



Universitat Autònoma  
de Barcelona

---

## **Anexos de la tesis doctoral:**

Estudio sobre la actuación docente y la interacción en la creación y aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas

---

**Miquel Ferrer Puigdemí**

Directores:

**Josep Maria Fortuny Aymemí**

**Lluís Bibiloni Matos**

Doctorat en Didàctica de les Matemàtiques i de les Ciències

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals

Facultat de Ciències de l'Educació

Universitat Autònoma de Barcelona

Diciembre de 2015

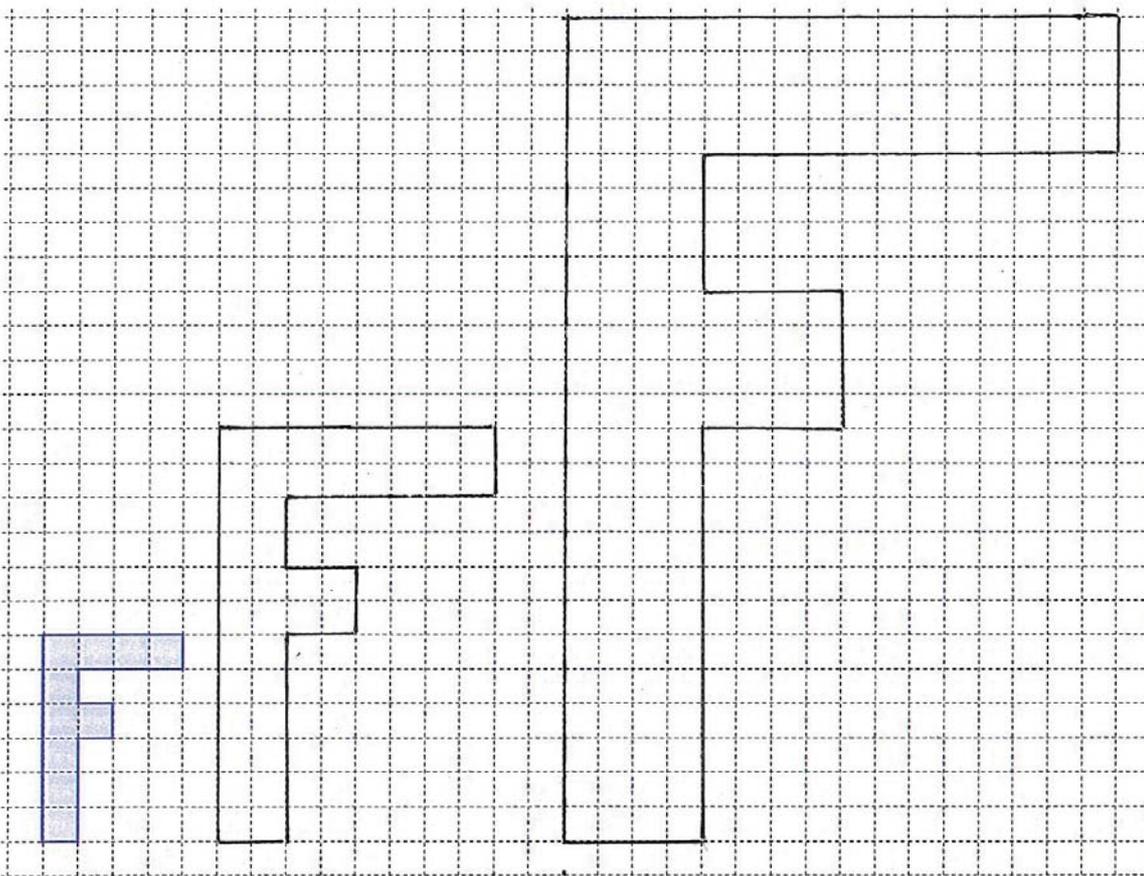
## **ANEXO VII**

Codificación de las respuestas a la primera  
tarea de los alumnos de la profesora Sara



### Resolución de Adrià

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la definición de semejanza.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la duplicación del área preservando la semejanza.



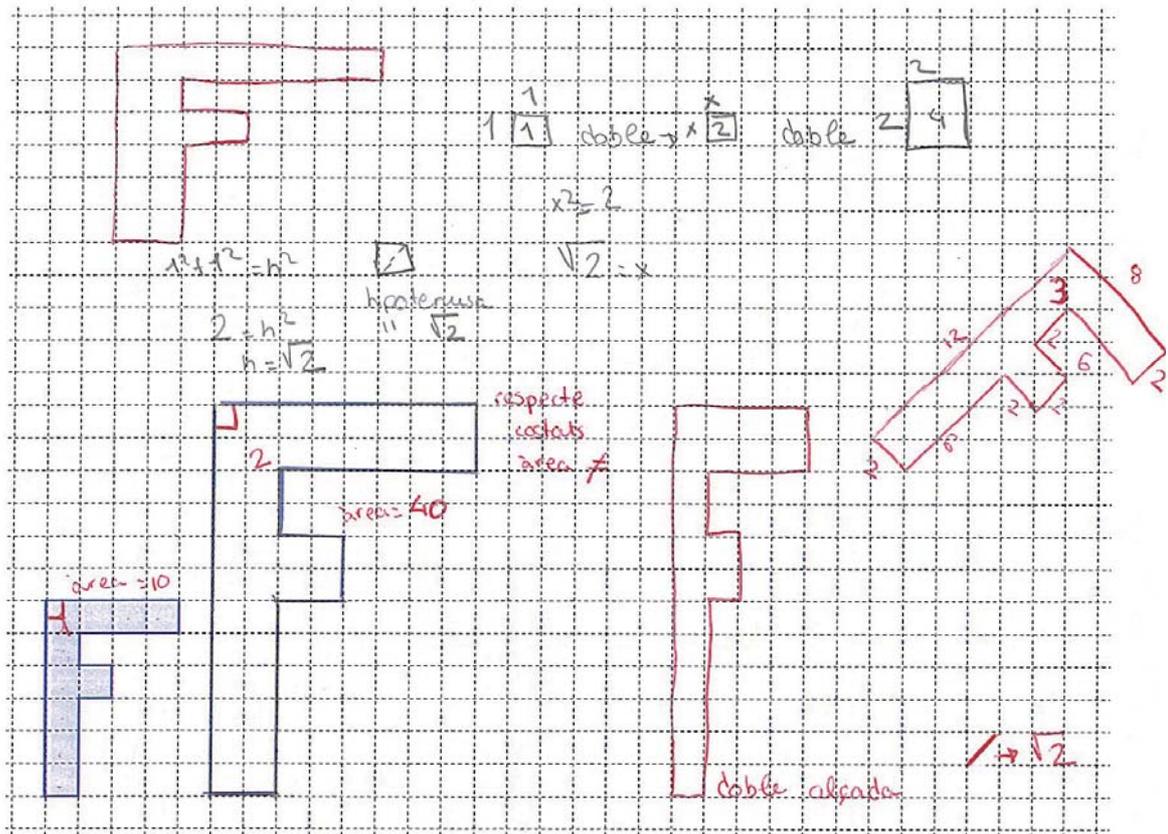
*Cada quadrat, a la gran, són dos.*



[ Cada cuadrado, a la grande son dos. ]

### Resolución de Alba

- Solución que incluye la definición completa de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .



Per fer una F el doble de gran per cada quadret de la F original en utilitzem 2 de la gran.

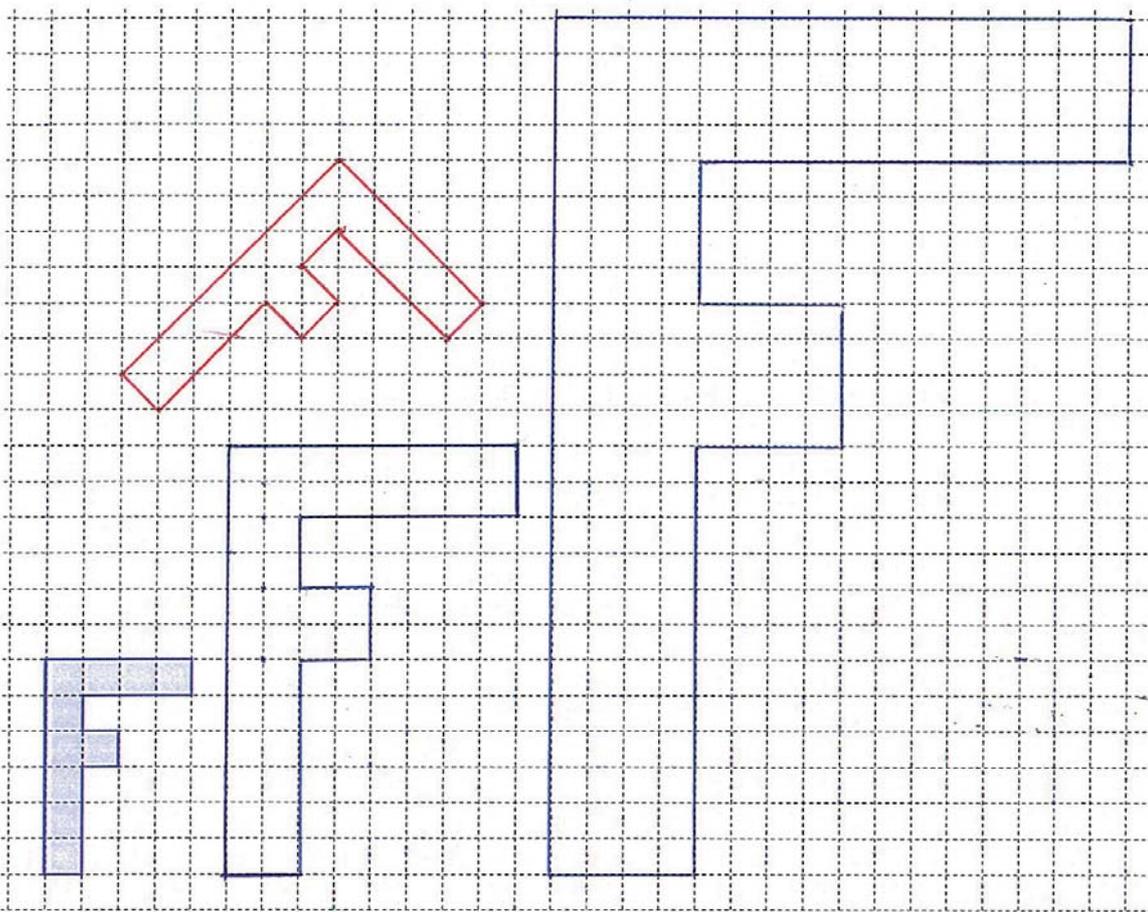
Per aconseguir una F de 1 quadret  $\rightarrow \sqrt{2}$  agafen l'hipotenusa i la trasladem o la dibuixem en diagonal (3). Les F 1, 2 i 3 son proporcionals, la proporció dels seus costats es manté, i per tant es mantenen els angles.

[ Para hacer una F el doble de grande, para cada cuadrado de la F original utilizamos 2 de la grande.

Para conseguir una F de 1 cuadrado  $\rightarrow \sqrt{2}$ ; tomamos la hipotenusa y la trasladamos o la dibujamos en diagonal. Las F 1, 2 y 3 son proporcionales, la proporción de sus lados se mantiene, y por lo tanto se mantienen los ángulos. ]

### Resolución de Álex

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .

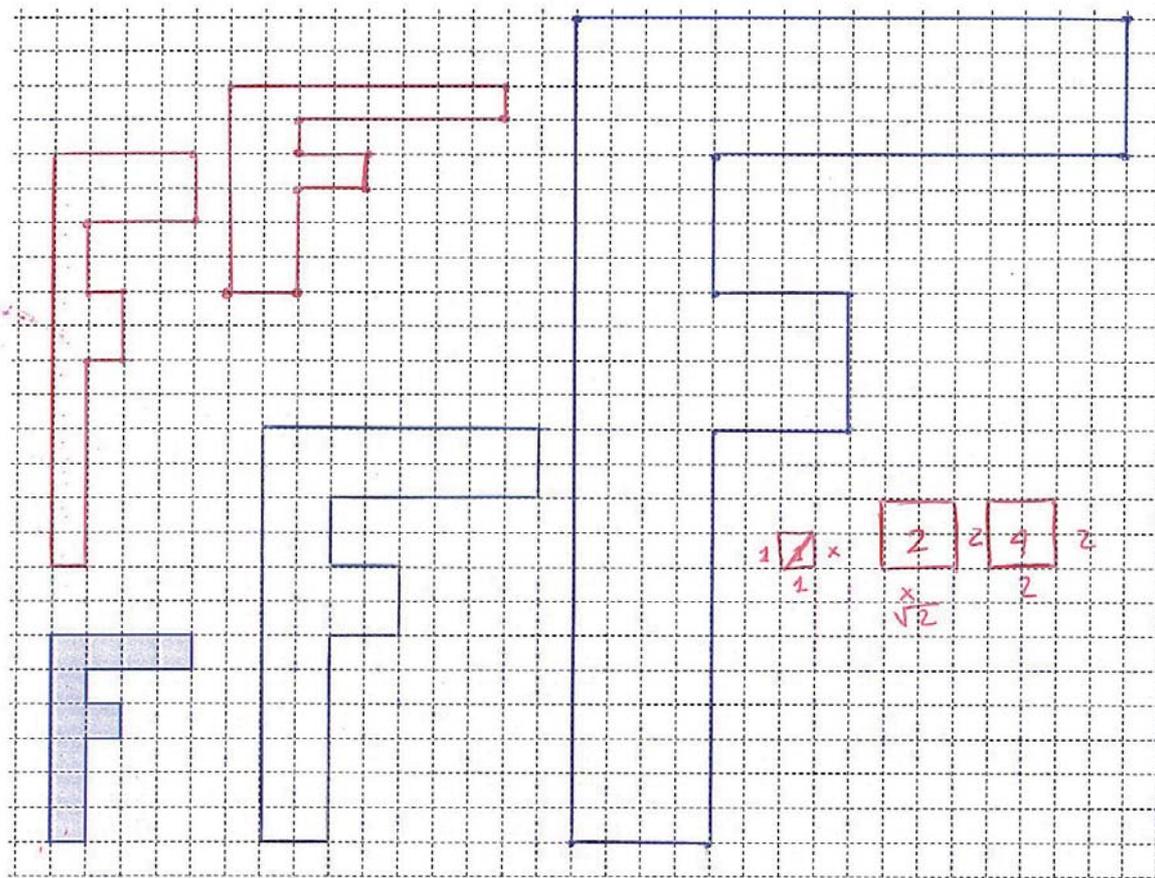


Cada costat de la figura anterior, l'hem de multiplicar per 2.

[ Cada lado de la figura anterior lo hemos multiplicado por 2. ]

### Resolución de Anna

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la duplicación del área preservando la semejanza.

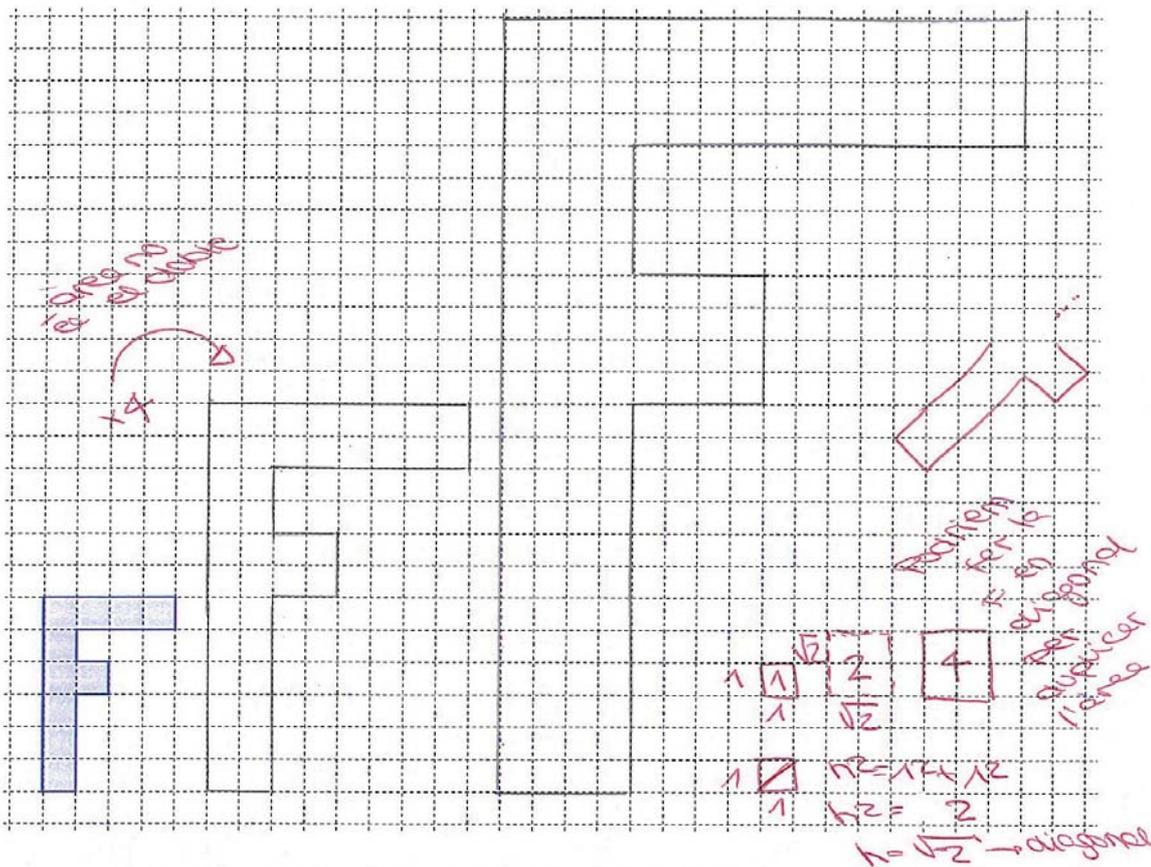


Hem fet el doble de la altura i de l'amplada i ens ha quedat una figura el doble de gran.  
 L'area de la figura ~~doble~~, no es el doble, es 4 vegades més gran.

[ Hemos hecho el doble de la altura y de la anchura y nos ha quedado una figura el doble de grande. El área de la figura no es el doble, es 4 veces más grande. ]

### Resolución de Belén

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .



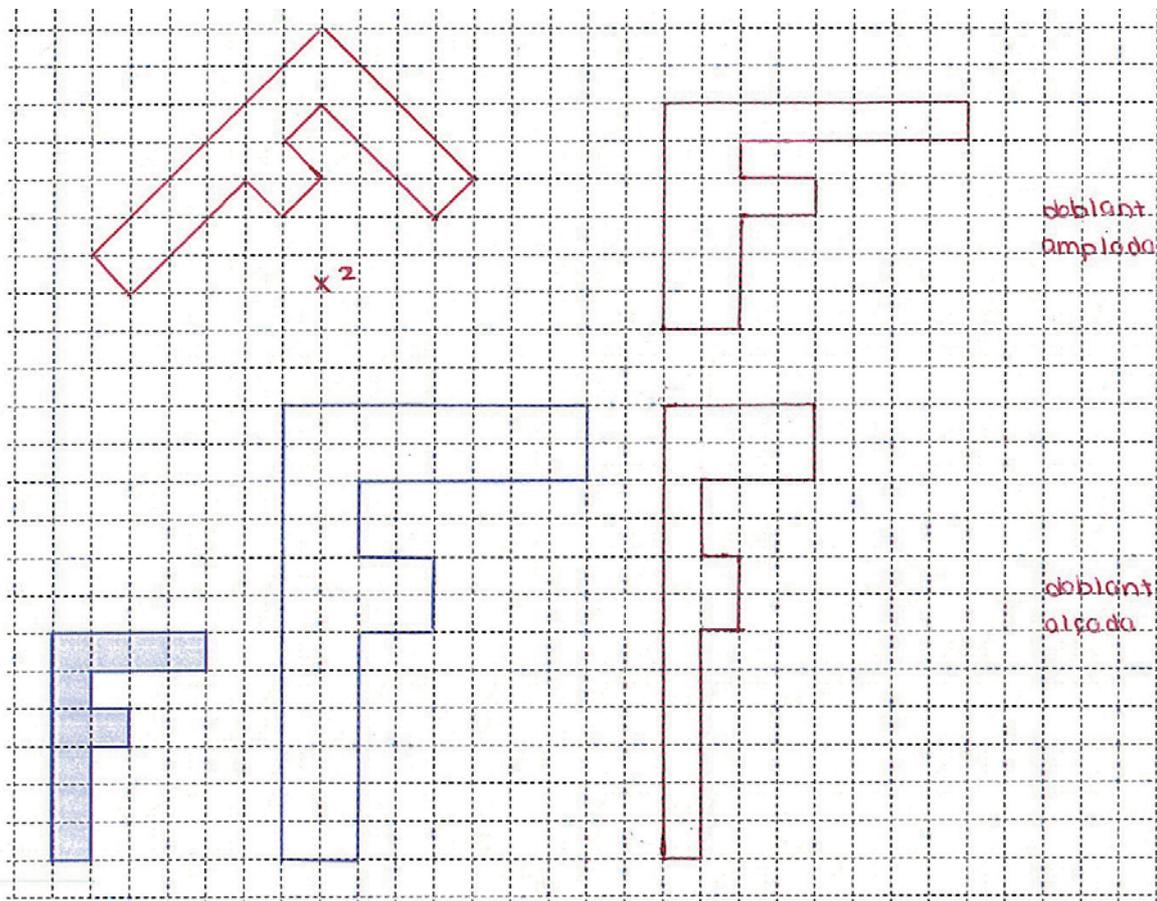
Aumentar tant l'altura com la amplada i el interior.

[ Hemos aumentado tanto la altura como la anchura y el interior.

Podríamos hacer la F en diagonal para duplicar el área. ]

### Resolución de Berta

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .

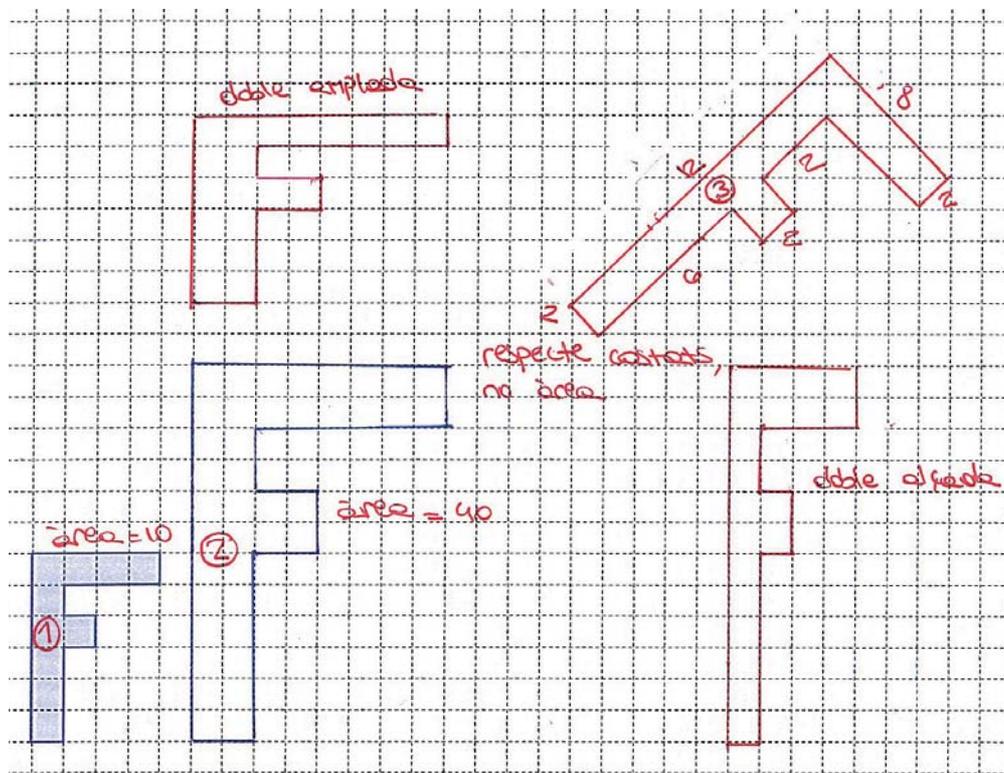


Hem duplicat cada costat.

[ Hemos duplicado cada lado. ]

### Resolución de Carla

- Solución que incluye la definición completa de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .



Per fer la F, li donem a cada costat el doble de valor. A cada quadrat se li dona el doble de valor

Per aconseguir una F de 1 quadrat  $\rightarrow \sqrt{2}$  agafem l'hipotenusa i la traslladem o la dibuixem en diagonal (3)

$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$h^2 = 1^2 + 1^2$$

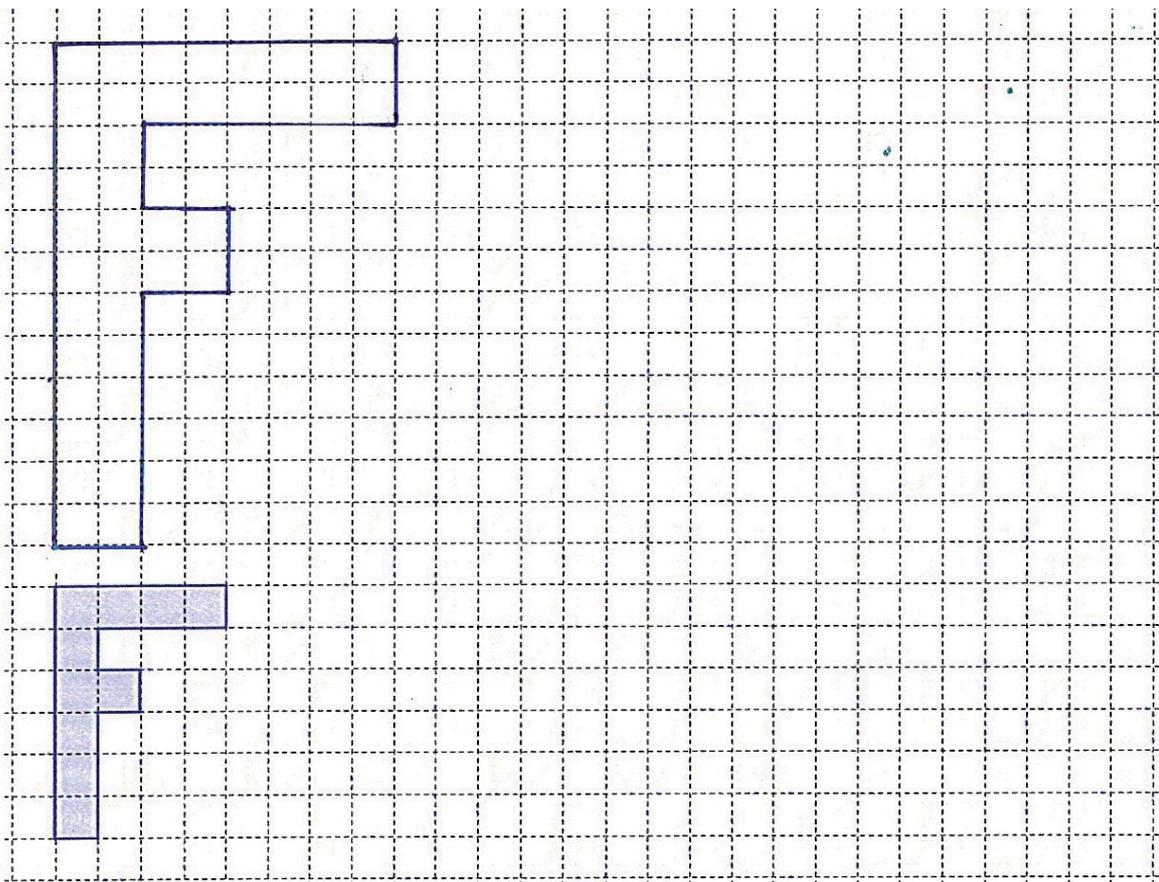
$$h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

Hauria de ser proporcional, mantenir els costats amb la mateixa proporció (3x6, 6x12, etc.) i angles iguals (1,2,3) de costats

[ Para hacer la F, le damos a cada lado el doble del valor. A cada cuadrado se le da el doble. Para conseguir una F de un cuadrado  $\rightarrow \sqrt{2}$ . Tomamos la hipotenusa y la trasladamos o la dibujamos en diagonal (3).  
Tendría que ser proporcional, mantener los lados con la misma proporción y ángulos iguales. ]

### Resolución de Eduardo

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la definición de semejanza.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la duplicación del área preservando la semejanza.



