



Universitat Autònoma de Barcelona

Facultad de Medicina

**Departamento de Pediatría, Obstetricia y Ginecología,
Medicina Preventiva y Salud Pública**

TESIS DOCTORAL

**Aportes metodológicos en la estimación de
tamaños de muestra en estudios poblacionales de
prevalencia**

Tesis doctoral presentada por Sergio Alvarado Orellana
Para la obtención del grado de Doctor

Director: Dr. Albert Navarro i Giné

Cerdanyola del Vallès, Barcelona, Junio de 2014



Universitat Autònoma de Barcelona

Facultad de Medicina

Departamento de Pediatría, Obstetricia y Ginecología,
Medicina Preventiva y Salud Pública

Programa de Doctorado en Pediatría, Obstetricia y Ginecología,
Medicina Preventiva y Salud Pública

**Aportes metodológicos en la estimación de
tamaños de muestra en estudios poblacionales de
prevalencia**

Tesis doctoral presentada por Sergio Alvarado Orellana
Para la obtención del grado de Doctor

Director: Dr. Albert Navarro i Giné

Cerdanyola del Vallès, Barcelona, Junio de 2014

Agradecimientos

Vayan mis agradecimientos al Dr. Albert Navarro por su apoyo constante y paciencia, en estos años pasamos de una relación de tutor-alumno a amigo-amigo. Al Dr. Miguel Martín por su apoyo y amistad, por haberme hecho participe de GRAAL y por compartir ratos agradables donde Francis y por presentarme a Andres (quien trabaja en la casa de Jordi Savall), que me conto en el restorant de Francis algo muy importante. A mi familia, esposa, mis perros: patuda, basurita y aiki. A mi amigo Dante con el que viaje constantemente a Barcelona. Y finalmente a las águilas y Bach.

Tabla de contenidos

1. Introducción

1	Introducción	1
1.1	El muestreo estadístico	2
1.2	Algunas definiciones de importancia en muestreo.....	4
1.3	Tipos de muestreo estadístico.....	6
1.3.1	Muestreo Aleatorio simple (MAS).....	7
1.3.2	Muestreo Aleatorio Sistemático (MASI)	8
1.3.3	Muestreo por Conglomerados (MC)	8
1.3.4	Muestreo Estratificado (MAE).....	10
1.4	El efecto diseño.....	15
1.5	Diseños complejos (muestreo en varias etapas o multietapico).....	16
1.6	El tamaño de muestra	17
1.7	El rol de la ley de los grandes números en el muestreo	20
1.8	El muestreo para poblaciones binomiales	22
1.8.1	La distribución binomial	22
1.8.2	Intervalos de confianza para la proporción.....	25
1.8.3	El uso de la máxima varianza o máxima indeterminación	26
1.9	El muestreo para poblaciones multinomiales	32
1.9.1	La distribución multinomial	32
1.9.2	Intervalos de confianza simultáneos para la distribución multinomial.....	34
1.9.3	El muestreo para poblaciones multinomiales.....	35

2. Métodos

2.1	Propuestas metodológicas en la estimación de tamaños de muestra para variables categóricas	36
2.1.1	Angers (1974 y 1979).....	36
2.1.2	Cochran (1977).....	41
2.1.3	Tortora (1978).....	42
2.1.4	Thompson (1987)	46
2.1.5	Bromaghin (1993).....	48
2.1.6	Fitzpatrick & Scott (1987).....	51
2.2	Método de construcción de poblaciones simuladas y criterios de selección de muestras	54
2.2.1	Construcción de poblaciones.....	54
2.2.2	Simulación de variables de tipo multinomial	55
2.2.3	Método para evaluar el desempeño de las estimaciones por muestreo.....	56
2.3	Índice de entropía de Shannon.....	58
2.3.1	Índice de Shannon promedio para las simulaciones	61

3. Planteamiento del problema, hipótesis y objetivos

3.1	Hipótesis	62
3.2	Objetivos.....	63
3.2.1	Objetivo General	63
3.2.2	Objetivos específicos.....	63

4. Resultados

4.1 Manuscrito 1	64
4.1.1 Resumen	64
4.1.2 Introducción	65
4.1.3 Discusión	73
4.1.4 Conclusiones	74
4.1.5 Bibliografía	75
4.2 Manuscrito 2	76
4.2.1 Resumen	76
4.1.2 Introducción	78
4.2.3 Métodos	79
4.2.4 Resultados	83
4.2.5 Discusión	96
4.2.6 Conclusiones	100
4.2.7 Bibliografía	102
4.3 Manuscrito 3	103
4.3.1 Resumen	103
4.3.2 Introducción	104
4.3.3 Métodos	106
4.3.4 Resultados	107
4.3.5 Discusión	110
4.3.6 Conclusiones	111
4.3.7 Bibliografía	113

5. Discusión general	115
6. Conclusiones generales	118
7. Bibliografía general	120
8. Anexos	
8.1 Anexo 1 (Manuscrito 1).....	126
8.2 Anexo 2 (Manuscrito 2).....	127
8.3 Anexo 3 (Manuscrito 3).....	188

Resumen

Esta tesis doctoral aborda la aplicación de seis enfoques estadísticos que se utilizan para estimar tamaños de muestra en poblaciones multinomiales los que corresponden a: Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Cochran (1977), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick & Scott (1987), dichos enfoques están ampliamente discutidos en la literatura del muestreo estadístico pero generan controversia al momento de aplicarlos en estudios de salud dado a que no siempre permiten conjugar costos, representatividad y tamaños de muestra adecuados para un esquema de muestreo aleatorio simple y muestreo complejo de poblaciones en donde la variable de diseño o estudio corresponde a una distribución de tipo multinomial.

Se discute inicialmente como la utilización de la máxima varianza cuando la variable de diseño con $k=2$ categorías entrega estimaciones de prevalencias considerando un valor $P=0,50$ para estimar dicho tamaño muestral, sin conocer valores previos de dicho estimador lo que entrega estimaciones sesgadas.

Posteriormente se simularon poblaciones teóricas para variables de $k=3, 4, 5, 6$ y 7 categorías, generando 25 poblaciones distintas de tamaño $N=1.000.000$ que variaban según distintos valores de proporciones para las distintas categorías. Para dichas poblaciones se extrajeron mediante muestro aleatorio simple, muestras de distintos tamaños que fueron estimadas mediante los seis enfoques mencionados anteriormente que consideraron distintos valores de errores muestrales, posteriormente se evaluó el desempeño de estos mediante: 1) Tamaño de muestra, 2) Nivel de confianza real, 3) Estimador promedio, 4) Sesgo y 5) Mediana del Error cuadrático medio.

Luego la discusión se enfoca en la determinación de que método analizado entrega mejores tamaños de muestra y estimaciones considerando distintos escenarios en donde las categorías consideradas van desde $k=3$ a $k=7$, finalmente se propone y discute la utilización de las medidas de incertidumbre o entropía de Shannon para estudiar la incertidumbre asociada a los vectores estimados mediante los distintos métodos.

Summary

This dissertation addresses the application of six statistical approaches used to estimate sample sizes in multinomial populations which correspond to: Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Cochran (1977), Bromaghin (1993) and Fitzpatrick & Scott (1987), such approaches are widely discussed in the literature of statistical sampling but generated controversy when applying in health studies because they do not always allow combining costs, representation and adequate sample sizes for sampling scheme simple random sampling and complex populations where the design variable or study corresponds to a multinomial distribution type.

Initially discusses how the use of a maximum variance when the design variable with $k = 2$ gives estimates of prevalence categories considering a $P = 0.50$ for this sample size estimate without knowing previous values of this estimator which delivers biased estimates.

Later theoretical populations were simulated for variables $k = 3, 4, 5, 6$ and 7 categories, generating 25 different populations of size $N = 1,000,000$ varying proportions according to different values for different categories. For these populations were extracted by simple random sampling, samples of different sizes were estimated using the six approaches mentioned above that considered different values of sampling errors, then the performance of these was assessed by: 1) sample size, 2) Level of real confidence, 3) average Estimator, 4) bias and 5) mean Square Error.

The discussion then focuses on determining which delivery method best used sample sizes and estimates considering scenarios where the categories considered ranging from $k = 3$ to $k = 7$, finally proposes and discusses the use of measures of uncertainty or entropy Shannon to study the uncertainty associated with the estimated vectors using different methods.

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1 Introducción

Entre las primeras preguntas que se realiza un investigador del área de la salud está la de ¿cuántos individuos necesito para realizar mi estudio?. La respuesta dependerá de los objetivos, la naturaleza y el alcance del estudio y en el resultado esperado, todo lo cual debe ser cuidadosamente considerado en la planificación (Lwanga y Lemeshow 1991).

Dicha pregunta tiene, habitualmente, una pertinencia evidente: los principales objetivos de la investigación epidemiológica son, por un lado, describir la distribución de las enfermedades y eventos de salud en poblaciones humanas y, por otro, contribuir al descubrimiento y caracterización de las leyes que gobiernan o influyen en estas condiciones (Hernández *et al.* 2000). Sea cual sea la definición de epidemiología que se considere (MacMahon y Pugh 1970, Lilienfeld y Lilienfeld 1987, Last 2000), todas destacan como interés de estudio un colectivo que representa la población a la que se quiere caracterizar. Ya que evaluar a la población en su totalidad es difícil dado el tiempo, recursos financieros (costos), personal involucrado, etc..., se trabaja en este grupo menor llamado muestra (Pineda y de Alvarado 2008), a cuyo tamaño se relaciona con la pregunta anterior.

Así pues, la investigación aplicada en salud normalmente trata de examinar fenómenos en un grupo de individuos (personas) llamado universo o población, que se corresponde al conjunto mayor a estudiar y está compuesto por la totalidad de las unidades o individuos a estudiar (Levy y Lemeshow 1999). Lo que se hace es estudiar a dicho grupo pero a una escala menor en un conjunto de menor tamaño llamado “muestra”.

El muestreo procura aportar métodos formales con la finalidad de obtener mediante la muestra una <<maqueta>> que describa razonablemente bien la población de interés.

Lo que busca el muestreo es elaborar estrategias muestrales y de medición que permitan inferir (extrapolar) el conocimiento generado hacia el total de la población (Hernández *et al.* 2000). Un proceso inductivo de tal naturaleza, que va de lo particular a lo general, inevitablemente entraña la posibilidad de cometer errores, y es claramente intuitivo que dichos errores están llamados a ser mayores en la medida que la porción observada sea más reducida y, sobre todo, en la medida que ella no refleje o <<represente>>, la realidad sobre la que recaerán las conclusiones de la inferencia (Silva 2000a).

Gran parte de la investigación realizada en salud pública se caracteriza por utilizar información levantada mediante encuestas o entrevistas a través de la aplicación de un cuestionario. Estas estrategias corresponden a una aproximación metodológica que permite medir un objeto de estudio como por ejemplo una persona entrevistada. Dichas personas entrevistadas deberían representar a la población en estudio o población objetivo y el muestreo estadístico las utiliza para poder explorar, describir o explicar las propiedades de la población que dio origen a la muestra y analizar dicha información (Vivanco 2005).

1.1 El muestreo estadístico

El muestreo estadístico es un área de la estadística que posee técnicas propias que se preocupa del diseño, cálculo del tamaño de muestra y obtención de información a nivel poblacional a partir muestras de una población, que sean lo suficientemente representativas, y cuya información proveniente de los datos permita inferir las propiedades y características de la población de estudio, cometiendo un error que posee las características de ser medible y acotado (Pérez 2005).

Para (Mood y Graybill 1955), el objeto de un experimento es averiguar algo sobre una determinada población, examinando una parte de esa población conocida como muestra y con ella se pueden hacer inferencias relativas a la población. Esto tiene relación con la “inferencia inductiva” el cual es un procedimiento para hallar nuevo conocimiento científico.

Según (Silva 2000a) el muestreo es la disciplina estadística que ofrece herramientas para la solución de un problema como el “determinar que parte de la realidad se debe examinar con la finalidad de hacer inferencias sobre ella”.

Existen dos tipos de aproximación al muestreo, el primero hace referencia al muestreo de tipo poblacional en donde el objetivo radica en otorgar representatividad a las unidades de análisis, el segundo privilegia el carácter aleatorio de la muestra y el objetivo es poder hacer comparaciones mediante pruebas o contrastes de hipótesis estadísticas (Silva 2000a). El trabajo que se presenta en esta tesis se enmarca, fundamentalmente, en la primera aproximación.

Los sustentos teóricos del muestreo se relacionan con la ley de los grandes números que postula que a medida que aumenta el tamaño de muestra, el parámetro poblacional versus el estimador se diferencian lo menos posible (Knight 2000). Dicha diferencia se conoce como “error muestral” en la teoría del muestreo y es un cierto valor prefijado por el investigador (Gutiérrez 1995).

Las muestras permiten estudiar valores numéricos a nivel poblacional llamados “parámetros”, a través de unos estimadores a los que llamamos “estadísticos”. Los estadísticos se construyen a través de funciones matemáticas de la muestra (Pérez 2005). Muestras diferentes obtenidas mediante el mismo procedimiento permiten la construcción de estimadores cada una con una determinada probabilidad, las que constituyen variables aleatorias ya que se considera la variabilidad de las muestras (Pérez 2005, Mirás 2000). Dada la naturaleza de la estimación los parámetros están asociados a un cierto grado de incertidumbre que trata de reducirse mediante diseños muestrales óptimos y construir la distribución del estimador (Mirás 2000).

También hay que tener en cuenta que la mayoría de las investigaciones realizadas en diferentes áreas del conocimiento se hace a partir de información de índole cuantitativa, para ello es necesario definir con antelación al estudio que variables se desean examinar y qué relaciones existen entre ellas. De ahí surge la necesidad de estudiar colectivos de datos provenientes de “muestras” como por ejemplo personas, familias, unidades productivas, etc... (Mirás 2000). Teniendo presente lo anterior, la decisión de definir las variables a estudiar debe ser un paso previo y esto lleva consigo consecuencias que podrían influir en el estudio a llevar como por ejemplo beneficios o costos económicos, implementación de políticas públicas, intervenciones, etc. (Mirás 2000).

Así pues, gran parte de la investigación aplicada se realiza con muestras y no la población en su totalidad (Censo). El uso de muestras y no censos tienen fortalezas y debilidades (Quijada y Alvarado 2009), las que se detallan a continuación:

Fortalezas:

- **Económicas:** Permitir el ahorro de recursos económicos en comparación con un censo.
- **Oportunidad:** El muestreo permite ahorrar tiempo y la información se tiene con mayor prontitud que la de un censo.
- **Atención de casos específicos:** Permite centrar la atención en casos que requieren un mayor análisis o estudio.
- **Tamaño de la Población:** Las poblaciones por su tamaño hacen imposible otro procedimiento que no sea la realización de un muestreo.

Limitaciones:

- **Datos para áreas muy pequeñas:** La precisión a alcanzar a partir de una muestra para áreas pequeñas puede depender fuertemente de su tamaño y el costo involucrado puede llegar a ser casi tan elevado como un censo.
- **Medir cambios pequeños:** Si los datos se necesitan a intervalos regulares y es importante medir cambios muy pequeños de un periodo a otro (por ejemplo encuestas panel o estudios longitudinales), o la variable de interés presenta baja frecuencia, se necesitan muestras extremadamente grandes.
- **Costos Involucrados:** Si hay costos generales ligados al muestreo por ejemplo: trabajo teórico, diseño, selección de la muestra, control, encuestadores, trabajo de campo, etc... el muestreo puede ser poco práctico.

1.2 Algunas definiciones de importancia en muestreo

Como se ha mencionado el muestreo estadístico trabaja principalmente con poblaciones y muestras, pero se hace necesario manejar algunos conceptos básicos para comprender a que se refiere que una muestra sea una “buena muestra”.

Censo: Se entiende como censo a la entrevista, medición o visita completa de todas y cada una de las unidades de análisis que forman parte de la población (Quijada y Alvarado 2009).

Población objetivo: Es la colección completa de unidades de observación que se desea estudiar (Lohr 2000, Pérez 2005). Es el conjunto de individuos u objetos de los que se desea conocer algo en una determinada investigación y para el cual se generalizaran los hallazgos encontrados (Pineda y de Alvarado 2008).

Unidad de observación o análisis: Corresponde a cada uno de los elementos o sujetos de la población que podrían ser medidos o interrogados (Silva 2000a), es la unidad básica de observación que a veces se llama elemento y que en el caso de estudios en poblaciones humanas corresponde a personas (Lohr 2000). También denominada “unidad elemental o simple”, corresponde a la unidad más sencilla posible de muestrear (Pérez 2005).

Muestra: La muestra corresponde al grupo de individuos (observaciones) en el cual se realizará la investigación así como también el grupo en el que se hará la recolección de datos (Pineda y de Alvarado 2008). Según (Silva 2000a), la muestra es un modelo de la realidad y lo que se busca es que la muestra conforme “un modelo del universo”. El tamaño de la muestra suele denotarse con la letra n y el tamaño poblacional con N , las características o variables medibles se denotan con X o Y y las realizaciones o mediciones individuales con x_i o y_i respectivamente (Levy y Lemeshow 1999).

Azar y representatividad: Tal como lo menciona (Silva 2000a), el azar no garantiza la representatividad, los procedimientos probabilísticos permiten mitigar la carga subjetiva o desviaciones sistemáticas que existen al momento de seleccionar las unidades a examinar.

Muestra representativa: Se entiende por representatividad aquella característica que posee la muestra y tiene relación con la capacidad que ella posee en mostrar todas las características y diversidad presentes en la población” (Silva 2000a), según (Lohr 2000) una buena muestra reproduce las características de interés que existen en la población de la manera más cercana posible y sería representativa en el sentido de que cada unidad muestreada represente las características de una cantidad de unidades de la población.

Unidad de muestreo: Se puede denominar unidad compuesta ya que posee varias unidades de análisis elementales (Pérez 2005). Es la unidad en donde se realiza el muestreo de unidades de análisis (Lohr 2000). En muchas ocasiones las unidades de

muestreo y análisis coinciden y eso es en el caso de un muestreo de tipo aleatorio simple (Silva 2000a).

Marco muestral: Es el listado de todas las unidades de muestreo la cual debería coincidir con la población objetivo y que son necesarias para llevar adelante el proceso de muestreo (Silva 2000a, Pérez 2005). Para otros autores como (Quijada y Alvarado 2009, Pineda y de Alvarado 2008) el marco muestral debería estar constituido por las unidades de análisis y después definir marcos muestrales duales como por ejemplo para unidades de muestreo (Quijada y Alvarado 2009).

Error de muestreo: Al margen de error que se comete cuando se examina una parte de la población se conoce como error de muestreo. Dicho error se asocia a la estimación del parámetro de interés y este debe ser definido por el investigador el cual tiene conocimiento de la precisión que se requiere (Lohr 2000). Existen dos tipos de errores muestrales: el error muestral absoluto (e_a) y el error muestral relativo (e_r), el primero corresponde a un valor numérico que esta expresado en las mismas unidades con el cual se mide la característica de interés y el segundo corresponde a ($e_r = \frac{e_a}{\hat{\theta}}$) en donde el error muestral absoluto está dividido por la estimación del parámetro de interés $\hat{\theta}$. El error muestral relativo suele determinarse una vez que se ha calculado el error asociado a la estimación de $\hat{\theta}$ y carece de unidades de medida (Silva 2000a). El error muestral sirve, en muchas ocasiones, como criterio para determinar el tamaño de la muestra, con el fin de asegurar que las estimaciones tengan un rango de variabilidad que no supere el error máximo fijado por el investigador.

1.3 Tipos de muestreo estadístico

Los diseños muestrales se dividen en dos grandes grupos, los diseños probabilísticos y los no probabilísticos, donde cada uno de ellos se divide en varios tipos de diseños muestrales. Ambos tipos de diseños pueden ser aplicados para el levantamiento de información por medio de encuestas. Pero la diferencia se encuentra en las posibilidades de realizar inferencia estadística a partir de las muestras diseñadas y seleccionadas, ya que este requisito lo tienen solo muestras de naturaleza aleatorias (Quijada y Alvarado 2009). Existen diferentes estrategias de selección de muestras en los diseños probabilísticos, entre ellas destacan el muestreo aleatorio simple, sistemático, por conglomerados, estratificado y complejo (Lohr 2000).

A continuación se detallaran las principales estrategias de muestreo empleados en estudios de salud, se comienza con el muestreo aleatorio simple (MAS), que constituye el diseño que se trabaja en esta tesis. Con el fin de ver las diferencias teóricas y de aplicación con los otros diseños como: sistemático (MASI), conglomerados (MC) y estratificado (MAE), se presentará cada diseño con el objeto de establecer las diferencias entre ellos y además poder poner en contexto el trabajo a desarrollar en esta tesis que trata de estimación de tamaños de muestra para variables de naturaleza multinomial mediante diseño de muestreo aleatorio simple MAS.

1.3.1 Muestreo Aleatorio Simple (MAS)

Dentro del muestreo aleatorio simple existen dos variantes que corresponden al muestreo sin reposición y con reposición (Lohr 2000, Mirás 2000), el primero hace referencia a la elección de n unidades seleccionadas aleatoriamente de modo que cada posible subconjunto de n unidades distintas tenga la misma probabilidad de ser escogida en la muestra (Lohr 2000, Silva 2000a) , después de observar o medir la característica en estudio los elementos no son devueltos a la población (Kish 1965) y la estructura poblacional cambia de una extracción a otra (Pérez 2005). Luego existen $\binom{N}{n}$ muestras posibles, de modo que la probabilidad de escoger cualquier muestra M de n unidades está dada por la ecuación (1):

$$P(M) = \frac{1}{\binom{N}{n}} = \frac{n!(N-n)!}{N!} \quad ; \quad (1)$$

Así, el muestreo aleatorio simple otorga a los N sujetos de la población la misma la probabilidad de quedar incluidos en la muestra y está dada por $\frac{n}{N}$ (Silva 2000a).

Por su parte el muestreo de tamaño n con reposición se puede pensar como la extracción de n muestras independientes de tamaño 1, en donde la probabilidad de ser escogida es $\frac{1}{N}$, luego la unidad muestreada se reemplaza en la población y se selecciona una nueva unidad que posee la misma probabilidad de ser escogida, el procedimiento se repite sucesivamente hasta que se completa el tamaño requerido n (Lohr 2000), manteniendo invariante la estructura poblacional (Pérez 2005).

Una característica importante a considerar es que el MAS sin reposición produce muestras diferentes de la población y en cambio el MAS con reposición puede tener menor número de elementos diferentes entre sí (ya que se podría escoger el mismo elemento en más de una oportunidad), lo que nos lleva a concluir que el MAS sin reposición es más eficiente que el MAS con reposición, ya que este último procedimiento conlleva una pérdida de información (Silva 2000a).

1.3.2 Muestreo Aleatorio Sistemático (MASI)

Es una manera simple de implementar un muestreo aleatorio simple, la idea básica es elegir un número aleatorio r de 1 a k en donde $k = \frac{N}{n}$ (N tamaño de la población y n tamaño muestral) y se construye la sucesión $r, r+k, r+2k, \dots, r+(N-k)$ que consta de n elementos (Silva 2000a), es decir se selecciona una muestra tomando cada k -ésimo elemento del marco muestral un individuo hasta completar el tamaño muestral. Supongamos que tenemos una población de 1000 personas y estimamos un tamaño de muestra de 250, la fracción es $k = \frac{N}{n} = \frac{1000}{250} = 4$, entonces se toma un número aleatorio entre 1 y 4 para determinar el primer elemento y luego se suma 4 a ese número hasta obtener los 250 elementos. Por ejemplo si $r=4$, tenemos la siguiente sucesión: 8, 12, 16, ..., $r+(N-k) = 4+(1000-4)$.

Una observación de gran importancia al momento de implementar un MASI es que dicha estrategia no proporciona necesariamente una muestra representativa si el marco muestral o listado de la población posee un orden periódico o cíclico (Lohr 2000). Otro detalle importante a considerar tiene relación con la periodicidad de las unidades de análisis en la población que llevarían a enfrentarse a un problema teórico relacionado a la estimación de varianzas ya que no existe independencia en la selección de las unidades en distintas agrupaciones que se den al interior de la población (Pérez 2005). Se puede comprobar que el error de muestreo mediante MASI es menor que el de MAS e inclusive que el de muestreo estratificado (ME) (Pérez 2005).

1.3.3 Muestreo por Conglomerados (MC)

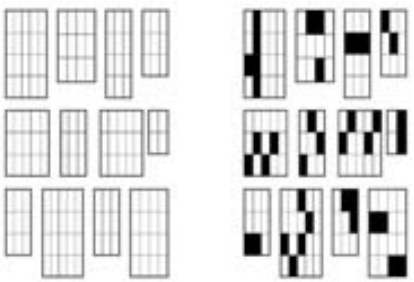
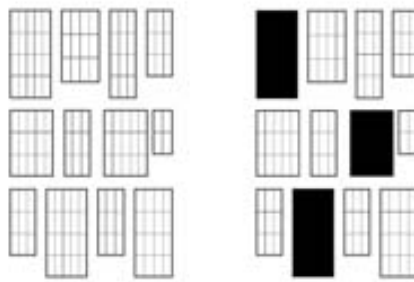
Se denomina así ya que en la selección de la muestra, en lugar de elegir cada unidad de análisis lo que se hace es tomar conjuntos o grupos de unidades a los que se llaman conglomerados o clúster (Pineda y de Alvarado 2008). Se usa, en general,

cuando el marco muestral está compuesto por un listado de conglomerados y no elementos (Quijada y Alvarado 2009). En las restantes estrategias muestrales como por ejemplo: muestreo aleatorio simple (con y sin reposición), sistemático y estratificado; las unidades de muestreo son las mismas que las unidades objeto de estudio (o análisis) (Pérez 2005). Este tipo de muestreo suele confundirse con el estratificado, y la diferencia fundamental que existe entre ambos es que en el muestro estratificado las agrupaciones ya existen de manera natural (distritos, provincias, escuelas, hospitales, etc...) y en el de conglomerados el investigador divide previamente a la población en conglomerados o áreas convenientes según los objetivos del estudio (Pineda y de Alvarado 2008, Pérez 2005).

En muestreo estratificado todos los estratos son representados en la muestra, esto es una ventaja si los estratos son homogéneos internamente en las variables de estudio. Por otro lado, solo con una muestra de clusters seleccionados se debe representar a los no seleccionados, esto es lo mejor que se puede hacer cuando los clusters son heterogéneos internamente en las variables de la encuesta (Lohr 2000, Quijada y Alvarado 2009).

En muestreo estratificado la varianza de la estimación de θ (parámetro poblacional de interés) depende de la variabilidad de los valores dentro de los estratos, en cambio en muestreo por conglomerados el conglomerado es la unidad de muestreo; mientras más cúmulos participen en la muestra, menor será la varianza. La varianza de la estimación de θ depende principalmente de la variabilidad que existe entre las medias de los cúmulos Figura 1 (Lohr 2000). Para este tipo de muestreo se debe tomar en cuenta el tamaño de los conglomerados en el marco muestral pues esto puede afectar la media y la varianza muestral. Para analizar las medias y varianzas muestrales se debe asumir que los conglomerados son del mismo tamaño (Quijada y Alvarado 2009, Levy y Lemeshow 1999).

Figura 1. Similitudes y diferencias entre muestreo aleatorio por conglomerados y muestreo aleatorio estratificado para estimar un parámetro poblacional θ (Fuente: Adaptado de Sharon, L. (2000))

Muestreo estratificado	Muestreo por conglomerado
Cada elemento de la población está exactamente en un estrato	Cada elemento de la población está en un solo conglomerado
 <p>Población de H estratos El estrato i tiene n_i elementos</p> <p>Se extrae una MAS de cada estrato</p>	 <p>Muestreo por conglomerados En una etapa: población de N Conglomerados</p> <p>Se extrae una MAS de conglomerados; observe que todos los elementos dentro de los cúmulos están en la muestra</p>
La varianza de la estimación de θ depende de la variabilidad de los valores dentro de los estratos	El conglomerado es la unidad de muestreo; mientras más cúmulos participen en la muestra, menor será la varianza. La varianza de la estimación de θ depende principalmente de la variabilidad que existe entre las medias de los cúmulos.
Para una mayor precisión, los elementos individuales dentro de cada estrato deben tener valores similares, pero las medias por estrato deben diferir entre sí lo más posible	Para una mayor precisión, los elementos individuales dentro de cada conglomerado deben ser heterogéneos y las medias por cúmulo deben ser similares entre sí.

1.3.4 Muestreo Estratificado (MAE)

Si la variable de interés (variable de diseño) a muestrear presenta distintos valores para el parámetro poblacional a estudiar en diferentes sub-poblaciones (estratos), se podrían obtener estimaciones más precisas del parámetro si se utiliza un muestreo de tipo estratificado (MAE) (Lohr 2000, Pineda y de Alvarado 2008, Mirás 2000). El objetivo es tener una muestra que posea una variabilidad similar a la que presenta la población y eso podría lograrse si los subconjuntos o sub-poblaciones en ella fuesen internamente homogéneos y diferentes o heterogéneos entre sí (Silva 2000a).

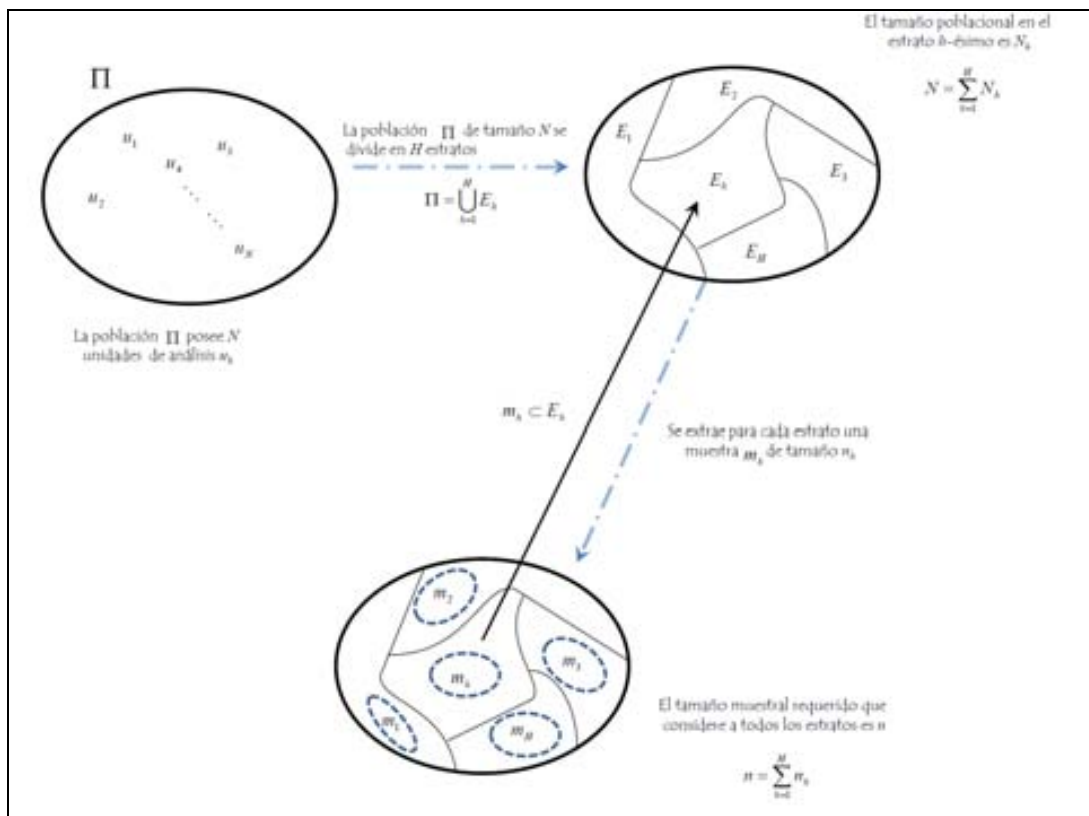
La varianza es una estadística muy sensible a valores extremos presentes en las mediciones de la variable de interés, aunque dichos valores extremos pueden ser poco frecuentes, el muestreo estadístico presenta mayor eficacia cuando se emplea para estimar características poblacionales que están constituidas por unidades similares o que presentan cierta homogeneidad (Mirás 2000). Así el muestreo estratificado corresponde a un procedimiento muestral que se caracteriza por la utilización de

información auxiliar para mejorar la eficiencia en la selección de elementos y mejorar la precisión de estimaciones (Quijada y Alvarado 2009), una de esas estimaciones corresponde a la varianza y lo que se persigue es que ella sea pequeña en cada uno de los estratos (Mirás 2000).

La información auxiliar corresponde a variables de estratificación como -sexo, región, estado civil, etc...- que dividen a la población en estratos. Los estratos son unidades o conjuntos excluyentes entre si y cada unidad de análisis pertenece a un único estrato (Lohr 2000).

La Figura 2 muestra una población Π que tiene N unidades dividida en H estratos o sub-poblaciones E_h ($h=1, \dots, H$) mutuamente excluyentes entre si y en donde las unidades de análisis presentan cierta homogeneidad en cada estrato.

Figura 2. Esquema representativo del muestreo aleatorio estratificado (Fuente: Elaboración propia).

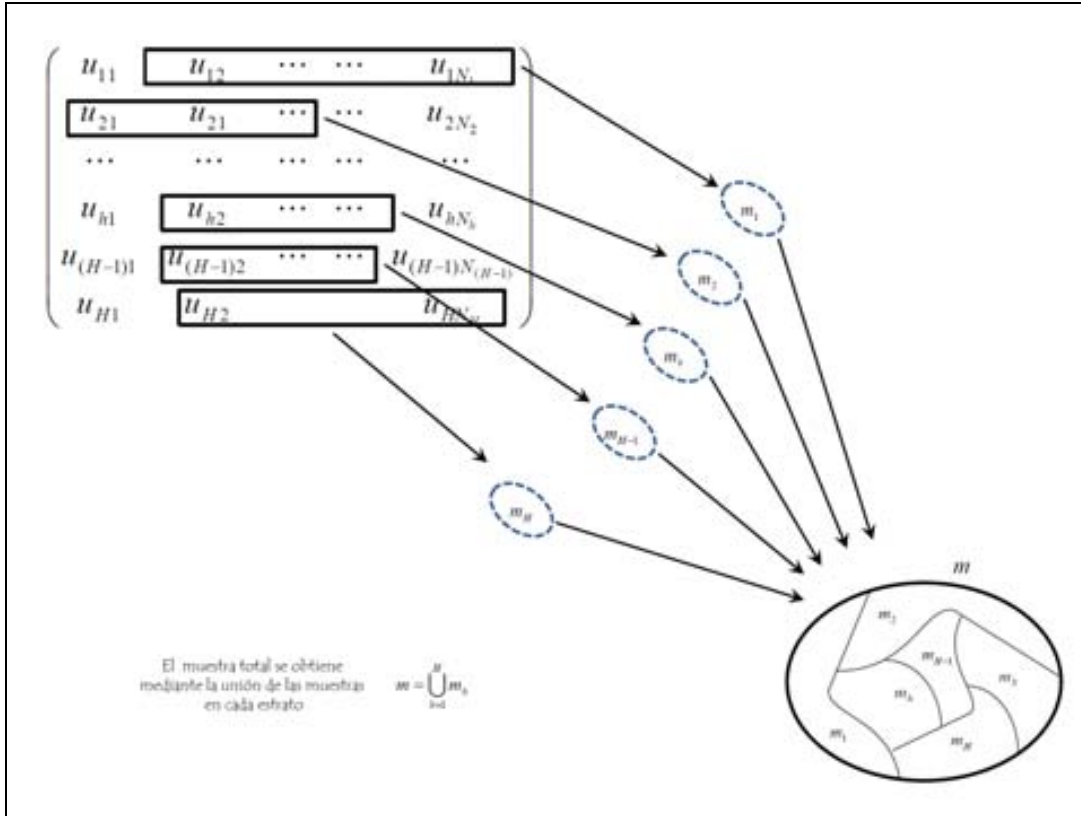


Una vez configurada dicha partición las unidades se distribuyen en los estratos configurando la siguiente estructura de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & \dots & u_{1N_1} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & \dots & u_{2N_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{h1} & u_{h2} & \dots & \dots & u_{hN_h} \\ u_{(H-1)1} & u_{(H-1)2} & \dots & \dots & u_{(H-1)N_{(H-1)}} \\ u_{H1} & u_{H2} & & & u_{HN_H} \end{pmatrix}$$

En donde la fila en recuadro indica los elementos o unidades de análisis del estrato h -ésimo a nivel poblacional, lo que se puede escribir como $\{u_{hj}\}_{j=1}^{N_h}$, ahora generalizando a todos los estratos de la población, se tiene $\{u_{hj}\}_{h=1}^H ; j=1}^{N_h}$. Una vez extraída la muestra (muestras por estrato mediante muestreo aleatorio simple) en la matriz anteriormente esquematizada se puede ver como mediante el proceso de muestreo estratificado, algunos elementos (unidades de análisis) de cada estrato son seleccionados aleatoriamente y conforman las muestras por estrato para finalmente unirlos y generar la muestra final m de tamaño n (Figura 3).

Figura 3. Esquema representativo de conformación de muestras (Fuente: Elaboración propia).



La distribución de la muestra total (muestra m de tamaño n) en los H estratos a muestrear, se realiza dependiendo de los objetivos del estudio, este procedimiento se conoce como afijación, reparto, asignación, adjudicación, adscripción o distribución de la muestra (Pérez 2005). La afijación lo que busca es como dividir el tamaño muestral estimado n en los tamaños n_1, n_2, \dots, n_H de los H estratos (Silva 2000a). Existen distintas formas de distribuir la muestra entre las cuales destacan la afijación de mínima varianza (o afijación de Neyman) (Lohr 2000), la afijación proporcional y la afijación uniforme.

La más comúnmente usada es la afijación proporcional, la cual consiste en asignar a cada estrato el número de unidades de análisis proporcional al tamaño de unidades en la población (Pérez 2005, Pineda y de Alvarado 2008, Silva 2000, Levy y Lemeshow 1999). Si el tamaño poblacional por estrato es N_h , el tamaño muestral por estrato esta dado por $N_h k = n_h$, la siguiente expresión muestra el desarrollo de la

constante k de proporcionalidad o fracción de muestreo f , según (Lohr 2000) a dicha constante también se le conoce como “probabilidad de selección” (ecuación 2).

$$n_h = N_h k \Rightarrow \sum_{h=1}^H n_h = \sum_{h=1}^H N_h k = k \sum_{h=1}^H N_h \Rightarrow n = kN \Rightarrow k = \frac{n}{N} = f, \quad (2)$$

La asignación proporcional es la única técnica que produce una muestra equiprobabilística, pero si el tamaño muestral para el estrato h -ésimo con mayor varianza que un estrato cualesquiera j , en donde el tamaño muestral total es el mismo, la precisión empeora (Silva 2000a).

La afijación o asignación de Neyman es útil si los estratos presentan grandes diferencias en variabilidad (Pérez 2005). Según (Silva 2000a) la manera optima de asignar los tamaños muestrales por estrato a partir del tamaño muestral total n , es definir el tamaño muestral por estrato mediante la siguiente expresión (ecuación 3):

$$n_h = n \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^H N_h S_h}, \quad (3)$$

Esto se hace suponiendo que se conocen todos los valores de S_h^2 , si la varianza es la misma para cada estrato, estamos ante la afijación proporcional (ecuación 4):

$$\text{Si } S_h = S \Rightarrow n_h = n \frac{N_h S}{\sum_{h=1}^H N_h S} = \frac{n N_h}{N} = k N_h, \quad k = \frac{n}{N}, \quad (4)$$

Esto es, si las varianzas por estratos son la mismas $S_h = S$, entonces el tamaño muestral por estrato n_h es igual a una constante k multiplicada por el tamaño poblacional en el estrato, otros autores como (Levy y Lemeshow 1999) a esta técnica le llaman afijación optima y puede causar confusión con lo que menciona (Pérez 2005) ya que la afijación optima para dicho autor no corresponde a la de Neyman.

La afijación no proporcional o uniforme considera los tamaños de muestra por estratos sin mantener la proporción que se da en la población (Pineda y de Alvarado 2008), este tipo de afijación asigna el mismo tamaño de muestra por estrato $n_h = \frac{n}{H}$.

El inconveniente es que a aquellos estratos que a nivel poblacional presentan un gran tamaño o pequeño tamaño les asigna el mismo tamaño muestral, así estratos pequeños o grandes salen perjudicados en dicha asignación muestral ya que se les asigna más o menos unidades a muestrear (Pérez 2005).

1.4 El efecto Diseño

El efecto diseño captura el cambio en la varianza muestral que ocurre debido a que no usamos un muestreo aleatorio simple de tamaño n sino un muestreo por conglomerado o estratos del mismo tamaño (Quijada y Alvarado 2009).

$$Deff(\theta) = \frac{Var_{MAE/MC}(\theta)}{Var_{MAS}(\theta)}, \quad (5)$$

Donde:

$Var_{MAS}(\theta)$, varianza de la media proveniente del muestreo aleatorio simple.

$Var_{MAE/MC}(\theta)$, varianza de la media del conglomerado o estrato.

Este cambio en la varianza depende de cuán homogéneos sean los elementos del clúster o estrato y de cuál sea el tamaño de este clúster o estrato. Mientras más homogéneo es el clúster o estrato mayor efecto diseño se tiene.

El efecto diseño puede ser mayor, menor o igual a 1, donde:

1.- $Deff < 1$ implica que el diseño muestral utilizado es más eficiente (presenta mayor varianza) que el muestreo aleatorio simple del mismo tamaño. En general, este es el caso del muestreo estratificado (MAE), cuando los estratos utilizados están relacionados a la variable bajo estudio.

2.- $Deff > 1$ implica que el diseño utilizado es menos eficiente (presenta mayor varianza) que el MAS del mismo tamaño. El muestreo por conglomerados (MC) es un ejemplo de este caso.

1.5 Diseños complejos (muestreo en varias etapas o multietapico)

Al trabajar con un muestreo aleatorio simple MAS, la elección de las unidades de análisis se realizan en una sola etapa, entendiendo esto como que no hay que hacer selecciones previas de otros conjuntos o unidades para acceder a la unidad de análisis o unidad final de muestreo (UFM) las que se seleccionan con la misma probabilidad y sin reposición a partir de la población (Pérez 2005, Lohr 2000). Pero en la mayoría de los diseños muestrales que actualmente se realizan, se utiliza una estrategia denominada “muestreo complejo”, para designar a aquel diseño en donde se conjugan diseños de distinta naturaleza: muestreo aleatorio simple (MAS), muestreo sistemático (MASI), muestreo por conglomerados (MC), muestreo estratificado (MAE) y distintas etapas de selección de unidades de muestreo y análisis (muestreo multietapico, polietapico o en varias etapas).

El muestreo en varias etapas se usa a menudo en situaciones en las cuales las listas de elementos de los marcos muestrales no son suficientes para identificar a las unidades muestrales, es decir no se puede obtener a las unidades muestrales directamente del marco muestral y se deben seleccionar unidades que concentran la unidad principal de análisis y muestreo (Quijada y Alvarado 2009, Lohr 2000). Este tipo de muestreo se utiliza bastante cuando se usa un procedimiento llamado área de muestreo, que define áreas ya sea geográficas o por bloques de alguna característica como unidades de muestreo.

El muestreo en varias etapas reduce el tamaño de la tarea de identificar las listas asociadas a los diferentes clusters del marco muestral que son elegidos en las diferentes etapas del muestreo.

Muchas encuestas combinan diseños muestrales, por ejemplo, usando en una primera etapa un diseño de muestreo estratificado y, luego, un muestreo aleatorio simple o bien sistemático. Luego la optimización del uso de varias etapas en el diseño muestral requiere del conocimiento tanto de la variación en términos estadísticos de las diferentes etapas y los costos asociados a ellas tales como entrenamiento, acceso a las áreas geográficas, intentos de contactos, etc...(Quijada y Alvarado 2009, Levy y Lemeshow 1999, Lohr 2000).

Luego para obtener un diseño muestral eficiente, se debe muestrear un número suficiente de unidades del grupo de interés usando un procedimiento que asegure que cada unidad tendrá la misma probabilidad de selección.

El primer paso da lugar a la selección de la unidad primaria de muestreo, la que es seleccionada por un procedimiento matemático, donde cada área tiene una probabilidad conocida de selección y no hay un juicio personal asociado a la selección que permita considerar desviaciones sistemáticas en la selección. En las primeras etapas del muestreo se usa una estratificación la cual ayuda a seleccionar la proporción apropiada de las áreas primarias de diferentes tipos.

Cuando se estratifica por región de un país por ejemplo, tenemos que localizar la selección en cada una de las áreas primarias de selección las que están divididas en áreas más pequeñas. La unidad de cuenta podría ser por ejemplo subdivisiones de las regiones en comunas y barrios los que serán estratos de selección.

1.6 El tamaño de muestra

La determinación del tamaño de muestra en el diseño de una encuesta por muestreo probabilístico es una de las etapas más importantes en el contexto de un estudio en salud pública, dado que las conclusiones que se obtengan afectan y modifican notablemente la calidad de vida de aquellas personas o grupos de personas en donde se implementen políticas públicas o de salud derivadas de la información levantada.

Una buena muestra reproduce las características de interés que existen en la población de la manera más cercanamente posible (Levy y Lemeshow 1999, Lohr 2000), si el muestreo es de tipo poblacional una buena muestra se entiende como aquella representación reducida de la población y que privilegie la “representatividad”, entendiendo por representatividad a la propiedad de que es capaz de reproducir la diversidad que existe en una población (Silva 2000a). Por tal motivo es que el diseño de muestreo y la estimación del tamaño de muestra deben considerar el carácter técnico de la teoría estadística inferencial y teoría del muestreo, así como los objetivos de la investigación propuesta. Una condición a considerar siempre en la estimación del tamaño de muestra es que los recursos disponibles supeditan a la teoría del muestreo (Silva 2000a).

El tamaño de muestra juega un rol importante sobre la magnitud del error muestral de las estimaciones (Silva 2000a), así el tamaño mínimo necesario depende entre otras características del error de muestreo máximo admisible o precisión en la estimación. Luego el tamaño de muestra nos permite tener un número suficiente de individuos que permita hacer estimaciones confiables del parámetro de interés, cabe destacar que un tamaño de muestra pequeño es tan perjudicial como un tamaño de muestra grande ya que los costos involucrados afectan directamente el estudio y tamaños de muestras pequeños o grandes influyen en las estimaciones del parámetro.

Es usual que en la estimación del número de unidades (unidades de análisis) que formarán parte de la muestra, los especialistas consideren la varianza de la variable de interés o variable de diseño, así como la precisión o error de muestreo con la que se desean obtener las estimaciones y el nivel de confianza requerido (Lohr 2000, Levy y Lemeshow 1999). Pero se pone muy poco interés en los objetivos de la encuesta, el tipo de variables e indicadores que se desean estimar, los dominios de estudio que se quieren analizar, así como el esquema de muestreo que se utilizará para seleccionar a las unidades de observación (Quijada y Alvarado 2009, Lohr 2000).

Por otro lado, habitualmente, en el ámbito de la salud pública, las encuestas que se realizan corresponden a propósitos múltiples y por lo tanto se requiere la estimación de diversas estadísticas, las cuales, de manera individual, pueden conducir a tamaños de muestra diferentes.

En esta situación el objetivo es determinar el número de observaciones necesarias para cubrir los objetivos de un estudio multipropósito, logrando generar un balance apropiado entre los costos de ejecución de la encuesta y la precisión deseada para los diferentes parámetros poblacionales que se desean estimar a partir de la información muestral (Quijada y Alvarado 2009, Levy y Lemeshow 1999).

Encontrar soluciones óptimas en un dominio específico cuando las frecuencias observadas son muy bajas se torna complejo, por ejemplo el estimar tamaños de muestra cuando la variable de diseño o interés se corresponde a una enfermedad o factor de riesgo que presenta una prevalencia baja puede elevar excesivamente el tamaño muestral si se utiliza un error muestral no apropiado dependiendo de la variable de estudio (Silva 2000a). Pero dicha variable asegura la representatividad de los individuos asociados a esa característica y además se tendría un tamaño de muestra adecuado que permite representar a aquellas variables de fácil acceso (mayor

prevalencia por ejemplo) si se logra conjugar una adecuada precisión (error muestral) y nivel de confianza.

Por una parte los especialistas del área de muestreo estadístico y además los textos que estudian la teoría del muestreo abordan la determinación del tamaño de muestra para investigaciones en primera instancia, como si se tratara de un problema que involucra solo una variable, sin considerar que la mayoría de las encuestas son de múltiples propósitos (involucran muchas variables). Además de considerar que variables de naturaleza categórica son tratadas como binarias (Martínez y Martínez 2008), generando estimaciones de tamaños de muestra que a-posteriori entregan errores muestrales relativos elevados una vez tabulada la información muestral para la variable de estudio que no fue considerada.

Por ejemplo un caso particular es la determinación del tamaño de muestra para estimar la prevalencia de determinada enfermedad. La prevalencia no es más que la proporción de enfermos en una población, y en consecuencia se especifica probabilísticamente mediante la función de densidad binomial que posee ciertos atributos. Sin embargo, es habitual que se asuma normalidad en la distribución de probabilidad del parámetro (p) y no se considera la corrección por población finita y además se asume máxima indeterminación (Martínez y Martínez 2008). Dicha situación se torna compleja dado que si no se conoce el valor del parámetro poblacional, mucho menos podemos imponer un error de muestreo asociado a tal parámetro (Silva 2000a).

Otro ejemplo lo constituye el uso de la varianza más desfavorable (máxima varianza) en donde se asume una proporción de éxitos y fracasos (por ejemplo, enfermos y sanos) igual a 0,5; lo que lleva a obtener un valor de tamaño de muestra constante ($n=384$) -conocido como número mágico- independiente del tamaño o magnitud de la población en estudio, así poblaciones con un alto número de sujetos requieren el mismo tamaño de muestra que poblaciones más reducidas (Silva 2000a).

En realidad, la pregunta de interés es ¿qué tamaño se requiere para estimar un parámetro poblacional θ a partir de un estadístico muestral $\hat{\theta}$ que cumpla la condición $|\hat{\theta} - \theta| < e$? (Silva 2000a), es decir queremos que dicha diferencia sea menor que un cierto valor establecido con anterioridad el cual se conoce como “error muestral”.

En teoría del muestreo se afirma que, tomando un tamaño de muestra n suficientemente grande, se podrá estar seguro de que dicha diferencia $|\hat{\theta} - \theta| < e$ se cumpla, pero ¿qué propiedad matemática hace que se cumpla dicha característica?, según (Gutiérrez 1994) dicha característica se referiría a la ley de los grandes números.

1.7 El rol de la Ley de los grandes números en el muestreo

Según (Mood y Graybill 1955), en un problema del mundo real solo se pueden observar un número finito de valores de una variable aleatoria, entonces surgen las siguientes preguntas ¿Se pueden hacer inferencias fiables de un parámetro θ construido con un número infinito de valores de la variable X , utilizando una muestra aleatoria finita de tamaño n ? Para estos autores la respuesta es afirmativa y con solo una muestra finita es posible hacer dichas inferencias, para ello la ley débil de los grandes números permite probar dicha afirmación.

La ley de los grandes números establece que si se tienen n variables aleatorias independientes X_i con $i=1, \dots, n$; idénticamente distribuidas con media μ , entonces para $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ y un cierto valor $e > 0$ (ecuación 6), entonces:

$$P\left[\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| < e\right] \rightarrow 1 \text{ cuando } n \rightarrow \infty, \quad (6)$$

Esta versión también es conocida como ley débil de los grandes números (Roussas 1997, Knight 2000) y su demostración es mostrada en diferentes textos de estadística matemática y hace referencia a que a medida que aumenta el número de observaciones para la muestra la estimación se aproxima (acerca) al parámetro poblacional (Casella y Berger 2002).

En el libro “Filosofía de la estadística” (Gutiérrez 1994) la ley de los grandes números cumple el siguiente rol y se enuncia:

“Dado un número n suficientemente grande de observaciones experimentales independientes, entre las cuales m casos son descritos como favorables a un suceso, la magnitud absoluta de la diferencia entre $P_e = m/n$ (probabilidad empírica) y la probabilidad P_t teóricamente establecida, puede, con una probabilidad tan

arbitrariamente próxima a uno como sea posible, hacerse menor que un número arbitrariamente pequeño e (ecuación 7).

$$P[|P_e - P_t| < e] \rightarrow 1, \quad (7)$$

Si en cada investigación se fija previamente la magnitud de e , se puede calcular o estimar n con suficiente precisión para que la probabilidad estimada P_e de la proposición empírica, obtenida por elaboración estadística de los datos, permita considerar dicha proposición como un hecho de la ciencia.

Analizando lo propuesto por Gutiérrez, tenemos una interpretación empírica de la ley de los grandes números llevado al contexto de la teoría del muestreo, ya que al referirse a la probabilidad empírica $P_e = m/n$, se hace referencia al estimador muestral del parámetro de estudio y el parámetro teórico es el parámetro poblacional (el asociado a la variable de diseño).

