

## C. GÈNESI DE LES ESTRATÈGIES ESTIMATIVES DE L'ORDENACIÓ A L'AUTOMATITZACIÓ INTUÏTIVA

Arribar a la automatització intuïtiva com a estadi de perfecció estratègica, implica per una banda, un camí maduratiu que justifica aquesta evolució i categorització de les estratègies però, per l'altre, la coexistència paral·lela de diferents nivells, demostra també, que aquesta maduració no és escalonada ni lineal. La variabilitat d'estratègies mentals que es posen en joc per poder quantificar el valor mètric de la longitud, no apareixen amb un gradient fàcilment detectable sinó que sovint apareixen interconnexionades i barrejades en un mateix individu i fins i tot en una mateixa prova, fet que evidencia que aquestes són impulsades i determinades per factors diversos i aliens als purament derivats de la gènesi madurativa.

Com a característiques fonamentals de l'evolució de les estratègies estimatives des dels estadis més primerencs de tipus premètric fins a les d'automatització estimativa, poden senyalar-se les següents:

1. *L'evolució madurativa de les estratègies no és lineal*
2. *L'estratègia està íntimament relacionada amb el recurs que s'aplica*
3. *La intuïció global prèvia resulta necessària per a efectuar l'acte estimatiu*
4. *Les característiques perceptuals de la forma incideixen en les estratègies*

### 1. L'evolució madurativa de les estratègies és multidireccional

La valoració quantitativa de la mesura de l'estimació evoluciona, com ja hem vist, des dels estadis premètrics on les mesures s'estableixen únicament fruit de l'existència d'una ordenació, fins a la intuïció estimativa on aquesta capacitat no necessita d'automatismes ni estratègies operatives per tal de poder valorar-ne la quantificació. Entre ambdues situacions hi ha un seguit de posicions intermèdies que possibiliten la substitució de les valoracions qualitatives per les quantitatives.

Coexistent paral·lelament amb la situació ordenativa, la valoració quantitativa subjectiva es justifica també tal i com es va constatar en el GEP (Grup Experimental de Primària) o en el GES (Grup Experimental de El Salvador) sota raonaments ordenatius i amb expressió de termes semàntics indefinits de com " a cop d'ull", "es veu", .... En la mostra selectiva es constata, també, en diversos casos, aquesta coexistència dels termes lògics ordenatius i de sincretisme perceptiu com a justificadors dels raonaments de mesura. Semblaria ser doncs, el sincretisme perceptiu, un estadi evolutiu que té encara fortes reminiscències en la fase premètrica en la qual hom té garantia de seguretat. Aquesta aparició és més tan més intensa quan menys es controla el context i menys domini es posseeix, sent plenament lògic, per tant, que sigui més freqüent en les estimacions d'espitals que no en les dels segments rectilinis i en alumnes de primària que en els universitaris.

- *...Pero basándome en esas medidas, la siguiente tiene igual de dobleces.... Igual de dobleces que la otra, pero lo único que más anchas, más amplias. Esto significa que al estirla pues va a dar más ampliación a la medida y ya por eso le he calculado el metro completo. La otra, los... las curvas, éstos, los dobleces, pues los tiene más pequeñas pero son finas ¿no? y comparando al otro, pues, siempre basándose en la unidad del metro, valoro que puede llegar a la mitad. El último igual solo tiene tres, dos dobleces pero son gigantescos, o sea son más grandes... Esto pues, en mi mente, significa que estirándolo hasta el primer doblez, pues puede llegar hasta el segundo, ya para dar el segundo doblez puede dar el metro y puede medir más o menos veinte centímetros. (Medardo)*

- *Primer bueno, primer ho he estirat com abans i després he mesurat a pams i així, però en aquí primer he mirat... primer un estava més cargolada que l'altre i com que era ... la rodona era més petita, semblava més curt... però era més llarg (Isidre)*

Així doncs, les estratègies operatives són posteriors a les purament ordenatives o a les valoracions perceptuals subjectives ja que impliquen dominis d'estructures lògiques de pensament com són la comparació i igualació molt més complexes que la pura ordenació; i a més, el concepte d'unitat. És evident, també, que entre les operatives, la complementarietat i la composició additiva necessiten d'estratègies operatives menys dificultoses que les de tipus proporcional o les algorísmiques. Aquesta graduació de dificultat fa que les estratègies aplicades tinguin, per tant, uns moments propicis d'utilització o el que és el mateix, segon el nivell maduratiu que el context ha impulsat en la capacitat estimativa d'una persona, les estratègies que s'utilitzaran quedaran modificades per aquesta mateixa evolució personal.

La composició additiva simple és l'estratègia operativa que necessita de menys domini de representacions mentals, ja que únicament cal el control d'una unitat que s'aplica sobre l'objecte. La complementarietat, al contrari, implica molt sovint la composició additiva i posteriorment cal modificar la unitat que hom ha retingut com a representació mental per, normalment, una d'altra de diferent que permeti efectuar pels processos pròpiament de complementació. Pot dir-se que la complementació es construeix a partir de la composició o que és una adquisició posterior, fet que es constata pel major ús que se'n fa de la composició en totes les mostres.

Cal esmentar la particular situació de la complementarietat respecte la discriminació del metre, estratègia que si bé cal catalogar-la com de complementació, té importants connotacions que la connecten amb la composició, de manera que individualment resulta ser l'estratègia nuclear més utilitzada, com ho és, també, l'additiva per pams. Aquesta circumstància fa que, ambdues, comparteixin un ús paral·lel.

## **2. Les estratègies estan íntimament relacionades amb els procediments i recursos que s'apliquen**

En bona mesura l'estratègia mental que s'aplica està determinada pel contrast existent entre longitud perimetral i longitud unitària de manera que quan la unitat resulta molt semblant a l'objecte, llavors la complementació és l'estratègia més utilitzada i si, al contrari, la diferència entre ambdues resulta molt contrastable, llavors és la composició additiva la que resulta més adient. La estratègia, per tant, no és tan fruit directe d'una determinada evolució madurativa com del recurs que un utilitza, però considerant tanmateix, que el recurs o la tipologia unitària que hom emprà, sí té a veure amb la maduració de la capacitat estimativa, llavors, també indirectament les estratègies es relacionen amb l'estadi maduratiu de la capacitat estimativa.

De la mateixa manera pot entreveure's que l'estratègia té una íntima connotació respecte al mètode i a la tècnica que s'apliquen com a procediments. El fet d'utilitzar una de les formes o objectes com a unitat referencial respecte les altres, porta a emprar més les estratègies de complementació que qualsevol altra, igual que succeeix en el fet d'establir relacions ordenatives; per contra el mesurar independentment cada cas, obre les portes a l'aplicació de múltiples estratègies. També la tècnica que hom utilitza, que a voltes apareix sota termes semàntics genèrics com "*a cop d'ull*", "*es veu*", ... potencia una determinada tipologia d'estratègies com són les sobreposicions i les rectificacions parcials que porten més a algorismitzacions que no pas les totals; de la mateixa manera que la sobreposició total dirigeix més a la composició additiva que no pas la curvalització, la quadratura o la rectificació que possibilita més, les accions de complementarietat.

### 3. La intuïció global prèvia és imprescindible per l'acte estimatiu

L'aplicació de la majoria d'estratègies integrades en l'acte estimatiu no és quelcom que s'estructura per acumulació parcial de parts desconexionades sinó que hom les efectua de manera diferenciada i sota una estructuració lògica i coherent que configura les fases de l'acció estimativa. En tot procés estimatiu s'aprecia l'existència, tal i com explica l'Anna B. d'una doble anàlisi valorativa:

a.- *del context global*

b.- *de les formes i longituds individuals*

- *E.- Has mesurat un a un?. N'has pres algun com a referència? ... Què has fet?.*
- *A.B.- Al començament sí que he fet una comparació general entre ells, però després mentre ho anava fent, cada cas a sigut un cas.*

En les explicacions d'en Josep podem apreciar a més aquesta doble estructuració, una explicació que permet un aprofundiment en cada una d'aquestes fases:

- *E.- Josep, has dit abans que degut a que per exemple jugues a golf et veus obligat a intuir mesures més llargues que les que necessites en la feina. El que ara et pregunto és si actues igual en els dos casos o no, és a dir, en els dos veus de cop, per intuïció com tu has dit, la mesura o necessites fer alguna cosa per saber-la?.*
- *J.- Home... Què et diré ara... Doncs... Més o menys sí.*
- *E.- Què vols dir amb més o menys sí?.*
- *J.- Doncs que a vegades sí que sé la mesura sense pensar-ho gaire com si diguéssim. O sigui a la feina les coses normalment ja ho veig i quan les llargades són molt més, també ho intueixo.*
- *E.- Però en aquestes més llargues què fas normalment?. La mesura la veus de seguida?.*
- *J.- Ostres, no!. No sempre... Moltes vegades em sembla el que fa, penso fa tant! però per assegurar-ho, llavors ho comparo amb mesures més petites que puc saber millor. Per exemple puc intentar veure trossos de cinquanta metres o vint o diferents i així per parts, llavors puc veure si ho havia pensat bé.*
- *E.- O sigui que primer sols mirar quant fa globalment i després, en cas de dubte ho recomproves posant mesures que les veus més clares o que les tens més dominades; és això.*
- *J.- Sí.*
- *E.- Tornem a la prova que estem fent. En aquest cas que hi havia varis llistons alhora què has fet alhora de prendre la decisió de començar, hi ha hagut quelcom que t'hagi fet començar per alguna de determinada?.*
- *J.- No sé... no sé què vols dir... Osti és difícil això que em preguntes.*
- *E.- A veure... vull dir si per exemple primer has fet alguna valoració general o si has començat per una prescindint de les altres, com si no hi fossin o sense haver-les ni mirat...?.*
- *J.- Doncs ... no sé... Bueno si que he vist unes de més grans que altres i més o menys les que eren de metre o més petites o més grans... però sense saber-ho exactament quant feien perquè per això llavors sí que he mirat una a una i llavors sí que ho veig quant fan.*

En cada un dels dos nivells de valoració, existeix doncs una seqüenciació procedimental que pot concretar-se en:

**a.- anàlisi del context global** En aquesta aproximació, quan hi ha varies estimacions a fer, es valora el conjunt i posteriorment es selecciona la forma o longitud que es creu més adient. A grans trets, apareixen les següents fases:

- ◆ **a.1.- ordenació:** Intuïtivament s'estructura una ordenació lògica del conjunt tot cospant les longituds majors i menors com fan per exemple en Josep o en Joan en les circumferències o l'Isidre en les espirals:

- *Diguem que sí, que hi he vist com una certa proporcionalitat de creixement, però no afegeixo una mateixa quantitat. No seria vint, quaranta, seixanta... de creixement sinó que cada vegada seria més gran... com una proporcionalitat geomètrica... (Joan)*
- *Mmmm... La primera vint-i-cinc centímetres, penso.... Perquè... la... és més... bueno,, és més curta però està... diguéssim més cargolada, i ... i... diguéssim fa... vint-i-cinc centímetres perquè és més o menys la distància d'un pam. .... Mmmm ... la B deu ser més o menys... l'ho mat... no!. Deu ser... aaaa... cinquanta centímetres, iii... la C, aaa.... Cent i, l'altra la D.... Amb... poder seria una mica menys que la C, doncs setanta cinc. I l'altra, l'E, deu ser igual que...que a C, aaa... cent centímetres (Isidre)*

◆ **a.2.- discretització i selecció unitària** Es selecciona una que:

- **a.2.1.- equival o s'aproxima al metre.** En són un bon exemple les accions de la Mariona en els SR, On i Es o les de l'Anna B
  - **Ma.-** Jo, m'ha semblat que el tercer era un metre i els altres els he vist... una mica més llargs, una mica més curts.
  - **E.-** Per tant has començat pel tercer, no pel primer?.
  - **Ma.-** Bueno no!. Ho he mirat i he comparat el que s'assemblava més al metre...  
.....
  - **Ma.-** Jo... No sé. Imagino com seria el metre de llarg, intentant de doblegar-lo així... Veiam si seria més o menys, aquesta...  
.....
  - **Ma.-** Jo diria que el primer i segon són iguals. No sé!.
  - **E.-** Primer i segon iguals. Per tant el que tu has fet és triar quin fa el metre?.
  - **Ma.-** Sí!. I després, int...comparar-ho amb els altres.
  - **E.-** I llavors, els altres, dius, aquest fa més o aquests fa menys...?.
  - **Ma.-** Sí !.
  - **A.B.-** Veig... Jo diria que quasi tots són iguals o molt iguals. El primer diria que fa un metre i una mica més.
- **a.2.2.- es valora la més adequada per actuar d'unitat;** tal i com ho fa en Medardo:
  - **Me.-** Bien, voy a empezar por la más grande. ¿Se puede, verdad?.
  - **E.-** Como gustes.
  - **Me.-** Sí. La más grande mide, pues, uno cincuenta. ¿Verdad?.. Un metro y medio. ¿Verdad?. Y la otra, pues está midiendo un metro exacto. ¿Eh?. Un metro exacto... Mientras que ésta, pues, mide setenta y cinco centímetros...
  - **E.-** ¿Cómo lo has hecho Medardo?
  - **Me.-** Ahorita se me va haciendo la más grande pensando en que yo mido, supuse que mi medida es de uno sesenta ¿verdad? Y que por lo general, pues, la brazada, así dicen ustedes tirando los brazos, es más o menos la estatura de uno ¿no?... La otra pues ya comparándose un poco menor que la anterior
- **a.2.3.- resulta més còmoda i fàcil per iniciar l'estimació;** com ho fa en Joan:
  - **E.-** Per què has començat per la segona?.
  - **Jn.-** L'he vist, intuïtivament, més fàcil, la mesura global, la concentració de les línies... permetien manipular amb més comoditat que la primera que està més tancada.

Durant aquest procés discretitzador, s'actua fent ja una primera intuïció de tipus inconscient si bé en cap cas es pretén una valoració estimativa precisa o exacta, sinó simplement aproximativa. És la perfecció que hom constata entre aquesta estimació inconscient i la mesura que després s'efectua, la que va consolidant i donant força a aquesta intuïció primerenca per anar -la, posteriorment, interioritzant com a procediment, recurs i estratègia d'automatització però amb la possibilitat, si cal, de control conscient.

**b.- anàlisi particular i concret d'una forma** La valoració mètrica comporta:

**b.1.- intuïció global** . Es detecta de manera aproximativa, la longitud del perímetre, la qual pot ser prèvia tal i com es desprèn de les explicacions de l'Orfília que ho aplica tant en els segments rectilinis com en formes corbes:

- *Setenta y cinco, que sería, entonces, pensé en cálculos de, de... primero cinco, después otros cinco y ya veinticinco, entonces me imaginé a través de la forma en que lo veía, otros veinticinco y los fui sumando.*
- *E.- En cambio en ese dices: uno, cinco, diez, quince, veinte, veinticinco y transporte veinticinco. ¿Qué es lo que te hace diferenciar, ahora tengo que hacerlo de cinco en cinco o tengo que hacerlo de diez en diez?.*
- *O.- Me hace diferenciar la medida que le... veo que puede tener*
- *E.- ¿Global?*
- *O.- Global.. Que tiene la... el pe.. el cómo se llama ahí, ¿la longitud?.*
- *E.- Sí.*
- *O.- Qué tiene la espiral para decir, bueno, ahora no me conviene tomar diez de base sinó que debo tomar un cinco de base.*
- *E.- O sea, ese por ejemplo, cuando tú lo estiraste, viste... vamos a supo.... No sé si me equivoco, a ver. ¿Tú supiste que éste no llegaba a un metro?.*
- *O.- Sí. Correcto. Yo supuse que no llegaba a un metro, dije...*
- *E. ¿Entonces dijiste...?*
- *O.- No puedo hacer... aquí*
- *E.- ¿El cincuenta?.*
- *O.- Aquí necesito la unidad cinco, para poderme...*
- *E.- O sea que la unidad cinco la utilizas cuando tú crees...*
- *O.- Que no llega al metro o... entonces y que necesito... necesito números impares y no pares para poder...*
- *E.- ¿Sí?. ¿Y los demás, tú has supuesto que sí que eran mayores que el metro y entonces por eso utilizas ya, decir, cincuenta?*
- *O.- Cincuenta.*
- *E.- ¿Sería esto?.*
- *O.- No. Pero no solamente cincuenta sino que lo que me sirve son... un poco es el número uno y el número diez como base...*
- *E.- Tienes, el uno, cinco o diez.*
- *O.- Diez. Uno, cinco, diez, cincuenta.*
- *E.- Y luego, veinticinco, cincuenta, depende....*
- *O.- Hmjm. Depende de mí.*

També de les paraules d'en Vicens respecte a la dificultat de transformar la corba en recta, en el cas de les ondulades, posa en evidència el fet de necessitar de la visió global prèvia abans de fer qualsevol altre acció implicada en l'acte estimatiu.

- *Es que aquí, una estrategia global, m'hi perdria. Estratègia global significa., per exemple, intentar estirar-les.*

**b.2.- discretització i selecció de la unitat.** Valorada la longitud global s'aplica la unitat que es considera més adient tal i com també es constata en el comentari anterior de l'Orfília, o bé, aquella que es domina i controla millor. En són una bona mostra, el que diu en Xavier, la Glòria o en Joan ja comentats en l'apartat dels recursos

- **X.-** *Intuïtivament per calcular alguna cosa, sempre és a pams o a passos.*
- **E.-** *A pams o a passos ?.*
- **X.-** *Perquè lo dels metres i...*
- **E.-** *Aquest seria el recurs d'entrada?*
- **X.-** *El primer recurs que faria servir sempre seria fer servir el pam o fer servir el pas.*
  
- **G.-** *Jo no tinc la vista d'un metre. Jo no et sabré dir, això és un metre!. Però sí que et sabré dir, això fa vint centímetres, saps?.*
- **E.-** *O sigui, la mesura de vint centímetres, sí la tens interioritzada?.*
- **G.-** *Sí, sí. La de metre, no, Ni la de mig metre.*
- **E.-** *Per tant, és el pam?. Tu funcioneres...?*
- **G.-** *Amb els pams..*
  
- **E.-** *Sembla que bàsicament són -utilitzes- elements del teu cos?.*
- **Jn.-** *És clar!. És el que conec i el que l'experiència m'ha portat a dominar. És igual que un paleta o un fuster que dominaran el metre perquè el necessiten i l'utilitzen. El recurs que un fa servir és el que la seva experiència li ha fet servir.*

**b.3.- metrització.** En aquesta fase s'aplica la unitat utilitzant diferents procediments i estratègies tal i com s'ha vingut detallant fins ara per donar-ne la valoració quantitativa.

**b.4.- avaluació intuïtiva de l'estimació .** El valor estimatiu aconseguit en la metrització, sovint es contrasta amb la valoració intuïtiva que és té de la mesura global de l'objecte, acceptant-se si resta dintre uns marges de fiabilitat que internament hom crea o rebutjant-se si queden fora d'aquestes amplituds. En són bon exemple els comentaris d'en Joan o la Glòria

- **E.-** *De cop al arribar a l'última has modificat tots els resultats... Per què?.*
- **Jn.-** *Doncs perquè m'ha semblat que no tenia més de dos metres.*
- **E.-** *Ha estat una intuïció global o què ha passat o has fet per canviar de valors?.*
- **Jn.-** *Si ha estat per la imatge. He vist que no podia ser tan grossa com més de dos metres.*
  
- **G.-** *Però espera't, és que.... Ara aquí... m'ho... Un moment. Ara m'ho torno a mirar, eh?... Quaranta... Aquí vint.... Bueno, és que aquesta, no sé... Metre vint, metre deu...*

#### 4. Les característiques perceptuals de la forma, incideixen en les estratègies

Posar en joc una determinada estratègia no solament és fruit d'una certa capacitat estimativa i de la unitat que hom utilitza sinó que ambdues situacions, poden veure's afectades i influïdes pel context perceptual on cal fer l'estimació tal i com en les espirals, resumeix en Josep

- *Ostíl! ... Hmmm... és molt complicat això, eh! ... és que és... jhmmmmjhm... Vaja... Vols que et digui la veritat, que jo, per mi, sinó es mesura a cop d'ull, això.... poca gent hi pot donar-hi...*

Com indicaven en Josep i en Pere en la intuïció estimativa que aplicaven en les longituds rectilínies, aquesta, no necessita de l'objecte material en sí sinó que únicament hi ha una visió global dels extrems; per contra en un context de sobreposició unitària es fa necessària la presència de l'objecte de manera que en certes condicions, com molt bé detalla en Vicens, aquestes resulten difícils d'utilitzar degut a que la representació mental té dificultats de fer "aguantar" la unitat sobre l'objecte o bé que resulta molt complicat "fixar-hi" un punt sobre el seu perímetre degut a tenir una superfície molt reduïda i per tant que costa "fer -li aguantar". També la uniformitat i polidesa superficial que no permet detectar-hi detalls fa complicada aquesta "detecció i manteniment del punt on arriba la unitat", punt des d'on cal continuar el mesurament. Aquestes dificultats fan que en Vicens en una de les estimacions d'un dels segments rectilinis, fet amb filferro i per tant diferent als restants<sup>284</sup>, posi en pràctica una certa estratègia d'intuïció estimativa en contraposició a la sobreposició que havia practicat en les altres.

- *E.- Les fustes les veig bé, puc fixar-hi la vista a sobre i, mentalment les he mesurat a pams; el filferro és molt fi, no es veu tan bé doncs mentalment he calculat un metre i m'ha semblat que en feia una mica més.*
- *E.- I per tant, aquesta mica més... has aplicat després, alguna cosa...*
- *V.- No. Intuïció i prou.*
- *E.- Conseqüentment, el fet de tenir més o menys gruix l'element, te fa canviar el procediment de treball...?*
- *V.- Sí. Sí. És la fixació de la vista... Si el cos té prou gruix com perquè puguis fixar la vista a sobre, doncs, fonamentalment, parteixes per parts; però ara en el cas del filferro, això no és possible perquè la vista s'hi intentes posar-la a sobre un punt, et balla i per això agafo el sistema global.*
- *E.- I la situació, per exemple, aquesta horitzontal, vertical.... Això et porta alguna dificultat?.*
- *V.- Aparentment no, a la pràctica probablement sí!*
- *E.- D'entrada consideres que, per tant, aquesta horitzontal és una mica més petita. Poc, perquè parles de cinc centímetres de diferència.*
- *V.- Sí.*
- *E.- Per què aparentment?.*
- *V.- Jo la veig més curta. L'horitzontal, sincerament, la veig més curta.*

Aquesta mateixa dificultat es fa present tal i com s'havia detectat en la mostra inicial, en situacions on la distància a mesurar no té corporeïtat com són el cas dels diàmetres de la circumferència; també aquí en Vicens ratifica aquesta incidència respecte l'estratègia a aplicar:

- *V.- No tinc fixació per trossejar-ho... per tallar-ho a trossets, però com que les mides del diàmetre no son molt exagerades, per intuïció... m'he atrevit...*
- *E.- És a dir, la intuïció global?*
- *V.- Global!. Aquí he hagut de fer servir la mida global perquè no tinc referències visuals.*

De la mateixa manera, la complexitat perimetral pot dificultar procediments de rectificació i posterior estratègia de complementació, circumstància que ja al analitzar la rectificació s'havien detectat com molt relacionades, degut a la representació de l'acció mental d'obrir la corba amb l'ajut de les dues mans que agafant pels dos extrems del punt de seccionament, portaven més a la imatge del metre. El metre i procés de complementarietat necessita de rectibilitat, mentre que la corba potencia la sobreposició i per tant l'additivitat, com diu l'Anna B., en l'estimació d'ondulades:

- *A.B.- ....En aquest cas no ho faig igual, ara l'estiro perquè m'és més fàcil i la comparo amb el metre.*

<sup>284</sup> Dels quatre llistons, tres eren de fusta de 3 cm d'amplitud i un, el de 120 cm vertical, de filferro. Aquesta diferenciació s'havia fet, expressament, per detectar si l'amplitud afectava a l'estimació.

- *E.- Per què t'és més fàcil?*
- *A.B.- Les altres tenen les ondulacions massa petites, n'hi ha més i són més concentrades, costa estirar-les. Ara, en aquesta, al ser més separades i haver-n'hi menys és més fàcil, es pot estirar més fàcilment.*

De nou, en les espirals, l'Anna B. torna a aplicar estratègies de sobreposició degut a la imposició de la forma.

- *A.B.- ... a veure, estirar-la costa molt i pot fer equivocar molt, és millor resseguir-la.*  
.....
- *A.B.- Procuo posar el pam adaptant la mà a la curvatura que té l'espiral. Vaig de fora cap a dintre. ... Perquè com més endins, més concentrada i costa més posar-hi el pam.*  
.....
- *A.B.- ..... La segona noranta i he fet el mateix, he anat posant el pam o la mà pel cim de l'espiral intentant visualitzar on acabava cada pam. La tercera... .... Aquesta és ja més difícil encara. És més concentrada, les línies estan més juntes i costa molt poder posar imaginàriament la mà pel cim. He de dir-ho de manera global... per intuïció, com pensant com seria en línia recta... Dos cent cinquanta. És molt difícil!. La quarta, puc tornar a apamar bé, però és massa grossa i em perdo... penso que deu ser com la tercera... Dos cent cinquanta.*
- *E.- Com ho has fet en aquest cas?.*
- *A.B.- Ja ho he dit que em costa molt tant apamar, com estirar... diria que no puc i per tant no ho faig. En aquest cas, la comparo amb l'anterior. Intento imaginar-me com quedaria si la concentrés... si la comprimís i veig que em quedaria més o menys com la d'abans.*

I també en Vicens, en les espirals, actua idènticament ratificant el mateix que l'Anna B.

- *V.- Difícil. Es veia venir!. Aquí ho pots subdividir en moltes circumferències... Cap d'igual, ni tan sols cap de tancada, es queden totes obertes... Francament, molt difícil. Em temo que em quedaré molt lluny de la mida real, però bé... ho provarem. La primera a l'esquerra... Psss. Seixanta. Mentalment ho subdivideixo, però me n'adono que em perdo molt. La segona... potser una miqueta menys, cinquanta... La tercera, ... Mmmm... més de vuitanta, diguem noranta. Molt difícil veig la quarta perquè dóna moltes voltes, molt ajustades; les voltes són molt pròximes entre elles... Noranta... Però molt difícil. I la darrera ... Psss... Sí, també entre vuitanta i noranta, aproximadament.*  
.....
- *V.- Anava... intentava... A veure... intentava.. començant per fora, sempre, des de fora cap endins, fer parts de deu... parts de deu, però, realment, ho veig difícil, la vista em ballava molt...*
- *E.- I quan parlaves d'això de partir, et referies a partir així en blocs de deu?.*
- *V.- Sí. En tots els casos ho he intentat fer-ho així i sempre de fora cap endins; mai m'he atrevit a començar per la volta més petita...*
- *E.- Per algun motiu...?*
- *V.- Ho veia més fàcil començar per la volta més gran.*
- *E.- Sí es clar!. Evident, perquè la unitat la pots situar més...*
- *V.- Sí. El que passa és que se't va encogint, vull dir, cada vegada t'hi veus més perdut... eh!. Per tant, no m'estranyaria gens que m'hagués equivocat molt!...*



## 5.4. PERFIL DE LA CAPACITAT MÈTRICA ESTIMATIVA

En aquest apartat i després d'haver pogut constatar de manera independent, cada una de les estructures configuratives de la capacitat estimativa, cal ara, parar esment en la interdependència existent entre elles, fet en el que ja s'hi ha anat fent breus entrades i referències al anar analitzant els procediments, recursos i estratègies estimatives. El tractament s'enfoca a través de tres perspectives:

- 1.- *Integració i estadis maduratius de la capacitat estimativa*
- 2.- *Estructura i interdependència*
- 3.- *Perfil estimatiu*

### 1.- Integració i estadis maduratius

L'anàlisi contrastat entre els mapes conceptuals dels procediments, recursos i estratègies, permeten detectar-hi unes característiques comunes que possibiliten, al mateix temps, observar-hi també, uns estadis amb trets definitoris específics. Aquesta diferenciació és, en bona part, la fonamentació sobre la que es gesta i evoluciona la maduració de la capacitat estimativa.

A grans trets s'hi poden trobar els següents estadis:

#### a) **Premètric.**

Les categories que hi queden integrades són estructures que funcionen sota paràmetres bàsicament classificatoris o bé ordenatius. En aquest context no existeix un procés mètric que cerqui la igualació comparativa entre dues mesures i en la que una d'elles actua d'unitat. Els valors numèrics que poden aparèixer són simplement valors quantitius en la que la seva significativitat es redueix a la valoració subjectiva que hom dóna al propi valor numèric com a més gran o petit, atenent al fet de veure la longitud, subjectivament, com a gran o petita.

#### b) **Mètric.**

En aquest estadi, ja s'aplica la comparació unitària i es porta a terme la seva corresponent metrització. S'hi diferencien, alhora, les següents fases:

b.1.- **Representació perceptual:** L'acció pot realitzar-se gràcies a les imatges mentals generades per la presència física de l'objecte a mesurar i de la unitat.

b.2.- **Representació mental:** S'actua a partir d'imatges mentals interioritzades i sense la presència física de la unitat. Es subdivideix en:

b.2.1.- *passiva:* la representació de les imatges es fa sense cap tipus d'acció o d'actuació sobre elles.