$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$h^2 = 1^2 + 1^2$$

$$h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

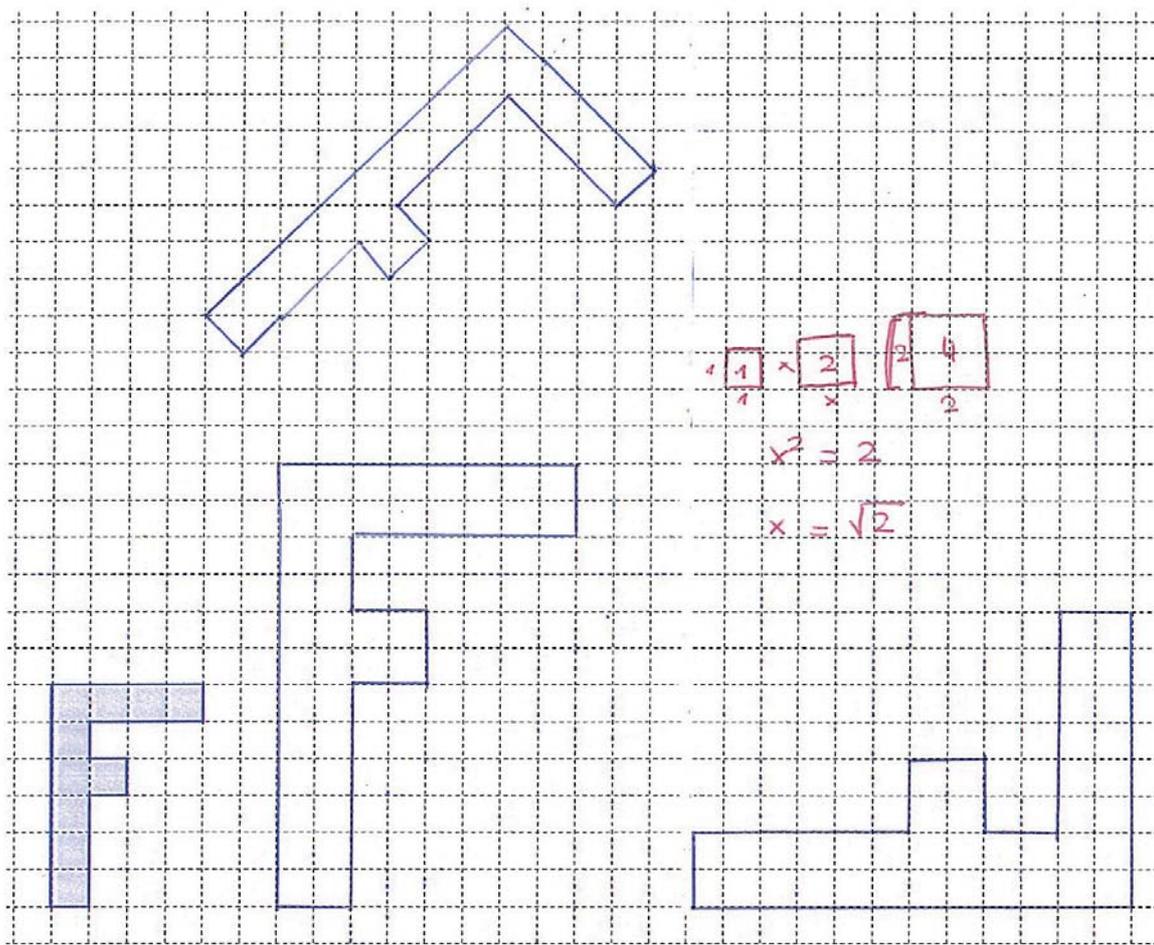
$$1 \times \frac{2}{x} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

### Resolución de Irene

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que duplica el área, preserva la semejanza e identifica la  $\sqrt{2}$ .

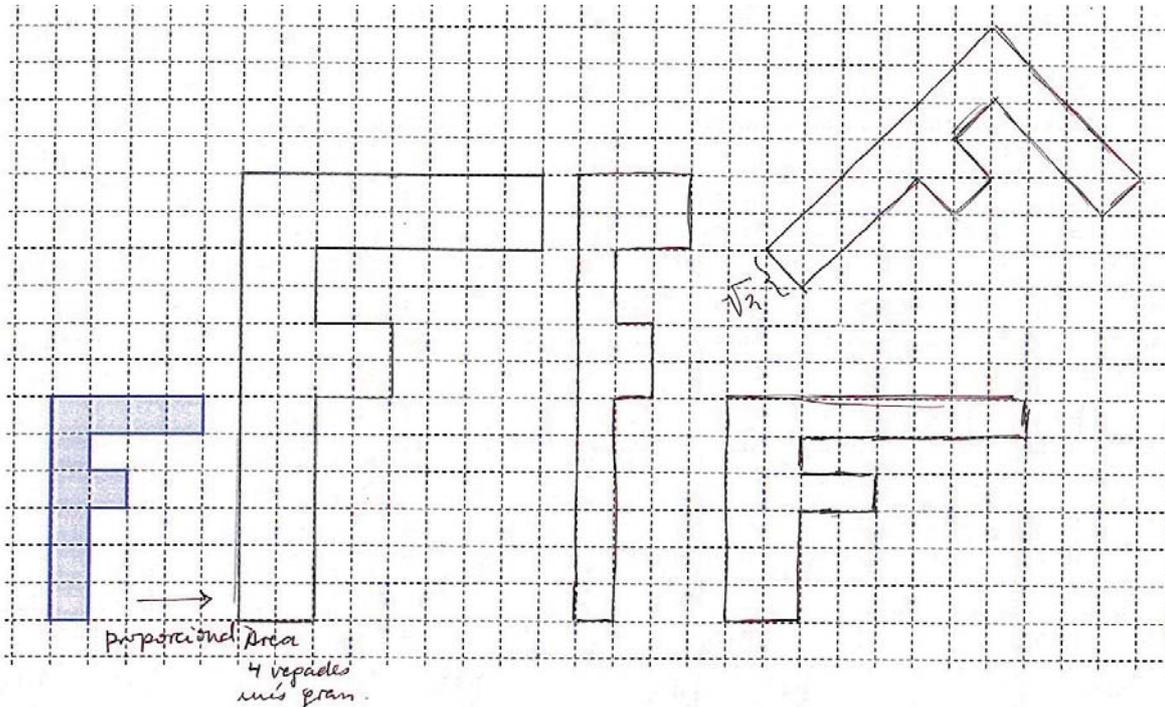


hem duplicat els quadradets.

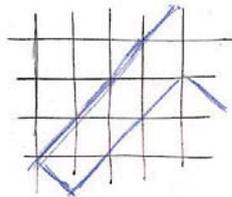
[ Hemos duplicado los cuadraditos. ]

### Resolución de Isabel

- Solución que incluye la definición completa de semejanza.
- Representación sesgada que duplica el área, preserva la semejanza e identifica la  $\sqrt{2}$ .



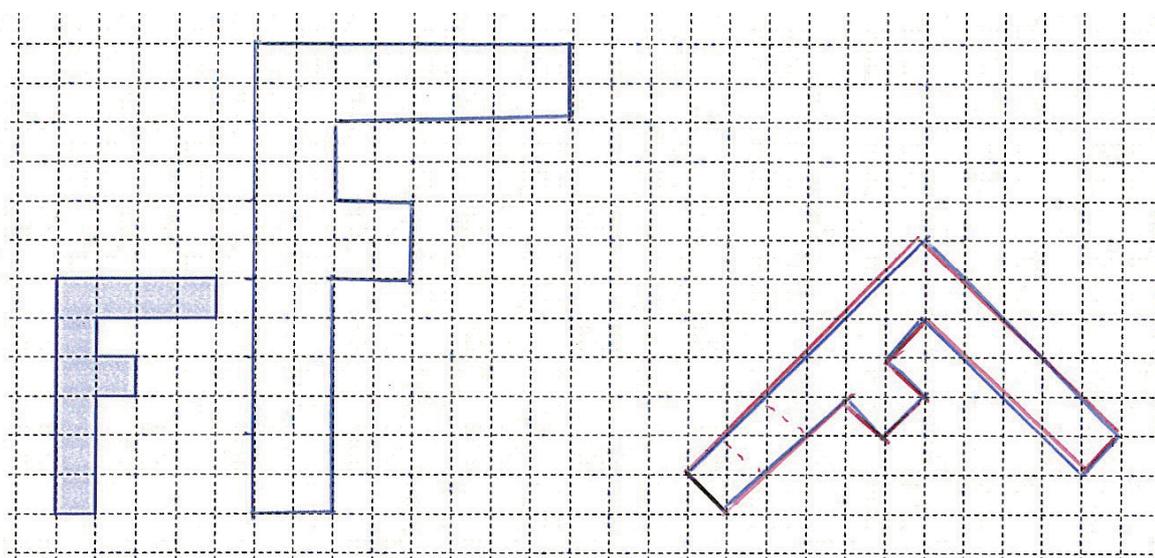
Per cada quadrat de la figura inicial, { n'agafem dos de la figura doblada. + Respetant els angles. }  
 + Respetant els angles.  
 Double d'ample i de'alt.  
 $c = \sqrt{2} \Rightarrow$  Àrea sigui el doble de la F inicial.  
 $h^2 = c^2 + c^2$   
 $h^2 = 1^2 + 1^2$   
 $h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$   
 Dibuixar F en diagonal



[ Por cada cuadrado de la figura inicial, tomamos dos de la figura doblada. + Respetamos los ángulos. Doble de anchura y de altura.  
 $c = \sqrt{2} \rightarrow$  Área sea el doble de la F inicial  $\rightarrow$  Dibujar F en diagonal. ]

## Resolución de Javier

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .



Per obtenir la F gran, he fet <sup>que</sup> per cada quadret de la F original he agafat 2 quadrets

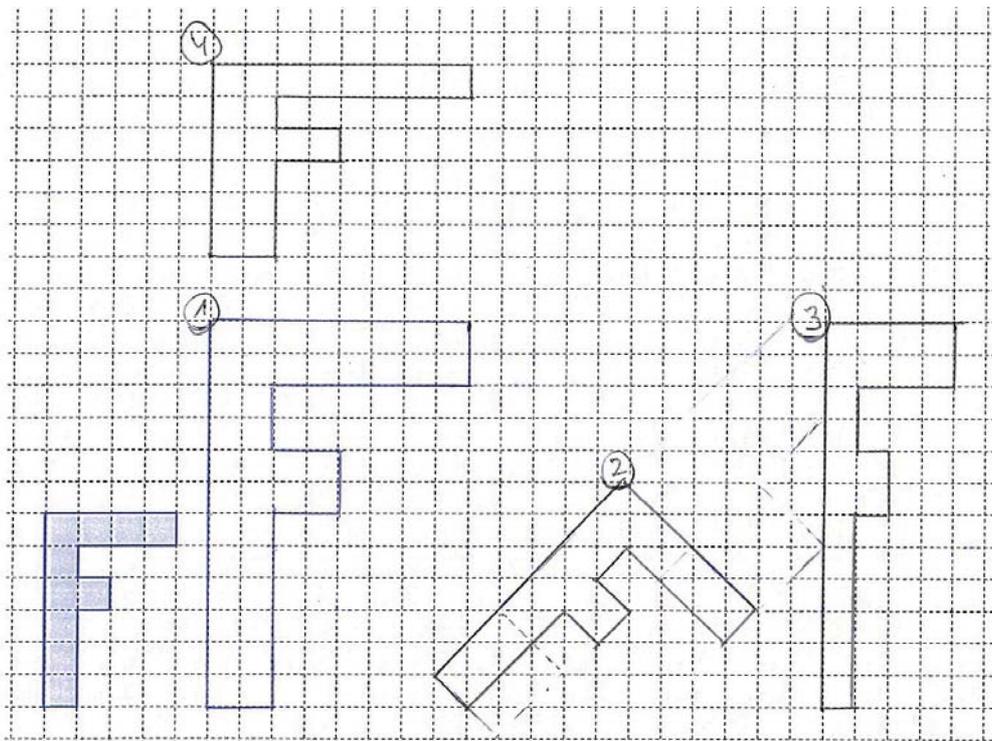
Veiem que quan el giram per cada quadret ~~normal~~ de la ~~la~~ figura torta, l'àrea era igual que 2 quadrets dels normals. L'àrea és el doble

[ Para obtener la F grande he hecho que para cada cuadrado de la F original he tomado 2 cuadrados.

Vemos que cuando lo giramos para cada cuadrado de la figura sesgada, el área era igual que 2 cuadrados de los normales. El área es el doble. ]

### Resolución de María

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que duplica el área, preserva la semejanza e identifica la  $\sqrt{2}$ .



Per cada quadrat de la figura inicial hem fet dos de la figura obtinguda.

Figura 1 → doble de perímetre

Figura 2 → doble d'àrea  $\frac{1}{1} \rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}}$

§

$1 \frac{1}{1} \rightarrow h = \sqrt{2}$

Figura 3 → doble d'alçada

Figura 4 → doble d'amplada

[ Para cada cuadrado de la figura inicial hemos hecho dos de la figura obtenida.

Figura 1 → Doble de perímetro.

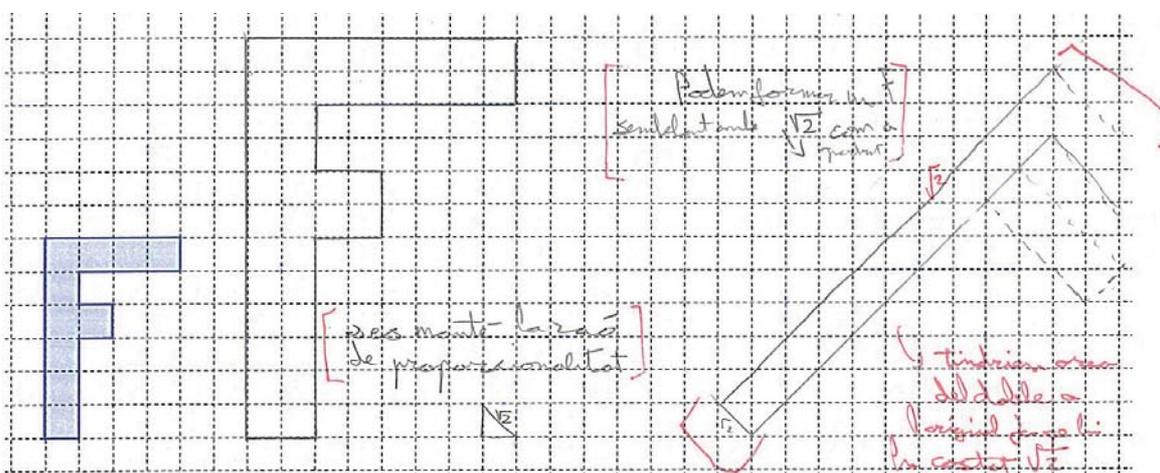
Figura 2 → Doble de área.

Figura 3 → Doble de altura.

Figura 4 → Doble de anchura. ]

### Resolución de Martí

- Solución que incluye una definición parcial de semejanza.
- Representación sesgada que no duplica el área o no identifica la  $\sqrt{2}$ .



Cada quadrat en son 2; així fent-ha el doble de gran (ampliar longitud)

Si volem fer que l'area sigui el doble, hauria de ser costat  $\sqrt{2}$  ja que  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$  i el quadrat inicial té  $A 1 \cdot 1 = 1$

[ Cada cuadrado son 2; así hacemos el doble de grande en anchura y longitud.

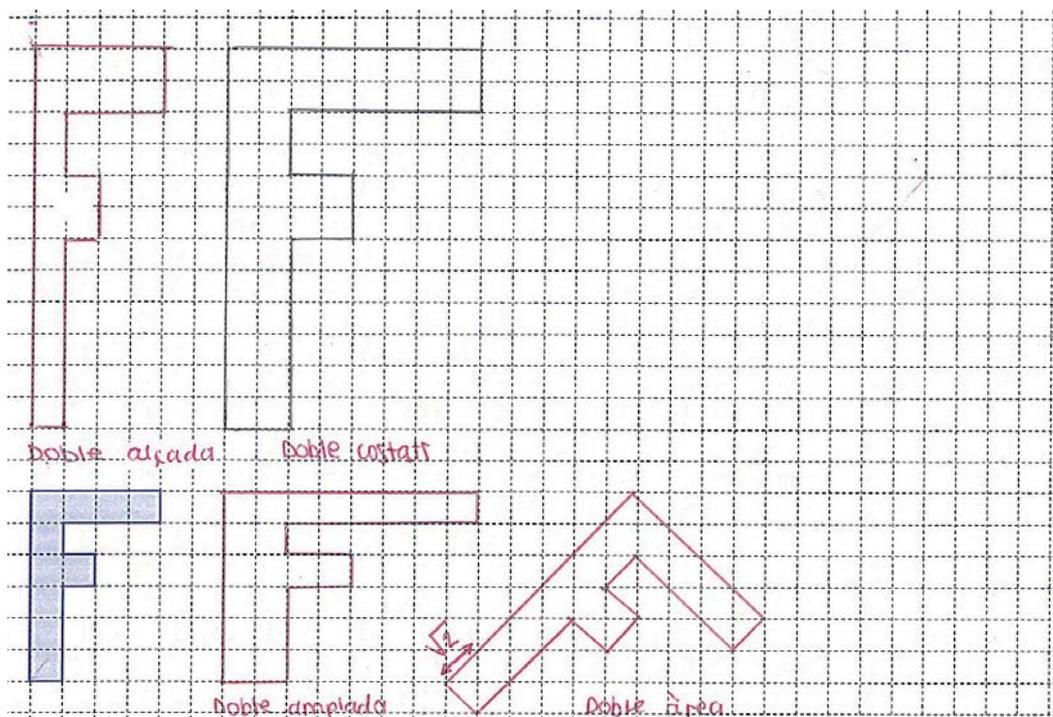
Podemos formar una F semejante con  $\sqrt{2}$ , como en la figura.

Tendría un área el doble que la original porque hay un lado [que mide]  $\sqrt{2}$ .

Si queremos hacer que el área sea el doble, tendrá que ser [con un] lado de  $\sqrt{2}$  ya que  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$  y el cuadrado inicial tiene área  $1 \cdot 1 = 1$ . ]

### Resolució de Mireia

- Solució que inclueix la definició completa de semblança.
- Representació sesgada que duplica l'àrea, preserva la semblança e identifica la  $\sqrt{2}$ .

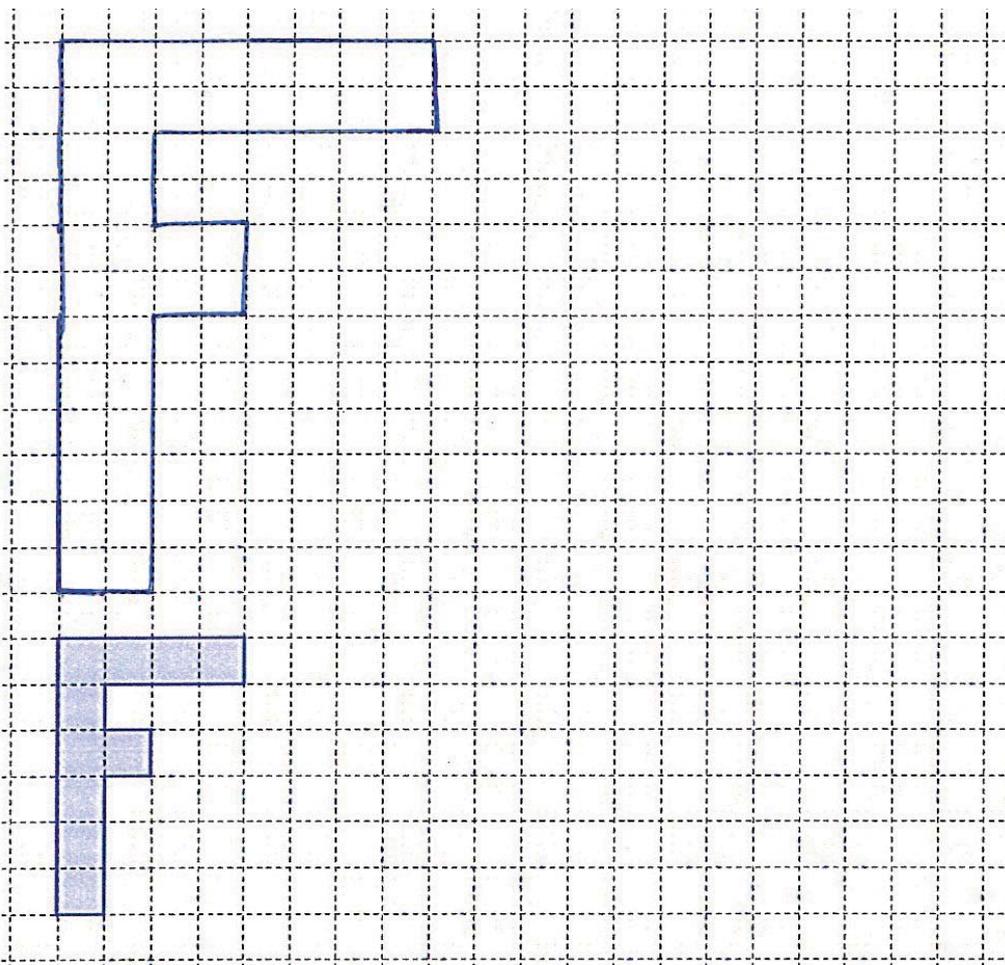


Per cada quadret de la figura, en fem dos en la figura doble. Si ens fixem en els costats si que és el doble de gran, però no ho és en quan a l'àrea, ja que la petita és 10 unitats i la gran és 40. Llavors necessitem que un quadret mesuri  $\sqrt{2}$ . Llavors sabem que la diagonal de un quadret petit =  $\sqrt{2} \rightarrow h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ . El doble de alçada i amplada no són semblants i els altres sí i significa que si dividim els seus costats donem el mateix, però s'han de mantenir els angles.

[ Para cada cuadrado de la figura hacemos dos en la figura doble. Si nos fijamos en los lados sí que es el doble de grande, pero no lo es en cuanto al área, ya que la pequeña es 10 unidades y la grande es 40. Entonces necesitamos que un cuadrado mida  $\sqrt{2}$ . Entonces sabemos que la diagonal de un cuadrado pequeño =  $\sqrt{2} \rightarrow h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ . El doble de altura y anchura no son semejantes y los otros sí y significa que si dividimos sus lados da lo mismo, pero tienen que mantenerse los ángulos. ]

### Resolución de Oriol

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la definición de semejanza.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la duplicación del área preservando la semejanza.



$$h^2 = c^2 + c^2$$

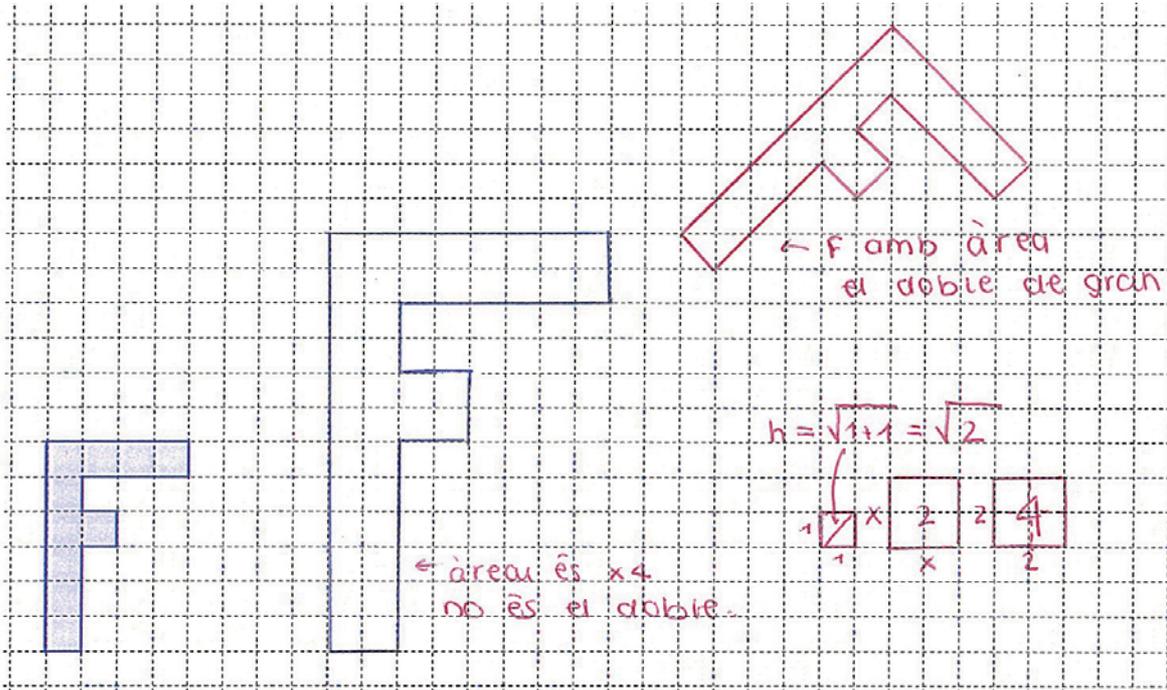
$$h^2 = 1^2 + 1^2$$

$$\left[ h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \right]$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2}$$

### Resolució de Saray

- Solució que inclou una definició parcial de semblança.
- Representació sesgada que duplica el àrea, preserva la semblança e identifica la  $\sqrt{2}$ .



