Capítulo 4

Estimación del modelo de Nelson y Siegel

4.1. Introducción

Tal como se ha señalado en el primer capítulo, el modelo que define la curva de tipos de interés vendrá determinado por el objetivo de análisis que se desee realizar. En el campo financiero, se aplican distintos métodos para estimar los tipos *forward*. La finalidad radica en conseguir la precisión adecuada en la determinación de los tipos de interés. Sin embargo, para el análisis de política monetaria es más importante captar la tendencia de la estructura temporal, no siendo necesaria una precisión tan rigurosa. Ello permite incrementar la simplicidad en la estimación.

Tanto el modelo de Nelson y Siegel (1987) como el de Svensson (1994) son ampliamente usados en el contexto de política monetaria (véase tabla 1 del primer capítulo). Ambos suelen proporcionar buenos resultados en términos de bondad del ajuste y permiten estructuras temporales flexibles y suaves. Dado que el objetivo de este estudio es contrastar empíricamente la integración de los mercados financieros a través de la variable tipo de interés, se considera adecuada la aplicación de esta metodología.

En particular, el modelo elegido en este trabajo, para estimar las curvas semanales de tipos de interés, es el definido por Nelson y Siegel (1987), principalmente porque la mayoría de curvas de rendimiento presentan una única curvatura. Se han estimado estructuras temporales mediante el modelo de Svensson (1994), sin embargo, este modelo ha generado problemas de sobreparametrización, ya que no es frecuente encontrar curvas que presenten la segunda curvatura que define el modelo.

En la segunda sección del capítulo se desarrolla la metodología utilizada para ajustar la curva de tipos de interés mediante el modelo de Nelson y Siegel. Esta metodología se divide en varias etapas. En primer lugar, se describe el proceso de depuración de los datos. Posteriormente, se define el criterio de optimización aplicado, que equivale a la minimización de la suma ponderada de los errores al cuadrado entre los precios de los títulos y los precios ajustados por el modelo. Por último, se detalla como se han estimado los parámetros mediante un algoritmo de Newton. Previamente se determina como se han obtenido los valores iniciales de los parámetros en este algoritmo.[1] En la tercera sección del capítulo se analiza la bondad de los ajustes entre la estructura temporal de tipos estimada y las tasas de rendimiento. Finalmente, en la cuarta sección, se identifican las formas de las curvas más frecuentes que se dan en cada país y año.

4.2. Estimación del modelo de Nelson y Siegel

El total de curvas a estimar asciende a 4.064, correspondientes a cada una de las semanas comprendidas entre 1992 y 2004, ambos inclusive, para cada uno de los seis países considerados. Antes de proceder a la estimación de los parámetros que definen el modelo, ha sido necesario depurar los datos, eliminando aquellas tasas de rendimiento (TIR) consideradas anómalas. A continuación, se describe como se ha realizado el proceso de depuración de la información.

4.2.1. Tratamiento previo a la estimación

Para evitar obtener resultados erróneos generados por la sensibilidad del modelo ante observaciones anómalas, ha sido necesario depurar los datos de forma previa a la estimación de los parámetros. Para determinar cuales son los valores a eliminar, se ha utilizado la curva de rendimientos como aproximación a la estructura temporal de tipos de interés.

[1] El algoritmo de estimación semanal de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel se ha programado con el procedimiento IML de SAS.

Las curvas de rendimiento son un instrumento previo a la obtención de los parámetros de la estructura temporal de tipos de interés. La tasa de rendimiento $r_{t,i}$ de un título i en un momento t puede calcularse directamente despejándola de la ecuación:

$$P_{t,i} = \sum_{m_i=1}^{M_i} C_i \cdot \left(1 + r_{t,i}\right)^{-m_i} + N_i \cdot \left(1 + r_{t,i}\right)^{-M_i} . \qquad (1)$$

A partir del precio del título $P_{t,i}$ y conocido el cupón C_i, el nominal del título N_i, el momento de pago de los distintos cupones m_i=1....M_i y el vencimiento M_i, se obtiene la tasa de rendimiento igualando ambas partes de la ecuación (1). Para ello se utiliza el algoritmo del gradiente.

Calculadas las TIR para cada título, se supone dato anómalo de forma genérica, aquel título que presenta una tasa interna de rendimiento muy elevada o muy baja, si se compara con la de otros títulos con vencimiento similar (Geyer y Mader, 1999).

Algunos datos anómalos pueden ser originados por el hecho de que los precios de los títulos que se han utilizados son precios medios de contratación y no precios de liquidación.[2] Cuando el vencimiento del título es inferior al año, la TIR puede divergir notablemente en función del precio utilizado en su cálculo ante una pequeña modificación del plazo. Contrariamente, no suele darse tanta diferencia cuando el vencimiento es mayor, pues el error relativo es menor.