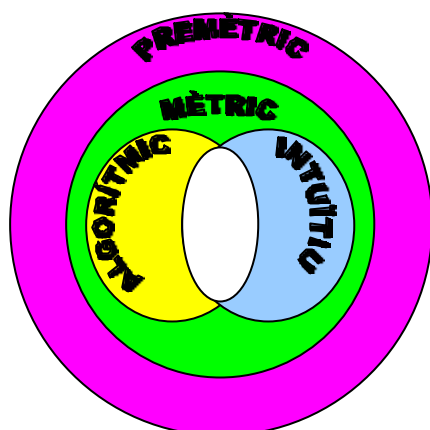
b.2.2.- *activa:* per efectuar el mesurament s'actua sobre les pròpies imatges mentals tot modificant-ne l'estat representatiu inicial.

#### c) **Algorísmic.**

La mesura de l'objecte es realitza no per comparació directa entre l'objecte i la unitat sinó que s'apliquen propietats de relacions numèriques. Es pot prescindir de l'objecte i, la mesura s'aplica indirectament fruit de conceptualitzacions matemàtiques i per processos de raonament lògic deductiu.

#### d) **Intuíu .**

El mesurament es porta a terme a través d'una comparació entre l'objecte i la unitat que funciona de manera inconscient. Els procediments, recursos i estratègies queden tots ells, integrats dins la mateixa acció com a un únic constituent, resultant-ne indiferenciables cadascun dels factors.



Es tractaria en resum, d'una estructura de tipus nuclear on l'estadi intuïtiu pot considerar-se com el nivell de màxima maduració i que la seva adquisició passa per l'evolució d'unes primeres fases premètriques les qual evolucionen a les pròpiament mètriques, amb un nivell algorísmic que es situa com a intermedi amb l'intuïtiu tot i que ambdós, poden coexistir conjuntament i també paral·lelament sense que un porti necessàriament a l'altre.

Esquema 32 : Estructura de la capacitat estimativa

## 2.- Estructura i integració

### 2.1.- Composició i tipologies

La interrelació en una taula de doble entrada, de les etapes maduratives juntament amb les estructures cognitives de l'acte estimatiu tot ubicant en cada cas, les diferents tipologies de procediments, recursos i estratègies que s'utilitzen normalment en aquella fase, permeten tenir un referent general del perfil que es genera i de les seves possibilitats de maduració i evolució.

		PROCEDIMENTS	ESTRATÈGIES	RECURSOS
PREMÈTRICA		Ordenació Sincretisme perceptual	Relacions ordenatives Valoracions subjectives	Imatge gran/petit Número perceptual
MÈTRICA	Passiva	Sobreposició total Sobreposició parcial Sobreposició indirecta Sobreposició projectiva	Operatives Algorísmiques Revisualització	Antropomètrics Objectals Magnitudinals Algorísmics
	Activa	Rectificació total Rectificació parcial Rectificació indirecta Quadratura Curvalització	Operatives Algorísmiques Revisualització	Antropomètrics Objectals Magnitudinals Algorísmics
ALGORÍSMICA		Algorísmics	Inducció i deducció lògica Formulació conceptual	Antropomètrics Objectals Magnitudinals Algorísmics
INTUÏTIVA		Automatització intuïció estimativa		

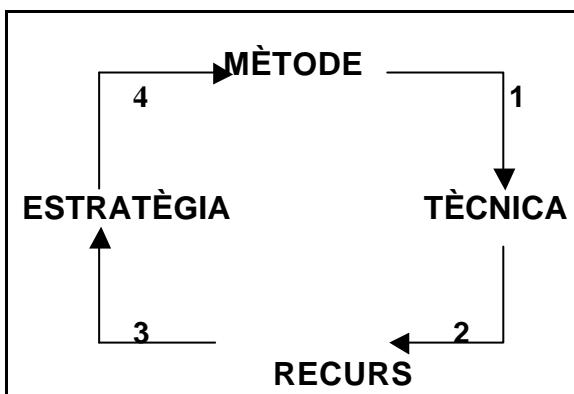
Taula 184 : Interrelació entre les etapes mètriques maduratives i les estructures estimatives

### 2.2.- El cicle estimatiu de l'estil procedimental

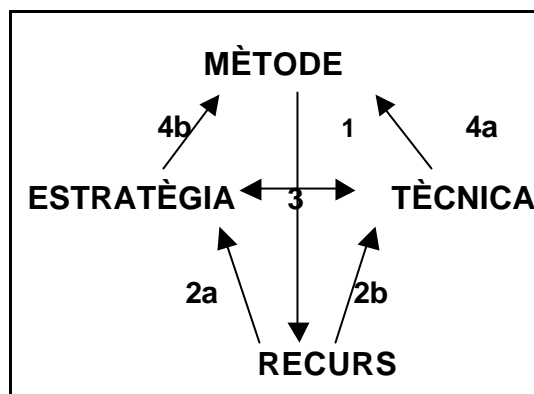
L'acte estimatiu com a globalitat, presenta una seqüenciació temporal entre l'orde d'aplicació dels procediments, recursos i estratègies. Aquesta jerarquitització temporal crea una interdependència o subordinació d'uns respecte als altres. Causes diverses com poden ser la pròpia experiència, les característiques personals, o bé les del propi objecte, influeixen decisivament en aquesta ordenació de manera que, sovint, cada persona actua sota el que podem anomenar *estil procedimental de l'acte estimatiu* o el que és el mateix, la seqüenciació procedimental personal des del moment que s'inicia l'estimació fins a la quantificació final.

La transcripció i estudi de les entrevistes, tal i com s'ha vingut comprovant, permet detectar l'estructuració funcional de l'acte estimatiu com a fruit i acció de dues direccionalitats bàsiques:

1.- *Cicle unidireccional*. Inicialment la persona efectua una valoració global del context a partir del qual inicia el mesurament d'un dels objectes. La pròpia realitat i característiques de l'objecte és el que determina què cal fer o sigui la tècnica procedimental que cal aplicar, i d'aquesta decisió sorgeix la selecció del recurs que s'utilitza i, segons les pròpies especificitats del recurs i la seva relació amb l'objecte, es determinen les estratègies que s'utilitzaran per fer-ne la quantificació, que, una vegada finalitzada, es reinicialitza un nou cicle estimatiu.



Esquema 33 : *Cicle unidireccional*

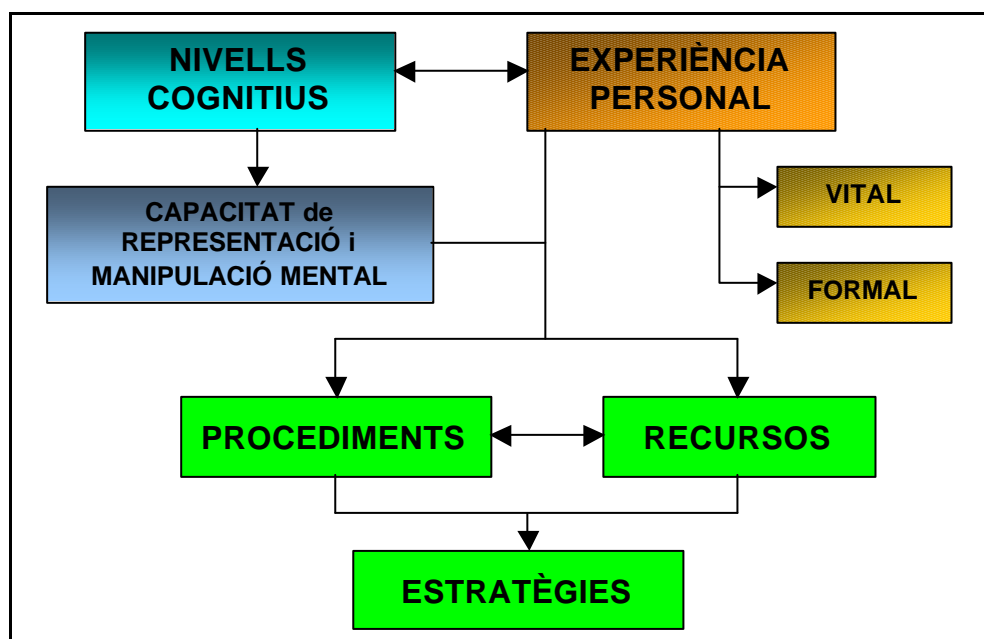


Esquema 34 : *Cicle multidireccional*

2.- *Cicle multidireccional*. Realitzada la selecció després de l'anàlisi contextual, són els recursos que hom disposa els qui determinen el camí de l'estimació, de manera que segons aquests, es generen dues variables:

- el recurs determina l'estratègia, la qual defineix la tècnica que s'utilitza
- el recurs determina la tècnica procedimental degut a la facilitat o dificultat que comporta la unitat i, la tècnica a aplicar, és la que determina l'estratègia

En ambdós cicles procedimentals hi ha uns factors previs que de per sí determinen, de bell antuvi, aquests estils. La conjunció de les característiques personals del nivell cognitiu i, les vivències i experiències viscudes, marcaran, fortament, els estils procedimentals de l'acte estimatiu.



Esquema 35 : *Factors determinants del domini d'estratègies*

### 2.3.- Interrelació i dependència

Fins ara hem pogut intuir la interdependència existent entre els procediments, recursos i estratègies i el fet de com un d'ells queda dependent dels altres o, a la inversa, com un d'ells determina, en moltes ocasions, tots els altres factors. De fet però, la constatació profunda d'aquesta interdependència cal seguir-la treballant per tal de conèixer més profundament la incidència d'aquesta interrelació. Cercar resposta a l'interrogant de *quina és la correlació existent entre aquestes estructures i en quins casos es manifesta de manera més intensa?* són alguns altres camins d'ampliació de la present recerca per tal de poder conèixer amb més detall, com un determinat factor afecta als altres i per tant quina cura cal tenir-hi en ell per aconseguir millorar l'aprenentatge de la capacitat estimativa de longituds.

Una primera aproximació a aquests interrogants l'hem tractat tot donant, tal com s'indica en la taula adjunta, un valor numèric que va de menys a més, segons l'estadi de maduració. Aquesta graduació s'ha fet tant en els procediment emprats com amb els recursos i les estratègies.

MÈTODE	TÈCNICA	RECURSOS	ESTRATÈGIES
1- Relacions ordena	1- Ordenació	1- Ordenació	1- Lògiques
2- Un fa d'unitat	2- Sincretisme percep	2- Antropomètrics	2- Operatives
3.- Mesura un a un	3- Sobreposició	3- Objectals	3- Operativ + Algorís.
4- Barreja d'elles	4- Rectificació	4- Antrop. + Objectal	4- Algorísmiques
	5.- Sobrep. i Rectifica	5- Antrop + Magnitud	5- Algorís. + Intuïció
	6- Quadrat. - Curbalitz	6- Objec. + Magnitud	6- Intuïció.
	7- Altre + Algorismitza	7- Antro + Obj + Mag	
	8- Algorismització	8- Magnitudinal	
	9- Altre + Intuïció	9- Mag + Intuïció	
	10- Intuïció Estimativa	10- Intuïció	

Taula 185 : Ordenació prioritzada de les estructures estimatives

Una primera aproximació a partir de càlculs de corelacions porta a veure una significativitat positiva amb un grau de confiança del 77% entre la tècnica procedimental i l'estratègia aplicada i d'un 20% l'existent entre mètode i tècnica; la resta de correlacions són ja molt poc significatives amb els mínim entre mètode i recursos aplicats que només obté un 3% de grau de confiança. Globalment, doncs,

	M	T	R	E
T	0,42	*	*	*
R	0,15	0,28	*	*
E	0,35	0,97	0,29	*
Global	0,3	0,55	0,24	0,54

Taula 186 : Valors correlacionals

són les tècniques i les estratègies, les que reben més influència del conjunt dels altres factors i els recursos els qui menys es veuen influenciats, o a la inversa els qui, respectivament, més i menys influeixen en els altres

## 3.- Perfils

### 3.1.- Paràmetres generals

Donat que les correlacions més intenses tenen lloc entre les tècniques procedimentals i les estratègies i, que els recursos incideixen relativament poc, aquests ja no seran tinguts en compte de cares a determinar-ne un perfil contextual que permeti definir i situar a qualsevol persona dins el marc de la capacitat estimativa. Situant, doncs, en una taula cartesiana, per un costat les estratègies i per l'altra les etapes maduratives de la capacitat estimativa, això permet ubicar en les seves coordenades, cada una de les diferents tècniques procedimentals, possibilitant que a partir de la posició que ocupa la tècnica procediment que utilitza una persona es pugui fer una aproximació al perfil que defineix la seva capacitat estimativa fent, simplement, la lectura dels

respectius eixos d'ordenades i abscisses. Si per exemple hom empra bàsicament una sobreposició parcial significa que, probablement, es troba en la fase mètrica i en una evolució entre l'estadi operatiu i mètric; de manera que cal potenciar-li, en el seu cas, el pas a l'algorismització i intuïció alhora que aprofundir en accions de metrisme actiu.

		ESTRATÈGIES				
		RELACIONAL	OPERATIVES		ALGORÍSMIQUES	INTUÏTIVES
			Compl.	Compo		
ESTADI MADURATIU	PRE-MÈTRICA		Ordenació			
			Sincretisme Perceptiu			
	MÈTRICA	Passiva	Sobreposició total			
					Sobreposició parcial	
					Sobreposició projectiva	
					Sobreposició indirecta	
	MÈTRICA	Activa	Rectificació total			
					Rectificació parcial	
			Rectificació indirecta			
			Quadratura			
		Curvalització				
ALGORÍSMICA				Deducció lògica		
				Formulació conceptual		
INTUÏTIVA		Intuïció dependent		Automatització		

Taula 187 : Interrelació entre els estadis maduratius i les estratègies estimatives

Aquesta distribució de la taula, posa en evidència que no existeix, per tant, una evolució típicament lineal ni tampoc escalar feta en progressió contínua sinó que, sovint, es va construint paral·lelament entre diferents procediments i, alhora, amb la possibilitat d'una efectiva coexistència entre diversos nivells maduratius, és a dir que una mateixa persona pot aplicar per exemple, i segons les circumstàncies, sobreposicions juntament amb l'algorismització o les intuïcions estimatives .

### 3.2.- El perfil individual

La constatació de la realitat personal de cada entrevistat, davant el fet de la utilització de més d'un procediment en una mateixa estimació, demostra que en molts casos, la ubicació del perfil es situa a cavall de dos estadis o bé fins i tot, compartint-ne, alhora, dos o més. Si prenem com a exemple el cas de la Mariona, la seva explicitació demostra que es situa en un estadi maduratiu bàsicament de tipus mètric si bé amb una bona capacitat algorísmica encara que no la utilitzi ni com a procediment ni com a estratègia, ja que no hi té suficient seguretat com per interioritzar-la com a estructura resolutòria, situació que la porta a no aplicar aquestes estratègies algorísmiques tot i poder-ho fer i, en canvi, intensifica i aprofundeix en un activisme mètric d'alt nivell, capacitat que per altra banda, li dóna un domini molt elevat de l'espai, tot proporcionant-li la seguretat que no aconsegueix en el camp algorísmic.

		RELACIONAL	OPERATIVES		ALGORÍSMIQUES	INTUÏTIVES
			Compl.	Compo		
MÈTRICA	Pas.		Sobreposició total			
	Activa		Rectificació Total			
			Curvalització			
ALGORÍSMICA				Deducció lògica		
				Formulació conceptual		
INTUÏTIVA						

Taula 188 : Perfil de la capacitat estimativa individual (Mariona)

Evidentment que davant l'activisme mental que posa en joc la Mariona a través de la reversibilitat entre la rectificació i la curvalització, demostra la seva suficient capacitat per poder aplicar tècniques de sobreposició o de rectificació parcial, però que, probablement no utilitza ja que aquesta direccionalitat porta a l'algorismització immediata, àmbit que no té interioritzat com a tècnica resolutorià. La Mariona no presenta cap indicador que permeti entreveure l'existència de la capacitat d'intuïció estimativa, no obstant, les potencialitats de què disposa possibiliten de poder fer, molt ràpidament, aquest progrés per aconseguir una *intuïció dependent* dels dominis mètrics i també arribar a la posterior *automatització intuïtiva* sempre i quan el context del seu entorn li sigui favorable per aquest aprenentatge.

Situant en aquest context cartesià, totes les persones entrevistades i subdividint nivells per tal que puguin integrar-s'hi els estadis intermedis, podem veure tal i com es desprèn de la taula que s'adjunta, que la majoria de persones adultes es situen en els estadis de tipus mètric operatiu-algorísmic i la majoria d'infants en el mètric operatiu. Cap de les persones d'aquest grup de la mostra selectiva queda ubicada en els nivells premètrics, són inexistents com era de preveure, ja que cal recordar que foren seleccionats degut a la seva constatada capacitat estimativa. És evident però, que això no significa la inexistència de persones que calgui situar en l'estadi premètric, només cal recordar que sí n'aparegueren a nivell global en les mostres experimentals (nens i nenes de primària i grup d'El Salvador) i també en el grup control en casos individuals i en l'estimació de formes concretes. Tampoc, però, ningú de la mostra selectiva es pot ubicar de manera global en el nivell intuïtiu, en canvi sí en el cas concret dels SR, fet que demostra que si bé existeix el nivell, difícilment es trobem persones amb generalització d'aquesta capacitat. També en l'àmbit algorísmic són casos concrets els qui s'hi situen tant a nivell operatiu com en el pròpiament algorísmic.

		Relacional	Operativa	Op-Algorís.	Algorísmica	Intuïva
<b>Pre-Mètric</b>			∅	∅	∅	∅
<b>Mètric</b>	<b>p</b>	∅	Anna F. Isidre Oriol Sandra G.	Blanca Sandra P.		
	<b>a</b>	∅	Anna B.	Orfília Medardo		
<b>Mètric-Algorísmic</b>		∅		Xavier Vicens Quim Joan Mariona		
<b>Algorísmic</b>		∅		Glòria		
<b>Mètric-Intuïtiu</b>		∅	Josep			
<b>Algorísmic-Intuï.</b>		∅			Pere	
<b>Intuïtiu</b>		∅				

Taula 189 : Perfil general dels subjectes de la mostra selectiva

No és però, únicament el fet que l'evolució de la capacitat estimativa no es pot situar en un graó determinat sense interferències d'estadis previs o posteriors, el que cal destacar; sinó que a més s'ha de tenir en compte que aquesta capacitat varia i es modifica segons els contextos i així el perfil de la capacitat estimativa de les longituds rectilínies no té res a veure amb el perfil en les estimacions curvilínies tal i com ja hem pogut constatar en moltes ocasions d'aquesta recerca.

### 3.3.- El perfil dels estadis maduratus

Analitzades les respostes de les entrevistes des d'una perspectiva global, es poden diferenciar clarament dos paràmetres fonamentals que permeten dibuixar els trets personals més característics de l'acte estimatiu. Aquests factors són:

- A).- Com s'efectua l'estimació
- B).- Què s'utilitza.

A.- En el primer o com s'efectua l'estimació, cal destacar-hi les tipologies de les estructures més importants que apareixen:

- 1- *Relacionals*: fan referència al procés de relació entre objecte i unitat. Aquesta pot ser feta segons criteris d'ordenació, comparació, igualació i identificació. Els dos primers corresponen a estadis premètrics en els quals no es produeix metrització quantitativa; la igualació determina i correspon ja a l'estadi quantificador; les identificacions de factors constitutius o bé conceptuals a l'algorísmic; i, la identificació globalitzant a l'intuïtiu.
- 2- *Operatives*. Es tracta de diferenciar l'ús d'estructures additives, factorials o fractals ja que cadascuna d'elles planteja una anàlisi i actuació diferent íntimament relacionat amb estadis maduratus.
- 3- *Representatives*. Fan referència a com s'actua amb les representacions i visualització d'imatges, les quals poden variar des de ser perceptuals o sigui necessitar que siguin totalment presencials, a etapes d'immobilisme de les imatges fins arribar a l'activisme sobre elles o al de identificacions i visualitzacions intuïtives globals.

B.- En el segon bloc corresponent als elements que s'utilitzen, es diferencien:

- 1- *Tipologia d'unitat*. Es centra en si s'utilitzen o no, les unitats i a les propietats d'aquesta segons siguin externes al propi objecte per sobreposició directa o bé projectives; o si són internes del propi objecte com a estructurals o conceptual.
- 2- *Recursos mètrics*. Fan referència va la categoria d'unitats que s'utilitzen; integren des de les antropomètriques a les objectals, magnitudinals fins a les estratègies de càlcul o als automatismes intuïtius.

Si s'interrelacionen ambdues característiques, les estructures intervinents i què s'utilitza, amb els quatre estadis maduratus de la capacitat estimativa, llavors queden delimitades i definides, les característiques essencials de cadascun dels perfils dels estadis maduratus, els quals de manera resumida es recullen en la present taula.

		ESTRUCTURES INTERVINENTS			QUÈ S'UTILITZA		
		Relacionals	Operatives	Representatives	Unitat	Recursos	
PRE MÈT.	Ordenació	No opera			Percepció Subjectiva	Sense	Valoració Subjectiva
	Comparació						
MÈT	Igualació Mesura tot l'objecte	Factoritza	Addiciona (composició, complementació)		Visualització	Externa	Antropomètric Objectals Magnitudinals
			Propor. simple	Relacions unitats	Revisualització		
	Igualació Mesura una part	Descompo Factoritza	Relacions magnituds		Manipula imatges	Interna	Antropomètric Objectals Magnitud.
			Propor. inversa				
ALG	Identifica factors Claus	Fracciona	Factors estructurals Fractalització		Simbolitza	SIM	Formulació Conceptes Càlcul
INT	Identificació Globalitzant	No opera			Visualització global	SIM	Automatismes Intuïtius

Taula 190 : Els Perfils de la capacitat estimativa

# CAPITOL 6

## L'APRENTATGE DE LA MESURA I DE L'ESTIMACIÓ MÈTRICA

### Introducció prèvia

L'estructuració d'aquest capítol té com a nucli fonamental l'aportació pragmàtica en l'aprenentatge de l'estimació mètrica. Conseqüentment, això implica tenir coneixement del marc i paràmetres que configuren aquesta adquisició, però per l'altre, un disseny curricular que estructurari la seqüenciació dels continguts i per últim, tenir consciència d'aspectes que necessiten de més aprofundiment per tal de poder millorar-ne el plantejament, en el futur. Així doncs, presenta tres direccions o objectius:

- a. Aportació teòrica**
- b. Proposta didàctica**
- c. Línies de recerca obertes**

a.- L'aportació teòrica sintetitza les conclusions de la recerca amb el marc teòric, síntesi a partir de la qual es pretén justificar els condicionants que ha de reunir una proposta didàctica centrada en l'aprenentatge de l'estimació de la mesura, entesa com a part integrant de la mesura com globalitat.

b.- La proposta didàctica determina algun dels paràmetres generals que s'haurien de tenir en compte per aconseguir un desenvolupament significatiu i coherent de l'aprenentatge de l'estimació mètrica. Té doncs l'anàlisi teòrica d'aquest bloc, juntament amb l'aportació d'orientacions pragmàtiques que no pretenen entrar en el tercer nivell de concreció i, conseqüentment no s'arriba en detalls de propostes molt específiques ja que aquest objectiu correspon a un enfoc de treball, diferent del que ara ens ocupa i que necessitaria també, d'una experimentació de recerca-acció per avaluar-ne els seus resultats.

c.- Les línies de recerca obertes són potencials camps d'anàlisi futures que permetin aprofundir en direccions que aquí simplement s'intueixen o en d'altres que actuarien com a processos de validació de conclusions i conjectures formulades



## 6.a. SÍNTESI TEÒRICA

La realitat obtinguda de les diferents mostres de la recerca però també de la mostra pilot i de les recerques prèvies fan palesa una situació de l'aprenentatge de la mesura emmarcada en un context tradicional i estable, on en poques ocasions s'efectua innovació metodològica, seguint-se mètodes i procediments que s'ha vingut aplicant al llarg dels anys amb un enfoc bàsicament algorísmic.

El marc general del seu aprenentatge es mou doncs, en uns paràmetres on el domini de la capacitat mètrica és simplista, reductor i desequilibrat, i on el tractament educatiu que es dona en els currículums no planteja una formació integral de tots els components que estructuren la capacitat de la mesura. A grans trets, les característiques fonamentals d'aquesta formació es centra en:

- Enfoc aritmètic i calculístic.
- El tractament de la longitud es fonamentalment de tipus rectilini i horitzontal
- La prioritat és el domini del Sistema Mètric
- L'estimació té poca transcendència en l'aprenentatge mètric
- No es potencia la variació de procediments, recursos i estratègies
- El treball és bàsicament simbòlic i sobre paper
- Poca utilització de recursos i instruments de mesura
- El plantejament educatiu no té en compte procés de desenvolupament genètic

Davant aquesta situació cal, evidentment, un important esforç de transformació conceptual que ha d'incidir en el professorat i en el procés de la seva formació inicial i és aquest, el motiu que impulsava la recerca i que es resumia en aportar respostes als interrogants que obrien el preàmbul introductor del primer capítol:

- de quina manera i com es genera el domini i capacitat en la mesura i en especial en l'estimació mètrica?*
- quins factors intervenen en aquesta capacitat?*
- quan i de quina manera es produeix la seva adquisició i millora?*
- quines són les característiques de l'estimació de longituds rectilínies i les curvilínies?*

Al llarg de la recerca s'han anat extraient conclusions diverses en cadascun dels diferents apartats que, parcialment, van donant resposta als interrogants de la recerca. Entre ells cal recordar:

- La mesura i els factors implícits en la mesuralització (mesura, metrització i mesuratge) (p.33 - 36).***
- Nivells de domini i integració en la capacitat mètrica (p. 41 - 44)***
- L'adquisició del coneixement) com a interrelació entre els recursos que intervenen (estructures hardwàriques i softwàriques) i els àmbits o estils cognitius (concret-sensorial; emocional-vital; representatiu-abstracte) (p.50 - 52)***
- El factors endo i exomagnitudinals determinants de les dificultats d'adquisició i aprenentatge de la mesura (p.53 - 54).***
- La interiorització de l' "escala mètrica subjectiva" (p.63 - 64).***
- Les estructures lògico-matemàtiques de la mesura (p.99- 101).***

- ***Característiques de la interiorització de la mesura de longitud dels 6 als 14 anys (p.168 - 169).***
- ***Paràmetres conceptuals i l'ensenyament que tenen i practiquen els mestres en torn a la mesura de longitud (p.169 - 170).***
- ***Direccionalitat i tractament de la mesura en currículums occidentals (p.171).***
- ***Alguns factors determinants de les dificultats estimatives (p.175 - 185).***
- ***Trets i característiques de l'estimació dels segments rectilinis i les formes corbes (p.276 - 279).***
- ***Factors que configuren l'acte estimatiu (p.282).***
- ***Procediments estimatius i la seva estructura sistèmica (p.337)***
- ***La sobreposició i les seves tipologies (p.340 - 348).***
- ***La rectificació, estructuració i tipologies (349 - 354).***
- ***La curvalització i la quadratura: estructuració i tipologia (p.355 - 356)***
- ***La intuïció mètrica: estructuració i tipologia (p.360 - 364)***
- ***Gènesi dels procediments estimatius: de la sobreposició a la intuïció estimativa (p. 365 - 371).***
- ***Estructuració dels recursos estimatius (372).***
- ***Característiques de la intuïció estimativa com a recurs (p.374).***
- ***Tipologies dels recursos magnitudinals (p.381 - 388).***
- ***Gènesi i evolució dels recursos mètrics: de les unitats antropomètriques a la intuïció estimativa (p. 389 - 397).***
- ***Estructuració conceptual de les estratègies (p.398)***
- ***Característiques i tipologies de les estratègies estimatives (p.398 - 411).***
- ***Gènesi i evolució de les estratègies estimatives: de l'ordenació a l'automatització intuïtiva (p. 412 - 419).***
- ***Cicles estimatius i estil procedimental (p.421 - 422).***
- ***Paràmetres dels perfils estimatius (p. 423 - 426).***

A partir de la globalitat d'aquestes i altres conclusions, estem en disposició d'aportar ampliacions teòriques a les ja desenvolupades dins el marc teòric de manera que permeten aprofundir i entendre més, la complexitat del procés d'aprenentatge de l'estimació mètrica. Aquí es presenta una recapitulació general i una selecció de conclusions que sintetitzi els elements més essencials amb l'objectiu que permetin explicar l'aprenentatge de la mesura i de l'estimació mètrica.

1. **La pròpia estructura de la mesura, necessitada del domini de capacitats espacials i numèriques, és una de les causes intrínseques de la seva dificultat d'aprehensió ja que necessita d'una intervenció neurològica més complexa, però alhora això mateix permet que tothom en tingui algun tipus de domini i capacitat.**

La mesura i l'estimació mètrica, tal i com s'ha pogut constatar, és una capacitat de gran complexitat degut a la multiplicitat factorial que hi intervé que s'inicia ja a nivell neurològic amb la necessitat d'intervenció dels dos hemisferis cerebrals i d'altres estructures corticals, però a més per la necessitat de la intervenció del món de les representacions i imatges mentals, lligat tant a la quantitat i coherència d'aquesta possessió com en la capacitat d'actuació i manipulació d'elles. Segons el predomini de l'hemisferi cerebral, la capacitat personal primarà en una o altra direcció.

- 2. Existeixen diferents graus o nivells de domini de la mesura. Aquesta diversificació de dominis va des de la capacitat per poder interactuar pragmàticament i directa amb l'espai, a poder resoldre per mètodes simbòlics situacions reals o representatives, o bé arribar a través de raonaments deductius a cercar en l'abstracció matemàtica, les seves relacions, generalitzacions i lleis. Aquesta diferenciació cognitiva genera que hi hagin persones més predisposades per un domini que per un altre.**

La doble besant de la mesura genera la possibilitat de possessió de mesures sensorials, mesura representativa o mesura abstracta. Una capacitat integral d'ella ha de procurar integrar les tres tipologies. És la mesura sensorial i el seu aprenentatge que es formalitza a través de la pròpia acció i que permet la construcció del domini espacial el factor que més ajuda a la comprensió de la mesura simbòlica si bé, aquesta també pot ser assolida sense la primera (taula3, p.40). Ambdós dominis són independents però complementaris i necessaris per adquirir l'estadi abstractiu. (taula 4, p.42 – taula 5, p.43).