Hem fet el doble tant de l'altura com de l'amplada.

Per fer una F que sigui el doble (que l'àrea sigui el doble) hem alargat la diagonal d'un quadrat ja que és la hipotenusa d'un triangle de costats 1; per tant la hipotenusa és  $1+1 = h^2 \rightarrow \sqrt{1+1} = h \rightarrow \sqrt{2} = h$

[ Hemos hecho el doble tanto de altura como de anchura.

Para hacer una F que sea el doble (que el área sea el doble) hemos alargado la diagonal de un cuadrado ya que es la hipotenusa de un triángulo de lados 1 y por lo tanto la hipotenusa es  $1 + 1 = h^2 \rightarrow \sqrt{1+1} = h \rightarrow \sqrt{2} = h$  ]

## **ANEXO VIII**

Transcripción y caracterización de episodios de la discusión en gran grupo de la segunda tarea de la profesora Sara (centro B)



**Episodio 1 (Explicar a través del artefacto; Situación del problema)**

**Professora:** Molt bé, eh... d'acord, doncs l'activitat quatre, va! [En Javier aixeca la mà per participar en la resolució de l'activitat mentre la professora posa en marxa l'ordinador].

<i>Profesora: Muy bien, eh... de acuerdo, pues la actividad cuatro, ¡venga! [Javier levanta la mano para participar en la resolución de la actividad mientras la profesora abre el ordenador].</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la participación para empezar la resolución de la segunda tarea.</i>

**Professora:** A veure que l'ordinador s'obri a la primera, que això a vegades no funciona. La quatre era la que havíeu de fer... que teníeu uns triangles i al final un quadrat i que us demanaven quines transformacions havíeu de fer a la figura 1 per passar a la 2 i quines a la 2 per passar a la 1.

<i>Profesora: A ver que el ordenador se abra a la primera, que esto a veces no funciona. La cuatro era la que teníais que hacer... que teníais unos triángulos y al final un cuadrado y que os pedía qué transformaciones teníais que hacer a la figura 1 para pasar a la 2 y qué [transformaciones] a la 2 para pasar a la 1.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Establecimiento de consenso sobre el enunciado de la tarea.</i>

**Episodio 2 (Experimentar el instrumento; Presentación de una solución)**

**(49) Professora:** Vinga fem l'apartat (a). Tu, Javier, com l'has fet?

<i>Profesora: Venga hagamos el apartado (a). Tú, Javier, ¿cómo lo has hecho?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la participación para empezar la resolución de la segunda tarea.</i>

**(50) Javier:** Nosaltres vam fer que, com que la base [del triangle petit] era 2 [quadrats], la vam ampliar el doble i vam mantenir els angles. Llavors, si allarguem el doble de tots els costats, en el punt on es tallen es forma el nou triangle.

<i>Javier: Nosotros hicimos que, como la base [del triángulo pequeño] era 2 [cuadrados], la ampliamos el doble y mantuvimos los ángulos. Entonces, si alargamos el doble de todos los lados, en el punto donde se cortan se forma el nuevo triángulo.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica para construir un triángulo el doble de grande manteniendo la semejanza con el original.</i>

**(51) Professora:** D'acord. Per tant, tu tenies un triangle així [la professora dibuixa el triangle 1 del primer apartat a la pissarra], i llavors el vas fer el doble de gran, oi?

<b>Profesora:</b> De acuerdo. Por lo tanto, tú tenías un triángulo así [la profesora dibuja el triángulo 1 en la pizarra], y entonces lo hiciste el doble de grande, ¿verdad?	
<b>Interpretación:</b>	Validación de la exposición de un alumno sobre la construcción de un triángulo el doble de grande.

(52) **Javier:** Sí, exacte.

<b>Javier:</b> Sí, exacto.	
<b>Interpretación:</b>	Asentimiento.

(53) **Professora:** Clar, però on el vas pintar? On el vas construir? Aquí al costat [fent referència al lloc que ocupa el triangle 2 a l'enunciat] o a sobre del primer triangle?

<b>Profesora:</b> Claro, pero ¿dónde lo pintaste? ¿Dónde lo construiste? ¿Aquí al lado [haciendo referencia al lugar que ocupa el triángulo 2 del enunciado] o encima del primer triángulo?	
<b>Interpretación:</b>	Petición de explicación para concretar la posición en el plano del nuevo triángulo construido.

(54) **Eduardo:** El vam representar al costat.

<b>Eduardo:</b> Lo representamos al lado.	
<b>Interpretación:</b>	Exposición sin argumentación sobre la posición en el plano del nuevo triángulo.

(55) **Professora:** Sí, d'acord, però llavors jo quines ordres li he de donar al GeoGebra, per exemple, perquè aquest triangle [triangle 1] me'l transformi en aquest [triangle 2] que està pintat al costat? Què li dic jo?

<b>Profesora:</b> Sí, de acuerdo, pero entonces yo ¿qué órdenes tengo que dar a GeoGebra, por ejemplo, para que este triángulo [triángulo 1] me lo transforme en este [triángulo 2] que está pintado al lado? ¿Qué le digo yo?	
<b>Interpretación:</b>	Petición de explicación acerca de cómo realizar una transformación geométrica utilizando GeoGebra.

(56) **Eduardo:** Podem dir-li que dupliqui els costats.

<b>Eduardo:</b> Podemos decirle que duplique los lados.	
<b>Interpretación:</b>	Exposición sin argumentación sobre la duplicación de los lados de un triángulo utilizando GeoGebra.

(57) **Professora:** D'acord, que dupliqui els costats i mantingui els angles. Per tant, li fem una ampliació de raó 2, d'acord?

<b>Profesora:</b> De acuerdo, que duplique los lados y mantenga los ángulos. Por lo tanto, le hacemos una ampliación de razón 2, ¿de acuerdo?	
---	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Formalización sobre la construcción de un triángulo semejante cuya razón de semejanza sea 2.</i>
------------------------	---

**(58) Eduardo:** I ens el situarà a sobre a partir d'un vèrtex, veritat?

<b>Eduardo:</b> <i>Y nos lo situará encima a partir de un vértice, ¿verdad?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre la posición en el plano del nuevo triángulo semejante.</i>

**(59) Professora:** A sobre, me la posarà aquí a sobre? [la professora dibuixa a la pissarra els dos triangles que tenen la base a sobre del mateix costat, de manera que el petit té la base just al centre de la base del triangle gran] N'estàs segur? Com podem saber-ho? Penseu un moment! El problema està en què hem d'escriure al GeoGebra tota aquesta informació i encara no sabem com dir-li.

<b>Profesora:</b> <i>Encima, ¿me la pondrá aquí encima? [la profesora dibuja en la pizarra los dos triángulos que tienen la base encima del mismo lado, de forma que el pequeño tiene la base justo al centro de la base del triángulo grande] ¿Estás seguro? ¿Cómo podemos saberlo? ¡Pensad un momento! El problema está en que tenemos que escribir a GeoGebra toda esta información y aún no sabemos cómo decírselo.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión acerca de cómo indicar al GeoGebra la situación en el plano del nuevo triángulo.</i>

**Javier:** No!

<b>Javier:</b> <i>¡No!</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Negación sobre una pregunta anterior de un alumno.</i>

**Eduardo:** A veure, vull dir a partir d'allà... a partir del vèrtex.

<b>Eduardo:</b> <i>A ver, quiero decir a partir de allá... a partir del vértice.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Aclaración sobre la posición en el plano de un triángulo.</i>

### **Episodio 3 (Descubrir a través del artefacto; Estudio de diferentes estrategias para resolver o argumentar: cambio en la dimensión de la figura y translación)**

**(60) Professora:** D'acord, mirem un moment què em demanen. A veure...un moment, que això... D'acord, mireu. Algú l'altre dia quan resolíeu problemes de simetries, girs i translacions va descobrir alguna eina que penseu que podria construir un triangle el doble de gran? Perquè és clar, vosaltres m'heu dit: "clar, pots dir-li que em doni tots els costats i que em mantingui tots els angles", i on li escric jo això al GeoGebra?

<b>Profesora:</b> <i>De acuerdo, miremos un momento qué nos piden. De acuerdo, mirad. ¿Alguien el otro día cuando resolvíais problemas de simetrías, giros y translaciones descubrió alguna herramienta que pensáis que podría construir</i>	
--	--

*un triángulo el doble de grande? Porque claro, vosotros me habéis dicho: "claro, puedes decirle que me construya todos los lados y me mantenga todos los ángulos", y ¿esto dónde lo escribo yo al GeoGebra?*

<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión sobre la construcción de un triángulo el doble de grande utilizando GeoGebra.</i>
------------------------	--

**Alba:** Aquí, a l'entrada del GeoGebra [la professora ho assenyada a la pantalla].

**Alba:** Aquí, en la entrada del GeoGebra [la profesora lo señala en la pantalla].

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la utilización de GeoGebra.</i>
------------------------	---

**Professora:** A l'entrada? No, si li escric aquesta frase... Va, mireu quines eines tenim per aquí a les transformacions [la professora obre les opcions del menú del GeoGebra]; mireu a veure si n'hi ha alguna que us serveixi...

**Profesora:** ¿En la entrada? No, si le escribo esta frase... Venga, mirad qué herramientas tenemos aquí en las transformaciones [la profesora abre las opciones del menú de GeoGebra]; mirad a ver si hay alguna que os sirva...

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre las herramientas disponibles en el GeoGebra.</i>
------------------------	--

**(61) Alba:** Un vector!

**Alba:** ¡Un vector!

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la utilización de una herramienta de GeoGebra (vector).</i>
------------------------	---

**(62) Berta:** Homotècia des d'un punt per un factor d'escala.

**Berta:** Homotecia desde un punto por un factor de escala.

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la utilización de una herramienta de GeoGebra (homotecia).</i>
------------------------	--

**(63) Professora:** Sí, d'acord, l'eina per representar homotècies. Ara bé, quin és el factor d'escala si volem passar d'aquí [triangle 1] a aquí [triangle 2]?

**Profesora:** Sí, de acuerdo, la herramienta para representar homotecias. Ahora bien, ¿cuál es el factor de escala si queremos pasar de aquí [triángulo 1] a aquí [triángulo 2]?

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación sobre la utilización de la herramienta 'homotecia' de GeoGebra y petición de comprobación para determinar la razón de semejanza entre los dos triángulos.</i>
------------------------	---

**(64) Grup d'alumnes:** Dos!

**Grupo de alumnos:** ¡Dos!

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre cuál es el valor de la razón de semejanza.</i>
------------------------	--

**(65) Professora:** Però respecte de quin punt li dic [al GeoGebra] que em faci la construcció?

<b>Profesora:</b> <i>¿Pero respecto de qué punto le digo [a GeoGebra] que me haga la construcción?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de formalización sobre la utilización de GeoGebra para aplicar una homotecia.</i>

**(66) Alba:** Respecte d'algun vèrtex. Per exemple, el vèrtex de l'extrem de l'esquerra.

<b>Alba:</b> <i>Respecto de algún vértice. Por ejemplo, el vértice del extremo de la izquierda.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Formalización sobre la construcción de una homotecia con GeoGebra.</i>

**(67) Professora:** Vols dir aquest vèrtex d'aquí [la professora assenjala a la pantalla el vèrtex situat més a l'esquerra del triangle 1]?

<b>Profesora:</b> <i>¿Quieres decir este vértice de aquí [la profesora señala en la pantalla el vértice situado más a la izquierda del triángulo 1]?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre el vértice que se debe utilizar para aplicar la homotecia.</i>

**(68) Alba:** Sí, exacte, aquest punt.

<b>Alba:</b> <i>Sí, exacto, este punto.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento / Comprobación acerca del vértice utilizado.</i>

**Professora:** D'acord. [La professora selecciona els elements necessaris per fer una homotècia amb el GeoGebra.] Jo li dic des d'aquest punt [vèrtex esquerre del triangle 1] fes-me això; aquest polígon nou, per exemple... [La professora indica els passos que cal seguir amb el GeoGebra per fer la construcció.] Polígon nou d'aquest punt... i ara el 2 no, em dieu?

<b>Profesora:</b> <i>De acuerdo. [La profesora selecciona los elementos necesarios para hacer una homotecia con el GeoGebra.] Yo le digo desde este punto [vértice izquierda del triángulo 1] hazme esto; este polígono nuevo, por ejemplo... [La profesora indica los pasos que hay que seguir con GeoGebra para hacer la construcción.] Polígono nuevo de este punto... y ahora el 2, ¿no, me decís?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Complemento de la explicación anterior de un alumno.</i>

**Alba:** Sí, exacte.

<b>Alba:</b> <i>Sí, exacto.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**(69) Professora:** D'acord. Mireu on me l'ha posat. Me l'ha fet igual de gran que el blau [triangle 2]? Aquest era el que volíeu? I ara amb un vector el podeu traslladar perquè quedi damunt del blau. Quin vector?

**Profesora:** De acuerdo. Mirad donde me la ha puesto. Me lo ha hecho igual de grande que el azul [triángulo 2]. ¿Este era el que queríais? Y ahora con un vector lo podéis trasladar para que quede encima del azul. ¿Qué vector?

**Interpretación:** Invitación a la reflexión sobre la utilización de un vector para trasladar un triángulo en el plano.

**(70) Javier:** Un vector des d'un vèrtex al seu vèrtex homòleg.

**Javier:** Un vector desde un vértice hasta su vértice homólogo.

**Interpretación:** Establecimiento de conjetura sobre la utilización de un vector para trasladar un triángulo.

**(71) Professora:** D'acord, em faig un vector, per exemple, des d'aquest vèrtex [el superior del primer triangle] fins al seu homòleg i ara li dic: "ara trasllada aquest [vèrtex del triangle 1] mitjançant aquest vector" i realment va a sobre. Per tant, heu necessitat fer dues transformacions. Primer heu hagut de fer l'ampliació i després una translació.

**Profesora:** De acuerdo, me hago un vector, por ejemplo, desde este vértice [el superior del primer triángulo] hasta su homólogo y ahora le digo: "ahora traslada este [vértice del triángulo 1] mediante este vector" y realmente va encima. Por lo tanto, habéis necesitado hacer dos transformaciones. Primero habéis tenido que hacer la ampliación y después una translación.

**Interpretación:** Validación sobre la utilización de un vector para trasladar un triángulo en el plano y complemento de la explicación de un alumno para caracterizar una homotecia.

#### **Episodio 4 (Enlazar artefactos; Estudio de diferentes estrategias para resolver o argumentar: una única transformación, la homotecia)**

**Professora:** Hi ha alguna manera de què amb un sol moviment, "pam", vagi del vermell al blau directe amb una sola transformació?

**Profesora:** ¿Hay alguna forma de que con un único movimiento, "pam", vaya del rojo al azul directo con una única transformación?

**Interpretación:** Invitación a la búsqueda de alternativas sobre la aplicación de una transformación geométrica.

**Grup d'alumnes:** Doncs sí.

**Grupo de alumnos:** Pues sí.

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre transformaciones geométricas.

**Professora:** Com?

<b>Professora:</b> ¿Cómo?	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre cómo realizar una transformación geométrica.</i>

**Oriol:** Fent servir el zoom...

<b>Oriol:</b> Utilizando el zoom...	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre el uso de una herramienta de GeoGebra.</i>

**Professora:** A veure, mireu... quan heu fet l'homotècia, per què creieu que us ha quedat així? [La professora fa referència a què el triangle s'ha ampliat des del vèrtex esquerre.] I no us ha quedat, per exemple... si el petit era aquest, per què no us ha quedat així el gran, el doble de gran així? [La professora dibuixa a la pissarra l'homotècia des del vèrtex superior del triangle 1.]

<b>Professora:</b> A ver, mirad... cuando habéis hecho la homotecia, ¿por qué creéis que os ha quedado así? [La profesora hace referencia a que el triángulo se ha ampliado desde el vértice de la izquierda.] Y no ha quedado, por ejemplo... si el pequeño era este, ¿por qué no ha quedado así el grande, el doble de grande así? [La profesora dibuja en la pizarra una homotecia desde el vértice superior del triángulo 1.]	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de argumentación sobre el efecto de una homotecia en un triángulo.</i>

**Anna:** Perquè li hem marcat.

<b>Anna:</b> Porque se lo hemos marcado.	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre una homotecia.</i>

**Professora:** Li hem marcat... L'Alba ha dit: "per dir algun, el de l'extrem esquerra". Tu m'has dit que li digués des d'aquí, i el que ha fet és com "pam", l'ha fet gran cap aquí. Si li haguéssim dit aquest [vèrtex de l'extrem dret], què hagués passat?

<b>Professora:</b> Se lo hemos marcado... Alba ha dicho: "por decir alguno, el del extremo de la izquierda". Tú me has dicho que le dijese desde aquí, y lo que ha hecho es como "pam", lo ha hecho grande hacia aquí. Si le hubiésemos dicho este [vértice del extremo derecho], ¿qué hubiese pasado?	
<i>Interpretación:</i>	<i>Recapitulación sobre la construcción de una homotecia con GeoGebra y petición de explicación sobre el efecto de una homotecia en un triángulo.</i>

**Grup d'alumnes:** Cap allà.

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>Hacia allá.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la construcción de una homotecia.</i>

**Professora:** Cap allà. I perquè m'hagués quedat així [la professora fa un dibuix a la pissarra]?

<b>Profesora:</b> <i>Hacia allá. ¿Y para que me hubiese quedado así [la profesora hace un dibujo en la pizarra]?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la construcción de una homotecia.</i>

**Grup d'alumnes:** El vèrtex de d'alt.

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>El vértice de arriba.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la construcción de una homotecia.</i>

**Professora:** Li hagués hagut de dir aquí [vèrtex de la part superior]. D'acord, i si no li dic cap d'aquests tres punts, què passarà si li dic un altre?

<b>Profesora:</b> <i>Le hubiese tenido que decir aquí [vértice de la parte superior]. De acuerdo, ¿y si no le digo ninguno de estos tres puntos?, ¿qué pasará si le digo otro?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre el efecto de una homotecia en un triángulo.</i>

**Javier:** No ho farà.

<b>Javier:</b> <i>No lo hará.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la construcción de un triángulo homotético.</i>

**Irene:** No ho incrementarà del tot.

<b>Irene:</b> <i>No lo incrementará del todo.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la construcción de un triángulo homotético.</i>

**Professora:** Ho provem? A veure, algú que vingui aquí a fer una homotècia.

<b>Profesora:</b> <i>¿Lo probamos? A ver, alguien que venga aquí a hacer una homotecia.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la participación para construir una homotecia con GeoGebra.</i>

**Martí:** Jo...

<b>Martí:</b> <i>Yo...</i>	
----------------------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>
------------------------	----------------------

**Professora:** Vinga, surt.

<i>Profesora: Venga, sal.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la participación para que un alumno voluntario construya una homotecia con GeoGebra.</i>

**Martí:** Vol que faci una homotècia?

<i>Martí: ¿Quiere que haga una homotecia?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre la construcción de una homotecia.</i>

**Professora:** Sí. T'esborro tot això, però... Vull que el vermell el transportis directament a sobre del blau. Que aquest vèrtex el portis aquí a sobre [la professora ho indica a la pantalla] amb una homotècia.

<i>Profesora: Sí. Te borro todo esto, pero... Quiero que el rojo lo transportes directamente encima del azul. Que este vértice lo lleves aquí encima [la profesora lo indica en la pantalla] con una homotecia.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación para construir un triángulo homotético con GeoGebra.</i>

**Martí:** Ah! Amb una homotècia? No amb un vector!

<i>Martí: ¡Ah! ¿Con una homotecia? ¡No con un vector!</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre la construcción de una homotecia.</i>

**Professora:** No, home! Amb un vector et quedaria petit. A partir de quin punt el faràs?

<i>Profesora: ¡No, hombre! Con un vector te quedaría pequeño. ¿A partir de qué punto lo harás?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación para construir un triángulo homotético con GeoGebra.</i>

**Martí:** [L'alumne ho assenyala a la pantalla.] Des d'aquest d'aquí.

<i>Martí: [El alumno lo señala en la pantalla]. Desde este de aquí.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre el vértice a partir del cual aplicaría la homotecia.</i>

**Professora:** Vinga va, objecto a escalar, quin objecte?

<i>Profesora: Venga, va, objeto a escalar, ¿qué objeto?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la aplicación de una homotecia con GeoGebra.</i>

**Martí:** [L'alumne ho assenyala a la pantalla.] Aquest.

**Martí:** [El alumno lo señala en la pantalla.] Este.

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre el objeto a partir del cual se debe aplicar la homotecia con GeoGebra.</i>
------------------------	--

**Professora:** Aquest, clica'l. [L'alumne clica amb el ratolí i en sortir el menú desplegable la professora li dóna una indicació.] Al nou... *centro*?

**Profesora:** Este, clícalo. [El alumno hace clic con el ratón y cuando sale el menú desplegable la profesora le da una indicación.] Al nuevo... *¿centro*?

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación y petición de formalización sobre la definición del centro de homotecia con GeoGebra.</i>
------------------------	---

**Martí:** El centre de..., és que... què vol dir?

**Martí:** El centro de..., es que... *¿qué quiere decir?*

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre el centro de homotecia.</i>
------------------------	---

**Professora:** Sí, el centre de l'homotècia.

**Profesora:** Sí, el centro de la homotecia.

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación.</i>
------------------------	--------------------

**Alba:** No, posa'l al mig, Martí...

**Alba:** No, ponlo en medio, Martí...

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica para situar el centro de homotecia.</i>
------------------------	---

**Professora:** Sí, exacte, no el posis a dins, que no t'ho deixa...

**Profesora:** Sí, exacto, no lo pongas dentro, que no te deja...

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación.</i>
------------------------	--------------------

**Martí:** Com vol que ho faci? És que jo no ho sé fer. [L'alumne marxa a seure al seu lloc.]

**Martí:** *¿Cómo quiere que lo haga? Es que yo no lo sé hacer. [El alumno va a sentarse a su sitio.]*

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre la situación del centro de homotecia.</i>
------------------------	---

**Professora:** Llavors per què surts tu?

**Profesora:** *¿Entonces por qué sales tú?*

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre la participación de un alumno.</i>
------------------------	---

**Martí:** Perquè l'Oriol m'ha dit que surti.

**Martí:** *Porque Oriol me ha dicho que salga.*

<i>Interpretación:</i>	<i>Aclaración sobre la participación de un alumno.</i>
------------------------	--

**(72) Professora:** A veure... Doncs, Alba, surt tu.

<b>Professora:</b> <i>A ver... Pues, Alba, sal tú.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la participación de una alumna para que haga una construcción geométrica con GeoGebra.</i>

**(73) Alba:** D'acord. [L'Alba surt i fa la construcció amb el GeoGebra. Simultàniament, la professora explica en veu baixa cada pas que va fent.]

<b>Alba:</b> <i>De acuerdo. [Alba sale y hace la construcción con GeoGebra. Simultáneamente, la profesora explica en voz baja cada paso que va haciendo.]</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**(74) Professora:** Mireu què ha passat. Fixeu-vos què ha passat quan l'Alba li ha dit que vol una homotècia d'aquest triangle vermell respecte d'aquest punt [la professora es refereix al vèrtex de l'extrem esquerre del triangle 2]. Mireu què ha fet el GeoGebra [indica a sobre de la pantalla la transformació del GeoGebra] i l'ha portat aquí [a la banda esquerra del primer triangle]. D'acord? Nosaltres no volíem això, nosaltres volíem que aquest [triangle 1] quedés aquí a sobre [triangle 2], veritat?

<b>Professora:</b> <i>Mirad qué ha pasado. Fijaos qué ha pasado cuando Alba le ha dicho que quiere una homotecia de este triángulo rojo respecto de este punto [la profesora se refiere al vértice del extremo de la izquierda del triángulo 2]. Mirad qué ha hecho el GeoGebra [indica sobre la pantalla la transformación del GeoGebra] y lo ha llevado aquí [al lado izquierdo del primer triángulo]. ¿De acuerdo? Nosotros no queríamos esto, nosotros queríamos que este [triángulo 1] quedase aquí encima [triángulo 2], ¿verdad?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión acerca de cómo aplicar una homotecia a un triángulo utilizando GeoGebra.</i>

**(75) Alba:** Doncs el posem a l'altre costat.

<b>Alba:</b> <i>Pues lo ponemos al otro lado.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**(76) Professora:** El posem a on, Alba?

<b>Professora:</b> <i>¿Lo ponemos a dónde, Alba?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**(77) Alba:** A l'altre costat.

<b>Alba:</b> <i>Al otro lado.</i>	
-----------------------------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la posición del centro de homotecia.</i>
------------------------	--

**(78) Professora:** Per aquí? A un punt de per aquí?

<b>Profesora:</b> <i>¿Por aquí? ¿A un punto de por aquí?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**(79) Grup d'alumnes:** A un altre!

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>¡A otro!</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**(80) Professora:** A veure esborro tot això que ho hem de saber fer sense aquest, eh? Li faig una homotècia d'aquest triangle respecte a quin punt?

<b>Profesora:</b> <i>A ver borro todo esto que lo tenemos que saber hacer sin este, ¿eh? ¿Le hago una homotecia de este triángulo respecto a qué punto?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de formalización sobre la posición final del centro de homotecia.</i>

**(81) Grup d'alumnes:** [Indicant que cal anar cap a l'esquerra.] Tres cap allà.

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>[Indicando que hay que ir hacia la izquierda.] Tres hacia allá.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la posición del centro de homotecia en la cuadrícula.</i>

**(82) Professora:** Tres cap allà?

<b>Profesora:</b> <i>¿Tres hacia allá?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la posición del centro de homotecia en la cuadrícula.</i>

**(83) Grup d'alumnes:** [Quan la professora assenyala la posició amb el cursor.] Sí, aquí.

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>[Cuando la profesora señala la posición con el cursor.] Sí, aquí.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**(84) Professora:** I 2 més... Mireu, analitzeu què ha passat. Per què m'heu dit tres? Ara aquest punt on l'ha enviat?