Después de estudiar el comportamiento de las TIR en una muestra de semanas representativa del período 1992-2004 y de los países analizados, se realizan dos procesos de depuración de los títulos. En primer lugar, para cada semana analizada, se suprimen todos aquellos títulos que cumplen las tres condiciones siguientes:

1. Títulos con vencimiento inferior al medio año.
2. La desviación típica de las tasas de rendimiento con vencimiento inferior al medio año en la semana de estudio es superior al 0,0002.
3. La TIR del título a eliminar cumple las siguientes condiciones:

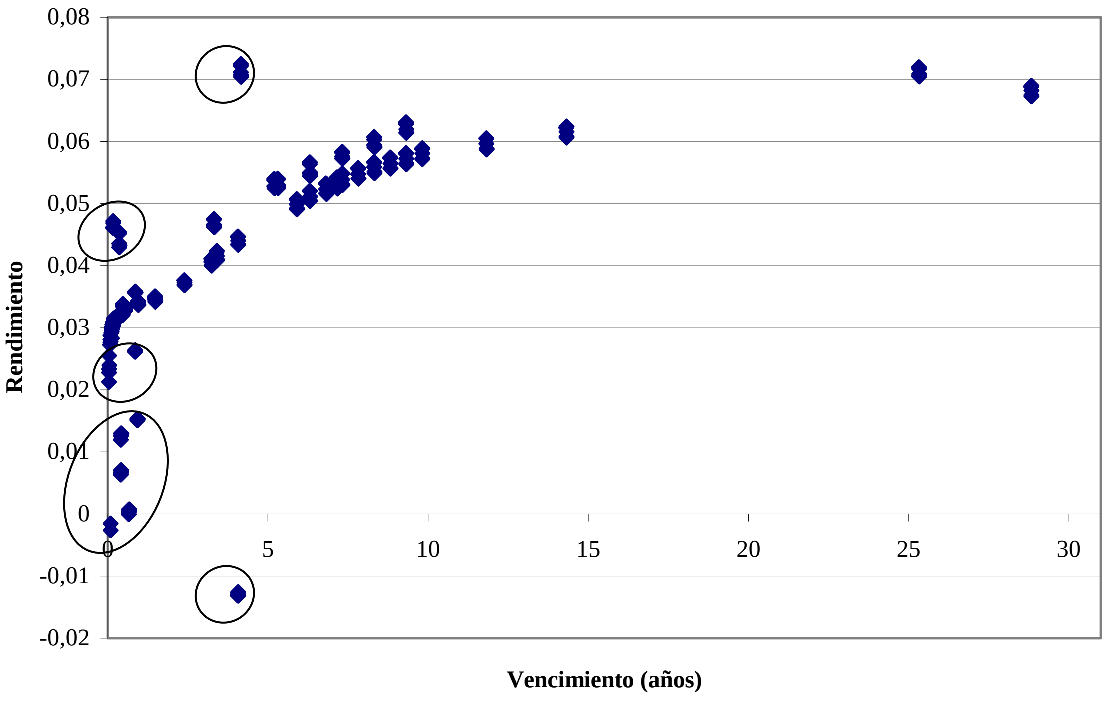
$$TIR_t > m_t + 0,75 \cdot s_t$$
$$TIR_t < m_t - 0,75 \cdot s_t ,$$

[2] La fecha de contratación es la que indica el boletín mientras que la fecha de liquidación presenta un margen de algunos días hábiles que depende del país emisor.

donde m_t corresponde al valor medio de las tasas de rendimiento con un vencimiento inferior al año para una determinada semana t y s_t equivale a la desviación estándar de estos mismos datos.

Posteriormente, se realiza un segundo proceso de depuración a partir de los gráficos de las curvas de rendimiento semanales. Se eliminan, de forma arbitraria, todas aquellas observaciones con TIR negativas o que quedan alejadas de la propia curva de rendimientos. En el gráfico 7, a modo de ejemplo, se ilustra con un círculo todas aquellas observaciones que se han eliminado en la primera semana del año 1997 en Francia. De no haber sido eliminados, estos valores distorsionarían considerablemente el vector de parámetros estimado en el modelo de Nelson y Siegel. Hay que destacar que todos los títulos que han sido excluidos pertenecen al corto o medio plazo (inferior a 5 años en este caso).

Gráfico 7. Curva de rendimientos de la semana 1 del año 1997 en Francia.



4.2.2. Definición del criterio de optimización

Los distintos modelos que definen la estructura temporal de tipos de interés tienen como objetivo estimar los tipos al contado, los tipos a plazo o la función de descuento a partir de títulos de deuda pública. En realidad dichos tipos (al contado, a plazo o función de descuento) no se conocen y la única información disponible para un período del tiempo t es la relacionada con el precio de un título ($P_{t,i}$), su nominal o principal (N_i), el cupón (C_i), las fechas de pago de dichos cupones (m_i=1....M_i) y el vencimiento (M_i), para un conjunto de títulos i=1,2,...,n.

