

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Departament de Pedagogia Aplicada

TESI DOCTORAL

ESTRATÈGIES, DIFICULTATS I ERRORS  
EN ELS APRENENTATGES  
DE LES HABILITATS ESPACIALS

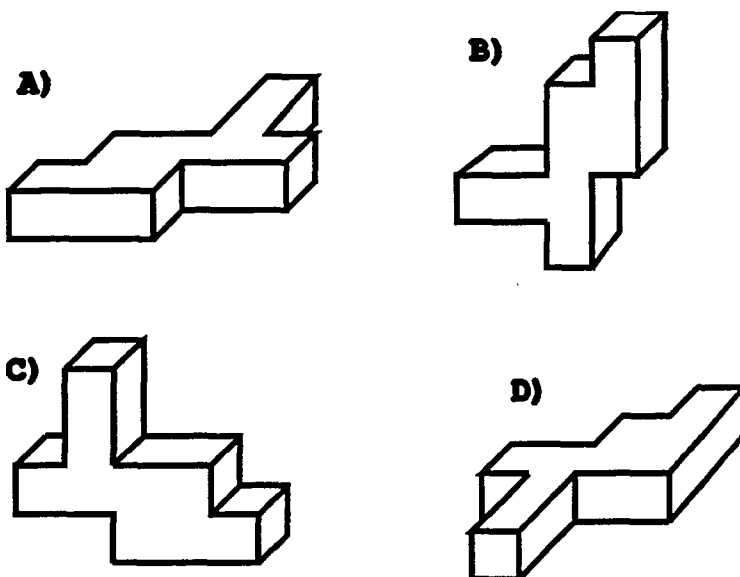
NÚRIA GORGORIÓ

*J.º B.º*  
*Adalberto Ferrández*

Director: Adalberto Ferrández

Bellaterra, maig del 1994

Entre els objectes següents n'hi ha tres que són iguals però estan col·locats en diferents posicions. N'hi ha un que encara que canviï la seva posició no és igual a cap dels altres tres. Quin és A, B, C o D?



Activitat item 19.

- En 5 de les interpretacions recollides es fa referència a la igualtat de les figures, però no al canvi de posició. Així:
  - 2 d'aquests alumnes diuen entendre que hi ha 3 figures iguals, i 1 diferent i que han de trobar la que és diferent:
 

*C.V. Hi ha tres figures que són iguals i una que és diferent; quina és aquesta figura?*
  - els altres 3 diuen que han de buscar l'objecte que és diferent:
 

*E.S. ... quin és el que no sigui igual.*
- Les altres 12 interpretacions inclouen, en major o menor grau, el fet de que hi intervé també un canvi de posició. Així:

## Capítol 8

# Conclusions del problema principal.

En aquest capítol, presentem les conclusions del *problema principal*. En la primera secció, presentem el sumari i les conclusions parcials dels sis objectius plantejats i, en la segona, les conclusions generals del *problema principal*.

### 8.1 Sumari i conclusions parcials del problema principal.

El *problema principal* pretén:

Establir una tipologia de processos de resolució, i en particular, analitzar i caracteritzar estratègies, dificultats i errors apareguts en els processos de resolució, i associar-les, quan sigui possible, a grups d'incidència.

Segons això, ens plantegem la següent qüestió:

*Les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades al qüestionari en les qüestions d'orientació, depenen de diferències de comportament en el procés de resolució de l'activitat?*

Aquesta primera qüestió es concreta en tres més:

*Es pot establir una tipologia de processos de resolució i, en particular, es poden establir tipologies d'estratègies, dificultats i errors en*

*els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica proposada és una rotació a l'espai?*

*Es poden associar tipologies de procés a grups d'incidència?, és a dir, els alumnes dels diferents grups d'incidència manifesten processos de resolució diferents? i, en particular, manifesten estratègies, dificultats i errors diferents en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica proposada és una rotació a l'espai?*

*De quina manera el comportament dels individus en relació a les estratègies, les dificultats i els errors, depèn de les característiques de l'activitat proposada quan la transformació geomètrica és una rotació a l'espai?*

Aquestes qüestions ens porten a plantejar les hipòtesis generals per al *problema principal*:

- Es poden tipificar les estratègies utilitzades pels alumnes en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Es poden tipificar les dificultats manifestades pels alumnes en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Es poden tipificar els errors comesos pels alumnes en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Les diferències de comportament dels individus dels diferents grups d'incidència en relació a estratègies, dificultats i errors depenen de les característiques de l'activitat.

A partir d'aquí, hem plantejat com **objectius del problema principal** els següents:

- 1. Analitzar i caracteritzar les diferents estratègies utilitzades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 2. Analitzar i caracteritzar les diferents dificultats manifestades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 3. Analitzar i caracteritzar els diferents errors comesos pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

- 4. Caracteritzar globalment els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 5. Comparar les estratègies, les dificultats i els errors observats en el comportament dels nois i les noies en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 6. Comparar les estratègies, les dificultats i els errors observats en el comportament dels alumnes de BUP, FP i EGB en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

### 8.1.1 Sumari i conclusions parcials del primer objectiu.

El primer objectiu pretén *analitzar i caracteritzar les diferents estratègies utilitzades pels alumnes en activitats on la geomètrica és una rotació a l'espai* fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se segons els següents criteris:
  - Estratègies de resolució.
  - Estratègies de processament.
  - Estratègies d'aproximació a la forma dels objectes.
  - Recursos auxiliars.
- 2. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies de resolució manifestades pels alumnes depenen de la situació i de la formulació de l'activitat.
- 3. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies de processament manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:
  - Estratègies de processament visual.
  - Estratègies de processament verbal.
- 4. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies d'aproximació a la forma dels objectes manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:
  - Estratègies d'aproximació global.

- o Estratègies d'aproximació parcial.
- 5. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai podem caracteritzar els recursos auxiliars utilitzats pels alumnes poden caracteritzar-se segons:
  - o Hi intervingui o no el material concret de l'activitat:
    - \* Gestuals, per referir-se al moviment, posició o parts de l'objecte.
    - \* Accions manipulatives que fan sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat.
  - o La finalitat que tinguin:
    - \* Superar les dificultats de llenguatge.
    - \* Simular el requeriment geomètric de l'activitat.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el primer objectiu pretén també els següents propòsits:

- 1. Descriure i caracteritzar les estratègies de resolució manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies de resolució.
- 2. Descriure i caracteritzar les estratègies de processament manifestades pels alumnes, tant les de processament visual com les de processament verbal. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies de processament.
- 3. Descriure i caracteritzar les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes, tant les d'aproximació global com les d'aproximació parcial. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies d'aproximació.
- 4. Descriure i caracteritzar els recursos auxiliars utilitzats pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen la utilització de recursos auxiliars.

### En relació a la caracterització de les estratègies.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) veiem que, les estratègies aparegudes en el procés de resolució de cadascuna d'elles es poden caracteritzar segons siguin estratègies de resolució, de processament, d'aproximació a la forma o recursos auxiliars, fet que confirma la hipòtesis 1 del primer objectiu del problema principal.

### En relació a les estratègies de resolució.

A continuació analitzem per a cada activitat on apareixen estratègies de resolució quines són aquestes i com depenen del context, del requeriment i de la formulació de l'activitat.

L'activitat *carrers* presenta la situació en un context amb significat real, requereix una interpretació i demana trobar de totes les opcions possibles la millor —de tots els camins possibles cal determinar un que permeti anar d'un punt determinat a un altre. Per aquesta tasca, les estratègies de resolució observades han estat indicar l'itinerari donant els noms dels carrers, comptant-los i donant-ne els noms o bé només comptant-los. Segons això veiem que, per aquesta activitat, les estratègies de resolució comporten diferents graus d'implicació en el context i per tant de la situació.

L'activitat *item 18 del qüestionari* presenta la situació en un context sense significat real, requereix interpretació i demana donat un model i quatre opcions de resposta, comparar les opcions amb el model per trobar la que compleix unes determinades condicions. Per aquesta, tasca les estratègies de resolució observades han estat descartar d'entrada part de les opcions o treballar amb totes. Segons això veiem que, per aquesta activitat, les estratègies de resolució depenen de la formulació de l'activitat.

L'activitat *item 19 del qüestionari* presenta la situació en un context sense significat real, requereix interpretació i demana trobar d'entre quatre opcions la que compleix una determinada condició. Per aquesta tasca les estratègies de resolució observades han estat escollir una de les opcions com a model i comparar-la amb les altres o treballar amb totes les opcions comparant-les entre elles. Segons això veiem que, per aquesta activitat, les estratègies de resolució depenen de la formulació de l'activitat.

L'activitat *item 36 del qüestionari* presenta la situació en un context amb significat real, requereix interpretació i demana d'entre quatre opcions trobar la que compleix unes determinades condicions. Per aquesta tasca, les estratègies de resolució observades han estat treballar amb les opcions considerant-les separadament

o barrejar la informació continguda en les diferents opcions referint-se o no a un dau de veritat. Segons això veiem que, per aquesta activitat, les estratègies de resolució comporten diferents graus d'implicació en el context —per tant de la situació— i també de la formulació de l'activitat.

Les activitats 1-A, 2-A i 3-A presenten la situació en un context sense significat real, requereixen construcció i demanen efectuar una acció sobre els objectes sota unes determinades condicions. Per aquestes activitats, l'única estratègia de resolució observada ha estat argumentar a priori la inversió dreta/esquerra relacionant-la amb la pròpia experiència a la vida real. Segons això veiem que, per aquestes activitats, l'única estratègia de resolució apareguda comporta la necessitat de trobar un context real que l'expliqui. Per tant, una vegada més l'estratègia de resolució depèn de la situació.

L'activitat 1-B presenta la situació en un context sense significat real, requereix construcció i demana efectuar una acció sobre un objecte sota unes determinades condicions. Per aquesta tasca, l'única estratègia de resolució observada ha estat argumentar que no calia construir un nou objecte sinó que era vàlid el mateix ja que en la situació real només cal interpretar la informació donada sota unes altres condicions. Segons això veiem que, per aquesta activitat, l'única estratègia de resolució apareguda comporta la necessitat de trobar un context real que l'expliqui. Per tant, una vegada més l'estratègia de resolució depèn de la situació.

Veiem doncs que les estratègies de resolució aparegudes en les diferents activitats depenen de la situació —des del punt de vista del tipus de context— i de la formulació de l'activitat fet que confirma la hipòtesi 2 del primer objectiu del problema principal. Més concretament, en les activitats on l'acció requerida és interpretar, les estratègies de resolució venen condicionades pel context i per la formulació i en les activitats on l'acció requerida és construir les estratègies de resolució venen condicionades únicament pel context.

En les activitats amb context amb significat real apareixen dos tipus d'estratègies de resolució segons comportin o no la implicació del subjecte en el context en el sentit d'extreure'n informació que no és imprescindible per a dur a terme el requeriment geomètric de l'activitat.

| Activitat      | Implicació context | No implicació context |
|----------------|--------------------|-----------------------|
| <i>Carrers</i> | 23                 | 1                     |
| <i>Item 36</i> | 5                  | 19                    |

**Taula 8.1.1.1:** Casos en que les estratègies de resolució comporten o no implicació del subjecte en el context per a les activitats amb



context amb significat real.

La taula 8.1.1.1 recull el nombre de casos en que les estratègies de resolució comporten o no implicació del subjecte en el context per a les activitats amb context amb significat real.

En les activitats amb context sense significat real apareix un únic tipus d'estratègia de resolució en la que el subjecte necessita basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat.

La taula següent recull el nombre de casos en que les estratègies de resolució comporten la recerca d'informació en l'experiència prèvia per a les activitats amb context sense significat real.

| Activitat | Informació experiència | No apareix est. resolució |
|-----------|------------------------|---------------------------|
| 1-A       | 6                      | 17                        |
| 2-A       | 6                      | 17                        |
| 3-A       | 11                     | 12                        |
| 1-B       | 6                      | 18                        |

**Taula 8.1.1.2:** Casos en que les estratègies de resolució comporten la recerca d'informació en l'experiència prèvia per a les activitats amb context sense significat real.

A partir de la taula 8.1.1.1 veiem que, per a les activitats amb context amb significat real les estratègies de resolució considerades globalment es reparteixen equilibradament entre les que comporten implicació del subjecte en el context i les que no.

A partir de la taula 8.1.1.2 veiem que, per a les activitats amb context sense significat real un terç dels alumnes utilitzen estratègies de resolució que comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat. La resta dels alumnes no posen de manifest cap estratègia de resolució per aquest tipus d'activitats.

En les activitats on l'acció requerida és interpretació apareixen dos tipus d'estratègies de resolució segons el subjecte simplifiqui o no l'estructura de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida. Per a l'activitat *item 18*, en que la formulació demanava comparar diverses opcions amb un model, veiem que hi ha alumnes que descarten d'entrada les opcions que creuen inviables i alumnes que treballen amb totes. Per a l'activitat *Item 19*, en que la formulació demanava comparar diverses opcions entre sí, veiem que hi ha alumnes que escullen una de

les opcions com a model i comparen les altres amb aquesta i alumnes que treballen amb totes. Per a l'activitat *Item 36*, en que la formulació demanava comparar entre sí els objectes de cada opció, hi ha alumnes que treballen únicament amb la informació donada en cada opció i alumnes que al comparar els objectes de cada opció busquen informació en les altres fet que no és imprescindible per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat.

La taula següent recull, per aquelles activitats on l'acció requerida és interpretació, el nombre de casos en que l'estratègia de resolució ha comportat o no simplificar l'estructura de l'activitat i en què consisteix aquesta simplificació.

| Activitat      | Simplifiquen l'estructura | No simplifiquen l'estructura |
|----------------|---------------------------|------------------------------|
| <i>Item 18</i> | 11<br>descarten           | 13<br>totes                  |
| <i>Item 19</i> | 18<br>model               | 5<br>totes                   |
| <i>Item 36</i> | 12<br>separen<br>opcions  | 10<br>barregen<br>opcions    |

**Taula 8.1.1.3:** Nombre de casos en que l'estratègia de resolució en les activitats on l'acció requerida ha comportat o no simplificar l'estructura de l'activitat.

A partir de la taula 8.1.1.3 veiem que, per a les activitats on l'acció requerida és interpretació, les estratègies de resolució que depenen de la formulació són de dos tipus segons comportin o no simplificar l'estructura de l'activitat havent-hi un major nombre de casos en que l'estratègia de resolució comporta simplificar l'estructura de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida.

### En relació a les estratègies de processament.

A continuació analitzem la informació referent a estratègies de processament aparegudes en les diferents activitats a partir de les conclusions parcials de cadascuna d'elles recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6). D'entrada, observem que per a cadascuna de les activitats les estratègies de processament que apareixen poden agrupar-se en dues categories, estratègies de processament visual —el subjecte explica haver imaginat la situació d'alguna manera— o de processament verbal —resol l'activitat sense explicitar que hagi imaginat res. Aquest fet confirma la hipòtesi 3 del primer objectiu del problema principal.

A continuació analitzem com depèn l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies de processament de l'acció requerida, del requeriment geomètric, del context i de la complexitat de l'objecte d'estímul.

Dins de les activitats on l'acció requerida és construcció considerem separadament les que demanen un dibuix de les que demanen construir un objecte en tres dimensions. Fem aquesta separació degut a que hem observat, tal com argumentem a l'apartat 7.6.6 —descripció de processos de resolució de l'activitat 2—A—, que al poder manipular els objectes a l'hora de donar la resposta disminueix la necessitat d'imaginar canvis de posició.

La complexitat de l'objecte donat en l'enunciat de l'activitat depèn, no només de la complexitat de l'objecte tridimensional corresponent, sinó també de la dificultat d'extreure de la representació utilitzada la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric. Segons això considerem objectes complexos els de les activitats *item 36* —complexitat en l'objecte en sí degut a la posició relativa de la numeració de les cares que cal mantenir—, i els de les activitats 1—A i 2—A —complexitat en l'objecte en sí degut a que està format per un nombre gran de cubs. Considerem objectes senzills els de les activitat *item 18*, *item 19* i 3—A. L'objecte de l'activitat *carrers* cal considerar-lo des dels dos criteris. Quan ens referim a la facilitat d'extreure a partir de la representació gràfica la informació necessària per a resoldre l'activitat considerem que és un objecte senzill. Quan ens referim a la complexitat de l'objecte tridimensional corresponent considerarem que és un objecte complex. Els objectes donats en les activitats 1—B i 3—B, tot i ser objectes molt senzills, estan representats amb un grau d'iconicitat més elevat que els de la resta d'activitats, fet que augmenta la seva complexitat sense que puguem però considerar-los objectes complexos.

La taula 8.1.1.4 recull, per a cada activitat, l'acció requerida, el tipus de context i el grau de complexitat de l'objecte estímul donat en l'enunciat de la tasca i el nombre<sup>1</sup> d'estratègies de processament visual i verbal aparegudes.