- 3. La capacitat i interiorització de la capacitat d'estimació mètrica longitudinal necessita de la creació d'affordances visuals generadores d' "escales mètriques internes i subjectives".**

L'experiència i el contacte amb la realitat crea en tots els àmbits magnitudinals i al llarg de tota la vida, *escales mètriques subjectives* (p.64), les quals actuen de referencials inconscients que possibiliten graduar qualsevol acció. La possessió d'aquestes estructures cognitives són la base sobre la que hom pot construir altres escales d'estimació mètrica.

L'estimació mètrica, a diferència de la mesura que pot tenir un domini purament algebraic sense massa incidència de la mesura sensorial, necessita imprescindiblement de la sensorial ja que sense ella no es poden generar les affordances necessàries. És per aquest motiu, que també cal considerar la necessitat de l'acció amb l'entorn com a factor que no pot deixar-se de banda en el tractament de la mesura ja que sense la capacitat estimativa no pot considerar-se complet el domini de la mesura.

- 4. L'estimació mètrica només és possible fruit de l'adquisició i interiorització d'imatges i representacions mentals, potents i actives, alhora que amb capacitat de poder manipular-les.**

És obvi que les affordances, com a bases generadores de l'estimació necessiten de les imatges, però aquestes han de ser no estàtiques sinó amb possibilitat de poder-se transformar o modificar. En moltes situacions com es demostra en les formes corbes, cal aplicar sobre les imatges, moviments o transformacions per tal de poder fer el mesurament posterior. La rigidesa de les imatges dificulta la capacitat i la possessió d'imatges dinàmiques s'aconsegueix quan aquestes han estat visualitzades, també, com a fruit de processos dinàmics i no estàtics. L'acció vivencial i el contacte amb la realitat interactuant amb ella per tal de modificar posicions, fer descomposicions i composicions són, conseqüentment, la base d'aquesta creació.

- 5. L'adquisició de l'estimació mètrica necessita d'un procés maduratiu que ha de possibilitar la conservació estimativa.**

Existeix una tendència fortament estesa de simplificar la concepció d'entendre o reduir el domini de la mesura a un únic factor d'entre els molts que el constitueixen. Sovint, es redueix amb l'habilitat de càlcul algorítmic, fet que en realitat no és més que domini de càlcul però no de mesura ja que no permet el control i interpretació

de l'espai, objectiu últim de la mesura. Tampoc pot reduir-se a una concepció d'exactitud, aplicada tant a nivell de concepció de càlcul com en el cas de l'estimació mètrica. L'exactitud que en la mesura només són graus diferents de precisió o d'aproximació, és un dels diferents factors que integren el domini de la mesura. La precisió d'una estimació, per ella mateixa no té significació si no va acompanyada d'una coherència estimativa que fa que aquesta precisió es mantingui en diferents situacions estimatives fet que genera la consistència d'aquesta capacitat. En certa mesura, pot entendre's com una adquisició de la "*conservació estimativa*", o capacitat que permet efectuar mesuraments que no són afectats pel context i entorn. Els contextes actuen d'àmbits perceptuals que distorsionen la realitat de la magnitud i igual que no hi ha conservació d'una magnitud fins que la persona pot independitzar-la d'entre les moltes que perceptualment integren les característiques perceptuals del propi objecte i aquestes ja no li influeixen, en l'estimació succeeix quelcom semblant ja que les característiques perceptuals del propi objecte (endopercepcions) poden dificultar-ne la seva captació mètrica, però aquí, a més, s'afegeixen les percepcions derivades del propi entorn (heteropercepcions). Fins que el subjecte no és capaç d'alliberar la magnitud de les influències de les endopercepcions i les heteropercepcions, l'estimació mètrica presenta un grau evolutiu sense consistència o conservació estimativa. Aquesta capacitat de conservació estimativa, resulta, difícil d'integrar tal i com es demostra per l'elevat índex que es mostra d'aquesta manca de domini de coherència i consistència estimativa fet que avala i demostra aquesta manca d'un criteri realment interioritzat.

**6. Les diferències en la capacitat mètrica i estimativa no són degudes a les variables dels subjectes sinó a les possibilitats d'estímul que ofereix el medi.**

En contextos estimulants milloren la capacitat mètrica d'aquells que s'hi troben immersos i, en situacions contextuais igualitàries les diferències entre grups desapareixen. Així les diferències existents entre nois i noies en les estimacions rectilínies es redueixen en les formes corbes fins arribar a igualar-se en les espirals que resulten desconegudes per a tothom; situació que es repeteix entre el grup control i la mostra salvadorenca i també entre adults i alumnes de primària.

**7. La base i fonament de la capacitat mètrica neix de la possessió i adquisició de les estructures del pensament lògic i de la interiorització de potents representacions referencials unitàries.**

De la mateixa manera que la superació de la conservació de la quantitat o de qualsevol magnitud, no és possible sense l'adquisició de les estructures lògiques del pensament ja que en tots els casos la base fonamental de la discriminació passa, ineludiblement, per la capacitat de poder identificar, classificar i relacionar les propietats, en l'estimació mètrica succeeix idènticament però amb la dificultat incrementada que els elements amb els que cal actuar han de ser representacions referencials interioritzats i consegüentment, es necessita d'una evolució paral·lela per l'adquisició d'imatges i representacions mentals, fruit de l'acció.

**8. La interiorització unitària es construeix a partir d'unitats nuclears**

La possibilitat d'interioritzar uns referents unitaris efectius i mètricament estables passa per la capacitat d'integrar unitats nuclears sobre les quals anar construint relacionablement totes les altres. El la base d'aquestes construccions, les unitats antropomètriques són les més importants i és a partir d'elles que cal construir les del sistema mètric i no a la inversa.

**9. El domini de la mesura no és purament la capacitat pròpiament de mesura sinó de mesuralització.**

Quantificar una magnitud o dominar la capacitat mètrica no és, únicament, saber posar un valor numèric (mesura), sinó que cal un procés molt més complex en el que s'integren tant la capacitat de saber comparar i donar aquest valor, com el de dominar l'aplicació tecnològica de l'acció del mesurament i les estructures cognitives (mesuratge) alhora que saber valorar i donar significativitat a aquest valor (metrització). Treballar la mesura comporta atendre aquesta triple direccionalitat (Taula 2. p.34).

**10. Les estratègies mètriques són producte i conseqüència d'estructures cognitives actants i d'estructures mentals relacionals.**

La capacitat estimativa necessita de la intervenció de procediments, recursos i estratègies. Els dos primers com a base de les estructures cognitives actants que són els constituents de les habilitats i les últimes com a estructures cognitives relacionals que determinen el domini matemàtic.

**11. L'estimació mètrica és multiestimativa i, fruit d'això, es produeix la seva gran dificultat.**

Prèviament a l'acte de comparació mètrica o pròpiament estimació, calen unes estimacions prèvies; per una part, una és selectiva ja que s'ha d'escollir la unitat a aplicar ja que segons el context, l'ús d'unes o altres unitats, resulta més o menys beneficiós i rendible; però, a més, per l'altra costat es necessita de la pròpia estimació mètrica de la unitat escollida.

**12. Les estructures estimatives que s'interioritzen són fruit del propi context.**

Els procediments, recursos i estratègies que hom utilitza depenen i són fruit de les condicions que imposa el propi entorn. Les unitats que s'apliquen tenen una gran dependència amb la professió, hàbits personals però també queden influenciades per la forma i la longitud de l'objecte a estimar. A nivell escolar les imposicions del context determinen fortament les unitats objectals centrades en regles i metres.

**13. L'estimació mètrica es produeix per una evolució ontogènica madurativa i on la intuïció estimativa és l'estadi més evolucionat d'aquest procés.**

L'adquisició de la capacitat estimativa evoluciona des de nivells premètric on la comparació mètrica és fruit de contextos de percepcions subjectives a fases objectives i pròpiament mètriques. En aquesta graduació, la interiorització de la intuïció estimativa representa el nivell de màxima rendibilitat ja que l'acció mental que s'efectua ja no necessita de l'aplicació de processos de comparació sinó que s'actua fruit de l'adquisició d'aquesta habilitat a nivell inconscient. És en definitiva, la transformació del procés comparatiu en hàbit mental sense necessitar la conscienciació dels passos intermitjos. L'objectiu de l'estimació és intentar potenciar i adquirir, aquesta habilitat.

**14. Les estructures de la capacitat estimativa de longituds rectilínies són diferents de les que es necessiten per les curvilínies, conseqüentment el domini de les primeres no capacita per les segones.**

L'adquisició de l'estimació mètrica per les longituds rectilínies no és condició suficient per dominar l'estimació curvilínia. Aquesta, necessita de procediments, recursos i estratègies diferents; d'aquí la necessitat de treballar alhora les dues direccionalitats.

**15. L'adquisició no és lineal sinó que poden compartir-se i coexistir estadis maduratius diferents.**

L'evolució que es produeix a nivell personal presenta una estructura no lineal sinó que la persona pot situar-se en un determinat estadi evolutiu per a un tipus d'estimació i en un altre per altres tipus d'estimació i en situacions de dificultat, es produeix un salt enrera o una regressió evolutiva per tal de cercar, de nou, la seguretat que li generen estadis ja superats.

**16. Cada persona té un perfil estimatiu que pot ser integrat dins de models mètrics.**

Recollint l'acció estimativa que practica una persona, aquesta dins les coordenades marcades pels estadis evolutius i les estratègies aplicades, permet definir el seu perfil corresponent, factor fonamental per tal de dissenyar una estratègia didàctica per al seu milbrament .

**17. La utilització d'uns determinats procediments està en relació inversa amb la necessitat de la manipulació de les imatges mentals.**

Quanta més necessitat de mobilitzar dinàmicament les imatges mentals té un procediment, menys ús es fa d'ells i a la inversa. La sobreposició directa com na forma més simplificada d'acció comparativa, resulta la més emprada i la primera que s'aplica. Procediments com la rectificació, curvatura, cercletització,... resulten menys emprats degut a aquesta dificultat de manipular imatges, no obstant, aquests procediments són utilitzats, generalment, com a recomprovacions més que com a procediment bàsic i fonamental.

**18. L'algorismització redueix les possibilitats procedimentals i estratègiques**

L'adquisició de procediments algorísmics, redueix la necessitat d'aplicació d'altres tècniques i estratègies alhora que de recursos.

**19. La potenciació inicial i excessiva del sistema mètric impedeix la conceptualització de la mesura.**

L'adquisició de la mesura necessita d'un procés evolutiu tant per la gènesi del propi concepte epistemològic com de la unitat. La implementació del SIM com a mètode prioritari dificulta les possibilitats d'interiorització dels passos generals d'aquest procés evolutiu, alhora que les seves unitats no són referents potents per a poder revisualitzar. La seva relació i integració amb les unitats objectals i antropomètriques es fa imprescindible.

## 6.b. PROPOSTA DIDÀCTICA

### 1. EL CONTEXT D'APRENTATGE DE LA MESURA

#### 1.1. El marc general de l'aprenentatge de la mesura

El que es desprèn a nivell didàctic dels resultats de la recerca, en referència als trets i enfoc que han de tenir-se en compte en la planificació de qualsevol aprenentatge relacionat amb el món de la mesura, queda perfectament extractat en les paraules de Claudi Alsina "Recuperar el gust artesanal de la mesura, el bon ofici de mesurar amb les mans i els instruments, apreciar l'exactitud i l'aproximació i saber aplicar tot allò après a l'àmbit real que ens envolta són els camins per on caldria planificar las actuacions didàctiques".

Darrera de les paraules, prou clares i eloqüents, hi ha la concepció profunda d'atendre l'evolució genètica de la seva adquisició tan ontogènica com filogènica, alhora que la necessitat de la seva significativitat per a que s'integri en la pròpia realitat i sorgeixi d'ella per tal d'aprofundir no només en la pròpia mesura sinó també en les pròpies arrels socials tot transformant concepcions de vida i potenciant desenvolupaments personals que permetin l'adquisició d'habilitats i estratègies que vagin més enllà del pur acte algorísmic i aportin capacitats d'estimació i intuïció.

L'adquisició i domini de la capacitat de metrització comporta, com s'ha vist fins ara, la necessitat d'atendre a una gran diversitat de factors que van des dels purament epistemològics als de capacitat perceptual fins als cognitius i els derivats del procés maduratiu de l'adquisició de la mesura juntament amb els nivells i estadis d'aquesta; així doncs, qualsevol plantejament de proposta curricular cal estructurar-la tenint en compte aquests factors incidents, dels quals, uns són de tipus general com els derivats de les recerques i teories d'aprenentatge, i d'altres, més específics, corresponent a les particularitats de l'àrea o coneixement a adquirir. Millorar l'aprenentatge de la capacitat estimativa de mesures longitudinals i en especial les curvilínies necessita parer atenció, per tant, en:

1. Factors d'aprenentatge: significativitat, reversibilitat, activisme i motivació.
2. Factors derivats de l'adquisició i gènesi de la mesura
3. Factors intervinents en el mesuratge
4. Factors definitoris de la capacitat d'estimació intuïtiva

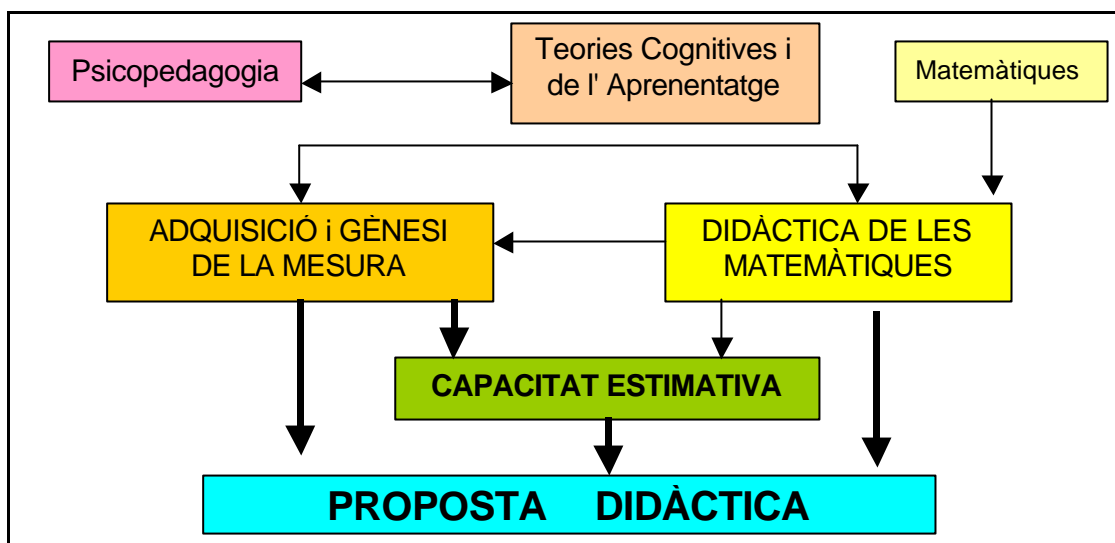
Considerant que els diferents factors s'influeixen entre ells de manera que es creen xarxes de dependència múltiple, el plantejament d'enginyeria didàctica centrat en la mesura, ha de procurar com a mínim, tenir en consideració un doble enfoc:

- *La interrelació entre aprenentatge i capacitat cognitiva*
- *Els entorns matemàtics de la mesura que determinen el marc de les dificultats inherents al seu aprenentatge*

A través dels primers s'emmarquen els paràmetres que constitueixen la línia d'acció de qualsevol disseny curricular que s'elabori per tal de millorar la capacitat d'aprenentatge. Els segons, delimiten i concreten realitats específiques del món de la mesura i que per tant cal tenir presents per tal de no deixar de banda, elements transcendents que poden ajudar o perjudicar en aquest aprenentatge.

Des del camp de la psicologia i pedagogia i de les teories cognitives i de l'aprenentatge es possibilita la comprensió de la gènesi i adquisició de la mesura

incidint, també, en la Didàctica de la Matemàtica a través d'aspectes com poden ser l'adquisició del pensament lògic-matemàtic, conjunció de la qual es desenvolupa la capacitat estimativa i per tant punt neuràlgic per dissenyar la proposta didàctica.



Esquema 36 : El marc de disseny didàctic de l'aprenentatge de la capacitat mètrica estimativa

## 1.2 Els factors psicopedagògics i d'aprenentatge

En aquest apartat cal tenir en consideració tots aquells elements derivats de les teories psicopedagògiques que defineixen línies d'actuació dirigides, de manera general, als processos cognitius i d'aprenentatge. Donat que aquest, no és el motiu de la present recerca i considerant prou tractades en d'altres treballs, les qüestions relatives a la influència dels corrents psicològics i la seva repercussió en l'educació; les característiques del constructivisme des de direccionalitats genètiques de Piaget, o les d'Ausbel, Bourbaky, i tants d'altres, com també les línies didàctiques de l'escola activa o les característiques metodològiques dels treball manipulatiu, o les incidències de la motivació o del contracte didàctic ... aquí no en farem altra referència que l'aproximació feta en el marc teòric si bé en la planificació de la proposta didàctica es tindran en compte i hi seran presents, encara que formalment no se'n farà esment.

## 1.3. La intel·ligència i la seva relació amb l'aprenentatge

Fruit del que s'ha detallat en el marc teòric sobre l'adquisició del coneixement i el desenvolupament cognitiu, cal entendre que la concepció tradicional d'intel·ligència global, nativista i unitària, porta a la visió didàctica d'enfocar i prioritzar el treball individualitzat per sobre del col·lectiu i a la inclusió de processos avaluatius fonamentats en proves on l'alumne ha de donar respostes vertaderes. Calen dominis reproductius que s'han de posar de manifest en un temps limitat i, normalment, sobre paper. L'aprenentatge es construeix en base a l'artificialitat dels criteris establerts per l'escola, sovint, amb poca incidència i integració com a acció lligada a la realitat.

L'enfoc didàctic d'una concepció d'intel·ligència plural, comporta, al contrari, una visió molt més complexa, però alhora més creativa, ja que en la realitat, el problema cal delimitar-lo i definir-lo abans de la seva resolució. La realitat, sovint, no necessita d'acció de llapis i paper sinó de l'ús de llenguatges diversos (gràfics, audiovisuals, codis, expressió oral, ...) i l'aplicació d'estratègies i dominis tecnològics ben diferents a les de les mecàniques algorísmiques escolars. La resolució necessita interactuar amb l'entorn, amb un mateix o amb el grup, aconseguint-se diferents graus de precisió o èxit, alhora que en cap cas com a temporalització puntual.



És evident que la concepció de la multiplicitat intel·lectual, tant si es consideren els factors que la configuren, com les direccionalitats funcionals a desenvolupar (*analítica, creativa, pragmàtica*), o les estructures del pensament (*analític, sintètic analític-sintètic*), obliga a un plantejament de l'aprenentatge, molt diferent al de la concepció d'intel·ligència global, única i immutable. L'enfoc derivat de la *intel·ligència múltiple*, el *comportament intel·ligent*, la *intel·ligència exitosa*, la *intel·ligència integral*, ... implica resituar la direcció aprenentatge-capacitat intel·lectual en una relació bidireccional de mútua interdependència, en la que cal potenciar la diversitat per sobre de l'uniformisme, l'aportació cooperativa i el desvetllament de contextos problemàtics com a font d'estimulació. És obvi que amb aquests condicionants, cal enfocar l'aprenentatge atenent a la diversitat de perfils individuals i no centrat en un ensenyament homogeni i únic que només serveix per potenciar i privilegiar unes determinades estructures mentals; cal a més, ajudar a desenvolupar aquelles capacitats menys evolucionades que cadascú té i aquelles exitoses que són necessàries pel desenvolupament a la vida. L'escola pot i ha d'ensenyar a aprendre, a aprendre a aprendre i aprendre a pensar. I en aquesta direcció l'aprenentatge de la mesura és un clar exemple de direccionalitat i enfoc centrat en la concepció d'intel·ligència unitària.

Cada dia més, les influències de les teories cognitives fonamentades en les teories del processament de la informació i en la resolució de problemes, porta a considerar que *l'aprenentatge no és tan la resolució satisfactòria de proves estandarditzades sinó la capacitat de saber comprendre i resoldre "intel·ligentment" situacions funcionals i significatives*, fruit dels coneixements adquirits o sigui de la "*capacitació intel·lectual*". Aquesta capacitació, entesa segons Bruer<sup>285</sup> com a "*actitud intel·ligent*" ha de ser el gran objectiu de l'aprenentatge, el qual, per ser millorable és pot aconseguir, bàsicament, a través de potenciar:

- *Possessió de continguts* específics sobre l'àmbit d'estudi o de resolució ja que el seu domini resulta un recurs fonamental per cercar *resolucions competents*.
- *Possessió de procediments i estratègies adequades* que permetin la comprensió i resolució. La capacitat del raonament lògic, entre d'altres, permet l'estructuració de coneixements, la seva organització i jerarquitització, permetent, establir connexions molt més eficients i eficaces, alhora que el pla resolutori.
- *Capacitat metacognitiva* que possibiliti la planificació, control i valoració de la pròpia acció. Només a través de l'autoreflexió i consciència del propi coneixement i resultats, hom pot tenir consciència de la veracitat i profunditat dels propis coneixements i hipòtesis i per tant d'una *actuació competent*.

Millorar qualitativament, qualsevol dels punts anteriors, és millorar l'estructura cognitiva de la persona i consegüentment la seva capacitat intel·lectual i en el cas de la mesura es fa imprescindible degut a la unidireccionalitat que fins avui ha tingut sempre. Aquest canvi conceptual d'afrontar una transformació epistemològica de la concepció d'intel·ligència única a la múltiple, és el gran repte que ha d'assumir l'educació en general però també cadascuna de les àrees de coneixement i cadascun dels objectius d'aprenentatge per tal que conscientment s'intenti l'aprenentatge metacognitiu. Posar èmfasi en l'adquisició de continguts procedimentals i actitudinals per sobre dels conceptuals resulta transcendental per atendre les exigències generades fruit de les noves recerques cognitives i treballar en el canvi de l'enfoc didàctic de la mesura és incidir en la transformació metacognitiva de la concepció educativa.

Considerant les propietats de *mediatitzada, situada* i *compartida* que té la intel·ligència, no és estrany que l'alumnat adapta les estratègies d'aprenentatge, a les "imposicions"

<sup>285</sup> Bruer, J. T. (1995). *Escuelas para pensar*. Barcelona: Paidós.

del context escolar, tot demostrant amb això la seva capacitat intel·ligent<sup>286</sup>. Si l'enfoc escolar de l'aprenentatge s'estructura en el compliment dels encàrrecs i "deures" fets en el terme establert, més que centrar-se en el procés d'adquisició d'aprenentatge, no és estrany que l'alumnat resol les situacions per donar resposta a aquesta exigència sense pretendre entrar en la comprensió, l'aprofundiment i generalització del coneixement. L'escola, després, determina i constata que l'alumnat "és poc intel·ligent" ja que està mancat de reflexió i raonament, que el seu nivell comprensiu és baix i que posseeixen poca capacitat crítica i imaginativa. Òbviament doncs, la consideració d'aquesta deficiència, feta amb l'òptica i perspectiva de la intel·ligència com a capacitat individual, no pot generalitzar-se com a deficiència intel·lectual general, sinó que aquesta, és més a conseqüència de la contradicció existent entre els objectius socials del context, un dels factors d'estructuració i construcció de l'actitud intel·ligent, i les finalitats educatives. Sota aquesta visió, es fa imprescindible el potenciament de l'adquisició col·lectiva de l'aprenentatge, més que l'aprenentatge individual, alhora que la modificació dels procediments i mètodes avaluatius.

La necessitat d'un ensenyament mediat, situat i distribuït, xoca frontalment i entra en contradicció amb la visió academicista, selectiva i uniformitzadora de l'escola. Reduir l'experiència dels alumnes a la realitat artificial de l'escola i les seves concepcions uniformitzadores, davant la realitat multidiferencial de l'alumnat i la necessitat de la creació dinàmica de la intel·ligència, és una desvalorització de l'aprenentatge i la pèrdua constant del potencial humà que fruit d'això no arriba a materialitzar-se.

La intel·ligència multifactorial porta a la necessitat, també, d'optimitzar els contextos formatius i no d'excloure d'ell, a determinats sectors d'alumnes considerats que no reuneixen les condicions per aprendre. Potenciar tasques de cooperació formativa en la que la complexitat estimula la necessitat de col·laboració grupal, possibilitant accions de descoberta i resolució activa, lligades a les pròpies realitats tot adequant-les a varietats resolutòries i on l'èxit no és sinònim d'exactitud són línies d'acció contradictòries amb el fet d'homogeneïtzar el què, com, quan, perquè i on que imposa l'escola i que no és, sense cap mena de dubte i amb tota seguretat, la millor forma de millorar l'aprenentatge.

#### 1.4. Entorns matemàtics de la mesura

La confusió existent entre magnitud i mesura, ja tractat en el marc teòric, afecta, també, a d'altres concepcions implícites o a contextos que delimiten la mesura. Aquest conjunt de factors configuren el que pot anomenar-se els "**entorns matemàtics de la mesura**"<sup>287</sup>. La incongruència present en aquests entorns o bé el desconeixement d'ells resulta ser una de les causes més importants de l'adidactisme<sup>288</sup> del seu aprenentatge.

La "*situació transaccional*"<sup>289</sup> o l'articulació entre el saber ensenyat que oficialment s'imparteix i el "*saber a aprendre*" o els coneixements que la realitat exigeix conèixer, resulta fonamental per a qualsevol aprenentatge, sent una de les causes de la dificultat comprensiva i que en la mesura té una gran incidència. Entre d'altres problemàtiques

<sup>286</sup> Scardamalia, M., Bereiter, C., & Lamon, M. (1994). *The CSILE project: Trying to bring the classroom into world 3*. In Kate McGilly (Ed.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice* (pp. 201-228). Cambridge, MA: Bradford Books/MIT Press.

<sup>287</sup> Terminologia corresponent a la corrent teòrica de la Didàctica Fonamental d'origen sistèmica nascuda de la Teoria de Situacions de Brousseau.

<sup>288</sup> Carmen Chamorro (1977) en base a la catalogació que en fa Lucienne Fèlix (*Notions de mesures et nombres réels*. Paris. Albert Blanchard. 1970), posteriorment ampliada per Guy Brousseau (*Le poids d'un recipient ou l'étude par les élèves du CM des problèmes de mesuratge*. Grand N, n° 50 (pag. 65-87). IREM de Grenoble), en diferència vuit: els objectes suport, la magnitud, la quantitat de magnitud, la mesura aplicació, la mesura imatge, la mesura concreta, el mesuratge i l'ordre de magnitud.

<sup>289</sup> Chevallard, Yves (1985): *La transposition Didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble. La Pensée Sauvage.

derivades d'aquesta transposició, l'objectal<sup>290</sup> hi té una importància capital tot caracteritzant-se, bàsicament, en:

- a) *centrament de l'aprenentatge de la mesura en el domini del sistema mètric decimal deixant-se de banda el procés natural d'adquisició de la mesura*
  - prioritat dels objectes matematitzats teòrics per sobre dels idealitzats i reals.
  - identificació de magnituds respecte a uns determinats instruments. La longitud queda molt centrada amb les regles de vint per treballar en la llibreta o el metre si és a la pissarra.
- b) *enfoc exclusiu del metrisme del mesoespai degut a:*
  - les dificultats manipulatives que té treballar en el macroespai que sovint necessiten de procediments indirectes com pot ser, en el cas de la longitud entre ciutats, la comprensió i domini de la proporcionalitat que fonamenta el concepte d'escapes comparatives (mapes, ...) afegit a que en aquest nivell magnitudinal no és possible l'experiència viscuda sinó evocades
  - els dominis macroespacials s'efectuen amb aparells i instruments que no funcionen per comparació directa sinó per "lectura" (rellotges digitals, comptaquilòmetres, bàscules,...)
  - la comprensió de les magnituds del macroespai necessiten de "relacions intermagnitudinals" espai-temporals que relacionen la magnitud amb temps per efectuar una acció (reomplir-lo, caminar-lo, ...).
- c) *centrament en la resolució de problemes aritmètics deixant de banda qualsevol altra activitat mètrica.*
- d) *les dificultats, cada vegada superiors, de viure el metrisme.* La vida quotidiana impedeix o dificulta el mesurament directe. Avui la producció i comercialització industrial, ja no permet la compra mesurant directament els pesos, capacitats,... sinó que els productes ja estan prèviament mesurats. L'especialització professional fa que la persona no necessiti manipular el mesurament en situacions diverses (pintar parets, fer mobiliari o vestuari, ..) i per tant no necessita el domini tecnològic d'aparells diversos.