Con la información conocida y a partir la ecuación (19) del primer capítulo, el precio teórico de un título i puede definirse como:

$$P_{t,i} = C_i \cdot \sum_{m_i=1}^{M_i} \delta_{t,m_i} + N_i \cdot \delta_{t,M_i} . \tag{2}$$

Sustituyendo el factor de descuento δ_{t,m_i} por la expresión equivalente que define el modelo de Nelson y Siegel (véase ecuación 3 del capítulo 2):

$$\delta_m(\beta) = \exp\left[-\beta_0 m - (\beta_1 + \beta_2)\tau_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)\right) + \beta_2 m \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)\right], \tag{3}$$

se obtiene la función del precio teórico de un título i en un momento del tiempo t:[3]

$$\begin{aligned} P_{t,i} = C_i \cdot \sum_{m_i=1}^{M_i} \left(\exp\left[-\beta_{0,t} m_i - (\beta_{1,t} + \beta_{2,t})\tau_{1,t} \left(1 - \exp\left(-\frac{m_i}{\tau_{1,t}}\right)\right) + \beta_{2,t} m_i \exp\left(-\frac{m_i}{\tau_{1,t}}\right)\right]\right) + \\ + N_i \cdot \left(\exp\left[-\beta_{0,t} M_i - (\beta_{1,t} + \beta_{2,t})\tau_{1,t} \left(1 - \exp\left(-\frac{M_i}{\tau_{1,t}}\right)\right) + \beta_2 M_i \exp\left(-\frac{M_i}{\tau_{1,t}}\right)\right]\right) + \varepsilon_{t,i} , \end{aligned} \tag{4}$$

donde $\varepsilon_{t,i}$ son los errores aleatorios independientes e igualmente distribuidos (iid) mediante una normal con media 0 y varianza σ_ε^2 para $\forall i$=1,…,$n_{t,i}$, siendo $n_{t,i}$ el número de títulos en la semana t.

[3] La variable t está expresada en semanas puesto que las estimaciones de la curva presentan periodicidad semanal.

Como primera aproximación, para estimar el vector de parámetros $\beta_t = \left(\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \tau_{1,t}\right)$ correspondiente a la semana *t*, se minimiza la suma de errores al cuadrado (SEC) entre el precio observado de un título en un momento dado $\left(P_{i,t}\right)$ y el precio ajustado por el modelo $\left(\hat{P}_{i,t}\right)$:

$$SEC_t\left(\hat{\beta}_t\right) = \sum_{i=1}^{n_{t,i}} \left(e_{t,i}\left(\hat{\beta}_t\right)\right)^2 = \sum_{i=1}^{n_{t,i}} \left(P_{t,i} - \hat{P}_{t,i}\right)^2. \tag{5}$$

Los parámetros estimados se obtienen mediante la minimización de la suma de cuadrados definida anteriormente. Dado que se trata de una ecuación no lineal, el sistema de ecuaciones normales:

$$\frac{\partial SEC_t}{\partial \beta_{t,k}} = 0 \ \text{ para } \ \forall k = 0,1,2\,,$$

$$\frac{\partial SEC_t}{\partial \tau_{t,1}} = 0\,,$$

resultante para obtener los parámetros, no puede resolverse numéricamente. Por lo tanto, el proceso de minimización se realiza mediante el algoritmo de Newton, que se describe más detalladamente en la siguiente sección.

Una vez estimados los parámetros del modelo tras la minimización de la suma de cuadrados de los errores, pueden calcularse los precios ajustados como:

$$\begin{aligned}\hat{P}_{t,i} = C_i \cdot \sum_{m_i=1}^{M_i} \left(\exp\left[-\hat{\beta}_{0,t} m_i - \left(\hat{\beta}_{1,t} + \hat{\beta}_{2,t}\right)\hat{\tau}_{1,t}\left(1 - \exp\left(-\frac{m_i}{\hat{\tau}_{1,t}}\right)\right) + \hat{\beta}_2 m_i \exp\left(-\frac{m_i}{\hat{\tau}_{1,t}}\right)\right]\right) + \\ + N_i \cdot \left(\exp\left[-\hat{\beta}_{0,t} M_i - \left(\hat{\beta}_{1,t} + \hat{\beta}_{2,t}\right)\hat{\tau}_{1,t}\left(1 - \exp\left(-\frac{M_i}{\hat{\tau}_{1,t}}\right)\right) + \hat{\beta}_{2,t} M_i \exp\left(-\frac{M_i}{\hat{\tau}_{1,t}}\right)\right]\right),\end{aligned} \tag{6}$$

y obtener la tasa de rendimiento ajustada $\hat{r}_{t,i}$ sustituyendo en la ecuación (1) los precios teóricos por los ajustados.

Tal y como se ha demostrado en el capítulo segundo, los cambios de curvatura y de pendiente se producen básicamente en el corto y medio plazo. En general, el ajuste en el largo plazo es bastante bueno, ya que la función, por definición, es asintótica. Sin embargo, a veces, la curva estimada no ajusta muy bien en el tramo del corto y medio plazo, tramo donde debe recoger la pendiente y la curvatura. Esto sucede porque los precios son menos sensibles al tipo de interés que las tasas de rendimiento. Como alternativa para mejorar el ajuste en el corto y medio plazo, algunos trabajos proponen utilizar un error en precio ponderado por algún factor inversamente proporcional al plazo. Es habitual ponderar por la inversa de la duración del título (Ricart y Sicsic, 1995; Bolder y Stréliski, 1999).

