

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Departament de Pedagogia Aplicada

TESI DOCTORAL

ESTRATÈGIES, DIFICULTATS I ERRORS
EN ELS APRENENTATGES
DE LES HABILITATS ESPACIALS

NÚRIA GORGORIÓ

J.º B.º
Adalberto Ferrández

Director: Adalberto Ferrández

Bellaterra, maig del 1994

7.6.3 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat 'item 19 del qüestionari'.

Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: dibuix, perspectiva obliqua.
- Formulació: comparació entre opcions.
- Forma de resposta: oral.
- Context: sense significat real.
- Acció requerida: interpretació.
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.
- Complexitat objecte: senzill.

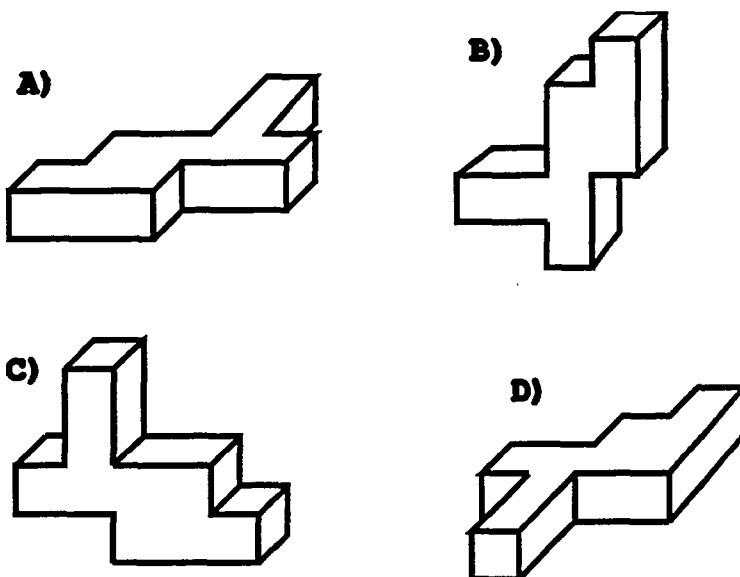
Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies. Malgrat això, les dades i conclusions d'aquesta tasca fan referència només a les entrevistes de 23 dels alumnes ja que n'hi ha un, concretament una noia d'EGB, l'entrevista de la qual ha estat ignorada per que donava una informació tan densa que que les seves característiques eren difícilment codificables i comparables a la dels altres entrevistats.

Interpretació de l'enunciat

Ens interessa saber com entenen els alumnes la pregunta que els fem. Dels 23 entrevistats, n'hi ha 6 que donen la resposta de manera immediata, sense donar temps a preguntar com interpreten l'enunciat. Les interpretacions dels altres 17 poden agrupar-se de la següent manera:

Entre els objectes següents n'hi ha tres que són iguals però estan col·locats en diferents posicions. N'hi ha un que encara que canviï la seva posició no és igual a cap dels altres tres. Quin és A, B, C o D?



Activitat item 19.

- En 5 de les interpretacions recollides es fa referència a la igualtat de les figures, però no al canvi de posició. Així:
 - 2 d'aquests alumnes diuen entendre que hi ha 3 figures iguals, i 1 diferent i que han de trobar la que és diferent:

C.V. Hi ha tres figures que són iguals i una que és diferent; quina és aquesta figura?
 - els altres 3 diuen que han de buscar l'objecte que és diferent:

E.S. ... quin és el que no sigui igual.
- Les altres 12 interpretacions inclouen, en major o menor grau, el fet de que hi intervé també un canvi de posició. Així:

- o 3 alumnes interpreten que hi ha tres figures iguals posades en diferent posició, i una de diferent:

H.G. ... que tres d'aquestes són iguals, però col·locades de diferents costats, i n'hi ha una que no és.

- o 4 alumnes entenen que hi ha tres figures iguals, posades en diferent posició, i una que és diferent encara que canviï la seva posició:

D.P. ... hi ha tres d'aquestes quatre, que són iguals però canviats, en diferents posicions, i n'hi ha un que per molt que el posem en la mateixa posició que els altres, no.

- o 2 alumnes interpreten que hi ha tres figures que són iguals i una que és diferent encara que canviï la seva posició :

A.P. que les quatre figures que tinc aquí ... tres són iguals, tres de les quatre són iguals, ... i una encara que la canviï de posició no, no és, no s'assembla a les altres, no és igual a les altres quatre.

- o 3 alumnes entenen que hi ha una figura que, encara que canviï la seva posició, és diferent de les altres:

A.F. Tinc que averiguar ... el que no és igual que les altres encara que estigui de diferent forma.

Respostes.

La taula següent recull les respostes recollides:

Resposta	casos
a	3
b/d	2
c	1
d	17

Taula 7.6.3.1: Opcions de resposta i freqüència.

És a dir, a l'hora d'escollir la resposta entre l'opció correcta i els distractors:

- 3 alumnes escullen el distractor *a*.
- 2 alumnes escullen inicialment el distractor *b* i al llarg de l'explicació del procés modifiquen la seva resposta donant l'opció correcta.

- Només 1 alumne escull el distractor *c*.
- 17 alumnes escullen la resposta correcta, la *d*.

Estratègies en els processos.

Una vegada donada la resposta, els preguntem com han sabut quina és i com hi han arribat. Agrupem en dos blocs els alumnes, en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada.

- 18 alumnes treballen escollint una de les figures representades com a model i la comparen amb les altres i
- els altres 5 alumnes treballen amb totes les figures comparant-les entre elles.

Els processos dels 18 alumnes que en l'explicació posen de manifest haver escollit una de les figures com a model, poden agrupar-se també en dos blocs, segons l'estratègia de processament utilitzada sigui visual o verbal. Així:

- 17 alumnes per comparar les figures amb el model diuen haver imaginat en algun moment algun gir i
- només 1 alumne compara les figures amb el model sense dir que hagi imaginat girs:

M.C. ... pues tomando como base la A ¿no? pues mirando esto debe ser esto, ¿no? y esto lo otro y así ¿no? que al final he visto que éste ... por más que he mirado uno con el otro y como estos tres ya se parecían, al ver éste, digo éste no, éste no se parece.

Igualment, els processos dels 5 alumnes que en l'explicació diuen haver treballat amb totes les figures, poden agrupar-se també en dos blocs, segons l'estratègia de processament utilitzada, és a dir, segons hagin imaginat o no girs:

- Hi ha 4 alumnes que, en l'explicació del procés, posen de manifest haver imaginat en algun moment girs i
- només 1 alumne compara les figures sense imaginar cap gir:

S.I. El A, el B y el C ... son iguales, ... porque ésto es más largo, entonces he mirado y estos tres lo tienen de la misma longitud.

Entre els que havent escollit un model imaginem girs en algun moment, podem identificar també diversitats, segons imaginin primer els canvis de posició i després comparin, ho facin a la inversa o alguna d'aquestes accions es repeteixi. A més, per cada grup ens interessa estudiar quin és el model escollit, perquè ho ha estat, i quina o quines són les figures per a les que imaginem els canvis de posició.

Així, els 17 alumnes que, havent escollit un model, imaginem girs en algun model podem agrupar-los de la següent manera:

- 13 d'aquests alumnes imaginem primer les figures canviades de posició, i després les comparem amb el model.
 - o El model escollit ha estat:
 - * per 5 d'ells la figura *a*.
 - * per uns altres 5 la figura *b*.
 - * només per 2 la figura *c*.
 - * només per 1 la figura *d*.
 - o El motiu pel qual han escollit aquest model és:
 - * desconegut en 10 dels casos
 - * 2 dels alumnes que escullen la figura *b*, argumenten que és perquè està *recte* o *més ben posada*:

A.C.-I.I. L'he posat com aquesta que està dreta...
 - * l'alumne que escull la figura *d* diu que ho fa per que és la que més s'assembla a la figura *b*:

J.N. ... la D ... m'hi guiat per aquesta perquè hi vist que ... era la que s'assemblava a la B ...
 - o La figura o figures per les que imaginem el canvi de posició són:
 - * només en 1 cas la figura presa com a model:

C.S. He cogido el B ... le he ido poniendo en las posiciones que tenían los otros y he mirado si conicidían.
 - * en 1 cas ho desconeixem i
 - * els 11 restants diuen haver imaginat que giraven totes les figures excepte la que han pres com a model:

*A.C-I.I ... he irat l'A ... i l'he posat com la B, ... la C
i l'he ... també posat com aquest (el B) ...*

- 3 alumnes comparen inicialment els objectes, i després imaginem els canvis de posició i

- El model escollit ha estat:

- * en 2 casos la figura *a*,
- * en 1 cas la figura *b*.

- El motiu pel qual han escollit aquest model és:

- * desconegut en els 2 casos que seleccionen la figura *a* i
- * *per estar més ben posat, per estar dret*, en el cas del que pren com a model la figura *b*:

*O.P. ... aquest ja estava dret, i estava en una posició
que estava més ... més ben posada.*

- La figura o figures per les que imaginem el canvi de posició són:

- * en 1 cas gira totes les figures que són iguals al model pres:

*A.F. me l'agafava aquest com a punt de mira l'A llavors
he agafat aquest (el B) i m'he mirat més o menys els cubs
corresponents. També he agafat com si la figura tingués
forma ... i el girava, així quedava igual ...*

- * en 1 cas només gira la figura *c* ja que s'adona que la *d* és diferent:

*O.P. Llavors aquest (el B) l'he comparat amb aquest
(l'A) llavors l'hi posat en la mateixa posició*

...

*i llavors sabem que aquest era més alt que aquest ... hi
deduït ...*

- * en 1 cas explicita només haver girat la *c* perquè diu que la *b* ja es veu directament que és igual:

*S.R. La A tiene como dos escalones, ¿no?, la B también,
... la C, si esto se pondría al mismo lado que esto pues
quedaría igual.*

- Només 1 alumne compara els objectes, imagina girs i els torna a comparar:

*E.M. ... lo que he fet és comparar, els ... aquestes, les parts
més grans, ... m'he fixat en l'A de posar-la de moltes maneres ...
i... les vaig comparant.*

En aquest cas:

- o el model escollit ha estat la figura *a*,
- o el motiu pel qual han escollit aquest model ens és desconegut i
- o la figura per la que imagina el canvi de posició és la que ha pres com a model.

D'altra banda, en el cas de l'alumne que havent pres un model el compara amb les altres figures sense imaginar canvis de posició:

- el model escollit ha estat la figura *a* i
- el motiu pel qual ha escollit aquest model ens és desconegut:

M.C. ... pues tomando como base la A ¿no? pues mirando esto debe ser esto, ¿no? y esto lo otro y así ¿no? que al final he visto que éste ... por más que he mirado uno con el otro y como estos tres ya se parecían, al ver éste, digo esto no, esto no se parece.

Igualment, entre els processos dels 4 alumnes que en l'explicació diuen haver treballat amb totes les figures, i posen de manifest haver imaginat en algun moment girs, identifiquem dos blocs:

- 2 d'ells diuen haver posat totes les figures en la mateixa posició:

S.F. ... colocarlas todas de una misma forma ... todas con los dos escalones hacia la derecha ...

- o 1 d'ells fent servir un símil per referir-se a la forma:

R.V. Estas tres tienen forma así, como de pistola ...

...

porque he intentado poner, eh, éstas, eh, todas en la misma posición, ...

- els altres 2 diuen haver imaginat que superposaven les figures:

- o 1 d'ells ho fa directament

A.C. ... posant-les en dif ... un a sobre l'altre ...

- o i l'altre ho fa per parells de figures:

D.P. ... l' A i el B són iguals ... el B i el C són iguals i he intentat ficar-lo a sobre i com que hi cap perfectament són iguals.

Pel que fa a les **estratègies d'aproximació** observades en el procés, distingim les recollides en el fet de determinar les figures que són iguals, de les recollides al parlar de la figura que és diferent. El motiu pel qual fem aquesta diferenciació és perquè hem observat repetidament que, per un mateix alumne, les estratègies d'aproximació a la forma dels objectes en un cas i l'altre són diferents. Aquest fet ve corroborat per la constatació que els alumnes arriben a saber quina és la figura diferent de diverses maneres en el procés de resolució:

- Hi ha 6 alumnes que determinen les tres figures que són iguals i, per eliminació, dedueixen quina és la diferent. D'aquests:

- o 2 ens ho diuen clarament:

D.P. ... si, perquè com sabia que els altres tres eren iguals ... buscava una raó perquè aquest no era igual.

- o en el cas dels altres 4 es posa de manifest en el procés:

L.S. ... pues yo en comparación con las otras tres figuras, pues he sabido, he sabido salir del apuro, ¿no? porque dándoles la vuelta y... y he sabido que son iguales ¿no?, pero ésta no parece ... ésta es diferente ...

En tots aquests casos, observem que, quan ens diuen quina és la figura diferent, l'argumentació és una justificació.

- Hi ha 6 alumnes en el procés dels quals s'observa clarament que han trobat la figura diferent a l'anar fent les comparacions:

S.F. ... colocarlas todas de una misma forma ... el D resulta que tiene la, bueno, éste rectángulo lo tien en vea de puesto hacia arriba , lo tiene en un lado, ...

- Els 11 alumnes restants no diuen haver arribat a la resposta per eliminació, ni podem deduir el contrari de l'anàlisi del procés descrit.

Per tot això, creiem necessari estudiar separatament les estratègies d'aproximació manifestades al determinar les figures que són iguals, de les observades al determinar quina és la figura diferent.

Pel que fa a les aproximacions a la forma de les figures en les estratègies recollides al determinar les tres figures que són iguals, observem:

- Hi ha 9 alumnes que fan aproximacions parcials de diferents tipus:
 - D'aquests, 1 es fixa en l'existència de parts significatives en els objectes i en les seves característiques, concretament el nombre de cubs que formen cadascun dels prismes:

E.S. ... mirar quin costat tenen aquells dos, aquests dos quadrats, a la C dos quadrats i aquí un ...
 - 2 alumnes més es fixen en les característiques, concretament la longitud, de les parts significatives dels objectes:

S.I. ... porque ésto es más largo, entonces he mirado y estos tres lo tienen de la misma longitud.
 - Uns altres 6 alumnes es fixen en les posicions relatives de les parts significatives dels objectes:

R.U. ... si això terminava cap allà o una que era cap a l'altra banda.
- Hi ha 10 alumnes que posen de manifest aproximacions globals a la forma de les figures que poden caracteritzar-se de maneres diferents:
 - D'aquests, 9 es fixen en la forma global utilitzant expressions de l'estil *es veu que són iguals, encaixen, no sobra res, coincideixen...*

C.V. He vist que la C i la B em coincidien amb aquesta, posant-la en la mateixa posició i aquest no.
 - Només 1 utilitza una comparació amb un objecte real fent un símil:

R.V. Estas tres tienen como forma de pistola y, en cambio, ésta si la cojo por aquí, hace una forma como hacia arriba esto.
- Hi ha 3 alumnes que manifesten aproximacions globals i parcials alternativament:
 - D'aquests, 2 es fixen en la forma global i en l'existència de parts significatives en els objectes:

E.M. ... si els sortints més grans, m'he fixat,...
 ...
i em sembla que si la posés al revés es tornaria igual que aquesta.
 - Només 1, a més de centrar-se en la forma global dels objectes, es fixa en les posicions relatives de les parts significatives, i en les característiques d'aquestes, més concretament, en la longitud:

D.P. Perquè aquí hi ha un tros molt llarg i aquí es talla i continua a dalt, ... i he intentat ficar-ho a sobre i com que hi cap perfectament, ...

- Hi ha 1 alumne que la descripció que fa del seu procés no ens permet saber quin tipus d'aproximació fa servir.

Pel que fa a les aproximacions a la forma de les figures en les estratègies recollides a l'explicar ³⁷ quina és la figura diferent observem:

- Hi ha 15 alumnes que fan aproximacions parcials de diferents tipus:
 - D'aquests, 1 es fixa en l'existència de parts significatives en els objectes:

O.M. ... he vist que no coincideix (el D) ... el desnivell aquest d'aquí ...
 - 5 alumnes més es fixen en les característiques de les parts significatives dels objectes:
 - * D'aquests, 4 es fixen en la longitud:

O.P. ... llavors sabem que aquest era més alt que aquest i he deduït que ...
 - * només 1 en el nombre de cubs:

A.F. ... del D pues ho he intentat fer però no perquè aquí hi ha un cub més i aquí ja hi ha un cub menys.
 - Uns altres 8 alumnes, es fixen en les posicions relatives de les parts significatives dels objectes:

E.S. ... perquè la D no, no té, no tindria que haver-hi els quadrats aquests així, en aquesta banda
 - Només 1 alumne es fixa, a més de l'existència de les parts significatives, en la seva posició relativa:

D.P. ... aquest una plana llarga i aquest estret d'aquí continuava cap aquí.
- Hi ha 5 alumnes que posen de manifest aproximacions globals a la forma de les figures utilitzant expressions diverses:

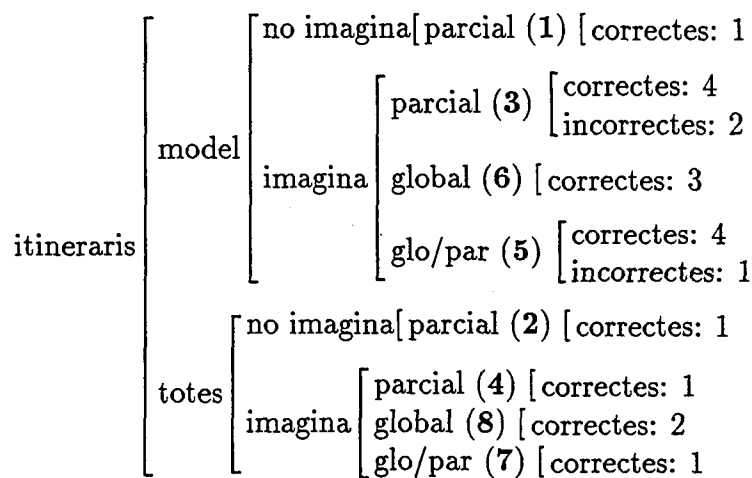
³⁷Diem a l'explicar —i no al determinar— quina és la figura diferent per que tal com hem vist en alguns casos més que una explicació de com han determinat la que és diferent el que fan és una justificació de perquè és diferent.

M.S. ... però llavors tot això no encaixava, ...

M.L. ... al colocarla parecía como más corta.

- Hi ha 3 alumnes que la descripció que fan del seu procés no ens permet saber quin tipus d'aproximació fan servir.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució³⁸, així com el nombre de respostes correctes i errors a què s'arriba a través de cadascun d'ells.



Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el processos de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies més significatives aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - escollir un model,
 - treballar amb totes les figures.
- de processament:
 - visual, imaginar girs o canvis de posició dels objectes,
 - verbal, no imaginar.

³⁸Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

- d'aproximació:

- o parcial, fixar-se en l'existència de parts significatives, en les seves característiques o en les seves posicions relatives,
- o global, fixar-se en la forma global dels objectes.

La identificació d'aquestes estratègies, en la descripció dels processos per part dels alumnes, ens ha de permetre descriure les tipologies de procés. La taula següent presenta les estratègies d'aproximació a la forma de les figures —parcials o globals en la primera i segona comparació, les estratègies de processament —visual o verbal— juntament amb el fet d'haver escollit un model o haver treballat amb totes les figures, així com la correcció de les respostes donades.

Al.	model	totes	parcial	global	glo/par	visual	verbal	resposta
01		x		x		x		b
03	x				x	x		b
04	x				x	x		m
05	x		x			x		b
06	x			x		x		b
07	x				x	x		b
08	x				x	x		b
09	x		?	?	?	x		m
10	x		?	?	?	x		m
11		x			x	x		b
12	x		x			x		m
13	x		x			x		b
14		x	x			x		b
15	x			x		x		b
16	x		x			x		b
17	x				x	x		b
18		x		x		x		b
19	x		x				x	b
20		x	x				x	b
21	x		?	?	?	x		m
22	x		x			x		b
23	x		x			x		m
24	x			x		x		b

Taula 7.6.3.2: Estratègies utilitzades i respostes dels alumnes.

L'observació d'aquesta taula ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats³⁹. Aquests processos poden, descriure's de manera general, a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament verbal, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 2. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament verbal, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 3. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 4. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 5. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en la primera comparació i parcials en la segona.
- 6. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en les dues comparacions.
- 7. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en la primera comparació i parcials en la segona.
- 8. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en les dues comparacions.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies⁴⁰, indicant-ne el nombre de casos apareguts:

³⁹Hi ha tres alumnes els processos dels quals no hem pogut codificar perquè desconexem si fan aproximacions parcials o globals a la forma de les figures

⁴⁰Per aquesta tasca hi ha alumnes que utilitzen estratègies d'aproximació globals en la primera comparació i parcials en la justificació. Aquests alumnes els inclouem dins del grup dels que utilitzen estratègies d'aproximació global ja que considerem que aquest és el tipus d'estratègia que utilitzen realment al resoldre la tasca. Per aquest raó considerem el procés 5 com a VIS/GLO.

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	—	3 i 4	5, 6, 7 i 8
casos	1 + 1	-	6 + 1	5 + 3 + 1 + 2

Taula 7.6.3.3: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa al llenguatge geomètric, observem que són comunes les expressions com parts, tros, això... per referir-se a les parts significatives dels objectes.

Observem també, en general, dos tipus d'abús de llenguatge. D'una banda, l'utilització d'expressions del llenguatge no geomètric fent servir analogies referides a la forma i, de l'altra, la utilització incorrecta de vocabulari geomètric, utilitzant, en general, expressions corresponents a la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai. Resumim en un quadre els principals abusos de llenguatge observats, amb el nombre d'alumnes que utilitzen cadascuna de les expressions:

	Llenguatge col.loquial	Llenguatge geomètric
cub		quadrat(2)
prisma	pal(2) sortint(3) quadres(1)	rectangle(2)
composició de prismes	pistola desnivell(1) escalons(3) entrades(1)	

Taula 7.3.6.4: Abusos de llenguatge.

Ens interessa també registrar les expressions que fan servir els alumnes per referir-se a la posició. En general, utilitzen frases equivalents a *posar-lo en la mateixa posició que...* en les que no cal descriure la posició d'una manera concreta. Veiem, però, que en els intents de descriure la posició tenen dificultats per fer-ho. Així, observem expressions de l'estil *està tirat a terra, està com estirat, estan posats de diferents costats...* A més, observem que aquells que escullen com a model l'objecte de l'opció *b* ho fan perquè diuen *està més ben posat, està dret...* la qual cosa ens porta a pensar que hi ha una posició preferida en molts casos.

En aquest mateix ordre de coses, quan parlen de la posició relativa de les parts significatives dels objectes, observem que tenen dificultats per expressar-se. Així, recollim frases de l'estil *el rectàgulo en vez de puesto hacia arriba lo tienen en un lado, sale un trozo que es más largo que otro para abajo, això ho té cap a l'altra banda...*

A més, com que en la majoria dels processos descrits intenten explicar-nos els canvis de posició imaginats, constatem grans dificultats en la descripció dels canvis de posició. Recollim així frases que, si les volem interpretar estrictament, tenen significat molt ambigu com *la fiques a terra, li pujo a dalt aquest pal i això que miri cap a la dreta, la posem recte, posava el rectangle a terra...*

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Estudiem si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la selecció de les respostes. A més d'estudiar la diferència entre encerts i errors dels nois i les noies, volem veure si es confirma la tendència observada en el qüestionari produïda per la variable escolarització en la selecció de respostes. En aquest sentit observem el següent:

- La variable sexe no condiciona⁴¹ la selecció de la resposta seguint la tendència observada ja en el qüestionari.
- La variable escolarització produeix lleugeres tendències, en el mateix sentit que les constatades en el qüestionari, tot i que no són prou importants⁴²:

⁴¹Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 noies i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁴²Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- o Els alumnes de BUP responen tots correctament.
- o 2 dels 6 alumnes de FP donen respostes errònies.
- o 4 dels 11 alumnes d'EGB responen incorrectament.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències pel que fa a les dues estratègies de resolució observades:

- Escollir una figura com a model i
- treballar amb tots els objectes.

Analitzem, pel que fa a estratègies de resolució, si el nombre de nois i noies, i el nombre d'alumnes de BUP, FP i EGB que les utilitzen, i el nombre d'encerts i errors recollits per a cadascuna determinen o no tendències.

De l'observació de les taules que recullen les dades dels alumnes que manifesten cadascuna de les dues estratègies de resolució es desprèn :

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre d'encerts i errors recollits sota cadascuna de les estratègies de resolució no són significativament diferents.

Igualment, ens interessa veure si dins de cada estratègia de resolució els errors o encerts venen condicionats pel sexe. Si calculem χ^2 per a les taules no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte el nombre d'encerts i errors que produeixen cadascuna de les estratègies de resolució segons el sexe.

En les estratègies de processament.

En el cas concret d'aquesta activitat tots els alumnes menys dos —dues noies d'FP— manifesten haver imaginat canvis de posició dels objectes. Per aquest motiu, no podem fer cap estudi de tendències en relació a les estratègies de processament verbal o visual. Interpretem que gairebé tots els alumnes fan aproximacions dinàmiques degut al requeriment de la tasca.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que, tant els que com a estratègia de resolució prenen una figura com a model com en els que treballen amb tots els objectes, utilitzen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures. Per aquest motiu, ens interessa analitzar comparativament les dades dels que utilitzen estratègies d'aproximació parcial i amb les dels que utilitzen estratègies d'aproximació global.

En primer lloc, cal analitzar la coherència, pel que fa al tipus d'aproximació a la forma dels objectes, de la primera i la segona part dels processos de comparació dels objectes, ja que hem observat que alguns manifestaven aproximacions globals al determinar les figures iguals i parcials al parlar de l'objecte diferent.

Dels 14 alumnes que han escollit una figura com a model —pels quals coneixem el tipus d'aproximació utilitzada en la primera i segona comparació— 6 presenten aproximacions parcials en les dues comparacions, 3 fan aproximacions globals en els dos casos, i 5 fan una aproximació global en la primera comparació i una de parcial en la segona. Aquest fet és coherent —tal com hem justificat en la descripció de processos de resolució— ja que hem observat diversos casos que, al dir-nos quina és la figura diferent, l'argumentació passa a ser una justificació, la qual cosa explicaria la necessitat d'una explicació més detallada, possiblement a través d'una aproximació parcial.

Dins de l'altre gran bloc de processos de resolució observats, el dels nois i les noies que treballen amb totes les figures, també hem constatat que es manifesten dos tipus d'aproximacions a la forma a l'hora de comparar-les. Per aquests alumnes recollim estratègies globals o estratègies parcials en els dos casos.

De tot això es desprèn que la totalitat dels alumnes manifesta processos coherents pel que fa a estratègies d'aproximació a la forma de les figures.

Analitzant les dades dels alumnes que fan aproximacions globals⁴³ amb les dels que fan aproximacions parcials, observem:

- La variable sexe no produeix tendències pel que fa a estratègies d'aproximació a la forma de les figures.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- El nombre d'encerts i errors recollits sota cadascuna de les estratègies d'aproximació no és prou diferent com per a considerar que es produeixen tendències.

⁴³Tal com ja hem argumentat, els alumnes que utilitzen estratègies d'aproximació globals en la primera comparació i parcials en la justificació els incloem dins del grup dels que utilitzen estratègies d'aproximació global.

Igualment ens interessa veure si, dins de cada estratègia d'aproximació, els errors o encerts estan condicionats pel sexe. Si calculem el valor de χ^2 per a les taules no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe pel que fa als encerts o errors ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies d'aproximació parcial, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies d'aproximació global.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment i si determinats tipus de processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, així com el nombre de respostes correctes i el d'errors corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	0	2	0	2	0	2	0	2
VER/GLO	0	0	0	0	0	0	0	0
VIS/PAR	4	3	3	2	2	5	2	7
VIS/GLO	7	4	2	2	7	10	1	11

Taula 7.6.3.5 Nombre de representants de cadascun dels grups i nombre de respostes correctes i errors segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de la taula 7.6.3.5, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Hi ha una forta inclinació a la utilització de processos amb components visuals —18 processos amb components visuals i 2 amb components verbals.
- Hi ha equilibri entre els processos amb components parcials i els processos amb components globals —9 processos amb components parcials i 11 processos amb components globals.
- Gairebé dos terços dels processos amb components tenen components globals.
- Els processos amb components verbals són tots processos amb components parcials.

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- No hi ha diferències entre els errors i encerts recollits sota els diferents processos tipificats.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la **interpretació de l'enunciat** de l'activitat, observem que les que hem recollit es poden agruparen dos grans blocs. La proporció d'interpretacions recollides on es fa referència a la igualtat de les figures, però no al canvi de posició, és lleugerament superior a una tercera part. En les altres s'explicita, en major o menor grau, el fet de que hi intervé també un canvi de posició.

A l'hora d'escollir la **resposta** entre l'opció correcta i els distractors, observem que la resposta correcta és escollida per gairebé les tres quartes parts dels alumnes.

Pel que fa a les **estratègies dels processos de resolució**, agrupem en dos blocs els alumnes en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada. Tres quartes parts dels alumnes treballen escollint una de les figures representades com a model i la comparen amb les altres, i els altres, treballen amb tots els objectes comparant-los entre ells.

Els processos dels alumnes que en l'explicació posen de manifest haver escollit una de les figures com a model, poden agrupar-se també en dos blocs segons l'estratègia de processament utilitzada. Tots aquests alumnes, menys un, per comparar les figures amb el model, diuen haver utilitzat estratègies de processament visual —han imaginat en algun moment algun gir—, i només 1 alumne diu haver utilitzat estratègies de processament verbal —compara les figures amb el model sense imaginar cap gir.

Igualment, els processos dels alumnes que en l'explicació diuen haver treballat amb totes les figures, poden agrupar-se també en dos blocs, segons hagin imaginat o no girs. Tots aquests, menys un, en l'explicació del procés posen de manifest estratègies de processament visual —han imaginat en algun moment girs—, i només un d'aquests alumnes compara les figures utilitzant estratègies de processament verbal —sense imaginar cap gir.

Pel que fa a les diferents estratègies d'aproximació observades en el procés, distingim les observades en el fet de determinar les figures que són iguals, de les observades al parlar de la figura que és diferent. Fem aquesta diferenciació perquè

hem observat repetidament que, per un mateix alumne, el tipus d'aproximació a la forma dels objectes en un cas i l'altre són diferents. Aquest fet ve corroborat per la constatació que els alumnes arriben a saber quina és la figura diferent de diverses maneres en el procés de resolució. Hi ha una quarta part dels alumnes que determinen les tres figures que són iguals i, per eliminació, dedueixen quina és la diferent. En tots aquests casos, observem que, quan ens diuen quina és la figura diferent, l'argumentació és una justificació. També, hi ha una tercera part dels alumnes en el procés dels quals s'observa clarament que han trobat la figura diferent a l'anar fent les comparacions.

En relació a les estratègies d'aproximació recollides al determinar les tres figures que són iguals, observem que una mica més de la tercera part dels alumnes, fan aproximacions parcials de diferents tipus —existència de parts significatives, les seves característiques, i les seves posicions relatives—, gairebé la meitat dels alumnes posen de manifest aproximacions globals a la forma de les figures, i només un d'ells, fa un símil amb un objecte de la vida real.

Pel que fa a les estratègies d'aproximació recollides a l'explicar quina és la figura diferent, observem que tres quartes parts dels alumnes fan aproximacions parcials de diferents tipus —existència de parts significatives, les seves característiques i les seves posicions relatives. Una cinquena part dels alumnes, posen de manifest aproximacions globals a la forma de les figures. Aquesta disminució del nombre d'aproximacions globals i l'augment d'aproximacions parcials s'expliquen per la necessitat d'argumentar quina és la figura diferent.

Per aquesta activitat, i en comparació amb d'altres analitzades, observem que hi ha una disminució de la diversitat observada tant en les a estratègies de resolució com en les de processament. Interpretem que aquest fet pot ser degut a la facilitat de la tasca ja que hem constatat que una tercera part dels alumnes la resolien correctament.

Contràriament, observem una gran riquesa de diversita en les estratègies d'aproximació a la forma de les figures. Així, observem diverses formes d'aproximacions parcial i globals, i també, alumnes que manifesten els dos tipus d'aproximació en el procés. Interpretem que aquesta riquesa en les estratègies d'aproximació, pot ser deguda a les característiques de la forma dels objectes.

Per a establir itineraris en el p̄océs de resolució tenim en compte les estratègies més significatives aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - o escollir un model,
 - o treballar amb totes les figures.

- de processament:
 - visual, imaginar girs o canvis de posició dels objectes,
 - verbal, no imaginar.
- d'aproximació:
 - parcial, fixar-se en l'existència de parts significatives, en les seves característiques o en les seves posicions relatives,
 - global, fixar-se en la forma global dels objectes.

La identificació d'aquestes estratègies en la descripció dels processos per part dels alumnes, ens ha permès descriure les tipologies de procés. Aquests processos poden descriure's, de manera general, a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament verbal, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 2. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament verbal, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 3. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 4. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions parcials en les dues comparacions.
- 5. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en la primera comparació i parcials en la segona.
- 6. Prenent un objecte com a model, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en les dues comparacions.
- 7. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en la primera comparació i parcials en la segona.