A partir de la taula 8.1.1.4 veiem que, en les activitats on l'acció requerida és interpretació i l'objecte d'estímul és senzill, independentment del significat del context, hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual. Interpretem que aquesta tendència ve determinada, d'una banda per la poca complexitat de l'objecte estímul que fa fàcil imaginar-lo i, de l'altra, pel fet que al ser una tasca d'interpretació es presenta ja en l'enunciat l'objecte de la resposta.

---

<sup>1</sup>En alguns casos el nombre total d'estratègies de processament no és 24 perquè hi alumnes dels que desconeixem el tipus d'estratègia utilitzada.

| Activitat      | Significat context | Acció requerida       | Complexitat estímul | Est. proc. visual | Est. proc. verbal |
|----------------|--------------------|-----------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| <i>Carrers</i> | real               | interpretació         | senzill             | 14                | 8                 |
| <i>Item 18</i> | no real            | interpretació         | senzill             | 17                | 7                 |
| <i>Item 19</i> | no real            | interpretació         | senzill             | 21                | 2                 |
| <i>Item 36</i> | real               | intepretació          | complex             | 7                 | 17                |
| <i>1—A</i>     | no real            | construcció (dibuix)  | complex             | 14                | 8                 |
| <i>2—A</i>     | no real            | construcció (objecte) | complex             | 6                 | 17                |
| <i>3—A</i>     | no real            | construcció (dibuix)  | senzill             | 8                 | 15                |
| <i>1—B</i>     | no real            | construcció (dibuix)  | mig                 | 9                 | 9                 |
| <i>3—B</i>     | no real            | construcció (objecte) | mig                 | 11                | 13                |

**Taula 8.1.1.4:** Acció requerida, tipus de context, complexitat de l'objecte estímul i nombre d'estratègies de processament visual i verbal aparegudes.

També a partir de la taula 8.1.1.4 veiem que, en les activitats, amb context amb significat real, on l'acció requerida és interpretació i l'objecte d'estímul és complex hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal. Interpretem que aquesta tendència ve determinada, d'una banda, per la complexitat de l'objecte estímul que fa difícil imaginar-lo i, de l'altra, pel fet que al ser una tasca d'interpretació es presenta ja en l'enunciat l'objecte de la resposta.

En les activitats sense significat real on l'acció requerida és construcció i no es permesa cap acció manipulativa —cal dibuixar— hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual quan l'objecte estímul és complex i tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal quan l'objecte estímul és senzill. Interpretem aquest fet degut a que les activitats que requereixen dibuixar comporten una acció pas a pas que necessita, d'alguna manera, tenir present l'aspecte final de l'objecte. Tenir present l'aspecte final de l'objecte si aquest és complex pot ser difícil sense imaginar-lo primer. Per als objectes senzills pot ser més fàcil arribar a saber quin és l'aspecte final sense necessitat d'imaginar-lo utilitzant únicament estratègies de processament verbal.

En les activitats sense significat real on l'acció requerida és construcció amb acció manipulativa —cal construir l'objecte— hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal encara que l'objecte estímul sigui complex. In-

terpretem aquest fet degut a que la possibilitat de manipular els objectes a l'hora de donar la resposta disminueix la necessitat d'imaginar canvis de posició ja sigui del subjecte o de l'objecte.

Considerant la complexitat de l'objecte en funció de la dificultat d'extreure'n la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat, veiem que:

- En les activitats on l'acció requerida és interpretació hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual quan l'objecte d'estímul és senzill i hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal quan l'objecte d'estímul és complex.
- En les activitats on l'acció requerida és construcció i l'objecte d'estímul és complex i no és permesa cap acció manipulativa —cal dibuixar— hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual.
- En les activitats on l'acció requerida és construcció si l'objecte d'estímul és senzill o bé cal dur a terme una acció manipulativa —construir l'objecte— hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal.

Ens interessa a més estudiar els diferents tipus d'estratègies de processament aparegudes segons la categoria a que pertanyen.

### **Caracterització de les estratègies de processament visual.**

Les estratègies de processament visual recollides comporten imaginar diferents aspectes:

- El context de la situació —el plànol, els daus, ...
- Girs o canvis de posició dels objectes.
- Girs o canvis de posició del subjecte.

La taula 8.1.1.5 recull el nombre de casos en que les estratègies de processament visual aparegudes comporten imaginar cadascun d'aquests aspectes.

A partir de la taula 8.1.1.5 veiem que, apareixen estratègies de processament visual que comporten imaginar el context només per aquelles activitats en que la situació es presenta en un context amb significat real.

Analitzem, a continuació, per què en unes activitats apareixen més casos d'estratègies de processament visual que comporten imaginar canvis de posició del subjecte que de l'objecte, en d'altres el desequilibri es produeix a la inversa i en

d'altres hi ha equilibri entre el nombre d'estratègies de processament visual d'un tipus i de l'altre.

| Activitat      | Context | Canvis posició objecte | Canvis posició subjecte |
|----------------|---------|------------------------|-------------------------|
| <i>Carrers</i> | 1       | 2                      | 11                      |
| <i>Item 18</i> | –       | 17                     | –                       |
| <i>Item 19</i> | –       | 21                     | –                       |
| <i>Item 36</i> | 2       | 5                      | –                       |
| <i>1–A</i>     | –       | 8                      | 6                       |
| <i>2–A</i>     | –       | 5                      | 1                       |
| <i>3–A</i>     | –       | 1                      | 7                       |
| <i>1–B</i>     | –       | 3                      | 6                       |
| <i>3–B</i>     | –       | 6                      | 2                       |

**Taula 8.1.1.5:** Nombre de casos en que les estratègies de processament visual aparegudes comporten imaginar el context de la situació, canvis de posició dels objectes o canvis de posició del subjecte<sup>2</sup>.

Hi ha tres tipus d'activitats segons les possibles interpretacions de l'enunciat, en particular de la interpretació de les condicions del requeriment geomètric. Les condicions del requeriment geomètric de les activitats *carrers*, *3–A* i *1–B* comporten implícitament un canvi de posició del subjecte —*com podria anar caminant, com ho veuria una persona asseguda davant teu*. Per aquestes activitats es recullen un nombre molt més gran d'estratègies de processament visual que comporten imaginar un canvi de posició del subjecte que d'estratègies que comporten imaginar un canvi de posició de l'objecte.

Les condicions del requeriment geomètric de les activitats *item 18*, *item 19*, *item 36*, *2–A* i *3–B* comporten implícitament un canvi de posició de l'objecte —*es poden posar en la mateixa posició, fent girar, que et quedi al davant la cara del darrera de l'objecte*. Per aquestes activitats es recullen un nombre molt més gran d'estratègies de processament visual que comporten imaginar un canvi de posició de l'objecte que d'estratègies que comporten imaginar un canvi de posició del subjecte.

<sup>2</sup>Per l'activitat *3–B* el nombre d'estratègies de processament visual presentat a la taula 8.1.1.4 no correspon al total presentat en aquesta ja que tal com hem explicat en l'apartat 7.6.9 hi ha alumnes que resolen la situació girant en algun moment el full de l'enunciat. Les estratègies de processament d'aquests alumnes han estat caracteritzades com visuals o verbals en funció del perquè l'han girat.

La condició del requeriment geomètric de l'activitat 1—A és doble. D'una banda comporta implícitament un canvi de posició de l'objecte —*després de fer-lo girar*— i un canvi de posició del subjecte —*si tinguessis davant teu el que ara és la seva cara del darrera*. Per aquesta activitat hi ha equilibri entre les estratègies de processament visual que comporten un canvi de posició de l'objecte i les que comporten un canvi de posició del subjecte.

Veiem doncs que la interpretació de l'enunciat, en particular la interpretació de les condicions del requeriment geomètric determinen tendències en l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies de processament visual. Quan les condicions del requeriment geomètric comporten implícitament un canvi de posició de l'objecte apareix un nombre superior d'estratègies de processament visual en que l'individu imagina canvis de posició de l'objecte. De manera semblant, quan les condicions del requeriment geomètric comporten implícitament un canvi de posició del subjecte apareix un nombre superior d'estratègies de processament visual en que l'individu imagina canvis de posició del subjecte. En les activitats on les condicions del requeriment geomètric comporten implícitament tant canvis de posició de l'objecte com del subjecte les estratègies de processament visual recollides es reparteixen equilibradament entre les d'un tipus i les de l'altre.

### Caracterització de les estratègies de processament verbal.

Les estratègies de processament verbal recollides comporten resoldre la situació sense imaginar-la basant-se en els següents aspectes:

- Argumentant inversions:
  - dreta/esquerra,
  - davant/darrera,
  - dreta/esquerra i davant/darrera.
- Argumentant relacions de simetria.
- Utilitzant informació pròpia del context.
- Referir-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial:
  - al veure'l des d'un altre punt de vista,
  - al girar-lo.
- Relacionant la forma de l'objecte inicial i l'objecte final.

La taula següent recull, per a cada activitat, el nombre de casos en que les estratègies de processament verbal aparegudes es basen en cadascun d'aquests aspectes.

| Activitat      | Inversions | Simetria | Context | Canvis produïts | Comparació de formes |
|----------------|------------|----------|---------|-----------------|----------------------|
| <i>Carrers</i> | 3          | -        | 5       | -               | -                    |
| <i>Item 18</i> | -          | -        | -       | 1               | 6                    |
| <i>Item 19</i> | -          | -        | -       | -               | 2                    |
| <i>Item 36</i> | -          | -        | -       | 17              | -                    |
| <i>1—A</i>     | 4          | -        | -       | 4               | -                    |
| <i>2—A</i>     | -          | -        | -       | 16              | -                    |
| <i>3—A</i>     | 1          | -        | -       | 14              | -                    |
| <i>1—B</i>     | 4          | 2        | -       | 3               | -                    |
| <i>3—B</i>     | 9          | 1        | -       | 1               | -                    |

**Taula 8.1.1.6:** Nombre de casos en que les estratègies de processament verbal aparegudes es basen en argumentar inversions, argumentar relacions de simetria, utilitzar informació del context, referir-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial o relacionar la forma de l'objecte inicial i l'objecte final<sup>3</sup>.

A partir de la taula 8.1.1.6 veiem que, gairebé dos terços de les estratègies de processament verbal recollides consisteixen en referir-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial ja sigui al veure'l des d'un altre punt de vista o al girar-lo. Gairebé una quarta part es basen en l'argumentació de les inversions que es produeixen en la posició relativa de les parts de l'objecte respecte l'observador. Són molt poques les estratègies de processament verbal centrades en la comparació de la forma dels objectes prescindint dels canvis de posició i punt de vista i encara menys les que es basen en una argumentació sobre la simetria. Són també molt poques les estratègies de processament verbal en que l'alumne resol l'activitat a partir d'informació extreta del context que no és imprescindible per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat. Aquest tipus d'estratègia de processament verbal apareix únicament en una de les dues activitats on la situació es presenta en un context amb significat real.

<sup>3</sup>Per l'activitat 3—B el nombre d'estratègies de processament verbal presentat a la taula 8.1.1.4 no correspon al total presentat en aquesta ja que tal com hem explicat en l'apartat 7.6.9 hi ha alumnes que resolen la situació girant en algun moment el full de l'enunciat. Les estratègies de processament d'aquests alumnes han estat caracteritzades com visuals o verbals en funció del perquè l'han girat.



### En relació a les estratègies d'aproximació.

Analitzem la informació referent a estratègies d'aproximació a la forma aparegudes en les diferents activitats a partir de les conclusions parcials de cadascuna d'elles recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6). Observem que per a cadascuna de les activitats les estratègies d'aproximació a la forma que apareixen poden agrupar-se en dues categories, estratègies d'aproximació global —fan referència a l'objecte considerat globalment— o d'aproximació parcial —centra l'atenció en només una part de l'objecte. Aquest fet confirma la hipòtesi 4 del primer objectiu del problema principal.

A continuació analitzem com depèn l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies d'aproximació de l'acció requerida, la demanda de la tasca, de la complexitat de l'objecte d'estímul i, en les activitats d'interpretació, del grau de similitud entre els objectes inicial i final.

Hi ha activitats en que la demanda comporta implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial. Les activitats *carrers* i *item 36* demanen respectivament descriure un itinerari i comparar la posició relativa de les cares dels daus. Tant en un cas com en l'altre per a poder resoldre l'activitat cal centrar l'atenció en parts concretes de l'objecte fet que condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial.

La taula 8.1.1.7 recull, per a cada activitat, l'acció requerida, si hi ha condicionament en la demanda, si l'objecte donat en l'enunciat de la tasca es complex, la similitud entre els objectes donats i el nombre<sup>4</sup> d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes.

A partir de la taula 8.1.1.7 veiem que, en les activitats en que la demanda condiciona implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial totes les estratègies d'aproximació recollides són d'aquest tipus.

En les activitats en que l'acció requerida és interpretació i la demanda no condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial, l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies d'aproximació depèn del grau de similitud entre els objectes donats en l'enunciat de l'activitat. Per aquestes activitats quan l'objecte resposta és molt diferent dels distractors proposats hi ha tendència a la utilització d'estratègies d'aproximació global i quan l'objecte resposta és semblant als proposats com a distractors hi ha equilibri entre el nombre d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes.

---

<sup>4</sup>En alguns casos el nombre total d'estratègies d'aproximació no és 24 perquè hi alumnes dels que desconexem el tipus d'estratègia utilitzada.

| Activitat      | Acció requerida     | Condicció demanda | Similitud objectes | Objecte complex | Global | Parcial |
|----------------|---------------------|-------------------|--------------------|-----------------|--------|---------|
| <i>Carrers</i> | interpretar         | SI                | —                  | NO              | —      | 23      |
| <i>Item 18</i> | interpretar         | NO                | SI                 | NO              | 10     | 14      |
| <i>Item 19</i> | interpretar         | NO                | NO                 | NO              | 14     | 5       |
| <i>Item 36</i> | interpretar         | SI                | SI                 | SI              | —      | 24      |
| <i>1—A</i>     | construir (dibuix)  | NO                | —                  | SI              | 10     | 12      |
| <i>2—A</i>     | construir (objecte) | NO                | —                  | SI              | 5      | 18      |
| <i>3—A</i>     | construir (dibuix)  | NO                | —                  | SI              | 6      | 17      |
| <i>1—B</i>     | construir (dibuix)  | NO                | —                  | NO              | 4      | 7       |
| <i>3—B</i>     | construir (objecte) | NO                | —                  | NO              | 2      | 22      |

**Taula 8.1.1.7:** Acció requerida, condicionament de la demanda, similitud i complexitat dels objectes i nombre d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes.

En les activitats en que l'acció requerida és construcció i la demanda no condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial, l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies d'aproximació depèn del tipus de construcció requerida —objecte o dibuix— i de la complexitat de l'objecte donat. Hi ha tendència a la utilització d'estratègies d'aproximació parcial en aquelles activitats que permeten una acció manipulativa —construcció— o l'objecte donat és senzill. Interpretem aquest fet degut a que les activitats de construcció, independentment de quin tipus siguin, requereixen una acció pas a pas que no fa imprescindible tenir present l'aspecte final de l'objecte quan l'objecte és senzill o hi ha possibilitat de manipulació. Hi ha equilibri entre el nombre d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes en l'activitat de construcció que no permetent una acció manipulativa —dibuix— presenta un objecte complex. Interpretem aquest fet degut a que per resoldre les activitats on l'acció requerida és dibuixar, cal fer una acció pas a pas que porta a que per alguns alumnes sigui necessari tenir present l'aspecte final de l'objecte quan no hi ha possibilitat de manipulació —cal dibuixar— perquè l'objecte es complex. El fet de necessitar saber quin és aquest aspecte final de l'objecte fa augmentar el nombre d'estratègies d'aproximació global a la forma de l'objecte i més quan aquesta forma pot comparar-se a la d'un objecte de la vida quotidiana dels alumnes.

Ens interessa a més estudiar els diferents tipus d'estratègies d'aproximació aparegudes segons la categoria a que pertanyen.

### Caracterització de les estratègies d'aproximació global.

Les estratègies d'aproximació global recollides poden agrupar-se segons l'alumne centri la seva atenció en:

- La forma global de l'objecte fent un símil amb un objecte de la vida real.
- La congruència:
  - considerant la possibilitat de que els objectes siguin congruents, sense justificar-ho.
  - justificant-la comparant les dimensions globals dels objectes.
- En la forma de l'objecte tal com es veuria des de la nova posició de l'observador o després de girar-lo.