<b>Profesora:</b> <i>Y 2 más... Mirad, analizad qué ha pasado. ¿Por qué me habéis dicho tres? ¿Ahora este punto dónde lo ha enviado?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión sobre la posición final del centro de homotecia en la cuadrícula.</i>

**(85) Adrià:** Ah... Eren 5, no?

<b>Adrià:</b> Ah... Eran 5, ¿no?	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la posición final del centro de homotecia en la cuadrícula.</i>

**(86) Professora:** Sis, no? O sigui aquest punt que ara estava a tres ha acabat estant a sis respecte d'aquest, del que li heu dit vosaltres que era el vostre centre. Vosaltres aquest punt on volíeu que anés a parar? A un, dos, tres, quatre i cinc d'aquí. Per tant, aquí? Voldria un punt, que és el centre, que si li faig una ampliació em transformi la figura directament.

<b>Profesora:</b> ¿Seis, no? O sea este punto que ahora estaba a tres ha acabado estando a seis respecto de este, del que vosotros habéis dicho que era vuestro centro. ¿Vosotros este punto a dónde queríais que fuese a parar? A uno, dos, tres, cuatro y cinco de aquí. Por lo tanto, ¿aquí? Querría un punto, que es el centro, que si le hago una ampliación me transforme la figura directamente.	
<i>Interpretación:</i>	<i>Recapitulación sobre la posición final del centro de homotecia y su significado matemático.</i>

**Grup d'alumnes:** No, a 2,5.

<b>Grupo de alumnos:</b> No, a 2,5.	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**Professora:** Com que 2,5? A veure, un moment, penseu dos segons! Si heu anat tres quadrets a l'esquerra i us ha quedat massa curt, només voleu anar dos quadrats i mig a l'esquerra? Us quedarà més curt encara, no?

<b>Profesora:</b> ¿Cómo que 2,5? A ver, un momento, ¡pensad dos segundos! Si habéis ido tres cuadraditos a la izquierda y os ha quedado demasiado corto, ¿solo queréis ir dos cuadrados y medio a la izquierda? ¿Aún os quedará más corto, no?	
<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión sobre la posición del centro de homotecia.</i>

**Grup d'alumnes:** 10.

<b>Grupo de alumnos:</b> 10.	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la posición del centro.</i>

**Berta:** No, hauria de ser 3, però des del primer punt.

<b>Berta:</b> No, tendría que ser 3, pero desde el primer punto.	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la posición del centro.</i>

**Professora:** A veure, el punt *M* aquest que ara el puc moure, el tiro un més cap aquí?  
[La professora indica que aniria cap a l'esquerra.]

**Profesora:** *A ver, el punto M este que ahora lo puedo mover, lo muevo más para acá? [La profesora indica que iría hacia la izquierda.]*

**Interpretación:** *Petición de comprobación sobre la situación del centro de homotecia.*

**Grup d'alumnes:** No, dos.

**Grupo de alumnos:** *No, dos.*

**Interpretación:** *Exposición de evidencia empírica sobre la posición del centro.*

**Professora:** Dos...? [La professora mou el punt *M* i el triangle es mou.] D'acord? Si hagués fet... en comptes de tres a dos i mig, m'hagués quedat més curt... Si el posava a 2,5 encara em quedava més a prop, d'acord? Jo el vull aquí. I aquest *M*... perquè ara això, tenia aquí una base que la veiem clara, però si hagués estat una figura més estranya, que no estiguessin els dos triangles així alineats, aquest punt com l'haguéssim trobat? Algú ara veu, sap... jo amb la mà cada vegada que he representat l'homotècia us he fet així [indicant que, partint de la mà tancada, l'ha anat obrint mentre la movia cap a la dreta]. Algú sap imaginar...?

**Profesora:** *¿Dos...? [La profesora mueve el punto M y el triángulo se mueve.] ¿De acuerdo? Si hubiese hecho... en vez de tres a dos y medio, me hubiese quedado más corto... Si lo ponía a 2,5 aún me quedaba más cerca, ¿de acuerdo? Yo lo quiero aquí. Y este M... porque ahora esto, tenía aquí una base que la veíamos clara, pero si hubiese sido una figura más extraña, que no estuviesen los dos triángulos así alineados, ¿este punto cómo lo hubiésemos encontrado? Alguien ahora ve, sabe... yo con la mano cada vez que he representado la homotecia os he hecho así [indicando que, partiendo de la mano cerrada, la ha ido abriendo mientras la movía hacia la derecha]. ¿Alguien sabe imaginar...?*

**Interpretación:** *Invitación a la reflexión sobre el efecto de una homotecia en un triángulo.*

**Javier:** Un angle...

**Javier:** *Un ángulo...*

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación.*

**Professora:** Un angle? Què vols dir?

**Profesora:** *¿Un ángulo? ¿Qué quieres decir?*

**Interpretación:** *Petición de explicación sobre la afirmación anterior de un alumno.*

**Javier:** Un triangle.

**Javier:** Un triángulo.

*Interpretación:* Exposición sin argumentación.

**Professora:** Un triangle...? Però a què et refereixes?

**Profesora:** ¿Un triángulo...? ¿Pero a qué te refieres?

*Interpretación:* Petición de explicación sobre la afirmación anterior de un alumno.

**Irene:** Una pendent.

**Irene:** Una pendiente.

*Interpretación:* Exposición sin argumentación.

**Professora:** Una pendent? Què faig? A veure, aquesta recta, tothom veu que tot queda alineat aquí? [Dibuixa la recta horitzontal.] I ara aquesta. Què us sembla, quedarà alineada, o què?

**Profesora:** ¿Una pendiente? ¿Qué hago? A ver, esta recta, todo el mundo ve que todo queda alineado aquí? [Dibuja la recta horizontal.] Y ahora esta. ¿Qué os parece, quedará alineada o qué?

*Interpretación:* Petición de comprobación sobre el centro de homotecia.

**Javier:** Amb els dos vèrtexs a dalt.

**Javier:** Con los dos vértices hacia arriba.

*Interpretación:* Exposición de evidencia empírica sobre una homotecia.

**Professora:** Per tant, per trobar aquest punt, ara que el tenim, clar, és molt fàcil. Ara que el tenim, clico per aquí [el centre de l'homotècia, punt *M*] i per aquí [vèrtex superior del primer triangle] i ah, sí, em passa per allà [vèrtex superior del segon triangle].

**Profesora:** Por lo tanto, para encontrar este punto, ahora que lo tenemos, claro, es muy fácil. Ahora que lo tenemos, hago clic por aquí [el centro de la homotecia, el punto *M*] y por aquí [vértice superior del primer triángulo] y ah, sí, me pasa por allá [vértice superior del segundo triángulo].

*Interpretación:* Complemento de la explicación de un alumno sobre la situación del centro de homotecia.



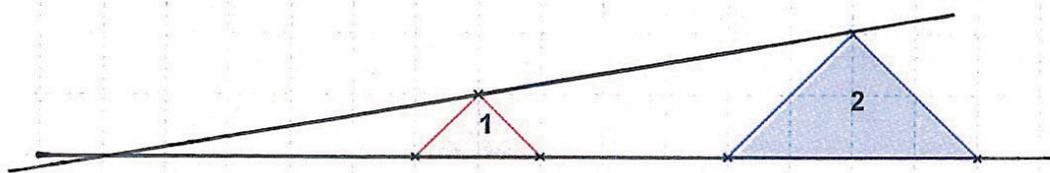
## **ANEXO IX**

Codificación de las respuestas a la  
segunda tarea de los alumnos de la  
profesora Sara



### Resolució de Adrià

- Solució sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solució sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a los elementos matemáticos que definen una homotecia.



$$\triangle 1 \cdot 2 = \triangle 2$$

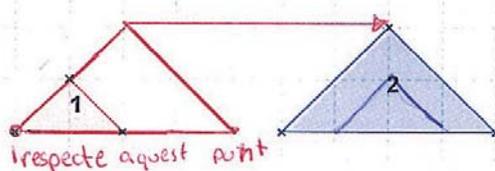
$$\triangle 2 \div 2 = \triangle 1$$

costats · 2  
angles = angles

[ lados · 2 // ángulos = ángulos ]

### Resolució de Alba

- Solució que reconece la ampliación de razón 2, identifica la translación y explicita el vector que la define.
- Solució que identifica la homotecia y explica por completo los elementos que definen esta transformación geométrica.



La figura 2 és el doble de la 1, una ampliació del 200%. manté els angles i per passar de la blava a la vermella és una reducció del 50%, de la meitat.  
Homotecia + vector de punts homòlegs

homotecia



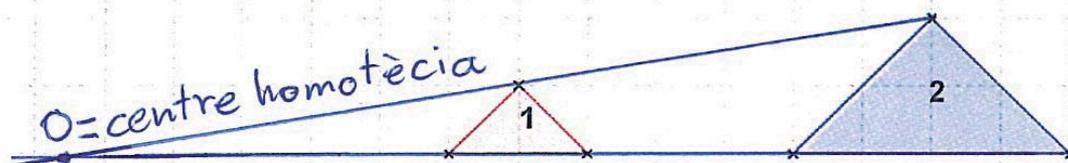
el punt és la pendent.

[ La figura 2 es el doble de la 1, una ampliación del 200%, mantiene los ángulos. Para pasar de la azul a la roja es una reducción del 50%, de la mitad.

1 Homotecia + vector de puntos homólogos; o homotecia [respecto de este punto] (es la pendiente) ]

### Resolución de Álex

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solución que identifica la homotecia y explica por completo los elementos que definen esta transformación geométrica.



$$\triangle 1 \cdot 2 = \triangle 2$$

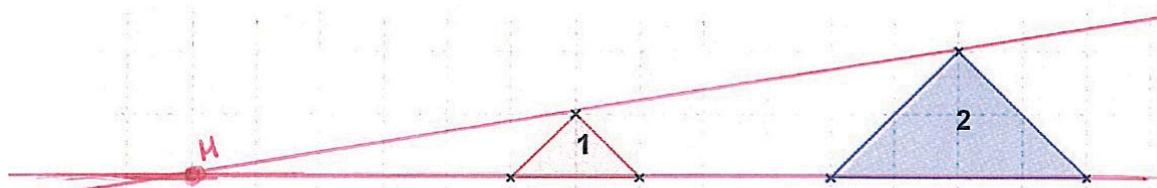
$$\triangle 2 \div 2 = \triangle 1$$

Mantenim els angles

[ O = centro de homotecia // Mantenemos los ángulos ]

### Resolución de Anna

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a los elementos matemáticos que definen una homotecia.

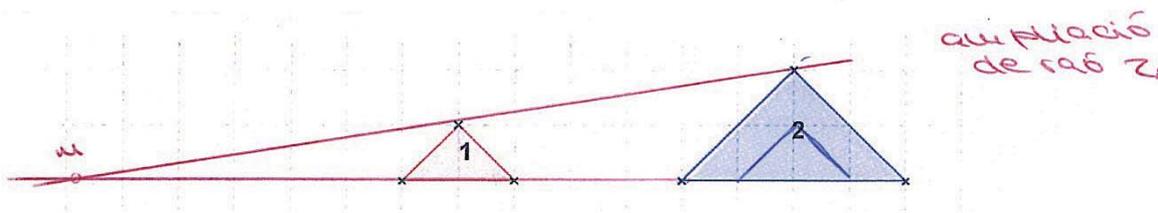


Per aconseguir la figura 1, se li fa el doble, i per obtenir la figura 2 se li fa la meitat

[ Para conseguir la figura 1, se le hace el doble, y para obtener la figura 2 se le hace la mitad. ]

### Resolución de Belén

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a los elementos matemáticos que definen una homotecia.

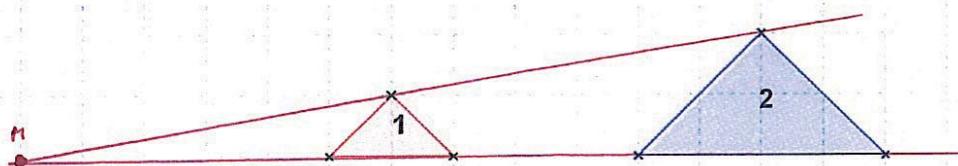


El polígon 2 és el doble del polígon 1  
 augmentem la seva altura i la seva amplada  
 x2.

[ El polígon 2 es el doble del polígon 1, aumentamos su altura y su anchura x2; ampliación de razón 2. ]

### Resolución de Berta

- Solución que reconoce la ampliación de razón 2 e identifica la translación, pero no explicita el vector que la define.
- Solución que identifica la homotecia y explica por completo los elementos que definen esta transformación geométrica.



1 → 2 : el doble  
 2 → 1 : la meitat  
 Després de l'homotecia hem de fer una translació

Podem fer-ho amb un pas: buscar el centre d'homotecia

[ 1 → 2: el doble

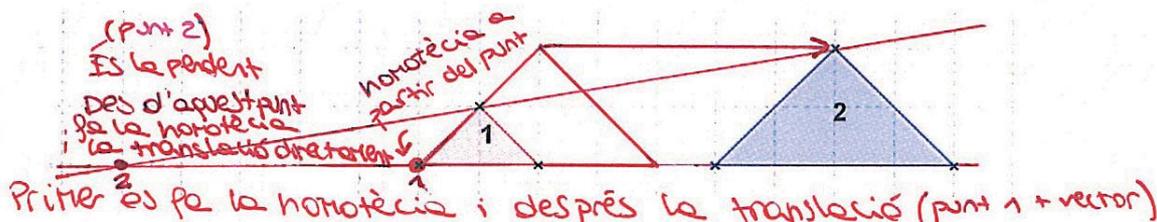
2 → 1: la mitad

Después de la homotecia tenemos que hacer una translación.

Podemos hacerlo con un paso: buscar el centro de homotecia. ]

### Resolució de Carla

- Solució que reconeix la ampliació de raó 2, identifica la translació i explica el vector que la defineix.
- Solució que identifica la homotecia i explica per complet els elements que defineixen aquesta transformació geomètrica.



Per passar de la figura vermella a la blava, fem una ampliació de 200% respecte la vermella, ja que la 2 és el doble. **Manté els angles**  
 De la blava a la vermella, reducció 50%, ja que és la meitat.

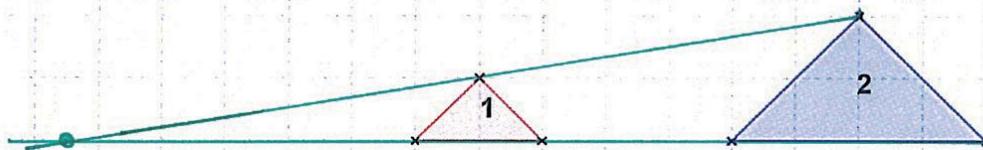
[ Para pasar de la figura roja a la azul hacemos una ampliación del 200%, respecto de la roja, ya que la 2 es el doble. (Mantiene los ángulos).

De la azul a la roja, reducción 50%, ya que es la mitad.

Primero se hace la homotecia y después la translación (punto 1+vector). ]

### Resolució de Eduardo

- Solució sense canvis abans i després de la discussió en gran grup, o sense referències a la combinació de una ampliació i una translació.
- Solució sense canvis abans i després de la discussió en gran grup, o sense referències als elements matemàtics que defineixen una homotecia.

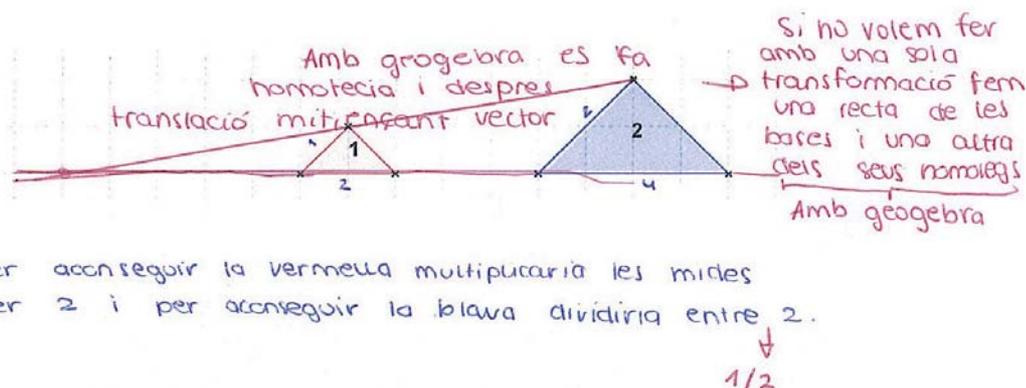


De vermella a blava hem de duplicar els costats.  
 I de blava a vermella l'hem de dividir entre 2.

[ De la roja a la azul tenemos que duplicar los lados. Y de la azul a la roja tenemos que dividir entre 2. ]

### Resolució de Irene

- Solució que reconeix la ampliació de raó 2, identifica la translació i explica el vector que la defineix.
- Solució que identifica la homotecia i explica per complet els elements que defineixen aquesta transformació geomètrica.

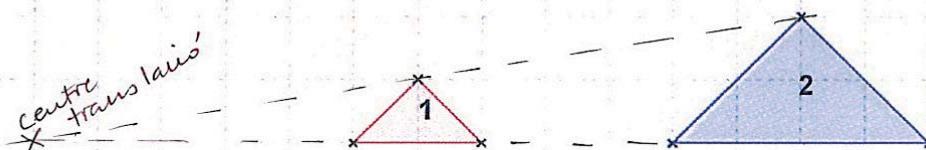


[ Para conseguir la roja multiplicaría las dimensiones por 2 y para conseguir la azul dividiría entre 2 ( $\rightarrow 1/2$ ).

Con GeoGebra se hace homotecia y después translación a través de vector  $\rightarrow$  Si queremos hacerlo con una única transformación hacemos una recta de las bases y otra de sus homólogos (con GeoGebra). ]

### Resolució de Isabel

- Solució que reconeix la ampliació de raó 2 e identifica la translació, però no explica el vector que la defineix.
- Solució que reconeix la homotecia però no concreta la definició del centre.

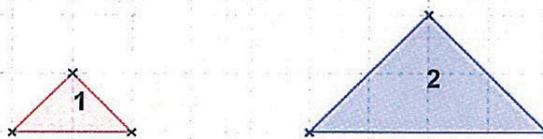


Per passar de la F vermella a la blava doblem els costats mantenint els angles  
I, per passar de la blava a la vermella reduim la meitat mantenint els angles + translació.

[ Para pasar de la F roja a la azul duplicamos los lados manteniendo los ángulos. Y para pasar de la azul a la roja reducimos la mitad manteniendo los ángulos. (+ translación // centro translación). ]

### Resolución de Javier

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a los elementos matemáticos que definen una homotecia.



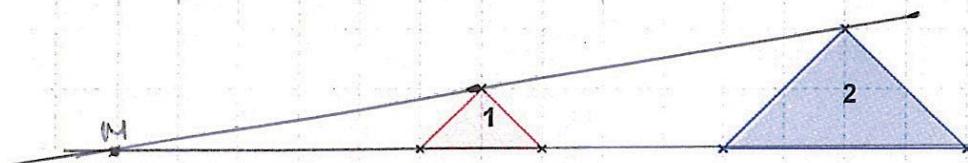
a) Mantindria els angles i ampliaria la base, i on es al doble, i on es creuessin seria el vertex de dalt  
 b) Faria el mateix però reduir la base a la meitat

[ a) Mantendría los ángulos y ampliaría la base el doble, y donde se cruzasen sería el vértice de arriba.

b) Haría lo mismo pero reduciría la base a la mitad. ]

### Resolución de María

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solución que identifica la homotecia y explica por completo los elementos que definen esta transformación geométrica.



Fent el doble o la meitat dels costats  
 mantenint els angles

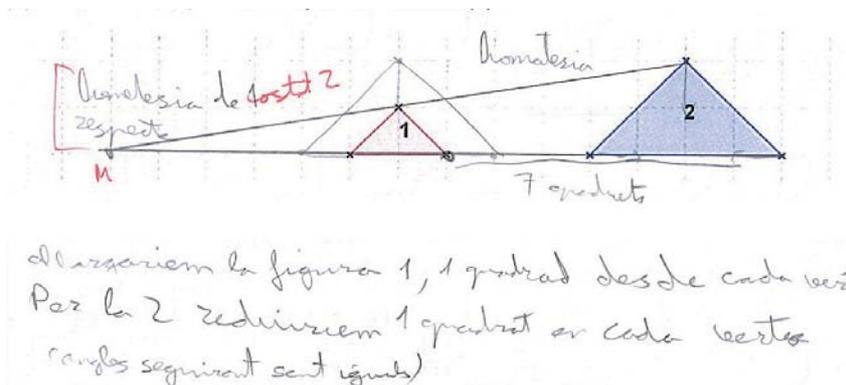
Una transformació → homotecia del triangle 1 al punt M

[ Hacemos el doble o la mitad de los lados manteniendo los ángulos.

Una transformación → homotecia del triángulo 1 en el punto M. ]

### Resolució de Martí

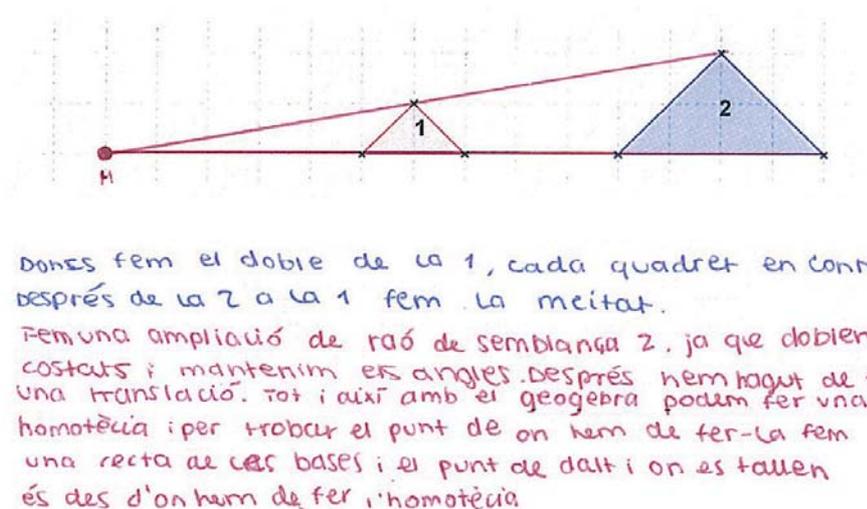
- Solució que reconeix la ampliació de raó 2 i identifica la translació, però no explicita el vector que la defineix.
- Solució que identifica la homotecia i explica per complet els elements que defineixen aquesta transformació geomètrica.



[ Alargaríamos la figura 1, 1 cuadrado desde cada vértice. Para la 2 reduciríamos 1 cuadrado en cada vértice (ángulos seguirán siendo iguales). ]

### Resolució de Mireia

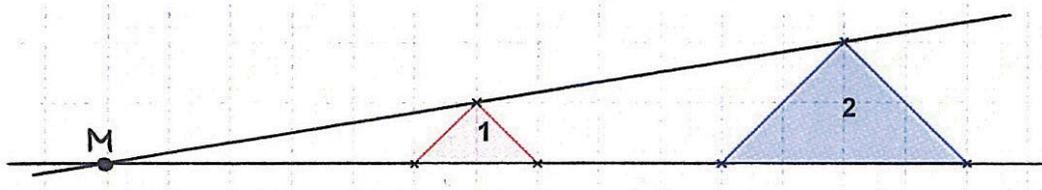
- Solució que reconeix la ampliació de raó 2 i identifica la translació, però no explicita el vector que la defineix.
- Solució que identifica la homotecia i explica per complet els elements que defineixen aquesta transformació geomètrica.



[ Pues hacemos el doble de la 1, por cada cuadrado contamos 2. Después de la 2 a la 1 hacemos la mitad. Hacemos una ampliación de razón de semejanza 2, ya que duplicamos los lados y mantenemos los ángulos. Después hemos tenido que hacer una translación. Aún así con GeoGebra podemos hacer una única homotecia y para encontrar el punto desde donde tenemos que hacerla hacemos una recta entre las bases y el punto de arriba y donde se cortan es donde tenemos que hacer la homotecia. ]

### Resolución de Oriol

- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a la combinación de una ampliación y una translación.
- Solución sin cambios antes y después de la discusión en gran grupo, o sin referencias a los elementos matemáticos que definen una homotecia.

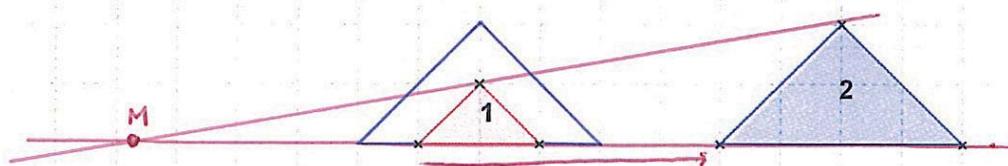


De vermella a la blava hem de duplicar els costats mantenint els angles  
 De blava a vermella l'hem de dividir entre 2

[ De la roja a la azul tenemos que duplicar los lados (manteniendo los ángulos).  
 De la azul a la roja tenemos que dividir entre dos. ]

### Resolución de Saray

- Solución que reconoce la ampliación de razón 2, identifica la translación y explicita el vector que la define.
- Solución que reconoce la homotecia pero no concreta la definición del centro.



per conseguir passar de la figura 1 a la 2 hauriem de fer el doble de la figura, i per passar de la figura 2 a la 1 hauriem de fer la meitat proporcionalment.  
 Necessitem un vector que ens trasllaci el triangle.

[ Para conseguir pasar de la figura 1 a la 2 tendríamos que hacer el doble de la figura, y para pasar de la figura 2 a la 1 tendríamos que hacer la mitad proporcionalmente.  
 Necesitamos un vector que nos traslade el triángulo. ]

## **ANEXO X**

Transcripción y caracterización de episodios de la discusión en gran grupo de la tercera tarea de la profesora Sara (centro B)



**Episodio 1 (Experimentar el instrumento; Presentación de una solución)**

**Professora:** Ara teniu aquesta d'aquí, que era l'apartat (b) del problema. Vinga el més òptim possible, com podem anar de la casa 1 a la (f)? Àlex.