Al fijar el valor o magnitud de e se está hablando de fijar el error muestral absoluto, y dado que la ley de los grandes números plantea la convergencia en probabilidad $P\left[\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| < e\right] \rightarrow 1$, siendo $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, en muestreo no se puede hacer tal exigencia dado a que hay que conjugar precisión y exactitud y se trabaja con un valor inferior a 1, el cual se conoce como nivel de confianza que usualmente es $1 - \alpha$, siendo un valor pequeño prefijado por el investigador. Así la expresión propuesta por (Gutiérrez 1994), se puede expresar como la ecuación (8):

$$P[|p - P| < e] = 1 - \alpha, \quad (8)$$

Que para el caso específico en salud el valor p y P corresponderían a la prevalencia muestral y poblacional respectivamente, de dicha expresión se deriva el intervalo de confianza. Pero en el párrafo anterior de dicho autor hay una expresión que llama la atención y se refiere a “hecho de la ciencia”, y textualmente dice:

“Un hecho de la ciencia es un compendio estadístico de datos directos. Para que una proposición empírica sea admitida como hecho de la ciencia es necesario que su probabilidad estadística se diferencie lo menos posible de su probabilidad lógica o teórica y pueda aproximarse a ella a medida que crece el número de datos”

Nuevamente se menciona la ley de los grandes números, pero esta vez se hace hincapié en la naturaleza empírica de los datos, datos que se obtienen mediante levantamiento de la información de una “única muestra” la cual debe ser de calidad y que permita asegurar estimaciones adecuadas de los parámetros a estudiar (Silva 2000a).

1.8 El muestreo para poblaciones binomiales

1.8.1 La distribución binomial

La distribución Binomial es ampliamente usada en el ámbito de las Ciencias de la Salud y la Salud Pública más concretamente. Ello se debe a que es la distribución que permite el estudio probabilístico de la prevalencia. En general las variables englobadas en el concepto de prevalencia se refieren a la presencia o ausencia de una determinada propiedad, problema de salud, exposición a un factor de riesgo, etc... (Martín *et al.* 2010), que acostumbra a ser los fenómenos de interés cuando se plantea un estudio en la disciplina que nos ocupa.

Esta distribución se asocia a los denominados “experimentos binomiales” o Bernoulli (Zwillinger y Kokoska 2000, Casella y Berger 2002), los cuales poseen las siguientes características:

1. El experimento consta de un número n de ensayos idénticos.
2. Cada ensayo tiene solo dos resultados posibles, denotándose con E el resultado exitoso y con F el resultado de fracaso.
3. La probabilidad de obtener éxito es p y la de fracaso es $1-p$, manteniéndose constante de un ensayo a otro.
4. Los ensayos son independientes.
5. La variable aleatoria en estudio es X , que corresponde al número de éxitos observados en n ensayos.

Definición: Se dice que una variable aleatoria X , tiene distribución binomial basada en n ensayos con probabilidad de éxito p si y solo si:

$$p(x; n, p) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & ; x = 0, 1, \dots, n \\ 0 & ; \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (9)$$

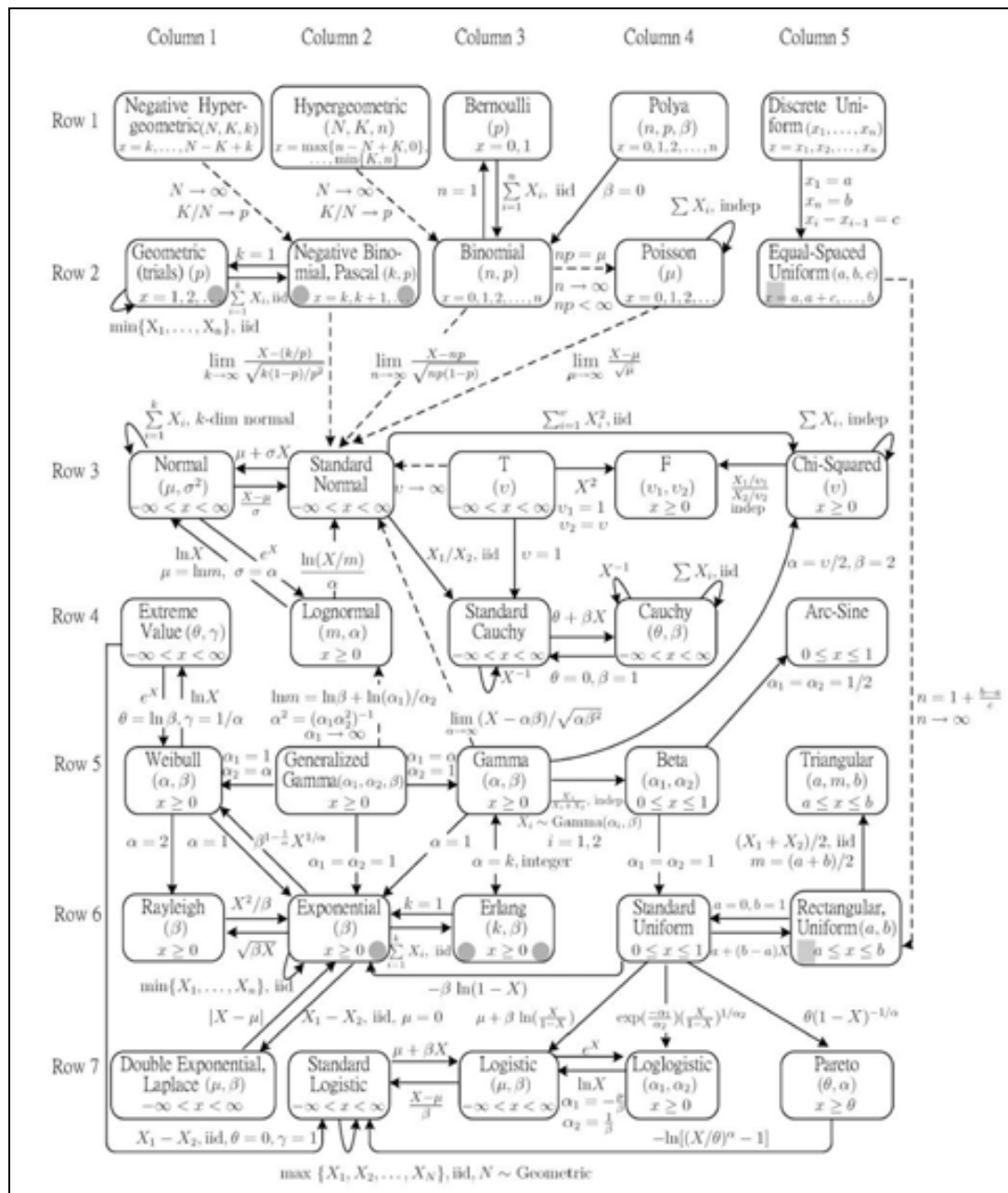
con $0 \leq p \leq 1$, en donde el valor esperado está dado por $E(x) = \mu = np$ y varianza $Var(x) = \sigma^2 = np(1-p)$ (ecuación 9).

Si la distribución binomial toma el valor $n=1$, se obtiene la distribución de Bernoulli (ecuación 10), la cual tiene la siguiente función de probabilidad:

$$p(x, p) = p^x (1-p)^{1-x}; \text{ para } x = 0, 1, \quad (10)$$

La Figura 4 muestra las relaciones entre distribuciones continuas y discretas y se pueden ver las relaciones entre la distribución binomial y Bernoulli, en donde si se trabaja con $n=1$ ensayos se obtiene la distribución Bernoulli. (Tina 2005).

Figura 4. Relaciones de treinta y cinco distribuciones de probabilidad discretas y continuas (Tomado de Tina (2005)).



1.8.2 Intervalos de Confianza para la proporción

Los estudios descriptivos pretenden caracterizar poblaciones a partir de muestras (Silva 2000a) y no basta con informar mediante valores puntuales de los parámetros estimados (Lohr 2000). La estimación puntual de un parámetro no resulta de utilidad si no se posee una medida del error que se está cometiendo en la estimación (Mood y Graybill 1955). Es necesario ante esto indicar la exactitud de las estimaciones y los intervalos de confianza nos entregan dicha solución.

Un intervalo de confianza, por ejemplo uno del 95%, se explica heurísticamente como: “Si se extraen 100 muestras aleatorias de tamaño n , y una vez construidos los 100 intervalos de confianza (uno para cada muestra), en 95 de ellos el valor del verdadero parámetro estará contenido en dicho intervalo y en 5 de ellos no”, otra explicación heurística y que se da habitualmente en una clase de estudiantes de grado es: “Existe una confianza del 95%, que el intervalo construido con los datos muestrales contenga al verdadero valor del parámetro poblacional “.

A partir de una población finita, solo existe un número finito de muestras posibles, si se pudieran generar todas las muestras posibles a partir de dicha población, se podría calcular el nivel de confianza exacto o real (Lohr 2000). El intervalo de confianza resultante es el resultado de haber realizado una experiencia aleatoria (Silva 2000a).

De manera simple, un intervalo de confianza del $(1-\alpha)\times 100\%$, está constituido por dos valores numéricos llamados límite superior LS y límite inferior LI , dichos valores corresponden al estimador $\hat{\theta}$ menos un valor conocido como error máximo admisible o error muestral, veamos el desarrollo de la ecuación (8) para ejemplificar como se construye el intervalo de confianza para una proporción o prevalencia poblacional.

Según la ecuación (8) se tiene: $P[|p - P| < e] = 1 - \alpha$, si de dicho intervalo se desarrolla el valor absoluto tendremos:

$$P[|p - P| < e] = 1 - \alpha \Rightarrow P[p - e < P < p + e] = 1 - \alpha \quad , \quad (11)$$

Pero el valor de e , se obtiene para el caso de poblaciones infinitas, de la ya clásica fórmula para estimar tamaños de muestra para una proporción, según la ecuación (12).

$$n = \frac{z_{1-\alpha/2}^2 \times pq}{e^2} \quad , \quad (12)$$

Donde $z_{1-\alpha/2}^2$, corresponde al valor de la distribución normal estándar para el percentil $(1 - \frac{\alpha}{2}) \times 100\%$, pq es la varianza de una variable de tipo binomial y e el error muestral absoluto o admisible.

Despejando la ecuación (12), tenemos:

$$e = z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad , \quad (13)$$

Ahora sustituyendo la ecuación (13) en (11), se tiene:

$$P[|p - P| < e] = 1 - \alpha \Rightarrow P\left[p - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} < P < p + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}}\right] = 1 - \alpha \quad , \quad (14)$$

Luego el límite superior esta dado por $LS = p + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}}$ y el límite inferior por

$$LI = p - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} .$$

1.8.3 El uso de la máxima varianza o máxima indeterminación

Usualmente toda investigación de tipo cuantitativa o cualitativa requiere de un tamaño de muestra necesario para poder recolectar información respecto a los atributos de interés propias de los objetivos e hipótesis asociadas a dicha investigación y que permita hacer inferencia estadística a la población de donde ésta se tomó. Bajo la aproximación de tipo cuantitativa usualmente se requiere explicitar el nivel de confianza requerido, la varianza de la variable de diseño o interés, el error muestral y el tamaño de la población en estudio de donde se tomará la muestra (Cochran 1977) -si lo que se está usando tiene asociado una corrección por población

finita- que permita calcular los factores de expansión de la muestra para estudios poblacionales.

La fórmula utilizada para la estimación del tamaño muestral en muestreo aleatorio simple está dada por la siguiente ecuación (15) (Levy y Lemeshow 1999):

$$n = \frac{z^2 \times N \times \sigma_x^2}{z^2 \times \sigma_x^2 + (N-1) \times e^2} \quad , \quad (15)$$

Donde: e es el error muestral absoluto, z es el coeficiente de confianza o percentil $(1 - \frac{\alpha}{2})$ de la distribución normal estándar (usualmente $z = 1,96$ para un 95% de confianza), σ_x^2 es la varianza de la variable de interés y N el tamaño de la población. A medida que el tamaño poblacional comienza a aumentar ($N \rightarrow \infty$), el tamaño muestral n comienza a comportarse de forma asintótica llegando a un valor tal, que sea cual sea el tamaño de la población N , siempre dará el mismo valor de n estimado.

A partir de la ecuación (15), se deriva la ecuación (16) para poblaciones infinitas, veamos el siguiente desarrollo (ecuación 15) mediante la aplicación de límites:

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} n &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{z^2 \times N \times \sigma_x^2}{z^2 \times \sigma_x^2 + (N-1) \times e^2} \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{z^2 \times N \times \sigma_x^2}{N}}{\frac{z^2 \times \sigma_x^2}{N} + \frac{(N-1) \times e^2}{N}} \right) \quad , \quad (16) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{z^2 \times N \times \sigma_x^2}{N}}{\frac{z^2 \times \sigma_x^2}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) e^2} \right) = \frac{z^2 \sigma_x^2}{e^2} \end{aligned}$$

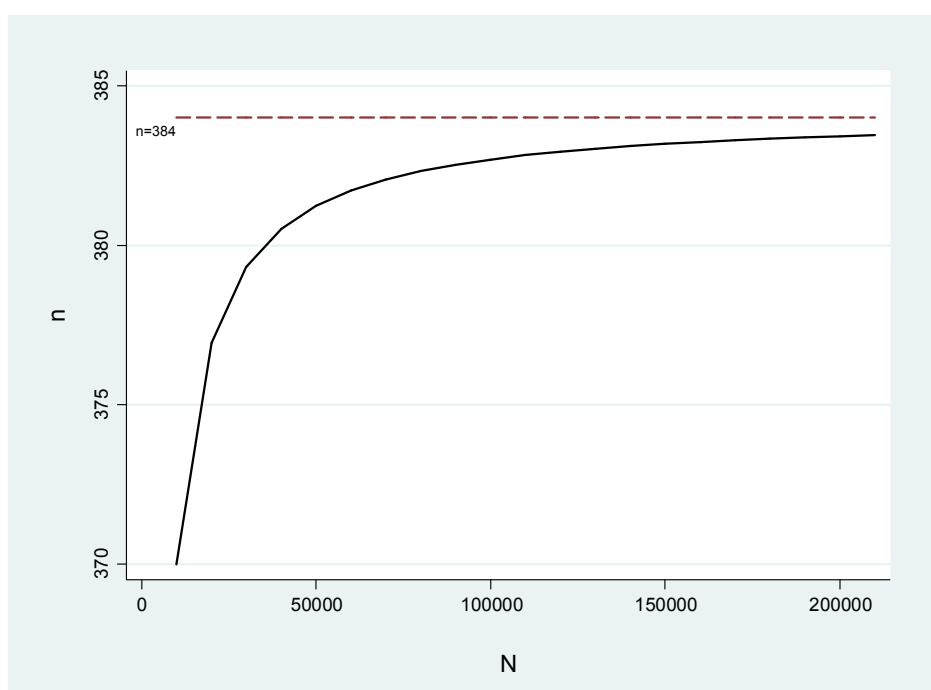
Teniendo así:

$$n = \frac{z^2 \times \sigma_x^2}{e^2} \quad , \quad (17)$$

La formula (15) finalmente se reduce a la formula (17) mediante la reducción mostrada en la ecuación (16), la ecuación (17) es la propuesta de estimación de tamaños de muestra en estudios de corte transversal en Epidemiología para una

variable medida como proporción, en donde se busca medir el efecto del atributo que posee una proporción estimada o prevalencia p o \hat{p} . Ante este escenario el diseño muestral que se proponga permitirá tener un tamaño muestral que cumpla dos objetivos de gran importancia el primero es levantar una encuesta representativa a nivel poblacional y el segundo medir un efecto (Chow *et al.* 2008).

Figura 5 Relación asintótica entre el tamaño de muestra n y el tamaño poblacional, se aprecia que a medida que aumenta el N , el tamaño de muestra n , tiende a converger a un único valor.



Para ambas ecuaciones; si la variable de interés X es de tipo binaria, la varianza estará dada por $\sigma_X^2 = pq$, en donde p corresponde al parámetro de interés de una distribución de tipo binomial y q a su complemento ($p + q = 1$). Por ejemplo si $p = 0,50$ se tiene que $q = 1 - p = 0,50$, estos valores hacen que la varianza sea máxima ($pq = 0,25$) y por lo tanto, ante cualquier valor de p diferente de 0,50 dicha varianza estimada será siempre inferior, es decir, este valor constituye una cota superior para todas las varianzas, por lo que es conocido como “varianza máxima” o supuesto de “máxima indeterminación” (Marrugat *et al.* 1999, Silva 2000b, Suárez-Gil y Alonso 1999, Espinoza-Moreno 2005).

Este valor, al ser introducido en la fórmula para el cálculo de tamaño de muestra, nos dará un valor de $n=384$ bajo los supuestos estándares habitualmente usados en investigación (confianza 95% y error de un 5% en una distribución normal), y así el valor calculado corresponderá al “máximo tamaño de muestra” para un error del 5% y una confianza del 95%, veamos el desarrollo maximizando la ecuación (17).

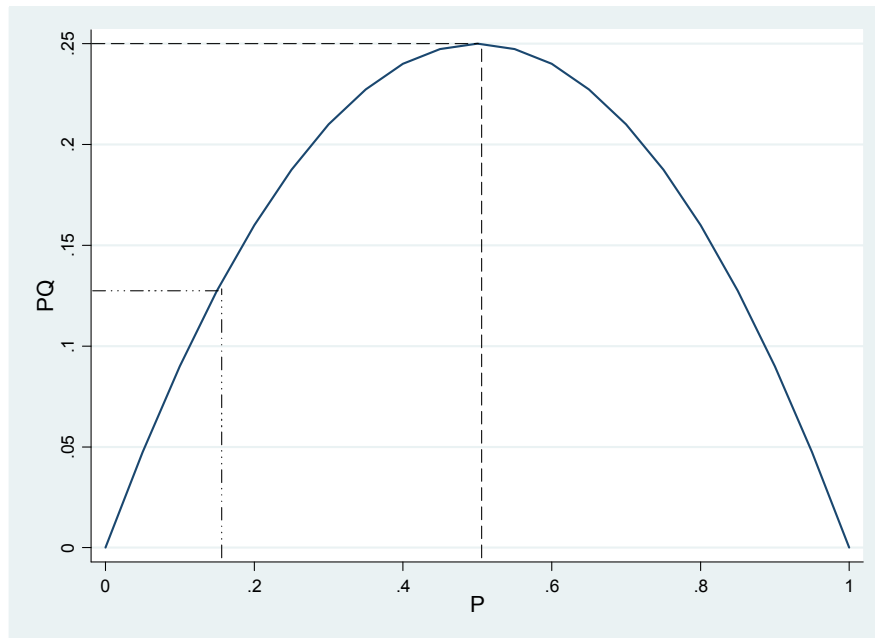
Se tiene que el tamaño de muestra depende de tres parámetros: e es el error muestral, z es el coeficiente de confianza o percentil $(1 - \frac{\alpha}{2}) \times 100\%$ de la distribución normal estándar (usualmente $z=1,96$ para un 95% de confianza) y σ_x^2 es la varianza de la variable de interés, entonces $n = f(z, p, e)$ luego se tiene que $n = \frac{z^2 \times \sigma_x^2}{e^2}$, maximizando la función respecto a p utilizando la ecuación (17) y derivando se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 \times pq}{e^2} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 \times p(1-p)}{e^2} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 \times (p - p^2)}{e^2} \right) = \frac{z^2}{e^2} \times (1 - 2p) \quad , \quad (18)$$

La función tiene su máximo en $\frac{\partial f}{\partial p} = 0$, esto es cierto si y sólo si $p = \frac{1}{2} = 0,50$.

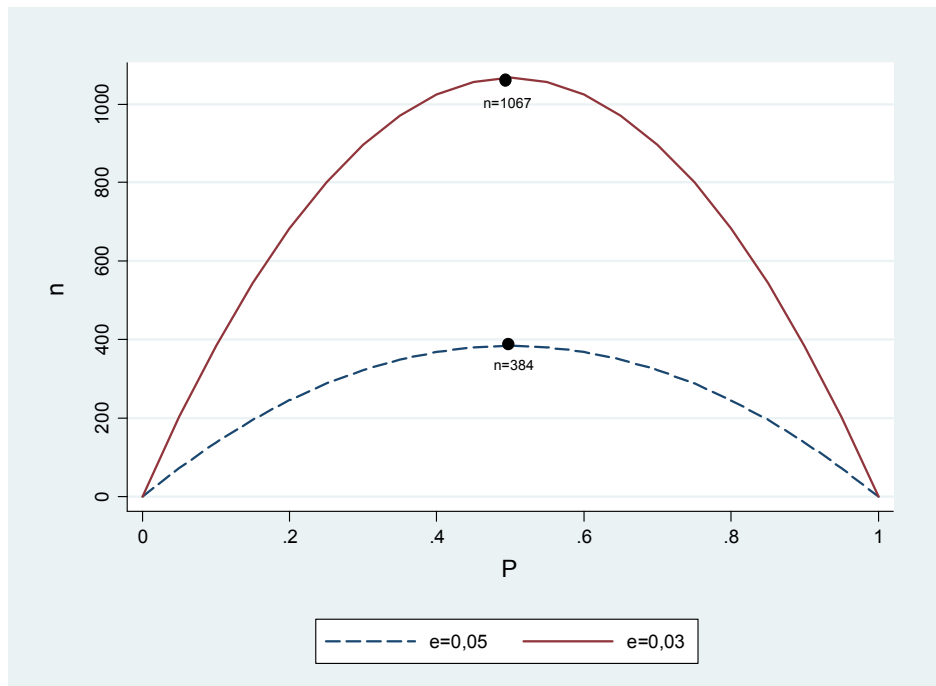
Por ejemplo si p tomará el valor de 0,20 se tendría una varianza de 0,16 (Figura 6), y el tamaño de muestra estimado sería de $n=246$ inferior al que se determinaría si considera varianza máxima.

Figura 6. Gráfica que relaciona el valor del parámetro p y su varianza. Se aprecia que la varianza para $p=0,50$ es mayor que para $p=0,17$.



Sin embargo, este valor se modifica significativamente cuando los errores muestrales varían y $p=0,50$, considerando un 3% el tamaño sería $n=1067$ y considerando un 5% nos dará un valor de $n=384$ (Figura 7). Estas premisas son válidas si todos los otros valores de las ecuaciones (15) y (17) están fijos (Silva 2000b).

Figura 7. Comportamiento de la función de estimación de tamaño de muestra de la ecuación (17) en función de los valores de p y dos valores de errores muestrales. Se aprecia un máximo absoluto (tamaño de muestra) en cada caso (representado por los círculos) cuando $p=0,50$ y cuando el error disminuye se requiere mayor muestra.



Esta estrategia que utiliza el investigador ante el desconocimiento de la frecuencia en la población respecto del atributo de interés, le permitirá probabilísticamente asumir al menos que en mitad de la muestra obtenida de la población estudiada de presentará el atributo de interés, es decir, un 50% ($p=0,5$). Este algoritmo mágico funciona muy bien, cuando la frecuencia o prevalencia del atributo de interés se aproxima al 50%, especialmente en investigaciones de propósitos simples (Silva 2000b).

Sin embargo, las encuestas habitualmente son diseñadas para propósitos múltiples, ya que se debe aprovechar los recursos humanos y económicos para obtener la mayor información posible, y el investigador termina infiriendo a la población no solo el atributo de interés, sino que una serie de otros atributos que se midieron y que probablemente están totalmente sobre-representados o sub-representados en este

tamaño de muestra obtenido a través del supuesto de máxima indeterminación (Silva 2000a).

Considerando lo anterior esto estamos diciendo, que aquellos atributos que están dentro del dominio de 0,5 podrán ser usados con bastante tranquilidad al momento de inferir, pero ¿qué pasa con aquellos de menor orden, como acontece habitualmente en los fenómenos de salud? ¿Qué me indica la lógica con respecto a un tamaño de muestra si el atributo que quiero investigar tiene una muy baja frecuencia en la población?, ¿el supuesto de máxima indeterminación me permitirá tener los individuos suficientes con el atributo de interés para inferir en población?

1.9 El muestreo para poblaciones multinomiales

1.9.1 La distribución multinomial

La distribución multinomial es una generalización de la distribución binomial. Su uso en el ámbito de la salud pública es habitual, dado que especifica variables categóricas con más de dos categorías, como pueden ser las preguntas tipo Likert tan ampliamente usadas (como ejemplo la pregunta clásica de salud auto percibida “*En general, ¿usted diría que su salud es..?*” del cuestionario SF-36 (Alonso *et al.* 1995) u otras variables como el índice másico corporal categorizado según los criterios de la Organización Mundial de la Salud (OMS 1995).

Supongamos que hay n ensayos independientes, y cada uno los resultados de los ensayos tienen exactamente k diferentes posibles resultados (Zwillinger y Kokoska 2000 , Santner y Duffy 1989). Para $i=1,\dots,k$; sean p_i la probabilidad de ocurrencia del i -ésimo resultado con $\sum_{i=1}^k p_i = 1$, donde x_i corresponde al número de veces que se produce el resultado i -ésimo.

Definición: Sean los sucesos E_1, E_2, \dots, E_k , los que pueden ocurrir con frecuencias x_1, x_2, \dots, x_k si sus respectivas probabilidades de ocurrencia son p_1, p_2, \dots, p_k , entonces la probabilidad de que E_1, E_2, \dots, E_k ocurran x_1, x_2, \dots, x_k veces, respectivamente es (ecuación 19):

$$p(x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k} \quad , \quad (19)$$

dónde $\sum_{i=1}^k x_i = n$.

Con valor esperado para cada x_i dado por $E(x_i) = \mu_i = np_i$ y varianza $Var(x_i) = np_i(1 - p_i)$.

La distribución multinomial es una generalización de la distribución binomial, hay dos propiedades importantes a considerar de esta distribución (Zwillinger y Kokoska 2000):

1. La distribución marginal de x_i es corresponde a una variable aleatoria con distribución binomial con parámetros n y p .
2. Si $k=2$ y $p_i = p$, entonces la variable aleatoria multinomial corresponde a una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros n y p .

Una observación importante a considerar es que la distribución multinomial analiza un fenómeno cuantitativo y no cualitativo, la variable es de tipo cuantitativa independientemente de que cuantifique el número de veces que aparece una variable nominal o categórica (Martín *et al.* 2010).

1.9.2 Intervalos de confianza simultáneos para la distribución multinomial.

Supongamos que tenemos θ_i parámetros, $i=1,\dots,k$ para los cuales deseamos construir sus respectivos intervalos de confianza IC_i del $(1-\alpha)\times 100\%$. Definamos los siguientes sucesos:

$$B_i = \{\theta_i \in IC_i\} \quad , \quad (20)$$

$$\text{y} \\ B_i^c = \{\theta_i \notin IC_i\} \quad , \quad (21)$$

Entonces definiendo a partir de la ecuación (20), la probabilidad de la unión de sucesos, tenemos:

$$P(B_1^c \cup B_2^c \cup \dots \cup B_k^c) \leq \sum_{i=1}^k P(B_i^c) \quad , \quad (22)$$

Luego aplicando las leyes de DeMorgan en el argumento de la probabilidad de la ecuación (22), se tiene:

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_k) \geq 1 - \sum_{i=1}^k P(B_i^c) = 1 - \sum_{i=1}^k \alpha_i \quad , \quad (23)$$

Considerando el término $\sum_{i=1}^k \alpha_i$ de la ecuación (23), y tomando $\alpha_i = \frac{\alpha}{k}$, se tiene la siguiente ecuación:

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_k) \geq 1 - \alpha \quad , \quad (24)$$

Luego, los intervalos de confianza IC_1, \dots, IC_k para $\theta_1, \dots, \theta_k$, son intervalos de confianza simultáneos con coeficiente de confianza no inferior a $(1-\alpha)$ (Cuadras 1999).

Para construir intervalos de confianza para la distribución multinomial, Quesenberry y Hurts (1964) proponen un procedimiento para construir intervalos simultáneos para distribuciones multinomiales basados en una aproximación a la distribución Ji-Cuadrada.

Posteriormente, Goodman (1965) mejoró el método de cálculo de Quesenberry y Hurts y propuso otra metodología que genera intervalos de confianza más pequeños, basados en la aproximación de la densidad binomial a la distribución normal, utilizando la desigualdad de Bonferroni y el teorema central del límite para determinar la probabilidad de que los intervalos sean correctos en forma simultánea. Por su parte Goodman (1965) demostró que los estimadores propuestos se podrían obtener a partir de la solución de una ecuación de tipo cuadrática.

1.9.3 El muestreo para poblaciones multinomiales

Si en una encuesta se incorporan un conjunto de variables en distintas dimensiones, y si existieran variables categóricas con más de dos niveles, lo que habría que considerar al momento de pensar la estrategia de muestreo estadístico es ¿Cuál es la variable de interés del estudio?, si la variable de interés corresponde a una variable de más de dos categorías, estaríamos ante un diseño que tendría que estimar el tamaño de muestra considerando la distribución de probabilidad multinomial para dicha variable. En la práctica, sin embargo, ante esta situación se puede operar colapsando la variable politómica, cambiándola a dicotómica y se utilizaría la distribución binomial.

Si al aplicar el procedimiento binomial y la variable de interés presenta múltiples categorías (como sería el caso de una variable tipo Likert) se ignoraría que existen otras características de la población que también serán estimadas a partir de los datos recabados y no será posible determinar la precisión para las variables analizadas en forma simultánea y muy probablemente se incrementará el error de muestreo (Martínez y Martínez 2008, Cochran 1977).

Ante lo anterior y teniendo presente que en un diseño como por ejemplo de uso de varianza máxima, o simplemente agrupando categorías lo que se está haciendo es pensar en que una variable de $k=2,3,..K$ categorías se le está dando un tratamiento como si se tratara de una variable binaria, entonces es válido preguntarse ¿Qué pasa con las categorías no consideradas?, ¿Se estarán dejando de representar categorías asociadas a sub-poblaciones importantes para el estudio?, ¿Los errores de muestreo, disminuyen o aumentan si se consideran o no consideran ciertas categorías?. Todas estas interrogantes no llevan a hacernos otra pregunta: ¿Que método de estimación de tamaño de muestra es el más apropiado cuando se trabaja con una variable de múltiples categorías?.

CAPITULO 2

MÉTODOS

2. Métodos

2.1 Propuestas metodológicas en la estimación de tamaños de muestra para variables categóricas.

A continuación se detallan las distintas propuestas de construcción de intervalos de confianza simultáneos y estimación de tamaños de muestra existentes que permiten trabajar con poblaciones multinomiales. Decidir cuál de ellas es la más apropiada, involucra la consideración de aspectos técnicos tales como: errores muestrales, representatividad, nivel de confianza, etc..., los costos y aspectos logísticos involucrados en el muestreo.

2.1.1 Angers (1974 y 1979)

En 1974 se presentó un método gráfico propuesto por Claude Angers, que se basa en el método de construcción de intervalos de confianza propuesto por Goodman (1965) el cual permite calcular el tamaño de muestra usando valores conocidos de los parámetros de la distribución multinomial. La propuesta básicamente consiste en la utilización de interpolaciones lineales y considera los puntos medios de los intervalos de confianza, los que se calculan usando la siguiente ecuación:

$$e_i = z_{\frac{\alpha_i}{2}} \times \sqrt{\frac{p_i(1-p_i)}{n}} \quad ; \quad i = 1, \dots, k \quad , \quad (25)$$

Usando dicha ecuación (25) se pueden calcular los valores de los errores muestrales e_i para determinados niveles de confianza $1 - \alpha_i$, pero el mismo autor sugiere que es un tanto complejo y engorroso el determinar el valor óptimo de n considerando todos los errores muestrales e_i para los k intervalos de confianza que contengan el valor del parámetro poblacional en forma simultánea con un nivel de confianza $\alpha = \sum_{i=1}^k \alpha_i$. El

procedimiento de Angers sugiere que el tamaño de muestra se debe determinar de forma gráfica sustituyendo $\sum_{i=1}^k \alpha_i$ por $\sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{2}$, el procedimiento gráfico se explica a continuación y se pueden ver las gráficas en las Figuras (8) y (9): “Elijase de forma arbitraria un tamaño de muestra n y calcule posteriormente los k cocientes $\frac{ne_i^2}{p_i \times (1 - p_i)}$, con $i=1, \dots, k$, que representan los valores en el eje de las abscisas, y en el eje de las ordenadas se representan los niveles de confianza que van desde 0,01 hasta 0,10 en incrementos de 0,01 unidades”, luego se deben buscar en la gráfica los valores obtenidos en el eje las abscisas de tal forma de identificar los correspondientes niveles de significación α_i 's y se compara la $\sum_{i=1}^k \alpha_i$ con el valor de α definido previamente por el investigador, la decisión se basa en:

1. Si $\sum_{i=1}^k \alpha_i > \alpha$, entonces el tamaño de muestra “ n ” propuesto es muy pequeño.

O alternativamente

2. Si $\sum_{i=1}^k \alpha_i < \alpha$, entonces el tamaño de muestra “ n ” propuesto es grande.

Figura 8. Las curvas asociadas a n (tomadas de la gráfica original de Angers (1974)) muestran como determinar el tamaño de muestra para $\alpha_i \leq 0,10$ y $k \geq 3$.

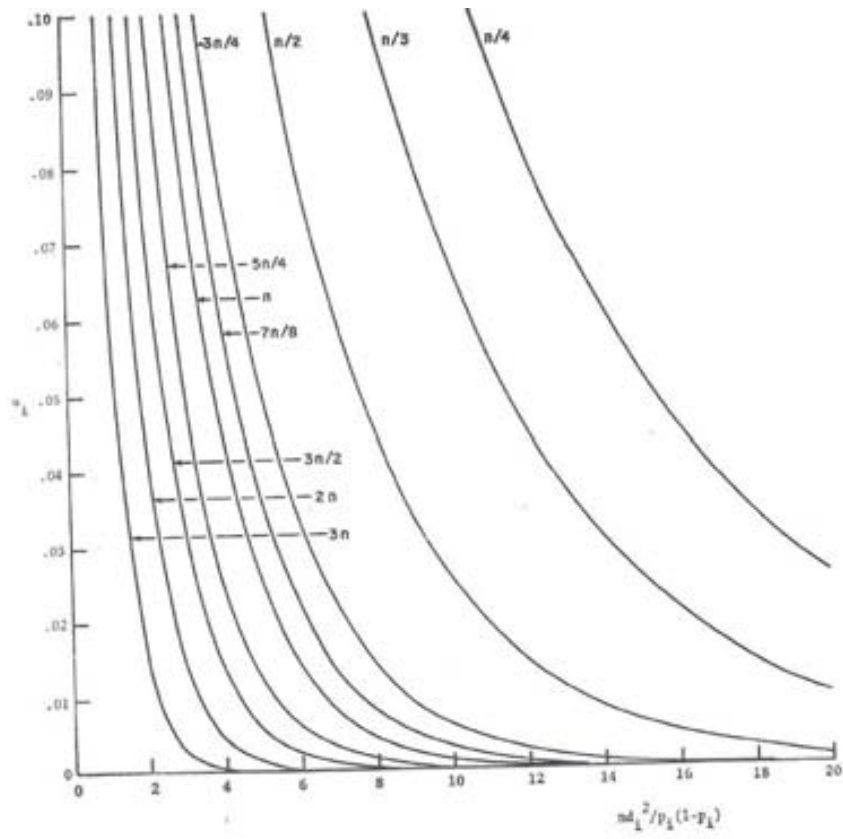
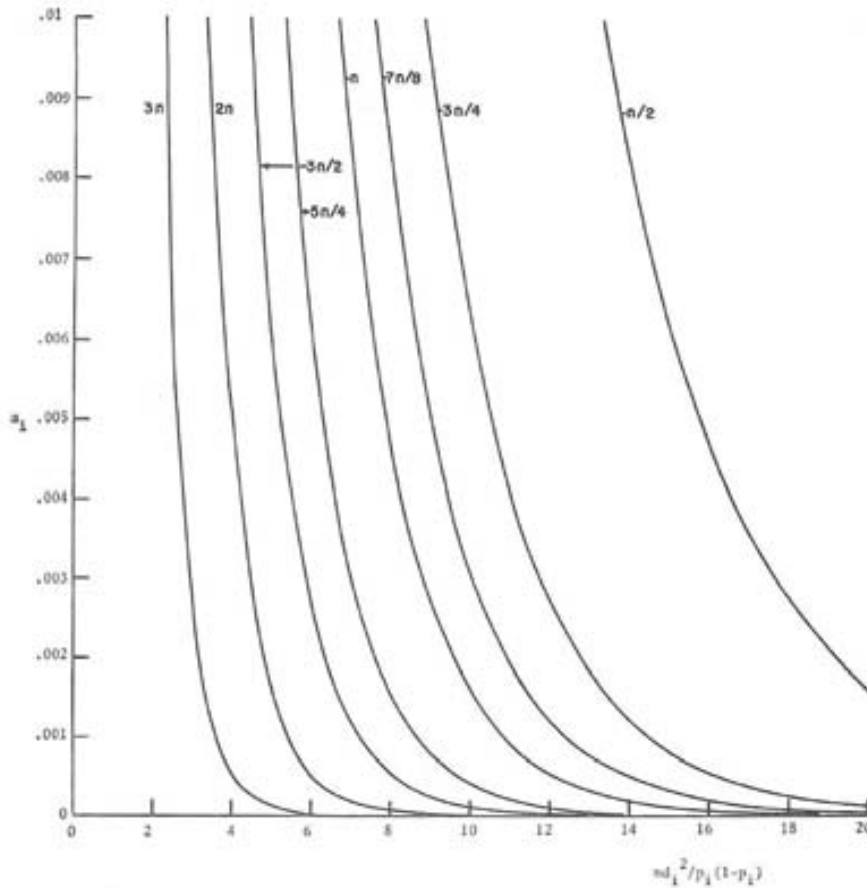


Figura 9. Las curvas asociadas a n (tomadas de la gráfica original de Angers (1974)) muestran como determinar el tamaño de muestra para $\alpha_i \leq 0,10$ y $k \geq 3$.



Luego se tendrá que modificar el tamaño de muestra en múltiplos de n y seguir el procedimiento antes mencionado hasta encontrar un intervalo que contenga el valor buscado (i.e. $n_1 < n < n_2$), cuando se logre construir dicho intervalo, el número final de observaciones se calcula mediante interpolación lineal. A continuación se muestra un ejemplo desarrollado por Angers que ilustra dicha situación:

Asumamos una distribución trinomial de parámetros $p_1=0,40$; $p_2=0,30$ y $p_3=0,30$. Supóngase que se desea trabajar con un intervalo de confianza simultaneo de nivel 95%, i.e. $1-\alpha=0,95$ con $e_1=0,05$; $e_2=e_3=0,025$. Consideremos un valor inicial de $n=1000$ obteniendo en las abscisas los valores 10,4167; 2,9762 y 2,9742 para los correspondientes α_i 's (0,0013; 0,085 y 0,085) en la curva asociada a n . Luego

realizando la suma de los α_i 's tenemos que $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0,1713 > \alpha = 0,05$ lo que indica que el tamaño de muestra no es adecuado (pequeño).

Luego usando la curva asociada a $2n$, se tienen los siguientes valores de α_i 's (0,000 ; 0,015 ; 0,015) lo que da un total de $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0,03 < \alpha = 0,05$, lo que indica que el tamaño de muestra es muy grande, a raíz de estos dos casos se tiene que el tamaño de muestra adecuado debería estar entre 1000 y 2000. Revisando la curva $3n/2$ se tiene que $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0,07 > \alpha = 0,05$ y esto muestra que el tamaño de muestra excede el valor 1500. Dado que cuando $n=1500$, $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0,07$ y cuando $n=2000$, $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0,03$ utilizando interpolación lineal el valor de n se aproxima a 1750, finalmente la solución exacta es $n=1689$.

En el año 1979, Angers nuevamente publica un trabajo relacionado con estimación de tamaños de muestra para la distribución multinomial pero proponiendo una mejora a la propuesta de Tortora (1978), según Angers los resultados generados por el trabajo de Tortora son muy conservadores y estima tamaños de muestra muy grandes, la expresión propuesta por Angers (1979) para la estimación del tamaño de muestra considera un valor cercano a 0,50 para cada parámetro mediante la siguiente ecuación:

$$n = \min_{\alpha_i} \max_i \left\{ \frac{B_i \times p_i \times (1 - p_i)}{e_i^2} \right\} \quad ; i = 1, \dots, k \quad , \quad (26)$$

tal que $\alpha_i \leq a_i \leq \alpha$; $i = 1, \dots, k$ y $\sum_{i=1}^k \alpha_i \leq \alpha$, B_i es el límite superior de $\alpha_i \times 100\%$ de una distribución χ_1^2 , α_i y α es un nivel de significación específico fijado por el muestrista. Por este método se encuentra el conjunto de α_i 's que minimiza el tamaño de muestra al tiempo que satisface las restricciones, luego la probabilidad de que el i -ésimo intervalo de confianza es correcto es $1 - \alpha_i$ y la probabilidad de que k intervalos de confianza sean correctos simultáneamente es de $1 - \alpha$, según Angers lo que hizo Tortora fue trabajar con un caso particular en donde $a_i = \frac{\alpha}{k}$.

2.1.2 Cochran (1977)

Cochran (1977) presenta una aproximación que considera a la proporción en la categoría i -ésima de una distribución multinomial, como si fuese una distribución binomial versus el resto de las categorías, es decir si la categoría i -ésima es la categoría de interés y la variable presenta k -categorías se agrupan las otras $k-1$ categorías en una sola, y por consiguiente se ignoran atributos específicos de las subpoblaciones no consideradas. Así se resuelve el problema y lo que se debe hacer es calcular cuatro tamaños de muestra diferentes pensando la situación como si se tratara de un típico cálculo de tamaño de muestra para una distribución binomial usando la ecuación:

$$n' = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{e^2} \quad , \quad (26a)$$

En donde z es la abscisa de la curva de una distribución normal estándar para una confianza del $(1 - \alpha) \times 100\%$ y e corresponde a error muestral absoluto requerido.

Pensemos en este ejemplo hipotético mostrado por Tortora (1978) para ejemplificar la propuesta de Cochran. Suponga que un antropólogo desea estimar la proporción de habitantes de una isla en donde existen cuatro tipos de grupos sanguíneos A, O, B y AB. El antropólogo conoce por trabajos previos en islas similares que aproximadamente el 27% posee sangre tipo A, el 43% posee sangre tipo O, 19% tipo B y 11% tipo AB. Con una precisión o error muestral del 5% para cada proporción y un nivel de confianza del 95%. Luego se tiene que los tamaños requeridos para los tipos de sangre A, O, B y AB corresponden a $n_A=303$, $n_O=377$, $n_B=236$ y $n_{AB}=150$. Luego el procedimiento consiste en escoger el n más grande que en este caso corresponde $n_O=377$. Una propuesta adicional hecha por Cochran consiste en el uso de la máxima varianza la que está dada por $PQ=0,25$; valor que se obtiene al considerar $P=0,50$. Para este autor la utilización de dicho valor entrega tamaños de muestra conservadores. Dicha estrategia es la más utilizada actualmente en estudios de salud pública y se aplica tanto en los casos en donde la variable que se estudia es de naturaleza binaria o cuando el número de categorías es superior a dos. Entonces, Cochran lo que propone es trabajar con un error de muestreo absoluto idéntico para cada categoría, esto llevaría a estimar tamaños de muestra por categoría representando adecuadamente a aquellas prevalencias cercanas a $P=0,50$ ya que este autor propone la utilización del peor caso.

2.1.3 Tortora (1978)

Robert Tortora en el año 1978, introduce la idea del peor caso para distribuciones multinomiales, análogamente a lo propuesto con el peor caso las distribuciones binomiales. Tortora analiza como Cochran (1977) aborda la determinación del tamaño de muestra para estimar una proporción aplicando una estrategia de muestreo aleatorio simple y considerando además el caso univariado.

El método de Tortora fue criticado por Angers quien estableció que dicho método era más conservador de lo necesario y propuso revisarlo usando un valor de 0,5 para cada parámetro.

La propuesta de Tortora consiste en considerar una población de unidades de análisis divididas en k categorías mutuamente excluyentes. Sea P_i , $i=1,\dots,k$, la proporción de la población en la i -ésima categoría en una muestra aleatoria simple de tamaño n . Para un valor específico de α , lo que se busca es obtener un conjunto de intervalos I_i , $i=1,\dots,k$ tal que :

$$\Pr \left[\bigcap_{i=1}^k (P_i \in I_i) \right] \geq 1 - \alpha \quad ; \quad (27)$$

Lo que se requiere es que la probabilidad de que cada intervalo I_i sea mayor a $1 - \alpha$. Goodman (1965) muestra una aproximación de los intervalos de confianza para grandes muestras (n tiende a infinito) que está dada por:

$$P_i^- \leq P_i \leq P_i^+$$

donde:

$$P_i^- = p_i - \sqrt{\frac{B \times p_i \times (1 - p_i)}{n}} \quad ; \quad (28)$$

$$P_i^+ = p_i + \sqrt{\frac{B \times p_i \times (1 - p_i)}{n}} \quad ; \quad (29)$$

Siendo B es el percentil superior $\frac{\alpha}{k} \times 100$ de una distribución Ji-Cuadrado con un grado de libertad. Examinando las ecuaciones (28) y (29) se tiene que $\sqrt{\frac{p_i \times (1 - p_i)}{n}}$

es la desviación estándar de la i -ésima categoría de una población multinomial, en donde cada probabilidad marginal corresponde a la función de densidad de una distribución binomial. Si N es el tamaño de la población y usando la corrección por población finita y la varianza para cada p_i se tiene según (Cochran 1977) el intervalo de confianza:

$$P_i^- = p_i - \sqrt{\frac{B \times (N-n) \times p_i \times (1-p_i)}{(N-1) \times n}} \quad ; \quad (30)$$

$$P_i^+ = p_i + \sqrt{\frac{B \times (N-n) \times p_i \times (1-p_i)}{(N-1) \times n}} \quad ; \quad (31)$$

Hay que notar que si $N \rightarrow \infty$ las ecuaciones (30) y (31) tienden a (28) y (29) respectivamente.

Para determinar el tamaño muestral requerido, es necesario definir la precisión para cada parámetro de la distribución multinomial, supongamos que se desea una precisión absoluta e_i para cada categoría, entonces (28) y (29) toman la forma:

$$P_i^- - e_i = p_i - \sqrt{\frac{B \times p_i \times (1-p_i)}{n}} \quad ; \quad (32)$$

$$P_i^+ + e_i = p_i + \sqrt{\frac{B \times p_i \times (1-p_i)}{n}} \quad ; \quad (33)$$

respectivamente, de manera similar ocurre si se considera corrección por población finita. Ahora de la ecuación (32) y (33) se tiene que:

$$e_i = \sqrt{\frac{B \times p_i \times (1-p_i)}{n}} \quad ; \quad (34)$$

Al despejar n elevando al cuadrado, tenemos:

$$n = \frac{B \times p_i \times (1-p_i)}{e_i^2} \quad , \quad (35)$$

Usando corrección por población finita, se tiene:

$$n = \frac{B \times N \times p_i \times (1 - p_i)}{e_i^2 \times (N - 1) + B \times p_i \times (1 - p_i)} \quad , \quad (36)$$

Si observamos tanto para la ecuación (35) y (36), el tamaño de muestra es una función cuyos argumentos corresponden al par (e_i, p_i) entonces (35) y (36) se pueden escribir como $n = g(e_i, p_i)$ y $n = f(e_i, p_i)$ respectivamente.

Para definir qué tamaño de muestra es el apropiado, lo que se debe hacer es calcular los k -pares (e_i, p_i) , con $i=1, \dots, k$ y seleccionar el mayor tamaño de muestra, así la expresión (36) se transforma en:

$$n^* = \max_i f(e_i, p_i) = \max_i \left\{ \frac{B \times N \times p_i \times (1 - p_i)}{e_i^2 \times (N - 1) + B \times p_i \times (1 - p_i)} \right\} \quad , \quad (37)$$

Tanto para la ecuación (35) y (36), se puede probar fácilmente que si $p_i \rightarrow \frac{1}{2}$ o si $e_i \rightarrow 0$ entonces el tamaño muestral n se incrementa.

Cuando el error muestral es el mismo para cada categoría, es decir $e_i = e, \forall i$ solo es necesario hacer un cálculo y considerar la proporción p_i más cercana a 0,50. Usualmente en investigaciones aplicadas no se tiene conocimiento previo respecto a las proporciones poblacionales, por lo cual se trabaja con el “peor caso” que corresponde a trabajar con $p_i=0,50$ y $e_i = e, \forall i$, así se tiene que la formula (35) se escribe:

$$n = \frac{B}{4e^2} \quad , \quad (38)$$

Si se trabaja con un error relativo e_i para cada categoría i -ésima donde $e_i = e'_i \times p_i, \forall i$ y si se sustituye en la ecuación (35) se tiene:

$$n = \frac{B \times (1 - p_i)}{e_i'^2 \times p_i} \quad , \quad (39)$$

También se puede considerar la corrección por población finita y la ecuación (39) se transforma en:

$$n = \frac{B \times (1 - p_i) \times N}{e_i'^2 \times p_i \times (N - 1) + (B \times (1 - p_i))} \quad , \quad (40)$$

Ahora teniendo en consideración k -categorías lo que se hace es calcular los k -pares (e_i', p_i) , con $i=1, \dots, k$ y seleccionar el mayor tamaño de muestra. Si $e_i' = e'$ para todo i , entonces el mayor tamaño de muestra es:

$$n = \frac{B \times (1 - p)}{e_i'^2 \times p} \quad , \quad (41)$$

dónde $p = \min(p_1, p_2, \dots, p_k)$. Tortora (1978) muestra mediante un ejemplo numérico una aplicación de su propuesta metodológica. Suponga que un antropólogo desea estimar la proporción de habitantes de una isla en donde existen cuatro tipos de grupos sanguíneos A, O, B y AB. El antropólogo conoce por trabajos previos en islas similares que aproximadamente el 27% posee sangre tipo A, el 43% posee sangre tipo O, 19% tipo B y 11% tipo AB. Con una precisión o error muestral del 5% para cada proporción y un nivel de confianza del 95%. Usando la notación propuesta se tiene que $e_i = 0,05$; $i=1, \dots, 4$ y $\alpha = 0,05$, además se asume que las islas tienen un tamaño poblacional suficientemente grande como para ignorar la corrección por población finita. Así usando $e_i = 0,05$ para cada tipo de sangre y asumiendo un valor de $p_i = 0,50$ (peor caso), se tiene que el tamaño de muestra requerido usando la ecuación (35) es de $n = 624$ habitantes.

Bajo estos resultados Tortora propone considerar la siguiente expresión derivada de las ecuaciones (35) y (26a):

$$n/n' = B/z^2 \quad , \quad (42)$$

Siendo $n' = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{e^2}$ y z el valor correspondiente a la curva normal asociado al percentil $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \times 100\%$.

Cuyo cálculo se detalla para algunos casos específicos de valores de k y α para la misma precisión.

alfa	k			
	3	4	5	10
0,1	1,71	1,84	2,04	2,44
0,05	1,53	1,66	1,73	2,05

Ahora si suponemos que deseamos estimar las proporciones asociadas con cuatro parámetros de una distribución multinomial y si el tamaño requerido para el enfoque binomial es de 100, para el enfoque multinomial sería de 166 con un nivel de confianza del 95%.

2.1.4 Thompson (1987)

Thompson (1987) hace una revisión de los trabajos publicados y propone que el método mostrado por Angers (1974) es la propuesta que mejor se aproxima a la estimación de las proporciones poblacionales, pero afirma que dicha propuesta es compleja en la práctica ya que su aplicación requiere mucho cálculo tedioso. Thompson propone la estimación de tamaños muestrales para una distribución multinomial de manera tal que la probabilidad de que todas las estimaciones de las k proporciones estén contenidas en un intervalo de confianza del $(1-\alpha)\times 100\%$ este dada por la expresión:

$$\Pr\left[\bigcap_{i=1}^k |p_i - P_i| \leq e_i\right] \geq 1 - \alpha \quad , \quad (43)$$

Donde P_i es la proporción poblacional de la i -ésima categoría, p_i es la proporción estimada y k el número de categorías. En su trabajo Thompson asumió que la población es lo suficientemente grande y lo llevo a considerar dicha estimación con corrección por población finita cuando se utiliza la aproximación normal utilizando muestreo aleatorio simple.

Así, propone una manera de determinar el peor de los casos para un vector de parámetros multinomiales cuando se desean obtener intervalos de confianza simultáneos en donde todos sean de igual longitud para cada uno de los componentes del vector de parámetros $\vec{P} = (P_1, P_2, \dots, P_k)$.

La propuesta comprende una serie de pasos de un procedimiento que consiste en encontrar la “ n ” más pequeña en donde se debe cumplir con la siguiente restricción dada por la desigualdad:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i < \alpha$$

para todos los posibles valores del vector de proporciones $\vec{P} = (P_1, P_2, \dots, P_k)$ en donde α_i con $i=1, \dots, k$, es el nivel de significación para cada parámetro, dichos valores se asumen iguales.