La taula següent recull el nombre de casos en que les estratègies d'aproximació global aparegudes comporten centrar l'atenció en cadascun d'aquests aspectes.

| Activitat      | Símil | Congruència | Congruència (dimensions) | Forma |
|----------------|-------|-------------|--------------------------|-------|
| <i>Item 18</i> | –     | 2           | 4                        | 4     |
| <i>Item 19</i> | 1     | 13          | 1                        | –     |
| <i>1–A</i>     | 6     | –           | –                        | 4     |
| <i>2–A</i>     | 3     | –           | –                        | 2     |
| <i>3–A</i>     | –     | –           | –                        | 6     |
| <i>1–B</i>     | –     | –           | –                        | 4     |
| <i>3–B</i>     | –     | –           | –                        | 2     |

**Taula 8.1.1.8:** Nombre d'estratègies d'aproximació global en que l'alumne centra l'atenció en la forma global de l'objecte fent un símil, la congruència —justificant-la o no— o en la forma de l'objecte tal com es veuria després d'efectuar el requeriment geomètric.

Del fet que, per algunes activitats són molt pocs els casos en que apareixen estratègies d'aproximació global, es fa difícil determinar de quina manera l'enunciat de l'activitat condiona l'aparició d'un tipus o un altre. Malgrat això, a partir de la taula 8.1.1.8, veiem que, apareixen estratègies d'aproximació global en que l'alumne fa un símil de la forma de l'objecte donat amb la d'un objecte de la vida

quotidiana únicament en aquelles activitats en que la forma de l'objecte donat és prou suggestiva.

S'observa també que, apareixen estratègies d'aproximació global basades en la congruència dels objectes únicament en les activitats on l'acció requerida és interpretació. Interpretem aquest fet degut a que aquest tipus d'activitats són les úniques que presenten ja d'entrada l'objecte inicial i el final de la transformació geomètrica. A més, en les activitats on l'acció requerida és interpretació, aquest és el tipus més freqüent d'estratègia d'aproximació global —representa quatre cinquenes parts de les recollides.

A partir de la taula 8.1.1.8 veiem també que en, les activitats on l'acció requerida és construcció dues terceres parts de les estratègies d'aproximació global recollides fan referència al que l'alumne creu que l'observador veuria —imaginant-ho o no— després d'efectuar la transformació geomètrica requerida. En la resta de les estratègies d'aproximació global recollides per a les activitats on l'acció requerida és construcció, l'alumne considera la forma global de l'objecte fent un símil amb un de la vida quotidiana.

### **Caracterització de les estratègies d'aproximació parcial.**

Les estratègies d'aproximació parcial recollides poden agrupar-se segons l'alumne centri la seva atenció en:

- En l'existència de parts significatives.
- En les característiques de les parts significatives:
  - o les seves dimensions,
  - o la seva descomposició en unitats més petites.
- La posició relativa de les parts significatives.
- En elements resultants de la descomposició de l'objecte que no poden considerar-se parts significatives:
  - o en les capes horitzontals o nivells,
  - o en les capes verticals o talls,
  - o en la unitat de construcció, els cubs,
  - o en la unitat de construcció dels nivells o dels talls.

La taula següent recull el nombre de casos en que les estratègies d'aproximació parcial<sup>5</sup> aparegudes comporten centrar l'atenció en cadascun d'aquests aspectes.

| Activitat      | Existència<br>parts<br>significatives | Característiques<br>parts<br>significatives | Posició<br>relativa | Elements<br>descomposició |
|----------------|---------------------------------------|---|---------------------|---------------------------|
| <i>Carrers</i> | –                                     | –   | –                   | 23                        |
| <i>Item 18</i> | –                                     | 1   | 13                  | –                         |
| <i>Item 19</i> | 3                                     | 2   | 7                   | –                         |
| <i>Item 36</i> | –                                     | –   | 24                  | –                         |
| <i>1–A</i>     | 1                                     | –   | –                   | 11                        |
| <i>2–A</i>     | 2                                     | –   | –                   | 16                        |
| <i>3–A</i>     | 4                                     | –   | 6                   | 7                         |
| <i>1–B</i>     | –                                     | –   | –                   | 7                         |
| <i>3–B</i>     | 10                                    | –   | 9                   | 3                         |

**Taula 8.1.1.9:** Nombre d'estratègies d'aproximació parcial en que l'alumne centra l'atenció en l'existència, les característiques o la posició relativa de les parts significatives o en elements de descomposició de l'objecte.

Com ja hem vist, hi ha activitats en que la demanda comporta implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial. Les activitats *carrers* i *item 36* demanen respectivament descriure un itinerari i comparar la posició relativa de les cares dels daus. Tant en un cas com en l'altre per a poder resoldre l'activitat cal centrar l'atenció en parts concretes de l'objecte fet que condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial. La demanda d'aquestes activitats no només condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial sinó també el tipus d'estratègia d'aproximació parcial necessari per a resoldre-les. Així, per a l'activitat *carrers*, descriure un itinerari comporta centrar l'atenció en elements de descomposició de l'objecte donat, concretament els diferents carrers del recorregut. La demanda de l'activitat *item 36* comporta fixar-se en la posició relativa de les parts dels objectes, ja que el fet de que dos daus siguin iguals implica necessàriament que la posició relativa de les seves cares sigui la mateixa.

<sup>5</sup>Per l'activitat *item 19* el total d'estratègies d'aproximació parcial en aquesta taula no és correspon al de la taula 8.1.1.7. En la taula 8.1.1.7 considerem com estratègies d'aproximació parcial únicament les aparegudes al determinar els objectes que eren iguals i no les aparegudes al justificar quin és l'objecte diferent (tal com argumentàvem en l'apartat 7.6.3). En la taula 8.1.1.7 ens interessa analitzar quins aspectes determinen l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies d'aproximació. En aquest moment ens interessa caracteritzar les estratègies d'aproximació parcial i per tant considerem també les aparegudes al justificar quin és l'objecte diferent.

A partir de la taula 8.1.1.9 veiem que, per les activitats en que la demanda condiona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial, totes les recollides són del mateix tipus, fet que ve condicionat també per la demanda.

També a partir de la taula 8.1.1.9 veiem que, per a les activitats d'interpretació en que la demanda no condiona el tipus d'estratègia d'aproximació, en la majoria d'estratègies d'aproximació parcial aparegudes —quatre cinquens del total— l'alumne centra la seva atenció en la posició relativa de les parts de l'objecte.

A partir de la taula 8.1.1.9 veiem també que, per a les activitats de construcció, l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies d'aproximació parcial depèn, en primer lloc, de la complexitat de l'objecte i, en segon, del tipus de construcció —objecte o dibuix— requerida. Per a les activitats de construcció on l'objecte donat és complex —l'objecte tridimensional corresponent n'és—, en gairebé totes les estratègies d'aproximació parcial aparegudes l'alumne centra la seva atenció en elements de descomposició de l'objecte donat. Només en tres de les trenta els alumnes centren la seva atenció en l'existència de parts significatives.

En les activitats de construcció en que l'objecte no és complex, considerades globalment<sup>6</sup>, veiem que hi ha equilibri entre les estratègies d'aproximació en que el subjecte centra la seva atenció en l'existència de parts significatives, en la posició relativa de les parts i en els elements de descomposició. A més, en l'activitat on cal dibuixar hi ha més casos en que l'alumne centra la seva atenció en els elements de descomposició. En l'activitat en que cal construir hi ha més casos en que l'alumne centra la seva atenció en l'existència de parts significatives o en la posició relativa.

### En relació als recursos auxiliars.

Resumim els recursos auxiliars recollits en les conclusions parcials de les activitats aparegudes en la darrera secció del capítol anterior (7.6) per veure quins són. Els recursos auxiliars apareguts són:

- Utilització del llenguatge gestual en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
  - Gestos per ajudar l'explicació, en substitució del llenguatge verbal, per indicar, per exemple, la posició del subjecte, direcció, o la part de l'objecte a la que s'estan referint.
  - Gestos per interpretar la informació donada verbalment.
- Utilització del llenguatge gestual per simular accions geomètriques:

<sup>6</sup>Per a l'activitat  $I-B$  no tenim suficient ja que molts alumnes no van donar prou informació per a poder determinar el tipus d'estratègia d'aproximació utilitzada.

- Gestos per simular l'acció geomètrica requerida sobre l'objecte.
- Gestos per verificar la correcció de la resposta.
- Accions manipulatives que fetes sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat.
  - Accions sobre el full d'instruccions o de resposta, en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
    - \* per ajudar l'explicació, per indicar, per exemple, el recorregut o el nou punt de vista.
    - \* per ajudar en la interpretació de l'enunciat o verificar la resposta.
  - Accions sobre l'objecte de l'activitat ja sigui per construir la resposta o per verificar-la.

A partir d'això podem afirmar que els recursos auxiliars utilitzats pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin gestuals, per referir-se al moviment, posició o parts de l'objecte o accions manipulatives que fan sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat. També poden agrupar-se segons la finalitat que tinguin sigui superar les dificultats de llenguatge o simular el requeriment geomètric de l'activitat fet que confirma la hipòtesi 5 del primer objectiu del problema principal.

Revisant els recursos auxiliars apareguts observem que en les activitats de construcció apareixen recursos auxiliars significatius mentre que en cap de les d'interpretació n'apareixen. Considerem aquest fet degut a que les activitats on l'acció requerida és interpretació l'enunciat presenta ja el resultat de la transformació geomètrica.

### 8.1.2 Sumari i conclusions parcials del segon objectiu.

El segon objectiu pretén *analitzar i caracteritzar les diferents dificultats manifestades pels alumnes en activitats on l'activitat geomètrica és una rotació a l'espai* fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats manifestades pels alumnes són:
  - Dificultats d'interpretació de l'enunciat.
  - Dificultats de comunicació de la resposta.
  - Dificultats del procés de resolució.

- 2. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats d'interpretació de l'enunciat manifestades pels alumnes són:
  - Dificultats d'interpretació del requeriment geomètric.
  - Dificultats d'interpretació de l'acció requerida.
  - Dificultats d'interpretació del codi utilitzat en la presentació.
  - Dificultats d'interpretació de la formulació.
- 3. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats de comunicació de la resposta manifestades pels alumnes són:
  - Dificultats de llenguatge per a l'explicitació del resultat i del procés de resolució.
  - Dificultats d'utilització del codi requerit per a la presentació de la resposta.
- 4. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes són:
  - Dificultats d'adaptació de l'estratègia de processament del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.
  - Dificultats d'adaptació de l'estratègia d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.

A més de contrastar aquestes hipòtesis, el segon objectiu pretén també els següents propòsits:

- 1. Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats d'interpretació de l'enunciat.
- 2. Caracteritzar les dificultats de comunicació de la resposta manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats de comunicació de la resposta.



- 3. Caracteritzar les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats en el procés de resolució.

### En relació a la caracterització de les dificultats.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) veiem que, les dificultats manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació de la resposta o del procés de resolució fet que confirma la hipòtesis 1 del segon objectiu del problema principal.

### En relació a les dificultats d'interpretació de l'enunciat.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem les dificultats aparegudes en la interpretació de l'enunciat. Agrupem les dificultats segons apareixin en:

- La interpretació del requeriment geomètric de l'activitat:
  - Dificultats per entendre que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat de l'activitat. Veiem, per exemple, que en l'activitat *carrers*, tres quartes parts dels alumnes obliden indicar algun gir.
  - Dificultats per entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de l'activitat. Per a l'activitat *1—A*, per exemple, una quarta part dels alumnes al llegir l'enunciat no saben si cal considerar tot l'objecte o només la cara del darrera.
- La interpretació de l'acció requerida de l'activitat. Hi ha alumnes que, per confusió amb d'altres activitats, tenen dificultats en entendre si estem demanant que dibuixin, construeixin o descriguin.
- La forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, es a dir, la interpretació del codi utilitzat:
  - Dificultats d'interpretació del codi verbal quan fa referència a conceptes espacials. Hi ha alumnes que tenen dificultats en entendre expressions del tipus *vist del davant*, *assegut davant teu*, ...

- o Dificultats d'interpretació del codi utilitzat per a representar en dues dimensions objectes de tres dimensions. En les activitats 1—A i 2—A, per exemple, hi ha alumnes que els costa entendre que el dibuix representa un objecte vist des d'un angle i no frontalment.
- La interpretació de la formulació de l'activitat:
  - o Dificultats per entendre la presentació de l'activitat. Per a l'activitat *item 36 del qüestionari*, per exemple, hi ha alumnes a qui costa entendre què és el que cal comparar, les parelles o els daus.
  - o Dificultats per entendre a quin o quins objectes es refereix l'activitat. Per exemple, per a l'activitat 1—B, hi ha alumnes que demanen si cal treballar a partir de l'objecte donat o d'un qualsevol.

Segons això veiem que, les dificultats d'interpretació de l'enunciat de l'activitat manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin d'interpretació del requeriment geomètric, de l'acció requerida, d'interpretació del codi de representació utilitzat en la presentació o d'interpretació de la formulació fet que confirma la hipòtesi 2 del segon objectiu del problema principal.

A continuació analitzem quins són els possibles motius que fan que apareixin dificultats d'interpretació de l'enunciat que considerem importants, no tant quantitativament com qualitativament, des del punt de vista de la present recerca.

Veiem que apareixen dificultats d'interpretació del requeriment geomètric de l'activitat en aquelles en que l'objecte donat és complex —l'objecte tridimensional corresponent— i el temps necessari per elaborar la resposta és llarg —descriure un itinerari o dibuixar un objecte complex.

Les dificultats d'interpretació de l'acció requerida, tot i que són importants quantitativament, no les considerem importants des del punt de vista del present treball ja que són degudes a confusions amb enunciats d'altres activitats, fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

Les dificultats d'interpretació de la forma de presentació aparegudes són importants, no tant des del punt de vista quantitatiu com qualitatiu, ja que són característiques d'aquest tipus d'activitats.

La taula següent presenta el nombre de casos en que apareixen dificultats d'interpretació de la forma de presentació, tant en relació a la traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials com en relació a la interpretació del codi utilitzat per a representar en dues dimensions objectes de tres dimensions.

| Activitat      | Traducció verbal/espacial | Interpretació codi 2-D |
|----------------|---------------------------|------------------------|
| <i>Carrers</i> | –                         | 3                      |
| <i>Item 18</i> | –                         | 7                      |
| <i>Item 19</i> | –                         | –                      |
| <i>Item 36</i> | –                         | –                      |
| <i>1–A</i>     | 1                         | 3                      |
| <i>2–A</i>     | –                         | 3                      |
| <i>3–A</i>     | 4                         | –                      |
| <i>1–B</i>     | 1                         | –                      |
| <i>3–B</i>     | –                         | –                      |

**Taula 8.1.2.1:** Nombre de casos en que apareixen dificultats d'interpretació de la forma de presentació —traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials i interpretació de representacions planes d'objectes tridimensionals.

A partir de la taula 8.1.2.1 veiem que, apareixen dificultats d'interpretació d'un codi verbal referit a conceptes espacials només en activitats en que apareix aquest tipus de llenguatge i l'acció requerida és construcció.

De l'observació de la taula 8.1.2.1 és després també que, apareixen dificultats d'interpretació de les representacions planes d'objectes tridimensionals en les activitats —*carrers*, *1–A* i *2–A*— en que l'objecte és complex —l'objecte tridimensional corresponent— o en que la representació pot portar a confusió —item 18.

No considerem importants, des del punt de vista del present treball, les dificultats d'interpretació de la formulació ja que que són degudes a problemes en la comprensió de l'estructura de l'activitat, fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

#### **En relació a les dificultats de comunicació de la resposta.**

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem les dificultats aparegudes en la comunicació de resposta. Les dificultats observades es poden agrupar segons siguin:

- Dificultats per referir-se a objectes o part dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els objectes. A l'activitat

*carrers* tenen problemes per expressar el desplaçament. En la majoria d'activitats utilitzen expressions com *tros*, *part*, *això*,... per referir-se a les parts significatives dels objectes que no saben com anomenar. En moltes activitats tenen dificultats també per referir-se a la posició o als canvis de posició dels objectes.

- Dificultats per utilitzar correctament els codis de representació en dues dimensions per a representar objectes en tres dimensions. Així, per exemple, en l'activitat 3—A tenen dificultats a l'hora de representar una part de l'objecte situada davant, darrera, al damunt o sota un altra que ja han dibuixat.

Segons això veiem que, les dificultats de comunicació de la resposta manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin de llenguatge per a l'explicitació del resultat o d'utilització del codi representació requerit per a la presentació de la resposta fet que confirma la hipòtesi 3 del segon objectiu del problema principal.

A continuació analitzem quins són els possibles motius que fan que apareixin dificultats de comunicació de la resposta que considerem importants, no tant quantitativament com qualitativament, des del punt de vista de la present recerca.

Les dificultats per referir-se verbalment tant a les accions com als objectes tridimensionals són freqüents en totes les activitats, especialment en les d'interpretació ja que demanen únicament una resposta oral. Interpretem aquesta dificultat deguda a dues causes, d'una banda a la dificultat intrínseca de traducció de conceptes espacials a termes verbals i de l'altra a la pobresa del llenguatge dels alumnes en relació als termes geomètrics.