<b>Profesora:</b> <i>Ahora tenéis esta de aquí, que era el apartado (b) del problema. Venga lo más óptimo posible, ¿cómo podemos ir de la casa 1 a la (f)? Álex.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Invitación a la participación para empezar la resolución de la tercera tarea.</i>

**Àlex:** Fent una rotació i després una homotècia.

<b>Àlex:</b> <i>Haciendo una rotación y después una homotecia.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Exposición sin argumentación sobre la combinación de un giro y una homotecia.</i>

**Professora:** Sí... però no pots anar amb una sola transformació?

<b>Profesora:</b> <i>Sí... ¿pero no puedes ir con una única transformación?</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Petición de explicación sobre transformaciones geométricas.</i>

**Àlex:** No, amb una sola no.

<b>Àlex:</b> <i>No, con una única no.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Exposición sin argumentación sobre transformaciones geométricas.</i>

**Episodio 2 (Discutir el artefacto; Estudio de estrategias para resolver o argumentar)**

**(87) Professora:** Com em podeu demostrar que no es pot? Quin argument teniu per convèncer-me de què no fa falta que busqui perquè no podré anar amb una sola transformació.

<b>Profesora:</b> <i>¿Cómo me podéis demostrar que no se puede? ¿Qué argumento tenéis para convencerme de que no hace falta que busque porque no podré ir con una única transformación?</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Petición de argumentación sobre la composición de transformaciones geométricas.</i>

**(88) Alba:** Amb només una homotècia no pot ser perquè els punts homòlegs no coincideixen.

<b>Alba:</b> <i>Con solo una homotecia no puede ser porque los puntos homólogos no coinciden.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Exposición con argumentación sobre la definición de homotecia.</i>

**(89) Professora:** No es tallen tots en un punt. D'acord, això seria un argument.

**Profesora:** No se cortan todos en un punto. De acuerdo, esto sería un argumento.

**Interpretación:** Formalización de las propiedades de una homotecia.

(90) **Alba:** I com que la casa és més gran, no hi hauria cap altra transformació que la fes més gran que no fos l'homotècia, llavors n'hauríem de fer dues com a mínim.

**Alba:** Y como que la casa es más grande, no habría ninguna otra transformación que la hiciese más grande que no fuese la homotecia, entonces tendríamos que hacer dos como mínimo.

**Interpretación:** Exposición con argumentación sobre la necesidad de componer dos transformaciones geométricas.

(91) **Professora:** Molt bé. Enteneu aquest raonament? L'Alba ha vist que al no tenir la mateixa mida segur que necessitaré l'homotècia, que és de les quatre transformacions l'única que em canvia la mida, però llavors pensa que només amb una homotècia podré anar-hi? No, perquè uneix els punts homòlegs i no se li tallen al centre de l'homotècia. Visualment algú tindria un altre argument de per què no hi puc anar amb només una homotècia?

**Profesora:** Muy bien. ¿Entendéis este razonamiento? Alba ha visto que al no tener la misma medida seguro que necesitaré la homotecia, que es de las cuatro transformaciones la única que me cambia las medidas, pero entonces piensa que ¿solo con una homotecia podré ir? No, porque une los puntos homólogos y no se cortan en el centro de la homotecia. ¿Visualmente alguien tendría otro argumento de por qué no puedo ir solo con una homotecia?

**Interpretación:** Recapitulación sobre las propiedades de una homotecia e invitación a la búsqueda de alternativas.

(92) **Àlex:** Perquè està girada.

**Àlex:** Porque está girada.

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre la orientación en el plano de un polígono.

(93) **Professora:** Perquè està girada, però què més?

**Profesora:** Porque está girada, ¿pero qué más?

**Interpretación:** Petición de explicación sobre la evidencia empírica de un alumno.

(94) **Àlex:** No està girada 180°.

**Àlex:** No está girada 180°.

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre la rotación de un polígono.

(95) **Professora:** O sigui, no és un gir de 180°. Les homotècies o bé ens deixen els polígons sense girar, o sigui amb una translació, o ens els giren 180°, però no ens els poden girar a mitges. Per tant, aquí sabem segur que no serà una

homotècia sola. Però hi haurà una homotècia pel mig, perquè ha canviat la mida. Per tant, com a mínim dues transformacions.

**Profesora:** O sea, no es un giro de  $180^\circ$ . Las homotecias o bien nos dejan los polígonos sin girar, o sea con una translación, o nos los giran  $180^\circ$ , pero no nos los pueden girar a medias. Por lo tanto, aquí sabemos seguro que no será únicamente una homotecia. Pero habrá una homotecia por el medio, porque han cambiado las dimensiones. Por lo tanto, como mínimo dos transformaciones.

**Interpretación:** Complemento de la explicación sobre las propiedades de una homotecia y la composición de dos transformaciones geométricas.

### Episodio 3 (Experimentar el instrumento; Estudio de estrategias para resolver o argumentar)

(96) **Profesora:** Ho heu pogut trobar amb dues? A veure, Àlex, com ho heu fet vosaltres?

**Profesora:** ¿Lo habéis podido encontrar con dos? A ver, Àlex, ¿cómo lo habéis hecho vosotros?

**Interpretación:** Invitación a la participación de un alumno para que explique una construcción geométrica con GeoGebra.

(97) **Àlex:** Primer s'ha de prolongar la base de la lila, i de la blava... I aleshores on es tallin serà el punt de rotació, el centre de rotació.

**Àlex:** Primero se tiene que prolongar la base de la lila, y de la azul... Y entonces donde se corten será el punto de rotación, el centro de rotación.

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre la obtención del centro de giro.

(98) **Profesora:** Molt bé. I què faràs? Tu vols aquest punt... Hi ha moltes maneres de fer aquest problema. Ells han agafat aquest punt com un punt important, que serà el centre de la rotació.

**Profesora:** Muy bien. ¿Y qué harás? Tú quieres este punto... Hay muchas formas de hacer este problema. Ellos han tomado este punto como un punto importante, que será el centro de la rotación.

**Interpretación:** Recapitulación sobre la posición del centro de giro.

(99) **Àlex:** Sí, s'ha girat la base respecte d'aquest punt, 60 graus.

**Àlex:** Sí, se ha girado la base respecto de este punto, 60 grados.

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre el ángulo de giro.

**Profesora:** Per què 60°? Com, com, com...?

**Profesora:** ¿Por qué 60°? ¿Cómo, cómo, cómo...?

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de argumentación sobre la amplitud del ángulo de giro.</i>
------------------------	--

**Àlex:** Vaig fer un vector.

<b>Àlex:</b> <i>Hice un vector.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre la construcción de un vector.</i>

**Professora:** Un vector?

<b>Profesora:</b> <i>¿Un vector?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre la utilización de un vector.</i>

**Adrià:** Un 'deslizador'.

<b>Adrià:</b> <i>Un 'deslizador'.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Formalización sobre una herramienta de GeoGebra.</i>

**Professora:** Ah, vau anar provant! Però... el 60 aquest, on està amagat? La casa blava, si la girem des d'aquest punt, la vols moure cap amunt o cap avall?

<b>Profesora:</b> <i>Ah, ¡fuisteis probando! Pero... el 60 este, ¿dónde está escondido? La casa azul, si la giramos desde este punto, ¿la quieres mover hacia arriba o hacia abajo?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre el ángulo de giro.</i>

**Àlex:** Avall.

<b>Àlex:</b> <i>Abajo.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre el desplazamiento de una figura geométrica.</i>

**Professora:** Avall, d'acord. I on vols que pari de moure-la avall? Quan quedi recolzada, no?, a sobre d'aquesta recta. O sigui quan el terra de la casa es quedi recolzat aquí.

<b>Profesora:</b> <i>Abajo, de acuerdo. ¿Y dónde quieres que pare de moverla abajo? ¿Cuándo quede apoyada, no?, encima de esta recta. O sea cuando el suelo de la casa se quede apoyado aquí.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Validación y complemento de la explicación anterior de un alumno.</i>

**Martí:** És que no és un gir, no és un gir perquè... Bé, és un gir sense fer res, però has de fer alguna cosa, perquè si ara gires això, sortirà al revés d'aquesta figura.

<b>Martí:</b> <i>Es que no es un giro, no es un giro porque... Bueno, es un giro sin hacer nada, pero tienes que hacer alguna cosa, porque si ahora giras esto, saldrá al revés de esta figura.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición con argumentación sobre la aplicación de un giro.</i>

**Professora:** No, no, compte Martí! Tal i com l'està movent l'Àlex, li queda recolzada aquí, amb la xemeneia de la dreta cap allà...

**Profesora:** *¡No, no, cuidado Martí! Tal y como la está moviendo Álex, le queda apoyada aquí, con la chimenea de la derecha hacia allá...*

**Interpretación:** *Complemento de la explicación anterior de un alumno sobre la aplicación de un giro.*

**Martí:** Sí, sí.

**Martí:** Sí, sí.

**Interpretación:** *Asentimiento.*

**(100) Professora:** Però quants graus has fet aquí? Com ho puc mirar això?

**Profesora:** *¿Pero cuántos grados has hecho aquí? ¿Cómo lo puedo mirar esto?*

**Interpretación:** *Petición de comprobación sobre la obtención del ángulo de giro.*

**(101) Grup d'alumnes:** Seixanta!

**Grupo de alumnos:** *¡Sesenta!*

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación sobre el ángulo de giro.*

**(102) Professora:** Sí, 60 és el que em donarà. Adrià, què vols dir?.

**Profesora:** *Sí, 60 es lo que me dará. Adrià, ¿qué quieres decir?*

**Interpretación:** *Validación e invitación a la participación de un alumno.*

**(103) Adrià:** Fas la inclinació del lila respecte la recta que... [l'alumne indica una línia horitzontal].

**Adrià:** *Haces la inclinación del lila respecto de la recta que... [el alumno indica una línea horizontal].*

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación sobre la obtención del ángulo de giro.*

**Martí:** Calcules l'angle!

**Martí:** *¡Calculas el ángulo!*

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación sobre el ángulo de giro.*

**Professora:** L'angle? Quin? [L'Adrià i la resta d'alumnes de la classe indiquen cap a la seva dreta] Aquí?

**Profesora:** *¿El ángulo? ¿Cuál? [Adrià y los demás compañeros de la clase indican hacia su derecha] ¿Aquí?*

**Interpretación:** *Petición de formalización sobre el ángulo de giro.*

**Grup d'alumnes:** Sí!

<b>Grupo de alumnos:</b> ¡Sí!	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**Javier:** Però són el mateix!

<b>Javier:</b> ¡Pero son lo mismo!	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**(104) Professora:** O bé aquest d'aquí, que són el mateix perquè són oposats, aquests angles. Són dues rectes que es tallen, per tant els angles oposats sempre són iguals, però potser és més fàcil d'imaginar-vos si aquest terra el podeu acabar portant aquí, doncs he hagut de fer aquests graus de gir; doncs puc mesurar-ho per aquí. D'acord? Llavors, donava 60. En resum, que llavors agafa i gira l'objecte respecte aquest centre 60 graus. En quin sentit?

<b>Profesora:</b> <i>O bien este de aquí, que son lo mismo porque son opuestos, estos ángulos. Son dos rectas que se cortan, por lo tanto los ángulos opuestos siempre son iguales, pero quizás es más fácil de imaginároslos si este suelo lo podéis acabar llevando aquí, pues he tenido que hacer estos grados de giro; pues puedo medirlo por aquí. ¿De acuerdo? Entonces, daba 60. En resumen, que entonces coge y gira el objeto respecto de este centro 60 grados. ¿En qué sentido?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Complemento de explicación sobre la obtención del centro y ángulo de giro y petición de comprobación sobre el sentido de la rotación.</i>

**(105) Isabel:** Antihorari.

<b>Isabel:</b> <i>Antihorario.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre el sentido de la rotación.</i>

**(106) Professora:** I ara què? Ara ja està en posició de què li pugui aplicar una homotècia i que hi vagi directament?

<b>Profesora:</b> <i>¿Y ahora qué? ¿Ahora ya está en posición de que le pueda aplicar una homotecia y que vaya directamente?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la aplicación de una homotecia.</i>

**(107) Adrià:** Sí!

<b>Adrià:</b> ¡Sí!	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**(108) Professora:** Sí, oi? I com ho farem per poder trobar el centre de l'homotècia?

<b>Profesora:</b> <i>¿Sí, verdad? ¿Y cómo lo haremos para poder encontrar el centro de la homotecia?</i>	
--	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre la obtención del centro de homotecia.</i>
------------------------	--

**(109) Adrià:** Unint punts homòlegs.

<b>Adrià:</b>	<i>Uniendo puntos homólogos.</i>
---------------	----------------------------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la obtención del centro.</i>
------------------------	--

**Professora:** D'acord, unint punts homòlegs. Aquí, aquí,... i el que em passa és que el centre em quedarà aquí a baix, eh?

<b>Profesora:</b>	<i>De acuerdo, uniendo puntos homólogos. Aquí, aquí... y lo que me sucede es que el centro me quedará aquí abajo, ¿eh?</i>
-------------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Complemento de la explicación anterior de un alumno.</i>
------------------------	---

**Grup d'alumnes:** Sí.

<b>Grupo de alumnos:</b>	<i>Sí.</i>
--------------------------	------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>
------------------------	----------------------

**(110) Professora:** Sí? Ara se'm sortirà de la pantalla, però la podré fer. I ara quina raó?  $3/2$  donava? 1 i  $1/2$ ?

<b>Profesora:</b>	<i>¿Sí? Ahora se me saldrá de la pantalla, pero la podré hacer. ¿Y ahora qué razón? ¿<math>3/2</math> daba? ¿1 y <math>1/2</math>?</i>
-------------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre la razón de semejanza.</i>
------------------------	--

**(111) Grup d'alumnes:** Sí.

<b>Grupo de alumnos:</b>	<i>Sí.</i>
--------------------------	------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>
------------------------	----------------------

**Professora:** A veure... anem-ho a fer. Aquesta mida... Tothom veu que ho puc fer aquí? Que no cal que vingui aquí?

<b>Profesora:</b>	<i>A ver... hagámoslo. Esta medida... ¿Todo el mundo ve que lo puedo hacer aquí? ¿Qué no hace falta que venga aquí?</i>
-------------------	---

<i>Interpretación:</i>	<i>Establecimiento de consenso sobre el cálculo de la razón de semejanza.</i>
------------------------	---

**Grup d'alumnes:** Sí.

<b>Grupo de alumnos:</b>	<i>Sí.</i>
--------------------------	------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>
------------------------	----------------------

**Professora:** Val, podria fer aquest terra... bé, aquest tros  $2'83$ , aquest tros  $4'24$ . Doncs  $4'24$  entre  $2'83$ , quant dóna això?

**Profesora:** De acuerdo, podría hacer este suelo... bueno, este trozo 2'83, este trozo 4'24. Pues 4'24 entre 2'83, ¿cuánto da esto?

**Interpretación:** *Petición de comprobación sobre la razón de semejanza.*

**Àlex:** 1'5.

**Àlex:** 1'5.

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación sobre la razón de semejanza.*

**Professora:** 1,5? Molt bé.

**Profesora:** ¿1'5? Muy bien.

**Interpretación:** *Validación.*

#### **Episodio 4 (Explicar a través del artefacto; Conexiones con otras situaciones)**

**Professora:** Alguna altra manera? Algú ho ha fet al revés? L'Àlex ha fet primer un gir i després una homotècia. Algú ha fet una homotècia i després ha fet un gir?

**Profesora:** ¿Alguna otra forma? ¿Alguien lo ha hecho al revés? Àlex ha hecho primero un giro y después una homotecia. ¿Alguien ha hecho una homotecia y después ha hecho un giro?

**Interpretación:** *Invitación a la búsqueda de alternativas sobre la composición de dos transformaciones geométricas.*

**Grup d'alumnes:** Sí.

**Grupo de alumnos:** Sí.

**Interpretación:** *Asentimiento.*

**Professora:** Clar, amb més passos també. Primer una homotècia. No sabem on portar-la, però podem portar-la on sigui. A veure nois, que això ho connectem amb una cosa del tema anterior, va!

**Profesora:** Claro, con más pasos también. Primero una homotecia. No sabemos donde llevarla, pero podemos llevarla donde sea. A ver chicos, que esto lo conectamos con una cosa del tema anterior, ¡venga!

**Interpretación:** *Invitación a la participación para componer transformaciones geométricas con GeoGebra.*

**Javier:** Si el portes a un vèrtex de la figura blava.

**Javier:** Si lo llevas a un vértice de la figura azul.

**Interpretación:** *Exposición sin argumentación sobre la situación del centro de homotecia.*

**Professora:** O sigui, per exemple fer una homotècia. A veure fer una homotècia de la casa respecte aquest vèrtex, per exemple.

**Profesora:** O sea, por ejemplo hacer una homotecia. A ver hacer una homotecia de la casa respecto de este vértice, por ejemplo.

**Interpretación:** Complemento de la explicación de un alumno sobre la construcción de una homotecia.

**Martí:** Sí, jo vaig fer això; jo vaig fer això!

**Martí:** ¡Sí, yo hice esto; yo hice esto!

**Interpretación:** Asentimiento.

**Professora:** 1 i 1/2 hem dit.

**Profesora:** 1 y 1/2 hemos dicho.

**Interpretación:** Complemento de la explicación de un alumno sobre el valor de la razón de semejanza.

**Martí:** Jo vaig fer això, vaig agafar un vector, ho vaig traslladar fins aquell punt...

**Martí:** Yo hice esto, tomé un vector, lo trasladé hasta aquel punto...

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre la construcción de un vector con GeoGebra para realizar una translación.

**Professora:** Per tant vau utilitzar tres transformacions: primer una homotècia, després una translació i després un gir.

**Profesora:** Por lo tanto, utilizasteis tres transformaciones: primero una homotecia, después una translación y después un giro.

**Interpretación:** Complemento de la explicación de un alumno sobre la combinación de transformaciones geométricas.

**Martí:** Sí.

**Martí:** Sí.

**Interpretación:** Asentimiento.

**Professora:** Nois, creieu que d'aquí, ara que ja la tinc feta a mida, a la mida que m'interessa, creieu que... Deixa, deixa, deixa Martí. Aquí hi ha més aprenentatge! Creieu que amb aquesta casa ja feta a mida puc trobar un centre de gir que me la porti directament aquí?

**Profesora:** Chicos, creéis que de aquí, ahora que ya la tengo hecha a la medida que me interesa, creéis que... Deja, deja, deja Martí. ¡Aquí hay más aprendizaje! ¿Creéis que con esta casa ya hecha a medida puedo encontrar un centro de giro que me la traiga directamente aquí?

<i>Interpretación:</i>	<i>Invitación a la reflexión sobre la obtención de un centro de giro.</i>
------------------------	---

**Grup d'alumnes:** Sí.

<b>Grupo de alumnos:</b> <i>Sí.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**Professora:** Com? Com Mireia?

<b>Profesora:</b> <i>¿Cómo? ¿Cómo Mireia?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre la obtención de un centro de giro.</i>

**Mireia:** Amb les mediatris dels punts.

<b>Mireia:</b> <i>Con las mediatrices de los puntos.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la obtención del centro de giro.</i>

**Professora:** Mediatris dels punts homòlegs. Us sona això? Del problema del tema anterior? D'acord. Si jo agafo punts homòlegs... Per exemple... vaig a fer directament la mediatriu, eh? Mediatriu entre aquest i aquest... Recordeu que per fer la mediatriu no em calia primer fer el segment i després la mediatriu. Puc dir també la mediatriu entre dos punts. I ara la mediatriu d'aquest i aquest. Val. I se'm tallen fora, però és igual. Dic 'moure'... i aquí, aquest serà el centre de gir. Anem-ho a comprovar. Faig aquesta casa respecte aquest centre... Clar, ara quants graus tenim? Clar que seran 60?

<b>Profesora:</b> <i>Mediatrices de los puntos homólogos. ¿Recordáis esto? ¿Del problema del tema anterior? De acuerdo. Si yo tomo puntos homólogos... Por ejemplo... voy a hacer directamente la mediatriz, ¿eh? Mediatriz entre este y este... Recordad que para hacer la mediatriz no me hacía falta primero hacer el segmento y después la mediatriz. Puedo decir también la mediatriz entre dos puntos. Y ahora la mediatriz de este y este. De acuerdo. Y se me cortan a fuera, pero es igual. Digo 'mover'... y aquí, este será el centro de giro. Vamos a comprobarlo. Hago esta casa respecto de este centro... Claro, ¿ahora cuántos grados tenemos? ¿Claro que serán 60?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Rescapitulación sobre la construcción del centro de giro utilizando las mediatrices de puntos homólogos y petición de comprobación sobre el ángulo de giro.</i>

**Martí:** Sí...

<b>Martí:</b> <i>Sí...</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Asentimiento.</i>

**Professora:** Bé, hauríem de fer els càlculs, d'aquell dia que vam fer... Allargar un i allargar l'altre i trobar on es tallen. Però ja ho heu fet aquí sense haver fet la gran. Serà 60 antihorari o horari?

**Professora:** Bueno, tendríamos que hacer los cálculos, de aquel día que hicimos... Alargar uno y alargar el otro y encontrar donde se cortan. Pero ya lo habéis hecho aquí sin haber hecho la grande. ¿Será 60 antihorario o horario?

**Interpretación:** Petición de comprobación sobre el sentido de la rotación.

**Grup d'alumnes:** Antihorari.

**Grupo de alumnos:** Antihorario.

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre el sentido de la rotación.

**Professora:** Cap enllà, d'acord? Per tant ja està bé. Què ha passat?

**Professora:** Hacia allá, ¿de acuerdo? Por lo tanto ya está bien. ¿Qué ha pasado?

**Interpretación:** Validación y petición de explicación sobre una construcción matemática con GeoGebra.

**Oriol:** Sí, però els altres punts no coincideixen.

**Oriol:** Sí, pero los otros puntos no coinciden.

**Interpretación:** Exposición de evidencia empírica sobre la aplicación de un giro con GeoGebra.

**Alba:** Hem fet massa...

**Alba:** Hemos hecho demasiado...

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre la amplitud del ángulo de giro.

**Professora:** Massa què? Massa gir, no?

**Professora:** ¿Demasiado qué? Demasiado giro, ¿no?

**Interpretación:** Petición de formalización sobre la exposición anterior de un alumno.

**Alba:** Sí, exacte.

**Alba:** Sí, exacto.

**Interpretación:** Asentimiento.

**Professora:** És que el 60 aquest... ho hem vist molt clar, però el 60 aquest... era quan estava aquí per portar-lo aquí a baix, però ara per portar-lo d'aquí a aquí no té perquè ser 60.

**Professora:** Es que el 60 este... lo hemos visto muy claro, pero el 60 este... era cuando estaba aquí para llevarlo aquí abajo, pero ahora para llevarlo de aquí a aquí no tiene porque ser 60.

**Interpretación:** Complemento de explicación sobre la amplitud del ángulo de giro.

**Alba:** Ho podríem fer amb un 'deslizador'.

<b>Alba:</b> Lo podríamos hacer con un 'deslizador'.	
<b>Interpretación:</b>	Exposición sin argumentación sobre la utilización de una herramienta de GeoGebra para calcular la amplitud del ángulo de giro.

**Professora:** Com el podem...? Bé, amb un 'deslizador' ho podríem fer fins que encaixi, però què tenim aquí?

<b>Profesora:</b> ¿Cómo lo podríamos...? Bueno, con un 'deslizador' lo podríamos hacer hasta que encaje, ¿pero qué tenemos aquí?	
<b>Interpretación:</b>	Validación y petición de explicación sobre la obtención del ángulo de giro.

**Alba:** Podem fer una circumferència perquè podem calcular l'angle.

<b>Alba:</b> Podemos hacer una circunferencia porque podremos calcular el ángulo.	
<b>Interpretación:</b>	Exposición con argumentación sobre el cálculo del ángulo de giro.

**Professora:** A veure, primer de tot anem a comprovar-ho. Si jo faig una circumferència per aquí que passi per aquí, em passa per on m'ha de passar?

<b>Profesora:</b> A ver, primero de todo vamos a comprobarlo. Si yo hago una circunferencia por aquí que pase por aquí, ¿me pasa por dónde me tiene que pasar?	
<b>Interpretación:</b>	Petición de comprobación sobre la construcción de una circunferencia con GeoGebra.

**Grup d'alumnes:** Sí.

<b>Grupo de alumnos:</b> Sí.	
<b>Interpretación:</b>	Asentimiento.

**Professora:** Perfecte, doncs aquí anem bé. Si la faig passar per la teulada, em passa per allà, per la teulada? Sí, a la lila faig? Tot i que ara aquí no tinc punts. Si passo pel terra em passa pel terra? Sí. Per tant, tot apunta a què anem bé; però el problema que tenim és l'angle, que no són 60. Com ho puc fer? Hi ha moltes maneres, eh!

<b>Profesora:</b> Perfecto, pues aquí vamos bien. Si la hago pasar por el tejado, me pasa por allá, ¿por el tejado? Sí, ¿se lo hago a la lila? Aunque por aquí no tengo puntos. ¿Si paso por el suelo me pasa por el suelo? Sí. Por lo tanto, todo apunta a que vamos bien; pero el problema que tenemos es el ángulo, que no son 60. ¿Cómo lo puedo hacer? Hay muchas formas, ¡eh!	
<b>Interpretación:</b>	Validación e invitación a la búsqueda de alternativas para determinar el ángulo de giro.

**Adrià:** Doncs fem dues línies i trobem l'angle amb el GeoGebra...

<b>Adrià:</b> Pues hacemos dos líneas y encontramos el ángulo con el GeoGebra...	
--	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la obtención de un ángulo de giro con GeoGebra.</i>
------------------------	---

**Professora:** Val, fem per exemple... El que sí que sabem és que aquest punt vermell ha d'anar a parar a aquest punt d'aquí.

**Profesora:** *De acuerdo, hacemos por ejemplo... Lo que sí sabemos es que este punto rojo tiene que ir a este punto de aquí.*

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación.</i>
------------------------	--------------------

**Javier:** Sí, però el vèrtex de baix a la dreta no coincideix...

**Javier:** *Sí, pero el vértice de abajo a la derecha no coincide...*

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre una construcción realizada con GeoGebra.</i>
------------------------	--

**Professora:** Ah, no he fet la mediatriu ben feta? És possible. Ah, ja sé què ha passat! Quan li he donat a 'mediatriu', entre aquest punt i aquest punt, com que hi ha dos punts molt petits, el ratolí se'n deu haver anat al petit en comptes del gran. Tornem-hi doncs. Esborro aquest. Espera, si esborro aquesta recta ja se'm esborrarà tot. Ara no sé si aquesta és la que he fet bé o malament; per tant, l'esborro per si de cas. Faig més zoom perquè se'm separi. Veieu què ha passat? Que he clicat l'altre punt! Anem a fer la mediatriu d'aquest amb el seu homòleg. Ara sí que està bé. I ara mediatriu d'aquest amb el seu homòleg: aquest. Ara, val? I ara sí que faig la intersecció... Què, provem els 60 o fem el que ha dit l'Adrià?

