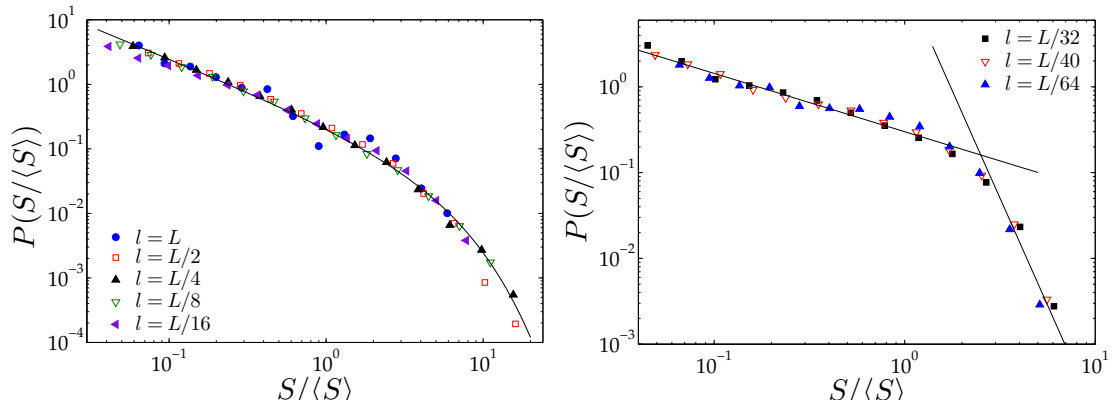


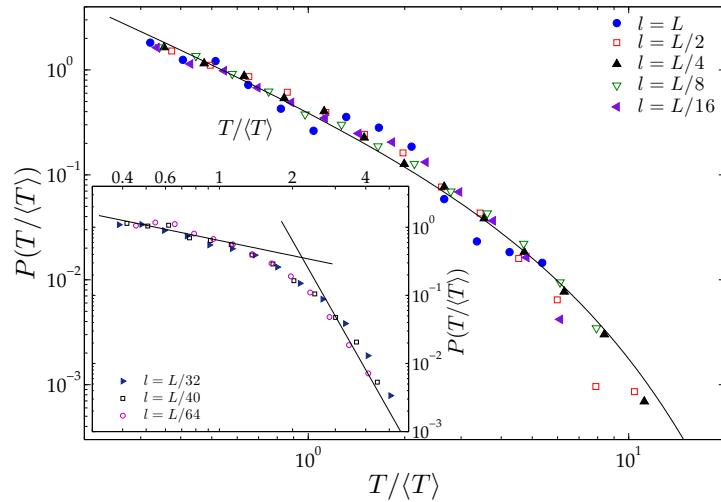
Figura 5.8: Densitats de probabilitat $P(S/\langle S \rangle)$ pel cas de $v = 0.057$ mm/s i mides de finestra diferents. Esquerra: $P(S/\langle S \rangle)$ per finestres amb $l \geq L/16$. La línia representa una funció de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi x}$ amb els valors obtinguts a l'Eq. (5.5). Dreta: $P(S/\langle S \rangle)$ per finestres amb $l \leq L/32$ i $l > L/128$. Les línies són guies per l'ull i representen lleis de potències amb els exponents -0.68 i -5.0 (veure Eq. (5.4)).

5.3.2 Efecte de la finestra d'observació

A la Sec. 5.2.1 s'ha mostrat que $v(x, t)$ presenta correlacions al llarg de la interfície fins una longitud l_c que depèn de v . Per altra banda, la Fig. 5.2 posa de manifest com varia el senyal $V_i(t)$ en funció de la mida l de la finestra que es fa servir per fer la mitjana espacial de la velocitat (veure Eq. (5.1)). A continuació es presenta l'efecte que té l'amplada de la finestra l sobre les densitats de probabilitat de les grandàries i les durades de les allaus.

La Fig. 5.7 mostra les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus, $P(S)$, per un experiment amb $v = 0.057$ mm/s i $c = 0$ per diferents mides de la finestra d'observació l . Totes les $P(S)$ presenten un comportament de tipus llei de potències amb un truncament per grandàries grans. Aquest truncament sorgeix més tard, a S més grans, quan es redueix la mida de la finestra. Això es consistent amb la imatge de la Fig. 5.2, on es podia veure com una fluctuació que ocorria dins de totes les finestres investigades es feia menys important, i més petita, en integrar sobre finestres majors. Això es degut a que la intensitat es veu esmorteïda per l'efecte de fer la mitjana espacial. De la Fig. 5.7 es pot apreciar que existeixen dos règims: les densitats de probabilitat per finestres $l \geq L/16$ presenten un comportament molt similar entre elles i diferent al que presenten finestres de mida més petita. A la Fig. 5.8 es presenten les densitats de probabilitat de les grandàries en unitats de la seva grandària mitjana, $\langle S \rangle$, per aquests dos règims per separat. Les densitats de probabilitat pel règim de finestres d'observació grans es poden ajustar

Figura 5.9: Densitats de probabilitat $P(T/\langle T \rangle)$ per l'experiment a $v = 0.057$ mm/s i diferents mides de finestra. Les allaus s'han calculat fent servir un nivell de tall $c = 0$. La figura principal mostra el col·lapse de $P(T/\langle T \rangle)$ per escales $l \geq L/16$. La línia representa una funció de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi x}$ amb els valors obtinguts a l'Eq. (5.6). La figura inserida mostra el col·lapse de $P(T/\langle T \rangle)$ per $L/32 \geq l > L/128$. Les línies són guies per l'ull de lleis de potències amb exponents -0.74 i -6.3 (veure Eq. (5.7)).



per una llei de potències esmorteïda exponencialment de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi x}$. En canvi, les corresponents distribucions per finestres de mida petita presenten un decaïment més ràpid per S grans, que no correspon a un truncament exponencial. Més aviat sembla que el comportament d'aquestes distribucions es pot descriure mitjançant dues lleis de potències que es creuen. Per finestres extremadament petites ($l \leq L/128$) les densitats de probabilitat ja no col·lapsen amb la resta de $P(S/\langle S \rangle)$ calculades amb $l \leq L/32$.

També s'ha realitzat l'estudi de les densitats de probabilitat en estudiar les durades de les allaus en funció de l . Per aquestes es troba el mateix comportament: dos règims diferents depenent de la mida de la finestra d'observació. A la Fig. 5.9 es pot observar com per $l \geq L/16$ les $P(T/\langle T \rangle)$ col·lapsen en una única corba que es pot ajustar bé per una distribució del tipus $X^{-\tau} e^{-X/\xi x}$. Les distribucions de $T/\langle T \rangle$ per l més petites també col·lapsen però amb una altra forma; ara s'hi poden ajustar dues lleis de potències a la distribució de les durades. A l'hora d'estudiar les durades l'estadística és més pobre, com s'ha mencionat a la Sec. 5.3.1.

Que $P(S/\langle S \rangle)$ i $P(T/\langle T \rangle)$ col·lapsin per diferents l , sempre que aquestes mides pertanyin totes al règim de l grans o totes al règim de l petites, significa que els resultats són independents de la mida de la finestra. Si es mira amb cura la Fig. 5.7 es pot observar que la $P(S)$ corresponent a $l = L$ és més pobre que la resta. Això és resultat d'una estadística més limitada. La possibilitat de fer servir una $l < L$ proporciona, en alguns casos, resultats més bons per a la comprensió dels resultats

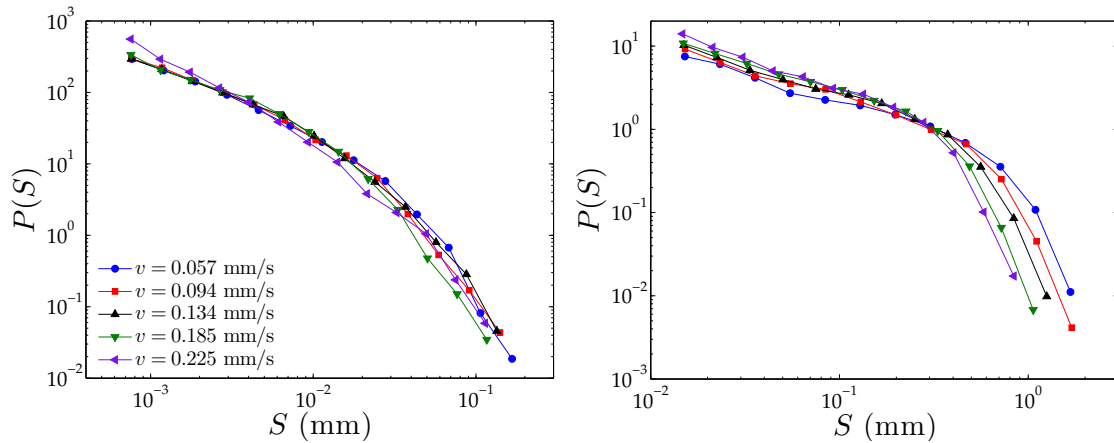


Figura 5.10: Densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per totes les velocitats investigades en aquest capítol amb $c = 0$. Esquerra: $P(S)$ de les allaus corresponents a una finestra $l = L/2$. Dreta: $P(S)$ per a $l = L/40$.

(com per exemple a la Fig. 5.5, on s'ha fet servir $l = L/2$).

5.3.3 Efecte de la velocitat d'injecció

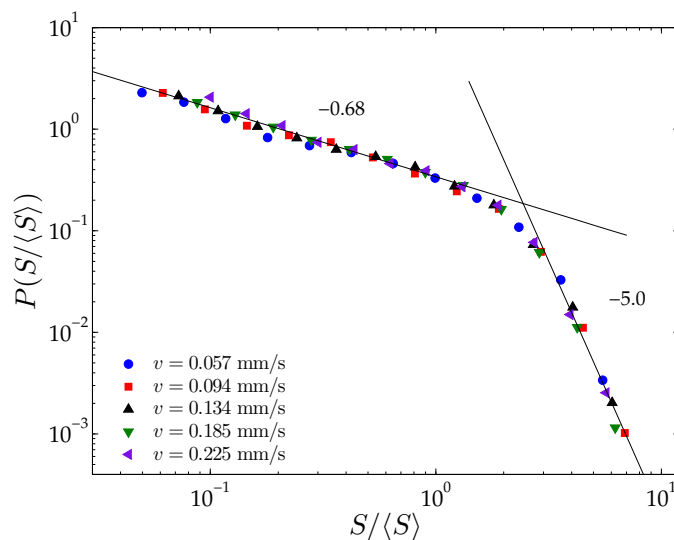
La Fig. 5.10 mostra les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per un nivell de tall fixat i diferents velocitats v . En aquesta figura es mostren les $P(S)$ per dues l corresponents als diferents règims. Com ja s'ha vist a la Sec. 5.3.2, les densitats de probabilitat són independents de la mida de la finestra, sempre i quan es tingui en compte l'existència d'aquests dos règims. A les distribucions de la Fig. 5.10 es pot apreciar que en tots dos casos aquestes tenen una forma de llei de potències fins una grandària a partir de la qual les densitats de probabilitat decauen més ràpidament. És interessant adonar-se de la divergència d'aquesta grandària quan $v \rightarrow 0$. El desplaçament és més visible en el cas de $l = L/40$ (panell de la dreta).

Les densitats de probabilitat de les grandàries en unitats de la seva grandària mitjana $\langle S \rangle$ es poden veure a les Figs. 5.11 i 5.12. La Fig. 5.11 mostra el col·lapse de les $P(S)$ representades a la part dreta de la Fig. 5.10. Als punts representats a la Fig. 5.11 se'ls ha ajustat dues lleis de potències a les regions d'escalament, del tipus $P(S) \sim S^{-\alpha}$. Els valors que s'obtenen pels exponent són:

$$\alpha_{<} = 0.68 \pm 0.05 \quad \text{i} \quad \alpha_{>} = 5.0 \pm 0.2. \quad (5.4)$$

Aquests ajustos també s'han representat a la Fig. 5.8 per comprovar que aquest

Figura 5.11: Col·lapse de les densitats de probabilitat de les grandàries de les allaus per diferents velocitats d'injecció, un nivell de tall $c = 0$ i $l = L/40$, representades a la Fig. 5.10 dreta. El col·lapse s'obté en estudiar les densitats de probabilitat en funció de la seva grandària mitjana $\langle S \rangle$. Les línies representen l'ajust d'una llei de potències en les regions corresponents.



comportament es complex per les diferents mides de finestra emprades. Per altra banda, la Fig. 5.12 mostra el col·lapse de les densitats de probabilitat $P(S/\langle S \rangle)$ per $l = L$. Les distribucions corresponents a diferents velocitats col·lapsen en una distribució de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_x}$, una llei de potències amb un truncament exponencial. A la Fig. 5.12 s'ha representat l'ajust d'una funció d'aquest tipus a les dades experimentals. De l'ajust s'obtenen els valors:

$$\alpha = 1.00 \pm 0.06 \quad \text{i} \quad \xi_{S/\langle S \rangle} = 4.3 \pm 1.4. \quad (5.5)$$

La distribució resultat de l'ajust s'ha representat a les Figs. 5.5 i 5.8. Com es pot veure, la distribució és consistent tant per tot el rang de c que s'ha estudiat com per totes les finestres tals que $l \geq L/16$.

El fet que les densitats de probabilitat $P(S/\langle S \rangle)$ col·lapsin també significa que $\xi_S \sim \langle S \rangle$. A la Fig. 5.13 es pot observar que la grandària mitjana de les allaus es fa més gran a mesura que es redueix la velocitat d'injecció per $l = L/2$. Per tant, tot i que a la Fig. 5.10 esquerra no es pot apreciar la divergència de ξ_S amb la velocitat, aquesta es posa de manifest en representar l'escalament de la grandària mitjana amb la velocitat d'injecció.

El comportament de les densitats de probabilitat de les durades de les allaus és similar al que s'observa per a les grandàries. Les distribucions tornen a mostrar una llei de potències amb una caiguda molt sobtada a durades llargues. A més la durada que marca aquest canvi de comportament divergeix quan la velocitat d'injecció s'apropa al punt d'ancoratge $v = 0$. A la Fig. 5.14 es mostren les distribucions de les durades en unitats de la seva durada mitja $\langle T \rangle$ pels casos $l = L$ i $l = L/40$. Torna a sorgir el problema de l'efecte de finestra que limita l'estadística

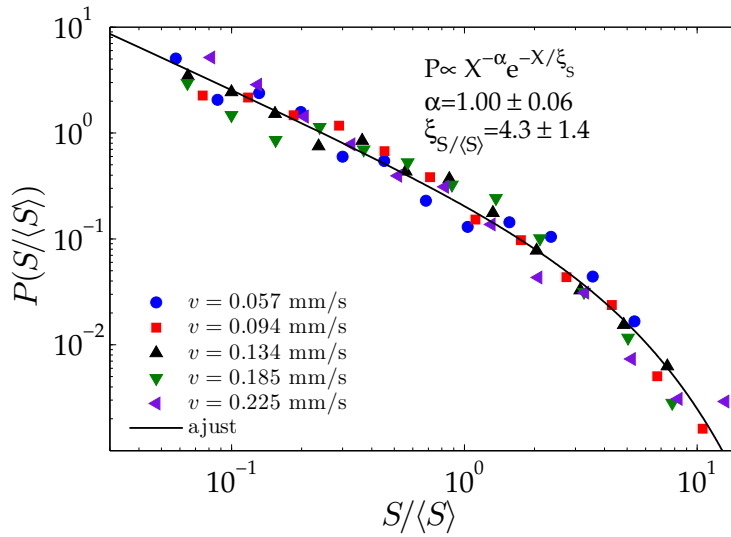


Figura 5.12: Distributions $P(S/\langle S \rangle)$ per diferents experiments amb un nivell de tall $c = 0$ i $l = L$. La línia és el resultat d'un ajust de la forma $P \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_S}$.

de les durades. De tota manera és possible observar que les distribucions de durades de les allaus segueixen una llei de potències amb un truncament per llargues durades. Pel cas de $l = L$ és possible ajustar una llei de potències amb un truncament exponencial de la forma $P \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi_T}$. Un ajust d'aquesta funció als resultats experimentals proporciona els següents valors per τ i $\xi_{T/\langle T \rangle}$:

$$\tau = 1.34 \pm 0.14 \quad \text{i} \quad \xi_{T/\langle T \rangle} = 3.9 \pm 1.5. \quad (5.6)$$

Pel cas de $l = L/40$ s'obté (com en el cas de les grandàries) un altre tipus de distribució; com ja s'ha indicat anteriorment, s'ajusten dues lleis de potències del tipus $P \propto X^{-\tau}$ a les regions d'escalament. Mitjançant un ajust lineal en escala logarítmica es troben els següents valor per als exponent τ :

$$\tau_{<} = 0.74 \pm 0.08 \quad \text{i} \quad \tau_{>} = -6.3 \pm 0.7. \quad (5.7)$$

Les densitats de probabilitat de les durades obtingudes mitjançant els ajustos s'han

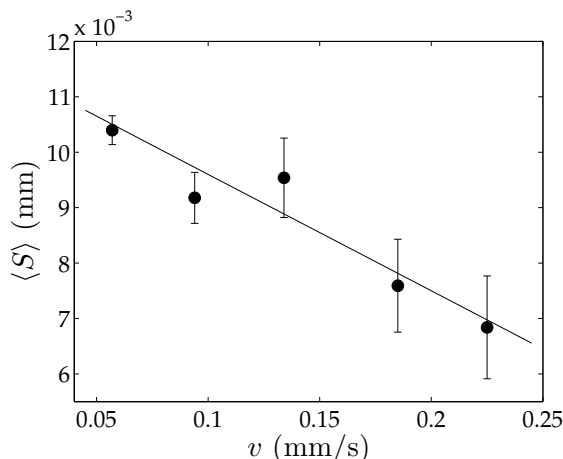


Figura 5.13: Grandària mitjana de les allaus, $\langle S \rangle$, en funció de la velocitat d'injecció per $l = L/2$. La recta és una guia per l'ull.

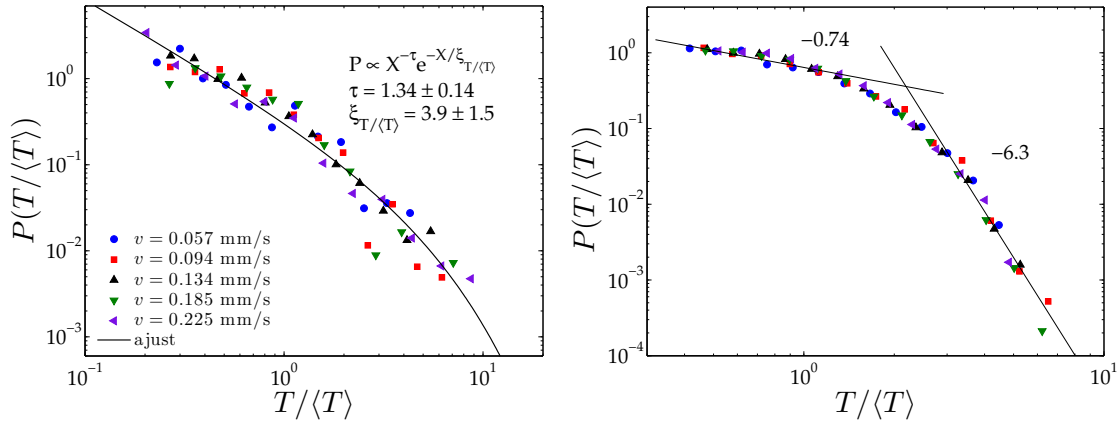


Figura 5.14: Densitats de probabilitat $P(T/\langle T \rangle)$ de les durades de les allaus per totes les velocitats investigades en aquest capítol amb $c = 0$. Esquerra: $P(T/\langle T \rangle)$ per allaus del senyal $V_i(t)$, per una finestra $l = L$. Dreta: el mateix per $l = L/40$.

representat sobre les Figs. 5.6 i 5.9 per veure que aquests resultats són vàlids pels diferents nivells de tall i per les diferents mides de finestra.

5.3.4 Distribució combinada S vs. T

A la Fig. 5.15 es mostren les corbes de nivell de l'histograma conjunt de grandàries i durades de les allaus. A la figura s'han representat els histogrames pels casos $l = L$ i $l = L/40$. Els histogrames corresponen a un nivell de tall $c = 0$. Les grandàries i les durades de les allaus satisfan la relació d'escala $S/\langle S \rangle \sim (T/\langle T \rangle)^x$. Sobre les corbes de nivell s'ha representat una línia recta resultat d'un ajust sobre les allaus individuals. Els exponents x obtinguts són 1.31 ± 0.21 i 1.39 ± 0.05 per $l = L$ i $l = L/40$ respectivament. L'error en el valor de x per $l = L$ és més gran perquè es té menys estadística.

El comportament de llei de potències de les densitats de probabilitat de les grandàries i de les durades de les allaus indica que aquestes distribucions són invariants d'escala. Per aquesta raó la distribució conjunta de grandàries i durades de les allaus haurà de ser-ho també. Si s'imposa que la densitat de probabilitat conjunta sigui invariant d'escala, aleshores es pot obtenir la següent relació d'escala que relaciona els exponents de les densitats de probabilitat marginals, α i τ , mitjançant l'exponent x de l'escalament $S \sim T^x$:

$$\tau = 1 + x(\alpha - 1). \quad (5.8)$$

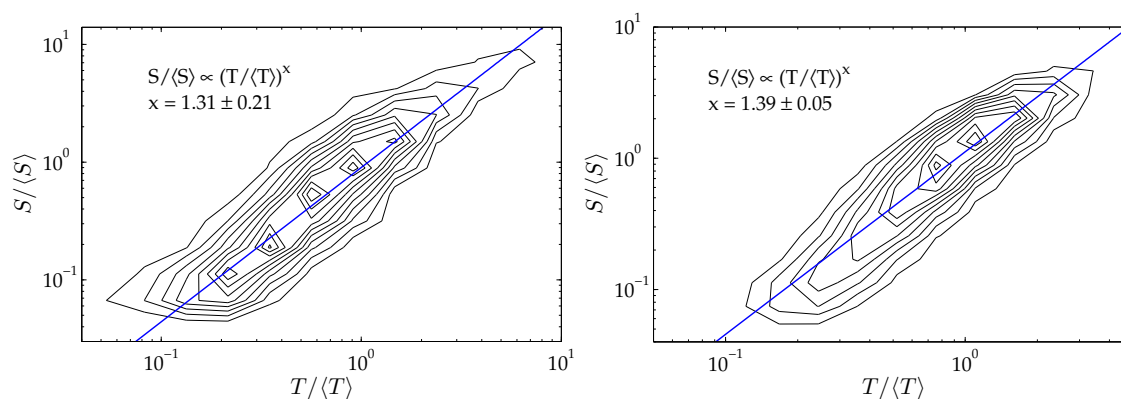


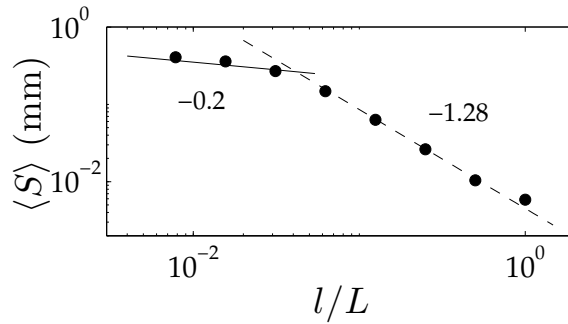
Figura 5.15: Corbes de nivell de l’histograma combinat de grandàries i durades de les allaus. Per realitzar aquest histograma s’han fet servir totes les allaus corresponents a totes les velocitats d’injecció i un nivell de tall $c = 0$. Les línies són un ajust fet sobre totes les allaus i donen l’exponent de la relació d’escala $S \sim T^x$. La figura de l’esquerra correspon a les allaus de la velocitat global d’una finestra de mida $l = L$. La figura de la dreta correspon a les allaus de la velocitat global d’una finestra de mida $l = L/40$.

Com que el valor de l’exponent α és molt proper a 1, aquesta relació prediu un exponent $\tau \simeq 1$ amb una gran incertesa per qualsevol valor de x .

5.3.5 Diferents règims en la dinàmica per allaus

La dinàmica de la velocitat global dels experiments d’imbibició presentats mostra allaus distribuïdes en llei de potències fins a una escala de truncament. Pel cas en què s’estudia la dinàmica global en finestres grans, el truncament és de tipus exponencial i entra de manera natural com un efecte de grandària finita conseqüència de l’existència d’una longitud l_c que limita les dimensions de les allaus. En canvi, en fer la mitjana espacial de la velocitat en finestres de mida més petita, resulta que les distribucions de grandàries i durades no presenten aquest truncament exponencial. De fet és possible ajustar una llei de potències per grandàries i durades grans. Aquest comportament diferent entre l grans i petites pot ser degut a que, quan es caracteritzen les allaus per l grans, les allaus locals caben dins la finestra d’observació, mentre que en el cas de l petites això no és així. En aquest segon cas existiran allaus locals que cabran a la finestra i allaus locals amb una grandària molt superior a la mida de la finestra que es veuran com allaus locals que omplen tota la finestra. La diferència entre aquests dos règims per tant, correspon amb la diferència entre estudiar una variable global sobre un sistema amb correlacions

Figura 5.16: Grandària mitjana de les allaus, $\langle S \rangle$, en funció de la mida de la finestra d'observació l . La línia discontinua és un ajust als resultats de l grans, comportament del tipus llei de potències amb un exponent -1.28 . La línia contínua és una guia per l'ull i representa l'escalament predit a l'Eq. (5.9).



inferiors a la mida de la finestra i estudiar la variable global en un sistema del tot correlacionat.

Amb la idea que s'acaba d'exposar es pot predir el comportament de la grandària mitjana de les allaus en funció de la mida de la finestra per l petites. La grandària de les allaus dona l'avançament extraordinari del front d'imbibició en la direcció y en una allau. Com s'ha vist al Cap. 4, una allau local d'extensió lateral L_x avança una distància $L_y \sim L_x^H$. Si la finestra d'observació té una mida lateral l , l'allau local màxima que quedarà tota continguda a la finestra tindrà una extensió en la direcció de propagació l^H . Com a l'Eq. (5.3), es pot definir un límit superior S_u de la grandària tal que correspongui a una allau local de mida vertical $L_y \sim l^H$ integrada en una finestra de mida l . Aquest S_u escala amb la mida de la finestra com

$$S_u \sim \frac{l^H}{l} \sim l^{H-1}. \quad (5.9)$$

A la Fig. 5.16 s'ha representat l'escalament de la grandària mitjana de les allaus en funció de la finestra d'observació. L'escalament de la grandària mitjana amb l és el mateix que l'escalament del truncament o de la grandària llindar S_u , ja que les distribucions col·lapsen en representar les magnituds en unitats dels seus valors mitjans. Dels resultats de la Fig. 5.16 es pot veure com per escales petites l'escalament $l^{-0.2}$, fent ús del valor $H \simeq 0.8$ obtingut al Cap. 4, està en bon acord amb les dades experimentals.