Luego el método consiste básicamente en la aplicación del siguiente algoritmo:

i) Para cada posible valor de los parámetros del vector se debe escoger un valor de n y calcular $\sum_{i=1}^m \alpha_i$ donde $\alpha_i = 2 \times (1 - \Phi(z_i))$ en donde $z_i = \frac{e_i \sqrt{n}}{\sqrt{P_i(1-e_i)}}$, y e_i corresponde al error muestral absoluto de la i -ésima categoría. Si $\sum_{i=1}^m \alpha_i < \alpha$, entonces el procedimiento se repite tomando un valor de n menor que el anterior, por el contrario si $\sum_{i=1}^m \alpha_i > \alpha$ se debe tomar un valor de n mayor al anterior.

ii) Se repite el paso anterior con todos los posibles valores que toma el vector $\vec{P} = (P_1, P_2, \dots, P_k)$ para determinar el vector de parámetros \vec{P}_0 , el cual corresponde al peor caso que permite obtener el mayor valor de n .

El peor caso corresponde a la situación en donde el valor del parámetro corresponde a $1/k$ y el resto de los valores son 0. Finalmente el tamaño de muestra según Thompson (1987) se estima mediante la ecuación (44)

$$n^* = \max_{k_0} \left(\frac{(z^2 \frac{1}{k_0} (1 - \frac{1}{k_0}))}{e^2} \right) ; (44)$$

Donde z es el percentil superior correspondiente a $(100 \times \frac{\alpha}{2k})\%$ bajo una distribución normal estándar, e es un valor común a todos los e_i y k_0 un número entero menor o igual a k que corresponde al número de categorías.

Este resultado también se puede aplicar si se considera corrección por población finita, basta utilizar la siguiente ecuación:

$$n = \frac{n^* \times N}{n^* + (N - 1)} \quad (45)$$

Sustituyendo n^* en la ecuación (45) se tiene:

$$n = \frac{N \times z^2 \times (k_0 - 1)}{(N - 1) \times e^2 \times k_0 + z^2 \times (k_0 - 1)} \quad , (46)$$

De esta forma, los tamaños de muestra estimados por Thompson son los mismos para variables que presenten distinto número de categorías ya que siempre considera el peor de los casos.

2.1.5 Bromaghin (1993)

En 1993 Jeffrey Bromaghin hace una revisión de las propuestas de Tortora (1978) y Thompson (1987), dichas propuestas están basadas en uno de los dos métodos de Goodman (1965) que presentó para la construcción de intervalos de confianza simultáneos como modificación a la propuesta de Queensberry y Hurst (1964). El procedimiento presentado por Bromaghin está basado en intervalos de confianza que son asintóticamente equivalentes.

Según Bromaghin el objetivo es determinar el tamaño de muestra n , tal que el conjunto de k ($k > 2$) intervalos de confianza simultáneos capturen o contengan todas las k categorías con una probabilidad $1 - \alpha$, que es:

$$n = \min_{n \in R^+} \ni \left[\left(\bigcap_{i=1}^k [P_i^- \leq P_i \leq P_i^+] \right) = 1 - \alpha \right] \quad , (47)$$

Donde P_i^- y P_i^+ son los límites inferior y superior del intervalo de confianza de la i -ésima probabilidad de una distribución multinomial y R^+ es el conjunto de los reales positivos. En la práctica, la evaluación de (47) es dificultosa y se trabaja con una variable aleatoria discreta, lo anterior se modifica si se considera:

$$n = \min_{n \in I^+} \ni \left[\sum_{i=1}^k \alpha_i \leq \alpha \right] \quad , \quad (48)$$

donde $\alpha_i = \Pr(P_i^- \leq P_i \leq P_i^+)$, y I^+ es el conjunto de los enteros positivos.

Bromaghin hace hincapié en que tanto Tortora (1978) como Thompson (1987) construyen los intervalos de confianza considerando los límites del intervalo de confianza de la manera usual:

$$P_i^- = p_i - z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)} \sqrt{\frac{p_i \times (1-p_i)}{n-1}} \quad , \quad (49)$$

$$P_i^+ = p_i + z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)} \sqrt{\frac{p_i \times (1-p_i)}{n-1}}$$

En donde $p_i = \frac{n_i}{n}$ es el estimador de máxima verosimilitud de P_i y z_x es la desviación de una normal estándar con probabilidad $1-x$. Goodman demuestra que las propiedades del intervalo en (50) son mucho mejores, especialmente en lo que concierne a su amplitud ya que (50) es más angosto que (49).

$$P_i^- = \frac{z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 + 2n_i - z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 \sqrt{z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 + 4n_i \left(\frac{n-n_i}{n}\right)}}{2 \left(n + z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 \right)} \quad , \quad (50)$$

$$P_i^+ = \frac{z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 + 2n_i + z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 \sqrt{z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 + 4n_i \left(\frac{n-n_i}{n}\right)}}{2 \left(n + z_{\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}^2 \right)}$$

Debido a lo anterior, Bromaghin propone el determinar el tamaño de muestra considerando (50). Siguiendo la propuesta de Tortora, las cantidades α_i son fijas y la anchura del i -ésimo intervalo se limita a ser inferior a $2e_i$, bajo estas consideraciones la ecuación (47) se escribe:

$$n = \min_{n \in I^+} \ni \left[\frac{z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)} \sqrt{z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)}^2 + 4n_i \left(\frac{n-n_i}{n}\right)}}{2 \binom{n+z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)}^2}} \leq e_i \right] ; i=1, \dots, k \quad , \quad (48)$$

Sustituyendo en (48) n_i por nP_i se tiene:

$$n = \min_{n \in I^+} \ni \left[\frac{z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)} \sqrt{z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)}^2 + 4n_i P_i (n - P_i)}}{2 \binom{n+z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)}^2}} \leq e_i \right] ; i=1, \dots, k \quad , \quad (49)$$

La i -ésima desigualdad en (49) puede ser escrita como una ecuación cuadrática en n y es fácil de demostrar que una de las raíces entrega la solución óptima. Por lo tanto teniendo P_i y la especificación de α_i y e_i , la i -ésima inecuación es exactamente satisfecha por:

$$n = \left(\frac{z_{\left(\frac{1-\alpha_i}{2}\right)}^2}{2e_i^2} \right) \left[P_i(1-P_i) - 2e_i^2 + \sqrt{P_i^2(1-P_i)^2 - e_i^2(4P_i(1-P_i))} \right] , \quad (50)$$

En el caso general, el tamaño de muestra requerido se satisface todas las restricciones se realiza a través k aplicaciones de la ecuación (50). Cuando no hay conocimiento previo de la información respecto a las probabilidades multinomiales, el tamaño de muestra basado en el peor caso se estima considerando $P_i=0,50$ para alguna i , en este caso se tiene:

$$n = 1 + \text{int} \left(\max_{i \in \{1, 2, \dots, k\}} \left[\frac{0,25z^2}{e_i^2} - z^2 \right] \right) \quad , \quad (51)$$

El resultado es similar, pero ligeramente menor que el tamaño de la muestra recomendado por Tortora (1978). Para el caso donde $e_i=e$ y $\alpha_i = \frac{\alpha}{k}$ para todo i , se tiene:

$$n = n_t \left(\frac{0,25z^2}{\frac{1}{m} \left(1 - \frac{1}{m}\right) z^2} - z^2 \right) \quad , \quad (52)$$

donde n_t es el tamaño de muestra recomendado por Thompson (1987).

2.1.6 Fitzpatrick y Scott (1987)

Estos autores mencionan en su trabajo que si se consideran $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_k)$ valores que denotan las frecuencias observadas en una muestra de n observaciones de una distribución multinomial con probabilidades $(\vec{p} = p_1, p_2, \dots, p_k)$ y sea $\frac{\hat{p}_i}{n}$ con $i=1, \dots, k$.

Lo que se busca es construir una cota inferior para el nivel de confianza simultaneo asintótico:

$$\Pi_1(k, \vec{p}; \alpha) = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\bigcap_{i=1}^k A_i(\alpha) \right)$$

En donde $A_i(\alpha) = \left\{ \vec{f} : \left| \frac{\hat{p}_i}{n} - p_i \right| \leq \frac{z(\alpha/2)}{2\sqrt{n}} \right\}$

Usando la desigualdad de Bonferroni para α y el límite estándar resulta para $P(A_i(\alpha))$ que:

$$\Pi_1(k, \vec{p}; \alpha) \geq \lim_{n \rightarrow \infty} P \left(1 - \sum_1^k (1 - P(A_i)) \right) = F(k, \vec{p}; z(\alpha/2)/2) \quad , \quad (53)$$

En donde

$$F(k, \vec{p}; z) = 2 \sum_1^k \Phi(z / \sqrt{p_i(1-p_i)}) + 1 - 2k$$

Con $\Phi(\bullet)$ que denota la distribución normal estándar. En base a esto se propone el siguiente lema:

Lema:

$F(k, \vec{p}; z)$ toma el mínimo valor para z fijo sobre $k=2,3,\dots$ y $p \in S$ siendo $S = \left\{ \vec{p} : p_i \geq 0, \sum_1^k p_i = 1 \right\}$ con $k=m(z)$ y $p_i=1/k$ ($i=1,\dots,k$) para algún entero $m(z)$.

Después de un cálculo sencillo utilizando la ecuación (53), se tiene un resultado convencional para los valores usuales de α .

Teorema:

Para $k=2,3,\dots$ y $\vec{p} \in S$:

$$\Pi_1(k, \vec{p}; \alpha) \geq L(\alpha)$$

Donde

$$L(\alpha) = \begin{cases} 1 - 2\alpha & ; \alpha \leq 0,016 \\ 6\Phi\left(\frac{3z(\alpha/2)}{\sqrt{8}}\right) - 5 & ; 0,016 \leq \alpha \leq 0,150 \end{cases}$$

Se cumple que $L(\alpha)$ es continua y decreciente y toma valores en $(0,622 ; 1]$. Luego para valores de α usuales se puede determinar un valor α_0 que cumpla $L(\alpha) \geq 1 - \alpha$, así se obtiene como solución la ecuación del tamaño de muestra como sigue:

$$n = 1 + \text{int} \left[\frac{1}{4e^2} z_{\frac{1-\alpha_0}{2}}^2 \right] \quad (54)$$

Y dicho tamaño de muestra permite cumplir con la condición:

$$P \left[\bigcap_{i=1}^k \{ |p_i - P_i| \leq e_i \} \right] \geq 1 - \alpha$$

Para los errores de muestreo o precisiones e_1, e_2, \dots, e_k que cumplan con $e = \min_{1 \leq i \leq k} e_i$.

El tamaño muestral estimado según la ecuación (54) es menor que los que se determinan con las aproximaciones de Tortora (1978) y Bromaghin (1993) y esto se debe a este procedimiento se basa en el peor de los casos que se toma entre aquellos en donde la suma de los parámetros sea igual a 1.

2.2 Método de construcción de poblaciones simuladas y criterios de selección de muestras.

2.2.1 Construcción de poblaciones

Mediante simulaciones usando el método de la transformada inversa (Cameron y Trivedi 2009, Ross 1999), se procedió a crear poblaciones ficticias en la cual se presenten variables de tipo categóricas (multinomiales). Se simularon 25 poblaciones de tamaño $N=1000000$ para variables de tipo multinomial de $k= 3, 4, 5, 6$ y 7 categorías, las que constituyen la variable de interés de esta tesis. Dichas poblaciones se denominaron de “entrenamiento” dado que en ella verificaremos y comprobaremos qué propuesta metodológica opera de mejor forma. Mediante dicha simulación tendremos un valor puntual del parámetro poblacional que llamaremos “blanco”.

Para las variables de $k =3, 4, 5, 6$ y 7 categorías, en cada una de ellas se establecieron 5 valores de corte que corresponden a: i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5 y 10% ; iii) Una categoría igual al 50% ; iv) Categorías con libre distribución y v) Considerando equiprobabilidad (misma proporción en cada categoría). Todos estos valores de corte establecidos según juicio experto.

Posteriormente se extrajeron muestras $m=1000$ de tamaño n (considerando muestreo aleatorio simple) para cada una las propuestas metodológicas de Angers (1974), Cochran (1977), Tortora (1978), Thompson (1987), Fitzpatrick y Scott (1987) y Bromaghin (1993).

Para la estimación de tamaños muestrales se trabajó con un criterio de errores muestrales absolutos para cada valor de proporción (prevalencia) que se muestra en la Tabla 1. Por ejemplo si la proporción (prevalencia) de la categoría i -ésima es del 4% se trabajará con un error muestral del 1%, la elección del los valores de errores muestrales se baso en juicio experto del autor.

Tabla 1. Errores muestrales absolutos Considerados para los distintos puntos de corte.

Proporción en la categoría i-ésima	Error muestral
$P_i \leq 5\%$	1%
$5\% < P_i \leq 10\%$	2%
$10\% < P_i \leq 15\%$	3%
$15\% < P_i \leq 20\%$	4%
$P_i > 20\%$	5%

2.2.2 Simulación de variables de tipo multinomial.

El método de simulación de variables de naturaleza multinomial corresponde al de la “transformada inversa” o “imagen inversa”. Este método permite obtener una aproximación de una distribución acumulada $F(X)$, sea discreta o continua (Cameron y Trivedi 2009, Ross 1999). La función inversa $F^{-1}(Y)$ se define como el valor más pequeño de X , en donde $F(X) \geq Y$, a continuación se muestran los pasos para obtener la imagen inversa.

- i) Se obtiene Y mediante la simulación de una distribución uniforme $U(0,1)$.
- ii) Calcular $F^{-1}(Y)=X$

Basta calcular $F^{-1}(Y)$ en el paso ii) para poder aplicarlo, y no es necesario especificar cuál debe ser la forma de $F(X)$. En el caso de la distribución multinomial si se tiene una variable X con k categorías, dicha distribución indica la probabilidad de que n muestras de la variable X sigan una determinada distribución de frecuencias. Sus parámetros son n el número de muestras y p_1, p_2, \dots, p_k que indican la probabilidad de que la variable X tome cada uno de sus posibles valores. Si usamos el algoritmo de la transformada inversa para seleccionar una muestra de la variable X se procede del siguiente modo:

- i) Simular una distribución $U(0,1)$.
- ii) La variable toma el valor $X=V$ que satisfaga: $\sum_{i=1}^{V-1} p_i < U \leq \sum_{i=1}^V p_i$, en donde $\sum_{i=1}^0 p_i = 0$.

2.2.3 Método para evaluar el desempeño de las estimaciones por muestreo

Para evaluar la calidad de las estimaciones de las distintas muestras trabajadas y siguiendo a (Burton *et al.* 2006) se construyeron las siguientes medidas: 1) Estimador promedio, 2) Sesgo, 3) Nivel de confianza real o cubrimiento los intervalos de confianza construidos y 4) Error cuadrático medio.

Estimador promedio: Se trabajó con un vector de parámetros poblacional de la distribución multinomial de k -categorías del siguiente tipo $\Theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$, en donde cada θ_j es un valor constante, luego su respectivo vector de estimadores corresponde

a $\hat{\Theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_k)$ en donde $\hat{\theta}_j = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{\theta}_{ij}}{m}$ y corresponde al valor promedio de las respectivas estimaciones del parámetro asociado a la categoría j -ésima de la variable multinomial de k -categorías ($1 \leq j \leq k$) para las m simulaciones realizadas en cada propuesta de muestreo presentada.

Sesgo: Se define el sesgo para un parámetro β , como $\text{sesgo}(\beta) = \hat{\beta} - \beta$, dado que se trabaja con vectores de parámetros de una distribución multinomial tenemos el vector de sesgos que se expresa como:

$$\text{sesgo}(\Theta) = \hat{\Theta} - \Theta = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 - \theta_1 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_k - \theta_k \end{pmatrix}, \quad (55)$$

Porcentaje de sesgo: La ecuación (55) muestra el vector de sesgos del cual se puede derivar una expresión llamada porcentaje de sesgo que está dada por la siguiente expresión ecuación (56)

$$psesgo(\Theta) = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\hat{\theta}}_1 - \theta_1}{\theta_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\bar{\hat{\theta}}_k - \theta_k}{\theta_k} \end{pmatrix} \times 100, \quad (56)$$

Sesgo estandarizado: Se define como

$$sd(\Theta) = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\hat{\theta}}_1 - \theta_1}{se(\hat{\theta}_1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\bar{\hat{\theta}}_k - \theta_k}{se(\hat{\theta}_k)} \end{pmatrix}, \quad (57)$$

Siendo $se(\hat{\theta}_j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\hat{\theta}_{ij} - \bar{\hat{\theta}}_j)^2}{m-1}}$ es la desviación estándar empírica de las estimaciones de interés para el parámetro asociado a la categoría j -ésima sobre todas las simulaciones.

Cobertura o nivel de confianza real: Se calculó como el número de intervalos de confianza que contenían al parámetro poblacional, es decir de las $m=1000$ muestras simuladas de tamaño n para cada estrategia trabajada se contó el número de veces que el intervalo de confianza contenía al parámetro poblacional. Ya que el vector contiene k -parámetros se evaluó la contención de la siguiente forma: “Si en cada uno

de los m intervalos construidos al menos una categoría no contenía a su respectivo parámetro, entonces de manera simultánea el intervalo de confianza no contiene al vector poblacional $\underline{\Theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ ".

Error cuadrático medio

Se define el error cuadrático medio como de un estimador $\hat{\beta}$ con respecto al parámetro β como:

$$\text{ECM}(\hat{\beta}) = E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right)$$

Se calculará el ECM para cada categoría de las variables a trabajar y considerando las $m=1000$ muestras simuladas de tamaño n y se reportara el valor mediano de este.

2.3 Índice de entropía de Shannon:

Sea una población finita conformada por N individuos que se pueden clasificar en k categorías o clases. Sea $E = (E_1, E_2, \dots, E_k)$ el conjunto de todas las categorías o clases, se define:

$$\Phi_k = \left\{ \vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_k) : p_i \geq 0 ; i = 1, \dots, k ; \sum_{i=1}^k p_i = 1 \right\} \quad , \quad (58)$$

como el conjunto de todas las distribuciones de probabilidad definidas sobre el conjunto E (Pardo 2006). La siguiente aplicación se denomina índice de diversidad H' :

$$H' : \Phi_k \rightarrow R$$

Cuya expresión está dada por:

$$H'(\vec{p}) = H'(p_1, p_2, \dots, p_k) = -\sum_{i=1}^k p_i \log p_i \quad , \quad (59)$$

Y se verifica que.

1. $H'(\vec{p}) \geq 0$, $\forall \vec{p} \in \Phi_k$ con $H'(\vec{p}) = 0$ si y sólo si \vec{p} es degenerada.
2. H' es una función de tipo cóncava.

Un concepto de importancia en el estudio de la diversidad tiene que ver con la “mayorización”, que nos permite comparar el grado de incertidumbre en la estimación de vectores multinomiales. Una definición dada por Pardo (2006) se enuncia a continuación:

Definición 1:

Dadas p y q en Φ_k se dice que p está más separada en el sentido de una mayor variabilidad que q , si se verifica:

$$p \prec q \Leftrightarrow \sum_{i=1}^r p_{(i)} \leq \sum_{i=1}^r q_{(i)} \quad , \quad r = 1, \dots, k-1 \quad , \quad (60)$$

Siendo

$$p_{(1)} \geq p_{(2)} \geq \dots \geq p_{(k)} \quad \text{y} \quad q_{(1)} \geq q_{(2)} \geq \dots \geq q_{(k)}$$

Un teorema de importancia que posteriormente permite estudiar y comparar las medidas de entropía entre dos vectores estimados se enuncia a continuación:

Teorema 1: Para todas las medidas de entropía que sean Schur-cóncavas:

$$p \prec q \Leftrightarrow H_h^\phi(p) \geq H_h^\phi(q)$$

Es importante enunciar a que corresponden las funciones $H_h^\phi(\bullet)$

Definición 2: Dado el vector de probabilidad p , siendo:

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_k)^t \in \Phi_k$$

Se denomina (h, ϕ) -entropía asociada a p a la siguiente expresión:

$$H_h^\phi(p) = h \left[\sum_{i=1}^k \phi(p_i) \right]$$

En donde

i) $\phi:[0,\infty)\rightarrow R$ cóncava y $h:R\rightarrow R$ creciente

o

ii) $\phi:[0,\infty)\rightarrow R$ convexa y $h:R\rightarrow R$ decreciente

Estos resultados se deben a (Salicrú *et al.* 1993) y son extendidos en una aplicación por Pardo (2006). Al considerar $h(x)=x$ y $\phi(x)=-\log(x)$ se obtiene el índice de Shannon.

Relacionado la definición 1 y el teorema 1 podemos enunciar la siguiente equivalencia que posteriormente será aplicada en el estudio de comparación de variabilidad e incertidumbre en los vectores estimados en este trabajo mediante las distintas propuestas metodológicas.

Equivalencia:

$$p \prec q \Leftrightarrow \sum_{i=1}^r p_{(i)} \leq \sum_{i=1}^r q_{(i)} \Leftrightarrow H_h^\phi(p) \geq H_h^\phi(q)$$

El índice de Shannon, índice que permite estudiar la entropía de un sistema, originalmente fue desarrollado por Shannon como una medida de entropía relacionada con la teoría de la información (Begon *et al.* 2006) y actualmente se aplica en muchas disciplinas para estudiar el nivel de incertidumbre. Por ejemplo en ecología se podría interpretar como “el grado promedio de incertidumbre en predecir a que especie pertenecerá un individuo escogido al azar de una colección” (Begon *et al.* 2006, Magurran 1988).

En este trabajo se utilizará para estudiar una variable de tipo multinomial de k -categorías. Si toda la masa de probabilidad está concentrada en una de las categorías el índice sería cero, es decir las subpoblaciones restantes no estarían representadas. Adquiere el valor cero (o cercano) cuando existe solo una categoría o la proporción (prevalencia) de una categoría es muy baja, y toma el logaritmo de k (número de categorías de la variable) cuando todas las categorías o subpoblaciones están representadas por el mismo número de individuos (Magurran 1988).

2.3.1 Índice de Shannon promedio para las simulaciones

En este trabajo para cada simulación ($m=1000$ muestras de tamaño n) se calculo el índice de Shannon y posteriormente la entropía media la cual se expresa por la ecuación (59), en donde m denota el número de simulaciones realizadas.

$$\overline{\hat{H}} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{H}_i}{m} \quad , \quad (61)$$

En donde \hat{H}_i es la entropía en la muestra i -ésima.

3 Planteamiento del problema, hipótesis y objetivos

Este trabajo de tesis pretende estudiar seis enfoques estadísticos que se que se usan en la estimación de tamaños de muestra cuando la variable de diseño es de naturaleza multinomial, los que corresponden a: Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Cochran (1953), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987), dichos enfoques están ampliamente discutidos en la literatura del muestreo estadístico pero son controversiales al momento de aplicarlos en estudios de salud dado a que no siempre permiten conjugar costos, representatividad y tamaños de muestra adecuados para un esquema de muestreo aleatorio simple y muestreo complejo de poblaciones en donde la variable de diseño o estudio corresponde a una distribución con múltiples categorías. Se discute inicialmente como la utilización de la máxima varianza cuando la variable de diseño con $k=2$ categorías entrega estimaciones de prevalencias considerando un valor $P=0,50$ para estimar dicho tamaño muestral sin conocer valores previos de dicho estimador lo que entrega estimaciones sesgadas, luego la discusión se enfoca en la determinación de que método analizado entrega mejores tamaños de muestra y estimaciones considerando distintos escenarios en donde las categorías consideradas van desde $k=3$ a $k=7$, finalmente se propone y discute la utilización de las medidas de incertidumbre o entropía de Shannon para estudiar la variabilidad de los vectores estimados mediante los distintos métodos.

3.1 Hipótesis

1. La propuesta de Cochran para estimar tamaños de muestra para variables multinomiales, entrega pequeños tamaños y estimaciones sesgadas, además de presentar niveles de confianza reales menores a los niveles de confianza nominales previamente propuestos en comparación con las otras propuestas.
2. Ante la estimación de vectores multinomiales que presenten “equiprobabilidad” mediante los distintos enfoques, se tendrá como resultado que el índice de entropía será el máximo frente a distribución de proporciones diferentes en vectores de igual dimensión.

3.2 Objetivos

3.2.1 Objetivo General

Revisar y comparar las propuestas metodológicas vigentes que permiten estimar los tamaños de muestra en poblaciones multinomiales en muestreos de tipo monoetapico bajo el enfoque aleatorio simple.

3.2.2 Objetivos Específicos

- 1.- Revisar las distintas propuestas vigentes respecto a estimación de tamaños de muestra en encuestas de salud que involucren variables de múltiples categorías.
- 2.- Comparar las distintas propuestas vigentes respecto a estimación de tamaños de muestra en encuestas de salud que involucren variables de múltiples categorías.
- 3.- Estimar el tamaño de muestra para la variable de diseño de tipo multinomial utilizando las distintas propuestas vigentes.
- 4.- Comparar los tamaños de muestra estimados mediante las distintas propuestas metodológicas.
- 5.- Comparar mediante una aplicación real los niveles de confianza reales, sesgos, porcentajes de sesgo y varianzas de los estimadores (medidas de entropía) construidos, y decidir que método de estimación de tamaños de muestra es el más adecuado.
- 6.- Discutir las ventajas y desventajas del uso del supuesto de varianza máxima en la estimación de tamaños de muestra.

MANUSCRITO 1

Aclaraciones y consideraciones sobre la estimación del tamaño de muestra necesario para estudiar un atributo de baja frecuencia usando el supuesto de máxima indeterminación.

4.1.1 Resumen

El objetivo de este trabajo es plantear una reflexión sobre el uso y abuso del supuesto de máxima indeterminación para la estimación del tamaño de muestra necesario para estudiar un atributo de interés en estudios poblacionales y en estudios epidemiológicos. Se enfatiza el sentido de seguridad que le da al investigador trabajar con este supuesto y los probables errores de medición que se puede incurrir cuando en la práctica el atributo de interés tiene una frecuencia sustancialmente diferente de la esperada según el supuesto de máxima indeterminación, lo que puede afectar seriamente la precisión y confiabilidad de los resultados obtenidos. Se presentan aclaraciones técnicas y prácticas respecto al correcto uso de dicho supuesto en muestreo estadístico y discutimos las ventajas y desventajas de su uso.

Palabras Claves: Máxima indeterminación, error muestra absoluto, error muestral relativo.

4.1.2 Introducción

Usualmente toda investigación de tipo cuantitativa o cualitativa requiere de un tamaño de muestra necesario para poder recolectar información respecto a los atributos de interés propias de los objetivos e hipótesis asociadas a dicha investigación y que permita inferir las conclusiones obtenidas a la población de donde ésta se tomó. Bajo la aproximación de tipo cuantitativa usualmente se requiere explicitar el nivel de confianza requerido, la varianza de la variable de diseño o interés, el error muestral y el tamaño de la población en estudio de donde se tomará la muestra (Cochran 1977) -si lo que se está usando tiene asociado una corrección por población finita- que permita calcular los factores de expansión de la muestra para estudios poblacionales.

La fórmula utilizada para la estimación del tamaño muestral en muestreo aleatorio simple está dada por la siguiente ecuación (Levy y Lemeshow 1999):

$$n = \frac{z^2 \times N \times \sigma_X^2}{z^2 \times \sigma_X^2 + (N-1) \times e^2} \quad ; \quad (1.1)$$

Donde: e es el error muestral absoluto, z es el coeficiente de confianza o percentil $(1 - \frac{\alpha}{2})$ de la distribución normal estándar (usualmente $z = 1,96$ para un 95% de confianza), σ_X^2 es la varianza de la variable de interés (una idea de la varianza a nivel poblacional que puede ser obtenida de estudios similares) y N el tamaño de la población. A partir de ésta, se deriva la ecuación (1.2) para poblaciones infinitas:

$$n = \frac{z^2 \times \sigma_X^2}{e^2} \quad , \quad (1.2)$$

Para ambas ecuaciones si la variable de interés X es de tipo binaria (como sería el caso de que la medida de interés fuese la prevalencia de una enfermedad o factor de riesgo), la varianza estará dada por $\sigma_X^2 = PQ$, en donde P corresponde al parámetro de interés de una distribución de tipo binomial, y Q a su complemento ($P+Q = 1$). Por ejemplo si $P = 0,50$ se tiene que $Q = 1 - P = 0,50$ y estos valores hacen que la varianza sea máxima ($PQ = 0,25$). Ante cualquier valor de P diferente de 0,50 la varianza estimada será siempre inferior, es decir, este valor (con $P = 0,50$) constituye una cota superior para todas las varianzas, por lo que es conocido como “varianza

máxima” o supuesto de “máxima indeterminación”. Al introducir $P = 0,50$ en las ecuaciones (1.1) y (1.2) para el cálculo de tamaño de muestra, se obtendrá que $n=384$ bajo los supuestos estándares habitualmente usados (confianza del 95% en una distribución normal y error de muestreo de un 5%). Por ejemplo si P tomara el valor de 0,15 se tendría una varianza de $PQ = 0,13$ (Figura 1) y el tamaño de muestra estimado sería de $n=246$, inferior al que se determinaría si considera varianza máxima. Sin embargo, este valor se modifica relevantemente cuando los errores muestrales varían: con $P = 0,50$, considerando un 3% de error, el tamaño sería $n=1062$ usando la ecuación (1.1). (Figura 2, mayores detalles ver Anexo 1). Esto es válido si todos los otros valores de las ecuaciones (1.1) y (1.2) están fijos.

Esta estrategia que utiliza el investigador, ante el desconocimiento de la frecuencia en la población respecto del atributo de interés, obliga a asumir que en la mitad de la muestra obtenida de la población se presentará el atributo de interés, es decir, un 50% ($P = 0,50$). Este algoritmo mágico funciona bien cuando la prevalencia del atributo de interés se aproxima al 50% en la población muestreada, especialmente en investigaciones de propósitos simples. Sin embargo, las encuestas habitualmente son diseñadas para propósitos múltiples, ya que se debe aprovechar los recursos humanos y económicos para obtener la mayor información posible, y el investigador acaba infiriendo a la población no sólo el atributo de interés, sino otros atributos que se midieron y que probablemente están totalmente sobrerrepresentados o subrepresentados en este tamaño de muestra obtenido a través del supuesto de máxima indeterminación. Luego los atributos que están dentro del dominio de 0,50 podrán ser usados con bastante tranquilidad en el momento de inferir y/o generalizar los resultados a la población blanco, pero ¿qué pasa con aquellos de menor prevalencia, como acontece habitualmente en los fenómenos de salud? ¿Qué me indica la lógica con respecto a un tamaño de muestra si el atributo que quiero investigar tiene una muy baja frecuencia en la población?, ¿el supuesto de máxima indeterminación me permitirá tener los individuos suficientes con el atributo de interés para inferir en población?. El objetivo de este trabajo es plantear una reflexión sobre el uso y abuso del supuesto de máxima indeterminación para la estimación del tamaño de muestra necesario para estudiar un atributo de interés en estudios poblacionales y en estudios epidemiológicos.

Figura 1. Gráfica que relaciona el valor del parámetro P y su varianza. Se aprecia que la varianza para $P = 0,50$ es mayor que para $P = 0,15$ (Ver Anexo 1 para la demostración de la maximización).

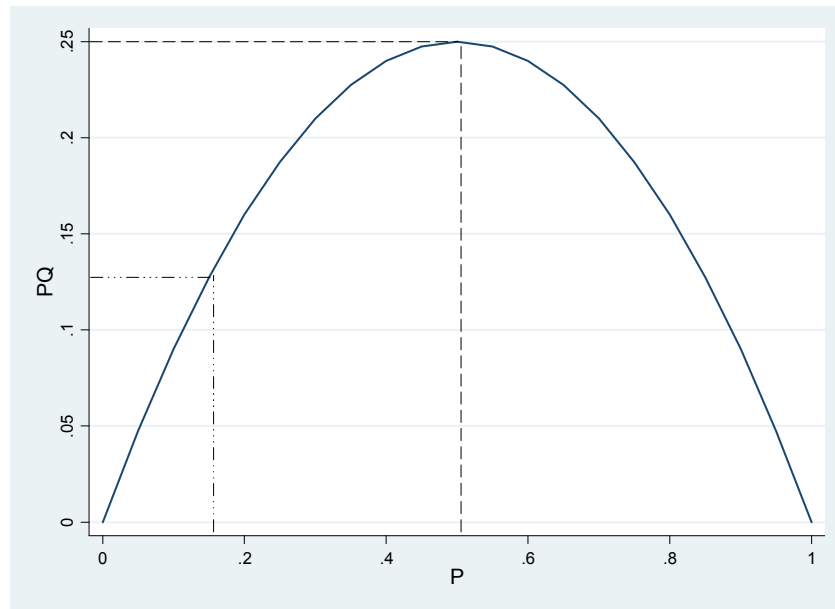
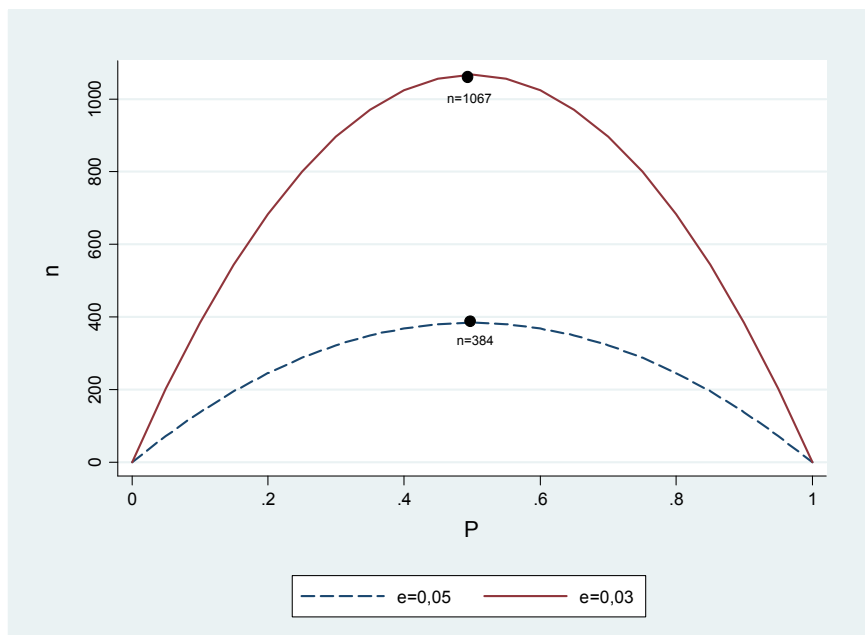


Figura 2. Comportamiento de la función de estimación de tamaño de muestra de la ecuación (2) en función de los valores de P y dos valores de errores muestrales. Se aprecia un máximo absoluto (tamaño de muestra) en cada caso (representado por los círculos) cuando $P = 0,50$ y cuando el error disminuye se requiere mayor muestra.



Error absoluto versus error relativo

La respuesta a estas interrogantes, tiende a ir por el lado de los errores asociados a la estimación del atributo en la población en estudio, el cual puede ser absoluto o relativo. El decidir que error utilizar considerando el uso de máxima indeterminación no es fácil, véase las discusiones en (Marrugat y Pavesi 1999, Suárez-Gil y Alonso 1999, Silva 2000b).

Se puede determinar el error relativo según $e_r = \frac{e_a}{p}$, en donde e_a es el error absoluto

el cual indica la desviación sobre la estimación en la misma magnitud en la que se mide la característica poblacional de interés. Trabajando con un error absoluto del 5% y considerando un valor de $P = 0,50$, se tendría un error relativo del orden del 10% ($\frac{e_a}{p} = 0,05/0,50 = 10\%$), pero si el valor de $P = 0,10$ o $P = 0,05$ se tendrían

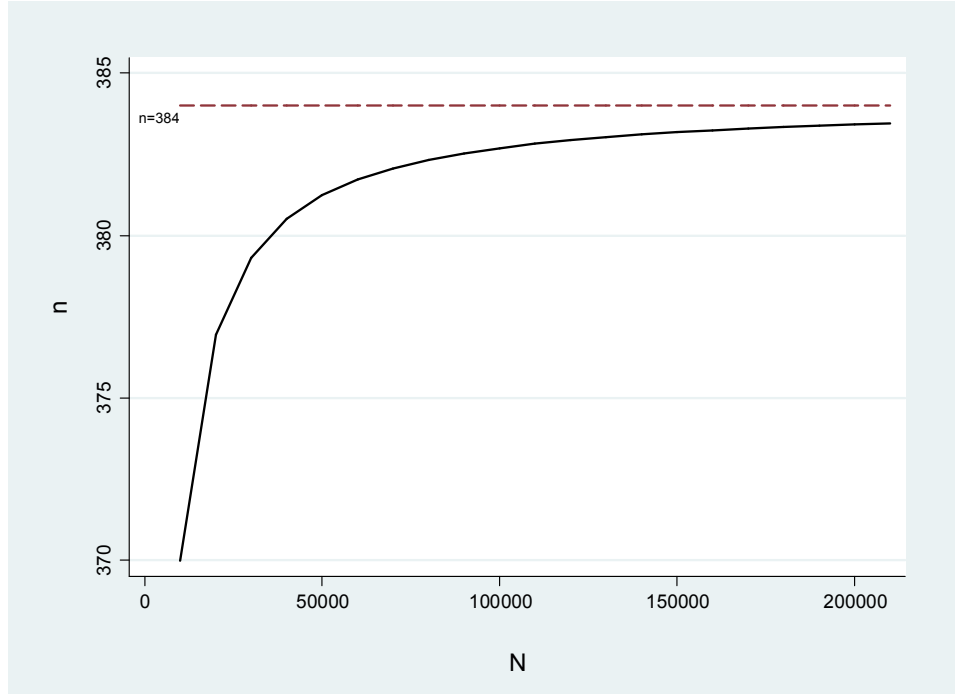
valores de errores relativos del 50% y del 100%, respectivamente. En ambos casos ningún investigador debería estar dispuesto a cometer un error relativo tan alto en su investigación, ya que las estimaciones obtenidas serían altamente imprecisas y por lo tanto muy poco confiables. Pero ¿es correcto fijar el valor del error absoluto, desconociendo el valor de P ?, como veremos en unos ejemplos, esto no es correcto: si por ejemplo $P = 0,50$ y fijamos arbitrariamente el valor del error absoluto se tendrá que el tamaño muestral depende exclusivamente del valor del error absoluto. La paradoja que acontece, es cómo definimos el error absoluto si no tenemos información sobre el valor de P (Espinoza-Moreno 2005).

Pensemos por ejemplo en el brote de gripe AH1N1 que tuvo su origen a mediados del año 2009, y por un momento pensemos en cómo estimar un tamaño de muestra que nos permita levantar una encuesta de propósitos múltiples y además tomar una muestra biológica para determinar si hubo exposición al virus lo que desencadena la presencia y o ausencia de anticuerpos en los individuos, es decir, estimar la seroprevalencia en la muestra estudiada. Lo que necesitaríamos para estimar dicho tamaño sería considerar por ejemplo un error muestral que se encuentre asociado a la seroprevalencia (desconocida) que en este caso es una variable de tipo binaria, dicho error fijémoslo en un 5%, pero como la seroprevalencia no se conoce por el hecho de ser una enfermedad nueva, supongamos que la fijamos un $P = 0,50$, i.e. el 50% de la población tiene anticuerpos del virus en un tiempo determinado, pero además

deberemos considerar la ecuación (1.2) para la población infinita (ya que la población en estudio es lo suficientemente grande), ahora si se estima dicho tamaño de muestra considerando un nivel de confianza del 95% se tiene que el tamaño de muestra requerido es $n= 384$. Aquí hay dos situaciones importantes que hay que tener presente, primero: es que necesitamos tan solo 384 personas para poder hacer una inferencia a la población, asumiendo todos lo demás constante (z y error) siendo que nuestra población la estamos considerando infinita y segundo: estamos asumiendo o considerando la peor de las situaciones respecto a la prevalencia de dicha enfermedad, es decir hacemos uso de la máxima varianza.

El primer caso, se tendrá que sea cual fuere el tamaño de la población y si ésta tiende a infinito, el valor estimado de n se aproximará en torno al valor 384 (ver Figura 3), esta situación se da por la naturaleza de la fórmula utilizada, ya que si a la ecuación (1.1) se le calcula el límite de N cuando tiende a infinito permite obtener la ecuación (1.2) y con esto se genera una relación de tipo asintótica entre el tamaño de la población y el tamaño muestral. En el segundo caso se está estimando un tamaño de muestra considerando la máxima indeterminación ante un evento nuevo, del cual no se posee información de la prevalencia ni mucho menos se tiene información de otros estudios en donde se tenga una estimación de dicho parámetro. ¿Cómo operamos en esta situación?, en este caso lo más adecuado sería utilizar una muestra de tipo intencionada con el objeto de poder levantar información preliminar de la prevalencia constituyendo en este caso un estudio de “línea base” el que posteriormente permita tener una aproximación del comportamiento de la variable en estudio y del parámetro, y así elaborar una estrategia de diseño muestral en donde se estime un tamaño de muestra suficiente para contar con un número de individuos con el atributo de interés que permita hacer inferencia a la población.

Figura 3. Relación asintótica entre el tamaño de la población N y el tamaño de la muestra n (Ver Anexo 1).



Pensemos en un ejemplo numérico con el fin de ilustrar el supuesto de máxima indeterminación. Se simularon seis poblaciones ficticias mediante la función transformada inversa (Cameron y Trivedi 2009, Ross 1999) de $N=100000$ observaciones que tomaban valores 0 y 1 según distintos valores de corte de prevalencias poblacionales. Luego se extrajeron mediante muestreo aleatorio simple $m=100$ muestras de tamaño $n=384$ para cada población simulada. Para el cálculo del tamaño de muestra se consideraron los siguientes **Valores de Entrada:** $NC_{nominal}$ (Nivel de Confianza nominal), z : (Valor z de la distribución normal estándar asociada al percentil $(1-\frac{\alpha}{2})$), e_a (error muestral absoluto); **Estimaciones:** p (prevalencia estimada), \bar{e}_r : error muestral relativo promedio expresado en porcentaje

en donde $\bar{e}_r = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m=100} (e_{rj})}{100} \right) \times 100$ y e_{rj} el error relativo de la muestra j -ésima de tamaño

$n=384$, NC_{real} (Nivel de confianza real) y e_s : error estándar promedio ($e_s = \frac{\bar{\hat{p}}}{\sqrt{n}}$). La prevalencia promedio estimada $\bar{\hat{p}}$ se calculo mediante la ecuación (1.3).

$$\bar{\hat{p}} = \frac{\sum_{j=1}^{m=100} (\hat{p}_j)}{100} , \quad (1.3)$$

donde \hat{p}_j es la prevalencia estimada en la muestra j -ésima de tamaño $n=384$. El nivel de confianza real NC_{real} , se calcula contando cuantos Intervalos de confianza de entre los 100 contienen a la prevalencia poblacional P . La Tabla 1 presenta distintos ejemplos de tamaños de muestra estimados considerando $P=0,50$ (varianza máxima).

La Figura 4 muestra los ejemplos para las poblaciones 1 y 6 de prevalencias poblacionales $P=0,70$ y $P=0,02$ respectivamente, se aprecia en el caso de la Figura 4a (población 1) los 100 intervalos de confianza construidos en donde en solo dos de ellos (marcados con un circulo) no contienen al valor de prevalencia poblacional. Al observar los puntos (prevalencias estimadas) se puede apreciar a simple vista que se encuentran mucho más cercanos al valor de la prevalencia poblacional (línea continua negra) reafirmando el hecho de que al estimar el tamaño de muestra con $P=0,50$, esta se encuentra más cercano a la prevalencia poblacional $P=0,70$ entregando errores relativos promedio de $\bar{e}_r = 7\%$ y un error estándar $e_s = 0,00064$. Análogamente Figura 4b para la prevalencia poblacional $P=0,02$ se tiene un error relativo promedio de $\bar{e}_r = 256\%$ y un error estándar $e_s = 0,00205$ lo que indica nuevamente que al usar $P=0,50$ para prevalencias bajas las estimaciones puntuales son menos precisas, pese a que el nivel de confianza real $NC_{real} = 95\%$.

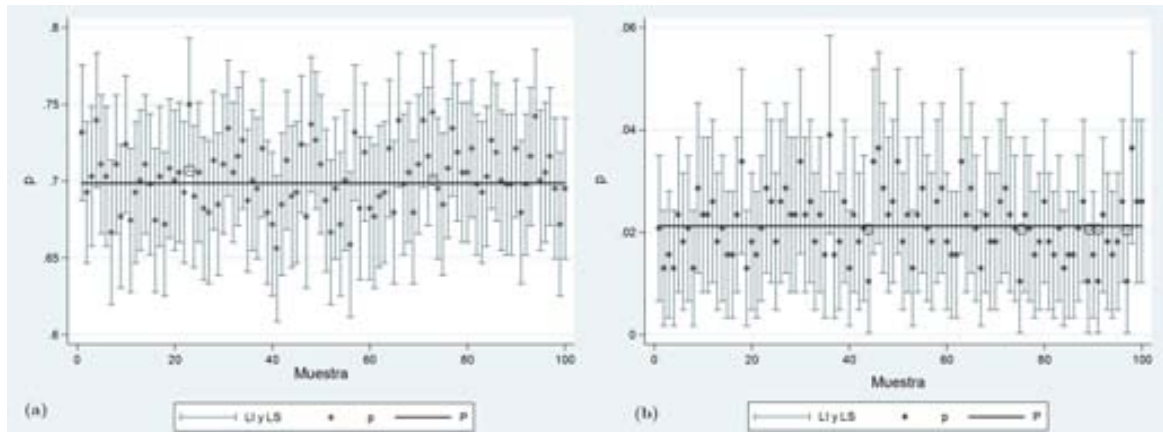
La Tabla 1 muestra errores relativos bajos cuando la prevalencia poblacional es cercana al valor de $P=0,50$ valor considerado para estimar los tamaños de muestras, así con una prevalencia poblacional del 35%, 55% y 70% los errores corresponden en términos porcentuales a 15%, 9% y 7% respectivamente, y nos indica el porcentaje de error en la precisión de la medida estimada los cuales son considerados bajos. En cambio para prevalencias bajas como 15%, 4% y 2%, estos errores están en el 34%, 124% y 256% respectivamente indicándonos mayor imprecisión en las estimaciones. En las estimaciones de los intervalos de confianza se muestran algunos ejemplos de algunos de ellos seleccionados de entre los $m=100$ simulaciones realizadas para cada

valor de prevalencia poblacional, por ejemplo para $P=70\%$ se selecciono la muestra $m=24$ en donde el intervalo es (64,4% - 73,63%) y la estimación es $p=69\%$, con un error relativo bajo del 7,2% que corresponde al porcentaje de error en la precisión de la medida estimada.

Tabla 1. Ejemplos de tamaños de muestra estimados considerando $P=0,50$. Valores de Entrada: P (Prevalencia poblacional), $NC_{nominal}$ (Nivel de Confianza), z : (Valor z de la distribución normal estándar asociada al percentil $1-\alpha/2$), e_a (error muestral absoluto); Estimaciones: \bar{p} (prevalencia promedio estimada), e_r (error muestral relativo), NC_{real} (Nivel de confianza real). La prevalencia estimada \bar{p} y el error relativo e_r , se calcula como el promedio de las prevalencias estimadas en $m=100$ muestras de tamaño $n=384$. El nivel de confianza real NC_{real} , se calcula contando cuantos Intervalos de confianza de entre los 100 contienen a la prevalencia poblacional P .

Población	Prevalencia Poblacional	Valores de Entrada			Tamaño Muestral	Estimaciones					
	P	$NC_{Nominal}$	z	e_a	n	\bar{p}	e_r	NC_{Real}	$IC\ 95\%$		
1	70%	95%	1,96	5%	384	70,2%	7,10%	98%	m=24	p=69%	(64,4% - 73,63%)
2	55%	95%	1,96	5%	384	54,5%	9,20%	97%	m=14	p=54%	(48,9% - 58,88%)
3	35%	95%	1,96	5%	384	34,7%	14,50%	95%	m=88	p=33%	(28,12% - 37,50%)
4	15%	95%	1,96	5%	384	15,1%	33,60%	97%	m=60	p=12%	(8,73% - 15,22%)
5	4%	95%	1,96	5%	384	4,2%	124%	97%	m=92	p=4,95%	(2,78% - 7,11%)
6	2%	95%	1,96	5%	384	2,1%	256%	95%	m=13	p=1,82%	(0,49% - 3,16%)

Figura 4. Ejemplos para las poblaciones 1 y 6 de prevalencias poblacionales $P=0,70$ y $P=0,02$ respectivamente, en (a) solo dos intervalos de confianza (marcados con un círculo) no contienen al valor de prevalencia poblacional. En (b) en cinco intervalos de confianza (marcados con un círculo) no contienen al valor de prevalencia poblacional.



4.1.3 Discusión

El uso del principio de máxima indeterminación o varianza máxima permite obtener aquel tamaño de muestra mayor en función del error de muestreo y en nivel de confianza fijados por el investigador. Dicha situación de “máxima varianza” siempre permitirá estimar el mayor tamaño de muestra en función de los errores de muestreo y nivel de confianza que el investigador use, es decir con 5%, 4% o 3% y siendo $P = 0,50$, siempre se obtendrá aquel tamaño de muestra mayor. Por otra parte el uso de $P = 0,50$ permite obtener la máxima varianza que corresponde a 0,25 y cualquier otro valor de P nos entregará varianzas inferiores a 0,25. Dicha situación no es la más ideal dado que se estiman tamaños de muestra fijando un error de muestreo sin conocer o tener una idea del parámetro de interés, situación que nos puede llevar a calcular errores relativos que alcancen un valor impensable respecto a la precisión de la medida estimada.

Adicionalmente el uso de la máxima varianza en enfermedades o eventos raros hace que se estime el máximo tamaño de muestra para una situación en donde se espera que a lo menos la mitad muestra obtenida tenga el atributo de interés, sin embargo, al ser las tasas o prevalencias bajas para el atributo buscado, en la muestra obtenida

este atributo estará subrepresentado. En la práctica, esto se traduce en que cuanto más se parece el parámetro estimado a $P=0,50$, la longitud del intervalo de confianza aumenta si bien su precisión mejora. Teniendo así que el error relativo es mayor cuanto más se aleja la prevalencia estimada de la considerada para el cálculo del tamaño muestral, $P=0,50$.

Ante tal situación se necesitan tamaños de muestra mucho más grandes con el fin de poder detectar o encontrar las unidades (atributos) en la muestra, dada su baja frecuencia, situación que se contradice con el supuesto ya que este trabaja con el máximo tamaño de muestra el cual no es suficiente en dicha situación.

4.1.4 Conclusiones

La estimación del tamaño de muestra haciendo uso de la máxima varianza ($P=Q=0,50$), con un nivel de confianza del 95% y error absoluto del 5%, siempre dará como resultado un valor de $n=384$.

Desde un punto de vista de los diseños de estudios epidemiológicos, el uso y abuso de este supuesto de máxima varianza, tenderá a subrepresentar aquellos atributos cuya frecuencia en la población blanco en estudio es muy baja y por lo tanto las probabilidades de inclusión de este atributo en una muestra particular será muy baja, sino nula, de ahí que cualquier conclusión que se infiera a partir de este atributo sobre la población blanco será muy inconsistente e altamente inestable. Este fenómeno es especialmente complejo en aquellos diseños de tipo transversal o encuestas, ya que en general la variable de interés es otra. Este tipo de sesgo de selección puede alterar significativamente la dirección y calidad de los resultados de un estudio epidemiológico, por lo tanto, el diseño “*a priori*” debiera considerar situaciones como esta con el objetivo de obtener estimaciones insesgadas, obviamente equilibrando todas las dimensiones y complejidades de un estudio. Los análisis de sensibilidad en investigación epidemiológica tienden a simular situaciones como ésta y nos informa del peso de los errores que pudiéramos estar cometiendo, sin embargo, estos son “*ex post*” (Cabral y Luis 2007).

4.1.5 Bibliografía

Cabral, MD., Luiz, RR. (2007). Sensitivity analysis for unmeasured confounders using an electronic spreadsheet. *Rev Saude Publica*, 41(3):446-52

Cameron, C., y Trivedi, P. (2009). *Microeconometrics using Stata*. A Stata Press Publication. 732 pp.

Cochran, WG. (1977). *Sampling Technics*. Third Edition. John Wiley y Sons, Inc.442 pp.

Espinoza-Moreno, N. (2005). El supuesto de máxima indeterminación y el tamaño de muestra. *Medicina Universitaria*, 7(29): 243-4.

Levy, P., y Lemeshow, S. (1999). *Sampling of populations: Methods and applications* (4ª ed). Wiley series in probability and statistics. Survey Methodology Section. 616 pp

Marrugat, J., Vila, J., y Pavesa, M. (1999). Supuesto de máxima indeterminación: ¿error absoluto o error relativo en el cálculo del tamaño de la muestra?. *Gaceta Sanitaria*, 13: 491-493.