**Profesora:** *Ah, ¿no he hecho la mediatriz correctamente? Es posible. ¡Ah, ya sé qué ha pasado! Cuando le he dado a 'mediatriz', entre este punto y este punto, como hay dos puntos muy pequeños, el ratón debe haber ido al pequeño en vez del grande. Volvamos a hacerlo pues. Borro este. Espera, si borro esta recta ya se me borrará todo. Ahora no sé si esta es la que he hecho bien o mal; por lo tanto, la borro por si acaso. Hago más zoom para que se me separe. ¿Veis qué ha pasado? ¡Que he clicado el otro punto! Vamos a hacer la mediatriz de este con su homólogo. Ahora sí que está bien. Y ahora mediatriz de este con su homólogo: este. Ahora, ¿de acuerdo? Y ahora sí que hago la intersección... Qué, ¿probamos los 60 o hacemos lo que ha dicho Adrià?*

<i>Interpretación:</i>	<i>Realización de explicación sobre la construcción de una mediatriz con GeoGebra y sobre el cálculo del ángulo de giro.</i>
------------------------	--

**Grup d'alumnes:** Provem 60!

**Grupo de alumnos:** *¡Probamos 60!*

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la amplitud del ángulo de giro.</i>
------------------------	---

**Professora:** D'acord. El que deia l'Adrià és que sempre podem fer que aquest punt vermell vagi a parar aquí. Per tant li puc dir al GeoGebra: "mesura'm quant fa

aquest angle". I, per exemple, a veure si em surt ben orientat... i aquest ens dóna que és 60. O sigui, si ho haguéssim fet com ha dit l'Adrià, doncs ens hagués dit: "60" i ens haguéssim convençut de què sí que era 60 el que l'haviem de girar. Aquest 60, si no ho teníem molt clar... Però molt bé els que ho heu vist que jo li he donat al punt que no era. Anna, què vols dir?

**Profesora:** *De acuerdo. Lo que decía Adrià es que siempre podemos hacer que este punto rojo vaya a parar aquí. Por lo tanto puedo decirle a GeoGebra: "mídame cuanto hace este ángulo". Y, por ejemplo, a ver si me sale bien orientado... y este nos da que es 60. O sea, si lo hubiésemos hecho como ha dicho Adrià, pues nos hubiese dicho: "60" y nos hubiésemos convencido de que si que era 60 lo que teníamos que girarlo. Este 60, si no lo teníamos muy claro... Pero muy bien los que lo habéis visto que yo le he dado al punto que no era. Anna, ¿qué quieres decir?*

**Interpretación:** *Recapitulación sobre la obtención del ángulo de giro e invitación a la participación de un alumno.*

**Anna:** Després de fer les mediatrises què hem de fer?

**Anna:** *¿Después de hacer las mediatrices qué tenemos que hacer?*

**Interpretación:** *Petición de aclaración sobre la obtención del centro de giro.*

**Profesora:** Després de fer les mediatrises dels punts homòlegs, li hem trobat el punt d'intersecció i llavors li hem fet el gir d'aquesta casa respecte d'aquest centre dels graus... i ha anat a parar a sobre de l'altra.

**Profesora:** *Después de hacer las mediatrices de los puntos homólogos, le hemos encontrado el punto de intersección y entonces le hemos hecho el giro de esta casa respecto de este centro de los grados... y ha ido a parar encima de la otra.*

**Interpretación:** *Realización de explicación sobre la obtención del centro de giro.*

### **Episodio 5 (Explicar a través del artefacto; Generalización y conceptualización)**

**(112) Profesora:** A veure, a tothom li ha quedat clar el resum de les homotècies, de quin tipus... quantes... si volguéssim fer tipus d'homotècies segons la constant aquesta de proporcionalitat, quants tipus...?

**Profesora:** *A ver, a todo el mundo le ha quedado claro el resumen de las homotecias, de qué tipo... cuántas... si quisiésemos hacer tipos de homotecias según la constante esta de proporcionalidad, ¿cuántos tipos...?*

**Interpretación:** *Petición de comprobación sobre tipos de homotecia según la razón.*

**(113) Isabel:** Quatre.

**Isabel:** *Cuatro.*

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre tipos de homotecia.</i>
------------------------	---

**(114) Professora:** Quatre, segur? I les negatives?

<b>Profesora:</b>	<i>¿Cuatro, seguro? ¿Y las negativas?</i>
-------------------	---

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de comprobación sobre tipos de homotecia según la razón.</i>
------------------------	--

**(115) Isabel:** Però poden ser interiors al polígon?

<b>Isabel:</b>	<i>¿Pero pueden ser interiores al polígono?</i>
----------------	---

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre la posición del centro de homotecia.</i>
------------------------	--

**(116) Professora:** A veure, negatives majors que 1; negatives menors que 1; positives menors que 1; i positives majors que 1.

<b>Profesora:</b>	<i>A ver, negativas mayores que 1; negativas menores que 1; positivas menores que 1; y positivas mayores que 1.</i>
-------------------	---

<i>Interpretación:</i>	<i>Resumen sobre homotecias de razón positiva y negativa.</i>
------------------------	---

**(117) Martí:** Això què és, els tipus d'homotècia?

<b>Martí:</b>	<i>¿Esto qué es, los tipos de homotecia?</i>
---------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de aclaración sobre los tipos de homotecia.</i>
------------------------	---

**(118) Professora:** Sí, Martí. Tothom veu que aquestes... Què em farien, la figura com? Més gran o més petita?

<b>Profesora:</b>	<i>Sí, Martí. Todo el mundo ve que estas... ¿Qué me harían, la figura cómo? ¿Más grande o más pequeña?</i>
-------------------	--

<i>Interpretación:</i>	<i>Validación y petición de comprobación sobre el efecto de una homotecia en las medidas de un polígono.</i>
------------------------	--

**(119) Grup d'alumnes:** Depèn.

<b>Grupo de alumnos:</b>	<i>Depende.</i>
--------------------------	-----------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre una homotecia.</i>
------------------------	--

**(120) Professora:** No perquè siguin positives m'ho han de fer més gran. Què era el que em marca si em fa la figura més gran o més petita?

<b>Profesora:</b>	<i>No porque sean positivas me lo tienen que hacer más grande. ¿Qué era lo que me indica si me hace la figura más grande o más pequeña?</i>
-------------------	---

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre el efecto de una homotecia en las medidas de un polígono.</i>
------------------------	--

**(121) Grup d'alumnes:** La raó.

<b>Grupo:</b>	<i>La razón.</i>
---------------	------------------

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre la razón de semejanza.</i>
------------------------	--

**(122) Profesora:** Si era més gran que 1. Per tant, aquestes dues em faran que la figura final sigui més gran que l'original, i aquestes dues me la faran més petita. Llavors, el '+' aquest el que em fa..., què em fa?

**Profesora:** Si era más grande que 1. Por lo tanto, estas dos me harán que la figura final sea más grande que la original, y estas dos me la harán más pequeña. Entonces, el '+' este lo que me hace..., ¿qué me hace?

<i>Interpretación:</i>	<i>Complemento de la explicación sobre el efecto de una homotecia en las medidas de un polígono.</i>
------------------------	--

**Isabel:** La direcció.

**Isabel:** La dirección.

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición de evidencia empírica sobre el valor de la razón de una homotecia.</i>
------------------------	--

**Profesora:** La direcció, m'ho fa cap a on?

**Profesora:** La dirección, ¿me lo hace hacia dónde?

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de formalización sobre la exposición anterior de un alumno.</i>
------------------------	---

**Isabel:** Orientada...

**Isabel:** Orientada...

<i>Interpretación:</i>	<i>Formalización sobre el efecto de una homotecia de razón positiva en un polígono.</i>
------------------------	---

**(123) Profesora:** Igual d'orientada i cap allà, o depèn d'on estigui el centre... I aquests negatius què em fan?

**Profesora:** Igual de orientada y hacia allá, o depende de donde esté el centro... ¿Y estos negativos qué me hacen?

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de explicación sobre el efecto de una homotecia de razón negativa en un polígono.</i>
------------------------	---

**(124) Alba:** Fan girar el polígon.

**Alba:** Hacen girar el polígono.

<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre homotecias de razón negativa.</i>
------------------------	---

**(125) Profesora:** És que a més em faci un gir de quant?

**Profesora:** ¿Es que además me haga un giro de cuánto?

<i>Interpretación:</i>	<i>Petición de formalización sobre la amplitud de la rotación.</i>
------------------------	--

**(126) Alba:** De 180°.

**Alba:** De 180°.

**Interpretación:** Formalización sobre el ángulo de giro.

**(127) Professora:** 180°. Vam veure... Aquí ens deixat una altra opció, que sigui positiva i ni més gran ni més petita que 1, que sigui 1.

**Profesora:** 180°. Vimos... Aquí nos hemos dejado otra opción, que sea positiva y ni más grande ni más pequeña que 1, que sea 1.

**Interpretación:** Validación e invitación a la reflexión sobre otros tipos de homotecia.

**(128) Martí:** Llavors no fa res.

**Martí:** Entonces no hace nada.

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre el efecto de una homotecia cuya razón de semejanza sea igual a 1.

**(129) Professora:** No fa res, es queda igual tot. Val, és l'homotècia identitat. I si és negativa i és igual a -1?

**Profesora:** No hace nada, se queda igual todo. De acuerdo, es la homotecia identidad. ¿Y si es negativa y es igual a -1?

**Interpretación:** Formalización acerca de la homotecia identidad y petición de explicación sobre una homotecia con razón igual a -1.

**(130) Martí:** La gira 180°.

**Martí:** La gira 180°.

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre el efecto de una homotecia cuya razón de semejanza sea igual a -1.

**(131) Professora:** La gira 180°, i hi ha una altra transformació que vam veure...

**Profesora:** La gira 180°, y hay otra transformación que vimos...

**Interpretación:** Validación e invitación a la búsqueda de una nueva transformación geométrica.

**(132) Alba:** Simetria respecte d'un punt.

**Alba:** Simetría respecto de un punto.

**Interpretación:** Exposición sin argumentación sobre una transformación geométrica.

**(133) Professora:** Exacte, simetria respecte un punt. Recordeu que vam dir un gir de 180° és igual que una simetria central, doncs ara hem vist que també és igual que una homotècia de raó -1. Algú li falta alguna cosa aquí? Amb això cobrim tots els nombres?

**Profesora:** Exacto, simetría respecto de un punto. Recordad que dijimos un giro de  $180^\circ$  es igual que una simetría central, pues ahora hemos visto que también es igual que una homotecia de razón  $-1$ . ¿A alguien le falta alguna cosa aquí? ¿Con esto cubrimos todos los números?

*Interpretación:* Validación y recapitulación sobre la igualdad de algunas transformaciones geométricas.

**Martí:** Les que fan créixer.

**Martí:** Las que hacen crecer.

*Interpretación:* Exposición sin argumentación sobre una homotecia de razón positiva.

**Professora:** Les que fan créixer perquè la raó és més gran que 1. Què ens falta aquí? Tenim tots els nombres?

**Profesora:** Las que hacen crecer porque la razón es más grande que 1. ¿Qué nos falta aquí? ¿Tenemos todos los números?

*Interpretación:* Petición de comprobación sobre tipos de homotecia según la razón.

**Berta:** No, falta el 0.

**Berta:** No, falta el 0.

*Interpretación:* Exposición de evidencia empírica sobre una homotecia con razón de semejanza igual a 0.

**Professora:** Exacte, falta el 0.

**Profesora:** Exacto, falta el 0.

*Interpretación:* Validación.

**Isabel:** Però desapareix.

**Isabel:** Pero desaparece.

*Interpretación:* Establecimiento de conjetura sobre una homotecia de razón 0.

**(134) Profesora:** Si és zero... Si jo faig una homotècia de raó 0, què em farà?

**Profesora:** Si es cero... ¿Si yo hago una homotecia de razón 0, ¿qué me hará?

*Interpretación:* Petición de explicación sobre el efecto de una homotecia de razón 0.

**(135) Isabel:** Desapareix.

**Isabel:** Desaparece.

*Interpretación:* Establecimiento de conjetura sobre una homotecia de razón 0.

**(136) Professora:** Desapareix? On va a parar? Tots aquests punts del contorn de la casa 1, quins seran els seus homòlegs?

<b>Profesora:</b> <i>¿Desaparece? ¿Dónde va a parar? Todos estos puntos del contorno de la casa 1, ¿qué números serán sus homólogos?</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Petición de comprobación sobre los puntos homólogos en una homotecia.</i>

**(137) Alba:** Aniran al centre de l'homotècia.

<b>Alba:</b> <i>Irán al centro de la homotecia.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Exposición sin argumentación sobre la situación de los puntos homólogos de dos figuras geométricas.</i>

**(138) Professora:** Al centre de l'homotècia. Me'ls porta tots cap al centre; me'ls multiplica per 0. Per tant, em multiplica aquella distància per 0. M'ho concentra tot en el mateix punt. Per tant, no em transforma la casa en una altra casa, sinó que em transforma la casa sencera en un punt. Ho comprimeix tot allà. Totes aquestes són les opcions, no n'hi havia quatre sinó set.

<b>Profesora:</b> <i>Al centro de la homotecia. Me los lleva hacia el centro; me los multiplica por 0. Por lo tanto, me multiplica aquella distancia por 0. Me lo concentra todo en el mismo punto. Por lo tanto, no me transforma la casa en otra casa, sino que me transforma la casa entera en un punto. Lo comprime todo allá. Todas estas son las opciones, no había cuatro sino siete.</i>	
<b>Interpretación:</b>	<i>Complemento de la explicación acerca de una homotecia de razón 0 y recapitulación sobre tipos de homotecia según la razón.</i>

**Professora:** Ara una altra diferència, totes les figures del primer apartat, que hi havia moltes cases, totes les heu pogut aconseguir només amb una homotècia; en canvi en aquesta [apartat b] ara tots heu vist que hem necessitat dues transformacions: una homotècia i un gir. Això us ho dic per a la teoria [la professora ho anota a la pissarra]: "les figures que es poden aconseguir mitjançant una homotècia i ja està són figures homotètiques", que puc anar amb una homotècia d'una a l'altra. I les figures que hi hagut una homotècia pel mig, perquè li han canviat la mida, però necessitaria una altra transformació, què en sabeu d'aquestes figures? Què m'haguéssiu dit abans de començar el tema? Com són?

<b>Profesora:</b> <i>Ahora otra diferencia, todas las figuras del primer apartado, que había muchas casas, todas las habéis podido conseguir solo con una homotecia; en cambio en esta [apartado b] ahora todos habéis visto que hemos necesitado dos transformaciones: una homotecia y un giro. Esto os lo digo para la teoría [la profesora lo apunta en la pizarra]: "las figuras que se pueden conseguir por medio de una homotecia y ya está son figuras homotéticas", que puedo ir con una homotecia de una a otra. Y las figuras en las que ha habido una homotecia por el medio, porque le han cambiado las dimensiones, pero necesitaría</i>	
---	--

<i>otra transformación, ¿qué sabéis de estas figuras? ¿Qué me hubieseis dicho antes de empezar el tema? ¿Cómo son?</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Realización de explicación para establecer diferencias entre las figuras semejantes y las homotéticas.</i>

**Javier:** Semblants.

<i>Javier: Semejantes.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Exposición sin argumentación sobre polígonos semejantes.</i>

**Professora:** Semblants. Només són figures semblants si tenen la mateixa forma, diferent mida, però no la puc posar directament. Per tant, homotètiques és com un cas particular de les semblants. O sigui, ara aquesta i aquesta [les dues figures d'aquest problema] sí que són homotètiques; però clar, també són semblants. Totes les que mantenen la forma són semblants i, a més a més, depèn de com les col·loqui les faig homotètiques, si les puc posar de manera que una homotècia em passi d'una a l'altra, val? Per tant, ser homotètica és més que ser semblant. Moltes són semblants i només algunes a més són homotètiques.

<i>Profesora: Semejantes. Solo son figuras semejantes si tienen la misma forma, diferentes dimensiones, pero no la puedo poner directamente. Por lo tanto, homotéticas es como un caso particular de las semejantes. O sea, ahora esta y esta [las dos figuras de este problema] sí que son homotéticas; pero claro, también son semejantes. Todas las que mantienen la forma son semejantes y, además, depende de cómo las coloque las hago homotéticas, si las puedo poner de manera que una homotecia me pase de una a otra, ¿de acuerdo? Por lo tanto, ser homotética es más que ser semejante. Muchas son semejantes y solo algunas además son homotéticas.</i>	
<i>Interpretación:</i>	<i>Validación y realización de explicación para establecer diferencias entre las figuras semejantes y las homotéticas.</i>

## **ANEXO XI**

**Codificación de las respuestas a la tercera tarea de los alumnos de la profesora Sara<sup>1</sup>**

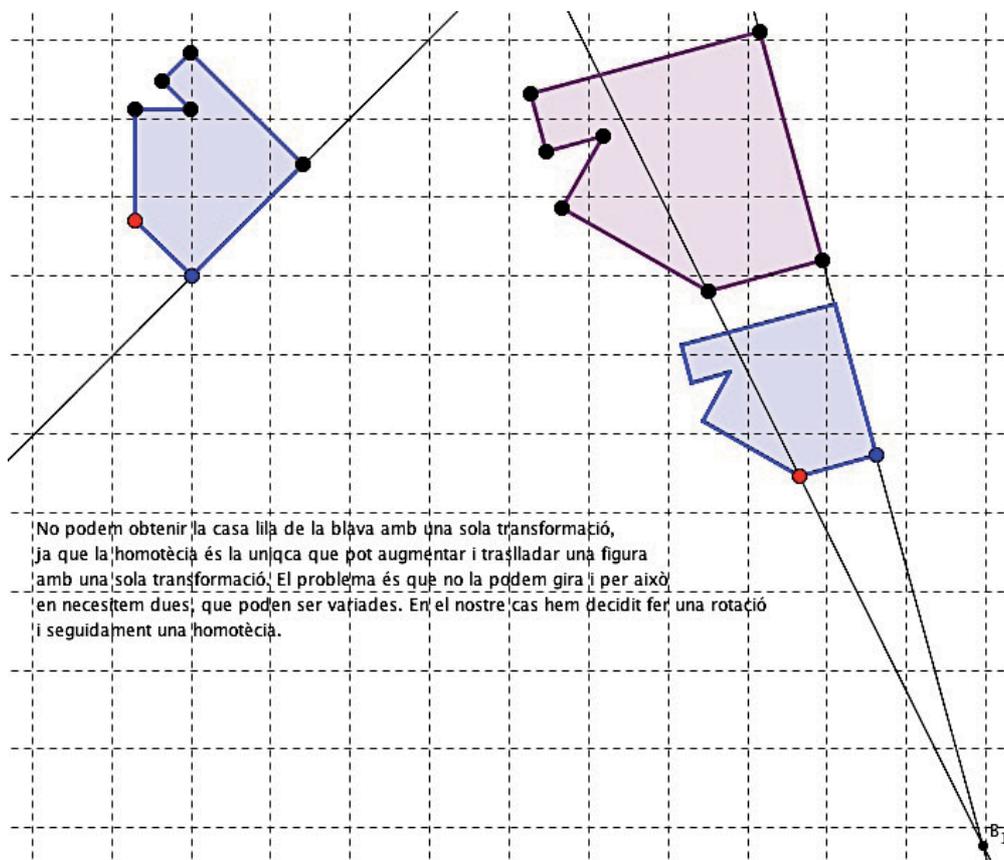
---

<sup>1</sup> Los alumnos resolvieron la tercera tarea con GeoGebra. Cada pareja obtuvo un único documento que fue modificado individualmente después de la discusión en gran grupo. En este anexo recogemos las respuestas de cada pareja de alumnos, ocho en total, así como las reflexiones individuales de los dieciséis alumnos después de la discusión en gran grupo. Los ficheros de GeoGebra de todos los alumnos se encuentran disponibles en el siguiente enlace web:

[https://sites.google.com/site/annexostesimiquelferrer/AnexoXI\\_AlumnosTarea3.zip?attredirects=0&d=1](https://sites.google.com/site/annexostesimiquelferrer/AnexoXI_AlumnosTarea3.zip?attredirects=0&d=1)



### Resolución por parejas de Adrià y Àlex



[ No podemos obtener la casa lila de la azul con una única transformación, ya que la homotecia es la única que puede aumentar y trasladar una figura con una única transformación. El problema es que no la podemos girar y por esto necesitamos dos, que pueden ser variadas. En nuestro caso hemos decidido hacer una rotación y seguidamente una homotecia. ]

### Resolución individual de Adrià

- Solución que identifica la composición de transformaciones geométricas, pero no presenta cambios antes y después de la discusión en gran grupo.

El alumno no realiza cambios en la construcción gráfica y mantiene la representación obtenida en el trabajo por parejas. Únicamente hace modificaciones en el texto del documento de GeoGebra:

No podem obtenir la casa lila de la blava amb una sola transformació, ja que la homotècia és la única que pot augmentar i traslladar una figura amb una sola transformació.

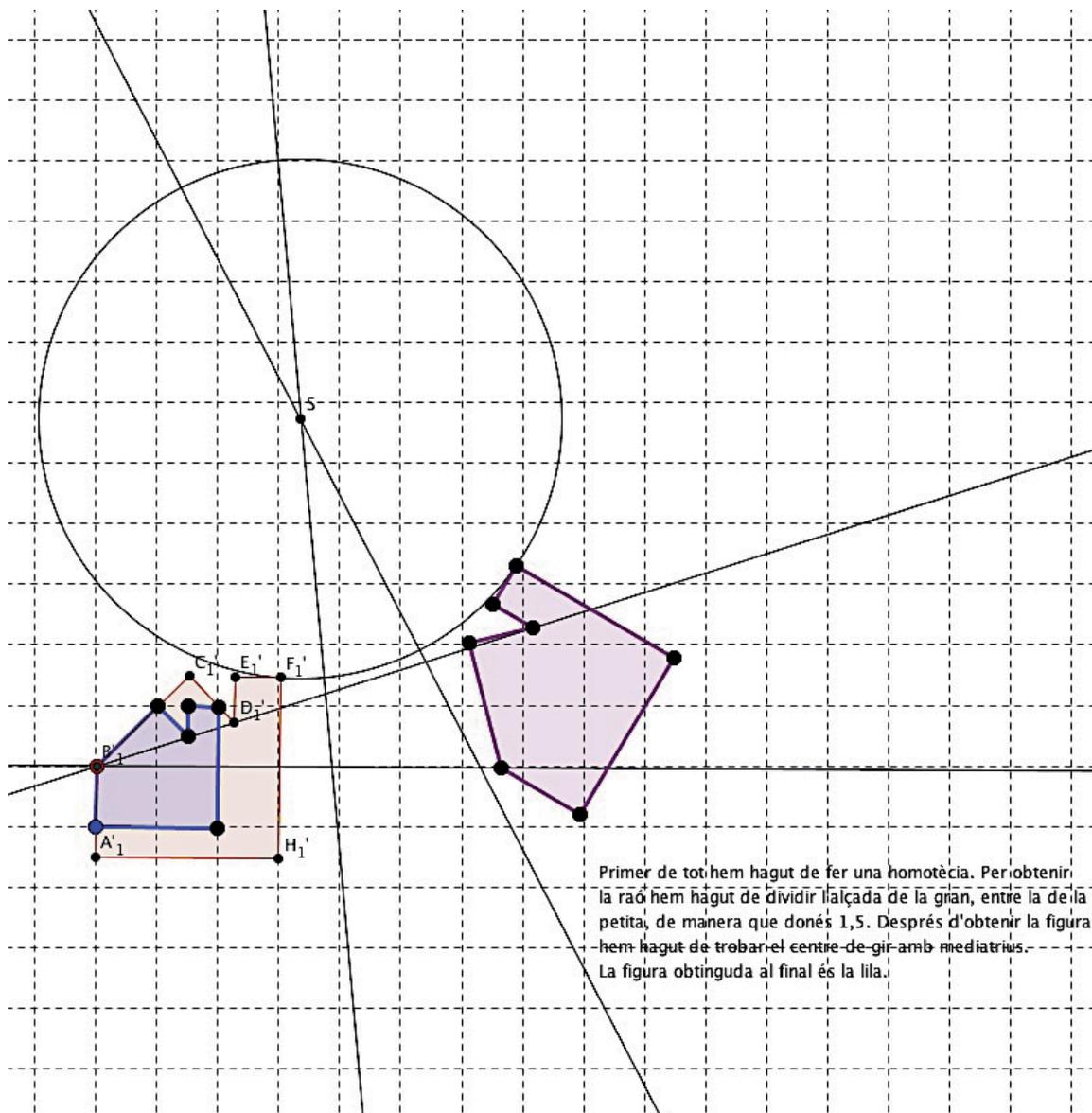
El problema és que no la podem girar i per això en necessitem dues, que poden ser variades.

En el meu cas he decidit fer una rotació i seguidament una homotècia.

[ No podemos obtener la casa lila de la azul con una única transformación, ya que la homotecia es la única que puede aumentar y trasladar una figura con una única transformación. El problema es que no la podemos girar y, por esto, necesitamos dos, que pueden ser variadas. En mi caso he decidido hacer una rotación y seguidamente una homotecia. ]

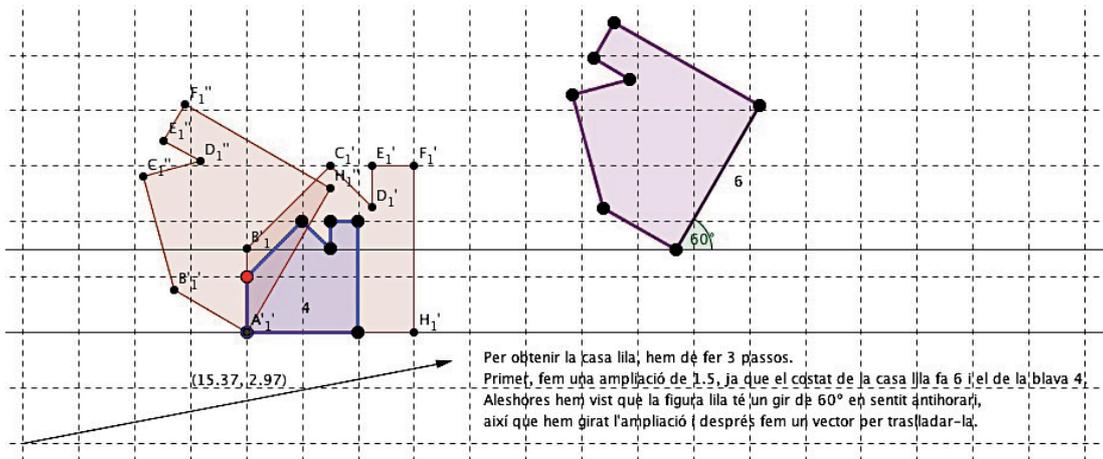
### Resolución individual de Álex

- Solución que identifica la composición de transformaciones geométricas, pero no define por completo los elementos matemáticos que las caracterizan.