<sup>290</sup> Els objectes suport són els materials (físics, icònics, deductius,...) sobre els quals l'ensenyament estructura l'aprenentatge per tal de ser la modelització o l'exemplificació. Es poden diferenciar els diferents tipus d'objectes:

a).- *materials*. Són les realitats contextuais que originen les problemàtiques i necessitats de mesura. El seu domini porta al *saber social*, base del naixement de la mesura. Resulta específic de cada context i el seu domini posa en joc recursos, estratègies i procediments diversos. Els aprenentatges són operatoris i significatius.

b).- *ostensius o ideals*, escollits com a formes que reuneixen de manera simplificada els atributs i propietats que interessa treballar. Són exemples intencionals i utilitzats com a recursos d'aprenentatge amb clara funció ostensiva és a dir, presentacions a través de les quals, com diu Chevallard " *l'ensenyant pretén proporcionar —a l'alumnat— un concepte determinat, servint-se de medis com imatges, esquemes, gràfics, discurs, llista d'axiomes o propietats que permeten interaccions limitades i superficials. Es vol aconseguir d'una vegada, la integració de tots els elements i relacions integrades en la noció que es vol que s'adquireixi*". Constitueixen un estadi de representació fonamentalment simbòlic, intermedi entre el món real i l'abstracte. S'unifiquen i uniformitzen els recursos, procediments, i estratègies resolutòries. L'aprenentatge no sol ser operator ni significatiu i el seu objectiu prioritari és el de crear relacions i esquemes mentals. Constitueixen la base del *saber acadèmic o escolar*.

c).- *formals o teòrics*. Pertanyen a les estructures  $\sigma$ -algebriques n-dimensionals existents o no en la realitat. Configuren el *saber savi*. Resten desposseïts de connotacions intuïtives i sensorials: són modelitzacions definides amb llenguatge matemàtic a partir de sistemes axiomàtics.

- e) *creació de relacions magnitudinals incorrectes que creen preconcepcions errònies* (capacitat s'identifica amb longitud; superfície amb perímetre o volum amb superfície, ...)

Els entorns matemàtics més importants que incideixen en la longitud, es concreten en:

- *simplificació i reducció de la complexitat magnitudinal*: es cerquen, sempre, objectes que facilitin la medició: es potencia l'ús d'objectes rígids i rectilinis per la manipulació i de segments si és en cas de ser dibuixats.
- *tractament de l'horitzontalitat i oblit de la verticalitat*: tota la representació simbòlica a la pissarra i quadern prioritza la representació horitzontal.
- *reducció dels recursos i instruments tecnològics de mesura* : ús d'instrument senzills i en especial la regla. Els instruments es determinen en base a l'aplicació centrada en el mesoespai (el full de paper imposa la regla de 20 i la pissarra el metre)
- *centrat en la longitud rectilínia*. Les corbes plantegen massa dificultats (necessita de nous recursos, no val la regla, en les corbes tancades no hi ha definit ni el principi ni el fi, ...).

### 1.5. Problemàtiques inherents en l'aprenentatge de la mesura

En el domini i interiorització de la mesura, intervenen una gran complexitat de factors, de manera que la seva incidència afecta a les conceptualitzacions que es van consolidant tant per part de l'alumnat com del professorat, convertint-se, a vegades, degut a enfocaments incorrectes, en pesats lastres que dificulten la seva profunda i vertadera adquisició. L'experiència personal, els hàbits socials, les arrels culturals, entre d'altres, determinen aquestes conceptualitzacions que posteriorment amalgamen uns enfocaments i procediments metodològics que no aconsegueixen l'èxit inicialment pretès.

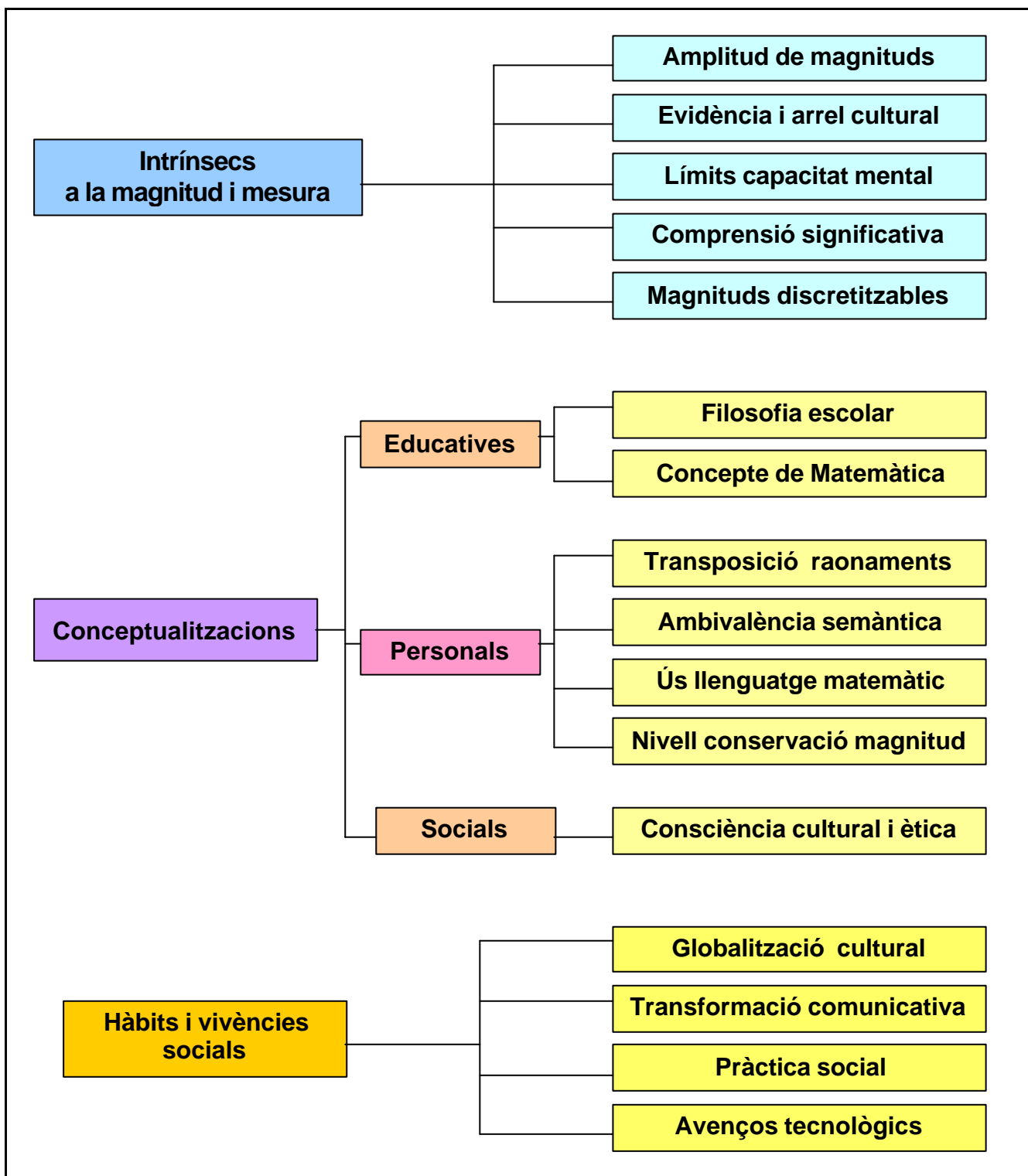
Entre aquests factors incidents podríem destacar-ne tres grans blocs:

- ***Factors intrínsecs a la pròpia mesura i/o magnitud***
- ***Conceptualitzacions errònies***
- ***Conseqüència de connotacions socials***

#### A.- Intrínsecs a la magnitud i / o mesura

##### A.1.- Amplitud del camp de les magnituds

La gran quantitat i varietat de magnituds que cal afrontar i intentar dominar, sempre ha estat un impediment per entrar en profunditat en l'aprenentatge de totes i cadascuna d'elles. Aquest problema en la nostra societat, en el món d'avui, s'ha intensificat degut a que els avenços culturals, les noves tecnologies i camps de saber, porten la necessitat d'utilitzar i emprar noves mesures degut al fet que aquests nous camins obliguen a discriminar noves magnituds fins aleshores no tingudes en compte o no valorades com a tal; allò que en un ahir ben proper no era presents o que no hi havia necessitat de saber utilitzar o interpretar, avui sí ho és. Davant aquesta amplitud magnitudinal, la problemàtica de temporalització que això comporta en la planificació d'un complet procés didàctic fonamentat en unes correctes bases psicamentals d'aprenentatge, el professorat opta per la reducció d'aquest itinerari pedagògic, simplificant tant el procés, com l'experiència activa de contacte amb la diversitat de magnituds.



Esquema 37 : *Problemàtica de la mesura. Factors incidents*

**A.2.- Evidència i arrel cultural**

Les magnituds i el seu ús són present al nostre entorn formant part de la realitat diària de manera continuada i permanentment. L'ús i transmissió d'aquesta herència cultural comporta el fet d'utilitzar-lo, sovint, sense tenir-ne consciència de la seva significativitat i organització sistemàtica. La utilització fa pressuposar que, consegüentment, ja es domina l'aspecte pràctic i que el que cal aprendre és purament el concepte teòric i el domini i precisió numèrica.

### A.3.- Límits de la capacitat mental

La pròpia capacitat intel·lectual i la imaginació humana, tenen uns umbrals i límits de comprensió; superats aquests, es fa difícil fer-se a la idea del què és, significa i representa i, per tant, la seva aprehensió. Així ens trobem dins una mateixa magnitud, per exemple en la longitud, mesures que es situen en pols antagònics com poden ser les mesures astronòmiques i les microscòpiques, les quals es fan difícils d'assumir degut a que s'escapen dels punts referencials al que hom viu i experimenta en la seva realitat. Ambdós límits impedeixen tenir-ne una representació significativa a no ser que la mesura o unitat sigui, a la vegada, mesurada a través d'una equivalència respecte a altres unitats.

### A.4.- Dificultat en la comprensió significativa

Qualsevol mesura de qualsevol magnitud, per a ésser comprensible necessita del suport significatiu d'un punt referencial objectiu i real. Molt sovint l'unitat de mesura o la quantificació numèrica de la mesura no és prou vàlida per comprendre el valor d'aquesta mesura. La comprensió s'adquireix únicament, a través del suport comparatiu amb d'altres objectes, situacions o valors que d'entrada no resten fora de l'ús que es fa en la vida diària i són, alhora, punts referencials coneguts i reals. Si per exemple sabem que una balena blava té una massa aproximada de 138000 quilos; aquest valor, que d'entrada no resta fora de l'ús que actualment s'aplica en multitud de circumstàncies quotidianes, no serveix per imaginar-se la seva significativitat a no ser que la comparem amb altres objectes o éssers reals i coneguts. Considerant que un elefant pesa uns 6300 quilos; l'home uns 70; un tanc uns 52800; un ós blanc uns 350; un jumbo uns 375000, ... a partir de les comparacions que poden establir-se entre els diversos valors –alguns més interioritzats i comprensibles que d'altres– llavors sí es pot adquirir un coneixement significatiu de la mesura de la balena.

### A.5.- Magnituds discretitzables

La mesura queda identificada molt sovint amb la seva unitat. Quan aquesta no té una existència material visualitzable degut a que la magnitud no és discretitzable manipulativament, la comprensió de la mesura resulta difícil. L'existència material de la unitat, hi ajuda. Treballar amb longituds, massa, angles, capacitat, superfície, és més entenedor per l'alumne que no pas les forces, temps, lluminositat, ... ja que aquestes, no tenen unitats materialitzades físicament.

## B.- Implicacions Conceptuals

### B.1.- Conceptualitzacions educatives

#### B.1.1.- Filosofia escolar<sup>291</sup>

El domini de la mesura implica entrar en contacte amb la realitat de la magnitud i no hi ha dubte que és un dels camps de la matemàtica que més neix i necessita d'aquesta mateixa realitat.

L'escola, en contraposició i de forma global, en resta allunyada i transmet concepcions genèriques que no parteixen de l'observació i experimentació de la realitat. Aquest fet deriva en una excessiva pobresa de recursos i varietats d'instruments o de situacions que es posen davant el nen/a per treballar els diferents aspectes integrats en qualsevol magnitud o de tot allò que ajuda a desenvolupar i crear-ne la interiorització. Tampoc pot obviar-se com a factor que en dificulta l'aplicació, la problemàtica que es desprèn d'una metodologia pràctica i

<sup>291</sup> Chamorro, C. - (1995): *Aproximación a la medida de magnitudes en la Enseñanza Primaria*. UNO (pp 31-53). Barcelona. Graó.h

experimental, que evidentment, pot originar més possibilitats de conflictes comportamentals a l'aula. Així doncs, el treballar i aprenentatge de les magnituds es centra, fonamentalment, en el domini de la unitat i sistema mètric corresponent, al mateix temps que un cert coneixement de l'instrument model i normalitzat de mesura. Existeix, també, un oblit quasi total, a d'altres instruments i procediments que utilitza la tècnica i l'entorn real, per a dominar una determinada magnitud (pensem per exemple amb la pobresa de varietat d'instruments o de situacions que es posen davant el nen/a per treballar aspectes diversos de la longitud) i també de procediments i recursos alternatius que es poden cercar en el propi entorn. Tot l'aprenentatge és fet sota situacions de passivitat intel·lectual, clarament reproductora i d'aplicació o resolució purament aritmètica.

### **B.1.2.- Enfoc de la Matemàtica**

A nivell social i evidentment també a l'escola, existeix una conceptualització molt arrelada respecte a que el gran objectiu de la matemàtica és el domini aritmètic de tots els seus camps. La mesura s'ha convertit així, en un procés de domini quasi exclusivament aritmètic i de transformació de complexes a complexes o a la inversa. La visió aritmètica comporta, paral·lelament, el d'exactitud i, per tant, entra en confrontació amb el d'estimació, aproximació i precisió; capacitats imprescindibles en el domini de les magnituds. Aquesta direccionalitat queda incrementada, a més, pel tractament que en fan els llibres de text<sup>292</sup>.

### **B.2.- Preconcepcions errònies**

Existeixen idees errònies que estan profundament arrelades en la ment a conseqüència de multitud de factors, i que és molt difícil de modificar a no ser que entrin en evidència conflictiva entre realitat i creença. Entre les causes més destacables podem senyalar:

*a.- La transposició de raonaments lògics correctes, situats en contexts no aplicables fan distorsionar la realitat.*

En la construcció de molts conceptes, l'evidència i l'anàlisi deductiu realitzat sobre una determinada magnitud i en una situació concreta, s'aplica, posteriorment, sobre d'altres situacions o objectes diferents dels primers, generalitzant-se les conclusions d'uns casos a uns altres o d'unes magnituds a unes altres, sense que existeixi relació entre ells. És molt freqüent la consideració que figures equiperimetrals són equisuperficials, que a igualtat superficial correspon igualtat volumètrica, que la densitat és directament proporcional al volum, o que la caiguda depèn del pes, ...

*b.- Ambivalència semàntica*

Alguns termes tenen més d'una significació semàntica, desfigurant-se en aquests casos, el sentit real del concepte. Un cas prou eloqüent pot ésser, per exemple, el fet que l'unitat de mesura de longitud rep el mateix nom que l'eina o instrument que s'utilitza per mesurar; així podem trobar nens i nenes que parlen de metres que tenen 3, 4, 5, 8, ... metres. També, s'hi troben aquelles dificultats inherent al propi concepte, com és el cas de massa/pes.

*c.- L'ús incorrecte del llenguatge i significació matemàtica.*

La incorrecció en l'ús del llenguatge matemàtic distorsiona el vertader sentit de la matemàtica i de la mesura. Els hàbits que creen l'ús i pràctica continuada d'aquestes valoracions juntament amb la mecànica operatòria sense lògica, són

<sup>292</sup> Chamorro, C. - (1996). *Tesi doctoral*.

productors de conceptes que alteren les significativitats reals. En són exemples prou clars, l'ús d'expressions com " $m \times m = m^2$ " que porta a la creença que el producte de dues longituds és una superfície o que el de tres, és un volum; quan això és totalment incorrecte. El producte de nombres naturals, enters, reals,... és una operació amb propietat interna on els números seguiran sent naturals, enters, reals,... També el producte d'unitats, manté la mateixa propietat i per tant, el producte de longituds serà una longitud i no superfícies o un volum. El cas obsessiu de la mecànica algorítmica de la conversió de complexes a incomplexes en el sistema mètric, el converteixen únicament, per l'alumnat, en una escala on cal pujar o baixar tot fent productes o divisions; o a la identificació de problema amb operació; ...

*d.- Evolució incompleta de l'adquisició de la conservació de la magnitud.*

Quan la conservació de la magnitud no està plenament assolida es generen "interpretacions" personals incorrectes que seran poderosos ròssecs que només es solucionaran via experiència personal. En tots aquests casos, l'experiència viscuda ha estat pobre i poc vital, donant lloc a situacions d'aprenentatges incomplets i erronis, com el fet que un alumne/a cregui que una distància en la que s'han introduït elements intermitjos, ha modificat la seva longitud o que el fraccionament d'una magnitud dóna una mesura major que a l'inici, o que el volum d'un líquid es modifica depenen del recipient o el un sòlid segons la forma que aquest té, ...

### **B.3.- Conceptualitzacions socials**

#### **B.3.1.- Consciència cultural i ètica**

La moral social imperant crea una *consciència cultural i ètica* que pot incidir fins i tot, en els processos d'anàlisi. Les vivències i les situacions additives són, inconscientment, més acceptades que les fractals o fraccionals. L'afegir és considerat sempre més positiu que el treure. Trencar, repartir, dividir,..., és vivenciat, emocionalment, com a més negatiu i, conseqüentment, tot el que implica aquesta necessitat d'ús comporta un major grau de dificultat. Els recursos additius són els primers als que s'intenta recórrer, però, quan cal utilitzar-ne de tipus substractiu, ja que en multitud d'ocasions, la mesura d'una magnitud necessita aplicar procediments fractals a través d'una successió continuada de subdivisions de les unitats, llavors s'incrementa la dificultat.

### **C.- Connotacions socials**

#### **C.1.- Globalització cultural**

L'estructura de les relacions humanes i les ampliacions de les vies de comunicació digital han generat processos d'homogeinització de totes les societats. Els grups culturalment dominants van imposant, paulatinament, a través de l'economia, les seves idees i formes de vida. Les tècniques de mesurament vitals de cada comunitat, les unitats tradicionals de mesura han deixat de ser conegudes i utilitzades per arribar a l'acceptació única del sistema internacional. Aquesta integració ha deslligat, en part, la mesura de la seva significació pragmàtica primigènia.

#### **C.2.- Transformació comunicativa**

Les tendències de representació i simbolització que la cultura utilitza per comunicar-se, obliga a la reducció de la mesura de les imatges (TV, llibres, ...): la proporcionalitat entre realitat i representació, generalment, sempre és reductora com també ho és, l'observació en la mateixa realitat degut a la perspectiva produïda



per la distància, en poques ocasions (cinema, ...) hi ha augment de valors magnitudinals. Aquest fet és present, també, a l'escola on l'alumne/a utilitza el paper i en ell es veu obligat, quasi sempre, a reduir tota la seva comunicació (dibuixos, missatges donats en la pissarra, ...) o la informació que li arriba. Quan les situacions obliguen a un creixement i ampliació de magnituds, com per exemple fer esquemes i dibuixos en papers més grans dels habituals, augmenta la dificultat del domini de les proporcionalitats a aplicar i el resultat obtingut és inferior al fet en escales reductores. També a nivell mental, resulta més còmode i fàcil, per a la majoria, d'empetir progressivament imatges mentals que a la inversa.

### **C.3.- Pràctica social i tecnològica**

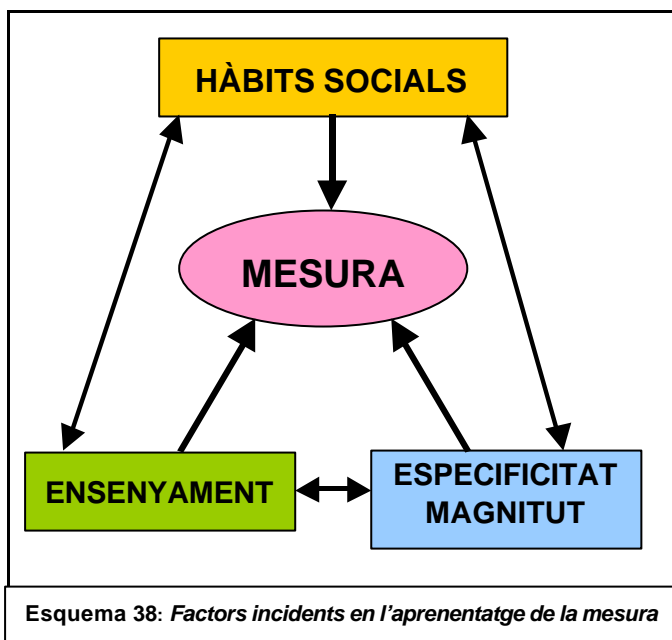
Cada comunitat o grup cultural, potencia unes determinades magnituds per sobre d'unes altres degut a les seves necessitats específiques de subsistència i relació. Cada grup social tindrà, consegüentment, més facilitat i domini d'unes mesures que d'unes altres. No és gens estrany que les persones de cultures rurals dominen molt més les magnituds superficials que les que viuen en el món urbà; les primeres s'hi desplacen i hi viuen visual i vivencialment; la superfície els resulta un factor clau del seu treball i productivitat; dominar el control superficial significa el control temporal, econòmic,... Per contraposició, en el món urbà la superfície queda diluïda i amagada pel propi urbanisme arquitectònic; la superfície deixa de ser element clau i determinant de la problemàtica diària, la qual necessita molt més del domini longitudinal, factor determinant de les problemàtiques dels desplaçaments.

### **C.4.- Avenços tecnològics**

Les contínues millores tecnològiques, estan transformant, contínuament, els aparells de mesura, convertint-los amb més precisos però més *allunyats de la pròpia acció del contrast comparatiu directe i de la seva visualització comparativa*. Avui, els rellotges no permeten observar el pas del temps a través del moviment i posició de les busques del rellotge; el temps no és més que el pas d'uns números segons una cadència i ritme; de la mateixa manera, la comparació de masses fruit de l'equilibri de la balança, s'ha convertit en una lectura numèrica; idènticament succeeix amb la mesura de longitud a través de lectors digitals d'infraroigs o làsers, i en tantes i tantes magnituds. Els procediments de comparació que s'utilitzen són procediments tecnològics que escapen a les possibilitats comprensives de la majoria de persones i mesurar, cada dia més, és converteix en un *procés de lectura numèrica* i en sinònim de donar número a les magnituds; fet que l'allunya, progressivament, del seu sentit originari de contrast comparatiu.

## 6.2. TRACTAMENT I APRENTATGE DE LA MESURA

### 2.1. Atenció als factors implicats



L'acció educativa a emprendre i la línia didàctica a assumir cal que a més d'adequar-se al procés d'adquisició del coneixement i a l'evolució del nivell maduratiu de la mesura, procuri eliminar tant com sigui possible, la major part dels condicionants que incideixen negativament en el seu aprenentatge i interiorització. La conceptualització de la mesura s'obté per multitud de factors de conceptualització i entre els quals cal destacar:

**a).** deguts a l'especificitat de la pròpia magnitud que fa que no sigui el mateix interioritzar el domini i concepte de longitud,

superfície ..., que els de força, energia, lluminositat, ... En aquests casos, bona part de la dificultat, rau en el fet de poder matematitzar o no, una unitat de mesura (agafar una longitud i utilitzar-la com a element comparatiu és relativament fàcil, però no ho és fer-ho, per exemple, amb la lluminositat,...). Comparar una magnitud a partir de parts d'ella mateixa (longitud, superfície, capacitat, ...) resulta més comprensible (magnituds directes) que mesurar una magnitud a través de les modificacions que es produeixen en altres magnituds com saber la temperatura per la modificació de longitud, o la força per la deformació ... (magnituds indirectes) .

**b).**- els derivats dels *hàbits i necessitats dels contextos socials* poden fer incidir de manera positiva o a la inversa. Una mateixa magnitud, pot arribar a presentar diferents nivells de dificultat; no és el mateix dominar, per exemple, la superfície i la longitud en un medi rural que en el món urbà... Dominar l'estimació superficial, per exemple, en un medi rural permetia el control econòmic, temporal, ... (estimar la mesura d'un camp donava peu a intuir quants sacs de gra es podien collir o quant farratge, o quantes bales de palla, ... quant bestiar es podria alimentar, quants jornals es necessitarien...) i, en definitiva, el control d'una certa supervivència, fet, que en el món urbà, el domini d'aquesta superfície no resulta tan transcendental.

**c).**- els derivats de les *preconcepcions errònies* degudes a la no adquisició de la conservació de les magnituds comporta transferències conceptuals tals com que es pugui creure que amb un mateix perímetre, les diverses formes poligonals que es poden formar, tindran totes elles, la mateixa àrea; o que la capacitat resta modifica al canviar la forma del recipient o que la velocitat de caiguda d'un cos depèn del seu pes, i tantes altres. Totes aquestes deficiències són producte, molt sovint, de la poca integració del món manipulatiu i experimental en el procés d'aprenentatge.

L'acció educativa a emprendre i la línia didàctica a assumir cal que intenti reduir, tan com pugui, les dificultats que creen els propis factors intrínsecs de la mesura, els derivats de les preconcepcions errònies i els de les connotacions i hàbits socials, alhora que certes identificacions educatives.

Per conquerir un cert nivell d'adquisició, cal actuar essencialment a quatre bandes:

- a. potenciar la metacognició personal**
- b. donar significativitat a l'aprenentatge**
- c. integració dels diferents nivells de capacitat de mesura**
- d. adequació a la gènesi d'adquisició**

**a).**- Ni la metacognició que suposa l'autoconsciència del propi nivell cognitiu, ni la significativitat, tindran possibilitat d'ésser efectives si l'aprenentatge no entra en contacte directe amb l'entorn i si no sorgeix de la pròpia realitat i la vivència personal<sup>293</sup>. Només estructurat sobre la base de l'experiència vivenciada i contrastada entre la realitat i les pròpies creences o intuïcions, la crisi de les concepcions es materialitzarà i entrarà en escena per a poder derruir preconceptes i iniciar la reconstrucció dels nous conceptes.

**b).**- La mesura, com a estructura que configura i ajuda a definir la concepció d'espai, té igual que aquest, uns estadis d'adquisició<sup>294</sup> que evolucionen des del *domini sensorial* al conceptual i és en aquest *domini conceptual o abstracte* al que matemàticament cal arribar.

**c).**- L'abstracció de la mesura o **mesura conceptual**, no arribarà a ser efectiva si abans no s'ha treballat el món de la representació i la simbolització que ha originat **la mesura representativa o mental** –estadi previ al conceptual-, però aquesta tampoc reeixirà si no ha existit, anteriorment, una vivenciació i un contacte manipulatiu amb la realitat que és l'origen de la **mesura intuïtiva**.

**d).**- No pot obviar-se per últim, que el procés de l'adquisició de la mesura és un procés que té una gènesi i un camí més o menys determinat. Resulta molt semblant al processos descrits per l'adquisició de la quantitat i número<sup>295</sup>. Caldrà en un inici, potenciar les estructures lògiques del pensament (identificació, classificació, ordenació, ...) a través de la intuïció adquirida per la vivència i la manipulació, per tal de passar, poc a poc, a aconseguir dominar gradualment els estadis que configuren el concepte de mesura o el domini d'una magnitud.

## 2.2. Direccionalitat i línia d'aprenentatge

Podem ressenyar a grans trets que un possible itinerari d'adquisició de **la mesura espontània**<sup>296</sup> necessita, tal com s'indicà en l'apartat de la gènesi de la mesura del marc teòric<sup>297</sup>, de:

- 1.- Identificació / Discriminació de la magnitud**
- 2.- Classificació en base a la magnitud**
- 3.- Ordenació segons la magnitud**
- 4.- Igualació i Equivalència per comparacions sumatives i substractives**
- 5.- Contrasts comparatius**
- 6.- Adquisició de la unitat (antropomòrfica, objectal, ...., Sistema Mètric)**
- 7.- Creació del sistema (alternatiu, ...; Sistema Mètric)**
- 8.- Integració i aplicabilitat**

<sup>293</sup> Brousseau, G. (1988) – Le contrat didactique: le milieu – Recherches en Didactiques des Mathématiques – Vol, 9, n°3, pp 309-336 – Grenoble.

<sup>294</sup> Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J.M (1989)- Invitación a la didáctica de la geometría – Madrid. Síntesis

<sup>295</sup> Piaget, J. (1967)

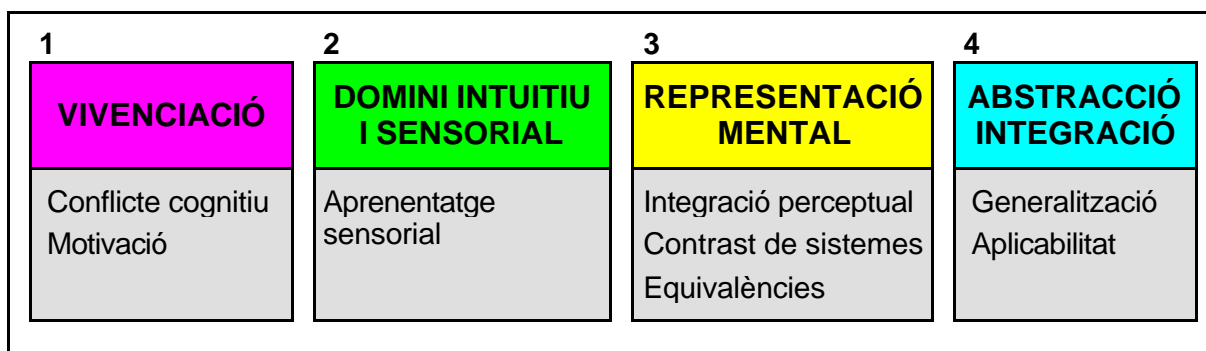
<sup>296</sup> Chamorro, M.C.; Belmonte, J.M. (1991)

<sup>297</sup> Pagina 40 i següents

La proposta d'actuació cal fonamentar-la a partir de la creació d'una motivació inicial<sup>298</sup> que impulsi el desig de l'aprenentatge. Cal plantejar-ho com a fruit de la vivenciació amb conflicte cognitiu (comparar la longitud entre dos elements no mòbils i situats en diferents llocs, caminar amb els ulls tapats fins a una determinada distància, cercar elements del context que permetin equilibrar una balança, intuir el recorregut fet a partir d'informacions indirectes com temps o import del tiquet,...) adequat al nivell de dificultat que possibilita l'edat i contextualitzat en forma de situacions problemàtiques. Posteriorment, i poc a poc, cal anar entrant en contacte amb els altres nivells de domini: la interiorització i l'abstracció. Aquests passos de nou domini es van adquirint a mesura que nous sentits entren en joc per fer-ne una integració perceptual (el caminar una distància determinada es relaciona amb el comptatge de passes i amb el ritme i obertura d'aquestes, amb el control del temps; l'equilibrat portarà a equivalències entre objectes ...).