- 8. Treballant amb tots els objectes, i utilitzant estratègies de processament visual, compara la forma de les figures fent aproximacions globals en les dues comparacions.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	—	3 i 4	5, 6, 7 i 8

Taula 7.6.3.6: Processos tipificats.

Pel que fa al llenguatge geomètric observem, una vegada més, que són comunes les expressions com parts, tros, això... per referir-se a les parts significatives dels objectes i també, una vegada més, dos tipus d'abús de llenguatge. D'una banda, la utilització d'expressions del llenguatge no geomètric, fent servir analogies referides a la forma i, de l'altra, la utilització incorrecta de vocabulari geomètric, en general utilitzant expressions corresponents a la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai.

És interessant també registrar les expressions que fan servir els alumnes per referir-se a la posició. En general, utilitzen frases equivalents a *posar-lo en la mateixa posició que...* en les que no cal descriure la posició d'una manera concreta. Veiem, però, que en els intents de descriure la posició tenen dificultats per fer-ho. A més, les explicacions d'aquells alumnes que escullen com a model l'objecte de l'opció *b*, ens porten a pensar que hi ha una posició —la vertical— preferida en molts casos.

En aquest mateix ordre de coses, quan parlen de la posició relativa de les parts significatives dels objectes, observem que tenen també dificultats a l'expressar-se. A més, com que en la majoria dels processos descrits intenten explicar-nos els canvis de posició imaginats, constatem grans dificultats en la descripció dels canvis de posició.

Per a poder determinar l'existència de tendències lligades als valors de les variables ens analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats d'alguna manera a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre d'encerts i errors recollits sota els diferents tipus d'estratègies.

Pel que fa a la selecció de respostes, a més d'estudiar la diferència entre encerts i errors dels nois i les noies, volem veure si es confirma la tendència observada en el qüestionari produïda per la variable escolarització en la selecció de respostes. En aquest sentit observem el següent:

- La variable sexe no condiciona la selecció de la resposta seguint la tendència observada ja en el qüestionari.
- La variable escolarització produeix lleugeres tendències en el mateix sentit que les constatades en el qüestionari, tot i que no són prou importants.

Pel que fa a tendències en relació a les estratègies de resolució recollides, observem:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- El nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascuna de les estratègies de resolució no són significativament diferents.

Dins de cadascuna de les estratègies de resolució tampoc podem afirmar que els errors o encerts estiguin condicionats pel sexe ni per l'escolarització.

Pel que fa a estratègies de processament, no te sentit fer cap estudi de tendències ja que en el cas concret d'aquesta activitat tots els alumnes menys dos —dues noies d'FP— manifesten haver imaginat canvis de posició dels objectes. Interpretem que gairebé tots els alumnes utilitzen estratègies de processament visual degut a l'acció requerida per l'activiat i a que l'objecte és senzill.

En relació a les estratègies d'aproximació, hem vist que la totalitat dels alumnes manifesta processos coherents en relació a les manifestades en la primera i la segona comparació dels objectes. Gairebé la quarta part dels alumnes, manifesten aproximacions globals en la primera comparació i parcials en la segona. Aquest fet és coherent ja que hem observat que, al dir-nos quina és la figura diferent, l'argumentació passa a ser una justificació, la qual cosa explicaria la necessitat d'una explicació més detallada, possiblement a través d'una aproximació parcial.

Comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals, amb les dels que les resolen fent aproximacions parcials, observem que:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- El nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascuna de les estratègies d'aproximació no són diferents.

Dins de cadascuna de les estratègies d'aproximació, no podem afirmar que els errors o encerts estiguin condicionats pel sexe ni per l'escolarització.

En relació a la identificació de tendències en els processos tipificats, observem:

- Hi ha una forta inclinació a la utilització de processos amb components visuals.
- Hi ha equilibri entre els processos amb components parcials i els processos amb components globals.
- Gairebé dos terços dels processos amb components visuals tenen components globals.
- Els processos amb components verbals són tots processos amb components parcials.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- No observem res important pel que fa al nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascuna de les tipologies de procés.

Interpretem que aquesta falta de diversitat en les produccions dels alumnes és deguda a la facilitat de la tasca.

7.6.4 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat 'item 36 del qüestionari.'

Caracterització de l'activitat.

- **Forma de presentació:** dibuix, perspectiva isomètrica.
- **Formulació:** comparació dels objectes de cada opció.
- **Forma de resposta:** oral.
- **Context:** amb significat real.
- **Acció requerida:** interpretació.

- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.
- Complexitat objecte: complex.

Els daus dibuixats a continuació tenen les cares marcades col·locades de diferents maneres.
 D'entre les següents parelles només n'hi ha una
 en la que fent girar un dels dos daus
es pot posar en la posició de l'altre. Quina és
 A, B, C o D?

Activitat item 36.

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies.

Interpretació de l'enunciat

En relació a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem el següent:

- 2 dels alumnes no en fan cap, i donen la resposta de manera immediata.
- 18 dels alumnes fan interpretacions correctes de l'enunciat:

S.I. Buscar la pareja que haciendo girar un dado tiene que quedar igual que el otro.

D'aquests:

- o 9 l'interpreten correctament després de la primera lectura:

S.R. ... que, de estas parejas de dados, hay una en la que, haciendo girar uno de los dos, pues se puede poner en la misma posición que el otro.

- o els altres 9 l'entenen després de fer diverses aproximacions:

S.I. hay dos parejas que tienen los mismos... estos... que haciéndolo girar quedan igual.

- 4 alumnes no arriben a entendre l'enunciat. D'aquests:

- o 3 diuen que l'entenen, però, de l'explicació donada, pensem que no:

E.M. ... però si jo, per exemple, si vull girar aquesta, em te que quedar com aquesta?... però, si no hi han els mateixos números?...

- o 1 dona d'entrada una interpretació errònia que després aparentment modifica, però, a l'hora d'iniciar la resolució de l'activitat, segueix fixat en la primera interpretació que havia fet:

O.M. ... que hi ha una parella que girant, que girant-los es poden posar en la posició d'una altra parella...

...

hi ha una parella que girant un dau, girant-lo, donaria el mateix resultat que el que està al seu costat

...

que girant-los, hum ... donant-lis... la mitja volta, un quart de volta queda igual que el C.

És interessant registrar també dues preguntes fetes per diversos alumnes per concretar com havien de ser els girs. Així:

- 3 alumnes pregunten si poden fer-lo girar més d'una vegada:

A.F. Fent-lo girar només una vegada?

- 2 dels entrevistats volen saber si hi ha alguna instrucció concreta per girar els daus:

M.S. *Com ho he de girar? així?*

Als alumnes que varen fer aquestes preguntes, se'ls va respondre que podien girar els daus com volguessin i tantes vegades com els calgués.

Respostes.

La taula següent presenta el nombre de casos que han escollit cadascuna de les opcions.

Resposta	casos
a	4
b	1
c	13
d	2
d/c	1
c/?	1
cap	2

Taula 7.6.4.1: Selecció de respostes.

Segons això, a l'hora d'escollir la resposta entre l'opció correcta i els distractors, observem el següent.

- 13 alumnes escullen l'opció *c* on hi ha representada la resposta correcta.
- 4 alumnes escullen com a resposta el distractor *a*.
- 1 alumne escull com a resposta correcta el distractor *b*.
- 2 alumnes escullen com a resposta correcta el distractor *d*.
- D'altres respostes obtingudes han estat:
 - 1 alumne inicialment donà com a resposta el distractor *d* i, durant l'explicació del procés de resolució, la modifica, escollint la resposta correcta.
 - 1 alumne donà la resposta correcta i, durant l'explicació del procés de resolució, davant l'ambigüitat de la parella de l'opció *c*, diu que no sap quina és la resposta correcta.

- o 2 alumnes afirmen que no hi ha cap resposta correcta, ja que totes les parelles són equivalents.

Estratègies en els processos.

Una vegada donada la resposta i la seva justificació, els preguntem com han sabut quina és i com hi han arribat. Agrupem en quatre blocs els alumnes en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada:

- Hi ha 2 alumnes que per a resoldre l'activitat es refereixen a la puntuació de les cares d'un dau de veritat:

L.S. ... porqué yo más o menos sé las posiciones de los números en, de los puntitos en los dados.

- Hi ha 10 alumnes que completen la informació, que diuen que no tenen en els daus d'una parella, a partir de les puntuacions dels daus de les altres parelles:

C.V. ... que no me'n recuerdo dels números que hi han darrera i intento buscar-los per les altres ... però em perdo...

...

jo faig, hi ha el 3 aquí, per saber quin hi ha a sota, pues no sé, busco a veure si hi ha algun que estigui d'una altra manera per saber quin està a sota i tal, no?, però, ...

- Hi ha 9 alumnes que treballen prenent només la informació dels daus dibuixats en cada parella, prescindint dels daus de les altres parelles:

R.V. ... intento en cada pareja, imaginarme eh... una cara, pro ejemplo aquí en la A el 3 poniéndolo hacia arriba ...

- Hi ha 3 alumnes que treballen prenent la informació dels daus dibuixats en cada parella prescindint dels daus de les altres parelles, però per solucionar l'ambigüitat de la parella de daus del cas c, es refereixen a les puntuacions d'un dau de veritat:

A.P. ... m'ho imagino donant-li la volta... i sé que en un, en un dau a darrera de l'1 hi ha el 6.

L'enunciat de l'activitat demana per quina parella un dels dos daus es pot posar en la posició de l'altre, la qual cosa no vol dir que els dos daus siguin iguals.

És més, pels tres distractors queda clar que no hi ha cap manera de fer-ho, però, per la resposta correcta, l'única cosa que podem afirmar és que podríem posar un dau en la posició de l'altre si fossin daus reals —en la cara oposada a l'1 hi hagués el 6—. És a dir, mentre que per als distractors els dos daus presents són clarament diferents, per a la resposta correcta, els dos daus no tenen perquè ser necessàriament iguals. En aquest sentit, és interessant observar que els 14 alumnes que en la seva resposta intervé l'opció *c* —els que responen correctament d'entrada i els que modifiquen la resposta durant el procés—, manifesten postures diverses davant l'ambigüitat de la parella de daus d'aquesta opció. Així:

- 3 alumnes manifesten clarament haver-se adonat de que existeix aquesta ambigüitat:

R.V. ... en el A no coincide, el B tampoco coinciden y aquí en el C puessss ... no se sabe...

...

el D ... o sea tampoco es

...

... en la C aparece el 1 en un dado y en el otro no aparece y despista porque... bueno, coinciden dos caras, coincide el 3 y el 5, lo que pasa es que después aparece un 1 y un 6 que tal vez si se moviera el dado pues podrían coincidir, pero así no se sabe seguro tampoco.

- 3 alumnes solucionen l'ambigüitat imaginant un dau de veritat:

S.F. ... luego en el C ... quedan iguales el 3 y el 5, entonces el 3, eh..., buenoooo ... el 3 bueno lo he bajado hacia abajo ... y ... el 5 estaba al lado y, y, y entonces el 6 estaba eh... la cara 6 corresponde a la otra que es el 1 en los dados.

- 7 alumnes n'ignoren l'existència:

S.R. El C si que quedaría ¿no? que subiendo... subiendo el 3 arriba, bueno quedaría el 3 arriba, el 5 a este lado y... el 1 ya no se veria y quedaría el 6.

- Hi ha 1 alumne per al qual aquesta ambigüitat és un obstacle i, després d'haver donat la resposta correcta, a l'adonar-se'n, diu que no sap quina és la resposta:

C.V. ... em sembla que és el C

...

oh no! no, no, doncs no! no! Creia que sí, que posant el 3 aquí dalt seria igual però no, l'1 queda darrera i no podem saber ... ni idea.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, podem agrupar els alumnes en dos blocs, segons manifestin estratègies de processament visual —diuen haver imaginat els objectes o els canvis de posició dels mateixos—, o estratègies de processament verbal —no diuen haver imaginat res. Observem que:

- 7 alumnes manifesten haver utilitzat estratègies de processament visual. D'aquests:

- o 5 diuen haver imaginat els canvis de posició dels daus:

A.P. M'ho imagino donant-li la volta.

- o 2 diuen haver imaginat un dau de veritat:

R.U. M'he dibuixat jo un dau dins el cap...

- Els altres 17 manifesten haver utilitzat estratègies de processament verbal, ja que parlen de canvis de posició, però no diuen haver necessitat imaginar res:

D.P. ... després hi vingut al 3 i després m'ha donat que si girava el 3 abaix quedaria el 5 igual ... i després quedaria aquí... està el 1 ...

A l'analitzar les **estratègies d'aproximació a la forma** de les figures recollides per aquesta activitat, observem que tots els alumnes utilitzen estratègies d'aproximació parcial. Interpretem que les condicions del requeriment geomètric de l'activitat comporten aquest fet, ja que l'activitat demana comparar les posicions relatives de les cares dels daus:

C.S. El B tampoco, porque colocando el 6 arriba donde el otro tiene el 4 habría un 3.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució⁴⁴, així com el nombre de respostes correctes i errors a què s'arriba a través de cadascun d'ells.

⁴⁴Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

itineraris	dau real	[no imagina[parcial (1) [incorrectes: 2
		una parella
	dau real/una parella	
		més parelles
		[imagina[parcial (7) [incorrectes: 1

Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Hem vist que les condicions del requeriment geomètric de l'activitat comporten el fet que tots els alumnes utilitzin estratègies d'aproximació parcial, ja que l'activitat demanava comparar les posicions relatives de les cares dels daus.

Per tant, a l'hora d'establir itineraris en els processos de resolució, l'única informació diferenciadora que posseïm és la referent a les estratègies de resolució i les estratègies de processament aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - o referir-se a la puntuació de les cares d'un dau de veritat,
 - o completar la informació dels daus d'una parella a partir de les puntuacions dels daus de les altres parelles, i
 - o treballar prenent només la informació dels daus dibuixats en cada parella prescindint dels daus de les altres parelles.
- de processament.
 - o visual, imaginar els daus o els canvis de posició i
 - o verbal, parlar de canvis de posició sense necessitat d'imaginar.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes i si seva la resposta és correcta⁴⁵ o no:

⁴⁵Indiquem amb una *b* les respostes correctes, i les incorrectes, amb una *m*.

Al.	dau real	una parella	més parelles	global	parcial	visual	verbal	resp.
01			x		x		x	b
02	x				x		x	m
03		x			x	x		m
04	x	x			x	x		b
05		x			x		x	b
06		x			x		x	b
07			x		x		x	m
08			x		x		x	m
09			x		x		x	b
10		x			x		x	m
11			x		x		x	b
12			x		x		x	m
13		x			x	x		b
14	x	x			x		x	b
15			x		x	x		m
16		x			x	x		b
17	x				x		x	m
18		x			x	x		b
19			x		x		x	b
20		x			x		x	m
21			x		x		x	m
22		x			x		x	b
23	x	x			x	x		b
24			x		x		x	m

Taula 7.6.4.2: Estratègies i correcció de les respostes dels alumnes.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les tasques per part dels alumnes ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's, de manera general, a partir de com l'alumne resol l'activitat:

- 1.- Referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Treballant amb els daus d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.

- 3.- Treballant amb els daus d'una parella, referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 4.- Treballant amb els daus de més d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 5.- Treballant amb els daus d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 6.- Treballant amb els daus d'una parella, referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 7.- Treballant amb els daus de més d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència d'aparició:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1, 2, 3 i 4	—	5, 6 i 7	—
casos	2 + 5 + 1 + 9	-	4 + 2 + 1	-

Taula 7.6.4.3: Processos caracteritzats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Per anomenar els objectes d'aquesta activitat no cal utilitzar cap mena de vocabulari geomètric específic. Per referir-se a les parts significatives dels objectes només fa falta utilitzar la paraula cara caracteritzant-la amb el nombre de punts que hi ha marcats. Per tot això, els alumnes no posen de manifest cap error de llenguatge important. Només un d'ells, al referir-se a les cares, les anomena *bases*.

Igualment, i per la mateixa raó, indicar els canvis de posició els resulta en general més fàcil que en d'altres activitats. Així, per indicar els moviments que cal fer, per dir on anirà a parar cadascuna de les cares dels daus, es refereixen a la cara que hi havia anteriorment en aquest lloc:

R.V. *La cara del 3 me la imagino donde está el 5...*

o bé indiquen si les col·locarien a la dreta, a l'esquerra o a dalt, fet que ve facilitat pel tipus de representació gràfica utilitzada.

L.S. *... poniendo la cara del 5 arriba ...*

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la interpretació de l'enunciat.

Volem veure si la interpretació que fan de l'enunciat els alumnes ve determinada, d'alguna manera, pels valors de les variables que els identifiquen. També, analitzem si el fet d'entendre l'enunciat està lligat a respondre correctament. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat observem que:

- Tres quartes parts dels alumnes interpreten correctament l'enunciat.
- La variable sexe no produeix tendències⁴⁶.
- La variable escolarització no produeix tendències⁴⁷.

En relació a la relació entre comprensió de l'enunciat i resposta correcta, observem:

- Dels 20 que l'entenen, 7 resolen l'activitat malament.
- Els que no la comprenen no l'arriben a resoldre.

Tal com era d'esperar, els que no l'entenen no la poden resoldre, i entendre-la, no pressuposa saber-la contestar.

En la resposta.

Estudiem si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la selecció de les respostes. En aquest sentit, observem el següent:

⁴⁶Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 noies i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁴⁷Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- Poc més de la meitat dels alumnes —13 de 24— responen correctament.
- La variable sexe no produeix diferències en la selecció de respostes.
- La variable escolarització tampoc condiona la resposta.

En les estratègies de resolució.

Analitzem si existeixen tendències lligades als valors de les variables en relació a les estratègies de resolució detectades:

- Resoldre l'activitat referint-se a la puntuació de les cares d'un dau de veritat,
- completar la informació dels daus d'una parella a partir de les puntuacions dels daus de les altres parelles i
- treballar amb la informació dels daus dibuixats en cada parella referint-se o no a un dau de veritat

i també, si el nombre d'encerts o errors recollits estan lligats a l'estratègia de resolució utilitzada. Comparem les dades dels alumnes que manifesten alguna de les dues estratègies més generalitzades —la segona i la tercera de les esmentades abans.

De l'observació de les taules que recullen les dades dels alumnes dels dos blocs es desprèn:

- La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - Els nois tendeixen a resoldre l'activitat treballant cada vegada amb la informació dels daus d'una única parella —8 nois i 4 noies manifesten aquesta estratègia.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat barrejant la informació de les diverses parelles de daus —6 noies i 4 nois manifesten aquesta estratègia.

Malgrat això, aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt que ens permeti generalitzar l'afirmació.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors recollits sota cada estratègia de resolució, s'observen lleugeres tendències:

- o Constatem una certa tendència a respondre correctament per part dels alumnes que treballen únicament amb la informació dels daus de cada parella —9 encerts i 3 errors.
- o Hi ha una certa tendència a respondre malament per part dels alumnes que prenen la informació de més d'una parella de daus —4 encerts i 6 errors.

Malgrat això, aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt que ens permeti generalitzar l'afirmació.

En relació al coneixement de l'ambigüitat present en els daus de la parella *c*, si estudiem comparativament les dades dels que expliciten adonar-se'n amb les dels que no, observem:

- La variable sexe condiona la constatació d'aquesta ambigüitat:
 - o Els nois tendeixen a adonar-se'n —6 nois en són conscients i 1 no.
 - o Les noies tendeixen a ignorar-la —1 noia explicita ser-ne conscient i 6 no.

Calculant χ^2 per la taula on es compara el nombre de nois i noies que són , i els que no són conscients de l'ambigüitat, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.5714$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que els nois en són conscients, i les noies, l'ignoren.

- La variable escolarització no condiona l'explicitació d'aquesta ambigüitat.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, hi ha nois i noies que, en algun moment, diuen haver imaginat els daus o els canvis de posició. Ens interessa per tant comparar les dades dels alumnes que utilitzen estratègies de processament visual —en algun moment diuen que imaginin els daus o els seus moviments—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —en cap moment diuen haver imaginat res. També, volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia de processament verbal o una de processament visual.

Estudiant comparativament les dades de les taules, pel que fa a les estratègies de processament verbal i visual, observem el següent:

- La variable sexe determina tendències pel que fa a estratègies de processament:
 - Els nois es reparteixen a parts iguals entre els que imaginin els daus o els seus moviments i els que no diuen haver imaginat res.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat sense necessitat d'imaginar —11 noies no diuen haver imaginat res i 1 ha imaginat un dau real.

Calculant χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que utilitzen estratègies de processament verbal i estratègies de processament visual, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que les estratègies de processament que estem considerant estan lligats al sexe. Així, podem afirmar que, en el 90% dels casos, les noies utilitzen estratègies de processament verbal, i els nois, utilitzen estratègies de processament visual o verbal indistintament.

- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes d' EGB i d'FP tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.
- No es produeixen tendències pel que fa a errors i encerts recollits sota les dues estratègies de processament.

Igualment, ens interessa veure si, dins de cada estratègia de processament, els errors o encerts venen condicionats pel sexe. Si calculem el valor de χ^2 per a les taules, no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe pel que fa als encerts o errors dels nois i les noies, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament verbal, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament visual.

En les estratègies d'aproximació.

Per aquesta activitat, hem observat que les condicions del requeriment geomètric de l'activitat comporta el fet de que tots els alumnes utilitzin estratègies d'aproximació parcial; per tant, no té sentit fer cap estudi de tendències en aquest cas.

En els processos tipificats.

Per aquesta activitat, hem vist que totes les estratègies d'aproximació a la forma són parcials. Per aquest motiu, les conclusions de l'anàlisi de tendències en els processos tipificats seran equivalents a les obtingudes en l'estudi de les estratègies de processament. Malgrat això, presentem aquestes conclusions per a poder fer la comparació de tendències entre les diferents activitats per a les conclusions del problema principal.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, així com el nombre de respostes correctes i el d'errors, corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	6	11	2	5	10	8	9	17
VER/GLO	0	0	0	0	0	0	0	0
VIS/PAR	6	1	4	1	2	5	2	7
VIS/GLO	0	0	0	0	0	0	0	0

Taula 7.6.4.4: Nombre de representants de cadascun dels grups, i nombre de respostes correctes i errors, segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de la taula 7.6.4.4, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Tots els processos recollits tenen components parcials.
- Hi ha tendència a la utilització de processos amb components verbals —17 processos amb components visuals i 7 amb components visuals.
- La variable sexe produeix tendències en els següents sentits:
 - Els nois es reparteixen a parts iguals entre els que segueixen processos amb components verbals i els que els segueixen amb components visuals.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat seguint processos amb components verbals —11 noies segueixen processos amb components verbals i 1 segueix un procés amb components visuals.

Calculant χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que segueixen processos amb components visuals i processos amb components verbals, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$.

Així, podem afirmar que, en el 90% dels casos, les noies segueixen processos amb components verbals, i els nois, segueixen processos amb components visuals o verbals indistintament.

- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes d'EGB i d'FP tendeixen a seguir processos amb components verbals —5 de 6 i 10 de 12 respectivament.
- No hi ha diferències importants entre els errors i encerts recollits sota els processos tipificats.

Sumari i conclusions.

L'enunciat de l'activitat preveiem que presentaria dificultats de comprensió. En aquest sentit, observem que gairebé la meitat dels alumnes la interpreten correctament de manera immediata; aproximadament la quarta part, arriben a entendre'l després de diverses aproximacions, i la resta dels alumnes, no el comprenen.

És interessant registrar, també, les preguntes fetes per diversos alumnes per concretar com havien de ser els girs. Alguns alumnes pregunten si poden fer-lo girar més d'una vegada, i d'altres, volen saber si hi ha alguna instrucció concreta per girar els daus. Als alumnes que varen fer aquestes preguntes se'ls va respondre que podien girar els daus com volguessin, i tantes vegades com els calgués.

A l'hora d'escollir la resposta entre l'opció correcta i els distractors observem que una mica més de la meitat dels alumnes escullen l'opció *c* on hi ha representada la resposta correcta, i una tercera part, es decanten pels altres distractors. Hi ha d'altres respostes interessants. Una d'elles, la de l'alumne que dona la resposta correcta, i durant l'explicació del procés de resolució, davant l'ambigüïtat de la parella de l'opció *c*, diu que no sap quina és la resposta correcta. D'altres, la dels alumnes que afirmen que no hi ha cap resposta correcta ja que totes les parelles són equivalents.

Pel que fa a les estratègies en els processos de resolució, agrupem en quatre grans blocs els alumnes, en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada. La meitat dels alumnes treballen prenent només la informació dels daus dibuixats en cada parella, prescindint de les altres. D'aquests, n'hi ha 3, que per solucionar l'ambigüïtat de la parella de daus del cas *c*, imaginem un dau de veritat. Hi ha 10 alumnes que completen la informació, que diuen que no tenen en els daus d'una parella, a partir de les puntuacions dels daus de les altres parelles. Només

2 alumnes per a resoldre l'activitat es refereixen únicament a la puntuació de les cares d'un dau de veritat.

En aquesta activitat, mentre que per les parelles dels distractors els dos daus presents són clarament diferents, per a la resposta correcta els dos daus no tenen perquè ser necessàriament iguals. En aquest sentit, és interessant observar que els alumnes que en la seva resposta intervén l'opció *c* —els que responen correctament d'entrada, i els que modifiquen la resposta durant el procés—, manifesten postures diverses davant l'ambigüitat de la parella de daus d'aquesta opció. Gairebé la meitat d'aquests alumnes se n'adonen de que existeix. N'hi ha un per al qual aquesta ambigüitat és un obstacle per a resoldre l'activitat i, després d'haver contestat correctament, a l'adonar-se'n, diu que no sap quina és la resposta. Dels altres que en són conscients, la meitat la solucionen imaginant un dau de veritat, i l'altra meitat, expliciten que els dos daus podrien ser iguals però que no ho poden afirmar.

Pel que fa a les estratègies de processament, podem agrupar els alumnes en dos blocs segons manifestin estratègies de processament visual —diuen haver imaginat els objectes o els canvis de posició dels mateixos—, o estratègies de processament verbal —no diuen haver imaginat res. Observem que gairebé un terç dels alumnes manifesten haver utilitzat estratègies de processament visual. D'aquests, la majoria diuen haver imaginat els canvis de posició dels daus. Només 2 diuen haver imaginat un dau de veritat. Els altres dos terços manifesten haver utilitzat estratègies de processament verbal, ja que parlen de canvis de posició però no diuen haver necessitat imaginar res.

A l'analitzar les estratègies d'aproximació a la forma de les figures recollides per aquesta activitat, observem que tots els alumnes utilitzen estratègies d'aproximació parcial. Interpretem que les condicions del requeriment geomètric de l'activitat comporten aquest fet, ja que l'activitat demana comparar les posicions relatives de les cares dels daus.

Per anomenar els objectes d'aquesta activitat no cal utilitzar cap mena de **vocabulari geomètric** específic. Per referir-se a les parts significatives dels objectes, només fa falta utilitzar la paraula cara caracteritzant-la amb el nombre de punts que hi ha marcats. Per tot això, els alumnes no posen de manifest cap error de llenguatge important. Només un d'ells, al referir-se a les cares, les anomena *bases*.

Igualment, i per la mateixa raó, indicar els canvis de posició els resulta en general més fàcil que en d'altres activitats. Així, per indicar els moviments que cal fer, per dir on anirà a parar cadascuna de les cares dels daus es refereixen a la cara que hi havia anteriorment en aquest lloc: o bé indiquen si les col·locaran a la dreta, a l'esquerra o a dalt, fet que ve facilitat pel tipus de representació gràfica utilitzada.

A l'hora d'establir **itineraris en els processos de resolució**, l'única informació diferenciadora que posseïm és la referent a les estratègies de resolució i les estratègies de processament aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - referir-se a la puntuació de les cares d'un dau de veritat,
 - completar la informació dels daus d'una parella a partir de les puntuacions dels daus de les altres parelles, i
 - treballar prenent només la informació dels daus dibuixats en cada parella prescindint dels daus de les altres parelles.
- de processament.
 - visual, imaginar els daus o els canvis de posició i
 - verbal, parlar de canvis de posició sense necessitat d'imaginar.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les tasques per part dels alumnes ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's, de manera general, a partir de com l'alumne resol l'activitat:

- 1.- Referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Treballant amb els daus d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 3.- Treballant amb els daus d'una parella, referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 4.- Treballant amb els daus de més d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 5.- Treballant amb els daus d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 6.- Treballant amb els daus d'una parella, referint-se a un dau de veritat, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.

- 7.- Treballant amb els daus de més d'una parella, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1, 2, 3 i 4	—	5, 6 i 7	—

Taula 7.6.4.5: Processos tipificats.

Per a poder determinar l'existència de **tendències**, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

En relació a la identificació de tendències **en la interpretació de l'enunciat**, analitzem si la que fan els alumnes ve condicionada d'alguna manera pels valors de les variables que els identifiquen. També, analitzem si el fet d'entendre'l està lligat a respondre correctament. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat, observem que:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.

En relació a la relació entre comprensió de l'enunciat i resposta correcta observem:

- Una tercera part dels que l'entenen resolen l'activitat malament.
- Els que no la comprenen no l'arriben a resoldre.

Tal com era d'esperar, els que no l'entenen no la poden resoldre, i entendre-la, no pressuposa saber-la contestar.

Pel que fa a la **resposta** donada pels alumnes, observem el següent:

- La variable sexe no produeix diferències en la selecció de respostes.
- La variable escolarització tampoc condiciona la resposta.

Igualment, en relació a tendències pel que fa a les **estratègies de resolució** més comunes, observem:

- La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - Els nois tendeixen a resoldre l'activitat treballant cada vegada amb la informació dels daus d'una única parella.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat barrejant la informació de les diverses parelles de daus.

Malgrat això, aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt que ens permeti generalitzar l'afirmació.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors, s'observen lleugeres tendències:
 - Constatem una certa tendència a respondre correctament per part dels alumnes que treballen únicament amb la informació dels daus de cada parella.
 - Hi ha una certa tendència a respondre malament per part dels alumnes que prenen la informació de més d'una parella de daus.

Malgrat això, aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt que ens permeti generalitzar l'afirmació.

En relació al coneixement de l'ambigüitat present en els daus de la parella *c*, si estudiem comparativament les dades dels que se n'adonen amb les dels que les ignoren, observem:

- La variable sexe condiona la constatació d'aquesta ambigüitat:
 - Els nois tendeixen a adonar-se'n i
 - les noies la ignoren.
- La variable escolarització no la condiona.

Si calculem χ^2 per la taula on es compara el nombre de nois i noies que són i els que no són conscients de l'ambigüitat, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.5714$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de ser conscient de l'ambigüitat està relacionat amb el sexe, essent-ne conscient els nois, i ignorant-la, les noies.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, en relació a les tendències determinades per les variables, observem el següent:

- La variable sexe determina tendències pel que fa a estratègies de processament:
 - Els nois es reparteixen a parts iguals entre els que utilitzen estratègies de processament verbal i els que utilitzen estratègies de processament visual.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat utilitzant estratègies de processament visual.

Calculant χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que utilitzen estratègies de processament verbal i estratègies de processament visual, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que el tipus d'estratègies de processament utilitzada està lligat al sexe. Així, podem afirmar que, en el 90% dels casos, les noies utilitzen estratègies de processament verbal, i els nois, utilitzen estratègies de processament visual o verbal indistintament.

- La variable escolarització produeix tendències en els següent sentit:
 - Els alumnes d' EGB i d'FP tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.
- No es produeixen tendències pel que fa a errors i encerts recollits sota les dues estratègies de processament.

Igualment, analitzem si dins de cada estratègia de processament els errors o encerts venen condicionats pel sexe. Si calculem el valor de χ^2 per a les taules, no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe pel que fa als encerts o errors dels nois i les noies, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament verbal, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament visual.

Per aquesta activitat, hem observat que les condicions del requeriment geomètric comporten el fet de que tots els alumnes utilitzin estratègies d'aproximació parcial; per tant, no té sentit fer cap estudi de tendències en aquest cas.

Pel que fa a les tendències produïdes pels **processos tipificats**, observem que, per aquesta activitat, totes les estratègies d'aproximació a la forma són parcials. Per aquest motiu, les conclusions de l'anàlisi de tendències en els processos tipificats seran equivalents a les obtingudes en l'estudi de les estratègies de processament. Malgrat això, resumim aquestes conclusions per a poder fer la comparació

de tendències entre les diferents activitats per a les conclusions del problema principal.

Així, en relació a les tendències produïdes pels processos tipificats observem:

- Tots els processos recollits tenen components parcials.
- Hi ha tendència a la utilització de processos amb components verbals.
- La variable sexe produeix tendències en els següents sentits:
 - Els nois es reparteixen a parts iguals entre els que segueixen processos amb components verbals i els que els segueixen amb components visuals.
 - Les noies tendeixen a resoldre l'activitat seguint processos amb components verbals.

Calculant χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que segueixen processos amb components visuals i processos amb components verbals, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Així, podem afirmar que, en el 90% de casos, les noies segueixen processos amb components verbals, i els nois, segueixen processos amb components visuals o verbals indistintament.

- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes d'EGB i d'FP tendeixen a seguir processos amb components verbals.
- No hi ha diferències importants entre els errors i encerts recollits sota els processos tipificats.

7.6.5 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat '1—A.'

Caracterització de l'activitat.

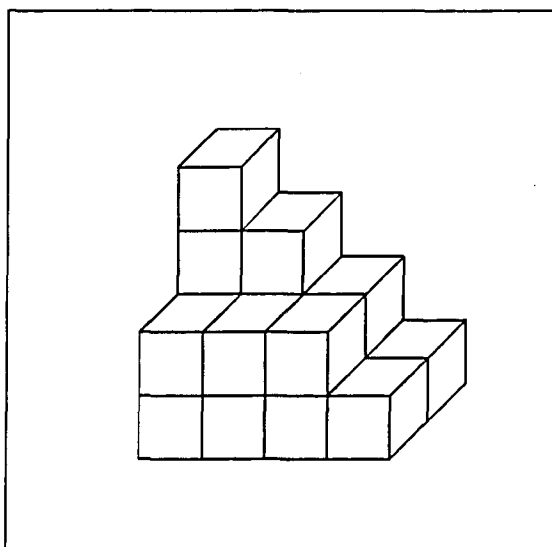
- **Forma de presentació:** dibuix, perspectiva obliqua.
- **Formulació:** —
- **Forma de resposta:** dibuix, perspectiva obliqua.
- **Context:** sense significat real.

- **Acció requerida:** construcció.
- **Condicions requeriment geomètric:** canvi de posició del subjecte i de l'objecte.
- **Complexitat objecte:** complex.

Dibuixa, fent servir el paper quadriculat, l'objecte del full "ACTIVITATS-A", tal com es veuria després de fer-lo girar 180° sobre la seva base, és a dir, has de dibuixar el que es veuria quan tinguessis davant teu el que ara és la cara del darrera de l'objecte.

Activitat 1—A.

L'objecte donat en el full *activitats A* és:



Objecte del full "activitats-A".

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies— 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies. Malgrat això, en aquesta activitat disposem només de les dades de 23 dels alumnes ja que hi ha una entrevista que per problemes d'enregistrament es va perdre.

Interpretació de l'enunciat

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem el següent:

- 15 dels alumnes fan ja directament una interpretació correcta de l'enunciat. D'aquests:
 - 2 interpreten que han de dibuixar l'objecte com si veiessin la part del darrera:

H.G. O sigui, l'he de dibuixar com si veiés lo del darrera ... de l'objecte.
 - 3 alumnes interpreten que han de girar-lo i dibuixar-lo tal com es veu des de darrera —de fet aquests fan una interpretació redundat de l'enunciat:

S.F. Tengo que darle la vuelta y dibujar cómo se vería desde atrás.
 - 2 interpreten que ha de dibuixar l'objecte com si ells estiguessin darrera:

A.C. Que l'haig de dibuixar, però com si jo estigués darrera de... darrera de l'objecte, o sigui, des de l'altra banda...
 - 5 d'ells interpreten que l'han de girar i després dibuixar-lo:

M.L. ... tengo que dibujar el objecto haciéndolo girar 180°, se vería la cara que está oculta.
 - Uns altres 3 interpreten que han de dibuixar l'objecte després de girar-lo de tal manera que el que ara tenen al davant estarà darrera.

P.G. ... la mateixa figura com si girés sobre el seu mateix eix, 180°, o sigui que, que el que jo ara tinc al davant, tindria que estar al darrera
- els altres 8 fan diverses interpretacions fins arribar a entendre'l:

- o 3 alumnes interpreten primer que cal dibuixar la cara del darrera de l'objecte, i a l'incidir, entenen que cal dibuixar l'objecte com si ells estiguessin darrera:

A.P. ... del dibuix que tinc davant, com si jo estigués darrera, o sigui fer la part del darrera ...

...

tot l'objecte però veient-lo com si estigués darrera jo

...

o sigui, tinc que fer la figura jo estant darrera...

- o Uns altres 5 entenen que han de girar l'objecte per a dibuixar la cara del darrera, i a l'incidir, que cal dibuixar l'objecte veient-lo des de darrera:

A.B. Girando la figura 180°, bueno, dibujar la cara que... que está al ... opuesta a lo que estoy viendo.

...

el objeto... viéndolo pero ... por detrás.

En una de les interpretacions de l'enunciat, constatem un error que és interessant recollir. Un dels alumnes fa una associació errònia amb el concepte d'angle pla:

L.S. O sea tengo que dibujar eeh!... cómo lo vería, mm..., en 180°.

E: ¿En 180°?

L.S. Plano ¿no?. Los 180° no es cuando es llano?

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Així, recollim diverses preguntes sobre com representar la profunditat:

E.S. Tinc que fer-ho com abans de 2 per 3?

i, més concretament, diversos alumnes volen saber cap a quin costat cal dibuixar les línies que indiquen profunditat:

M.C ... pues entonces... lo tengo que mirar así ¿no? ... o sea.. ¡ay! no sé ... igual de girado ¿no?, si lo miro desde el otro lado también igual de girado como está aquí.

...

... si éste gira para allá mirado desde acá, girará para acá, ... para este lado.

R.V. ... porque, era ... es que no estaba seguro si ... iba a un lado o al otro la profundidad, y me he querido asegurar...

A.B. ... pero me parece que me he equivocado ... porque la perspectiva vendría para la izquierda...

Respostes.

En aquest apartat analitzem la correcció de les produccions, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes. Per a fer-ho, tenim en compte si han fet la inversió dreta/ esquerra, si dibuixen l'objecte —tot o part— representant-hi el volum, si dibuixen només la cara posterior representant-hi parcialment el volum, i si dibuixen únicament la cara posterior sense cap intent de representar-hi volum. No analitzem els passos seguits pels alumnes al dibuixar la seva resposta ja que s'aparta dels objectius de la present recerca.

- En relació a la correcció dels dibuixos fets pels alumnes, observem:
 - 12 dels alumnes tenen en compte la inversió dreta/esquerra,
 - 8 alumnes no fan la inversió, és a dir, segueixen dibuixant la part més alta de la figura a l'esquerra, i
 - els altres 3 fan dibuixos que no encaixen en cap dels apartats anteriors:
 - * 1 d'ells intenta dibuixar el perfil de la figura, utilitzant un codi de representació que podria ser una aproximació a la perspectiva isomètrica (Fig. 1⁴⁸, AC-II).
 - * 1 abandona abans d'intentar dibuixar rés.
 - * 1 alumne dibuixa una figura que seria la simètrica respecte d'un pla de la figura original després d'aplicar-li un gir de 90° (Fig. 2, ES).
- Dels 12 que tenen en compte la inversió dreta/esquerra:
 - 8 dibuixen totalment o parcial l'objecte representant-hi el volum. D'aquests:
 - * 5 utilitzen el mateix codi de representació que el de l'enunciat, és a dir, representen la profunditat amb línies inclinades al costat dret dels cubs corresponents. D'aquests:
 - Només 1 representa tot l'objecte (Fig. 3, A.B).
 - 1 altre dibuixa la cara posterior de l'objecte representant-hi el volum (Fig. 4, P.G).

⁴⁸Al final d'aquest apartat, presentem els exemples dels dibuixos que han fet els alumnes.

- 3 alumnes representen la cara posterior amb volum, i només part dels cubs de les altres cares que es veurien —concretament els cubs de la cara lateral esquerra de l'objecte després de girar-lo (Fig. 5, O.P).
- * 3 'inverteixen el codi de representació' —representen el volum amb línies inclinades al costat esquerre dels cubs corresponents. D'aquests:
 - 2 dibuixen tot l'objecte (Fig. 6, O.M).
 - 1 altre dibuixa la cara posterior de l'objecte representant-hi el volum (Fig. 7, S.I).
- 2 dibuixen la cara posterior de l'objecte representant el volum només per alguns dels cubs (Fig. 8, J.N).
- 2 dibuixen únicament la cara posterior de l'objecte, sense cap intent de representar-hi el volum, utilitzant una quadrícula per indicar les cares dels cubs (Fig. 9, H.G).
- Dels 8 alumnes que no fan la inversió —segueixen dibuixant la part més alta de la figura a l'esquerra— obtenim diverses produccions:
 - 5 dibuixen totalment o parcial l'objecte representant-hi el volum i utilitzen el mateix codi de representació que el de l'enunciat, és a dir, representen la profunditat amb línies inclinades al costat dret dels cubs corresponents. D'aquests:
 - * 3 representen tot l'objecte (Fig. 10, R.U).
 - * 2 dibuixen la cara posterior de l'objecte, representant-hi el volum (Fig. 11, A.C).
 - 3 dibuixen únicament la cara posterior de l'objecte sense cap intent de representar-hi el volum. D'aquests:
 - * 2 utilitzen una quadrícula per indicar les cares dels cubs (Fig. 12, M.S).
 - * 1 només dibuixa el perfil de la cara posterior (Fig. 13, L.S).

Estratègies en els processos.

A l'hora de resoldre l'activitat, alguns alumnes fan, d'entrada, una reflexió en veu alta sobre quins tipus de canvis s'obtenen al fer girar un objecte 180°. D'altres, iniciaven ja directament el dibuix. Segons això, agrupem els alumnes en dos blocs segons l'estratègia de resolució utilitzada:

- 6 alumnes argumenten que es produiran canvis en les relacions de les parts de l'objecte respecte l'observador. Així:
 - 5 diuen que hi haurà canvis en la lateralitat dels objectes:

M.L. ... entonces se vería ... pasaría este lado a la derecha y el otro a la izquierda
 - Només 1 alumne argumenta que es produeixen canvis en les relacions de proximitat:

A.P. això que veig ara més lluny ... es que si estes darrera, estaria més a prop meu ...
- Els 17 alumnes restants inicien la tasca sense fer cap comentari previ.

Una vegada han acabat el dibuix, els preguntem com han sabut què és el que cal representar i com ho han fet. A partir de les seves explicacions, estudiem les **estratègies de processament**. Agrupem els alumnes en dos blocs, segons utilitzin estratègies de processament visual —imaginar canvis de posició del subjecte o de l'objecte—, o de processament verbal —referir-se al nou objecte sense dir que imaginin canvis de posició. Segons això tenim:

- 14 dels alumnes diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests:
 - 7 argumenten que han imaginat que giraven l'objecte i el descriuen tal com es veuria després de girar-lo.

S.F. ... mas o menos me he imaginado cómo era el objeto dándole la vuelta.
 - 6 diuen que han imaginat que ells canviaven de posició.

E.S. ... pues m'he imaginat lo, l'objecte, bueno des de darrera me l'he imaginat...

...

me n'he anat jo darrera de l'objecte...

D'aquests:

- * 5 parlen de com es veuria l'objecte des de darrera.
- * Només 1 explica com es veuria l'objecte després de girar-lo.

S.I. Pues imaginándome que estoy detrás de la pieza...

...

porque ... yo creo que... que si... le pone... los giramos 180°, o sea, todo esto no se ve.

- o Només 1 alumne imagina que gira primer una part de l'objecte, i després el completa:

O.M. ... li treia aquestes dos fileres de davant i l'he girat i l'he dibuixat... i després les he tornat a posar... M'he imaginat com es veia, al tindre allò que havia fet, la figura sola.

- 8 alumnes descriuen l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'aquests:

- o 3 parlen de com es veuria l'objecte després de girar-lo.

J.N. Perquè si jo li dono la volta... aquesta part anirà passant a l'esquerra...

- o Només 1 parla de com es veuria l'objecte des de darrera.

H.G.. ... puja cap a l'altre costa, per que veient-lo des de darrera...

- o 4 alumnes parlen de com es veuria l'objecte, argumentant la inversió dreta/esquerra:

R.V. ... luego hay tres encima pero, en vez de estar a la izquierda, aquí tienen que estar a la derecha, porque al verse desde detrás se ve cambiado, luego igual, dos arriba a la izquierda y aquí estan a la derecha...

- Només 1 alumne diu que no sap què li sortirà i no sabem com ha intentat resoldre la tasca ja que abandona.

A partir de les descripcions dels processos, estudiem també el tipus **estratègies d'aproximació** utilitzades. En aquest sentit observem:

- Hi ha 10 alumnes que fan aproximacions globals a la forma de l'objecte. D'aquests:

- o 6 es refereixen a la forma fent servir un símil amb un objecte de la vida real:

H.G. Amb la vista ho he tombat... i he vist que es veuria així, com una escala...

...

perquè si traiem els quadros del davant quedaria una escala.

- o Els altres 4 parlen de tal com creuen que es veuria tot l'objecte:

S.I. Porque ... yo creo que... que si... le pone... los giramos 180°... o sea todo esto no se ve, o sea sólo se ve... así.

- Hi ha 12 alumnes que fan aproximacions parcials a la forma de la figura. D'aquests:
 - 3 alumnes centren la seva atenció en els cubs —d'un en un— de l'objecte:

A.C. ... doncs he anat comptant quants quadrets hi havia per fer-ho igual.
 - 4 alumnes es fixen en els cubs de cada capa horitzontal o nivell:

O.P. ... bueno sí, cada pis, i a llavors he fet aquí el relleu,
...
...
bueno m'ha calgut pensar quants cubs hi havia a cada ... quants cubs hi havien en cada pis.
 - 4 dels alumnes centren la seva atenció en les capes verticals que formen l'objectes:

O.M. ... he separat la figura en dues parts... li treia aquestes dues fileres de davant, l'he girat i l'he dibuixat... i després les he tornat a posar... i m'he imaginat com es veuen, al tindre allò que havia fet,...
 - 1 alumne es fixa en el cub situat a la part més alta de l'objecte:

E.M. Doncs aquí el cub que està a sobre de tot, està a l'esquerra, doncs si girés estarà a la dreta.
- Hi ha 1 alumne pel qual desconeixem el tipus d'estratègia d'aproximació a la forma que ha utilitzat.

En els processos de resolució hem observat els següents recursos auxiliars significatius:

- 7 alumnes giren el full on hi dibuixat l'objecte model, i alguns d'ells, fins i tot se'l miren per transparència. D'aquests:
 - 1 inverteix el full per esbrinar com cal dibuixar les línies que indiquen profunditat:

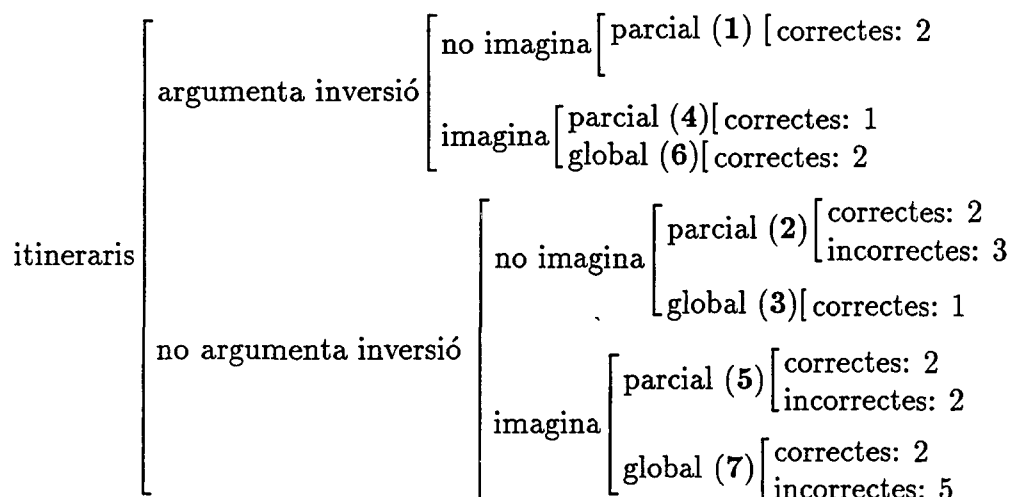
E. ¿Por qué le has invertido la hoja?
R.V. Porque ahora, por ejemplo, si esto (assenyala les línies que indiquen profunditat) va hacia la derecha, al darle la vuelta va hacia la izquierda, y es... para... para hacerlo mejor digamos.

- o 1 altre gira el full, com si passés pàgina, al dir que no cal dibuixar res, perquè la figura que cal representar és tal com es veu al full per transparència:

E.M. ...és que el dibuix en sí em quedaria així, com quan jo el giro (passa pàgina.)

- o Els altres 5 ho fan per saber com es veuria l'objecte que han de dibuixar.
- 6 alumnes mouen les mans quan parlen de girar l'objecte simulant el moviment.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució⁴⁹, així com el nombre de respostes correctes i errors⁵⁰ a què s'arriba a través de cadascun d'ells.



Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - o argumentar, a priori, l'existència d'inversió dreta/esquerra,
- de processament:

⁴⁹Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

⁵⁰En relació a la inversió dreta/esquerra

- o visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte i,
 - o verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - o parcial,
 - o global.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes, així com el fet de que dibuixin l'objecte fent o no la inversió dreta/esquerra:

Al.	preveu inversió	no preveu	global	parcial	visual	verbal	fa inversió
01		x		x	x		no
02		x		x		x	si
03		x		x	x		si
04	x			x	x		si
05		x		x		x	si
06		x	x		x		no
07		x	?	?	?	?	no
09		x	x			x	si
10	x			x		x	si
11		x		x		x	no
12		x	x		x		no
13		x		x	x		si
14		x	x		x		si
15	x		x		x		si
16		x	x		x		no
17		x	x		x		no
18	x			x		x	si
19		x		x		x	no
20		x	x		x		si
21		x		x		x	no
22	x		x		x		si
23		x		x	x		no
24		x	x		x		no

Taula 7.6.5.1: Estratègies utilitzades per cada alumne i correcció de la inversió dreta/esquerra.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les activitats, per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats⁵¹. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra a priori.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra a priori.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 6.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 7.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6 i 7
casos	2 + 5	1	1 + 4	2 + 7

Taula 7.6.5.2: Processos tipificats i freqüència d'aparició.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa a l'anàlisi del llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que gairebé la meitat dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana — *quadrats*— i del llenguatge col.loquial — *quadrets*, *quadros*— per referir-se als cubs.

⁵¹Hi ha un alumne el procés del qual no ha pogut ser codificat perquè desconexem el tipus d'aproximacions que han utilitzat.

Aquesta proporció és encara més gran que l'observada en d'altres activitats, fet que suposem degut a que en aquesta activitat a més de cubs cal dibuixar els quadrats de les seves cares i, per tant, en les seves explicacions, a partir d'algun moment, fan servir únicament la paraula *quadrat*.

També és interessant recollir la dificultat que tenen al referir-se a la representació del volum. Així recollim diverses expressions del tipus.

C.V. ... com si fos fons pel darrera...

D.P. ... es veuria la sombra...

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Volem estudiar si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada.

Per aquesta activitat, no tindria massa sentit analitzar únicament les diferències existents pel que fa a la correcció de la resposta, ja que només tres alumnes representen correctament el que els demanem. D'aquests, només un utilitza el mateix codi de representació fet servir al dibuixar l'objecte model. Els altres dos, dibuixen correctament l'objecte, però invertint la inclinació de les línies que indiquen profunditat. Cal dir que els alumnes que responen correctament són tres nois, un de BUP, un d'FP i un d'EGB.

Per tant, ens interessa analitzar, en primer lloc, si al representar l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra. També volem estudiar si representen correctament el volum en l'objecte que han dibuixat, independentment de quin sigui aquest. Finalment, ens interessa analitzar si l'objecte representat és un intent de dibuixar l'objecte inicial després de girar-lo 180°, o representa només la cara posterior de l'objecte, independentment de si hi han indicat o no el volum. En aquest sentit observem:

- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:

- o La meitat dels alumnes —12 de 23— inverteixen la figura.
- o La variable sexe produeix una certa tendència⁵²:
 - * Els nois tendeixen a invertir —8 nois inverteixen i 4 no.
 - * Les noies tendeixen a no fer la inversió —4 noies inverteixen i 5 no.
 Aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt per a que la puguem generalitzar.
- o La variable escolarització no produeix tendències⁵³.
- En relació a la representació correcta del volum en l'objecte que han dibuixat:
 - o Poc més de la meitat dels alumnes —13 de 23— representen correctament el volum.
 - o No observem diferències significatives entre els objectes dibuixats pels nois i per les noies.
 - o No observem diferències significatives entre els objectes dibuixats pels alumnes d'EGB, BUP i FP.
- Pel que fa a si l'objecte representat és un intent de dibuixar l'objecte inicial després de girar-lo, o representa només la cara posterior, observem:
 - o La meitat dels alumnes dibuixa només la cara posterior de l'objecte.
 - o Pel que fa a la variable sexe:
 - * Hi ha tendència per part de les noies a representar només la cara posterior de l'objecte —7 la representen i 2 representen tot l'objecte.
 - * Hi ha tendència per part dels nois a representar tot l'objecte —8 representen tot l'objecte i 3 només la cara posterior.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2323$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat

⁵²Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 nois i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁵³Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

del 90%, que el fet de representar tot l'objecte, o només la cara posterior, ve condicionat pel sexe. Així, en el 90% dels casos, els nois intenten representar tot l'objecte, i les noies, només la cara posterior indicant-hi o no el volum.

- o La variable escolarització no produeix tendències.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències lligades als valors de les variables pel que fa a l'única estratègia de resolució detectada —argumentar a priori la inversió dreta/esquerra—, i si el nombre d'encerts i errors dels que l'utilitzen i els que no, determina o no tendències. De l'observació de les taules es desprèn:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - o Els nois es reparteixen entre els que argumenten a priori la inversió dreta/esquerra i els que no —5 nois i 1 noia ho fan.
 - o Les noies tendeixen a no fer cap argumentació prèvia —6 nois i 11 noies no en fan.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió a priori, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió a priori ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois es reparteixen entre els que argumenten l'inversió i els que no, i les noies, no l'argumenten.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la correcció de les respostes, l'única cosa que podem afirmar és que tots els que argumenten a priori la inversió dreta/esquerra dibuixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, hi ha nois i noies que resolen la tasca imaginant canvis de posició, ja sigui de l'objecte o del propi subjecte, i d'altres, que parlen de com seria l'objecte resultant de l'activitat, sense dir en cap moment que hagin imaginat canvis de posició. Ens interessa, per tant, comparar les dades dels alumnes que utilitzen estratègies

de processament visual —en algun moment diuen que han imaginat canvis de posició—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —no diuen haver-los imaginat. També, volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia de processament verbal o una de processament visual. En aquest sentit, a partir de les taules, observem el següent:

- Gairebé dues terceres parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament visual —14 de 22.
- La variable sexe no produeix tendències ja que tant els nois com les noies es reparteixen equilibradament entre els dos tipus d'estratègies.
- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que només hi ha tres alumnes que responen d'una manera totalment correcta, no té sentit analitzar, per aquesta activitat, si les estratègies de processament porten a encert o error en la resposta. El que sí interessa esbrinar és si hi ha alguna relació entre l'estratègia de processament utilitzada, i el fet de resoldre correctament el problema de la inversió dreta/esquerra. En aquest sentit a partir de les taules observem que:

- Les estratègies de processament produeixen una certa tendència en relació a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra:
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies de processament verbal, tendeixen a ser correctes.
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies de processament visual, es reparteixen a parts iguals entre els encerts i errors.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies, ni dins el grup que utilitza estratègies de processament verbal, ni dins el grup que les utilitza de processament visual.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, apareixen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures, les aproximacions parcials i les aproximacions globals. Per aquest motiu, ens interessa analitzar comparativament les dades dels que utilitzen cadascun d'aquests tipus d'estratègies. També volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia d'aproximació parcial o una d'aproximació global. De l'observació de les taules es desprèn:

- Les estratègies d'aproximació es reparteixen amb un cert equilibri entre les d'aproximació parcial —12— i les d'aproximació global —10.
- La variable sexe produeix tendències:
 - Els nois tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació parcial —8 nois n'utilitzen i 3 no.
 - Les noies tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació global — 7 noies n'utilitzen i 4 no.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que només hi ha tres alumnes que responen d'una manera totalment correcta, no té sentit analitzar, per aquesta activitat, si les estratègies d'aproximació a la forma de les figures porten a encert o error en la resposta. El que sí interessa esbrinar és si hi ha alguna relació entre l'estratègia d'aproximació utilitzada i el fet de resoldre correctament el problema de la inversió dreta/esquerra. En aquest sentit, a partir de les taules observem que:

- Les estratègies d'aproximació produeixen una certa tendència en relació a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra:
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies d'aproximació parcial tendeixen a ser correctes.
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies d'aproximació global es reparteixen a parts iguals entre els encerts i errors.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies, ni dins el grup que utilitza estratègies d'aproximació parcial, ni dins el grup que les utilitza d'aproximació global.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment, i si determinats processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, i el nombre d'encerts i errors —en relació a la inversió dreta/esquerra— corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	4	3	1	2	4	4	3	7
VER/GLO	0	1	0	0	1	1	0	1
VIS/PAR	4	1	1	1	3	3	2	5
VIS/GLO	3	6	4	3	2	4	5	9

Taula 7.6.5.3: Nombre de representants de cadascun dels grups i encerts i errors, segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de la taula 7.6.5.3, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components visuals —14 de 22 dels processos tenen components visuals.
- Els processos es reparteixen equilibradament entre els que tenen components parcials —12—, i els que tenen components globals.
- La variable sexe produeix tendències en els següents sentits:
 - Els nois tendeixen a seguir processos amb components parcials —8 nois en segueixen i 3 no.
 - Les noies tendeixen a seguir processos amb components globals — 7 noies n'utilitzen i 4 no.

Aquesta tendència desapareix, essent equilibri, en els processos amb components verbals i es manté en els processos amb components visuals.

Malgrat això no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre el nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascun dels processos tipificats no és significativa.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies dins de cap dels grups que segueixen cadascun dels diferents processos tipificats.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem que gairebé dues terceres parts dels alumnes fan ja directament una interpretació correcta de l'enunciat. D'aquestes interpretacions, algunes impliquen un canvi de posició de l'objecte, i d'altres, un canvi de punt de vista. La resta dels alumnes fan diverses aproximacions fins arribar a entendre'l.

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Així, recollim diferents preguntes sobre com representar la profunditat, i diversos alumnes volen saber cap a quin costat cal dibuixar les línies que indiquen el volum.

A l'analitzar la correcció de les respostes, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes, observem que només tres alumnes representen correctament el que els demanàvem. D'aquests, només un utilitza el mateix codi de representació fet servir al dibuixar l'objecte model. Els altres dos, dibuixen correctament l'objecte, però invertint la inclinació de les línies que indiquen profunditat.

Per tant, analitzem, en primer lloc, si al representar l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra. També estudiem si representen correctament el volum en l'objecte que han dibuixat independentment de quin sigui aquest. Finalment, analitzem si l'objecte representat és un intent de dibuixar la figura inicial després de girar-la 180°, o representa només la cara posterior de l'objecte, independentment de si hi han indicat o no el volum.

Així, observem que la meitat dels alumnes tenen en compte la inversió dreta/esquerra, un terç no fan la inversió, i la resta, fan intents no acabats o abandonen.

En relació a la representació correcta del volum en l'objecte que han dibuixat, observem que poc més de la meitat dels alumnes ho fan correctament.

Pel que fa a si l'objecte representat és un intent de dibuixar la figura inicial després de girar-la, o representa només la cara posterior de l'objecte constatem que la meitat dels alumnes dibuixa només la cara posterior de l'objecte.

En relació a les **estratègies en els processos de resolució**, observem que, a l'hora de resoldre l'activitat, una quarta part dels alumnes fan una reflexió, a priori i en veu alta, sobre quins tipus de canvis en l'aspecte d'un objecte obtenim al fer-lo girar 180°. La resta, inicien ja directament el dibuix.

Una vegada han acabat el dibuix, els preguntem com han sabut què és el que cal representar i com ho han fet. En relació a les estratègies de processament recollides, hem de dir que gairebé dues terceres parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament visual —diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests, la meitat argumenten que han imaginat que giraven l'objecte, i el descriuen tal com es veuria després de girar-lo. Un altre, imagina que gira primer una part de l'objecte, i després el completa. La resta diuen que han imaginat que ells canviaven de posició.

Una tercera part del total d'alumnes utilitzen estratègies de processament verbal, és a dir, descriuen l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'aquests, la meitat parlen de com es veuria l'objecte argumentant la inversió dreta/esquerra. Gairebé la meitat parlen de com es veuria l'objecte després de girar-lo, i només un, parla de com es veuria l'objecte des de darrera.

Hi ha 1 alumne pel qual desconeixem el tipus d'estratègia de processament utilitzada.

A l'estudiar al tipus d'aproximació a la forma de les figures que fan els alumnes, observem que més de la meitat dels alumnes fan aproximacions parcials. Hi ha un alumne pel qual desconeixem el tipus d'estratègia d'aproximació que ha seguit. La resta dels alumnes fan aproximacions globals.

Els que utilitzen estratègies d'aproximació global, es reparteixen entre els que es refereixen a la forma fent servir un símil amb un objecte de la vida quotidiana, i els que parlen de tal com creuen que es veuria tot l'objecte.

Els que utilitzen estratègies d'aproximació parcial, centren la seva atenció en els cubs —d'un en un— de l'objecte, o bé en diferents parts significatives. Així, hi ha alumnes que es fixen en els cubs de cada capa horitzontal o nivell, i alumnes, que centren la seva atenció en les capes verticals que formen l'objecte. Només un alumne, es fixa en el cub situat a la part més alta de l'objecte.

En els processos de resolució hem observat recursos auxiliars significatius. Així, gairebé una tercera part dels alumnes giren el full on hi dibuixat l'objecte model, i alguns d'ells, fins i tot se'l miren per transparència. D'aquests, un inverteix el full per esbrinar com cal dibuixar les línies que indiquen profunditat. Un altre gira el full com si passés pàgina al dir que no cal dibuixar res perquè la figura demanada seria tal com es veu al full per transparència. Els altres ho fan per saber com es veuria l'objecte que han de dibuixar.

Una quarta part dels alumnes mouen les mans quan parlen de girar l'objecte simulant el moviment.

Per a establir itineraris en el **procés de resolució** tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - argumentar, a priori, l'existència d'inversió dreta/esquerra,
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte,
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els codificats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra a priori.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra a priori.

- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 6.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 7.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6 i 7

Taula 6.7.5.4: Processos tipificats.

Pel que fa al llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que gairebé la meitat dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana —*quadrats*— i del llenguatge col·loquial —*quadrets, quadros*— per referir-se als cubs. Aquesta proporció és encara més gran que l'observada en d'altres activitats, fet que suposem degut a que en aquesta, a més de cubs, cal dibuixar els quadrats de les seves cares i, per tant, en les seves explicacions fan servir una sola paraula a partir d'algun moment. També és interessant recollir la dificultat que tenen al referir-se a la representació del volum.

Per a poder determinar l'existència de tendències, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

Estudiem en primer lloc si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada.

Per aquesta activitat, no té massa sentit analitzar únicament les diferències existents pel que fa a la correcció de la resposta, ja que només tres alumnes representen correctament el que els demanàvem. Cal dir que els alumnes que responen correctament són tres nois, un de BUP, un d'FP i un d'EGB. Estudiem, doncs, diferents aspectes en les respostes dels alumnes:

- A l'analitzar si al representar l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra observem:

- o La meitat dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra.
- o La variable sexe produeix certes inclinacions. Els nois tendeixen a invertir i les noies no. Aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt per a que la puguem generalitzar.
- o La variable escolarització no produeix tendències.
- A l'estudiar si representen correctament el volum en l'objecte que han dibuixat, independentment de quin sigui aquest, veiem que:
 - o Poc més de la meitat dels alumnes representen correctament el volum.
 - o No hi ha diferències significatives entre els objectes dibuixats pels nois i per les noies.
 - o No hi ha diferències significatives entre els objectes dibuixats pels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.
- A l'analitzar si l'objecte representat és un intent de dibuixar l'objecte inicial després de girar-lo 180°, o representa només la cara posterior — independentment de si hi han indicat o no el volum— observem que:
 - o La meitat dels alumnes dibuixa només la cara posterior.
 - o Pel que fa a la variable sexe:
 - * Hi ha tendència per part de les noies a representar només la cara posterior de l'objecte.
 - * Hi ha tendència per part dels nois a representar tot l'objecte.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2323$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que el fet de representar tot l'objecte, o només la cara posterior, ve condicionat pel sexe. Així, en el 90% dels casos, els nois intenten representar tot l'objecte, i les noies, dibuixen només la cara posterior indicant-hi o no el volum.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.

Pel que fa a tendències en relació a les estratègies de resolució, observem:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - o Els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra a priori i els que no ho fan.
 - o Les noies tendeixen a no fer cap argumentació prèvia.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió a priori, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió a priori ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, les noies no argumenten la inversió dreta/esquerra, i els nois, es reparteixen entre els que l'argumenten i els que no.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la correcció de les respostes, l'única cosa que podem afirmar és que tots els que argumenten a priori la inversió dreta/esquerra dibuixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

Pel que fa a les estratègies de processament, observem el següent:

- Gairebé dues terceres parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament visual.
- La variable sexe no produeix tendències ja que tant els nois com les noies es reparteixen equilibradament entre els dos tipus d'estratègies.
- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que només hi ha tres alumnes que responen d'una manera totalment correcta, no té sentit analitzar, per aquesta activitat, si les estratègies de processament porten a encert o error en la resposta. El que sí interessa esbrinar és si hi ha alguna relació entre l'estratègia de processament utilitzada, i el fet de resoldre correctament el problema de la inversió dreta/esquerra. En aquest sentit, a partir de les taules observem que:

- Les estratègies de processament produeixen una certa tendència en relació a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra:
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies de processament verbal tendeixen a ser correctes.
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies d'aproximació global es reparteixen a parts iguals entre els encerts i errors.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies, ni dins el grup que utilitza estratègies de processament verbal, ni dins el grup que les utilitza de processament visual.