[ Primero de todo hemos tenido que hacer una homotecia. Para obtener la razón hemos tenido que dividir la altura de la grande entre la de la pequeña, de manera que diese 1.5. Después de obtener la figura hemos tenido que encontrar el centro de giro con mediatricas. La figura obtenida al final es la lila. ]

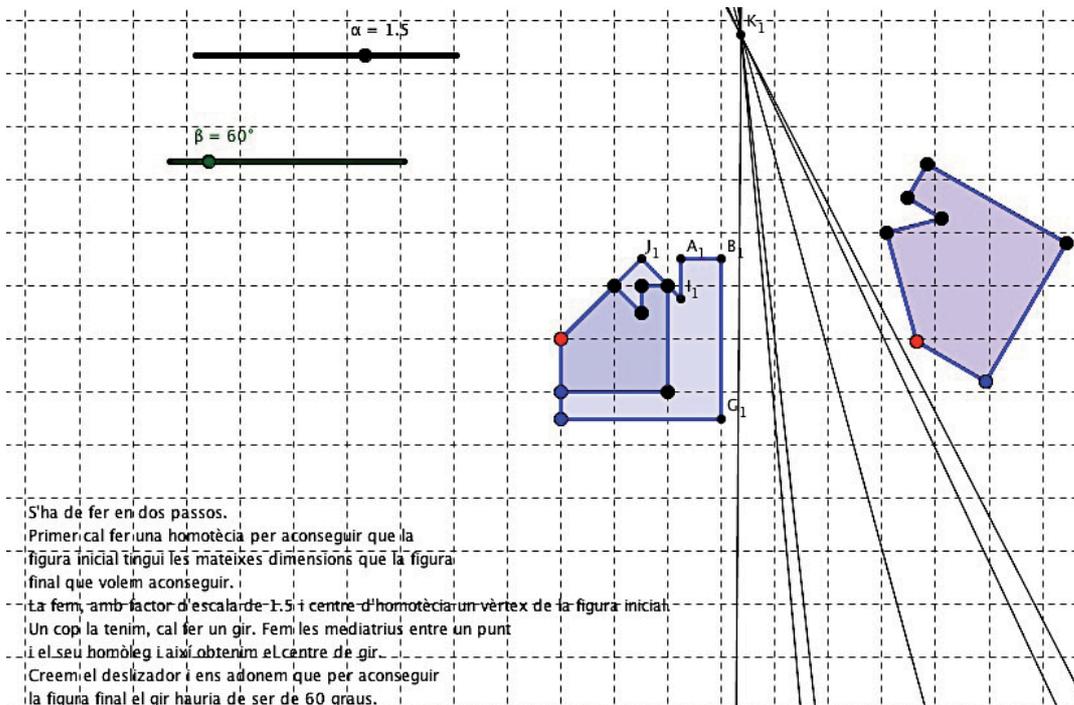
### Resolución por parejas de Alba y Carla



[ Para obtener la casa de la derecha hay que hacer 3 pasos. Primero, hacemos una ampliación de [razón] 1.5, ya que el lado de la casa violeta hace 6 y el de la azul 4. Entonces, hemos visto que la figura violeta tiene un giro de 60° en sentido antihorario, así que hemos girado la ampliación y después hacemos un vector para trasladarla. ]

### Resolución individual de Alba

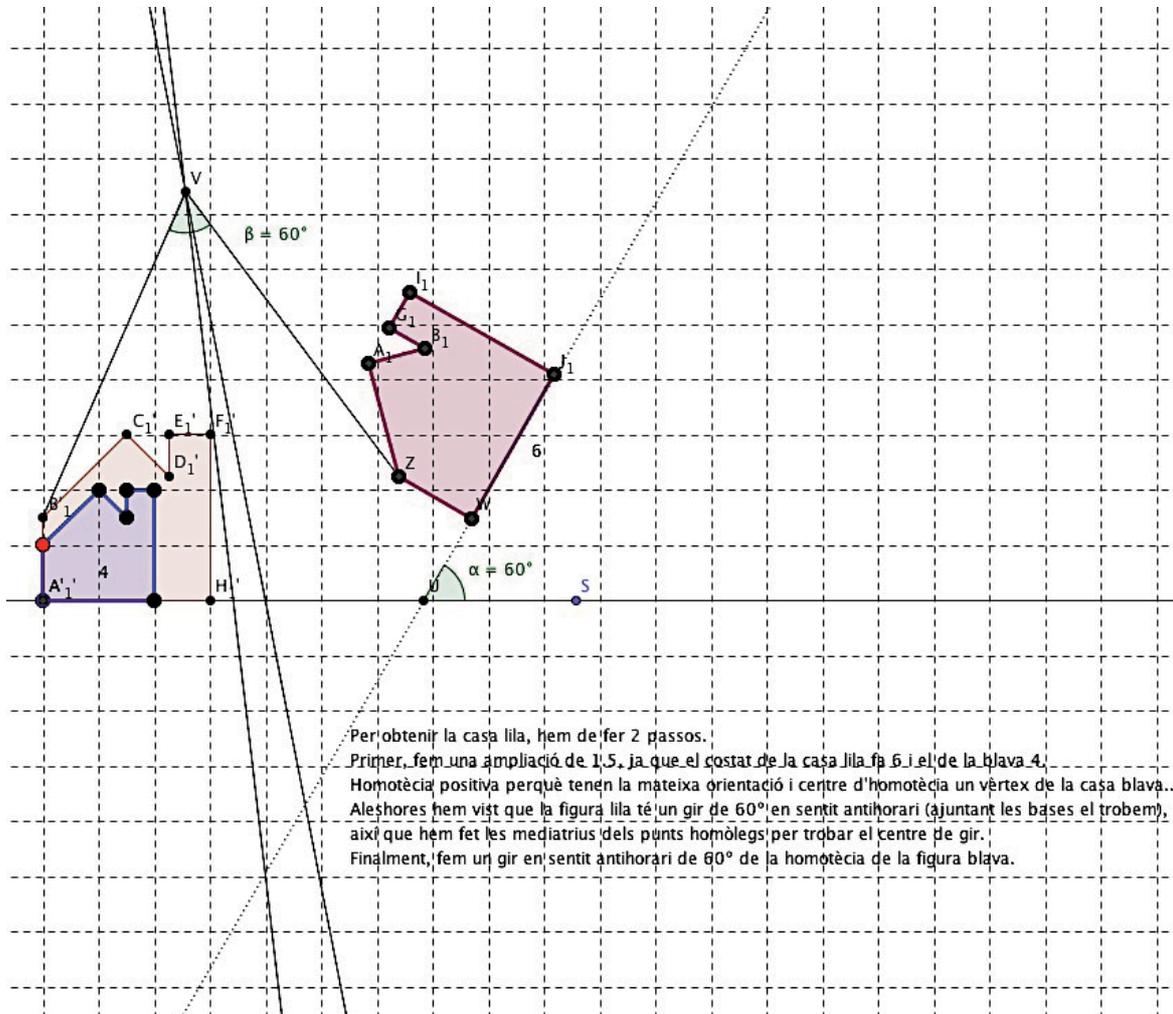
- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



[ Se tiene que hacer en dos pasos. Primero hay que hacer una homotecia para conseguir que la figura inicial tenga las mismas dimensiones que la figura final que queremos conseguir. La hacemos con factor de escala de 1.5 y centro de homotecia un vértice de la figura inicial. Una vez la tenemos, hay que hacer un giro. Hacemos las mediatrices entre un punto y su homólogo y así obtenemos el centro de giro. Creamos el deslizador y nos damos cuenta de que para conseguir la figura final el giro tendría que ser de 60 grados. ]

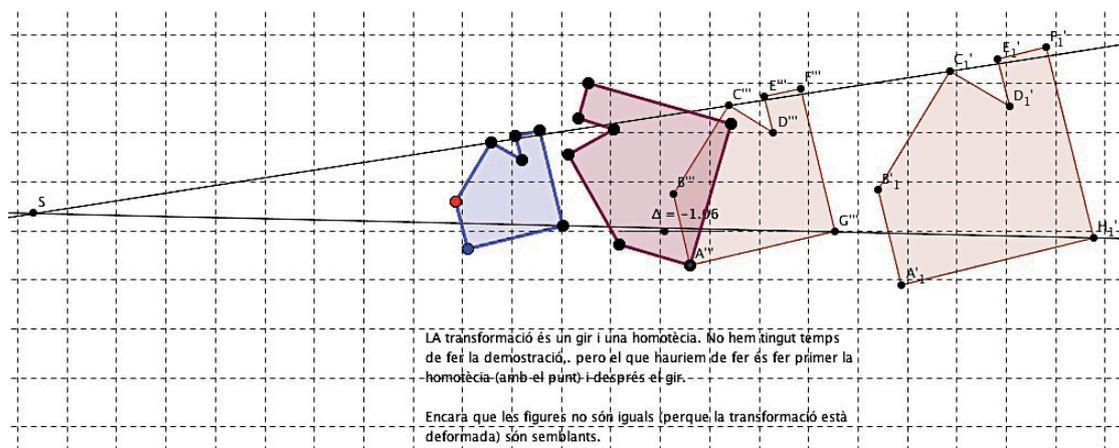
### Resolución individual de Carla

- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



[ Para obtener la casa lila hay que hacer 2 pasos. Primero hacemos una ampliación de 1,5, ya que el lado de la casa lila hace 6 y el de la azul 4. Homotecia positiva porque tienen la misma orientación y centro de homotecia un vértice de la casa blava. Entonces hemos visto que la figura lila tiene un giro de 60° en sentido antihorario (juntando las bases lo encontramos), así que hemos hecho las mediatrices de los puntos homólogos para encontrar el centro de giro. Finalmente, hacemos un giro en sentido antihorario de 60° de la homotecia de la figura azul. ]

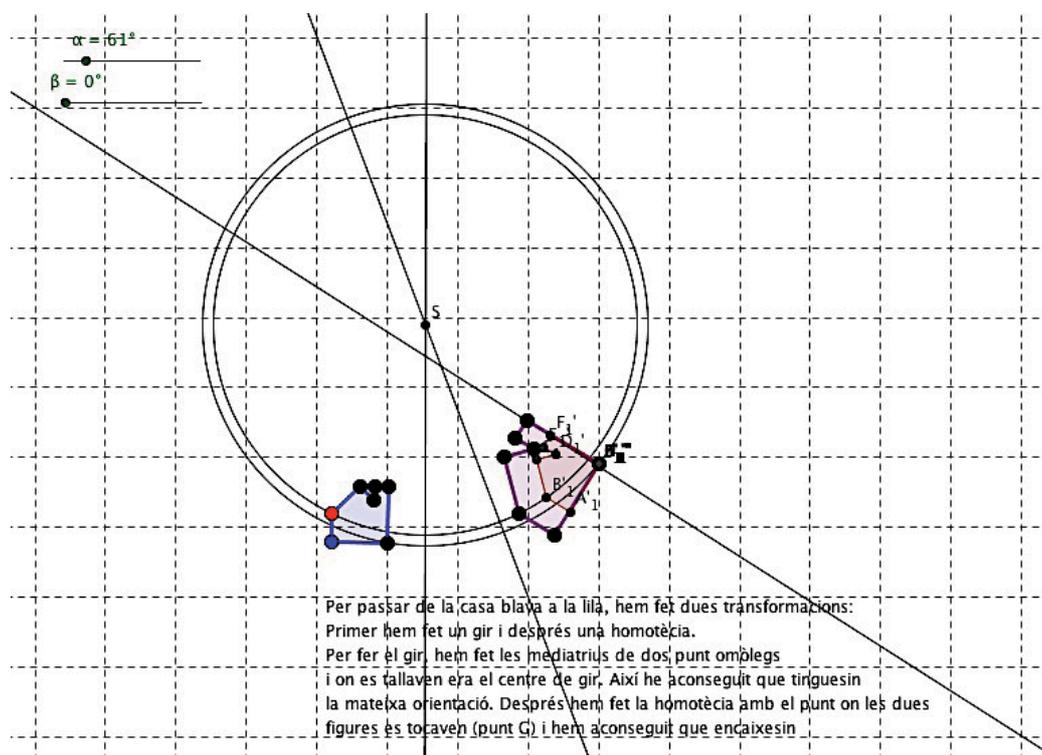
### Resolución por parejas de Anna y Mireia



[ La transformación es un giro y una homotecia. No hemos tenido tiempo de hacer la demostración, pero lo que tendríamos que hacer es hacer primero la homotecia (con el punto) y después el giro. Aunque las figuras no son iguales (porque la transformación está deformada) son semejantes. ]

### Resolución individual de Anna

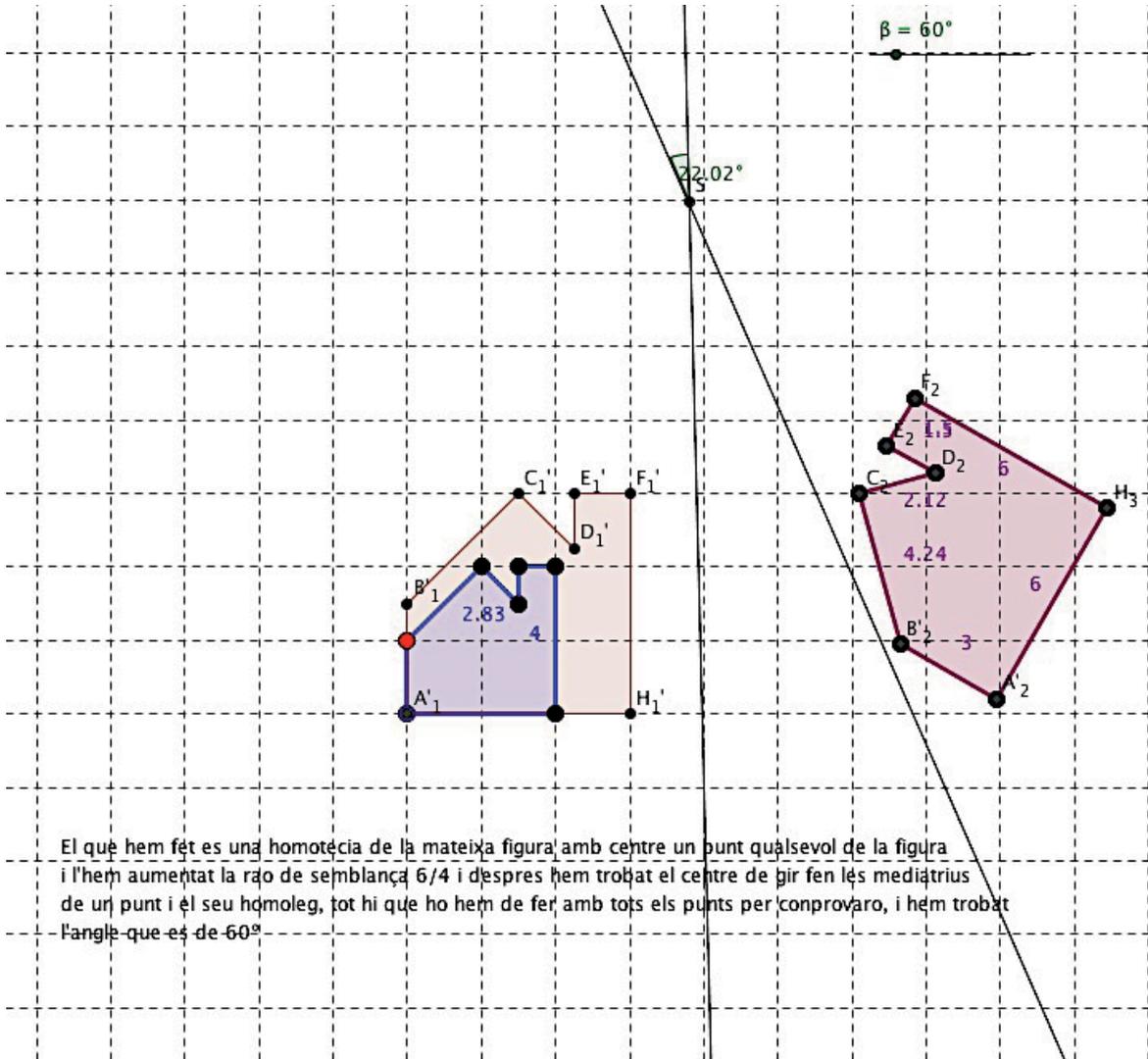
- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



[ Para pasar de la casa azul a la lila hay que hacer dos transformaciones: primero hemos hecho un giro y después una homotecia. Con relación al giro hemos hecho las mediatrices de dos puntos homólogos y donde se cortaban era el centro de giro. Así hemos conseguido que tuviesen la misma orientación. Después hemos hecho la homotecia en el punto donde las dos figuras tenían contacto (punto G) y hemos conseguido que encajasen. ]

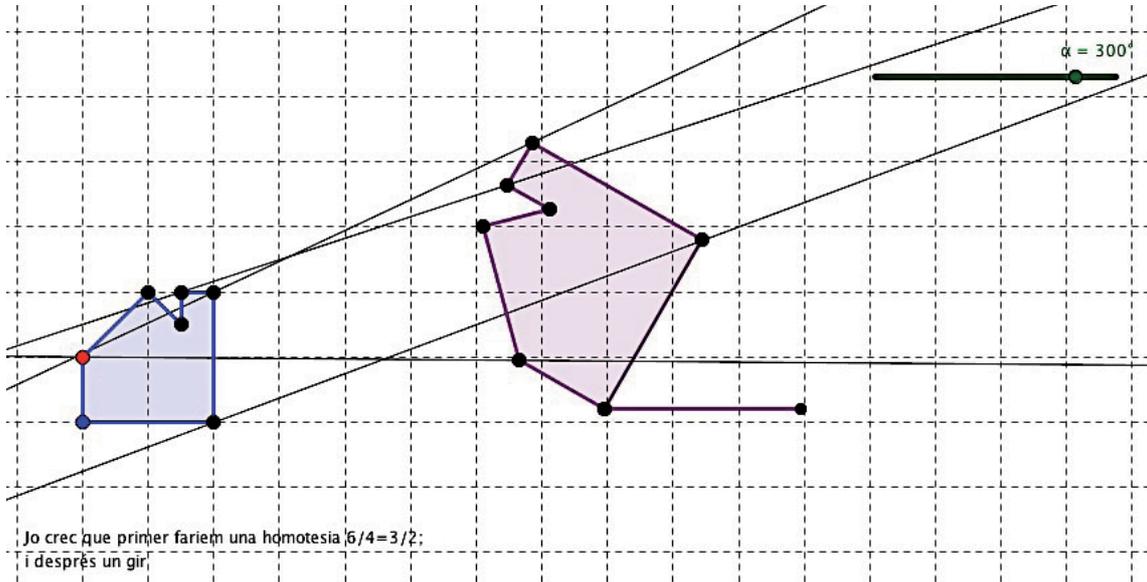
### Resolució individual de Mireia

- Solució que identifica la composició de un giro i una homotecia i detalla per complet els elements que defineixen ambdues transformacions geomètriques.



[ Lo que hemos hecho es una homotecia de la misma figura con centro un punto cualquiera de la figura y lo hemos aumentado la razón de semejanza, 6/4, y después hemos encontrado el centro de giro haciendo las mediatrises de un punto y su homólogo, aunque tenemos que hacerlo con todos los puntos para comprobarlo, y hemos encontrado el ángulo que es de 60°. ]

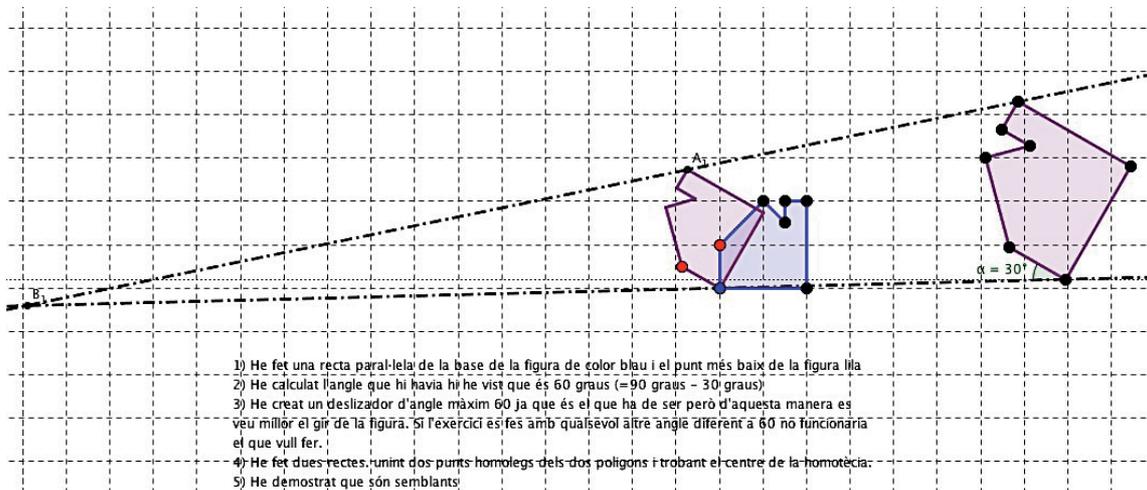
### Resolución por parejas de Belén y Saray



[ Yo creo que primero haríamos una homotecia  $6/4 = 3/2$ ; y después un giro. ]

### Resolución individual de Belén

- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



[ 1) He hecho una recta paralela de la base de la figura de color azul y el punto más bajo de la figura lila.

2) He calculado el ángulo que había y he visto que es de 60 grados (= 90 grados - 30 grados).

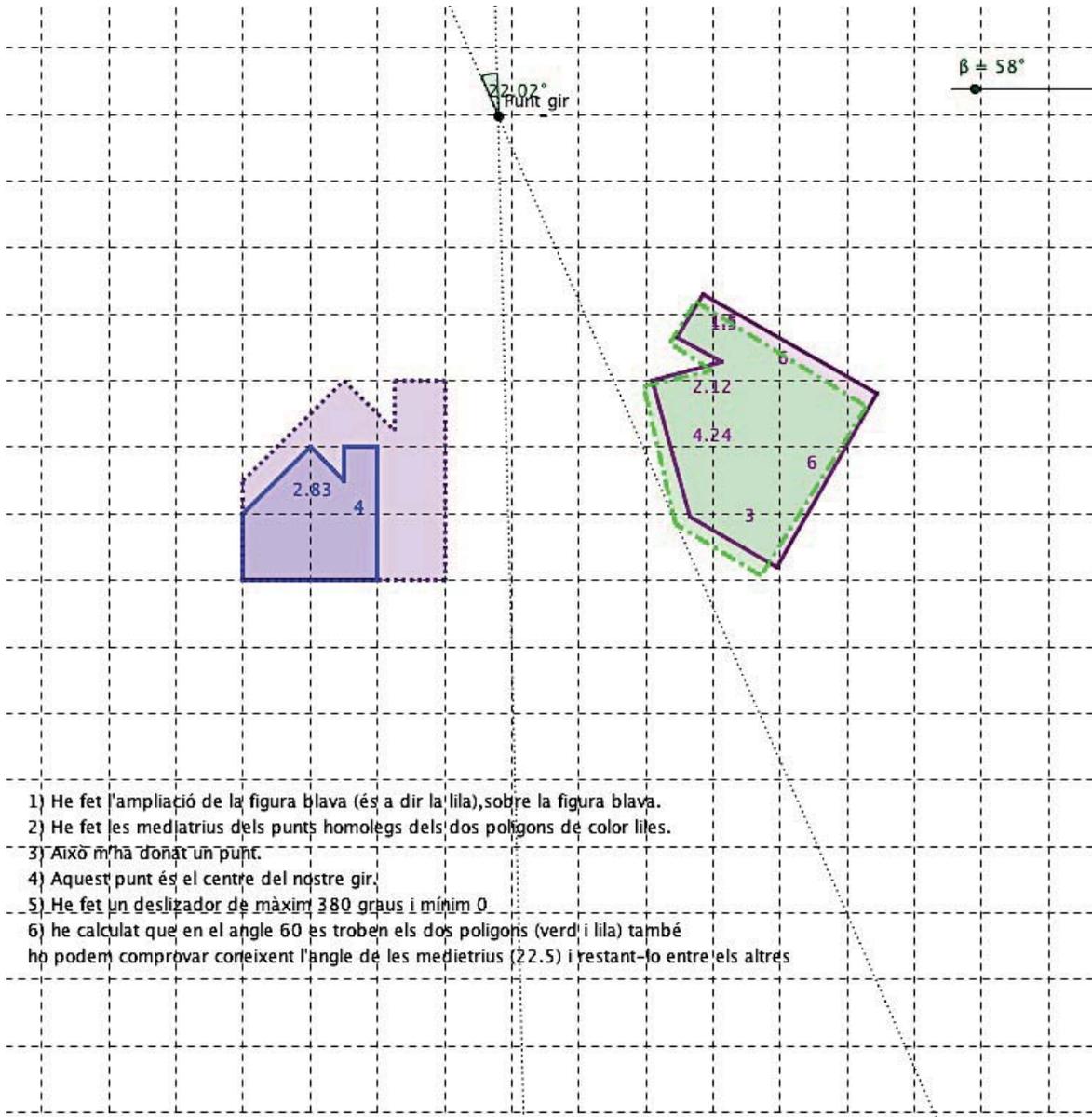
3) He creado un deslizador de ángulo máximo 60 ya que es el que tiene que ser pero de esta forma se ve mejor el giro de la figura. Si el ejercicio se tuviese que hacer con cualquier otro ángulo diferente de 60 no funcionaría lo que quiero hacer.