En este estudio se utiliza como criterio de ponderación de los errores el siguiente peso:

$$\alpha_{t,i} = \frac{\dfrac{1}{d_{t,i}}}{\displaystyle\sum_{s=1}^{n_t} \frac{1}{d_{t,s}}},$$

donde $d_{t,i}$ es la duración del título i de la semana t, que en este caso se corresponde con la duración modificada propuesta por Hicks (1946). Ésta se define como:

$$d_{t,i} = \frac{-\partial P_{t,i}}{\partial r_{t,i}} \cdot \frac{1}{P_{t,i}}.$$

Con la incorporación de esta ponderación se consigue que en la estimación de una determinada semana se dé más peso a los errores generado en el tramo del corto y medio plazo que en los errores del largo plazo. La inversa de la duración implica que a menor vencimiento, mayor peso. La suma de cuadrados ponderada (SECP) que finalmente se minimiza para obtener el vector de parámetros estimados corresponde a:

$$SECP_t\left(\hat{\beta}_t\right) = \sum_{i=1}^{n_{t,i}} \alpha_{t,i} \left(e_{t,i}\left(\hat{\beta}_t\right)\right)^2 = \sum_{i=1}^{n_{t,i}} \alpha_{t,i} \left(P_{t,i} - \hat{P}_{t,i}\right)^2. \qquad (7)$$

La definición teórica de los parámetros del modelo obliga a rechazar valores negativos en $\beta_{t,0}$ y $\tau_{t,1}$, ya que $\beta_{t,0}$ recoge el tipo de interés para plazos infinitos y $\tau_{t,1}$ está relacionado con la posición de la curvatura. Además, debe cumplirse que el tipo de interés a corto plazo, equivalente a la suma de parámetros $c = \beta_0 + \beta_1$, sea siempre positivo.

Una vez obtenido el vector de parámetros estimado $\hat{\beta}_t$, sustituyendo sus valores en la expresión (3) pueden calcularse los factores de descuento para cualquier vencimiento *m*. Los tipos al contado y *forward* también pueden obtenerse sustituyendo el valor de los parámetros estimados en las expresiones (1) y (2) del capítulo 2.

4.2.3. Procedimiento de estimación del vector de parámetros del modelo

La minimización de la función objetivo se realiza por el método de Newton, que supone aplicar un procedimiento iterativo que, en general, se representa del siguiente modo:

$$\beta_{j+1} = \beta_j + H_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial \beta_j}, \tag{8}$$

donde Φ se corresponde con la función a optimizar y *H* es la matriz de segundas derivadas de la función Φ respecto al vector de parámetros β.[4]

Para inicializar el procedimiento iterativo definido en la expresión (8) es necesario establecer un valor para el vector de parámetros iniciales β^0, a partir del cual, iteración tras iteración, van obteniéndose distintos vectores de parámetros. El procedimiento se detiene cuando se alcanza el criterio de convergencia definido por el analista. Dicho criterio de convergencia habitualmente está ligado a la mejora de la función objetivo que debe ser casi nula, o bien, está relacionado con la diferencia entre los parámetros obtenidos en una iteración y la siguiente, que también debe situarse próxima a cero. Particularmente, en este trabajo se ha utilizado este último criterio de convergencia.

Al estimar los parámetros del modelo de Nelson y Siegel por el método de Newton, se ha manifestado la problemática relacionada con el valor dado al vector de parámetros iniciales. Este vector influye significativamente en el vector de parámetros estimados que cumplen el criterio de convergencia. En muchas ocasiones, si el vector de parámetros iniciales se sitúa lejos del óptimo, el

[4] Véase Greene (1998).

algoritmo no converge aunque se realicen muchas iteraciones. Por este motivo, se considera relevante describir como se ha calculado el vector de parámetros iniciales.

La dificultad descrita se acentúa en aquellos períodos donde hay inestabilidad en los mercados financieros. En los años anteriores a la Unión Monetaria Europea, la variación del tipo de interés es elevada, sobre todo en los países que integran esta unión. Posteriormente, dicha inestabilidad se repite en Estados Unidos a finales de 2001, cuando tienen lugar los atentados terroristas del 11-S. Esta situación afecta a la variación de los parámetros de forma significativa entre una semana y otra. Cuando hay estabilidad en el mercado financiero, en general los parámetros varían muy poco a lo largo del tiempo, por lo que es posible obtener una mejor estimación. En períodos de estabilidad, normalmente los parámetros obtenidos en una semana son adecuados como valores iniciales para estimar los de la semana siguiente.

El paso previo de depuración de datos, descrito en la sección anterior, es importante en el sentido de que las observaciones anómalas poseen una influencia real en los valores de los parámetros estimados. Sin embargo, la previa eliminación de los datos anómalos, no es suficiente para evitar la sensibilidad de los parámetros respecto a los valores iniciales.

Tal como es conocido, la relación entre la curva de tipos de interés o cupón cero y la curva de rendimientos se diferencian por el sesgo del cupón (véase capítulo 1). De modo que, la curva de rendimientos es una aproximación para estimar los tipos de interés y comparar la bondad de ajuste. En este sentido, la curva de TIR es un buen punto de partida para definir unos valores iniciales.