El procés és semblant a una evolució paral·lela a les existents entre el pas que es fa per avançar en el domini de situacions de "laberints, camins i coordenades"<sup>299</sup>. De les dificultats inconcretes inicials (laberints) s'aconsegueix a través de l'acció manipulativa per assaig i error, cercar solucions concretes (camins) que permetran, posteriorment, la generalització i precisió (coordenades).

Una possible planificació de l'aprenentatge de les mesures pot estructurar-se, a grans trets, (esquema 4) procurant passar pels quatre estadis o nivells que es detallen i aplicant, en cada cas i com a més importants, els procediments que s'indiquen:



Esquema 39 : Estadis de graduació metodològica de les activitats

El treball i enfoc corresponent als dos primers estadis portaria a l'adquisició del nivell de **Mesura Sensorial i Intuïtiva** ; el tercer, al domini de la **Mesura Representativa o Simbòlica** i l'últim, a la consecució de la **Mesura Abstracta**. A nivell d'equivalències cronològiques, cada un d'aquests estadis de domini seria el que correspondrien treballar, amb prioritat, en cadascun dels tres cicles de l'Educació Primària

### 2.3. Variabilitat dels factors intervinents en el mesurament

Tota acció de mesurament necessita per a la seva materialització, de quatre elements essencials: *objecte, magnitud a mesurar, unitat de mesura i quantificació mètrica*.

Mesurar generalment s'ha entès com l'acció de quantificar una magnitud i segons aquesta concepció per tal de cercar la quantificació hi ha necessitat de conèixer o de disposar de tres informacions claus, l'objecte sobre el que s'actua, la magnitud que es vol mesurar i la unitat de mesura. En base a això, els quatre factors indicats: objecte, magnitud, mesura i quantificació, resulten fonamentals i és aquesta quaterna la que en el seu conjunt, configuren l'acte de mesuratge.

<sup>298</sup> Callís, J.; Figueras, E. (1995) – Aprofitar els interessos de l'alumnat – guix 211, (monogràfic: L'ensenyament de la matemàtica, avui) (pp 41—53). Barcelona.

<sup>299</sup> Fiol, M.L. – Proyecto Docente de Didáctica de la Matemàtica– Barcelona. UAB.

Resulta evident doncs, que si hi ha quatre elements a tenir en compte, això permet interactuar en el món de la mesura de manera diferent tot cercant algun dels altres factors i no únicament el quantitatiu tot coneixent els altres tres. Així doncs se'n poden conèixer tres, dos o únicament un. En base a això i segons es detalla en la taula adjunta es pot constatar que existeixen catorze possibilitats de treball segons la quantitat de informació que es proporciona per tal d'efectuar el mesurament.

	Objecte	Magnitud	Unitat	Quantificació
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				

Esquema 40 : Variabilitat de tipologies de mesurament

En aquesta línia, s'han de proposar i potenciar accions de mesurament -estimatiu o no- que potenciïn la pràctica i que treballin totes les varietats de propostes; fet que permet alhora un treball no únicament de reflexió directa sinó també inversa o sigui amb procés de reversibilitat de pensament com pot ser, per exemple, resoldre situacions on davant un munt d'objectes calgui discriminar quin d'ells té una mesura magnitudinal concreta; o bé que una determinada magnitud d'un objecte se li coneix la seva quantificació sense indicar-ne la unitat utilitzada i calgui deduir aquesta (centímetres, decímetres, metre, pams, ...); o bé que sigui necessari discriminar aquells objectes o magnituds que es poden mesurar amb una determinada unitat. La variació de propostes de treball resulta molt àmplia i per tant fructífera en quant a les possibilitats que això dóna de cares a poder plantejar accions molt diverses i amb activitats de tipus lúdic i interrelacionades amb la realitat. Ja Diennes i Golding<sup>300</sup> en referència a la descoberta de la mesura indiquen la necessitat d'aquest tractament:

- " Després d'haver elegit la unitat de mesura que es va a utilitzar, es poden agafar unes cinquantena de pedretes (es tracta de longitud- i en posen un parell a una determinada distància una de l'altra. A continuació els demanarem que indiquin quantes unitats es podrien posar una a continuació de l'altra entre dels dues pedres. És un primer exercici, per a ells, d'estimació a ull d'una longitud"

com també ho especifiquen Segovia, Castro, Castro, E i Rico<sup>301</sup>:

- " L'ús més normal que es fa de l'estimació a l'ensenyança de la mesura consisteix en estimar l'atribut de l'objecte utilitzant una unitat de mesura prefixada; per exemple: estimació de l'amplada de la taula aproximat a decímetres. En aquest cas, l'atenció està centrada més en el metratge que en la unitat amb què es mesura. L'alumne disposa d'un objecte i es suposa que també posseeix el concepte d'unitat de mesura a utilitzar. L'emfasi de l'estimació es posa en el fet d'assignar a aquest objecte (la taula), un número (la mesura) a través d'un auxiliar (la unitat). L'estimació que consisteix en efectuar l'assignació inversa posa més en joc la unitat de mesura i pot ajudar a que els estudiants adquireixin un esquema mental d'aquestes unitats. Les activitats d'aquest tipus són menys freqüents a les aules, però no menys importants".

<sup>300</sup> Diennes, Z.P.; Golding, E.W.(1996): Exploración del espacio y práctica de la medida. Teide. Barcelona

<sup>301</sup> Segovia, I.; Castro, E.; Castro Enc.; Rico, L. (1989). Estimación en cálculo y medida. Síntesis. Madrid

El conjunt de les variacions que es generen amb les catorze tipologies, potencia i obliga a l'anàlisi del context tot reforçant capacitats de pensament lògic com són la identificació i reconeixement alhora que la classificació i ordenació sense oblidar que també es treballa la reversibilitat de pensament juntament amb les habilitats tècniques, estratègies resolutòries, conceptualització unitària, equivalències mètriques....

## 2.4. El marc didàctic de l'aprenentatge de la mesura

Del que acabem de descriure es pot concloure que un tractament didàctic de l'aprenentatge de la mesura ha de procurar planificar-se de forma que compleixi entre d'altres, els enfocaments metodològics següents:

### a.- Adequat:

- **Planificat tenint en compte el procés d'evolució-adquisició genètica de la mesura.** No poden deixar-se de banda els aspectes o fases que determinen l'adquisició i domini de la mesura espontània cal passar de la identificació, classificació, ordenació, igualació,... a l'adquisició de la unitat i per últim a la integració conceptual i la seva aplicabilitat.
- **Adequat als estadis d'adquisició de l'aprenentatge matemàtic i al nivell maduratiu cronològic.** La graduació d'activitats ha d'evolucionar des de la discriminació sensorial a la interiorització, i d'aquesta, a la representació mental per conquerir, finalment l'abstracció.
- **Graduat als estadis d'activisme metodològic**  
Cal emprar un activisme metodològic que ha d'evolucionar des de la vivenciació a la manipulació per passar a les de simbolització i arribar, finalment, a l'abstracció i generalització.
- **Adequat a l'evolució filogènica.** Cal partir de les pròpies creacions d'unitats i sistemes de mesura per passar finalment a les mesures oficialment establertes. És important no oblidar-se de conèixer les que la pròpia comunitat ha utilitzat tradicionalment.

### b.- Actiu i Experimental

- **Creatives i imaginatives.** S'ha de partir i potenciar l'adquisició de les pròpies creacions d'unitats i sistemes de mesura per passar des d'aquí, a les mesures del S.I.M legalment establert.
- **Autoformatives i d'autodescobriment.** Possibilitar l'assaig-error i diferenciar l'error de l'aproximació, i l'aproximació de la precisió.

### c.- Significatiu i Pràctic

- **Integrat a la realitat física i emocional.** L'aprenentatge s'assoleix en contacte amb la realitat i partint dels interessos i motivacions que es genera del contacte amb les situacions de vida; no en el càlcul.
- **La vida, el contrast i la reflexió han de primar a l'exercici sobre paper.** Les activitats han de partir del propi entorn per poder, posteriorment, retornar-hi per solucionar o dominar les dificultats que aquest mateix entorn crea. El domini aritmètic no ha d'ésser l'objectiu prioritari.
- **Acompanyades d'anàlisi comparatiu d'equivalències** respecte a altres objectes de mesura més coneguda i dominada per tal d'aconseguir que existeixi una metrització amb plena significació i sentit.

- **Potenciadora de l'estimació i aproximació** en contraposició a l'ús exclusiu de l'exactitud.
- **Integrat a solucionar situacions problemàtiques** El context real ha de cercar situar-se davant contexts problemàtics i contradictoris.
- **Apropament tecnològic.** Capacitar per la creativitat cal conèixer, dominar, utilitzar i crear instruments variats de mesurament.
- **Relacionar comparativament els valors de la mesura.** Les activitats de mesura han d'estar acompanyades d'anàlisis comparatius d'equivalències amb altres objectes de mesura més coneguda o dominada per aconseguir donar sentit i significació als valors numèric de la mesura.

#### d.- Variat

- **Potenciador de la reversibilitat del pensament.** El plantejament ha de ser presentat tant de forma directa com inversa.
- **Resolució multidireccional.** No sempre cal aconseguir, únicament, el valor numèric de la mesura, en d'altres ocasions és necessari ser capaç de discriminar els objectes que compleixen i s'adeqüen a determinades condicions que estableix la mesura; en d'altres, cal saber deduir quina ha estat la unitat o les unitats utilitzades en base als valors numèrics donats.
- **Integració de situacions extracadèmiques.** Cal incloure activitats que en la vida ordinària apareixen o s'utilitzen poc: cal potenciar situacions de valoració horitzontal/vertical; reducció/ampliació de proporcionalitat; mesurar mateixes situacions amb unitats i sistemes diversos.

#### e.- Arrelat

- **Integrat al context social.** Cal entrar en contacte i conèixer les mesures que la pròpia comunitat ha utilitzat tradicionalment..

#### f.- Cíclic i continuat

- **Aprenentatge cíclic i en espiral.** El plantejament ha de ser sistemàtic i continuat durant tota l'escolaritat i no puntual o esporàdicament.

## 6.3. L'APRENTATGE DE LA CAPACITAT ESTIMATIVA

### 3.1. Factors definitoris de la capacitat estimativa

Hem pogut constatar que la capacitat estimativa és fruit de la interdependència entre procediments, recursos i estratègies que es posen en pràctica i que segons la qualitat d'aquests, la capacitat resulta de més o menys qualitat. Per altra banda, cal considerar també que aquesta capacitat es manifesta externament a través de diverses maneres entre els que cal destacar, el nivell de precisió i correcció, la tendència aproximativa, la consistència i la coherència estimativa; resultant ser el domini una capacitat multifactorial que cal tenir en compte.

Qualsevol proposta didàctica que pretengui esperonar la millora de la capacitat estimativa no pot obviar en cap cas, que l'objectiu principal és el de potenciar l'evolució de cada un d'aquests factors a nivells maduratsius superiors de manera que es possibiliti el pas gradual dels contextos premètrics a l'automatisme intuïtiu. Cal procurar que les propostes es centrin en treballar tots els diferents factors constitutius del domini i no únicament en la precisió. Propostes que demanin aproximacions per excés o bé per defecte, o seqüències estimatives de varis objectes, o detectar la diferència existent entre ells són variacions que permeten estimular i reforçar la consistència i la coherència estimativa que si bé no treballen directament la precisió, sí ho fan indirectament.

### 3.2. La millora de la capacitat estimativa

#### a.- Direccionalitat didàctica

Arribats al punt concret de l'estimació, cal retornar enrera i centrar l'atenció en algunes de les conclusions que s'han anat constatant al llarg de la recerca i que s'han sintetitzat en aquest mateix capítol, les quals permeten atalaiar la realitat de la formació i el que cal aconseguir com a fita. Així doncs les línies didàctiques han de sorgir del que s'ha comprovat i l'enfoc de la proposta, fonamentat a partir de les conclusions extretes. D'entre elles en recordem sintèticament algunes

- ***la capacitat d'estimació ve determinada per la vivència efectuada i la necessitat vital que se'n derivi no per pertànyer a un grup social determinat.***
- ***la precisió estimativa és independent de la tipologia d'unitats utilitzades.***
- ***La formació acadèmica té poc en compte i potencia molt poc, la capacitat i millora del domini estimatiu***
- ***la capacitat estimativa de les formes corbes segueix un procés d'adquisició diferenciat al del domini de l'estimació rectilínia***
- ***el domini i precisió en l'estimació de circumferències capacita per les estimacions d'altres formes corbes.***
- ***dominar procediments, recursos i estratègies diverses de mesurament ajuda la millora estimativa***
- ***la formació cultural i la consciència moral estimulen l'estimació per defecte***
- ***la verticalitat i la concentració redueixen la percepció de les mesures***
- ***l'estimació per defecte millora l'aproximació en les rectilínies i la feta per excés en les formes corbes.***
- ***el metre resulta la unitat nuclear més utilitzada***
- ***l'ús i capacitat de fraccionar el metre millora la precisió***
- ***la utilització d'unitats tradicionals presenta una relativa millora estimativa***



En base a aquestes realitats, tota proposta didàctica ha d'enfocarse centrant-la en:

#### **a.1. Validar la seva significativitat i integració en la realitat**

- Les activitats, sempre que sigui possible, han d'integrar-se en la realitat sorgint d'ella i retornant a ella. És important que neixin com a fruit de situacions problemàtiques o de necessitats reals.
- Potenciar el coneixement i descoberta de les arrels de la pròpia comunitat a través de les seves mesures i de l'evolució cultural-matemàtica de la Humanitat.

#### **a.2. Intensificar la varietat de plantejaments**

- S'han de realitzar estimacions presentades en formes i plantejaments variats tot evitant la resolució única i puntual de manera que s'impulsin l'ús de diferents procediments, diferents recursos i diferents estratègies.
- Cal impulsar la presentació amb diferenciacions perceptuals actuant sempre amb reversibilitat d'acció. Entre elles:
  - variar la posició en l'espai tot passant de l'horitzontalitat a la verticalitat i a la inversa, alhora que posicions amb inclinacions diverses.
  - modificar el perfil perimetral, com pot ser transformant la recta en diferents formes poligonals o corbes, de polígons a altres polígons, de corbes a corbes, ...
  - produint més o menys concentració o dilatació respecte al seu centre.
  - variant el suport visual de la percepció de la longitud tot presentant objectes amb gruixos destacables; fils; senyalitzant només punts extrem
  - integrant elements distorsionadors de la longitud. Elements fraccionats, distàncies entre punts amb elements intermedis, ...

#### **a.3. Atendre l'evolució ontogènica i filogènica**

- Plantejar propostes que permetin evolucionar des de la pura comparació a l'adquisició de la unitat objectiva.
- Procurar generar sistemes mètrics tant antropomètrics com objectals o de qualsevol tipus.
- Conèixer les mesures tradicionals del propi entorn i la seva utilitat tot relacionant-t'ho amb el SIM.
- Analitzar i comparar els diferents recursos emprats al llarg de l'evolució humana o entre comunitats, sectors productius, ...

#### **a.4. Desenvolupar l'adquisició de la capacitat estimativa i aproximativa.**

- Plantejar situacions on la resolució per estimació sigui la millor opció.
- Analitzar situacions reals amb plantejament de solucions estimatives.
- Capacitat de domini del llenguatge implícit en l'estimació.
- Saber aplicar l'estimació pertinent en situacions diferencials.
- Saber aplicar el grau de precisió adient segons contextos.
- Treballar sobreestimacions i subestimacions i aproximacions per defecte i per excés.
- Ajustar i perfeccionar estimacions i aproximacions fetes en uns contextos determinats.
- Saber valorar la raonabilitat d'estimacions.

**a.5. Potenciar l'estimació de les corbes**

- Cal incloure les corbes com a longituds a tenir en compte en l'aprenentatge, ja que prioritzar exclusivament la rectilínia no garanteix ni possibilita suficientment el domini de les formes corbes.
- Intensificar el treball d'estimacions de formes corbes per tal que es posin en joc, procediments, recursos i estratègies que d'altra manera i només en estimacions rectilínies no s'utilitzarien.

**a.6. Potenciar la representació mental i posterior interiorització**

- És transcendental que tota acció estimativa s'acompanyi d'activitats de revisualització (enactives, icòniques, verbals ...) per a que hom estableixi més relacions perceptives.
- Fer conscient a través d'expressió oral, gràfica o enactiva del què es fa, tot destacant-ne i diferenciant els elements (procediments, recursos i estratègies) que hi intervenen i s'utilitzen.
- Cal potenciar activitats que portin a la interiorització del metre interconnexionant-lo amb adquisicions antropomètriques i objectals
- Cal treballar molt la diversificació del domini del metre tant a nivell de variabilitat antropomètrica com objectal i magnitudinal.
- Intensificar els treballs de tipus comparatiu.
- Cal potenciar l'adquisició d'aquells procediments, recursos i estratègies que s'han demostrat com a més eficaços per aconseguir més precisió.
- Treballar la rectificació i quadriculació com a objectiu prioritari de l'activitat.

**a.7. Desenvolupar capacitats analítiques, de composició i descomposició**

- Plantejar activitats amb formes que possibilitin cercar-hi elements que actuïn o puguin actuar d'unitats estructurals o conceptuals.
- Potenciar la composició i descomposició de formes.
- Treballar la igualació comparativa tant de tipus additiu com substractiu.

**a.8. Estimular la descoberta i la recerca**

- Enfocar activitats amb reversibilitat de pensament de manera que no només siguin propostes directes sinó també inverses.
- Aprendre a mesurar una magnitud a través de mesures indirectes o de relacions intermagnitudinals (control de temps per la longitud mantenint velocitat o ritme,...).
- Potenciar l'ús d'unitats projectives atenent enfoc diversos de proporcionalitat.
- Saber establir criteris d'interrelació i equivalència mètrica entre diferents unitats i sistemes.
- Potenciar les mesures algorísmiques de tipus deductiu.

**b.- Implicacions generals**

L'adquisició o millora de la mesura i de la capacitat estimativa comporta un complex procés d'aprenentatge en el que la planificació didàctica ha de tenir en compte, evidentment, els factors intrínsecs del subjecte de l'aprenentatge i els intrínsecs del propi element a aprendre, però també les pròpies conceptualitzacions de l'educador resulten determinants en quant a l'enfoc global i objectius que es plantegen. El conjunt de les concepcions i objectius determina l'adequació de les activitats i la metodologia.



Esquema 41 : Factors positívadors de l'aprenentatge de la mesura i de la capacitat estimativa

La direccionalitat de qualsevol activitat tot i ser la mateixa, pot ser molt diferent segons la conceptualització de qui la proposa i orienta, ja que des del procés metodològic que es potenciarà fins al procés avaluatori que s'aplicarà, poden arribar a ser fins i tot antagònics.

A manera de síntesi d'aquestes implicacions, podem destacar que cal tenir en consideració :

- *Concepcions i objectius de l'educador*
- *Adequació de les propostes a les característiques de l'aprenentatge*
- *Activitats*
- *Metodologia de treball*

La taula anterior (313), presenta de manera sintètica i des d'una perspectiva genèrica, aspectes essencials a tenir en consideració per a cadascun dels factors que hem indicat com a més significatius per aconseguir un bon aprenentatge, o a la inversa, la concepció i enfoc contrari al que en ella s'explicita, són causa suficient de desenfoc de la mesura i d'un incorrecte aprenentatge i interiorització.

### 3.3. Graduació i seqüenciació adquisitiva

El conjunt d'activitats per aconseguir l'aprenentatge de la mesura com a globalitat i l'estimació en particular, han d'efectuar-se sota una seqüenciació madurativa tal i com hem vingut indicant contínuament. A nivell escolar, aquesta estructuració cal tenir-la en compte atenent als seus cicles formatius i atenent-nos a ells i a l'evolució de la gènesi de la mesura i factors integrats en aquesta adquisició, juntament amb les estructures lògiques que hi ha darrera de cada contingut, la taula cartesiana que les conjunta, permet situar-hi en ella, i en cada cas, el cicle o cicles que l'han de tenir com a objectius del seu quefer i per tant caldrà, a partir d'aquí, fer l'altre pas posterior de dissenyar activitats concretes i específiques que permetin desenvolupar cada un dels aspectes definits.

OBJECTIUS	CONTINGUTS					
	CONCEPTUALS		PROCEDIMENTALS			
ESTADI	Objectius		ESTRUCTURES LÒGIQUES			
			Identificar	Relacionar	Igualar	Operar
Adquisició Magnitud	Percepció magnitud		EI - CI	EI - CI	EI - CI	EI - CI
	Conservació magnitud		EI - CI	EI - CI	EI - CI	EI - CI
	Ordenació magnitud		CI - CM	CI - CM	CI - CM	CS
Adquisició Unitat	Percepció Subjectiva		EI - CI	CI - CM	CM - CS	CS
	Unitat figural		CI - CM	CI - CM	CI - CM	CM - CS
	Unitat objectiva		CI - CM	CM	CM	CM - CS
Mesura	Sistema	Figural	CM - CS	CM	CM	CM - CS
		Objectiu	CM - CS	CM - CS	CM	CM - CS
	Aplicació tecnològica		CI - CM - CS	CM - CS	CM - CS	CS
	Algorismització		CM - CS	CS	CS	CS
	Intuïció		CI - CM - CS	CI - CM - CS	CI - CM - CS	CS

Taula 191 : Seqüenciació d'objectius i continguts segons cicles

EI: Educació Infantil - CI: Cicle Inicial - CM: Cicle Miq - CS: Cicle Superior

### Exemplificació

Les propostes que es detallen a continuació, emmarquen de manera general, algunes potencials direccions de treball, centrades en el cicle inicial, que permeten desenvolupar els objectius didàctics que configuren la mesura i la seva adquisició, tot atenent les diferents categories lògiques que la constitueixen.

<b>ADQUISICIÓ DE LA MESURA DE LONGITUD AL CICLE INICIAL. PROPOSTA D'ACTIVITATS</b>			
<b>TIPOLOGIA</b>	<b>OBJECTIUS</b>	<b>ACTIVITATS - PROCEDIMENTS</b>	<b>RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar</li> <li>- Classificar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconeixement Magnitud.</li> <li>- Conservació</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Classificar i diferenciar barres, llapis, fustes... segons longituds. Idem amb circumferències i altres corbes.</li> <li>- Classificacions prequantitatives: "tant llarg com...", " més curt que..."</li> <li>- Detectar igualtats amb modificacions perceptuals: color, número d'elements, posició,...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propi cos: alçada, pam, pam, braç, ...</li> <li>- Material divers: taules, armaris, fustes, llistons, cordes, cintes, fils, pedretes ...</li> <li>- Material sensorial Montessori.</li> <li>- Reglets de color</li> <li>- Material encaixable (Lego, Tente, ...)</li> <li>- Cinta mètrica, regles..</li> <li>- Itineraris, recorreguts.. carrers, plànols,...</li> <li>- Jocs i competicions: saltar i córrer, llençar objectes, ...</li> <li>- Filferro, cossos rodons formes corbes.. rodes molles, espirals,</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparar</li> <li>- Ordenar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conservació</li> <li>- Estimació</li> <li>- Transitivitat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparacions perceptuals: longitud d'objectes: mòbils i fixes.</li> <li>- Modificant posició d'extrems</li> <li>- Incloent elements entre extrems</li> <li>- Partició de l'element a mesurar. Unió parts</li> <li>- Ordenació magnitudinal d'objectes i accions (alçades, pams,... espais recorreguts, llançaments, ...)</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Igualacions</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conservació</li> <li>- Operativitat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Additives: Què li manca per ser com...?. Quants... necessito per ser com..?</li> <li>- Substractives: Que li sobra per ser com...?</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- MESURA:</li> <li>- Identificació</li> <li>- Comparació</li> <li>- Ordenació</li> <li>- Igualació</li> <li>- Composició i descomposició</li> <li>- Quantificació</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimació</li> <li>- Unitats antropomètrica i objectal</li> <li>- Unitat i Sistema</li> <li>- Escales de graduació ordinal</li> <li>- Submúltiples</li> <li>- Escales proporcionals</li> <li>- Llenguatge simbòlic</li> <li>- S.I.M.</li> <li>- Estratègies resolutòries</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparació de longituds d'objectes que es poden desplaçar. Mesura subjectiva.</li> <li>- Comparació de longituds molt igualades d'objectes fixes i no desplaçables. Unitat antropomètrica i objectal.</li> <li>- Estimació i aproximació de mesures d'objectes i distàncies, amb unitats antropomètriques i objectals.</li> <li>- Comparacions respecte a objectes diversos utilitzats com a unitat.</li> <li>- Estimacions i comprovacions.</li> <li>- Cercar l'aproximació màxima. Sistema de mesures.</li> <li>- Mesurament amb regles i metre</li> <li>- Creació i graduació d'instruments de mesura segons unitats diferents.</li> <li>- Pas del mesurament amb unes unitats a una altra. Equivalències.</li> <li>- Igualacions del metre amb parts del cos, accions i objectes.</li> <li>- Igualació del decímetre i centímetre respecte al cos i objectes</li> </ul>	

Taula 192 : Planificació curricular a CI de l'aprenentatge de l'estimació mètrica

El pas posterior per concloure el tercer nivell de concreció seria la precisió detallada de les activitats a fer, com podria ser el fet de plantejar-se una activitat amb l'objectiu de treballar la mesura perceptual subjectiva per comparació i contrast directe, en un moment on encara no hi ha cap procés d'adquisició unitària ni per tant de quantificació, ja que l'alumnat resta situat en l'estadi premètric. Seria vàlida una proposta consistent en donar una caixa on hi hagi multitud d'objectes diversos i demanar: "Ordeneu de major a menor segons la seva mesura els objectes que s'ús lliuren. O bé, davant la situació de plantejar-se l'adquisició unitària, demanar: "Poseu per ordre ascendent segons la seva longitud, l'alçada de la porta, la llargada de la pissarra i la llargada de la finestra". En aquest cas els objectes seleccionats tenen una longitud molt igualada entre ells, de manera que la simple visualització o la mesura perceptual subjectiva, no permet, amb seguretat, determinar l'ordenació.

Les propostes anteriors pretenen com a objectiu posar l'alumnat en una situació problemàtica ja que al no poder utilitzar la comparació o contrast directe es veurà obligat a cercar un objecte o unitat objectiva transportable per aplicar comparativament a les tres i en base a la quantificació d'aquesta unitat, per transitivitat podrà ordenar los. És aquesta necessitat de l'element intermedi que genera la creació de la unitat com a concepte, situació que portarà a la descoberta, adquisició i aplicació d'unitats antropomètriques i objectals com poden ser les seves passes o pams.. o taules o llibretes, ... Per aconseguir aquest objectiu la proposta haurà de tenir en compte que no hi hagi a l'abast cap regla ni metre..

Dintre d'aquest mateix nivell de concreció, i també per aquest mateix cicle educatiu, es detalla l'enfoc per potenciar l'adquisició de la capacitat estimativa de formes corbes.

ADQUISICIÓ DE LA CAPACITAT ESTIMATIVA EN LES CORBES AL CICLE INICIAL. PROPOSTA D'ACTIVITATS			
TIPOLOGIA	OBJECTIUS	ACTIVITATS - PROCEDIMENTS	RECURSOS
- IDENTIFICAR - CLASSIFICAR	Reconeixement Magnitud. - Conservació	- Classificar i diferenciar longituds de circumferències i cossos rodons. - Detectar igualtats amb modificacions perceptuals: color, posició,...	- Propi cos - Material divers: fustes, llistons, cordes, cintes, filferro, cossos rodons, formes corbes ... - Cinta mètrica, regles.. - Itineraris, recorreguts..
- COMPARAR - ORDENAR	- Conservació - Transitivitat	- Partició de l'element a mesurar. Unió parts - Ordenació magnitudinal de formes corbes a partir del temps de recorregut fet sobre la forma	
- MESURAR: - Identificació - Comparació - Ordenació - Igualació - Composició i descomposició - Quantificació	- Estimació - Unitats antropomètrica i objectal - Estratègies resolutòries	- Manipular per rectificar corbes i curvalitzar rectes. - Igualar rectes amb corbes - Formar circumferències amb el cos i interioritzar-ne la seva mesura. - Estimar i constatar la longitud de formes corbes habituals (roda cotxe, roda bicicleta, plat, got, llaunes begudes, pilotes ... - Retallar i subdividir formes corbes en parts iguals	

Taula 193 : Planificació curricular a CI per l'aprenentatge de l'estimació en les corbes

### 3.4. La planificació com a integració multifactorial

Segons el que hem anat desenrotllant, la planificació d'activitats sobre mesura ha de tenir en compte a més dels propis resultats de la recerca, les concepcions pedagògiques i psicològiques derivades de les teories cognitives i de l'aprenentatge, també les específiques derivades de la mesura, però a més:

- *la variabilitat i tipologia constitutiva de la mesura,*
- *les estructures lògiques que intervenen en la seva aprehensió i aprenentatge i estadi evolutiu.*
- *la variabilitat del mesuratge.*

El disseny curricular sobre l'aprenentatge de la mesura tenint en compte, doncs, la variabilitat dels seus dominis; les estructures de pensament lògic a treballar i, la variabilitat del mesurament segons elements intervinents, permet crear la següent taula de planificació adjunta que centrat exclusivament en una única tipologia de mesura, genera davant els quatre camps de treball de nivell lògic-operatiu i els 17 varietats segons el què cal efectuar en el mesuratge, un total de 68 possibles opcions de treball. Varietat prou àmplia com per a tenir-ho en compte en el moment de concretar propostes de tercer nivell concrecional.