Les dificultats aparegudes en la utilització de codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions són importants, tant des del punt de vista quantitatiu com qualitatiu, ja que són característiques d'aquest tipus d'activitats.

La taula següent presenta el nombre de casos en que apareixen dificultats d'utilització d'aquests tipus de codis.

| Activitat | Dificultats representació |
|-----------|---------------------------|
| 1—A       | 4                         |
| 3—A       | 11                        |
| 1—B       | 7                         |

**Taula 8.1.2.2:** Nombre de casos en que apareixen dificultats d'utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.2.2 veiem que, apareixen dificultats d'utilització de codis de representació plana d'objectes en tres dimensions en les tres activitats on l'acció requerida és dibuixar. Veiem que l'activitat en que apareixen més casos en que es manifesta aquesta dificultat és la  $\mathcal{3}-A$ . Interpretem aquest fet degut a que, tot i que l'objecte que cal representar en l'activitat  $1-A$  és molt més complex que el de l' $\mathcal{3}-A$ , en la primera el codi utilitzat en la forma de presentació i el demanat per a la resposta són el mateix i en la segona hi ha un canvi en el codi de representació. En l'activitat  $\mathcal{3}-A$  l'alumne parteix d'un objecte tridimensional i ha de fer una representació plana després de resoldre el requeriment geomètric. Per l'activitat  $1-B$ , tot i que el codi de representació de la forma de presentació i el de la forma de resposta són el mateix, les dificultats que apareixen són degudes a la intervenció d'un codi de representació que utilitza a més d'informació gràfica informació verbal. Així veiem que, per aquesta activitat, la dificultat més freqüent és deguda a que cal tenir present que al representar l'esquema de construcció s'ha indicar per escrit on és el davant de l'objecte.

#### En relació a les dificultats del procés de resolució.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem les dificultats aparegudes en el procés de resolució. Les dificultats recollides es poden agrupar segons apareixin:

- En relació a les estratègies de processament:
  - Dificultats per utilitzar estratègies de processament verbal. Així veiem que, per exemple, a l'activitat *carrers* hi ha alumnes que intenten descriure el recorregut a partir d'interpretar la informació del plànol i acaben abandonant perquè diuen que no s'en surten.
  - Dificultats per utilitzar estratègies de processament visual. Així veiem que, per exemple, a l'activitat *item 36 del qüestionari* hi ha alumnes que intenten resoldre l'activitat utilitzant estratègies de processament visual i abandonen dient que no poden imaginar-se els daus.
- En relació a les estratègies d'aproximació:
  - Dificultats per aplicar estratègies d'aproximació parcial. Hi ha activitats, per exemple l' $1-A$ , en que la complexitat de l'objecte d'estímul condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial. En d'altres, com l'activitat *carrers*, són les condicions del requeriment geomètric les que porten implícitament a una aproximació parcial. En aquestes activitats observem dificultats per conservar la globalitat de l'objecte quan

els alumnes utilitzen estratègies d'aproximació parcial. Així en l'activitat *carrers*, la majoria d'alumnes obliden indicar algun dels girs i en l'activitat *1—A* hi ha alumnes que representen només la cara posterior ja que no tenen present la globalitat de l'objecte donat.

Segons això veiem que, les dificultats del procés de resolució poden caracteritzar-se segons siguin dificultats d'adaptació de l'estratègia de processament o d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat fet que confirma la hipòtesi 4 del segon objectiu del problema principal.

Les dificultats en el procés de resolució en relació a les estratègies de processament tot i que són poc importants quantitativament són importants qualitativament. L'aparició d'aquestes dificultats posa de manifest la dificultat d'adaptació de les estratègies de processament pròpies de cada individu a les suggerides per l'activitat.

Les dificultats en el procés de resolució en relació a les estratègies d'aproximació són importants quantitativament i qualitativa. L'aparició d'aquestes dificultats posa de manifest la dificultat d'adaptació de les estratègies d'aproximació pròpies de cada individu a les suggerides per l'activitat.

La taula següent recull el nombre de casos en que en el procés de resolució apareixen dificultats relació a les estratègies d'aproximació parcial.

| Activitat      | Dificultats aproximació parcial |
|----------------|---------------------------------|
| <i>Carrers</i> | 13                              |
| <i>1—A</i>     | 10                              |

**Taula 8.1.2.3:** Nombre de casos en que apareixen dificultats d'utilització d'estratègies d'aproximació parcial.

A partir de la taula 8.1.2.3 veiem que, les dificultats d'adaptació de les estratègies d'aproximació pròpies de cada individu a les suggerides per l'activitat són degudes a la necessitat de conservar la globalitat de l'objecte quan s'utilitzen estratègies d'aproximació parcial i l'objecte d'estímul és complex —l'objecte tridimensional corresponent.

### 8.1.3 Sumari i conclusions parcials del tercer objectiu.

El tercer objectiu pretén *analitzar i caracteritzar els diferents errors comesos pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai fet* que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors comesos pels alumnes són:
  - Errors d'interpretació de l'enunciat de la tasca.
  - Errors en la comunicació de la resposta a la tasca.
  - Errors en la resposta des del punt de vista geomètric.
- 2. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors d'interpretació de l'enunciat de la tasca comesos pels alumnes són:
  - Errors d'interpretació del requeriment geomètric.
  - Errors d'interpretació de l'acció requerida.
  - Errors d'interpretació del codi utilitzat en la presentació.
  - Errors d'interpretació de la formulació.
- 3. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors en la comunicació de la resposta comesos pels alumnes són:
  - Errors de llenguatge per a l'explicitació del procés i del resultat.
  - Errors d'utilització del codi requerit per a la presentació de la resposta.
- 4. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors geomètrics comesos pels alumnes són:
  - Absència de la inversió dreta/esquerra.
  - Absència de la inversió davant/darrera.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el tercer objectiu pretén també els següents propòsits:

- 1. Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors d'interpretació de l'enunciat.

- 2. Caracteritzar els errors en la comunicació de la resposta comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors en la comunicació de la resposta.
- 3. Caracteritzar els errors geomètrics comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors geomètrics.
- 4. Veure com la utilització de les diferents estratègies de resolució, de processament i d'aproximació condicionen l'aparició d'errors geomètrics.

### En relació a la caracterització dels errors.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) veiem que els errors poden caracteritzar-se segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació o de resposta des del punt de vista geomètric fet que confirma la hipòtesis 1 del tercer objectiu del problema principal.

### En relació als errors d'interpretació de l'enunciat.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem els errors apareguts en la interpretació de l'enunciat. Agrupem els errors recollits segons apareixin en:

- La interpretació del requeriment geomètric de la tasca:
  - Oblidar que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat de la tasca. Veiem que, per exemple, en l'activitat *carrers*, tres quartes parts dels alumnes obliden indicar algun gir.
  - Confondre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de la tasca. Per a l'activitat *1—A*, per exemple, hi ha alumnes que consideren només la cara del darrera de l'objecte.
- La interpretació de l'acció requerida per la tasca. Per a l'activitat *1—B*, per exemple, hi ha alumnes que, per confusió amb d'altres tasques, entenen que cal descriure o construir l'objecte tal com es veuria en la nova posició quan de fet el que estem demanant és un nou esquema de construcció.



- La forma de presentació de l'enunciat de la tasca, es a dir, la interpretació del codi utilitzat:
  - Errors d'interpretació del codi verbal quan fa referència a conceptes espacials. Veiem que, per exemple, en les activitats en que apareixen expressions del tipus *vist del davant, assegut davant teu, ...* hi ha alumnes que entenen que la nova posició manté la mateixa direcció i sentit i afirmen que una persona assegurada davant seu veuria exactament el mateix que veuen ells.
  - Errors d'interpretació del codi utilitzat per a representar en dues dimensions objectes en tres dimensions. En les activitats *1—A*, per exemple, hi ha alumnes que creuen que el dibuix representa un objecte vist des d'un angle i no frontalment. En l'activitat *item 18* hi ha alumnes que escullen com a resposta la que representa l'objecte topològicament equivalent però no congruent degut a un error d'interpretació del codi utilitzat.
  
- La interpretació de la formulació de la tasca:
  - Errors de comprensió de la presentació de la tasca. Per a l'activitat *item 36 del qüestionari*, per exemple, hi ha alumnes que entenen que cal comparar les parelles de daus i no els daus de cada parella.
  - Errors al confondre a quin o quins objectes es refereix l'activitat. Per exemple, per a l'activitat *1—B* hi ha alumnes que dibuixen l'esquema de construcció d'un objecte qualsevol i no de l'objecte donat.

Segons això veiem que, els errors d'interpretació de l'enunciat de l'activitat manifestats pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin d'interpretació del requeriment geomètric, de l'acció requerida, del codi utilitzat en la presentació o de la formulació fet que confirma la hipòtesi 2 del tercer objectiu del problema principal.

A continuació analitzem quins són els possibles motius que fan que apareixin errors d'interpretació de l'enunciat que considerem importants, no tant quantitativament com qualitativament, des del punt de vista de la present recerca.

Veiem que apareixen errors d'interpretació del requeriment geomètric de l'activitat en aquelles en que l'objecte donat és complex i el temps necessari per elaborar la resposta és llarg —descriure un itinerari o dibuixar un objecte complex.

Els errors d'interpretació de l'acció requerida, tot i que són importants quantitativament, no els considerem importants des del punt de vista del present treball

ja que són deguts a confusions amb enunciats d'altres activitats, fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

Els errors d'interpretació de la forma de presentació apareguts són importants no tant des del punt de vista quantitatiu com qualitatiu ja que són característics d'aquest tipus d'activitats.

La taula següent presenta el nombre de casos en que apareixen errors d'interpretació de la forma de presentació, tant en relació a la traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials com en relació a la interpretació del codi utilitzat per a representar en dues dimensions objectes de tres dimensions.

| Activitat      | Traducció verbal/espacial | Interpretació codi 2-D |
|----------------|---------------------------|------------------------|
| <i>Carrers</i> | –                         | 3                      |
| <i>Item 18</i> | –                         | 7                      |
| <i>Item 19</i> | –                         | –                      |
| <i>Item 36</i> | –                         | –                      |
| <i>1–A</i>     | 1                         | 3                      |
| <i>2–A</i>     | –                         | 3                      |
| <i>3–A</i>     | 4                         | –                      |
| <i>1–B</i>     | 1                         | –                      |
| <i>3–B</i>     | –                         | –                      |

**Taula 8.1.3.1:** Nombre de casos en que apareixen errors d'interpretació de la forma de presentació —traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials i interpretació de representacions planes d'objectes tridimensionals.

A partir de la taula 8.1.3.1 veiem que apareixen errors d'interpretació d'un codi verbal referit a conceptes espacials només en activitats en que apareix aquest tipus de llenguatge i l'acció requerida és construcció.

De l'observació de la taula 8.1.3.1 es desprèn també que, apareixen errors d'interpretació de les representacions planes d'objectes tridimensionals en les activitats en que l'objecte és complex —*carrers*, *1–A* i *2–A*— o en que la representació pot portar a confusió —item 18.

Els errors d'interpretació de la formulació no els considerem importants des del punt de vista del present treball ja que creiem que són deguts a la falta de comprensió de l'estructura de l'activitat, fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

### En relació als errors en la comunicació de la resposta.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats, recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6), analitzem els errors apareguts en la comunicació de resposta. Els errors recollits es poden agrupar en:

- Errors d'expressió al referir-se a objectes o part dels objectes tridimensionals o a l'expressar verbalment accions efectuades sobre els objectes. A l'activitat *carrers* utilitzen expressions incorrectes per expressar el desplaçament. En la majoria activitats fan servir expressions com *tros*, *part*, *això*,... per referir-se a les parts significatives dels objectes que no saben com anomenar. En moltes activitats utilitzen expressions ambigües o incorrectes al referir-se a la posició o als canvis de posició dels objectes.
- Errors d'utilització dels codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions. Així, per exemple, en l'activitat 3—A representen incorrectament una part de l'objecte situada davant, darrera, al damunt o sota un altra que ja han dibuixat.

Segons això veiem que, els errors en la comunicació de la resposta són de llenguatge verbal en l'explicitació del resultat o d'utilització del codi representació requerit per a la presentació de la resposta fet que confirma la hipòtesi 3 del tercer objectiu del problema principal.

Ens interessa a més poder determinar en què consisteixen cadascun d'aquests tipus d'errors. Per això, analitzem tasca per tasca, quins han estat.

Per a l'activitat *carrers*, donat que és de resposta verbal apareixen únicament errors de llenguatge. Així veiem que un error generalitzat és la utilització del verb *baixar* per indicar desplaçament. Els alumnes el fan servir amb diversos significats. Per alguns és sinònim de caminar recte, per d'altres de desplaçament amb pendent o direcció Nord/sud cap al sud. També veiem que d'altres alumnes, encara que menys, utilitzen el verb *pujar* o els dos indistintament per indicar el desplaçament. Aquest tipus d'error és degut a un abús de llenguatge molt freqüent a la vida quotidiana.

Per a les activitats *item 18 del qüestionari* i *item 19 del qüestionari*, donat que són també de resposta verbal apareixen únicament errors de llenguatge. Per aquestes activitats són comunes les expressions com *part*, *tros*, *això*, ... per referir-se a les parts significatives dels objectes, en especial als prismes formats per cubs apilats. A més, per a la segona d'aquestes activitats, recollim també frases molt ambigües per referir-se als canvis de posició i per descriure les posicions de les parts significatives dels objectes. Observem també en general dos tipus d'abús de

llenguatge. D'una banda la utilització d'expressions del llenguatge no geomètric fent metàfores referides a la forma i de l'altra la utilització incorrecta de vocabulari geomètric, en general utilitzant expressions corresponents a la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai.

Per a l'activitat *item 36 del qüestionari*, també de resposta verbal no apareixen errors de llenguatge significatius. Aquest fet és degut a que per anomenar els objectes d'aquesta tasca no cal utilitzar cap mena de vocabulari geomètric específic. A més, per referir-se a les parts significatives dels objectes només fa falta utilitzar la paraula cara caracteritzant-la amb el nombre de punts que hi ha marcats. Igualment, i per la mateixa raó, indicar els canvis de posició els resulta en general més fàcil que en d'altres tasques. Així, per indicar els moviments que cal fer, per dir on anirà a parar cadascuna de les cares dels daus es refereixen a la que hi havia anteriorment en aquest lloc o bé indiquen si les col·locarien a la dreta, a l'esquerra o a dalt fet que ve facilitat pel tipus de representació gràfica utilitzada.

L'activitat *1—A* requereix representar sobre el paper un objecte en tres dimensions juntament amb una explicació oral. Apareixen errors de comunicació a dos nivells, verbal i gràfic. Pel que fa als errors de llenguatge verbal observem que gairebé la meitat dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana i de la vida diària per referir-se als cubs. Aquesta proporció és encara més gran que l'observada en d'altres tasques fet que suposem degut a que en aquesta activitat a més de cubs calia dibuixar els quadrats de les seves cares i, per tant, en les seves explicacions, a partir d'algun moment, fan servir únicament la paraula *quadrat*. També és interessant recollir els errors que cometem al referir-se a la representació del volum. Pel que fa als errors en la representació gràfica n'observem de dos tipus. D'una banda, hi ha alumnes que no utilitzen adequadament el codi de representació proposat, per exemple no dibuixen correctament les línies de profunditat. De l'altra hi ha alumnes que apliquen només parcialment el codi, és a dir representen les tres dimensions només per una part de l'objecte.

L'activitat *2—A* requereix construir un objecte amb cubs de fusta juntament amb una explicació oral. Apareixen errors de comunicació a dos nivells, verbal i de construcció. Pel que fa als errors de llenguatge verbal observem, una vegada més, que gairebé un terç dels alumnes fan servir paraules de la geometria plana i de la vida diària per referir-se als cubs. A més, per aquesta tasca recollim un gran nombre de paraules de la vida diària que són utilitzades pels alumnes per a referir-se a les parts significatives de l'objecte. Pel que fa als errors en la construcció només n'apareix un de significatiu que consisteix en construir un objecte en el que hi sobren o hi falten cubs.

L'activitat *3—A* requereix representar sobre el paper un objecte en tres dimensions juntament amb una explicació oral. Apareixen errors de comunicació a

dos nivells, verbal i gràfic. Pel que fa als errors de llenguatge verbal observem que segueixen apareixent paraules i expressions de la geometria plana i de la vida diària per referir-se als cubs i a les parts significatives dels objectes. Pel que fa als errors en la representació gràfica n'observem de dos tipus. D'una banda, hi ha alumnes que no utilitzen adequadament el codi de representació proposat dibuixant malament les línies de profunditat o representant línies que en realitat serien ocultes. De l'altra hi ha alumnes que dibuixen un objecte amb més cubs dels que hi hauria realment.