Ross, S. (1999). *Simulación*. Prentice Hall. México. 281 pp.

Suárez-Gil, P., Alonso, JC. (1999). Sobre el supuesto de máxima indeterminación, el tamaño muestral y otras consideraciones sobre muestreo. *Gaceta Sanitaria*, 13: 243-246

Silva, LC. (2000b). Nueva visita al supuesto de máxima indeterminación y al empleo de errores absolutos y relativos. *Gaceta Sanitaria*, 14(3): 254-257.

Comparación de métodos de estimación de tamaños de muestra para variables de múltiples categorías

4.2.1 Resumen

El presente trabajo muestra los resultados de seis enfoques estadísticos que se utilizan para estimar tamaños de muestra en poblaciones multinomiales los que corresponden a: Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Cochran (1977), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987), dichos enfoques están ampliamente discutidos en la literatura del muestreo estadístico pero generan controversia al momento de aplicarlos en estudios de salud dado a que no siempre permiten conjugar costos, representatividad y tamaños de muestra adecuados para un esquema de muestreo aleatorio simple y muestreo complejo de poblaciones en donde la variable de diseño o estudio corresponde a una distribución de tipo multinomial.

Se simularon poblaciones teóricas para variables de $k=3, 4, 5, 6$ y 7 categorías, generando 25 poblaciones distintas de tamaño $N=1.000.000$ que variaban según distintos valores de proporciones para las distintas categorías. Para dichas poblaciones se extrajeron mediante muestro aleatorio simple, muestras de distintos tamaños que fueron estimadas mediante los seis enfoques mencionados anteriormente que consideraron distintos valores de errores muestrales, posteriormente se evaluó el desempeño de estos mediante: 1) Tamaño de muestra, 2) Nivel de confianza real, 3) Estimador promedio, 4) Sesgo y 5) Mediana del Error cuadrático medio.

Se realizó una aplicación tomando como ejemplo una variable de naturaleza categórica de la Encuesta Nacional de Salud (ENS) realizada el año 2009 en Chile. En dicha aplicación se utilizaron los tamaños de muestra para una población teórica de características similares en cuanto a las proporciones a los valores que presentó la variable de la encuesta y se evaluó el desempeño de los métodos estudiados siguiendo los mismos criterios de las simulaciones teóricas.

Palabras claves: Multinomial, error muestral, tamaño de muestra

4.2.2 Introducción

Habitualmente los diseños de muestreo involucran las estimaciones de muchos parámetros a la vez, ya sea en muchas variables o en variables con múltiples categorías y en pocas ocasiones se pone énfasis en uno de ellos, ya que usualmente no se tiene claro qué variable es la más importante de estudio, generando así un diseño que no identifica aquella característica a la cual destinar todo el esfuerzo de muestreo.

Si en una encuesta de salud se incorporan un conjunto de variables de distintas dimensiones, y si existieran variables categóricas con más de dos niveles, lo que habría que considerar al momento de pensar la estrategia de muestreo estadístico es ¿Cuál es la variable de interés del estudio?, si la variable de interés corresponde a una variable de más de dos categorías, estaríamos ante un diseño en donde se tendría que estimar el tamaño de muestra considerando la distribución de probabilidad multinomial para dicha variable.

Actualmente se utilizan variadas estrategias que permiten estimar dicho tamaño y una de las más utilizadas es la propuesta de Cochran (1977) la que se a popularizado ampliamente por presentar una simpleza en la forma de calculo que consiste en colapsar algunas categorías (generalmente las menos prevalentes en una sola) y estimar el tamaño muestral como si se tratara de una variable binaria. Cuando la variable de interés posee múltiples categorías y si se estima el tamaño de muestra considerando la distribución binomial, que es lo que habitualmente se hace, se estaría ignorando que existen otras características de la población que también serán estimadas a partir de los datos recolectados. Esto haría que la determinación de la precisión para las variables analizadas en forma simultánea sea errónea y muy probablemente se incrementará el error de muestreo (Martínez y Martínez 2008).

El objetivo de este trabajo es mostrar cinco alternativas distintas relacionadas a estimación de tamaños de muestra para variables de naturaleza categórica con más de dos categorías y la alternativa de Cochran de colapsar categorías para llevar la variable a una de tipo binaria y evaluar cuál de estas presenta un mejor desempeño en la estimación del parámetro poblacional.

4.2.3 Métodos

Simulaciones poblacionales

Mediante simulaciones usando el método de la transformada inversa (Cameron y Trivedi 2009, Ross 1999), se procedió a crear poblaciones ficticias con variables de tipo categóricas (multinomiales). Se simularon poblaciones de tamaño $N=1.000.000$ para variables de tipo multinomial de $k= 3, 4, 5, 6$ y 7 categorías, las que constituyen la variable de interés. Dichas poblaciones se denominaron de “entrenamiento” dado que en ella verificaremos y comprobaremos que propuesta metodológica opera de mejor forma.

Para las variables a nivel poblacional se establecieron 5 tipos de variables que presentaban distintos valores de proporciones por categorías y la elección de estas se realizó en base a juicio experto a partir de lo reportado en la literatura y lo trabajado por el autor, los criterios corresponden a: i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5% y 10%; iii) Una categoría igual al 50% ; iv) Categorías con libre distribución de proporciones y v) Considerando equiprobabilidad (misma proporción en cada categoría). En total se construyeron 25 poblaciones mediante simulación ver Tabla 2. En cada población se tiene un valor puntual del parámetro poblacional que llamaremos “blanco”. Posteriormente se extrajeron muestras de tamaño “ n ” según las propuestas metodológicas a trabajar.

Para las estimaciones de tamaños de muestra se trabajó con un criterio de errores muestrales absolutos para cada valor de proporción (prevalencia) que se muestra en la Tabla 1. Por ejemplo si la proporción (prevalencia) de la categoría i -ésima es del 4% se trabajará con un error muestral del 1%. Para las propuestas de Cochran, Fitzpatrick y Scott y Thompson, se trabajó con el mismo error constante de 5% para todas las poblaciones, esto dado que las dos últimas aproximaciones están basadas en el peor de los casos de la distribución multinomial y trabajan precisamente con un error constante para todas las categorías y Cochran con el peor caso de la distribución binomial. Para las otras propuestas como Bromaghin, Angers y Tortora se trabajaron los tamaños de muestra considerando los criterios de errores muestrales presentados en Tabla 1 y 2.

Para las poblaciones 4, 9, 14, 19 y 24 generadas con “libre distribución” se trabajó un error muestral del 5% para las seis propuestas a estudiar, el objetivo es estudiar el comportamiento de los estimadores muestrales y ver que errores y sesgos se cometen

habitualmente asumiendo el mismo error independiente del número de categorías, prevalencias y método.

Posterior a eso se calcularon los tamaños de muestra que se pueden ver en la Tabla 3. En las Tablas 3a-3f (Anexo 2) se muestran los tamaños de muestra máximos obtenidos con ciertas categorías de la variable. Los valores de errores muestrales se escogieron en función de juicio experto del autor. Finalmente para evaluar el desempeño de los métodos a comparar se utilizó: 1) Tamaño de muestra, 2) Nivel de confianza real, 3) Estimador promedio, 4) Sesgo y 5) Mediana del Error cuadrático medio (Burton et al., 2006). Las Tablas 4a-4x' del Anexo 2 incorporan el porcentaje de sesgo y sesgo estandarizado (Burton et al. 2006), para mejor comprensión del lector.

Tabla 1. Errores muestrales absolutos considerados para los distintos puntos de corte de prevalencias poblacionales.

Proporción en la categoría i-ésima	Error muestral
$P_i \leq 5\%$	1%
$5\% < P_i \leq 10\%$	2%
$10\% < P_i \leq 15\%$	3%
$15\% < P_i \leq 20\%$	4%
$P_i > 20\%$	5%

Tabla 2. Valores de parámetros poblacionales (P_i) considerados en la simulación y errores muestrales (e_i) a considerar para la estimación de tamaño muestral dependiendo del método a emplear siguiendo los criterios mostrados en Tabla 1.

k=3									
Población 1		Población 2		Población 3		Población 4		Población 5	
< 5 %		< 10 %		50% (1 categoría)		libre distribución		equiprobabilidad	
P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i
3,17%	1%	8,98%	2%	24,98%	5%	3,14%	5%	33,34%	5%
53,86%	5%	40,01%	5%	50,03%	5%	53,83%	5%	33,37%	5%
42,97%	5%	51,01%	5%	24,99%	5%	43,03%	5%	33,29%	5%
k=4									
Población 6		Población 7		Población 8		Población 9		Población 10	
< 5 %		< 10 %		50% (1 categoría)		libre distribución		equiprobabilidad	
P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i
3,16%	1%	9,17%	2%	10,02%	2%	3,13%	5%	24,98%	5%
13,83%	3%	15,87%	4%	15,01%	3%	13,85%	5%	25,03%	5%
40,03%	5%	40,03%	5%	50,01%	5%	40,02%	5%	25,00%	5%
42,98%	5%	34,93%	5%	24,95%	5%	43,00%	5%	24,99%	5%
k=5									
Población 11		Población 12		Población 13		Población 14		Población 15	
< 5 %		< 10 %		50% (1 categoría)		libre distribución		equiprobabilidad	
P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i
3,13%	1%	9,18%	2%	9,17%	2%	3,16%	5%	20,02%	5%
8,89%	2%	12,81%	3%	12,83%	3%	8,87%	5%	20,04%	5%
25,02%	5%	15,04%	4%	15,09%	4%	25,01%	5%	20,01%	5%
19,98%	4%	19,99%	4%	13,03%	3%	19,99%	5%	19,96%	5%
42,97%	5%	42,98%	5%	49,88%	5%	42,98%	5%	19,97%	5%
k=6									
Población 16		Población 17		Población 18		Población 19		Población 20	
< 5 %		< 10 %		50% (1 categoría)		libre distribución		equiprobabilidad	
P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i
4,02%	1%	8,99%	2%	10,06%	2%	3,99%	5%	16,66%	4%
12,97%	3%	16,04%	4%	9,96%	2%	12,99%	5%	16,74%	4%
23,03%	5%	20,05%	5%	50,04%	5%	22,99%	5%	16,61%	4%
17,00%	4%	20,02%	5%	9,98%	2%	17,03%	5%	16,67%	4%
22,00%	5%	19,91%	5%	10,01%	2%	22,05%	5%	16,65%	4%
20,98%	5%	14,99%	3%	9,95%	2%	20,95%	5%	16,67%	4%
k=7									
Población 21		Población 22		Población 23		Población 24		Población 25	
< 5 %		< 10 %		50% (1 categoría)		libre distribución		equiprobabilidad	
P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i	P_i	e_i
3,99%	1%	9,97%	2%	4,04%	1%	3,99%	5%	14,31%	3%
15,99%	4%	13,98%	3%	14,00%	3%	16,00%	5%	14,29%	3%
14,94%	3%	15,98%	4%	49,98%	5%	14,97%	5%	14,24%	3%
15,01%	4%	19,99%	4%	11,97%	3%	15,03%	5%	14,32%	3%
15,00%	4%	15,01%	4%	9,99%	2%	15,04%	5%	14,28%	3%
25,07%	5%	13,06%	3%	4,98%	1%	24,98%	5%	14,26%	3%
9,99%	2%	12,00%	3%	5,03%	2%	9,99%	5%	14,29%	3%

Métodos comparados de estimación de tamaños de muestra

Los métodos a evaluar en este trabajo corresponden a seis enfoques que son los más utilizados para trabajar variables categóricas, las propuestas corresponden a Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987) y el de Cochran (1977) que corresponde a un enfoque empleado para estimar tamaños de muestra para variables de tipo binomial. La propuesta de Angers es un método gráfico, que se basa en la construcción de intervalos de confianza propuesto por Goodman (1965) el cual permite calcular el tamaño de muestra usando valores conocidos de los parámetros de la distribución multinomial. La propuesta básicamente consiste en la utilización de interpolaciones lineales y considera los puntos medios de los intervalos de confianza. Tortora introduce la idea del peor caso para distribuciones multinomiales, análogamente a lo propuesto con el peor caso las distribuciones binomiales. Para definir qué tamaño de muestra es el apropiado, lo que se debe hacer es calcular los k tamaños de muestra (k categorías) considerando los k -pares (e_i, p_i) , en donde e_i y p_i corresponden al error y proporción para la categoría i -ésima respectivamente con $i=1, \dots, k$ y posteriormente seleccionar el mayor tamaño de muestra de entre los k calculados.

Thompson (1987) hace una revisión de los trabajos publicados y propone que el método mostrado por Angers (1974) es la propuesta que mejor se aproxima a la estimación de las proporciones poblacionales, pero afirma que dicha propuesta es compleja en la práctica ya que su aplicación requiere mucho cálculo tedioso. Su método busca determinar el peor de los casos para un vector de parámetros multinomiales cuando se desean obtener intervalos de confianza simultáneos en donde todos sean de igual longitud para cada uno de los componentes del vector de parámetros $\vec{P} = (P_1, P_2, \dots, P_k)$. La propuesta de Cochran utiliza una aproximación que considera a la proporción en la categoría i -ésima de una distribución multinomial, como si fuese una distribución binomial versus el resto de las categorías, es decir si la categoría i -ésima es la categoría de interés y la variable presenta k -categorías se agrupan las otras $k-1$ categorías en una sola. Bromaghin presenta un método que está basado en intervalos de confianza que son asintóticamente equivalentes. El objetivo es determinar el tamaño de muestra n , tal que el conjunto de k ($k > 2$) intervalos de confianza simultáneos capturen o contengan todas las k categorías con una probabilidad $1 - \alpha$.

Fitzpatrick y Scott consideran un vector $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_k)$ de valores que denotan las frecuencias observadas en una muestra de n observaciones de una distribución multinomial con probabilidades $(\vec{p} = p_1, p_2, \dots, p_k)$ y lo que se busca es construir una cota inferior para el nivel de confianza simultaneo asintótico. Finalmente el procedimiento se basa en el peor de los casos que se toma entre aquellos en donde la suma de los parámetros sea igual a 1.

4.2.4 Resultados

Simulaciones

Puntajes de tamaños muestrales

La Tabla 3 presenta los tamaños de muestra para las 25 poblaciones y las 5 variables con categorías que van desde $k=3$ a $k=7$, se destaca un valor constante independiente del número de categorías para las propuestas de Fitzpatrick y Scott y Thompson que corresponden a $n=510$ y $n=512$ respectivamente. Para Tortora y Bromaghin los tamaños de muestra son los mayores y este patrón se presenta para todas las categorías. Para el método de Cochran se aprecia un tamaño de muestra $n \leq 384$, en donde 384 corresponde al máximo valor. Las Tablas 4 y 5 presentan los puntajes asignados a los tamaños de muestra calculados y se destaca el método de Cochran con el máximo puntaje de 30 puntos seguido por Fitzpatrick y Scott con totales que varían entre 22 y 25 puntos.

Tabla 3. Tamaños de muestra estimados según los métodos utilizados para las 25 poblaciones simuladas.

k=3					
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad
Tortora	1788	1190	583	583	518
Bromaghin	1784	1171	564	564	502
Fitzpatrick & Scott	510	510	510	510	510
Thompson	512	512	512	512	512
Cochran	382	384	384	384	342
Angers	1250	840	485	498	510
k=4					
Método	Población 6 < 5 %	Población 7 < 10 %	Población 8 50% (1 categoría)	Población 9 libre distribución	Población 10 equiprobabilidad
Tortora	1901	1296	1403	623	468
Bromaghin	1945	1306	1411	618	465
Fitzpatrick & Scott	510	510	510	510	510
Thompson	512	512	512	512	512
Cochran	376	369	384	384	288
Angers	1211	854	965	649	1849
k=5					
Método	Población 11 < 5 %	Población 12 < 10 %	Población 13 50% (1 categoría)	Población 14 libre distribución	Población 15 equiprobabilidad
Tortora	2010	1381	1380	663	425
Bromaghin	2055	1390	1389	657	423
Fitzpatrick & Scott	510	510	510	510	510
Thompson	512	512	512	512	512
Cochran	376	376	384	384	246
Angers	1304	908	928	465	426
k=6					
Método	Población 16 < 5 %	Población 17 < 10 %	Población 18 50% (1 categoría)	Población 19 libre distribución	Población 20 equiprobabilidad
Tortora	2733	1451	1604	710	618
Bromaghin	2720	1433	1582	690	606
Fitzpatrick & Scott	510	510	510	510	510
Thompson	512	512	512	512	512
Cochran	272	246	384	384	214
Angers	1498	897	1496	419	600
k=7					
Método	Población 21 < 5 %	Población 22 < 10 %	Población 23 50% (1 categoría)	Población 24 libre distribución	Población 25 equiprobabilidad
Tortora	2893	1696	3571	756	1030
Bromaghin	2807	1631	3451	717	987
Fitzpatrick & Scott	510	510	510	510	510
Thompson	512	512	512	512	512
Cochran	289	246	384	384	188
Angers	1600	1012	2203	387	985

Tabla 4. Puntajes asignados a tamaños de muestra estimados según los métodos utilizados para las 25 poblaciones simuladas de Tabla 3.

k=3						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	1	1	1	1	1	5
Bromaghin	2	2	2	2	5	13
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	5	3,5	23,5
Thompson	4	4	4	4	2	18
Cochran	6	6	6	6	6	30
Angers	3	3	3	3	3,5	15,5
k=4						
Método	Población 6 < 5 %	Población 7 < 10 %	Población 8 50% (1 categoría)	Población 9 libre distribución	Población 10 equiprobabilidad	Total
Tortora	2	2	2	2	2	10
Bromaghin	1	1	1	3	3	9
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	5	5	25
Thompson	4	4	4	4	4	20
Cochran	6	6	6	6	6	30
Angers	3	3	3	1	1	11
k=5						
Método	Población 11 < 5 %	Población 12 < 10 %	Población 13 50% (1 categoría)	Población 14 libre distribución	Población 15 equiprobabilidad	Total
Tortora	2	2	2	1	4	11
Bromaghin	1	1	1	2	5	10
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	5	2	22
Thompson	4	4	4	4	1	17
Cochran	6	6	6	6	6	30
Angers	3	3	3	3	3	15
k=6						
Método	Población 16 < 5 %	Población 17 < 10 %	Población 18 50% (1 categoría)	Población 19 libre distribución	Población 20 equiprobabilidad	Total
Tortora	1	1	1	1	1	5
Bromaghin	2	2	2	2	2	10
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	5	5	25
Thompson	4	4	4	4	4	20
Cochran	6	6	6	6	6	30
Angers	3	3	3	3	3	15
k=7						
Método	Población 21 < 5 %	Población 22 < 10 %	Población 23 50% (1 categoría)	Población 24 libre distribución	Población 25 equiprobabilidad	Total
Tortora	1	1	1	1	1	5
Bromaghin	2	2	2	2	2	10
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	4	5	24
Thompson	4	4	4	3	4	19
Cochran	6	6	6	6	6	30
Angers	3	3	3	5	3	17

Tabla 5. Puntajes totales por categoría asignados a tamaños de muestra presentados en Tabla 4.

Método	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	Total
Tortora	5	10	11	5	5	36
Bromaghin	13	9	10	10	10	52
Fitzpatrick & Scott	23,5	25	22	25	24	119,5
Thompson	18	20	17	20	19	94
Cochran	30	30	30	30	30	150
Angers	15,5	11	15	15	17	73,5

Puntajes de intervalos de confianza

Los niveles de confianza reales se calcularon en base a $m=1000$ muestras del mismo tamaño para cada método y población considerado en la Tabla 3, así por ejemplo para la población 6 y considerando el método de Tortora se estimo un $n=1901$ para $k=4$ categorías, luego se sacaron 1000 muestras del mismo tamaño mediante muestreo aleatorio simple y si en cada uno de los m intervalos construidos al menos una categoría no contenía a su respectivo parámetro, entonces de manera simultánea el intervalo de confianza no contiene al vector poblacional. La Tabla 6 presenta los resultados de los intervalos y se aprecia que para todas las poblaciones trabajadas, el método de Cochran es el que presenta el nivel de confianza más bajo en relación al nivel de confianza nominal fijado previamente del 95%. La Tabla 7 corresponde a los puntajes asignados a los intervalos de confianza de la Tabla 6 y posteriormente se construyo la Tabla 8 que corresponde a la suma de puntajes presentados en la Tabla 7 como Tabla final de la construcción de intervalos de confianza.

Se puede ver en la Tabla 8 que los puntajes finales para las propuestas de Fitzpatrick y Scott y Thompson presentan los valores más altos cuando las categorías son superiores a 3, posicionando con un empate a ambos métodos seguidos del método de Tortora y en último lugar el método de Cochran.

Tabla 6. Niveles de confianza reales para las muestras seleccionadas según los métodos utilizados para las 25 poblaciones simuladas.

k=3					
Método	Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
	< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
Tortora	96,40%	96,60%	95,70%	98,00%	97,40%
Bromaghin	95,90%	95,80%	96,30%	97,50%	94,10%
Fitzpatrick & Scott	97,40%	96,20%	96,80%	96,80%	95,50%
Thompson	97,30%	96,30%	96,90%	97,10%	95,90%
Cochran	87,00%	88,10%	87,80%	90,10%	85,70%
Angers	96,20%	94,00%	94,00%	94,70%	94,80%
k=4					
Método	Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
	< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
Tortora	96,00%	95,20%	96,00%	98,70%	94,80%
Bromaghin	96,00%	94,90%	94,70%	97,60%	95,80%
Fitzpatrick & Scott	96,20%	96,30%	97,20%	97,70%	97,40%
Thompson	95,40%	96,80%	97,20%	96,20%	95,90%
Cochran	81,40%	82,70%	84,60%	83,10%	82,70%
Angers	97,20%	94,70%	95,80%	94,50%	97,30%
k=5					
Método	Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
	< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
Tortora	95,70%	96,60%	93,10%	98,40%	94,80%
Bromaghin	96,10%	96,60%	94,40%	98,50%	94,20%
Fitzpatrick & Scott	97,10%	97,10%	97,40%	97,20%	97,60%
Thompson	96,20%	97,30%	97,50%	96,90%	97,80%
Cochran	78,20%	78,30%	78,50%	78,00%	76,80%
Angers	95,00%	95,30%	93,70%	93,40%	89,20%
k=6					
Método	Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
	< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
Tortora	94,60%	94,90%	95,20%	99,70%	94,30%
Bromaghin	94,80%	95,80%	93,70%	99,30%	93,20%
Fitzpatrick & Scott	97,90%	99,30%	98,60%	98,00%	97,90%
Thompson	98,00%	98,50%	97,20%	98,20%	98,10%
Cochran	68,90%	75,80%	71,70%	69,40%	68,30%
Angers	94,30%	95,10%	94,00%	92,80%	94,90%
k=7					
Método	Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
	< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
Tortora	95,20%	94,50%	94,90%	99,80%	95,40%
Bromaghin	95,60%	94,90%	94,40%	99,50%	94,60%
Fitzpatrick & Scott	98,70%	98,70%	96,70%	98,20%	98,70%
Thompson	98,60%	98,70%	96,80%	98,70%	98,70%
Cochran	65,30%	65,20%	67,40%	67,00%	72,00%
Angers	94,70%	94,50%	94,20%	93,60%	94,10%

Tabla 7. Puntajes asignados a niveles de confianza reales para las muestras seleccionadas según los métodos utilizados para las 25 poblaciones simuladas.

k=3						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	4	6	3	6	6	25
Bromaghin	2	3	4	5	2	16
Fitzpatrick & Scott	6	4	5	3	4	22
Thompson	5	5	6	4	5	25
Cochran	1	1	1	1	1	5
Angers	3	2	2	2	3	12
k=4						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	3,5	4	4	6	2	19,5
Bromaghin	3,5	3	2	4	3	15,5
Fitzpatrick & Scott	5	5	5,5	5	6	26,5
Thompson	2	6	5,5	3	4	20,5
Cochran	1	1	1	1	1	5
Angers	6	2	3	2	5	18
k=5						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	6	3,5	2	6	4	21,5
Bromaghin	3	3,5	4	5	3	18,5
Fitzpatrick & Scott	5	5	5	4	5	24
Thompson	4	6	6	3	6	25
Cochran	1	1	1	1	1	5
Angers	2	2	3	2	2	11
k=6						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	3	2	4	6	3	18
Bromaghin	4	4	2	5	2	17
Fitzpatrick & Scott	5	6	6	3	5	25
Thompson	6	5	5	4	6	26
Cochran	1	1	1	1	1	5
Angers	2	3	3	2	4	14
k=7						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	3	2,5	4	6	4	19,5
Bromaghin	4	4	3	5	3	19
Fitzpatrick & Scott	6	5,5	5	3	5,5	25
Thompson	5	5,5	6	4	5,5	26
Cochran	1	1	1	1	1	5
Angers	2	2,5	2	2	2	10,5

Tabla 8. Puntajes asignados por categorías a niveles de confianza reales para las muestras seleccionadas según los métodos utilizados para las 25 poblaciones simuladas, el valor total es la suma de los totales que se ven en Tabla 7.

Método	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	Total
Tortora	25	19,5	21,5	18	19,5	103,5
Bromaghin	16	15,5	18,5	17	19	86
Fitzpatrick & Scott	22	26,5	24	25	25	122,5
Thompson	25	20,5	25	26	26	122,5
Cochran	5	5	5	5	5	25
Angers	12	18	11	14	10,5	65,5

Puntajes de desempeño de simulaciones

Las Tablas presentadas en Anexo (véase Anexo 2 Tablas 4a-4x') muestran los valores obtenidos para el desempeño de las simulaciones realizadas considerando: estimador promedio, sesgo y error cuadrático medio, para todas las muestras así como también los puntajes asignados para cada población y categoría. Para el estimador y sesgo se reporta su valor promedio en $m=1000$ muestras y para el error cuadrático medio la mediana en $m=1000$ muestras. La Tabla 9 muestra un resumen de los totales de las Tablas presentadas en Anexo, luego se generó la Tabla 10 derivada de la anterior que simplifico la asignación de puntajes y consistió en asignarle un rango de 1 a 6 a los valores de cada casilla de la Tabla 9 generando la Tabla final de puntajes de las simulaciones. El método de Tortora presenta el valor final de puntajes más alto y Fitzpatrick y Scott y Thompson valores que van en contraposición con lo obtenido en los intervalos de confianza inclusive superados por el método de Cochran.

Adicionalmente se calcularon las prevalencias promedio para cada categoría de las variables de $k=3$ a $k=7$ niveles (ver Anexo 2 Tablas 5a-5e).

Tabla 9. Puntajes totales asignados por cada método y categoría en relación al desempeño de las simulaciones considerando estimador promedio, sesgo y error cuadrático medio, los totales en cada población corresponden a los totales de cada Tabla del anexo 4a-4x'

K=3						
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad	Total
Tortora	41	19	29,5	31	47	167,5
Bromaghin	29	43	26	32,5	27	157,5
Fitzpatrick & Scott	41	36	32	27,5	29,5	165,5
Thompson	34	41	37,5	25,5	28	166
Cochran	15	20	32,5	40	33	140,5
Angers	30	31	32	32,5	31	156,5
K=4						
Método	Población 6 < 5 %	Población 7 < 10 %	Población 8 50% (1 categoría)	Población 9 libre distribución	Población 10 equiprobabilidad	Total
Tortora	49	45	38,5	44,5	35,5	212,5
Bromaghin	47	42	38,5	34	40,5	202
Fitzpatrick & Scott	34	47	34,5	35,5	44,5	195,5
Thompson	49	45	32	40	32,5	198,5
Cochran	42	27,5	57	56	41,5	224
Angers	33,5	46	51,5	42	57,5	230,5
K=5						
Método	Población 11 < 5 %	Población 12 < 10 %	Población 13 50% (1 categoría)	Población 14 libre distribución	Población 15 equiprobabilidad	Total
Tortora	54,5	45	60,5	66,5	47	273,5
Bromaghin	59	55,5	46,5	56	53	270
Fitzpatrick & Scott	49	52,5	52,5	39	49	242
Thompson	50	47,5	54,5	42,5	43,5	238
Cochran	47	57,5	45	35,5	68	253
Angers	55,5	57	56	73,5	55	297
K=6						
Método	Población 16 < 5 %	Población 17 < 10 %	Población 18 50% (1 categoría)	Población 19 libre distribución	Población 20 equiprobabilidad	Total
Tortora	67	69	72,5	56,5	78,5	343,5
Bromaghin	76	72,5	65	75	80,5	369
Fitzpatrick & Scott	53	54	50,5	58,5	59	275
Thompson	52	64	46	58	48,5	268,5
Cochran	55	50	64,5	73,5	54	297
Angers	72	68,5	79,5	57	54,5	331,5
K=7						
Método	Población 21 < 5 %	Población 22 < 10 %	Población 23 50% (1 categoría)	Población 24 libre distribución	Población 25 equiprobabilidad	Total
Tortora	86	85,5	87	65,5	73,5	397,5
Bromaghin	78	90	93,5	100	71	432,5
Fitzpatrick & Scott	69	60	55	71,5	69	324,5
Thompson	53	68	60,5	72,5	74,5	328,5
Cochran	61	78	63,5	71	78	351,5
Angers	94	67,5	81,5	60,5	70,5	374

Tabla 10. Puntajes asignados a cada método por categorías de los valores totales de Tabla 9 en el desempeño de las simulaciones, los valores corresponden a un puntaje de 1 a 6 en donde 6 corresponde a la nota más alta.

Método	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	Total
Tortora	6	4	5	5	5	25
Bromaghin	3	3	4	6	6	22
Fitzpatrick & Scott	4,5	1	2	2	1	10,5
Thompson	4,5	2	1	1	2	10,5
Cochran	1	5	3	3	3	15
Angers	2	6	6	4	4	22

Puntajes finales y posición final

La Tabla 11 presenta la suma de todos los puntajes para cada método y categoría considerados, los valores corresponden a las sumas en casillas de las Tablas 5, 8 y 10. En la última columna se aprecia que el método de Fitzpatrick y Scott se posicionan en primer lugar, seguido por Thompson.

Tabla 11. Suma de todos los puntajes para cada método y categoría considerados, los valores corresponden a las sumas en casillas de las Tablas 5, 8 y 10.

Método	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	Total	Posición
Tortora	36	33,5	37,5	28	29,5	164,5	4
Bromaghin	32	27,5	32,5	33	35	160	6
Fitzpatrick & Scott	49,5	52,5	48	52	50	252	1
Thompson	48	42,5	43	47	47	227,5	2
Cochran	36	40	38	38	38	190	3
Angers	29,5	35	32	33	31,5	161	5

Aplicación

Como aplicación se consideró la Encuesta Nacional de Salud (ENS) realizada en Chile el año 2009, se trabajó con la variable grupo sanguíneo que posee las categorías AB, A, B y O, las prevalencias son 1,9%; 29,1%; 9,7% y 59,3% respectivamente reportadas a nivel muestral y que en esta aplicación son consideradas como información de entrada para estimar los tamaños de muestra. Para ello se simuló una población multinomial de tamaño $N=1.000.000$ considerando las prevalencias de la ENS (“Población de Validación”) la que pasó a llamarse población “blanco”. Luego se simuló $m=100$ muestras de tamaño n considerando los tamaños de muestra propuestos en la Tabla 3 para $k=4$ categorías y población 6 ya que una de las categorías de la variable seleccionada de la ENS presenta una prevalencia inferior al 5%, el objetivo es ver si dichos tamaños de muestra son adecuados para estudiar una distribución de prevalencias como la que presenta la población “blanco”.

Para evaluar la calidad de las estimaciones de las distintas muestras trabajadas se construyeron las siguientes medidas de desempeño: 1) Tamaño de muestra, 2) Estimador promedio, 3) Sesgo, 4) Mediana del error cuadrático medio y 5) Nivel de confianza real (Tabla 12). Para cada una de las medidas anteriores, se asignó un puntaje de 1 a 6 (6 métodos a evaluar). Así se obtiene un ranking en que cada método se clasifica en cada una de las medidas de rendimiento, otorgando el puntaje máximo (6) al método con mejor desempeño y el puntaje mínimo (1) al puntaje que muestra peor desempeño, si se generaban empates, el puntaje asignado corresponde al valor promedio de las puntuaciones asignadas inicialmente ordenadas de menor a mayor (Tabla 13).

La Tabla 13 muestra los puntajes por desempeño para cada método evaluado, se destaca la propuesta de Bromaghin, en donde se puede ver que para todas las categorías posee un alto puntaje entre 14 y 17 puntos siendo el valor máximo 18 puntos sumando un total de 66 puntos, el método de Cochran presenta los puntajes más bajos para las categorías P2 y P3 y en cambio para P1 y P4 puntajes similares sumando un total de 28 puntos. La Tabla 15 muestra las posiciones finales en donde el método de Bromaghin queda en primer lugar seguido de Tortora y en último lugar a Cochran.

Tabla 12. Valores correspondientes a: 1) Estimador promedio, 2) Sesgo y 3) Error cuadrático medio.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		1,90%	9,70%	29,06%	59,30%
	Criterio	p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	1,92%	9,68%	29,07%	59,31%
	Sesgo	0,001175	-0,000399	0,000197	0,000084
	Error Cuadratico Medio	1083,41	3268,63	264,44	38,52
Bromaghin	Estimador promedio	1,91%	9,72%	29,06%	59,31%
	Sesgo	-0,000014	-0,000033	-0,000036	0,000082
	Error Cuadratico Medio	11,56	25,34	11,61	43,68
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1,93%	9,72%	29,19%	59,22%
	Sesgo	0,000186	-0,000032	0,000690	-0,000844
	Error Cuadratico Medio	722,16	4,92	985,36	1099,71
Thompson	Estimador promedio	1,89%	9,71%	29,05%	59,34%
	Sesgo	-0,000210	-0,000135	-0,000040	0,000384
	Error Cuadratico Medio	1325,54	74,27	2,94	255,87
Cochran	Estimador promedio	1,89%	9,67%	29,14%	59,29%
	Sesgo	-0,000175	-0,000529	0,000816	-0,000112
	Error Cuadratico Medio	366,17	770,18	1084,86	15,33
Angers	Estimador promedio	1,93%	9,71%	29,05%	59,24%
	Sesgo	0,000169	0,000474	-0,000041	-0,000602
	Error Cuadratico Medio	1206,63	2787,13	9,20	1848,14

Tabla 13. Puntajes asignados a medidas mostradas en Tabla 12.

Método	Parámetro Poblacional Criterio	P1=1,9%	P2=9,7%	P3=29,06%	P4=59,3%	Total
		p1	p2	p3	p4	
Tortora	Estimador promedio	2,5	4	4	5	15,5
	Sesgo	1	3	3	5	12
	Error Cuadratico Medio	5	6	5	5	21
	Total	8,5	13	12	15	48,5
Bromaghin	Estimador promedio	5	4	6	5	20
	Sesgo	6	5	6	6	23
	Error Cuadratico Medio	6	5	6	6	23
	Total	17	14	18	17	66
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	2,5	4	1	1	8,5
	Sesgo	3	6	2	1	12
	Error Cuadratico Medio	3	3	2	3	11
	Total	8,5	13	5	5	31,5
Thompson	Estimador promedio	5	6,0	4	3	18
	Sesgo	2	4	5	3	14
	Error Cuadratico Medio	2	2	3	2	9
	Total	9	12,0	12	8	41,0
Cochran	Estimador promedio	5	2	2	5	14
	Sesgo	4	1	1	4	10
	Error Cuadratico Medio	1	1	1	1	4
	Total	10	4	4	10	28
Angers	Estimador promedio	1	1,0	4	2	8
	Sesgo	5	2	4	2	13
	Error Cuadratico Medio	4	4	4	4	16
	Total	10	7,0	12	8	37

Tabla 14. Tamaños de muestra utilizados para Población 6 de $k=4$ categorías para ejemplo de ENS, niveles de confianza nominal y real para las muestras.

Método	n	NC Nominal	NC Real
Tortora	1901	95%	93,9%
Bromaghin	1945	95%	95,2%
Fitzpatrick & Scott	510	95%	96,7%
Thompson	512	95%	96,8%
Cochran	376	95%	79,4%
Angers	1211	95%	95,2%

Tabla 15. Puntajes asignados mostrados en Tabla 13 y asignación de puntajes de Tabla 14 para nivel de confianza real y tamaño de muestra (columna C).

Método	<i>n</i> (A)	NC Real (B)	Total (C=A+B)	Total (C + Tabla 13)	Posición
Tortora	2	2	4	52,5	2
Bromaghin	1	3,5	4,5	70,5	1
Fitzpatrick & Scott	5	5	10	41,5	5
Thompson	4	6	10	51	3
Cochran	6	1	7	35	6
Angers	3	3,5	6,5	43,5	4

4.2.5 Discusión

En las simulaciones realizadas, se aprecia que independiente del número de categorías trabajadas, errores muestrales absolutos y prevalencias poblacionales, los tamaños de muestra según los métodos de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987) son bajos y además son constantes $n=510$ y $n=512$ respectivamente (Tabla 3). Los niveles de confianza reales siempre superaron el 95% de nivel de confianza nominal posicionando a ambos métodos con el puntaje más alto respecto a nivel de confianza real (Tablas 6 y 8).

Ambos métodos estiman tamaños de muestra inferiores a los de Tortora (1978) y Bromaghin (1993), estos dos últimos están basados en el peor caso de los valores de los parámetros para cada categoría, en cambio los procedimientos de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987) se basan en el peor caso tomado de aquellos que la suma de los parámetros de la multinomial sea igual a uno.

Para las simulaciones el método de Tortora presenta el puntaje más alto seguido por el método de Angers y Bromaghin, llama la atención que los métodos de Fitzpatrick y Scott y Thompson presenten los puntajes más bajos en contraposición con el desempeño mostrado en los intervalos de confianza, esto se debería que las estimaciones realizadas por estos métodos presentan menor exactitud que las realizadas por los métodos de Tortora, Angers y Bromaghin véanse puntajes en (Tablas 9 y 10) (mayores detalles en Tablas 4a-4x' del Anexo 2).

Los tamaños de muestra estimados por el método de Cochran (1977) siempre son inferiores a 384, esto se debe a que se utiliza el “peor de los casos” en donde $P=0,50$ y se tiene una varianza máxima de $PQ=0,25$ para la estimación del tamaño muestral, este método es el más adecuado para trabajar con dos categorías en donde una de ellas se aproxime al 50% y no con $k \geq 3$ categorías ya que categorías con proporciones bajas son poco representadas. Las Tablas 4 y 5 presentan los puntajes asignados a los tamaños de muestra calculados y se destaca el método de Cochran con el máximo puntaje de 30 puntos seguido por Fitzpatrick y Scott con totales que varían entre 22 y 25 puntos.

Estos tamaños $n \leq 384$ permiten que a medida que aumenta el número de categorías ($k \geq 3$), el nivel de confianza real para el método de Cochran comienza a disminuir (Tablas 6 y 8), lo que estaría dado por el hecho de que en cada uno de los $m=1000$ intervalos construidos al menos una categoría no contenía a su respectivo parámetro,

entonces de manera simultánea el intervalo de confianza no contiene al vector poblacional y esto hace que el puntaje asignado a intervalos de confianza sea el más bajo.

Para las simulaciones se puede ver que el método de Cochran presenta un puntaje total de 15 puntos el cual es bajo (Tabla 10), en donde solo en variables de $k=4$ categorías alcanzo un puntaje mayor y que corresponde a poblaciones en donde un parámetro presenta una prevalencia cercana al 40% o superior salvo la población 10 que posee una distribución equiprobable con prevalencias cercanas al 25%. Esto pone en evidencia que dicho método es apropiado para estimar prevalencias altas.

Los tamaños de muestra estimados según Tortora (1978) presentan valores altos, situación que ya había sido mencionada por Angers en su trabajo del año 1979 el cual afirma “los resultados generados por el trabajo de Tortora son muy conservadores y estima tamaños de muestra muy grandes”. El método de Tortora estima los tamaños de muestra para cada categoría y luego se escoge aquel tamaño de muestra mayor que asegure una adecuada variabilidad para aquellas proporciones o prevalencias bajas. En el caso de las poblaciones 1, 6, 11, 16 y 21 de $k=3, 4, 5, 6$ y 7 categorías respectivamente, los tamaños de muestra son grandes juntos con los estimados por el método de Bromaghin (1993) (Tabla 3), debido a que las poblaciones consideran una categoría con una proporción inferior al 5%. Los niveles de confianza reales obtenidos presentan un patrón en donde se aprecia por ejemplo que para algunas poblaciones tanto el método de Tortora (1978) como el de Bromaghin (1993) presentan niveles de confianza reales inferiores al nominal del 95% y los posicionan con puntajes en un segundo y tercer puesto. Esto podría deberse a que estos métodos están basados en intervalos de confianza que son asintóticamente equivalentes obtenidos por Goodman (1968) y que permiten tener niveles de confianza reales similares.

Los tamaños de muestra obtenidos mediante la propuesta de Angers (1974) son altos en comparación con el resto y se posicionan en un tercer puesto después de las estimaciones con los métodos de Tortora (1978) y Bromaghin (1993). Angers también trabaja con intervalos de confianza obtenidos por Goodman (1968) al igual que Tortora y Bromaghin y esto podría explicar el porqué el tamaño de muestra es tan alto. Los niveles de confianza real obtenidos presentaron un patrón de comportamiento no claro en función del número de categorías trabajadas, y en algunos casos fueron inferiores a los niveles de confianza nominales.

Los tamaños de muestra para las variables de “libre distribución” y considerando un error constante del 5% (véase Tabla 3 para poblaciones 4, 9, 14, 19 y 24) para los métodos de Tortora (1978) y Bromaghin (1993) son muy similares, esto se debería a que estos métodos están basados en intervalos de confianza que son asintóticamente equivalentes obtenidos por Goodman (1968) y que permiten tener niveles de confianza reales altos y similares.

Para la aplicación con datos de la Encuesta Nacional de Salud (ENS), en donde se utilizaron las prevalencias muestrales (de la encuesta) como datos de entrada para el cálculo de tamaño de muestra suponiendo que estas fueran datos fiables, se aprecia que para el método de Cochran se destacan los 10 puntos obtenidos para la 4ta categoría ($P=59,30\%$) mostrando un desempeño regular para prevalencias altas cercanas al 50% en comparación con los métodos de Tortora y Bromaghin. Se esperaba un mayor puntaje ya que la propuesta de Cochran trabaja con el peor caso o máxima varianza y un mal desempeño para prevalencias bajas como $P=1,90\%$ no siendo así y entregando un puntaje regular de 10 puntos a esta última (Tabla 13). A su vez la Tabla 14 muestra un nivel de confianza real de 79,4% muy inferior al nivel nominal considerado del 95%.

El método de Thompson presentó mejor desempeño que el de Fitzpatrick y Scott para las prevalencias P3 y P4 pese a tener tamaños de muestra relativamente similares. Posicionando a ambos en los puestos 3 y 5 respectivamente. El método de Angers presenta un puntaje que lo posiciona en un cuarto lugar (Tabla 15), situación que se visualizaba en el desempeño mostrado en las simulaciones en el cual quedo en un quinto puesto.

La Tabla 13 muestra un buen desempeño del método de Bromaghin en donde se puede ver que para todas las categorías posee un alto puntaje entre 14 y 17 puntos siendo el valor máximo 18 puntos, el método de Cochran presenta los puntajes más bajos para las categorías P2 y P3 y en cambio para la P1 un puntaje no esperado por el hecho de ser una baja prevalencia y si esperable para P4. El método de Bromaghin entrega el puntaje más alto respecto a los otros métodos con 70,5 puntos (Tabla 15), destacándose un puntaje de 18 (total) para la categoría 3 (prevalencia P3) de un total de 18 puntos para cada categoría. El desempeño de este método es más uniforme en todos los aspectos medidos.

Se debe tener presente que en la aplicación a la ENS se utilizaron los tamaños de muestra estimados para la simulación de la Población 6 (Tabla 2), ya que esta

presentaba una categoría con una prevalencia menor al 5% y además se consideraban errores específicos por categoría ($e=1\%$ si la categoría era menor al 5% ; véase Tabla 1). Si bien en las simulaciones el nivel de confianza real para el método de Bromaghin para la población 6 es del 96% (ver Tabla 4), en el ejemplo de la aplicación este nivel baja al 95,2%, esto estaría dado por el hecho de que el tamaño de muestra según el método de Bromaghin de $n=954$ es generado para aquella categoría de menor prevalencia $j=1$ que en el caso de la Población 6 era de $P1=3,16\%$ (Véase Tabla 3c de Anexo).

En la aplicación a la ENS se utilizó el tamaño de $n=954$ y la prevalencia poblacional a estimar era $P1=1,9\%$, se podría estar dando que el nivel de confianza real de la aplicación sea menor que el de la simulación (95,2% v/s 96%) respectivamente, por el hecho de que hay mayor número de intervalos de confianza para dicha categoría que no contengan el parámetro $P1$ ya que el tamaño de muestra se calculó usando un error de muestreo del 1% mucho más adecuado según Tabla 1 para una prevalencia del 3,16% que del 1,9%. Ante esto surge la necesidad de revisar y proponer errores muestrales adecuados ante prevalencias tan bajas como la estudiada, una opción podría ser el uso de errores relativos los que aumentarían el tamaño de muestra y nos llevaría a una situación que no podría ser aplicada en la práctica.

Pese a que los métodos de Bromaghin y Tortora son similares por la forma de construir los intervalos de confianza, el método de Tortora presenta un nivel de confianza real inferior al que presenta Bromaghin, esto podría estar explicado a que el desempeño del método de Tortora para prevalencias bajas no es adecuado ya que presenta bajos puntajes para las categorías 1 y 2 y en el caso del sesgo para $P1$ posee el puntaje más bajo indicando que dichas estimaciones están altamente sesgadas y probablemente los intervalos de confianza para esa categoría no contienen al parámetro $P1$ lo que hace que el intervalo simultáneo no lo contenga disminuyendo así la proporción de contención del vector de parámetros.

Finalmente hay que destacar que todos los procedimientos anteriores están basados en la desigualdad de Bonferroni y por lo tanto son conservativos.

4.2.6 Conclusiones

El método de Cochran (1977) es el menos eficiente en la estimación de tamaños de muestra cuando se tienen más de dos categorías, esto ya que el principio de máxima indeterminación o varianza máxima propuesto por este autor permite obtener aquel tamaño de muestra mayor en función del error de muestreo y en nivel de confianza fijados por el investigador cuando se trabaja con dos categorías y en donde una de ellas sea cercana al 50%. El desempeño de este método lo posiciona en un tercer lugar en la aplicación realizada, pero dicho puntaje obtenido (190 pts) se basa en los 150 puntos obtenidos como mejor tamaño de muestra (más pequeño). Así un tamaño de muestra menor no asegura que el método sea mejor.

La propuesta de Angers (1974) trabaja con tamaños muestrales altos y los niveles de confianza real podrían ser inferiores a los niveles de confianza nominales dependiendo del número de categorías a trabajar.

El método de Bromaghin (1993), estaría entregando un tamaño de muestra conservador respecto a los otros métodos cuyo desempeño es más uniforme en todos los aspectos medidos. Se destaca en la aplicación un buen desempeño para categorías con prevalencias altas (P3 y P4) y bajas (P1 y P2), lo que se debería a que esta propuesta trabaja con intervalos de confianza simultáneos que capturan o contienen todas las k categorías con una probabilidad $1 - \alpha$.

Finalmente se sugiere ante diseños de muestreo poblacionales en donde el objetivo sea la estimación y construcción de intervalos de confianza que involucren a múltiples categorías, trabajar con las propuestas de Fitzpatrick y Scott y Thompson.

Todos estos puntos harían que finalmente las propuestas más apropiadas para trabajar tamaños de muestra para variables multinomiales correspondan a Fitzpatrick y Scott y Thompson, ya que estiman el mismo tamaño de muestra conservador de $n=510$ y $n=512$ respectivamente, que además conjugan buen nivel de confianza. Si bien el método de Cochran estima los menores tamaños, los niveles de confianza son los más bajos ya que al construir los intervalos simultáneos hay ciertas categorías que no incluyen al parámetro respectivo y hacen que el intervalo simultáneo no contenga al vector de parámetros.

Los métodos de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987) son constantes y toman valores bajos, los cuales son adecuados en términos de costo pero no de estimaciones de prevalencias pequeñas ya que su puntaje es bajo.

4.2.7 Bibliografía

Angers, C. (1974), "A Graphical Method to Evaluate Sample Sizes for the Multinomial Distribution," *Technometrics*, 16, 469-471.

Bromaghin, J.F. (1993). Sample size determination for interval estimation of multinomial parameters. *The American Statistician*, 47, 203-206.

Burton, A., Altman, D., Royston, P., y Holder, R. (2006). The design of simulation studies in medical statistics. *Statistics in Medicine*, 25:4279-4292.

Cameron, C., y Trivedi, P. (2009). *Microeconometrics using Stata*. A Stata Press Publication. 732 pp.

Cochran, WG. (1977). *Sampling Technics*. Third Edition. John Wiley y Sons, Inc. 442 pp.

Encuesta Nacional de Salud. (2009). Ministerio de Salud, República de Chile.

Fitzpatrick, S., y Scott, A. (1987). Quick simultaneous confidence intervals for multinomial proportions. *Journal of American Statistics Association*, 82, 875-878.

Goodman, L. (1965). On Simultaneous Confidence Intervals for Multinomial Proportions. *Technometrics*, vol. 7, No. 2, 247-254.

Martínez, JA., y Martínez, L. (2008). Determinación de la máxima varianza para el cálculo del factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida, y extensión a diferentes tipos de muestreo. *Psicothema*, Vol 20 n^o2, 311-316.

Ross, S. (1999). *Simulación*. Prentice Hall. México. 281 pp.

Thompson, S. (1987). Sample Size for Estimating Proportions. *The American Statistician*, vol. 41, No.1, 42-46.

Tortora, R. (1978). A Note on Sample Size estimation for Multinomial Populations. *The American Statistician*, vol. 32, No. 3, 100-102.

Sobre la información en muestreo multinomial: Reflexiones acerca de la incertidumbre en muestreo basadas en medidas de entropías

4.3.1 Resumen

Este trabajo muestra una forma alternativa de estudiar la información en vectores multinomiales provenientes de encuestas, mediante la utilización de funciones de entropía, particularmente con el índice de Shannon (Dahl y Osteras 2010, Oruç *et al.* 2009, Wu y Zhang 2006). Se utilizaron para dicha evaluación las simulaciones mostradas en el manuscrito 2 de esta tesis y se construyeron los índices de Shannon para los vectores estimados para las muestras seleccionadas mediante las seis propuestas metodológicas las que corresponden a Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987) y Cochran (1977). Se apreciaron distribuciones simétricas para el índice de Shannon promedio \bar{H} en las combinaciones de categorías correspondientes a: i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5% y 10%; iii) Una categoría igual al 50% ; iv) Categorías con libre distribución de proporciones, en el caso v) considerando equiprobabilidad (misma proporción en cada categoría) se observó una distribución asimétrica para el índice de Shannon promedio \bar{H} el cual se asoció a la función de máxima entropía. Las estimaciones de dichos índices promedios presentaron valores casi iguales entre los distintos métodos y poblaciones evaluadas, pero con leves diferencias en la distribución de probabilidades asociada al vector de estimadores promedios de Shannon.

4.3.2 Introducción

Cuando se realizan encuestas en muestreo lo que se hace habitualmente es estimar parámetros para variables de distinta naturaleza en donde dichas encuestas usualmente corresponden a propósitos múltiples. Si se estiman por ejemplo porcentajes o prevalencias asociadas a variables de múltiples categorías se podría correr el riesgo de subestimar o sobreestimar los parámetros debido a las deficiencias del muestreo estadístico empleado. Al evaluar por ejemplo en estudios de simulación de tamaños de muestra las estimaciones realizadas, lo que habitualmente se construyen son: 1) Sesgos, 2) Porcentajes de sesgos, 3) Sesgo estandarizado, 4) Error cuadrático medio, 5) Cobertura de los intervalos de confianza, 6) Tamaños de muestra y 7) Varianza de los estimadores.

Esta última medida evaluada se aborda de la forma clásica y pocas veces se pone interés en estudiar si en el proceso de muestreo en donde una muestra que dio origen a ciertas estimaciones “tiene más información” respecto a otra muestra construida con los mismos fines. Los trabajos de Wu y Zhang (2006) y Dahl y Orestas (2010) aplican la teoría de la información para estudiar encuestas por muestreo incorporando las funciones de entropía, otras aplicaciones novedosas se encuentran en el campo del diseño de escalas en encuestas (Oruç *et al.* 2009) y screening en estudios de VIH (Tu *et al.* 1992), extensiones del índice de Shannon (Yamano 2001), de lo anterior se desprende la importancia del estudio de la información proveniente de encuestas.

Ante tal escenario la utilización de medidas de entropía como las de “Shannon” (Shannon 1948), aportan gran información desde el punto de vista de la “incertidumbre” (Burton *et al.* 2006, Robinson 2008), en donde mientras más incierto es un resultado, mas información nos puede proporcionar cuando se produce.