Si en cada cas de concreció de proposta concreta d'activitat, aquesta integra els objectius i continguts pretesos alhora que els materials i recursos necessaris, en resulta una programació curricular de tercer nivell de concreció que atén i té en compte totes les direccions que hem vingut descrivint sobre el què ha de contemplar i d'integrar-se en l'aprenentatge de la mesura.

Tipologia Mesura	Nivell lògic i operatiu	Activitat		Objectius Continguts	Materials Recursos
		Tipus	Descripció		
Mesura  Estimativa	Identificar Classificar	1			
		2.. 13			
		14			
	Comparar Ordenar	1			
		2.. 13			
		14			
	Igualar	1			
		2.. 13			
		14			
	Mesurar Quantificar	1			
		2.. 13			
		14			

Taula 194 : Model de fitxa per la planificació curricular de l'estimació mètrica

Complimentar aquesta taula, detallant les activitats una a una, atenent a les catorze varietats tipològiques degudes a les informacions disponibles i/o les que cal cercar (p.252), significa atendre tots els àmbits d'aprenentatge que determinen el domini i capacitat de la mesura alhora que una adequació a les especificitats pròpies de cada context escolar i educatiu. Entrar en el seu aprofundiment és plantejar-se la materialització de tercers nivells de concreció, i aquesta fita ja no forma part de l'objectiu d'aquesta tesi.

## NOTA FINAL

La present proposta didàctica, tal i com s'indicava en la introducció del capítol, té per objectiu el disseny i marc general de l'aprenentatge de la mesura i de la capacitat estimativa o sigui el de proporcionar els paràmetres que cal tenir en compte per a partir d'ells poder emmarcar cadascuna de les activitats que es proposin, per tal d'adequar-la en cada context a la seva realitat específica i a la qual cal integrar per a elaborar el tercer nivell concrecional..

A partir d'aquí, l'acció entra en un altre estadi i resta ja, fora de l'àmbit d'aquesta recerca, sent evident que l'eficàcia i validesa de la proposta necessita d'un control i seguiment per tal de veure'n la seva rendibilitat de cares a l'adquisició i interiorització del domini de la mesura i en especial el de la capacitat estimativa de les longituds curvilínies.



## 6.c. RECERQUES OBERTES

Tot procés de recerca avança deixant de banda multitud d'interrogants que van sorgint paral·lelament al llarg de tot el seu desenvolupament. Resulta impossible poder atendre i centrar-se en cadascun d'aquests nous dubtes i les possibles conjectures que generen ja que el que cal és seguir endavant amb els objectius principals.

Al llarg doncs d'aquesta investigació, com no podia ser d'altra manera, també han anat apareixent aspectes diversos que seria important poder centrar-hi l'atenció per tal de poder, completar i aprofundir el treball iniciat. Entre els plantejaments més remarcables cal destacar, bàsicament, dues direccions principals, per una banda, aquelles que poden servir d'eina de validació d'aquesta mateixa recerca; i per l'altra, aquelles que permeten aprofundir i tenir respostes més concretes i per poder detectar amb més detall tota l'estructura i el procés que se'n deriva, respecte a determinades conclusions que simplement han quedat apuntades de manera general.

### 1.- Aplicació i validació de conclusions:

#### 1.1.- Validació de la proposta didàctica

En aquesta direcció i per tal de poder constatar l'eficàcia i rendibilitat de la proposta didàctica plantejada, es fa necessari una recerca-acció amb aplicació en determinades aules de tipologies diferents (urbana, d'atenció especial, rural,...) seguint les direccionalitats i propostes metodològiques indicades tot contrastant els resultats obtinguts amb aquesta formació, respecte a d'altres centres de característiques semblants als primers per tal veure si existeix un aprenentatge suficientment diferenciat i significatiu entre elles.

#### 1.2.- Com es poden potenciar i quines són les millors accions per desenvolupar els factors que defineixen la capacitat estimativa?.

La capacitat estimativa ve determinada per la incidència d'un conjunt multifactorial entre els que es poden destacar la precisió, la correcció estimativa, la tipologia estimativa, la consistència estimativa i la coherència estimativa. És el conjunt de cadascuna d'aquestes propietats la que determina la globalitat del domini o capacitat estimativa. Qualsevol acció que pretén treballar l'estimació no sempre incideix, globalment, en una o altra propietat, per això resulta imprescindible una planificació educativa que atengui el desenvolupament de tots i cadascun dels factors constitutius. Seria interessant, poder analitzar, com incideixen les diferents propostes didàctiques, en cadascun dels factors.

#### 1.3.- Criteris i elaboració d'un test avaluatiu dels perfils d'estimació mètrica.

Considerant les diferències personals en l'evolució de la capacitat estimativa i que en cada estadi es fa necessari un determinat procés educatiu diferenciat per tal de poder seguir endavant en aquesta formació, resultaria molt necessari i efectiu, poder disposar d'un test que a través de la seva aplicació es podés definir la situació personal en quant al seu nivell de capacitat estimativa i per tant els procediments, recursos i estratègies que té interioritzades i el que fora necessari d'adquirir. Evidentment la rendibilitat de l'aprenentatge de la capacitat d'estimació mètrica es veuria, positivament, afectada.

## **2.- Aprofundiment en factors implícits de l'estimació mètrica**

### **2.1.- Quins són els subprocessos que estructuraven l'adquisició de la capacitat d'intuïció estimativa i què cal fer per potenciar l'adquisició de la intuïció creativa ?.**

Com s'ha pogut detectar, la capacitat de la intuïció estimativa, és una de les fites últimes de l'estimació mètrica, capacitat, però, difícil d'adquirir tal i com es demostra per la poca incidència en cap de les mostres. És evident que la seva interiorització passa, com també s'ha constatat, per un procés íntimament lligat a les necessitats i obligacions que genera el propi entorn i que a partir d'aquest es creen els oportuns procediments, recursos i estratègies.

Aprofundir en aquesta adquisició tot analitzant els diferents passos que s'hi produeixen i els diferents graus o nivells d'intuïció resultaria molt important per a poder planificar un disseny d'enginyeria didàctica que en potenciés l'adquisició i interiorització.

### **2.2.- Fins a quin punt són necessàries les interioritzacions de les unitats antropomètriques per seguir endavant en l'aprenentatge estimatiu?.**

La realitat de les mostres en que s'ha treballat ha posat en evidència la importància de la possessió i domini de unes determinades unitats, entre les quals les antropomètriques són les que resulten fonamentals, per tal de poder construir a partir d'elles tot el procés estimatiu. Un tractament que no les potencia, com és el cas del S.I.M. resulta enlentidor d'aquesta adquisició o si es potenciés la interiorització del metre, la capacitat podria ser la mateixa?. Una recerca en contextos paral·lels on en cada cas es potenciés o bé la interiorització de les unitats antropomètriques i en un altre les oficials, podria permetre veure si existeix diferenciació en aquest domini.

### **2.3.- L'habilitat estimativa s'adquireix i pot funcionar només dintre una amplitud de mesura determinada o uns límits magnitudinals?.**

Les respostes donades per les persones que tenen algun tipus d'intuïció estimativa sembla detectar-se que aquesta s'efectua dins les amplituds del seu control antropomètric però no en mesures superiors o bé que aquest control resulta imprescindible per a poder estimar-les en posterioritat.

### **2.4.- La rendibilitat estimativa té relació amb el cicle estimatiu o estil procedimental que s'aplica?.**

Bàsicament, s'han detectat dos cicles estimatius o estils procedimentals atenent al mètode, la tècnica, els recursos i les estratègies i a l'ordenació en què aquests són aplicats. S'han diferenciat el cicle unidireccional del multidireccional els quals venen determinats, fortament, pel nivell cognitiu personal i les experiències personals. Caldria poder conèixer de cares a aprofundir en el coneixement de l'estructura cognitiva, quin són els factors més importants que determinen la utilització d'un o l'altre i si existeix una rendibilitat estimativa diferencial segons l'estil procedimental aplicat.

### **2.5.- Quina relació hi ha o pot haver-hi entre les primeres adquisicions numèriques i les primeres adquisicions estimatives?; i, quina relació existeix entre l'evolució del comptatge per passar al calculatge, amb la de l'adquisició de la capacitat d'intuïció estimativa ?.**

L'adquisició del número i la quantitat, profundament estudiada necessita d'un seguit d'adquisicions prèvies que generen diferents estadis madurats d'aquesta adquisició. Considerant que la metrització necessita d'aquest domini numèric és de suposar que la capacitat mètrica i consegüentment el de l'estimació tindrà importants dependències respecte el nivell de domini i adquisició del nombre. Plantejar doncs, una recerca paral·lela que contrasti ambdues adquisicions permetria aprofundir moltíssim en la comprensió de les dues capacitacions.

### **2.6.- Existeix alguna relació entre la capacitat expressiva i la intuïció estimativa mètrica?**

En la realització de les entrevistes efectuades a la mostra selectiva, un dels controls contextuals que es va fer fou el de la capacitat expressiva per analitzar si es precisava el què es preguntava per tal de poder diferenciar els procediments, recursos i estratègies. Això mateix havia estat el criteri observacional que es tingué en compte al analitzar els escrits on les persones de la mostra base explicaven el què havien fet. D'entrada, un dels fets constatables de les explicacions i escrits és que aquells que més precisen i diferencien els procediments, recursos i estratègies obtenen uns resultats, sembla ser superiors. Aquesta realitat, no obstant, no ha estat un objectiu prioritari d'anàlisi i resta, per tant, analitzar aquesta relació, ja que en cas de confirmar-se, un treball adient enfocat des de l'àrea de la llengua, permetria millorar, també, les estructures estimatives matemàtiques.

### **2.7.- Quin és el procés diferencial, i com s'efectua la rectificació i o la curvalització per a cada tipus de corba?**

La rectificació resulta ser un procediment de transformació d'àmplia utilització, però aquesta s'efectua diferencialment segons cada corba. Cercar les diferenciacions i els factors comuns que es produeixen en cada cas, permetria tenir un coneixement més exhaustiu i real d'aquest potent procediment que resulta transcendental en l'estimació mètrica.

### **2.8.- Com s'estructura l'adquisició de la curvilització?**

Situació diferent a la rectificació, quadratura i cubicatge, àmpliament utilitzades, és el que passa amb la curvilització, procediment que apareix molt poc en totes les mostres i poc detectat, també, en la història de la matemàtica. Les dificultats que es generen amb aquests procediments, resulten ser, bastant més complexes que en les altres transformacions i causa, segurament, de la seva poca aplicació, no obstant, aquesta és present i consegüentment ha de tenir un procés d'adquisició per tal de poder-lo aplicar. Cercar l'estructuració d'aquest procés, a part, de permetre conèixer com es podria potenciar el seu aprenentatge, possibilitaria entendre, també, amb més profunditat la rectificació i altres transformacions.

### **2.9.- Quin és el procés d'interdependència que estructura la rectificació-curvalització?**

Les rectificacions i corbalitzacions són procediments que ens apareixen íntimament interrelacionats. Seria important analitzar com es produeix aquesta dependència i de quina manera un incideix i influeix en l'altre. D'entrada sembla ser, pels primers resultats que hem obtingut, que la curvalització és una estructuració procedimental molt complexa que s'adquireix a posteriori de la rectificació.

**2.10.- Quina incidència té el domini algorísmic sobre els procediments de transformació i a la inversa?.**

Els dominis algorísmics sembla que redueixen la utilització de procediments de visualització i a la inversa. Caldria analitzar aquesta interrelació tot cercant les mútues influències i dependències i com es modifiquen els procediments de transformació a mesura que es va adquirint el domini algorísmic i si els procediments de visualització determinen unes o altres direccions de deducció algorísmiques.

**2.11.- Quina relació existeix entre la capacitat de rectificació unidimensional amb la quadratura en el pla i el cubicatge en l'espai?.**

Les persones que mostren un domini de transformacions en el món unidimensional manifesten una potencialitat estimativa superior als qui no la tenen, aquest domini caldria analitzar si també té incidència en la bidimensionalitat o la tridimensionalitat

## REFLEXIÓ FINAL

Tot i la importància i la transcendència de la mesura, no només és aquesta capacitat la que resulta imprescindible per entendre l'espai i l'entorn.

La vida i les persones resten més enllà de la pura mesura.

**“ La gent gran volen xifres.  
Quan parlen d'un nou amic,  
Mai no us pregunten res del que és essencial.**

**Mai no diuen:  
“Quin so de veu té?  
Quins jocs li agraden?  
Que potser fa col·lecció de papallones?.**

**El que us preguntes és:  
“Quants anys té?  
Quant pesa?  
Quant guanya el seu pare?.**

**Solament així,  
Creuen tenir-ne una idea... “**

*Antoine de Saint Exupéry  
(El Petit Príncep)*

## BIBLIOGRAFIA

- **Bàsic i citat en la Tesi**
- ◆ **Important per a la fonamentació teòrica**
- **Sense incidència directa**

- ◆ **A.A.V.V.** (1993): La mesure dans la vie quotidienne. Culture Thècnique, 9. Neully sur Seine. Centre de Recherche sur la Culture Technique.
- ◆ **A.A.V.V.** (1994): La mesure. Instruments et Philosophie. Paris. Champ Vallon.
- **ACIOLY, N.** (1994): De la juste mesure. Tesi Doctoral. Université René Descartes. París.
- **ALEKSANDROV, A.D.; KOLMOGOROV, A.N.; LAURENTIEV, M.A. i altres.**(1985.): La matemática: su contenido, métodos y significado. Alianza Editorial. Madrid.
- **ALLART, R.** (1965): Sistema Internacional de Medidas. Limusa. México.
- **ALLEN PAULOS, J.** (1990): El hombre anumérico. El analfabetismo matemático y sus consecuencias. Tusquet Editores. Metatemáticas, 20. Barcelona 1996
- **ALMATÓ, A.; FIOL, M.L.; FORTUNY, J.M.; HOSTA, I.; VALLDAURA, J.** (1986): Proposta didàctica per treballar la proporcionalitat. Edicions de la UPB, ICE de la UAB. Barcelona.
- ◆ **ALSINA, C.; MARQUET, LI.** (1981): Pesos, Mides i Mesures. Museu de la Ciència. Caixa de Pensions. Barcelona.
- **ALSINA, C.; BURGUÉS C.; FORTUNY, J.M.** (1987): Invitación a la didáctica de la geometría. Síntesi. Madrid.
- **ALSINA, C.; BURGUÉS C.; FORTUNY, J.M.** (1987): Materiales para trabajar la geometría. Síntesi. Madrid.
- **ALSINA, C.** (1989): Medidas Españolas Tradicionales. M.E.C. Madrid.
- **ALSINA, C.; FORTUNY, J.M.** (1992): La Matemática del consumidor. Generalitat de Catalunya. Barcelona.
- **ALSINA, C.; FELIU, G.; MARQUET, LI.** (1996): Diccionari de mesures catalanes. Curial. Barcelona.

- **ALSINA, C.; BURGUÉS C.; FORTUNY, J.M.; GIMÉNEZ, J.; TORRA, M.** (1995): Ensenyar Matemàtiques. Graó. Barcelona.
- **ALTÉS, F.** (1832): Traité comparatif des Monnaies, poids et mesures, changes, banques et fonds publics entre la France, l'Espagne et l'Angleterre. Imprimerie Militaire de J.Barile et Bouloch. Marseille
- **AMBROSIO, U.** (1979): Metas y objetivos generales de la Educación Matemática. Nuevas tendencias de la enseñanza de la matemática. UNESCO. París
- **ANGUERA, T.** (1983): Manual de prácticas de observación. Trillas. Mèxic.
- **A.P.M.E.P.** (1982): Grandeur. Measure. Collection MOTS (v.VI). París.
- **APU - DEPARTAMENT of EDUCATION and SCIENCE** ( Assessment of Performance Unit).(1980, 1981): Mathematical Development, Primary Survey Report, 1.HMSO
- ◆ **ARANDA, F.D.; FUENTE M.de la** (2001): Matemáticas, Naturaleza y Arte. Junta de Andalucía. Córdoba.
- **ARMSTRONG, B.; NOVILLIS, C.** (1995): *Strategies for comparing partitioned rectangles*. Journal for research in mathematics education Vol. 26, nº 1
- **ARNHEIM, R.**(1987): Arte y Percepción Visual. Psicología de la percepción creadora. EUDEBA-SEM (Editorial Universitaria de Buenos Aires).Buenos Aires.
- **ARTIGUE, M.; ROBINET, J.** (1982): *Conception du cercle à l'école élémentaire*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.3,1 (6-64). Grenoble.
- **ARTIGUE, M.** (1986): *Etude de la dynamique d'une situation de classe: une approche de la reproductibilité*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.7.1 (5-62). Grenoble.
- **ARTIGUE, M.** (1990): *Epistemologie et didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol.10.2.3 (241-286). Grenoble.
- **ASSUDE, T.** (1996): *De l'Ecologie et de l'economie d'un système didactique. Une étude de cas*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.16.1 (47-70). Grenoble.
- ◆ **AUSBEL, D.P.** (1976): Psicologia educativa. Un punto de vista cosnocitivo. Trillas. México.
- ◆ **AVERBUJ, E.** (1981): Para medir: aparatos y métodos.Laia.Barcelona.
- **AZZALI, E.; VISINTIN, I.** (1993): *La formazione dei concetti geometrici nel primo ciclo: dalle sensazione alle immagini mentali*. L'insegnamento della matematica Vol.16, nº, 9. Padermo.

- ◆ **BAILEY, T.G.** (1974): *Linear measurement in the elementary school*. Aritmetic Teacher. V.21 (520-525).
- ◆ **BANDIERI, P.** (1987): *Misura e misurazione*. L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol. 10, n.3.
- ◆ **BAROODY, A.J.** (1988): El pensamiento matemático de los niños. Visor – MEC. Madrid.
- **BARTON, B.** (1998): *The Philosophical Background to D'Ambrosio's Conception of Ethnomathematics*. A Contreras, M.L i altres (ed). Etnomatemàtiques y Educación Matemática. Construyendo un futuro equitativo. Sevilla.
- **BAZZINI, L.; COLOMBINI, E.** (1996): *Analisi del comportamento di bambini in difficoltà di apprendimento in una situazione contestualizzata nel filone "tempo"*. L'insegnamento della matematica Vol.19A nº 1 (8-27). Padermo.
- **BESSOT, A. ; EDERHARD, M.** (1983). *Une approche didactique des problèmes de la mesure*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.4.3 (293-324). Grenoble.
- **BESTGEN, B. i altres** (1980): *Effectiveness of Systematic instructions on attitudes and computational estimation skills of preservice elementary teachers*. Journal for Research in Mathematics Education. V.11 (124-125).
- ◆ **BISHOP, A.J.** (1983): *Space and Geometry*, en Lesh Landau (ed): Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. Academic Press. New York.
- **BLANCO, L.; CRUZ, M<sup>a</sup>.C.; MÁRQUEZ, L.; ORREGO, M.** (1983): *Proporcionalidad Geométrica y su relación con la medida*. Actas III JAEM (p. 327 – 335). Zaragoza.
- **BOERO, P.** (1989): *Utilización de la historia de las matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años*. SUMA. Nº 2.
- ◆ **BOGDAN, R.C. & BIKLEN, S.N.** (1982): Qualitative Ressearch for Education. An Introduction to theory and Methods. Allyn and Bacon. Boston
- **BOLSTER, C.L.** (1973): *Midpoints and Measures*. Activitis from the Mathematics Teacher (627-630). Palo Alto (EEUU).
- ◆ **BOLSTER, C.L.** (1974): *Centímeter and millimeter measurement*. Activitis from the Mathematics Teacher NCTM . Palo Alto (EEUU).
- ◆ **BONERA, G.** (1995): *G. Galilei: del modo di misurar con la vista*. L'insegnamento della matematica (vol18, nº 2 p.121-126). Padermo.
- **BOULTON-LEWIS, G.** (1987): *Recent cognitive appiel to sequential length measuring knowledge in young children*. British Journal of Educational Psychology, 57 (330-342)



- **BOULTON-LEWIS, G.** (1994): Students strategies for length measurement. British Journal of Educational Psychology.
- **BOURBAKI, N.** (1976). Elementos de historia de las matemáticas. Alianza Editorial. Madrid.
- **BOUVIER, A.; GEORGE, M.** (1984): Diccionario de Matemáticas. Akal. Madrid.
- **BOYER, A.** (1990): *De la juste mesure*. En La mesure. Instruments et Philosophie. París.
- **BOYER, C.** (1986): Historia de la matemática. Alianza Editorial S.A. Madrid.
- **BREUER, J.T.** (1995): Escuelas para pensar. Paidós. Barcelona.
- **BRIALES, F.J.; JIMÉNEZ, M.** (1988): Matemática Viva. Alhambra. Madrid.
- ◆ **BRIGHT, G.** (1976): *Estimation as Parts of Learning to Measure*. En NELSON, D.; REYS, R. (Eds.): Measurement in School Mathematics (87-104). Rexton VA. NCTM
- ◆ **BROOKES, W.M.** (1970): *Magnitudes, Measurement and Children*. Mathematical Reflections. Association of Teachers of Mathematics, Cambridge University Press. Cambridge.
- ◆ **BROUSSEAU, G.** (1983): *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.4.3 (165-198).Grenoble.
- **BROUSSEAU, G.** (1988). *Le Contrat Didactique: Le milieu*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol. 9.3 (309-336). Grenoble.
- **BROUSSEAU, G.** (1986): *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.7.2 (33-115). Grenoble.
- **BROUSSEAU, G.** (1989): Fundamentos de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Zaragoza. Zaragoza.
- **BROUSSEAU, N.** (1990): La mesure en cours moyen, 1er année. IREM de Bordeaux. Bordeaux.
- **BRUNER&GOODMAN** (1947): *Value and need as organizing factors in perception*. Journal of abnormal and social psychology (n.42)
- ◆ **BRUNER, J.** (1964): Acción, pensamiento y lenguaje. Alianza Psicológica. Madrid.

- ◆ **BRYANT, P.E.; KOPYTYMSKA, H.** (1976). *Spontaneous measurement by young children.* Nature, 260.
- **BUJADA, M.P.**(1994): Tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática. S.M. Madrid.
- ◆ **CALCATELLI, A. GENTILE, C.; RAVAGNON, M.** (1984): Il sistema internazionale di unità di misura. Istituto di Metrologia "G. Colonetti". Torino. EUMO
- **CALLÍS, J.** (1992): La interiorització de les mesures de longitud i superfície dels 6 als 14 anys. Departament de Matemàtiques i Ciències experimentals de la UAB. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1992): Concepcions i Ensenyament de les mesures de longitud i superfície en els/les mestres d'EGB. Departament de Matemàtiques i Ciències experimentals de la UAB. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1993): Perfils avaluatoris en els mestres de primària. Departament de Matemàtiques i Ciències experimentals de la UAB. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1994): Enfoc i tractament de la Mesura en alguns països occidentals. Anàlisi curricular comparatiu. Departament de Matemàtiques i Ciències experimentals de la UAB. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1997): Aprentatge de la Mesura: la vivenciació com a procediment. A Perspectiva Escolar, 211: Les Matemàtiques a Primària (37-47). Rosa Sensat. Barcelona
- **CALLÍS, J.; FIGUERES, E.;** (1995): Aprofitar els interessos de l'alumnat. A Guix 211: L'ensenyament de la matemàtica avui (41-53). Graó. Barcelona.
- **CALLÍS J.; ALSINA, A.; FIGUERAS, E.** (1997): *Matemáticas para vivir y conocer. Enfoque y propuestas para primaria.* Aula de Innovación Educativa 63 ( 28-31). Graó. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1997): Sistema mètric de longitud: la descoberta dels múltiples. A Perspectiva Escolar, 220 (58-66). Rosa Sensat. Barcelona.
- **CALLÍS, J.; ALSINA, A.; FIGUERES, E.;** (1998): *Matemática y realidad. Un instrumento y un fin.* A UNO, 15 (97-108). Graó. Barcelona.
- **CALLÍS, J.** (1998): *Dominio y estrategias en la aplicación de medidas longitudinales que tienen y aplican los educadores populares de la comunitat de Segundo Montes (El Salvador).* A: Oliveras, M.L y otros: Etnomatemáticas y Educación Matemática. Construyendo un futuro equitativo. Ier Congreso Mundial de Etnomatemática. Sevilla.
- **CALLÍS, J. i altres** (1998): *La Matemàtica com a eix interdisciplinari per aprendre i comprendre l'entorn.* A Perspectiva Escolar, 230 (53-65). Rosa Sensat. Barcelona.

- ◆ **CAMPBELL, N.** (1928): An Account of the Principles of Measurement and Calculations Science?. Longmans Green. London.
- **CAMPBELL, N.** (1956): Measurement. The world of Mathematics. Simon & Schuster. New York
- **CAMPBELL, N.** (1974): La medición. A James R. Newman: La forma del pensamiento matemático. Grijalbo S.A. Barcelona
- **CAMPBELL, P.F.** (1987): Measuring distance: Children's use of number and unit. University of Maryland. Maryland
- **CANALS, M.A.** (1989): Per una Didàctica de la Matemàtica a l'escola (I.Parvulari). EUMO. Vic.
- **CANALS, M.A.** (2000). Viure les matemàtiques de 3 a 6 anys. Rosa Sensat. Barcelona.
- ◆ **CASTELNUOVO, E.** (1963): Geometria intuitiva. Labor. Barcelona.
- **CAÑÓN, C.** (1993): La Matemática, creación y descubrimiento. UPCO (Universidad Pontificia Comillas). Madrid.
- **CAPINSKI, M. EKKEHARD, P.** (1998): Measure, integral and probability. Springer-Verlag. Berlín.
- **CAR, W.; KEMMIS, S.** (1988): Teoría crítica de la enseñanza. La investigación acción en la formación del profesorado. Martínez Roca. Barcelona.
- **CARLOW, C.** (1986): *Critical Balances and Payoffs of an Estimation Program*. A, H.L. Schoen & M.Y. Zweng (eds.) Estimation and mental computation (p. 93-102). Reston, VA: NCTM.
- **CARNAP, R.; MORGENSTERN, O.; WIENER, N i altres** (1974): Matemáticas en las ciencias del comportamiento. Alianza Editorial. Alianza Universidad, 86. Madrid.
- **CARON-PARGUE, J.** (1981): *Quelques aspecte de la manipulation (Manipulations materielle et manipulation symbolique)*. Recherches en Didactiques des Mathematiques Vol.2.1 (5-35). Grenoble.
- ◆ **CARPENTER, T.P.** (1976): *Analysis and Synthesis of Existing Research on Measurement*. ERIC/SMEAC Center, Ohio State University. A, Lesh, R.A.(ed.):Number and Measurement. Papers for a Research Workshop.Ohio.
- **CARPENTER, T.P.; OSBORNE, A.R.** (1976): *Needed Research on Teaching and Learning Measure*. RIC/SMEAC Center, Ohio State University. A, Lesch, R.A.(ed.): Number and Measurement. Papers for a Research Workshop. Ohio.