Una forma de hallar estos valores es a partir del significado de los parámetros. Inicialmente pueden darse valores a β_0 y β_1 según las tasas de rendimiento a corto y largo plazo de una determinada semana. Una vez conocidos estos dos parámetros, puede calcularse el parámetro β_2, siempre y cuando haya un máximo o mínimo en la curva de rendimientos. Gráficamente, cuando se dispone de un número elevado de datos, puede buscarse aproximadamente las coordenadas de la función en dicho punto estacionario, *(r,m)*. Según se demuestra en el anexo 1, en el punto estacionario,

$$r = \beta_0 + \beta_2 \cdot \exp\left(-1 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \right).$$

Conocidos β_0 y β_1, de la ecuación anterior se obtiene el valor inicial para β_2. El valor inicial para el último parámetro, τ_1, se obtiene de la siguiente ecuación,

$$\frac{m}{\tau_1} = 1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} .$$

Sin embargo, no siempre la curva presenta un punto de estacionario y en estos casos no hay unos valores iniciales. La única forma de hallar los valores óptimos es ir probando hasta que la curva estimada y la de rendimientos sean similares. Es frecuente probar con un rango amplio de valores y distintas combinaciones para escoger el mejor resultado, sin embargo, el coste temporal de este procedimiento es muy elevado. Es de utilidad ver la forma de la curva de rendimientos para conocer los signos y condiciones que deben cumplir los distintos parámetros. Estas relaciones son las expuestas en la tabla 1 del capítulo segundo.

Una vez obtenidos los parámetros estimados de la primera semana del año 1992 de un determinado país, éstos pueden utilizarse como parámetros iniciales en el procedimiento iterativo asociado a la estimación de los parámetros en la siguiente semana de este mismo país. Supuestamente, esta interconexión entre dos semanas consecutivas podría repetirse de forma correlativa para todas las semanas del período 1992-2004. No obstante, la variabilidad de los mercados financieros entre los años 1992 y 1998 provoca cierta dificultad en la estimación. Muchas veces es necesario ir reajustando los parámetros iniciales semana a semana. A partir del año 1999, especialmente en los países que integran la Unión Monetaria Europea, la obtención de los parámetros se simplifica bastante gracias a la estabilidad e integración de los mercados. Cabe señalar que a partir de los atentados del 11-S en Estados Unidos, y durante algunas semanas posteriores, se genera una incertidumbre en los mercados que se refleja directamente en el grado de dificultad para lograr los parámetros estimados.

En el anexo 2 se presenta el análisis descriptivo de los parámetros semanales estimados para cada año y país estudiado.

4.3. Bondad de ajuste

Tal y como se ha descrito anteriormente, para estimar los parámetros que definen el modelo de Nelson y Siegel, se minimiza la suma de cuadrados ponderados de los errores entre los precios observados y ajustados. Sin embargo, el objetivo final es el de obtener unos parámetros que permitan ajustar la estructura de los tipos de interés cada semana. En este sentido, además de minimizar los errores en precios, también es adecuado valorar la cuantía de los errores entre la curva de rendimientos y la curva de tipos estimada por el modelo. Es por ello que se calcula, para cada país y cada semana, el error al cuadrado medio de las tasas de rendimiento según:

$$ECM_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_{t,i}} \left(r_{t,i} - \hat{r}_{t,i} \right)^2}{n_{t,i}}. \qquad (9)$$

De la tabla 1 a la 6 se muestra, para cada año y cada uno de los países analizados, algunos estadísticos descriptivos obtenidos a partir de los ECM_t semanales. Se destaca que, en general, los errores medios semanales obtenidos son reducidos.

Tabla 1. Error generado en el ajuste de Alemania.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	2.5378E-06	6.81933E-07	2.42897E-06	1.2896E-06	4.41501E-06
1993	1.41371E-06	1.0254E-06	1.14939E-06	5.40082E-07	7.77901E-06
1994	2.04008E-06	5.53816E-07	1.93111E-06	1.19962E-06	3.26704E-06
1995	2.32385E-06	9.15462E-07	2.13712E-06	1.36354E-06	6.55921E-06
1996	3.50944E-06	2.23251E-06	2.91799E-06	1.55292E-06	1.47985E-05
1997	0.0000209	0.00009932	3.16196E-06	1.53888E-06	0.000710427
1998	6.39714E-06	0.000015	2.93852E-06	9.19541E-07	0.00010859
1999	0.0000121	0.0000459	4.07259E-06	2.16864E-06	0.00033483
2000	0.00002685	0.00005118	7.65885E-06	1.00105E-06	0.000345584
2001	5.49706E-06	4.89405E-06	3.99469E-06	1.5055E-06	2.84188E-05
2002	0.0002659	0.00166223	4.59439E-06	8.44097E-07	0.0119905
2003	0.00015563	0.00084137	1.38275E-05	3.03057E-06	0.00607021
2004	0.00001307	7.22935E-06	0.000011529	2.3383E-06	3.76271E-05

Tabla 2. Error generado en el ajuste de España.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	0.00004152	0.00014627	1.20777E-05	1.68762E-06	0.00107146
1993	0.00001176	0.00001389	5.45401E-06	1.51506E-06	6.85777E-05
1994	7.61949E-06	6.48492E-06	5.93427E-06	3.0704E-06	4.47132E-05
1995	6.94894E-06	7.60136E-06	4.48676E-06	1.17141E-06	4.48267E-05
1996	4.41154E-06	3.3502E-06	3.33292E-06	1.63215E-06	1.64833E-05
1997	9.9034E-06	0.00004766	2.34534E-06	6.35202E-07	0.000346441
1998	5.37242E-06	5.56233E-06	2.79476E-06	1.08624E-06	2.30701E-05
1999	6.28109E-06	0.00001485	3.44354E-06	1.44135E-06	0.000109245
2000	0.00001036	0.0000375	0.000001941	0.000000315	0.000248892
2001	3.33627E-06	4.09304E-06	2.03041E-06	1.07362E-06	2.68609E-05
2002	3.57709E-06	4.89653E-06	1.99987E-06	1.10568E-06	3.21515E-05
2003	8.39669E-06	0.00002945	2.52882E-06	1.39751E-06	0.000212818
2004	4.66059E-06	3.67469E-06	3.47416E-06	1.42216E-06	2.33649E-05