Por ejemplo en comunidades biológicas se realizan inventarios de diversidad y la población está basada en categorías o clases, asociadas a estas categorías se pueden cuantificar las probabilidades de pertenencia a dichas clases las que se denotan por p_i con $i=1, \dots, K$. Cuanto mayor sea el número de especies presentes y más similares sean sus proporciones, se dice que existe mayor “diversidad” (Magurran 1988, Begon *et al.* 2006), dicha medida de diversidad puede ser cuantificada teóricamente por medio de las llamadas medidas de entropía entre las cuales destacan las más populares como Gini-Simpson y Shannon (Pielou 1977, Begon *et al.* 2006, Pardo 2006, Cuadras 1993, Joust 2006, Keylock 2005)

Cuando uno se enfrenta a un proceso de tipo aleatorio es difícil predecir con certeza el resultado de este y por ende las probabilidades o proporciones de especies (a nivel de comunidad biológica) presentarán una distribución dependiente de la abundancia de dichas especies (Joust 2006, Keylock 2005, Lieberman 1969), y del muestreo empleado, de igual forma ocurre cuando se estudian prevalencias asociadas a enfermedades ya que el resultado del experimento “muestreo” no se puede predecir y dicho valor depende de la prevalencia, del adecuado tamaño de muestra y de una adecuada estrategia de muestreo.

Por ejemplo si pensamos en dos procesos aleatorios (muestreo de prevalencias por ejemplo) con las siguientes distribuciones de probabilidad $p1=(0,50 ; 0,50)$ asociada a una enfermedad X con prevalencia del 50% en donde el vector $p1$ nos llevaría a trabajar con el principio de varianza máxima (manuscrito 1 de esta tesis) y $p2=(0,80 ; 0,20)$ asociada a una enfermedad Y con una prevalencia del 80%, se tendría por ejemplo que la varianza asociada al vector $p1$ es de 0,25 y al vector $p2$ de 0,16, ante este escenario es lícito preguntarse ¿Respecto a que proceso se tiene más información?. Es fácil ver que es más probable para $p2$ obtener más individuos que poseen enfermedad Y respecto a la enfermedad X, así en el proceso $p2$ el resultado es más predecible que en $p1$ el cual posee más incertidumbre respecto al resultado. Pero podríamos por ejemplo mediante una medida adecuada estimar que proceso “informa” más. Si trabajamos con la llamada entropía de Shannon se tendrá para la enfermedad X un índice de Shannon de $H' = 0,693$ y para la enfermedad Y un índice de Shannon de $H' = 0,50$. Dicho resultado se deriva de la relación (1):

$$H'(p_1, p_2, \dots, p_k) \leq H'\left(\frac{1}{k}, \dots, \frac{1}{k}\right) \quad ; \quad (1)$$

Con la condición de igualdad para $p_i = \frac{1}{k}, \forall i = 1, \dots, k$, en donde $H'(P)$ alcanza el valor máximo cuando la distribución es la uniforme, siendo $P = (p_1, p_2, \dots, p_k)$, es decir el vector de probabilidad asociado a la enfermedad Y posee menos incertidumbre que el vector de probabilidad asociado a la enfermedad X ($H'(Y) = 0,50 \leq 0,693 = H'(X)$).

A nivel poblacional la entropía resulta desconocida, debido a todos los inconvenientes que tienen relación con medir la diversidad y posterior construcción dicho parámetro, por ejemplo: 1) Costos, 2) accesibilidad a las unidades de muestreo, 3) tamaño poblacional y 4) Problemas de diseño de muestreo. A raíz de esto surge la necesidad de medir dicha entropía a partir de una muestra, ¿Pero cuál es el tamaño adecuado? ¿Existen formulas que permiten estimar dichos tamaños?, ¿ que formula es la más adecuada en el sentido de una adecuada representación de las categorías de la variable a estudiar?.

El objetivo de este trabajo es mostrar una forma alternativa de medir la “información” en vectores multinomiales mediante la utilización de funciones de entropía, particularmente con el índice de Shannon. Se utilizaron para dicha evaluación las simulaciones mostradas en el manuscrito 2 de esta tesis y se construyeron los índices de Shannon para los vectores estimados promedios para las muestras seleccionadas mediante las seis propuestas metodológicas las que corresponden a Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987) y Cochran (1977) y se discute cuál de estas aproximaciones entrega un estimador promedio de entropía más adecuado.

4.3.3 Métodos

Se trabajo con el índice de Shannon promedio \bar{H} para los vectores estimados para los tamaños de muestra asociadas a las 25 poblaciones simuladas para las seis propuestas metodológicas las que corresponden a Angers (1974), Tortora (1978), Thompson (1987), Bromaghin (1993) y Fitzpatrick y Scott (1987) y Cochran (1977). Se trabajaron con las combinaciones de categorías correspondientes a: i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5% y 10%; iii) Una categoría igual al 50%; iv) Categorías con libre distribución de proporciones, en el caso de la combinación de categorías v) que considerando equiprobabilidad (misma proporción en cada categoría). Se calculo el valor del índice de Shannon poblacional (parámetro) para cada población y se comparo cualitativamente con los índices estimados.

Para cada simulación ($m=1000$ muestras de tamaño n para cada método y población) se calculo el índice de Shannon y posteriormente la entropía media la cual se expresa por la ecuación (2), en donde m denota el número de simulaciones realizadas.

$$\overline{\hat{H}} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{H}_i}{m}, \quad (2)$$

Siendo \hat{H}_i es la entropía promedio para la muestra i -ésima, en donde:

$$\hat{H}_i = -\sum_{i=1}^k p_i \log p_i$$

Adicionalmente se construyeron los gráficos para las distribuciones de las entropías promedios para las $m=1000$ muestras.

4.3.4 Resultados

Tabla 1. Índices de Shannon Poblacionales para las 25 poblaciones simuladas.

k=3				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
0,806	0,926	1,039	0,805	1,099
k=4				
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
1,112	1,245	1,208	1,112	1,386
k=5				
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
1,355	1,452	1,380	1,355	1,609
k=6				
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
1,694	1,760	1,497	1,694	1,792
k=7				
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
1,852	1,925	1,535	1,852	1,946

La Tabla 1 muestra los índices de entropía de Shannon a nivel poblacional (parámetro), se destaca para las poblaciones 5, 10, 15, 20 y 25 los índices más altos para sus respectivas categorías. La Tabla 2 muestra los índices de Shannon promedio los que presentan valores muy similares entre los distintos métodos en donde se destaca al igual que a nivel poblacional un patrón de índices en donde los más altos (máxima entropía) están asociados a las mismas poblaciones que en el caso poblacional. También se puede ver que a medida que aumenta el número de categorías, el índice de Shannon promedio comienza a aumentar.

Tabla 2. Índices de Shannon promedio para las seis propuestas de Estimación de tamaños de muestra en las 25 poblaciones.

k=3					
Método	Población 1 < 5 %	Población 2 < 10 %	Población 3 50% (1 categoría)	Población 4 libre distribución	Población 5 equiprobabilidad
Tortora	0,805	0,927	1,037	0,802	1,097
Bromaghin	0,804	0,926	1,036	0,802	1,094
F & Scott	0,804	0,925	1,038	0,802	1,097
Thompson	0,803	0,925	1,037	0,802	1,097
Cochran	0,802	0,926	1,037	0,803	1,095
Angers	0,805	0,926	1,037	0,802	1,097
k=4					
Método	Población 6 < 5 %	Población 7 < 10 %	Población 8 50% (1 categoría)	Población 9 libre distribución	Población 10 equiprobabilidad
Tortora	1,112	1,244	1,210	1,110	1,380
Bromaghin	1,112	1,243	1,206	1,109	1,379
F & Scott	1,110	1,242	1,205	1,110	1,383
Thompson	1,109	1,242	1,206	1,109	1,383
Cochran	1,109	1,242	1,204	1,108	1,381
Angers	1,112	1,243	1,206	1,110	1,385
k=5					
Método	Población 11 < 5 %	Población 12 < 10 %	Población 13 50% (1 categoría)	Población 14 libre distribución	Población 15 equiprobabilidad
Tortora	1,354	1,451	1,379	1,352	1,604
Bromaghin	1,352	1,451	1,379	1,352	1,599
F & Scott	1,351	1,448	1,378	1,352	1,605
Thompson	1,350	1,448	1,378	1,352	1,606
Cochran	1,350	1,447	1,375	1,349	1,601
Angers	1,353	1,451	1,379	1,350	1,605
k=6					
Método	Población 16 < 5 %	Población 17 < 10 %	Población 18 50% (1 categoría)	Población 19 libre distribución	Población 20 equiprobabilidad
Tortora	1,693	1,758	1,496	1,691	1,787
Bromaghin	1,692	1,756	1,496	1,690	1,783
F & Scott	1,690	1,756	1,493	1,689	1,787
Thompson	1,690	1,755	1,493	1,689	1,787
Cochran	1,685	1,750	1,490	1,686	1,780
Angers	1,693	1,757	1,496	1,687	1,788
k=7					
Método	Población 21 < 5 %	Población 22 < 10 %	Población 23 50% (1 categoría)	Población 24 libre distribución	Población 25 equiprobabilidad
Tortora	1,851	1,923	1,535	1,849	1,943
Bromaghin	1,849	1,921	1,533	1,848	1,939
F & Scott	1,846	1,919	1,529	1,847	1,940
Thompson	1,846	1,919	1,529	1,847	1,940
Cochran	1,842	1,910	1,527	1,845	1,923
Angers	1,850	1,921	1,533	1,845	1,943

Las Figuras 1 a 25 (Anexo 3) muestran las distribuciones del estimador promedio de Shannon para las 25 poblaciones en estudio y los métodos a evaluar, para aquellas distribuciones con i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5% y 10%; iii) Una categoría igual al 50% y iv) Categorías con libre distribución de proporciones se ve que las distribuciones presentan una asimetría marcada que se modifica en función del número de categorías y método evaluado, para el caso de la combinación de categorías v) que considera equiprobabilidad se puede ver un comportamiento de la distribución en forma de escalón en donde se aprecia una marcada frecuencia en aquellas medidas de entropía “máximas” dentro de la distribución para todas las poblaciones y métodos evaluados.

4.3.5 Discusión

El índice de Shannon mide la información de un experimento (muestra) a partir del promedio de las incertidumbres contenidas en cada uno de los resultados posibles del experimento. Para este trabajo se seleccionaron $m=1000$ muestras de tamaño n (para cada tamaño de muestra por método se selecciono dicho número de muestras) y se calculo dicho índice promedio.

La entropía de Shannon no tiene un significado estadístico para medir la dispersión muy diferente de la desviación típica “s”. Pero al no depender de los valores que toman las variables, es una medida de heterogeneidad especialmente apropiada para datos multinomiales sobre clase no ordenadas (Cuadras 1993).

Este estudio muestra como una distribución de probabilidades empírica (vector promedio estimado) para cada método y población permitió construir un índice de Shannon muestral que presentó una característica particular, y era que para una población respectiva el índice no variaba considerablemente y se mantenía casi igual. Dicha característica se explica ya que por lo visto en el manuscrito 2 de esta tesis se comprobó que las estimaciones promedio para cada método en una población específica se mantenían similares y las diferencias que se encontraron tenía relación específica con: 1) Niveles de confianza, 2) Sesgos y 3) errores cuadráticos medios.

Si bien el método de Fitzpatrick y Scott fue el más adecuado para estimar tamaños de muestra seguido por el de Thompson, y pese a haber diferencias entre un método y otro, el estimador promedio del índice presentó un comportamiento similar para todos los métodos evaluados. Una propiedad importante es que la función de Shannon es una función continua y a pequeños cambios en el vector $\mathbf{p}=(p_1, p_2, \dots, p_k)$ se deben producir pequeños cambios en H (Pardo 2006), esto se corresponde con las pequeñas variaciones observadas en las estimaciones (manuscrito 2), lo que hizo que se generaran índices similares.

4.3.6 Conclusiones

Las Figuras 1 a 25 (Anexo 3) muestran las distribuciones del estimador promedio de Shannon para las 25 poblaciones en estudio y los métodos a evaluar, para aquellas distribuciones con i) Una categoría menor al 5%, ii) Una categoría entre el 5% y 10%; iii) Una categoría igual al 50% y iv) Categorías con libre distribución de proporciones, se ve que las distribuciones presentan una marcada simetría que se modifica en función del número de categorías y método evaluado. Para el caso de la combinación de categorías v), que considera equiprobabilidad se puede ver un comportamiento de la distribución en forma de escalón en donde se aprecia una marcada frecuencia en aquellas medidas de entropía “máximas” dentro de la distribución para todas las poblaciones y métodos evaluados. Esto es esperable ya que la teoría indica que este tipo de distribuciones presentan un comportamiento en donde los valores estimados corresponden al máximo valor.

En las poblaciones que presentaban una distribución “equiprobable” (poblaciones 5, 10, 15, 20 y 25), las estimaciones promedio de índice de Shannon \hat{H} entregan el máximo valor y dicha distribución que en este caso es uniforme presenta “la máxima ignorancia”, tal es el caso en estudios de salud con la utilización de la máxima varianza (P=Q=0,50 ver manuscrito 1).

En este trabajo se puede ver que todos los métodos evaluados realizan estimaciones del índice de Shannon promedio similares sin presentar variaciones incluso con los valores del índice a nivel poblacional, los índices construidos muestran que el grado de homogeneidad de las probabilidades estimadas (prevalencias) por los distintos métodos son similares. Pero ante este escenario se aconseja por los resultados del manuscrito 2, utilizar las propuestas de Fitzpatrick y Scott y Thompson si se trabaja con poblaciones de similares características a las simuladas.

Finalmente los resultados obtenidos nos permiten interpretar los índices como “el grado promedio de incertidumbre en predecir a que categoría pertenecerá un individuo escogido al azar de una colección” (Begon *et al.* 2006, Magurran 1988). Esto relacionado a prevalencias de enfermedades y asociándolo al principio de máxima varianza nos llevaría a que “existiría mayor incertidumbre en predecir que se encuentre un evento de salud en un momento determinado en la medida que este valor se hace extremo”.

Ante tal situación estimaciones adecuadas de tamaños de muestra son fundamentales para asegurar buenas estimaciones de prevalencias y de medidas de entropía ya que las medidas de entropía asignan un valor numérico a cada distribución de probabilidad, materializando la idea de mayor o menor incertidumbre.

4.3.7 Bibliografía

Angers, C. (1974), "A Graphical Method to Evaluate Sample Sizes for the Multinomial Distribution," *Technometrics*, 16, 469-471.

Begon, M., Townsend, C., y Harper, J. (2006). *Ecology: from individuals to ecosystems*. Blackwell Publishing Ltd. 4th ed. 738 pp.

Bromaghin, J.F. (1993). Sample size determination for interval estimation of multinomial parameters. *The American Statistician*, 47, 203-206.

Burton, A., Altman, D., Royston, P., y Holder, R. (2006). The design of simulation studies in medical statistics. *Statistics in Medicine*, 25:4279-4292.

Cochran, WG. (1977). *Sampling Technics*. Third Edition. John Wiley y Sons, Inc. 442 pp.

Cuadras, C. (1993). Comentarios en: Teoría de la información estadística. *Estadística Española*, Vol35. Num.133, pags 195 a 268.

Dahl, F., y Osteras, N. (2010). Quantifying information content in survey data by entropy. *Entropy*, 12, 161-163.

Fitzpatrick, S., y Scott, A. (1987). Quick simultaneous confidence intervals for multinomial proportions. *Journal of American Statistics Association*, 82, 875-878.

Joust, L. (2006). Entropy and Diversity. *Oikos*, 113(2): 363-375.

Keylock, C. (2005). Simpson diversity and Shannon-Wiener index as special cases of a generalized entropy. *Oikos*, 109: 203-207.

Lieberson, S. (1969). Measuring population diversity. *Amer. Soc. Rev.*, 34:850-862.

Marrugat, J., Vila, J., y Pavesa, M. (1999). Supuesto de máxima indeterminación: ¿error absoluto o error relativo en el cálculo del tamaño de la muestra?. *Gaceta Sanitaria*, 13: 491-493.

- Oruç, O., Kurouglu, E., y Vupa, O. (2009). An Application of Entropy in Survey Scale. *Entropy*, 11, 598-605.
- Pardo, L. (2006). *Statistical inference based in divergence measures*. Chapman y Hall/CRC. 497 pp.
- Pielou, EC. (1977). *Mathematical Ecology*. Wiley, Second Edition. 385 pp.
- Robinson, D. (2009). Entropy and Uncertainty. *Entropy*, 10,493-506.
- Shannon, EC. (1948). A Mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379-423.
- Thompson, S. (1987). Sample Size for Estimating Proportions. *The American Statistician*, vol. 41, No.1, 42-46.
- Tortora, R. (1978). A Note on Sample Size estimation for Multinomial Populations. *The American Statistician*, vol. 32, No. 3, 100-102.
- Yamano, T. (2001). A possible extension of Shannon's information theory. *Entropy*, 3: 280-292.
- Tu, X., Litvak, E., y Pagano, M. (1992). Issues in human Immunodeficiency Virus VIH screening programs. *Am.J. Epidemiol.*, 136,244-255.
- Wu, CC., y Zhang., RC. (2006). An information-theoretic approach to tehe effective usage of auxiliary information from survey data. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 58,499-509.

5. Discusión general

El uso del principio de máxima indeterminación o varianza máxima permite obtener aquel tamaño de muestra mayor en función del error de muestreo y en nivel de confianza fijados por el investigador. Dicha situación de “máxima varianza” siempre permitirá estimar el mayor tamaño de muestra en función de los errores de muestreo y nivel de confianza que el investigador use, es decir con 5%, 4% o 3% y siendo $P = 0,50$, siempre se obtendrá aquel tamaño de muestra mayor.

El uso de la máxima varianza en enfermedades o eventos raros hace que se estime el máximo tamaño de muestra para una situación en donde se espera que a lo menos la mitad de la muestra obtenida tenga el atributo de interés, sin embargo, al ser las tasas o prevalencias bajas para el atributo buscado, en la muestra obtenida este atributo estará subrepresentado.

Independiente del número de categorías trabajadas, errores muestrales absolutos y prevalencias poblacionales, los tamaños de muestra estimados según los métodos de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987) son bajos y además son constantes $n=510$ y $n=512$ respectivamente. Los niveles de confianza reales superaron el 95% de nivel de confianza nominal posicionando a ambos métodos con el puntaje más alto respecto a nivel de confianza real.

Los tamaños de muestra según Tortora (1978) y Bromaghin (1993) son superiores a los de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987). Los métodos de Tortora (1978) y Bromaghin (1993) están basados en el peor caso de los valores de los parámetros para cada categoría, en cambio los procedimientos de Fitzpatrick y Scott (1987) y Thompson (1987) se basan en el peor caso tomado de aquellos que la suma de los parámetros de la multinomial sea igual a uno.

El método de Tortora presenta el puntaje más alto para las simulaciones realizadas seguido por el método de Angers y Bromaghin. Se destaca en los métodos de Fitzpatrick y Scott y Thompson puntajes bajos en contraposición con el desempeño mostrado en los intervalos de confianza (puntajes altos), esto se debería que las estimaciones realizadas por estos métodos presentan menor exactitud que las realizadas por los métodos de Tortora, Angers y Bromaghin.

El método de Cochran (1977) generó estimaciones de tamaños de muestra inferiores a 384, esto se debe a que se utiliza el “peor de los casos” en donde $P=0,50$ y se tiene

una varianza máxima de $PQ=0,25$ para la estimación del tamaño muestral. En los puntajes asignados a los tamaños de muestra calculados el método de Cochran se destaca con el máximo puntaje de 30 puntos seguido por Fitzpatrick y Scott con totales que varían entre 22 y 25 puntos. El método de Cochran presentó niveles de confianza reales muy bajos, ya que en los $m=1000$ intervalos construidos al menos una categoría no contenía a su respectivo parámetro, luego simultáneamente el intervalo de confianza no contiene al vector poblacional lo que hace que el nivel de confianza sea más bajo.

Los niveles de confianza reales obtenidos presentan un patrón en donde se aprecia por ejemplo que para algunas poblaciones tanto el método de Tortora (1978) como el de Bromaghin (1993) presentan niveles de confianza reales inferiores al nominal del 95% y los posicionan con puntajes en un segundo y tercer puesto. Los tamaños de muestra obtenidos mediante la propuesta de Angers (1974) son altos en comparación con el resto y se posicionan en un tercer puesto después de las estimaciones con los métodos de Tortora (1978) y Bromaghin (1993).

Para la aplicación con datos de la Encuesta Nacional de Salud (ENS), el método de Cochran mostrando un desempeño regular para prevalencias altas cercanas al 50% ($P=59,30\%$) en comparación con los métodos de Tortora y Bromaghin. Se esperaba un mayor puntaje ya que la propuesta de Cochran trabaja con el peor caso o máxima varianza y un mal desempeño para prevalencias bajas como $P=1,90\%$ no siendo así. El método de Angers presenta un puntaje que lo posiciona en un cuarto lugar (Tabla 15), situación que se visualizaba en el desempeño mostrado en las simulaciones en el cual quedo en un quinto puesto.

Si bien en las simulaciones el nivel de confianza real para el método de Bromaghin para la población 6 es del 96% (ver Tabla 4), en el ejemplo de la aplicación este nivel baja al 95,2%, esto estaría dado por el hecho de que el tamaño de muestra según el método de Bromaghin de $n=954$ es generado para aquella categoría de menor prevalencia $j=1$ que en el caso de la Población 6 era de $P1=3,16\%$ (Véase Tabla 3c de Anexo 2).

Pese a que los métodos de Bromaghin y Tortora son similares por la forma de construir los intervalos de confianza, el método de Tortora presenta un nivel de confianza real inferior al que presenta Bromaghin, esto podría estar explicado a que el desempeño del método de Tortora para prevalencias bajas no es adecuado. Se debe tener presente que en la aplicación a la ENS se utilizaron los tamaños de muestra

estimados para la simulación de la Población 6 (Tabla 2), ya que esta presentaba una categoría con una prevalencia menor al 5% y además se consideraban errores específicos por categoría ($e=1\%$ si la categoría era menor al 5% ; véase Tabla 1).

El índice de Shannon mide la información de un experimento (muestra) a partir del promedio de las incertidumbres contenidas en cada uno de los resultados posibles del experimento.

El índice promedio de Shannon presentó una característica particular, y era que para una población respectiva el índice no variaba considerablemente y se mantenía casi igual. Dicha característica se explica ya que las estimaciones promedio para cada método en una población específica se mantenían similares (resultado manuscrito 2) y las diferencias que se encontraron tenían relación específica con: 1) Niveles de confianza, 2) Sesgos y 3) errores cuadráticos medios.

Una propiedad importante es que la función de Shannon es una función continua y a pequeños cambios en el vector $\mathbf{p}=(p_1,p_2,\dots,p_k)$ se deben producir pequeños cambios en H, esto se explicaría por las pequeñas variaciones observadas en las estimaciones (manuscrito 2).

6 Conclusiones generales

1. Cuando se trabajan prevalencias bajas se recomienda trabajar con tamaños de muestra mucho más grandes con el fin de poder detectar o encontrar las unidades (atributos) en la muestra, dada su baja frecuencia, situación que se contradice con el supuesto de máxima varianza que trabaja con el máximo tamaño de muestra el cual no es suficiente.
2. La estimación del tamaño de muestra haciendo uso de la máxima varianza ($P=Q=0,50$), con un nivel de confianza del 95% y error absoluto del 5%, siempre dará como resultado un valor de $n=384$.
3. Desde un punto de vista de los diseños de estudios epidemiológicos, la mala utilización de este supuesto de “máxima varianza”, tenderá como consecuencia la subrepresentacion de aquellos atributos cuya frecuencia en la población blanco en estudio es muy baja y por lo tanto las probabilidades de inclusión de este atributo en una muestra particular serán muy bajas.
4. El método de Cochran (1977) es el menos eficiente en la estimación de tamaños de muestra para variables multinomiales.
5. El desempeño de este método lo posiciona en un tercer lugar en la aplicación realizada, pero dicho puntaje obtenido (190 pts) se basa en los 150 puntos obtenidos como mejor tamaño de muestra (más pequeño).
6. Los niveles de confianza reales para el método de Cochran en algunas situaciones eran inferiores al 80%, esto nos lleva a concluir que un buen tamaño de muestra (reducido) no asegura que el método sea mejor.
7. Las propuestas más apropiadas para trabajar tamaños de muestra para variables multinomiales correspondan a Fitzpatrick y Scott y Thompson, ya que estiman el mismo tamaño de muestra reducido de $n=510$ y $n=512$ respectivamente, que además conjugan buen nivel de confianza.

8. En la construcción de los índices de Shannon, los vectores que consideraban equiprobabilidad muestran un comportamiento de la distribución de los estimadores promedios de Shannon en forma de escalón, en donde se aprecia una marcada frecuencia en aquellas medidas de entropía “máximas” dentro de la distribución para todas las poblaciones y métodos evaluados.
9. En las poblaciones que presentaban una distribución “equiprobable” (poblaciones 5, 10, 15, 20 y 25), las estimaciones promedio de índice de Shannon \bar{H} entregan el máximo valor y dicha distribución que en este caso es uniforme presenta “la máxima ignorancia”, tal es el caso en estudios de salud con la utilización de la máxima varianza (P=Q=0,50).
10. Las estimaciones del índice de Shannon promedio son similares sin presentar variaciones incluso con los valores del índice a nivel poblacional.
11. Se recomienda para tener buenas estimaciones de medidas de entropía, estimaciones adecuadas de tamaños de muestra que permitan tener estimaciones de prevalencias que posibiliten estudiar la información contenida en la información levantada.
12. Los índices de Shannon construidos se pueden interpretar en estudios de prevalencias de enfermedades asociadas al principio de máxima varianza en el sentido de que “existiría mayor incertidumbre en predecir que se encuentre un evento de salud en un momento determinado en la medida que este valor se hace extremo”.

7 Bibliografía General

Alonso, J., Prieto, L., y Anto, JM. (1995). The Spanish version of the SF-36 Health Survey (the SF-36 health questionnaire): an instrument for measuring clinical results]. *Med Clin (Barc)*, May 27;104(20):771-776.

Angers, C. (1974), "A Graphical Method to Evaluate Sample Sizes for the Multinomial Distribution," *Technometrics*, 16, 469-471.

Begon, M., Townsend, C., y Harper, J. (2006). *Ecology: from individuals to ecosystems*. Blackwell Publishing Ltd. 4th ed. 738 pp.

Bromaghin, J.F. (1993). Sample size determination for interval estimation of multinomial parameters. *The American Statistician*, 47, 203-206.

Burton, A., Altman, D., Royston, P., y Holder, R. (2006). The design of simulation studies in medical statistics. *Statistics in Medicine*, 25:4279-4292.

Cabral, MD., Luiz, RR. (2007). Sensitivity analysis for unmeasured confounders using an electronic spreadsheet. *Rev Saude Publica*, 41(3):446-52

Cameron, C., y Trivedi, P. (2009). *Microeconometrics using Stata*. A Stata Press Publication. 732 pp.

Casella, G. y Berger, R. (2002). *Statistical inference*. Second Edition. Duxbury Thomson Learning. 686 pp.

Chow, S., Shao, J., y Wang, H. (2008). *Sample Size Calculations in Clinical Research*. Chapman y Hall. 449 pp.

Cochran, WG. (1977). *Sampling Technics*. Third Edition. John Wiley y Sons, Inc.442 pp.

Cuadras, C. (1993).Comentarios en: Teoría de la información estadística. *Estadística Española*, Vol35. Num.133, pags 195 a 268.

Cuadras, C. (1999). Problemas de Probabilidades y Estadística. Volumen II. Inferencia Estadística. EUB, Barcelona, (2a edición), 454pp., 2000.

Dahl, F., y Osteras, N. (2010). Quantifying information content in survey data by entropy. *Entropy*, 12, 161-163.

Encuesta Nacional de Salud. (2009). Ministerio de Salud, República de Chile.

Espinoza-Moreno, N. (2005). El supuesto de máxima indeterminación y el tamaño de muestra. *Medicina Universitaria*, 7(29): 243-4.

Fitzpatrick, S., y Scott, A. (1987). Quick simultaneous confidence intervals for multinomial proportions. *Journal of American Statistics Association*, 82, 875-878.

Glaz, J., y Johnson, B. (1984). Probability for multivariate distributions with dependence structures. *Journal of the American Statistical Association*, 79, 436-441

Goodman, L. (1965). On Simultaneous Confidence Intervals for Multinomial Proportions. *Technometrics*, vol. 7, No. 2, 247-254.

Grau, M., Elosua, R., Cabrera de León, A., Guembe, M., Baena-Díez, J. M., Vega, T., Félix, F., Zorrilla, B., Rigo, F., Lapetra, J., Gavrilá, D., Segura, A., Sanz, H., Fernández-Bergés, D., Fitó, M., y Marrugat, J. (2011). Factores de riesgo cardiovascular en España en la primera década del siglo xxi : análisis agrupado con datos individuales de 11 estudios de base poblacional, estudio DARIOS *Rev Esp Cardiol.*, 64(4):295-304.

Gutiérrez, S. (1994). Filosofía de la Estadística. Servei de Publicacions Universitat de Valencia. 318 pp.

Hernández, M., Garrido, F., y López, S. (2000). Diseño de estudios epidemiológicos. *Salud Pública de México*, Vol. 42 N° 2. 145-154.

Joust, L. (2006). Entropy and Diversity. *Oikos*, 113(2): 363-375.

Keylock, C. (2005). Simpson diversity and Shannon-Wiener index as special cases of a generalized entropy. *Oikos*, 109: 203-207

- Kish, L. (1965). *Survey Sampling*. John Wiley y Sons. 635 pp.
- Knight, K. (2000). *Mathematical Statistics*. Chapman y Hall/CRC Texts in Statistical Science. 505 pp.
- Last, JM. (Ed.). *A Dictionary of Epidemiology*. Oxford: Oxford University Press; 2000
- Levy, P., y Lemeshow, S. (1999). *Sampling of populations: Methods and applications (4^a ed)*. Wiley series in probability and statistics. Survey Methodology Section. 616 pp
- Levin, B. (1981). A representation for multinomial cumulative distributions functions. *The Annals of Statistics*, 9, 1123-1126.
- Liebersohn, S. (1969). Measuring population diversity. *Amer. Soc. Rev.*, 34:850-862.
- Lilienfeld, AM., y Lilienfeld, DE. (1987). *Fundamentos de epidemiología*. Addison-Wesley Iberoamericana; cop.
- Lohr, S. (2000). *Muestreo: Diseño y Análisis*. Internacional Thomson Editores 480 pp.
- Lwanga, S. y Lemeshow, S. (1991). *Sample size determination in health studies: a practical manual*. World Health Organization. 80 pp.
- MacMahon, B., y Pugh, TF. (1970) *Epidemiology : principles and methods*. Little, Brown.
- Magurran, AE. (1988). *Ecological diversity and its measurement*. Princeton University Press, New Jersey, 179 pp.
- Martín, M., Horna, O., Nedel, F., y Navarro, A. (2010). *Fundamentos de estadística en ciencias de la salud*. Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions. 224 pp.

Marrugat, J., Vila, J., y Pavesa, M. (1999). Supuesto de máxima indeterminación: ¿error absoluto o error relativo en el cálculo del tamaño de la muestra?. *Gaceta Sanitaria*, 13: 491-493.

Martínez, JA., y Martínez, L. (2008). Determinación de la máxima varianza para el cálculo del factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida, y extensión a diferentes tipos de muestreo. *Psicothema*, Vol 20 n^o2, 311-316.

Mirás, J. (2000). Elementos de muestreo para poblaciones finitas. Instituto Nacional de Estadísticas. Colección Libros de Autor. Madrid, España. 365 pp.

Mood, A. y Graybill, F. (1955). Introducción a la teoría de la estadística. Colección ciencia y tecnología. Aguilar S.A. Ediciones. 536 pp.

OMS Organización Mundial de la Salud (1995). Comité de Expertos de la OMS sobre el estado físico: *El estado físico: uso e interpretación de la antropometría. Serie de informes técnicos*, 854. Ginebra (Suiza): Organización Mundial de la Salud.

Oruç, O., Kuroughlu, E., y Vupa, O. (2009). An Application of Entropy in Survey Scale. *Entropy*, 11, 598-605.

Pardo, L. (2006). Statistical inference based in divergence measures. Chapman y Hall/CRC. 497 pp.

Pérez, C. (2005). Muestreo estadístico, Conceptos y problemas resueltos. Pearson Prentice Hall. 374 pp.

Pielou, EC. (1977). *Mathematical Ecology*. Wiley, Second Edition. 385 pp.

Pineda, E. y de Alvarado, E. (2008). Metodología de la Investigación. Organización Panamericana de la Salud. Tercera Edición. 260 pp.

Quijada, S., y Alvarado, S. (2009). Encuestas: Muestreo Estadístico. Apuntes del Curso Encuestas para Políticas Públicas. Facultad de Economía y Negocios. Universidad de Chile. 50 pp.

Quesenberry, C., y Hurst, D. (1984). Large Sample Simultaneous Confidence Intervals for Multinomial Proportions. *Technometrics*, vol. 6, No. 2. 191-195.

- Robinson, D. (2009). Entropy and Uncertainty. *Entropy*, 10,493-506.
- Ross, S. (1999). *Simulación*. Prentice Hall. México. 281 pp.
- Roussas, G. (1997). *A course in mathematical statistics*. Second edition. Academy press. 571 pp.
- Salicrú, M., Menéndez, M., Morales, D. y Pardo, L. (1993). Asymptotics distribution of $(h,)$ -entropies. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 22(7), 2015-2031.
- Santner, T. y Duffy, D. (1989). *The statistical analysis of discrete data*. Springer-Verlag. 367 pp.
- Shannon, EC. (1948). A Mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379-423.
- Silva, LC. (2000b). Nueva visita al supuesto de máxima indeterminación y al empleo de errores absolutos y relativos. *Gaceta Sanitaria*, 14(3): 254-257.
- Silva, LC. (2000a). Diseño razonado de muestras y captación de datos para la investigación sanitaria. Editorial Díaz de Santos. 332 pp.
- Suárez-Gil, P., Alonso, JC. (1999). Sobre el supuesto de máxima indeterminación, el tamaño muestral y otras consideraciones sobre muestreo. *Gaceta Sanitaria*, 13: 243-246
- Thompson, S. (1987). Sample Size for Estimating Proportions. *The American Statistician*, vol. 41, No.1, 42-46.
- Tina, W. (2005). Relationships among some univariate distributions. *IIE Transactions*, 37, 651-656.
- Tortora, R. (1978). A Note on Sample Size estimation for Multinomial Populations. *The American Statistician*, vol. 32, No. 3, 100-102.

Tu, X., Litvak, E., y Pagano, M. (1992). Issues in human Immunodeficiency Virus VIH screening programs. *Am.J. Epidemiol.*, 136,244-255.

Vivanco, M. (2005). *Muestreo Estadístico Diseño y Aplicaciones*. Editorial Universitaria. S.A. 210 pp.

Wu, CC., y Zhang., RC. (2006). An information-theoretic approach to tehe effective usage of auxiliary information from survey data. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 58, 499-509.

Yamano, T. (2001). A possible extension of Shannon's information theory. *Entropy*, 3: 280-292.

Zwillinger, D., y Kokoska, D. (2000). *CRC Standard Probability and Statistics Tables and Formulae*. Chapman y Hall/CRC. 568 pp.

8. Anexos

1.1. Anexo 1 (Manuscrito 1):

Maximización de la ecuación de estimación de tamaño de muestra considerando máxima indeterminación.

Se tiene que el tamaño de muestra depende de tres parámetros: e es el error muestral, z es el coeficiente de confianza o percentil $(1 - \frac{\alpha}{2})$ de la distribución normal estándar (usualmente $z = 1,96$ para un 95% de confianza) y σ_x^2 es la varianza de la variable de interés, que en este caso es , entonces $n = f(z, p, e)$ luego se tiene que $n = \frac{z^2 \sigma_x^2}{e^2}$, maximizando la función respecto al parámetro p utilizando la ecuación (1.1) y derivando se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 pq}{e^2} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 p(1-p)}{e^2} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{z^2 (p - p^2)}{e^2} \right) = \frac{z^2}{e^2} (1 - 2p)$$

La función tiene su máximo en $\frac{\partial f}{\partial p} = 0$, esto es cierto si y sólo si $p = \frac{1}{2}$.

Derivación de la ecuación (1.2).

Se tiene que la ecuación asociada a poblaciones finitas está dada por $n = \frac{z^2 \times N \times \sigma_x^2}{z^2 \times \sigma_x^2 + (N-1) \times e^2}$, que corresponde a la ecuación (1), luego aplicando límites se tiene:

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} n &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{z^2 \times N \times pq}{z^2 \times pq + (N-1) \times e^2} \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{z^2 \times N \times pq}{N}}{\frac{z^2 \times pq}{N} + \frac{(N-1) \times e^2}{N}} \right) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{z^2 \times N \times pq}{N}}{\frac{z^2 \times pq}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) e^2} \right) = \frac{z^2 pq}{e^2} \end{aligned}$$

8.2 Anexo 2 (Manuscrito 2)

Tabla 3a. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Tortora.

Tortora				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
j=1	j=1	j=2	peor caso	constante para cada j
n=1788	n=1190	n=583	n=583	n=518
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
j=1	j=1	j=1	peor caso	constante para cada j
n=1901	n=1296	n=1403	n=623	n=468
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
j=1	j=1	j=1	peor caso	constante para cada j
n=2010	n=1381	n=1380	n=663	n=425
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
j=1	j=1	j=1	peor caso	j=2
n=2733	n=1451	n=1604	n=710	n=618
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
j=1	j=1	j=5	peor caso	constante para cada j
n=2893	n=1696	n=3571	n=756	n=1030

Tabla 3b. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Cochran.

Cochran				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
j=2	j=3	j=2	peor caso	j=2
n=382	n=384	n=384	n=384	n=342
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
j=4	j=3	j=3	peor caso	constante para cada j
n=376	n=369	n=384	n=384	n=288
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
j=5	j=5	j=5	peor caso	constante para cada j
n=376	n=376	n=384	n=384	n=246
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
j=3	j=3	j=3	peor caso	j=2
n=272	n=246	n=384	n=384	n=214
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
j=3	j=3	j=3	peor caso	constante para cada j
n=289	n=246	n=384	n=384	n=188

Tabla 3c. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Angers.

Angers				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
n=1250	n=840	n=485	n=498	n=510
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
n=1211	n=854	n=965	n=649	n=1049
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
n=1304	n=908	n=928	n=465	n=426
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
n=1498	n=897	n=1496	n=419	n=600
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
n=1600	n=1012	n=2203	n=387	n=985

Tabla 3d. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Thompson.

Thompson				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
j=3	j=3	j=3	j=3	j=3
n=512	n=512	n=512	n=512	n=512
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
j=3	j=3	j=3	j=3	j=3
n=512	n=512	n=512	n=512	n=512
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
j=3	j=3	j=3	j=3	j=3
n=512	n=512	n=512	n=512	n=512
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
j=3	j=3	j=3	j=3	j=3
n=512	n=512	n=512	n=512	n=512
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
j=3	j=3	j=3	j=3	j=3
n=512	n=512	n=512	n=512	n=512

Tabla 3e. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Bromaghin.

Bromaghin				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
j=1	j=1	j=2	peor caso	j=2
n=1784	n=1171	n=564	n=564	n=502
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
j=1	j=1	j=1	peor caso	constante para cada j
n=1946	n=1306	n=1411	n=618	n=465
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
j=1	j=1	j=1	peor caso	constante para cada j
n=2055	n=1390	n=1389	n=657	n=423
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
j=1	j=1	j=1	peor caso	j=2
n=2720	n=1433	n=1582	n=690	n=606
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	libre distribución	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
j=1	j=1	j=6	peor caso	j=4
n=2807	n=1631	n=3451	n=717	n=987

Tabla 3f. Estimaciones de tamaño de muestra según propuesta de Fitzpatrick y Scott.

Fitzpatrick & Scott				
Población 1	Población 2	Población 3	Población 4	Población 5
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=3	k=3	k=3	k=3	k=3
n=510	n=510	n=510	n=510	n=510
Población 6	Población 7	Población 8	Población 9	Población 10
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=4	k=4	k=4	k=4	k=4
n=510	n=510	n=510	n=510	n=510
Población 11	Población 12	Población 13	Población 14	Población 15
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=5	k=5	k=5	k=5	k=5
n=510	n=510	n=510	n=510	n=510
Población 16	Población 17	Población 18	Población 19	Población 20
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=6	k=6	k=6	k=6	k=6
n=510	n=510	n=510	n=510	n=510
Población 21	Población 22	Población 23	Población 24	Población 25
< 5 %	< 10 %	50% (1 categoría)	error constante	equiprobabilidad
k=7	k=7	k=7	k=7	k=7
n=510	n=510	n=510	n=510	n=510

Tabla 4a. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 1 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3
		3,17%	53,86%	42,97%
	Criterio	p1	p2	p3
Tortora	Estimador promedio	3,17%	53,88%	42,94%
	Sesgo	0,000012	0,000222	-0,000233
	% Sesgo	0,04%	0,04%	-0,05%
	Sesgo Estandarizado	2,62%	18,06%	-16,93%
	Error Cuadratico Medio	452612,80	406691,80	335482,10
Bromaghin	Estimador promedio	3,18%	53,82%	43,00%
	Sesgo	0,000091	-0,000375	0,000285
	% Sesgo	0,28%	-0,06%	0,06%
	Sesgo Estandarizado	20,61%	-29,04%	22,94%
	Error Cuadratico Medio	345323,30	361269,40	369546,50
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,17%	53,84%	42,99%
	Sesgo	-0,000078	-0,000167	0,000245
	% Sesgo	-0,24%	-0,03%	0,05%
	Sesgo Estandarizado	-7,46%	-7,33%	10,44%
	Error Cuadratico Medio	279190,10	440162,30	433750,10
Thompson	Estimador promedio	3,16%	53,84%	42,99%
	Sesgo	-0,000088	-0,000178	0,000266
	% Sesgo	-0,27%	-0,03%	0,06%
	Sesgo Estandarizado	-8,51%	-7,85%	11,38%
	Error Cuadratico Medio	223518,40	447314,70	445377,80
Cochran	Estimador promedio	3,15%	54,00%	42,86%
	Sesgo	-0,000266	0,001374	-0,001108
	% Sesgo	-0,83%	0,25%	-0,26%
	Sesgo Estandarizado	-26,77%	49,87%	-41,45%
	Error Cuadratico Medio	312930,10	475505,90	360996,30
Angers	Estimador promedio	3,17%	53,81%	43,02%
	Sesgo	0,000017	-0,000500	0,000483
	% Sesgo	0,05%	-0,09%	0,11%
	Sesgo Estandarizado	3,33%	-31,55%	29,07%
	Error Cuadratico Medio	485462,70	367066,00	327779,00

Tabla 4a'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 1 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,17%	P2=53,86%	P3=42,97%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	5	5	3,5	13,5
	Sesgo	6	4	6	16
	Error Cuadratico Medio	2	4	5	11
	Total	13	13	14,5	41
Bromaghin	Estimador promedio	2,5	3	3,5	9,0
	Sesgo	2	3	3	8
	Error Cuadratico Medio	3	6	3	12
	Total	7,5	12	9,5	29
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5	5	5,5	15,5
	Sesgo	4	6	5	15
	Error Cuadratico Medio	5	3	2	10
	Total	14	14	12,5	40,5
Thompson	Estimador promedio	2,5	5	5,5	13,0
	Sesgo	3	5	4	12
	Error Cuadratico Medio	6	2	1	9
	Total	12	12	11	34
Cochran	Estimador promedio	1	1	1	3
	Sesgo	1	1	1	3
	Error Cuadratico Medio	4	1	4	9
	Total	6	3	6	15
Angers	Estimador promedio	5	2	2	9
	Sesgo	5	2	2	9
	Error Cuadratico Medio	1	5	6	12
	Total	11	9	10	30

Tabla 4b. Evaluación de desempeño las simulaciones para población 2 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3
		8,98%	40,01%	51,01%
		p1	p2	p3
Tortora	Estimador promedio	9,05%	40,00%	50,96%
	Sesgo	0,000644	-0,000126	-0,000519
	% Sesgo	0,72%	-0,03%	-0,10%
	Sesgo Estandarizado	66,05%	-8,00%	-35,22%
	Error Cuadratico Medio	354574,30	405918,60	469569,50
Bromaghin	Estimador promedio	9,00%	40,00%	51,00%
	Sesgo	0,000148	-0,000071	-0,000077
	% Sesgo	0,16%	-0,02%	-0,01%
	Sesgo Estandarizado	14,96%	-5,09%	-5,28%
	Error Cuadratico Medio	286541,70	499395,70	388986,30
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	9,01%	40,01%	50,99%
	Sesgo	0,000211	0,0000001	-0,000218
	% Sesgo	0,23%	0,002%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	15,51%	0,29%	-8,00%
	Error Cuadratico Medio	363355,40	295296,70	291308,70
Thompson	Estimador promedio	9,00%	40,01%	50,99%
	Sesgo	0,000193	-0,0000005	-0,000188
	% Sesgo	0,21%	-0,001%	-0,037%
	Sesgo Estandarizado	14,15%	-0,19%	-0,78%
	Error Cuadratico Medio	327669,00	317397,50	253663,90
Cochran	Estimador promedio	9,09%	40,02%	50,90%
	Sesgo	0,001014	0,000104	-0,001118
	% Sesgo	1,13%	0,03%	-0,22%
	Sesgo Estandarizado	61,20%	3,05%	-39,40%
	Error Cuadratico Medio	302794,70	237237,30	397531,00
Angers	Estimador promedio	9,03%	40,00%	50,98%
	Sesgo	0,000417	-0,000110	-0,000308
	% Sesgo	0,46%	-0,03%	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	34,41%	-6,19%	-14,91%
	Error Cuadratico Medio	295410,70	371495,90	364523,30

Tabla 4b'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 2 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=8,98%	P2=40,01%	P3=51,01%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	2	5	2	9
	Sesgo	2	1	2	5
	Error Cuadratico Medio	2	2	1	5
	Total	6	8	5	19
Bromaghin	Estimador promedio	5,5	5	6	16,5
	Sesgo	6	4	6	16
	Error Cuadratico Medio	6	1	3	10
	Total	18	10	15	43
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4	2,5	4,5	11
	Sesgo	4	6	4	14
	Error Cuadratico Medio	1	5	5	11
	Total	9	14	14	36
Thompson	Estimador promedio	5,5	2,5	4,5	12,5
	Sesgo	5	5	5	15
	Error Cuadratico Medio	3	4	6	13
	Total	14	12	16	41
Cochran	Estimador promedio	1	1	1	3
	Sesgo	1	3	1	5
	Error Cuadratico Medio	4	6	2	12
	Total	6	10	4	20
Angers	Estimador promedio	3	5	3	11
	Sesgo	3	2	3	8
	Error Cuadratico Medio	5	3	4	12
	Total	11	10	10	31

Tabla 4c. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 3 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3
		24,98%	50,03%	29,99%
		p1	p2	p3
Tortora	Estimador promedio	24,96%	50,05%	24,99%
	Sesgo	-0,000191	0,000243	-0,000052
	% Sesgo	-0,08%	0,05%	-0,02%
	Sesgo Estandarizado	-9,93%	11,16%	-2,55%
	Error Cuadratico Medio	433188,40	348227,90	373044,60
Bromaghin	Estimador promedio	25,04%	50,04%	24,92%
	Sesgo	0,000634	0,000113	-0,000747
	% Sesgo	0,25%	0,02%	-0,30%
	Sesgo Estandarizado	32,11%	5,47%	-39,70%
	Error Cuadratico Medio	410446,00	453064,60	431048,20
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	25,02%	50,05%	24,92%
	Sesgo	0,000495	0,0002196	-0,000715
	% Sesgo	0,20%	0,04%	-0,28%
	Sesgo Estandarizado	23,04%	9,14%	-32,81%
	Error Cuadratico Medio	365737,00	340786,30	339453,30
Thompson	Estimador promedio	25,05%	50,04%	24,91%
	Sesgo	0,000717	0,0000964	-0,000813
	% Sesgo	0,29%	0,02%	-0,32%
	Sesgo Estandarizado	32,91%	4,02%	-38,08%
	Error Cuadratico Medio	380096,60	339755,50	304079,30
Cochran	Estimador promedio	24,99%	50,05%	24,96%
	Sesgo	0,000103	0,000211	-0,000314
	% Sesgo	0,04%	0,04%	-0,12%
	Sesgo Estandarizado	4,15%	8,05%	-11,59%
	Error Cuadratico Medio	385700,80	369454,40	330725,30
Angers	Estimador promedio	25,03%	50,05%	24,93%
	Sesgo	0,000498	0,000152	-0,000649
	% Sesgo	0,20%	0,03%	-0,26%
	Sesgo Estandarizado	24,31%	5,92%	-30,24%
	Error Cuadratico Medio	381504,60	350115,50	357223,40

Tabla 4c'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 3 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=24,98%	P2=50,03%	P3=29,99%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	5	2,5	6	13,5
	Sesgo	2	1	6	9
	Error Cuadratico Medio	1	4	2	7
	Total	8	8	14	29,5
Bromaghin	Estimador promedio	2	5,5	2,5	10
	Sesgo	5	5	2	12
	Error Cuadratico Medio	2	1	1	4
	Total	9	12	6	26
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4	2,5	2,5	9
	Sesgo	3	2	3	8
	Error Cuadratico Medio	6	5	4	15
	Total	13	9,5	9,5	32
Thompson	Estimador promedio	1	5,5	1	7,5
	Sesgo	6	6	1	13
	Error Cuadratico Medio	5	6	6	17
	Total	12	17,5	8	37,5
Cochran	Estimador promedio	6	2,5	5	13,5
	Sesgo	1	3	5	9
	Error Cuadratico Medio	3	2	5	10
	Total	10	7,5	15	32,5
Angers	Estimador promedio	3	2,5	4	9,5
	Sesgo	4	4	4	12
	Error Cuadratico Medio	4	3	3	10
	Total	11	9,5	11	32

Tabla 4d. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 4 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3
		3,14%	53,83%	43,03%
Criterio		p1	p2	p3
Tortora	Estimador promedio	3,09%	53,89%	43,01%
	Sesgo	-0,000465	0,000637	-0,000172
	% Sesgo	-1,48%	0,12%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	-61,30%	29,50%	-8,64%
	Error Cuadratico Medio	372901,40	421273,60	488031,50
Bromaghin	Estimador promedio	3,11%	53,90%	42,99%
	Sesgo	-0,000299	0,000669	-0,000370
	% Sesgo	-0,95%	0,12%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	-30,50%	33,13%	-15,15%
	Error Cuadratico Medio	239584,80	570728,10	363803,70
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,11%	53,91%	42,98%
	Sesgo	-0,000279	0,0007903	-0,000511
	% Sesgo	-0,89%	0,15%	-0,12%
	Sesgo Estandarizado	-26,27%	34,49%	-19,71%
	Error Cuadratico Medio	304377,70	525269,00	325071,10
Thompson	Estimador promedio	3,11%	53,93%	42,95%
	Sesgo	-0,000254	0,0010243	-0,000770
	% Sesgo	-0,81%	0,19%	-0,18%
	Sesgo Estandarizado	-24,12%	45,88%	-29,62%
	Error Cuadratico Medio	294303,00	442864,30	390670,60
Cochran	Estimador promedio	3,16%	53,81%	43,04%
	Sesgo	0,000182	-0,000231	0,000049
	% Sesgo	0,58%	-0,04%	0,01%
	Sesgo Estandarizado	18,59%	-7,87%	1,66%
	Error Cuadratico Medio	298873,00	311997,60	357355,60
Angers	Estimador promedio	3,11%	53,91%	42,98%
	Sesgo	-0,000329	0,000796	-0,000468
	% Sesgo	-1,05%	0,15%	-0,11%
	Sesgo Estandarizado	-29,52%	35,34%	-19,40%
	Error Cuadratico Medio	225299,60	499211,80	411990,00

Tabla 4d'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 4 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,14%	P2=53,83%	P3=43,03%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	1	5	5	11
	Sesgo	6	2	5	13
	Error Cuadratico Medio	1	5	1	7
	Total	8	12	11	31
Bromaghin	Estimador promedio	3,5	4	4	11,5
	Sesgo	4	3	4	11
	Error Cuadratico Medio	5	1	4	10
	Total	12,5	8	12	32,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,5	2,5	2,5	8,5
	Sesgo	3	4	2	9
	Error Cuadratico Medio	2	2	6	10
	Total	8,5	8,5	10,5	27,5
Thompson	Estimador promedio	3,5	1	1	5,5
	Sesgo	2	6	1	9
	Error Cuadratico Medio	4	4	3	11
	Total	9,5	11	5	25,5
Cochran	Estimador promedio	6	6	6	18
	Sesgo	1	1	6	8
	Error Cuadratico Medio	3	6	5	14
	Total	10	13	17	40
Angers	Estimador promedio	3,5	2,5	2,5	1,8
	Sesgo	5	5	3	13
	Error Cuadratico Medio	6	3	2	11
	Total	14,5	10,5	7,5	32,5