En relació a les estratègies d'aproximació, comparant les dades dels alumnes que resolen l'activitat a través d'aproximacions globals, amb les dels que la resolen fent aproximacions parcials, observem el següent:

- Les estratègies d'aproximació es reparteixen amb un cert equilibri entre les parcials i les globals.
- La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - Els nois tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació parcial.
 - Les noies tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació global.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que només hi ha tres alumnes que responen d'una manera totalment correcta, no té sentit analitzar, per aquesta activitat, si les estratègies d'aproximació a la forma de les figures porten a encert o error en la resposta. El que si interessa esbrinar és si hi ha alguna relació entre l'estratègia d'aproximació utilitzada, i el fet de resoldre correctament el problema de la inversió dreta/esquerra. En aquest sentit a partir de les taules observem que:

- Les estratègies d'aproximació produeixen una certa tendència en relació a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra:
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies d'aproximació parcial tendeixen a ser correctes.
 - Els resultats obtinguts a partir d'estratègies d'aproximació global es reparteixen a parts iguals entre els encerts i errors.

Malgrat això no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies, ni dins el

grup que utilitza estratègies d'aproximació parcial, ni dins el grup que les utilitza d'aproximació global.

Pel que fa a les tendències en els **processos tipificats**, observem:

- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components visuals.
- Hi ha equilibri entre els processos amb components parcials i els processos amb components globals.
- La variable sexe produeix lleugeres tendències en els següents sentits:
 - Els nois tendeixen a seguir processos amb components parcials.
 - Les noies tendeixen a seguir processos amb components globals.

Aquesta tendència desapareix, essent equilibri, en els processos amb components verbals i es manté en els processos amb components visuals.

Malgrat això, no obtenim cap significació prou alta que ens permeti fer afirmacions més enllà.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre el nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascun dels processos tipificats no és significativa.

De la mateixa manera, no hi ha cap diferència —en el sentit de la inversió dreta/esquerra— entre els encerts i els errors dels nois i les noies dins de cap dels grups que segueixen cadascun dels diferents processos tipificats.

Exemples dels dibuixos fets pels alumnes.

A les pàgines següents trobem els models dels dibuixos fets pels alumnes.

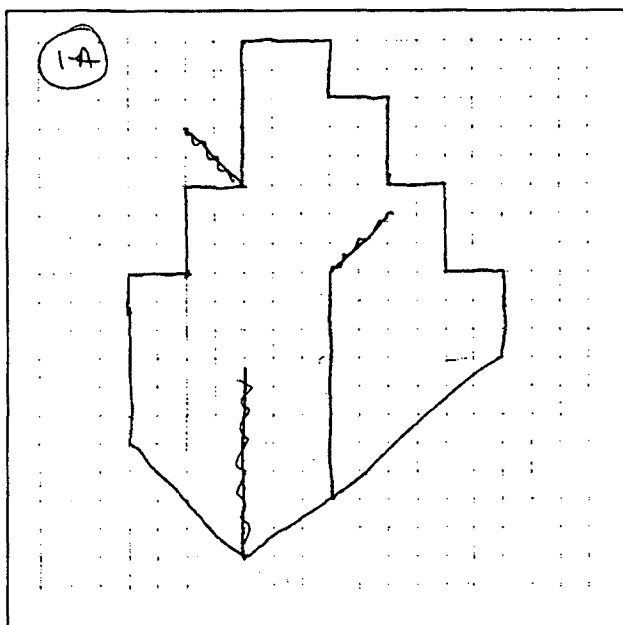


Fig. 1, A.C.-II.: Intent de dibuixar el perfil de la figura, seguint un codi de representació que podria ser una aproximació a la perspectiva isomètrica.

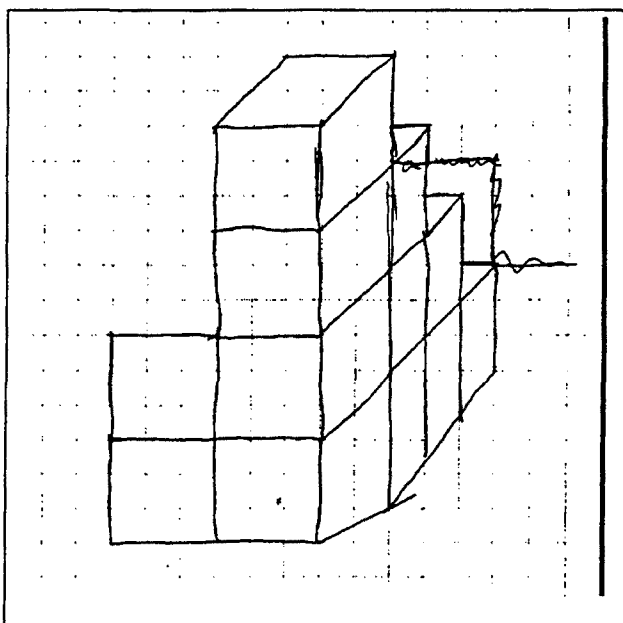


Fig. 2, E.S.: Figura simètrica de l'original respecte un pla, després d'aplicar-li un gir de 90° , on hi ha dibuixat el volum seguint el codi de representació proposat.

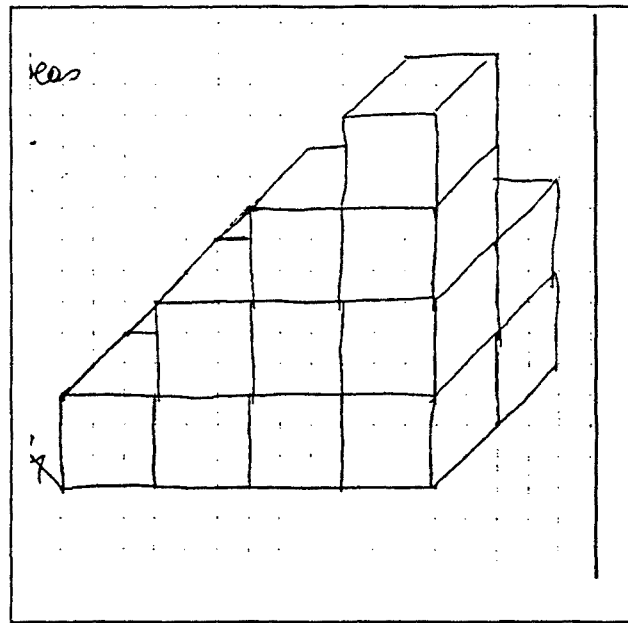


Fig. 3, A.B.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa tot l'objecte indicant-hi el volum seguint el codi de representació proposat.

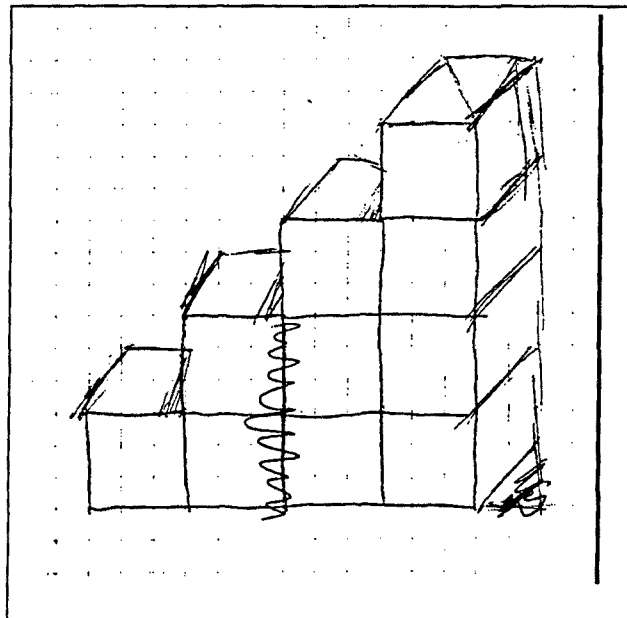


Fig. 4, P.G.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa només la cara posterior, indicant-hi el volum seguint el codi de representació proposat.

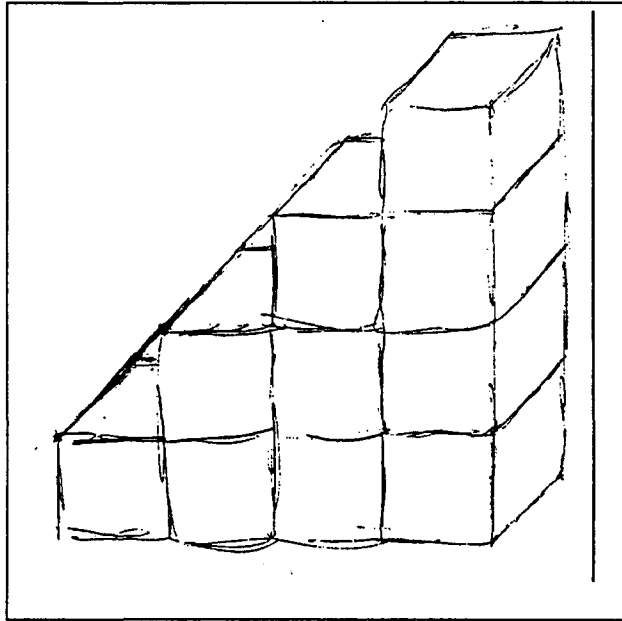


Fig. 5, O.P.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa la cara posterior i part dels cubs de les altres cares que es veurien, indicant-hi el volum seguint el codi de representació proposat.

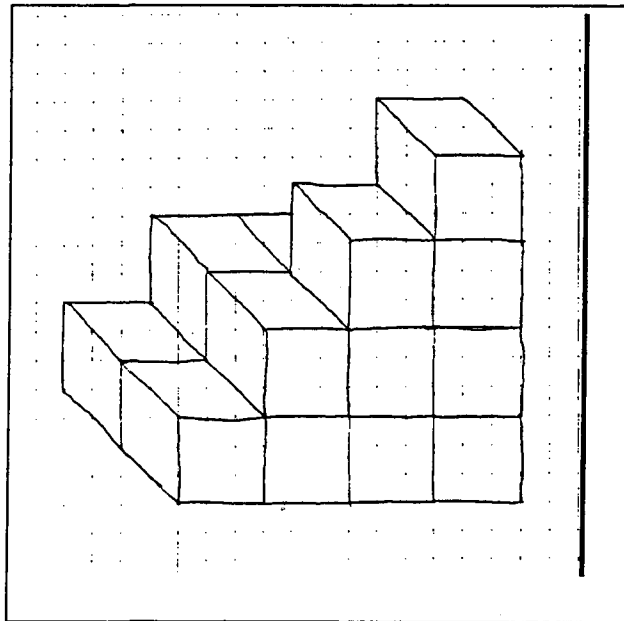


Fig. 6, O.M.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa tot l'objecte, seguint el codi de representació proposat, però indicant la profunditat amb línies inclinades a l'esquerra.

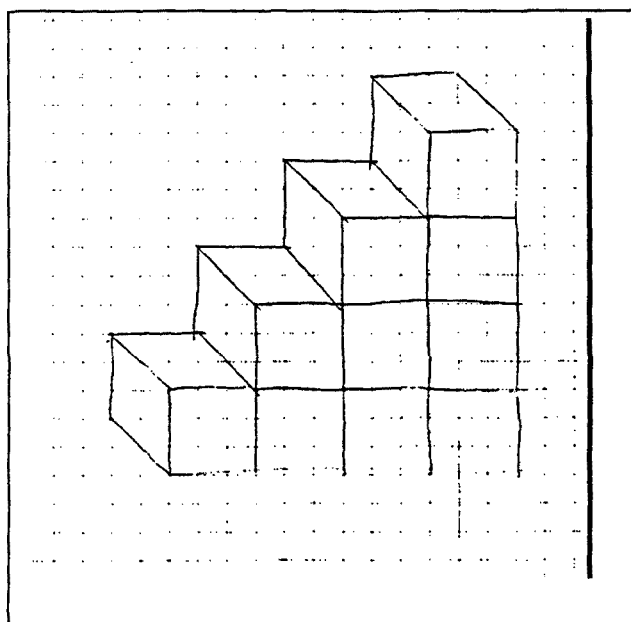


Fig. 7, S.I.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa únicament la cara posterior, dibuixant-hi el volum seguint el codi de representació proposat, però indicant la profunditat amb línies inclinades a l'esquerra.

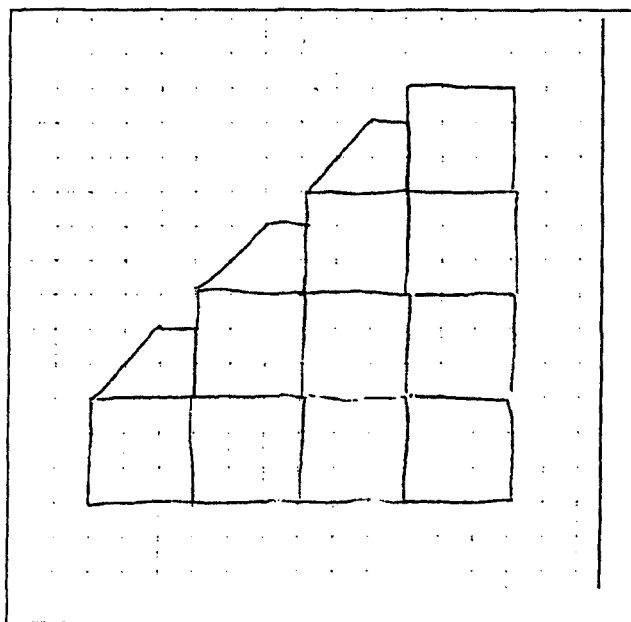


Fig. 8, J.N.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa únicament la cara posterior indicant-hi el volum només per alguns cubs seguint el codi de representació proposat.

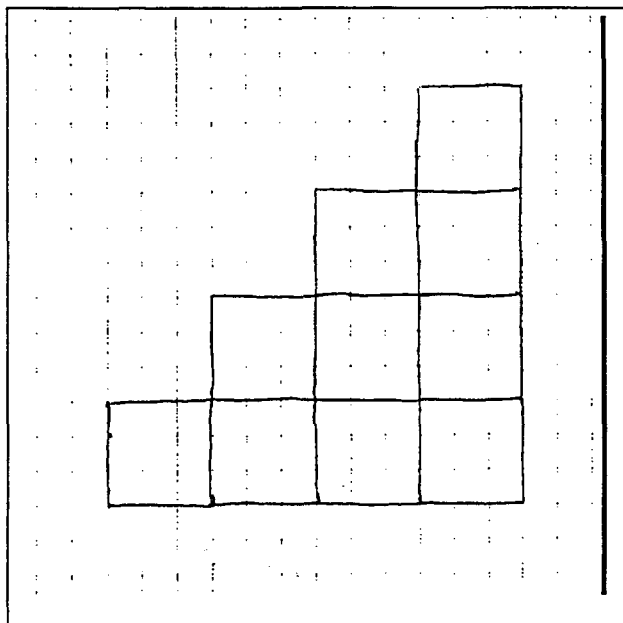


Fig. 9, H.G.: Figura, amb la inversió dreta/esquerra correcta, que representa únicament la cara posterior, sense representar-hi el volum i indicant amb una quadrícula les cares dels cubs.

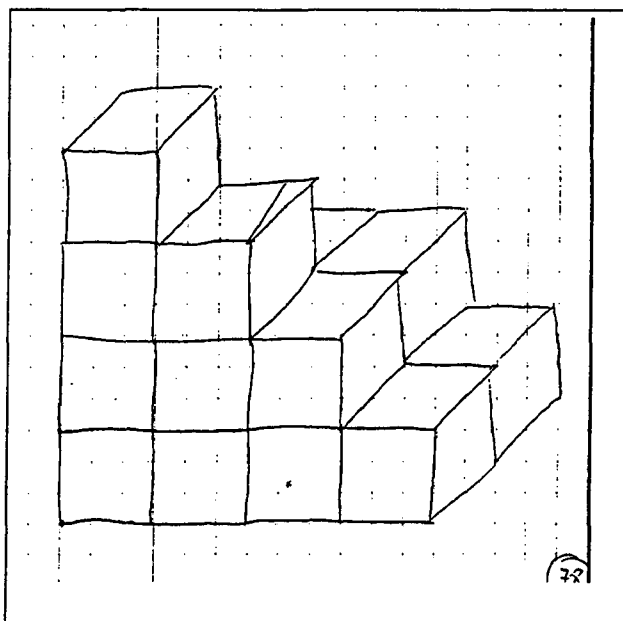


Fig. 10, R.U.: Figura on no es fa la inversió dreta/esquerra que representa tot l'objecte amb volum seguint el codi de representació proposat.

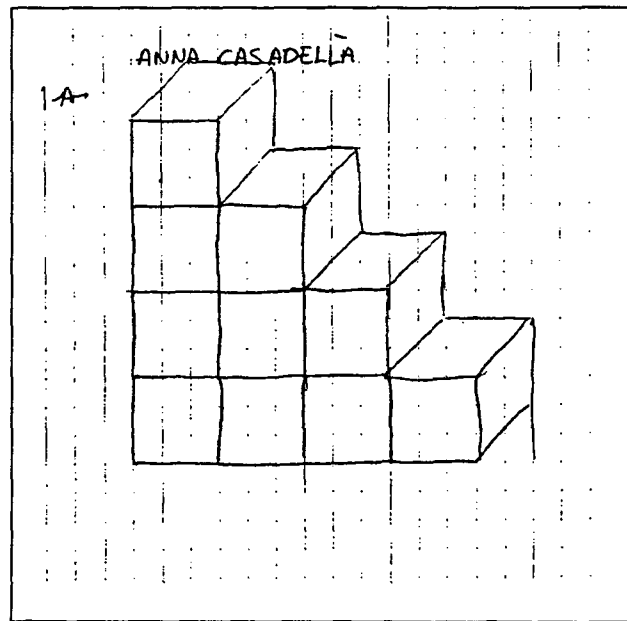


Fig. 11, A.C.: Figura on no es fa la inversió dreta/esquerra que representa únicament la cara posterior de l'objecte dibuixant-hi el volum, seguint el codi de representació proposat.

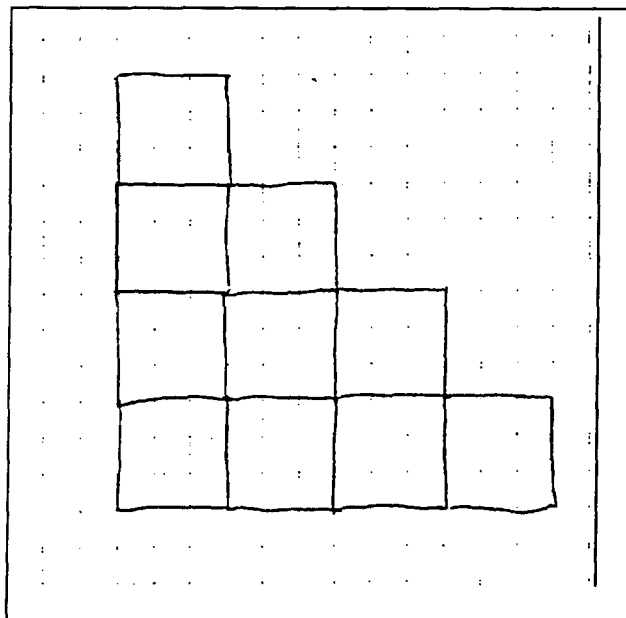


Fig. 12, M.S.: Figura on no es fa la inversió dreta/esquerra que representa únicament la cara posterior sense dibuixar-hi el volum, utilitzant una quadrícula per representar les cares dels cubs.

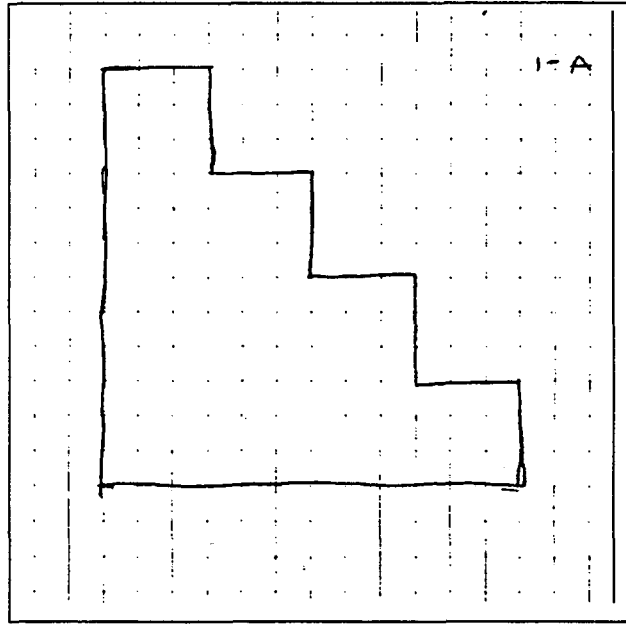


Fig. 13, L.S.: Figura on no es fa la inversió dreta/esquerra que representa únicament el perfil de la cara posterior de l'objecte.

7.6.6 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat '2—A.'

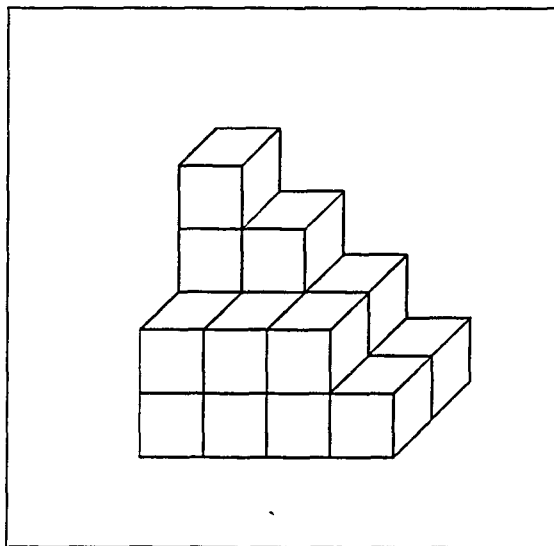
Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: dibuix, perspectiva obliqua.
- Formulació: —
- Forma de resposta: objecte construït amb cubs.
- Context: sense significat real.
- Acció requerida: construcció.
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.
- Complexitat objecte: complex. L'objecte donat en el full *activitats A* és el de la figura A.

Construeix, amb els cubs de fusta,
l'objecte del full "ACTIVITATS-A", tal com quedaria
després de fer-lo girar 180° sobre la seva base.

Activitat 2—A.

L'objecte donat en el full *activitats A* és:



Objecte del full "activitats-A".

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies— 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies. Malgrat això, en aquesta activitat disposem només de les dades de 23 dels alumnes ja que hi ha una entrevista que per problemes d'enregistrament es va perdre.

Interpretació de l'enunciat

L'enunciat d'aquesta activitat està molt relacionat amb el de l'anterior ja que l'objecte de partida és el mateix, i el requeriment geomètric també. L'única diferència és que l'acció requerida és construir un objecte, en lloc de representar-lo. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de la tasca observem el següent:

- 10 alumnes fan una interpretació correcta de l'enunciat referint-se a l'activitat anterior:

S.I. Que construya... con cubos... de madera ... eh... lo que he dibujado antes.

D'aquests:

- 3 precisen que han de construir l'objecte tal com quedaria després de girar-lo 180°:

S.I. Bueno... cómo quedaría ... la figura después de girarla 180°.

- 3 alumnes concreten que han de construir-lo com si ells estiguessin darrera l'objecte:

A.P. ... lo mateix que el dibuix... doncs ... posar-me ... com si jo estigués al darrera, imaginar-me que jo estigués darrera, imaginar-me com ho veuria i ... anar fent,...

- 4 interpreten que han de construir l'objecte després de girar-lo, i aclareixen que és com si el veiessin de darrera:

*P.G. Que amb, amb cubs, de fusta que construeixi aquesta, aquesta figura, la figura de l' A...
... com l'he dibuixat la segona vegada, o sigui ..., girant sobre el seu mateix eix, segons està aquí, doncs girant 180°,...
com si el veiéssim de darrera... al davant el que ara tinc al darrera, el que no veig ara...*

- els altres 13 fan diverses interpretacions sense mencionar l'activitat anterior:

- 6 alumnes interpreten que cal construir l'objecte tal com quedaria després de girar-lo 180°:

C.V.... construir amb els cubs, la figura un cop girada 180°.

- Uns altres 3 entenen que han de construir l'objecte veient-lo des de darrera:

E.S.. Pues tinc que construir amb els cubs, ... la... aquest objecte mirant-lo des de darrera.

- 4 alumnes interpreten que cal construir l'objecte després de girar-lo, i aclareixen que és com si el veiessin de darrera:

A.C.-I.I. ... que el construeixi...que... que el giri 180° com si jo el veiés des del darrera.

Una vegada més, és important tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Concretament, la representació de la profunditat en la perspectiva utilitzada fa suposar a alguns alumnes —concretament els tres que no aconseguiren resoldre la tasca de l'activitat anterior— que la figura no representa un objecte vist frontalment, sinó que és la seva representació des d'un angle:

A.C.-I.I. ...però després, ara al final m'he adonat de que jo el veuria de punta, així, així... (fa un angle amb les mans)

...
el darrera és com si fes així (torna a fer l'angle amb les mans) ... i jo el veig de punta ...

L'explicitació d'aquesta dificultat per part d'aquests tres alumnes, juntament amb els errors observats en les seves produccions en l'activitat anterior, fa suposar que el codi de representació utilitzat en la presentació els va portar a confusió.

Respostes.

En aquest apartat analitzem la correcció de les produccions dels alumnes, en aquest cas els objectes construïts. Per a fer-ho, tenim en compte si han fet la inversió dreta/esquerra, i si construeixen tot l'objecte o només la cara posterior. A més, analitzem la manera de construir-lo.

- Menys de la meitat dels alumnes —10 de 23— construeixen d'una manera totalment correcta l'objecte.
- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra observem:
 - 14 dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra,
 - 9 alumnes no fan la inversió, és a dir, construeixen la part més alta de la figura a l'esquerra.
- Respecte la correcció de l'objecte construït —independentment de si han fet la inversió— observem que:
 - 14 alumnes construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs.
 - 4 alumnes construeixen només la cara posterior de l'objecte.

- o 5 alumnes fan un objecte que vol ser l'objecte inicial després de girar-lo, però en les seves produccions falten o sobren cubs.
- Pel que fa a la manera com han construït els objectes, observem que:
 - o 10 alumnes construeixen l'objecte unint els talls verticals.
 - o 7 alumnes el fan sobreposant les diferents capes horitzontals o nivells.
 - o 6 alumnes el construeixen a partir de prismes formats per cubs apilats.

Estratègies en els processos.

A l'hora de resoldre l'activitat, alguns alumnes fan, d'entrada, una reflexió en veu alta sobre quins tipus de canvis s'obtenen al fer girar un objecte 180°. D'altres, iniciaven ja directament la construcció. Segons això, agrupem els alumnes en dos blocs segons l'estratègia de resolució utilitzada:

- 6 alumnes argumenten que es produiran canvis en les relacions de les parts de l'objecte respecte l'observador —concretament en la lateralitat:

R.V. ... los que ... quedan aquí hacia la izquierda, si le damos la vuelta, pues quedaría hacia la derecha.

- Els 17 alumnes restants inicien l'activitat sense fer cap comentari.

Una vegada han acabat la construcció els preguntem com han sabut què és el que cal construir i com ho han fet. Agrupem en dos blocs els alumnes segons l'estratègia de processament utilitzada sigui visual —imaginen canvis de posició del subjecte o de l'objecte—, o verbal —no diuen haver imaginat res.

- 6 dels alumnes diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests:
 - o 5 argumenten que han imaginat que giren l'objecte, i el construeixen tal com seria després de girar-lo.

D.P.. Perquè ... si jo tinc això aquí... amb la ment ho giro...

- o Només 1 diu que ha imaginat que canviava ell de posició.

A.P. Doncs ... posar-me ... com si jo estigués al darrere, imaginar-me que jo estigués darrera, imaginar-me com ho veuria i ... anar fent...

- 17 alumnes descriuen l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'entre aquests:

- o 10 parlen de com es veuria l'objecte després de girar-lo.

P.G. Perquè bueno, si s'ha girat 180° sobre el seu mateix eix, doncs vol dir que, ...

*...
si quedés al darrera el que sobresurteix ara, després no, després es queda davant.*

- o 7 alumnes parlen de com es veuria l'objecte des de darrera:

R.V. ... cómo si yo la construyera desde detrás.

És interessant observar que, respecte l'activitat anterior, disminueix el nombre de processos on els alumnes imaginin canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte. Aquesta disminució de la necessitat d'imaginar canvis de posició suposem que és deguda al fet que, en aquesta activitat, els alumnes poden manipular els objectes tal com ens diu un d'ells:

P.G. ... no, les figures no s'anaven movent.

...

no, perquè aquesta ja la movia jo...

...

... amb les altres tenia que imaginar si jo movés aquella peça, però, clar, no la podia moure... però amb aquesta si... ja podia moure'ls, els podia posar on jo volia.

A l'estudiar les estratègies d'aproximació a la forma de les figures que fan els alumnes, observem:

- Hi ha 5 alumnes que fan aproximacions globals a la forma de l'objecte. D'aquests:

- o 3 es refereixen a la forma fent servir un símil amb un objecte de la vida real:

A.C.-I.I. ... però, clar, m'he fixat primer en aquest costat ... en les escales...

- o Els altres 2, consideren la forma global de l'objecte sense fer cap comparació:

C.V. M'he fixat en la forma que tindrà la figura un cop girada.

- Hi ha 16 alumnes que fan aproximacions parcials a la forma de la figura. Aquests es poden agrupar en quatre blocs segons en què fixen la seva atenció:

- 2 alumnes centren la seva atenció en els cubs —d'un en un— de l'objecte:

L.S. ... mirando el dibujo e iba poniendo ... los cuadros...

...

bueno, yo he ido contando los cuadritos...

- 7 alumnes es fixen en els cubs de cada capa horitzontal o nivell:

P.G. ... he pensat que bueno, primer tenia que saber quants quadrats hi havia al primer pis,...

- 5 dels alumnes centren la seva atenció en els cubs dels talls verticals que formen l'objecte:

M.L. ... primero he cogido y la parte que es, esta, la de atras, los dos cubos, y pues la he colocado, la he hecho girar 180°...

...

la parte esta de delante pues la he puesto con la de atras.

- 2 alumnes es fixen inicialment en la part més alta de l'objecte, i després en els cubs que completen l'objecte:

D.P. ... m'ha donat que la muntanya que hi havia aquí, tenia que passar aquí.

...

i a partir d'això he anat construint, tres, dos, un i després al costat el un, dos, dos, dos...

- 2 alumnes fan aproximacions globals primer i després parcials, iniciant la tasca referint-se a la forma de l'objecte utilitzant un símil, i acabant-la, fixant-se en els cubs que el formen:

M.C. ... si, en la formá que hace, si la escalera... hace como escalera... y despues pues he estado mirando que detrás de... de donde lo miro hay otro, hay otro cubo, detrás de la siguiente los otros dos cubos, hay otros dos y así...

És interessant observar que, respecte l'activitat anterior, augmenta el nombre de processos on els alumnes manifesten aproximacions parcials a la forma de les

figures. Aquest fet el considerem degut a que l'activitat demana construir un objecte format per un nombre prou gran de cubs com per que no es pugui muntar tot alhora. Cal, doncs, fer la construcció pas a pas, i aquest fet facilita l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial.

En els processos de resolució hem observat els següents recursos auxiliars significatius:

- 2 alumnes giren el full on hi dibuixat l'objecte model, i se'l miren per transparència:

E.M. ... *he girat el full, i clar es veu igual, però em sembla que ...*

...

... *lo que si ... si jo ara giro el full no es veu com jo vull que es vegi.*

- 2 alumnes intenten construir l'objecte tal com els el donem, i després girar-lo:

E.M. ... *jo el puc fer que estigui mirant-me a mi, però després el puc girar.*

- 1 alumne gira l'objecte una vegada construït per a verificar si l'ha fet correctament.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució⁵⁴, així com el nombre de respostes correctes i errors⁵⁵ a què s'arriba a través de cadascun d'ells.

itineraris	[argumenta inversió	[no imagina	[parcial (1)	[correctes: 3
								global (3)
				imagina	[parcial (5)	[incorrectes: 1
		no argumenta inversió	[no imagina	[parcial (2)	[correctes: 6
								incorrectes: 5
						global (4)	[correctes: 1
				imagina	[parcial (6)	[correctes: 1
								incorrectes: 2
						global (7)	[correctes: 1
								incorrectes: 1

⁵⁴Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

⁵⁵En relació a la inversió dreta/esquerra

Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - argumentar, a priori, l'existència d'inversió dreta/esquerra,
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte i,
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La taula 7.6.1.1 recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes⁵⁶, així com el fet de que construeixin correctament⁵⁷ l'objecte i de si fan i ni o no la inversió dreta/esquerra.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

⁵⁶Els dos alumnes que inicialment segueixen estratègies d'aproximació global, per passar després a estratègies d'aproximació parcial, els inclouem en el grup dels que utilitzen aquest segon tipus d'estratègies d'aproximació.

⁵⁷Indiquem amb una *b* les respostes dels alumnes que són totalment correctes, i amb una *m* les d'aquells alumnes que cometen algun tipus d'error.

Al.	preveuen inversió	global	parcial	visual	verbal	fan inversió	resposta
01			x		x	no	m
02			x		x	no	m
03			x		x	si	b
04			x	x		si	b
05			x		x	si	b
06			x		x	no	m
07		x		x		no	m
09			x		x	si	b
10	x	x			x	si	m
11	x		x	x		no	m
12			x		x	si	b
13			x		x	si	b
14			x		x	no	m
15	x		x		x	si	b
16			x	x		no	m
17			x	x		no	m
18	x		x		x	si	b
19			x		x	si	b
20		x			x	si	m
21	x	x			x	si	m
22	x		x		x	si	b
23			x		x	no	m
24		x		x		si	m

Taula 7.6.6.1: Estratègies utilitzades per cadascun dels alumnes, i correcció de la resposta i de la inversió dreta/esquerra.

- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 4.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 6.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

- 7.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3 i 4	5 i 6	7
casos	3 + 11	2 + 1	1 + 3	2

Taula 7.6.6.2: Processos tipificats i freqüència d'aparició.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa a l'anàlisi del llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que gairebé un terç dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana —*quadrats*— i del llenguatge col·loquial —*quadrets, quadres*— per referir-se als cubs:

L.S. y luego he seguido poniendo ... cuadros...

...

he ido contando los cuadritos.

Per aquesta activitat recollim un gran nombre de paraules del llenguatge col·loquial —*mntanya, escales, columnes, torre, pisos*— que són utilitzades pels alumnes per a referir-se a les parts significatives de l'objecte:

M.C. ... que van subiendo dos esc... dos columnas...

i també moltes expressions de l'estil *trossos, parts*, per a referir-se als diferents prismes que formen l'objecte:

M.S. ... después vaig posant els trossos que van quedant a partir del més gran...

També és interessant recollir la dificultat que tenen els alumnes que no interpreten el codi de representació, al referir-se a la posició de l'objecte:

E.S. el veuria com si fos un triangle...

A.C.-I.I. ... m'he adonat que el veuria de punta...

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Estudiem si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada.

- Analitzant si al construir l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra, observem:
 - Més de la meitat dels alumnes —14 de 23— inverteixen la figura.
 - La variable sexe produeix una certa tendència⁵⁸:
 - * Els nois tendeixen a invertir —9 nois inverteixen i 2 no.
 - * Les noies tendeixen a no fer la inversió —5 noies inverteixen i 7 no.

A partir de les taules obtenim un valor de $\chi^2 = 2.3816$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet de fer correctament la inversió dreta/esquerra ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois fan la inversió, i les noies, no.
 - La variable escolarització no produeix tendències⁵⁹.
- A l'analitzar les diferències entre els alumnes que construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs, els que només construeixen la cara posterior, i els que fan un objecte que vol ser l'inicial després de girar-lo, però en les seves produccions falten o sobren cubs, observem:

⁵⁸Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 noies i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁵⁹Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- o Poc més de la meitat dels alumnes —13 de 23— construeixen correctament tot l'objecte —independentment de la inversió.
- o Una sisena part dels alumnes construeix només la cara posterior de l'objecte.
- o Una quarta part dels alumnes construeix un objecte al que falten o sobren cubs en relació a l'objecte donat.
- o No observem diferències significatives entre els tipus d'objectes construïts pels nois i per les noies.
- o En relació a la variable escolarització observem:
 - * Una forta tendència per part dels alumnes d'EGB i de BUP a construir un objecte —faltant-hi o no cubs— que no és només la cara posterior.
 - * Els alumnes d'FP es reparteixen a parts iguals entre els que construeixen només la cara posterior i els altres.
- Analitzant les diferències en la correcció total dels objectes construïts observem:
 - o Menys de la meitat dels alumnes —10 de 23— construeix un objecte que respon correctament a les demandes de l'activitat proposada.
 - o Pel que fa a la variable sexe, observem:
 - * Una certa tendència per part dels nois a construir correctament l'objecte —7 nois el construeixen bé i 4 malament.
 - * Una certa tendència per part de les noies a construir incorrectament l'objecte —3 noies ho fan correctament i 9 malament.

A partir de les taules obtenim un valor de $\chi^2 = 2.0912$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet de construir correctament l'objecte ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois construeixen correctament l'objecte, i les noies, no.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la manera com han construït els objectes —unint els talls verticals, sobreposant capes horitzontals o a partir de prismes formats per cubs apilats—, observem que:
 - o La variable sexe no produeix diferències significatives.
 - o La variable escolarització produeix lleugeres tendències en els següents sentits:

- * Els alumnes d'EGB tendeixen a construir els objectes unint els talls verticals o a partir de prismes.
- * Els alumnes de BUP i d'FP tendeixen a construir-los unint els talls verticals o sobreposant capes horitzontals.
- o El nombre de construccions correctes i incorrectes recollides sota cada manera de fer-ho no són significativament diferents.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències lligades als valors de les variables pel que fa a l'única estratègia de resolució detectada —argumentar a priori la inversió dreta/esquerra—, i si el nombre d'encerts i errors dels que l'utilitzen i els que no, determina o no tendències. De l'observació de les taules es desprèn:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - o Els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra i els que no. —5 nois i 1 noia l'argumenten.
 - o Les noies tendeixen a no fer cap argumentació —6 nois i 11 noies no en fan.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió i els que no, i les noies, no l'argumenten.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre els encerts i errors dels que argumenten la inversió i els que no ho fan no és significativa. L'única cosa que podem afirmar és que tots els que argumenten la inversió dreta/esquerra construeixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, hi ha nois i noies que resolen la tasca imaginant canvis de posició, ja sigui de l'objecte o del propi subjecte, i d'altres, que parlen de com seria l'objecte resultant de l'activitat, sense dir en cap moment que hagin imaginat canvis de posició. Ens interessa, per tant, comparar les dades dels alumnes que utilitzen estratègies de processament visual —en algun moment diuen que han imaginat canvis de

posició—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —no diuen haver-los imaginat. També, volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia de processament verbal o una de processament visual. En aquest sentit, a partir de les taules, observem el següent:

- Gairebé tres quartes parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament verbal —17 de 23.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències importants:
 - Els alumnes de BUP i FP manifesten una forta tendència a utilitzar estratègies de processament visual —4 i 5 de 6 respectivament.
 - Els alumnes d'EGB tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal —8 d'11.
- Els errors i encerts globals⁶⁰ recollits sota cada tipus d'estratègia de processament determinen certes tendències:
 - Les estratègies de processament visual porten a error —1 encert i 5 errors.
 - Les estratègies de processament verbal porten a resultats repartits entre els correctes i els incorrectes —9 encerts i 8 errors.

Malgrat tot no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, determinen certes tendències:
 - Les estratègies de processament visual porten a resultats repartits entre els correctes i els incorrectes —2 encerts i 4 errors.
 - Les estratègies de processament tendeixen a donar lloc a resultats correctes —12 encerts i 5 errors.

Malgrat tot no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

⁶⁰Considerem la correcció global de la resposta, és a dir, que l'objecte construït sigui correcte, tant des del punt de vista de la inversió, com del nombre de cubs que el formen.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, apareixen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures, les aproximacions parcials i les aproximacions globals. Per aquest motiu, ens interessa analitzar comparativament les dades dels que utilitzen cadascun d'aquests tipus d'estratègies. Al fer-ho considerarem com estratègies parcials també les d'aquells alumnes que inicien la tasca amb aproximacions globals per acabar-la amb aproximacions parcials. També volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia d'aproximació parcial o una d'aproximació global. De l'observació de les taules es desprèn:

- El nombre d'estratègies d'aproximació parcial supera el triple de les d'aproximació global —18 i 5 respectivament.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP utilitzen únicament estratègies d'aproximació parcial.
- Els errors i encerts globals⁶¹ recollits sota cada tipus d'aproximació a la forma de les figures determinen tendències:
 - Les estratègies d'aproximació global porten a error.
 - Les estratègies d'aproximació parcial porten a resultats repartits entre els correctes i els incorrectes —10 encerts i 8 errors.

Els errors i encerts en relació a la inversió dreta/esquerra recollits sota cada tipus d'estratègia d'aproximació no determinen tendències.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables corresponents a cadascuna de les tipologies de processos i el nombre d'encerts i errors globals recollits sota cada tipologia.

⁶¹Considerem la correcció global de la resposta, és a dir, que l'objecte construït sigui correcte, tant des del punt de vista de la inversió, com del nombre de cubs que el formen.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	7	7	4	3	7	9	5	14
VER/GLO	1	2	0	2	1	0	3	3
VIS/PAR	2	2	2	0	2	1	3	4
VIS/GLO	1	1	0	1	1	0	2	2

Taula 7.6.6.3: Nombre de representants de cadascun dels grups i encerts i errors globals segons processos tipificats.

La taula següent recull el nombre d'encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra recollits sota cada tipologia.

Procés	encerts	errors	total
VER/PAR	9	5	14
VER/GLO	3	0	3
VIS/PAR	1	3	4
VIS/GLO	1	1	2

Taula 7.6.6.4: Nombre d'encerts i errors en relació a la inversió dreta/esquerra segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de les taules 7.6.6.3 i .6.4, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Hi ha una certa inclinació a la utilització de processos amb components verbals —hem recollit 17 processos tipificats amb components verbals i 6 processos tipificats amb components visuals.
- Hi ha una certa inclinació a la utilització de processos amb components parcials —hem recollit 18 processos tipificats amb components parcials i 5 processos tipificats amb components globals.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP segueixen processos amb components parcials.
- Pel que fa a errors i encerts globals⁶² recollits sota els processos tipificats observem:

⁶²Considerem la correcció global de la resposta, és a dir, que l'objecte construït sigui correcte, tant des del punt de vista de la inversió, com del nombre de cubs que el formen.

- o Els processos amb components globals porten a error.
- o Els processos amb components parcials porten a resultats repartits a parts iguals entre els correctes i els incorrectes.
- Pel que fa a encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra no es produeixen tendències.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la **interpretació de l'enunciat** de l'activitat, observem que gairebé la meitat dels alumnes fan una interpretació correcta de l'enunciat referint-se a l'activitat anterior. La resta dels alumnes, fan interpretacions correctes sense mencionar per res l'activitat anterior.

D'entre totes les interpretacions recollides, algunes impliquen un canvi de posició de l'objecte, d'altres un canvi de punt de vista, i les restants, inclouen els dos aspectes anteriors considerats com equivalents.

Una vegada més, és important tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Concretament, la representació de la profunditat en la perspectiva utilitzada fa suposar a alguns alumnes —concretament els tres que no aconseguiren resoldre la tasca de l'activitat anterior— que la figura no representa un objecte vist des del davant, sinó que és la seva representació vist des d'un angle.

L'explicitació d'aquesta dificultat per part d'aquests tres alumnes, juntament amb els errors observats en les seves produccions en l'activitat anterior, fa suposar que el codi de representació utilitzat en la presentació els va portar a confusió.

A l'analitzar la correcció de les **respostes**, en aquest cas els objectes construïts pels alumnes, observem que menys de la meitat dels alumnes construeixen correctament el que els demanem.

Fent un estudi dels errors, observem que gairebé la meitat dels alumnes no fan correctament la inversió dreta/esquerra. Pel que fa a l'objecte construït —independentment de si han fet inversió—, observem que més de la meitat dels alumnes construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs. Una quarta part, construeixen només la cara posterior de l'objecte, i la resta, fan un objecte que vol ser l'inicial després de girar-lo, però en les seves produccions falten o sobren cubs.

Recollim també la manera com han construït els objectes. En aquest sentit, observem que menys de la meitat dels alumnes construeixen l'objecte unint els talls

verticals; més de la quarta part, el fan sobreposant les diferents capes horitzontals o nivells, i la resta, el construeixen a partir de prismes formats per cubs apilats.

En relació a les **estratègies en els processos**, observem que, a l'hora de resoldre l'activitat, una quarta part dels alumnes fan una reflexió en veu alta sobre quins tipus de canvis en l'aspecte d'un objecte obtenim al fer-lo girar 180° .

Una vegada han acabat la construcció, els preguntem com han sabut què és el que cal representar, i com ho han fet. Només una quarta part dels alumnes han utilitzat estratègies de processament visual —diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests, només un diu que ha imaginat que canviava ell de posició, i la resta, argumenten que han imaginat que giraven l'objecte i el construeixen tal com seria després de girar-lo.

Tres quartes parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament verbal —descriuen l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'aquests, més de la meitat parlen de com es veuria l'objecte després de girar-lo i la resta parlen de com es veuria l'objecte des de darrera.

És interessant remarcar que, respecte l'activitat anterior, disminueix el nombre de processos on els alumnes imaginin canvis de posició, ja siguin del subjecte o de l'objecte. Aquesta disminució de la necessitat d'imaginar canvis de posició suposem que és deguda al fet que, en aquesta activitat, els alumnes poden manipular els objectes.

A l'estudiar les estratègies d'aproximació a la forma de les figures, observem que menys d'una quarta part dels alumnes fan aproximacions globals a la forma de l'objecte. Dues terceres parts dels alumnes, fan aproximacions parcials a la forma de la figura, i només 2 alumnes, fan aproximacions globals primer i després parcials.

Dels que fan aproximacions globals a la forma de la figura, la meitat es refereixen a la forma fent servir un símil amb un objecte de la vida real. Els altres 2 consideren la forma global de l'objecte sense fer cap comparació.

Els alumnes que fan aproximacions parcials es poden agrupar en quatre blocs segons en què fixen la seva atenció. Gairebé la meitat d'aquests alumnes, es fixen en els cubs de cada capa horitzontal o nivell. Aproximadament la tercera part, centren la seva atenció en els cubs dels talls verticals que formen l'objecte. La resta, es reparteixen per igual entre els que centren la seva atenció en els cubs —d'un en un—, i els que es fixen inicialment en la part més alta de l'objecte i després en els cubs que el completen.

Els 2 alumnes que fan primer aproximacions globals i després parcials, inicien la tasca referint-se a la forma de l'objecte utilitzant un símil, i l'acaben, fixant-se

en els cubs que el formen. Aquests alumnes han estat inclosos dins del grup que utilitzen estratègies d'aproximació parcial a l'hora de fer l'estudi de tendències.

És interessant observar que, respecte l'activitat anterior, augmenta el nombre de processos on els alumnes manifesten aproximacions parcials a la forma de les figures. Aquest fet el considerem degut a que l'activitat demana construir un objecte format per un nombre prou gran de cubs com per que no es pugui muntar tot alhora. Cal, doncs, fer la construcció pas a pas, i aquest fet facilita l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial.

En els processos de resolució hem observat **recursos auxiliars** significatius encara que poc freqüents. Així, 2 alumnes giren el full on hi dibuixat l'objecte model i se'l miren per transparència, 2 més, intenten construir l'objecte tal com els el donàvem i després girar-lo, i 1 alumne, gira l'objecte una vegada construït per a verificar si l'ha fet correctament.

Per a establir **itineraris en els processos de resolució** tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - argumentar, a priori, l'existència d'inversió dreta/esquerra,
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte i,
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 4.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 6.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.
- 7.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat la inversió dreta/esquerra.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3 i 4	5 i 6	7

Taula 6.7.6.5: Processos tipificats.

Pel que fa al llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que gairebé un terç dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana —*quadrats*— i del llenguatge col.loquial —*quadrets, quadres*— per referir-se als cubs.

Per aquesta activitat, recollim un gran nombre de paraules del llenguatge col.loquial —*muntanya, escales, columnes, torre, pisos*— que són utilitzades pels alumnes per a referir-se a les parts significatives de l'objecte, i també, moltes expressions com *trossos, parts*, per a referir-se als diferents prismes que formen l'objecte.

També és interessant recollir la dificultat que tenen els alumnes que no interpreten el codi de representació al referir-se a la posició de l'objecte.

Per a poder determinar l'existència de tendències, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

Estudiem, en primer lloc, si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada, no només en el fet que sigui globalment

correcta o no, sinó també en els errors observats i en la manera de construir l'objecte.

- A l'analitzar si al construir l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra observem:
 - Més de la meitat dels alumnes inverteixen la figura.
 - La variable sexe produeix una certa tendència:
 - * Els nois tendeixen a invertir.
 - * Les noies tendeixen a no fer la inversió.

A partir de les taules obtenim un valor de $\chi^2 = 2.3816$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet de fer correctament la inversió dreta/esquerra ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois fan la inversió i les noies no.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- A l'estudiar les diferències entre els alumnes que construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs, els que només construeixen la cara posterior, i els que fan un objecte que vol ser l'inicial després de girar-lo, però en les seves produccions falten o sobren cubs, observem:
 - Poc més de la meitat dels alumnes construeixen correctament tot l'objecte —independentment de la inversió.
 - Una sisena part dels alumnes construeix només la cara posterior de l'objecte.
 - Una quarta part dels alumnes construeix un objecte al que falten o sobren cubs en relació a l'objecte donat.
 - No observem diferències significatives entre els tipus d'objectes construïts pels nois i per les noies.
 - En relació a la variable escolarització observem:
 - * Una forta tendència per part dels alumnes d'EGB i de BUP a construir un objecte —faltant-hi o no cubs— que no és només la cara posterior.
 - * Els alumnes d'FP es reparteixen a parts iguals entre els que construeixen només la cara posterior i els altres.
- A l'estudiar les diferències en la correcció total dels objectes construïts observem:

- o Menys de la meitat dels alumnes construeix un objecte que respon correctament a les demandes de l'activitat proposada.
- o Pel que fa a la variable sexe observem:
 - * Una certa tendència per part dels nois a construir correctament l'objecte .
 - * Una certa tendència per part de les noies a construir incorrectament l'objecte.

A partir de les taules obtenim un valor de $\chi^2 = 2.0912$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$ la qual cosa ens permet afirmar amb una probabilitat del 85% d'encertar que el fet de construir correctament l'objecte o no ve condicionat pel sexe. Així en el 85% dels casos els nois construeixen correctament l'objecte i les noies no.
- o La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la manera com han construït els objectes —unint els talls verticals, sobreposant capes horitzontals o a partir de prismes formats per cubs apilats—, observem que:
 - o La variable sexe no produeix diferències significatives.
 - o La variable escolarització produeix lleugeres tendències en els següents sentits:
 - * Els alumnes d'EGB tendeixen a construir els objectes unint els talls verticals o a partir de prismes.
 - * Els alumnes de BUP i d'FP tendeixen a construir-los unint els talls verticals o sobreposant capes horitzontals.
 - o El nombre de construccions correctes i incorrectes recollides sota cada manera de fer-ho no són significativament diferents.

Pel que fa a tendències en relació a les **estratègies de resolució**, observem:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - o Els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra i els que no.
 - o Les noies tendeixen a no fer cap argumentació prèvia.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és

significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos les noies no argumenten la inversió, i els nois, es reparteixen entre els que l'argumenten i els que no.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre els encerts i errors dels que argumenten la inversió i els que no ho fan no és significativa. L'única cosa que podem afirmar és que tots els que argumenten la inversió dreta/esquerra construeixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, observem el següent en relació a les tendències :

- Gairebé tres quartes parts dels alumnes utilitzen estratègies de processament verbal.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Els errors i encerts globals recollits sota cada tipus d'estratègia de processament determinen tendències:
 - Les estratègies de processament visual porten a error.
 - Les estratègies de processament verbal porten a resultats repartits entre els correctes i els incorrectes.

Malgrat tot no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

- Els encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra en funció de l'estratègia de processament utilitzada no són diferents.

Pel que fa a les tendències determinades en el cas de les **estratègies d'aproximació**, comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals amb les dels que la resolen fent aproximacions parcials observem el següent:

- El nombre d'estratègies d'aproximació parcial supera el triple de les d'aproximació global.

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP utilitzen únicament estratègies d'aproximació parcial.
- Pel que fa a errors i encerts globals recollits sota cada tipus d'aproximació a la forma de les figures observem:
 - Les estratègies d'aproximació global porten a error.
 - Les estratègies d'aproximació parcial porten a resultats repartits a parts iguals entre els correctes i els incorrectes.
- Pel que fa a encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra, les estratègies d'aproximació no determinen tendències.

Pel que fa a les tendències en els processos tipificats, observem:

- Hi ha una certa inclinació a la utilització de processos amb components verbals.
- Hi ha una certa inclinació a la utilització de processos amb components parcials.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP segueixen tots processos amb components parcials.
- Pel que fa a errors i encerts globals recollits sota els processos tipificats, observem:
 - Els processos amb components globals porten a error.
 - Els processos amb components parcials porten a resultats repartits a parts iguals entre els correctes i els incorrectes.
- Pel que fa a encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra no es produeixen tendències.

7.6.7 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat '3—A.'

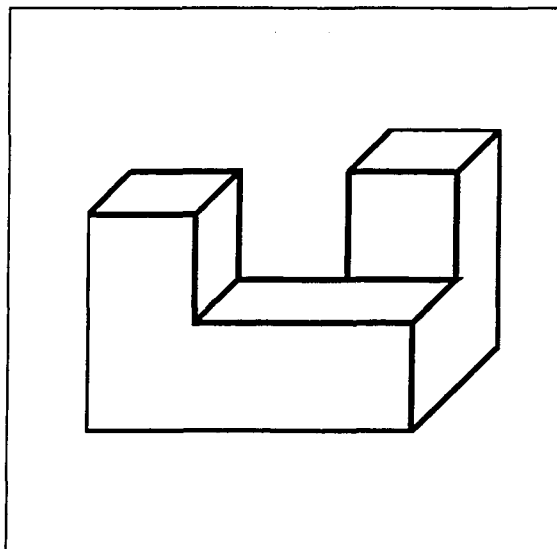
Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: objecte real construït amb cubs.
- Formulació: —
- Forma de resposta: dibuix.
- Context: sense significat real.
- Acció requerida: construcció.
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte.
- Complexitat objecte: senzill.

Donat l'objecte 3-A, dibuixa'l tal com el veuria una persona que estes asseguda davant teu.

Activitat 3—A.

L'objecte 3—A és un objecte construït amb cubs representat a la figura següent:



Objecte 3—A.

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies— 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies. Malgrat això, en aquesta activitat disposem només de les dades de 23 dels alumnes ja que hi ha una entrevista que per problemes d'enregistrament es va perdre.

Interpretació de l'enunciat

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem el següent:

- La majoria dels alumnes —19 de 23— interpreten correctament l'enunciat ja d'entrada.
- Els altres 4 inicialment no entenen l'expressió *que estigués asseguda davant teu*:

L.S. *¿Cómo lo vería una persona que estuviese delante mio?*

...

... pero lo vería igual que yo.

...

¡Claro! ¡si está delante mío!

Malgrat això, a l'incidir arriben a entendre-la.

Més d'una tercera part dels alumnes demanen si cal fer una figura que representi les tres dimensions de l'objecte:

A.C.-I.I. *Ho... tinc que fer amb... volum així com un cub...*

C.S. *... pero también se dibuja de la misma forma que el otro, ¿con ángulos?*

Als alumnes que feien aquesta pregunta els responíem afirmativament.

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Així recollim diverses preguntes sobre com representar la profunditat:

A.B. *¿Es también de tres cuadros y la diagonal de dos por dos?*

Respostes.

En aquest apartat, analitzem la correcció de les produccions, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes. Per a fer-ho, tenim en compte si han fet la inversió dreta/ esquerra, si dibuixen l'objecte representant-hi el volum, si el codi utilitzat és correcte, si han dibuixat línies que en realitat no es veurien, o hi sobren o hi falten cubs.

- En relació a la correcció dels dibuixos fets pels alumnes pel que fa a la inversió, observem:
 - 17 dels alumnes tenen en compte la inversió dreta/esquerra. D'aquests:
 - * 15 utilitzen el mateix codi de representació que el de l'enunciat, és a dir, representen la profunditat amb línies inclinades al costat dret dels cubs corresponents.
 - * 2 utilitzen el codi de representació proposat en les activitats anteriors, però representen el volum amb línies inclinades al costat esquerre dels cubs corresponents.
 - 4 alumnes no fan la inversió, i
 - els altres 2, fan dibuixos on no es pot apreciar si fan o no la inversió ja que són aproximacions a una projecció ortogonal de l'objecte.
- A l'estudiar el tipus de representació feta, constatem que:
 - 18 alumnes dibuixen un objecte representant-hi el volum. D'aquests:
 - * 15 ho fan directament, i
 - * els altres 3, han dibuixat primer una figura que podria ser una aproximació a una projecció ortogonal de l'objecte.
 - 2 alumnes dibuixen una figura a mig camí entre una representació en perspectiva cavallera de l'objecte, i una projecció ortogonal.
 - 3 alumnes dibuixen una figura que podria ser una aproximació a una projecció ortogonal de l'objecte. D'aquests:
 - * 1 havia dibuixat anteriorment una figura a mig camí entre una representació de l'objecte en perspectiva cavallera, i una projecció ortogonal.
- Pel que fa a la correcció del codi utilitzat, entre els 21 que dibuixen —totalment o parcial— objectes amb volum observem que:
 - 14 dels alumnes donen com a resultat un dibuix on es segueixen correctament les normes de la perspectiva cavallera. D'aquests:

- * 2 fan servir el codi utilitzat en la presentació de les altres activitats, ja que dibuixen les línies que representen la profunditat al costat esquerre dels cubs corresponents.
- * 3 presenten un dibuix on hi ha hagut correccions en els traços que indiquen profunditat.
- o Els altres 7, utilitzen un codi de representació que no segueix —en la totalitat o en part del dibuix— les normes de cap codi de representació estàndard.
- En relació a la presència de línies ocultes en els dibuixos finals, constatem que:
 - o 6 alumnes han dibuixat línies que en realitat no es veurien. D'aquests:
 - * Només 1 les ratlla abans de donar el dibuix per acabat.
- Alguns dels alumnes dibuixen més cubs dels que realment hi ha a l'objecte:
 - o 5 alumnes dibuixen un nombre excessiu de cubs. D'aquests:
 - * Només 1 no els ratlla abans de donar el dibuix per acabat.
- Analitzant globalment la correcció de les respostes, veiem que:
 - o 12 dels 23 alumnes dibuixen l'objecte donat tal com es veuria des de l'altra banda, eliminant-ne les línies ocultes i els cubs sobrants si n'havien dibuixat. D'aquests:
 - * Només 8 segueixen correctament les normes d'un codi de representació estàndard, concretament la perspectiva cavallera que era l'utilitzat en la presentació de les activitats anteriors.

Estratègies en els processos.

A l'hora de resoldre l'activitat, alguns alumnes fan una reflexió en veu alta sobre quins tipus de canvis s'obtenen al fer girar un objecte 180°. Segons això, agrupem els alumnes en dos blocs segons l'estratègia de resolució utilitzada:

- 11 alumnes argumenten que es produiran canvis en les relacions de les parts de l'objecte respecte l'observador. Així:
 - o 4 diuen que hi haurà canvis en la lateralitat de les parts de l'objecte:

E.S. *Perquè si ho miro des d'aquí, des de la dreta jo, el que està davant meu ho veu des de l'esquerra...*

- o 5 alumnes argumenten que es produeixen canvis en les relacions de proximitat:

C.S. ... pues ... pensando como... si moviera la pieza... como si le dieras la vuelta, lo que tu tienes detras lo pasas delante...
- o Només 2 alumnes fan les dues reflexions.
- Els 12 alumnes restants, resolen la tasca sense fer cap comentari en aquest sentit.

Una vegada han acabat el dibuix els preguntem com han sabut què és el que cal representar, i com ho han fet. Agrupem en dos blocs els alumnes, segons l'estratègia de processament utilitzada sigui visual —imagineu canvis de posició del subjecte o de l'objecte—, o verbal —no diuen haver imaginat res.

- 8 dels alumnes diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests:
 - o 7 fan un raonament que implica un canvi de posició del subjecte:

A.B. Pues me, me he imaginado como si estuviera sentado allí, ... y colocando las piezas.
 - o 1 fa un raonament que implica alhora un canvi de posició del subjecte i de l'objecte:

C.V. ... jo si estava sentat aquí, tal com ho has posat tu, doncs jo m'he imaginat que si la persona està aquí, doncs me l'he girat, me l'he imaginat de l'altra manera, com si jo fos l'altra persona que estigués veient la peça...
- 15 alumnes descriuen l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'aquests:
 - o 4 parlen de com es veuria l'objecte després de girar-lo.

C.S. ... pues... pensando como si moviera la pieza...
 - o 10 parlen de com es veuria l'objecte des de la nova posició:

D.P. Aquí n'hi han un, dos i tres que veuria la persona no?, llavors els dibuixo ... tres... això mateix... després... si o em fico així, que seria la figura així, la de davant veuria...
 - o Només un es refereix a com quedaria l'objecte sense parlar de canvis:

J.N. ... bueno, primer he fet aquest d'aquí que està a la dreta, l'he passat a l'esquerra i després he fet aquest, ... o sea, després he fet el de l'esquerra que l'he passat a la dreta,...

A l'estudiar les estratègies d'aproximació a la forma de les figures que fan els alumnes, observem:

- Hi ha 6 alumnes que fan aproximacions globals a la forma de l'objecte referint-se a com el veurien:

A.C. Llavors no veuria el mateix que aquí, pues m'he situat allà i he dibuixat lo que veig des d'aquí ... o sigui ... llavors ho dibuixo, m'he limitat a dibuixar lo que veig.

- Hi ha 17 alumnes que fan aproximacions parcials a la forma de la figura que es poden agrupar en blocs, segons en què fixen la seva atenció:

- 2 alumnes centren la seva atenció en els cubs —d'un en un— de l'objecte:

L.S. ... si te das cuenta, este dibujo, si le das la vuelta es lo mismo... bueno aquí vería un cuadrado, pero éso, entonces vendría ésto así, ... aquí habría un cuadro así, entonces se vería esto así ...

- 8 es fixen en les parts significatives de l'objecte. D'aquests:

- * 4 no es fixen en res més:

O.M. ... primer he dibuixat aquests tres quadrets d'abaix perquè ... mirant cap allà és lo primer que veus.

- * 4 es fixen en una de les parts significatives, i després en els cubs restants considerats un a un:

A.C.-I.I. ... primer he recordat la fila aquesta de tres... i després cub per cub perquè em sortia millor.

- 4 centren la seva atenció en les posicions relatives de les parts significatives. D'aquests:

- * 3 no diuen fixar-se en res més:

M.C. ... mirar para que... para que lado estaban las pilas no? de los cubos ...

- * 1 parteix d'una part significativa, i després completa l'objecte afegint-hi els cubs d'un en un, tenint en compte les posicions relatives:

R.V. ... primero la parte de abajo y luego ... eh... primero estos tres cuadros que eran los mas fáciles, y luego segun quedaban a la derecha o izquierda, he ido poniendo los otros cubos.

- 2 es fixen en les posicions de les parts significatives respecte de l'observador:

A.P. Si jo veig que aquests dos cubs estan ... més a prop meu ... pues fer-ho al revés, més lluny i aquest més a prop ... més ... el veig més lluny doncs més a prop.

- o Només 1 dels alumnes diu que es fixa en les parts de l'objecte, sense explicar res més:

R.U. ... he anat dibuixant pues d'esquerra a dreta per parts...

Gairebé la meitat dels alumnes —11 de 23— expliciten algun tipus de **dificultat al dibuixar** l'objecte. Molts d'ells, a més, afirmen saber com es veuria l'objecte des de l'altra banda:

E.M. ... és que fer-ho amb profunditat no sé, o sigui, sé lo que és no?, sé com el veuria però no sé...

Els problemes en la representació es concreten de la següent manera:

- 2 alumnes diuen tenir dificultats en la utilització del codi:

E.S. ... bueno... no sé com va això de les ombres.

- 9 tenen problemes en la representació d'una part de l'objecte. D'aquests:

- o 2 no especifiquen quina:

C.V. La dificultat està en dibuixar-lo... és que no sabia com posar aquesta peça d'aquí.

- o 3 alumnes no saben com dibuixar una part que està darrera una altra:

A.C. Això, aquest d'aquí darrera no sé com dibuixar-lo.

- o 1 té problemes per representar una part que està davant d'una altra:

O.M. Això que surt no sé com agafar-ho, com ... dibuixar-ho

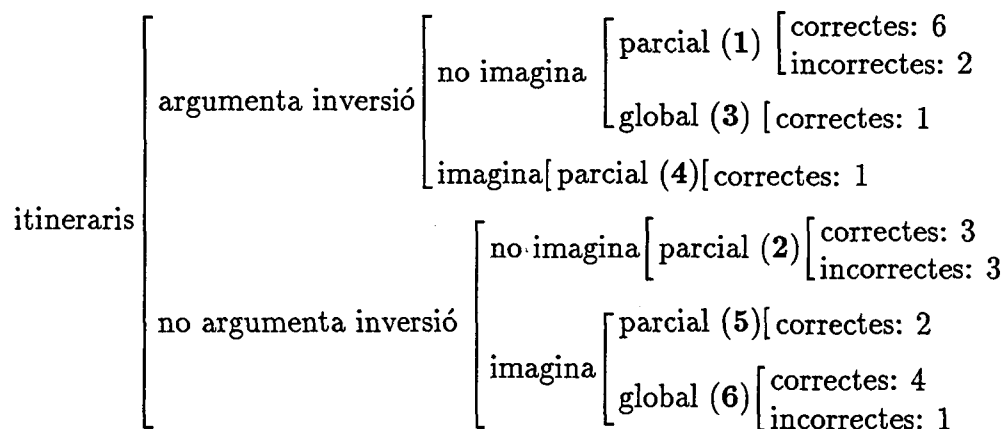
- o 1 alumne no sap com dibuixar una part que està damunt d'una altra:

P.G. ... les pujades (peces del damunt) són una mica difícils de dibuixar-ho, no?

- o 2 alumnes tenen problemes per representar una part que està sota una altra:

O.M. ... i després he tingut problemes per dibuixar aquests dos, perquè no sabia ..., no eren d'imaginar-m'ho, ... m'imaginava el quadrat de sota que no es veu però ...

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució⁶³, així com el nombre de respostes correctes i errors⁶⁴ a què s'arriba a través de cadascun d'ells.



Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - argumentar l'existència d'inversió dreta/esquerra o davant/darrera.
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte i,
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

⁶³Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

⁶⁴En relació a la inversió dreta/esquerra.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes⁶⁵, així com el fet de que construeixin correctament⁶⁶ l'objecte i de si fan o no la inversió dreta/esquerra:

Al.	inversió dre/esq	inversió dav/dar	global	parcial	visual	verbal	fa inver.	resp.
01			x		x		si	m
02		x		x		x	si	m
03				x		x	si	b
04		x		x	x		si	b
05				x		x	si	b
06			x		x		si	b
07				x		x	no	m
09			x		x		no	m
10	x			x		x	si	b
11	x			x		x	si	b
12	x			x		x	si	b
13				x	x		si	b
14				x		x	no	m
15				x	x		si	b
16		x		x		x	no	m
17				x		x	no	m
18	x	x		x		x	si	m
19				x		x	si	m
20			x		x		si	b
21		x		x		x	no	m
22	x	x	x			x	si	b
23	x			x		x	si	b
24			x		x		si	m

Taula 7.6.7.1: Estratègies utilitzades per cadascun dels alumnes, correcció de la resposta i de la inversió dreta/esquerra.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 6 tipus diferents de processos que inclouen tots

⁶⁵Els dos alumnes que inicialment segueixen estratègies d'aproximació global, per passar després a estratègies d'aproximació parcial, els incloem en el grup dels que utilitzen aquest segon tipus d'estratègies d'aproximació.

⁶⁶Indiquem amb una *b* les respostes dels alumnes que són totalment correctes, i amb una *m* les d'aquells alumnes que cometen algun tipus d'error.

els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.
- 6.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència d'aparició:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6
casos	8 + 6	1	1 + 2	5

Taula 7.6.7.2: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa a l'anàlisi del llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que molts alumnes fan servir paraules de la geometria plana —*quadrats*— per referir-se als cubs:

O.M. ... m'imaginava el quadrat de sota que no es veu...

Recollim, també, una expressió curiosa d'un alumne que es refereix als cubs anomenant-los *volums*:

D.P. ... llavors aquí veuria aquest volum i veuria sol un pujat perquè l'altre el taparia, el volum...

De manera semblant, a l'hora de referir-se als prismes de base quadrada formats per cubs apilats, recollim tant expressions errònies pròpies de la geometria plana:

A.C. ... perquè aquest pla no el tindria aquí...

com paraules pròpies del llenguatge col.loquial:

O.P. ... he traslladat aquest pilar d'aquí...

Un dels alumnes fa servir un mot sorprenent per referir-se al perfil, o a la projecció de l'objecte, anomenant-lo *estètica*:

L.S. ... pero más o menos la estética, lo que el vería, sería esto...

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Volem estudiar si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada. Ens interessa fer aquesta anàlisi no només per la correcció global de les respostes, sinó també en relació a si fan la inversió dreta/esquerra, si dibuixen l'objecte representant-hi el volum, si el codi utilitzat és correcte, si han dibuixat línies que en realitat no es veurien, o hi sobren o hi falten cubs. En aquest sentit observem:

- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:
 - Gairebé tres quarts dels alumnes —17 de 23— inverteixen la figura.
 - La variable sexe produeix tendències⁶⁷:
 - * Els nois tendeixen a invertir — 11 nois inverteixen i 1 no.

⁶⁷Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 noies i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

- * Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que fan i els que no fan la inversió —6 noies inverteixen i 6 no.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.8119$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que fer la inversió al representar la figura ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, els nois representen l'objecte invertint-lo, i les noies, es reparteixen a parts iguals entre els que l'inverteixen i els que no.

- o La variable escolarització no produeix tendències⁶⁸.
 - En relació a si dibuixen l'objecte representant-hi el volum observem:
 - o Tres quartes parts dels alumnes —18 de 23— dibuixen un objecte amb volum. D'aquests, 3 l'han dibuixat a l'incidir.
 - o La variable sexe produeix tendències entre els que espontàniament dibuixen un objecte amb volum:
 - * Els nois tendeixen a representar el volum —10 nois representen volum i 1 no el representa.
 - * Les noies es reparteixen entre els que representen i els que no representen el volum —5 noies representen el volum i 7 no.
- A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.1560$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de representar el volum al dibuixar la figura ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, els nois representen el volum al dibuixar l'objecte, i les noies, es reparteixen entre els que el representen i els que no.
- o En relació a la variable escolarització no observem tendències.
 - Pel que fa a la correcció del codi utilitzat, entre els 21 que dibuixen —totalment o parcial— objectes amb volum observem que:
 - o Dos terços dels alumnes dibuixa l'objecte seguint correctament les normes del codi de representació.
 - o La variable sexe no determina tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.

⁶⁸Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- Estudiant la correcció de la resposta —inversions, absència de línies ocultes i nombre de cubs correctes— independentment de la utilització correcta del codi de representació, observem:

- La meitat dels alumnes —12 de 23— resolen correctament la tasca.
- La variable sexe produeix diferències notables:
 - * Els nois tendeixen a resoldre la tasca correctament —la resolen correctament 9 nois i 3 noies.
 - * Les noies tendeixen a resoldre-la amb errors en algun dels aspectes esmentats —no la resolen correctament 2 nois i 9 noies.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 5.3226$ que és significatiu per $\alpha = 0.02$. Així podem afirmar, amb una probabilitat del 98%, que el fet de respondre la tasca amb les condicions esmentades ve condicionat pel sexe. Així, en el 98% dels casos, els nois representen correctament l'objecte invertit —independentment del codi— i les noies no.

- La variable escolarització no produeix diferències importants.
- Al considerar la correcció global de la resposta —incloent-hi la correcció del codi de representació— constatem:

- Només un terç dels alumnes —8 de 23— resolen correctament la tasca.
- La variable sexe produeix tendències notables:
 - * Els nois tendeixen a resoldre la tasca correctament —la resolen 6 nois i 2 noies.
 - * Les noies tendeixen a cometre algun error en la resolució —cometen errors 5 nois i 10 noies.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.1522$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet de respondre la tasca amb les condicions esmentades ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois representen correctament l'objecte invertit i les noies no.

- La variable escolarització no produeix tendències.

En relació a les dificultats explicitades a l'hora de fer el dibuix cal dir que no constatem diferències significatives entre els sexes. Pel que fa a la variable escolarització, cal dir que els alumnes que més dificultats manifesten són els d'EGB i els que menys són els de BUP.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències lligades als valors de les variables pel que fa a l'única estratègia de resolució detectada —argumentar la inversió dreta/esquerra o la inversió davant/darrera—, i si el nombre d'encerts i errors dels que l'utilitzen i els que no, determina o no tendències. També analitzem si hi ha diferències entre els encerts i els errors obtinguts pels que utilitzen aquesta estratègia de resolució i els que no. De l'observació de les taules es desprèn:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - Els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra i els que no. —5 nois i 1 noia l'argumenten.
 - Les noies tendeixen a no fer cap argumentació —6 nois i 11 noies no en fan.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió i els que no, i les noies, no l'argumenten.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre d'encerts globals i d'errors⁶⁹ recollits entre els que manifesten l'estratègia no és significativament diferent dels recollits entre els que no la manifesten.
- Pel que fa als encerts i errors en relació a la inversió dreta/esquerra, l'única cosa que podem afirmar és que tots els que l'argumenten dibuixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, hi ha nois i noies que resolen la tasca imaginant canvis de posició, ja sigui de l'objecte o del propi subjecte, i d'altres que parlen de com seria l'objecte resultant de l'activitat, sense dir en cap moment que hagin imaginat canvis de posició. Comparant les dades dels que utilitzen estratègies de processament visual —en algun

⁶⁹Considerem com a respostes correctes aquelles on s'ha representat l'objecte invertit, amb un nombre de cubs correcte i sense presència de línies ocultes independentment de la precisió i pulcritud del codi de representació utilitzat.

moment imaginem canvis de posició—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —no diuen haver-los imaginat—, observem:

- Només un terç —8 de 23— dels alumnes utilitzen estratègies de processament visual.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- La proporció d'encerts globals i errors⁷⁰ dels que utilitzen estratègies de processament visual no és significativament diferent dels que utilitzen estratègies de processament verbal.
- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc són diferents independentment de l'estratègia de processament utilitzada.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, apareixen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures, les aproximacions parcials i les aproximacions globals. Per aquest motiu, ens interessa analitzar comparativament les dades dels que utilitzen cadascuna d'aquestes estratègies. De l'observació de les taules es desprèn:

- Només una quarta part dels alumnes —6 de 23— utilitzen estratègies d'aproximació global.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP utilitzen tots estratègies d'aproximació parcial.
- La proporció d'encerts globals i errors⁷¹ dels que fan aproximacions parcials no és significativament diferent dels que fan aproximacions globals.
- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc són diferents independentment de l'estratègia d'aproximació utilitzada.

⁷⁰Considerem com a respostes correctes aquelles on s'ha representat l'objecte invertit, amb un nombre de cubs correcte i sense presència de línies ocultes independentment de la precisió i pulcritud del codi de representació utilitzat.

⁷¹Considerem com a respostes correctes aquelles on s'ha representat l'objecte invertit, amb un nombre de cubs correcte i sense presència de línies ocultes independentment de la precisió i pulcritud del codi de representació utilitzat.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables corresponents a cadascuna de les tipologies de processos i el nombre d'encerts globals i errors recollits sota cada tipologia.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	6	8	4	3	7	6	8	14
VER/GLO	1	0	0	1	0	1	0	1
VIS/PAR	3	0	2	0	1	3	0	3
VIS/GLO	1	4	0	2	3	2	3	5

Taula 7.6.7.3: Nombre de representants de cadascun dels grups i encerts i errors globals segons processos tipificats.

La taula següent recull el nombre d'encerts i errors respecte la inversió dreta/esquerra recollits sota cada tipologia.

Procés	encerts	errors	total
VER/PAR	9	5	14
VER/GLO	1	0	1
VIS/PAR	3	0	3
VIS/GLO	4	1	5

Taula 7.6.7.4: Nombre d'encerts i errors en relació a la inversió dreta/esquerra segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de les taules 7.6.6.3 i .6.4, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Hi ha una forta tendència a la utilització de processos VER/PAR —14 de 23.
- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components verbals —hem recollit 15 processos tipificats amb components verbals i 8 amb components visuals.
- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components parcials —hem recollit 17 processos tipificats amb components parcials i 6 amb components globals.

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - o Els alumnes de BUP segueixen tots processos amb components parcials.
- Pel que fa a errors i encerts⁷² recollits sota els processos tipificats no observem tendències.
- Pel que fa a errors i encerts en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc observem tendències.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la **interpretació de l'enunciat** de l'activitat, observem que la majoria dels alumnes interpreten correctament l'enunciat ja d'entrada. Els altres, inicialment no interpreten correctament l'expressió *que estigués asseguda davant teu* però, a l'incidir arriben a entendre-la.

A l'interpretar l'enunciat, més d'una tercera part dels alumnes demanen si cal fer una figura que representi les tres dimensions de l'objecte. Als alumnes que feien aquesta pregunta els responíem afirmativament.

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Així, recollim diverses preguntes sobre com representar la profunditat.

A l'analitzar la correcció de les **respostes**, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes, tenim en compte si han fet la inversió dreta/ esquerra, si dibuixen l'objecte representant-hi el volum, si el codi utilitzat és correcte, si han dibuixat línies que en realitat no es veurien, o hi sobren o hi falten cubs.

Així, en relació a la correcció dels dibuixos pel que fa a la inversió observem que més de dos terços dels alumnes tenen en compte la inversió dreta/esquerra. D'aquests, 2 representen el volum amb línies inclinades al costat esquerre dels cubs corresponents.

A l'estudiar el tipus de representació feta, constatem que més de dues terceres parts dels alumnes dibuixen un objecte representant-hi el volum. D'aquests, 3 han dibuixat primer una figura que podria ser una aproximació a una projecció ortogonal de l'objecte. Dels altres, la meitat dibuixen un figura a mig camí entre

⁷²Considerem com a respostes correctes aquelles on s'ha representat l'objecte invertit, amb un nombre de cubs correcte i sense presència de línies ocultes independentment de la precisió i pulcritud del codi de representació utilitzat.

una representació en perspectiva cavallera de l'objecte, i una projecció ortogonal. Els restants, dibuixen una figura que podria ser una aproximació a una projecció ortogonal de l'objecte.

Pel que fa a la correcció del codi utilitzat, entre els que dibuixen —totalment o parcial— objectes amb volum, observem que dues terceres parts donen com a resultat un dibuix on es segueixen correctament les normes de la perspectiva cavallera. D'aquests, 2 fan servir el codi utilitzat en la presentació de les altres activitats, però dibuixant les línies que representen la profunditat al costat esquerre dels cubs corresponents. Els altres 7, utilitzen un codi de representació que no segueix —en la totalitat o en part del dibuix— les normes de cap codi de representació estàndard.

En relació a la presència d'arestes ocultes en els dibuixos finals, constatem que una quarta part dels alumnes han dibuixat línies que en realitat no es veurien. D'aquests, només 1 les ratlla abans de donar el dibuix per acabat.

També un quart dels alumnes dibuixen més cubs dels que realment hi ha a l'objecte, però només 1 no els ratlla abans de donar el dibuix per acabat.

Analitzant globalment la correcció de les respostes, veiem que la meitat dels alumnes dibuixen l'objecte donat tal com es veuria des de l'altra banda, eliminant-ne les línies ocultes, i els cubs sobrants si n'havien dibuixat. D'aquests, només dos terços segueixen correctament les normes d'un codi de representació estàndard, concretament la perspectiva cavallera que era l'utilitzat en la presentació de les activitats anteriors.

En relació a les **estratègies en els processos de resolució** observem, que a l'hora de resoldre l'activitat, gairebé la meitat dels alumnes argumenten que es produiran canvis en les relacions de les parts de l'objecte respecte l'observador. Aquests, es reparteixen entre els que diuen que hi haurà canvis en la lateralitat, i els que argumenten que es produeixen canvis en les relacions de proximitat. Només 2 alumnes fan les dues reflexions.

Una vegada han acabat el dibuix, els preguntem com han sabut què és el que cal representar, i com ho han fet. Una tercera part dels alumnes, utilitzen estratègies de processament visual —diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests, tots menys un, fan un raonament que implica un canvi de posició del subjecte. Només un, fa un raonament que implica alhora un canvi de posició del subjecte i de l'objecte.

La resta dels alumnes, manifesten estratègies de processament verbal —es refereixen a l'objecte sense dir que han imaginat canvis. D'aquests, una quarta part parlen de com es veuria després de girar-lo. Dos terços, parlen de com es veuria des de la nova posició, i només un, explica com quedaria l'objecte sense parlar de

canvis.

A l'estudiar les estratègies d'aproximació a la forma de les figures, observem que una quarta part dels alumnes fan aproximacions globals a la forma de l'objecte referint-se a com el veurien. La resta, fan aproximacions parcials a la forma de la figura fixant la seva atenció en diferents aspectes. La meitat d'aquests, es fixen en les parts significatives de l'objecte. Un quart, centren la seva atenció en les posicions relatives de les parts significatives. La resta d'aproximacions parcials, que apareixen més d'una vegada, centren la seva atenció en els cubs —considerats d'un en un—, o en les posicions de les parts significatives respecte de l'observador.

Cal fer notar, també, que durant el procés de resolució, gairebé la meitat dels alumnes expliciten algun tipus de dificultat en relació a com dibuixar l'objecte. Per molt pocs d'aquests, els problemes en la representació es concreten en dificultats en la utilització del codi. La majoria tenen problemes en la representació d'una part de l'objecte especialment per dibuixar una part que està davant, darrera, al damunt, o a sota d'una altra.

Per a establir itineraris en els processos de resolució tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - argumentar l'existència d'inversió dreta/esquerra o davant/darrera.
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte i,
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 6 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.

- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i havent argumentat alguna inversió.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.
- 6.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense haver argumentat cap inversió.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6

Taula 7.6.7.5: Processos tipificats.

Pel que fa al llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, que molts alumnes per referir-se als cubs fan servir paraules inadequades de la geometria plana —*quadrats*— o de la geometria de l'espai —*volums*. De manera semblant, a l'hora de referir-se als prismes de base quadrada formats per cubs apilats, recollim tant expressions errònies pròpies de la geometria plana —*plans*— com expressions pròpies del llenguatge col·loquial —*pilars*. En general, observem que els falta vocabulari per referir-se als objectes tridimensionals i les seves representacions. Així veiem, per exemple, que un dels alumnes fa servir un mot sorprenent per referir-se al perfil o a la projecció de l'objecte anomenant-lo *estètica*.

Per a poder determinar l'existència de tendències, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

Estudiem, en primer lloc, si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada. Fem aquesta anàlisi no només per la correcció global de les respostes, sinó també en relació a si fan la inversió dreta/ esquerra, si dibuixen l'objecte representant-hi el volum, si el codi utilitzat

és correcte, si han dibuixat línies que en realitat no es veurien, o hi sobren o hi falten cubs.

- Analitzant si al construir l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra, observem:
 - Gairebé tres quarts dels alumnes inverteixen la figura.
 - La variable sexe produeix tendències:
 - * Els nois tendeixen a invertir.
 - * Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que fan i els que no fan la inversió.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.8119$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de fer la inversió al representar la figura ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, els nois representen l'objecte invertint-lo, i les noies, es reparteixen a parts iguals entre els que l'inverteixen i els que no.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- Estudiant si el fet de dibuixar l'objecte representant-hi el volum ve condicionat pels valors de les variables observem:
 - Tres quartes parts dels alumnes dibuixen un objecte amb volum.
 - La variable sexe produeix tendències entre els que espontàniament dibuixen un objecte amb volum:
 - * Els nois tendeixen a representar el volum.
 - * Les noies es reparteixen entre els que representen i els que no representen el volum.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.1560$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de representar el volum al dibuixar la figura ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, els nois representen el volum al dibuixar l'objecte, i les noies, es reparteixen entre els que el representen i els que no.
 - En relació a la variable escolarització no observem tendències.
- Estudiant les possibles diferències, en relació a la correcció del codi utilitzat, entre els que dibuixen —totalment o parcial— objectes amb volum, observem que:

- Dos terços dels alumnes dibuixa l'objecte seguint correctament les normes del codi de representació.
- La variable sexe no determina tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Estudiant la correcció de la resposta —inversions, absència de línies ocultes i nombre de cubs correctes— independentment de la utilització correcta del codi de representació, observem:

- La meitat dels alumnes resolen correctament la tasca.
- La variable sexe produeix diferències notables:
 - * Els nois tendeixen a resoldre la tasca correctament.
 - * Les noies tendeixen a resoldre-la amb errors en algun dels aspectes esmentats.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 5.3226$ que és significatiu per $\alpha = 0.02$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 98%, que el fet de respondre la tasca amb les condicions esmentades ve condicionat pel sexe. Així, en el 98% dels casos, els nois representen correctament l'objecte invertit —independentment del codi—, i les noies no.

- La variable escolarització no produeix diferències importants.
- Al considerar la correcció global de la resposta —incloent-hi la correcció del codi de representació— constatem:

- Només un terç dels alumnes resolen la tasca d'una manera del tot correcta.
- La variable sexe produeix tendències notables:
 - * Els nois tendeixen a resoldre la tasca correctament.
 - * Les noies tendeixen a cometre algun error en la resolució.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.1522$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet de respondre la tasca amb les condicions esmentades ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos, els nois representen correctament l'objecte invertit, i les noies no.

- La variable escolarització no produeix tendències.

En relació a les **dificultats explicitades** a l'hora de fer el dibuix, cal dir que no constatem diferències significatives entre els sexes. Pel que fa a la variable escolarització cal dir que els alumnes que més dificultats manifesten són els d'EGB i els que menys són els de BUP.

Pel que fa a tendències en relació a les **estratègies de resolució**, observem:

- La variable sexe produeix tendències en el següent sentit:
 - Els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra i els que no.
 - Les noies tendeixen a no fer cap argumentació prèvia.

Si calculem el valor de χ^2 , per la taula on es compara el nombre de nois i noies que argumenten la inversió, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4022$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que el fet d'argumentar la inversió ve condicionat pel sexe. Així, en el 85% dels casos les noies no argumenten la inversió, i els nois, es reparteixen entre els que l'argumenten i els que no.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre d'encerts globals i d'errors recollits entre els que manifesten l'estratègia no és significativament diferent dels recollits entre els que no la manifesten.
- Pel que fa als encerts i errors en relació a la inversió dreta/esquerra, l'única cosa que podem afirmar és que tots els que l'argumenten dibuixen, correctament o no, un objecte invertit respecte el model.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, observem el següent en relació a les tendències:

- Només un terç dels alumnes utilitzen estratègies de processament visual.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- La proporció d'encerts globals i errors dels que utilitzen estratègies de processament visual no és significativament diferent de la dels que utilitzen estratègies de processament verbal.

- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc són diferents independentment de l'estratègia de processament utilitzada.

Pel que fa tendències, en el cas de les **estratègies d'aproximació**, comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals, amb les dels que la resolen fent aproximacions parcials, observem el següent:

- Només una quarta part dels alumnes utilitzen estratègies d'aproximació global.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP utilitzen tots estratègies d'aproximació parcial.
- La proporció d'encerts globals i errors dels que fan aproximacions parcials no és significativament diferent de la dels que fan aproximacions globals.
- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc són diferents independentment de l'estratègia d'aproximació utilitzada.

Pel que fa tendències en els processos tipificats, observem:

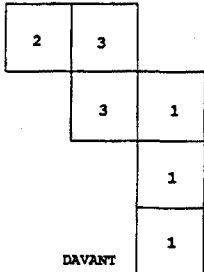
- Hi ha una forta tendència a la utilització de processos VER/PAR.
- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components verbals.
- Hi ha una certa tendència a la utilització de processos amb components parcials.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització produeix tendències en el següent sentit:
 - Els alumnes de BUP segueixen tots processos amb components parcials.
- Pel que fa a errors i encerts globals recollits sota els processos tipificats no observem tendències.
- Els encerts i errors, en relació a la inversió dreta/esquerra, tampoc són diferents independentment de la tipologia de procés sota la qual s'han produït.

7.6.8 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat '1—B.'

Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: dibuix, planta amb codi numèric i verbal.
- Formulació: —
- Forma de resposta: dibuix.
- Context: sense significat real.
- Acció requerida: construcció.
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.
- Complexitat objecte: senzill.

La figura representa l'esquema de construcció d'un objecte a partir de cubs.



DAVANT

Dibuixa l'esquema de construcció que hauriem de donar a una persona asseguda davant teu per que puguessis construir entre tots dos i al mateix temps l'objecte.

Activitat 1—B

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem el següent:

- 9 dels alumnes fan ja directament una interpretació correcta de l'enunciat.
- els altres 15 manifesten diversos tipus de dificultats a l'hora d'entendre'l:
 - 4 tenen dificultats en la interpretació de l'enunciat en els següents sentits:
 - * 1 dels alumnes no entén què volem dir quan diem *davant teu*:

M.S. ... però... si està davant meu... el mateix ja li val...
 - * 3 dels alumnes demanen si han de dibuixar l'esquema de construcció d'un objecte qualsevol o de l'objecte donat:

M.S. *el que vulgui, o?... aquest? ... però si faig aquesta figura amb aquí, per exemple quatre...*
 - 9 alumnes tenen problemes per entendre quina és l'acció requerida, per interferències amb d'altres activitats ja realitzades:
 - * D'aquests, 1 inicialment entén que cal que construeixi un objecte:

M.L. *Aquí tenemos que construir primero...*
 - * 3 entenen, d'entrada, que els estem demanant una descripció de l'objecte:

E.M. ... *li puc dir les peces que hi ha en total i tot això?*
 - * 5 interpreten que cal dibuixar l'objecte:

H.G. ... *he de dibuixar tots els cubs que es veurien?*
 - 2 tenen dificultats en entendre el requeriment geomètric de la tasca.

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Una pregunta freqüent fa referència a la necessitat de posar els números que indiquen el nombre de cubs que cal apilar a cada lloc. Així més d'un terç dels alumnes demanen si cal posar-los:

H.G. ... *també s'han de posar els numerets?*

Pel que fa a la interpretació de les condicions del requeriment geomètric de l'activitat observem que:

- 5 dels alumnes entenen que han de dibuixar el mateix esquema de construcció. D'aquests:
 - 2 interpreten que cal dibuixar-lo girat perquè la persona a qui va destinat el pugui veure bé:

M.S. Li he de posar aquesta figura... que ell la pugui veure bé... per que la pugui fer...
 - els altres 3 entenen que cal dibuixar-lo tal com el veuria la persona asseguda davant seu:

S.I. Que lo dibuje, eh ... conforme que lo vea una persona ... delan... que estuviese sentada delante mio...

...

el esquema.
- 12 dels entrevistats entenen que cal dibuixar un esquema de construcció perquè la persona asseguda davant seu pugui construir el mateix objecte:

A.P. ... un altre esquema ... perquè la persona que estigui davant meu el pugui fer al mateix temps que jo el faig...

...

que quan jo posi una peça, ella posi la mateixa...
- 4 alumnes interpreten que cal dibuixar l'esquema de construcció tal com el veuria la persona asseguda al seu davant, com a condició necessària i suficient per que aquesta pugui construir el mateix objecte:

S.R. Dibujar un esquema... que tendría que... para una persona, para que hiciera el mismo objeto una persona que estuviese sentada delante, delante mio, para poder construir entre los dos y al mismo tiempo el objeto

...

pues que tengo que hacer el esquema ee.. de la misma figura pero visto, desde una persona que estuviera delante.
- Només 1 alumne entén que cal dibuixar un esquema de construcció per que la persona asseguda davant seu pugui construir el mateix objecte, com a equivalent a construir-lo des de darrera:

D.P. ... jo tinc que veure la part de l'enrera i... tinc que anar construint a base... a base d'això...

- 2 dels alumnes no entenen les condicions del requeriment de l'activitat, un d'ells tot i que afirma haver-lo entès.

Respostes.

En aquest apartat, analitzem la correcció de les produccions, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes, juntament amb les explicacions donades de com interpretar-los. Per aquesta activitat recollim les respostes següents:

- 3 dels alumnes no fan cap dibuix. D'aquests:
 - 2 expliquen el que caldria fer:
 - S.F. ... esto... esto es lo que tiene que ver (inverteix el full d'instruccions.)
 - i l'altre no ha entès l'enunciat de l'activitat.
- 2 alumnes dibuixen esquemes que no s'ajusten a les condicions de l'activitat:
 - 1 d'ells presenta l'esquema de construcció d'un objecte diferent del donat (Fig. 1⁷³, C.V).
 - L'altre, dibuixa una aproximació a una vista frontal de l'objecte amb un codi numèric inventat, en el que cal interpretar cada número com el nombre de cubs que hi ha darrera cada cub visible (Fig. 2, L.S.):
 - L.S. *Estos numeritos de aquí son..., si, los cubos.*
 - E. *¿Cómo has decidido que hay que poner 3 cubos aquí?*
 - L.S. *Pues porqué cuento 1, 2 y 3.*
 - E. *¿Y aquí este 2?*
 - L.S. *Porqué aquí detrás hay 2 cubos.*
 - ...
 - y aquí 1 porqué sólo hay 1.*
- 4 alumnes dibuixen el mateix esquema de construcció que el donat. D'aquests:
 - 1 dona una resposta incorrecta ja que situa el davant de la figura exactament on era (Fig. 3, E.S).
 - 1 respon malament ja que, a més de dibuixar el mateix esquema de construcció, afirma que cal mirar-lo per transparència després de girar el full:

⁷³Al final d'aquest apartat, presentem els exemples dels dibuixos que han fet els alumnes.

E. Com se l'ha de mirar per poder fer l'objecte?

A.F. Així... (per transparència) perquè cap a... així... a la dre... de l'esquerra meva la seva seria dreta.

- o 2 alumnes donen una resposta correcta perquè encara que dibuixen el mateix esquema de construcció, hi situen correctament el *davant*. (Fig. 4, A.C.)

- * Un d'aquest alumnes utilitza un codi diferent del proposat (Fig. 5, A.B.):

A.B. Si, a cada cuadrado de la base le he dado un número.

...

Entonces le diría que en el cuadro número 1 tiene que colocar otro cuadrado encima del suyo

...

y en el 2 y el 3 dos más.

- 8 alumnes dibuixen un esquema de construcció resultat de girar 180° l'esquema original. D'aquests:

- o 5 responen correctament ja que col·loquen la paraula *davant* al lloc corresponent (Fig. 6, H.G.)

- o Els altres 3 no assenyalen el *davant* en el seu esquema de construcció. Al preguntar-los si l'esquema és complet:

- * 1 alumne respon correctament.

- * els altres 2, es confonen ja que diuen que la persona caldria que el mirés invertint el full de paper amb la qual cosa la seva resposta és incorrecta:

E. Com se l'haurà de mirar?

R.U. ... d'una altra manera, així (inverteix el full.)

- 6 dels alumnes dibuixen un esquema de construcció simètric del donat:

- o 4 d'ells respecte d'un eix vertical situat a l'esquerra de la figura. D'aquests:

- * 2 escriuen *davant* en el seu esquema de construcció la qual cosa ens permet deduir que han fet la inversió dreta/esquerra, però no la inversió *davant/darrera* (Fig. 7, A.P.)

- * 1 no indica el *davant* del seu esquema de construcció, però de l'explicació donada deduïm que ha fet la inversió dreta/esquerra, però no la inversió *davant/darrera* (Fig. 8, J.N.)

- * 1 no indica el davant de l'esquema de construcció que ha dibuixat però com que hi ha escrit els números invertits deduïm que ha fet la inversió davant/darrera però no la inversió dreta/esquerra (Fig. 9, O.P.)
- o i els altres 2, dibuixen un esquema de construcció simètric del donat respecte d'un eix horitzontal situat a la part inferior de la figura. D'aquests:
 - * 1 indica la part del davant de la figura de la qual cosa deduïm que ha fet la inversió davant/darrera, però no la inversió dreta/esquerra (Fig. 10, S.R.)
 - * l'altre, tot i no indicar el davant de la figura, suposem que ha fet la inversió davant/darrera, però no la inversió dreta/esquerra a partir de les explicacions que ens dona.
- 1 dels alumnes dibuixa un esquema de construcció resultat de girar l'inicial 90° en sentit horari, en el que la posició de l'objecte respecte de l'observador es manté (Fig. 11, M.S.)

Estratègies en els processos.

En el moment d'abordar l'activitat, alguns alumnes fan una reflexió en veu alta sobre com ha de ser l'esquema de construcció que els demanem. Així:

- 6 dels alumnes argumenten, d'entrada, que l'esquema de construcció que els estem demanant és el mateix que el que els hem donat. Plantegen la possibilitat de donar el mateix esquema, únicament invertint el full, i escrivint-hi convenientment les instruccions per a que es puguin llegir:

P.G. ... perquè... ell està en posició contrària a la meva...

...

llavors tindrà que estar totalment... al revés de com està la direcció posada

...

pues hi pensat, si tu canvies de posició, serà la mateixa... que si li dones la volta

...

i, bueno, doncs he pensat que lo més pràctic era donar-li la volta.

- Els altres, inicien l'activitat sense fer cap reflexió prèvia.

Una vegada han acabat el dibuix, els preguntem com han sabut què és el que cal representar i com ho han fet. Agrupem en dos blocs els alumnes, segons l'estratègia de processament utilitzada sigui visual —imagineu canvis de posició del subjecte o de l'objecte—, o verbal —no diuen haver imaginat res.

- 9 dels alumnes diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests:
 - 2 diuen que han imaginat que giraven la figura, i la dibuixen tal com quedaria després de girar-la:

H.G. ... pues... amb la vista ho he torçat.
 - 6 alumnes diuen que han imaginat la figura tal com es veuria des de la nova situació:

A.C. ... perquè jo m'he imaginat a l'altra persona mirant-lo des d'allà.
 - Només 1, imagina que el gira alhora que parla de com es veuria des de la nova posició:

R.V. Pues me lo he intentado imaginar, pues como, como lo vería la persona
....
bueno o dándole la vuelta.
- 9 alumnes parlen de la figura sense dir que han imaginat canvis. D'entre aquests:
 - 1 parla de com es veuria després de girar-la:

S.I. ... porque lo tiene que ver igual que yo...
 - 2 expliquen com es veuria la figura des de la nova posició de l'observador:

D.P. ... perquè com la veus tu, està al revés... que a la part d'allà tu primer, tu primer veus el 3 i després veus el 2...
 - 4 parlen de la figura que han dibuixat argumentant la inversió dreta/esquerra:

R.U. ... llavors el que aquí estava a l'esquerra l'he ficat jo a la dreta, llavors l'altre 3 com que estan iguals a la mateixa filera, doncs també l'he ficat igual i el 2 com que està a l'esquerra l'he ficat a la dreta.
 - 2 expliquen com és la nova figura referint-se a imatges especulars:

O.P. ... he vist que... la persona que tinc al davant... eh... és com si tingués un mirall... llavors la persona del davant tindria... les ca... les posicions canviades, de les mans.

- 2 dels alumnes resolen la tasca invertint el full d'instruccions.
- La resta dels alumnes o bé no han entès l'enunciat o han produït respostes que no podem codificar.

Pel que fa a les **estratègies d'aproximació a la forma de les figures**, per aquesta activitat, tenim poca informació. Més de la meitat dels alumnes, quan els preguntem com han resolt l'activitat, no ens donen dades suficients com per a que puguem saber si han centrat la seva atenció en la totalitat o en part de la figura. Per aquesta mateixa raó, per a cada tipus d'aproximació la diversitat és també reduïda. Els que sabem quin tipus d'aproximació han utilitzat poden agrupar-se en dos blocs:

- Hi ha 4 alumnes que fan aproximacions a la forma global de l'objecte:

O.M. ... que l'he girat... que l'hi donat mitja volta... d'una peça.

- Hi ha 7 alumnes que fan aproximacions parcials a la forma de la figura:

D.P. ... llavors, ho hi fet igual, tres al dos, després com tenia que pujar el tres una... hi pujat una, el tres, després aquesta part d'aquí es desplaçava cap al costat que no estava el dos...

En els processos de resolució hem observat els següents **recursos auxiliars significatius**:

- 6 alumnes giren en algun moment el full:
 - 4 d'aquests, giren el full on han dibuixat ells la resposta. D'aquests:
 - * 2 l'inverteixen quan expliquen com s'ha de mirar el dibuix que han fet.
 - * 1 el gira 90° en sentit horari, de manera que es manté la posició de l'observador respecte la figura dibuixada.
 - * 1 el gira com si el volgués mirar per transparència quan argumenta la inversió dreta/esquerra.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes⁷⁶, així com la correcció⁷⁷ de la resposta a la que arriben:

Alumne	mateix esquema	global	parcial	visual	verbal	resposta
01	x	x		x		b
03		x		x		b
04			x		x	m
05			x		x	m
07			x	x		m
10			x		x	m
11			x		x	b
13	x	x		x		b
22		x		x		b
23			x		x	m
24			x	x		m

Taula 7.6.7.1: Estratègies utilitzades per cadascun dels alumnes i correcció de les respostes.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes dels quals tenim prou informació, ens permet descriure 4 tipus diferents de processos que inclouen tots els codificats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i havent plantejat la possibilitat de donar el mateix esquema invertint únicament la informació escrita.
- 4.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.

⁷⁶Només hi ha 11 alumnes per als que podem tipificar els processos ja que per a la resta, o bé desconeixem el tipus d'aproximació a la forma de les figures o bé abandonen la tasca pel fet de no entendre-la.

⁷⁷Indiquem amb una *b* les respostes dels alumnes que són totalment correctes, i amb una *m* les d'aquells alumnes que cometen algun tipus d'error.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1	—	2	3 i 4
casos	5	-	2	2 + 2

Taula 7.6.7.2: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa a l'anàlisi del llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, l'abús del llenguatge de la geometria plana per referir-se a objectes en tres dimensions i, més concretament, la utilització de la paraula *quadrats* per parlar dels cubs:

A.B. ...entonces le diria que en el cuadrado número 1 tiene que colocar otro cuadrado encima del suyo.

També, és interessant recollir la dificultat que tenen molts alumnes per expressar que l'observador té un punt de vista diferent del seu. Així, recollim diverses expressions del tipus:

*P.G. ... perquè ell està en posició contrària a la meua
...
llavors tindria que estar totalment al revés de com està la direcció posada.*

Igualment els costa, en general, descriure l'objecte des d'aquest nou punt de vista. Un exemple d'aquesta dificultat podria ser:

A.C. ... pues si ella el veu d'un altre punt de vista i que el seu davant està... el... el seu davant... doncs no serà el mateix que el meu.

*...
... i llavors, doncs, segons a on estigui... tindrà un davant o un altre.*

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la interpretació de l'enunciat.

Volem veure si la interpretació que fan de l'enunciat ve determinada d'alguna manera pels valors de les variables que els identifiquen. També pretenem analitzar si el fet d'entendre l'enunciat està lligat a respondre correctament. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat, observem que:

- La variable sexe produeix tendències⁷⁸ en el següents sentits:
 - Hi ha tendència per part de les noies —8 noies i 1 noi— a entendre que l'activitat demana que dibuixin el mateix esquema de construcció.
 - Hi ha tendència per part dels nois —11 nois i 2 noies— a entendre que cal dibuixar un nou esquema de construcció.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 8.8140$ que és significatiu per $\alpha = 0.01$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 99%, que la interpretació que fan de l'enunciat de la tasca ve condicionada pel sexe. Així, en el 99% dels casos, les noies entenen que n'hi ha prou amb dibuixar el mateix esquema de construcció —amb les condicions que calgui per interpretar-lo—, i els nois, interpreten que cal dibuixar un nou esquema de construcció.

- La variable escolarització no dona lloc a tendències⁷⁹.
- En relació a la relació entre comprensió de l'enunciat i resposta correcta, observem que:

⁷⁸Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 noies i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁷⁹Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- o El fet d'interpretar l'enunciat d'una manera o de l'altra no porta a diferències significatives entre els errors i els encerts en la resposta.

En la resposta.

Estudiem si existeixen tendències en la resposta donada. Per aquesta activitat, no analitzem únicament les diferències existents pel que fa a la correcció de la resposta, sinó també les possibles diferències entre grups d'alumnes segons els errors comesos. Per tant, ens interessa analitzar si al representar l'objecte de la resposta fan la inversió dreta/esquerra, i la inversió davant/darrera. També, estudiem si en la resposta confonen un gir de 180° amb una simetria. Finalment, analitzem si han indicat on és el *davant* de la figura. En relació a aquests aspectes, observem:

- Pel que fa a respondre correctament o no:
 - o Poc més d'un terç dels alumnes —9 de 24— donen respostes correctes.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:
 - o Dos terços dels alumnes —14 de 21— fan la inversió dreta/esquerra.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió davant/darrera:
 - o Gairebé dos terços dels alumnes —13 de 21— fan la inversió davant/darrera.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la confusió amb una simetria:
 - o Una tercera part dels alumnes comet aquest error.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a si han indicat o no el *davant* de la figura:

- o Un terç dels alumnes no l'indica.
- o La variable sexe no produeix tendències.
- o La variable escolarització no produeix tendències.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències pel que fa a única estratègia de resolució detectada: plantejar, a priori, la possibilitat de donar el mateix esquema invertint únicament la la informació escrita. De l'observació de les taules es desprèn:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que el nombre d'alumnes que manifesten utilitzar aquesta estratègia és molt petit no té sentit analitzar si hi ha relació entre l'estratègia de resolució utilitzada i respondre correctament o no.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que, independentment de l'estratègia de resolució utilitzada, hi ha nois i noies que resolen la tasca imaginant canvis de posició, ja sigui de l'objecte o del propi subjecte, i d'altres, que parlen de com seria l'objecte resultant de la tasca sense dir en cap moment que hagin imaginat canvis de posició. Comparant les dades dels que utilitzen estratègies de processament visual —en algun moment imaginin canvis de posició—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —no diuen haver-los imaginat—, observem que:

- El nombre d'estratègies de processament visual recollides és exactament igual al d'estratègies de processament verbal.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors recollits sota cada estratègia de processament:
 - o Les estratègies de processament visual tendeixen a donar resultats correctes —6 encerts i 3 errors.
 - o Les estratègies de processament verbal tendeixen a portar a errors —1 encert i 8 errors.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.5555$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Això ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que el fet de respondre correctament ve condicionat per l'estratègia de processament utilitzada. Així, en el 90% dels casos, les estratègies de processament visual porten a encert, i les de processament verbal a error.

En les estratègies d'aproximació.

Per aquesta activitat, no té massa sentit analitzar comparativament les dades dels que utilitzen cadascuna d'aquestes estratègies ja que són molt pocs els alumnes que han donat informació suficient del seu procés respecte aquest tipus d'estratègia.

En els processos tipificats.

Com ja hem vist, només coneixem el tipus d'aproximació a la forma de les figures per la meitat dels alumnes. Aquest fet ens ha portat a poder tipificar els processos per a només la meitat dels alumnes. Per tot això, no té sentit analitzar si existeixen diferències entre grups d'individus en relació a les tipologies de procés ni tampoc si determinades tipologies de procés porten a encert o a error.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem que menys de la meitat dels alumnes fan ja directament una interpretació correcta. La resta manifesten dificultats de diversos tipus. D'aquests, una tercera part tenen dificultats en la interpretació, ja sigui perquè no saben què volem dir quan diem *davant teu*, o bé perquè no saben si han de dibuixar l'esquema de construcció d'un objecte qualsevol, o del donat. Tres quartes parts dels alumnes tenen problemes al confondre el tipus d'acció requerida per interferències amb d'altres activitats ja realitzades. Així, alguns entenen que cal que construeixin un objecte, que el descriguin o que el dibuixin. Cal dir que només dos tenen dificultats en entendre el requeriment geomètric de la tasca.

És important, també, tenir en compte els dubtes que sorgeixen en relació al codi de representació. Més d'un terç dels alumnes, demanen si cal posar els números que indiquen el nombre de cubs que cal apilar a cada lloc.

Pel que fa a la interpretació de les condicions del requeriment geomètric de l'activitat, observem que un quart dels alumnes entenen que han de dibuixar el mateix esquema de construcció amb les condicions que calgui per a que pugui ser llegit per l'observador. La meitat dels entrevistats, entenen que cal dibuixar un esquema de construcció perquè la persona asseguda davant seu pugui construir el

mateix objecte. Només 2 dels alumnes, no entenen les condicions del requeriment de l'activitat, un d'ells tot i que afirma haver-lo entès. La resta, fan interpretacions que inclouen les dues esmentades.

A l'analitzar la correcció de les respostes, en aquest cas els dibuixos fets pels alumnes juntament amb les explicacions donades, veiem que poc més d'un terç dels alumnes donen una resposta correcta, i també identifiquem també els errors més freqüents.

En relació als errors, observem que gairebé una quarta part dels alumnes no segueix el requeriment de la tasca, ja sigui perquè no fan cap dibuix, o perquè els esquemes de construcció que presenten no corresponen a la figura donada.

Veiem, també, que 4 alumnes dibuixen el mateix esquema de construcció que el donat. D'aquests, només 2 donen una resposta correcta ja que encara que dibuixen el mateix esquema de construcció hi situen correctament el *davant*. És interessant fer notar que un d'aquests alumnes utilitza un codi diferent del proposat.

Un terç dels alumnes dibuixen un esquema de construcció resultat de girar 180° l'esquema original. D'aquests, tots menys dos, responen correctament ja que col·loquen la paraula *davant* al lloc corresponent.

Una quarta part dels alumnes comet un error que és interessant remarcar ja que dibuixen un esquema de representació simètric del donat.

En relació a les estratègies en els processos de resolució, observem que, en el moment d'iniciar l'activitat, alguns alumnes fan una reflexió en veu alta sobre com ha de ser l'esquema de construcció que els demanem. Així, una quarta part dels alumnes argumenten, ja d'entrada, que l'esquema de construcció que els estem demanant és el mateix que el que els hem donat. Plantegen la possibilitat de donar el mateix esquema, únicament invertint el full i escrivint-hi convenientment les instruccions per a que es puguin llegir.

Una vegada han acabat el dibuix, els preguntem com han sabut què és el que cal representar, i com ho havien fet. Agrupem els alumnes en funció de l'estratègia de processament utilitzada. Més d'un terç dels alumnes fan servir estratègies de processament visual —diuen imaginar la situació d'alguna manera. La majoria d'aquests expliquen que han imaginat la figura tal com es veuria des de la nova posició. També, més d'una tercera part dels alumnes, utilitzen estratègies de processament verbal —parlen de la figura sense dir que han imaginat canvis. Molts d'aquests, fan la seva explicació argumentant la inversió dreta/esquerra. Un error interessant recollit és el dels alumnes que expliquen com és la nova figura referint-se a imatges especulars.

Pel que fa al tipus d'aproximació a la forma de les figures, per aquesta activitat, tenim poca informació. Més de la meitat dels alumnes, quan els preguntem com han resolt l'activitat, no ens donen dades suficients com per a que puguem saber si han centrat la seva atenció en la totalitat o en part de la figura. Per aquesta mateixa raó, per a cada tipus d'aproximació la diversitat és també reduïda. Una tercera part de les codificades són aproximacions globals i la resta són aproximacions parcials.

En els processos de resolució hem observat la utilització de recursos auxiliars significatius. Així, constatem que una quarta part dels alumnes giren en algun moment el full. La majoria d'aquests giren el full on han dibuixat ells la resposta. Alguns, l'inverteixen quan expliquen com s'ha de mirar el dibuix que han fet, i d'altres, el giren com si el volguessin mirar per transparència quan argumenten la inversió dreta/esquerra. La resta dels que giren el full en algun moment, giren el de l'enunciat a l'explicar com veuria l'objecte la persona asseguda davant seu.

Un altre recurs manifestat amb freqüència consisteix en moure les mans simulant el moviment quan parlen de girar l'objecte.

Per a establir itineraris en els processos de resolució, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - plantejar la possibilitat de donar el mateix esquema, únicament invertint el full i escrivint-hi convenientment les instruccions per a que es puguin llegir.
- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La identificació d'aquestes estratègies, en les activitats dels alumnes dels quals tenim prou informació, ens permet descriure 4 tipus diferents de processos que inclouen tots els codificats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol l'activitat:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, sense imaginar canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, havent imaginat canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i havent plantejat la possibilitat de donar el mateix esquema invertint únicament la la informació escrita.
- 4.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, imaginant canvis de posició, i sense fer cap plantejament previ.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1	—	2	3 i 4

Taula 7.6.8.3: Processos tipificats.

Pel que fa al llenguatge geomètric utilitzat, observem, una vegada més, l'abús de les expressions de la geometria plana per referir-se a objectes en tres dimensions i, més concretament, la utilització de la paraula *quadrats* per parlar dels *cubs*.

També recollim la dificultat que tenen molts alumnes per expressar que l'observador té un punt de vista diferent del seu. Igualment observem que els costa, en general, descriure la figura des del nou punt de vista.

Per a poder determinar l'existència de **tendències**, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

Estudiem, en primer lloc, si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la interpretació de l'enunciat. També, si la interpretació que en fan condiciona el fet de respondre correctament. En aquest sentit observem que:

- La variable sexe produeix tendències en el següents sentits:

- Hi ha tendència per part de les noies a entendre que la tasca demana que dibuixin el mateix esquema de construcció.
- Hi ha tendència per part dels nois a entendre que cal dibuixar un esquema de construcció perquè la persona asseguda davant seu pogués construir el mateix objecte.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 8.8140$ que és significatiu per $\alpha = 0.01$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 99%, que la interpretació que fan de l'enunciat de la tasca ve condicionada pel sexe. Així, en el 99% dels casos, les noies entenen que n'hi ha prou amb dibuixar el mateix esquema de construcció —amb les condicions que calgui per interpretar-lo—, i els nois, interpreten que cal dibuixar un nou esquema de construcció.

- La variable escolarització no dona lloc a tendències.
- El fet d'interpretar l'enunciat d'una manera o de l'altra no porta a diferències significatives entre els errors i els encerts en la resposta.

A l'analitzar les tendències en la **resposta**, no estudiem únicament les existents pel que fa a la correcció de la resposta, sinó també les diferències segons els errors comesos. Per tant, a més de la correcció de la resposta, analitzem si al representar la figura fan la inversió dreta/esquerra, i la inversió davant/darrera. També, estudiem si en la resposta confonen un gir de 180° amb una simetria. Finalment, analitzem si han indicat on és el *davant* de la figura.

- Pel que fa a respondre correctament, observem que:
 - Poc més d'un terç dels alumnes responen correctament.
 - La variable sexe no produeix tendències.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la inversió dreta/esquerra, constatem que:
 - Dos terços dels alumnes fan la inversió dreta/esquerra.
 - La variable sexe no produeix tendències.
 - La variable escolarització produeix no tendències.
- Pel que fa a la inversió davant/darrera observem que:
 - Gairebé dos terços dels alumnes fan la inversió davant/darrera.

- o La variable sexe no produeix tendències.
- o La variable escolarització no produeix tendències.
- En relació a la confusió amb una simetria, tenim que:
 - o Una tercera part dels alumnes comet aquest error.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.
- Quan analitzem si han indicat o no el *davant* de la figura, tenim que:
 - o Un terç dels alumnes no l'indica.
 - o La variable sexe no produeix tendències.
 - o La variable escolarització no produeix tendències.

Pel que fa a tendències lligades als valors de les variables en relació a l'**estratègia de resolució** detectada —plantejar, a priori, la possibilitat de donar el mateix esquema invertint únicament la informació escrita— observem que:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.

Donat que el nombre d'alumnes que manifesten utilitzar aquesta estratègia és molt petit no té sentit analitzar si hi ha relació entre l'estratègia de resolució utilitzada i respondre correctament o no.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, observem el següent en relació a les tendències:

- El nombre d'estratègies de processament verbal recollides és exactament igual al d'estratègies de processament visual.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors recollits sota cada estratègia de processament observem que:
 - o Les estratègies de processament visual tendeixen a donar resultats correctes.

- o Les estratègies de processament verbal tendeixen a portar a errors.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.5555$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que respondre correctament ve condicionat per l'estratègia de processament utilitzada. Així, en el 90% dels casos, les estratègies de processament visual porten a encert, i les de processament verbal a error.

Per aquesta activitat, no té massa sentit fer un estudi comparatiu en relació a les estratègies d'aproximació ja que són molt pocs els alumnes que han donat informació suficient del seu procés respecte aquest tipus d'estratègies.

Per aquesta activitat no podem identificar tendències en els processos tipificats, ja que només coneixem les estratègies d'aproximació de la meitat dels alumnes. Per la qual cosa no té sentit analitzar si existeixen diferències entre grups d'individus en relació a les tipologies de procés, ni tampoc si determinades tipologies de procés porten a encert o error.

Exemples dels dibuixos fets pels alumnes.

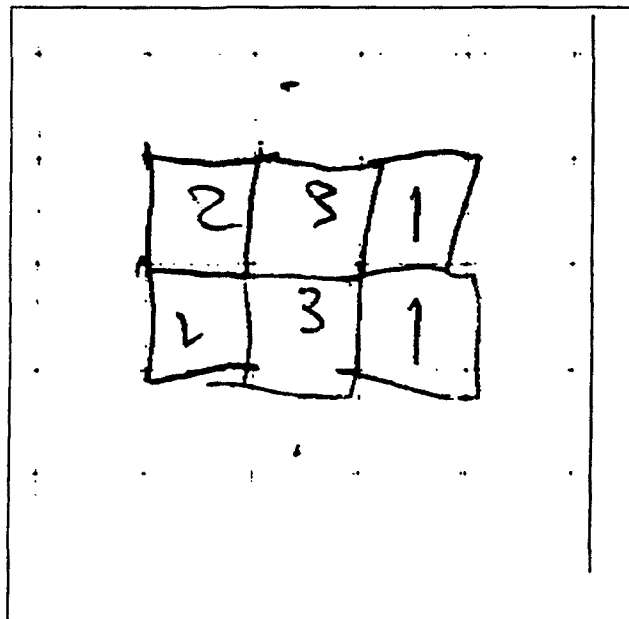


Fig. 1, C.V.

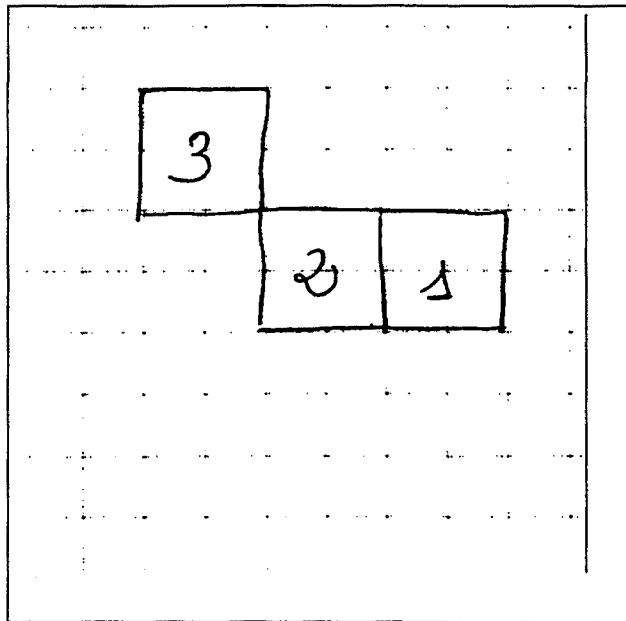


Fig. 2, L.S.

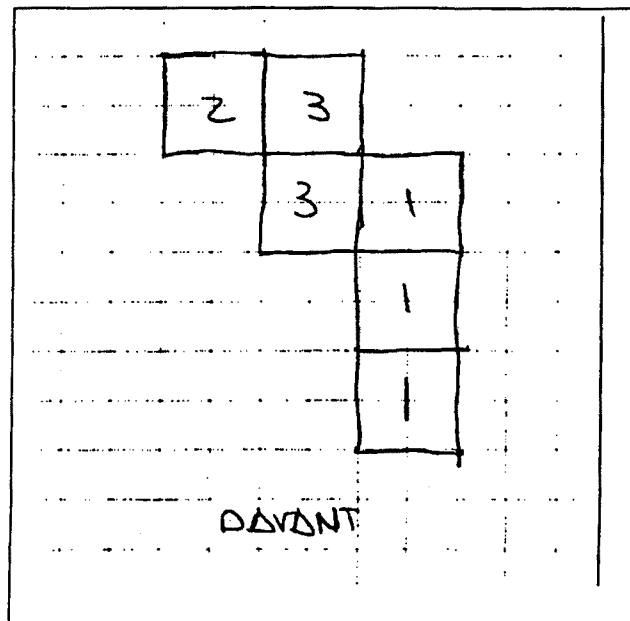


Fig. 3, E.S.

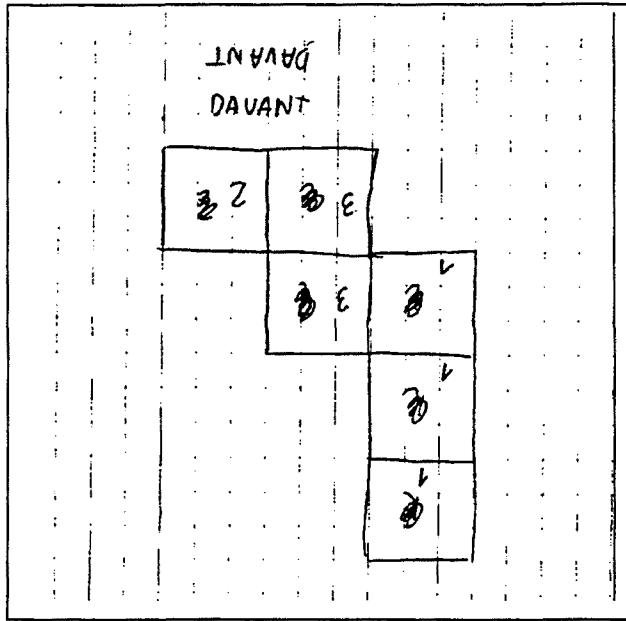


Fig. 4, A.C.

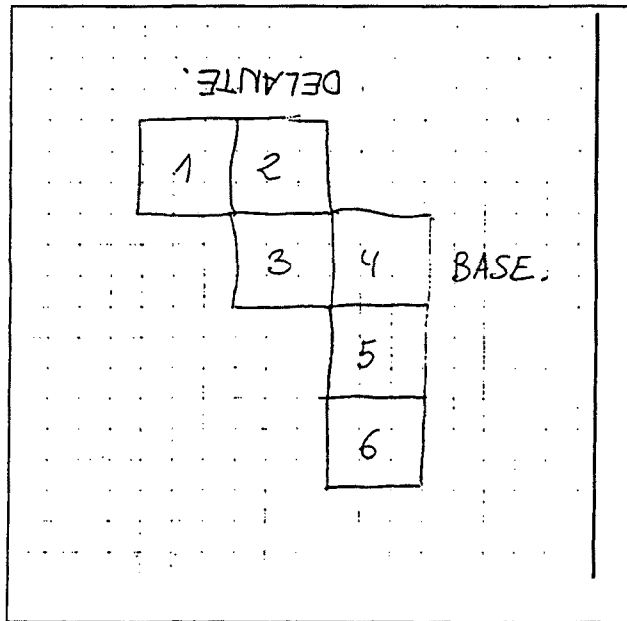


Fig. 5, A.B.

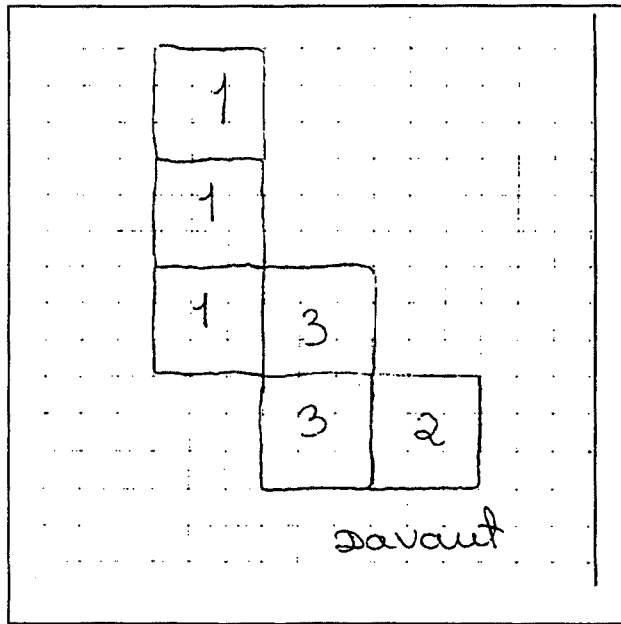


Fig. 6, H.G.

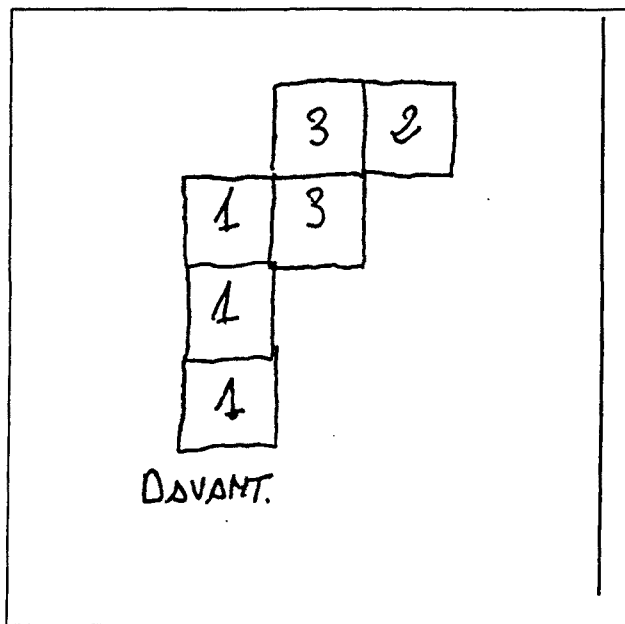


Fig. 7, A.P.

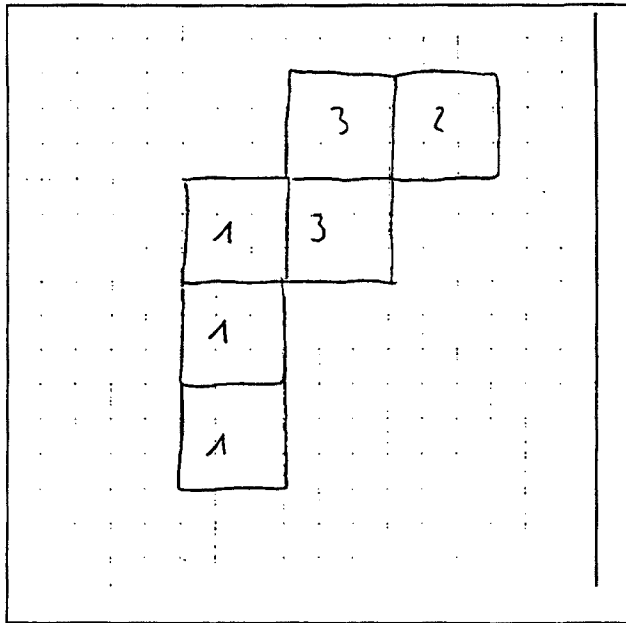


Fig. 8, J.N.

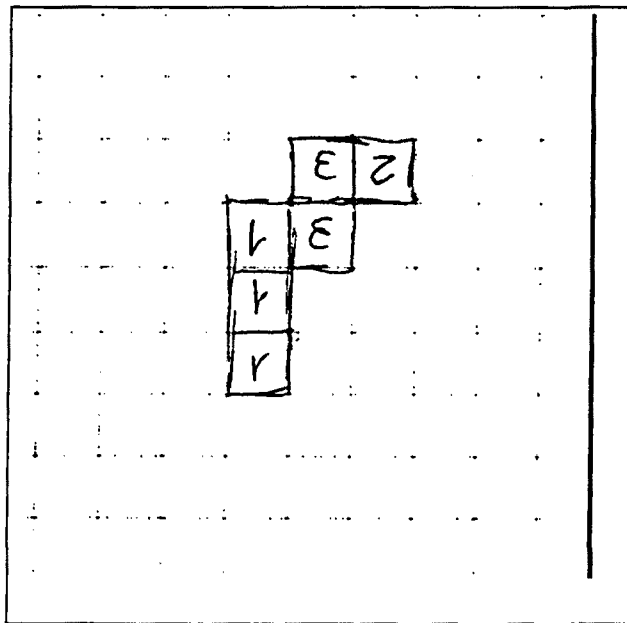


Fig. 9, O.P.

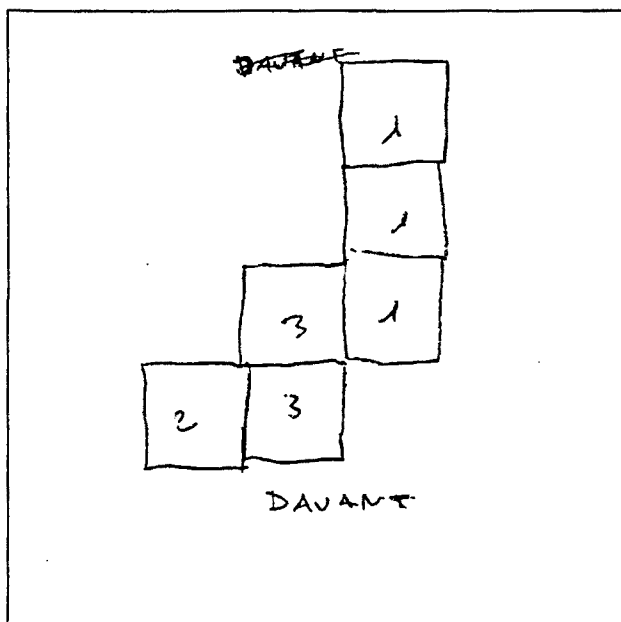


Fig. 10, S.R.

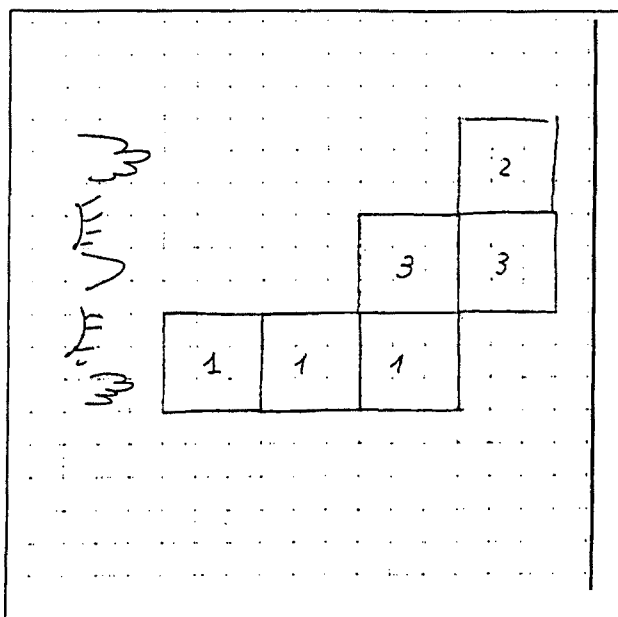


Fig. 11, M.S.

7.6.9 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat '3—B.'

Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: dibuix, planta amb codi numèric i verbal.
- Formulació: —
- Forma de resposta: objecte construït amb cubs.
- Context: sense significat real.
- Acció requerida: construcció.
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.
- Complexitat objecte: senzill.

La figura representa l'esquema de construcció d'un objecte a partir de cubs.

DAVANT

Construeix l'objecte de manera que et quedi al davant la seva cara de darrera.

Activitat 3—B

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies.

Interpretació de l'enunciat.

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat, més concretament de les condicions del requeriment geomètric de l'activitat, observem que:

- 9 alumnes fan una interpretació que implica un canvi de posició del subjecte. D'aquests:

- 6 entenen que cal construir l'objecte tal com es veuria des de la part del darrera d'aquest:

A.C.-I.I. ... em diu que construeixi aquest... l'objecte que es veuria des de la part de darrera.

- 2 alumnes interpreten que cal construir-lo tal com el veuria una persona asseguda davant seu:

A.B. ... y tengo que construir el objeto, como si yo fuera la persona que está enfrente mio.

- Només 1 alumne fa les dues interpretacions anteriors com a sinònimes:

H.G. ... doncs que... que construeixi aquest objecte... però com es veuria per la part de ... darrera

...

sí, com ho veuria un home que estigués davant meu.

- 15 dels entrevistats fan una interpretació que implica un canvi de posició de l'objecte. D'aquests:

- 4 entenen que cal construir l'objecte tal com es veuria després de girar-lo:

C.V. ... que giri la figura, que la part del darrera estigui a davant i el davant a darrera... construir-la.

- els 11 restants interpreten textualment el que deia l'enunciat:

A.C. Construir-la amb això (els cubs) com... que em quedi al davant la seva cara de darrera, o sigui, això (ho assenyala) al davant meu.

Respostes.

En aquest apartat, analitzem la correcció de les produccions, en aquest cas les construccions fetes pels alumnes. Ens interessa estudiar, a més de la correcció de les respostes, els possibles errors, per tant, analitzem també si han fet la inversió dreta/esquerra, i la inversió davant/darrera, i recollim la manera com han construït l'objecte de la resposta. En relació a aquests aspectes, observem:

- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:
 - 12 dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra,
 - 8 alumnes no fan la inversió.
 - 4 dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra, però després de girar ja sigui el full d'instruccions, o part de l'objecte al construir-lo.
- Pel que fa a la inversió davant/darrera:
 - 18 dels alumnes fan correctament la inversió davant/darrera,
 - 2 alumnes no fan la inversió.
 - 4 dels alumnes fan correctament la inversió davant/darrera, però després de girar ja sigui el full d'instruccions, o part de l'objecte al construir-lo.
- Pel que fa a l'objecte construït:
 - tots els alumnes, menys 2, construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs. D'aquests dos:
 - * 1 corregeix el seu error al preguntar-li si l'objecte estava complet.
 - * L'altre construeix un objecte que no és ni congruent ni simètric respecte el donat.
- Analitzant la correcció global de la resposta, veiem que:
 - 11 construeixen correctament l'objecte que els demanem.
 - 4 construeixen correctament l'objecte demanat, però després de girar, ja sigui el full d'instruccions, ja sigui part de l'objecte al construir-lo.
 - 8 alumnes construeixen un objecte simètric respecte del donat. D'aquests:
 - * 7 fan el simètric respecte d'un pla paral·lel a la cara del *davant*.
 - * Només 1 construeix el simètric respecte d'un pla paral·lel a la cara lateral esquerra de l'objecte donat.

- o 1 alumne construeix un objecte que no és ni congruent ni simètric respecte el donat.
- Recollim també la manera com han construït els objectes:
 - o 7 alumnes construeixen l'objecte fent primer la capa inferior tenint en compte les inversions, i després, el completen seguint els instruccions.
 - o 17 alumnes el construeixen a partir de prismes de base un quadrat formats per cubs apilats.

Estratègies en els processos de resolució.

Per aquesta activitat, no observem cap estratègia de resolució prou significativa.

Una vegada han acabat de construir l'objecte, els preguntem com han sabut què és el que cal fer. Agrupem en dos blocs els alumnes, segons l'estratègia de processament utilitzada sigui visual —imagineu canvis de posició del subjecte o de l'objecte—, o verbal —no diuen haver imaginat res.

- 9 dels alumnes manifesten haver utilitzat estratègies de processament visual ja que diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests:
 - o 2 diuen que han imaginat que estaven situats a l'altra banda de la figura:

C.S. Pues... me he imaginado como si estuviera delante mio...
 - o 6 alumnes diuen que han imaginat que giren la figura:

M.L. Le he dado la vuelta a ésto, al plano,
...
me he imaginado la forma del plano, pero como si estuviese de la otra forma...
 - o Només 1 alumne, diu que ha imaginat que estava situat a l'altra banda de la figura, alhora que imagina que gira la figura:

S.I. Me he puesto como si estuviese por detrás
...
me he imaginado que estaba detrás y le he dado la vuelta al dibujo
...
me imagino que lo hago.

- 11 dels alumnes no diuen en cap moment que imaginin la situació, sinó que resolen la tasca utilitzant estratègies de processament verbal. D'aquests:
 - 4 expliquen com l'han resolt argumentant la inversió davant/darrera:

A.P. jo el veig així, doncs si, si, si això és el davant s'ha de veure al darrera, doncs si això és el darrera lo que està al darrera ha d'anar al davant, o sigui donant-li la volta.
 - 3 alumnes expliquen que l'han resolt fent la inversió dreta/esquerra:

A.F. L'esquerra, l'esquerra meva, pel del davant seria la seva dreta...
 - 2 diuen que l'han resolt fent la inversió davant/darrera i la inversió dreta/esquerra:

J.N. Bueno, hi, hi dibuixat aquesta cara ... que estigués a davant meu ... bueno hi construït

...

la... la cara de... que acabava darrera meu,

...

la cara del dos i el tres... i portava aquesta que és el número dos i quedava la de l'esquerra i la de la dreta, bueno llavors he canviat de posició.
 - Només 1 alumne, argumenta que s'ha basat en la simetria per a resoldre l'activitat:

O.P. He anat col.locant els mateixos daus i, com es diu, ... i la... simetria, la simetria i els he col.locat.
 - Només 1 alumne, explica com es veuria si el subjecte s'hagués canviat de posició, però no diu en cap moment haver imaginat la situació:

M.C. Pues si me he situado de manera que lo viera desde aquí, ...
- Hi ha 4 alumnes que no han resolt la tasca fent un processament verbal, però tampoc un processament visual en el sentit que hem establert. Aquests alumnes resolen la rotació de l'objecte no amb un processament mental sinó a través dels recursos auxiliars. Així, veiem que:
 - 3 d'aquests alumnes, abans d'iniciar la construcció de l'objecte, giren 180° el full de l'enunciat, i a partir d'aquí el construeixen. Al caracteritzar el tipus de processament utilitzat per a decidir que cal girar el full d'instruccions, en funció de l'explicació donada considerem que d'aquests alumnes:

- * 1 utilitza una estratègia de processament verbal:

A.C. Li he donat la volta al plànol, perquè es veu més clar, perquè sinó lo de... lo de la meua dreta és la seva esquerra...

- * els altres 2 manifesten estratègies de processament visual:

E. Per què has donat la volta al full de l'enunciat?

P.G. Per... perquè com l'altra persona, ho veuria... ho veuria al revés, pues m'he posat al revés, i és més segur, no? que és veu que és així

...

bueno, pues m'ho he imaginat, bueno m'he anat jo a l'altre costat.

- o 1 alumne construeix la primera capa de l'objecte amb la mateixa orientació que la figura del full d'instruccions, la gira 180°, i després l'acaba, seguint les instruccions de *l'esquema de construcció*. Al caracteritzar el tipus de processament utilitzat per aquest alumne considerem que ha utilitzat una estratègia de processament verbal:

A.B. He construido la base, primero tal como yo lo veo, así ¿no? como me lo representan aquí y luego le he dado la vuelta a la base y he ido colocando las, las, los cubos que tenía arriba

...

porque ... cambio, cambio la posición del, de la figura y la cara que antes tenía opuesta pues la pongo enfrente.

Pel que fa al tipus d'aproximació a la forma de les figures, per aquesta activitat, observem que la majoria d'estratègies d'aproximació recollides han estat d'aproximació parcial. Així, observem:

- Només 2 alumnes manifesten estratègies d'aproximació global:

C.V. Doncs del revés, sí, tot del revés...

- Els altres 22 alumnes han utilitzat estratègies d'aproximació parcial. Aquestes estratègies es poden agrupar en blocs, segons on fixen la seva atenció:

- o 4 dels alumnes centren la seva atenció en la posició relativa de les parts de l'objecte respecte de l'observador:

J.N. ... quedava la de l'esquerra i la de la dreta, bueno, llavors he canviat de posició.

- o 5 dels alumnes treballen en funció de la posició relativa dels quadrats de l'*esquema de construcció*:

M.C. ... pues aquí dos... detrás del tres otros tres y detrás iban...

- o 10 dels alumnes fixen la seva atenció en alguna part significativa de la figura, la inverteixen, i a partir d'aquí, completen la seva construcció. D'aquests:

- * 4 fixen la seva atenció en la part del davant de la figura:

O.P. ... intentava posar... les figures del radera, davant, vull dir... aquesta part d'aquí, llavors aquí i... he anat tirant....

- * 6 fixen la seva atenció en el que seria la base de l'objecte:

C.S. ... de la forma que quedaba la figura,... le he colocado la base y luego ya le he ido poniendo lo demás, la altura ...

- o 3 alumnes, després de girar el full d'instruccions, construeixen el seu objecte, fixant-se en la posició concreta de cada apilament de cubs:

S.F. Le he dado la vuelta a la hoja... y luego he ido colocando la cantidad de cubos que me iban pidiendo para construir la figura.

En els processos de resolució hem observat els següents **recursos auxiliars** significatius:

- 5 alumnes giren en algun moment el full:
 - o 3 d'aquests el giren abans d'iniciar la resolució de l'activitat.
 - o els altres 2 giren el full de l'enunciat per verificar la correcció de la seva construcció.
- 1 alumne gira la base de l'objecte en el procés de resolució.
- 6 alumnes mouen les mans quan expliquen el seu procés de resolució. D'aquests:
 - o 1 assenyalava com caldria mirar l'objecte.
 - o 1 assenyalava on seria la nova posició de l'observador.
 - o 3 per indicar la part de l'objecte a la que s'estan referint.
 - o 1 per indicar el tipus de gir que caldria efectuar sobre l'objecte.

- 1 alumne inclina el cos en diverses posicions per verificar la correcció de la seva construcció.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució⁸⁰, així com el nombre de respostes correctes i errors a què s'arriba a través de cadascun d'ells.

itineraris	[no imagina	[parcial (1)	[correctes: 7
				incorrectes: 6		
]	[imagina	[parcial (2)	[
			incorrectes: 2			
				global (3)	[correctes: 1
						incorrectes: 1

Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes, i si les respostes⁸¹ que han donat són correctes⁸² o no:

⁸⁰Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

⁸¹Indiquem amb un * les respostes dels 4 alumnes que resolen la rotació de l'objecte no amb un processament mental en el sentit establert, sinó a través dels recursos auxiliars. Per a classificar les estratègies de processament d'aquests alumnes ens hem basat, com ja hem esmentat, en el tipus de processament utilitzat per a decidir que cal girar el full d'instruccions, o la base de la figura.

⁸²Indiquem amb una *b* les respostes dels alumnes que són totalment correctes, i amb una *m* les d'aquells alumnes que cometen algun tipus d'error.

Alumne	global	parcial	visual	verbal	resposta
01		x		x	b*
02		x	x		b*
03		x	x		b
04		x		x	b
05		x		x	m
06		x		x	m
07		x	x		m
08		x		x	b
09		x	x		b
10		x		x	m
11		x		x	b
12		x		x	b
13		x		x	b*
14		x	x		b*
15		x	x		b
16		x		x	m
17		x		x	m
18		x	x		b
19		x		x	m
20	x		x		b
21		x	x		m
22		x	x		b
23		x		x	b
24	x		x		m

Taula 7.6.9.1: Estratègies utilitzades per cadascun dels alumnes.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 3 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament visual.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament visual.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1	—	2	3
casos	13	—	9	2

Taula 7.6.9.2: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Per aquesta activitat, els errors i dificultats en la utilització del llenguatge geomètric no són significatius.

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la interpretació de l'enunciat.

Analitzem si la interpretació que fan de l'enunciat els alumnes ve determinada, d'alguna manera, pels valors de les variables que els identifiquen. També, analitzem si el fet d'entendre l'enunciat està lligat a respondre correctament. Pel que fa a la interpretació de l'enunciat, observem que:

- Gairebé dues terceres parts dels entrevistats —15 de 24— fan una interpretació que implica un canvi de posició de l'objecte.
- La variable sexe no produeix tendències⁸³.
- La variable escolarització no produeix tendències⁸⁴.

⁸³Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 nois i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

⁸⁴Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- Pel que fa a la relació entre interpretació de l'enunciat i correcció de la resposta observem:
 - El fet d'interpretar l'enunciat d'una manera o de l'altra no porta a diferències significatives entre els errors i els encerts en la resposta.

En la resposta.

Estudiem si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada. Per aquesta activitat, no analitzem únicament les diferències existents pel que fa a la correcció de la resposta, sinó també les possibles diferències entre grups d'alumnes segons els errors comesos i segons la manera de construir l'objecte. Així, observem:

- Pel que fa a respondre correctament⁸⁵ o no:
 - Més de la meitat dels alumnes —11 de 20— responen correctament.
 - La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - * Els nois tendeixen a respondre correctament —8 encerts i 3 errors.
 - * Les noies tendeixen a equivocar-se —3 encerts i 6 errors.

Aquestes tendències, però no es confirmen amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:
 - Més de la meitat dels alumnes —12 de 20— fan la inversió dreta/esquerra.
 - La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - * Els nois tendeixen a fer la inversió correctament —8 la fan i 4 no.
 - * Les noies tendeixen a no fer la inversió —3 la fan i 5 no.

Aquestes tendències però no es confirmen amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió davant/darrera:
 - Tots els alumnes menys dos fan la inversió davant/darrera.

⁸⁵Per a l'anàlisi de la significació de diferències considerem només aquelles respostes que no han estat obtingudes invertint el full de l'enunciat ni l'objecte de la resposta, sinó que han estat resultat realment d'un processament mental.

Per tant, no té sentit fer un estudi de tendències respecte les variables.

- En relació a la manera com han construït els objectes —construint inicialment la base invertida i completant, o a partir de prismes formats per cubs apilats—, observem que:
 - La variable sexe produeix tendències importants:
 - * Els nois es reparteixen entre els que construeixen inicialment la base invertida i a partir d'aquesta completen l'objecte, i els que el construeixen a partir de prismes formats per cubs apilats.
 - * Les noies tendeixen a construir l'objecte a partir de prismes formats per cubs apilats —5 nois i 12 noies.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.6875$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de construir l'objecte de la resposta d'una manera o d'una altra ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, les noies construeixen l'objecte a partir de prismes formats per cubs apilats, i els nois, es reparteixen entre els que ho fan d'aquesta manera i els que el construeixen a partir d'una base formada per cubs invertida respecte l'original i després el completen.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre de construccions correctes i incorrectes recollides sota cada manera de fer-ho són lleugerament diferents:
 - * Construir la resposta a partir d'una primera capa invertida, tendeix a portar a respostes correctes —5 encerts i 1 error.
 - * Construir la resposta a partir de prismes, porta a resultats repartits entre encert i error amb una certa tendència a l'error —6 encerts i 8 errors.

Aquesta diferència no es produeix amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions posteriors.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que hi ha nois i noies que resolen la tasca imaginant canvis de posició, ja sigui de l'objecte o del propi subjecte, i d'altres, que parlen de com seria l'objecte resultant de l'activitat sense dir, en cap moment, que hagin imaginat canvis de posició. Ens interessa, per tant, comparar les dades dels alumnes que manifesten haver utilitzat estratègies de processament visual, amb les dels que diuen haver-se servit d'estratègies de processament verbal.

A partir de les taules, pel que fa a les estratègies de processament⁸⁶ observem el següent:

- El nombre d'estratègies de processament visual recollides és pràcticament igual al d'estratègies de processament verbal —11 i 13 respectivament.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors recollits sota cada tipus d'estratègia de processament, no observem cap diferència important.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que apareixen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures, les aproximacions parcials i les aproximacions globals. Malgrat això, gairebé tots els alumnes —22 de 24— han utilitzat estratègies d'aproximació parcial. Per aquest motiu, no té sentit analitzar comparativament les dades dels que utilitzen cadascun d'aquests tipus d'estratègies, ni tampoc estudiar comparativament els nombre d'errors i d'encerts recollits sota cada tipus d'aproximació. Interpretem que aquesta tendència generalitzada a la utilització d'estratègies d'aproximació parcial és deguda al tipus d'acció requerida i al grau poc elevat de complexitat de l'objecte.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment, i estudiem si determinats processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, així com el nombre de respostes correctes i el d'errors corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

⁸⁶Per a fer aquest estudi comparatiu considerem també les dades dels 4 alumnes que resolen la rotació de l'objecte no amb un processament mental en el sentit establert, sinó a través dels recursos auxiliars. Per a classificar les estratègies de processament d'aquests alumnes ens hem basat, com ja hem esmentat, en el tipus de processament utilitzat per a decidir que cal girar el full d'instruccions, o la base de la figura. Cal tenir en compte que la inclusió de les dades d'aquests alumnes no modifica les conclusions ja que es mantenen les proporcions.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	7*	6*	3*	2	8*	7**	6	13**
VER/GLO	–	–	–	–	–	–	–	–
VIS/PAR	4	5*	3	2	4*	7**	2	9**
VIS/GLO	1	1	–	2	–	1	1	2

Taula 7.6.9.3: Nombre de representants⁸⁷ de cadascun dels grups i nombre de respostes correctes i errors segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de la taula 6.7.9.3, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Els processos VER/PAR superen lleugerament la meitat dels recollits —13 de 24.
- Hi ha una forta tendència a la utilització de processos amb components parcials —22 dels 24 processos tipificats tenen components parcials.
- Els processos es reparteixen entre els de components visuals i els de components parcials —hem recollit 13 processos tipificats amb components verbals, i 11, amb components visuals.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la proporció d'encerts i errors recollits sota cadascun dels diversos processos tipificats, tampoc observem diferències.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de l'activitat, observem que una mica més d'un terç dels alumnes fan una interpretació que implica un canvi de posició del subjecte. La resta dels entrevistats fan una interpretació que implica un canvi de posició de l'objecte.

⁸⁷El nombre d'asterisc que acompanyen alguna de les quantitats fa referència al nombre d'alumnes que resolen la rotació de l'objecte no amb un processament mental en el sentit establert, sinó a través dels recursos auxiliars, inclosos en cada grup. Les estratègies de processament d'aquests alumnes, les hem inclòs en un grup o un altre en funció del tipus de processament utilitzat per a decidir que cal girar el full d'instruccions, o la base de la figura.

A l'hora de **respondre** l'activitat, veiem que la meitat dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra i un terç no la fan. La resta dels alumnes, fan correctament la inversió dreta/esquerra, però havent girat ja sigui el full d'instruccions, o part de l'objecte al construir-lo.

En relació a la inversió davant/darrera, observem que dues terceres parts dels alumnes la fan correctament, 2 alumnes no la fan, i la resta, dels alumnes la fan correctament, però després de girar ja sigui el full d'instruccions, o part de l'objecte al construir-lo.

Pel que fa a l'objecte construït, observem que tots els alumnes, menys 2, construeixen tot l'objecte amb un nombre correcte de cubs. D'aquests dos, 1 corregeix el seu error al preguntar-li si l'objecte estava complet, i l'altre, construeix un objecte que no és ni congruent ni simètric respecte el donat.

Analitzant la correcció global de la resposta, veiem que gairebé la meitat dels entrevistats construeixen correctament l'objecte que els demanem. Hi ha 4 alumnes que el construeixen correctament, però després de girar ja sigui el full d'instruccions, ja sigui part de l'objecte al construir-lo. Més d'un terç dels alumnes, construeixen un objecte simètric respecte del donat. D'aquests, tots menys un, fan el simètric respecte d'un pla paral·lel a la cara del *davant*.

En relació a la manera com han construït els objectes, veiem que gairebé un terç dels alumnes construeixen l'objecte fent primer la capa inferior tenint en compte les inversions, i després el completen seguint els instruccions. La resta d'alumnes, el construeixen a partir de prismes de base quadrada formats per cubs apilats.

Pel que fa a les **estratègies en els processos de resolució**, agrupem en dos blocs els alumnes en funció de les estratègies de processament observades en el procés descrit, ja que per aquesta tasca no observem cap estratègia de resolució prou significativa. Més d'un terç dels alumnes manifesten haver utilitzat estratègies de processament visual ja que diuen imaginar la situació d'alguna manera. D'aquests, la majoria diuen que han imaginat que giren la figura, i la resta, expliquen que han imaginat que estaven situats a l'altra banda de la figura.

Gairebé la meitat dels alumnes no diuen en cap moment que imaginin la situació, sinó que resolen l'activitat utilitzant estratègies de processament verbal. D'aquests, alguns expliquen que l'han resolt argumentant la inversió davant/darrera, d'altres, fent la inversió dreta/esquerra, i alguns, fent les dues inversions. És interessant recollir una argumentació que, encara que minoritària, és important. Així, veiem que hi ha un alumne que argumenta que s'ha basat en la simetria per a resoldre l'activitat.

Hi ha 4 alumnes que no han resolt l'activitat fent un processament verbal, però tampoc un processament visual en el sentit que hem establert. Aquests alumnes

resolen la rotació de l'objecte no amb un processament mental, sinó a través de recursos auxiliars. Així, veiem que 3 d'aquests alumnes abans d'iniciar la construcció de l'objecte giren 180° el full de l'enunciat, i a partir d'aquí el construeixen. Un altre alumne construeix la primera capa de l'objecte amb la mateixa orientació que la figura del full d'instruccions, la gira 180°, i després l'acaba seguint les instruccions de *l'esquema de construcció*.

Caracteritzem les estratègies de processament d'aquests alumnes en funció de l'explicació donada quan justifiquen perquè han utilitzat un determinat recurs auxiliar. Considerem, així, que d'aquests alumnes, 2 utilitzen una estratègia de processament verbal, i els altres 2, de processament visual.

Pel que fa al tipus d'aproximació a la forma de les figures, per aquesta activitat, observem que les estratègies d'aproximació recollides han estat totes, menys dues, d'aproximació parcial. Les estratègies d'aproximació es poden agrupar en blocs segons on els alumnes centren la seva atenció.

La majoria dels alumnes fixen la seva atenció en alguna part significativa de la figura, la inverteixen, i a partir d'aquí completen la seva construcció. D'aquests, aproximadament la meitat fixen la seva atenció en la part el davant de la figura, i els altres, en el que seria la base de l'objecte. La resta dels alumnes, centren la seva atenció o bé en la posició relativa de les parts de l'objecte respecte de l'observador, o bé en la posició relativa dels quadrats de *l'esquema de construcció*. Els 3 alumnes que giren el full d'instruccions, construeixen el seu objecte fixant-se en la posició concreta de cada apilament de cubs.

En els processos de resolució hem observat recursos auxiliars significatius. Gairebé una quarta part dels alumnes giren en algun moment el full, alguns el d'instruccions abans d'iniciar la resolució de l'activitat, i d'altres, el de l'enunciat per verificar la correcció de la seva construcció. Només un alumne gira la base de l'objecte en el procés de resolució.

Un quart dels alumnes mouen les mans quan expliquen el seu procés de resolució. La majoria d'ells, per indicar la part de l'objecte a la que s'estan referint, i els altres, per mostrar com caldria mirar l'objecte, per assenyalar on seria la nova posició de l'observador, o per indicar el tipus de gir que caldria efectuar sobre l'objecte. Només un alumne inclina el cos en diverses posicions per verificar la correcció de la seva construcció.

Per a establir itineraris en els processos de resolució, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de processament:
 - visual, imaginar canvis de posició ja siguin del subjecte o de l'objecte
 - verbal, resoldre la situació sense imaginar.
- d'aproximació a la forma:
 - parcial,
 - global.

La identificació d'aquestes estratègies, en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 3 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament visual.
- 3.- Fent aproximacions globals a la forma de l'objecte, i utilitzant estratègies de processament visual.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1	—	2	3

Taula 7.6.9.4: Processos tipificats.

Per aquesta activitat, els errors i dificultats en la utilització del llenguatge geomètric no són significatius.

Per a poder determinar l'existència de **tendències**, analitzem si els de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats d'alguna manera a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats. Analitzem també si la diferència de comportament en els aspectes estudiats porta de manera diversa a resultats correctes o incorrectes.

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat, observem que:

- Gairebé dues terceres parts dels entrevistats fan una interpretació que implica un canvi de posició de l'objecte.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no dona lloc a tendències.
- El fet d'interpretar l'enunciat d'una manera o de l'altra, no porta a diferències significatives entre els errors i els encerts en la resposta.

A l'estudiar l'existència de tendències en la resposta, analitzem, a més de les diferències pel que fa a la correcció, les possibles diferències entre grups d'alumnes segons els errors comesos, i la manera com han construït l'objecte de la resposta. En aquest sentit, observem:

- Pel que fa a respondre correctament:
 - Més de la meitat dels alumnes responen correctament.
 - La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - * Els nois tendeixen a respondre correctament.
 - * Les noies tendeixen a equivocar-se.

Aquestes tendències, però no es confirmen amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió dreta/esquerra:
 - Més de la meitat dels alumnes fan la inversió.
 - La variable sexe produeix lleugeres tendències:
 - * Els nois tendeixen a fer la inversió correctament.
 - * Les noies tendeixen a no fer la inversió.

Aquestes tendències però no es confirmen amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.
 - La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la inversió davant/darrera:
 - Tots els alumnes menys dos fan la inversió.

- En relació a la manera com han construït els objectes observem que:
 - La variable sexe produeix tendències importants:
 - * Els nois es reparteixen entre els que construeixen inicialment la base invertida i a partir d'aquesta completen l'objecte, i els que el construeixen a partir de prismes formats per cubs apilats.
 - * Les noies tendeixen a construir l'objecte a partir de prismes formats per cubs apilats.

A partir de les taules, obtenim un valor de $\chi^2 = 4.6875$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que el fet de construir l'objecte de la resposta d'una manera o d'una altra ve condicionat pel sexe. Així, en el 95% dels casos, les noies construeixen l'objecte a partir de prismes formats per cubs apilats, i els nois, es reparteixen entre els que ho fan d'aquesta manera i els que el construeixen a partir d'una base formada per cubs, invertida respecte l'original, i després el completen.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre de construccions correctes i incorrectes recollides sota cada manera de fer-ho són lleugerament diferents:
 - * Construir la resposta a partir d'una primera capa invertida tendeix a portar a respostes correctes.
 - * Construir la resposta a partir de prismes porta a resultats repartits entre encert i error amb una certa tendència a l'error.

Aquesta diferència no es produeix amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer afirmacions posteriors.

A l'estudiar les tendències en les **estratègies de processament**, observem el següent:

- El nombre d'estratègies de processament visual recollides és pràcticament igual al d'estratègies de processament verbal.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a encerts i errors recollits sota cada tipus d'estratègia de processament, no observem cap diferència important.

Per aquesta activitat, no té sentit identificar tendències en les **estratègies d'aproximació** ja que tots els alumnes, menys dos, han utilitzat estratègies d'aproximació parcial. Interpretem que aquesta tendència generalitzada a la utilització d'estratègies d'aproximació parcial és deguda al tipus d'acció requerida i al grau poc elevat de complexitat de l'objecte.

A l'analitzar si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als **processos tipificats**, i estudiar si determinats processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes, observem:

- Els processos VER/PAR superen lleugerament la meitat dels recollits.
- Hi ha una forta tendència a la utilització de processos amb components parcials.
- Els processos es reparteixen entre els de components visuals i els de components parcials.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a la proporció d'encerts i errors recollits sota cadascun dels diversos processos tipificats, tampoc observem diferències.

Referències bibliogràfiques del capítol 7.

Bishop, A.J., (1980a): 'Spatial abilities and mathematics education. A review.' *Educational Studies in Mathematics* 11, pp. 257-269.

Bishop, A.J., (1983): 'Space and Geometry' en R. Lesh, M. Landau, (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press Inc., Orlando, Florida, USA, pp. 175-203.

Bliss, J., Ogborn, J., (1979): 'The analysis of qualitative data.' *European Journal of Science Education* 1(4), pp. 427-440.

Bliss, J., Monk, M., Ogborn, J., (Eds.), (1983): *Qualitative data analysis for Educational Research. A guide to uses of systemic networks*. Croom Helm, Londres i Camberra.

Booth, L., (1984): *Algebra: children's strategies and errors*. Windsor: NFER-NELSON, Londres.

Burden, L.D., Coulson, S.A., (1981): *Processing of Spatial Tasks*. M. Ed. Thesis, Monash University, Melbourne.

Clements, K., (1981b): 'Visual Imagery and School Mathematics. Part I.' *For the Learning of Mathematics*, Nov. 1981, 2(2), pp. 2-9.

Clements, K., (1982): 'Visual Imagery and School Mathematics. Part II.' *For the Learning of Mathematics*, Mar. 1982, 2(3), pp. 33-38.

Ericson, K.A., Simon, H.A., (1980): 'Verbal reports as data.' *Psychological Review* 87(3), pp. 215-251.

Kerslake, D., (1986): *Fractions: children's strategies and errors*. Windsor: NFER-NELSON.

Krutetskii, V. A., (1976): *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*, University of Chicago Press, Chicago.

Lahrizi, H., (1984): *Étude de l'habilité à visualiser des relations géométriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves-professeurs au Maroc*, Thèse, Université Mohamed V, Rabat, Maroc.

Lean, G. A., (1981): *An Investigation of the Spatial and Mathematical Ability Constructs*. Unpublished M. Phil. thesis, University of Cambridge.

Lean, G. A., Clements, M. A., (1981): 'Spatial ability, visual imagery and mathematical performance.' *Educational Studies in Mathematics* 12(3), pp. 1-33.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Stein, M.K., (1990): 'Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching.' *Review of Educational Research*, Spring 1990, 60(1), pp. 1-64.

Lohman, D.F., (1979a): 'Spatial Ability: a Review and Reanalysis of the Correlational Literature' en *Technical Report n. 8. Aptitude Research Project*, School of Education, Stanford University, October 1979.

Lohman, D.F., (1979b): 'Spatial Ability: Individual Differences in Speed and Level' en *Technical Report n. 9. Aptitude Research Project*, School of Education,

Stanford University, October 1979.

Miles, M.B., Huberman, A.M., (1984): *Qualitative data analysis: A sourcebook of new methods*. Sge Publications. Beverly Hills.

Nussbaum, J., Novak, J.D., (1976): 'An Assessment of Children's Concepts of the Earth Utilizing Structured Interviews.' *Science Education* 60(4), pp. 535-550.

Presmeg, N.C., (1985): *The Role of Visually Mediated Processes in High School Mathematics: A Classroom Investigation*, Unpublished PhD Dissertation. University of Cambridge.

Presmeg N. C., (1986a): 'Visualisation in high school mathematics.' *For the Learning of Mathematics* 6(3), pp. 43-44.

Presmeg N. C., (1986b): 'Visualisation and mathematical giftedness.' *Educational Studies in Mathematics* 17(3), pp. 297-311.

Richardson, A., (1977): 'The meaning and measurement of memory imagery.' *British Journal of Psychology* 68, pp. 29-43.

Capítol 8

Conclusions del problema principal.

En aquest capítol, presentem les conclusions del *problema principal*. En la primera secció, presentem el sumari i les conclusions parcials dels sis objectius plantejats i, en la segona, les conclusions generals del *problema principal*.

8.1 Sumari i conclusions parcials del problema principal.

El *problema principal* pretén:

Establir una tipologia de processos de resolució, i en particular, analitzar i caracteritzar estratègies, dificultats i errors apareguts en els processos de resolució, i associar-les, quan sigui possible, a grups d'incidència.

Segons això, ens plantegem la següent qüestió:

Les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades al qüestionari en les qüestions d'orientació, depenen de diferències de comportament en el procés de resolució de l'activitat?

Aquesta primera qüestió es concreta en tres més:

Es pot establir una tipologia de processos de resolució i, en particular, es poden establir tipologies d'estratègies, dificultats i errors en