Tabla 3. Error generado en el ajuste de Francia.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	0.00026801	0.00002382	0.000271577	0.000162787	0.000309954
1993	0.00009223	0.00008427	6.00816E-05	4.41667E-06	0.000235192
1994	0.00001324	3.82998E-06	1.42852E-05	5.8219E-06	1.89316E-05
1995	0.00003023	0.00003453	0.000012282	5.58649E-06	0.000122019
1996	0.00314605	0.01643419	7.12118E-05	1.80679E-05	0.107811
1997	0.00006854	0.00021048	2.39507E-05	1.11005E-05	0.00152799
1998	0.00011384	0.00027349	1.92175E-05	2.16665E-06	0.00171653
1999	0.000675107	0.002109616	1.70699E-05	2.85005E-06	0.012248742
2000	0.00111241	0.00541244	0.000178782	5.19435E-06	0.0386965
2001	0.006314702	0.011669697	0.000997851	3.46407E-05	0.06558558
2002	0.000413322	0.001646341	7.08913E-05	4.75116E-05	0.011755485
2003	0.000730557	0.001732331	0.000105551	5.61555E-05	0.010205109
2004	0.00050144	0.001757695	8.85236E-05	7.04072E-05	0.009299071

Tabla 4. Error generado en el ajuste de Italia.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	0.00001204	0.00001736	6.57769E-06	6.76731E-07	7.71752E-05
1993	0.00001233	0.00001685	0.000005743	0.000000944	0.000074075
1994	0.00001553	0.00002128	9.16618E-06	3.25346E-06	0.000119147
1995	0.00001069	7.53335E-06	8.67328E-06	3.12823E-06	4.45106E-05
1996	0.00519392	0.03629881	3.29101E-05	4.97592E-06	0.261895

(continua en página siguiente)

(continuación tabla 4)

1997	0.00194751	0.01358118	2.50449E-05	8.49863E-06	0.0979961
1998	0.00057008	0.00095985	0.000173985	2.40061E-05	0.00425592
1999	0.00031352	0.00140546	1.96233E-05	2.74135E-06	0.00984661
2000	0.00008362	0.00013674	3.95475E-05	1.31407E-05	0.000865845
2001	0.00229283	0.01034981	0.000049171	1.26817E-05	0.0572826
2002	0.00082841	0.00408762	2.63039E-05	8.18708E-06	0.0285174
2003	0.00046441	0.00269195	1.89675E-05	6.40404E-06	0.0193985
2004	0.00057739	0.00260215	0.000038243	1.16361E-05	0.0173518

Tabla 5. Error generado en el ajuste del Reino Unido.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	0.00017811	0.0002223	2.68756E-05	1.09669E-05	0.000707753
1993	0.00004927	0.00012642	3.12791E-05	0.000027551	0.000943134
1994	0.00002537	2.59402E-06	2.45666E-05	2.25637E-05	3.48448E-05
1995	0.00002704	3.94641E-06	0.000025715	2.22897E-05	3.73057E-05
1996	0.00004185	0.0000151	3.76086E-05	0.000027259	0.000129702
1997	3.2807E-06	6.42232E-06	1.53443E-06	3.4798E-07	3.35431E-05
1998	0.00011112	0.0000658	7.18927E-05	4.46427E-05	0.000220526
1999	0.00005975	0.00001492	5.55239E-05	3.90219E-05	9.12217E-05
2000	0.00011195	0.00003269	0.00011975	5.35556E-05	0.000171952
2001	0.00006713	0.00006928	3.26356E-05	4.57142E-07	0.000215063
2002	0.00004908	0.00004532	3.81149E-05	4.0179E-07	0.000135885
2003	0.00002557	0.00004522	1.27779E-06	4.46473E-07	0.000149928
2004	1.58569E-06	1.11777E-06	1.19032E-06	3.40417E-07	0.00000606

Tabla 6. Error generado en el ajuste de Estados Unidos.