L'activitat 1—B requereix representar sobre el paper un esquema de construcció d'un objecte juntament amb una explicació oral. Apareixen errors de comunicació a dos nivells, verbal i gràfic. Pel que fa als errors de llenguatge verbal observem, a més de l'abús del llenguatge de la geometria plana per referir-se a objectes en tres dimensions, expressions incorrectes o ambigües utilitzades per expressar que l'observador té un punt de vista diferent del seu. Pel que fa als errors en la representació gràfica n'observem només d'un tipus. Hi ha alumnes que no utilitzen adequadament el codi de representació proposat ja que obliden indicar on és la part del davant de l'objecte.

L'activitat 3—B requereix construir un objecte amb cubs de fusta juntament amb una explicació oral. Per aquesta tasca no apareixen errors de comunicació significatius ni a nivell verbal ni de construcció.

Segons això veiem que els errors de comunicació oral de la resposta poden agrupar-se segons siguin:

- Utilització del vocabulari de la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai o les seves parts significatives.
- Utilització de llenguatge de la vida diària per a referir-se al moviment, a objectes de l'espai o a les seves parts significatives.
- Utilització d'expressions ambigües i incorrectes per a referir-se a la posició dels objectes o les parts significatives dels mateixos i als canvis de posició.

També veiem que els errors de comunicació gràfica de la resposta poden agrupar-se segons siguin:

- No adequació a les normes d'utilització del codi de representació plana d'objectes en tres dimensions.
- Construcció o representació incompleta.

A continuació analitzem quins són els possibles motius que fan que apareixin errors en la comunicació de la resposta que son importants no només quantitativament sinó també, i fins i tot més, qualitativament des del punt de vista de la nostra recerca.

Els errors comesos al referir-se verbalment, tant a les accions com als objectes tridimensionals, veiem que són freqüents en totes les activitats, especialment en les d'interpretació ja que demanen únicament una resposta oral. Interpretem que aquests errors es deuen a dues causes. D'una banda, a la dificultat intrínseca de traducció de conceptes espacials a termes verbals i, de l'altra, a la pobresa del llenguatge dels alumnes en relació als termes geomètrics.

Els errors apareguts en la utilització de codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions són importants tant des del punt de vista quantitatiu com qualitatiu ja que són característics d'aquest tipus d'activitats. La taula següent presenta el nombre de casos en que apareixen errors en la utilització d'aquests tipus de codis.

| Activitat | Errors representació |
|-----------|----------------------|
| 1—A       | 4                    |
| 3—A       | 5                    |
| 1—B       | 7                    |

**Taula 8.1.3.2:** Nombre de casos en que apareixen errors en la utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.3.2 veiem que, apareixen errors en la utilització de codis de representació plana d'objectes en tres dimensions en les tres activitats on l'acció requerida és dibuixar. Tot i que l'objecte que cal representar en l'activitat 1—A és molt més complex que el de l'3—A, en la primera el codi utilitzat en la forma de presentació i el demanat per a la resposta són el mateix i en la segona hi ha un canvi en el codi de representació. En l'activitat 3—A l'alumne parteix d'un objecte tridimensional i ha de fer una representació plana després de resoldre el requeriment geomètric. Per l'activitat 1—B, tot i que el codi de representació de la forma de presentació i el de la forma de resposta són el mateix, els errors que apareixen són deguts a la intervenció d'un codi de representació que utilitza a més d'informació gràfica informació verbal. Així veiem que, per aquesta activitat l'error més freqüent consisteix en oblidar que al representar l'esquema de construcció s'ha indicar per escrit on és el davant de l'objecte.

### En relació als errors geomètrics.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem els errors en les respostes des del punt de vista geomètric per a poder caracteritzar-los.

En l'activitat *carrers* veiem que, apareix com a error geomètric la indicació incorrecta dels girs degut a que els alumnes obliden fer la inversió dreta/esquerra. A l'hora de quantificar els errors, per aquesta activitat considerem només el segon gir del recorregut ja que és l'únic que es correspon realment a fer un gir de  $180^\circ$  i per tant és l'únic que es correspon a absència d'inversió dreta/esquerra.

En l'activitat *item 18* veiem que, la majoria dels errors apareguts en la resposta són deguts a errors en la interpretació del codi de representació que ja hem analitzat anteriorment. Hi ha també, però, un alumne que escull com a resposta la que representa la imatge especular de l'objecte donat, és a dir geomètricament el seu error pot entendre's com absència d'una de les dues inversions, la inversió dreta/esquerra o la inversió davant/darrera.

Per a les activitats *item 19* i *item 36* el requeriment geomètric no és efectuar un gir de  $180^\circ$  sinó una composició de girs i per tant no té sentit analitzar l'absència d'inversions.

En l'activitat *1—A* veiem que, només la meitat dels alumnes fan correctament la inversió dreta/esquerra i els que en fan alguna és la davant/darrera.

De la mateixa manera, en l'activitat *2—A* poc més de la meitat dels alumnes fa correctament la inversió dreta/esquerra i els que en fan alguna és la davant/darrera.

En relació a l'activitat *3—A* veiem que, dos terços dels alumnes fan la inversió davant/darrera i que, com a les altres dues activitats del mateix bloc, els que en fan alguna és la davant/darrera.

Pel que fa a l'activitat *1—B* veiem que poc més de la meitat dels alumnes fa la inversió dreta/esquerra i, contràriament a les activitats anteriors, hi ha més d'un terç dels alumnes que no fan la inversió davant/darrera. Considerant globalment els errors comesos per aquests alumnes, veiem que un terç dels alumnes no fa una de les dues inversions. Geomètricament aquest error s'interpreta com la confusió d'una rotació amb una simetria.

De manera semblant, per a l'activitat *3—B* constatem que, la meitat dels alumnes no fa la inversió dreta/esquerra i un terç dels alumnes no fa la inversió davant/darrera. Considerant globalment els errors comesos pels alumnes en aquesta tasca, veiem que la meitat dels alumnes no fa una de les dues inversions, és a dir confonen una rotació amb una simetria.

Analitzats, activitat per activitat, els errors geomètrics apareguts en la resposta veiem que poden caracteritzar-se segons siguin deguts a l'absència de la inversió dreta/esquerra, o a l'absència de la inversió davant/darrera. Aquest fet confirma la hipòtesis 4 del tercer objectiu del problema principal. A més, si considerem globalment els errors comesos pels alumnes podem afirmar que confonen la rotació amb una simetria, ja que oblidar la inversió dreta/esquerra o la inversió davant/darrera al fer un gir de  $180^\circ$  porta a construir o a representar un objecte simètric del donat respecte un pla o un eix.

Els errors geomètrics són importants tant quantitativament com qualitativa. La taula següent recull el nombre de casos en que apareixen errors geomètrics tant l'absència de la inversió dreta/esquerra com de la inversió davant/darrera.

| Activitat      | Absència<br>inversió<br>dreta/esquerra | Absència<br>inversió<br>davant/darrera |
|----------------|--|--|
| <i>Carrers</i> | 9                                      | —                                      |
| <i>Item 18</i> | 1                                      | —                                      |
| <i>1—A</i>     | 9                                      | —                                      |
| <i>2—A</i>     | 9                                      | —                                      |
| <i>3—A</i>     | 7                                      | —                                      |
| <i>1—B</i>     | 7                                      | 8                                      |
| <i>3—B</i>     | 8                                      | 2                                      |

**Taula 8.1.3.3:** Nombre de casos en que hi ha absència de la inversió dreta/esquerra o de la inversió davant/darrera.

A partir de la taula 8.1.3.3 veiem que, per a l'activitat *item 18* el nombre de casos en que hi ha absència de la inversió dreta/esquerra és mínim. Interpretem aquest fet degut a que en aquesta activitat l'objecte inicial i el final de la transformació geomètrica venen donats ja en l'enunciat de la tasca.

També a partir de la taula 8.1.3.3 veiem que, en totes les activitats en que l'acció requerida és construcció són nombrosos els casos en que hi ha absència de la inversió dreta/esquerra. Contràriament, observem que només apareixen casos d'absència de la inversió davant/darrera en les activitats *B*. Interpretem aquest fet degut a la diferència dels graus d'iconicitat de les activitats *A* i *B*. Per a les activitats *A* els alumnes parteixen o bé d'un objecte representat en perspectiva obliqua o bé d'un objecte real la qual cosa els permetia veure —realment o representades— part de les cares de l'objecte. Per a les activitats *B* parteixen d'una representació en planta de l'objecte fet que no permet veure les cares de l'objecte. Això explicaria, a



més, que en l'activitat 3—B, en que cal construir l'objecte, disminueixi —respecte la 2—B— el nombre d'absències de la inversió davant/darrera ja que els alumnes poden manipular d'alguna manera els objectes.

Ens interessa a més analitzar si la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de resolució, de processament i d'aproximació condiciona l'aparició d'errors geomètrics.

La taula següent recull, per a cada activitat<sup>7</sup>, si les diverses estratègies de resolució han portat de manera significativament diferent<sup>8</sup> a errors geomètrics, el grau de significació d'aquesta diferència i quines han estat les que han portat a respostes correctes o a errors.

| Activitat      | Diferència<br>correcte/error | Significació | Estratègia<br>correcte | Estratègia<br>error |
|----------------|------------------------------|--------------|------------------------|---------------------|
| <i>Carrers</i> | SI                           | 85%          | noms/comptant          | noms                |
| <i>Item 18</i> | NO                           | —            | —                      | —                   |
| 1—A            | NO                           | —            | —                      | —                   |
| 2—A            | NO                           | —            | —                      | —                   |
| 3—A            | NO                           | —            | —                      | —                   |
| 1—B            | NO                           | —            | —                      | —                   |
| 3—B            | NO                           | —            | —                      | —                   |

**Taula 8.1.3.4:** Estratègies de resolució que han portat de manera significativament diferent a errors geomètrics, grau de significació i tipus d'estratègies que han portat a respostes correctes o a errors.

A partir de la taula 8.1.3.4 veiem que, l'única activitat en que les diferents estratègies de resolució porten a diferències significatives entre les respostes correctes i els errors és una activitat d'interpretació amb context amb significat real. Per aquesta activitat veiem que, l'estratègia que condiciona l'aparició d'errors geomètrics és la que comporta una major implicació del subjecte en el context. Per a l'altra activitat d'interpretació amb context amb significat real —l'activitat *item 36*— no són prou els casos en que l'estratègia de resolució comporta la implicació del subjecte en el context com perquè puguin aparèixer diferències significatives.

<sup>7</sup>No considerem les activitats *item 19* i *item 36* perquè el seu requeriment geomètric no és efectuar un gir de 180°sinó una composició de girs. Per tant no té sentit estudiar l'absència d'inversions per aquestes activitats.

<sup>8</sup>Donada la grandària de la mostra i el caràcter qualitatiu de la recerca considerem suficient treballar amb un grau de significació del 85%.

La taula següent recull, per a cada activitat<sup>9</sup>, si les diverses estratègies de processament han portat de manera diferent<sup>10</sup> a errors geomètrics, el grau de significació d'aquesta diferència i quin tipus d'estratègies de processament porten a respostes correctes o a errors.

| Activitat      | Diferència<br>correcte/error | Significació | Estratègia<br>correcte | Estratègia<br>error |
|----------------|------------------------------|--------------|------------------------|---------------------|
| <i>Carrers</i> | SI                           | 95%          | visual                 | verbal              |
| <i>Item 18</i> | SI                           | insuficient  | visual                 | verbal              |
| <i>1—A</i>     | SI                           | insuficient  | visual/verbal          | visual              |
| <i>2—A</i>     | SI                           | insuficient  | verbal                 | visual              |
| <i>3—A</i>     | NO                           | —            | —                      | —                   |
| <i>1—B</i>     | SI                           | 90%          | visual                 | verbal              |
| <i>3—B</i>     | NO                           | —            | —                      | —                   |

**Taula 8.1.3.5:** Estratègies de processament que han portat de manera diferent a errors geomètrics<sup>11</sup>, grau de significació i tipus d'estratègies<sup>12</sup> que porten a respostes correctes o a errors.

A partir de la taula 8.1.3.5 veiem que, en general no podem afirmar que el tipus d'estratègia de processament utilitzada porti de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric. Únicament podem afirmar que, en dos dels casos, en que l'objecte estímul és senzill —des del punt de vista d'extreure'n la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat— hi ha diferències significatives entre les respostes correctes i els errors recollits sota cadascuna de les diferents estratègies de processament, portant a respostes correctes les de processament visual. Malgrat això, si considerem també aquells casos en que es produeixen tendències amb un grau de significació no prou alt, podem afirmar que, les estratègies de processament visual tendeixen a donar lloc a respostes correctes quan l'objecte és senzill i a errors quan l'objecte és complex. De manera semblant, podem afirmar que

<sup>9</sup>No considerem les activitats *item 19* i *item 36* perquè el seu requeriment geomètric no és efectuar un gir de 180° sinó una composició de girs. Per tant no té sentit estudiar l'absència d'inversions per aquestes activitats.

<sup>10</sup>Donada la grandària de la mostra i el caràcter qualitatiu de la recerca considerem suficient treballar amb un grau de significació del 85%.

<sup>11</sup>La majoria d'errors recollits en l'activitat *item 18* no són errors geomètrics sinó errors d'interpretació del codi de representació.

<sup>12</sup>Quan per la quarta columna s'indica visual/verbal cal interpretar que les estratègies de processament verbal porten a resultats correctes i els resultats obtinguts sota estratègies de processament visual es reparteixen entre els correctes i els errors.

les estratègies de processament verbal tendeixen a donar respostes correctes quan l'objecte és complex i errors quan l'objecte és senzill.

La taula següent recull, per a cada activitat<sup>1314</sup>, si les diverses estratègies d'aproximació han portat de manera diferent<sup>15</sup> a errors geomètrics, el grau de significació d'aquesta diferència i quin tipus d'estratègies<sup>16</sup> d'aproximació porten a respostes correctes o a errors.

| Activitat      | Diferència<br>correcte/error | Significació | Estratègia<br>correcte | Estratègia<br>error |
|----------------|------------------------------|--------------|------------------------|---------------------|
| <i>Item 18</i> | SI                           | 90%          | global                 | parcial             |
| <i>1—A</i>     | SI                           | insuficient  | parcial                | global              |
| <i>2—A</i>     | SI                           | insuficient  | parcial                | global/parcial      |
| <i>3—A</i>     | NO                           | —            | —                      | —                   |
| <i>1—B</i>     | NO                           | —            | —                      | —                   |

**Taula 8.1.3.6:** Estratègies d'aproximació que han portat de manera diferent a errors geomètrics<sup>17</sup>, grau de significació i tipus d'estratègies que porten a respostes correctes o a errors.

A partir de la taula 8.1.3.6 veiem que, en general no podem afirmar que el tipus d'estratègia d'aproximació utilitzada porti de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric. Únicament podem afirmar que, en dos dels casos, en que l'objecte estímul és complex —des del punt de vista d'extreure'n la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat— les estratègies d'aproximació parcial tendeixen a donar lloc a respostes correctes i les d'aproximació global a errors des del punt de vista geomètric. Cal dir, però, que aquesta tendència no es confirma amb un grau de significació prou alt.

<sup>13</sup>No considerem l'activitat *item 19* perquè el seu requeriment geomètric no és efectuar un gir de 180° sinó una composició de girs. Per tant no té sentit estudiar l'absència d'inversions per aquestes activitats.

<sup>14</sup>No considerem les activitats *carrers* i *item 36* perquè l'enunciat de la tasca condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial i les aparegudes són totes d'aquest tipus. Tampoc apareixen en la taula les dades de la *3—B* ja que per aquesta activitat totes les estratègies d'aproximació recollides menys dues han estat d'aproximació parcial i per tant no té sentit fer la comparació

<sup>15</sup>Donada la grandària de la mostra i el caràcter qualitatiu de la recerca considerem suficient treballar amb un grau de significació del 85%.

<sup>16</sup>Quan per la cinquena columna s'indica *global/parcial* cal interpretar que les estratègies d'aproximació global porten a resultats incorrectes i els resultats obtinguts sota estratègies d'aproximació parcial es reparteixen entre els correctes i els errors.

<sup>17</sup>Els errors recollits en l'activitat *item 18* no són errors geomètrics sinó errors d'interpretació del codi de representació.

### 8.1.4 Sumari i conclusions parcials del quart objectiu.

El quart objectiu pretén *caracteritzar globalment els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai* fet que ens porta a establir la següent hipòtesi:

- 1. Els processos manifestats pels alumnes en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai poden caracteritzar-se globalment segons les estratègies de processament i d'aproximació utilitzades a partir de la següent tipologia:
  - VER/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
  - VER/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.
  - VIS/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
  - VIS/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.