Tabla 4e. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 5 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3
		33,34%	33,37%	33,29%
	Criterio	p1	p2	p3
Tortora	Estimador promedio	33,32%	33,37%	33,31%
	Sesgo	-0,000199	-0,000040	0,000239
	% Sesgo	-0,06%	-0,01%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	-7,70%	-1,99%	10,20%
	Error Cuadratico Medio	296801,40	437420,40	291297,50
Bromaghin	Estimador promedio	33,26%	33,49%	33,26%
	Sesgo	-0,000823	0,001152	-0,000328
	% Sesgo	-0,25%	0,34%	-0,09%
	Sesgo Estandarizado	-35,25%	52,03%	-14,44%
	Error Cuadratico Medio	393546,60	451536,90	364839,20
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	33,25%	33,48%	33,27%
	Sesgo	-0,000846	0,0010650	-0,000219
	% Sesgo	-0,25%	0,32%	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	-37,44%	52,42%	-10,01%
	Error Cuadratico Medio	371622,80	483553,60	417818,50
Thompson	Estimador promedio	33,25%	33,39%	33,36%
	Sesgo	-0,000924	0,0002103	0,000714
	% Sesgo	-0,28%	0,06%	0,21%
	Sesgo Estandarizado	-44,25%	10,63%	-10,01%
	Error Cuadratico Medio	391623,90	460181,10	376369,40
Cochran	Estimador promedio	33,33%	33,51%	33,16%
	Sesgo	-0,000091	0,001402	-0,001312
	% Sesgo	-0,03%	0,42%	-0,39%
	Sesgo Estandarizado	-2,22%	46,48%	-49,59%
	Error Cuadratico Medio	184975,30	353705,70	572654,10
Angers	Estimador promedio	33,25%	33,48%	33,27%
	Sesgo	-0,000846	0,001065	-0,000219
	% Sesgo	-0,25%	0,32%	-0,07%
	Sesgo Estandarizado	-37,44%	52,42%	-10,01%
	Error Cuadratico Medio	371622,80	483553,60	417818,50

Tabla 4e'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 5 de K=3 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=33,34%	P2=33,37%	P3=33,29%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	5	6	5	16
	Sesgo	5	6	4	15
	Error Cuadratico Medio	5	5	6	16
	Total	15	17	15	47
Bromaghin	Estimador promedio	4	1	3	8
	Sesgo	4	3	3	10
	Error Cuadratico Medio	1	4	4	9
	Total	9	8	10	27
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	2	2,5	5	9,5
	Sesgo	3	4	5,5	12,5
	Error Cuadratico Medio	3,5	1,5	2,5	8
	Total	8,5	8	13	29,5
Thompson	Estimador promedio	2	5	2	9
	Sesgo	2	5	2	9
	Error Cuadratico Medio	2	3	5	10
	Total	6	13	9	28
Cochran	Estimador promedio	6	4	1	11
	Sesgo	6	2	1	9
	Error Cuadratico Medio	6	6	1	13
	Total	18	12	3	33
Angers	Estimador promedio	2	2,5	6	11
	Sesgo	3	4	5,5	13
	Error Cuadratico Medio	3,5	1,5	2,5	8
	Total	9	8	14	31

Tabla 4f. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 6 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		3,16%	13,83%	40,03%	42,98%
	Criterio	p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	3,17%	13,84%	39,99%	43,00%
	Sesgo	0,000128	0,000061	-0,000337	0,0001484
	% Sesgo	0,40%	0,04%	-0,08%	0,03%
	Sesgo Estandarizado	27,64%	6,78%	-29,89%	13,85%
	Error Cuadratico Medio	324347,60	344082,80	372123,20	468515,80
Bromaghin	Estimador promedio	3,17%	13,84%	39,99%	42,99%
	Sesgo	0,000142	0,000083	-0,000335	0,0001098
	% Sesgo	0,45%	0,06%	-0,08%	0,02%
	Sesgo Estandarizado	29,74%	8,98%	-31,11%	10,68%
	Error Cuadratico Medio	337291,70	304709,90	419386,00	492018,2
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,15%	13,91%	39,92%	43,02%
	Sesgo	-0,000063	0,0007589	-0,001051	0,0003548
	% Sesgo	-0,20%	0,55%	-0,26%	0,08%
	Sesgo Estandarizado	-6,37%	46,95%	-38,15%	14,08%
	Error Cuadratico Medio	331525,40	435815,70	258626,60	314097,6
Thompson	Estimador promedio	3,16%	13,81%	40,03%	43,00%
	Sesgo	0,000021	-0,0002299	0,000060	0,000149
	% Sesgo	0,07%	-0,17%	0,01%	0,03%
	Sesgo Estandarizado	2,46%	-15,68%	2,36%	5,34%
	Error Cuadratico Medio	421252,40	473848,20	374503,20	308984,6
Cochran	Estimador promedio	3,19%	13,84%	40,06%	42,91%
	Sesgo	0,000379	0,000055	0,000318	-0,0007522
	% Sesgo	1,20%	0,04%	0,08%	-0,17%
	Sesgo Estandarizado	34,63%	2,74%	11,25%	-29,14%
	Error Cuadratico Medio	269183,60	356406,70	373914,40	463565,3
Angers	Estimador promedio	3,17%	13,89%	39,97%	42,96%
	Sesgo	0,000146	0,000555	-0,000532	-0,0001697
	% Sesgo	0,46%	0,40%	-0,13%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	25,93%	50,86%	-35,65%	-11,33%
	Error Cuadratico Medio	381818,80	325310,40	422316,50	402683

Tabla 4f. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 6 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,16%	P2=13,83%	P3=40,03%	P4=42,98%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	
Tortora	Estimador promedio	3,5	5	3,5	4	16
	Sesgo	4	5	3	5	17
	Error Cuadratico Medio	5	4	5	2	16
	Total	12,5	14	11,5	11	49
Bromaghin	Estimador promedio	3,5	5	3,5	6	18
	Sesgo	3	4	4	6	17
	Error Cuadratico Medio	3	6	2	1	12
	Total	9,5	15	9,5	13	47
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,5	1	1	2	7,5
	Sesgo	5	1	1	2	9
	Error Cuadratico Medio	4	2	6	5	17
	Total	12,5	4,0	8,0	9,0	34
Thompson	Estimador promedio	6	3	6	4	19
	Sesgo	6	3	6	4	19
	Error Cuadratico Medio	1	1	3	6	11
	Total	13	7	15	14	49
Cochran	Estimador promedio	1	6	5	1	13
	Sesgo	1	6	5	1	13
	Error Cuadratico Medio	6	3	4	3	16
	Total	8	15	14	5	42
Angers	Estimador promedio	3,5	2	2	5	12,5
	Sesgo	2	2	2	3	9
	Error Cuadratico Medio	2	5	1	4	12
	Total	7,5	9	5	12	33,5

Tabla 4g. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 7 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		9,17%	15,87%	40,03%	34,93%
Criterio		p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	9,17%	15,84%	40,09%	34,90%
	Sesgo	-0,000028	-0,000283	0,000541	-0,0002301
	% Sesgo	-0,03%	-0,18%	0,13%	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	-3,11%	-26,54%	34,35%	-17,90%
	Error Cuadratico Medio	388930,30	394129,70	335524,90	488360,80
Bromaghin	Estimador promedio	9,17%	15,84%	40,09%	34,90%
	Sesgo	-0,000024	-0,000300	0,000547	-0,0002227
	% Sesgo	-0,03	-0,19%	0,14	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	-2,85%	-28,06%	33,98%	-17,63%
	Error Cuadratico Medio	419081,20	391472,60	315975,20	517016,8
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	9,17%	15,88%	40,09%	34,86%
	Sesgo	-0,000013	0,0001176	0,000584	-0,0006884
	% Sesgo	-0,01%	0,07%	0,14%	-0,19%
	Sesgo Estandarizado	-0,95%	4,31%	23,80%	-31,91%
	Error Cuadratico Medio	360855,80	181929,70	360187,10	390743,3
Thompson	Estimador promedio	9,16%	15,87%	40,07%	34,90%
	Sesgo	-0,000084	-0,0000321	0,000395	-0,0002786
	% Sesgo	-0,09%	-0,02%	0,09%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	-6,17%	-1,98%	18,88%	-12,41%
	Error Cuadratico Medio	503498,10	400762,10	553657,10	352391,6
Cochran	Estimador promedio	9,22%	15,91%	40,07%	34,80%
	Sesgo	0,000486	0,000366	0,000375	-0,0012258
	% Sesgo	0,53%	0,23%	0,09%	-0,35%
	Sesgo Estandarizado	29,84%	17,27%	14,49%	-54,10%
	Error Cuadratico Medio	409607,80	340753,30	433786,70	536317
Angers	Estimador promedio	9,19%	15,86%	40,06%	34,90%
	Sesgo	0,000142	-0,000126	0,000287	-0,0003031
	% Sesgo	0,15%	-0,08%	0,07%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	13,92%	-9,29%	14,11%	-17,79%
	Error Cuadratico Medio	423826,20	416523,50	276187,60	360064,2

Tabla 4g'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 7 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=9,17%	P2=15,87%	P3=40,03%	P4=34,93%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	
Tortora	Estimador promedio	5	2,5	2	4,5	14
	Sesgo	4	3	3	5	15
	Error Cuadratico Medio	5	4	4	3	16
	Total	14,0	9,5	9,0	12,5	45
Bromaghin	Estimador promedio	5	2,5	2	5	14,0
	Sesgo	5	2	2	6	15
	Error Cuadratico Medio	3	3	5	2	13
	Total	13	7,5	9	13	42
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5	4,5	2	2	13,5
	Sesgo	6	5	1	2	14
	Error Cuadratico Medio	6	6	3	4	19
	Total	17	15,5	6	8	47
Thompson	Estimador promedio	3	6	4,5	4,5	18
	Sesgo	3	6	4	4	17
	Error Cuadratico Medio	1	2	1	6	10
	Total	7	14	9,5	14,5	45
Cochran	Estimador promedio	1	1	4,5	1	7,5
	Sesgo	1	1	5	1	8
	Error Cuadratico Medio	4	5	2	1	12
	Total	6	7	11,5	3	27,5
Angers	Estimador promedio	2	4,5	6	4,5	17
	Sesgo	2	4	6	3	15
	Error Cuadratico Medio	2	1	6	5	14
	Total	6	9,5	18	12,5	46

Tabla 4h. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 8 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		10,02%	15,01%	50,01%	24,95%
	Criterio	p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	9,97%	14,99%	50,05%	24,99%
	Sesgo	-0,000486	-0,000242	0,000361	0,000367
	% Sesgo	-0,48%	-0,16%	0,07%	0,15%
	Sesgo Estandarizado	-58,34	-27,07	22,58	28,78
	Error Cuadratico Medio	422128,20	554854,90	373158,80	442832,30
Bromaghin	Estimador promedio	10,05%	15,03%	50,02%	24,90%
	Sesgo	0,000340	0,000147	0,000071	-0,000558
	% Sesgo	0,34%	0,10%	0,01%	-0,22%
	Sesgo Estandarizado	45,71	13,61	4,96	-45,80
	Error Cuadratico Medio	527302,40	419426,40	429454,90	416043,80
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	10,05%	14,98%	49,96%	25,02%
	Sesgo	0,000259	-0,000372	-0,000518	0,000632
	% Sesgo	0,26%	-0,25%	-0,10%	0,25%
	Sesgo Estandarizado	18,32	-20,97	-21,31	27,22
	Error Cuadratico Medio	462108,60	359512,70	409164,70	324316,30
Thompson	Estimador promedio	10,05%	14,97%	49,96%	25,01%
	Sesgo	0,000288	-0,000391	-0,000509	0,000612
	% Sesgo	0,29%	-0,26%	-0,10%	0,25%
	Sesgo Estandarizado	20,68	-22,33	-21,02	26,81
	Error Cuadratico Medio	433234,30	327445,90	409221,30	334417,40
Cochran	Estimador promedio	10,00%	15,01%	50,06%	24,93%
	Sesgo	-0,000188	-0,000040	0,000501	-0,000272
	% Sesgo	-0,19%	-0,03%	0,10%	-0,11%
	Sesgo Estandarizado	-10,68	-2,08	16,10	-11,13
	Error Cuadratico Medio	270389,90	396353,10	338418,60	382965,80
Angers	Estimador promedio	9,99%	15,05%	50,02%	24,94%
	Sesgo	-0,000276	0,000347	0,000061	-0,000132
	% Sesgo	-0,27%	0,23%	0,01%	-0,05%
	Sesgo Estandarizado	-25,91	26,32	2,91	-9,76
	Error Cuadratico Medio	425977,50	312721,20	265003,80	495763,80

Tabla 4h'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 8 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=10,02%	P2=15,01%	P3=50,01%	P4=24,95%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	
Tortora	Estimador promedio	1	4,5	4	4	13,5
	Sesgo	1	4	4	4	13
	Error Cuadratico Medio	5	1	4	2	12
	Total	7	9,5	12	10	38,5
Bromaghin	Estimador promedio	3,5	4,5	5,5	3	16,5
	Sesgo	2	5	5	3	15
	Error Cuadratico Medio	1	2	1	3	7
	Total	6,5	11,5	11,5	9	38,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,5	3	2	1	9,5
	Sesgo	5	3	1	1	10
	Error Cuadratico Medio	2	4	3	6	15
	Total	10,5	10	6	8	34,5
Thompson	Estimador promedio	3,5	1,5	2	2	9
	Sesgo	3	1	2	2	8
	Error Cuadratico Medio	3	5	2	5	15
	Total	9,5	7,5	6	9	32
Cochran	Estimador promedio	6	6	2	5	19
	Sesgo	6	6	3	5	20
	Error Cuadratico Medio	6	3	5	4	18
	Total	18	15	10	14	57
Angers	Estimador promedio	3,5	1,5	5,5	6	16,5
	Sesgo	4	2	6	6	18
	Error Cuadratico Medio	4	6	6	1	17
	Total	11,5	9,5	17,5	13	51,5

Tabla 4i. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 9 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		3,13%	13,85%	40,02%	42,99%
Criterio		p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	3,16%	13,87%	40,01%	42,97%
	Sesgo	0,000226	0,000207	-0,000174	-0,000259
	% Sesgo	0,72%	0,15%	-0,04%	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	33,32	13,34	-9,86	-11,79
	Error Cuadratico Medio	680682,50	350592,10	575059,30	419886,20
Bromaghin	Estimador promedio	3,17%	13,82%	40,05%	42,96%
	Sesgo	0,000397	-0,000294	0,000250	-0,000354
	% Sesgo	1,27%	-0,21%	0,06%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	53,86	-20,05	10,99	-12,68
	Error Cuadratico Medio	544581,50	379337,20	350999,00	230383,20
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,15%	13,89%	39,98%	42,97%
	Sesgo	0,000219	0,000432	-0,000415	-0,000236
	% Sesgo	0,70%	0,31%	-0,10%	-0,05%
	Sesgo Estandarizado	22,19	26,95	-19,07	-10,91
	Error Cuadratico Medio	349792,00	433106,20	410671,30	489781,70
Thompson	Estimador promedio	3,17%	13,80%	40,05%	42,99%
	Sesgo	0,000322	-0,000445	0,000242	-0,000120
	% Sesgo	1,03%	-0,32%	0,06%	-0,03%
	Sesgo Estandarizado	37,82	-29,17	10,02	-4,12
	Error Cuadratico Medio	459964,40	393602,80	328908,40	231863,60
Cochran	Estimador promedio	3,13%	13,82%	40,03%	43,02%
	Sesgo	0,000013	-0,000275	0,000026	0,000236
	% Sesgo	0,04%	-0,20%	0,01%	0,05%
	Sesgo Estandarizado	1,23	-11,94	1,06	9,18
	Error Cuadratico Medio	244901,90	222904,00	463648,00	383149,20
Angers	Estimador promedio	3,16%	13,87%	40,00%	42,97%
	Sesgo	0,000287	0,000274	-0,000239	-0,000239
	% Sesgo	0,92%	0,20%	-0,06%	-0,07%
	Sesgo Estandarizado	43,64	18,12	-12,78	-14,30
	Error Cuadratico Medio	610145,90	389874,30	518170,30	384403,90

Tabla 4i'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 9 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,13%	P2=13,85%	P3=40,02%	P4=42,99%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	
Tortora	Estimador promedio	3,5	5,5	5,5	4	18,5
	Sesgo	4	6	5	2	17
	Error Cuadratico Medio	1	5	1	2	9
	Total	8,5	16,5	11,5	8	44,5
Bromaghin	Estimador promedio	1,5	3,5	2,5	1,5	9
	Sesgo	1	3	2	1	7
	Error Cuadratico Medio	3	4	5	6	18
	Total	5,5	10,5	9,5	8,5	34
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5	2	1	4	12
	Sesgo	5	2	1	4,5	12,5
	Error Cuadratico Medio	5	1	4	1	11
	Total	15	5	6	9,5	35,5
Thompson	Estimador promedio	1,5	1	2,5	6	11
	Sesgo	2	1	3	6	12
	Error Cuadratico Medio	4	2	6	5	17
	Total	7,5	4	11,5	17	40
Cochran	Estimador promedio	6	3,5	5,5	1,5	16,5
	Sesgo	6	4	6	4,5	20,5
	Error Cuadratico Medio	6	6	3	4	19
	Total	18	13,5	14,5	10	56
Angers	Estimador promedio	3,5	5,5	4	4	17
	Sesgo	3	5	4	3	15
	Error Cuadratico Medio	2	3	2	3	10
	Total	8,5	13,5	10	10	42

Tabla 4j. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 10 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4
		24,97%	25,03%	24,99%	24,99%
Criterio		p1	p2	p3	p4
Tortora	Estimador promedio	25,05%	25,00%	25,03%	24,92%
	Sesgo	0,000708	-0,000343	0,000360	-0,000724
	% Sesgo	0,28%	-0,14%	0,14%	-0,29%
	Sesgo Estandarizado	35,82	-16,93	17,65	-31,84
	Error Cuadratico Medio	437658,30	420968,30	397744,30	320679,20
Bromaghin	Estimador promedio	25,04%	25,00%	25,03%	24,92%
	Sesgo	0,000653	-0,000318	0,000360	-0,000695
	% Sesgo	0,26%	-0,13%	0,14%	-0,28%
	Sesgo Estandarizado	32,44	-15,96	17,39	-31,03
	Error Cuadratico Medio	430370,60	478979,20	420034,60	357504,00
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	25,02%	25,00%	25,05%	24,92%
	Sesgo	0,000495	-0,000357	0,000576	-0,000715
	% Sesgo	0,20%	-0,14%	0,23%	-0,29%
	Sesgo Estandarizado	23,04	-17,69	28,34	-32,81
	Error Cuadratico Medio	365737,00	378981,10	395060,30	339453,30
Thompson	Estimador promedio	24,90%	25,07%	25,09%	24,94%
	Sesgo	-0,000774	0,000364	0,000910	-0,000501
	% Sesgo	-0,31%	0,15%	0,36%	-0,20%
	Sesgo Estandarizado	-43,89	17,52	46,67	-24,34
	Error Cuadratico Medio	580270,40	336322,80	489194,00	327726,40
Cochran	Estimador promedio	25,02%	24,98%	24,97%	25,03%
	Sesgo	0,000416	-0,000559	-0,000250	0,000393
	% Sesgo	0,17%	-0,22%	-0,10%	0,16%
	Sesgo Estandarizado	15,75	-23,07	-6,70	16,18
	Error Cuadratico Medio	419677,30	493298,80	216218,00	508197,40
Angers	Estimador promedio	24,94%	25,02%	24,98%	25,06%
	Sesgo	-0,000390	-0,000143	-0,000155	0,000688
	% Sesgo	-0,16%	-0,06%	-0,06%	0,28%
	Sesgo Estandarizado	-36,81	-12,97	-13,09	64,44
	Error Cuadratico Medio	388046,90	296304,60	292040,00	360269,40

Tabla 4j'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 10 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=24,97%	P2=25,03%	P3=24,99%	P4=24,99%	Total
		Criterion	p1	p2	p3	
Tortora	Estimador promedio	1	3	4,5	2,5	11
	Sesgo	2	4	3,5	1	10,5
	Error Cuadratico Medio	2	3	3	6	14,0
	Total	5	10	11	9,5	35,5
Bromaghin	Estimador promedio	2,5	5,5	4,5	2,5	15
	Sesgo	3	5	3,5	4	15,5
	Error Cuadratico Medio	3	2	2	3	10
	Total	8,5	12,5	10	9,5	40,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,5	5,5	3	2,5	15,5
	Sesgo	4	3	2	2	11
	Error Cuadratico Medio	6	4	4	4	18
	Total	14,5	12,5	9	8,5	44,5
Thompson	Estimador promedio	2,5	2	2	5	11,5
	Sesgo	1	2	1	5	9
	Error Cuadratico Medio	1	5	1	5	12
	Total	4,5	9	4	15	32,5
Cochran	Estimador promedio	4,5	1	1	6	12,5
	Sesgo	5	1	5	6	17
	Error Cuadratico Medio	4	1	6	1	12
	Total	13,5	3	12	13	41,5
Angers	Estimador promedio	6	4	6	2,5	18,5
	Sesgo	6	6	6	3	21
	Error Cuadratico Medio	5	6	5	2	18
	Total	17	16	17	7,5	57,5

Tabla 4k. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 11 de K=5 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5
		3,13%	8,89%	25,02%	19,98%	42,97
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5
Tortora	Estimador promedio	3,10%	8,91%	25,02%	20,02%	42,95%
	Sesgo	-0,000323	0,000169	-0,000001	0,0003998	-0,0002375
	% Sesgo	-1,03%	0,19%	-0,33%	0,20%	-0,06%
	Sesgo Estandarizado	-71,63	23,35	-0,74	40,00	-16,46
	Error Cuadratico Medio	437353,80	278767,80	341438,90	375478,10	259677,5
Bromaghin	Estimador promedio	3,14%	8,89%	25,05%	19,98%	42,94%
	Sesgo	0,000051	-0,000031	0,000317	-0,0000285	-0,0003084
	% Sesgo	0,16%	-0,03%	0,13%	-0,01%	-0,07%
	Sesgo Estandarizado	13,57	-4,52	32,51	-2,75	-27,64
	Error Cuadratico Medio	350970,70	383087,30	415595,30	333841,2	486742,1
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,15%	8,85%	25,05%	19,96%	42,98%
	Sesgo	0,000192	-0,0003569	0,000336	-0,0002754	0,0001041
	% Sesgo	0,61%	-0,40%	0,13%	0,14%	0,02%
	Sesgo Estandarizado	24,00	-20,66	16,04	-13,36	5,05
	Error Cuadratico Medio	533023,80	242612,00	360559,20	317431,1	465180,9
Thompson	Estimador promedio	3,09%	8,90%	25,03%	20,00%	42,99%
	Sesgo	-0,000454	0,0001098	0,000086	0,0001403	0,0001183
	% Sesgo	-1,45%	0,12%	0,03%	0,07%	0,03%
	Sesgo Estandarizado	-51,83	7,58	4,19	7,73	5,49
	Error Cuadratico Medio	433004,30	365854,60	434935,70	372905,1	404907,2
Cochran	Estimador promedio	3,08%	8,90%	25,01%	20,04%	42,97%
	Sesgo	-0,000533	0,000121	-0,000109	0,0005317	-0,0000116
	% Sesgo	-1,70%	0,14%	-0,04%	0,27%	-0,003%
	Sesgo Estandarizado	-50,97	8,22	-4,79	27,89	-0,33
	Error Cuadratico Medio	318168,10	415253,20	482056,50	514521	237920,7
Angers	Estimador promedio	3,12%	8,88%	24,99%	19,98%	43,02%
	Sesgo	-0,000104	-0,000073	-0,000229	-0,000055	0,000461
	% Sesgo	-0,33%	-0,08%	-0,09%	-0,28%	0,11%
	Sesgo Estandarizado	-22,26	-7,90	-19,70	-3,90	27,54
	Error Cuadratico Medio	459322,20	334799,30	454487,60	258217,50	277640,40

Tabla 4k'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 10 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,13	P2=8,89%	P3=25,02%	P4=19,98%	P5=42,97%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	
Tortora	Estimador promedio	3	3	6	2	3,5	17,5
	Sesgo	3	2	6	2	3	16
	Error Cuadratico Medio	3	5	6	2	5	21
	Total	9	10	18	6	11,5	54,5
Bromaghin	Estimador promedio	5,5	6	2	5,5	2	21
	Sesgo	6	6	2	6	2	22
	Error Cuadratico Medio	5	2	4	4	1	16
	Total	16,5	14	8	15,5	5	59
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4	1,5	2	3,5	5	16
	Sesgo	4	1	1	3	5	14
	Error Cuadratico Medio	1	6	5	5	2	19
	Total	9	8,5	8	11,5	12	49
Thompson	Estimador promedio	2	1,5	4,5	3,5	3,5	15
	Sesgo	2	1	5	4	4	16
	Error Cuadratico Medio	4	6	3	3	3	19
	Total	8	8,5	12,5	10,5	10,5	50
Cochran	Estimador promedio	1	4,5	4,5	1	6	17
	Sesgo	1	3	4	1	6	15
	Error Cuadratico Medio	6	1	1	1	6	15
	Total	8	8,5	9,5	3	18	47
Angers	Estimador promedio	5,5	4,5	2	5,5	1	18,5
	Sesgo	5	5	3	5	1	19
	Error Cuadratico Medio	2	4	2	6	4	18
	Total	12,5	13,5	7	16,5	6	55,5

Tabla 4l. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 12 de K=5 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5
		9,18%	12,83%	15,09%	19,99%	42,98%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5
Tortora	Estimador promedio	9,23%	12,79%	15,08%	19,95%	42,96%
	Sesgo	0,000481	-0,000213	0,000360	-0,000399	-0,000229
	% Sesgo	0,52%	-0,17%	0,24%	-0,20%	-0,05%
	Sesgo Estandarizado	62,50	-24,65	37,56	-39,18	-17,14
	Error Cuadratico Medio	465833,90	443094,60	339912,90	499042,70	393792,50
Bromaghin	Estimador promedio	9,22%	12,81%	15,06%	19,96%	42,95%
	Sesgo	0,000434	0,000011	0,000148	-0,000252	-0,000341
	% Sesgo	0,47%	0,01%	0,10%	-0,13%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	58,08	1,18	15,61	-24,83	-24,58
	Error Cuadratico Medio	511483,70	410191,50	361382,20	489659,50	387629,60
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	9,16%	12,75%	15,05%	20,04%	42,99%
	Sesgo	-0,000220	-0,000585	0,000117	0,000553	0,000135
	% Sesgo	-0,24%	-0,46%	0,08%	0,28%	0,03%
	Sesgo Estandarizado	-13,00	-41,04	7,45	32,10	5,41
	Error Cuadratico Medio	235543,20	411851,60	439613,50	474728,20	374575,10
Thompson	Estimador promedio	9,22%	12,81%	15,02%	19,94%	43,01%
	Sesgo	0,000432	0,000015	-0,000235	-0,000507	0,000296
	% Sesgo	0,47%	0,01%	-0,16%	-0,25%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	30,67	1,08	-13,07	-25,72	11,73
	Error Cuadratico Medio	479183,60	420337,80	295535,50	313586,00	378423,30
Cochran	Estimador promedio	9,16%	12,78%	15,06%	20,03%	42,97%
	Sesgo	-0,000175	-0,000295	0,000207	0,000393	-0,000130
	% Sesgo	-0,19%	-0,23%	0,14%	0,20%	-0,03%
	Sesgo Estandarizado	-9,66	-15,88	10,51	20,59	-5,24
	Error Cuadratico Medio	264686,70	357113,60	379058,50	516587,40	503239,80
Angers	Estimador promedio	9,24%	12,81%	15,07%	19,95%	42,93%
	Sesgo	0,000652	-0,000001	0,000261	-0,000439	-0,000473
	% Sesgo	0,71%	-0,0004%	0,17%	-0,22%	-0,11%
	Sesgo Estandarizado	62,49	-0,05	17,77	-25,78	-25,22
	Error Cuadratico Medio	447690,30	314305,50	242034,10	268462,90	363238,80

Tabla 41'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 12 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=9,18%	P2=12,83%	P3=15,09%	P4=19,99%	P5=42,98%	Total
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	
Tortora	Estimador promedio	2	3	6	4	4	19
	Sesgo	2	3	1	4	4	14
	Error Cuadratico Medio	3	1	4	2	2	12
	Total	7	7	11	10	10	45
Bromaghin	Estimador promedio	3,5	5	3,5	6	2,5	20,5
	Sesgo	3	5	5	6	2	21
	Error Cuadratico Medio	1	4	3	3	3	14
	Total	7,5	14	11,5	15	7,5	55,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5,5	1	2	1,5	5,5	15,5
	Sesgo	5	1	6	1	5	18
	Error Cuadratico Medio	6	3	1	4	5	19
	Total	16,5	5	9	6,5	15,5	52,5
Thompson	Estimador promedio	3,5	5	1	1,5	2,5	13,5
	Sesgo	4	4	3	2	3	16
	Error Cuadratico Medio	2	2	5	5	4	18
	Total	9,5	11	9	8,5	9,5	47,5
Cochran	Estimador promedio	5,5	2	3,5	4	5,5	20,5
	Sesgo	6	2	4	5	6	23
	Error Cuadratico Medio	5	5	2	1	1	14
	Total	16,5	9	9,5	10	12,5	57,5
Angers	Estimador promedio	1	5	5	4	1	16
	Sesgo	1	6	2	3	1	13
	Error Cuadratico Medio	4	6	6	6	6	28
	Total	6	17	13	13	8	57

Tabla 4m. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 13 de K=5 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5
	Poblacional	9,17%	12,83%	15,09%	13,03%	49,88%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5
Tortora	Estimador promedio	9,20%	12,82%	15,09%	13,03%	49,86%
	Sesgo	0,000268	-0,000106	0,000036	-0,000022	-0,000176
	% Sesgo	0,29%	-0,08%	0,02%	-0,02%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	29,88	-10,75	3,80	-2,20	-12,20
	Error Cuadratico Medio	374821,5	353245,1	485713,0	334193,7	404826,6
Bromaghin	Estimador promedio	9,18%	12,79%	15,14%	13,04%	49,84%
	Sesgo	0,000083	-0,000397	0,000571	0,000136	-0,000393
	% Sesgo	0,09%	-0,31%	0,38%	0,10%	-0,08%
	Sesgo Estandarizado	9,95	-41,20	49,45	12,27	-30,11
	Error Cuadratico Medio	409908,0	380024,5	356160,2	339606,1	531558,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	9,17%	12,87%	15,08%	13,08%	49,79%
	Sesgo	-0,000013	0,000362	-0,000059	0,000539	-0,000829
	% Sesgo	-0,01%	0,28%	-0,04%	0,41%	-0,17%
	Sesgo Estandarizado	-0,95	16,99	-3,66	33,08	-35,11
	Error Cuadratico Medio	360855,8	251075,7	518944,7	298689,9	375190,3
Thompson	Estimador promedio	9,17%	12,87%	15,08%	13,09%	49,79%
	Sesgo	-0,000006	0,000387	-0,000055	0,000587	-0,000913
	% Sesgo	-0,01%	0,30%	-0,04%	0,45%	-0,18%
	Sesgo Estandarizado	-0,42	18,36	-3,30	36,53	-37,78
	Error Cuadratico Medio	307317,6	240919,0	461003,2	329535,3	355127,8
Cochran	Estimador promedio	9,16%	12,74%	15,18%	13,04%	49,87%
	Sesgo	-0,000080	-0,000887	0,000942	0,000081	-0,000056
	% Sesgo	-0,09%	-0,69%	0,62%	0,06%	-0,01%
	Sesgo Estandarizado	-5,42	-51,13	46,29	4,43	-2,30
	Error Cuadratico Medio	450250,9	412282,3	398733,1	334593,2	489028,8
Angers	Estimador promedio	9,19%	12,82%	15,08%	13,06%	49,84%
	Sesgo	0,000213	-0,000084	-0,000031	0,000250	-0,000347
	% Sesgo	0,23%	-0,07%	-0,02%	0,19%	-0,07%
	Sesgo Estandarizado	22,05	-5,89	-2,36	17,55	-22,88
	Error Cuadratico Medio	465601,8	284864,5	418881,2	210421,8	517779,5

Tabla 4m'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 13 de K=4 categorías.

Método	Parámetro						Total
	Poblacional	P1=9,17%	P2=12,83%	P3=15,09%	P4=13,03%	P5=49,88%	
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	
Tortora	Estimador promedio	1	5,5	6	6	5	23,5
	Sesgo	1	5	5	6	5	22
	Error Cuadratico Medio	4	3	2	2	4	15
	Total	6	13,5	13	14	14	60,5
Bromaghin	Estimador promedio	3,5	4	2	4,5	3,5	17,5
	Sesgo	3	2	2	4	3	14
	Error Cuadratico Medio	3	2	6	3	1	15
	Total	9,5	8	10	11,5	7,5	46,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5,5	2,5	4	2	1,5	15,5
	Sesgo	5	4	3	2	2	16
	Error Cuadratico Medio	5	5	1	5	5	21
	Total	15,5	11,5	8	9	8,5	52,5
Thompson	Estimador promedio	5,5	2,5	4	1	1,5	14,5
	Sesgo	6	3	4	1	1	15
	Error Cuadratico Medio	6	6	3	4	6	25
	Total	17,5	11,5	11	6	8,5	54,5
Cochran	Estimador promedio	3,5	1	1	4,5	6	16
	Sesgo	4	1	1	5	6	17
	Error Cuadratico Medio	2	1	5	1	3	12
	Total	9,5	3	7	10,5	15	45
Angers	Estimador promedio	2	5,5	4	3	3,5	18
	Sesgo	2	6	6	3	4	21
	Error Cuadratico Medio	1	4	4	6	2	17
	Total	5	15,5	14	12	9,5	56

Tabla 4n. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 14 de K=5 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5
	Poblacional	3,16%	8,87%	25,01%	19,99%	42,98%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5
Tortora	Estimador promedio	3,15%	8,85%	24,98%	20,04%	42,98%
	Sesgo	-0,000019	-0,000161	-0,000271	0,000465	-0,000015
	% Sesgo	-0,06%	-0,18%	-0,11%	0,23%	-0,003%
	Sesgo Estandarizado	-2,03	-12,37	-15,59	27,71	-0,70
	Error Cuadratico Medio	259100,3	364419,4	349084,7	344513,9	413628,0
Bromaghin	Estimador promedio	3,16%	8,92%	25,00%	19,93%	42,99%
	Sesgo	0,000044	0,000530	-0,000097	-0,000619	0,000142
	% Sesgo	0,14%	0,60%	-0,04%	-0,31%	0,03%
	Sesgo Estandarizado	5,67	37,41	-4,96	-37,69	7,46
	Error Cuadratico Medio	283941,7	260830,7	320368,2	382713,7	475887,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3,15%	8,92%	24,97%	19,94%	43,02%
	Sesgo	-0,000063	0,000572	-0,000376	-0,000488	0,000355
	% Sesgo	-0,20%	0,65%	-0,15%	-0,24%	0,08%
	Sesgo Estandarizado	-6,37	39,27	-19,77	-25,14	14,08
	Error Cuadratico Medio	331525,4	321769,8	454579,7	360440,7	314097,6
Thompson	Estimador promedio	3,15%	8,93%	24,97%	19,94%	43,01%
	Sesgo	-0,000057	0,000601	-0,000332	-0,000507	0,000296
	% Sesgo	-0,18%	0,68%	-0,13%	-0,25%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	-5,83	41,73	-17,82	-25,72	11,73
	Error Cuadratico Medio	319907,9	355217,5	533203,4	313586,0	378423,3
Cochran	Estimador promedio	3,17%	8,80%	25,07%	19,94%	43,01%
	Sesgo	0,000174	-0,000617	0,000596	-0,000488	0,000335
	% Sesgo	0,55%	-0,70%	0,24%	-0,24%	0,08%
	Sesgo Estandarizado	14,26	-41,19	23,90	-20,82	11,57
	Error Cuadratico Medio	204658,5	472155,5	389002,8	339510,2	390420,6
Angers	Estimador promedio	3,16%	8,83%	25,01%	20,00%	43,00%
	Sesgo	0,000041	-0,000356	0,000001	0,000100	0,000214
	% Sesgo	0,13%	-0,40%	0,0006%	0,05%	0,05%
	Sesgo Estandarizado	3,97	-20,16	0,05	5,42	6,98
	Error Cuadratico Medio	305622,8	265221,0	263321,8	349457,8	251896,3

Tabla 4n'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 14 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional						Total
	Criterio	P1=3,16%	P2=8,87%	P3=25,01%	P4=19,99%	P5=42,98%	
Tortora	Estimador promedio	3	6,0	4	3,5	6	22,5
	Sesgo	6	6	4	5	6	27
	Error Cuadratico Medio	5	2	4	4	2	17
	Total	14	14	12	12,5	14	66,5
Bromaghin	Estimador promedio	5,5	3,5	5	1	5	20
	Sesgo	4	4	5	1	5	19
	Error Cuadratico Medio	4	6	5	1	1	17
	Total	13,5	13,5	15	3	11	56
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3	3,5	2,5	3,5	1	13,5
	Sesgo	2	3	2	3,5	1	11,5
	Error Cuadratico Medio	1	4	2	2	5	14
	Total	6	10,5	6,5	9	7	39
Thompson	Estimador promedio	3	2	2,5	3,5	2,5	13,5
	Sesgo	3	2	3	2	3	13
	Error Cuadratico Medio	2	3	1	6	4	16
	Total	8	7	6,5	11,5	9,5	42,5
Cochran	Estimador promedio	1	1	1	3,5	2,5	9
	Sesgo	1	1	1	3,5	2	8,5
	Error Cuadratico Medio	6	1	3	5	3	18
	Total	8	3	5	12	7,5	35,5
Angers	Estimador promedio	5,5	5	6	6	4	26,5
	Sesgo	5	5	6	6	4	26
	Error Cuadratico Medio	3	5	6	3	4	21
	Total	13,5	15	18	15	12	73,5

Tabla 4o. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 15 de K=5 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5
	Poblacional	20,02%	20,04%	20,01%	19,96%	19,97%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5
Tortora	Estimador promedio	20,06%	19,95%	20,08%	19,91%	20,00%
	Sesgo	0,000423	-0,000917	0,000711	-0,000498	0,000280
	% Sesgo	0,21%	-0,46%	0,36%	-0,25%	0,14%
	Sesgo Estandarizado	21,26	-42,14	32,21	-25,35	14,47
	Error Cuadratico Medio	489492,1	398393,8	404230,4	488388,5	385631,4
Bromaghin	Estimador promedio	20,06%	19,95%	20,08%	19,91%	19,99%
	Sesgo	0,000443	-0,000877	0,000760	-0,000462	0,000136
	% Sesgo	0,22%	-0,44%	0,38%	-0,23%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	22,64	-40,97	34,98	-23,97	6,85
	Error Cuadratico Medio	472104,7	405383,3	375669,7	466440,6	427284,3
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	20,04%	19,92%	20,09%	19,93%	20,02%
	Sesgo	0,000238	-0,001195	0,000807	-0,000337	0,000486
	% Sesgo	0,12%	-0,60%	0,40%	-0,17%	0,24%
	Sesgo Estandarizado	15,51	-67,78	37,67	-18,51	23,85
	Error Cuadratico Medio	604809,7	475119,7	305255,1	445229,3	347386,4
Thompson	Estimador promedio	20,05%	19,92%	20,09%	19,93%	20,02%
	Sesgo	0,000266	-0,001201	0,000782	-0,000307	0,000460
	% Sesgo	0,13%	-0,60%	0,39%	-0,15%	0,23%
	Sesgo Estandarizado	16,97	-69,39	36,01	-17,17	22,92
	Error Cuadratico Medio	655531,6	521725,1	335090,1	457656,6	371580,6
Cochran	Estimador promedio	20,02%	19,92%	20,07%	19,94%	20,05%
	Sesgo	-0,000016	-0,001153	0,000630	-0,000240	0,000779
	% Sesgo	-0,01%	-0,58%	0,32%	-0,12%	0,39%
	Sesgo Estandarizado	-0,58	-42,72	19,12	-8,87	26,73
	Error Cuadratico Medio	380653,0	418263,2	270776,2	379776,3	332511,8
Angers	Estimador promedio	20,09%	19,96%	20,06%	19,90%	19,98%
	Sesgo	0,000715	-0,000754	0,000518	-0,000573	0,000094
	% Sesgo	0,36%	-0,38%	0,26%	-0,29%	0,05%
	Sesgo Estandarizado	36,08	-32,53	23,40	-29,15	4,88
	Error Cuadratico Medio	494063,9	350542,2	402004,7	487205,9	387984,7

Tabla 4o'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 15 de K=4 categorías.

Método	Parámetro Poblacional						Total
	Criterio	P1=20,02% p1	P2=20,04% p2	P3=20,01% p3	P4=19,96% p4	P5=19,97% p5	
Tortora	Estimador promedio	2,5	4,5	3,5	2,5	4	17
	Sesgo	3	4	3	2	4	16
	Error Cuadratico Medio	4	5	1	1	3	14
	Total	9,5	13,5	7,5	5,5	11	47
Bromaghin	Estimador promedio	2,5	4,5	3,5	2,5	5	18
	Sesgo	2	5	4	3	5	19
	Error Cuadratico Medio	5	4	3	3	1	16
	Total	9,5	13,5	10,5	8,5	11	53
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	5	2	1,5	4,5	2,5	15,5
	Sesgo	5	2	1	4	2	14
	Error Cuadratico Medio	2	2	5	5	5	19
	Total	12	6	7,5	13,5	10	49
Thompson	Estimador promedio	4	2	1,5	4,5	2,5	14,5
	Sesgo	4	1	2	5	3	15
	Error Cuadratico Medio	1	1	4	4	4	14
	Total	9	4	7,5	13,5	9,5	43,5
Cochran	Estimador promedio	6	2	5	6	1	20
	Sesgo	6	3	5	6	1	21
	Error Cuadratico Medio	6	3	6	6	6	27
	Total	18	8	16	18	8	68
Angers	Estimador promedio	1	6	6	1	6	20
	Sesgo	1	6	6	1	6	20
	Error Cuadratico Medio	3	6	2	2	2	15
	Total	5	18	14	4	14	55

Tabla 4p. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 16 de K=6 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	Poblacional	4,02%	12,97%	23,03%	17,00%	22,00%	20,98%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	4,02%	12,96%	22,99%	17,04%	22,04%	20,96%
	Sesgo	0,000013	-0,000122	-0,000397	0,000407	0,000376	-0,000277
	% Sesgo	0,03%	-0,09%	-0,17%	0,24%	0,17%	-0,13%
	Sesgo Estandarizado	2,78	-16,71	-38,67	57,26	44,98	-30,53
	Error Cuadratico Medio	330236,8	332978,0	306920,5	482952,6	386004,7	341192,2
Bromaghin	Estimador promedio	4,02%	12,97%	23,00%	17,02%	22,04%	20,95%
	Sesgo	-0,000051	0,000006	-0,000314	0,000235	0,000424	-0,000301
	% Sesgo	-0,13%	0,005%	-0,14%	0,14%	0,19%	-0,14%
	Sesgo Estandarizado	-11,33	0,87	-29,87	32,05	50,30	-32,26
	Error Cuadratico Medio	361478,2	351867,1	292797,8	405778,4	408710,8	316788,1
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,01%	13,05%	22,95%	16,97%	22,09%	20,93%
	Sesgo	-0,000115	0,000811	-0,000774	-0,000277	0,000890	-0,000535
	% Sesgo	-0,29%	0,63%	-0,34%	-0,16%	0,40%	-0,25%
	Sesgo Estandarizado	-11,19	58,24	-39,07	-14,17	47,24	-26,34
	Error Cuadratico Medio	229317,2	525718,1	300315,4	325498,8	366125,0	333951,1
Thompson	Estimador promedio	4,01%	13,05%	22,96%	16,97%	22,08%	20,93%
	Sesgo	-0,000113	0,000846	-0,000733	-0,000295	0,000871	-0,000575
	% Sesgo	-0,28%	0,65%	-0,32%	-0,17%	0,40%	-0,27%
	Sesgo Estandarizado	-11,14	59,10	-36,56	-15,33	47,08	-28,09
	Error Cuadratico Medio	246670,7	544486,6	332959,6	368721,3	353355,1	281874,3
Cochran	Estimador promedio	4,08%	12,92%	23,03%	16,93%	22,01%	21,04%
	Sesgo	0,000568	-0,000488	-0,000049	-0,000691	0,000093	0,000566
	% Sesgo	1,41%	-0,38%	-0,02%	-0,41%	0,04%	0,27%
	Sesgo Estandarizado	44,80	-17,58	-1,66	-29,75	2,94	20,47
	Error Cuadratico Medio	357197,8	243130,3	335324,8	448468,5	316870,3	361187,8
Angers	Estimador promedio	4,03%	13,00%	23,02%	16,97%	22,00%	20,97%
	Sesgo	0,000073	0,000343	-0,000158	-0,000209	0,000036	-0,000085
	% Sesgo	0,18%	0,26%	-0,07%	-0,12%	0,02%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	12,13	34,42	-13,18	-21,68	2,84	-7,83
	Error Cuadratico Medio	333585,7	308404,5	373464,9	440413,8	372518,6	406406,8

Tabla 4p'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 16 de K=5 categorías.

Método	Parámetro							Total
	Poblacional	P1=4,02%	P2=12,97%	P3=23,03%	P4=17,00%	P5=22,00%	P6=20,98%	
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	5,5	5	3	2	3,5	5	24
	Sesgo	6	5	3	2	4	5	25
	Error Cuadratico Medio	4	4	4	1	2	3	18
	Total	15,5	14	10	5	9,5	13	67
Bromaghin	Estimador promedio	5,5	6	4	6	3,5	4	29
	Sesgo	5	6	4	5	3	4	27
	Error Cuadratico Medio	1	3	6	4	1	5	20
	Total	11,5	15	14	15	7,5	13	76
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	3	1,5	1	4	1	2,5	13
	Sesgo	2	2	1	4	1	3	13
	Error Cuadratico Medio	6	2	5	6	4	4	27
	Total	11	5,5	7	14	6	9,5	53
Thompson	Estimador promedio	3	1,5	2	4	2	2,5	15
	Sesgo	3	1	2	3	2	1	12
	Error Cuadratico Medio	5	1	3	5	5	6	25
	Total	11	3,5	7	12	9	9,5	52
Cochran	Estimador promedio	1	3	6	1	5	1	17
	Sesgo	1	3	6	1	5	2	18
	Error Cuadratico Medio	2	6	2	2	6	2	20
	Total	4	12	14	4	16	5	55
Angers	Estimador promedio	3	4	5	4	6	6	28
	Sesgo	1	4	5	6	6	6	28
	Error Cuadratico Medio	3	5	1	3	3	1	16
	Total	7	13	11	13	15	13	72

Tabla 4q. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 17 de K=6 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	Poblacional	8,99%	16,04%	20,05%	20,02%	19,91%	14,99%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	9,00%	16,06%	20,05%	20,03%	19,84%	15,02%
	Sesgo	0,000055	0,000212	0,000003	0,000164	-0,000717	0,000284
	% Sesgo	0,06%	0,13%	0,001%	0,08%	-0,36%	0,19%
	Sesgo Estandarizado	6,98	19,88	0,26	14,78	-73,06	29,02
	Error Cuadratico Medio	415083,9	406575,2	443274,1	358704,1	502543,8	429789,7
Bromaghin	Estimador promedio	9,03%	15,97%	20,07%	20,00%	19,92%	15,00%
	Sesgo	0,000367	-0,000633	0,000219	-0,000163	0,000090	0,000121
	% Sesgo	0,41%	-0,39%	0,11%	-0,08%	0,04%	0,08%
	Sesgo Estandarizado	48,32	-65,00	18,48	-13,79	7,18	12,70
	Error Cuadratico Medio	426815,2	434197,0	397334,3	336491,6	292469,5	421828,4
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	9,05%	16,01%	20,11%	20,02%	19,85%	14,96%
	Sesgo	0,000564	-0,000302	0,000615	0,000001	-0,000581	-0,000297
	% Sesgo	0,63%	-0,19%	0,31%	0,0003%	-0,29%	-0,20%
	Sesgo Estandarizado	45,09	-20,00	27,97	0,04	-27,73	-18,17
	Error Cuadratico Medio	419259,1	563499,2	262918,3	555516,2	260874,9	442937,4
Thompson	Estimador promedio	9,02%	16,05%	20,07%	19,97%	19,93%	14,96%
	Sesgo	0,000228	0,000153	0,000232	-0,000500	0,000208	-0,000320
	% Sesgo	0,25%	0,10%	0,12%	-0,25%	0,10%	-0,21%
	Sesgo Estandarizado	16,89	8,57	12,00	-26,77	11,61	-18,92
	Error Cuadratico Medio	428626,7	417732,4	412730,8	459766,2	434079,2	365249,5
Cochran	Estimador promedio	9,04%	16,11%	19,96%	20,07%	19,94%	14,89%
	Sesgo	0,000428	0,000718	-0,000928	0,000533	0,000297	-0,001048
	% Sesgo	0,48%	0,45%	-0,46%	0,27%	0,15%	-0,70%
	Sesgo Estandarizado	17,73	30,40	-25,85	23,52	10,05	-39,99
	Error Cuadratico Medio	234281,3	372900,6	239531,7	578178,9	306460,6	362351,3
Angers	Estimador promedio	9,01%	15,99%	20,09%	20,04%	19,86%	15,01%
	Sesgo	0,000113	-0,000477	0,000426	0,000247	-0,000494	0,000186
	% Sesgo	0,13%	-0,30%	0,21%	0,12%	-0,25%	0,12%
	Sesgo Estandarizado	9,61	-38,04	23,77	15,45	-36,02	15,36
	Error Cuadratico Medio	291827,9	403541,3	257865,5	278279,1	467057,4	473634,4

Tabla 4q'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 17 de K=5 categorías.

Método	Parámetro							Total
	Poblacional	P1=8,99%	P2=16,04%	P3=20,05%	P4=20,02%	P5=19,91%	P6=14,99%	
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	6	5	6	5	1	3	26
	Sesgo	6	5	6	4	1	4	26
	Error Cuadratico Medio	4	4	1	4	1	3	17
	Total	16	14	13	13	3	10	69
Bromaghin	Estimador promedio	3	1,5	4,5	3,5	6	6	24,5
	Sesgo	3	2	5	5	6	6	27
	Error Cuadratico Medio	2	2	3	5	5	4	21
	Total	8	5,5	12,5	13,5	17	16	72,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1	4	2	6	2	3,0	18
	Sesgo	1	4	2	6	2	3	18
	Error Cuadratico Medio	3	1	4	2	6	2	18
	Total	5	9	8	14	10	8	54
Thompson	Estimador promedio	4	6	4,5	1,5	5	3,0	24
	Sesgo	4	6	4	2	5	2	23
	Error Cuadratico Medio	1	3	2	3	3	5	17
	Total	9	15	10,5	6,5	13	10	64
Cochran	Estimador promedio	2	1,5	1	1,5	4	1	11
	Sesgo	2	1	1	1	4	1	10
	Error Cuadratico Medio	6	6	6	1	4	6	29
	Total	10	8,5	8	3,5	12	8	50
Angers	Estimador promedio	5	3	3	3,5	3	5	22,5
	Sesgo	5	3	3	3	3	5	22
	Error Cuadratico Medio	5	5	5	6	2	1	24
	Total	15	11	11	12,5	8	11	68,5

Tabla 4r. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 18 de K=6 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	Poblacional	10,06%	9,96%	50,04%	9,98%	10,01%	9,95%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	10,08%	9,94%	50,01%	10,00%	10,01%	9,97%
	Sesgo	0,000195	-0,000184	-0,000289	0,000140	-0,000012	0,000149
	% Sesgo	0,19%	-0,18%	-0,06%	0,14%	-0,01%	0,15%
	Sesgo Estandarizado	25,75	-21,34	-22,45	20,10	-1,65	15,75
	Error Cuadrático Medio	472736,0	310656,6	415881,6	497901,3	544014,4	300967,4
Bromaghin	Estimador promedio	10,05%	9,97%	49,99%	9,96%	10,04%	10,00%
	Sesgo	-0,000122	0,000131	-0,000552	-0,000252	0,000328	0,000466
	% Sesgo	-0,12%	0,13%	-0,11%	-0,25%	0,33%	0,47%
	Sesgo Estandarizado	-13,22	16,72	-44,69	-24,45	41,93	44,14
	Error Cuadrático Medio	311084,0	467399,0	463836,3	236138,6	491202,3	203719,9
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	10,14%	9,96%	49,94%	10,02%	9,97%	9,98%
	Sesgo	0,000795	0,000025	-0,001062	0,000372	-0,000365	0,000235
	% Sesgo	0,79%	0,03%	-0,21%	0,37%	-0,36%	0,24%
	Sesgo Estandarizado	55,04	1,84	-50,85	24,09	-25,43	17,10
	Error Cuadrático Medio	406772,7	361572,9	459118,4	269727,7	459144,3	462902,1
Thompson	Estimador promedio	10,01%	9,93%	50,02%	10,02%	10,03%	9,98%
	Sesgo	-0,000441	-0,000272	-0,000199	0,000379	0,000247	0,000284
	% Sesgo	-0,44%	-0,27%	-0,04%	0,38%	0,25%	0,29%
	Sesgo Estandarizado	-32,81	-18,20	-8,96	27,52	20,38	21,02
	Error Cuadrático Medio	428722,5	277383,0	469591,5	480705,3	587694,6	512797,4
Cochran	Estimador promedio	10,08%	9,93%	50,07%	10,00%	10,00%	9,92%
	Sesgo	0,000179	-0,000208	0,000241	0,000177	-0,000034	-0,000355
	% Sesgo	0,18%	-0,21%	0,05%	0,18%	-0,03%	-0,36%
	Sesgo Estandarizado	11,60	-12,72	9,06	9,53	-2,22	-22,77
	Error Cuadrático Medio	375729,1	453630,4	364945,3	366828,4	567103,4	398863,5
Angers	Estimador promedio	10,09%	9,93%	50,02%	9,99%	10,00%	9,97%
	Sesgo	0,000287	-0,000230	-0,000232	0,000082	-0,000030	0,000122
	% Sesgo	0,28%	-0,23%	-0,05%	0,08%	-0,03%	0,12%
	Sesgo Estandarizado	34,67	-23,80	-16,53	10,57	-4,03	12,34
	Error Cuadrático Medio	369842,0	302755,9	363401,0	439917,2	571445,8	297775,3

Tabla 4r'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 18 de K=5 categorías.

Método	Parámetro							Total
	Poblacional	P1=10,06%	P2=9,96%	P3=50,04%	P4=9,98%	P5=10,01%	P6=9,95%	
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	4,5	4	3,5	4	6	5,5	27,5
	Sesgo	4	4	3	5	6	5	27
	Error Cuadratico Medio	1	4	4	1	4	4	18
	Total	9,5	12	10,5	10	16	14,5	72,5
Bromaghin	Estimador promedio	6	5	2	4	2	1	20
	Sesgo	6	5	2	3	2	1	19
	Error Cuadratico Medio	6	1	2	6	5	6	26
	Total	18	11	6	13	9	8	65
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1	6	1	1,5	1	3	13,5
	Sesgo	1	6	1	2	1	4	15
	Error Cuadratico Medio	3	3	3	5	6	2	22
	Total	5	15	5	8,5	8	9	50,5
Thompson	Estimador promedio	2	2	5,5	1,5	3	3	17
	Sesgo	2	1	6	1	3	3	16
	Error Cuadratico Medio	2	6	1	2	1	1	13
	Total	6	9	12,5	4,5	7	7	46
Cochran	Estimador promedio	4,5	2	3,5	4	4,5	3	21,5
	Sesgo	5	3	4	4	4	2	22
	Error Cuadratico Medio	4	2	5	4	3	3	21
	Total	13,5	7	12,5	12	11,5	8	64,5
Angers	Estimador promedio	3	2	5,5	6	4,5	5,5	26,5
	Sesgo	3	2	5	6	5	6	27
	Error Cuadratico Medio	5	5	6	3	2	5	26
	Total	11	9	16,5	15	11,5	16,5	79,5

Tabla 4s. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 19 de K=6 categorías.

Método	Parámetro	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	Poblacional	3,99%	12,99%	22,99%	17,03%	22,05%	20,95%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	4,04%	12,94%	23,03%	17,00%	22,07%	20,93%
	Sesgo	0,000469	-0,000452	0,000317	-0,000288	0,000212	-0,000259
	% Sesgo	1,18%	-0,35%	0,14%	-0,17%	0,10%	-0,12%
	Sesgo Estandarizado	63,19	-33,68	20,06	-17,32	11,79	-17,81
	Error Cuadratico Medio	484006,9	427356,8	418508,9	341470,4	345524,4	493339,9
Bromaghin	Estimador promedio	4,03%	13,00%	22,99%	17,01%	21,99%	20,98%
	Sesgo	0,000379	0,000139	-0,000065	-0,000188	-0,000531	0,000266
	% Sesgo	0,95%	0,11%	-0,03%	-0,11%	-0,24%	0,13%
	Sesgo Estandarizado	50,95	10,38	-3,69	-11,51	-28,43	16,97
	Error Cuadratico Medio	475052,2	473389,3	398435,5	331490,7	304402,8	470222,4
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,02%	13,02%	23,02%	16,96%	21,98%	20,99%
	Sesgo	0,000308	0,000314	0,000253	-0,000639	-0,000661	0,000425
	% Sesgo	0,77%	0,24%	0,11%	-0,38%	-0,30%	0,20%
	Sesgo Estandarizado	30,08	20,73	14,26	-38,88	-29,67	22,05
	Error Cuadratico Medio	257733,0	461550,3	552636,4	486058,0	320473,3	354840,5
Thompson	Estimador promedio	4,04%	12,93%	23,05%	16,99%	22,04%	20,94%
	Sesgo	0,000498	-0,000621	0,000592	-0,000350	-0,000012	-0,000108
	% Sesgo	1,25%	-0,48%	0,26%	-0,21%	-0,01%	-0,05%
	Sesgo Estandarizado	52,66	-42,17	29,00	-20,99	-0,58	-5,26
	Error Cuadratico Medio	501407,8	357687,8	330156,8	463702,0	456871,0	356475,5
Cochran	Estimador promedio	3,95%	12,98%	23,01%	17,07%	22,04%	20,95%
	Sesgo	-0,000396	-0,000063	0,000186	0,000420	-0,000078	-0,000069
	% Sesgo	-0,99%	-0,05%	0,08%	0,25%	-0,04%	-0,03%
	Sesgo Estandarizado	-37,48	-4,01	8,92	18,57	-2,92	-2,94
	Error Cuadratico Medio	434943,4	555845,9	504130,3	384655,1	304665,1	379829,1
Angers	Estimador promedio	3,95%	12,88%	23,09%	17,05%	21,98%	21,05%
	Sesgo	-0,000372	-0,001052	0,000948	0,000183	-0,000694	0,000986
	% Sesgo	-0,93%	-0,81%	0,41%	0,11%	-0,31%	0,47%
	Sesgo Estandarizado	-34,11	-60,51	40,19	7,66	-33,94	48,75
	Error Cuadratico Medio	354599,1	394652,2	326634,1	286391,5	392841,0	377673,2

Tabla 4s'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 19 de K=5 categorías.

Método	Parámetro							Total
	Poblacional	P1=3,99%	P2=12,99%	P3=22,99%	P4=17,03%	P5=22,05%	P6=20,95%	
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	1,5	3	3	4	4	4	19,5
	Sesgo	2	3	3	4	4	4	20
	Error Cuadratico Medio	2	4	3	4	3	1	17
	Total	5,5	10	9	12	11	9	56,5
Bromaghin	Estimador promedio	4	5,5	6	5,5	3	3	27
	Sesgo	4	5	6	5	3	3	26
	Error Cuadratico Medio	3	2	4	5	6	2	22
	Total	11	12,5	16	15,5	12	8	75
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	6	4	4	1	1,5	2	18,5
	Sesgo	6	4	4	1	2	2	19
	Error Cuadratico Medio	6	3	1	1	4	6	21
	Total	18	11	9	3	7,5	10	58,5
Thompson	Estimador promedio	1,5	2	2	2,5	5,5	5	18,5
	Sesgo	1	2	2	3	6	5	19
	Error Cuadratico Medio	1	6	5	2	1	5	20
	Total	3,5	10	9	7,5	12,5	15	58
Cochran	Estimador promedio	4	5,5	5	2,5	5,5	6	28,5
	Sesgo	3	6	5	2	5	6	27
	Error Cuadratico Medio	4	1	2	3	5	3	18
	Total	11	12,5	12	7,5	15,5	15	73,5
Angers	Estimador promedio	4	1	1	5,5	1,5	1,0	14
	Sesgo	5	1	1	6	1	1	15
	Error Cuadratico Medio	5	5	6	6	2	4	28
	Total	14	7	8	17,5	4,5	6	57

Tabla 4t. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 20 de K=6 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6
		16,66%	16,74%	16,61%	16,67%	16,65%	16,67%
Criterio		p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	16,64%	16,77%	16,58%	16,70%	16,65%	16,66%
	Sesgo	-0,000296	0,000316	-0,000231	0,000258	0,000064	-0,000111
	% Sesgo	-0,18%	0,19%	-0,14%	0,15%	0,04%	-0,07%
	Sesgo Estandarizado	-18,53	17,43	-13,05	16,67	3,48	-6,57
	Error Cuadrático Medio	436176,0	344088,4	340106,1	398744,3	291068,6	334297,1
Bromaghin	Estimador promedio	16,64%	16,76%	16,60%	16,70%	16,64%	16,67%
	Sesgo	-0,000281	0,000212	-0,000079	0,000282	-0,000071	-0,000064
	% Sesgo	-0,17%	0,13%	-0,05%	0,17%	-0,04%	-0,04%
	Sesgo Estandarizado	-17,81	11,80	-4,51	17,88	-3,90	-3,83
	Error Cuadrático Medio	396365,2	347867,7	362100,7	390194,6	309145,4	356048,8
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	16,58%	16,77%	16,61%	16,75%	16,64%	16,65%
	Sesgo	-0,000808	0,000356	0,000075	0,000733	-0,000098	-0,000258
	% Sesgo	-0,48%	0,21%	0,05%	0,44%	-0,06%	-0,15%
	Sesgo Estandarizado	-41,44	20,87	4,44	38,61	-4,92	-13,35
	Error Cuadrático Medio	363033,8	421500,0	436117,6	380738,6	335503,5	367659,8
Thompson	Estimador promedio	16,69%	16,78%	16,73%	16,55%	16,65%	16,61%
	Sesgo	0,000205	0,000386	0,001192	-0,001263	0,000080	-0,000599
	% Sesgo	0,12%	0,23%	0,72%	-0,76%	0,05%	-0,36%
	Sesgo Estandarizado	12,01	22,21	68,00	-63,30	4,67	-34,71
	Error Cuadrático Medio	423473,5	502746,8	442829,6	304878,5	433039,9	405974,7
Cochran	Estimador promedio	16,68%	16,72%	16,73%	16,50%	16,72%	16,65%
	Sesgo	0,000199	-0,000185	0,001222	-0,001713	0,000753	-0,000276
	% Sesgo	0,12%	-0,11%	0,74%	-1,03%	0,45%	-0,17%
	Sesgo Estandarizado	8,79	-6,19	54,40	-58,86	24,01	-8,73
	Error Cuadrático Medio	572812,2	356041,3	541747,1	348545,8	291102,7	296197,3
Angers	Estimador promedio	16,74%	16,74%	16,55%	16,68%	16,69%	16,60%
	Sesgo	0,000742	0,000032	-0,000556	0,000056	0,000486	-0,000761
	% Sesgo	0,45%	0,02%	-0,33%	0,03%	0,29%	-0,46%
	Sesgo Estandarizado	43,52	1,48	-38,38	3,55	29,49	-51,15
	Error Cuadrático Medio	360526,7	182258,6	505352,5	432985,7	361375,1	420064,2

Tabla 4t'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 20 de K=6 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=16,66%	P2=16,74%	P3=16,61%	P4=16,67%	P5=16,65%	P6=16,67%	Total
		Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	
Tortora	Estimador promedio	5	2,5	4	4,5	5,5	5	26,5
	Sesgo	3	3	4	5	6	5	26
	Error Cuadratico Medio	2	5	6	2	6	5	26
	Total	10	10,5	14	11,5	17,5	15	78,5
Bromaghin	Estimador promedio	5	4,5	5	4,5	3,5	6	28,5
	Sesgo	4	4	5	4	5	6	28
	Error Cuadratico Medio	4	4	5	3	4	4	24
	Total	13	12,5	15	11,5	12,5	16	80,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1,5	2,5	6	3	3,5	3,5	20
	Sesgo	1	2	6	3	3	4	19
	Error Cuadratico Medio	5	1	4	4	3	3	20
	Total	7,5	5,5	16	10	9,5	10,5	59
Thompson	Estimador promedio	3	1	2	2	5,5	2	15,5
	Sesgo	5	1	2	2	4	2	16
	Error Cuadratico Medio	3	2	3	6	1	2	17
	Total	11	4	7	10	10,5	6	48,5
Cochran	Estimador promedio	5	4,5	1	1	1	3,5	16
	Sesgo	6	5	1	1	1	3	17
	Error Cuadratico Medio	1	3	1	5	5	6	21
	Total	12	12,5	3	7	7	12,5	54
Angers	Estimador promedio	2	5	3	4,5	2	1	16,5
	Sesgo	2	6	3	6	2	1	20
	Error Cuadratico Medio	6	6	2	1	2	1	18
	Total	10	17	8	11,5	6	3	54,5

Tabla 4u. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 21 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
		3,99%	15,99%	14,94%	15,01%	15,00%	25,07%	9,99%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
Tortora	Estimador promedio	3,98%	15,98%	14,95%	15,00%	15,03%	25,05%	10,00%
	Sesgo	-0,000088	-0,000019	0,000054	-0,000044	0,000261	-0,000188	0,000024
	% Sesgo	-0,22%	-0,01%	0,04%	-0,03%	0,17%	-0,07%	0,02%
	Sesgo Estandarizado	-21,41	-2,40	7,81	-5,03	36,00	-25,16	3,68
	Error Cuadratico Medio	393219,5	355805,0	399154,5	270846,6	387322,1	525243,6	338357,5
Bromaghin	Estimador promedio	4,00%	16,02%	14,93%	14,99%	14,98%	25,09%	9,99%
	Sesgo	0,000042	0,000296	-0,000086	-0,000155	-0,000264	0,000162	0,000005
	% Sesgo	0,10%	0,19%	-0,06%	-0,10%	-0,18%	0,06%	0,01%
	Sesgo Estandarizado	10,06	38,40	-14,12	-20,29	-37,50	19,87	1,02
	Error Cuadratico Medio	369453,5	374820,3	526778,4	351522,4	424768,3	501833,4	488907,6
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,00%	15,92%	14,93%	15,07%	15,03%	25,06%	10,00%
	Sesgo	0,000045	-0,000702	-0,000080	0,000571	0,000233	-0,000114	0,000048
	% Sesgo	0,11%	-0,44%	-0,05%	0,38%	0,16%	-0,05%	0,05%
	Sesgo Estandarizado	4,32	-42,20	-4,80	35,17	13,23	-5,55	3,54
	Error Cuadratico Medio	409395,3	424858,8	376471,5	434793,8	373487,0	340512,3	508671,2
Thompson	Estimador promedio	3,98%	16,07%	14,92%	14,96%	14,96%	25,10%	10,01%
	Sesgo	-0,000092	0,000824	-0,000277	-0,000492	-0,000415	0,000301	0,000150
	% Sesgo	-0,23%	0,52%	-0,19%	-0,33%	-0,28%	0,12%	0,15%
	Sesgo Estandarizado	-8,46	49,92	-15,25	-26,19	-23,64	14,56	11,16
	Error Cuadratico Medio	382165,3	478952,3	351404,9	368529,4	418961,3	391406,6	493109,9
Cochran	Estimador promedio	3,99%	16,06%	14,95%	14,91%	14,91%	25,11%	10,07%
	Sesgo	-0,000025	0,000770	0,000024	-0,001028	-0,000937	0,000413	0,000782
	% Sesgo	-0,06%	0,48%	0,02%	-0,69%	-0,62%	0,16%	0,78%
	Sesgo Estandarizado	-1,57	34,42	1,07	-39,01	-35,78	16,72	41,77
	Error Cuadratico Medio	289004,2	422771,9	404102,8	329594,4	231661,3	403546,9	332100,6
Angers	Estimador promedio	3,99%	16,01%	14,95%	15,02%	15,00%	25,03%	9,99%
	Sesgo	0,000021	0,000247	0,000087	0,000118	0,000009	-0,000461	-0,000021
	% Sesgo	0,05%	0,15%	0,06%	0,08%	0,01%	-0,18%	-0,02%
	Sesgo Estandarizado	4,05	27,41	7,41	12,07	0,66	-40,43	-2,57
	Error Cuadratico Medio	381892,6	474178,3	270166,0	431277,8	189478,5	391683,4	380161,1

Tabla 4u'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 21 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,99%	P2=15,99%	P3=14,94%	P4=15,01%	P5=15,00%	P6=25,07%	P7=9,99%	Total
		Crterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	5	6	4	5,5	3,5	4,5	3,5	32
	Sesgo	2	6	2	6	4	4	4	28
	Error Cuadratico Medio	2	6	3	6	3	1	5	26
	Total	9	18	9	17,5	10,5	9,5	12,5	86
Bromaghin	Estimador promedio	2	4	4	4	5	4,5	3,5	27
	Sesgo	4	4	4	4	3	5	6	30
	Error Cuadratico Medio	5	5	1	4	1	2	3	21
	Total	11	13	9	12	9	11,5	12,5	78
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	2	2,5	4	2	3,5	6	5	25
	Sesgo	3	2	3	2	5	6	3	24
	Error Cuadratico Medio	1	3	4	1	4	6	1	20
	Total	6	7,5	11	5	12,5	18	9	69
Thompson	Estimador promedio	2	1	1	3	2	3	2	14
	Sesgo	1	1	6	3	2	3	2	18
	Error Cuadratico Medio	3	1	5	3	2	5	2	21
	Total	6	3	12	9	6	11	6	53
Cochran	Estimador promedio	5	2,5	4	1	1	1,5	1	16
	Sesgo	5	3	1	1	1	2	1	14
	Error Cuadratico Medio	6	4	2	5	5	3	6	31
	Total	16	9,5	7	7	7	6,5	8	61
Angers	Estimador promedio	5	5	4	5,5	6	1,5	6	33
	Sesgo	6	5	5	5	6	1	5	33
	Error Cuadratico Medio	4	2	6	2	6	4	4	28
	Total	15	12	15	12,5	18	6,5	15	94

Tabla 4v. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 22 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
		9,97%	13,98%	15,98%	19,99%	15,01%	13,06%	12,00%
		criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6
Tortora	Estimador promedio	9,94%	13,97%	15,97%	20,01%	15,03%	13,05%	12,03%
	Sesgo	-0,000312	-0,000067	-0,000168	0,000145	0,000215	-0,000115	0,000303
	% Sesgo	-0,31%	-0,05%	-0,10%	0,07%	0,14%	-0,09%	0,25%
	Sesgo Estandarizado	-40,47	-5,67	-18,06	15,40	22,09	-14,22	36,84
	Error Cuadratico Medio	359607,6	258304,7	409591,7	482958,2	403734,5	484337,3	464253,6
Bromaghin	Estimador promedio	9,97%	13,96%	15,97%	20,00%	15,01%	13,10%	12,00%
	Sesgo	-0,000058	-0,000250	-0,000168	0,000074	0,000032	0,000355	0,000014
	% Sesgo	-0,06%	-0,18%	-0,10%	0,04%	0,02%	0,27%	0,01%
	Sesgo Estandarizado	-6,48	-29,55	-16,79	6,49	3,62	41,30	1,49
	Error Cuadratico Medio	321868,1	474700,8	401284,7	345268,2	447097,7	406157,8	370063,3
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	10,05%	13,96%	15,97%	20,07%	14,97%	13,02%	11,96%
	Sesgo	0,000784	-0,000230	-0,000127	0,000802	-0,000385	-0,000403	-0,000441
	% Sesgo	0,79%	-0,16%	-0,08%	0,40%	-0,26%	-0,31%	-0,37%
	Sesgo Estandarizado	60,92	-14,35	-8,35	36,26	-19,79	-21,33	-28,47
	Error Cuadratico Medio	549747,3	486145,8	501490,5	279310,7	303504,7	230529,7	369569,1
Thompson	Estimador promedio	10,05%	13,96%	15,98%	20,07%	14,97%	13,03%	11,95%
	Sesgo	0,000741	-0,000230	-0,000068	0,000781	-0,000391	-0,000368	-0,000465
	% Sesgo	0,74%	-0,16%	-0,04%	0,39%	-0,26%	-0,28%	-0,39%
	Sesgo Estandarizado	58,30	-14,03	-4,17	35,87	-20,02	-20,07	-31,08
	Error Cuadratico Medio	576010,1	442787,3	495838,5	256040,1	266020,6	270004,3	355210,1
Cochran	Estimador promedio	10,02%	13,99%	16,04%	20,01%	14,99%	12,98%	11,97%
	Sesgo	0,000514	0,000062	0,000525	0,000220	-0,000171	-0,000852	-0,000299
	% Sesgo	0,52%	0,04%	0,33%	0,11%	-0,11%	-0,65%	-0,25%
	Sesgo Estandarizado	24,46	2,60	24,65	7,20	-6,93	-32,98	-13,32
	Error Cuadratico Medio	449397,3	375734,3	493896,4	309008,3	419302,5	243549,9	406391,2
Angers	Estimador promedio	9,99%	13,93%	16,00%	20,10%	14,99%	13,04%	11,96%
	Sesgo	0,000182	-0,000516	0,000203	0,001055	-0,000221	-0,000275	-0,000428
	% Sesgo	0,18%	-0,37%	0,13%	0,53%	-0,15%	-0,21%	-0,36%
	Sesgo Estandarizado	18,94	-51,80	15,39	74,40	-18,53	-23,79	-40,20
	Error Cuadratico Medio	383354,5	533080,4	352758,3	351360,3	435525,9	392684,3	368595,7

Tabla 4v'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 22 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=9,97%	P2=13,98%	P3=15,98%	P4=19,99%	P5=15,01%	P6=13,06%	P7=12,00%	Total
		Criterion	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	4	6	4	4,5	4	6	4,5	33
	Sesgo	4	5	3,5	5	3	6	4	30,5
	Error Cuadratico Medio	5	6	4	1	4	1	1	22
	Total	13	17	11,5	10,5	11	13	9,5	85,5
Bromaghin	Estimador promedio	6	3	4	6	6	2,5	6,0	33,5
	Sesgo	6	2	3,5	6	6	4	6	33,5
	Error Cuadratico Medio	6	3	5	3	1	2	3	23
	Total	18	8	12,5	15	13	8,5	15	90
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1,5	3	4	2,5	1,5	2,5	2,5	18
	Sesgo	1	3,5	5	2	2	2	2	17,5
	Error Cuadratico Medio	2	2	1	5	5	6	4	25
	Total	4,5	8,5	10	9,5	8,5	10,5	8,5	60
Thompson	Estimador promedio	1,5	3	6	2,5	1,5	4	1	19,5
	Sesgo	2	3,5	6	3	1	3	1	19,5
	Error Cuadratico Medio	1	4	2	6	6	4	6	29
	Total	4,5	10,5	14	11,5	8,5	11	8	68
Cochran	Estimador promedio	3	5	1	4,5	4	1	4,5	23
	Sesgo	3	6	6	4	5	1	5	30
	Error Cuadratico Medio	3	5	3	4	3	5	2	25
	Total	9	16	10	12,5	12	7	11,5	78
Angers	Estimador promedio	5	1	2	1	4	5	2,5	20,5
	Sesgo	5	1	5	1	4	5	3	24
	Error Cuadratico Medio	4	1	6	2	2	3	5	23
	Total	14	3	13	4	10	13	10,5	67,5

Tabla 4w. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 23 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
		4,04%	14,00%	49,98%	11,97%	9,99%	4,98%	5,03%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
Tortora	Estimador promedio	4,03%	14,01%	49,97%	11,97%	9,99%	4,99%	5,04%
	Sesgo	-0,000096	0,000080	-0,000099	0,000010	-0,000022	0,000049	0,000078
	% Sesgo	-0,24%	0,06%	-0,02%	0,01%	-0,02%	0,10%	0,16%
	Sesgo Estandarizado	-0,24	0,06	-0,02	0,01	-0,02	0,10	0,16
	Error Cuadratico Medio	349427,1	464835,9	303086,1	378178,6	492367,5	435322,3	452479,8
Bromaghin	Estimador promedio	4,05%	14,03%	49,92%	11,98%	9,99%	4,98%	5,04%
	Sesgo	0,000119	0,000295	-0,000548	0,000074	0,000016	0,000015	0,000031
	% Sesgo	0,29%	0,21%	-0,11%	0,06%	0,02%	0,03%	0,06%
	Sesgo Estandarizado	30,66	45,48	-61,10	13,06	2,37	3,09	8,34
	Error Cuadratico Medio	324180,7	376425,3	495012,4	461018,5	315989,1	301483,0	452868,7
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,05%	13,93%	50,06%	11,89%	9,98%	5,02%	5,07%
	Sesgo	0,000077	-0,000727	0,000825	-0,000856	-0,000055	0,000323	0,000414
	% Sesgo	0,19%	-0,52%	0,16%	-0,71%	-0,06%	0,65%	0,82%
	Sesgo Estandarizado	6,72	-46,98	33,81	-45,41	-3,71	31,70	33,18
	Error Cuadratico Medio	342403,1	471378,3	402883,6	263821,4	419594,1	431891,6	273987,7
Thompson	Estimador promedio	4,05%	13,93%	50,06%	11,89%	9,98%	5,02%	5,08%
	Sesgo	0,000081	-0,000711	0,000762	-0,000877	-0,000029	0,000342	0,000433
	% Sesgo	0,20%	-0,51%	0,15%	-0,73%	-0,03%	0,69%	0,86%
	Sesgo Estandarizado	7,14	-46,64	31,37	-45,55	-1,99	33,91	35,00
	Error Cuadratico Medio	329290,8	461313,0	403478,1	227133,3	414356,2	463664,8	260551,5
Cochran	Estimador promedio	4,02%	13,94%	50,03%	11,91%	10,01%	5,03%	5,07%
	Sesgo	-0,000225	-0,000664	0,000533	-0,000653	0,000199	0,000418	0,000392
	% Sesgo	-0,56%	-0,47%	0,11%	-0,55%	0,20%	0,84%	0,78%
	Sesgo Estandarizado	-20,09	-35,85	19,53	-31,37	12,31	34,50	25,71
	Error Cuadratico Medio	341886,1	450728,1	436113,4	253027,1	420556,4	379136,8	208140,5
Angers	Estimador promedio	4,03%	13,94%	50,06%	11,97%	9,98%	4,97%	5,04%
	Sesgo	-0,000064	-0,000591	0,000782	0,0000003	0,000046	-0,000046	-0,000121
	% Sesgo	-0,16%	-0,42%	0,16%	0,003%	-0,05%	-0,24%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	-15,83	-75,86	55,69	0,42	-6,87	-23,10	7,14
	Error Cuadratico Medio	455571,4	375278,1	236659,2	374991,8	369830,6	344442,3	365208,3

Tabla 4w'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 23 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=4,04%	P2=14,00%	P3=49,98%	P4=11,97%	P5=9,99%	P6=4,98%	P7=5,03%	Total
		Criterion	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	4	6	6	6	5,5	4,5	5	37
	Sesgo	3	6	6	5	5	4	5	34
	Error Cuadratico Medio	2	2	5	2	1	2	2	16
	Total	9	14	17	13	11,5	10,5	12	87
Bromaghin	Estimador promedio	4	5	4	5	5,5	6	5	34,5
	Sesgo	2	5	4	4	6	6	6	33
	Error Cuadratico Medio	6	5	1	1	6	6	1	26
	Total	12	15	9	10	17,5	18	12	93,5
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4	1,5	2	1,5	3	2,5	2,5	17
	Sesgo	5	1	1	2	2	3	3	17
	Error Cuadratico Medio	3	1	4	4	2	3	4	21
	Total	12	3,5	7	7,5	7	8,5	9,5	55
Thompson	Estimador promedio	4	2	2	1,5	3	3	1	15,5
	Sesgo	4	2	3	1	4	2	2	18
	Error Cuadratico Medio	5	3	3	6	4	1	5	27
	Total	13	7	8	8,5	11	6	8	60,5
Cochran	Estimador promedio	1	3,5	5	3,5	1	1	2,5	17,5
	Sesgo	1	3	5	3	1	1	4	18
	Error Cuadratico Medio	4	4	2	5	3	4	6	28
	Total	6	10,5	12	11,5	5	6	12,5	63,5
Angers	Estimador promedio	4	3,5	2	3,5	3	4,5	5	25,5
	Sesgo	6	4	2	6	3	5	1	27
	Error Cuadratico Medio	1	6	6	3	5	5	3	29
	Total	11	13,5	10	12,5	11	14,5	9	81,5

Tabla 4x. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 24 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
		3,99%	16,00%	14,97%	15,03%	15,04%	24,98%	9,99%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
Tortora	Estimador promedio	4,04%	16,00%	14,98%	14,96%	15,05%	24,95%	10,02%
	Sesgo	0,000533	0,000000	0,000087	-0,000786	0,000112	-0,000286	0,000340
	% Sesgo	1,33%	0,0001%	0,06%	-0,52%	0,07%	-0,11%	0,34%
	Sesgo Estandarizado	73,00	0,02	7,11	-45,88	8,66	-16,90	29,85
	Error Cuadratico Medio	483005,9	467932,8	539110,1	264105,3	421166,0	407095,9	407489,3
Bromaghin	Estimador promedio	4,00%	16,00%	14,94%	15,03%	15,05%	24,97%	10,02%
	Sesgo	0,000068	0,000022	-0,000334	-0,000062	0,000097	-0,000135	0,000342
	% Sesgo	0,17%	0,01%	-0,22%	-0,04%	0,06%	-0,05%	0,34%
	Sesgo Estandarizado	7,98	1,48	-24,51	-3,55	6,92	-6,35	22,05
	Error Cuadratico Medio	306727,8	337345,1	461760,7	299223,6	375446,4	284992,2	254209,9
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	4,04%	15,98%	15,01%	14,98%	15,02%	24,96%	10,01%
	Sesgo	0,000514	-0,000182	0,000349	-0,000508	-0,000203	-0,000173	0,000203
	% Sesgo	1,29%	-0,11%	0,23%	-0,34%	-0,14%	-0,07%	0,20%
	Sesgo Estandarizado	57,55	-10,65	20,51	-30,78	-13,34	-7,46	14,22
	Error Cuadratico Medio	541980,6	411942,6	381566,8	454850,0	465825,4	312573,1	461161,4
Thompson	Estimador promedio	4,02%	15,99%	15,05%	15,01%	14,93%	25,00%	9,99%
	Sesgo	0,000319	-0,000064	0,000808	-0,000269	-0,001032	0,000173	0,000066
	% Sesgo	0,80%	-0,04%	0,54%	-0,18%	-0,69%	0,07%	0,07%
	Sesgo Estandarizado	31,43	-3,67	50,13	-17,99	-60,66	7,35	4,86
	Error Cuadratico Medio	244985,2	440408,8	471450,5	432261,7	472934,8	329138,2	496344,4
Cochran	Estimador promedio	4,01%	15,97%	15,05%	14,97%	14,99%	25,01%	10,00%
	Sesgo	0,000169	-0,000266	0,000745	-0,000610	-0,000465	0,000285	0,000143
	% Sesgo	0,42%	-0,17%	0,50%	-0,41%	-0,31%	0,11%	0,14%
	Sesgo Estandarizado	16,26	-12,12	38,94	-31,50	-22,20	11,50	9,34
	Error Cuadratico Medio	450039,4	293357,5	375529,5	502538,3	347473,1	388756,3	384893,3
Angers	Estimador promedio	4,01%	15,96%	15,05%	14,97%	15,00%	25,01%	9,99%
	Sesgo	0,000197	-0,000326	0,000782	-0,000608	-0,000418	0,000297	0,000076
	% Sesgo	0,49%	-0,20%	0,52%	-0,40%	-0,28%	0,12%	0,08%
	Sesgo Estandarizado	17,85	-14,65	42,07	-31,04	-20,47	12,19	4,80
	Error Cuadratico Medio	359446,7	325012,4	472648,8	467691,1	370056,1	450497,0	506462,3

Tabla 4x'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 24 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1=3,99%	P2=16,00%	P3=14,97%	P4=15,03%	P5=15,04%	P6=24,98%	P7=9,99%	Total
		Criterion	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	1,5	5,5	6	1,5	5,5	2	1,5	23,5
	Sesgo	1	6	6	1	5	2	2	23
	Error Cuadratico Medio	2	1	1	6	3	2	4	19
	Total	4,5	12,5	13	8,5	13,5	6	7,5	65,5
Bromaghin	Estimador promedio	6	5,5	5	1,5	5,5	6	1,5	31
	Sesgo	6	5	5	6	6	6	1	35,0
	Error Cuadratico Medio	5	4	4	5	4	6	6	34,0
	Total	17	14,5	14	12,5	15,5	18	9	100
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	1,5	3	4	5	4	4,5	3	25
	Sesgo	2	3	4	4	4	4,5	3	24,5
	Error Cuadratico Medio	1	3	5	3	2	5	3	22
	Total	4,5	9	13	12	10	14	9	71,5
Thompson	Estimador promedio	3	4	2	6	1	4,5	5,5	26
	Sesgo	3	4	1	5	1	4,5	6	24,5
	Error Cuadratico Medio	6	2	3	4	1	4	2	22
	Total	12	10	6	15	3	13	13,5	72,5
Cochran	Estimador promedio	4,5	2	2	3,5	2	2	4	20
	Sesgo	5	2	3	2	2	3	4	21
	Error Cuadratico Medio	3	6	6	1	6	3	5	30
	Total	12,5	10	11	6,5	10	8	13	71
Angers	Estimador promedio	4,5	1	2	3,5	3	2	5,5	21,5
	Sesgo	4	1	2	3	3	1	5	19
	Error Cuadratico Medio	4	5	2	2	5	1	1	20
	Total	12,5	7	6	8,5	11	4	11,5	60,5

Tabla 4y. Evaluación de desempeño de las simulaciones para población 25 de K=7 categorías.

Método	Parámetro Poblacional	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
		14,31%	14,29%	14,24%	14,32%	14,28%	14,26%	14,29%
	Criterio	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7
Tortora	Estimador promedio	14,41%	14,29%	14,23%	14,28%	14,28%	14,25%	14,27%
	Sesgo	0,000961	-0,000030	-0,000115	-0,000362	-0,000035	-0,000182	-0,000236
	% Sesgo	0,67%	-0,02%	-0,08%	-0,25%	-0,02%	-0,13%	-0,17%
	Sesgo Estandarizado	83,66	-2,62	-9,95	-28,82	-3,11	-13,38	-20,23
	Error Cuadratico Medio	504527,9	421969,3	379368,5	332567,2	368547,6	320095,2	419738,5
Bromaghin	Estimador promedio	14,33%	14,31%	14,21%	14,34%	14,28%	14,18%	14,35%
	Sesgo	0,000178	0,000193	-0,000331	0,000194	0,000031	-0,000834	0,000569
	% Sesgo	0,12%	0,13%	-0,23%	0,14%	0,02%	-0,58%	0,40%
	Sesgo Estandarizado	13,67	14,08	-28,08	14,92	2,47	-81,34	48,82
	Error Cuadratico Medio	318914,3	308783,0	409364,4	360358,8	325785,1	508249,3	375897,3
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	14,40%	14,23%	14,22%	14,27%	14,37%	14,25%	14,25%
	Sesgo	0,000906	-0,000647	-0,000186	-0,000453	0,000875	-0,000103	-0,000392
	% Sesgo	0,63%	-0,45%	-0,13%	-0,32%	0,61%	-0,07%	-0,27%
	Sesgo Estandarizado	51,13	-38,02	-8,24	-26,30	48,19	-6,07	-24,57
	Error Cuadratico Medio	308065,8	318934,3	216782,9	325605,7	311027,1	302144,4	395868,3
Thompson	Estimador promedio	14,23%	14,30%	14,29%	14,32%	14,32%	14,27%	14,26%
	Sesgo	-0,000760	0,000039	0,000532	0,000079	0,000341	0,000100	-0,000331
	% Sesgo	-0,53%	0,03%	0,37%	0,06%	0,24%	0,07%	-0,23%
	Sesgo Estandarizado	-40,86	2,47	28,85	5,41	19,94	5,81	-20,60
	Error Cuadratico Medio	306158,4	403982,9	290828,6	501894,3	341057,3	456347,9	395472,4
Cochran	Estimador promedio	14,38%	14,25%	14,26%	14,35%	14,28%	14,28%	14,20%
	Sesgo	0,000661	-0,000438	0,000225	0,000331	0,000029	0,000106	-0,000915
	% Sesgo	0,46%	-0,31%	0,16%	0,23%	0,02%	0,07%	-0,64%
	Sesgo Estandarizado	19,68	-17,10	7,78	9,82	1,26	3,67	-31,42
	Error Cuadratico Medio	239980,7	356550,3	352325,3	237051,8	516961,5	343583,5	327273,3
Angers	Estimador promedio	14,40%	14,30%	14,22%	14,28%	14,29%	14,25%	14,26%
	Sesgo	0,000912	0,000027	-0,000165	-0,000409	0,000093	-0,000161	-0,000296
	% Sesgo	0,64%	0,02%	-0,12%	-0,29%	0,06%	-0,11%	-0,21%
	Sesgo Estandarizado	76,83	2,30	-14,55	-32,09	7,20	-12,40	-26,10
	Error Cuadratico Medio	454532,3	383334,7	441912,4	324368,4	321070,9	355941,4	400755,2

Tabla 4y'. Puntajes asignados a desempeño de las simulaciones para población 25 de K=7 categorías

Método	Parámetro Poblacional	P1=14,31%	P2=14,29%	P3=14,24%	P4=14,32%	P5=14,28%	P6=14,26%	P7=14,29%	Total
		Criterion	p1	p2	p3	p4	p5	p6	
Tortora	Estimador promedio	1	6	6	2,5	5	4,5	4,5	29,5
	Sesgo	1	5	6	3	4	2	6	27
	Error Cuadratico Medio	1	1	3	3	2	5	2	17
	Total	3	12	15	8,5	11	11,5	12,5	73,5
Bromaghin	Estimador promedio	6	3	2	5	5	1	2	24
	Sesgo	6	3	2	5	5	1	2	24
	Error Cuadratico Medio	3	6	2	2	4	1	5	23
	Total	15	12	6	12	14	3	9	71
Fitzpatrick & Scott	Estimador promedio	2	1,5	4	1	1	4,5	3	17
	Sesgo	3	1	4	1	1	5	3	18
	Error Cuadratico Medio	4	5	6	4	6	6	3	34
	Total	9	7,5	14	6	8	15,5	9	69
Thompson	Estimador promedio	3	4,5	1	6	2	4,5	4,5	25,5
	Sesgo	4	4	1	6	2	6	4	27
	Error Cuadratico Medio	5	2	5	1	3	2	4	22
	Total	12	11	7	13	7	12,5	12,5	74,5
Cochran	Estimador promedio	4,5	1,5	4	4	5	2	1	22
	Sesgo	5	2	3	4	6	4	1	25
	Error Cuadratico Medio	6	4	4	6	1	4	6	31
	Total	15,5	7,5	11	14	12	10	8	78
Angers	Estimador promedio	4,5	4,5	4	2,5	3	4,5	4,5	27,5
	Sesgo	2	6	5	2	3	3	5	26
	Error Cuadratico Medio	2	3	1	2	5	3	1	17
	Total	8,5	13,5	10	6,5	11	10,5	10,5	70,5

Tabla 5a. Prevalencias estimadas según métodos para k=3 categorías.

Población	Parámetro Poblacional	Estimador Promedio	Metodo Estimación Tamaño Muestral						
			Tortora	Bromaghin	F & Scott	Thompson	Cochran	Angers	
Población 1	< 5 %	P1=3,17%	p1	3,17%	3,18%	3,17%	3,16%	3,15%	3,17%
		P2=53,86%	p2	53,88%	53,82%	53,84%	53,84%	54,00%	53,81%
		P3=42,97%	p3	42,94%	42,99%	42,99%	42,99%	42,86%	43,02%
Población 2	< 10 %	P1=8,98%	p1	9,05%	8,99%	9,01%	9,00%	9,09%	9,03%
		P2=40,01%	p2	40,00%	40,00%	40,01%	40,01%	40,02%	40,00%
		P3=51,01%	p3	50,96%	51,00%	50,99%	50,99%	50,90%	50,98%
Población 3	50% (1 categoría)	P1=24,98%	p1	24,96%	25,03%	25,02%	25,05%	24,99%	25,03%
		P2=50,03%	p2	50,05%	50,04%	50,05%	50,04%	50,05%	50,05%
		P3=24,99%	p3	24,99%	24,92%	24,92%	24,91%	24,96%	24,93%
Población 4	libre distribución	P1=3,14%	p1	3,09%	3,11%	3,11%	3,11%	3,16%	3,11%
		P2=53,83%	p2	53,89%	53,90%	53,91%	53,93%	53,81%	53,91%
		P3=43,03%	p3	43,01%	42,99%	42,98%	42,95%	43,04%	42,98%
Población 5	equiprobabilidad	P1=33,34%	p1	33,32%	33,25%	33,25%	33,25%	33,33%	33,25%
		P2=33,37%	p2	33,37%	33,49%	33,48%	33,39%	33,51%	33,48%
		P3=33,29%	p3	33,31%	33,25%	33,27%	33,36%	33,16%	33,27%

Tabla 5b. Prevalencias estimadas según métodos para k=4 categorías.

Población	Parámetro Poblacional	Estimador Promedio	Metodo Estimación Tamaño Muestral					
			Tortora	Bromaghin	F & Scott	Thompson	Cochran	Angers
Población 6	P1=3,16%	p1	3,17%	3,17%	3,15%	3,16%	3,19%	3,17%
	P2=13,83%	p2	13,84%	13,84%	13,91%	13,81%	13,84%	13,89%
	P3=40,03%	p3	39,99%	39,99%	39,92%	40,03%	40,06%	39,97%
	P4=42,98%	p4	43,00%	42,99%	43,02%	43,00%	42,91%	42,96%
Población 7	P1=9,17%	p1	9,17%	9,17%	9,17%	9,16%	9,22%	9,19%
	P2=15,87%	p2	15,84%	15,84%	15,88%	15,87%	15,91%	15,86%
	P3=40,03%	p3	40,09%	40,08%	40,09%	40,07%	40,07%	40,06%
	P4=34,93%	p4	34,90%	34,90%	34,86%	34,90%	34,80%	34,90%
Población 8	P1=10,02%	p1	9,97%	10,05%	10,05%	10,05%	10,00%	9,99%
	P2=15,01%	p2	14,99%	15,03%	14,98%	14,97%	15,01%	15,05%
	P3=50,01%	p3	50,05%	50,02%	49,96%	49,96%	50,06%	50,02%
	P4=24,95%	p4	24,99%	24,89%	25,02%	25,01%	24,93%	24,94%
Población 9	P1=3,13%	p1	3,16%	3,17%	3,15%	3,17%	3,13%	3,16%
	P2=13,85%	p2	13,87%	13,82%	13,89%	13,80%	13,82%	13,87%
	P3=40,02%	p3	40,01%	40,05%	39,98%	40,05%	40,03%	40,00%
	P4=43,00%	p4	42,97%	42,96%	42,97%	42,99%	43,02%	42,97%
Población 10	P1=24,98%	p1	25,05%	25,04%	25,02%	24,90%	25,02%	24,94%
	P2=25,03%	p2	25,00%	25,00%	25,00%	25,07%	24,98%	25,02%
	P3=25,00%	p3	25,03%	25,03%	25,05%	25,09%	24,97%	24,98%
	P4=24,99%	p4	24,92%	24,92%	24,92%	24,94%	25,03%	25,06%

Tabla 5c. Prevalencias estimadas según métodos para k=5 categorías.

Población	Parámetro Poblacional	Estimador Promedio	Metodo Estimación Tamaño Muestral						
			Tortora	Bromaghin	F & Scott	Thompson	Cochran	Angers	
Población 11	< 5 %	P1=3,13%	p1	3,10%	3,14%	3,15%	3,09%	3,08%	3,12%
		P2=8,89%	p2	8,91%	8,89%	8,85%	8,90%	8,90%	8,88%
		P3=25,02%	p3	25,02%	25,05%	25,05%	25,03%	25,01%	24,99%
		P4=19,98%	p4	20,02%	19,98%	19,96%	20,00%	20,04%	19,98%
		P5=42,97%	p5	42,95%	42,94%	42,98%	42,99%	42,97%	43,02%
Población 12	< 10 %	P1=9,18%	p1	9,23%	9,22%	9,16%	9,22%	9,16%	9,24%
		P2=12,81%	p2	12,79%	12,81%	12,75%	12,81%	12,78%	12,81%
		P3=15,04%	p3	15,08%	15,05%	15,05%	15,02%	15,06%	15,07%
		P4=19,99%	p4	19,95%	19,96%	20,04%	19,94%	20,03%	19,95%
		P5=42,98%	p5	42,96%	42,95%	42,99%	43,01%	42,97%	42,93%
Población 13	50% (1 categoria)	P1=9,17%	p1	9,20%	9,18%	9,17%	9,17%	9,16%	9,19%
		P2=12,83%	p2	12,82%	12,80%	12,87%	12,87%	12,74%	12,82%
		P3=15,09%	p3	15,09%	15,14%	15,08%	15,08%	15,18%	15,08%
		P4=13,03%	p4	13,03%	13,04%	13,08%	13,09%	13,04%	13,06%
		P5=49,88%	p5	49,86%	49,84%	49,79%	49,79%	49,87%	49,84%
Población 14	libre distribución	P1=3,16%	p1	3,15%	3,16%	3,15%	3,15%	3,17%	3,16%
		P2=8,87%	p2	8,85%	8,92%	8,92%	8,93%	8,80%	8,83%
		P3=25,01%	p3	24,98%	25,00%	24,97%	24,97%	25,07%	25,01%
		P4=19,99%	p4	20,04%	19,93%	19,94%	19,94%	19,94%	20,00%
		P5=42,98%	p5	42,98%	42,99%	43,02%	43,01%	43,01%	43,00%
Población 15	equiprobabilidad	P1=20,02%	p1	20,06%	20,06%	20,04%	20,05%	20,02%	20,09%
		P2=20,04%	p2	19,95%	19,95%	19,92%	19,92%	19,92%	19,96%
		P3=20,01%	p3	20,08%	20,08%	20,09%	20,09%	20,07%	20,06%
		P4=19,96%	p4	19,91%	19,91%	19,93%	19,93%	19,94%	19,90%
		P5=19,97%	p5	20,00%	19,99%	20,02%	20,02%	20,05%	19,98%

Tabla 5d. Prevalencias estimadas según métodos para k=6 categorías.

Población	Parámetro Poblacional	Estimador Promedio	Metodo Estimación Tamaño Muestral						
			Tortora	Bromaghin	F & Scott	Thompson	Cochran	Angers	
Población 16	< 5 %	P1=4,02%	p1	4,02%	4,02%	4,01%	4,01%	4,08%	4,03%
		P2=12,97%	p2	12,96%	12,97%	13,05%	13,05%	12,92%	13,00%
		P3=23,03%	p3	22,99%	23,00%	22,95%	22,96%	23,03%	23,02%
		P4=17,00%	p4	17,04%	17,02%	16,97%	16,97%	16,93%	16,97%
		P5=22,00%	p5	22,04%	22,04%	22,09%	22,08%	22,01%	22,00%
		P6=20,98%	p6	20,96%	20,95%	20,93%	20,93%	21,04%	20,97%
Población 17	< 10 %	P1=8,99%	p1	9,00%	9,03%	9,05%	9,02%	9,04%	9,01%
		P2=16,04%	p2	16,06%	15,97%	16,01%	16,05%	16,11%	15,99%
		P3=20,05%	p3	20,05%	20,07%	20,11%	20,07%	19,96%	20,09%
		P4=20,02%	p4	20,03%	20,00%	20,02%	19,97%	20,07%	20,04%
		P5=19,91%	p5	19,84%	19,92%	19,85%	19,93%	19,94%	19,86%
		P6=14,99%	p6	15,02%	15,00%	14,96%	14,96%	14,89%	15,01%
Población 18	50% (1 categoría)	P1=10,06%	p1	10,08%	10,05%	10,14%	10,01%	10,08%	10,09%
		P2=9,96%	p2	9,94%	9,97%	9,96%	9,93%	9,93%	9,93%
		P3=50,04%	p3	50,01%	49,99%	49,94%	50,02%	50,07%	50,02%
		P4=9,98%	p4	10,00%	9,95%	10,02%	10,02%	10,00%	9,99%
		P5=10,01%	p5	10,01%	10,04%	9,97%	10,03%	10,00%	10,00%
		P6=9,95%	p6	9,97%	9,99%	9,98%	9,98%	9,92%	9,97%
Población 19	libre distribución	P1=3,99%	p1	4,04%	4,03%	4,02%	4,04%	3,95%	3,95%
		P2=12,99%	p2	12,94%	13,00%	13,02%	12,93%	12,98%	12,88%
		P3=22,99%	p3	23,03%	22,99%	23,02%	23,05%	23,01%	23,09%
		P4=17,03%	p4	17,00%	17,01%	16,96%	16,99%	17,07%	17,05%
		P5=22,05%	p5	22,07%	21,99%	21,98%	22,04%	22,04%	21,98%
		P6=20,95%	p6	20,93%	20,98%	20,99%	20,94%	20,95%	21,05%
Población 20	equiprobabilidad	P1=16,66%	p1	16,64%	16,63%	16,58%	16,69%	16,68%	16,74%
		P2=16,74%	p2	16,77%	16,75%	16,77%	16,78%	16,72%	16,74%
		P3=16,61%	p3	16,58%	16,60%	16,61%	16,73%	16,73%	16,55%
		P4=16,67%	p4	16,70%	16,70%	16,75%	16,55%	16,50%	16,68%
		P5=16,65%	p5	16,65%	16,64%	16,64%	16,65%	16,72%	16,69%
		P6=16,67%	p6	16,66%	16,67%	16,65%	16,61%	16,65%	16,60%

Tabla 5e. Prevalencias estimadas según métodos para k=7 categorías

Población	Parámetro Poblacional	Estimador Promedio	Metodo Estimación Tamaño Muestral						
			Tortora	Bromaghin	F & Scott	Thompson	Cochran	Angers	
Población 21	< 5 %	P1=3,99%	p1	3,98%	3,99%	4,00%	3,98%	3,99%	3,99%
		P2=15,99%	p2	15,98%	16,02%	15,92%	16,07%	16,06%	16,01%
		P3=14,94%	p3	14,95%	14,93%	14,93%	14,92%	14,95%	14,95%
		P4=15,01%	p4	15,00%	14,99%	15,07%	14,96%	14,91%	15,02%
		P5=15,00%	p5	15,03%	14,98%	15,03%	14,96%	14,91%	15,00%
		P6=25,07%	p6	25,05%	25,09%	25,06%	25,10%	25,11%	25,03%
		P7=9,99%	p7	10,00%	9,99%	10,00%	10,01%	10,07%	9,99%
Población 22	< 10 %	P1=9,97%	p1	9,94%	9,97%	10,05%	10,05%	10,02%	9,99%
		P2=13,98%	p2	13,97%	13,96%	13,96%	13,96%	13,99%	13,93%
		P3=15,98%	p3	15,97%	15,97%	15,97%	15,98%	16,04%	16,00%
		P4=19,99%	p4	20,01%	19,99%	20,07%	20,07%	20,01%	20,10%
		P5=15,01%	p5	15,03%	15,01%	14,97%	14,97%	14,99%	14,99%
		P6=13,06%	p6	13,05%	13,10%	13,02%	13,03%	12,98%	13,04%
		P7=12,00%	p7	12,03%	12,00%	11,96%	11,95%	11,97%	11,96%
Población 23	50% (1 categoria)	P1=4,04%	p1	4,03%	4,05%	4,05%	4,05%	4,02%	4,03%
		P2=14,00%	p2	14,01%	14,03%	13,93%	13,93%	13,94%	13,94%
		P3=49,98%	p3	49,97%	49,92%	50,06%	50,06%	50,03%	50,06%
		P4=11,97%	p4	11,97%	11,98%	11,89%	11,89%	11,91%	11,97%
		P5=9,99%	p5	9,99%	9,99%	9,98%	9,98%	10,01%	9,98%
		P6=4,98%	p6	4,99%	4,98%	5,02%	5,02%	5,03%	4,97%
		P7=5,03%	p7	5,04%	5,03%	5,07%	5,08%	5,07%	5,04%
Población 24	libre distribución	P1=3,99%	p1	4,04%	4,04%	4,04%	4,02%	4,01%	4,01%
		P2=16,00%	p2	16,00%	16,00%	15,98%	15,99%	15,97%	15,96%
		P3=14,97%	p3	14,98%	14,98%	15,01%	15,05%	15,05%	15,05%
		P4=15,03%	p4	14,96%	14,96%	14,98%	15,01%	14,97%	14,97%
		P5=15,04%	p5	15,05%	15,06%	15,02%	14,93%	14,99%	15,00%
		P6=24,98%	p6	24,95%	24,95%	24,96%	25,00%	25,01%	25,01%
		P7=9,99%	p7	10,02%	10,01%	10,01%	9,99%	10,00%	9,99%
Población 25	equiprobabilidad	P1=14,31%	p1	14,41%	14,33%	14,40%	14,23%	14,38%	14,40%
		P2=14,29%	p2	14,29%	14,31%	14,23%	14,30%	14,25%	14,30%
		P3=14,24%	p3	14,23%	14,21%	14,22%	14,29%	14,26%	14,22%
		P4=14,32%	p4	14,28%	14,34%	14,27%	14,32%	14,35%	14,28%
		P5=14,28%	p5	14,28%	14,28%	14,37%	14,32%	14,28%	14,29%
		P6=14,26%	p6	14,25%	14,18%	14,27%	14,27%	14,25%	14,25%
		P7=14,29%	p7	14,27%	14,35%	14,25%	14,26%	14,20%	14,26%

8.3 Anexo 3 (Manuscrito 3)

Figura 1. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 1 para los seis métodos evaluados.