Año	Media	Desviación	Mediana	Mínimo	Máximo
1992	0.00002336	9.05383E-06	2.33588E-05	7.75362E-06	4.10114E-05
1993	0.00001308	4.34603E-06	0.000014678	7.08211E-06	2.08436E-05
1994	5.55793E-06	1.17651E-06	5.3568E-06	3.5035E-06	7.8529E-06
1995	5.37104E-06	1.03991E-06	5.26355E-06	3.80324E-06	8.24949E-06
1996	5.94515E-06	7.58362E-07	5.78449E-06	4.56624E-06	8.19416E-06
1997	9.75603E-06	9.29254E-06	7.07995E-06	5.10132E-06	6.79075E-05
1998	0.00002123	0.00001504	1.91761E-05	1.09917E-05	0.000115332
1999	0.00002031	5.25666E-06	1.88318E-05	1.53064E-05	4.31549E-05
2000	0.00003566	0.00001257	3.34802E-05	1.67473E-05	8.29278E-05
2001	0.00005114	0.00002063	4.65942E-05	3.52726E-05	0.000155948
2002	0.0000905	0.00004449	6.92246E-05	4.55245E-05	0.000270639
2003	0.00019754	0.00002951	0.000199879	0.000138691	0.000254659
2004	0.00027001	0.00003673	0.000270358	0.000208835	0.000340107

4.4. Formas de las curvas

En función de los valores y la relación entre los parámetros estimados semanalmente, la curva de tipos definida según el modelo de Nelson y Siegel toma distintas formas, las cuáles ya se han definido en la tabla 1 del capítulo 2. Las posibles formas se enumeran a continuación:

1. Creciente, cóncava.
2. Creciente.
3. Decreciente, convexa.
4. Decreciente.
5. Forma de $\cap$, por encima de β_0.
6. Forma de $\cap$, cruza β_0.
7. Forma de $\cup$, por debajo de β_0.
8. Forma de $\cup$, cruza β_0.

De la tabla 7 a la 12 se muestra, para cada año y país analizado, las frecuencias en las que se dan cada una de las ocho formas definidas de la curva de tipos de interés. Se destaca que las formas más frecuentes en los países de la UME son la 2 y la 7, es decir, curvas crecientes o bien, curvas convexas por debajo de β_0. Estas dos formas, conjuntamente, se dan alrededor de un 70% del total de las 673 semanas analizadas en cada país. En el Reino Unido además de las formas 2 (creciente) y 7 (forma convexa por debajo de β_0), también se observa a menudo la forma 5 (forma cóncava por encima de β_0). En Estados Unidos, junto a las formas 2 y 7, también se encuentra frecuentemente la forma 6 (forma cóncava cruzando β_0). Finalmente, añadir que las formas puramente decrecientes, formas 3 y 4, que suponen un tipo a corto mayor que el tipo a largo plazo, se dan en los países de la Unión Monetaria durante el año 1992 mayoritariamente, aunque también aparecen en el Reino Unido en 1992 y a lo largo de los años 1999, 2000 y 2001. En el capítulo siguiente se explica detalladamente la relación entre el tipo a corto y a largo plazo.

Tabla 7. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en Alemania.

1992				**1999**			
1		**5**	9	**1**	5	**5**	
2		**6**		**2**	41	**6**	
3	3	**7**		**3**		**7**	6
4	30	**8**	11	**4**		**8**	
1993				**2000**			
1		**5**		**1**	9	**5**	
2		**6**		**2**	20	**6**	
3		**7**	11	**3**		**7**	23
4		**8**	41	**4**		**8**	
1994				**2001**			
1		**5**		**1**		**5**	
2	24	**6**		**2**	25	**6**	
3		**7**	28	**3**		**7**	27
4		**8**		**4**		**8**	
1995				**2002**			
1	1	**5**		**1**	4	**5**	
2	25	**6**		**2**	26	**6**	
3		**7**	26	**3**		**7**	22
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1		**5**		**1**	2	**5**	
2	6	**6**		**2**	23	**6**	
3		**7**	46	**3**		**7**	27
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1	8	**5**		**1**		**5**	
2	16	**6**		**2**	51	**6**	
3		**7**	28	**3**		**7**	2
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1	22	**5**		**1**	8%	**5**	1%
2	17	**6**		**2**	40%	**6**	0%
3		**7**	14	**3**	0%	**7**	38%
4		**8**		**4**	4%	**8**	8%

Tabla 8. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en España.

1992				**1999**			
1		**5**	7	**1**	8	**5**	
2		**6**		**2**	38	**6**	1
3	7	**7**		**3**		**7**	5
4	39	**8**		**4**		**8**	
1993				**2000**			
1		**5**		**1**	27	**5**	
2		**6**		**2**	25	**6**	
3	4	**7**	2	**3**		**7**	
4	11	**8**	35	**4**		**8**	
1994				**2001**			
1	15	**5**		**1**		**5**	
2	5	**6**	12	**2**	16	**6**	
3		**7**	14	**3**		**7**	36
4		**8**	6	**4**		**8**	
1995				**2002**			
1	10	**5**		**1**	5	**5**	
2	4	**6**	12	**2**	25	**6**	
3		**7**	26	**3**		**7**	22
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1		**5**		**1**	4	**5**	
2		**6**		**2**	18	**6**	
3		**7**	52	**3**		**7**	30
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1		**5**		**1**	18	**5**	
2		**6**		**2**	35	**6**	
3		**7**	52	**3**		**7**	
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1		**5**		**1**	13%	**5**	1%
2	24	**6**		**2**	28%	**6**	4%
3		**7**	29	**3**	2%	**7**	39%
4		**8**		**4**	7%	**8**	6%

Tabla 9. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en Francia.