A més de contrastar aquesta hipòtesi el quart objectiu pretén també el següent propòsit:

- 1. Analitzar la freqüència i la diversitat de cadascuna d'aquestes tipologies de procés.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) veiem que els processos de resolució manifestats pels alumnes poden caracteritzar-se globalment a partir de les estratègies de processament i d'aproximació utilitzades segons siguin VER/PAR, VER/GLO, VIS/PAR o VIS/GLO fet que confirma la hipòtesis del quart objectiu del problema principal.

Ens interessa a més, analitzar la freqüència i diversitat de cadascuna d'aquestes tipologies de procés.

La taula següent presenta, per a cada activitat, el nombre de processos diferents apareguts dins de cada tipologia i el nombre d'alumnes<sup>18</sup> que els han seguit:

| Activitat      | VER/PAR | VER/GLO | VIS/PAR | VIS/GLO |
|----------------|---------|---------|---------|---------|
| <i>Carrers</i> | 2(8)    | —       | 3(14)   | —       |
| <i>item 18</i> | 2(6)    | 1(1)    | 2(8)    | 2(9)    |
| <i>item 19</i> | 2(2)    | —       | 2(7)    | 4(11)   |
| <i>item 36</i> | 4(17)   | —       | 3(7)    | —       |
| <i>1—A</i>     | 2(7)    | 1(1)    | 2(5)    | 2(9)    |
| <i>2—A</i>     | 2(14)   | 2(3)    | 2(4)    | 1(2)    |
| <i>3—A</i>     | 2(14)   | 1(1)    | 1(3)    | 1(5)    |
| <i>1—B</i>     | 1(5)    | —       | 1(2)    | 2(4)    |
| <i>3—B</i>     | 1(13)   | —       | 1(9)    | 1(2)    |
| total          | 18(86)  | 5(6)    | 18(59)  | 13(40)  |

Taula 8.1.4.1: Nombre de processos i de casos dins de cada tipologia.

A partir de la taula 8.1.4.1 veiem que, les tipologies en que hi ha més diversitat de processos i més quantitat d'alumnes són la VER/PAR i la VIS/PAR, fet que ve determinat pel tipus d'activitats plantejades. En primer lloc, hi ha dues activitats, l'activitat *carrers* i la *item 36*, en que l'enunciat comporta implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial. En segon lloc, les quatre primeres activitats de la taula són d'interpretació, per tant requereixen una resposta oral sense cap construcció ni dibuix. Aquest fet condiona, quan l'objecte és complex, l'aparició d'estratègies de processament verbal.

La poca diversitat i quantitat de processos dins de la tipologia VER/GLO s'explica per la dificultat de fer compatibles les estratègies de processament verbal amb les estratègies d'aproximació global. Considerem que una estratègia de processament és verbal quan el subjecte no diu haver imaginat canvis de posició de l'objecte ni del subjecte. Les estratègies d'aproximació a la forma són globals quan fan referència a l'objecte considerat globalment. Les activitats proposades

<sup>18</sup>Recordem que, malgrat que el total d'alumnes entrevistats és 24, per algunes activitats no s'han pogut caracteritzar els processos de tots els alumnes ja sigui perquè no han arribat a resoldre-la o perquè no ens han donat informació suficient del seu procés per a fer-ho com és el cas de l'activitat *1—B*.

requereixen la identificació o la construcció d'objectes relacionats entre sí per una rotació. Tant en un cas com en l'altre, apareix en algun moment del procés de resolució la comparació dels dos objectes. Si a més tenim en compte que, en algunes activitats, els objectes són prou complexos, és clar que comparar-los de manera global sense imaginar canvis de posició resulta difícil. Per tot això, creiem que no és senzill fer compatibles, per aquest tipus d'activitats, les estratègies de processament verbal amb les estratègies d'aproximació global i per aquest motiu apareixen pocs processos caracteritzats com a VER/GLO.

### 8.1.5 Sumari i conclusions parcials del cinquè objectiu.

El cinquè objectiu pretén *comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels nois i les noies en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai* fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Les diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant.
  - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció.
  - En relació a les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies:
    - \* Hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és interpretació.
    - \* No hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és construcció.
  - No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció.
- 2. Les diferències entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus de dificultat:
  - Hi ha diferències quantitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació a la interpretació de l'enunciat.
  - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació a la comunicació de la resposta.

- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació al procés de resolució.
- 3. Les diferències entre els errors comesos pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus d'error:
  - Hi ha diferències quantitatives entre els errors comesos pels nois i les noies en la interpretació de l'enunciat.
  - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors comesos pels nois i les noies en la comunicació de la resposta.
  - Hi ha diferències quantitatives entre els errors geomètrics comesos pels nois i les noies.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el cinquè objectiu pretén també els següents propòsits:

- 1. Caracteritzar les estratègies de resolució i de processament utilitzades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 2. Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i del procés de resolució manifestades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 3. Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i geomètrics comesos pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 4. Analitzar com la utilització per part dels nois i les noies d'estratègies diferents en els processos de resolució porta a diferències en la resposta.

### **En relació a les diferències en les estratègies.**

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) analitzem les diferències entre les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació utilitzades pels nois i les noies.

La taula següent recull, activitat per activitat, els casos en que les diferències aparegudes en les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació han estat significatives<sup>19</sup> així com el grau de significació en cada cas.

| Activitat      | Estratègies resolució | Estratègies processament | Estratègies aproximació |
|----------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| <i>Carrers</i> | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>Item 18</i> | SI<br>95%             | SI<br>90%                | NO                      |
| <i>Item 19</i> | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>Item 36</i> | NO                    | SI<br>90%                | NO                      |
| <i>1—A</i>     | SI<br>85%             | NO                       | NO                      |
| <i>2—A</i>     | SI<br>85%             | NO                       | NO                      |
| <i>3—A</i>     | SI<br>85%             | NO                       | NO                      |
| <i>1—B</i>     | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>3—B</i>     | NO                    | NO                       | NO                      |

**Taula 8.1.5.1:** Diferències —i significació— en les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació aparegudes.

Recordem que, l'acció requerida per quatre de les activitats proposades és interpretació —les activitats *carrers*, *item 18*, *item 19* i *item 36*— i per les altres cinc és construcció —les activitats *1—A*, *2—A*, *3—A*, *1—B* i *3—B*.

Pel que fa a les estratègies de resolució cal tenir present que, n'apareixen de significatives en totes les activitats excepte en la *3—B*. Tenint en compte aquest fet, de l'observació de la taula 8.1.5.1 es desprèn que, hi ha diferències qualitatives significatives entre les estratègies de resolució dels nois i de les noies en una de les activitats on l'acció requerida és interpretació i en tres de les activitats on l'acció requerida és construcció.

En relació a les estratègies de processament, de l'observació de la taula 8.1.5.1 es desprèn que, apareixen diferències qualitatives significatives entre les dels nois

<sup>19</sup>Donada la grandària de la mostra considerem suficient treballar amb un grau de significació del 85%. Això voldria dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten una determinada estratègia, 10 de les 12 noies entrevistades l'han utilitzat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.



i les de les noies només en dues de les activitats en que l'acció requerida és interpretació. Per a cap de les activitats on l'acció requerida és construcció apareixen diferències qualitatives significatives entre els dos sexes.

Considerant les estratègies d'aproximació, observant la taula 8.1.5.1 veiem que, no apareixen diferències qualitatives entre els dos sexes ni per les activitats on l'acció requerida és construcció ni per aquelles on és interpretació.

Segons tot això, podem afirmar que, hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució dels nois i les noies independentment de l'acció requerida per l'activitat. De la mateixa manera, podem dir que, hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament dels nois i les noies en les activitats on l'acció requerida és interpretació. En tots els altres casos no hi ha diferències qualitatives entre les estratègies dels nois i de les noies. Tot això confirma la hipòtesis 1 del cinquè objectiu del problema principal.

Ens interessa a més analitzar qualitativament en que consisteixen aquestes diferències.

La taula següent recull les diferències entre els nois i les noies en les estratègies de resolució per aquelles activitats en que aquestes diferències són significatives.

| Activitat      | Nois                                    | Noies           |
|----------------|---|-----------------|
| <i>Item 18</i> | treballen amb tots els objectes         | descarten       |
| <i>1—A</i>     | argumenten o no inversió dreta/esquerra | no l'argumenten |
| <i>2—A</i>     | argumenten o no inversió dreta/esquerra | no l'argumenten |
| <i>3—A</i>     | argumenten o no inversió dreta/esquerra | no l'argumenten |

**Taula 8.1.5.2:** Diferències entre els nois i les noies en les estratègies de resolució.

De l'observació de la taula 8.1.5.2 veiem que, per a l'activitat on l'acció requerida és interpretació i hi ha diferències significatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels individus dels dos sexes, les noies tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que comporten simplificar l'estructura de l'activitat i els nois tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que la mantenen.

També a partir de la taula 8.1.5.2 veiem que, per a les activitats on l'acció requerida és construcció i hi ha diferències significatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels individus dels dos sexes, els nois es reparteixen entre els que utilitzen estratègies de resolució que comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat i els que no ho fan, i les noies, tendeixen a no utilitzar cap tipus d'estratègia de resolució.

La taula següent recull les diferències entre els nois i les noies en les estratègies de processament<sup>20</sup> per aquelles activitats en que aquestes diferències són prou significatives.

| Activitat      | Nois          | Noies         |
|----------------|---------------|---------------|
| <i>Item 18</i> | visual        | visual/verbal |
| <i>Item 36</i> | visual/verbal | verbal        |

**Taula 8.1.5.3:** Diferències entre els nois i les noies en les estratègies de processament.

De la taula 8.1.5.3 es desprèn que, per a les activitats on l'acció requerida és interpretació i hi ha diferències significatives entre les estratègies de processament utilitzades pels individus dels dos sexes, els nois tendeixen a utilitzar estratègies de processament visual i les noies estratègies de processament verbal.

### En relació a les diferències en les dificultats.

A continuació analitzem comparativament les dificultats manifestades pels nois i les noies en les diferents activitats segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació de la resposta o del procés de resolució.

### Diferències en les dificultats d'interpretació de l'enunciat.

Recordem que, les dificultats que apareixen en la interpretació de l'enunciat poden ser de comprensió del requeriment geomètric, de l'acció requerida, de la forma de presentació de l'enunciat o de la formulació de l'activitat. Analitzem per a cada

<sup>20</sup>Quan per un dels dos grups s'indica visual/verbal cal interpretar-ho com que els individus d'aquest grup utilitzen estratègies visuals o verbals repartint-se de manera equilibrada, essent les estratègies de processament dels individus de l'altre grup les que determinen la significació.

tipus de dificultat<sup>21</sup> si hi ha diferències entre el comportament dels nois i de les noies.

Les dificultats en la interpretació del requeriment geomètric de l'activitat recordem que, són per entendre que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat o per entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que tenen dificultats a l'hora de tenir presents totes les condicions de l'enunciat de l'activitat tant són nois com noies.

Pel que fa a entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric hi ha una activitat —1—A— en que els alumnes posen de manifest aquesta dificultat i d'aquests alumnes la majoria són dones.

En relació a les dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials s'observa que hi ha diferències entre el comportament dels nois i les noies.

La taula següent recull, per a cadascuna de les activitats on apareixen dificultats de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials, el nombre de nois i noies que en manifesten.

| Activitat | Nois | Noies |
|-----------|------|-------|
| 1—A       | —    | 1     |
| 3—A       | 1    | 3     |
| 1—B       | —    | 1     |

**Taula 8.1.5.4:** Nombre de nois i noies que manifesten dificultats de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials.

Tot i que són molt pocs els casos on apareix aquest tipus de dificultat, a partir de la taula 8.1.5.4 s'observa que, les noies tenen més dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials.

<sup>21</sup>No analitzem comparativament les dificultats de comprensió de l'acció requerida perquè, tal com ja hem argumentat en l'apartat 8.1.2 aquest tipus de dificultat no és específic de les activitats que estem considerant.

En relació a les dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, s'observa que hi ha diferències entre el comportament dels nois i les noies.

La taula següent recull el nombre de nois i noies que manifesten dificultats d'interpretació del codi de representació per a cadascuna de les activitats on n'apareixen.

| Activitat      | Nois | Noies |
|----------------|------|-------|
| <i>Carrers</i> | 1    | 2     |
| <i>Item 18</i> | 1    | 6     |
| <i>1—A</i>     | —    | 3     |
| <i>2—A</i>     | —    | 3     |

**Taula 8.1.5.5:** Nombre de nois i noies que manifesten dificultats d'interpretació del codi de representació.

De l'observació de la taula 8.1.5.5 és després que, les noies tenen més dificultats que els nois a l'hora d'interpretar el codi de representació utilitzat en la presentació de l'activitat.

Les dificultats en la interpretació de la formulació de l'activitat recordem que són per entendre la presentació o per entendre a quin o quins objectes es refereix l'activitat.

Analizant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que tenen dificultats a l'hora d'entendre la presentació de l'activitat tant són nois com noies.

Pel que fa a entendre a quin o quins objectes fa referència l'activitat són molts pocs els casos en que apareix aquesta dificultat i tampoc hi ha diferències entre els nois i les noies.

Segons tot això, les dificultats en la interpretació de l'enunciat de l'activitat que manifesten els nois i les noies són quantitativament diferents pel que fa a comprensió de la forma de presentació de l'enunciat i a la interpretació del requeriment geomètric. Així veiem que, els alumnes que manifesten dificultats pel que fa a interpretació del codi verbal quan fa referència a conceptes espacials són majoritàriament dones. De manera semblant, els alumnes que manifesten dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, són també, en general

dones. Igualment els alumnes que tenen dificultats de comprensió del requeriment geomètric de l'activitat, des del punt de vista de saber a quins objectes es refereix, també són majoritàriament dones. En tots els altres casos no observem diferències qualitatives ni quantitatives entre les dificultats manifestades pels nois i per les noies.

### Diferències en les dificultats de comunicació.

A continuació, analitzem comparativament les dificultats en la comunicació de la resposta i explicitació del procés manifestades pels nois i les noies.

Recordem que, les dificultats que apareixen en la comunicació de la resposta i explicitació del procés són de dos tipus. D'una banda, dificultats per referir-se als objectes o parts dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els mateixos. De l'altra, dificultats per utilitzar correctament els codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) observem que, els alumnes que tenen dificultats per referir-se verbalment als conceptes espacials són tant homes com dones.

Pel que fa a les dificultats en la utilització dels codis de representació cal tenir en compte que només hi ha tres activitats — $1-A$ ,  $3-A$  i  $1-B$ — on l'acció requerida és un dibuix. La taula següent presenta, per aquestes activitats, el nombre de nois i de noies que tenen dificultats per seguir correctament les condicions del codi de representació en la resposta.

| Activitat | Nois | Noies |
|-----------|------|-------|
| $1-A$     | 2    | 2     |
| $3-A$     | 5    | 6     |
| $1-B$     | 5    | 2     |

**Taula 8.1.5.6:** Nombre de nois i noies que manifesten dificultats en la utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.5.6 veiem que, els alumnes que manifesten dificultats en la utilització dels codis de representació tant són nois com noies.

Segons tot això, les dificultats en la comunicació de la resposta que manifesten els nois i les noies no són diferents quantitativament ni qualitativa ni pel que fa a

l'expressió verbal de conceptes espacials ni pel que fa a la utilització de codis de representació.

### Diferències en les dificultats del procés de resolució.

A continuació analitzem comparativament les dificultats del procés de resolució que manifesten els nois i les noies. Recordem que, les dificultats del procés de resolució poden caracteritzar-se segons siguin dificultats d'adaptació de l'estratègia de processament o d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.

Les dificultats recollides en relació a les estratègies de processament són dificultats d'adaptació a un dels dos tipus d'estratègia. Tant per les estratègies de processament verbal com per les de processament visual són molt pocs els casos en que els alumnes manifesten dificultats d'adaptació de la pròpia estratègia a la que suggereix l'activitat. Per tant té poc sentit fer un estudi comparatiu del comportament dels nois i les noies per a les dificultats d'adaptació a les estratègies de processament.

Les dificultats recollides en relació a les estratègies d'aproximació són dificultats per conservar la globalitat de l'objecte quan l'activitat suggereix una aproximació parcial i l'objecte d'estímul és complex —l'objecte tridimensional corresponent. Les activitats que suggereixen implícitament una aproximació parcial són l'activitat *carrers* i l'activitat *1—A*.

La taula següent recull el nombre de nois i noies que per aquestes activitats tenen dificultats en conservar la globalitat de l'objecte.

| Activitat      | Nois | Noies |
|----------------|------|-------|
| <i>Carrers</i> | 7    | 6     |
| <i>1—A</i>     | 3    | 7     |

**Taula 8.1.5.7:** Nombre de nois i noies que manifesten dificultats per conservar la globalitat dels objectes en les activitats que suggereixen una aproximació parcial.