4) He hecho dos rectas uniendo dos puntos homólogos de los dos polígonos y encontrando el centro de la homotecia.

5) He demostrado que son semejantes. ]

### Resolució individual de Saray

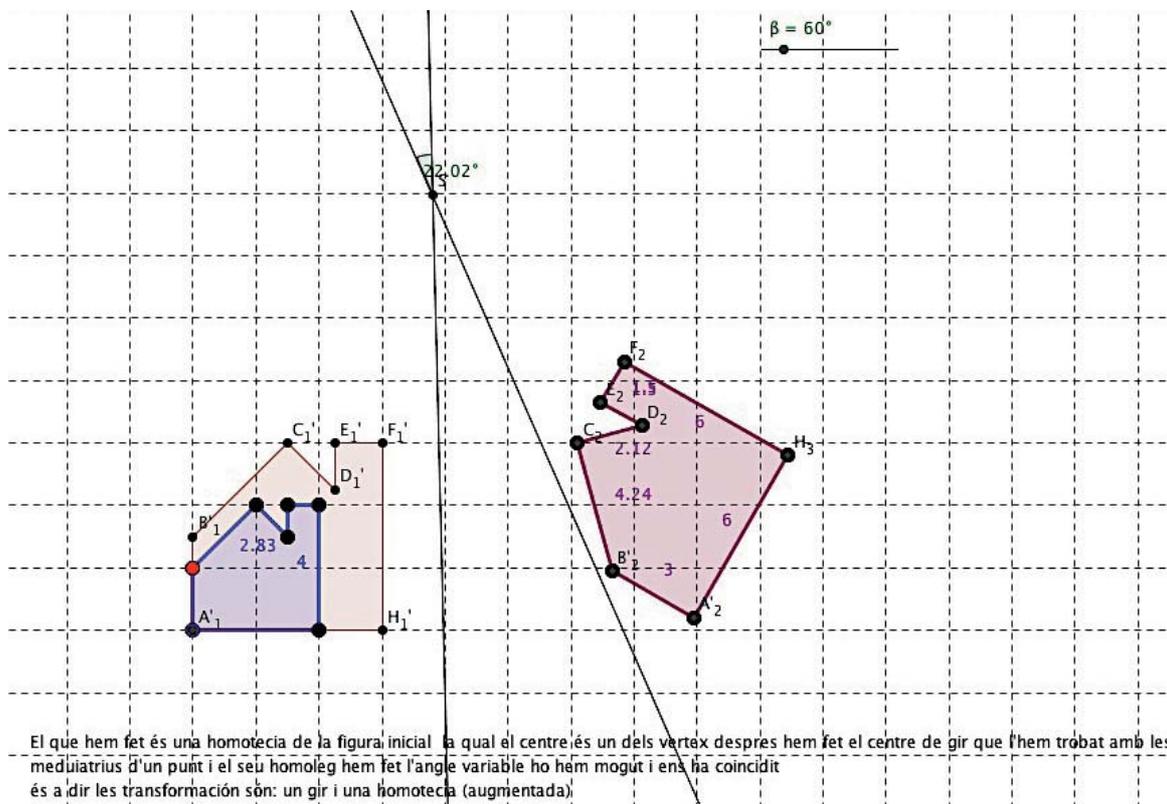
- Solució que identifica la composició de un giro i una homotecia i detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



- 1) He fet l'ampliació de la figura blava (és a dir la lila), sobre la figura blava.
- 2) He fet les mediatrises dels punts homòlegs dels dos polígons de color lila.
- 3) Això m'ha donat un punt.
- 4) Aquest punt és el centre del nostre gir.
- 5) He fet un desplaçador de màxim 380 graus i mínim 0.
- 6) he calculat que en el angle 60 es troben els dos polígons (verd i lila) també ho podem comprovar coneixent l'angle de les medietrises (22.5) i restant-lo entre els altres

- [ 1) He hecho la ampliación de la figura azul (es decir la lila) encima de la figura azul.  
 2) He hecho las mediatrices de los puntos homólogos de los dos polígonos de color lila.  
 3) Esto me ha dado un punto.  
 4) Este punto es el centro de nuestro giro.  
 5) He hecho un desplazador de máximo 380 grados y mínimo 0.  
 6) He calculado que en el ángulo 60 se encuentran los dos polígonos (verde y lila); también lo podemos comprobar conociendo el ángulo de las mediatrices (22.5) y restándolo entre los otros. ]

### Resolución por parejas de Berta e Irene



[ Lo que hemos hecho es una homotecia de la figura inicial, el centro de la cual es uno de los vértices; después hemos hecho el centro de giro que hemos encontrado con las mediatrices de un punto y su homólogo; hemos hecho el ángulo variable; lo hemos movido y nos ha coincidido; es decir, las transformaciones son: un giro y una homotecia (aumentada). ]

#### Resolución individual de Berta

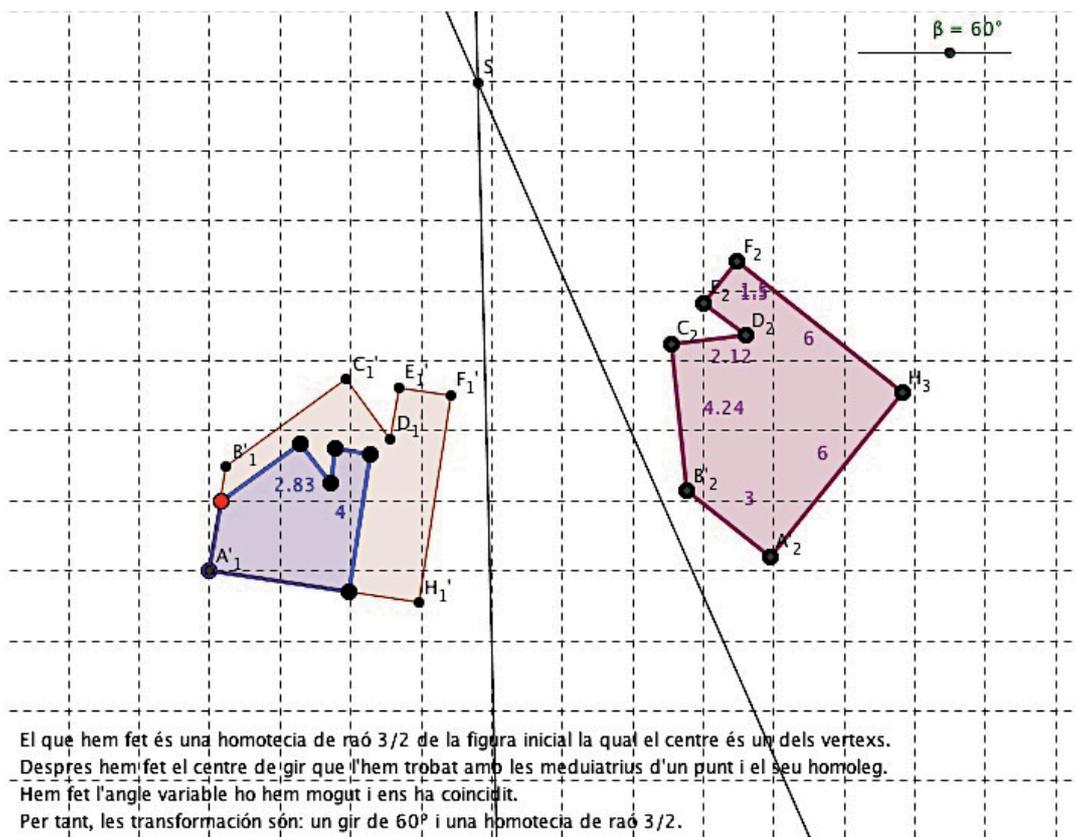
- Solución que identifica la composición de transformaciones geométricas, pero no presenta cambios antes y después de la discusión en gran grupo.

La alumna no realiza cambios en su documento de GeoGebra después de la discusión en gran grupo.

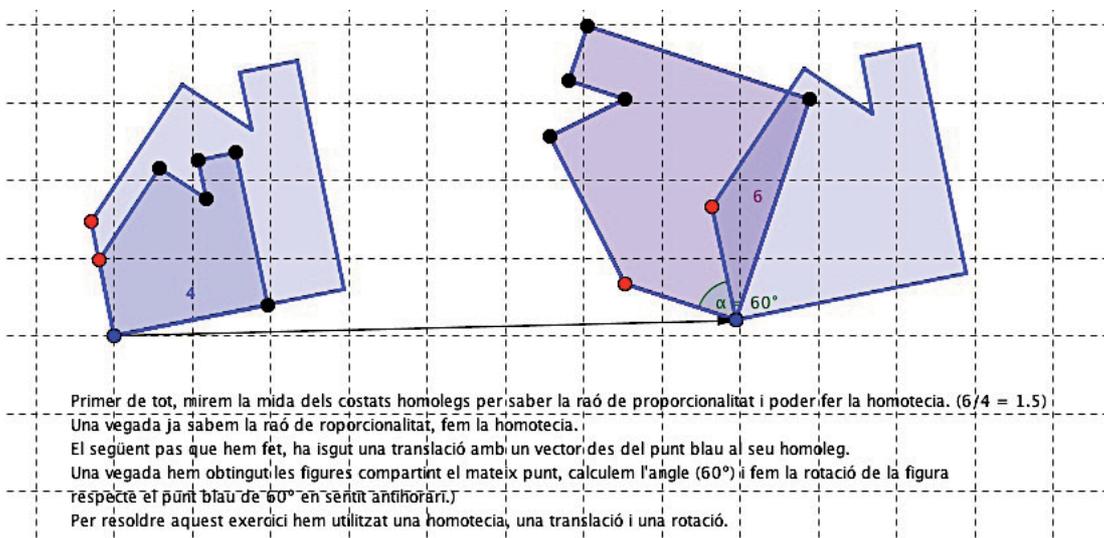
#### Resolución individual de Irene

- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.

[ Lo que hemos hecho es una homotecia de razón 3/2 de la figura inicial, el centro de homotecia de la cual es uno de los vértices. Después hemos hecho el centro de giro, que hemos encontrado con las mediatrices de un punto y su homólogo. Hemos hecho el ángulo variable, lo hemos movido y nos ha coincidido. Por lo tanto, las transformaciones son: un giro de 60° y una homotecia de razón 3/2. ]



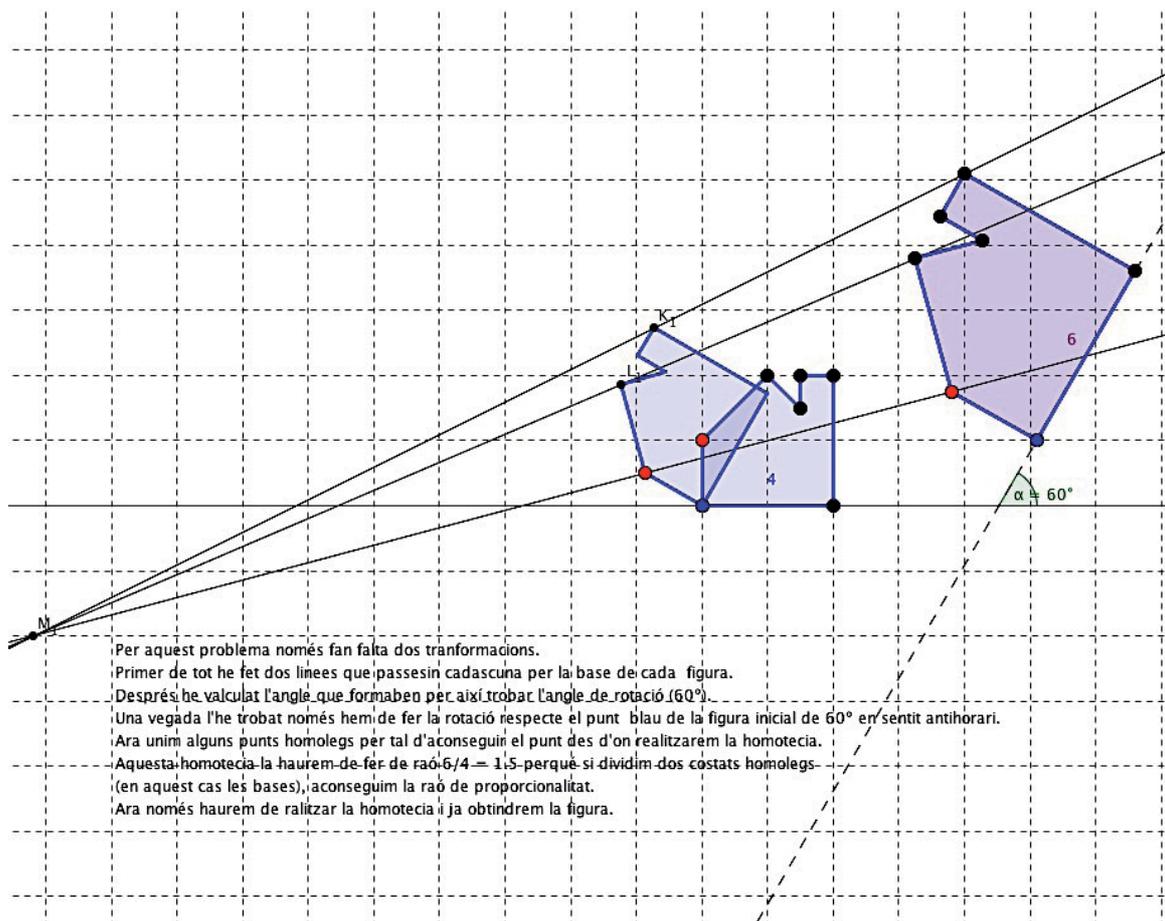
### Resolución por parejas de Eduardo y Javier



[ Primero de todo, miramos la medida de los lados homólogos para saber la razón de proporcionalidad y poder hacer la homotecia ( $6/4 = 1.5$ ). Una vez ya sabemos la razón de proporcionalidad, hacemos la homotecia. El siguiente paso que hemos hecho ha sido una translación con un vector desde el punto azul hasta su homólogo. Una vez hemos obtenido figuras compartiendo el mismo punto, calculamos el ángulo ( $60^\circ$ ) y hacemos la rotación de la figura respecto del punto azul, de  $60^\circ$  en sentido antihorario. Para resolver este ejercicio hemos utilizado una homotecia, una translación y una rotación. ]

### Resolución individual de Eduardo

- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.



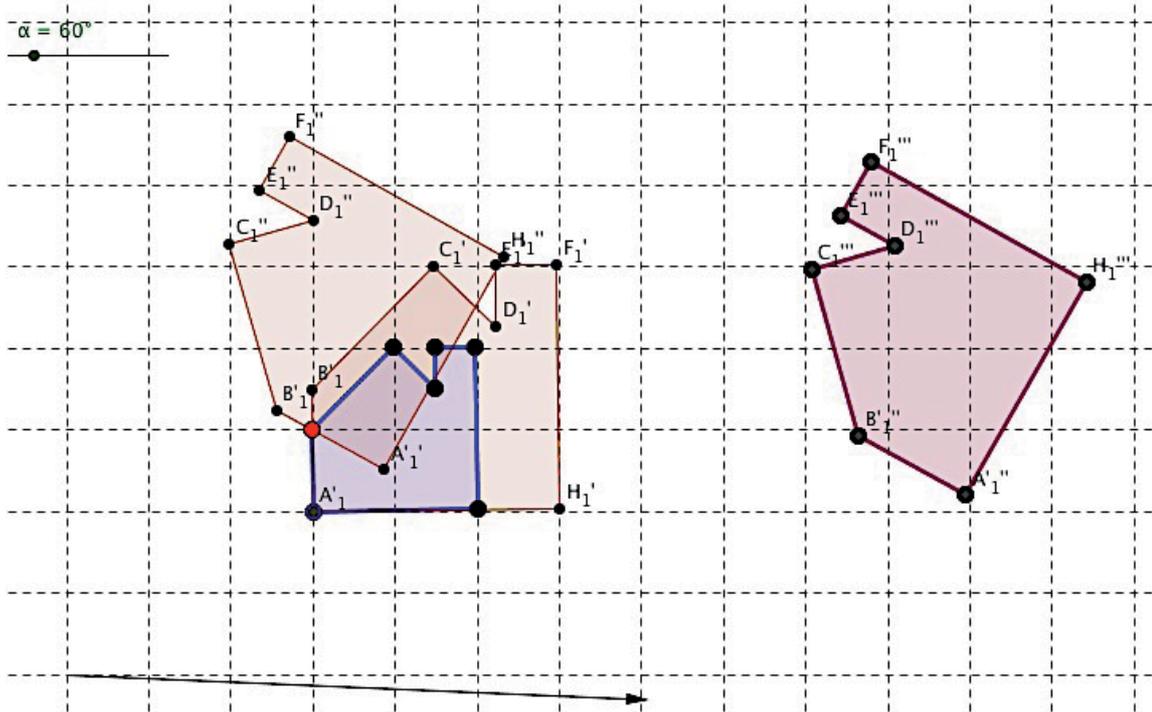
[ Para este problema solo hacen falta dos transformaciones. Primero de todo he hecho dos líneas que pasasen cada una por la base de cada figura. Después he calculado el ángulo que formaban para así encontrar el ángulo de rotación ( $60^\circ$ ). Una vez lo he encontrado solo tenemos que hacer la rotación respecto del punto azul de la figura inicial de  $60^\circ$  en sentido antihorario. Ahora unimos algunos puntos homólogos para conseguir el punto desde donde realizaremos la homotecia. Esta homotecia la tendremos que hacer de razón  $6/4 = 1,5$ , porque si dividimos dos lados homólogos (en este caso las bases) conseguimos la razón de proporcionalidad. Ahora solo tenemos que realizar la homotecia y ya obtendremos la figura. ]

### Resolución individual de Javier

- Solución que identifica la composición de transformaciones geométricas, pero no presenta cambios antes y después de la discusión en gran grupo.

El alumno no realiza cambios en su documento de GeoGebra después de la discusión en gran grupo.

### Resolución por parejas de Isabel y María



### Resolución individual de Isabel

- Solución que identifica la composición de un giro y una homotecia y detalla por completo los elementos que definen ambas transformaciones geométricas.

Aquest problema es pot fer de diferents formes. En aquest cas primer he calculat la inclinació de la casa lila i després he inclinat el mateix la casa blava (gir de 60°). Seguidament he trobat el centre de homotecia unint els punts homòlegs i he fet una homotecia amb raó de semblança 3/2.

Dues figures que siguin semblants no vol dir que siguin homotètiques; En canvi, si dues figures són homotètiques sí que són semblants.

Raons de semblança:  
 $0 < k < 1$  → reducció  
 $k > 1$  → ampliació  
 $k = 1$  → reducció, homotecia + gir de 180°  
 $k = -1$  → ampliació, homotecia + gir de 180°  
 $k = -1$  → simetria central = gir de 180°  
 $k = 1$  → figura invariant

[ Este problema se puede hacer de diferentes formas. En este caso primero he calculado la inclinación de la casa lila y después he inclinado lo mismo la casa azul (giro de 60°). Seguidamente he encontrado el centro de homotecia uniendo los puntos homólogos y he hecho una homotecia con razón de semejanza 3/2.

Das figuras que sean semejantes no quiere decir que sean homotéticas; en cambio, si dos figuras son homotéticas sí que son semejantes. ]

### Resolució individual de María

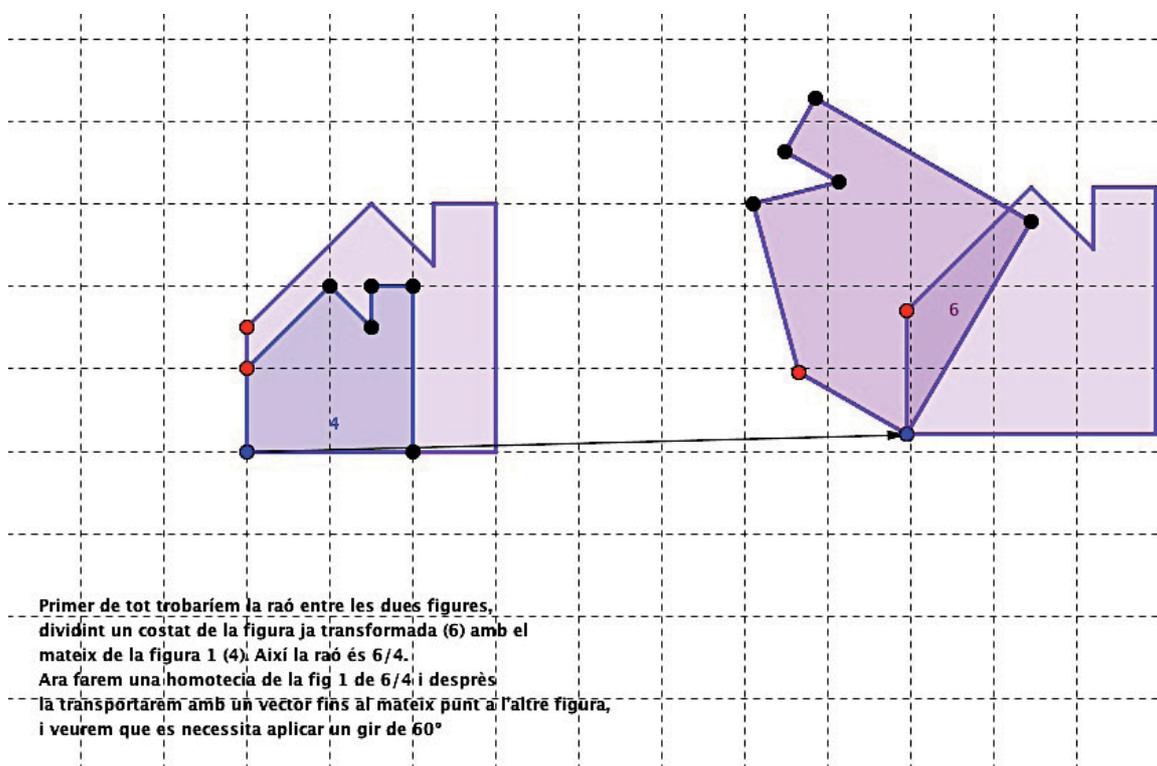
- Solució que identifica la composició de transformacions geomètriques, però no defineix per complet els elements matemàtics que les caracteritzen.

La alumna no realitza canvis en la construcció gràfica, ja que manté la representació obtinguda en el treball per parelles. Únicament fa modificacions en el text del document de GeoGebra:

He fet tres transformacions: una homotècia, un gir i una translació.

[ He hecho tres transformaciones: una homotecia, un giro y una translación. ]

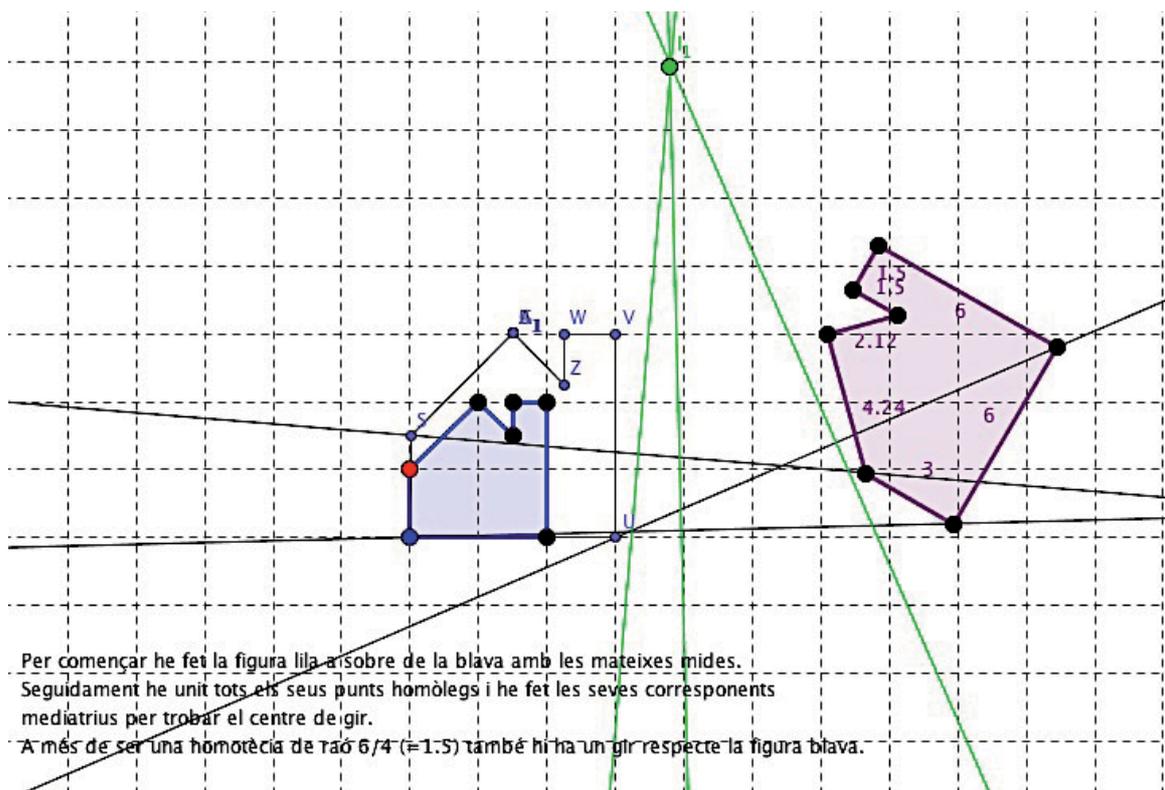
### Resolució per parelles de Martí y Oriol



[ Primero de todo encontraríamos la razón entre las dos figuras, dividiendo un lado de la figura ya transformada (6) con el mismo de la figura 1 (4). Así la razón es 6/4. Ahora haremos una homotecia de la figura 1 de 6/4 y después la transportaríamos con un vector hasta el mismo punto de la otra figura, y veremos que se necesita aplicar un giro de 60°.]

### Resolució individual de Martí

- Solució que identifica la composició de transformacions geomètriques, però no defineix per complet els elements matemàtics que les caracteritzen.



[ Para empezar he hecho la figura lila encima de la azul con las mismas dimensiones. Seguidamente he unido todos sus puntos homólogos y he hecho sus correspondientes mediatrices para encontrar el centro de giro. Además de ser una homotecia de razón  $6/4 (=1.5)$  también hay un giro respecto de la figura azul. ]

### Resolució individual de Oriol

- Solució que identifica la composició de transformacions geomètriques, però no presenta canvis abans i després de la discussió en gran grup.

El alumno no realitza canvis en su documento de GeoGebra després de la discussió en gran grup.