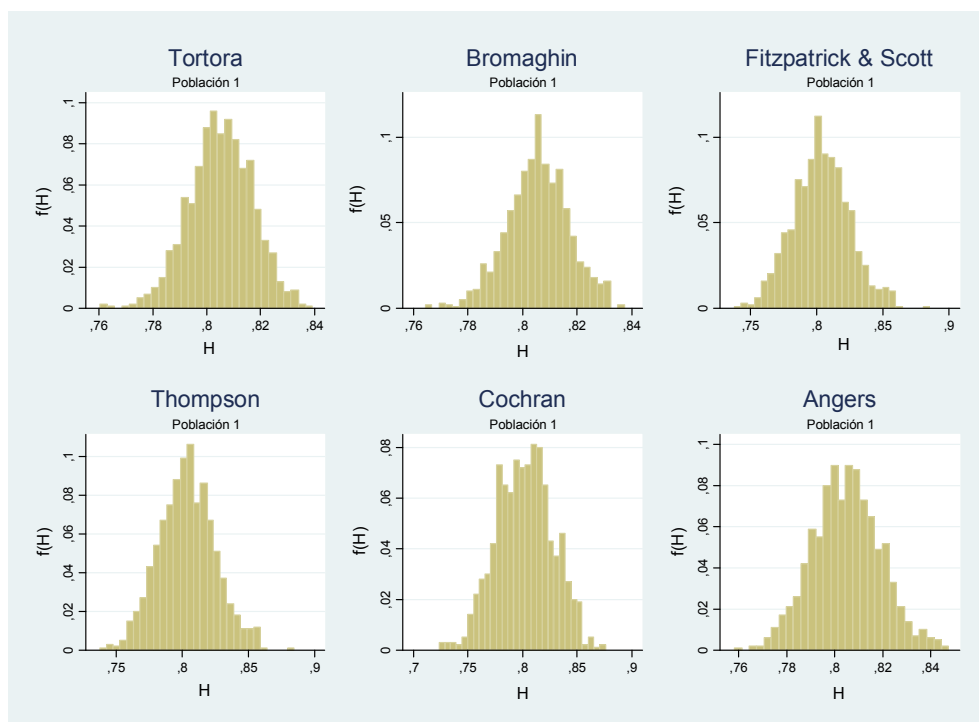


Figura 2. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 2 para los seis métodos evaluados.

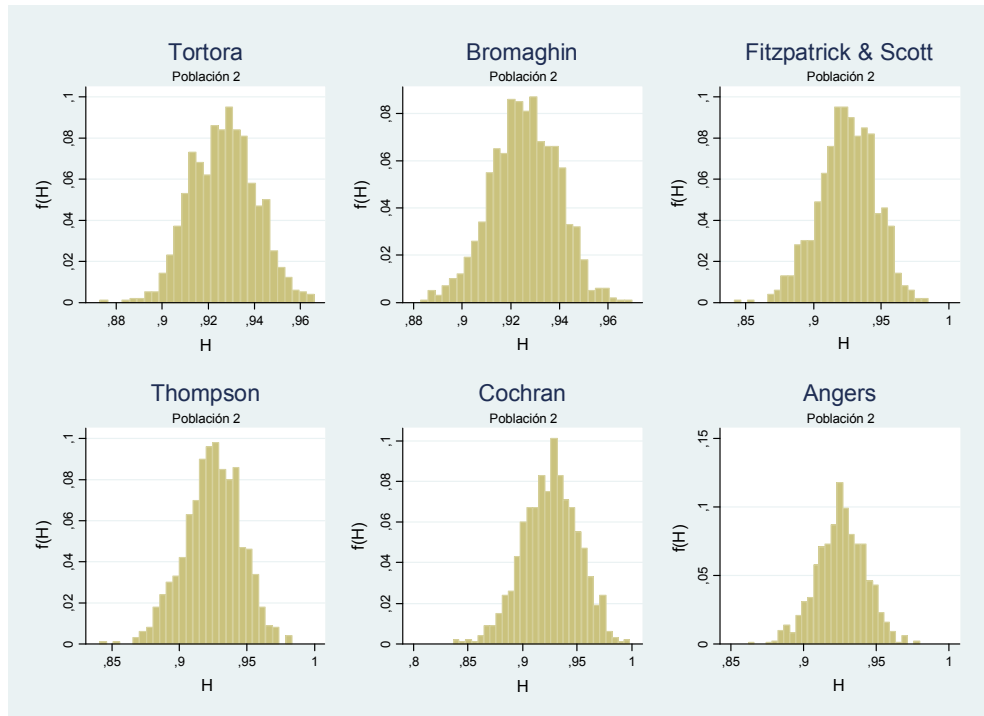


Figura 3. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 3 para los seis métodos evaluados.

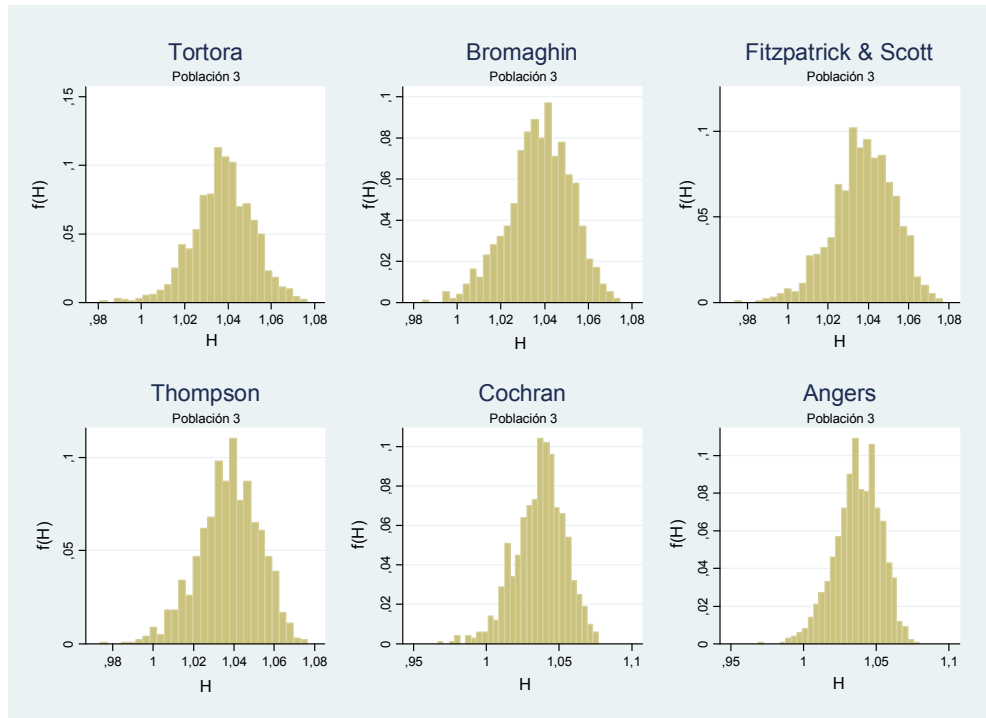


Figura 4. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 4 para los seis métodos evaluados.

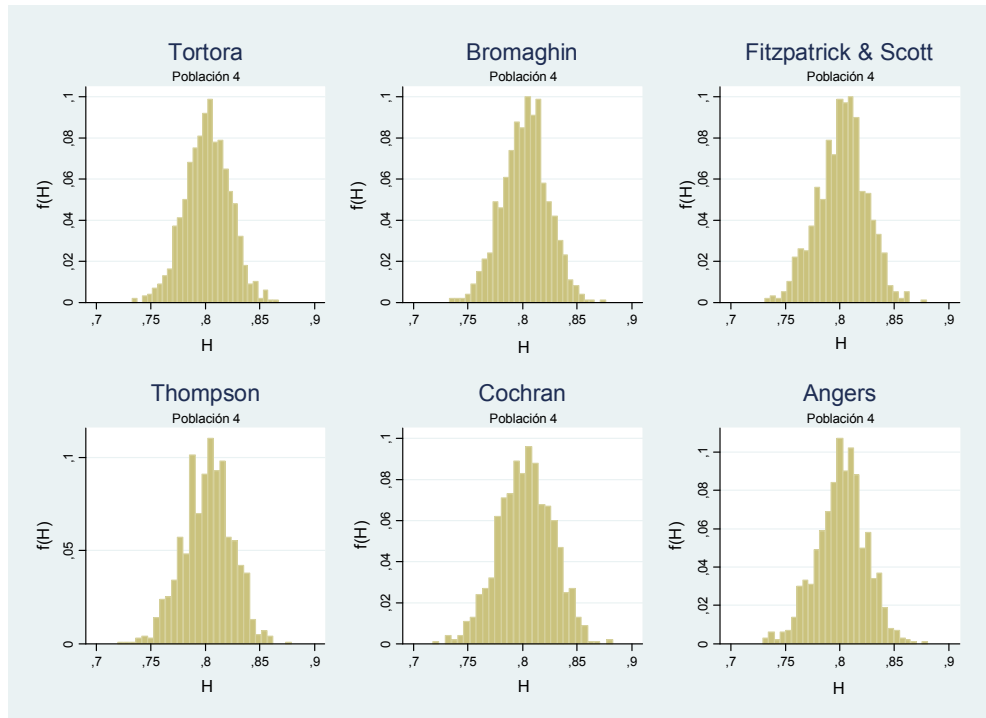


Figura 5. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 5 para los seis métodos evaluados.

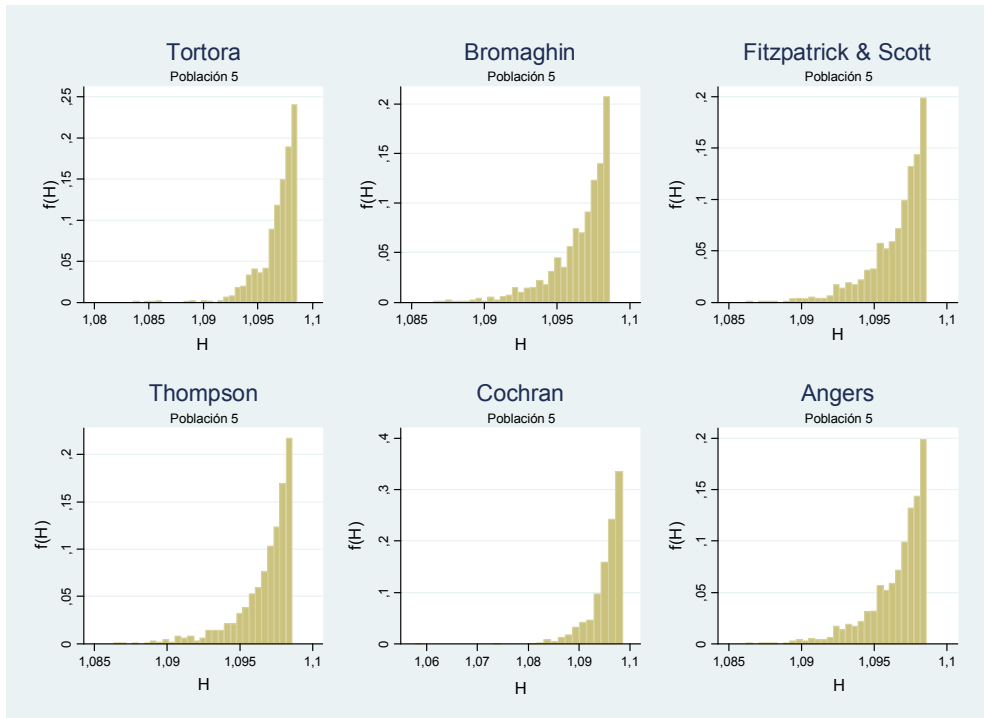


Figura 6. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 6 para los seis métodos evaluados.

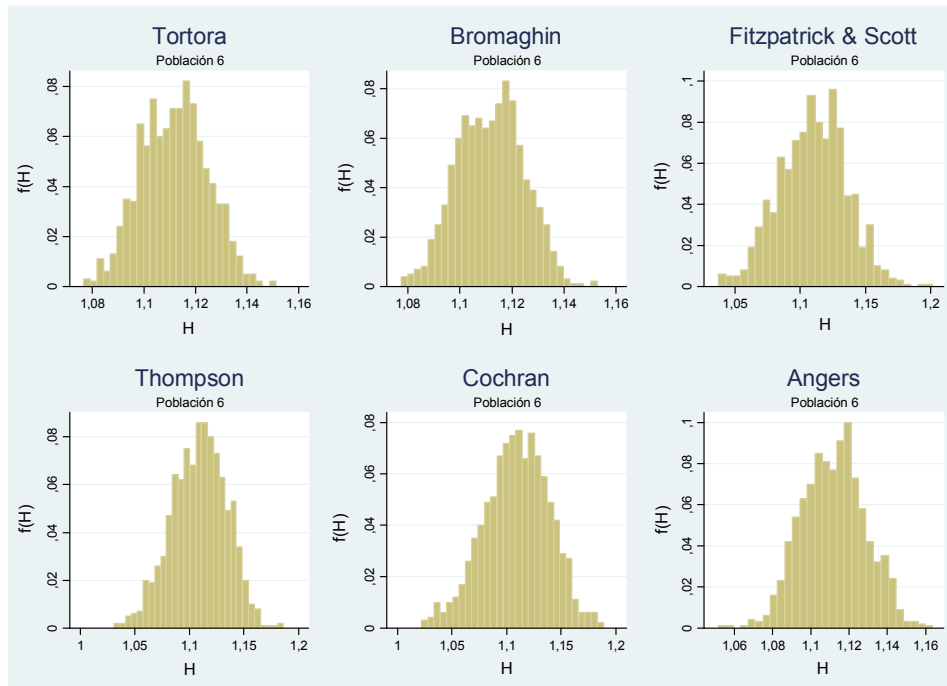


Figura 7. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 7 para los seis métodos evaluados.

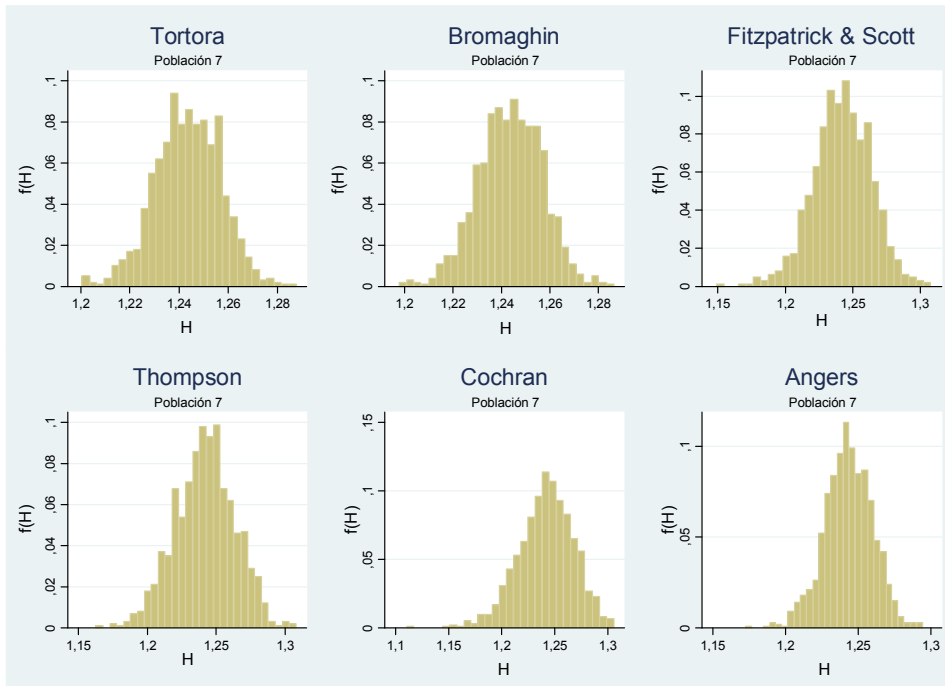


Figura 8. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 8 para los seis métodos evaluados.

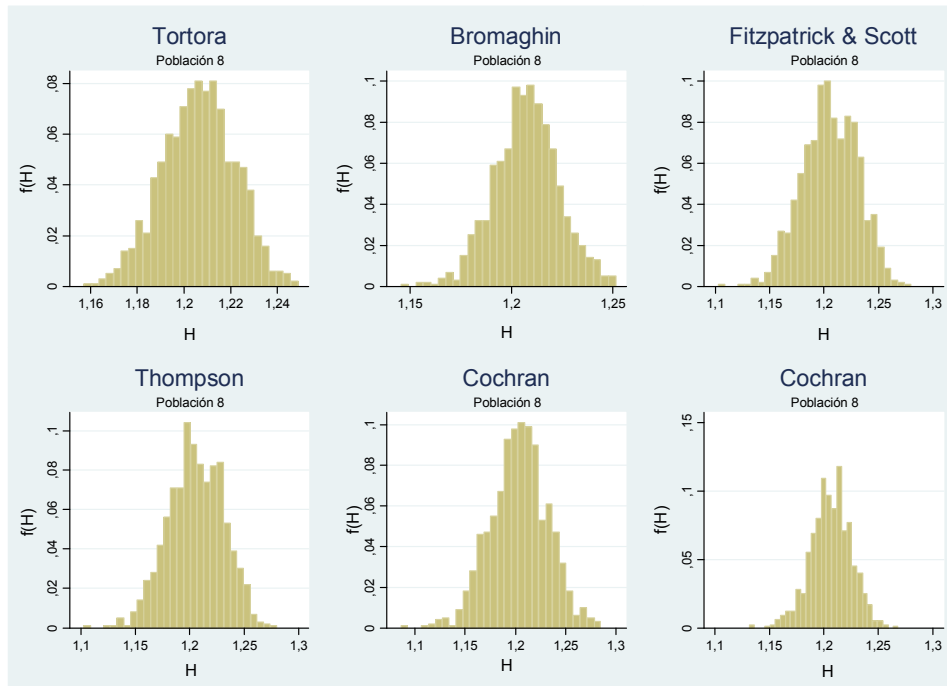


Figura 9. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 9 para los seis métodos evaluados.

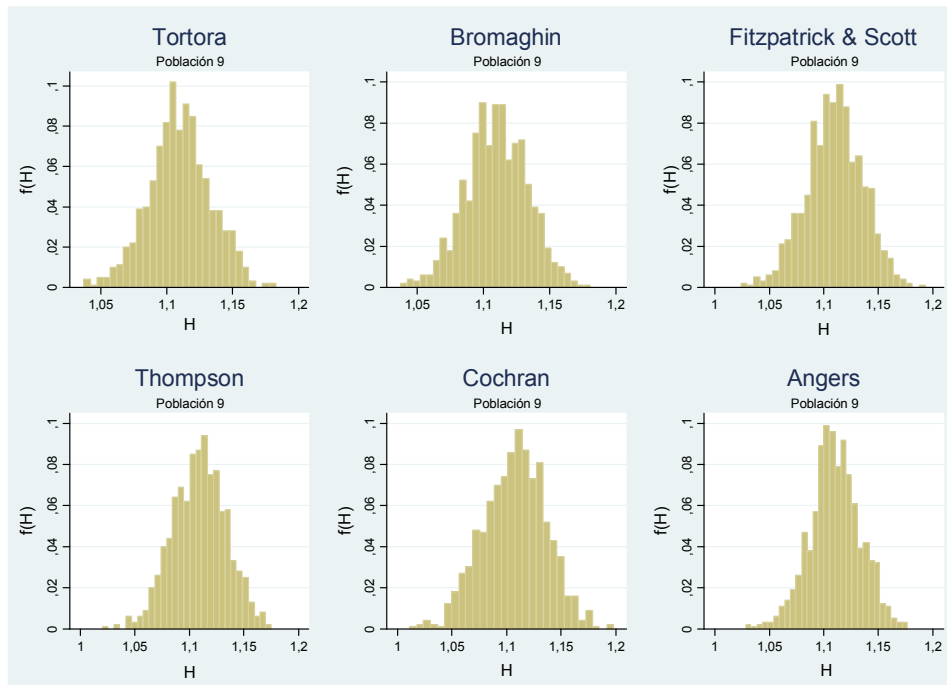


Figura 10. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 10 para los seis métodos evaluados.

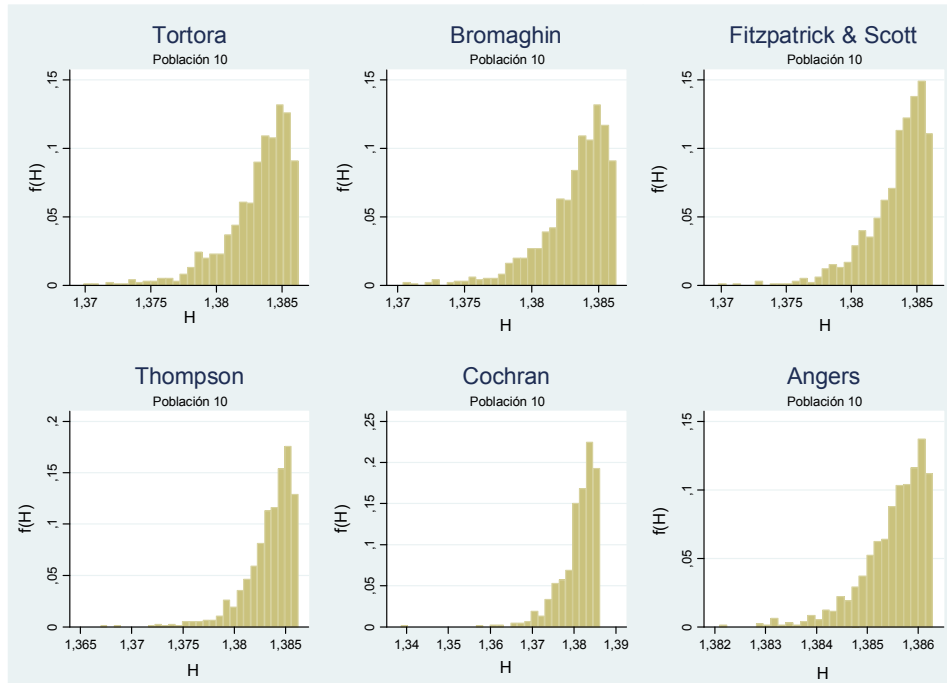


Figura 11. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 11 para los seis métodos evaluados.

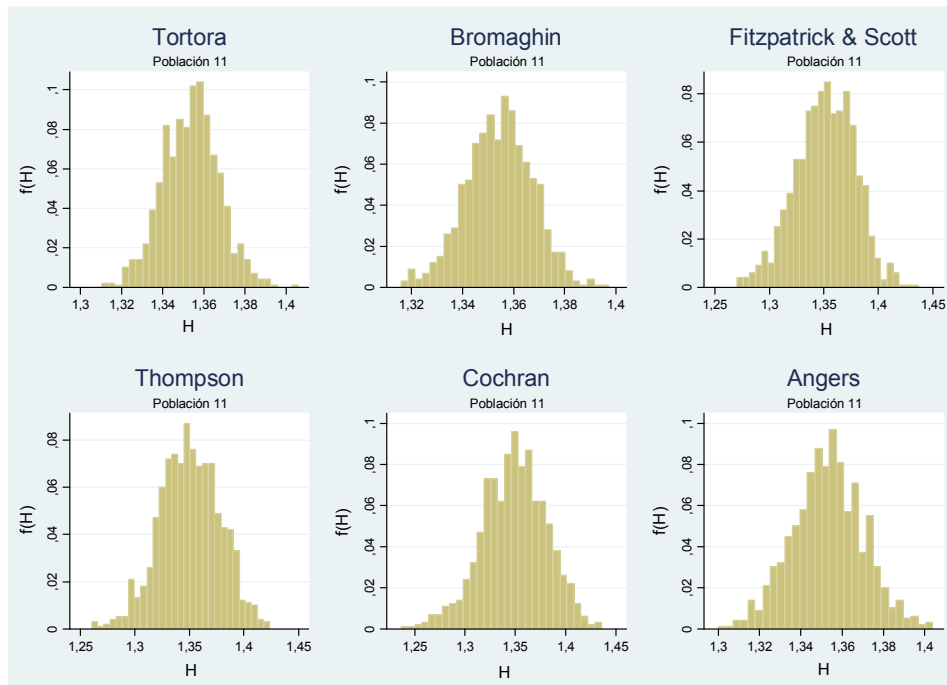


Figura 12. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 12 para los seis métodos evaluados.

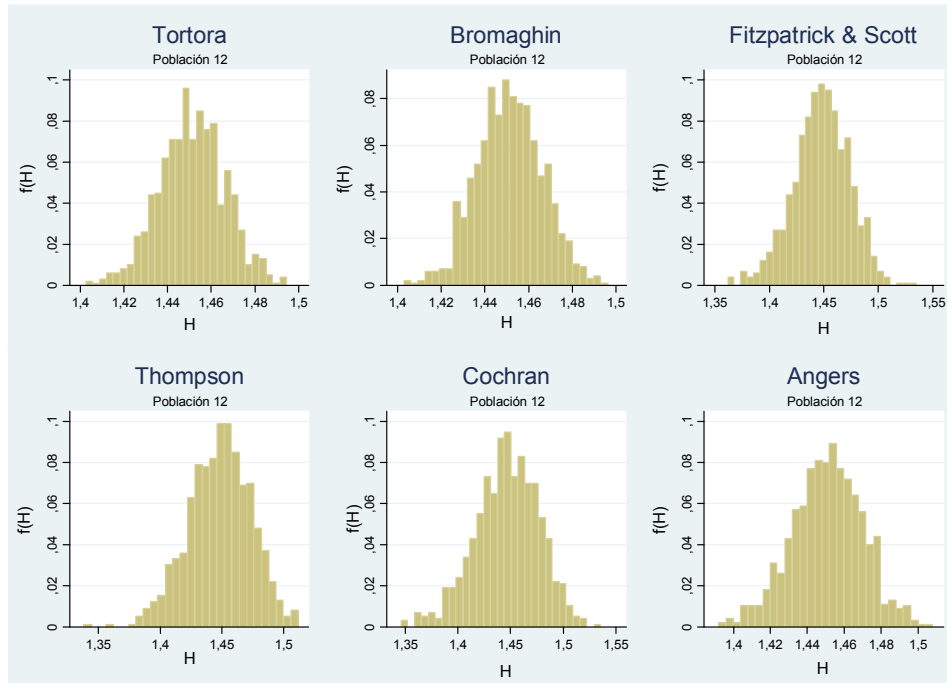


Figura 13. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 13 para los seis métodos evaluados.

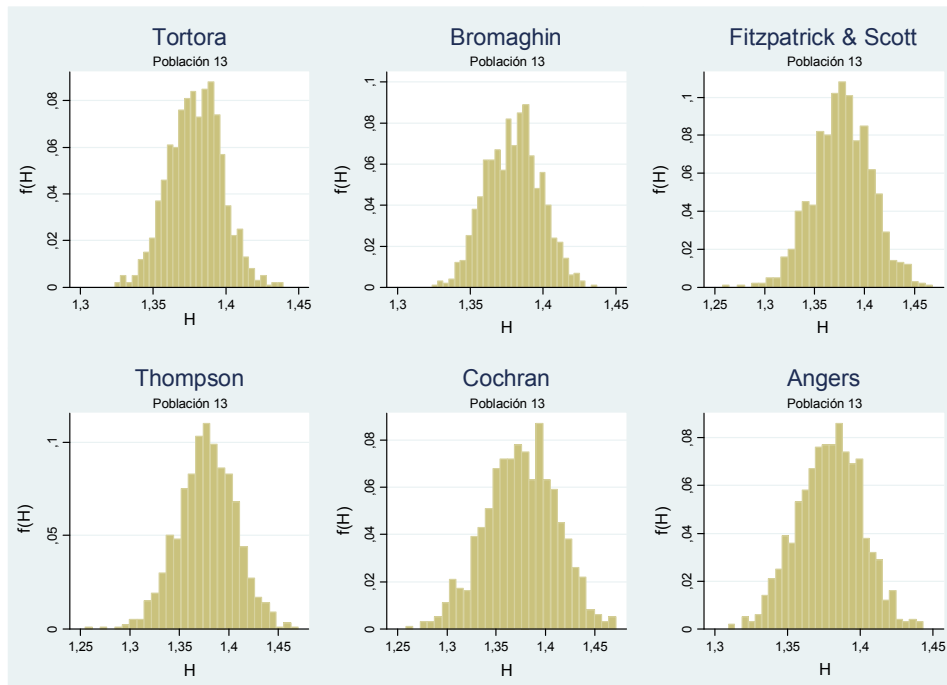


Figura 14. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 14 para los seis métodos evaluados.

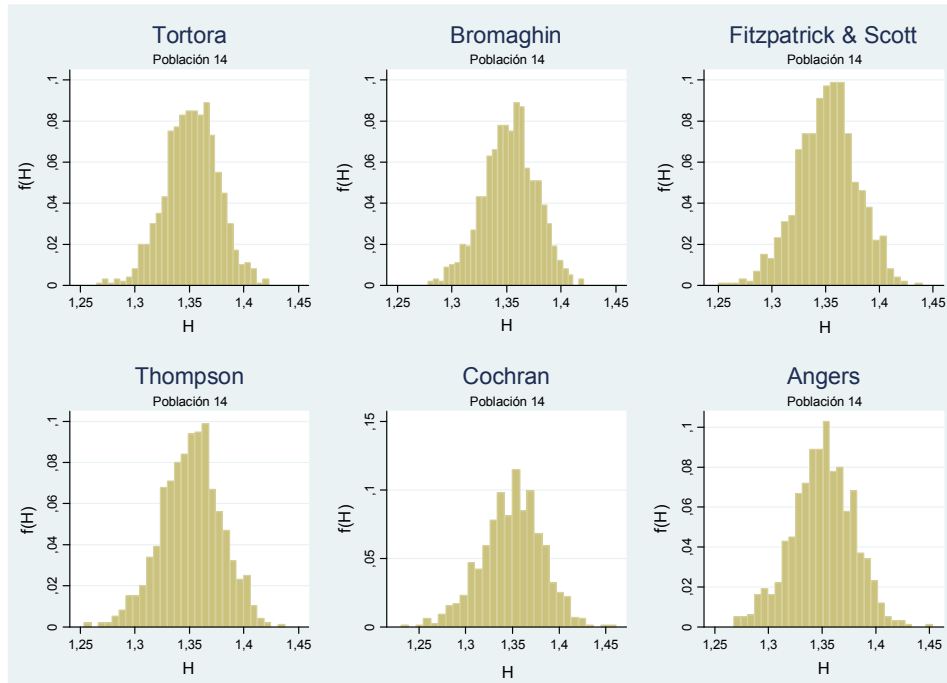


Figura 15. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 15 para los seis métodos evaluados.

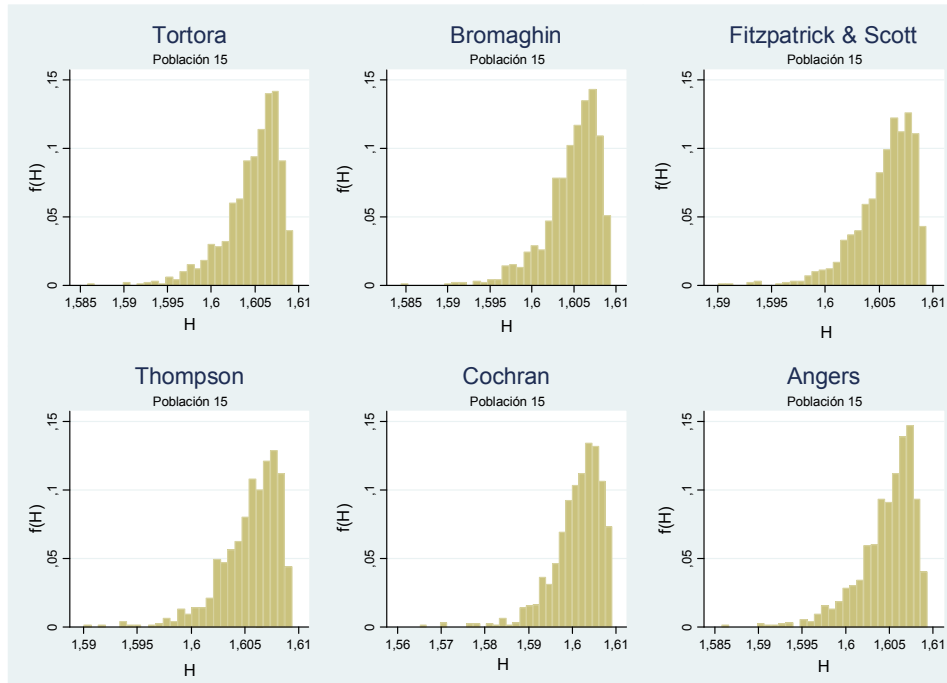


Figura 16. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 16 para los seis métodos evaluados.

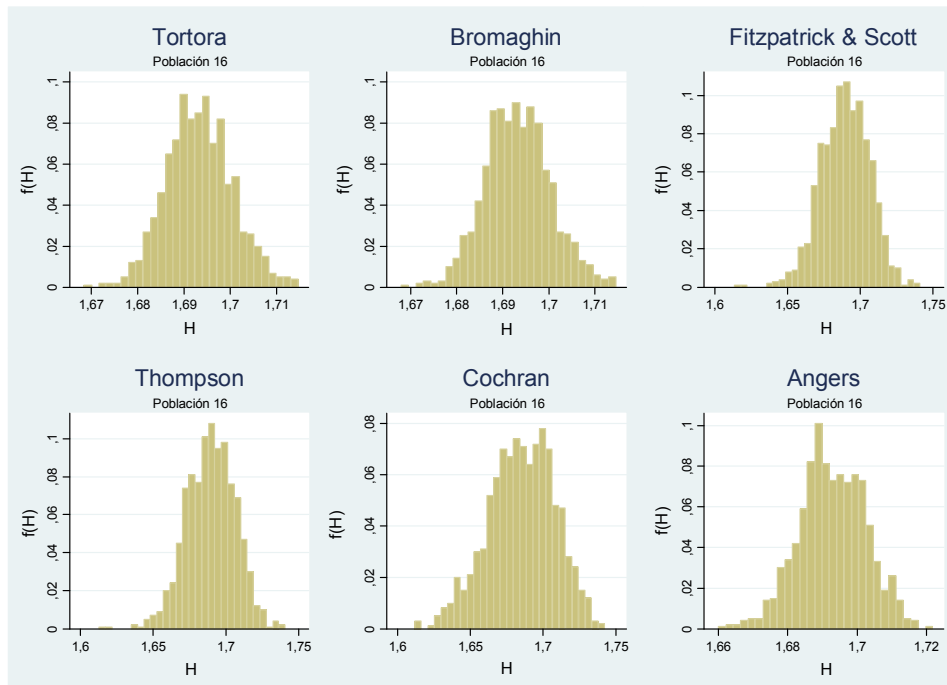


Figura 17. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 17 para los seis métodos evaluados.

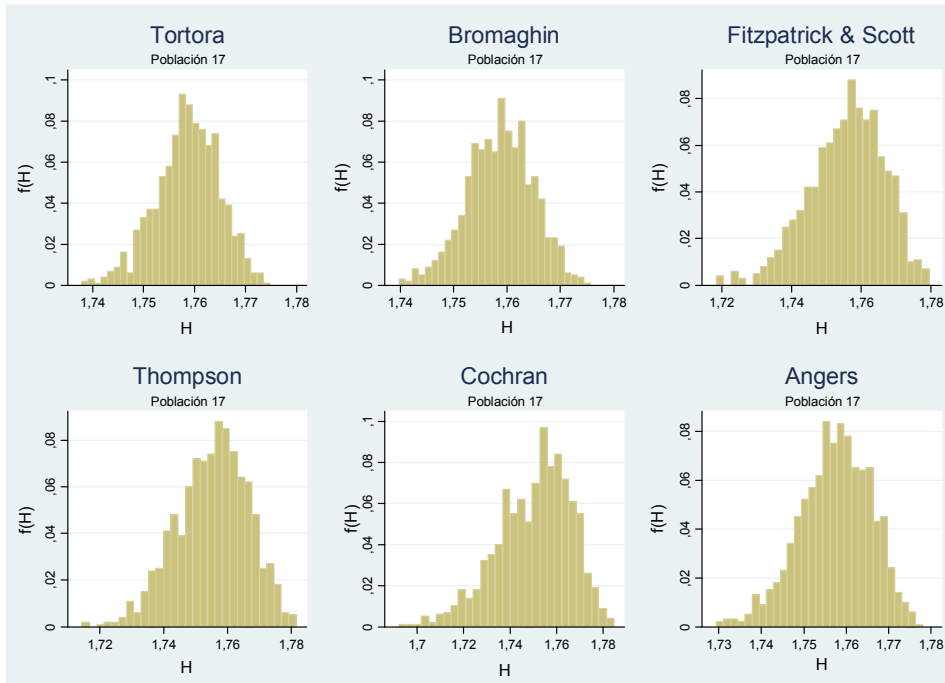


Figura 18. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 18 para los seis métodos evaluados.

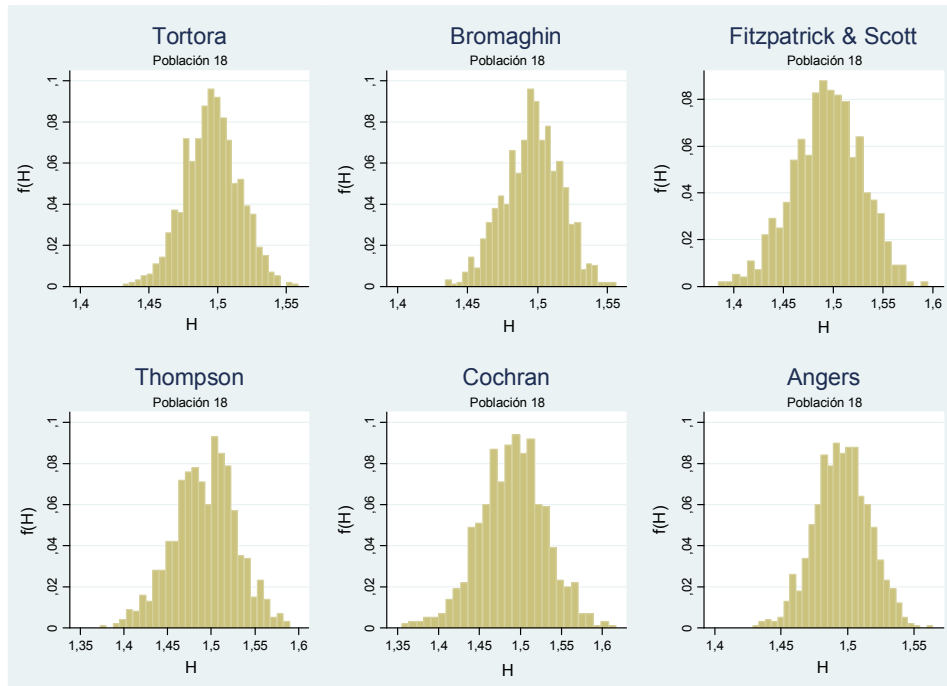


Figura 19. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 19 para los seis métodos evaluados.

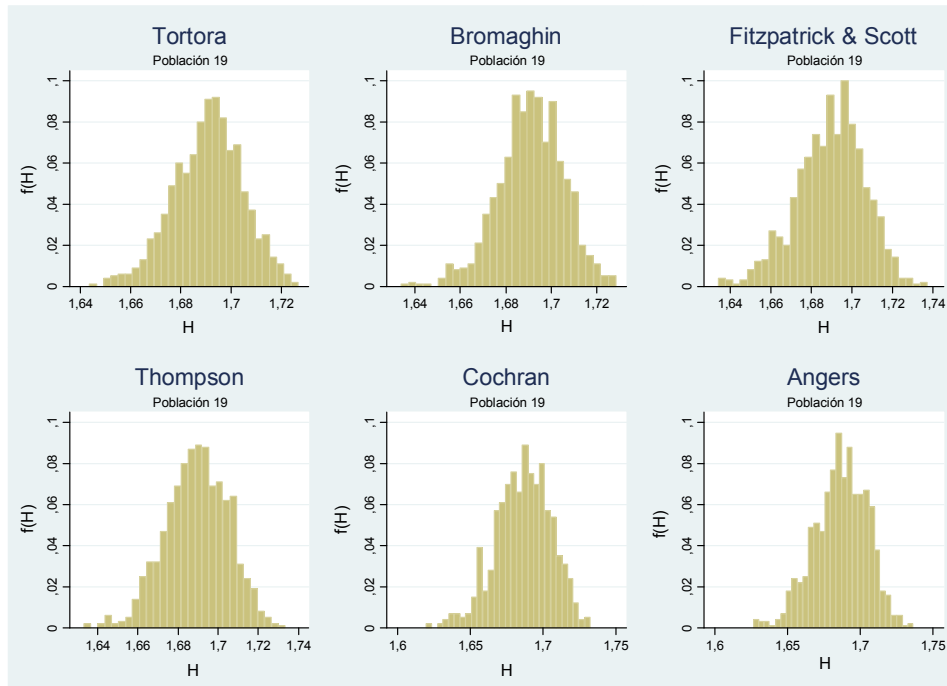


Figura 20. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 20 para los seis métodos evaluados.

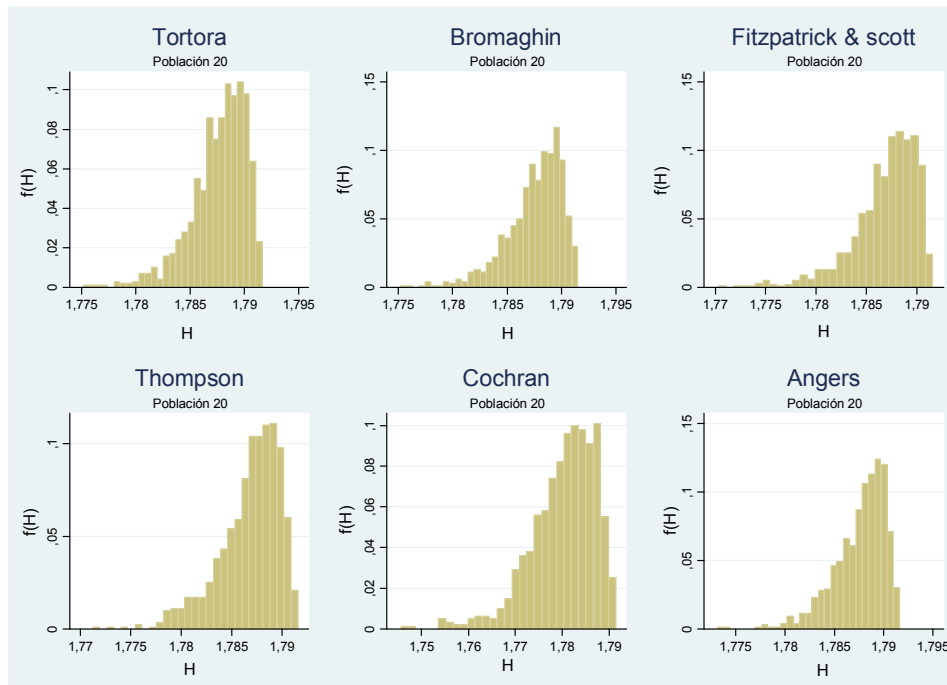


Figura 21. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 21 para los seis métodos evaluados.

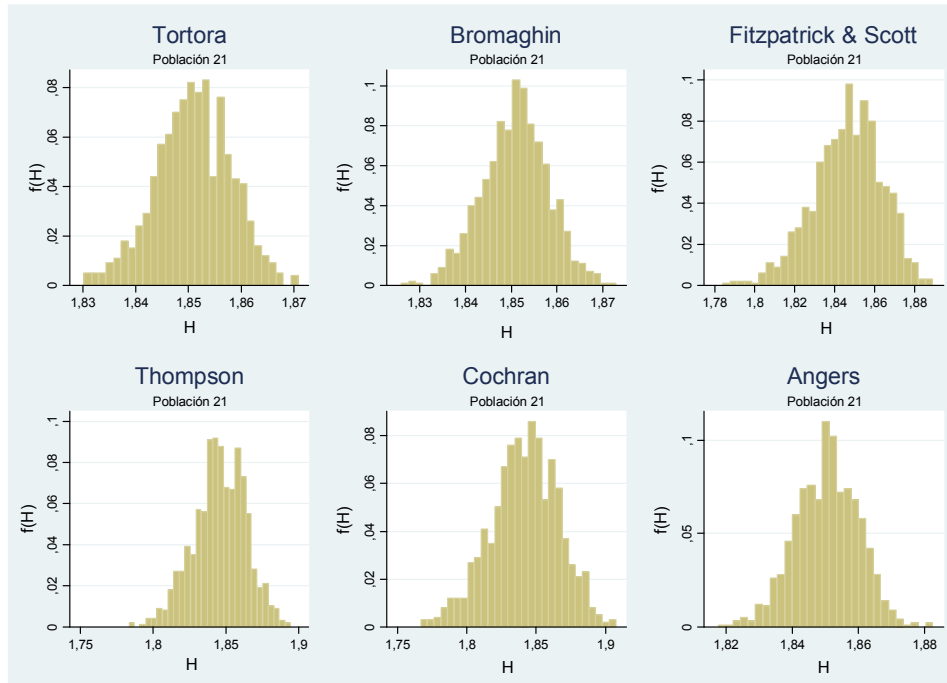


Figura 22. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 22 para los seis métodos evaluados.

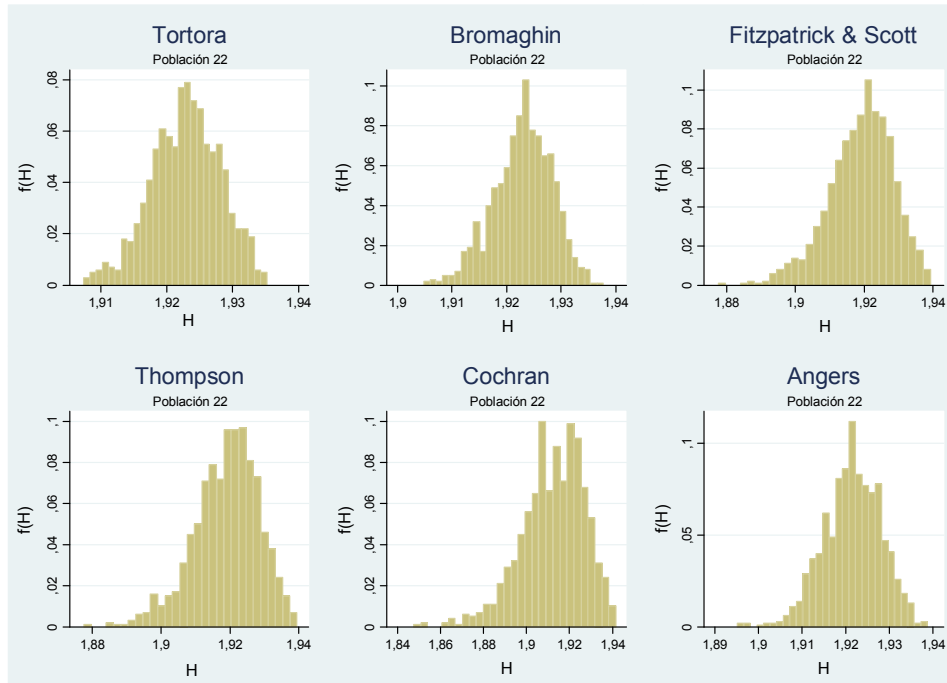


Figura 23. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 23 para los seis métodos evaluados.

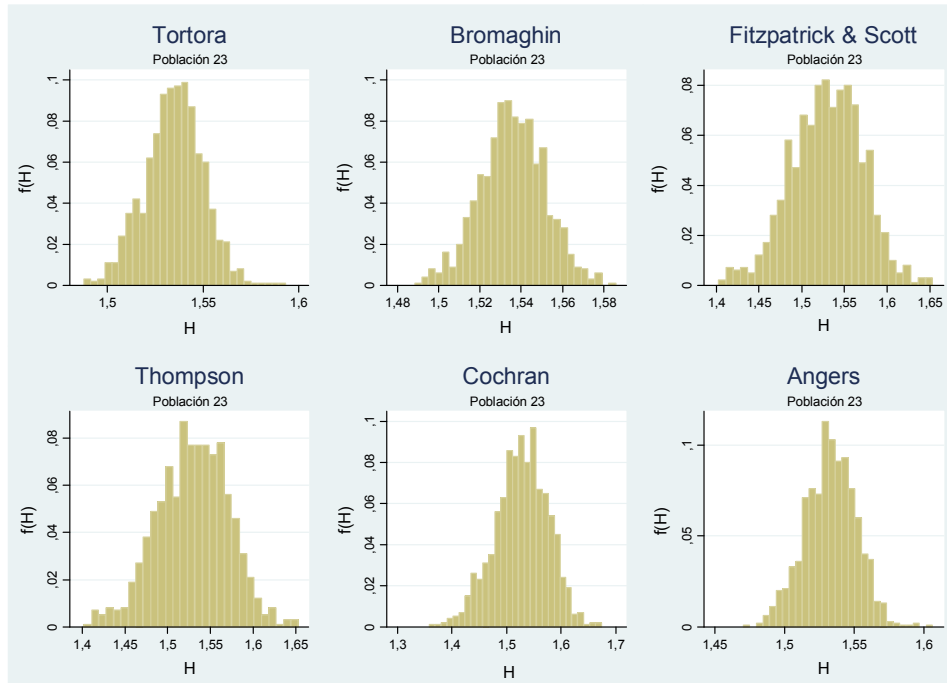


Figura 24. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 24 para los seis métodos evaluados.

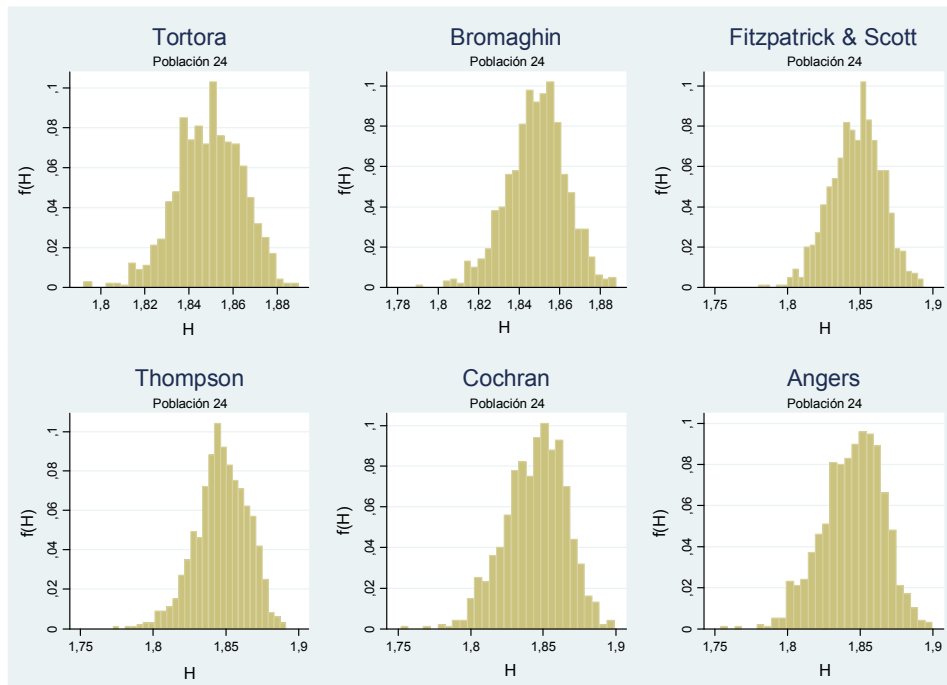


Figura 25. Histogramas de para el índice de Shannon promedio en la población 25 para los seis métodos evaluados.