De l'observació de la taula 8.1.5.7 és després que, tant els nois com les noies tenen dificultats per conservar la globalitat de l'objecte quan l'activitat suggereix una aproximació parcial.

Segons tot això, no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació al procés de resolució tant pel que fa a estratègies de processament com a estratègies de resolució.

En resum podem doncs afirmar que, les diferències entre les dificultats manifestades pels nois i les noies depenen del tipus de dificultat, i apareixen només en relació a la interpretació de l'enunciat de l'activitat fet que confirma la hipòtesis 2 del cinquè objectiu.

### En relació a les diferències en els errors.

A continuació analitzem comparativament els errors comesos pels nois i les noies en les diferents activitats segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació de la resposta o geomètrics.

### Diferències en els errors d'interpretació de l'enunciat.

Recordem que, els errors que apareixen en la interpretació de l'enunciat poden ser d'interpretació de l'acció requerida, del requeriment geomètric, de la forma de presentació de l'enunciat o de la formulació de l'activitat. Analitzem per a cada tipus d'error<sup>22</sup> si hi ha diferències qualitatives entre el comportament dels nois i de les noies.

Els errors en la interpretació del requeriment geomètric de l'activitat recordem que, són oblidar que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat o confondre els objectes o parts dels objectes a que fa referència el requeriment geomètric.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que els alumnes que obliden part de les condicions de l'enunciat de l'activitat tant són nois com noies.

Pel que fa a entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de l'activitat hi ha una activitat —l'1—A— en que els alumnes posen de manifest aquest error i d'aquests la majoria són dones.

Analitzem les diferències entre els errors de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials.

La taula següent recull, per a cadascuna de les activitats on apareixen errors de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials, el nombre de nois i noies que en cometten.

---

<sup>22</sup>No analitzem comparativament els errors d'interpretació de l'acció requerida perquè, tal com ja hem argumentat en l'apartat 8.1.3 —en l'anàlisi de les dificultats de comprensió de l'enunciat— —en l'anàlisi dels errors de comprensió de l'enunciat— aquest tipus d'error no és específic de les activitats que estem considerant.

| Activitat  | Nois | Noies |
|------------|------|-------|
| <i>1-A</i> | -    | 1     |
| <i>3-A</i> | 1    | 3     |
| <i>1-B</i> | -    | 1     |

**Taula 8.1.5.8:** Nombre de nois i noies que cometen errors de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials.

Tot i que són molt pocs els casos on apareix aquest tipus d'error, a partir de la taula 8.1.5.8, s'observa que, les noies s'equivoquen més en relació a la comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials. Cal dir, però que totes elles a l'incidir l'entrevistador rectifiquen i superen aquest error.

En relació als errors d'interpretació de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, s'observa que hi ha diferències entre el comportament dels nois i les noies.

La taula següent recull el nombre de nois i noies que cometen errors d'interpretació del codi de representació per a cadascuna de les activitats on n'apareixen.

| Activitat      | Nois | Noies |
|----------------|------|-------|
| <i>Carrers</i> | 1    | 2     |
| <i>Item 18</i> | 1    | 6     |
| <i>1-A</i>     | -    | 3     |
| <i>2-A</i>     | -    | 3     |

**Taula 8.1.5.9:** Nombre de nois i noies que cometen errors d'interpretació del codi de representació.

De l'observació de la taula 8.1.5.9 és després que, les noies cometen més errors que els nois a l'hora d'interpretar el codi de representació utilitzat en la presentació de l'activitat.

A continuació, analitzem comparativament els errors comesos pels nois i les noies en la interpretació de la formulació de l'activitat. Recordem que, aquests errors es cometen a l'entendre malament la presentació de l'activitat o al confondre a quin o quins objectes es refereix l'activitat.



Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que els alumnes que cometen errors a l'hora d'entendre la presentació de l'activitat tant són nois com noies.

Pel que fa a entendre a quin o quins objectes fa referència l'activitat són molts pocs els casos en que apareix aquest error i tampoc hi ha diferències entre els nois i les noies.

Segons tot això, els errors en la interpretació de l'enunciat de l'activitat que cometen els nois i les noies són qualitativament diferents pel que fa a comprensió de la forma de presentació de l'enunciat i a la interpretació del requeriment geomètric. Així veiem que, els alumnes que cometen errors pel que fa a interpretació del codi verbal quan fa referència a conceptes espacials són majoritàriament dones. De manera semblant, els alumnes que s'equivoquen en la comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, són també, en general dones. Igualment, els alumnes que s'equivoquen en la comprensió del requeriment geomètric de l'activitat, des del punt de vista de saber a quins objectes es refereix, també són majoritàriament dones. En tots els altres casos no observem diferències qualitatives ni quantitatives entre els errors comesos pels nois i per les noies.

### Diferències en els errors de comunicació.

A continuació, analitzem comparativament els errors en la comunicació de la resposta i explicitació del procés comesos pels nois i les noies

Recordem que, els errors que apareixen en la comunicació de la resposta són de dos tipus. D'una banda, errors de llenguatge verbal al referir-se als objectes o parts dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els mateixos. De l'altra, errors d'utilització dels codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) observem que, els alumnes que cometen errors al referir-se verbalment als conceptes espacials són tant homes com dones.

Pel que fa a errors en la utilització dels codis de representació cal tenir en compte que només hi ha tres activitats —1—A, 3—A i l'1—B— on l'acció requerida és dibuixar.

La taula següent presenta el nombre de nois i de noies que no segueixen correctament les condicions del codi de representació en la resposta.

| Activitat | Nois | Noies |
|-----------|------|-------|
| 1—A       | 2    | 2     |
| 3—A       | 1    | 4     |
| 1—B       | 5    | 2     |

**Taula 8.1.5.10:** Nombre de nois i noies que cometen errors en la utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.5.10 veiem que, no hi ha diferències entre els errors de comunicació de la resposta comesos pels nois i les noies en relació a la utilització correcta dels codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Segons tot això, els errors en la comunicació de la resposta que cometen els nois i les noies no són diferents quantitativament ni qualitativa ni pel que fa a l'expressió verbal de conceptes espacials ni pel que fa a la utilització de codis de representació.

### Diferències en els errors geomètrics.

A continuació, analitzem comparativament els errors geomètrics comesos pels nois i per les noies. Recordem que, els errors geomètrics comesos pels alumnes poden caracteritzar-se segons siguin absència de la inversió dreta/esquerra o absència de la inversió davant/darrera.

La taula 8.1.5.11 recull per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$  el nombre de nois i noies que no fan la inversió dreta/esquerra<sup>23</sup> així com el grau de significació d'aquesta diferència en el cas de ser prou alt<sup>24</sup>.

De l'observació de la taula 8.1.5.11 es desprèn, en primer lloc que, per a tres de les set activitats on la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$ , la diferència de comportament dels nois i les noies en relació a la inversió dreta/esquerra és

<sup>23</sup>Per a l'activitat *carrers* considerem únicament els errors comesos a l'indicar el segon gir ja que, només aquests corresponen a falta de la inversió dreta/esquerra en un gir de  $180^\circ$ .

<sup>24</sup>Igual que en els altres casos, donada la grandària de la mostra considerem suficient treballar amb un grau de significació del 85%. Això voldria dir, per exemple, que si afirmen que en el 85% dels casos les noies cometien un determinat error, 10 de les 12 noies entrevistades l'han comés, quantitat prou important donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

significativa<sup>25</sup>, essent les noies les que tendeixen a cometre aquest tipus d'error. En segon lloc, si considerem globalment el nombre de nois i el de noies que no fan aquesta inversió veiem que de tots els casos observats, dos terços són noies i un terç són nois.

| Activitat      | Nois | Noies | Significació |
|----------------|------|-------|--------------|
| <i>Carrers</i> | 3    | 6     | -            |
| <i>Item 18</i> | 1    | -     | -            |
| <i>1-A</i>     | 4    | 5     | 90%          |
| <i>2-A</i>     | 2    | 7     | 85%          |
| <i>3-A</i>     | 1    | 6     | 95%          |
| <i>1-B</i>     | 2    | 5     | -            |
| <i>3-B</i>     | 4    | 5     | -            |
| Total          | 17   | 34    | -            |

**Taula 8.1.5.11:** Nombre de nois i noies que no fan la inversió dreta/esquerra i significació de la diferència.

La taula següent recull, per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és un gir de 180° el nombre de nois i noies que no fan la inversió davant/darrera<sup>26</sup>

| Activitat  | Nois | Noies |
|------------|------|-------|
| <i>1-B</i> | 4    | 4     |
| <i>3-B</i> | -    | 2     |

**Taula 8.1.5.12:** Nombre de nois i noies que no fan la inversió davant/darrera.

De l'observació de la taula 8.1.5.12 és després que, en general, no hi ha diferència entre el nombre de nois i el de noies que no fan la inversió davant/darrera.

Segons tot això, hi ha diferències quantitatives entre els errors geomètrics comesos pels nois i per les noies en relació a la inversió dreta/esquerra, però no en relació a la inversió davant/darrera.

<sup>25</sup>Per a l'activitat *1-A* sembla haver-hi una contradicció entre el grau de significació i el fet de que són 4 nois i 5 noies els que no han fet la inversió. Aquest fet s'explica tenint en compte que tots 12 nois resolen l'activitat i d'aquests 4 no tenen en compte la inversió, mentre que són només 8 les noies que resolen l'activitat i d'aquestes 5 no tenen en compte la inversió.

<sup>26</sup>Les dues úniques activitats en que s'ha manifestat aquest error són l'*1-B* i la *3-B*.

En resum, podem doncs afirmar que, les diferències entre els errors comesos pels nois i les noies depenen del tipus d'error, apareixent diferències en els errors comesos en la interpretació de l'enunciat de l'activitat i en els errors geomètrics fet que confirma la hipòtesis 3 del cinquè objectiu del problema principal.

A continuació, analitzem en quins casos la utilització per part dels nois i les noies d'estratègies diferents en els processos de resolució porta a diferències en la resposta.

Observant la taula 8.1.5.1 veiem que, en les activitats *item 18*, *item 36*, *1—A*, *2—A* i *3—A* hi ha diferències de comportament entre els dos sexes en relació a les estratègies de resolució, de processament o d'aproximació utilitzades. A partir de la taula 8.1.5.9 veiem que, en l'activitat *item 18* apareixen diferències significatives<sup>27</sup> entre el comportament dels nois i les noies en relació als errors d'interpretació. A partir de la taula 8.1.5.11 veiem que, per a les activitats *1—A*, *2—A* i *3—A* hi ha diferències entre els nois i les noies en relació a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra. Seguidament analitzem, per a cadascuna d'aquestes activitats, com la utilització d'estratègies diferents porta a respostes diferents.

Per a l'activitat *item 18*, la diferència en les respostes dels nois i les noies no és deguda a un error geomètric sinó a un error d'interpretació. Per aquesta activitat hi ha diferències significatives entre les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies. Els nois tendeixen a utilitzar estratègies de processament visual i les noies es reparteixen a parts iguals entre els que utilitzen estratègies de processament verbal i els que les utilitzen de processament visual. Interpretem que, la utilització d'un tipus d'estratègia de processament o d'un altre condiciona la freqüència d'aparició d'aquest error d'interpretació. Al comparar la forma dels objectes sense imaginar-los el subjecte necessita interpretar detalladament la representació dels objectes fet que porta l'aparició d'un nombre més gran d'errors d'interpretació en les estratègies de processament verbal.

Per a l'activitat *item 36*, tot i que hi ha diferències significatives en les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies no hi ha diferències en la selecció de respostes.

Per a l'activitat *1—A*, hi ha dos tipus de diferències entre les respostes dels nois i les noies. D'una banda, veiem que hi ha diferències significatives en relació al fet de representar tot l'objecte o només una part, dibuixant-lo parcialment les noies. Aquesta diferència de comportament s'explicaria pel fet que, per aquesta activitat,

---

<sup>27</sup>Hi ha d'altres activitats amb diferències entre els errors d'interpretació comesos pels nois i les noies, però només en el cas de l'activitat *item 18* aquesta diferència és significativa tal com es recull en el darrer apartat del capítol anterior,, *sumari i conclusions parcials de l'activitat 'item 18 del qüestionari*.

els alumnes que no entenen a quina part de l'objecte fa referència el requeriment geomètric de l'activitat són majoritàriament dones. De l'altra, veiem que els nois tendeixen a resoldre correctament la inversió dreta/esquerra i les noies no. Aquesta diferència, tot i que no es confirma amb un grau de significació prou alt, s'explicaria per les diferències de comportament dels uns i de les altres en relació a les estratègies de resolució ja que els nois es reparteixen entre els que argumenten la inversió dreta/esquerra a priori i els que no, i les noies, no l'argumenten.

Per a les activitats 2—A i 3—A veiem que, hi ha diferències significatives entre les respostes dels nois i les noies en relació a la inversió dreta/esquerra. Aquesta diferència s'explicaria per la utilització significativament diferent d'estratègies de resolució per part dels uns i de les altres ja que els nois tendeixen a argumentar la inversió a priori i les noies no.

Observant la taula 8.1.5.1 veiem que, en les activitats *carrers*, 1—B i 3—B no hi ha diferències de comportament entre els dos sexes en relació a les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació utilitzades. Observant la taula 8.1.5.11 veiem que, per les activitats *carrers*, 1—B i 3—B no hi ha diferències significatives entre el nombre de nois i de noies que no fan la inversió dreta/esquerra. De l'observació de les dues taules es desprèn que, per les activitats *carrers*, 1—B i 3—B la utilització d'estratègies paral·leles per part dels nois i les noies en el procés de resolució porta a respostes equivalents des del punt de vista dels errors geomètrics.

A partir d'aquestes reflexions podem afirmar que, per les activitats on hi ha diferències de comportament dels nois i les noies en la resposta aquestes diferències poden estar motivades per la utilització d'estratègies diferents en el procés de resolució de l'activitat. Per l'activitat d'interpretació on apareixen diferències en la resposta, aquestes diferències depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de processament, portant les estratègies de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les dones, a un major nombre d'errors —d'interpretació— en la resposta.

Per les activitats de construcció on apareixen diferències en la resposta, aquestes diferències depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de resolució. Les estratègies de resolució en que el subjecte es basa en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat tendeixen a donar respostes correctes en relació a la inversió dreta/esquerra. El nombre de nois que manifesten aquesta estratègia és molt superior al de les noies fet que explicaria la diferència a favor dels nois en el nombre de respostes correctes.

### 8.1.6 Sumari i conclusions parcials del sisè objectiu.

El sisè objectiu pretén *comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels alumnes d'EGB, BUP i FP en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai* fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Les diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant:
  - No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP independentment de l'acció requerida per l'activitat.
  - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és interpretació.
  - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és construcció.
- 2. Les diferències entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus de dificultat:
  - Hi ha diferències quantitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació a la interpretació de l'enunciat.
  - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació a la comunicació de la resposta.
  - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació al procés de resolució.
- 3. Les diferències entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus d'error:
  - Hi ha diferències quantitatives entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en la interpretació de l'enunciat.

- o No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en la comunicació de la resposta.
- o No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors geomètrics comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el sisè objectiu pretén també els següents propòsits:

- 1. Caracteritzar les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 2. Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i del procés de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 3. Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i geomètrics comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

### En relació a les diferències en les estratègies.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6), analitzem les diferències entre les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP.

La taula 8.1.6.1 recull, activitat per activitat, els casos en que les diferències aparegudes en les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació han estat importants<sup>28</sup>.

Recordem que, l'acció requerida per quatre de les activitats proposades és interpretació —les activitats *carrers*, *item 18*, *item 19* i *item 36*— i per les altres cinc és construcció —les activitats *it 1—A*, *2—A*, *3—A*, *1—B* i *3—B*.

De l'observació de la taula 8.1.6.1 es desprèn que, no hi ha diferències qualitatives importants entre les estratègies de resolució dels alumnes d'EGB, BUP i FP en cap de les activitats ja siguin d'interpretació o de construcció.

<sup>28</sup>Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP no hem fet cap tipus de quantificació. Quan la diferència entre les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten una determinada estratègia és estrictament més gran que un terç considerem que hi ha comportament diferent entre els dos grups respecte l'estratègia.

| Activitat      | Estratègies resolució | Estratègies processament | Estratègies aproximació |
|----------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| <i>Carrers</i> | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>Item 18</i> | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>Item 19</i> | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>Item 36</i> | NO                    | SI                       | NO                      |
| <i>1-A</i>     | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>2-A</i>     | NO                    | NO                       | SI                      |
| <i>3-A</i>     | NO                    | NO                       | SI                      |
| <i>1-B</i>     | NO                    | NO                       | NO                      |
| <i>3-B</i>     | NO                    | NO                       | NO                      |

**Taula 8.1.6.1:** Diferències entre els grups d'escolarització en les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació aparegudes en les diferents activitats.

En relació a les estratègies de processament, de l'observació de la taula 8.1.6.1 es desprèn que, apareixen diferències qualitatives importants entre les dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització només en una de les quatre activitats en que l'acció requerida és interpretació. Per a cap de les activitats on l'acció requerida és construcció apareixen diferències qualitatives importants entre les estratègies de processament dels alumnes dels tres grups.

Considerant les estratègies d'aproximació, observant la taula 8.1.6.1 veiem que, apareixen diferències qualitatives importants entre els alumnes dels tres grups en dues de les activitats on l'acció requerida és construcció.

Segons tot això, podem afirmar que no hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució dels alumnes d'EGB, BUP i FP independentment de l'acció requerida per l'activitat. De la mateixa manera podem dir que, hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament dels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és interpretació. Igualment podem afirmar que, hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és construcció. Tot això confirma la hipòtesis 1 del sisè objectiu del problema principal.

Ens interessa a més analitzar qualitativament en què consisteixen aquestes diferències.

La taula següent recull les diferències entre els alumnes d'EGB, BUP i FP en



les estratègies de processament<sup>29</sup> per aquelles activitats en que aquestes diferències són importants.

| Activitat      | EGB     | BUP | FP      |
|----------------|---------|-----|---------|
| <i>Item 36</i> | verbal* | —   | verbal* |

**Taula 8.1.6.2:** Diferències entre els alumnes d'EGB, BUP i FP en les estratègies de processament.

De la taula 8.1.6.2 es desprèn que, per una de les activitats —on l'acció requerida és interpretació i l'objecte d'estímul és complex— hi ha diferències importants entre les estratègies de processament utilitzades pels individus dels tres nivells d'escolarització. Els alumnes d'EGB i d'FP tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.

La taula següent recull les diferències entre els alumnes d'EGB, BUP i FP en les estratègies d'aproximació<sup>30</sup> per aquelles activitats en que aquestes diferències són importants.

| Activitat | EGB | BUP       | FP |
|-----------|-----|-----------|----|
| 2—A       | —   | parcial** | —  |
| 3—A       | —   | parcial** | —  |

**Taula 8.1.6.3:** Diferències entre els alumnes d'EGB, BUP i FP en les estratègies d'aproximació.

<sup>29</sup>Assenyalen la importància de les tendències amb un o dos asterisc. Les que venen marcades amb un asterisc són aquelles en que 5 de cada 6 alumnes del grup manifesten la utilització d'una determinada estratègia i amb dos aquelles en que tots els alumnes d'un determinat grup la manifesten. Així, per exemple, si indiquem BUP: parcial\*\* i EGB: parcial\* volem dir que tots els alumnes de BUP utilitzen estratègies d'aproximació parcial, cinc de cada sis alumnes d'EGB també n'utilitzen i els alumnes d'FP es reparteixen entre els que utilitzen estratègies d'aproximació parcial i els que utilitzen estratègies d'aproximació global.

<sup>30</sup>Igual que abans, assenyalen la importància de les tendències amb un o dos asterisc. Les que venen marcades amb un asterisc són aquelles en que 5 de cada 6 alumnes del grup manifesten la utilització d'una determinada estratègia, i amb dos aquelles en que tots els alumnes d'un determinat grup la manifesten.

A partir de la taula 8.1.6.3 veiem que, per dues de les activitats —2—A i 3—A— on l'acció requerida és construcció —on l'objecte d'estímul és senzill o l'acció requerida permet manipulació— hi ha diferències importants entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels individus dels tres nivells d'escolarització. Els alumnes de BUP tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació parcial.

### En relació a les diferències en les dificultats.

A continuació, analitzem comparativament les dificultats manifestades pels alumnes de'EGB, BUP i FP en les diferents activitats segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació de la resposta o del procés de resolució.

### Diferències en les dificultats d'interpretació de l'enunciat.

Recordem que, les dificultats que apareixen en la interpretació de l'enunciat poden ser de comprensió del requeriment geomètric, de l'acció requerida, de la forma de presentació de l'enunciat o de la formulació de l'activitat. Analitzem, per a cada tipus de dificultat<sup>31</sup>, si hi ha diferències entre el comportament dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

Les dificultats en la interpretació del requeriment geomètric de l'activitat recordem que, són per entendre que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat o per entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que tenen dificultats a l'hora de tenir presents totes les condicions de l'enunciat de l'activitat són majoritàriament d'EGB i FP.

Pel que fa a entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric, hi ha una activitat —1'1—A— en que els alumnes posen de manifest aquesta dificultat i aquests alumnes són dels tres grups d'escolarització.

En relació a les dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials, no s'observen diferències entre el comportament dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

La taula següent recull, per a cadascuna de les activitats on apareixen dificul-

---

<sup>31</sup>No analitzem comparativament les dificultats de comprensió de l'acció requerida perquè, tal com ja hem argumentat en l'apartat 8.1.2 —en l'anàlisi de les dificultats de comprensió de l'enunciat— aquest tipus de dificultat no és específic de les activitats que estem considerant.

tats de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials, el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que en manifesten.

| Activitat  | EGB | BUP | FP |
|------------|-----|-----|----|
| <i>1-A</i> | -   | 1   | -  |
| <i>3-A</i> | 2   | 1   | 1  |
| <i>1-B</i> | 1   | -   | -  |

**Taula 8.1.6.4:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que manifesten dificultats de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials.

A partir de la taula 8.1.6.4 es veu que, són molt pocs els casos on apareix aquest tipus de dificultat i no s'observen tendències<sup>32</sup>.

En relació a les dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, s'observen petites diferències entre el comportament dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

La taula següent recull el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que manifesten dificultats d'interpretació del codi de representació per a cadascuna de les activitats on n'apareixen.

| Activitat      | EGB | BUP | FP |
|----------------|-----|-----|----|
| <i>Carrers</i> | 3   | -   | -  |
| <i>Item 18</i> | 3   | 2   | 2  |
| <i>1-A</i>     | 2   | -   | 1  |
| <i>2-A</i>     | 2   | -   | 1  |

**Taula 8.1.6.5:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que manifesten dificultats d'interpretació del codi de representació.

De l'observació de la taula 8.1.6.5<sup>33</sup> és després que, els alumnes que tenen més dificultats a l'hora d'interpretar el codi de representació utilitzat en la presentació

<sup>32</sup>Cal tenir en compte que, els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

<sup>33</sup>Cal tenir en compte que els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

de l'activitat són els d'EGB seguits pels d'FP i els que en tenen menys són els de BUP tot i que quantitativament la diferència és poca.

Les dificultats en la interpretació de la formulació de l'activitat recordem que, són per entendre la presentació o per entendre a quin o quins objectes es refereix l'activitat.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que tenen dificultats a l'hora d'entendre la presentació de l'activitat tant són d'EGB com de BUP com d'FP.

Pel que fa a entendre a quin o quins objectes fa referència l'activitat són molts pocs els casos en que apareix aquesta dificultat i tampoc hi ha diferències entre els alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

Segons tot això, les dificultats en la interpretació de l'enunciat de l'activitat que manifesten els alumnes d'EGB, BUP i FP són qualitativament diferents pel que fa a comprensió de la forma de presentació de l'enunciat i a la interpretació del requeriment geomètric. Així veiem que, els alumnes que manifesten dificultats de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, són majoritàriament alumnes d'EGB i d'FP. Igualment, els alumnes que tenen dificultats de comprensió del requeriment geomètric de l'activitat, des del punt de vista de tenir en compte totes les condicions, també són majoritàriament alumnes d'EGB i d'FP. En tots els altres casos no observem diferències qualitatives ni quantitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

### **Diferències en les dificultats de comunicació.**

A continuació, analitzem comparativament les dificultats en la comunicació de la resposta i explicitació del procés manifestades pels alumnes dels tres nivells d'escolarització.

Recordem que, les dificultats que apareixen en la comunicació de la resposta i explicitació del procés són de dos tipus. D'una banda, dificultats per referir-se als objectes o parts dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els mateixos. De l'altra, dificultats per utilitzar correctament els codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) observem que, els alumnes que tenen dificultats per referir-se verbalment als conceptes espacials tant són d'EGB com de BUP i FP.

Pel que fa a les dificultats en la utilització dels codis de representació cal tenir en compte que només hi ha tres activitats —  $1-A$ ,  $3-A$  i  $1-B$  — on l'acció requerida és un dibuix. La taula següent presenta, per aquestes activitats, el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que tenen dificultats per seguir correctament les condicions del codi de representació en la resposta.

| Activitat | EGB | BUP | FP |
|-----------|-----|-----|----|
| $1-A$     | 3   | 1   | -  |
| $3-A$     | 5   | 3   | 3  |
| $1-B$     | 5   | -   | 2  |

**Taula 8.1.6.7:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que manifesten dificultats en la utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.6.7 veiem que, els alumnes que manifesten dificultats en la utilització dels codis de representació són dels tres grups d'escolarització<sup>34</sup>.

Segons tot això, les dificultats en la comunicació de la resposta que manifesten els alumnes d'EGB, BUP i FP no són diferents quantitativament ni qualitativa ni pel que fa a l'expressió verbal de conceptes espacials ni pel que fa a la utilització de codis de representació.

#### Diferències en les dificultats del procés de resolució.

A continuació, analitzem comparativament les dificultats del procés de resolució que manifesten els alumnes d'EGB, BUP i FP. Recordem que, les dificultats del procés de resolució poden caracteritzar-se segons siguin dificultats d'adaptació de l'estratègia de processament o d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.

Les dificultats recollides en relació a les estratègies de processament són dificultats d'adaptació a un dels dos tipus d'estratègia. Tant per les estratègies de processament verbal com per les de processament visual són molt pocs els casos en que els alumnes manifesten dificultats d'adaptació de la pròpia estratègia a la que suggereix l'activitat i, per tant, té poc sentit fer un estudi comparatiu del comportament dels alumnes dels tres nivells d'escolarització.

<sup>34</sup>Cal tenir en compte, una vegada més, que els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

Les dificultats recollides en relació a les estratègies d'aproximació són dificultats per conservar la globalitat de l'objecte quan l'activitat suggereix una aproximació parcial i l'objecte d'estímul és complex. Les activitats que suggereixen implícitament una aproximació parcial són l'activitat *carrers* i l'activitat *1—A*.

La taula següent recull el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que per aquestes activitats tenen dificultats en conservar la globalitat de l'objecte.

| Activitat      | EGB | BUP | FP |
|----------------|-----|-----|----|
| <i>Carrers</i> | 8   | 3   | 2  |
| <i>1—A</i>     | 5   | 3   | 2  |

**Taula 8.1.6.8:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que manifesten dificultats per conservar la globalitat dels objectes en les activitats que suggereixen una aproximació parcial.

De l'observació de la taula 8.1.6.8<sup>35</sup> és desprèn que, els alumnes dels tres nivells d'escolarització tenen dificultats per conservar la globalitat de l'objecte quan l'activitat suggereix una aproximació parcial.

Segons tot això, no hi ha diferències qualitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació al procés de resolució tant pel que fa a estratègies de processament com a estratègies de resolució.

En resum podem doncs afirmar que, les diferències entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP depenen del tipus de dificultat, i apareixen només en relació a la interpretació de l'enunciat de l'activitat fet que confirma la hipòtesis 2 del sisè objectiu.

#### En relació a les diferències en els errors.

A continuació analitzem comparativament els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les diferents activitats segons siguin d'interpretació de l'enunciat, de comunicació de la resposta o geomètrics.

<sup>35</sup>Una vegada més, cal tenir en compte, que els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

**Diferències en els errors d'interpretació de l'enunciat.**

Recordem que, els errors que apareixen en la interpretació de l'enunciat poden ser d'interpretació de l'acció requerida, del requeriment geomètric, de la forma de presentació de l'enunciat o de la formulació de l'activitat. Analitzem per a cada tipus d'error<sup>36</sup> si hi ha diferències qualitatives entre el comportament dels alumnes d'EGB, BUP i FP.

Els errors en la interpretació del requeriment geomètric de l'activitat recordem que, són oblidar que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat o confondre els objectes o parts dels objectes a que fa referència el requeriment geomètric.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que obliden part de les condicions de l'enunciat de l'activitat són majoritàriament d'EGB i FP.

Pel que fa a entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de l'activitat hi ha una activitat —1—A— en que els alumnes posen de manifest aquest error i aquests alumnes són dels tres grups d'escolarització.

Analitzem les diferències entre els errors de comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat pel que fa a interpretació d'un codi verbal que fa referència a conceptes espacials.

La taula següent recull, per a cadascuna de les activitats on apareixen errors de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials, el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que en cometen.

| Activitat | EGB | BUP | FP |
|-----------|-----|-----|----|
| 1—A       | —   | 1   | —  |
| 3—A       | 2   | 1   | 1  |
| 1—B       | 1   | —   | —  |

**Taula 8.1.6.9:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que cometen errors de traducció d'un codi verbal referit a conceptes espacials.

<sup>36</sup>No analitzem comparativament els errors d'interpretació de l'acció requerida perquè, tal com ja hem argumentat en l'apartat 8.1.3 —en l'anàlisi dels errors de comprensió de l'enunciat— aquest tipus d'error no és específic de les activitats que estem considerant.

A partir de la taula 8.1.6.9<sup>37</sup> es veu que, són molt pocs els casos on apareix aquest tipus d'error i no s'observen tendències.

En relació als errors d'interpretació de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, s'observen petites diferències entre el comportament dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització.

La taula següent recull el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que cometen errors d'interpretació del codi de representació per a cadascuna de les activitats on n'apareixen.

| Activitat      | EGB | BUP | FP |
|----------------|-----|-----|----|
| <i>Carrers</i> | 3   | –   | –  |
| <i>Item 18</i> | 3   | 2   | 2  |
| <i>1—A</i>     | 2   | –   | 1  |
| <i>2—A</i>     | 2   | –   | 1  |

**Taula 8.1.6.10:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que cometen errors d'interpretació del codi de representació.

De l'observació de la taula 8.1.6.10<sup>38</sup> és després que, els alumnes que cometen més errors a l'hora d'interpretar el codi de representació utilitzat en la presentació de l'activitat són els d'EGB seguits pels d'FP i els que en cometen menys són els de BUP tot i que quantitativament la diferència és poca.

A continuació, analitzem comparativament els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en la interpretació de la formulació de l'activitat. Recordem que aquests errors es cometen a l'entendre malament la presentació de l'activitat o al confondre a quin o quins objectes es refereix l'activitat.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) es constata que, els alumnes que cometen errors a l'hora d'entendre la presentació de l'activitat són alumnes d'EGB i FP.

Pel que fa a entendre a quin o quins objectes fa referència l'activitat són molts pocs els casos en que apareix aquest error i, per tant, no té sentit fer cap comparació.

<sup>37</sup>Cal tenir en compte que, els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

<sup>38</sup>Cal tenir en compte que els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.



Segons tot això, els errors en la interpretació de l'enunciat de l'activitat que cometen els alumnes d'EGB, BUP i FP són qualitativament diferents pel que fa a comprensió de la forma de presentació de l'enunciat, de la formulació i del requeriment geomètric. Així veiem que, els alumnes que s'equivoquen en la comprensió de la forma de presentació de l'enunciat de l'activitat, des del punt de vista del codi de representació utilitzat, són majoritàriament d'EGB i d'FP. De manera semblant, els alumnes que cometen errors d'interpretació de la formulació al no entendre la presentació de l'activitat són també majoritàriament d'EGB i d'FP. Igualment, els alumnes que s'equivoquen en la comprensió del requeriment geomètric de l'activitat, oblidant part de les condicions, també són majoritàriament d'EGB i d'FP. En tots els altres casos no observem diferències qualitatives ni quantitatives entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP.

### Diferències en els errors de comunicació.

A continuació, analitzem comparativament els errors en la comunicació de la resposta i explicitació del procés comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP.

Recordem que, els errors que apareixen en la comunicació de la resposta són de dos tipus. D'una banda, errors de llenguatge verbal al referir-se als objectes o parts dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els mateixos. De l'altra, errors d'utilització dels codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Analitzant les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) observem que, els alumnes que cometen errors al referir-se verbalment als conceptes espacials són tant alumnes d'EGB com de BUP i d'FP.

Pel que fa a errors en la utilització dels codis de representació cal tenir en compte que només hi ha tres activitats —  $1-A$ ,  $3-A$  i  $1-B$  — on l'acció requerida és dibuixar.

La taula següent presenta el nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que no segueixen correctament les condicions del codi de representació en la resposta.

| Activitat | EGB | BUP | FP |
|-----------|-----|-----|----|
| $1-A$     | 3   | 1   | -  |
| $3-A$     | 2   | 2   | 1  |
| $1-B$     | 5   | -   | 2  |

**Taula 8.1.6.11:** