

Capítulo 2

Modelos parsimoniosos

2.1. Introducción

Tal y como se ha indicado en el capítulo anterior, la elección de la función base para estimar las curvas de tipos de interés es crítica ya que condiciona la forma que adopta la estructura temporal de tipos de interés.

Una clase de funciones matemáticas, que genera formas funcionales similares a las que se observan habitualmente en el mercado, están asociadas a soluciones de ecuaciones diferenciales o en diferencias. De modo que, si las curvas de los tipos al contado son generadas por ecuaciones diferenciales, los tipos de interés a plazo se obtendrán a partir de la solución de estas ecuaciones. Estos modelos se recogen bajo la denominación de formas funcionales parsimoniosas o, de forma más resumida, modelos parsimoniosos. Estos modelos se caracterizan porque la función matemática utilizada para modelizar la curva de tipos de interés se basa en criterios económicos.

Aparte del Reino Unido y USA que tienen una larga tradición en la estimación de la estructura temporal, la mayoría de Bancos Centrales europeos empezaron desarrollando su propio modelo de tipos de interés en los años noventa. Estos bancos han aplicado básicamente métodos econométricos para aproximar los tipos de interés dentro del ámbito de política monetaria (*Bank for International Settlements*, 1999). Básicamente utilizan *splines* o formas funcionales parsimoniosas, como el modelo de Nelson y Siegel (1987) o su versión extendida.

En Nelson y Siegel (1987) se establece el primer modelo donde la relación entre el tipo de interés y el vencimiento responde a la solución de una ecuación diferencial. La representación escogida del tipo *forward* responde a un término constante β_0 más una función que pertenece a la clase de funciones denominadas de Laguerre. Estas funciones se caracterizan por un polinomio que decrece exponencialmente y, a su vez, presentan una forma matemática de aproximar funciones. La constante del modelo asegura que los tipos de interés a largo plazo converjan. Además, este tipo de aproximación a través de términos exponenciales garantiza, asimismo, la monotocidad y la curvatura.

Cuando hay incertidumbre en el mercado, la estructura temporal de tipos de interés puede presentar formas muy complejas en el tramo del corto plazo. Es por ello que posteriormente Svensson (1994) incrementó la flexibilidad de la aproximación de Nelson y Siegel incorporando un tercer término de Laguerre con dos parámetros adicionales. El modelo presenta las mismas propiedades que la función de Nelson y Siegel. El término adicional en la formulación de Svensson, permite que la curva incorpore un segundo punto estacionario.

Tanto el modelo de Nelson y Siegel como el de Svensson se caracterizan por presentar una flexibilidad suficiente, que permite reflejar las formas más habituales observadas en el mercado. Dada la relevancia de estos dos modelos en el ámbito de la política monetaria, en este capítulo se describen detalladamente ambos modelos. En particular, el modelo de Nelson y Siegel es el que se utiliza en este trabajo para estimar las estructuras temporales de tipo de interés. En las dos siguientes secciones se analizan las distintas formas de la curva, así como el significado y relación de los parámetros que define el modelo de Nelson y Siegel y el de Svensson, respectivamente.

2.2. Modelo de Nelson y Siegel

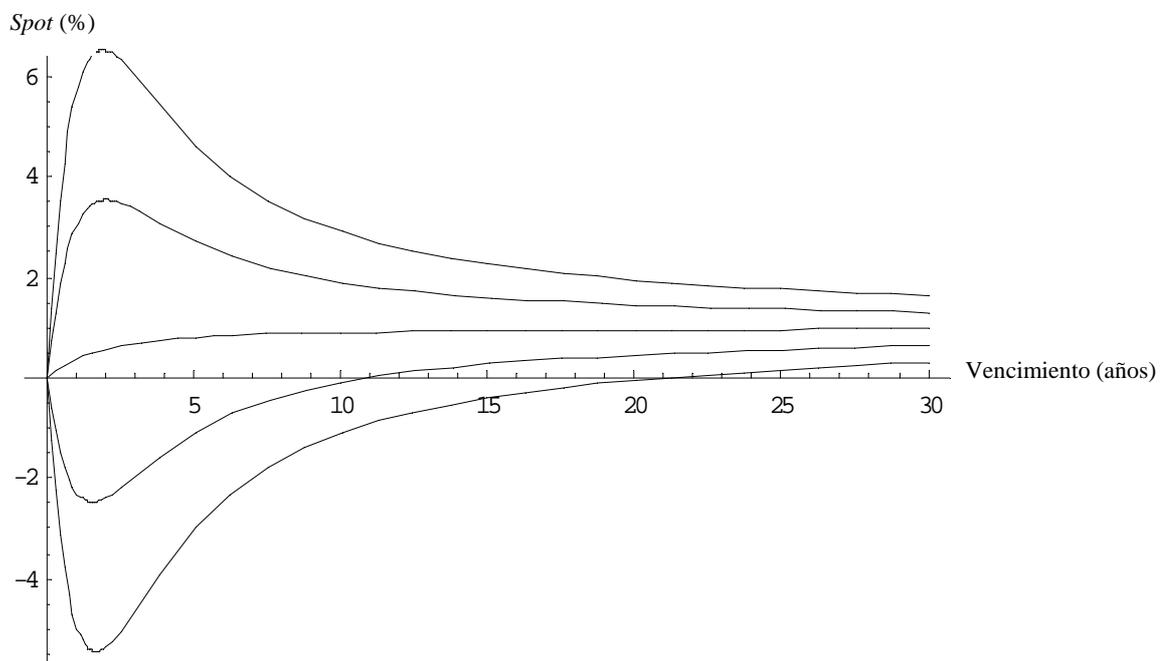
2.2.1. Definiciones

El punto de partida del modelo Nelson y Siegel es la curva de tipos *forward* instantáneo. El modelo establece que el tipo *forward* instantáneo en cualquier momento t presenta la siguiente forma funcional:

$$f_m(\beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(\frac{-m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(\frac{-m}{\tau_1}\right). \quad (1)$$

En el gráfico 1 pueden observarse las posibles formas de la curva que define este modelo. Se evidencia claramente su capacidad para recoger las distintas curvaturas existentes en el mercado.

Gráfico 1. Formas posibles que puede adoptar el modelo de Nelson y Siegel cuando $\beta_0 + \beta_1 = 0$; $\beta_2 = -1$; $\tau_1 = 1$.