5.4 Fluctuacions de $V_i(t)$

En estudiar l'amplada estadística a la Fig. 5.3 s'ha posat de manifest que la velocitat local $v(x, t)$ presenta correlacions en la direcció paral·lela al front fins a una longitud l_c . Per tant, $V_i(t)$ és la mitjana espacial d'una variable que està correlacionada en l'espai. Típicament, les fluctuacions d'aquest tipus de magnitud estan distribuïdes d'una forma no-gaussiana [Ber05]. La Fig. 5.17 mostra les densitats

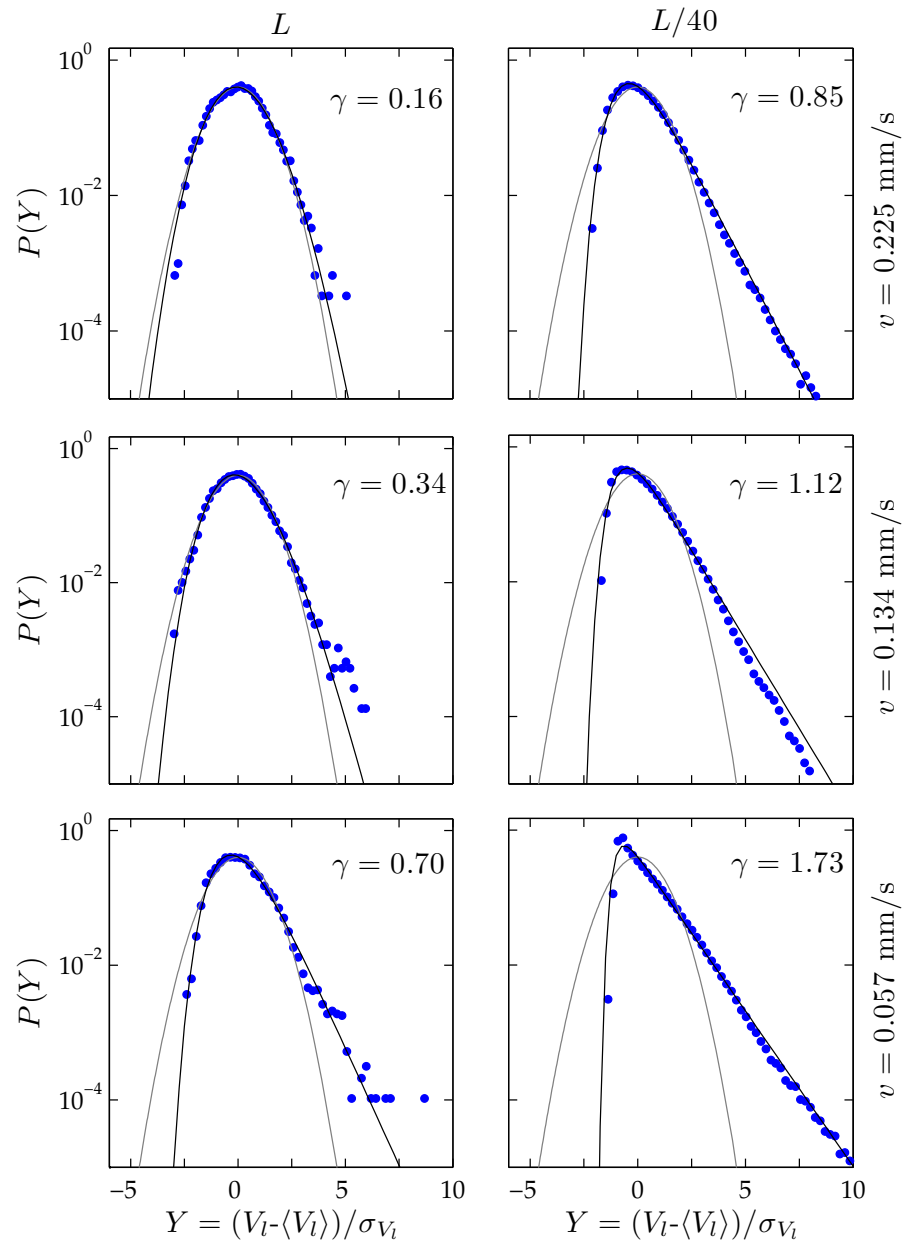
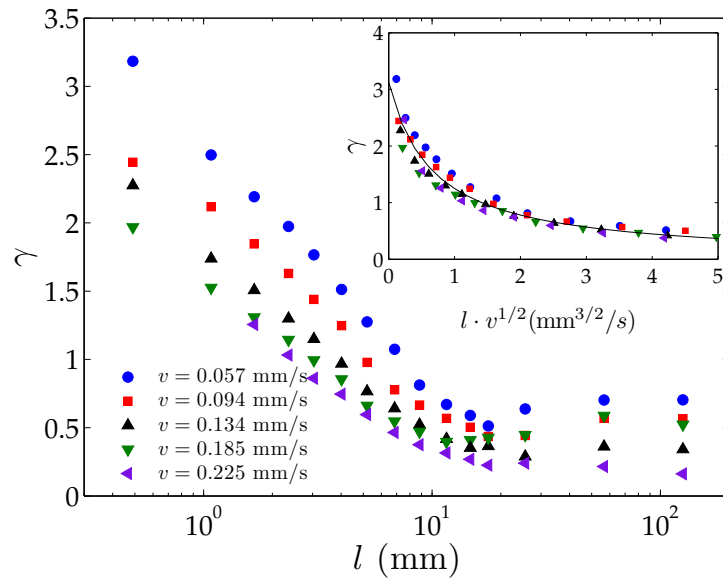


Figura 5.17: Densitats de probabilitats de $(V_t - \langle V_i \rangle) / \sigma_{V_i}$ per mides de finestra $l = L$ i $l = L/40$ i tres velocitats d'injecció diferents. Els resultats experimentals (punts) inclouen dades per un experiment fet sobre quatre realitzacions de desordre. Les línies primes corresponen a una densitat de probabilitat gaussiana, i les línies gruixudes corresponen a les distribucions GG que tenen la mateixa assimetria γ que les dades experimentals, el valor de la qual s'indica a cada figura.

Figura 5.18: Representació semilogarítmica de γ , l'assimetria estadística de les densitats de probabilitat de les fluctuacions de $V_l(t)$, en funció de la mida l . La figura inserida mostra el col·lapse de l'assimetria en funció del producte $lv^{1/2}$. La línia és un ajust a les dades de la forma $1/\gamma = 0.48(lv^{1/2}) + 0.32$.



de probabilitat de $Y \equiv (V_l - \langle V_l \rangle) / \sigma_{V_l}$ per mides de finestra $l = L$ i $l = L/40$ i per diferents velocitats d'injecció v . En aquesta figura es pot observar que per la velocitat d'injecció més alta el senyal de la velocitat $V_L(t)$, construït sobre la finestra més extensa $l = L$, mostra unes fluctuacions molt properes a una gaussiana (distribucions de color gris a la Fig. 5.17). A mesura que es redueix la velocitat d'injecció v , mantenint l fixe, es pot observar d'una manera molt clara que les densitats de probabilitat esdevenen no-gaussians. Es pot veure com aquestes densitats de probabilitat són cada vegada més asimètriques i desenvolupen una cua exponencial per fluctuacions grans i positives. Aquest efecte és molt més pronunciat quan s'estudien finestres més petites, com per exemple en el cas que es mostra a la part dreta de la Fig. 5.17, on la mida de la finestra d'observació és $l = L/40 \simeq 3$ mm, mida que està continguda dins de la regió correlacionada pels tres casos mostrats (veure Fig. 5.3). Resultats per altres v i l que no es mostren a la figura segueixen el mateix comportament dins dels rangs presentats. De fet, la Fig. 5.18 presenta aquest efecte pels diferents experiments realitzats i per diferents finestres d'observació. Aquesta figura mostra com l'assimetria estadística γ , tercer moment de les distribucions, creix tant quan es redueix la finestra d'observació l com quan es redueix la velocitat de l'experiment v . La figura inserida a Fig. 5.18 mostra el col·lapse de l'assimetria quan es representa en funció de $lv^{1/2}$ que es discutirà a la Sec. 5.4.2. Cal apuntar que l'assimetria estadística deixa de variar a partir del moment que l es fa més gran que la longitud de correlació l_c .

5.4.1 Comparació amb la distribució de Gumbel generalitzada

Com s'ha indicat a la Sec. 1.4.2, les fluctuacions de variables globals de sistemes que presenten correlacions internes acostumen a seguir una densitat de probabilitat comparable a la distribució de Gumbel generalitzada (GG) [Ber05; Gum58]. A continuació es comparen (no s'ajusten) les densitats de probabilitat representades a la Fig. 5.17, obtingudes de les dades experimentals, amb la distribució GG que té la mateixa assimetria estadística γ . La densitat de probabilitat GG es pot escriure com [Ber05]:

$$P_a(Y) = \frac{a^a b_a}{\Gamma(a)} \exp(-a\{b_a(Y + s_a) + \exp[-b_a(Y + s_a)]\}), \quad (5.10)$$

on

$$b_a = \sqrt{d^2 \ln \Gamma(a) / da^2} / \sigma_Y, \quad (5.11)$$

$$s_a = \langle Y \rangle + \{\ln a - [d \ln \Gamma(a) / da]\} / b_a \quad (5.12)$$

i $\Gamma(a)$ és la funció Gamma. En fer servir la variable normalitzada Y , el valor mitjà i la variància de les fluctuacions d'aquesta variable global estan fixats: $\langle Y \rangle = 0$, $\sigma_Y^2 = 1$. Gràcies a aquestes dues condicions, l'únic paràmetre lliure de la distribució $P_a(Y)$ és a , ja que b_a i s_a estan fixats (Eqs. (5.11) i (5.12)). a es coneix com el paràmetre de forma de la distribució GG i es pot obtenir de l'assimetria estadística γ de les distribucions com [PHSB01; Ber05]

$$\gamma \equiv \langle Y^3 \rangle = 1 / \sqrt{a}. \quad (5.13)$$

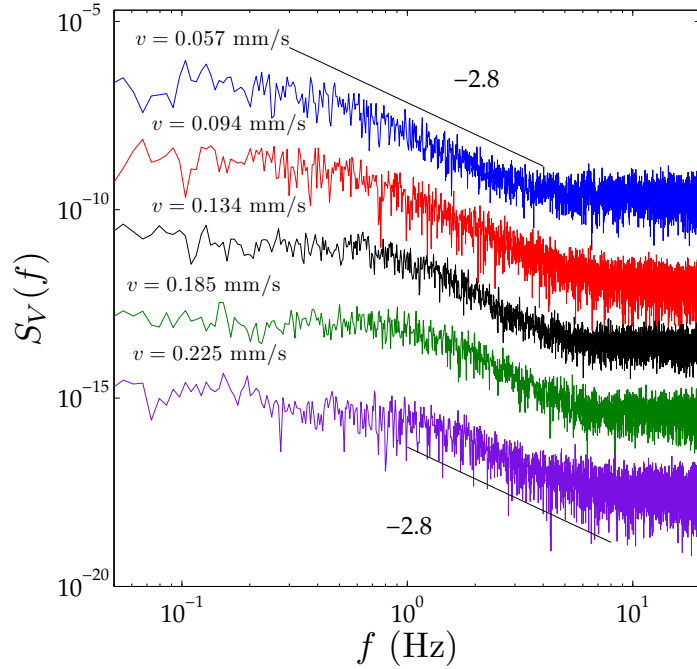
Fent us de l'Eq. (5.13) es poden avaluar les densitats de probabilitat GG que tenen la mateixa γ que les distribucions de les dades experimentals. Es mostren a la Fig. 5.17 amb línies contínues fosques. Cal remarcar que l'acord entre els resultats experimentals i les corresponents densitats de probabilitat GG és excel·lent.

5.4.2 L'assimetria estadística com a mesura del nombre efectiu de graus de llibertat

Com s'ha vist a la Fig. 5.3, les correlacions espacials depenen de la velocitat d'injecció del fluid. Aquest efecte és tal que quan més lent es mou el front d'imbibició més extensa és la regió correlacionada. El quocient entre la mida de la finestra d'observació l i la mida de la longitud de correlació l_c donarà el nombre efectiu de dominis estadísticament independents,

$$N_{\text{eff}} = l / l_c. \quad (5.14)$$

Figura 5.19: Espectre de potències del senyal $V_L(t)$ per diferents velocitats d'injecció. Els senyals corresponents es poden veure a la Fig. 5.1. Les línies serveixen de guia per l'ull, i el valor de l'exponent s'ha obtingut de la mitjana dels ajustos lineals a les regions d'escalament sobre les diferents corbes. El *plateau* que s'observa a freqüències grans és degut al procés d'adquisició i tractament d'imatges, com s'ha comentat a la Sec. 5.2.2. Els espectres s'han desplaçat verticalment per tal d'afavorir-ne la visibilitat.



Com s'ha vist a la Fig. 5.3, $l_c \sim v^{-1/2}$, i per tant

$$N_{\text{eff}} \sim lv^{1/2}. \quad (5.15)$$

En representar l'assimetria estadística γ en funció de $lv^{1/2}$ s'obté un col·lapse raonable de les dades, que es mostra al gràfic inserit a la Fig. 5.18. Així es comprova experimentalment que γ dona una mesura del nombre efectiu de graus de llibertat. Això està d'acord amb prediccions teòriques [PHSB01; NP02] de què l'assimetria estadística γ de la densitat de probabilitat de les fluctuacions d'una magnitud global dona una mesura indirecta de l'escala de les correlacions en un sistema espacialment correlacionat; i amb observacions experimentals en transicions de segon ordre en equilibri [JPCG08].

5.5 Espectre de potències de $V_L(t)$

A la Fig. 5.19 es mostren per diferents velocitats v els espectres de potències de la velocitat global $S_V(f, l) = \langle \tilde{V}(f)\tilde{V}(-f) \rangle$, on $\tilde{V}(f)$ és la transformada de Fourier de $V_L(t) - \langle V_L \rangle_t$, i $\langle \dots \rangle$ significa una mitjana sobre diferents experiments amb diferent realització del desordre. L'espectre de potències posa de manifest l'existència de correlacions temporals de llarg abast en el temps. Aquests espectres mostren un comportament de llei de potències a freqüències altes, caracteritzat per un expo-

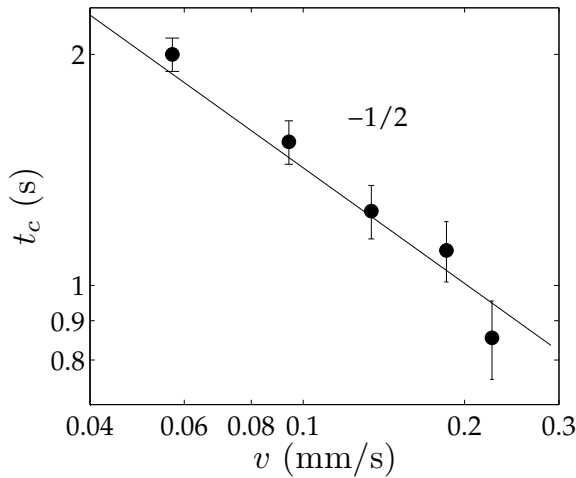


Figura 5.20: Representació logarítmica dels valors de t_c extrets de les corbes de la Fig. 5.19 en funció de v . La línia recta és una guia per l'ull d'una llei de potències amb l'exponent indicat a la figura.

ment espectral ν tal que $S_V \sim f^\nu$ amb valor

$$\nu = 2.8 \pm 0.2. \quad (5.16)$$

Per altra banda, a f baixes (temps llargs) l'espectre presenta un *plateau*, que indica que per escales de temps llargues el senyal està descorrelacionat. De la Fig. 5.19 es pot extreure la freqüència f_c que separa aquests dos comportaments, i identificar el temps corresponent com $t_c = 1/f_c$. A la Fig. 5.20 es mostra la divergència de t_c a mesura que $v \rightarrow 0$.

Amb el valor de l'exponent que s'ha extret de l'escalament de l'espectre de potències $\nu \simeq 2.8$ d'una banda, i els valors de l'exponent de rugositat local $\alpha_{loc} \simeq 0.8$ (Sec. 4.1) i de l'exponent de rugositat espectral $\alpha_s = 1.0 \pm 0.1$ (valor obtingut mitjançant l'espectre de potències de les interfícies, i que està d'acord amb els resultats obtinguts per Soriano et al. [SOHM02]) de l'altra, es pot estimar el valor de l'exponent dinàmic z_{av} fent ús de la relació d'escala donada per l'Eq. (1.66). Tot i la impossibilitat de determinar l'escenari d'escalament per la manca d'exponents suficients, només dos casos són possibles: $\alpha = \alpha_s \simeq 1.0$, en un escenari d'escalament del tipus Family-Vicsek o superrugós; $\alpha_s \neq \alpha > 1.0$, en un escenari d'escalament anòmal intrínsec. Si se suposa que l'escalament és del tipus Family-Vicsek, $\alpha \simeq 1.0$, s'obté un exponent dinàmic de les allaus $z_{av}^{FV} = 0.8 \pm 0.1$, que està en raonable acord amb el resultat de la Sec. 4.7, on s'ha extret experimentalment el valor $z_{av} = 1.0 \pm 0.1$. Si en canvi se suposa que el sistema està en un escenari d'escalament anòmal intrínsec, $\alpha > 1.0$, aleshores s'obté un exponent $z_{av}^{AI} > z_{av}^{FV}$, que podria ser més proper al valor observat en els experiments. Finalment es pot invertir la relació Eq. (1.66) per obtenir el valor de l'exponent de rugositat a partir del valor de z_{av} que s'observa experimentalment. Amb això s'obté un exponent

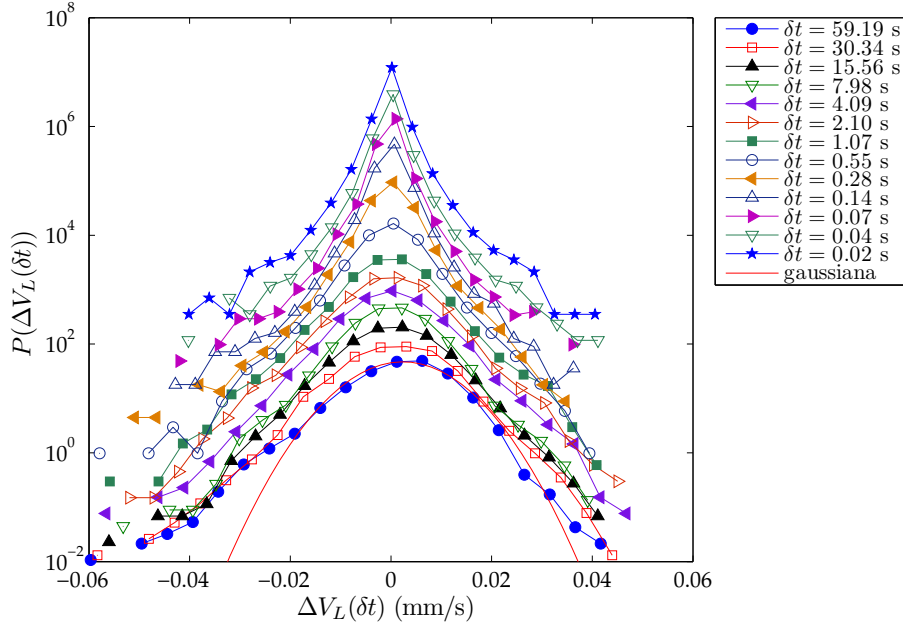


Figura 5.21: Representació semilogarítmica de la distribució estadística de les fluctuacions de la velocitat $\Delta V_L(\delta t) = V_L(t) - V_L(t + \delta t)$ per $v = 0.057$ mm/s. Es mostren les distribucions per diferents δt en progressió geomètrica. Les distribucions s'han desplaçat verticalment per afavorir-ne la visibilitat. Es pot observar que per δt grans ($\delta t > 2$ s) les densitats de probabilitat tenen la forma parabòlica típica de les distribucions gaussianes.

$\alpha = 1.4 \pm 0.3$. Aquest exponent, amb els α_{loc} i α_s observats, indicaria que els experiments corresponen a un escenari d'escalament del tipus anòmal intrínsec.

Com s'ha vist a la Sec. 1.4.3, el temps de saturació de les fluctuacions de la velocitat escala amb la longitud de correlació com $t_c \sim l_c^{z_{av}}$. A més, el sistema està en el règim capil·lar i per tant $l_c \simeq \xi_c \sim v^{-1/2}$ (Cap. 4). Per aquesta raó l'escalament del temps de saturació amb la velocitat serà

$$t_c \sim v^{-z_{av}/2}. \quad (5.17)$$

A la Fig. 5.20 es representen els valors de t_c extrets de l'espectre de potències de la Fig. 5.19 i es comparen amb la predicció de l'Eq. (5.17) fent servir $z_{av} = 1$, valor obtingut experimentalment a la Sec. 4.7. L'acord amb els resultats experimentals és també molt bo.

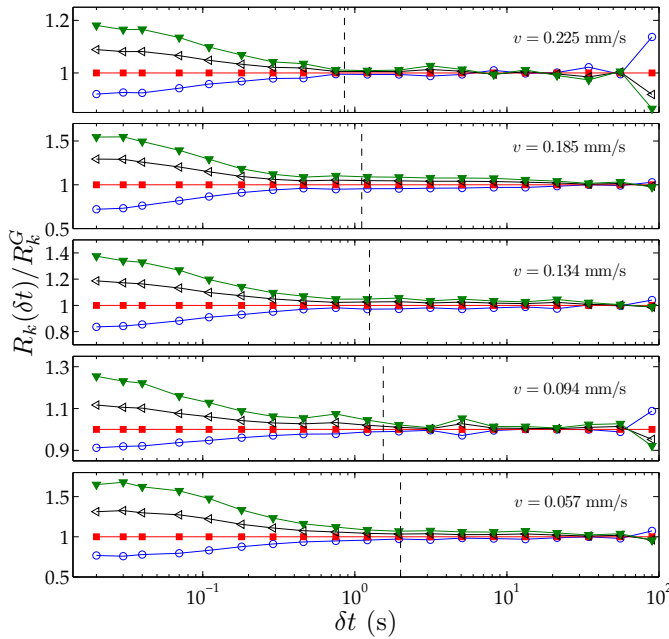


Figura 5.22: Convergència dels quocients R_k cap al quocient gaussià R_k^G pels diferents experiments, en funció de l'escala temporal δt . Els quocients corresponen a $k = 1, 2, 3, 4$ de baix cap a dalt. Les línies puntejades són els valors δt_c corresponents als valors de t_c extrets dels espectres de potències a la Sec. 5.5.

5.6 Caracterització estadística de $\Delta V_L(\delta t)$

A continuació s'estudia com estan distribuïdes les diferències de velocitat

$$\Delta V_L(\delta t) = V_L(t) - V_L(t + \delta t). \quad (5.18)$$

A la Fig. 5.21 es mostren les densitats de probabilitat $P(\Delta V_L(\delta t))$ per diferents valors de δt i per la velocitat d'injecció $v = 0.057$ mm/s. Es pot apreciar que per δt grans els resultats experimentals s'ajusten prou bé a una distribució normal, mentre que per δt petits les distribucions resultants tenen una forma més punxaguda. Per tal de caracteritzar aquest canvi de comportament de $P(\Delta V_L(\delta t))$ es fa servir un mètode desenvolupat a [HH91], que es basa en l'estudi de les funcions d'estructura d'ordre k : $C_k(\delta t) = \langle |V_L(t) - V_L(t + \delta t)|^k \rangle^{1/k}$, on $\langle \dots \rangle$ es refereix a la mitjana sobre diferents valors de t . Un cop es tenen les C_k es poden definir les funcions R_k com quocients de la funció d'estructura d'ordre k i la funció d'estructura d'ordre 2

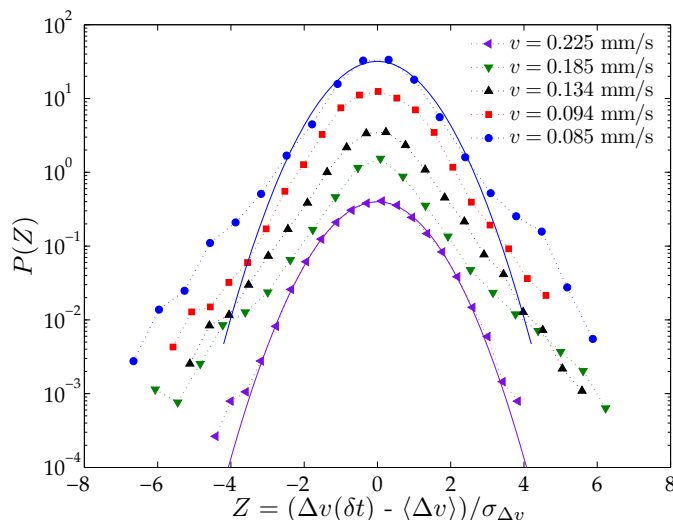
$$R_k(\delta t) = \frac{\langle |V_L(t) - V_L(t + \delta t)|^k \rangle^{1/k}}{\langle |V_L(t) - V_L(t + \delta t)|^2 \rangle^{1/2}}. \quad (5.19)$$

Quan les fluctuacions són gaussianes, els valors d'aquests quocients són [SMD⁺07]

$$R_k^G = \sqrt{2} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}} \right)^{1/k}. \quad (5.20)$$

És important adonar-se que els valors de R_k^G són valors donats, sense paràmetres ajustables. A la Fig. 5.22 s'ha representat la convergència del quocient R_k cap al

Figura 5.23: Representació semilogarítmica de la distribució estadística de les fluctuacions de la velocitat $Z = (\Delta V_L(\delta t) - \langle \Delta V_L \rangle) / \sigma_{\Delta V_L}$. Es mostren les distribucions per $\delta t = 1.07$ s i diferents experiments. Les distribucions s'han desplaçat verticalment per afavorir-ne la visibilitat. Les línies sòlides són guies per a l'ull que representen distribucions gaussianes.



corresponent a fluctuacions gaussianes R_k^G , en el rang de velocitats explorades. Es pot observar com per diferències de temps grans, a partir d'un interval δt_c , les corbes convergeixen aproximadament cap al quocient gaussià. La variació que s'observa als δt més grans ($\delta t \simeq 10^2$ s) és deguda a efectes de grandària finita. Per altra banda, per escales de temps inferiors a δt_c s'observa clarament que $R_k(\delta t) / R_k^G$ es desvia de 1, i per tant les $P(\Delta V_L(t))$ corresponents seran no-gaussianes. Els valors obtinguts per t_c a la Sec. 5.5 (Fig. 5.20) s'han representat amb línies discontinues verticals en els diferents gràfics de la Fig. 5.22. Es pot veure que els valors de t_c estan en bon acord amb l'interval δt_c en què les distribucions $P(\Delta V_L(\delta t))$ passen de ser gaussianes a no-gaussianes.

Finalment s'ha estudiat la desviació de la gaussianitat de $P(\Delta V_L(\delta t))$ per un valor δt donat, en funció de la velocitat d'injecció v . Això es mostra a la Fig. 5.23 on s'ha escollit un $\delta t = 1.07$ s. S'observa que la densitat de probabilitat per a la velocitat més alta ($v = 0.225$ mm/s) segueix una distribució normal. Aquest resultat està en correspondència amb el fet que $R_k(\delta t) / R_k^G \simeq 1$ per $\delta t = 1.07$ s. A mesura que es redueix la velocitat del front es pot veure que la $P(Z)$ perd la seva forma gaussiana. Aquest comportament està d'acord amb els resultats de la Fig. 5.22.

A les Secs. 5.5 i 5.6 s'ha caracteritzat el senyal global de la velocitat des d'un punt de vista temporal. L'espectre de potències de la Fig. 5.19 posa de manifest l'existència de correlacions temporals i, com s'ha vist en aquesta secció, l'abast d'aquestes es correspon amb una distribució de les diferències de velocitat no-gaussiana. En canvi, les distribucions per temps descorrelacionats segueixen una forma gaussiana (Fig. 5.22). En síntesi, l'estudi de les distribucions de les fluctua-

cions temporals de $\Delta V_L(\delta t)$ permet una observació directa dels comportaments correlacionat i descorrelacionat del senyal $V_L(t)$.

5.7 Conclusions

S'ha presentat un estudi experimental de la velocitat global $V_L(t)$ d'un front de fluid que envaeix un medi desordenat en un procés d'imbibició forçada. Gràcies a l'alta resolució experimental i a una anàlisi detallada de les fluctuacions de la velocitat ha estat possible caracteritzar amb molta cura la dinàmica intermitent complexa d'aquesta interfície.

S'ha mostrat que les fluctuacions de la velocitat global corresponen a un avançament del front per allaus. La grandària i la durada d'aquestes allaus estan distribuïdes en llei de potències. Això vol dir que el front avança mitjançant allaus amb un rang molt ampli de grandàries i durades, sense una escala característica. A més s'han estudiat les distribucions de les grandàries i les durades depenent de la finestra d'observació. S'ha trobat un canvi en el comportament d'aquestes distribucions: mentre que en fer la mitjana espacial de la velocitat en finestres de mida gran resulta en allaus distribuïdes seguint una llei de potències amb un truncament exponencial, per finestres de mida prou petita aquesta densitat de probabilitat té un truncament més fort i que no es pot ajustar per un esmorteïment exponencial, sinó que correspon a una segona llei de potències.

En reduir la finestra d'observació de la velocitat global $V_L(t)$, fins arribar a una escala comparable a la longitud de correlació de la interfície, les fluctuacions de la velocitat estan distribuïdes amb una distribució molt ben aproximada per una Gumbel generalitzada –una densitat de probabilitat no-gaussiana amb una cua exponencial. L'assimetria d'aquestes distribucions dóna una mesura del nombre efectiu de graus de llibertat de l'experiment.

Per altra banda, s'ha posat de manifest l'existència de correlacions temporals de llarg abast en estudiar el senyal $V_L(t)$. L'espectre de potències mostra l'existència d'un règim correlacionat, que escala com una llei de potències fins que satura a un temps t_c . L'estudi de les propietats estadístiques de la diferència $\Delta V_L(t) = V_L(t) - V_L(t + \delta t)$ revela que el règim llei de potències de l'espectre es correspon amb unes fluctuacions distribuïdes de forma no-gaussiana. A més, l'Eq. (1.66) que relaciona propietats de la dinàmica global i de la local mitjançant l'exponent de rugositat global α és compatible amb els resultats experimentals.

Capítol 6

Conclusions i perspectives de futur

L'objectiu d'aquesta tesi ha estat caracteritzar experimentalment les propietats d'una interfície fluida en experiments d'imbibició. Els resultats obtinguts es poden separar en dues parts. D'una banda s'ha caracteritzat la morfologia dels fronts en processos d'imbibició espontània, i per l'altra s'ha estudiat la dinàmica dels fronts, tant local com global, en imbibició forçada.

A continuació es presenten les conclusions generals pels diferents estudis realitzats, presentats en aquesta tesi en els capítols de resultats (Caps. 3, 4 i 5). Finalment es presenten com a perspectives de futur nous projectes que es poden dur a terme tot seguint la línia de recerca d'aquesta tesi.

6.1 Conclusions

En el Cap. 3, tot complementant el treball iniciat per J. Soriano [Sor03], on s'estudiaven les propietats morfològiques dels fronts en imbibició forçada, s'han caracteritzat els diferents escenaris d'escalament en processos d'imbibició espontània. Els treballs que s'havien realitzat en imbibició espontània fins ara consistien en experiments en què la diferència de pressions era nul·la, és a dir, la pressió al reservori de fluid invasor era la mateixa que a l'ambient [BBC⁺92; HS95; GMH02]. Per altra banda, la gran majoria d'aquests treballs estaven interessats en l'escalament en el punt d'ancoratge, fet pel qual els dispositius experimentals se situaven en posició vertical, i hi actuava la gravetat com a força estabilitzadora addicional. En aquesta tesi s'han caracteritzat les propietats morfològiques de la interfície en processos d'imbibició espontània en absència de gravetat, identificant diferents escenaris d'escalament en funció de la diferència de pressions imposada entre l'entrada de

fluid invasor en el medi desordenat i l'ambient.

El primer que s'ha fet en estudiar els processos d'imbibició espontània és caracteritzar la seva dinàmica macroscòpica. Aquesta, segons la llei de Washburn, en absència de gravetat haurà de mostrar una evolució en el temps del tipus $\langle h \rangle \sim t^{1/2}$. A més s'han fet experiments per comprovar que, en introduir la gravetat en els experiments, la dinàmica macroscòpica s'ajusta a la solució extensa (Eq. (1.17)) proposada per Fries i Dreyer [FD08a].

Pel que fa a l'estudi de les propietats morfològiques de les interfícies, per una banda s'han estudiat els casos de pressions negatives on la pressió a l'entrada actua contra l'avançament del fluid invasor, mentre la pressió capil·lar fa avançar el front. En aquest règim s'observa un escalament anòmal de les fluctuacions de la interfície amb un exponent dinàmic $z \simeq 3$. Els experiments han mostrat que en incrementar la diferència entre les forces que actuen en favor de l'avançament del fluid i les que actuen impedit aquest avançament, l'escalament passa de ser superrugós a anòmal intrínsec. Per altra banda s'han realitzat experiments aplicant una pressió positiva a favor de l'avançament. L'objectiu d'aquests experiments és observar l'exponent dinàmic efectiu predit per Dubé et al. [DRE⁺99], $z = 4$. Aquesta teoria només té en compte l'efecte del desordre en la pressió capil·lar. Els resultats experimentals mostren que en el règim de pressions altes el que s'obté és un exponent dinàmic $z \simeq 2$ en un escenari d'escalament ordinari. Aquest resultat prova que en aquest règim s'ha de tenir en compte també l'efecte del desordre en la permeabilitat [Pau02].

Els resultats experimentals mostren per primera vegada un creixement d'interfícies en processos d'imbibició espontània amb exponents dinàmics $z \simeq 3$ i $z \simeq 2$.

A continuació es presenten les conclusions generals d'aquest capítol:

- Les interfícies resultat dels experiments d'imbibició espontània en absència de gravetat verifiquen la llei de Washburn $\langle h \rangle \sim t^{1/2}$. La dinàmica macroscòpica dels fronts d'imbibició en presència de la gravetat té un comportament que es descriu, força aproximadament, per la solució extensa.
- L'escalament de les interfícies en imbibició espontània resulta ser molt sensible a la pressió aplicada. Pel cas de pressions positives ($H = 10$ i 15 mm) l'escalament de les fluctuacions del front resulta ser ordinari o de Family-Vicsek. Per pressions negatives l'escalament passa a ser anòmal. Quan la pressió és prou baixa ($H = -4$ i -5 mm) apareix l'escalament superrugós, i quan la pressió aplicada compensa les forces capil·lars que fan avançar la

interfície ($H = -9$ mm), aleshores es pot observar un escalament del tipus anòmal intrínsec.

- Per pressions negatives l'exponent dinàmic és $z = 3$. Aquest es pot relacionar amb un esmorteïment de les fluctuacions de la interfície dominat per la tensió superficial. Pel cas de pressions positives l'exponent dinàmic és $z = 2$, que indica que la principal responsable de l'esmorteïment és la caiguda de pressió viscosa.
- L'exponent de rugositat $\alpha \simeq 1.25$ obtingut pel règim superrugós ($H = -4$ i -5 mm) està d'acord amb el resultat obtingut numèricament a [DRE⁺99], on no es té en compte la presència d'un desordre en la permeabilitat.
- L'observació de l'exponent dinàmic $z = 2$ en els casos de pressions altes ($H = 10$ i 15 mm), i no de l'exponent $z = 4$ que prediu [DRE⁺99], demostra que el desordre en la permeabilitat és rellevant en l'experiment.

En el Cap. 4 s'ha estudiat la dinàmica local en processos d'imbibició forçada. Mentre la caracterització morfològica dels fronts d'imbibició ha estat estudiada en un gran nombre de treballs ([ADR04] i referències en aquest article de revisió), la dinàmica espaciotemporal ha rebut menys atenció [DC98]. La dinàmica local dels fronts d'imbibició ha estat accessible gràcies a una càmera amb una gran resolució, tant espacial com temporal, combinada amb la tècnica estàdística de la matriu de temps d'espera [MSST06]. Els fronts de fluid en un procés d'imbibició exhibeixen un comportament intermitent i caracteritzat per una sèrie d'allaus. Les grandàries i les durades d'aquestes allaus estan distribuïdes en llei de potències truncada exponencialment. S'han realitzat experiments a diferents velocitats d'injecció i s'ha observat que l'escala típica del truncament exponencial divergeix quan $v \rightarrow 0$. Per altra banda, en el rang de v estudiat les allaus presenten relacions d'escala entre grandàries, durades i dimensions de les allaus.

Les conclusions generals del Cap. 4 són:

- Les distribucions de grandàries i durades de les allaus segueixen una densitat de probabilitat de tipus llei de potències amb un truncament exponencial. Les escales típiques de truncament divergeixen en disminuir la velocitat de l'experiment, suggerint que el sistema experimental s'apropa a un punt crític d'ancoratge-desancoratge.
- El truncament exponencial és un efecte de grandària finita. Els truncaments observats a les distribucions de les grandàries (ξ_A), de les durades (ξ_D) i de les

dimensions de les allaus (ξ_{L_x} i ξ_{L_y}), estan relacionats amb l'existència d'una longitud de correlació finita al llarg de la interfície $l_c \simeq \xi_c$. S'observa que: $\xi_{L_x} \sim \xi_c$, $\xi_{L_y} \sim \xi_{L_x}^H \sim \xi_c^H$, $\xi_A \sim \xi_{L_x} \xi_{L_y} \sim \xi_c^{1+H}$ i $\xi_D \sim \xi_{L_y}/v \sim \xi_c^{1+H/2}$, on H és ara l'exponent d'anisotropia de les allaus ($L_x \sim L_y^H$).

- El resultat experimental $x = 1.7 \pm 0.2$ per a l'exponent de la relació $A \sim D^x$ està en bon acord amb la relació d'escala $x = (H + 1)/z_{av} \simeq 1.8$ [PLHM09; Pra09], derivada a prop del punt crític. D'altra banda no es satisfà la relació $x = (H + 1)/(H + 1/2) \simeq 1.39$ [RLDA07], que es deriva en un escenari on la longitud de correlació és molt petita comparada amb la mida del sistema.
- L'exponent dinàmic de les allaus experimentals, que caracteritza la llei d'escala $L_x \sim D^{1/z_{av}}$, val $z_{av} = 1.0 \pm 0.1$. Això significa que la dinàmica local dels fronts d'imbibició forçada en el règim estudiat es propaga de forma superdifusiva. Aquest fet posa de manifest l'existència d'efectes no lineals en la dinàmica de les interfícies.

Finalment, en el Cap. 5 s'ha estudiat la dinàmica dels fronts d'imbibició des d'un punt de vista global, és a dir, estudiant la velocitat mitja del front en funció del temps. La velocitat global de les interfícies presenta un comportament intermitent, amb allaus de diverses grandàries i durades. Aquesta mena de comportament es coneix amb el nom de *soroll cruixent* [SDM01].

Les fluctuacions de variables globals en sistemes que presenten correlacions internes ha estat objecte de nombrosos treballs ([Bra09] i referències incloses en aquest article). En el Cap. 5 també s'ha fet un estudi del comportament de les densitats de probabilitat de les fluctuacions de la velocitat global de la interfície, en reduir la finestra d'observació i incrementar l'abast relatiu de la longitud de correlació. Joubaud et al. [JPCG08] van realitzar un estudi de l'evolució de la distribució de les fluctuacions a mesura que el sistema s'apropa a un punt crític d'equilibri en una transició de fase de segon ordre. En el Cap. 5 s'ha realitzat aquesta caracterització, per primera vegada, per un sistema fora de l'equilibri.

Per completar la caracterització de la velocitat global, s'ha fet un estudi de les correlacions temporals mitjançant una anàlisi de la distribució de les diferències de velocitat en funció de l'interval δt entre dos instants de temps, i l'estudi de l'espectre de potències. Aquest últim satisfà relacions d'escala derivades en un sistema que presenta una longitud de correlació finita [Pra09].

Les conclusions generals del Cap. 5 són:

- L'estudi de les allaus de la velocitat global calculada en tota la finestra d'observació revela unes distribucions de grandàries i durades de tipus llei de potències amb un truncament exponencial. En reduir la mida de la finestra aquest truncament desapareix i les distribucions semblen presentar dos règims diferents de tipus llei de potències. Aquest efecte es pot relacionar amb el fet que per finestres de mida petita la interfície està totalment correlacionada, és a dir, les allaus locals presenten unes dimensions laterals de l'ordre o majors que la mida de la finestra.
- En reduir la finestra d'observació en la qual es mesura la velocitat global $V_i(t)$, les fluctuacions de la velocitat segueixen una distribució que s'aproxima a la distribució Gumbel generalitzada (densitat de probabilitat no-gaussiana). S'ha relacionat l'assimetria d'aquestes distribucions amb el nombre efectiu de graus de llibertat de l'experiment gràcies al col·lapse de γ en representarla en funció de $lv^{1/2} \sim N_{\text{eff}}$.
- Un estudi de les correlacions temporals identifica el règim correlacionat de $V_L(t)$ amb fluctuacions no-gaussianes de $\Delta V_L(\delta t) = \langle V_L(t + \delta t) - V_L(t) \rangle$, i el règim descorrelacionat amb fluctuacions gaussianes de $\Delta V_L(\delta t)$.
- L'exponent que caracteritza el comportament en llei de potències de l'espectre de potències de $V_L(t)$, $\nu \simeq 2.8$, es pot relacionar amb la dinàmica local mitjançant l'Eq. (1.66). Fent ús del resultat experimental $z_{av} = 1.0 \pm 0.1$ s'obté un exponent de rugositat $\alpha = 1.4 \pm 0.3$, resultat compatible amb els α_s i α_{loc} observats, en un hipotètic escenari d'escalament anòmal intrínsec.
- És possible identificar experimentalment la regió temporal correlacionada en l'espectre amb la longitud de correlació de la interfície mitjançant la relació $t_c \sim l_c^{z_{av}} \sim v^{-z_{av}/2}$.

El fet d'haver emprat idèntiques condicions experimentals en estudiar la dinàmica local i la global dels fronts d'imbibició forçada permet una comparació directa entre els dos punts de vista. Per això ha estat possible posar a prova s les relacions d'escala derivades a [LPHM09; Pra09], i s'obre la porta a la verificació experimental d'altres relacions teòriques que lliguin la informació global amb el què passa a nivell local.

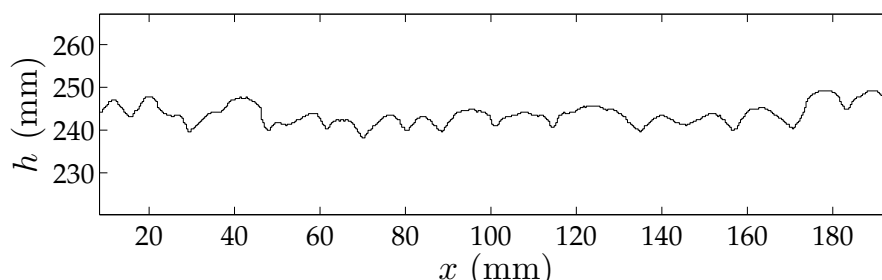


Figura 6.1: Interfície resultat d'un procés d'imbibició espontània amb un desordre persistent en la direcció y . La interfície que es mostra correspon a un instant de temps $t = 475$ s després de l'inici de l'experiment. L'alçada de la columna d'oli és $H = 22$ mm, i l'espaiat entre plaques és $b = 0.46$ mm.

6.2 Perspectives de futur

Els resultats presentats en aquesta tesi han obert nous interrogants i noves línies d'investigació, tant en l'estudi de la morfologia dels fronts d'imbibició com en l'estudi de la seva dinàmica. A continuació es presenten les qüestions més interessants que han quedat obertes per a una recerca futura.

6.2.1 Propietats d'escalament en imbibició espontània en presència de gravetat

Tot seguint la feina presentada al Cap. 3, on s'estudien les propietats d'escalament de les interfícies en processos d'imbibició espontània en absència de gravetat, s'han començat a fer experiments amb el mateix objectiu introduint la gravetat al problema. Segons Dubé et al. [DMR⁺01], la gravetat introdueix una nova escala de longitud característica, com ho eren ξ_c i ξ_κ (veure Sec. 1.3.2), de la forma

$$\xi_g \sim \langle h \rangle_{eq}^{1/2}, \quad (6.1)$$

on $\langle h \rangle_{eq}$ és la posició mitja d'ancoratge de la interfície (veure Sec. 1.1.1). La teoria descrita a [DMR⁺01] prediu que les fluctuacions de la interfície només s'extendran fins a aquesta escala de longitud. Seria interessant posar a prova aquesta predicció i veure com afectaria el desordre en la permeabilitat en incrementar el rang de velocitats del front.

6.2.2 Imbibició espontània en geometria columnar

En el Cap. 3 s'han presentat els diferents escenaris d'escalament resultat de variar la pressió a l'entrada del fluid a la cel·la. Un pas següent seria canviar les propietats del desordre a la cel·la de Hele–Shaw, i concretament estudiar el cas en què el desordre és persistent en la direcció y (desordre columnar o desordre T a [Sor03]). A la Fig. 6.1 es mostra una interfície resultat d'un experiment d'imbibició espontània en desordre columnar.

Resultats prelimars en simulacions de “phase-field”, en què s'ha introduït el soroll en la permeabilitat, mostren un escalament de tipus facetat [Pra06].

6.2.3 Dinàmica global per un règim de v més grans

Amb l'objectiu d'observar com es comporta la dinàmica global quan el desordre en la permeabilitat pren importància es poden realitzar experiments a v més elevades que les estudiades en aquesta tesi. En aquesta línia ja s'han realitzat alguns experiments i els resultats previs mostren que, en estudiar la distribució de les fluctuacions de la velocitat global a velocitats altes, la forma de la distribució satura. Les distribucions mantenen la mateixa forma i s'aproximen per la mateixa distribució GG (caracteritzada per la mateixa assimetria estadística) independentment de v . Per altra banda, en cas que el soroll en la permeabilitat no fos massa important en aquest règim de velocitats es podrien observar les relacions d'escala predites per Rost et al. [RLDA07], derivades en la hipòtesi que les allaus estan mútuament descorrelacionades.

6.2.4 Estudi de la dinàmica en imbibició espontània

Un cop caracteritzada la dinàmica dels fronts en processos d'imbibició forçada, seria interessant modificar el dispositiu experimental i adaptar les tècniques per tal d'estudiar la dinàmica intermitent de les interfícies en imbibició espontània, un escenari on les escales temporals varien contínuament.

6.2.5 Estudi de la dinàmica a prop del punt d'ancoratge

En els Caps. 4 i 5 s'ha caracteritzat la dinàmica dels fronts, tant local com global, i s'ha observat un comportament crític d'aquesta dinàmica que es fa més i més important a mesura que $v \rightarrow 0$. Els resultats teòrics [PLHM09; Pra09] obtinguts

precissament en el punt d'ancoratge $v = 0$, però, disten dels resultats experimentals [SPMO09] que s'han mostrat en aquesta tesi. L'objectiu principal d'aquesta línia de recerca seria apropar encara més el sistema al punt d'ancoratge $v = 0$ i veure si el comportament observat experimentalment fins ara varia.

Donades les limitacions experimentals és impossible arribar a un règim en què la longitud de correlació divergeixi simplement reduint la velocitat d'injecció de la bomba de xeringa. Per tal d'atacar aquest problema s'han concebut dos dispositius experimentals diferents.

1. Si es deriva la longitud de creuament ξ_c (que limita l'extensió de la correlació) per el cas d'imbibició forçada en presència de la gravetat, aquesta té la forma

$$\xi_c^* \sim \sqrt{\frac{1}{v + \rho\kappa_0 g_{ef}}}, \quad (6.2)$$

on g_{ef} és la gravetat efectiva oposada a l'avançament del fluid. Si la cel·la de Hele–Shaw s'inclina de tal manera que la gravetat afavoreixi l'avançament del fluid invasor, aleshores de l'Eq. (6.2) es pot veure clarament que per una velocitat d'injecció finita $v = \rho\kappa_0 |g_{ef}|$ la longitud ξ_c^* divergeix. Una estimació de la inclinació requerida per poder treballar amb valors de v accessibles experimentalment mostra que n'hi hauria prou amb una inclinació de 1° respecte a l'horitzontal.

2. L'altra manera d'apropar-se al punt d'ancoratge és fent experiments d'imbibició espontània en presència de gravetat que actuï contra l'avançament de la interfície (veure Sec. 3.1.2). En aquesta mena d'experiments la interfície redueix la seva velocitat de manera natural fins a arribar al punt d'ancoratge $v = 0$. Un cop es té la interfície aturada s'incrementa molt lleugerament la pressió aplicada pel dipòsit d'oli i s'estudia la dinàmica relaxacional des d'aquest instant de temps fins que la interfície es torna a aturar.

6.2.6 Relació amb el medi desordenat

Roman per estudiar si les propietats estadístiques i/o la morfologia dels obstacles de desordre (veure Cap. 2.2.2) poden modificar substancialment la morfologia o la dinàmica dels fronts d'imbibició.

Part II

Summary in English

Chapter 7

Imbibition in disordered media

7.1 Introduction

The dynamics of a fluid invading a disordered medium has received considerable attention in last years [ADR04]. Understanding the kinetic roughening process associated with the motion of the liquid–air interface and its intermittent dynamics has become a fundamental problem of nonequilibrium statistical physics [BS95]. It has been studied intensively, both theoretically [DRE⁺99; HMSL⁺01; PC03; ADR04; PHM06; RLDA07] and experimentally [REDG89; HFV91; Sah93; ZMOW97; GMH02; Sor03; SMP⁺05], focusing on the particular case of imbibition.

Imbibition is a process of fluid transport in a disordered medium, in which a fluid that preferentially wets the medium displaces a resident fluid. If this displacement takes place at a constant external pressure, the process is called *Spontaneous imbibition*. On the other side, if the invading fluid is injected at constant flux rate, the process is called *Forced-flow imbibition*. This way of classifying the imbibition processes is based on a mass conservation criteria, and it differs from the one reported by Payatakes and Dias (see [Sah93] and reference therein [PD84]), and the one used by Alava et al. [ADR04].

In imbibition the liquid–air interface undergoes a roughening transition under the effect of several competing forces acting on different length scales: while capillary forces tend to destabilize the interface on very small length scales, viscous pressure and surface tension tend to stabilize it on larger length scales. The result is that the system is spontaneously driven towards a statistically stationary state,

with critical interfacial fluctuations [ADR04]. In contrast to other roughening processes, notably those related to the growth or erosion of solid surfaces, the kinetic roughening of a fluid interface in a disordered medium is governed by nonlocal dynamics [DRE⁺99; HMSL⁺01; PC03].

This thesis reports on the structure and the dynamics of the liquid-air interface in a series of experiments of imbibition of a very viscous fluid by a disordered medium with controlled quenched disorder. Since air can be assumed to have negligible viscosity, the flow is characterized by the dynamic viscosity μ of the liquid and the surface tension σ of the liquid-air interface. These two magnitudes can be combined in the form of a dimensionless capillary number $\text{Ca} = \mu v / \sigma$, where v is the mean velocity of the flow.

7.1.1 Analytical solution for the macroscopic dynamics in imbibition processes

The easiest way to understand the dynamics of the mean height of the front in spontaneous imbibition, $\langle h \rangle$, is through the problem of flow in a capillary tube. Making the following assumptions: (i) the flow in the tube is one dimensional, (ii) inertial effects and friction due to the displaced air are not taken into account, (iii) inertial effects in the fluid reservoir are not taken into account neither, (iv) the flow inside the tube can be described as a Poiseuille flow in a cylindrical geometry [Bat67], (v) the capillary pressure jump at the interface is given by the Young-Laplace equation [dGBWQ04], and (vi) the gravity effects are not affecting the fluid meniscus (small Bond number), the force balance in the capillary tube can be written as

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{R} = \rho g \langle h \rangle \sin \psi + \frac{8\mu \langle h \rangle}{R^2} \langle \dot{h} \rangle + \rho \frac{d(\langle h \rangle \langle \dot{h} \rangle)}{dt}, \quad (7.1)$$

where ρ is the fluid density, ψ the angle between the tube and the horizontal, θ the contact angle of the liquid at the tube wall, and R the tube radius. The terms in Eq. (7.1) correspond to (from left to right): capillary pressure, hydrostatic pressure due to gravity, viscous pressure drop (Poiseuille law), and the inertial term. In a disordered medium, using Darcy's law, Eq. (7.1) can be rewritten as

$$p_c = \rho g \langle h \rangle \sin \psi + \frac{\mu \langle h \rangle}{\kappa} \langle \dot{h} \rangle, \quad (7.2)$$

where p_c is the capillary force due to the disordered medium. The inertial term has been neglected in the previous expression because the flow is considered to have a low Reynolds number (so that Darcy's law applies).

If gravity is not present, Eq. (7.2) gives the following solution for the mean position of the imbibition front

$$\langle h \rangle^2 = \frac{2\kappa p_c}{\mu} t. \quad (7.3)$$

This solution is obtained using the initial condition $\langle h \rangle(t = 0) = 0$. Eq. (7.3) is known as Washburn's law [Was21].

If gravity is present in the experiment, then the solution for Eq. (7.2) is not Washburn's law. Eq. 7.2 can be rewritten in the form

$$\langle \dot{h} \rangle = \frac{a}{\langle h \rangle} - b, \quad (7.4)$$

with $a = (\kappa/\mu)p_c$ and $b = \rho g \kappa \sin \psi / \mu$. This equation gives a solution $t = t(\langle h \rangle)$, that diverges when $\langle h \rangle \rightarrow \langle h \rangle_{eq}$. Here $\langle h \rangle_{eq}$ is the limiting front position that makes $\langle \dot{h} \rangle = 0$. In this limit it is possible to find an asymptotic solution of the form [ZTH00]

$$\langle h \rangle(t) = \frac{a}{b} \left(1 - e^{-b^2 t/a} \right). \quad (7.5)$$

Recently, using a formulation based on the Lambert function, Fries and Dreyer [FD08a] have derived an analytical solution for $\langle h \rangle = \langle h \rangle(t)$ for the problem of imbibition with gravity. Lambert function is defined as $x = W(x)e^{W(x)}$. The solution reads:

$$\langle h \rangle(t) = \frac{a}{b} \left[1 + W \left(-e^{-1-b^2 t/a} \right) \right], \quad (7.6)$$

and is known as the extended solution of Washburn's law. The extended solution can be reformulated in dimensionless variables

$$TN = t \frac{b^2}{a} = t \frac{b}{\langle h \rangle_{eq}}, \quad HN = \langle h \rangle \frac{b}{a} = \frac{\langle h \rangle}{\langle h \rangle_{eq}}, \quad (7.7)$$

and Eq. (7.6) becomes

$$HN = 1 + W \left(-e^{-1-TN} \right). \quad (7.8)$$

7.1.2 Kinetic roughening in imbibition

The disordered medium used in the present work consists on a Hele–Shaw cell with two different values of gap spacing provided by copper squares, randomly distributed in space. This disordered medium resembles what is known in geophysics as an *open fracture*. Gap thickness fluctuations give rise to: (i) capillary pressure fluctuations at the liquid-air interface, (ii) spatial fluctuations in the permeability κ of the porous medium, and (iii) fluctuations arising from the fact that

liquid mass conservation in the 3d cell implies non-conservation in the projected 2d problem. The interplay between these different fluctuation sources, acting on different length scales, gives rise to a very rich behavior [PC03].

Considering the problem of imbibition in a generic disordered medium, the equation that describes the growth of the q mode of the interface in Fourier space can be written in the linear approximation, close to the flat interface as [GB98; DRE⁺99; HMSL⁺01]:

$$\frac{\partial \tilde{h}_q}{\partial t} = -\frac{\sigma\kappa}{\mu}|q|q^2\tilde{h}_q - V(t)|q|\tilde{h}_q + \text{quenched noise.} \quad (7.9)$$

This is a nonlocal equation ($|q|$ terms) that is linear in \tilde{h}_q . The first two terms on the right hand side are damping mechanisms. The $\sim |q|q^2$ term accounts for the stabilizing role of surface tension, and the term $\sim |q|$ is the damping mechanism due to the viscous pressure drop in the disordered medium. The last term, the one with the + sign, considered as a quenched noise (its temporal dependence appears through the interface position $h(x, t)$), represents the destabilizing forces inherent to the disordered medium. There are two main contributions to the quenched disorder [PC03]: one related to the capillary pressure $(\sigma b_0)/(12\mu)|q|\tilde{\zeta}(q)$ and another one related to the disorder in the permeability $V(t)\tilde{\zeta}(q)/2$.

A length scale ξ_c that separates surface tension damping from viscous pressure damping can be obtained by equating the two damping terms in the interfacial equation Eq. (7.9)

$$\xi_c \simeq \sqrt{\kappa/\text{Ca}}. \quad (7.10)$$

On the other hand, the relative importance of capillary and permeability disorder is characterized by a length scale [PC03]

$$\xi_\kappa \simeq \frac{b_0}{6\text{Ca}}, \quad (7.11)$$

where b_0 is the mean gap of the disordered medium. On length scales much smaller than ξ_κ roughening is dominated by capillary disorder, while permeability disorder is relevant at larger length scales [PC03; ADR04].

7.1.3 Scaling theory of rough surfaces

A fluctuating interface $h(x, t)$ is usually described in terms of its scaling properties. For scale-invariant interfaces one expects lateral correlation length to grow in time as $l_c \sim t^{1/z}$ until it reaches the lateral system size L , defining then a saturation time

$t_s \sim L^z$. The usual tool to describe the scaling properties of the interface fluctuations is the interface global width $w(L, t) = \langle [h(x, t) - \bar{h}]^2 \rangle^{1/2}$, which increases as $w(L, t) \sim t^\beta$ for $t < t_s$ and becomes constant $w(L, t) \sim L^\alpha$ for $t \geq t_s$. Here, $\langle \dots \rangle$ is a spatial average in the x direction and the overbar over different noise realizations. α , β and z are the roughness, growth and dynamical exponent, respectively, and they are related through the scaling relation $\alpha = z\beta$. In the so-called Family–Vicsek scaling scenario [FV85], this set of scaling exponents is enough to describe the scaling properties of the interface fluctuations. However, when anomalous scaling is present [RLR00], the local scales behave in a different manner than the global ones. Therefore one has to compute the interface width at different window sizes,

$$w(l, t) = \langle \langle [h(x, t) - \langle h \rangle_l]^2 \rangle_l \rangle^{1/2}, \quad (7.12)$$

where $\langle \dots \rangle_l$ denotes an average over x in windows of size $l < L$. For scale-invariant growth local fluctuations are expected to increase as

$$w(l, t) = t^\beta g(l/t^{1/z}), \quad (7.13)$$

with the corresponding scaling function

$$g(u) \sim \begin{cases} u^{\alpha_{loc}} & \text{if } u \ll 1 \\ \text{const.} & \text{if } u \gg 1, \end{cases} \quad (7.14)$$

where α_{loc} is the local roughness exponent, that characterizes roughness at small scales. One implication of the anomalous scaling is that the local width saturates when the correlation length reaches the system size, i. e., at times t_s and not at the local time $t_l \sim l^z$ as occurs in the Family–Vicsek scaling. There is an intermediate regime between t_l and t_s where the local width grows as $w(l, t) \sim t^{\beta^*}$ with $\beta^* = \beta - \alpha_{loc}/z$.

Alternatively, one can calculate the power spectrum of the interface, $S(q, t) = \langle \tilde{h}_q(t) \tilde{h}_{-q}(t) \rangle$, where $\tilde{h}_q(t)$ is the q -component of the Fourier transform of the interface height. It is also expected to show scaling

$$S(q, t) = q^{-(2\alpha+1)} s_A(qt^{1/z}), \quad (7.15)$$

where now the scaling function has the general form

$$s_A(u) \sim \begin{cases} u^{2(\alpha-\alpha_s)} & \text{if } u \gg 1 \\ u^{2\alpha+1} & \text{if } u \ll 1, \end{cases} \quad (7.16)$$

and α_s is known as the spectral roughness exponent. Different types of scaling arise from this general scaling function [RLR00]. For $\alpha_s < 1$ it is always accomplished that $\alpha_{loc} = \alpha_s$ and the Family–Vicsek scaling is recovered whenever $\alpha_s = \alpha$.

In contrast, the so-called intrinsic anomalous scaling appears when $\alpha_s \neq \alpha$. Note that for this kind of anomalous scaling a temporal shift is observed in the power spectrum. On the other hand, for $\alpha_s > 1$ it always occurs that $\alpha_{loc} = 1$, and the super-rough anomalous scaling is obtained if $\alpha = \alpha_s$, while the so-called scaling of faceted interfaces results if $\alpha \neq \alpha_s$.

7.1.4 Intermittent dynamics in imbibition

Local dynamics

The spatio-temporal dynamics of interfaces driven through random media has become a subject of central importance in nonequilibrium statistical physics in last years [Kar98; Fis98]. A wide variety of slowly driven physical systems of different microscopic nature have been found to exhibit scale-invariant, burst-like correlated motion over a broad range of sizes and durations: vorticity lines in superconductors [FWN95], dislocation lines in plastically deformed microcrystals [CMW⁺07], fracture fronts of heterogeneous media [MSST06], magnetic domains in ferromagnets [DZ00], and wetting contact lines over rough substrates [RGGR98], to cite a few.

Most studies of imbibition in last years have focused on the scaling properties of the front morphology [Sor03; ADR04; PPHMO07]. The spatio-temporal dynamics of the process has received much less attention, in particular experimentally [DC98]. Dougherty & Carle [DC98] however studied indeed the problem of forced-flow imbibition. They defined avalanches as areas swept by the imbibition front in a fixed time interval, and observed an exponential distribution of avalanche sizes for experiments at very low capillary numbers ($Ca \sim 2 \times 10^{-7}$). If their results are carefully checked one can observe that the typical lengthscale of the distribution corresponds to the size of the pore.

Recently, new investigations have been carried out regarding the problem of the local intermittency of the front in forced-flow imbibition, both experimentally [SPMO09] and theoretically [RLDA07; PLHM09]. When the capillary disorder is the only mechanism that roughens the interface (capillary regime), the correlation length will be $l_c \simeq \xi_c$ in the stationary regime ($t > t_s$). Pradas et al. [PLHM09] have developed a scaling theory for local avalanches in imbibition in this regime and close to the pinning point ($v = 0$).

Due to the existence of a finite correlation length, $l_c \simeq \xi_c$, that cuts off the sizes and the durations of the avalanches, a power-law distribution exponentially trun-

cated is expected for these magnitudes, of the form $P(X) \propto X^{-\alpha_x} e^{-X/\xi_x}$, where $P(X)$ is the pdf of the magnitude X . The power-law regime reveals the underlying critical behaviour, and the exponential cutoff is the finite size effect introduced by the finite correlation length over the magnitude X . Since ξ_c depends on velocity (see Eq. (7.10)), and avalanches are supposed to be scale invariant, the following relation between cutoff size and velocity is obtained: $\xi_A \sim \xi_c^{D^*} \sim v^{-D^*/2}$ [PLHM09], where the exponent D^* is the avalanche dimension that relates the size A of an avalanche with its lateral extension L_x . The cutoff ξ_A diverges when $v \rightarrow 0$, pointing to a critical behaviour at the pinning point $v = 0$. Making the assumption that avalanches are scale-invariant it is possible to derive a set of scaling relations. They are summarized in Table 7.1. The last scaling relation shown in Table 7.1 had been obtained previously by Rost et al. [RLDA07]. It applies to a regime where the correlation length is small compared to the system size (far from the critical pinning point) and avalanches can be considered independent.

An experimental study of the local dynamics in forced-flow imbibition [SPMO09] will be presented in Sec. 7.3.6 of the present thesis. The statistical pdf's of sizes and durations, and the corresponding critical exponents will be determined, and the previous scaling relations tested.

Global dynamics

The study of global magnitudes has been a useful tool when studying systems where local information is not available. There are many different physical examples where the spatiotemporal activity has been characterized by a global variable. Some of them are: earthquake dynamics [SS89], the dynamics of a fracture front [BSP08], and the displacement of magnetic domains [DZ06]. The jerky response of

Table 7.1: Summary of the scaling laws and scaling relations derived in [PLHM09] for the case of an interface moving in $d + 1$ dimensions.

| pdf's | Scaling laws | Scaling relations |
|---|-------------------------|---|
| $P(A) \propto A^{-\alpha} e^{-A/\xi_A}$ | $A \sim L_x^{D^*}$ | $D^* = 1 + \alpha_{loc}$ |
| $P(D) \propto D^{-\tau} e^{-D/\xi_D}$ | $A \sim D^x$ | $\tau = 1 + \frac{D^*}{z_{av}}(\alpha - 1)$ |
| $P(L_x) \propto L_x^{-\alpha_{L_x}} e^{-L_x/\xi_{L_x}}$ | $L_x \sim D^{1/z_{av}}$ | $\alpha_{L_x} = 1 + z_{av}(\tau - 1)$ |
| - | - | $x = D^*/z_{av} = (1 + \alpha_{loc})/z$ |
| - | - | $x = (\alpha_{loc} + 1)/(\alpha_{loc} + 1/2)$ |

a global magnitude to an external perturbation has received the generic name of *crackling noise* [SDM01]. Individual events can show a wide range of magnitudes of sizes and durations. These sizes and durations are usually distributed following a power law, without any characteristic scale.

On the other hand, the pioneering work of BHP on non-Gaussian fluctuations of the power consumption in a turbulent reactor, and of the magnetization of an XY Ising model [BHP98], triggered an upsurge of studies concerning the fluctuations of global quantities in correlated systems [BHP98; BCF⁺00; PHSB01; TKG03; Ber05; JPCG08]. When the correlation length is of the order of the system size, it has been proposed that the pdf of a global quantity is asymmetric and can be approximated very well by a generalized Gumbel distribution (GG) [BHP98; BCF⁺00; PHSB01]. Most of these studies are purely theoretical, and experimental results are much more scarce [BHP98; TKG03]. Experimental evidence of a GG-like distribution, however, has been reported very recently for the fluctuations of the spatially averaged order parameter close to the critical point of a second-order phase transition [JPCG08].

This kind of behaviour was first observed for the global velocity of imbibition fronts by Rost et al. [RLDA07] in phase-field simulations. In the present thesis (Sec. 7.3.7) experimental evidence and a detailed characterization of such non-Gaussian fluctuations are provided. Imbibition fronts are a nonequilibrium system that spontaneously develop long-range correlations [PSO09].

Recently, a link between the local velocity $v(x, t)$ and the global velocity $V(t)$ has been derived through the power spectrum of the mean velocity $S_V(f)$ [LPHM09; Pra09]. One expects that the power spectrum scales as $S_V(f) \sim f^{-\nu}$. Since $V(t) \equiv \partial_t \langle h \rangle$, the power spectrum of the velocity can be written in terms of the power spectrum of the interface: $S_V(f) = f^2 S(f)$. Here $S(f)$ is the global power spectrum of the interface: $S(f) = \lim_{q \rightarrow 0} S(q, f) \sim f^{-[(2\alpha+1)/z_{av}+1]}$. With these two equations one can obtain the scaling relation

$$\nu = \frac{2\alpha + 1}{z_{av}} - 1, \quad (7.17)$$

that relates the exponent of the power spectrum of the velocity with the global roughness exponent α .

7.2 Experimental setup

The experimental setup used in the present thesis is based on the one developed by J. Soriano in his PhD thesis [Sor03]. Some modifications have been done in order to introduce the effect of gravity in the imbibition process, and for studying the local and global dynamics of the front.

The experimental setup [SOHM02] consists on a Hele–Shaw cell of size $190 \times 500 \text{ mm}^2$ ($L \times H$) made of two glass plates separated by a narrow gap of thickness $b = 0.46 \text{ mm}$. Fluctuations in the gap spacing are provided by square (SQ) copper obstacles of height $d = 0.06 \text{ mm}$, and lateral size $l_d^2 = 1.50 \times 1.50 \text{ mm}^2$ or $0.4 \times 0.4 \text{ mm}^2$, that are randomly distributed over a fiberglass substrate, without overlap, filling 35% of the substrate area (disorders SQ 1.50 and SQ 0.40 in [Sor03]).

The permeability of the Hele–Shaw cell with disorder is well described by the functional [SOHM02]

$$k = \frac{b^2}{12} \left(1 - (1 - \Lambda^{1/2}) \frac{d}{b} \right)^2. \quad (7.18)$$

Λ depends on the kind of disorder. In the present thesis the disorder used is of the SQ type, and Λ is approximately 0.20.

A silicone oil (Rhodorsil 47 V) with kinematic viscosity $\nu = 50 \text{ mm}^2/\text{s}$, density $\rho = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$, and oil–air surface tension $\sigma = 20.7 \text{ mN}/\text{m}$ at room temperature is used as a viscous fluid. The oil wets perfectly (zero contact angle) all the surfaces in contact. Before an experiment, the cell is prewetted with a very thin oil layer to minimize the possible influence of precursor films and/or wetting heterogeneities. The oil gets into the cell from one of its short ends and the displaced air leaves the cell at the other end which is open to air.

7.2.1 Setup I

The set of experiments carried out with the setup I are designed to study the morphological properties of an interface during spontaneous imbibition. For this purpose, the inlet of the disordered medium is connected to a constant pressure device that consists of an oil container of selectable height H (measured with respect to the height of the air outlet), in the range from -50 to 100 mm , in steps of 0.1 mm . This fixes a pressure difference between the end of the cell and the liquid inlet as $\Delta p_a = \rho g H$.

The oil penetrates into the cell through two wide holes drilled in the bottom glass, displacing the air initially present. The holes connect to a reservoir in the

cell, with the disorder plate placed just ahead. The experimental procedure used to prepare a flat initial interface is the following: the reservoir in the cell is carefully filled and, using an auxiliary syringe, the oil–air interface is pushed gently up to a transverse copper track 2 mm behind the disorder pattern, and the experiment starts. Once the liquid gets into the model, the oil–air interface is recorded by two CCD cameras with a spatial resolution of 0.34 mm/pixel, and stored in a computer.

In order to perform experiments with the presence of gravity, the support where the Hele–Shaw cell lies on has been replaced by one that can be tilted in a range of 0 to 16°. In addition, the whole illumination and image recording system has been modified to be able of tilting it the same angle as the disordered medium.

7.2.2 Setup II

The setup II is used to study the local and global dynamics of fluid fronts in forced–flow imbibition. In order to have a constant flow rate, the constant pressure device of the previous setup has been replaced by a syringe pump that drives the viscous liquid at constant injection velocity. It has been checked that the injection pump does not introduce fluctuations large enough to be significant.

The imbibition fronts are monitored within a measurement window (ROI) of lateral size 125 mm (smaller than the whole width of the cell, 190 mm), centered with the cell, to avoid any distortion of the interfaces produced by the side walls. A Motion Pro X3 plus videocamera with 1280×276 pixels is used. The spatial resolution is thus $r = 0.098$ mm/pixel, more than 4×4 pixels per square patch when using the disorder of lateral size $l_d^2 = 0.4 \times 0.4$ mm². In each experiment an initially flat front propagates for about 150 mm in the y -direction of the cell. In the course of this process the interface reaches a statistically stationary state (with a saturated width). The front propagation is recorded during the 100 s, at a rate of 100 fps ($\delta t = 0.01$ s between consecutive images). The large temporal resolution of our measurements ensures that the front does not move forward by more than one pixel in one time step.

7.2.3 Data treatment

Interface corrections

Unavoidable slight perturbations of the interface at the beginning of the experiment make difficult to characterize the scaling of the interfacial fluctuations at very short times. In order to minimize this effect it has been always considered

the *subtracted width* $W(l, t)$, defined as $W(l, t) = [w^2(l, t) - w^2(l, 0)]^{1/2}$, following standard practice [BS95].

It is also important to remark that the interfaces show a slight bend in the plane of the cell, induced by the preferential advancement of the front at the lateral boundaries, where the two ends of the interface meet the gap spacers. Usually this effect is much smaller than the interface fluctuations. For large positive pressure differences, however, the velocity is so large that interfaces are very smooth, and the subtracted width is dominated by the global bending of the interface. In order to eliminate this artifact from the subtracted width, the measurements have been processed in the following way: a second-order polynomial representing the interface background has been fitted to each interface, and the difference between the measured interface and the calculated background has been used for data analysis.

It is important to remark that the power spectrum of the interfaces may show an artificial exponent -2 if the two ends of the interface have different height [SV95]. To solve this problem the interfaces are corrected by subtracting from them the line that connects their two ends.

Characterization of the front dynamics

The front position $h(x, t)$ is extracted using a method of edge detection from the recorded images obtained with the setup II. The waiting time $wt(x, y)$ at the front position $(x, y = h(x, t))$ is computed as the amount of time (nr. of counts $\times \delta t$) during which the imbibition front was pinned at this precise position. From $wt(x, y)$ it is possible to measure the local velocity as

$$v(x, h(x, t)) = r/wt(x, h(x, t)). \quad (7.19)$$

This method was recently developed to study the local waiting time fluctuations of a crack front [MSST06]. The uncertainty of $\pm \delta t$ on the value of wt can be significant when wt is small. However, small wt ($\leq 10\delta t$) are very seldom ($< 0.1\%$ of the measurements), thanks to our relatively high acquisition rate. Finally the global velocity of the front, in a window of size $l \leq L$, is obtained from the spatial average

$$V_l(t) \equiv \frac{1}{l} \int_0^l v(x, t) dx. \quad (7.20)$$

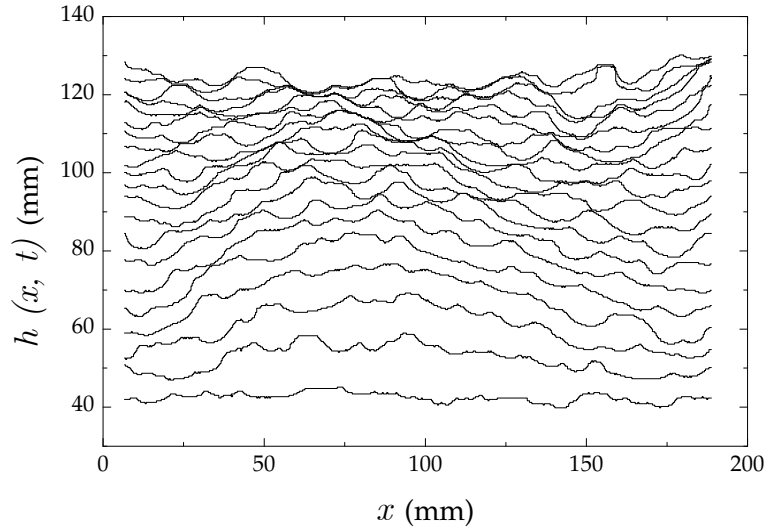


Figure 7.1: Temporal evolution of an oil–air interface for a container height of $H = -9$ mm. The time interval between consecutive interfaces is 100 s.

7.3 Results

7.3.1 Pressure-dependent scaling scenarios in experiments of spontaneous imbibition

Spontaneous imbibition is achieved by imposing a pressure difference at the oil inlet, using the setup I. Spontaneous imbibition in conditions such that the competing driving forces nearly cancelled, and the resulting front velocity was very low, was studied in [SMP⁺05]. The effect of increasing the applied pressure difference, and hence the range of interface velocities, on the statistical properties of the imbibition front was the aim of [PPHMO07].

Experiments at different oil-column heights H in a range of $-9 < H < 15$ mm, corresponding to different pressure differences, were carried out. The disorder used in this set of experiments has a lateral length of $l_d = 1.5$ mm. For each value of H four different disorder configurations were used, and three runs for each configuration were performed. Fig. 7.1 shows the morphology of the interfaces when $H = -9$ mm.

7.3.2 Macroscopic behaviour

As a first result (Fig. 7.2) it is observed that for $H > -10$ mm the average interface position obeys Washburn’s law, $\langle h \rangle = At^{1/2}$. For $H < -10$ mm the interfaces recede. By Darcy’s law $\langle \dot{h} \rangle \sim \nabla p \sim H/\langle h \rangle$, so that $A^2 \sim H$, as verified in the right panel of Fig. 7.2. The range of velocities reached by the average interface in the different experiments is summarized in Table 7.2.

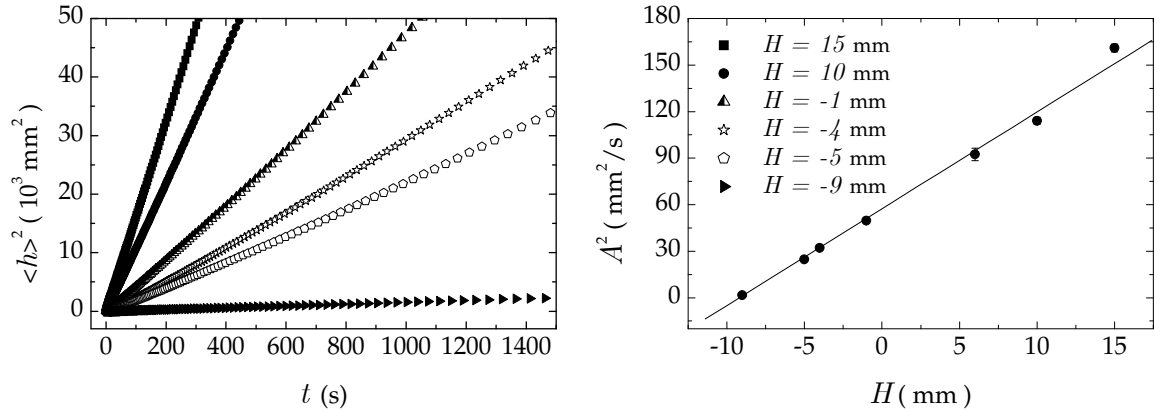


Figure 7.2: Left: squared average interface position as a function of time, for different oil column heights H , showing that the imbibition process follows Washburn's law, $\langle h \rangle = At^{1/2}$. Left: dependence of Washburn's law prefactor A (squared) on column height H . The straight line is a fit to the data of the form $A^2 = 6.5H + 57.4 \text{ mm}^2/\text{s}$.

On the other hand, the macroscopic behaviour of the imbibition fronts in the presence of gravity has been also studied. The experimental results have been compared with the extended solution (Eq. (7.6)) obtained by Fries & Dreyer [FD08a]. The comparison has been made in terms of dimensionless variables. Fig. 7.3 shows that the behaviour of $\langle h \rangle$ follows Washburn's law at very short times, and then is reasonably approximated by the extended solution. The fit is not completely satisfactory since a deviation from the theoretical prediction can be observed at intermediate times. This deviation can be the result of effects that are not taken into account when deriving the extended solution, that seem to be pressure dependent

Table 7.2: Summary of velocities (initial and at $\langle h \rangle = 350 \text{ mm}$), and Washburn's law prefactor, for each of the experiments presented.

| H (mm) | V_0 (mm/s) | $V_{\langle h \rangle=350 \text{ mm}}$ (mm/s) | A (mm/s $^{1/2}$) |
|----------|-----------------|---|----------------------|
| -9 | 0.05 ± 0.02 | — | 1.26 ± 0.15 |
| -5 | 0.46 ± 0.11 | 0.036 ± 0.003 | 4.96 ± 0.10 |
| -4 | 0.55 ± 0.12 | 0.047 ± 0.003 | 5.66 ± 0.10 |
| -1 | 0.67 ± 0.20 | 0.061 ± 0.004 | 7.04 ± 0.10 |
| 10 | 1.36 ± 0.24 | 0.17 ± 0.01 | 10.68 ± 0.10 |
| 15 | 1.61 ± 0.25 | 0.23 ± 0.02 | 12.69 ± 0.10 |

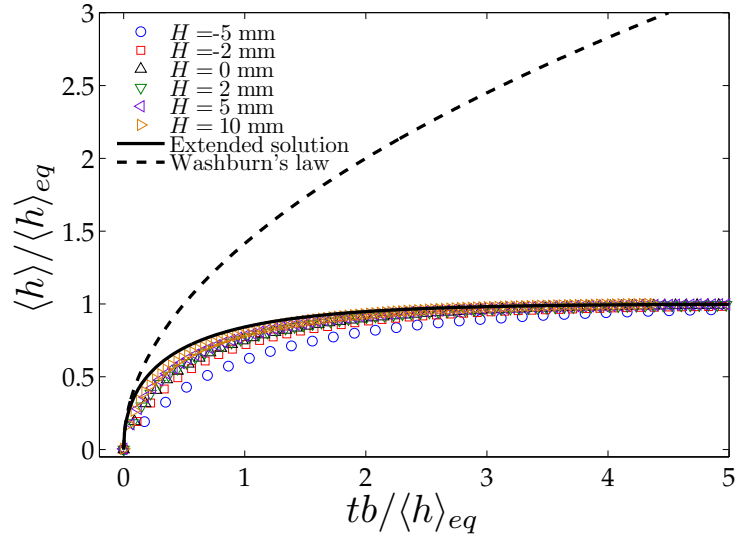


Figure 7.3: Comparison between the macroscopic dynamics of the imbibition fronts in the presence of gravity and the extended solution derived in Sec. 7.1.1. Here $b = \kappa \rho g \sin \psi / \mu$.

since the observed deviation is more pronounced at lower input pressures.

7.3.3 Positive pressure differences

When the pressure applied at the oil inlet is positive and large, capillary forces and the viscous pressure drop in the fluid, together, push the interface forward at large velocities (see Table 7.2). The interfaces are smoother than the one in Fig. 7.1 and move with no sign of pinning.

The cases $H = 10$ mm and $H = 15$ mm have been explored and found to belong to a common scaling scenario. The curves of the interfacial width vs. time for nine different window sizes display a power law behavior (see left panel of Fig. 7.4), but it is important to note that the curve that corresponds to the smallest window size has an exponent very close to zero and thus can also be regarded as having reached saturation very early in the experiment.

The complete set of scaling exponents can be derived from the information presented in Fig. 7.4. The absence of a temporal shift of the power spectra allows identifying α with α_s and rules out an intrinsic anomalous scaling. Furthermore, the fact that $\alpha < 1$ rules out the possibility of having a super-rough scaling. In addition, β^* is very close to 0 (see Table 7.3). This information together points to the conclusion that this regime obeys the usual Family–Vicsek scaling, with the exponents listed in Table 7.3, of which only two of them are independent.

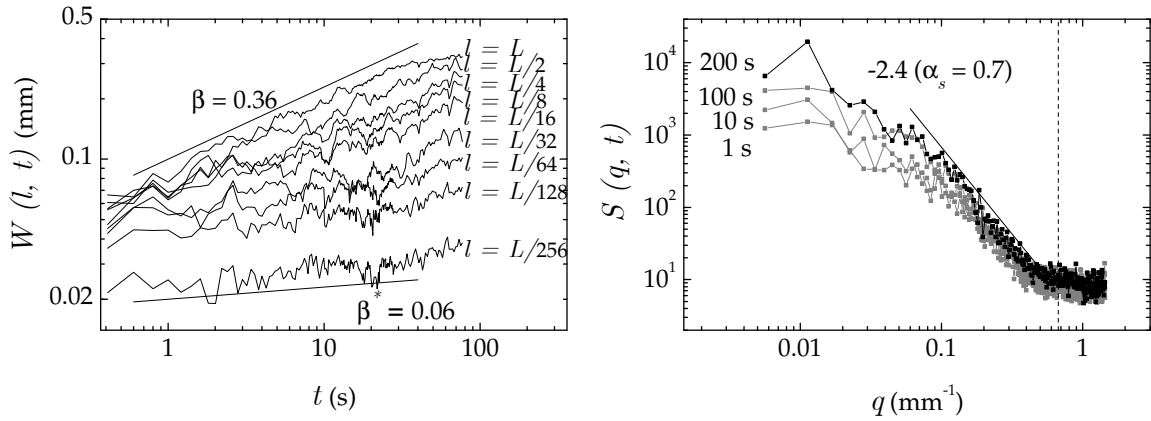


Figure 7.4: Left: log-log plot of the interfacial width as a function of time for different window sizes. The straight lines are linear fits in the scaling region. Right: log-log plot of the power spectrum at different times. The linear fit in the power law region gives the value of α_s . The vertical dashed line indicates the value $q = 0.67 \text{ mm}^{-1}$ associated with the lateral size of the unit copper obstacle ($l_d = 1.5 \text{ mm}$). Here $H = 15 \text{ mm}$.

7.3.4 Negative pressure differences

In this case capillary forces push the interface forward, while the applied pressure difference tends to make it recede. At sufficiently large negative pressure differences this balance of forces makes the interface advance extremely slowly. This capillarity-dominated regime has been studied in [SMP⁺05] with $H = -9 \text{ mm} \simeq H_c$. The behavior of the imbibition front at slightly less negative pressure differences has been studied in [PPHMO07]. In this latter case, the interface moves slightly faster, and the damping effect of viscous pressure on large length scales becomes more relevant.

7.3.5 Pressure difference $> H_c$

To characterize this regime $H = -4 \text{ mm}$ and $H = -5 \text{ mm}$ have been investigated, and a common scaling scenario has been found.

Fig. 7.5 shows a log-log plot of the interface width as a function of time, for $H = -5 \text{ mm}$, measured with different window sizes and averaged over all the experiments performed in this case. These curves (and also those for $H = -4 \text{ mm}$, not shown) display a power-law growth. The exponent that characterizes the power law is different at different length scales. This observation rules out a Family-Vicsek scaling [FV85]. It is important to notice that the interface width

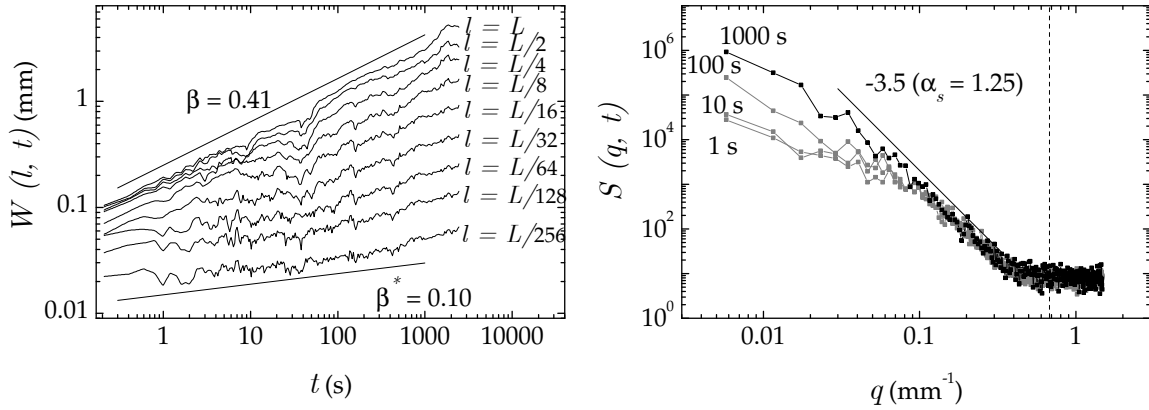


Figure 7.5: Left: log-log plot of the interfacial width as a function of time for different window sizes. The straight lines are linear fits in the scaling region. Right: power spectrum of the interfacial fluctuations. The power law provides the value of the spectral roughness exponent, α_s . The vertical dashed line indicates the value $q = 0.67 \text{ mm}^{-1}$ associated with the lateral size of the unit copper obstacle. Here $H = -5 \text{ mm}$.

does not reach a *plateau* at long times, meaning that the lateral correlation length grows very slowly and does not reach the whole system size in the course of the experiment.

The analysis of the interface fluctuations through the power spectrum is shown in Figure 7.5. The interesting point to observe is the absence of a temporal shift in the vertical axis for the saturated scales in the figure. This means that $\alpha_s = \alpha$, and rules out an intrinsic anomalous scaling scenario again. The lack of a temporal shift in the power spectrum (Fig. 7.5) and the fact that $\alpha_s > 1$ imply a super-rough scaling scenario.

With this information and the exponents obtained from the power laws of $W(l, t)$ and $S(q, t)$, the rest of the scaling exponents can be derived. The values are given in Table 7.3. The exponents $\beta \simeq 0.41$ and $z \simeq 3.0$ derived in this way can then be used to verify the scaling assumption, by collapsing the data for $W(l, t)$. This data collapse (not shown) confirms that this regime is governed by a lateral correlation length growing in time as $t^{1/z}$ with a dynamic exponent $z \simeq 3$.

Pressure difference $\rightarrow H_c$

The oil container has been set at a height $H = -9 \text{ mm}$. In this regime, the imposed (negative) pressure gradient nearly compensates the traction due to capillarity, so that the interface is driven very slowly. It is observed that the average interface

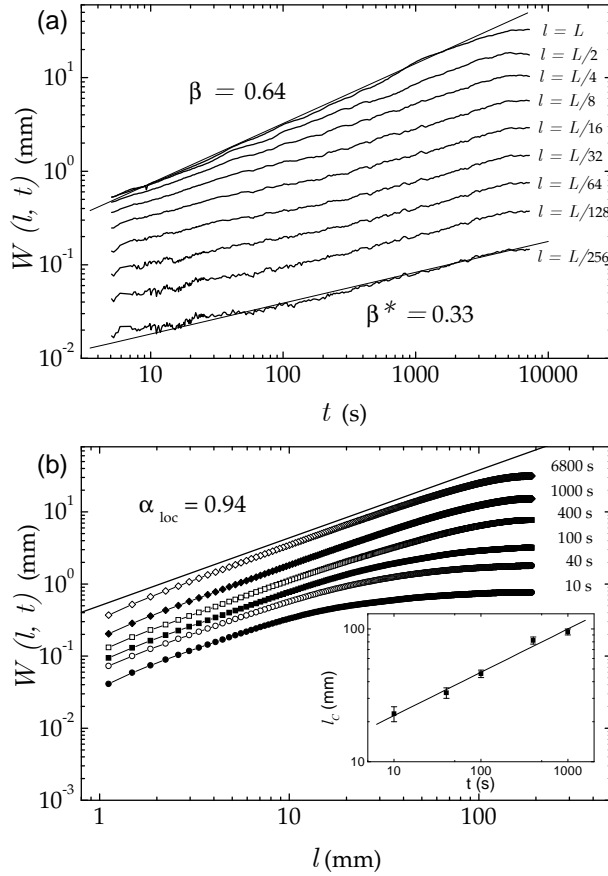


Figure 7.6: (a) Log–log plot of the interfacial width as a function of time, for different window sizes l . The straight lines, with slopes 0.64 and 0.33, result from a data fit in the scaling region. (b) Log–log plot of the interfacial width as a function of window size l for different times. The straight line is a fit to the data at the latest time available, with slope 0.94. The inset shows the correlation length l_c as a function of time. The behaviour $t^{1/3}$ is represented by the solid line.

velocity (initially $\langle \dot{h} \rangle \simeq 0.05 \text{ mm}^2$) decreases by about 84% in the experiment.

The plot of $W(l, t)$ as a function of time and for 9 different windows of size l is shown in Fig. 7.6(a). $W(l, t)$ follow a power law with different exponents for large and small window size, $\beta = 0.64 \pm 0.02$ and $\beta^* = 0.33 \pm 0.03$. The value of this last exponent is very robust and clearly different from 0. Saturation occurs simultaneously in all scales at around 6800 s. Both facts rule out a Family–Vicsek scaling and indicate the presence of anomalous scaling.

The exponent α_{loc} can be obtained directly from $W(l, t)$ as a function of window size l near saturation. As shown in Fig. 7.6(b) the behaviour is close to the expected power law, with an exponent $\alpha_{loc} = 0.94 \pm 0.10$. Having determined the three independent exponents β , β^* and α_{loc} directly from the experimental data, the remaining exponents $\alpha = 1.94 \pm 0.20$ and $z = 3.0 \pm 0.3$ follow from the scaling relations reported in Sec. 7.1.3.

Figure 7.6(b) shows also $W(l, t)$ at different time intervals, providing a direct observation of the temporal growth of a lateral correlation length, $l_c \sim t^{1/z}$. The l_c have been estimated from the crossover between the power law and *plateau* regions, and plotted as a function of time in the inset. The uncertainty in the values

Table 7.3: Summary of scaling exponents. IA: Intrinsic anomalous, SR: Superrough, and FV: Family-Vicsek.

| H (mm) | β | α | α_{loc} | β^* | z | |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|----|
| -9 | 0.64 ± 0.02 | 1.94 ± 0.20 | 0.94 ± 0.10 | 0.33 ± 0.03 | 3.0 ± 0.3 | IA |
| -5 | 0.41 ± 0.02 | 1.25 ± 0.15 | 0.95 ± 0.30 | 0.10 ± 0.03 | 3.0 ± 0.4 | SR |
| -4 | 0.42 ± 0.02 | 1.27 ± 0.15 | 0.97 ± 0.30 | 0.10 ± 0.03 | 3.0 ± 0.4 | SR |
| 10 | 0.34 ± 0.02 | 0.70 ± 0.15 | 0.64 ± 0.20 | 0.03 ± 0.02 | 2.1 ± 0.4 | FV |
| 15 | 0.36 ± 0.02 | 0.70 ± 0.15 | 0.59 ± 0.23 | 0.06 ± 0.03 | 1.9 ± 0.4 | FV |

of l_c determined in this way is large, but the result is consistent with $l_c \sim t^{1/3}$, as expected.

The results presented in Table 7.3 show that the scaling description of the morphological interface fluctuations is largely affected when the applied pressure is modified. In particular, three different scaling scenarios are observed. At an extremely large negative pressure difference the interface moves very slowly, under the competing influence of capillary forces that move the interface forward and the external pressure difference that tends to make the interface recede. In this regime, capillary disorder is dominant and there is intrinsic anomalous scaling with a dynamic exponent $z = 3$, as reported in [SMP⁺05].

At larger but still negative pressure differences ($H = -5$ mm and $H = -4$ mm) capillary disorder is still the dominant force of the interface kinetic roughening. The results show that the main difference with the case of very low velocities is observed at the local scales: intrinsic anomalous scaling has changed to a super-rough anomalous scaling. As it has been pointed out in [PHM06], the presence of intrinsic anomalous scaling in spontaneous imbibition is related to the existence of a high contrast between the different forces acting on the interface: the dichotomic capillary disorder $p_c \sim 1/(b + \delta b)$, and the opposite force due to the applied pressure difference $\Delta p_a = \rho g H$. In this sense, increasing the applied pressure difference produces a decrease in the contrast between the two possible values of the resulting force of $p_c + \Delta p_a$ and, therefore, intrinsic anomalous scaling tends to disappear, giving rise to a superrough scaling instead. Concerning the global scales, the roughness exponent $\alpha \simeq 1.25$ measured in the experiments is in excellent agreement with the value found numerically in [DRE⁺99].

When the applied pressure difference is increased up to $H = 10$ mm and $H = 15$ mm the permeability disorder starts to be important in the roughening process

($l_c \gtrsim \xi_c$). The situation then becomes clearly different from the capillary regime. First, the dynamical exponent changes to $z \simeq 2.0$, reflecting that surface tension is not the relevant mechanism in damping the interface fluctuations. The correlation length is much larger than the crossover length, indicating that fluctuations are controlled by the second term in the right-hand side of Eq. (7.9) which is related to the advancement of the front. Taking into account only such a term in the interface equation one can obtain a dynamic exponent $z = 2$ by simple power-counting, which is very close to the value obtained experimentally. This is a situation never observed before in spontaneous imbibition, and in contrast with the numerical results of [DRE⁺99; PHM06], where only the capillary disorder was considered and a dynamic exponent $z = 4$ was obtained. It can be concluded that the presence of the permeability disorder affects crucially the role of the crossover length scale ξ_c . While in the capillary regime it is assumed that the crossover length acts as a correlation length [DRE⁺99], the results in the permeability regime show that this assumption is no longer valid.

7.3.6 Local avalanche dynamics of imbibition fronts

The complex intermittent behaviour of the forced-flow imbibition fronts is studied in the present section at a *local* scale, in contrast with most front propagation studies, where one does not have access to local information and the only way to characterize the dynamics is through the measurement of some related global quantity (e.g. Barkhausen noise). Thanks to the high resolution setup II (Sec. 7.2.2, using the disorder with lateral size $l_d = 0.4$ mm) and the development of recent statistical tools [MSST06], it will be possible to capture the details of the complex interface dynamics, $h(x, t)$, resolving the front motion at the level of the local instantaneous velocity $v(x, h(x, t))$. Local avalanches are defined as spatial clusters of large local velocity. The range of velocities explored corresponds to $0.057 < v < 0.225$ mm/s. These are the slowest velocities accessible with the injection pump used in setup II.

Avalanche dynamics

A grey scale map of the waiting time fluctuations is shown on the top panel of Fig. 7.7 for an experiment driven at $v = 0.134$ mm/s. The various regions of different grey levels suggest a local intermittent dynamics on a wide range of time and length scales. In order to characterize these complex dynamics of the front,

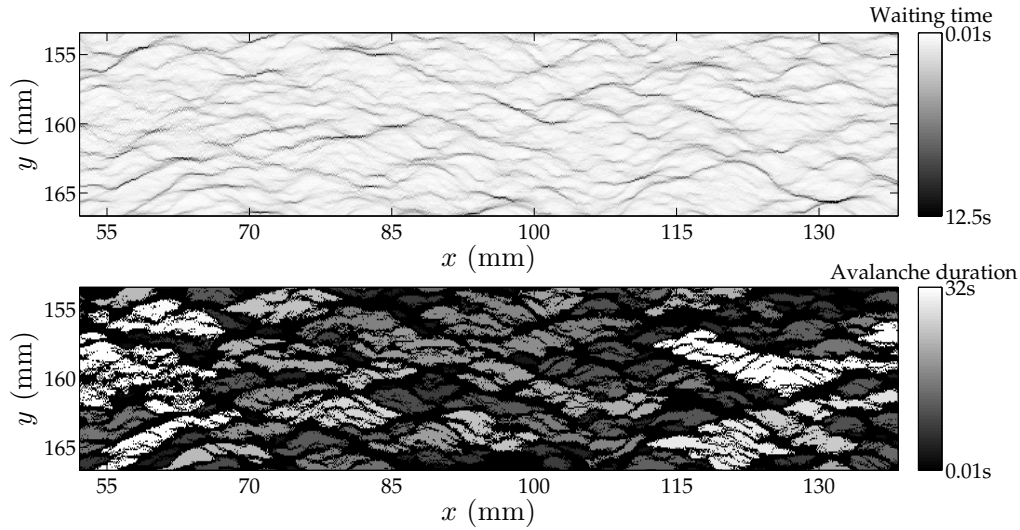


Figure 7.7: Top: zoom of the waiting time matrix obtained by the superposition of 10.000 interfaces for an experiment at $v = 0.134$ mm/s. Bottom: corresponding spatial distribution of velocity clusters for velocities $v(x, y) > Cv$ with $C = 1.5$.

the matrix of local velocities in the y direction is deduced from the waiting time matrix $wt(x, y)$ as it is explained in Sec. 7.2.3. The *avalanches* are defined as clusters of velocities larger than a threshold Cv , where C is an arbitrary clip level. The spatial distribution of clusters obtained from a thresholded matrix with $C = 1.5$ is presented in Fig. 7.7 (bottom) for the same experiment. The avalanche size A is given by the area of the cluster, and the avalanche duration D by the time elapsed between the arrival of the imbibition front at the cluster and its departure.

Statistical distributions

A detailed analysis of the avalanche size distribution is presented in Fig. 7.8. The effect of the injection velocity, v , on the distribution of avalanche sizes is shown on top of Fig. 7.8, in a log-log plot, for a clip level $C = 1.6$. The smallest size of the disorder patches gives a minimal scale for the avalanches, $A_d \simeq 0.16$ mm². The distributions have the power-law shape expected for a system near criticality with an exponential cutoff that shifts to larger A as v decreases. The presence of a cutoff reflects the fact that lateral correlations can extend only up to the characteristic length $\xi_c \sim 1/\sqrt{v}$ and therefore limit the lateral size of avalanches. The inset shows the effect of the arbitrary clip level C on the shape of the size distributions, for experiments at $v = 0.057$ mm/s. Power-law distributions with an exponential tail are again observed. As expected, the range of avalanche sizes (and therefore the cutoff

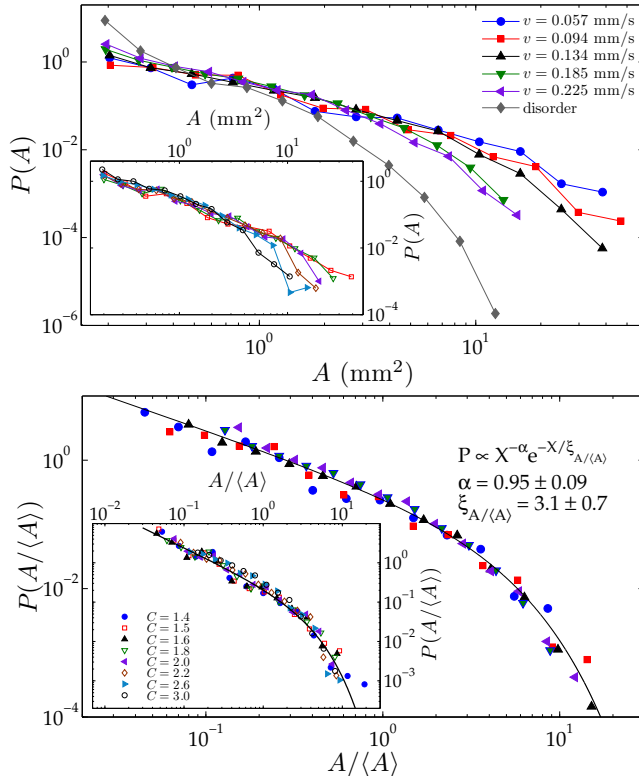
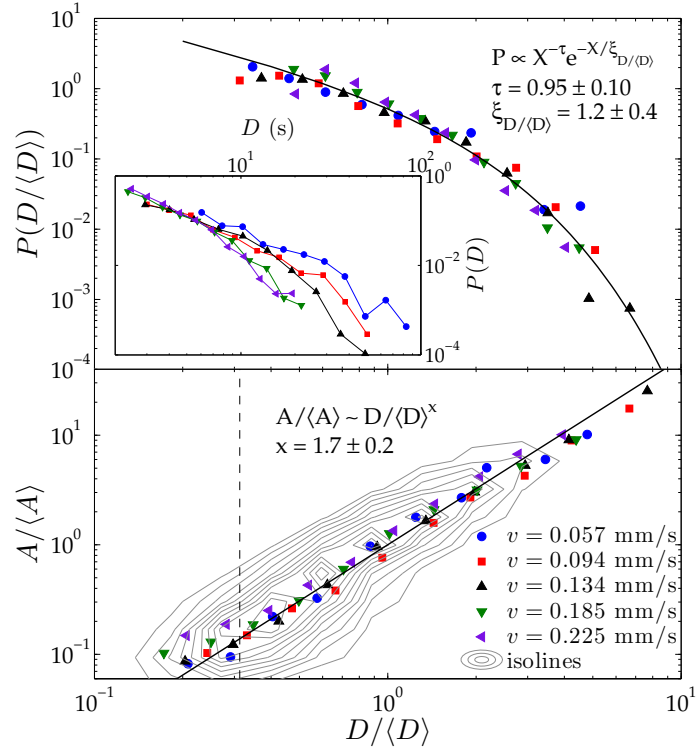


Figure 7.8: Top: avalanche size distribution for different v and $C = 1.6$. The diamond symbols give the size distribution of the disorder patches. The inset shows the evolution with C of the distribution for $v = 0.057$ mm/s. Bottom: data collapse of the size distributions shown in the top panel, achieved by measuring A in units of the average size $\langle A \rangle$ for various v (main plot) and clip levels C (inset). The solid lines correspond to a fit of the form $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_X}$ on the data in the main plot.

size) decreases as the clip level is raised. The bottom panel shows that these results are robust: the avalanche size distributions for both different v (at a fixed clip level $C = 1.6$) and for all the clip levels tested, $1.4 < C < 3$, (for $v = 0.057$ mm/s) collapse into a single distribution when cluster sizes are normalised by their average size, $A/\langle A \rangle$. The data points are well fitted (over 2 decades) by a functional form $P(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_X}$ with $\alpha \simeq 0.95$ and $\xi_{A/\langle A \rangle} \simeq 3.1$. We have checked that the results do not arise trivially from the size distribution of the disorder patches. As shown in Fig. 7.8, the latter is close to an exponential and differs significantly from the truncated power-law distribution observed for the avalanche sizes.

The analysis of the burst durations brings similar results. The probability distribution $P(D/\langle D \rangle)$, for the various experimental conditions, is displayed on the top panel of Fig. 7.9. Since the cutoff size A_d results in a lack of statistics of short-lived avalanches, only avalanches of a duration longer than the longest avalanche of size A_d are considered. The statistics are consequently reduced and the scaling behaviour is more difficult to analyse. Nevertheless, a distribution of the form $P(D/\langle D \rangle)$ can be well fitted by $P(X) \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi_X}$, with $\tau \simeq 0.95$ and $\xi_{D/\langle D \rangle} \simeq 1.2$. As for the burst size distribution, a shift of the cutoff duration towards larger D is observed as v is reduced (inset of Fig. 7.9 top).

Figure 7.9: Top: distribution of velocity burst durations for different v and $C = 1.5$. The data collapse is achieved by using the normalized variable $D/\langle D \rangle$. The solid line is a fit to the data of the form $P(X) \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi_x}$. Bottom: rescaled sizes vs. rescaled durations for the same avalanches. The contour levels give the isolines of counts of the joint histogram $P(A/\langle A \rangle, D/\langle D \rangle)$. The symbols are averages over logarithmic bins. A fit through all the avalanches (solid line) gives the scaling exponent $x \simeq 1.7$. The vertical dashed line shows the minimum significant duration due to windowing of the avalanche sizes.



Scaling behavior

On the bottom panel of Fig. 7.9, the joint histogram of sizes and durations collapses the experimental data around a narrow crest of the form $A/\langle A \rangle \sim (D/\langle D \rangle)^x$, with a scaling exponent $x \simeq 1.7$. It is important to remark here that the actual value of the scaling exponents depends on the definition adopted for the avalanches B. This is of fundamental importance when comparing exponents determined from theory or simulation with experimental ones, or when comparing various experimental systems. Recent numerical work based on phase-field simulations [RLDA07; Pra09] is in qualitative agreement with our experimental results.

For every avalanche detected, the smallest rectangular bounding box enclosing it can be extracted. The size of the bounding box in the propagation direction is denoted by L_y , and the width along the interface by L_x . For the various experiments at different velocities, avalanches exhibit morphological scaling features, since $L_y/\langle L_y \rangle \sim (L_x/\langle L_x \rangle)^H$, with a scaling exponent $H \simeq 0.79$ obtained from a fit to all the data points (Fig. 7.10). Once again, the scaling behavior reported is robust (independent of C and v , within the range investigated here). The exponent H is similar to the local roughness exponent of the interfaces as shown in the inset.

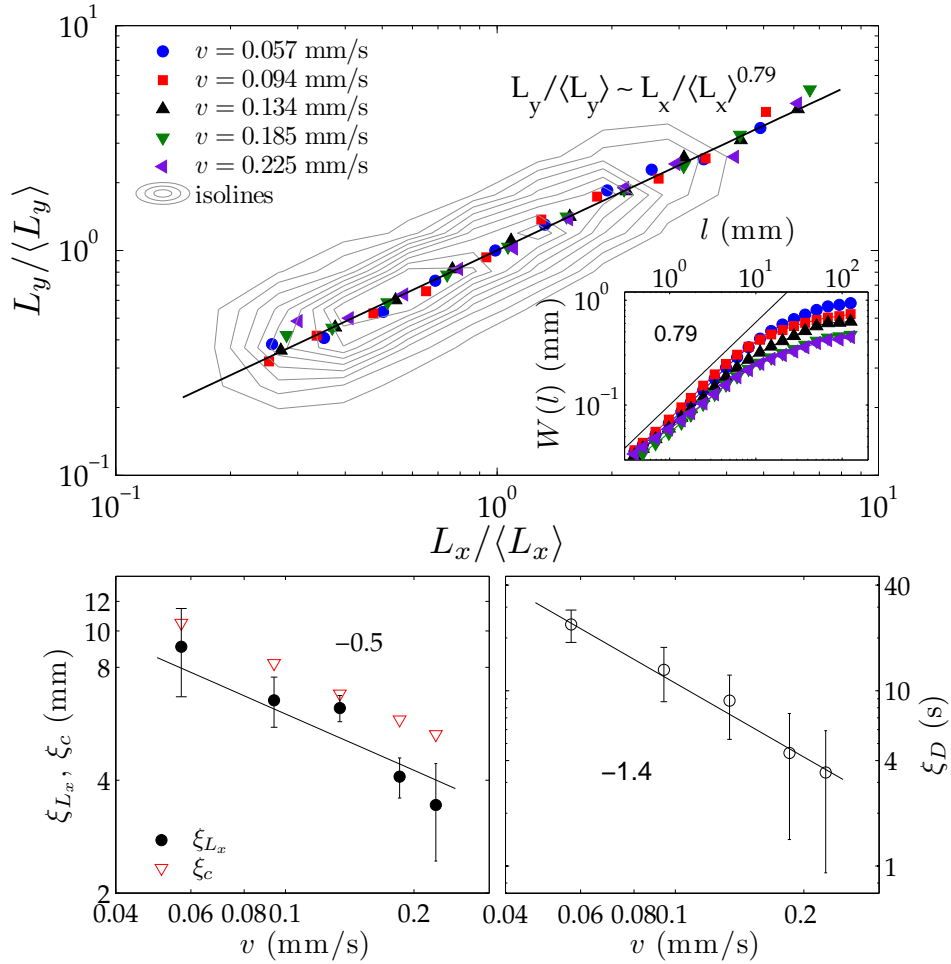
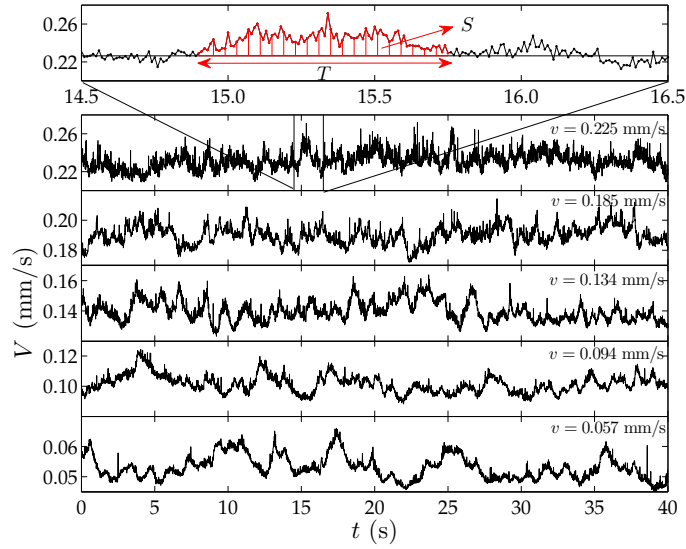


Figure 7.10: Top: anisotropic shape of the velocity clusters for various experiments at different v and clip level $C = 1.5$. The symbols are averages over logarithmic bins. The solid line is a fit to the data that gives the scaling behavior: $L_y/\langle L_y \rangle \sim (L_x/\langle L_x \rangle)^H$ with $H \simeq 0.79$. The inset shows a log-log plot of the statistical width of the imbibition interfaces W vs. lateral length l for the various experiments. The slope (local roughness exponent) is compatible with the value 0.79 (solid line). Bottom: divergence with decreasing v of (left) the crossover length ξ_c and the exponential cut-off of the lateral extent ξ_{L_x} , and (right) of the duration ξ_D , for the corresponding distributions at $C = 1.5$. The solid lines are guides to the eye with the slopes indicated.

Figure 7.11: Global velocity of the imbibition front, $V(t)$, within a window $l = L$ in experiments at different rates v . The zoomed panel on top reveals the amount of data recorded, and provides the definitions of size (S) and duration (T) of an avalanche for a predefined clip level $c = 0$.



The evolution of the avalanche size and duration distributions towards pure power laws as v decreases reveals the criticality of the imbibition dynamics. The presence of cut-offs for the various distributions reflects the fact that lateral correlations can extend only up to the characteristic length ξ_c , thus imposing a limit on the lateral size of the avalanches. Indeed, in Fig. 7.10 (left bottom) it is shown that the exponential cut-off of the lateral extent of the avalanche distributions follows the behavior of the correlation length ξ_c (and actually takes very similar values for the lowest clip levels), diverging with v as $\xi_{L_x} \sim v^{-1/2}$.

From this observation, the behavior of the cutoff ξ_D can be anticipated on the following basis: since $\xi_{L_x} \sim v^{-1/2}$, and due to the anisotropic shape of the bursts, the cutoff of the burst heights should be $\xi_{L_y} \sim \xi_{L_x}^H \sim v^{-H/2}$. Then, because v is the lowest possible velocity within an avalanche, $\xi_D \sim \xi_{L_y}/v \sim v^{-(H/2+1)}$. The right bottom panel of Fig. 7.10 shows that ξ_D vs. v is in very good agreement with this prediction ($H/2 + 1 \simeq 1.4$).

The scaling analysis and numerical work based on phase-field simulations of [Pra09] is in qualitative agreement with the experimental results. The scaling relation $\tau = 1 + x(\alpha - 1)$ is very well satisfied, as is the prediction $x = (1 + H)/z_{av}$ provided $z_{av} = 1.0 \pm 0.1$. Interestingly, an avalanche dynamic exponent $z_{av} = 1$ points to the fact that experimental avalanches show lateral ballistic propagation ($L_x \sim D$).

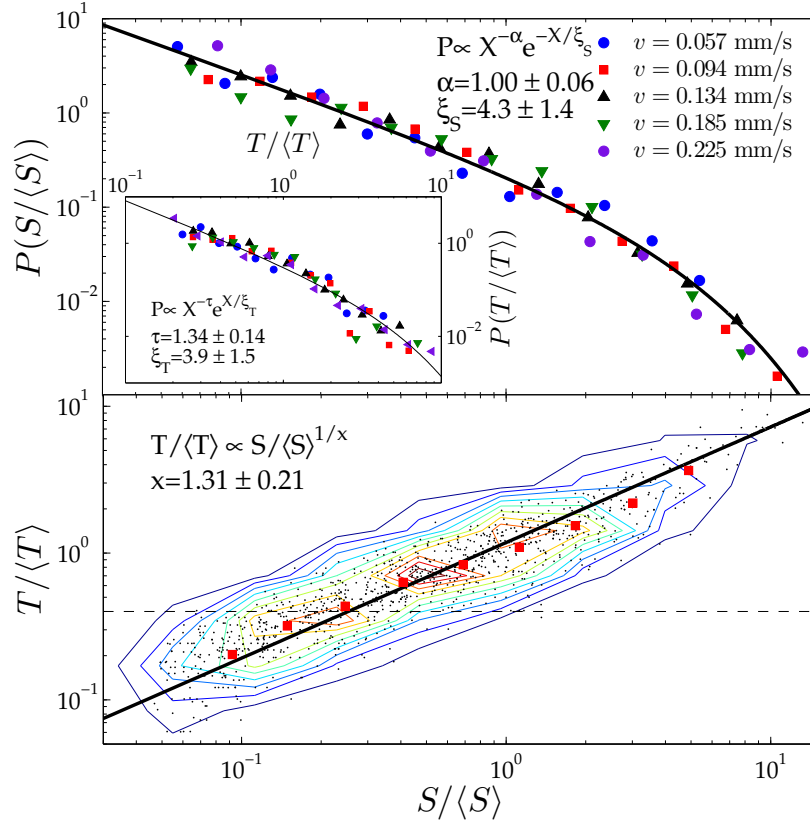


Figure 7.12: Top: Burst size distributions $P(S/\langle S \rangle)$ for the same clip level $c = 0$ and various experiments; the solid line is a power-law fit to the data with an exponential cut-off. Inset: Distribution of the avalanche durations $P(T/\langle T \rangle)$ for the same conditions. The solid line is a power-law fit with an exponential cut-off. Bottom: $(T/\langle T \rangle)$ vs $(S/\langle S \rangle)$ for the same avalanches. The squares are averages over logarithmic bins. The contour levels give the isolines of counts of the joint histogram $P(S/\langle S \rangle, T/\langle T \rangle)$. The solid line is a fit through all the avalanches of the form $S/\langle S \rangle \sim (T/\langle T \rangle)^x$ with $x \simeq 1.31$. The dashed line gives the minimum significant duration due to windowing of the avalanche sizes.

7.3.7 Avalanches and non-Gaussian fluctuations of the global velocity of imbibition fronts

The present section studies the dynamics of imbibition fronts through its global – spatially averaged – velocity. As it was pointed out in Sec. 7.1.4, global magnitudes are commonly used in systems where local information is not accessible. As it will be shown, the intermittency observed at local scales is reproduced when studying the global velocity of imbibition fronts. For this purpose, experiments performed in exactly the same conditions as those reported in Sec. 7.3.6 are here studied from a global point of view.

Avalanche dynamics

Let S and T respectively be the size and duration of an avalanche of $V(t)$ as shown in the top panel of Fig. 7.11. Both definitions depend on an arbitrary threshold $V_c = \langle V \rangle + c\sigma$, where $\langle V \rangle$ is the time-average and σ^2 the variance of $V(t)$ over the total duration of an experiment, and c is an arbitrary clip level. The disorder patch gives a natural lower cut-off size for the avalanches, $S_d = (l_d/L) \cdot r = 3 \times 10^{-4}$ mm. On the top of Fig. 7.12 it is shown, in double-logarithmic scale, the size distribution $P(S/\langle S \rangle)$ of the velocity bursts larger than $\langle V \rangle$ (clip level $c = 0$), for the whole ROI $l = L$ and various injection rates. For each injection rate up to four different realizations of the disorder have been studied. Rescaling the burst size with the average avalanche size $\langle S \rangle$, the data collapse into a single distribution, following clearly a power law with an exponential cut-off $P_S(X) \propto X^{-\alpha} e^{-X/\xi_S}$ with $\alpha \simeq 1.00$ and $\xi_S \simeq 4.3$. The distributions of the burst durations rescaled by the average burst duration $P(T/\langle T \rangle)$ are analysed for the same conditions. In order to avoid a windowing effect due to the cut-off size S_d and therefore a bias in the distributions at short temporal scales, only avalanches lasting longer than the longest avalanches of size S_d are considered. Thus, the statistics is reduced and the scaling behavior is more difficult to analyze. However, it can be still observed clearly that the distributions of the avalanche duration follow as well a power law with an exponential cut-off $P_T(X) \propto X^{-\tau} e^{-X/\xi_T}$ (top inset of Fig. 7.12), with $\tau \simeq 1.34$ and $\xi_T \simeq 3.9$. Finally, on the bottom of Fig. 7.12 it is shown the scaling behaviour between the duration T and the size S of the avalanches. A power law behavior of the form $S/\langle S \rangle \sim (T/\langle T \rangle)^x$ is observed. It is important to mention that all these scaling behaviors are robust, independent of the injection rate within the range investigated here ($0.057 < v < 0.225$ mm/s), the disorder realizations, and for a wide range of clip levels ($-0.5 < c < 0.75$).

Fluctuations of $V(t)$

The local velocities of the imbibition front at saturation are correlated over a macroscopic length scale. This is visible in Fig. 7.13, where the statistical width W_V of the local velocities is computed in windows of size l . For all the injection rates studied, the width grows with l up to a size l_c , and remains constant for larger l (uncorrelated region). The correlation length l_c can thus be determined from $W_V(l)$. It decreases with injection rate as $l_c \sim v^{-1/2}$, as shown in the inset of Fig. 7.13 (bottom). It is remarkable that the values of l_c correspond to the crossover length $\xi_c \simeq \sqrt{\kappa/\text{Ca}}$, the length scale that separates surface tension damping from

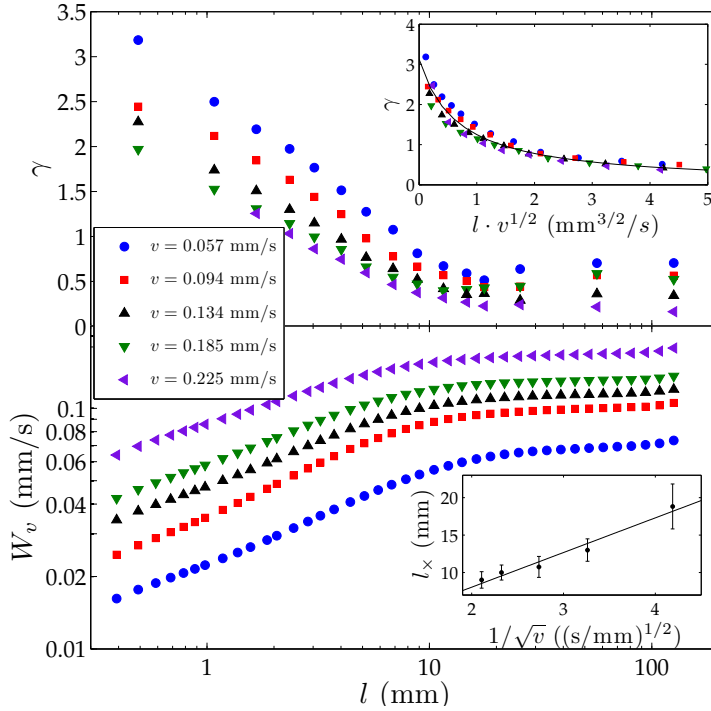


Figure 7.13: Bottom: statistical width of the signal $V(t)$ as a function of window size l , in double-logarithmic scale, for different injection rates. The inset shows that $l_c \sim v^{-1/2}$. Top: skewness of the pdf of the fluctuations of $V(t)$ as a function of window size l , in semilogarithmic scale. Inset: Data collapse of the skewness as a function of the product $l \cdot v^{1/2}$. The solid line is a fit giving $1/\gamma = 0.48(lv^{1/2}) + 0.32$.

viscous pressure damping of the interfacial fluctuations [ADR04; PC03], and it is the relevant length scale of the problem.

Since the global velocity $V(t)$ shows long range correlations over large distances, it is expected that $V(t)$ will display non-Gaussian fluctuations. Considering the normalized variable $Y \equiv (V - \langle V \rangle)/\sigma$. The probability density functions of Y are plotted in Fig. 7.14 for window sizes $l = L$ and $l = L/40$, and for three different injection rates. At the highest injection rate and over the large window, the fluctuations are nearly Gaussian. However, as the injection rate v decreases, the distributions are clearly non-Gaussian: they become progressively more asymmetric, and evidence of an exponential tail at large fluctuations emerges. The effect is much more pronounced for the small window, $l = L/40 \simeq 3$ mm, because this scale of observation is contained within the correlated region for the three injection rates considered here. Results for other window sizes and injection rates, within the range displayed in Fig. 7.14, follow the same trends. Indeed, we observe in the top panel of Fig. 7.13 that for all the various experiments performed the skewness γ increases systematically when either the lateral size of the window of observation or the injection rate are reduced. A comparison of the top and bottom panels shows that γ does not change appreciably once l becomes larger than the correlation scale l_c .

Those distributions are compared now with a generalized Gumbel distribution

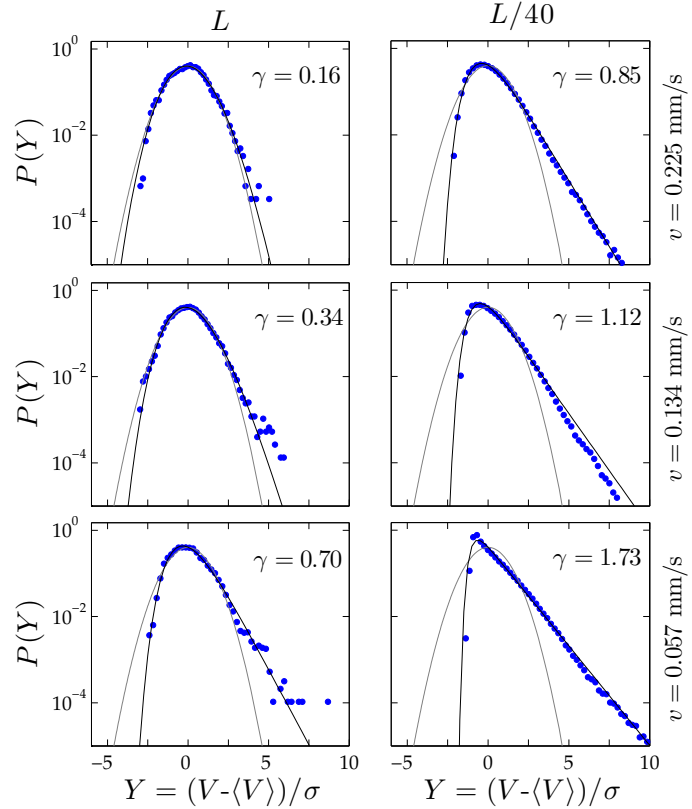


Figure 7.14: Probability density function (pdf) of $(V - \langle V \rangle)/\sigma$ for window sizes $l = L$ and $l = L/40$, and three different injection rates. The experimental results (dots) include data from one experiment on four different disorder realizations. On each panel the thin line is a Gaussian pdf, and the thick line is a GG distribution obtained using the quoted skewness γ .

(GG) [Ber05; Gum58]:

$$P_a(Y) = \frac{a^a b_a}{\Gamma(a)} \exp(-a\{b_a(Y + s_a) + \exp[-b_a(Y + s_a)]\}), \quad (7.21)$$

where $b_a = \sqrt{d^2 \ln \Gamma(a) / da^2} / \sigma_Y$, $s_a = \langle Y \rangle + [\ln a - (d \ln \Gamma(a) / da)] / b_a$ and $\Gamma(a)$ is the Gamma function. The only free parameter of $P_a(Y)$ is a since b_a and s_a are fixed by the mean $\langle Y \rangle = 0$ and the variance $\sigma_Y^2 = 1$ of the global quantity Y . The value of the shape parameter a is given by the skewness of the pdf $\gamma = \langle Y^3 \rangle = 1/\sqrt{a}$ [PHSB01; Ber05]. Using the measured skewness for estimating the shape parameter a in Eq. (7.21), the pdfs plotted in Fig. 7.14 as continuous lines are obtained. A remarkable agreement with the experimental distributions is found.

The effective number of degrees of freedom can be related to the ratio $N_{\text{eff}} = l/l_c$. Since $l_c \sim v^{-1/2}$, it is obtained that $N_{\text{eff}} \sim l \cdot v^{1/2}$. A plot of γ as a function of $l \cdot v^{1/2}$ (top inset in Fig. 7.13) collapses the data for γ . Therefore, γ provides a measure of the effective number of degrees of freedom probed in the measurements, supporting the theoretical predictions [PHSB01; NP02] that the skewness of the GG provides an indirect measure of the length scale of correlations in spatially extended correlated systems, and recent experimental observations on a second-

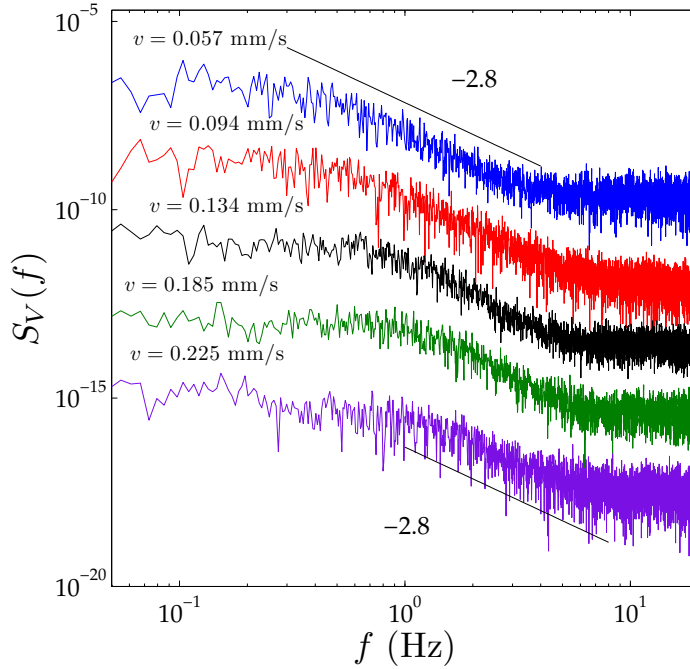


Figure 7.15: Power spectrum of the global velocity $V(t)$ for different v (see Fig. 7.11). The straight lines are guides to the eye with the exponent obtained from a fit to the data in the scaling region. The spectra have been shifted in favour of visibility.

order equilibrium phase transition [JPCG08].

Power spectrum of $V(t)$

Fig. 7.15 shows the power spectrum of the global velocity for different injection velocities: $S_V(f, l) = \langle \tilde{V}(f) \tilde{V}(-f) \rangle$, where $\tilde{V}(f) = V(t) - \langle V \rangle_t$ and $\langle \dots \rangle$ an average over different disorder realizations. The power-law regime $S_V \sim f^\nu$ indicates the existence of temporal correlations, and gives the exponent $\nu = 2.8 \pm 0.2$, obtained as a result of a fit to the data in the scaling region.

With the value of the exponent ν , and the spectral roughness exponent $\alpha_s = 1.0 \pm 0.1$ [SOHM02], Eq. (7.17) gives an exponent $z_{av} \leq 0.8$ depending if the interface fluctuations belong to the Family-Vicsek scenario ($=$), or if the interface fluctuations belong to the intrinsic anomalous scaling scenario ($>$). Using ν and z_{av} from the experiments, a $\alpha = 1.4 \pm 0.3$ can be obtained from Eq. (7.17), this results holds in an intrinsic anomalous scenario.

7.4 Conclusions

The general conclusions will be split up in two main parts: one regarding the experiments performed in spontaneous imbibition, with the goal of characterising

the morphological scaling properties of the fronts, and a second part with the conclusions of the interfacial dynamics of the imbibition fronts both from the local point of view and from the global point of view.

7.4.1 Pressure-dependent scaling scenarios in experiments of spontaneous imbibition

The scaling properties of the interface during a spontaneous imbibition experiment have been investigated in Sec. 7.3.1. The main result is the high sensitivity of the scaling features to the applied pressure, that leads to the appearance of anomalous scaling. The general conclusions obtained in this study are:

- The scaling of interfacial fluctuations in the spontaneous imbibition of a viscous fluid by an air-filled disordered medium shows that different external pressure differences at the liquid inlet lead to different scaling scenarios.
- These scenarios reflect the relative importance of capillarity and permeability disorders, the two main kinds of disorder that arise from the gap thickness fluctuations of the disordered medium, and the crossover from a surface tension to a time-dependent viscous pressure drop dominated regime.
- The observation of anomalous scaling [RLR00] is entirely different from the usual Family-Vicsek scaling found in the same setup and with the same kind of disorder, in forced-flow conditions [SOHM02]. This substantial difference should be attributed to the absence of a global mass conservation law.

7.4.2 Local and global dynamics of the interface in forced-flow imbibition experiments

A detailed experimental study of the local burst-like dynamics in the forced flow imbibition of a viscous liquid by a disordered medium has been presented in Sec. 7.3.6. The high (both spatial and temporal) resolution setup combined with the development of recent statistical tools [MSST06] gives access to the *local* dynamics, something impossible in many experimental systems. The scaling behavior of various magnitudes that characterize the statistics of the local avalanches, defined as spatial clusters of large local velocity, has been analyzed in detail. The general conclusions of this work are:

- Sizes and durations of the avalanches of the local velocity follow very wide distributions of a power-law form, with exponential cutoffs.
- The characteristic scales defined by the exponential cutoff of the various pdf's diverge as the externally imposed mean front velocity decreases, suggesting that the system approaches a pinning-depinning critical point.
- The avalanches are self-affine and verify scaling relations derived close to the critical pinning point.

With the same experimental conditions than the preceding research, an experimental study of the global velocity $V(t)$ of a viscous fluid interface forced to invade a disordered medium at constant flow rate has been presented in Sec. 7.3.7. The following conclusions arised when characterizing the global dynamics in forced-flow imbibition experiments:

- When the average velocity of the front is measured in a window comparable to its correlation length, the fluctuations of $V(t)$ take a GG shape – an asymmetric non-gaussian distribution with a large exponential tail.
- The skewness of the distribution of the fluctuations of $V(t)$ gives the effective number of degrees of freedom probed in the experiment.
- The large fluctuations of $V(t)$ observed – signature of a burst-like dynamics – correspond to avalanches power-law distributed both in sizes and durations.
- The theoretical relation linking Eq. (7.17) properties of the global and local dynamics through the global roughness exponent α is compatible with the experimental data in an scenario of intrinsic anomalous scaling.

Part III

Apèndixs

Apèndix A

Apunts de geometria fractal

Per tal d'entendre millor les propietats estadístiques de les interfícies rugoses s'introdueixen en aquest apèndix una sèrie de conceptes de geometria fractal. Els fractals neixen a finals del segle XIX com estructures paradoxals a la teoria de la mesura. Aquesta paradoxa consisteix en la impossibilitat de mesurar la grandària d'aquests objectes de la manera habitual. Un fractal és un objecte que roman invariant sota una transformació d'escala. Si la transformació d'escala és isòtropa es dirà que és un fractal auto-similar, i si per contra la transformació d'escala és anisòtropa, es dirà que és un fractal auto-afí.

A.1 El problema de la mesura i la dimensió fractal

La forma usual de mesurar un objecte en la geometria euclídea consisteix en cobrir l'objecte en qüestió amb petites boles de mida lateral l i volum l^{d_E} , on d_E és la dimensió euclidiana més petita on es pot representar l'objecte. La suma d'aquestes boles dóna una aproximació de la mida de l'objecte: $V(l) = N(l)l^{d_E}$, i en el límit $l \rightarrow 0$ dóna la mida exacte de l'objecte. En canvi, per un objecte fractal això no és tan senzill. Per exemple, si s'intenta fer aquest comptatge per determinar la longitud del perímetre del floc de neu de Koch (veure Fig. A.1) resulta que s'obté una longitud infinita en el límit $l \rightarrow 0$, mentre que la seva àrea roman finita. Per tal de solventar aquesta paradoxa serà necessari un canvi en el concepte de dimensió.

Com s'acaba de veure, el volum d'un objecte es pot mesurar com el nombre de boles N de mida l^{d_E} que el cobreixen. Hom espera que en canviar la mida de les boles la mesura de l'objecte no variï i, per tant, el nombre de boles necessàries per cobrir l'objecte és $N(l) \sim l^{-d_E}$. En el cas dels fractals això no és així i es fa servir

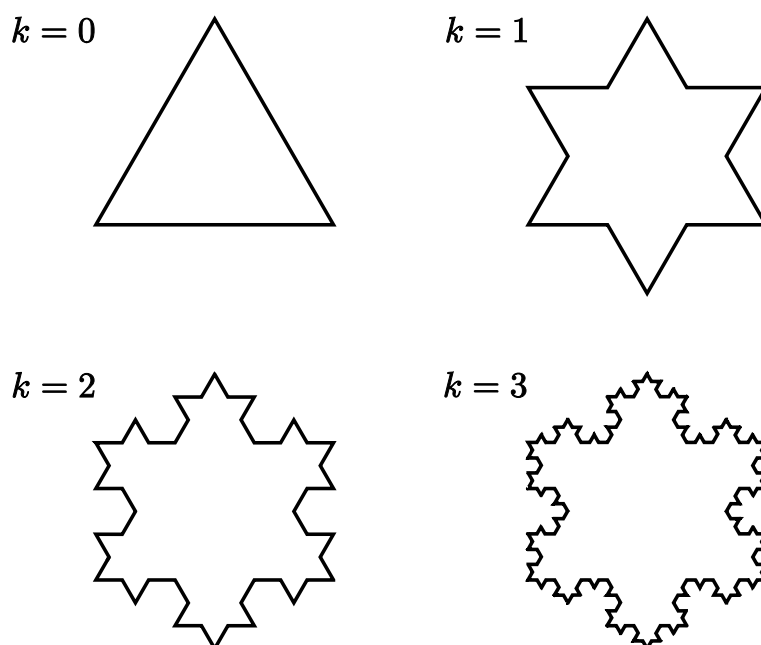


Figura A.1: Construcció del floc de neu de Koch. L'objecte de generació $k = 0$ és un triangle equilàter de costat l . Cada segment de mida l de la generació $k = 0$ es divideix en tres trossos iguals (de mida $l/3$), es treu el del mig i es substitueix per dos trossos de mida $l/3$ de la manera que es pot veure a la generació $k = 1$. Això es fa de manera recurrent i s'obté el floc de neu de Koch.

una relació més general:

$$N(l) \sim l^{-d_f}. \quad (\text{A.1})$$

D'aquesta última relació es pot extreure la dimensió fractal com

$$d_f = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln(1/l)}. \quad (\text{A.2})$$

Dels objectes que tenen una $d_f < d_E$ se'n diu que són objectes fractals.

En el cas del conjunt de Cantor (Fig. A.2), la mida natural de mesura és l'interval més petit $l_k = (1/3)^k$. El nombre necessari d'aquests intervals per construir la iteració k -ésima és $N(l_k) = 2^k$. D'aquesta manera es pot obtenir la dimensió fractal del conjunt de Cantor com $d_f = \ln(2)/\ln(3) \simeq 0.631$. Aquest és un objecte fractal que es troba entre un punt i una línia. En el cas de la corba de Koch (perímetre del floc de neu de Koch) la dimensió fractal és $d_f = \ln(4)/\ln(3) \simeq 1.262$, i per tant la seva dimensió està entre la d'una línia i la d'una superfície.

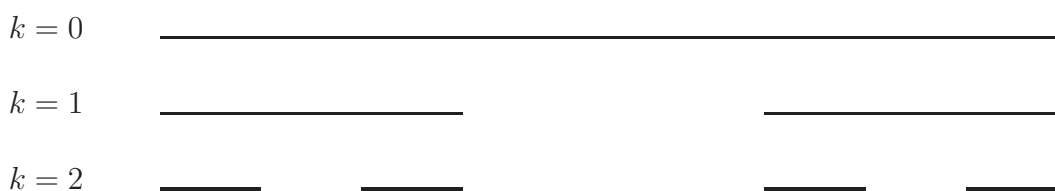


Figura A.2: Construcció d'un conjunt de Cantor. Primer es talla el segment $[0, 1]$ en tres trossos de mida idèntica i es treu el segment del mig. L'objecte resultant, conegut com objecte de generació $k = 1$, és el generador del fractal que s'està construint. Ara es repeteix la mateixa operació de tallar en tres els segments i treure el segment del mig amb els segments que han quedat, i s'obté d'aquesta manera l'objecte de generació $k = 2$. Si es continua aquest procés *ad infinitum* s'obté el conjunt de Cantor o pols de Cantor.

A.2 Auto-similitud

Es diu que un objecte és auto-similar si està format per parts que són *similars* a tot el conjunt. El floc de neu de Koch o el conjunt de Cantor (veure Figs. A.1 i A.2) són exemples d'objectes auto-similars (també anomenats *fractals exactes* o *matemàtics*), però també es poden trobar exemples a la natura (*fractals naturals*) com són la costa oest de Noruega (veure Fig. A.3) o el bròquil.

L'auto-similitud és una simetria pròpia del sistema, segons la qual l'objecte és invariant sota una transformació isotròpica d'escala. Si es considera un objecte S format pel conjunt de punts $R = (x_1, x_2, x_3, \dots)$, una transformació de similitud amb un factor d'escala b canvia les coordenades a $bR = (bx_1, bx_2, bx_3, \dots)$. L'objecte S format pels punts de coordenades R és auto-similar si és invariant sota aquesta transformació.

En el cas del conjunt de Cantor (Fig. A.2) es pot dilatar part de l'objecte de la generació k en un factor tres i obtindre l'objecte de generació $(k - 1)$. En el cas en que la invariància d'escala significa que el sistema reescalat bS es idèntic a una part del sistema original S es diu que l'objecte és un *fractal determinista*. En canvi, si s'observa la natura hom troba que existeixen molts objectes de composició aleatòria on no es compleix aquest solapament. Com s'ha indicat abans, la costa de Noruega és un objecte auto-similar. En aquest cas, si s'estudien dues magnificacions diferents de la costa no es poden solapar exactament com en el cas del conjunt de Cantor. De tota manera, si s'estudia la costa a diferents escales no hi haurà manera de distingir quina de les magnificacions és major a no ser que s'estigui familiaritzat amb ella (veure Fig. A.3). En aquesta mena d'objectes aleatoris es troba la propietat d'auto-similitud en un sentit estadístic, és a dir, les quantitats estadístiques dels sistemes reescalat i original són iguals. Si això s'acompleix, es diu que són *fractals estadístics* o *aleatoris*.



Figura A.3: Dos exemples de la costa oest de Noruega. Les dues fotografies corresponen a dues magnificacions diferents. L'escala de la fotografia de l'esquerra es 1:2.5 la de la dreta.

Tant pels fractals deterministes com pels estadístics es pot determinar la dimensió fractal d'aquests objectes. Com s'ha vist abans, el floc de Koch té una dimensió fractal $d_f \simeq 1.262$ i, de l'estudi de la mesura de la costa de Noruega, es troba que aquesta té una dimensió fractal $d_f \simeq 1.52$ [Fed88].

A.3 Auto-afinitat

L'auto-afinitat, com l'auto-similitud, és una propietat de simetria del sistema. Es diu que un objecte és auto-afí si és invariant sota una transformació d'escala anisòtropa, on el reescalament és diferent en les diferents direccions, és a dir, $bR = (b^{\alpha_1}x_1, b^{\alpha_2}x_2, b^{\alpha_3}x_3, \dots)$. Els exponents α_i es coneixen com els exponents de Hurst i donen una idea de l'anisotropia del sistema. A la Fig. A.4 es pot veure un exemple d'objecte *auto-afí determinista*. De la mateixa manera que en el cas de l'auto-similitud, es pot tenir un fractal auto-afí determinista quan la invariància significa que el sistema reescalat bR és idèntic a una part del sistema original R , i un *fractal auto-afí aleatori* quan els dos sistemes són idèntics en un sentit estadístic.

En els processos de creixement d'interfícies existeix una direcció de creixement. En aquests casos totes les direccions són equivalents excepte aquesta direcció, i per tant només existeix un exponent de Hurst, que es coneix com l'exponent de rugositat. En el context del creixement d'interfícies en medis desordenats es fa servir un tipus concret d'objecte auto-afí que ve descrit per una funció univaluada

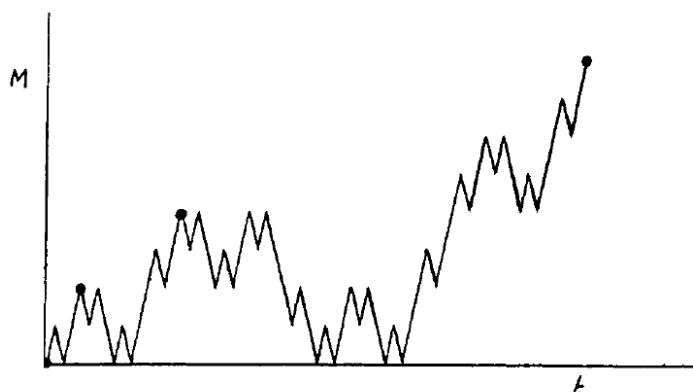


Figura A.4: Exemple d'objecte auto-afí. En aquest cas, per obtenir el solapament a'ha de reescalar horitzontalment per un factor 4 i verticalment per un factor 2. Aquesta figura s'ha extret de [Man85]

anomenada *funció auto-afí*. En reescalar les variables que són equivalents per un factor b , com $\vec{x} \rightarrow b\vec{x}$, aleshores es reescala la direcció del creixement com $h \rightarrow b^\alpha h$. En imposar que la funció reescalada solapi amb l'original s'obté la relació d'escala

$$h(\vec{x}) \sim b^{-\alpha} h(b\vec{x}), \quad (\text{A.3})$$

on α dona idea de quant lluny està la interfície de ser un objecte auto-similar. Una conseqüència de l'Eq. (A.3) afecta l'escalament de la funció $\Delta(l) \equiv |h(x_1) - h(x_2)|$ entre dos punts separats una distància $l \equiv |x_1 - x_2|$ per una interfície unidimensional $h(x)$. Per un sistema auto-afí, $\Delta(l) = |h(x_1) - h(x_2)| = b^{-\alpha} |h(bx_1) - h(bx_2)| = b^{-\alpha} \Delta(bl)$. Si $b = 1/l$ aleshores $\Delta(l) = l^\alpha \Delta(1) \sim l^\alpha$ i $\Delta(l)$ és una llei de potències tal que

$$\Delta \sim l^\alpha. \quad (\text{A.4})$$

En no ser un objecte auto-similar, per un objecte auto-afí no es pot definir una dimensió de similitud. De tota manera sí que es pot evaluar mecànicament una dimensió fractal a partir del mètode de comptar per caixes i estudiar com es comporta el nombre de caixes en canviar la mida d'aquestes [Man85]. De fet la dimensió fractal obtinguda d'aquesta manera, per aquests objectes auto-afins, es pot relacionar amb el seu exponent de rugositat α . Pel tipus de problema que s'estudia en aquesta tesi, on es tracta amb interfícies unidimensionals, es pot trobar aquesta relació de la següent manera. Si es té la funció auto-afí $h(x)$ definida a l'interval $[0, 1]$ i es divideix l'eix horitzontal en N_s intervals de mida $l = 1/N_s$, segons la relació (A.4) per cada segment de mida l la interfície ocupa un espai en la direcció vertical $\Delta \sim l^\alpha$. Per tant es necessiten $\Delta/l \sim l^{\alpha-1}$ caixes per cobrir la corba en aquest interval. Com que es tenen N_s segments, el nombre total de caixes que s'han de fer servir per cobrir tota la corba auto-afí serà

$$N(l) \sim N_s \times \left(\frac{\Delta}{l}\right) = l^{\alpha-2}. \quad (\text{A.5})$$

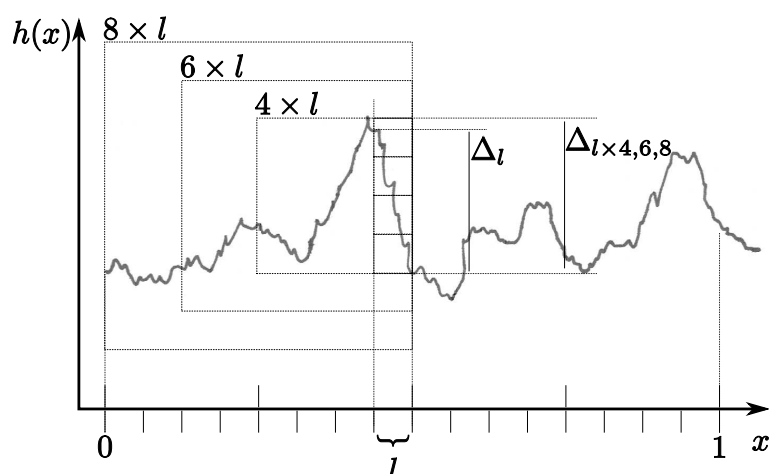


Figura A.5: Representació esquemàtica del comptatge per caixes d'una interfície auto-afí.

Per tant, tot igualant (A.1) i (A.5) s'obté que la dimensió fractal de l'objecte és

$$d_f = 2 - \alpha. \quad (\text{A.6})$$

Aquesta relació (A.6) només és vàlida quan les caixes són d'una mida lateral l inferior a l'amplada de la interfície Δ . Un cop la mida de les caixes utilitzades per fer el comptatge per caixes és major que Δ , només fa falta una sola caixa per cobrir la corba a l'interval l , com es pot veure a la Fig. A.5. D'aquesta manera es pot derivar que el nombre de caixes per cobrir tota la corba auto-afí és

$$N(l) \sim N_s \times 1, \quad (\text{A.7})$$

i per tant

$$d_f = 1. \quad (\text{A.8})$$

En resultar $d_f = 1$ per aquest cas, es pot concloure que a escales globals els fractals auto-afins ja no es comporten com objectes fractals.

Apèndix B

Definicions alternatives d'allau local i la seva aplicació als experiments d'imbibició

El capítol 4 presenta un estudi de la dinàmica local en processos d'imbibició. La interfície fluida mostra un avanç intermitent i conduït per allaus [SPMO09]. A l'hora de caracteritzar les allaus locals en processos de creixement existeixen diferents maneres de tractar el problema [DC98; MGR02; MSST06; SPMO09; PLHM09]. Les diferents definicions d'allau existents a la literatura porten a objectes que no són totalment coincidents. A més, no es té garantia que els exponents que s'obtenen de les corresponents distribucions de grandàries i durades tinguin valors independents de la definició adoptada. En aquest apèndix es presenten quatre possibles maneres diferents de definir les allaus i es discuteix la seva idoneïtat per als fronts d'imbibició.

B.1 Definicions d'allau

B.1.1 Domini de velocitat

Es considera com una allau local cadascun dels dominis a l'espai xy on la interfície ha passat amb velocitats més grans que una velocitat llindar C_v , on C és un nivell de tall arbitrari i v és la velocitat mitjana del front.

Aquesta definició exclou aquells punts del front que tinguin una velocitat inferior a la velocitat llindar, condició que permet l'existència de forats (punts on la veloci-

tat no ha superat la velocitat lliardar de tall) dins de l'àrea definida per l'allau. A la part superior esquerra de la Fig. B.1 es pot observar de manera esquemàtica com són les allaus definides d'aquesta manera.

Dels dominis de velocitat alta en el pla xy es pot obtenir directament la grandària de les allaus com l'àrea coberta pels punts amb $v(x, y) > Cv$. L'extensió de l'allau paral·lela al front L_x i l'extensió perpendicular L_y es poden extreure mitjançant les dimensions de la capsa contorn (veure Fig. 4.10) corresponent a cada allau. Per obtenir les durades serà necessari conèixer el temps en què la interfície ha entrat en aquest domini i el temps en què ha sortit. Aquesta informació és accessible mitjançant $h(x, t)$.

Aquesta definició va ser proposada per Måløy *et al.* [MSST06] en processos de fractura, i és la definició adoptada en aquesta tesi per caracteritzar la dinàmica local dels fronts d'imbibició forçada.

B.1.2 Domini escombrat per la interfície definit pel mapa espacio-temporal d'activitat local

Es considera com una allau local cadascun dels dominis a l'espai xy escombrats per la interfície entre dos instants de temps definits per un domini a l'espai xt amb velocitats més grans que una velocitat lliardar Cv , on C és un nivell de tall arbitrari i v és la velocitat mitjana del front. L'extensió lateral L_x d'aquests objectes serà la mateixa que la del domini a l'espai xt .

El mètode d'identificació de les allaus és el mateix que a B.1.1 però actuant sobre el mapa espacio-temporal d'activitat local (veure subsecció 4.8.1). La durada D i la longitud lateral L_x es poden obtenir mitjançant la capsa contorn d'aquest domini al mapa d'activitat local. A més s'obtenen els temps inicial t_i i final t_f de l'allau i el rang de x involucrades durant l'allau. Per tal d'obtenir l'àrea A de l'allau es calcula la integral entre les interfícies corresponents a t_i i t_f en el rang d' x donat pel domini definit al mapa espacio-temporal d'activitat local.

Aquesta definició d'allau troba els mateixos valors per la durada i l'extensió lateral L_x que la definició B.1.1. L'extensió perpendicular de les allaus L_y no té per què ser igual. La L_y de la definició B.1.1 serà sempre menor o igual que la corresponent L_y obtinguda amb el present mètode. Això es pot explicar com segueix. La longitud L_y de B.1.1 està limitada per dalt per la posició de la interfície a temps $t + D$: com a molt podrà arribar tan lluny com un dels punts de la interfície, però mai superar-la. El que sí pot passar és que mentre té lloc l'allau tingui lloc una

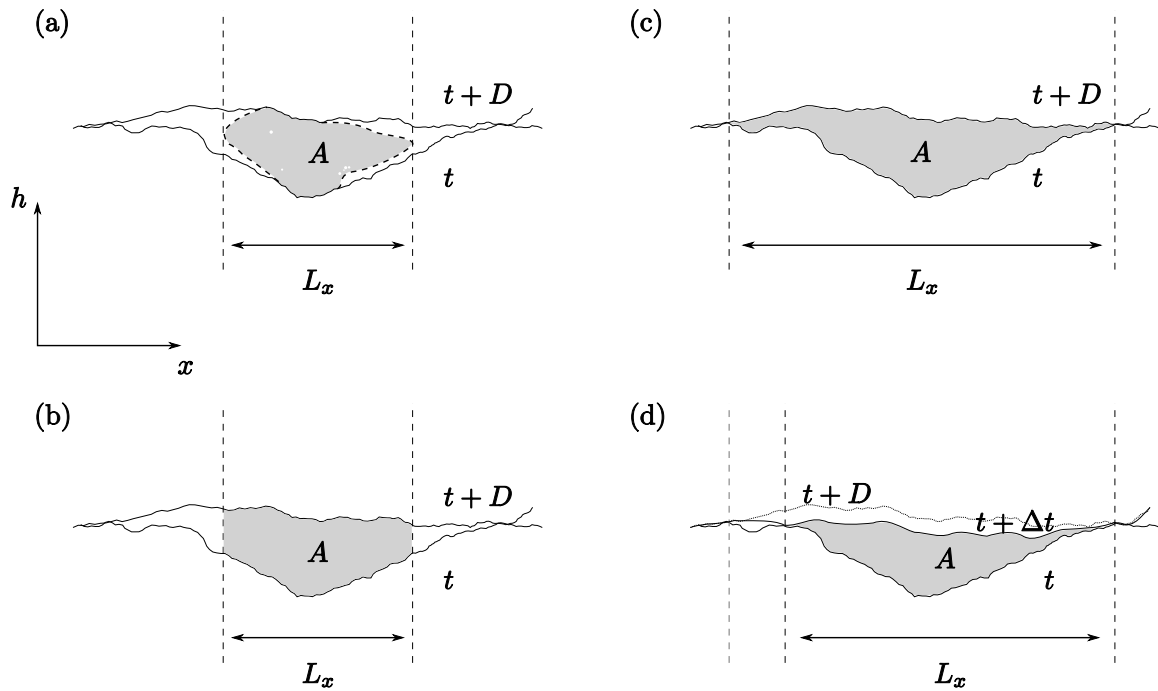


Figura B.1: Representació esquemàtica de les quatre maneres diferents en què es poden definir les allaus locals. (a) Correspon a la definició d'allau local com un domini d'elements de la matriu $v(x, h)$ amb velocitat superior a una velocitat de tall. La grandària A és l'àrea coberta per aquests punts, i la durada D ve donada per l'interval de temps entre la primera interfície que entra al domini i l'última que l'abandona. (b) L'allau es defineix mitjançant el mapa d'activitat. La durada D correspon a la diferència entre l'instant inicial i final del domini d'alta velocitat al mapa d'activitat. La seva extensió lateral L_x ve definida per aquest mapa i la grandària A correspon a l'àrea escombrada per la interfície en el rang de x corresponent a L_x . (c) En aquest cas la durada de l'allau es defineix de la mateixa manera que a (b). Ara la grandària i l'extensió lateral de l'allau es defineixen a partir dels dos punts consecutius de la interfície que romanen fixes en tota la durada de l'allau. (d) Les allaus es defineixen com l'àrea escombrada entre dos instants de temps separats per un interval de temps Δt fixat i L_x ve donat per la distància entre dos punts fixes durant aquest interval de temps. A l'exemple de la figura $\Delta t < D$. Les tres primeres variants de definició d'allau comparteixen les mateixes durades, mentre que el quart mètode imposa una durada única per totes les allaus.

altra a la regió veïna, fent que la diferència vertical entre les interfícies a t_i i t_f sigui més gran que l'extensió vertical del domini segons B.1.1 dins del rang de x definits pel mapa espacio-temporal local. Això està il·lustrat a la Fig. B.2, on es veu que el domini de velocitat té una L_y inferior a la diferència vertical entre les interfícies a temps t i $t + D$. De tota manera s'observa que aquestes dues L_y són del mateix ordre de magnitud. L'altra diferència la trobem a l'hora de definir la grandària de les allaus. Segons aquesta segona definició, l'àrea que defineix la grandària de l'allau conté punts que poden tenir una velocitat inferior a la velocitat llindar feta servir per identificar-les en el mapa d'activitat local. A la part inferior esquerra de la Fig. B.1 es pot veure un esquema de com són aquests objectes.

Aquest mètode ha estat emprat per Pradas et al. per caracteritzar les allaus obtingudes a partir de simulacions numèriques del problema d'imbibició forçada [PLHM09].

B.1.3 Domini escombrat per la interfície entre punts d'ancoratge en un interval de temps definit pel mapa espacio-temporal d'activitat local

Es considera com una allau local cadascun dels dominis a l'espai xy escombrats per la interfície entre dos instants de temps definits pels dominis a l'espai xt amb velocitats més grans que una velocitat llindar Cv , on C és un nivell de tall arbitrari i v és la velocitat mitjana del front. L'extensió lateral L_x d'aquests objectes està definida pels punts de contacte de la interfície entre el temps inicial i el temps final definits pel mapa espacio-temporal d'activitat.

Mitjançant el mapa espacio-temporal d'activitat local s'identifiquen els dominis amb velocitat més gran que una velocitat llindar, com en el cas B.1.2. La durada de les allaus es pot calcular de la mateixa manera que en la definició prèvia, així com t_i i t_f . La principal diferència entre aquestes dues definicions radica en el rang de x que es consideren part de l'allau. En aquest cas, a diferència de l'anterior, el rang de x està definit com la distància entre els dos punts de la interfície immòbils que contenen al domini identificat via el mapa d'activitat local. Un cop tenim el rang de x , l'àrea de l'allau A s'obté, de la mateixa manera que a B.1.2, com la integral entre les interfícies corresponents a t_i i t_f en el rang de x .

A la part superior dreta de la Fig. B.1 es pot veure una representació esquemàtica de com són aquests objectes. Les allaus definides d'aquesta manera contenen regions on la velocitat del front és inferior al llindar imposat, i eviten l'aparició de

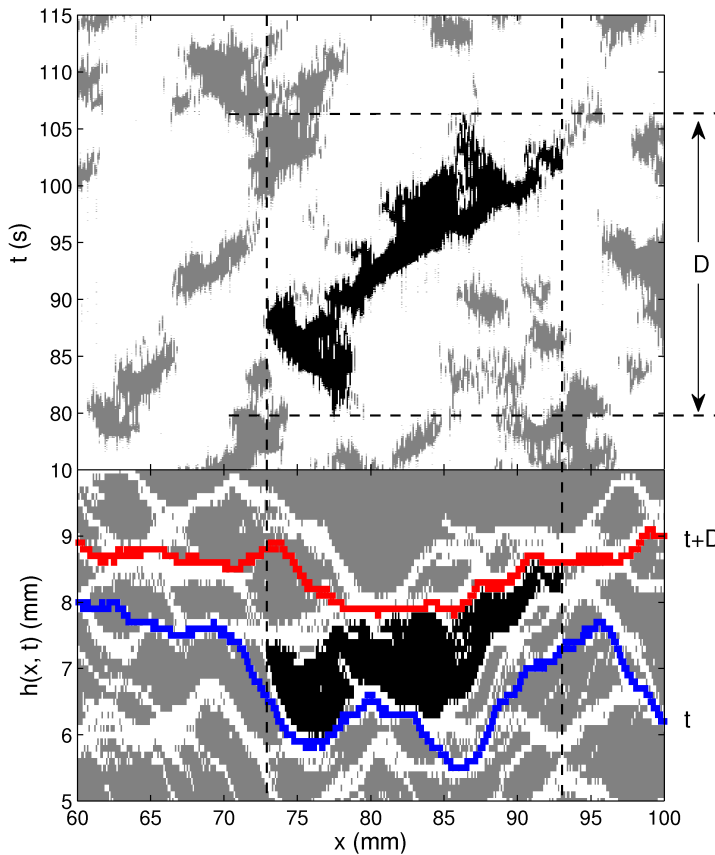


Figura B.2: Representació gràfica dels dominis de velocitat (panell inferior) i del domini corresponent al mapa d'activitat local (panell superior). A la part inferior s'han representat les interfícies corresponents al temps inicial i final de l'allau. En aquesta figura la interfície es mou en sentit ascendent.

forats dins del domini considerat allau, com en el cas B.1.2. Aquesta definició és la que s'aplica típicament a sistemes amb gran separació d'escala de temps: models de sistemes crítics autoorganitzats [Jen98] tipus autòmata cel·lular o dinàmica de terratremols.

B.1.4 Domini escombrat per la interfície en un interval de temps fixat

Es considera com una allau local cadascun dels dominis a l'espai xy escombrats per la interfície entre dos instants de temps definits per un interval de temps Δt , arbitrari i fixe, entre dos punts immòbils.

Aquest mètode considera un interval de temps Δt fixat i no té en compte cap mena de velocitat llindar. La grandària de l'allau és l'àrea entre les dues interfícies separades per l'interval de temps Δt , entre dos punts d'ancoratge. La longitud lateral L_x és la distància entre aquests dos punts i la longitud en la direcció de propagació del front L_y és la distància vertical màxima entre aquestes dues interfícies en el rang de x involucrades a l'allau. A la Fig. B.1 s'hi ha representat, de forma

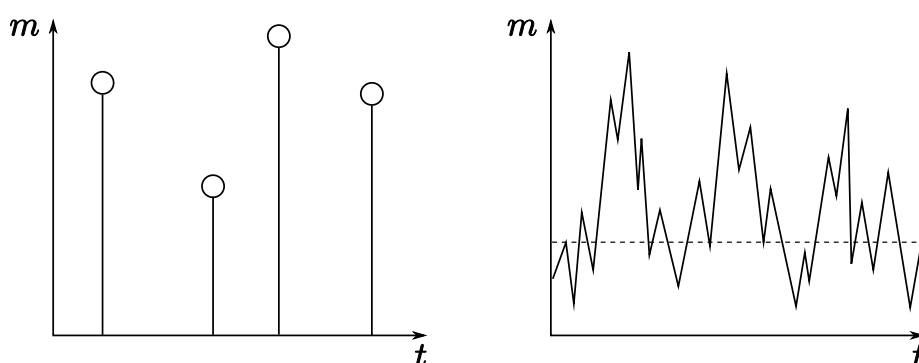


Figura B.3: Esquerra: exemple esquemàtic d'un senyal que presenta una separació completa d'escala temporal. Dreta: exemple esquemàtic d'un senyal que no presenta aquesta separació. La línia discontinua marca la magnitud llindar feta servir per definir les allaus. m és una magnitud arbitrària i t és el temps.

esquemàtica, l'allau resultant d'aquesta definició.

B.2 Discussió

A l'hora de comparar resultats és molt important tenir clar quina definició s'ha adoptat, per saber què es pot comparar i què no. A la literatura existeixen diferents maneres de tractar un mateix problema. Aquest és el cas d'allaus locals en imbibició [DC98; SPMO09; PLHM09]. A més, cada problema té unes característiques que fan més o menys adequada una definició o una altra. De fet, algunes definicions són del tot inadequades per tractar un problema en concret.

Una allau és un esdeveniment molt més ràpid que la resta del flux mitjà del sistema que s'estudia. En el cas de l'estudi dels terratrèmols, una allau és el procés en que es descarrega l'energia acumulada per les plaques tectòniques. En aquest cas les allaus es caracteritzen per la seva magnitud [GR54]. Si es pinta un gràfic de l'activitat tectònica en el temps d'una regió concreta, es troba que entre diferents esdeveniments de magnitud donada existeixen períodes d'inactivitat (Fig. B.3 esquerra) de durada (anys) molt superior a la durada d'un terratrèmol (segons). En aquest cas la identificació de les allaus és senzilla perquè existeix una clara separació d'escala temporal. Aquesta separació no es dona, per exemple, en estudiar l'efecte Barkhausen [DZ06]. En aquests casos s'haurà d'introduir un llindar per poder definir les allaus, com es pot veure a la Fig. B.3 dreta. De manera anàloga, les tres primeres definicions presentades en aquest apèndix introdueixen un llindar arbitrari per tal d'identificar les allaus. Per altra banda, l'última de les

definicions fa servir un interval de temps fixe. Aquest procediment identifica correctament les allaus en un escenari amb separació total d'escala temporal, però és del tot ineficient en un sistema que no presenta aquesta separació, perquè no distingeix entre regions que es mouen únicament per l'efecte del forçament imposat sobre la interfície i regions que són resultat d'un fenomen cooperatiu (una allau).

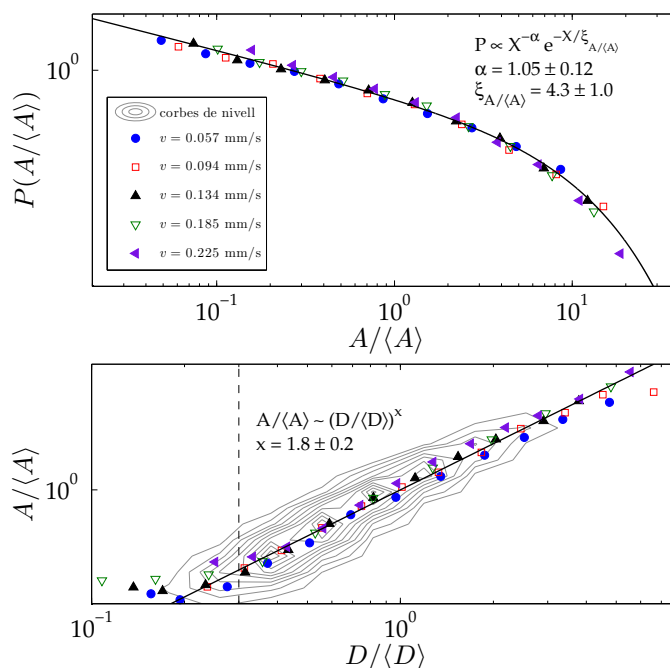
La manera com s'aplica el nivell de tall en les definicions B.1.1, B.1.2 i B.1.3 és diferent. Mentre la definició B.1.1 aplica directament el tall sobre el mapa de velocitats locals a l'espai xy , i considera les allaus com les regions amb velocitat superior a la velocitat llindar, les altres dues definicions (B.1.2 i B.1.3) apliquen el tall al mapa de velocitats locals xt i consideren les allaus, amb diferències, com les regions escombrades per la interfície entre els dos instants de temps definits pel tall (veure seccions B.1.2 i B.1.3). D'aquesta manera, aquestes dues definicions accepten com a punts de l'allau punts on les velocitats locals del front han estat inferiors a la velocitat llindar.

El fet que l'escala temporal de les allaus no sigui prou petita en comparació a l'escala temporal de l'avançament del front porta al problema que una allau es fongui amb una allau veïna, que comença a una regió propera instants després i de manera independent. Aquest problema s'evita a les definicions B.1.1 i B.1.2 en limitar l'extensió lateral de les allaus mitjançant el procés de tall. D'aquesta manera s'impossibilita aquesta suma d'allaus. A la Fig. B.2 es pot observar que una allau definida com un domini d'alta velocitat a l'espai xy (definició B.1.1) té com a allau corresponent amb la definició B.1.3 un objecte que queda obert ja que no existeixen punts d'ancoratge o estan molt allunyats. Això és degut a l'efecte de les allaus veïnes. Per al cas de la Fig. B.2, fent servir la definició B.1.3, la L_x és de l'ordre de la mida de la finestra d'observació. Aquest problema també es soluciona fent servir la definició B.1.2, ja que es limita L_x mitjançant el tall al mapa espaciotemporal d'activitat local. El fet de tenir allaus simultànies en el temps també afecta l'extensió en la direcció de propagació del front. Això fa que les allaus de les definicions B.1.1 i B.1.2 tinguin diferents L_y .

B.3 Comparació de $P(A)$

Atès que les dues primeres definicions d'allau s'han fet servir per estudiar processos d'imbibició recentment, tant des del punt de vista experimental [SPMO09] com des del punt de vista numèric [PLHM09], és interessant veure quins resultats

Figura B.4: A la figura es mostra la distribució de grandàries i les corbes de nivell de la distribució conjunta de grandàries–durades on es fan servir els resultats corresponents a la definició B.1.2 d'allau local. S'ha emprat un nivell de tall $C = 1.4$ i s'ha comprovat que les distribucions $P(A/\langle A \rangle)$ col·lapsen en una única corba per diferents valors de C .



s'obtenen en analitzar les dades fent ús de les dues definicions. Per aquest motiu es comparen les densitats de probabilitat de les grandàries i les densitats de probabilitat combinades de grandàries i durades. Fent ús de la definició B.1.1 s'obtenen les densitats de probabilitat mostrades a la Fig. 4.6 i a la Fig. 4.7. Si es defineixen les allaus d'acord amb la definició B.1.2, s'obtenen les distribucions de la Fig. B.4. Els resultats que s'obtenen fent servir la segona definició són $\alpha \simeq 1.05$, $\xi_{A/\langle A \rangle} \simeq 4.3$ i $x \simeq 1.8$. Els ajustos fets sobre les densitats de probabilitat de la Fig. B.4 donen uns resultats que estan en molt bon acord amb els resultats obtinguts mitjançant el mètode B.1.1 adoptat en la present tesi. Els resultats obtinguts amb els dos mètodes són per tant comparables. Això facilita el camí per a una futura comparació dels experiments i les simulacions tipus "phase-field".

Aquesta comparació no s'ha realitzat per a les dues últimes definicions perquè, com ja s'ha indicat, no resulten adients per al present problema.

Apèndix C

Scripts de Matlab

Matlab és un entorn de computació numèrica i un llenguatge de programació, creats per la companyia The MathWorks. Matlab destaca per manipular molt fàcilment matrius. De fet, el nom Matlab prové de *Matrix Laboratory*, és a dir, Laboratori de Matrius. Per aquesta raó és de gran interès el seu ús sempre que es pugui representar de forma matricial les dades a tractar.

Existeixen diferents alternatives a Matlab de codi obert, en particular GNU Octave, que intenta ser compatible amb el llenguatge emprat per Matlab. A més també existeixen diferents llibreries per Perl i Python que reproduïen el llenguatge de Matlab.

A continuació es presenten alguns dels scripts desenvolupats en aquesta tesi. En concret es presenta el script que extreu la matriu de temps d'espera de les imatges enregistrades, i el script que converteix la matriu de temps d'espera en el mapa d'activitat espaciotemporal. Per acabar es mostra com funciona l'algorisme per obtenir l'orientació de les allaus locals.

C.1 Script que extreu la matriu de temps d'espera

El script que extreu la matriu de temps d'espera i les posicions (x, y) de les interfícies per un experiment s'anomena `interfor`. Aquest es col·loca a la carpeta on estan les imatges i necessita que se li doni el nombre d'imatges a analitzar (variable `NUM` al codi). Aquest script extreu les matrius front de cada imatge mitjançant la funció `interface`, i les suma per construir la matriu de temps d'espera (`wt` al codi). Per altra banda també s'obté la matriu `inttemps` que dona les posicions de la interfície a cada temps. A continuació es presenta el codi de `interfor`:

```

NUM=10000; % per un experiment amb 10000 imatges
% s'especifiquen el prefix de les imatges i l'extensió de les imatges
pre='im_';
ext='.tif';
% xi i xf donen els límits a l'eix x de les imatges
xi=1;
xf=1280;

% s'especifica el nom i es llegeix la imatge de fons
name0='bkg000000.tif';
I0=imread(name0); a=size(I0);
% es creen la matriu de temps d'espera i la matriu de les interfícies
wt=zeros(a(1),a(2));
inttemps=zeros(a(2),1)
inttemps(:,1)=xi:xf;

% s'inicia el bucle per analitzar totes les imatges i obtindre la matriu de temps
d'espera i les interfícies
for i=1:NUM
    str=num2str(i-1,'%06d');
    name=strcat(pre,str,ext);
    I=imread(name);
    Ir=I0-I; % a la imatge en estudi se li resta la imatge de fons
    R=interface(Ir,xi,xf,str);
    wt=wt+R; % suma de matrius front per crear la matriu de temps d'espera
    [iy,ix]=find(R);
    inttemps=[inttemps iy]; % s'afegeixen les coordenades y a la matriu
end

```

C.1.1 Codi de la funció interface.m

La funció `interface`, que es fa servir al script `interfor`, s'encarrega d'extreure les posicions de la interfície d'una imatge. La funció `interface` rep una imatge (variable `Im` al codi) en escala de grisos. Aquesta es converteix en una imatge en

blanc i negre mitjançant l'aplicació d'un nivell de gris llindar per separar la fase mullada de la seca (veure Sec. C.1.2). Un cop es té la imatge en blanc i negre (variable `Ibw` al codi) s'identifiquen els punts de la interfície segons l'algorisme presentat a la Sec. 2.16 i es construeix la matriu `interf` (al codi) que té les dimensions de la imatge amb la que tracta. Aquesta matriu `interface` consta dels valors 1 o 0 depenent de si la interfície ocupa el píxel relacionat amb l'element corresponent de la matriu o no.

```
function R=interface(Im,xi,xf,numname)

a=size(Im);
fin='final';

% Aquest bloc identifica el nivell de grisos llindar entre els dos nivells de gris
% principals i l'aplica a les imatges per tal de convertir-les en blanc i negre
tresh=tresholdhist(Im); %busca el nivell de grisos minim
Ibw=Im>tresh;
Ibw=double(Ibw);
Ibw=255*Ibw;
Ibw=uint8(Ibw);

% En aquest bloc s'etiqueten els objectes i s'extreu la seva grandària per tal
% d'identificar el domini més gran, corresponent a una de les dues fases
k=0;
[labeled,numObjects] = bwlabel(Ibw,8);
props = regionprops(labeled,'area');
MAX=max([props.Area]);
clust_labl=find([props.Area]==MAX);

interf=zeros(a(1),a(2));

% El següent bucle obté la posició y de les interfícies per cada x
for n=xi:xf
    for m=a(1):-1:2
        if ((labeled(m,n)==0) && (labeled(m-1,n)==clust_labl))
            c=m-1;
```

```

        break
    elseif labeled(m,n)==clust_labl
        fin
        pause(inf);
    end
end
interf(c,n)=1;
end

R=interf;

```

C.1.2 Codi de la funció tresholdhist.m

La funció `tresholdhist` s'encarrega de trobar el nivell de gris llindar per tal de separar la fase seca de la mullada. Aquestes dues fases tenen un nivell de gris diferent. Per tant l'histograma presenta dos pics corresponents a aquestes dues fases. Mitjançant l'estudi de les pendents de l'histograma de grisos es pot identificar el nivell de gris llindar. La funció `tresholdhist` genera l'histograma de grisos i aplica un algorisme per tal de suavitzar la corba. Un cop s'ha fet això, i coneixent que l'histograma presenta un primer pic corresponent a la fase seca i després un segon pic corresponent a la fase mullada, el que fa la funció `tresholdhist` és identificar el nivell de gris llindar com aquell en què el pendent deixa de ser negatiu després del primer pic. A la Fig. 2.15 es pot observar un histograma dels nivells de gris d'una imatge a la que se l'hi ha restat la imatge fons. Es pot apreciar un pic a nivell de gris baix, després una vall i un segon pic corresponent a la fase mullada. Existeixen altres criteris per escollir el nivell de gris, com podria ser el punt intermig entre els dos pics. S'ha comprovat que variar el nivell de gris del valor obtingut amb el present criteri fins a valors més propers al pic corresponent a la fase mullada no afecta sensiblement els resultats finals.

```
function R=tresholdhist(Im)
```

```
[N,gl]=imhist(Im); % N és el nombre de píxels amb un nivell de gris gl
% El següent bloc suavitza la corba de l'histograma i construeix la derivada NNN
```

```
NN=smooth(N);
NNN(1)=0;
NNN(size(NN))=0;
for i=2:size(NN)-1
    NNN(i)=(NN(i+1)-NN(i-1))/2;
end

% En aquesta secció s'identifica el nivell de gris que es fa servir per transformar
% les imatges a blanc i negre
i=1;
while NNN(i)>=0
    i=i+1;
end
while NNN(i)<0
    i=i+1;
end

R=gl(i-1);
```

C.2 Script que crea el camp de velocitats en funció del temps

Un cop carregada la matriu de temps d'espera i la matriu amb les posicions de les interfícies, ambdues resultat d'executar el script `interfor`, es pot executar el script `activitat` i obtenir el mapa espaciotemporal de les velocitats locals en forma de matriu. Els índexs d'aquesta matriu representen les coordenades espacials x i les temporals t . Aquesta matriu és molt útil per crear els senyals de la velocitat global fent la mitjana dels índexs corresponents a les coordenades x . El codi del script és el següent:

```
% Primer de tot s'obtenen les dimensions en  $x$  i en  $t$ 
a=size(inttemps);
l=a(1);
t=a(2);
```

```

% Aquesta part construeix la matriu de velocitats locals a l'espai xy
v=1./wt;
zidx=find(wt==0);
v(zidx)=1; % En cas que existeixin, s'assigna a les velocitats 1/0 el valor 1

act=zeros(1,t); % Es crea la matriu d'activitat

% El següent bucle assigna els valors de la velocitat local com  $v(x,t) = v(x,y(x,t))$ .
% La variable v té les coordenades a la inversa, és a dir que v equival a  $v(y,x)$ 
i=0;
i2=0;
for i=2:t
    i2=i2+1
    for k=1:l
        act(k,i2)=v(inttemps(k,i),k);
    end
end
end

```

C.3 Extracció de l'orientació d'un domini

Per tal d'extreure l'orientació dels dominis es fa servir la funció `regionprops` de Matlab. Aquesta funció mesura un conjunt de propietats per cadascuna de les regions etiquetades en una matriu. Elements positius d'una matriu etiquetada, es corresponen amb diferents regions, és a dir, un conjunt d'elements de la matriu etiquetada amb valor 1 corresponen a elements de la regió 1, un conjunt d'elements amb valor 2 corresponen a la regió 2, etc. La sintaxi per cridar `regionprops` és la següent:

```
STATS = regionprops(L, properties),
```

on `L` és la matriu etiquetada de la imatge que s'estudia i `properties` crida la propietat que volem extreure de les regions etiquetades de la imatge. A la Sec. C.1.1 s'ha fet servir aquesta funció per extreure la grandària d'aquestes regions (el camp `properties` era aleshores `'area'`). Per estudiar les orientacions de les regions respecte a l'eix x es fa ús de la propietat `'Orientation'`. En cridar aquesta

propietat Matlab torna un escalar per cada regió, que correspon a l'angle, en graus, entre l'eix x i l'eix major de l'el·lipse amb eixos determinats per la dispersió dels píxels del domini en qüestió.

A continuació es mostra com trobar l'el·lipse que conté els punts d'una regió.

C.3.1 Algorisme per trobar l'el·lipse que conté els punts del domini

Primer es mostra com trobar la longitud dels eixos de l'el·lipse i després l'orientació d'aquesta respecte a l'eix horitzontal x .

Determinació dels eixos de l'el·lipse

Es vol extreure l'el·lipse amb eixos determinats per la dispersió d'un conjunt de punts (x_i, y_i) a l'espai xy . El primer pas serà trobar la dispersió dels punts del domini. Amb aquest propòsit s'obté la matriu de covariància \mathbf{V} :

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} \\ V_{xy} & V_{yy} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.1})$$

amb $V_{ij} = E[(X_i - E[X_i])(X_j - E[X_j])]$, on $E[f(X_i)]$ és un operador lineal que dona el valor esperat de f ; per exemple, el valor mitjà de x_i serà $\bar{x} = E[x] = \sum_{i=1}^N x_i/N$. La matriu de covariància és la generalització a dimensions superiors del concepte de variància. La variància és una mesura de la dispersió d'una variable respecte al seu valor mitjà. En el cas de la matriu de covariància, les V_{xx} i V_{yy} donen compte de la dispersió dels punts en els eixos corresponents i V_{xy} és l'esperança estadística del producte de les variables centrades $x - \bar{x}$ i $y - \bar{y}$. Els elements de la matriu de covariància s'expressen de la forma següent:

$$\begin{cases} V_{xx} = E[(x - E[x])^2] = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N} \\ V_{yy} = E[(y - E[y])^2] = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N} \\ V_{xy} = E[(x - E[x])(y - E[y])] = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N} \end{cases}, \quad (\text{C.2})$$

Si es fa un canvi de variables on l'origen és el centre de masses del domini de punts que s'estudia, les equacions de (C.2) se simplifiquen molt en fer-se $\bar{x} = \bar{y} = 0$.

Per trobar els eixos de l'el·lipse que conté els punts de la regió interessada s'haurà de diagonalitzar la matriu de covariància \mathbf{V} . En diagonalitzar la matriu el que es fa és rotar l'espai euclidià on està la matriu de covariància per tal que el terme V_{xy} sigui nul a la nova base. Si $V_{xy} = 0$ aleshores x_i i y_i a la nova base seran

variables independents. En aquest escenari, els termes diagonals de la nova matriu de covariància, els autovalors de \mathbf{V} , donaran la desviació estandar ($\sigma_x^2 = V_{xx}$, tenint en compte que no s'està requerint la propietat de no esbiaixament) dels punts respecte del seu valor mitjà, a partir dels quals es pot estimar la mida dels eixos de l'el·lipse. Per tant, el primer que s'ha de fer és trobar els autovalors λ de la matriu de covariància. Es fa servir l'equació característica

$$\det(\mathbf{V} - \lambda\mathbf{I}) = 0, \quad (\text{C.3})$$

on \mathbf{I} és la matriu identitat. A partir de la condició Eq. (C.3) es troba el següent polinomi

$$(V_{xx} - \lambda)(V_{yy} - \lambda) - V_{xy}^2 = 0, \quad (\text{C.4})$$

las arrels del qual donen els autovalors:

$$\begin{cases} \lambda_+ = \frac{1}{2}[(V_{xx} + V_{yy}) + \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}] \\ \lambda_- = \frac{1}{2}[(V_{xx} + V_{yy}) - \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}] \end{cases}. \quad (\text{C.5})$$

Quan es treballa amb distribucions normals d'una sola variable x , per tal que l'interval de confiança cobreixi el 95% es cobreix el rang $\bar{x} - 2\sigma \leq x \leq \bar{x} + 2\sigma$. Per una distribució normal amb dues variables i amb $V_{xy} = 0$, l'interval de confiança que cobrirà el 95% de les x' serà $\bar{x}' - 2\sqrt{V_{x'x'}} \leq x' \leq \bar{x}' + 2\sqrt{V_{x'x'}}$ i $\bar{y}' - 2\sqrt{V_{y'y'}} \leq y' \leq \bar{y}' + 2\sqrt{V_{y'y'}}$ per a les variables y' . La mida dels eixos de l'el·lipse que cobreix els punts d'un domini de la imatge vindrà determinada per la longitud dels intervals de confiança. Com que els dominis que s'estudien no tenen covariància nula, s'hauran de fer servir els autovalors de la matriu diagonal que sí que corresponen a noves variables independents. Per tant, les mides dels eixos principals de l'el·lipsoide que cobreix els punts de l'àrea seran:

$$\begin{cases} a = 4\sqrt{\lambda_+} = 2\sqrt{2}\sqrt{(V_{xx} + V_{yy}) + \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}} \\ b = 4\sqrt{\lambda_-} = 2\sqrt{2}\sqrt{(V_{xx} + V_{yy}) - \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}} \end{cases}. \quad (\text{C.6})$$

Determinació de l'orientació de l'el·lipse

A la secció anterior s'han trobat els eixos principals de l'el·lipse que conté els punts del domini que s'estudia. Per fer això s'ha diagonalitzat la matriu de covariància \mathbf{V} . Diagonalitzar una matriu no és més que rotar la matriu perquè els nous eixos de coordenades coincideixin amb els eixos principals de la matriu. Per tant, en diagonalitzar \mathbf{V} el que s'ha fet és girar els eixos perquè coincideixin amb els eixos

de l'el·lipsoide. Per determinar l'orientació dels dominis respecte l'eix horitzontal x de la imatge original s'haurà de trobar la matriu de rotació que relaciona els eixos originals amb els eixos principals de cada domini. La matriu de rotació s'escriu

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (\text{C.7})$$

on θ és l'angle de rotació entre els dos sistemes de coordenades. Per trobar θ haurem de trobar la matriu de rotació que compleixi

$$\mathbf{R}^{-1} \mathbf{V} \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \lambda_+ & 0 \\ 0 & \lambda_- \end{pmatrix}. \quad (\text{C.8})$$

D'aquesta condició i del fet que $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ es troben les següents relacions

$$\lambda_+ = V_{xx} \cos^2 \theta + V_{yy} \sin^2 \theta + 2V_{xy} \sin \theta \cos \theta, \quad (\text{C.9})$$

$$\lambda_- = V_{xx} \sin^2 \theta + V_{yy} \cos^2 \theta - 2V_{xy} \sin \theta \cos \theta, \quad (\text{C.10})$$

$$0 = (V_{yy} - V_{xx}) \sin \theta \cos \theta + V_{xy}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta). \quad (\text{C.11})$$

Si a l'Eq. (C.9) se li resta l'Eq. (C.10) s'obté

$$\lambda_+ - \lambda_- = (V_{yy} - V_{xx})(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + 4V_{xy} \sin \theta \cos \theta, \quad (\text{C.12})$$

i de (C.11) s'obté

$$V_{xx} - V_{yy} = V_{xy} \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}. \quad (\text{C.13})$$

Tot aplicant la relació trigonomètrica

$$\cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 = 2 \cos^2 - 1, \quad (\text{C.14})$$

i les Eqs. (C.13) i (C.5) a l'Eq. (C.12), es troben les següents relacions per determinar l'angle θ entre l'eix x i l'eix major:

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{2V_{xy}}{V_{xx} - V_{yy} + \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}} & \text{si } V_{xx} > V_{yy}, \\ \tan \theta = \frac{V_{yy} - V_{xx} + \sqrt{(V_{xx} - V_{yy})^2 + 4V_{xy}^2}}{2V_{xy}} & \text{si } V_{yy} > V_{xx}, \end{cases} \quad (\text{C.15})$$

Bibliografia

- [ABCD98] R. Albert, A.-L. Barabási, N. Carle, and A. Dougherty. Driven interfaces in disordered media: determination of universality classes from experimental data. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2926 (1998).
- [ABS94] L. Amaral, A.-L. Barabási, and H. Stanley. Universality classes for interface growth with quenched disorder. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 62 (1994).
- [ADR04] M. Alava, M. Dubé, and M. Rost. Imbibition in disordered media. *Adv. Phys.* **53**, 83 (2004).
- [AGCR97] M. M. H. M. Ahmed, D. T. Gethin, T. C. Claypole, and B. J. Roylance. A model for ink impression into a porous substrate. *J. Phys. D* **30**, 2276 (1997).
- [ANZ06] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala, and S. Zapperi. Statistical models of fracture. *Adv. Phys.* **55**, 349 (2006).
- [AT91] M. Avellaneda and S. Torquato. Rigorous link between fluid permeability, electrical conductivity, and relaxation times for transport in porous media. *Phys. Fluids A* **3**, 2529 (1991).
- [Bat67] G. K. Batchelor. *An introduction to fluid dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1967).
- [BBC⁺92] S. V. Buldyrev, A.-L. Barabási, F. Caserta, S. Havlin, H. E. Stanley, and T. Vicsek. Anomalous interface roughening in porous media: Experiment and model. *Phys. Rev. A* **45**, R8313 (1992).
- [BCF⁺00] S. T. Bramwell, K. Christensen, J.-Y. Fortin, P. C. W. Holdsworth, H. J. Jensen, S. Lise, J. M. López, M. Nicodemi, J.-F. Pinton, and M. Sellitto. Universal fluctuations in correlated systems. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3744 (2000).

- [Ber05] E. Bertin. Global fluctuations and gumbel statistics. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170601 (2005).
- [BFF⁺91] A. Birovljev, L. Furuberg, J. Feder, T. Jssang, K. J. Mly, and A. Aharony. Gravity invasion percolation in two dimensions: Experiment and simulation. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 584 (1991).
- [BFHP02] S. T. Bramwell, T. Fennell, P. C. W. Holdsworth, and B. Portelli. Universal fluctuations of the danube water level: A link with turbulence, criticality and company growth. *Europhys. Lett.* **57**, 310 (2002).
- [BHP98] S. T. Bramwell¹, P. C. W. Holdsworth, and J.-F. Pinton. Universality of rare fluctuations in turbulence and critical phenomena. *Nature* **396**, 552 (1998).
- [BJCL00] E. Ben-Jacob, I. Cohen, and H. Levine. Cooperative self-organization of microorganisms. *Adv. Phys.* **49**, 395 (2000).
- [BJPV02] M. J. Blunt, M. D. Jackson, M. Piri, and P. H. Valvatne. Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow. *Adv. Water Resour.* **25**, 1069 (2002).
- [Bra09] S. T. Bramwell. The distribution of spatially averaged critical properties. *Nat. Phys.* **5**, 443 (2009).
- [BS95] A.-L. Barabasi and H. E. Stanley. *Fractal concepts in surface growth* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [BSP08] D. Bonamy, S. Santucci, and L. Ponson. Crackling dynamics in material failure as the signature of a self-organized dynamic phase transition. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 045501 (pages 4) (2008).
- [CMW⁺07] F. F. Csikor, C. Motz, D. Weygand, M. Zaiser, and S. Zapperi. Dislocation avalanches, strain bursts, and the problem of plastic forming at the micrometer scale. *Science* **318**, 251 (2007).
- [Cof08] T. S. Coffey. Diet coke and mentos: What is really behind this physical reaction? *Am. J. Phys* **76**, 551 (2008).
- [CTMBN09] P. Córdoba-Torres, T. J. Mesquita, I. N. Bastos, and R. P. Nogueira. Complex dynamics during metal dissolution: From intrinsic to

- faceted anomalous scaling. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 055504 (pages 4) (2009).
- [Dar56] H. Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon* (Librairie des Corps Imperiaux des Ports et Chaussees et des Mines, Paris, 1856).
- [DC98] A. Dougherty and N. Carle. Liquid conservation and nonlocal interface dynamics in imbibition. *Phys. Rev. E* **58**, 2889 (1998).
- [dGBWQ04] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Capillarity and wetting phenomena: drops, bubbles, pearls, waves* (Springer, New York, 2004).
- [DMR⁺01] M. Dubé, S. Majaniemi, M. Rost, M. J. Alava, K. R. Elder, and T. AlaNissila. Interface pinning in spontaneous imbibition. *Phys. Rev. E* **64**, 051605 (2001).
- [DRE⁺99] M. Dubé, M. Rost, K. R. Elder, M. Alava, S. Majaniemi, and T. AlaNissila. Liquid conservation and nonlocal interface dynamics in imbibition. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1628 (1999).
- [DZ00] G. Durin and S. Zapperi. Scaling exponents for Barkhausen avalanches in polycrystalline and amorphous ferromagnets. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4705 (2000).
- [DZ06] G. Durin and S. Zapperi. The Barkhausen effect. In G. Bertotti and I. Mayergoyz, editors, *The science of the hysteresis*, volume II, pp. 181–267 (Elsevier Academic Press, Oxford, 2006).
- [EBRW91] E. A. Eklund, R. Bruinsma, J. Rudnick, and R. S. Williams. Submicron-scale surface roughening induced by ion bombardment. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1759 (1991).
- [Eul83] L. Euler. De serie lambertina plurimisque eius insignibus proprietatibus. *Acta Acad. Scient. Petropol.* **2**, 29 (1783).
- [FD08a] N. Fries and M. Dreyer. An analytic solution of capillary rise restrained by gravity. *J. Colloid Interface Sci.* **320**, 259 (2008).
- [FD08b] N. Fries and M. Dreyer. The transition from inertial to viscous flow in capillary rise. *J. Colloid Interface Sci.* **327**, 125 (2008).

- [Fed88] J. Feder. *Fractals* (Plenum Press, New York, 1988).
- [Fed01] J. Feder. *Flow in porous media* (2001). Unpublished.
- [Fis98] D. Fisher. Collective transport in random media: from superconductors to earthquakes. *Phys. Rep.* **301**, 113 (1998).
- [FV85] F. Family and T. Vicsek. Scaling of the active zone in the Eden process on percolation networks and the ballistic deposition model. *J. Phys. A* **18**, L75 (1985).
- [FWN95] S. Field, J. Witt, and F. Nori. Superconducting vortex avalanches. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1206 (1995).
- [GB98] V. Ganesan and H. Brenner. Dynamics of two-phase fluid interfaces in random porous media. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 578 (1998).
- [GHPM01] E. Guyon, J. P. Hulin, L. Petit, and C. D. Mitescu. *Physical hydrodynamics* (Oxford University Press, Oxford, 2001).
- [GMH02] D. Geromichalos, F. Mugele, and S. Herminghaus. Roughness of wetting fluid invasion fronts in porous media. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 104503 (2002).
- [GR54] B. Gutenberg and C. F. Richter. *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1954).
- [Gum58] E. J. Gumbel. *Statistics of extremes* (Columbia University Press, New York, 1958).
- [HFV91] V. Horváth, F. Family, and T. Vicsek. Dynamic scaling of the interface in two-phase fluids flow. *J. Phys. A* **24**, L25 (1991).
- [HH91] T. Halpin-Healy. Directed polymers in random media: Probability distributions. *Phys. Rev. A* **44**, R3415 (1991).
- [HHZ95] T. Halpin-Healy and Y.-C. Zhang. Kinetic roughening phenomena, stochastic growth, directed polymers and all that. aspects of multi-disciplinary statistical mechanics. *Phys. Rep.* **254**, 215 (1995).
- [HKW92] S.-J. He, G. L. M. K. S. Kahanda, and P. Wong. Roughness of wetting fluid invasion fronts in porous media. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3731 (1992).

- [HMSL⁺01] A. Hernández-Machado, J. Soriano, A. M. Lacasta, M. A. Rodríguez, L. Ramírez-Piscina, and J. Ortín. Interface roughening in Hele-Shaw flows with quenched disorder: Experimental and theoretical results. *Europhys. Lett.* **55**, 194 (2001).
- [Hom87] G. Homsy. Viscous fingering in porous media. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **19**, 271 (1987).
- [HS98] H. S. Hele-Shaw. The flow of water. *Nature* **58**, 33 (1898).
- [HS95] V. K. Horváth and H. E. Stanley. Temporal scaling of interfaces propagating in porous media. *Phys. Rev. E* **52**, 5166 (1995).
- [Jen98] H. J. Jensen. *Self-organized criticality* (Cambridge university press, Cambridge, 1998).
- [JPCG08] S. Joubaud, A. Petrosyan, S. Ciliberto, and N. Garnier. Experimental evidence of non-gaussian fluctuations near a critical point. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 180601 (2008).
- [JZC96] J. H. Jeffries, J.-K. Zuo, and M. Craig. Instability of kinetic roughening in sputter-deposition growth of pt on glass. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4931 (1996).
- [Kar98] M. Kardar. Nonequilibrium dynamics of interfaces and lines. *Phys. Rep.* **301**, 85 (1998).
- [KL96] E. M. Kramer and A. E. Lobkovsky. Universal power law in the noise from a crumpled elastic sheet. *Phys. Rev. E* **53**, 1465 (1996).
- [KPZ86] M. Kardar, G. Parisi, and Y.-C. Zhang. Dynamic scaling of growing interfaces. *Phys. Rev. Lett.* **56**, 889 (1986).
- [Kru97] J. Krug. Origins of scale invariance in growth processes. *Adv. Phys.* **46**, 139 (1997).
- [KSC91] J. Krim, D. H. Solina, and R. Chiarello. Nanotribology of a kr monolayer: A quartz-crystal microbalance study of atomic-scale friction. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 181 (1991).
- [KW88] J. Kertész and D. E. Wolf. Noise reduction in Eden models: 2. surface structure and intrinsic width. *J. Phys. A* **21**, 747 (1988).

- [Len90] R. Lenormand. Liquids in porous media. *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, SA79 (1990).
- [LK01] P. E. Luner and D. V. Kamp. Wetting behavior of bile salt-lipid dispersions and dissolution media patterned after intestinal fluids. *J. Pharm. Sci.* **90**, 348 (2001).
- [Lóp99] J. M. López. Scaling approach to calculate critical exponents in anomalous surface roughening. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4594 (1999).
- [Lóp09] J. M. López. S'agraeix a J. M. López la discussió sobre el significat de les classes d'universalitat i la interpretació dels resultats. (2009).
- [LPHM09] J. M. López, M. Pradas, and A. Hernández-Machado. Activity statistics, avalanche kinetics, and velocity correlations in surface growth (2009). Preprint.
- [LT93] H. Leschhorn and L.-H. Tang. Comment on "elastic string in a random potential". *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2973 (1993).
- [LTH⁺05] T. Laurila, C. Tong, I. Huopaniemi, S. Majaniemi, and T. Ala-Nissila. Dynamics and kinetic roughening of interfaces in two-dimensional forced wetting. *Eur. Phys. J. B* **46**, 553 (2005).
- [LVH⁺00] A. Leventis, D. A. Verganelakis, M. R. Halse, J. B. Webber, and J. H. Strange. Capillary imbibition and pore characterisation in cement pastes. *Transp. Porous Media* **39**, 143 (2000).
- [LZ85] R. Lenormand and C. Zarcone. Invasion percolation in an etched network: Measurement of a fractal dimension. *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2226 (1985).
- [Man85] B. B. Mandelbrot. Self-affine fractals and fractal dimension. *Phys. Scr.* **32**, 257 (1985).
- [MFJ85] K. J. Måløy, J. Feder, and T. Jøssang. Viscous fingering fractals in porous media. *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2688 (1985).
- [MGR02] S. Moulinet, C. Guthmann, and E. Rolley. Roughness and dynamics of a contact line of a viscous fluid on a disordered substrate. *Eur. Phys. J. E* **8**, 437 (2002).

- [MSST06] K. J. Måløy, S. Santucci, J. Schmittbuhl, and R. Toussaint. Local waiting time fluctuations along a randomly pinned crack front. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 045501 (2006).
- [NP02] A. Noullez and J.-F. Pinton. Global fluctuations in decaying Burgers turbulence. *Eur. Phys. J. B* **28**, 231 (2002).
- [Pau02] E. Pauné. *Interface dynamics in two-dimensional viscous flows*. Ph.D. thesis, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain (2002).
- [PC03] E. Pauné and J. Casademunt. Kinetic roughening in two-phase fluid flow through a random Hele-Shaw cell. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 144504 (2003).
- [PD84] A. C. Payatakes and M. Dias. Immiscible microdisplacement and ganglion dynamics in porous media. *Rev. Chem. Eng.* **2**, 85 (1984).
- [PFTV86] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes. The art of scientific computing* (Cambridge University Press, Cambridge, 1986).
- [PHM06] M. Pradas and A. Hernández-Machado. Intrinsic versus superrough anomalous scaling in spontaneous imbibition. *Phys. Rev. E* **74**, 041608 (2006).
- [PHSB01] B. Portelli, P. C. W. Holdsworth, M. Sellitto, and S. T. Bramwell. Universal magnetic fluctuations with a field-induced length scale. *Phys. Rev. E* **64**, 036111 (2001).
- [PLHM07] M. Pradas, J. M. López, and A. Hernández-Machado. Time-dependent couplings and crossover length scales in nonequilibrium surface roughening. *Phys. Rev. E* **76**, 010102(R) (2007).
- [PLHM09] M. Pradas, J. M. López, and A. Hernández-Machado. Avalanche dynamics in fluid imbibition near the depinning transition (2009). Preprint.
- [PPHMO07] R. Planet, M. Pradas, A. Hernández-Machado, and J. Ortín. Pressure-dependent scaling scenarios in experiments of spontaneous imbibition. *Phys. Rev. E* **76**, 056312 (2007).
- [Pra06] M. Pradas. Comunicació privada. (2006).

- [Pra09] M. Pradas. *Interfaces in disordered medium. Scaling growth, avalanche dynamics, and microfluidic fronts*. Ph.D. thesis, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain (2009).
- [PSO09] R. Planet, S. Santucci, and J. Ortín. Avalanches and non-gaussian fluctuations of the global velocity of imbibition fronts. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 094502 (2009).
- [Qué97] D. Quéré. Inertial capillarity. *Europhys. Lett.* **39**, 533 (1997).
- [Ràf98] I. Ràfols. *Formation of concentric rings in bacterial colonies*. Master's thesis, Chuo University, Tokyo, Japan (1998).
- [Ram02] J. J. Ramasco. *Invariancia de escala en el crecimiento de superficies e interfaces*. Ph.D. thesis, Universidad de Cantabria, Santander, Spain (2002).
- [REDG89] M. Rubio, C. Edwards, A. Dougherty, and J. Gollub. Self-affine fractal interfaces from immiscible displacements in porous media. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1685 (1989).
- [RGGR98] E. Rolley, C. Guthmann, R. Gombrowicz, and V. Repain. Roughness of the contact line on a disordered substrate. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2865 (1998).
- [RLDA07] M. Rost, L. Laurson, M. Dubé, and M. Alava. Fluctuations in fluid invasion into disordered media. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 054502 (2007).
- [RLR00] J. J. Ramasco, J. M. López, and M. A. Rodríguez. Generic dynamic scaling in kinetic roughening. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2199 (2000).
- [RV95] I. Ràfols and E. Vives. Statistics of avalanches in martensitic transformations. ii. modeling. *Phys. Rev. B* **52**, 12651 (1995).
- [Sah93] M. Sahimi. Flow phenomena in rocks: from continuum models to fractals, percolation, cellular automata, and simulated annealing. *Rev. Mod. Phys.* **65**, 1393 (1993).
- [SDM01] J. P. Sethna, K. A. Dahmen, and C. R. Myers. Crackling noise. *Nature* **410**, 242 (2001).

- [SLR07] I. G. Szendro, J. M. López, and M. A. Rodríguez. Localization in disordered media, anomalous roughening, and coarsening dynamics of faceted surfaces. *Phys. Rev. E* **76**, 011603 (pages 9) (2007).
- [SMD⁺07] S. Santucci, K. J. Måløy, A. Delaplace, J. Mathiesen, A. Hansen, J. Ø. H. Bakke, J. Schmittbuhl, L. Vanel, and P. Ray. Statistics of fracture surfaces. *Phys. Rev. E* **75**, 016104 (2007).
- [SMP⁺05] J. Soriano, A. Mercier, R. Planet, A. Hernández-Machado, M. A. Rodríguez, and J. Ortín. Anomalous roughening of viscous fluid fronts in spontaneous imbibition. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 104501 (2005).
- [SOHM02] J. Soriano, J. Ortín, and A. Hernández-Machado. Experiments of interfacial roughening in Hele–Shaw flows with weak quenched disorder. *Phys. Rev. E* **66**, 031603 (2002).
- [Sor03] J. Soriano. *Roughness experiments of viscous fluid interfaces in disordered Hele-Shaw cells*. Ph.D. thesis, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain (2003).
- [SPMO09] S. Santucci, R. Planet, K. J. Måløy, and J. Ortín. Local avalanche dynamics of imbibition fronts: towards critical pinning (2009). Preprint.
- [SRR⁺02] J. Soriano, J. J. Ramasco, M. A. Rodríguez, A. Hernández-Machado, and J. Ortín. Anomalous roughening of Hele–Shaw flows with quenched disorder. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 026102 (2002).
- [SS89] A. Sornette and D. Sornette. Self-organized criticality and earthquakes. *Europhys. Lett.* **9**, 197 (1989).
- [ST58] P. G. Saffman and G. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proc. R. Soc. Lond A* **245**, 312 (1958).
- [SV95] J. Schmittbuhl and J. P. Vilotte. Reliability of self-affine measurements. *Phys. Rev. E* **51**, 131 (1995).
- [TKD95] L.-H. Tang, M. Kardar, and D. Dhar. Driven depinning in anisotropic media. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 920 (1995).
- [TKG03] T. Tóth-Katona and J. T. Gleeson. Distribution of injected power fluctuations in electroconvection. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 264501 (2003).

- [TvS00] G. Tripathy and W. van Saarloos. Fluctuation and relaxation properties of pulled fronts: A scenario for nonstandard Kardar-Parisi-Zhang scaling. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3556 (2000).
- [Was21] E. Washburn. The dynamics of capillary flow. *Phys. Rev.* **17**, 273 (1921).
- [WS81] T. A. Witten and L. M. Sander. Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical phenomenon. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1400 (1981).
- [ZJJK02] D. Zhou, L. Jia, J. Kamath, and A. R. Kovscek. Scaling of counter-current imbibition processes in low-permeability porous media. *J. Pet. Sci. Eng.* **33**, 61 (2002).
- [ZMOW97] O. Zik, E. Moses, Z. Olami, and I. Webman. Scaling of propagating capillary fronts. *Europhys. Lett.* **38**, 509 (1997).
- [ZTH00] B. V. Zhmud, F. Tiberg, and K. Hallstenson. Dynamics of capillary rise. *J. Colloid Interface Sci.* **228**, 263 (2000).

Publicacions de l'autor

- J. Soriano, A. Mercier, R. Planet, A. Hernández-Machado, M. A. Rodríguez, and J. Ortín, *Anomalous Roughening of Viscous Fluid Fronts in Spontaneous Imbibition*, Phys. Rev. Lett. **95**, 104501 (2005).
- R. Planet, M. Pradas, A. Hernández-Machado, and J. Ortín, *Pressure-dependent scaling scenarios in experiments of spontaneous imbibition*, Phys. Rev. E **76**, 056312 (2007).
- R. Planet, S. Santucci, and J. Ortín, *Avalanches and Non-Gaussian Fluctuations of the Global Velocity of Imbibition Fronts*, Phys. Rev. Lett. **102**, 094502 (2009).
- M. Jankov, G. Løvoll, H.A. Knudsen, K.J. Måløy, R. Planet, R. Toussain, and E. G. Flekkøy, *Effects of pressure oscillations on drainage in an elastic porous medium*, preprint, (2009).
- S. Santucci, R. Planet, K.J. Måløy, and J. Ortín, *Local avalanche dynamics of imbibition fronts: towards critical pinning*, preprint, (2009).