1992				**1999**			
1		**5**	1	**1**	1	**5**	
2		**6**		**2**	35	**6**	
3	15	**7**	1	**3**		**7**	16
4	23	**8**	13	**4**		**8**	
1993				**2000**			
1		**5**		**1**	13	**5**	
2		**6**		**2**	17	**6**	
3		**7**	34	**3**		**7**	22
4		**8**	18	**4**		**8**	
1994				**2001**			
1	8	**5**		**1**		**5**	
2	18	**6**		**2**	10	**6**	
3		**7**	26	**3**		**7**	42
4		**8**		**4**		**8**	
1995				**2002**			
1	7	**5**		**1**	6	**5**	
2	5	**6**		**2**	29	**6**	
3		**7**	40	**3**		**7**	17
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1	27	**5**		**1**	7	**5**	
2	25	**6**		**2**	17	**6**	
3		**7**		**3**		**7**	28
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1	10	**5**		**1**	3	**5**	
2	35	**6**		**2**	47	**6**	
3		**7**	7	**3**		**7**	3
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1	4	**5**		**1**	12,7%	**5**	0,1%
2	32	**6**		**2**	39,8%	**6**	0,0%
3		**7**	17	**3**	2,2%	**7**	37,3%
4		**8**		**4**	3,4%	**8**	4,6%

Tabla 10. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en Italia.

1992				1999			
1		**5**	19	**1**	10	**5**	
2		**6**	9	**2**	34	**6**	
3	11	**7**	3	**3**		**7**	8
4	11	**8**		**4**		**8**	
1993				**2000**			
1	7	**5**	2	**1**	26	**5**	
2	11	**6**	18	**2**	11	**6**	1
3		**7**	14	**3**		**7**	14
4		**8**		**4**		**8**	
1994				**2001**			
1	12	**5**		**1**		**5**	
2	11	**6**	29	**2**	17	**6**	
3		**7**		**3**		**7**	35
4		**8**		**4**		**8**	
1995				**2002**			
1	20	**5**		**1**		**5**	
2	20	**6**	6	**2**	34	**6**	
3		**7**	6	**3**		**7**	18
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1	19	**5**		**1**	5	**5**	
2	28	**6**	5	**2**	21	**6**	
3		**7**		**3**		**7**	26
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1	2	**5**		**1**	3	**5**	
2	22	**6**		**2**	36	**6**	2
3		**7**	28	**3**		**7**	17
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1		**5**		**1**	15%	**5**	3%
2	5	**6**		**2**	37%	**6**	10%
3		**7**	51	**3**	2%	**7**	32%
4		**8**		**4**	2%	**8**	0%

Tabla 11. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en el Reino Unido.

1992				**1999**			
1		**5**	3	**1**		**5**	35
2		**6**	3	**2**		**6**	
3	2	**7**	19	**3**	8	**7**	
4	1	**8**	25	**4**	5	**8**	4
1993				**2000**			
1		**5**		**1**		**5**	45
2	4	**6**		**2**		**6**	
3		**7**	48	**3**		**7**	
4		**8**		**4**	7	**8**	
1994				**2001**			
1		**5**		**1**		**5**	21
2	21	**6**		**2**	1	**6**	
3		**7**	31	**3**	1	**7**	15
4		**8**		**4**	14	**8**	
1995				**2002**			
1	4	**5**		**1**		**5**	
2	26	**6**		**2**		**6**	31
3		**7**	22	**3**		**7**	21
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1	22	**5**		**1**		**5**	
2	16	**6**	1	**2**	19	**6**	
3		**7**	13	**3**		**7**	33
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1	9	**5**	16	**1**	1	**5**	31
2	14	**6**	12	**2**	14	**6**	6
3		**7**	1	**3**		**7**	1
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1		**5**	27	**1**	5%	**5**	26%
2		**6**		**2**	17%	**6**	8%
3	4	**7**		**3**	2%	**7**	30%
4	22	**8**		**4**	7%	**8**	4%

Tabla 12. Frecuencia de las formas de la curva de tipos de interés en Estados Unidos.

1992				**1999**			
1	17	**5**		**1**	17	**5**	
2		**6**	36	**2**	17	**6**	12
3		**7**		**3**		**7**	6
4		**8**		**4**		**8**	
1993				**2000**			
1	8	**5**		**1**	3	**5**	9
2		**6**	44	**2**	1	**6**	22
3		**7**		**3**	2	**7**	
4		**8**		**4**	4	**8**	11
1994				**2001**			
1	25	**5**		**1**		**5**	
2	1	**6**	26	**2**	10	**6**	
3		**7**		**3**		**7**	42
4		**8**		**4**		**8**	
1995				**2002**			
1	5	**5**		**1**		**5**	
2	27	**6**		**2**	15	**6**	
3		**7**	52	**3**		**7**	37
4		**8**		**4**		**8**	
1996				**2003**			
1	10	**5**		**1**		**5**	
2	34	**6**		**2**	19	**6**	
3		**7**	8	**3**		**7**	33
4		**8**		**4**		**8**	
1997				**2004**			
1	12	**5**		**1**		**5**	
2	40	**6**		**2**	52	**6**	
3		**7**		**3**		**7**	1
4		**8**		**4**		**8**	
1998				**Porcentaje sobre el total**			
1	4	**5**		**1**	15%	**5**	1%
2	13	**6**		**2**	34%	**6**	21%
3		**7**	36	**3**	0%	**7**	32%
4		**8**		**4**	1%	**8**	2%