Cada uno de los términos de la expresión que define la curva *forward* aporta una particularidad distinta a la forma de la curva. El primer término β_0 es una constante y determina el nivel de la curva. El segundo es un término exponencial, $\beta_1 \exp(-m/\tau_1)$, que es monótono decreciente con el vencimiento si β_1 es positivo y monótono creciente si β_1 es negativo. Finalmente, el segundo término exponencial, $\beta_2 (m/\tau_1) \exp(-m/\tau_1)$, proporciona a la curva un punto estacionario.

Tal y como se ha descrito en el capítulo anterior, el tipo de interés al contado se obtiene a partir de la integral definida de un tipo *forward* con límites de integración $[0, m]$ dividida por m (véase ecuación 10 del capítulo 1).

Aplicando este cálculo a la ecuación (1) y resolviendo la integral correspondiente por partes, se obtiene la expresión del tipo de interés al contado:

$$z_m(\beta) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right]. \quad (2)$$

Si se sustituye la ecuación (2) en la función de descuento definida en la expresión (15) del capítulo anterior, se obtiene la expresión que describe la función de descuento según el modelo de Nelson y Siegel en tiempo continuo:

$$\delta_m(\beta) = \exp \left[-\beta_0 m - (\beta_1 + \beta_2) \tau_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right) + \beta_2 m \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right]. \quad (3)$$

Una de las particularidades del modelo de Nelson y Siegel y su versión extendida, propuesta por Svensson, es la facilidad para pasar de una forma funcional a otra. A partir de los parámetros de la función de tipos al contado es casi inmediato conseguir las expresiones equivalentes para la función de descuento o la función *forward*.

2.2.2. Interpretación de los parámetros

Tal y como se ha comentado anteriormente, y a diferencia de otros modelos aplicados en este ámbito, los parámetros del modelo de Nelson y Siegel tienen un significado definido dentro del contexto de tipos de interés. El más interesante es β_0 , que proporciona el tipo de interés para un plazo largo. Es indicativo del nivel de la asíntota horizontal. La suma de los parámetros $\beta_0 + \beta_1$ refleja el tipo de interés a muy corto plazo, por lo que también tiene una interpretación inmediata. El tercer y cuarto parámetro, β_2 y τ_1 , son más difíciles de interpretar. Tienen relación con la curvatura de la función y aparecen sólo en vencimientos medios.

Partiendo de la expresión (2) y calculando los límites para plazos largos y plazos muy cortos, se obtiene respectivamente:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} z_m = \beta_0$$

y

$$\lim_{m \rightarrow 0} z_m = \beta_0 + \beta_1.$$

Cuando el vencimiento tiende a infinito, es decir, para plazos muy elevados, los dos términos exponenciales se anulan y el valor límite de la ecuación es igual a β_0 . Este parámetro determina el nivel de la curva de tipos de interés. Si, por el contrario, el vencimiento tiende a cero, los términos exponenciales se igualan a la unidad, pero el término β_2 se anula porque incluye el factor (m/τ_1) . De modo que el resultado, cuando el plazo tiende a cero, es $\beta_0 + \beta_1$.

Así pues, por definición, la curva de tipos al contado y la curva de tipos a plazo convergen asintóticamente al parámetro β_0 . A medida que el vencimiento aumenta, el valor de la función se aproxima a la componente de nivel β_0 . Puesto que es una constante, solamente recoge los desplazamientos paralelos de la curva. Este parámetro es indicativo del tipo de interés a largo plazo y por dicho motivo debe ser siempre positivo. Variaciones en el tipo de interés a largo se corresponderán con las variaciones de nivel que experimente la curva.

Para plazos infinitesimales el tipo de interés se iguala a la combinación de parámetros $\beta_0 + \beta_1$ y puede interpretarse como el tipo de interés a muy corto plazo, tipo de interés instantáneo, próximo al valor oficial del dinero.

Sea $c = \beta_0 + \beta_1$, entonces $\beta_1 = c - \beta_0$, y puede interpretarse como el *spread* entre el tipo a corto y a largo, ya que variaciones en los dos extremos de la curva generan cambios en la pendiente.

Los parámetros β_2 y τ_1 desaparecen en vencimientos a muy corto o a largo plazo. Dado que la curvatura se pone de manifiesto en vencimientos intermedios, son los parámetros β_2 y τ_1 los que recogen esta particularidad. Estos parámetros no presentan una interpretación directa sino que únicamente influyen en que la curvatura se localice entre los dos límites β_0 y $\beta_0 + \beta_1$.

La tasa a la que el tipo *forward* instantáneo se acerca a su nivel asintótico β_0 depende de τ_1 . Un incremento en τ_1 desplaza la curvatura hacia la derecha, de modo que cuanto mayor sea τ_1 , más lento tenderá el tipo de interés *forward* hacia β_0 . El parámetro τ_1 solo puede tomar valores positivos con el fin de garantizar la convergencia a largo plazo de β_0 (Bolder y Stréliski, 1999).

El parámetro β_2 determina la magnitud y forma de la curvatura. Si β_2 es positivo, la curva tendrá un máximo interior, si β_2 es negativo existirá un mínimo interior y cuando β_2 sea igual a cero, se dará monotocidad en la estructura temporal del tipo de interés *forward* o *spot* (véase anexo 1).

En el gráfico 2 se refleja la forma que adopta cada uno de los componentes del modelo definido por Nelson y Siegel. El parámetro β_0 recoge la componente de nivel de la función y se representa como $f(\beta_0)$. El segundo factor de la ecuación (2) recoge la pendiente de la función y viene determinado por β_1 . El término representado equivale a:

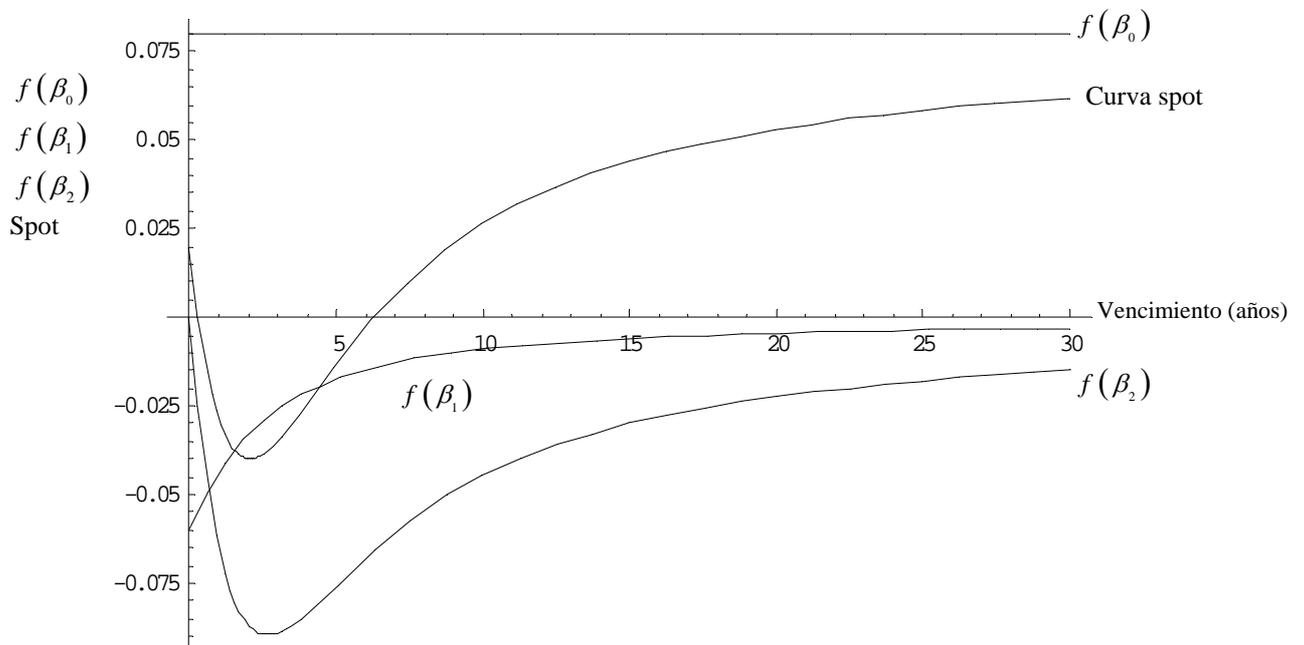
$$f(\beta_1) = \beta_1 \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)}.$$

El tercer sumando de la ecuación (2) determina la curvatura del modelo y corresponde al parámetro β_2 . La función que lo describe equivale a:

$$f(\beta_2) = \beta_2 \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right).$$

Asimismo, se incluye la curva *spot* en el gráfico. La función que la define corresponde a la suma de las tres componentes descritas anteriormente: nivel, pendiente y curvatura. Los valores que se han asignado a cada parámetro para su representación son los que se indican en el gráfico 2, que coinciden con los utilizados por Meier (1999) y Schich (1996).

Gráfico 2. Descomposición de la curva *spot* de Nelson y Siegel en componentes individuales cuando $\beta_0 = 0,08$; $\beta_1 = -0,06$; $\beta_2 = -0,3$; $\tau_1 = 1,5$.



Como refleja el gráfico 2, la función de Nelson y Siegel presenta propiedades relevantes para la descripción de la estructura temporal de tipos de interés.

2.2.3. Relación entre parámetros

A continuación se exponen las relaciones entre los distintos parámetros del modelo y como éstas afectan a la forma de la curva. Asimismo, en el anexo 1 puede consultarse el estudio de la función *forward*, que presenta iguales particularidades que la función que describe los tipos al contado. Se define el dominio de la función así como el crecimiento y decrecimiento, concavidad y puntos estacionarios.

El parámetro que recoge la tendencia es β_1 . El signo de este coeficiente determinará si la curva es creciente o decreciente. En general, si el parámetro β_1 es negativo, la función crece y si, contrariamente, es positivo, la curva decrece. Además, si el parámetro β_1 es negativo y su valor en términos absolutos es mayor o igual que el valor absoluto de β_2 , $|\beta_1| \geq |\beta_2|$, la estructura temporal

es monótonamente creciente. En los gráficos 3 y 4 se ilustra gráficamente el segundo y tercer término de la ecuación (2) que define la curva al contado,

La expresión que se representa equivale a:

$$f(\beta_1, \beta_2) = \beta_1 \frac{1 - \exp\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \left(\frac{1 - \exp\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)} - \exp\left(\frac{-m}{\tau_1}\right) \right),$$

con valores $\beta_1 = -0,5$, $\beta_2 = 0,3$ y $\tau_1 = 1,5$ en el gráfico 3 y $\beta_1 = -0,4$, $\beta_2 = -0,3$ y $\tau_1 = 1,5$ en el gráfico 4.

En ambos gráficos se observa que la estructura temporal es monótona creciente, independientemente del signo de β_2 , siempre y cuando β_1 sea negativo y se cumpla que $|\beta_1| \geq |\beta_2|$.

Gráfico 3. Estructura temporal monótona creciente: representación del segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_1 = -0,5$, $\beta_2 = 0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.

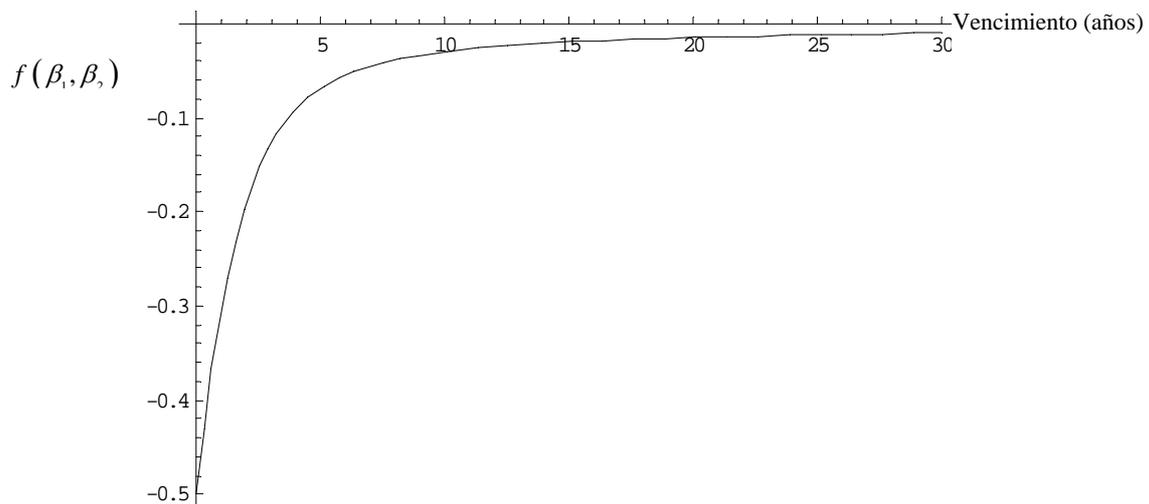
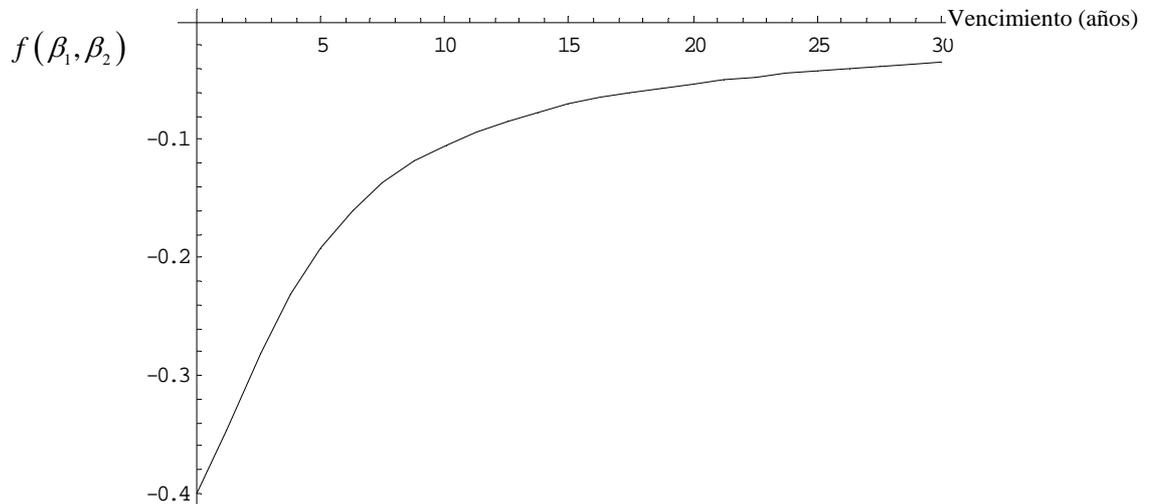
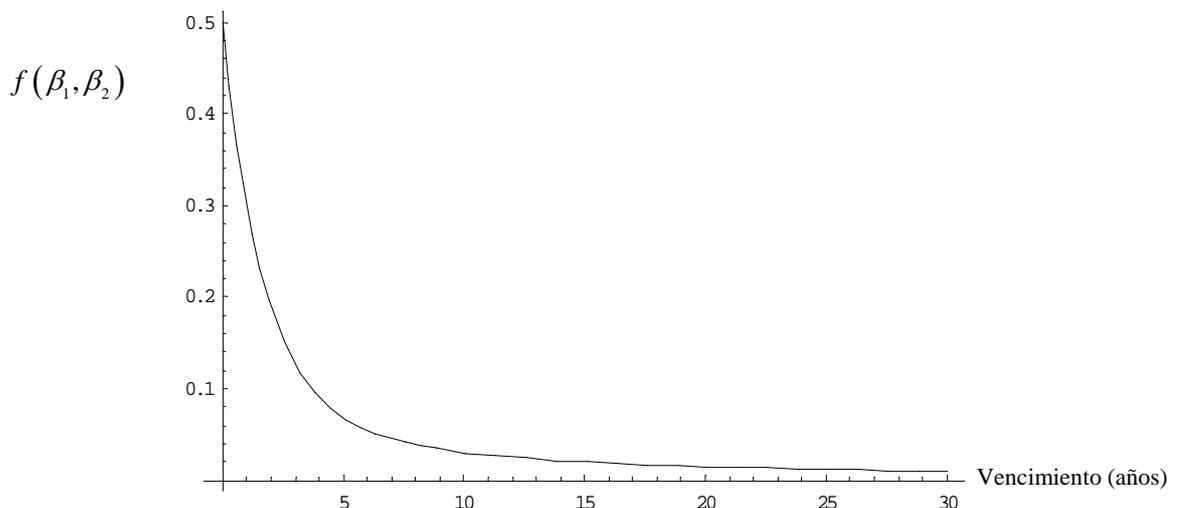


Gráfico 4. Estructura temporal monótona creciente: representación del segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_1 = -0,4$, $\beta_2 = -0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.



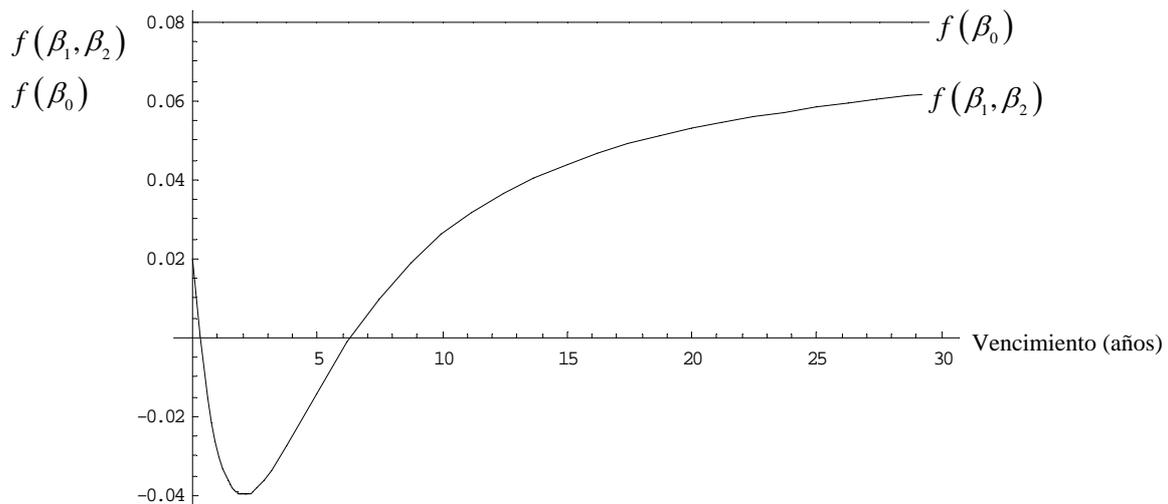
Cuando el parámetro β_1 es positivo, la función decrece. Esto implica que el tipo a corto es superior al tipo a largo y la curva de tipos de interés está invertida. Asimismo, para obtener una curva monótona decreciente, el parámetro β_1 debe tomar valores positivos y además debe mantenerse la misma condición anterior $|\beta_1| \geq |\beta_2|$. En el gráfico 5 se representan, de nuevo, el segundo y tercer término cuando se da esta situación. El resultado es una estructura temporal decreciente con una asíntota horizontal.

Gráfico 5. Estructura temporal monótona decreciente: representación del segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_1 = 0,5$, $\beta_2 = 0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.



Por el contrario, si los parámetros β_1 y β_2 son ambos positivos o negativos y se cumple la condición $|\beta_1| < |\beta_2|$, la función presenta un punto estacionario y la curva se sitúa encima o debajo de la línea de β_0 . En los gráficos 6 y 7 puede verse la forma que adopta la función cuando los parámetros β_1 y β_2 mantienen el mismo signo. A diferencia de los gráficos anteriores, la estructura temporal presenta un punto máximo o mínimo. Además, la curva se situará por debajo del valor del parámetro de nivel β_0 , si ambos parámetros de pendiente y curvatura poseen signo negativo (véase gráfico 6). Si dichos parámetros presentan signo positivo, la curva de tipos al contado se situará por encima del valor de β_0 , como se ilustra en el gráfico 7.

Gráfico 6. Estructura temporal con punto estacionario: representación del primer, segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = -0,06$, $\beta_2 = -0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.



Sin embargo, manteniéndose la condición anterior $|\beta_1| < |\beta_2|$, si los parámetros β_1 y β_2 presentan distinto signo, la curva cruza línea β_0 . Tal y como se muestra en los gráficos 8 y 9, la estructura temporal manifiesta igualmente un punto estacionario, pero a diferencia de la situación anterior, la curva cruza el valor del parámetro de nivel. Cruzará este valor por debajo si β_2 es negativo (véase gráfico 8), y lo hará por arriba en el caso que β_1 sea negativo (véase gráfico 9).

Gráfico 7. Estructura temporal con punto estacionario: representación del primer, segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = 0,06$, $\beta_2 = 0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.

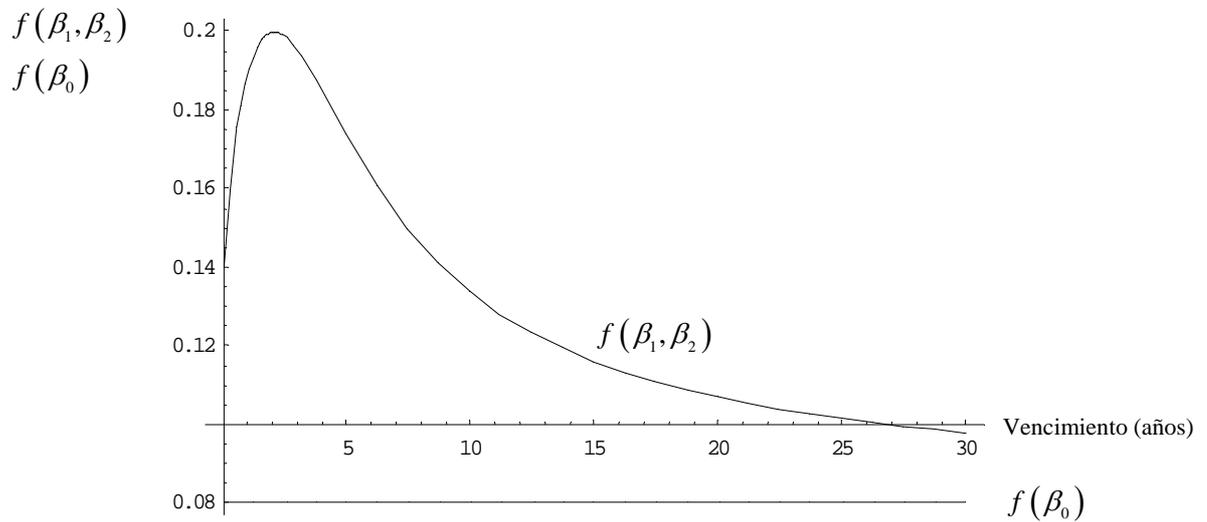


Gráfico 8. Estructura temporal con punto estacionario: representación del primer, segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = 0,06$, $\beta_2 = -0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.

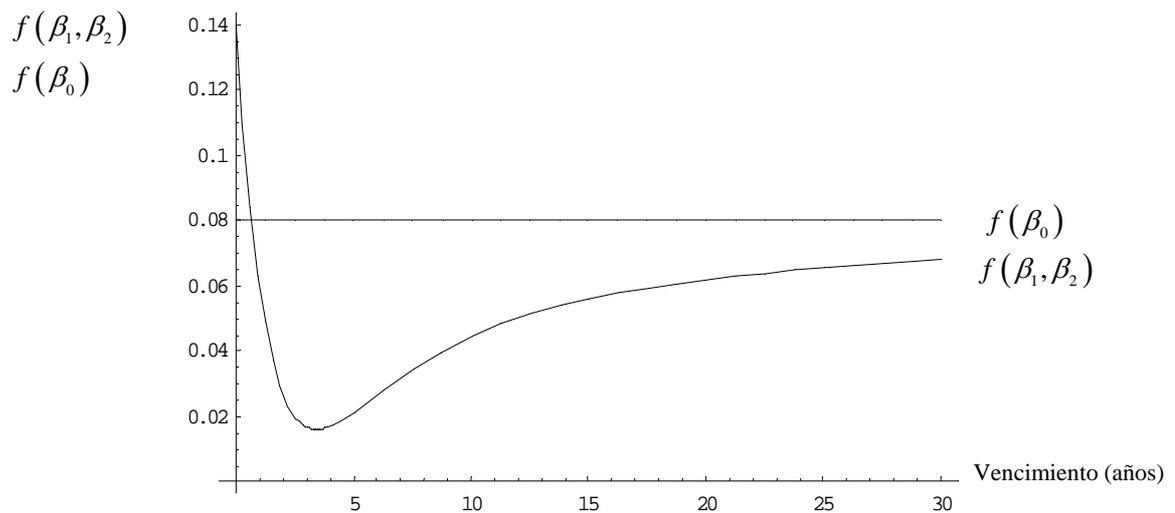
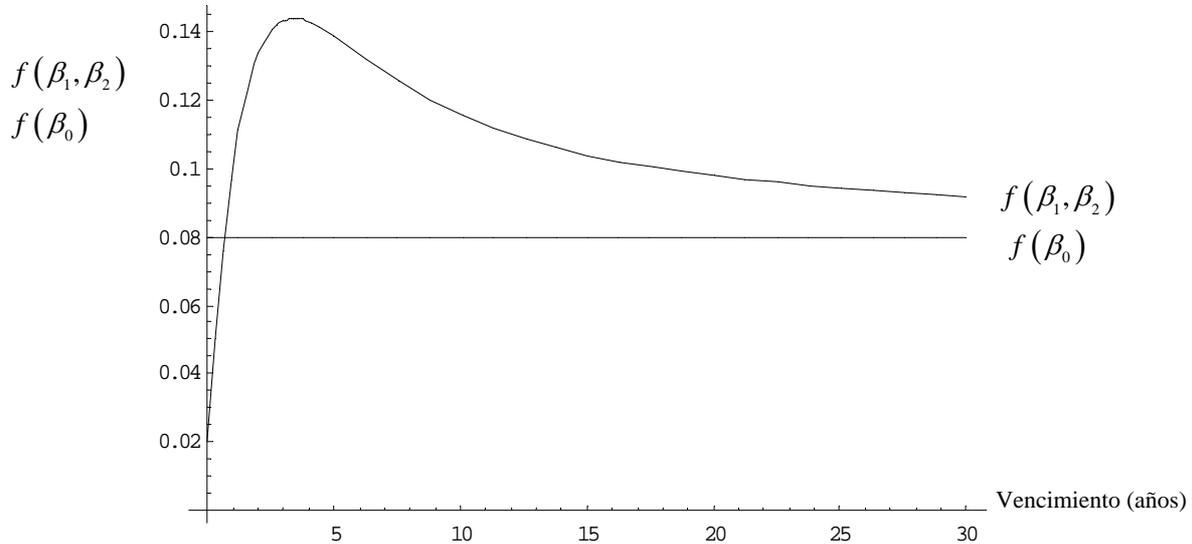


Gráfico 9. Estructura temporal con punto estacionario: representación del primer, segundo y tercer término de la función *spot* cuando $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = -0,06$, $\beta_2 = 0,3$ y $\tau_1 = 1,5$.



En general, si se da la condición $|\beta_1| \geq |\beta_2|$ habrá monotocidad en la función y si se da la situación contraria, $|\beta_1| < |\beta_2|$, existirá un punto estacionario. En caso de monotocidad, si β_1 es positivo, la función será decreciente y si este parámetro es negativo, la función será creciente.

Cuando se de la condición $|\beta_1| < |\beta_2|$, entonces la función presentará un punto estacionario, que estará más cerca o lejos del valor del parámetro β_0 , según si β_1 y β_2 presentan distinto o igual signo. Concretamente, cuanto mayor sea el valor absoluto de β_2 comparado con el valor absoluto de β_1 , más acentuada será la convexidad o concavidad.

La tabla 1 resume las posibles formas que puede tomar la estructura temporal de tipos de interés en función de las relaciones y signos de los distintos parámetros.

En el capítulo 4 se detalla, a partir de resultados empíricos, las distintas formas existentes en cada uno de los países analizados en el presente trabajo durante el período 1992-2004. La tipología de curvas más frecuente que se hallan en el mercado de los países estudiados es o bien una curva creciente, o bien, una curva convexa con forma \cup que cruza por debajo de β_0 . Estas dos formas se dan principalmente en los países que integran la UME.

Tabla 1. Condiciones de los parámetros y formas de la curva de tipos de interés.

Forma de la curva de tipos de interés	β_0	β_1	β_2	τ_1	Condición
Creciente, cóncava	+	-	+	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $
Creciente	+	-	-	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $
Decreciente, convexa	+	+	-	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $
Decreciente	+	+	+	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $
Forma de \cap , por encima de β_0	+	+	+	+	$ \beta_1 < \beta_2 $
Forma de \cap , cruza β_0	+	-	+	+	$ \beta_1 < \beta_2 $
Forma de \cup , por debajo de β_0	+	-	-	+	$ \beta_1 < \beta_2 $
Forma de \cup , cruza β_0	+	+	-	+	$ \beta_1 < \beta_2 $

2.3. Modelo de Svensson

2.3.1. Definiciones

El modelo de Svensson se considera una versión extendida del *forward* instantáneo que define el modelo de Nelson y Siegel, ya que simplemente añade un término adicional a la forma funcional. Según su autor, este nuevo término genera una mayor flexibilidad al modelo y proporciona curvas que se adaptan mejor a las observaciones del mercado. Sin embargo, tal como se expone en el capítulo 4, la mayoría de las curvas de los países analizados no precisan de este parámetro adicional. Aunque sólo se ajuste el modelo con una única curvatura, se consiguen muy buenos resultados en términos de error en tasas de rendimiento. Además, a menudo en el período estudiado, la inclusión de un nuevo parámetro, provoca problemas de sobreparametrización. Esto sucede también en el mercado suizo, tal y como expone Meier (1999).

La forma funcional que define el tipo *forward* es la siguiente:

$$f_m(\beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right). \quad (4)$$

Al igual que en el modelo de Nelson y Siegel, integrando la ecuación (4) entre $[0, m]$ y dividiendo por m se obtiene la función que relaciona el tipo de interés al contado con el vencimiento:

$$z_m(\beta) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_1}\right)} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_2}\right)} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \right). \quad (5)$$

Y sustituyendo en la función de descuento de la ecuación (15) del capítulo 1, se obtiene la expresión equivalente en tiempo continuo:

$$\delta_m(\beta) = \exp\left(-\beta_0 m - (\beta_1 + \beta_2)\tau_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)\right) + \beta_2 m \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) - m\beta_3 \left(\frac{\tau_2}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)\right) - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)\right)\right). \quad (6)$$

2.3.2. Interpretación de los parámetros

La interpretación de los parámetros β_0 , β_1 , β_2 y τ_1 es la misma que en el modelo de Nelson y Siegel.

En esta versión extendida, el parámetro τ_2 , que también debe ser positivo por las mismas razones que τ_1 , está relacionado con la posición de la segunda curvatura. El término β_2 permite una primera curvatura en el corto plazo. El término β_3 , análogamente al parámetro β_2 , determina la magnitud y dirección de la segunda curvatura, que se sitúa en un vencimiento superior del primer punto estacionario. A lo largo de todo el tramo de vencimientos, la estructura temporal cambia dos veces su curvatura hasta decaer hacia β_0 . Si el parámetro β_3 es positivo, la segunda curvatura

toma forma cóncava (\cap) y en caso contrario, cuando β_3 sea negativo, la segunda curvatura es convexa (\cup). En general, cuanto mayor sea $|\beta_3|$ comparado con $|\beta_1|$, más acentuada será la convexidad o concavidad.

En los gráficos 10 y 11 se exhibe la segunda componente de curvatura del modelo de Svensson, es decir, se muestra la forma del cuarto término de la ecuación (5) según los valores que tomen los parámetros β_3 y τ_2 :

$$f(\beta_3) = \beta_3 \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)}{\left(\frac{m}{\tau_2}\right)} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \right).$$

En el gráfico 10, la forma de la curvatura es cóncava ya que el valor del parámetro β_3 es positivo. Sin embargo, en el gráfico 11, el valor que toma β_3 es negativo y la forma resultante de la estructura temporal es cóncava.

Gráfico 10. Representación del cuarto término de la función *spot* cuando $\beta_3 = 0,6$ y $\tau_2 = 3$.

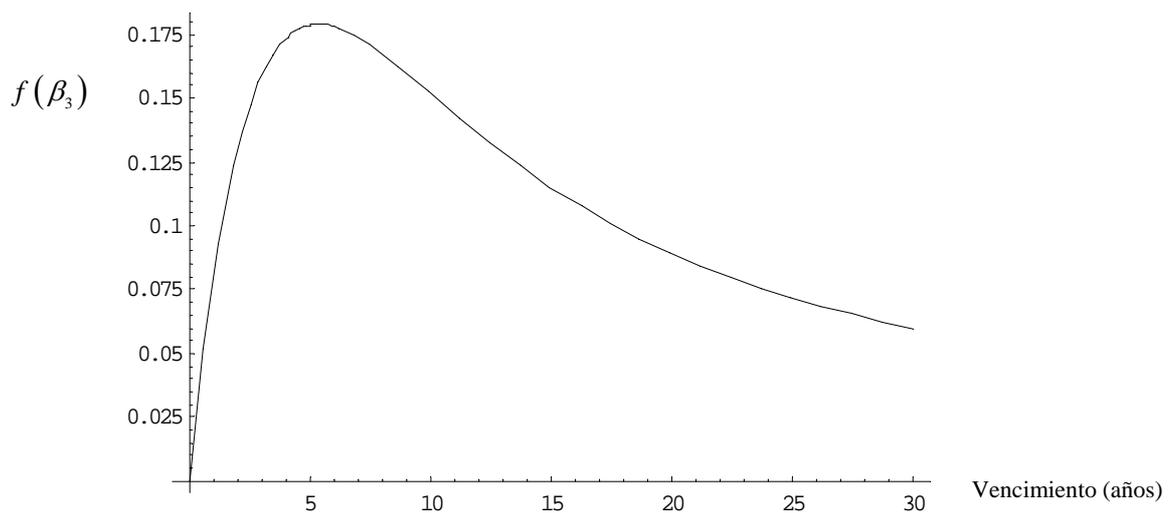
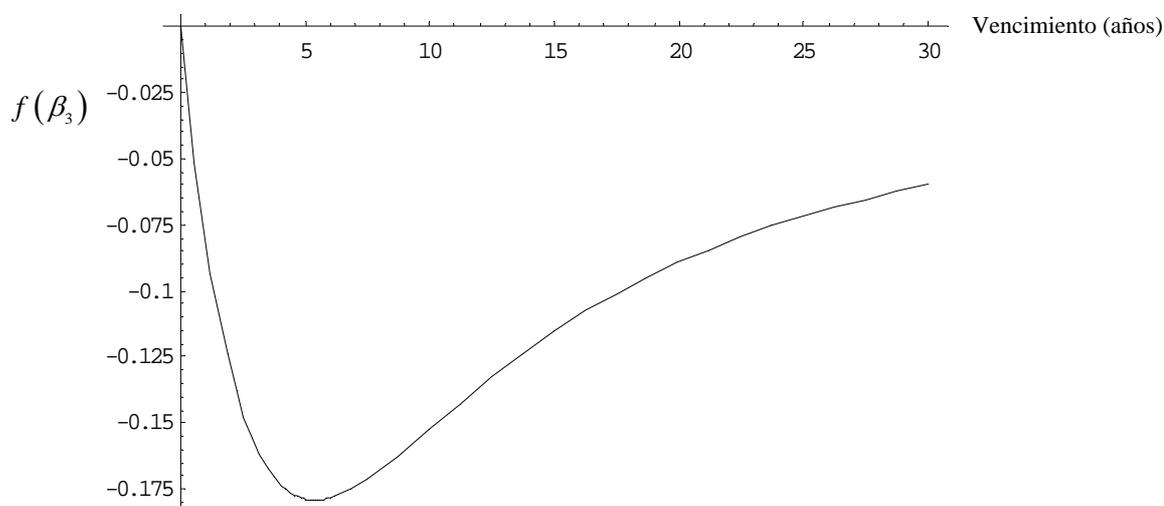


Gráfico 11. Representación del cuarto término de la función *spot* cuando $\beta_3 = -0,6$ y $\tau_2 = 3$.



Igual que la curva del modelo de Nelson y Siegel, también puede descomponerse el modelo de Svensson en sus distintas componentes. De hecho, la única diferencia con el modelo anterior está en el término adicional de la segunda curvatura. Paralelamente al gráfico 2 del modelo de Nelson y Siegel, en el gráfico 12 se ilustra la componente de nivel, β_0 , la componente de pendiente, β_1 , y la primera y segunda componente de curvatura, β_2 y β_3 , del modelo de Svensson. Asimismo se representa, en el mismo gráfico, la curva de tipos al contado como resultado de la suma de todas las componentes individuales descritas.

Alternativamente, se puede definir la función de Svensson como una función lineal si se reagrupan algunos términos y se realizan las siguientes transformaciones:

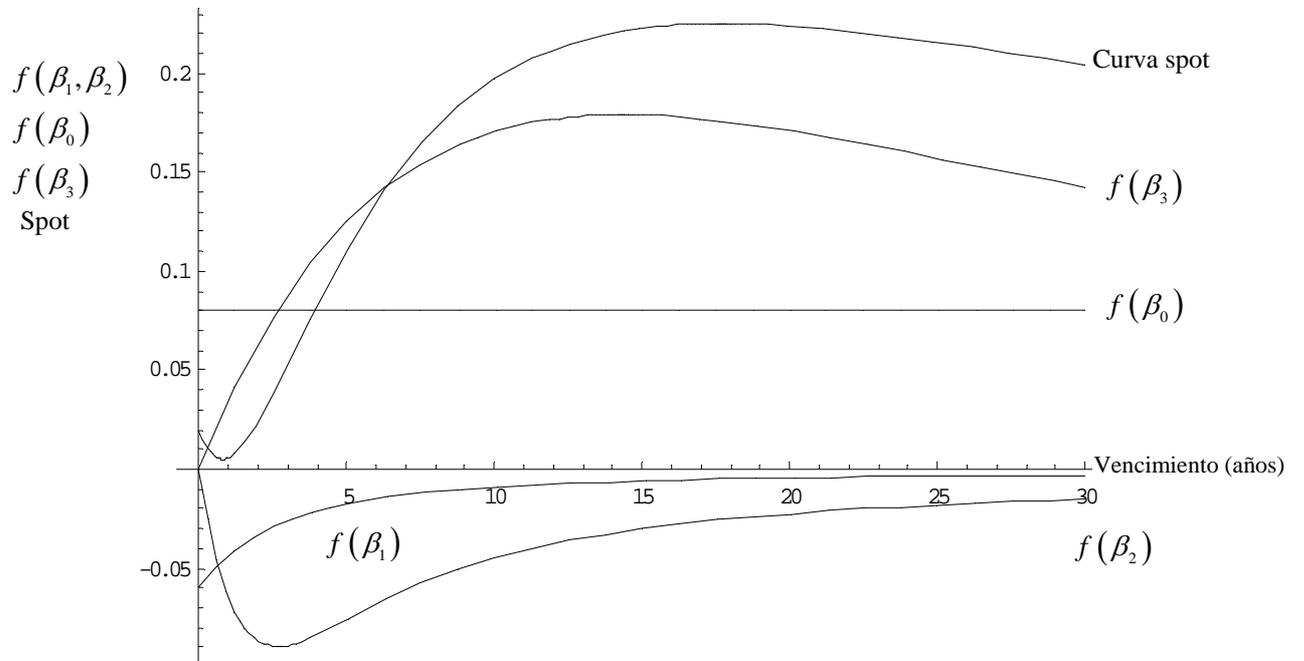
$$\beta_0 = l \text{ (componente de nivel).}$$

$$\beta_1 = s \text{ (spread entre el tipo a largo y corto plazo).}$$

$$\beta_2 = c_1 \text{ (primera curvatura).}$$

$$\beta_3 = c_2 \text{ (segunda curvatura).}$$

Gráfico 12. Descomposición de la curva *spot* del modelo de Svensson en componentes individuales con valores: $\beta_0 = 0,08$, $\beta_1 = -0,06$, $\beta_2 = -0,03$, $\beta_3 = 0,6$, $\tau_1 = 1,5$ y $\tau_2 = 8$.



Aplicando estos cambios a la ecuación (5), la función de tipos al contado según el modelo de Svensson puede expresarse como:

$$z_m(l, s, c) = l + s \frac{\tau_1}{m} \left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right] + c_1 \frac{\tau_1}{m} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \left[\frac{m}{\tau_1} + 1 \right] \right\} + c_2 \frac{\tau_2}{m} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \left[\frac{m}{\tau_2} + 1 \right] \right\} . \tag{7}$$

Definiendo

$$k_1(m) = \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right), \quad k_2(m) = \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)$$

y

$$K_1(m) = \frac{(l - k_1)}{\left(-m/\tau_1\right)}, \quad K_2(m) = \frac{(l - k_2)}{\left(-m/\tau_2\right)},$$

se puede formular la función de un modo más simple:

$$z_m(l, s, c) = l + s \cdot K_1(m) + c_1 \cdot [K_1(m) - k_1(m)] + c_2 \cdot [K_2(m) - k_2(m)]. \quad (8)$$

Este enfoque del modelo de Svensson se aplica en la definición de la duración descrita en Fontanals y Ruiz (2001). En este caso la medida tradicional de duración de un título es sustituida por otra más compleja que descompone la sensibilidad de la curva de tipos de interés en nivel, pendiente y curvatura. Esta línea de investigación continua vigente en el ámbito de la inmunización financiera (Gómez y Novales, 1997 y 1999; Benito, 2004).

El análisis de esta función lleva a las siguientes conclusiones. Si dos estructuras temporales tienen iguales parámetros s , c_1 y c_2 , las curvas serán paralelas y la distancia entre ellas vendrá dada por el primer coeficiente l . Además, si la estructura temporal presenta una pendiente creciente, esto implica que el parámetro que recoge este cambio será negativo, $s < 0$, puesto que el término exponencial es decreciente. Por el contrario, si la pendiente es decreciente, el valor del coeficiente s será positivo, de modo que los tipos de interés a corto plazo serán más elevados que los tipos de interés a largo plazo. Cuanto mayor sea el valor absoluto de s , mayor será la pendiente de la curva.

Los parámetros, c_1 y c_2 , recogen variaciones de la curvatura de la estructura temporal de tipos de interés a medida que ésta se desplaza de $(l + s)$ a l , es decir, a medida que el nivel del tipo a corto se aproxima al valor del tipo de interés a largo plazo. La pendiente equivale el *spread* entre el tipo a corto y el tipo a largo plazo. Es frecuente que los tipos a largo sean superiores a los tipos de interés a corto plazo (véase capítulo 5). Por lo tanto, el *spread* β_1 será mayoritariamente negativo, de manera que la generalización de la forma de la curva será con pendiente positiva, es decir, creciente.

Cuando los parámetros de curvatura son positivos y la curva crece, la estructura temporal de tipos de interés presenta forma \cap , ya que manifiesta más curvatura que en una función exponencial. En caso contrario, cuando la curva esté descendiendo y los parámetros de curvatura sean negativos, la curvatura se exagerará todavía más. En general, la forma cóncava (cuando $c > 0$) o bien convexa

(cuando $c < 0$) será más pronunciada en función de si ambos parámetros de curvatura presentan igual signo y, también, en función de donde estén localizadas estas curvaturas.