- **CARPENTER, T.P.; LEWIS, R.** (1976): *The development of the concept of a standard unit of measure in young children*. Journal for Research in Mathematics Education, v.7 (53-58).
- **CARROLL, J.B.** (1993): Human cognitive abilities. Cambridge University Press. London
- **CASE, R.** (1985): *Intellectual development: Birth to adulthood: a neo-Piagetian interpretation*. A: R.S. Siegler (ed.), Children's thinking: What develops?. Erlbaum. Hillsdale..
- **CASE, R.** (1992): The mind's staircase. Erlbaum. Hillsdale
- **CASSIRER, E.** (1944): An Essay on Man. Yale University Press. New Haven.
- **CASTRO, E.; RICO, L.; CASTRO, E.** (1987): Números y operaciones. Síntesis. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje, nº 2. Madrid.
- **CASTRO, C. de** (2002): *La Matemática mental como destreza socialmente útil*. A: Penalva, M.C. i altres (coord.) Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales. Universidad de Alicante. Alicante.
- **CEM** (Centro Español de Metrología) (1994): Vocabulario internacional de términos fundamentales y generales de metrología. MOP. Madrid.
- **CLEMENTS, D., BATTISTA, M.T.; SARAMA, J.; SWAMINATHAN, S.; Mc MILLAN, S.** (1997): *Student's Development of Length Concepts in a Logo-Based Unit on Geometric Paths*. Journal for Research in Mathematical Education. V 28, 1 (70-95).
- **CNMM** (Comisión Nacional de Metrología y Metrología) (1974): **Sistema Internacional de Unidades (S.I.)**. (Traducción de la 2ª edición de Le Système International d'Unités (S.I) publicat pel Bureau International de Peses i Mesures). Presidencia del Gobierno. Madrid.
- **COCKCROFT, W.H.** (1985): Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- **COLOMBO, C.** (1996): *Lavoro svolto con gli insegnanti della scuola elementare. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. Vol. 19 AB, n. 6 (609-632). Atti Seminario Nazionale del Centro Morin: La Misura: Storia. Teoria. Didattica.
- ◆ **COLOMBO, C.** (1980). Matematica applicata: uso delle unità di misura. Bellizona. Roma.
- **COLL, C.** (1985): Métodos de observación y análisis de los procesos educativos. Publicacions de la Universitat de Barcelona. Barcelona.
- ◆ **COOK, T.D.; REICHARDT, Ch.S.** (1986): Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa. Morata. Madrid

- **COPELANT, R.** (1979): How children learn mathematics: Teaching implications of Piaget's research. Mcmillan. New York.
- **COTONESCHI, S.; SPINELLI, F.** (1998). *Naturartinboboli. Un accordo tra uomo e natura. Quanto è grandi il giardino. Quanto è grandi la vasca.* Il Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. V. 21 A; 5. Paderno.
- **COURANT, R. i ROBBINS, H.** (1979): ¿Qué es la Matemática?. Aguilar. Madrid.
- ◆ **CRITES, T.W.** (1989): Identification and characterization of the strategies used by third, fifth, and seventh-grade students when making estimates of numerosity. University of Missouri. Columbia.
- **CROSBY, A.W.** (1998): La medida de la realidad. La cuantificación y la sociedad occidental (1250-1600). Crítica - Grijalbo Mondadori. Barcelona.
- ◆ **CUNIETTI, M.** (1977): La misura e il suo trattamento. Clup. Milano
- **CUUMP, T.** (1993): La antropología de los números. Alianza Universidad.
- **CHAMORRO, M.C. i BELMONTE, J.M.** (1988): El problema de la Medida. Síntesis. Madrid.
- **CHAMORRO M. C.** (1995a): Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental. Tesi Doctoral. Dep. de Didàctica, Organización Escolar y Didácticas Especiales. Facultat de Educació. UNED. Madrid.
- **CHAMORRO, M.C.** (1995b): Aproximación a la medida de magnitudes en la enseñanza primaria. A UNO, nº3 (31-53). Graó. Barcelona.
- **CHAMORRO, M.C.** (1996): El currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades de los escolares. A UNO, nº10: Medida (pp. 43-62). Graó. Barcelona.
- **CHAPANIS & MANKIN** (1967): *The vertical-horizontal illusion in a visually-rich environment.* Perception and Psychophysics (n.2)
- **CHARON, J.E.** (1968): El conocimiento del Universo. Martínez Roca S.A.. Barcelona.
- **CHECCUCCI, V.** (1993): *Scritti di vittorio Checcucci.* L'insegnamento della matematica Vol.16, nº 5-6 (512-568). Padermo.
- **CHEVALLARD, Y.** (1985): La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage. Grenoble.
- **CHURCHMAN, C.W.** (1949): *A Materialist Theory of Measurement.* A Philosophy for the Future (Ed. R.W. Sellars). Macmillan.New York.

- **CHURCHMAN, C.W.** (1959): Why Measure?. A Measurements: Definitions and Theories (Ed. C.W. Churchman i P. Ratoosh). Wiley. New York.
- ◆ **D'AMBROSIO, C.** (1985): Socio-cultural bases for Mathematics Education. Birkhauser. Boston.
- **DAVIS, P.J.; HERSH, R.** (1988): Experiencia Matemática. Labor-MEC. Barcelona.
- **DECROLY; HONADE, A.** (1934): El cálculo y la medida en el primer grado de la escuela Decroly. Espasa-Calpe. Madri.
- **Del CARMEN, L.** (1991): Secuenciación de los contenidos educativos. Cuadernos de Pedagogía. 188 (p. 40-44)
- **Del CARMEN; L. MAURI, T.; SOLÉ, I.; ZABALA, T.** (1990): El currículum en el centro educativo. Horsori/ICE. Barcelona.+
- ◆ **DENIS, M.** (1984): Las imágenes mentales. Siglo XXI. Madrid.
- **DENZIN, N.** (1979): The research Act in Sociology. Aldine. Chicago.
- **DEULOFEU, J.** (1985): Jocs, recreacions i ensenyament de les matemàtiques a l'educació obligatòria. BIAIX, nº 8 (pp 16-19).
- **D'HOMBRES, J.** (1978). Nombres, Mesure et continu. Épistemologie et Histoire. IREM Nantes/ Cedic/Nathan. París.
- ◆ **DIAGRAMA Group** (1990): Compararisons. St. Martin's Press. New York
- **DÍAZ GODINO, J.** (1991): Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática. Síntesis. Madrid.
- **DIENNESS, Z.P.** (1959). The Growth of Mathematical Concepts in Children though Experience. Educational Research, 2 (9-28).
- ◆ **DIENNES, Z.P.** (1974): Las seis etapas del aprendizaje en matemáticas. Teide. Enseñanza de la Matemática Moderna. Barcelona.
- **DIENES, Z.P.; GOLDING, E.W.** (1976): Los primeros pasos en la matemática. Exploración del espacio y práctica de la medida. Teide. Barcelona.
- ◆ **DOUADY, R i PERRIN, M.J.** (1983): Mesure des longueurs et des aires. IREM de París VIII. París.
- **EDWARDS, A.** (1984): Computational Estimation for Numeracy. A Educational Studies in Mathematics, 15 (59-73).

- **ELKIDIND, D.** (1961): *Children's Discovery of the Conservation of Mass, Weight and Volume: Piaget Replication Studies.* Journal of Genetic Psychology, 98 (279-287).
- **ELLIS, B.D.** (1960): *Some Fundamental Problems of Direct Measurement.* Australasian Journal of Philosophy, 38 (37-47)
- ◆ **ELLIS, B.D.** (1966): Basic Concepts of Measurement. Cambridge University Press. Cambridge.
- ◆ **ELLIS, B.D.** (1973): *Measurement.* A International Encyclopedia of Unified Philosophy (Ed. P. Edwards). New York.
- **E.S.S.** (1971): Match and measure. Teacher's Guide. McGraw-Hill. London.
- **EUCLIDES.** Los elementos. Los seis libros primeros de la Geometria de Euclides. (traducció de Rodrigo Çamorano –1576) – Universitat de Salamanca. Salamanca.
- **FAGGIANO, C; PERTICHINO, M.; BALDOSSARRE, V.A. GREGORIO C.** (1996): *Misurare e comunicare: un'esperienza nella scuola dell'obbligo.* L'insegnamento della matematica Vol.19A, nº 4. Padermo.
- **FÉLIX, L.** (1970): Notion de mesures et nombres réels. Librairie Scientifique Albert Blanchard. Paris.(1996)
- **FERRARI, M.** (1996): *La Misura: Rappresentazione semiseria in un prologo e due quadri.* L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol.19AB, n.6 (532-561). Atti del Seminario Nazionale del Centro Morin. La Misura: Storia. Teoria. Didattica.
- **FEYERABEND, P.K.** (1957): *On the Quantum Theory of Measurement.* A Observation and Interpretation (Ed.S. Körner). Butterworth. London.
- **FIOL, M<sup>a</sup>L.** (1983): *Utilización de las representaciones gráficas en el tema de los números racionales.* Actas III JAEM - 465 – 471. Zaragoza.
- **FIOL, M.L.; FORTUNY, J.M.** (1990): Proporcionalitat directa. La forma y el número. Síntesi. Madrid.
- **FIOL, M.L.** (1992): Marco de desarrollo del razonamiento proporcional en alumnos de 12 a 14 años: visualización y computación. Tesi Doctoral. UAB. Departament Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals. Barcelona.
- **FIOL, M.L.** (2002): *Duendes en el desván: Tanteo, Intuición y creatividad.* A: M. Penalva i altres: Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales. Universidad de Alicante. Alicante.
- **FISCHBACH, G.B.** (1993): Mente y Cerebro. Prensa Científica S.A. Barcelona.
- **FISCHBEIN, E.** (1987): Intuition in Science and Mathematics. Reidel. Dordrecht.

- **FÖERTER, H.** (1977): *Construir la realitat. A: Infancia y Aprendizaje*, 1 (79-92).
- **FONTANA, M.; GHIANDONI, G.** (1987): *I sistemi di misura*. Ed. Riuniti. Roma.
- ◆ **FORGUS, R.H.** (1972): *Percepción. Proceso lógico en el desarrollo cognitivo*. Trillas. México.
- **FORTUNA, F.; FONTELEONE, M.** (1992): *Misurare l'acqua. L'insegnamento della matematica* Vol.15, nº 1. Padermo.
- ◆ **FORTUNY, J.M.; FIOL, M.L.** (1988): *Nuevas perspectivas en educación matemática*. Universidad del País Vasco. San Sebastián.
- **FREUDENTHAL, H.** (1983): *En todos los niveles: ¡Geometría!. Actes III JAEM* (p. 15 a 34). Zaragoza.
- **FREUDENTHAL, H.** (1982): *Fiabilité, validaté et pertinence. Critères de la recherche sur l'enseignement de la mathématique*. *Educational Studies on Mathematics*. Vol 13. (p.395-408).
- **FREUDHENTAL** (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel Publishing Co. Dordrecht.
- **FUSON, K.C.** (1988): *Children's Counting and Concepts of Number*. Springer Verlag. New York.
- **GARCÍA DÍAZ, R.** (1984): *Sistema Internacional de Unidades*. Limusa. México.
- **GARCÍA SORIANO, R.** (1995). *Cómo enseñar o aprender el Sistema Métrico. Bloque de contenidos del diseño curricular*. Escuela Española. Madrid.
- **GARDNER. H** (1983): *Frames of mind. The theory of multiple intelligences*. Basic Books. Nueva York.
- **GARDNER. H** (1985): *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Paidós. Barcelona.
- **GARDNER, H.** (1987): *Arte, Mente y Cerebro. Una aproximación a la creatividad*. Paidós. Buenos Aires.
- **GARDNER. H** (2001): *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el s.XXI*. Paidós. Barcelona.
- **GARDNER, M.** (1990): *El universo ambidextro (I i II)*. Salvat Editores. Barcelona.
- **GATE, A.** (1994): *Medida y Realidad*. Alhambra. Biblioteca de Recursos Didàcticos. Granada.



- **GATEGNO, C.** (1960): El Sistema Métrico y Unidades Físicas. Cuisinaire de España. Madrid.
- **GELMAN, R.; GALLISTEL, C.R.** (1978): The Child's Understanding of Number. Harvard University Press. Cambridge.
- **GENERALITAT de CATALUNYA** (1992): Educació Infantil: currículum. Departament d'Ensenyament. Barcelona.
- **GENERALITAT de CATALUNYA** (1992): Educació Primària: currículum. Departament d'Ensenyament. Barcelona.
- **GHEVERGHESE, G.** (1996): La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas. Pirámide. Madrid.
- ◆ **GHYKA, M.** (1983): Estética de las proporciones en la Naturaleza y en las Artes. Poseidón. Barcelona.
- **GIBILISCO, S.** (1987): Ilusiones Ópticas. Mc Grow Hill
- **GIBSON, J.** (1966): The senses considered as perceptual systems. Houghton Mifflin Company. Boston.
- **GIMÉNEZ, J.; FORTUNY, J.M.** (1984): Matemàtiques per a mestres. Notes sobre el nombre racional i la mesura. UAB. (Dossiers de classe). Barcelona.
- **GLASSERFELD, E. Von** (1992): Radical constructivism in Mathematics Education. Kluwer Academics. Dorchecht.
- **GOLMAN-RAKIC, P.S.** (1993): *La memoria funcional y la mente*. A Mente y cerebro. Investigación y Ciencia. Pensa Científica S.A. Barcelona.
- **GÓMEZ, B.** (1988). Numeración y Cálculo. Síntesis. Madrid.
- **GÓMEZ, B.** (1999) : *El futuro del cálculo*. A: Uno. 22.
- **GONZÁLEZ, R.; LATORRE, A.** (1987): El mestre investigador. Graó. Barcelona.
- **GONZÁLEZ-VAQUÉ** (1977): Arquímides. Madrid
- ◆ **GOUTARD, M.** (1970): *Des mesures à l'aune de la conscience*. A Mathématiques sur mesure. Classiques Hachette. París.
- **GREENO, J.G.** (1978): *Understanding ans procedural knowledge in mathematics education*. Educational Psychologist (v.12, n.3)
- **GRUP ZERO** (1978): La mesura i els nombres. ICE UAB. L'ensenyament de les matemàtiques al BUP. nº1. Barcelona.

- **GUBA, E.** (1983): *Criterios de credibilidad en la investigación naturalista*. A: Gimeno i Pérez: La enseñanza su teoría y su práctica. Akal. Madrid.
- **GUSKI, R.** (1992): La percepción. Diseño psicológico de la información. Herder. Biblioteca de Psicología, 172. Barcelona.
- ◆ **HAINAULT, L. d'** (1978): Estimaciones y redondeos en cálculos numéricos. Trillas. México.
- ◆ **HART, K.M.** (1981): *Measurement*. A: K.M. Hart (ed.): Children's Understanding of Mathematics: 11-16. John Murray (Publishers). Oxford.
- **HEATHER, L.** (1986): *Linking Estimation to Psychological Variables in Early Years*. A., H.L.Schoen & M.J. Zweng (Eds.) Estimation and mental Computation (74-81). Reston V.A.
- **HEMPEL, C.G.** (1952): Fundamentals of Concept Formation in Emperical Sciencia. The University of Chicago Press. Chicago.
- ◆ **HERAUD, B.** (1989): *A conceptual analysis of the motion of length and its measure*. A Vergnaud, G.; Rogalski; Artigue, M. (eds): Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference of the Psychology of Mathematics Education. CNRS. Paris
- **HIEBERT, J.** (1981): *Cognitive development and learning linear measurement*. Journal for Research in Mathematics Education (197-211).
- **HIEBERT, J.** (1984): *Why do some children have trouble learning measurement concepts?*. Arithmetic Teacher (19-24).
- ◆ **HILDRETH, D.** (1983). *The use of strategies in Estimating Mesurements*. Arithmetic Teacher. V.30 n.5 (50-56).
- **HOCQUENGHEM, M.L.; MISSENARD, C. i altres** (1980): Histoire des Mathematiques pour les colleges. CEDIC.Paris.
- **HOLLOWAY, G.E.T.** (1969): Concepción del espacio según Piaget. Paidós. Buenos Aires.
- **HOPE, F.** (1986): *Mental Calculation: Anachronism of Basic Skill*. A H.S. Schoen & M.Y. Zweng (eds.): Estimation and mental computation. Reston. NCTM.
- ◆ **HOPKINS, C.; GIFFORD, S.; PEPPERELL, S.** (Eds) (1996): Mathematics in the Primary Scholl. David Fulton. Londres.
- **HOPKINS, D.** (1985): A teacher's Guide to Classroom Research. Open Universiti Press. London.
- **IBÁÑEZ, V.** (1996): *Aproximación a una interpretació geométrica de las taulas de Menorca*. Document inèdit.

- **IBÁÑEZ, V.** (1996): *El grabado prehistórico de la cueva de Calaf Vell (Menorca) y la rectificación del círculo.* SUMA (n.39).
- **ICMI** (1986): School Mathematics in the 1990s. Cambridge University Pres. Cambridge.
- **ICMI Kuwait.** (1986). Las Matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90. Mestral Libros. Valencia.
- **IMBERT, M.** (1988): *Las neurociencias cognoscitivas.* RCIS. Barcelona.
- **IMPEDORO, M.** (1998): *Qual è la distanza tra Roma e New York?. Il Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate.* V. 21B, 5. Paderno.
- ◆ **IMSI** (Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate).(1989): *La misura: punto d'incontro tra matematica e scienze.* Atti XIX Seminario annuale L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol. 12, n.11-18
- ◆ **JAEM VII** (1995): Medidas tradicionales y de oficios. Guía didáctica. MEC. Madrid.
- ◆ **JERRARD, H.D.** (1984): Diccionario de Pesas y Medidas. S.H. Bellaterra. Barcelona.
- **JOHNSON, D.** (1979): *Teaching Estimation and Reasonableness Results.* Aritmetics Teacher. V.27 (34-35).
- **JOHNSON, D.A; GLENN W.H.** (1968): Il mondo delle misure. Zanichelli. Bologna.
- **JOHNSON, M.** (1991): El cuerpo y la mente. Fundamentos corporales del significado, la imaginación y la razón. Debate.Serie Ciencia. Madrid.
- **JOHNSON-LAIRD, Ph.N.** (1990): El ordenador y la mente. Introducción a la ciencia cognitiva. Paidós. Buenos Aires.
- ◆ **KAHANE, J.P.** (1992): *Mesures et Dimensions.* Plot. (25-30).
- **KAHN, P.** (1995): Théorie et expérience. Quintette. París.
- **KAMII, C.; DEVRIES, R.** (1983): El conocimiento físico en la educación preescolar. Siglo XXI. Madrid.
- **KASNER, E.; NEWMAN, J.** (1972): Matemáticas e Imaginación. CECSA. México.
- **KATONA, G.** (1940): Organizing and memorizing. Columbia University Press. New York .
- **KEMMIS, S.** (1983): *Action Research.* A: T. Husen i altres (eds.), International Encyclopedia of Education: research and Studies. Pergamon.

- **KLEIN H.A.; KLEIN, M.C.** (1963): Graphic Worlds of Peter Bruegel the Elder. Dover. New York.
- **KLINE, M.** (1962): Mathematics, a Cultural Approach. Addison-Wesley. Reading. Massachussets.
- ◆ **KOYAMA, M.** (1996): *Research on the complementary of Intuition and Logical Thinking in the process of understanding mathematics: an examination of the two-axes process model by analyzing and a elementary school mathematics class*. A: Proceedings of the 20<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. PME 20. Universidad de Valencia. Valencia.
- ◆ **KRANTZ, D.; LUCE, D.; SUPPES, P.; TVERSHY, A.** (1971): Foundation of Measurement. Academic Press. New York.
- **KULA, W.** (1980): Las medidas y los hombres. Siglo XXI de España Editores S.A. Madrid.
- **KULLMAN, D.E.** (1976): *Mission Measurement*. Activities from the Mathematics Teacher NCTM (135-138)~Palo Alto (EEUU).
- **KUNNAPAS, T.M.** (1957): *The vertical-horiztional illusion and the visual fiels*. Journal of experimental psychology , 53 (405-407).
- **LAKATOS, I.** (1978): Prueba y Refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático. Alianza Editorial S.A. Alianza Universidad. Madrid.
- **LEBESGUE, H.** (1975): La mesure des grandeurs. Albert Blanchard. París.
- ◆ **LENTZINGER, L.; RATHMELL, E.; URBATSCH, T.** (1986): *Developing Estimation Skills in the Primary Grades*. A, H.L. Shoen & M.Z.Zweng (eds.) Estimation and Mental Computation. (82-92). Reston VA. NCTM.
- **LEVIN, F.** (1981): *Estimation Techniques for Arithmetic: Everuday Math are Mathematics instruction*. Educationat Studies in Mathematics. V.12 (421-434).
- **LLORENS, J.A. i altres** (1996): Trabajo sobre medidas. ICE. Universidad Politècnica de Valencia. Valencia.
- **LOARER, E.** (1983): L'arpentage: mesure de l'espace ou activité locomotrice?. Etude de l'appréciation locomotive des distances chez l'homme. Laboratoire de psychologie de l'apprentissage. CNRS. Marseille.
- **LOMOV, B.F.** (1988): *Las ciencias cognitivas y el problema de las relaciones mente-cuerpo*. RCIS. Barcelona.
- ◆ **LOVELL, K.** (1977): Desarrollo de los concreptos básicos matemáticos y científicos en los niños. Morata. Madrid.

- **LOVELL, K.; OGILVIE, E.** (1960): *The Growth of the Concept of Time: a Comparative Study.* Journal of Child Psychology and Psychiatry, 1 (179-190).
- **LOVELL, K.; OGILVIE, E.** (1960): *A Study of the Conservation of Weight in the Junio School Child.* British Journal of Educational Psychology, 31(2) (138-144).
- **LOVELL, K.; OGILVIE, E.** (1961): *The Growth of the Concept of Volume in Junior Scholl Children.* Journal of Child Psychology ans Psychiatry, 1 (1) (191-202).
- ◆ **LUCIEN, T.** (1984): *Estimation ans aproximation. Not synonyms.* Mathematics Teacher. V.10 (516-517).
- **LUCIO, P.** (1995): *La teoria delle proporzioni da Euclide ad Archimide.* L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol.18B. n.4 (381-391).
- **LUQUE, J.** (1995): *De pedibus, de metris: las unidades de medida en la rítmica y en la métrica antigua.* Universidad de Granada. Granada.
- **LYNWOOD, F.** (1965): *The Concept of Measurement.* cap. 9 in Basic Mathematical Concepts. Mc.Graw-Hill.New York.
- **MAHON Mc, T.A. i BONNER, J.T.** (1986): Tamaño y Vida. Labor. Barcelona
- **MALARA, N.A.** (1994): *Analisi del programmi spagnoli di matematica per la scuola dell'obbligo.* L'insegnamento della matematica Vol. 17A, nº 4 (308-333). Padermo.
- **MALARA, N.A.** (1994): *La geometria nei programa di alcuni paesi europei per allievi dai 6 ai 16 anni.* L'insegnamento della matematica Vol.17B nº 6 (676-700). Padermo.
- **MARACCIA, S.** (1996): *Storia del concetto di Misura.* L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol.19AB, n.6 (663-591).~ATTI del Seminario Nazionale del Centro Morin: La Misura: Storia.Teoria. Didattica.
- **MARCEL, J.** (1964): Pesas y Medidas. Kapelusz. Buenos Aires.
- **MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K.** (1989): Pensar matemáticamente. MEC-Labor. Madrid.
- ◆ **MATURANA, H.; VARELA, F.** (1990): El árbol del conocimiento. Las bases biológicas del conocimiento humano. Debate. Madrid.
- **MAY, L.** (1990): Measurement is a happening. Teaching K-8 (17-22)
- **McKNIGHT, J.L.** (1959): *The Quantum-Theoretical Concep of Measurement.* A Measurement: Deninitions an Theries (Ed. C.W. Chuchman i P. Ratoosh). Wiley. New York.

- ◆ **McMAHON, T.A.; BONNER, J.T.** (1996): Tamaño y vida. Prensa Científica. Barcelona.
- **M.E.C.** (1992): Proyecto Curricular para la Educación primària. B.O.E. 24 de marzo. Madrid.
- ◆ **MEIROVITZ, H.; JACOB, P.** (1989): Pensamiento visual. Martínez Roca. Barcelona.
- ◆ **MENDÈS-FRANCE, M.** (1994): *Longuer d'une nouille*. Plot, 84.
- **MENGER, K.** (1959): *Mensuration and Other Mathematical Connections of Observable Material. A Measurement: Definitions and Theories* (Ed. C.W. Churchman i P. Ratoosh). Wiley. New York.
- ◆ **MIALARET, G.** (1977): Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan. Pablo del Río Editor. Madrid.
- **MILES, M.B.; HUBERMAN, A.M.** (1984): *Qualiative data Analysis*. Sage Publications. Londres.
- **MILLER, K.** (1984): *Child as the measurer of all things: measurement procedures and the development of quantitative concepts*. A C, Sophian (ed.) Origins of cognitive skills (193-228). Earbaum. Hillsdale.
- **MILLER, K.** (1984): *Measurement as a tool for thought: The role of measurement procedures in childrenn's understanding of quantitative invariance*. Developmental PsYchology, 25 (4) (589-600).
- **MIRA, R.M.** (1987): Com fer viure la matemàtica a l'escola. CEAC. Barcelona
- **MOREU-REY, E.** (1955): El naixement del metre. Moll. Palma de Mallorca.
- ◆ **MORIN, E.** (1990): Introduction à la pensée complexe. PUF. París.
- **MOSTERÍN, J.** (1984): Conceptos y teorías en la ciencia. Alianza Editorial. Madrid.
- **MOSTERIN, J.**(1978): La estructura de los conceptos científicos. Investigación y Ciencia, 1; 82-93. Barcelona
- **MPIANGU, B.D.; GENTILE, R.J.** (1975): *Is conservation of number a necessary condition for mathematical undertanding?*. Journal for Research in Mathematics Education.
- **MUSEU DE LA CIÈNCIA:** Pesos, mides i mesures. Obra Social de la Caixa de Pensions. Barcelona.
- **MYX, A.** (1981): Metrologie. Université de París VIII. París.

- **NAGEL, E.** (1960): *Measurement. A Philosophy of Science* (ed. A. Danto i S.Morgenbesser). Meridian. New York.
- ◆ **NCTM.** (1948). The Metric System of Weights and Measures. Bureau of Publications. Teacher College, Columbia University. New York.
- **NOVAK, J.D.** (1988): Constructivismo humano: Un consenso emergente. *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (213-223).
- **N.T.C.M.** (1971): *Medida*. Trillas. México.
- ◆ **N.T.C.M.** (1979): A Metric handbook for teachers. National Council of Teachers of Mathematics. Reston. Virginia.
- **N.T.C.M.** (1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. S.A.E.M. Thales. Sevilla.
- **NAVARRA, G.** (1973): *Itinerari attraverso la lógica per il potenziamento delle capacità linguistiche e argomentative*. L'enseignement della matematica, Vol.8 (p.732 - 756). Padermo.
- ◆ **NEISER, U.** (1981): Procesos cognitivos y realidad. Marova. Madrid.
- **NEWMAN J.R.; SYLVESTER, PIERCE, MACH; CAMPBELL, WEYL.**(1974): La forma del pensamiento Matemático. Grijalbo S.A. Barcelona.
- ◆ **NOIRFALISE, R.** (1986): *Attitudes du maître et résultats scolaires en mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.7.3 (75-112). Grenoble.
- **NUNES, T.** (1992): *Cognitive invariants and cultural variation in mathematical concepts*. International Journal of Behavioral Development, v.15 (433-453).
- **NUNES, T.; LIGYH, P.; MASON, J.** (1993): *Tools for thought: The Measurement of length and area*. Learning and Instruction, v.3 (39-54).
- **NUNES, T.; BRYANT, P.**(1996): *Measurement Systems. A: Children doing mathematics*. Blackwell Publications. Oxford.
- **OCKENGA, E.; DUEA, J.** (1985): *Estimate and Calculate*. Mathematics Teacher. V.78, n.4 (272-276).
- **ORTEGA, T.** (2002): *Formación del profesorado en didáctica de la circunferencia*. A: Penalva, M.C. i altres (coord.) Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales. Universidad de Alicante. Alicante.
- ◆ **ORTON, A.** (1990): Didáctica de las Matemáticas. Cuestiones, teorías y prácticas en el aula. Morata. Madrid.

- ◆ **OSBORNE, A.R.** (1978): *The Mathematical and Psychological Foundations of Measure*. ERIC/SMEAC Center. Ohio State University. A Lesch, R.A. (ed.): Number and Measurement. Papers for a Research Workshop. Ohio.
- **PAP, A.** (1959). *Are Physical Magnitudes Operationally Definable?.* A Measurement: Definitions and Theories (Ed. C.W. Churchman i P. Ratoosh). Wiley. New York.
- **PAUCTON** (1780): Métrologie ou traité des mesures, poids et monnaies des anciens peuples et des modernes. Desaint librairie. París.
- **PALLADINO, F.** (1996): *Una rassegna di antichi strumenti di misura per l'insegnamento e le applicazioni della matematica*. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate. B.19AB, n.6 (593-608). Atti del Seminario Nazionale del Centro Morin: La Misura: Storia. Teoria. Didattica.
- **PEANO, G.** (1922): Operazioni sulle grandezze. Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino. Vol. LVII.
- **PELTRE, J.** (1974). Recherches Metrologiques sur les finages Lorrains. Librerie Honoré Champion.Thesi. París.
- ◆ **PENALVA, M.C.; TORREGROSA, G.; VALLS, J.** (2002): Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales. Universidad de Alicante. Alicante.
- **PERELMAN, I.** (1975). Problemas y experimentos recreativos. Mir. Moscú.
- ◆ **PFANZAGL, J.** (1971).Theory of Measurement. Physica – Verlag. Würzburg.
- ◆ **PIAGET, J.** (1952).The Child's Conception of Number. Routledge and Kegan Pau. Londres.
- ◆ **PIAGET, J. ; INHELDER** (1955): De la lógica del niño a la lógica del adolescente. Paidós. Tratado de Lógica y Conocimiento Científico. Buenos Aires.
- **PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A.** (1960). The Child's Conception of Geometry. Routledge and Kegan Paul. Londres.
- **PIAGET, J.** (1971): La epistemología del espacio. El Ateneo. Buenos Aires.
- **PIAGET, J.; INHELDER, B.** (1971): El desarrollo de las cantidades en el niño. Nova Terra. Barcelona.
- ◆ **PIAGET, J.** (1972): El nacimiento de la inteligencia en el niño. Aguilar. Madrid.
- **PIAGET, J.** (1973): La geometrie spontanée de l'enfant. P.U.F. París.
- **PIAGET, J.** (1974): The Child's and Reality: Problems of Genetic Psychology. Frederick Muller. Londres.



- **PIAGET, J.; INHELDER, B.** (1976): Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Guadalupe. Biblioteca Pedagógica. Buenos Aires.
- **PIAGET, J.** (1977): La representation de l'espace chez l'enfant. P.U.F. París.
- **PIAGET, J.** (1979). Tratado de lógica y conocimiento científico. Paidós.(7 volums). Buenos Aires.
- **PIAGET, J. i altres** (1979): La epistemología de la Matemática. Paidós. Buenos Aires.
- ◆ **PIAGET, J.; SZEMINSKA, A.** (1982): Génesi del número en el niño. Guadalupe. Buenos Aires.
- **PLA i CARREREA, J.** (1998): Arquímides i Descartes; el mètode com a canvi de llenguatge. Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques. V.13, n.2 (35-84). Barcelona.
- ◆ **POLYA, G.** (1965): Cómo plantear y resolver problemas. Trillas. México.
- **PRADA, M.D.de** (1993): Cómo enseñar las magnitudes, la medida y la proporcionalidad. Ágora. Cuadernos de Matemáticas, 1
- **QUINTANA, J.** (2002): Las Matemáticas de Alicia y Gulliver: lo grande y lo pequeño. FESPM. Badajoz.
- ◆ **RATSIMBA-RAJOJOHN, H.** (1982): Elements d'etude de deux methodes de mesures rationelles. Recherches en Didactique des Mathematiques Vol.3.1 (65-113). Grenoble.
- **REA, R.; REYS, R.** (1979): Competencies of Entering Kindergarten Children in Geometry, Number, Money ans Measurement. Scholl Science and Mathematicss, 71 (389-402).
- **REBAGLIA, A.** (1984): La metrologia nei secoli. Instituto di metrologia "G.Colonnetti". Torino.
- **RESNICK, L.B.** (1983): A developmental theory of number understanding. A Ginsburg, H.P. (ed.): The Development of Mathematical Thinking. Academi Press. New York.
- **RESNICK, L.B.** (1987): Learning in scholl and out. Educational Researcher, 16 (9) (13-20).
- **RESNICK, L.B.; FORD, W.W.** (1991): La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós-MEC. Barcelona

- **RESNICK, L.B.; COLLINS, A.** (1996): *Cognición y aprendizaje*. Anuario de Psicología, 69.
- **REYS, B.** (1984): *Mental Computation Estimation: Past, Present and Future*. The Elementary School Journal (v.5).
- **REYS, B.** (1985): *Mental Computation*. Aritmetics Teacher V.32, n.6 (43-46).
- **REYS, B.; REYS, R.** (1986): *One point of View: Mental Computation and Computational Estimation. Their Time Has Come*. Arithmetics Teacher.V.33,n.7 (4-5).
- **REYS, R.; BERSTGEN, B.; RYBOT, J.F.; WYATT, J.W.** (1982): *Processes Used by Good Computational Estimators*. Journal for Research in Mathematics Education. V.12, n.3 (183-201).
- ◆ **RICO, L.** (1983): *Estimación: Nuevas propuestas para el currículo de matemáticas en secundaria*. (p.123 – 151). Zaragoza.
- **RICO, L.;** i altres (1995): Conocimientos y creencias de los profesores de matemáticas sobre evaluación. Universidad de Granada- Universidad de Almeria. Granada.
- ◆ **RICO, L.; CASTRO, E.** (1995): *Pensamiento numérico en la Educación Secundaria Obligatoria*. A Herman i altres (ed): Aspectos didácticos de Matemáticas. ICE Universidad de Zaragoza. Zaragoza.
- **RIVIÈRE, A.; NÚÑEZ, M.** (1996): *La mirada mental. Desarrollo de las capacidades cognitivas interpersonales*. Aique. Buenos Aires
- ◆ **ROBERTS, F.S.** (1979): Measurement Theory. Addison-Wesley Pub. Co. Reading. Massachussets.
- ◆ **ROGALSKI, J.** (1982): *Acquisition de notions relatives a la dimensionalite des mesures spatiales (longuer, surface)*. Recherches en Didactique des Mathematiques Vol.3.3 (343-396). Grenoble.
- **ROMERO, I.** (1997): La introducción del número real en la enseñanza secundaria: una experiencia de investigación-acción. Comares. Granada.
- ◆ **ROUCHE, N.** (1994): Le sens de la mesure. Didier. Bruxelles
- **ROUS BALL, W.** (1960): A Short Account of the History of Mathematics. Dover. New York.
- **RUBENSTEIN, R.** (1985 a): *Computational Estimation and related Mathematical skill*. Educational Studies in Mathematics. V.16, n.2 (106-119).

- ◆ **RUBENSTEIN, R.** (1985b): *Developing Estimation Strategies*. Mathematics Teacher. V.78, n.2 (112-118).
- **RUNESON, S.** (1977): *On the possibility of "smart perceptual mechanisms"*.
- **RUSSELL, B.** (1977): Los principios de la Matemática. Espasa Calpe. Madrid.
- ◆ **SARTORI, S.** (1984): La misurazione come procedimento conoscitivo evoluto. Istituto di Metrologia "G.Colonnetti".Torino.
- **SAVOY, J.** (1980): El niño ante el espacio. Iniciación a la topología intuitiva: de la rayuela a los laberintos. Pablo del Río Editor. Madrid.
- ◆ **SAXE, G. B.; MOYLAN, T.** (1982): *The development of measurement operations amongn the Oksapmin of Papua New Guinea*. Child Development, 53.
- **SANMARTÍ, N.** (1988): Dificultats en la comprensió de la diferenciació entre el concepte de mescla i compost. Tesi Doctoral. UAB. Bellaterra.
- **SCARDAMALIA, M.; BEREITER, C.; LAMON, M.** (1994): *The CSILE bproject: Trying to bring the classroom into world 3*. A Kate Mcn Gills (ed.): Classroom lessons: Integrating cognitive theory and clasroo practice. M.A. Bradford Books/MIT. Cambridge.
- **SCIENTIFIC AMERICAN** (1974): Matemáticas en el mundo moderno. Editorial Blume. Madrid.
- **SCHIFF, W.** (1965): *Perception of impending collision. A study os visually directed avoidant behavior*. Psychological Monographs (v.79, n.604).
- **H.S. SCHOEN, H.S. & ZWENG M.Y.**(eds.)(1986): Estimation and mental computation. Reston. NCTM.
- **SECADA, W.G.; FENNEMA, E.; ADAJIAN, L.B. (comp.)** (1997): Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias. MEC-Morata. Madrid.
- **SEGOVIA, I.** (1986): Estimación y Cálculo aproximado en EGB. Tesina de licenciatura. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- **SEGOVIA, I.** (1988): *Estimación y prensa*. A Apuntes de educación. Naturaleza y Matemáticas, 30 (112-13). Anaya. Madrid.
- **SEGOVIA, I.; CASTRO, E.; CASTRO, En.; RICO, L.** (1989): Estimación en Cálculo y Medida. Síntesis. Madrid.
- **SEGOVIA, I.** (1995): Estimación de cantidades discretas. Estudio de variables y procesos. Tesi Doctoral . Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Granada.

- **SEGOVIA, I.; RICO, L.** (1996): *La estimación en medida*. En UNO nº10 (p.p 29-42): Medida. Graó. Barcelona
- **SKEMP, R.R.** (1982): *Symbolic Understanding*. Mathematics Teaching, 9 (59-61).
- **SEMINARIO RAMON ALLER** (1999): *El maravilloso mundo de las curvas. Notas históricas, propiedades y usos de algunas curvas notables*. Actas IX JAEM. Lugo.
- ◆ **SERRANO, J.M.; DÉNIA, A.M<sup>a</sup>.** (1990): *¿Como cuentan los niños?*. ICE Universidad de Murcia. Murcia.
- ◆ **SIERPINSKA, A.** (1994): Understanding in Mathematics. The Falmer Press. London.
- **SOLOMON, H.** (1960). Mathematical Thinking in the Measurement of Behavior. The Free Press. New York.
- ◆ **SOWEDER, J.; WHEELER, M.** (1989): *The development of concepts and strategies used in computational estimation*. A Journal for Reserch in Mathematics Education, 20 ( 130-146).
- **SOWDEN, S.; KEEVES, J.P.** (1988): *Analysis of Evidence in Humanistic Studis*. A Keeves, J.P. (Ed.): Educational Research, methodology and measurement and international handbook. Oxford. Pergamon.
- ◆ **STEFFE, L.P.; HISTEIN, J.J.** (1976): *Children's thinking in measurement situation*. A: Nelson, D. (ed.) Measurement in school mathematics. NCTM. Reston.
- **STEGMULLER, W.** (1979). Teoría y Experiencia. Ariel. Barcelona.
- **STENHOUSE, L.**(1985): La investigación como base de la enseñanza. Morata.Madrid
- **STERNBERG, R.J.** (1985): Más allá del C.I. "Teoría triárquica de la inteligencia". Paidós. Barcelona.
- **STERNBERG, R.J.** (1997): Inteligencia exitosa. Paidós. Barcelona.
- **STEVENS, P.S.** (1986). Patrones y pautas en la naturaleza. Salvat. Barcelona.
- **STEVENS, S.S.** (1959). *Measurements, Empirical Meaningfulness and Three-valued Logic*. A Measurement: Definitions and Theories. (Ed. C.W. Churchman i P. Ratoosh). Wiley. New York.
- ◆ **STOUFFER, S.A. i altres** (1950): Measurement and Prediction. Princeton University Press. Princeton.
- **SUPPES, P.; ZINNES,J.L.** (1963): Basic Measurement Theories a Handbook of Mathematical Psychology. A: R.D. Luce, R.R. Bush; E.Galanter (ed) Wiley. New York.

- **SÜSMAN, G.** (1957): *An Analysis of Measurement*. A S. Körner (ed): Observation and Interpretation. Butterworth. London.
- **SZABÓ, A.** (1977): Les débuts des mathématiques grecques. Librairie Vrin. París.
- **SZELENK, W.** (1985): Teoría de la medida y de la integral. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. Madrid
- **TESTA, G.** (1992): *La misura del cerchio e un probabile casi di paranoia*. L'insegnamento della matematica Vol.15, nº 6~Padermo.
- **TIOLI, C.** (1987): *Esperienza di un laboratorio di misura*. L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate. Vol.10, n.3.
- **THOM, A.** (1967): Megalithics Sites in Britain. Oxford University. Oxford.
- **THOMPSON, D'A.W.** (1980): El crecimiento y la forma. Blume. Madrid.
- **TORRA, M.; SERRA, T.; BATLLE, I.** (1990): Matemàtiques a la carta. Materials curriculars de Matemàtiques. Etapa Primària. Cicle Inicial. ICE de la UAB. Barcelona.
- **TORGERSON, W.S.** (1958): Theory and Methods of Scaling. Wiley. New York.
- **TRAFTON, P.** (1986): *Teaching Computational Estimation: Establishing and Estimation Mid Set*. A H.S. Schoen & M.Y. Zweng (eds.): Estimation and mental computation. Reston. NCTM.
- **UNO** (1996): Medida. Graó. Barcelona.
- ◆ **USISKIN, Z.** (1986): *Reason for Estimations*. En H.L.Shoen; M.J. Zwengs (Eds.). Estimation ans Mental Computation (1-16). Reston. VA. NCTM.
- ◆ **VAN HIELE, P.M.** (1986): Structure and insigth. Academia Press. New York
- **VASCO, C.** (1990): *El aprendizaje de las Matemáticas elementales como proceso condicionado por la cultura*. Comunicación, Lenguaje y Educación.
- ◆ **VECINO, F.** (1996): Los aspectos métricos de la representación del espacio en los primeros años de la enseñanza elemental. Tesi Doctoral. UNED. Madrid.
- **VELÁZQUEZ, M.** (1980): Diccionario Básico de Matemáticas. Anaya. Madrid
- **VERGNAUD, G.** (1982): L'enfant, la Mathematique et la realite. Peter Long. Berna.
- ◆ **VERGNAUGD, G.** (1990): *La théorie des champs conceptues*. Recherches en Didactiques des Mathématiques Vol. 10.2.3 (133-170). Grenoble.

- ◆ **VERLEE, L.** (1986): Aprender con todo el cerebro. Estrategias y modos de pensamiento visual, metafórico y multisensorial. Martínez Roca. Barcelona.
- **VESPRI, A.** (1975): Medir es fácil. Avance. Barcelona.
- ◆ **VICENTINI, M.; GRAZZINI, G.; RADDI, E.** (1983): La misura. La Nova Italia. Firenze.
- **VITRUVIO, M.** Arquitectura. Libro Tercer, cap. primer: De la composición y simetría de los templos.
- **WARDEN Van der; B.L.** (1961): Science Awakening. Oxford University Press. New York.
- **WARREN, W.** (1984): *Perceiving affordances: visual guidance of stair climbing.* Journal of experimental psychology: Human perception and performance (v.10).
- **WARREN, W.; WANG, S.** (1986): *Visual control of step length during running over irregular terrain.* Journal of experimental psychology: Human perception and performance (v.12).
- **WARREN, W.; WANG, S.** (1987): *Visual guidance of walking through apertures: body-scaled information for affordances.* Journal of experimental psychology: Human perception and performance (v.13).
- ◆ **WARTOFSKY, K.W.** (1973): Introducción a la filosofía de la ciencia. Alianza Editorial. Madrid.
- **WATKINS, A.E.** (1975): *The Isoperimetric theorem.* Activities from the Mathematics Teacher (118-122). Palo Alto (EEUU).
- ◆ **WENTWORTH, d'A.**(1975): Sobre la Magnitud (Cap.17:El Mundo de las Matemáticas. SIGMA 2)
- **WERTHEIMER, M.** (1991): El pensamiento productivo. Paidós. Barcelona.
- **WILLERDING, M.F.**(1979): Conceptos Matemáticos. Un enfoque histórico. CECSA (Compañía Editorial Continental). Serie complementaria de Matemáticas. México.
- **WOLLMAN, W.; LAWSON, A.E.** (1978): *The influence of instruction on proportional reasoning in seventh graders.* Journal of Research in Science Teaching, 15 (p.227-232).
- ◆ **WOOD, C.** (1996): *Shape, Space and Measures.* A: Hopkins, C.; Gifford, S.; Pepperell, S. (eds): Mathematics in the primary school. David Fulton Publishers. London.
- ◆ **WOODS, P.** (1987): La escuela por dentro: la etnografía en la investigación educativa. Paidós/MEC. Madrid.

- ◆ **WYGOTSKY, L.S.** (1978): Mind in society: The development of higher psychological processes. Harvard University Press. Cambridge.
- **ZEKI, S.** (1992): *La imagen visual en la mente y en el cerebro*. Investigación y Ciencia. Barcelona.
- ◆ **ZIMMERMANN, W i CUNNINGHAM, S** (ed) (1991): Visualization in Teaching and Learning Mathematics. Mathematical Assotiation of America.

# ÍNDIX D'ESQUEMES, TAULES I GRÀFICS

## 1.- Esquemes

1	Estructuració i desenvolupament de la recerca .....	19
2	La recerca i la interrelació dels camps científics .....	22
3	Procés de mesuralització .....	38
4	Nivells de domini de la mesura .....	44
5	Nivells de domini de la mesura (2) .....	46
6	La mesura com a integració .....	47
7	Coneixement i estadis d'adquisició .....	55
8	Percepció, acció i realitat .....	71
9	Estadis d'adquisició de la mesura segons Piaget .....	104
10	Estructures lògiques i adquisició de la mesura .....	106
11	Gènesi de la mesura .....	107
12	Rectificació circumferència (Menorca) .....	119
13	Quadratura del cercle i cercilització del quadrat .....	124
14	Quadratura del rectangle i rectanglització del quadrat .....	124
15	Quadratura de llúnules .....	129
16	Proposició 4 d'Euclides: Quadratura longituds de segments (a) .....	135
17	Proposició 5 d'Euclides: Quadratura longituds de segments (b) .....	135
18	Proposició 6 d'Euclides: Quadratura longituds de segments (c) .....	136
19	Reflexió circular o inversió respecte a la circumferència .....	138
20	Inversors de Peaucellier i d'Hart .....	140
21	Etaques de la recerca .....	144
22	Model interactiu de la planificació de la recerca .....	146
23	Definidors del marc genèric de la recerca .....	148
24	Concreció dels camps de la recerca .....	151
25	Concreció d'objectius .....	154
26	Criteris de selecció de la mostra base .....	161
27	Ítem 1 del Test FIEM .....	167
28	Ítem 1 del Test EM .....	168
29	Investigació bàsica i paral·leles de la recerca .....	173
30	Estadis d'adquisició de la capacitat estimativa .....	369
31	Estructura i interrelació evolutiva dels recursos unitaris .....	398
32	Estructura de la capacitat estimativa .....	424
33	Cicle unidireccional .....	425
34	Cicle multidireccional .....	425
35	Factors determinants del domini d'estratègies .....	425
36	El disseny didàctic de l'aprenentatge de la capacitat mètrica estimativa .....	439
37	Problemàtica de la mesura. Factors incidents .....	444
38	Factors incidents en l'aprenentatge de la mesura .....	449
39	Estadis de graduació metodològica de les activitats .....	451
40	Variabilitat de tipologies de mesurament .....	452
41	Factors positívadors de l'aprenentatge de la mesura i de la capacitat estimativa .....	458



## 2.- Gràfiques

1	Precisió global segons mostra i gènere .....	268
2	Contrast estimatiu entre mostres, proves i gèneres .....	269
3	Precisió segons mostres, prova i gènere .....	269
4	Dispersió global segons mostra i gènere .....	270
5	Dispersió segons mostra, prova i gènere .....	270
6	Exactitud segons mostres, proves i gènere .....	271
7	Ordenació de correlacions .....	278
8	Tècniques segons gènere .....	291
9	Tècniques segons les FC .....	292
10	Eficàcia de tècniques segons gèneres a les FC .....	293
11	Eficàcia de tècniques segons formes .....	294
12	Unitats antropomètriques .....	298
13	Unitats antropomòrfiques en els SR .....	298
14	IEE d'unitats antropomètriques .....	300
15	IEE d'unitats antropomètriques segons especialitats .....	300
16	Incidència d'estratègies (SR-FC) .....	304
17	Incidència d'estratègies a les FC .....	304
18	Incidència d'estratègies (especialitats) .....	305
19	Incidència d'estratègies (gènere) .....	305
20	Eficàcia d'estratègies globals .....	306
21	Eficàcia d'estratègies globals per formes .....	307
22	IEE de les estratègies globals per especialitats .....	307
23	IEE segons tipologies de complementarietat .....	307
24	Eficàcia de les estratègies de complementarietat .....	307
25	Eficàcia de les estratègies de complementarietat segons formes .....	307
26	Eficàcia de les estratègies de composició .....	308
27	Eficàcia de les estratègies de composició segons formes .....	308
28	Eficàcia de les estratègies de descomposició (global, FC, especialitats) .....	308
29	Rendibilitat de les persones del grup NE .....	313
30	Potencial estimatiu .....	314
31	Tècniques en les FC .....	317
32	Eficàcia de tècniques per nivells .....	318
33	Tècniques per gènere .....	318
34	Eficàcia de tècniques segons formes .....	318
35	Eficàcia de tècniques per gèneres .....	318
36	Tècniques per nivell .....	318
37	Incidència de Recursos .....	319
38	Incidència de les unitats antropomètriques .....	320
39	Ús de les unitats antropomètriques per nivells .....	320
40	Ús de les unitats antropomètriques per gènere .....	320
41	Eficàcia dels recursos .....	321
42	Eficàcia antropomètrica .....	321
43	Eficàcia antropomètrica segons nivells .....	321
44	Incidència d'estratègies (SR-FC) .....	323
45	Incidència d'estratègies a les FC .....	323
46	Incidència de la Complementarietat .....	323
47	Incidència d'estratègies .....	323
48	Eficàcia complementarietat .....	323

### 3.- Taules

1	Continguts cognitius del tractament tradicional de la mesura .....	28
2	Càlculs del valor de $\pi$ .....	141
3	Mostra del grup previ de control .....	159
4	Distribució de la mostra experimental d'estudiants de magisteri .....	160
5	Distribució de la mostra experimental d'alumnes de primària .....	160
6	Distribució de la mostra experimental global .....	160
7	Distribució de la mostra selectiva .....	161
8	La mostra selectiva .....	162
9	Valoracions de validació del test FIEM .....	166
10	Valoracions de validació del test EM .....	166
11	Categories de la fitxa observacional .....	171
12	Activitats integrades en el FIEM .....	178
13	Nivell d'error segons prova i ítems .....	181
14	Estimació de mesures amb unitats objectals i amb SM (ítem 3) .....	182
15	Estimació de mesures amb unitats objectals i amb SM (ítem 5) .....	183
16	Interiorització del metre (ítem 3) .....	183
17	Situacions d'igualació equilongitudinal en diferenciació de forma de l'ítem 4 .....	184
18	Integració en situacions igualatòries de l'ítem 4 .....	185
19	Element visualitzat com el major o menor de l'ítem 4 .....	185
20	Diferenciació (nens/nenes) de l'estimació quantitativa .....	185
21	Diferenciació (nens/nenes) de l'estimació longitudinal amb unitats SM .....	186
22	Diferenciació (nens/nenes) de l'estimació longitudinal amb unitats objectals .....	186
23	Recull de respostes de l'ítem 4 .....	187
24	Verbs emprats per descriure l'acció efectuada en l'ítem 4 .....	188
25	Recull de respostes indicatives de procediments i estratègies aplicades .....	190
26	Nivell de precisió en la mostra control .....	197
27	Nivell de precisió en la mostra GES .....	198
28	Nivell de precisió en la mostra GEP .....	198
29	Correcció estimativa del GC .....	198
30	Correcció estimativa del GES .....	199
31	Correcció estimativa del GEP .....	199
32	Incidència de les tipologies en el GC .....	200
33	Incidència de les tipologies en el GES .....	200
34	Incidència de les tipologies en el GEP .....	201
35	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GC .....	201
36	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GES .....	202
37	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GEP .....	202
38	Tendències segons gèneres al GC .....	207
39	Tendències segons gèneres al GES .....	207
40	Tendències segons gèneres al GEP .....	207
41	Tendències segons edats al GC .....	208
42	Tendències segons edats al GES .....	208
43	Tendències segons edats al GEP .....	209
44	Tendències segons l'autopercepció del rendiment acadèmic al GC .....	209
45	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GES .....	209
46	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GEP .....	209
47	Nivell de precisió en la mostra control .....	213
48	Nivell de precisió en la mostra GEP .....	213
49	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GEC .....	214
50	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GEP .....	214
51	Incidència de les tipologies en el GC .....	215

52	Incidència de les tipologies en el GEP .....	215
53	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GC .....	215
54	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GEP .....	216
55	Tendències segons gèneres al GC .....	220
56	Tendències segons gèneres al GEP .....	220
57	Tendències segons especialitats al GC .....	220
58	Tendències segons edats al GC .....	220
59	Tendències segons edats al GEP .....	221
60	Tendències segons l'autopercepció del rendiment acadèmic al GC .....	221
61	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GEP .....	221
62	Nivell de precisió en la mostra control .....	224
63	Nivell de precisió en la mostra GES .....	224
64	Nivell de precisió en la mostra GEP .....	224
65	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GC .....	225
66	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GES .....	225
67	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GEP .....	226
68	Incidència i ús de les tipologies en el GC .....	226
69	Incidència i ús de les tipologies en el GES .....	226
70	Incidència i ús de les tipologies en el GEP .....	227
71	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GC .....	227
72	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GES .....	227
73	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GEP .....	228
74	Tendències segons gèneres al GC .....	231
75	Tendències segons gèneres al GES .....	231
76	Tendències segons gèneres al GEP .....	231
77	Tendències per especialitats en el GC .....	232
78	Tendències segons edats al GC .....	232
79	Tendències segons edats al GES .....	232
80	Tendències segons edats al GEP .....	233
81	Tendències segons l'autopercepció del rendiment acadèmic al GC .....	233
82	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GES .....	233
83	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GEP .....	233
84	Nivell de precisió en la mostra control .....	236
85	Nivell de precisió en la mostra GES .....	236
86	Nivell de precisió en la mostra GEP .....	237
87	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GC .....	237
88	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GES .....	238
89	Percentatge de precisió segons nivells d'aproximació del GEP .....	238
90	Incidència i ús de les tipologies en el GC .....	239
91	Incidència i ús de les tipologies en el GES .....	239
92	Incidència i ús de les tipologies en el GEP .....	239
93	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GC .....	240
94	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GES .....	240
95	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GEP .....	241
96	Tendències segons gèneres al GC .....	245
97	Tendències segons gèneres al GES .....	245
98	Tendències segons gèneres al GEP .....	245
99	Tendències per especialitats en el GC .....	246
100	Tendències segons edats al GC .....	246
101	Tendències segons edats al GES .....	246
102	Tendències segons edats al GEP .....	246
103	Tendències segons l'autopercepció del rendiment acadèmic al GC .....	247
104	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GES .....	247
105	Tendències segons tipologia d'unitats emprades al GEP .....	247
106	Tendències centrals del GC .....	250

107	Ordenació del nivell de precisió segons gènere-especialitat .....	251
108	Ordenació del nivell de precisió segons grups d'edat del GC .....	251
109	Ordenació del nivell de precisió segons grups de rendiment del GC .....	252
110	Nivell de precisió en la mostra control .....	252
111	Incidència i ús de les tipologies en el GC .....	253
112	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GC .....	253
113	Nivell de consistència estimativa del GC .....	254
114	Correlacions entre factors del GC .....	255
115	Tendències centrals del GES .....	256
116	Ordenació del nivell de precisió segons grups d'edat del GES .....	257
117	Ordenació del nivell de precisió segons les unitats utilitzades en el GES .....	257
118	Nivell de precisió (GES) .....	257
119	Incidència i ús de les tipologies estimatives en el GES .....	257
120	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GES .....	258
121	Graus i nivell de consistència estimativa del GES .....	258
122	Correlacions entre factors del GES .....	259
123	Tendències centrals del GEP .....	260
124	Ordenació del nivell de precisió segons gènere del GEP .....	260
125	Ordenació del nivell de precisió segons grups d'edat/curs del GEP .....	260
126	Ordenació del nivell de precisió segons les unitats utilitzades en el GEP .....	261
127	Nivell de precisió (GEP) .....	261
128	Incidència i ús de les tipologies estimatives en el GEP .....	262
129	Rendibilitat de les tendències estimatives en el GEP .....	262
130	Graus i nivell de consistència estimativa del GEP .....	263
131	Correlacions entre factors del GEP .....	263
132	Tendències centrals (global) .....	268
133	Nivells de precisió i contrast estimatiu (global) .....	271
134	Incidència i contrast de tipologies estimatives (global) .....	272
135	Rendibilitat i contrast de tipologies estimatives (global) .....	273
136	Grau de consistència estimativa (global) .....	274
137	Identificació del metre (global) .....	275
138	Precisió segons la posició vertical-horitzontal .....	276
139	Precisió segons grau de concentració de les espirals .....	276
140	Rendibilitat de l'horitzontalitat .....	276
141	La verticalitat incrementa l'error estimatiu .....	277
142	Nivell de precisió i concentració .....	277
143	Ordenació de relacions correlacionals segons coeficient de Pearson .....	278
144	Estructura i classificació dels procediments estimatius .....	289
145	Incidència dels mètodes procedimentals .....	290
146	Rendibilitat dels mètodes procedimentals .....	291
147	Incidència de la tècnica procedimental .....	292
148	Rendibilitat de les tècniques procedimentals .....	293
149	Estructura i classificació dels recursos de mesuratge estimatiu .....	296
150	Incidència de les unitats utilitzades .....	297
151	Rendibilitat de les unitats .....	299
152	Estructura i classificació de les estratègies d'estimació mètrica .....	304
153	Incidència de les estratègies de matematització .....	305
154	Rendibilitat de les estratègies de visualització .....	306
155	Estructura i classificació dels procediments d'estimació mètrica .....	315
156	Incidència dels mètodes procedimentals .....	316
157	Rendibilitat dels mètodes procedimentals .....	317
158	Estructura i classificació dels recursos d'estimació mètrica .....	319
159	Estructura i classificació de les estratègies d'estimació mètrica .....	322
160	Constitució de la Mostra Selectiva .....	325
161	Fitxa del control contextual de l'entrevista .....	330

162	La precisió de la MS respecte la MB .....	331
163	Capacitat estimativa individual .....	332
164	Capacitat estimativa de les variables de la MS i comparació amb la MB .....	333
165	Incidència dels factors de reacció comportamental en la Mostra selectiva .....	335
166	Grau de seguretat i nivell de confiança de la Mostra Selectiva .....	338
167	Estructura i classificació dels procediments d'estimació mètrica .....	340
168	Incidència dels mètodes procedimentals .....	341
169	Incidència de les tipologies de sobreposició .....	343
170	Ús de les varietats de rectificació .....	352
171	Recull de les terminologies i concepcions rectificatives .....	354
172	Ús de la curvalització i la quadratura .....	358
173	Ús de les varietats procedimentals algorísmiques .....	360
174	Estructura i classificació dels recursos d'estimació mètrica .....	376
175	Incidència i varietat de recursos estimatius .....	378
176	Ús de les unitats antropomètriques .....	379
177	Utilització de les unitats objectals .....	383
178	Tipologia d'estratègies estimatives .....	402
179	Significativitat i ús de les tipologies d'estratègies estimatives .....	402
180	Ús de les varietats d'estratègies operatives .....	408
181	Incidència i ús de les estratègies de composició .....	410
182	Incidència i ús de les estratègies de descomposició .....	411
183	Incidència i ús de les estratègies de revisualització .....	412
184	Interrelació entre etapes mètriques maduratives i estructures estimatives .....	424
185	Ordenació prioritzada de les estructures estimatives .....	426
186	Valors correlacionals .....	426
187	Interrelació entre els estadis maduratius i les estratègies estimatives .....	427
188	Perfil de la capacitat estimativa individual (Mariona) .....	427
189	Perfil general dels subjectes de la mostra selectiva .....	428
190	Els Perfils de la capacitat estimativa .....	429
191	Seqüenciació d'objectius i continguts segons cicles .....	459
192	Planificació curricular a CI de l'aprenentatge de l'estimació mètrica .....	460
193	Planificació curricular a CI per l'aprenentatge de l'estimació en les corbes .....	461
194	Model de fitxa per la planificació curricular de l'estimació mètrica .....	462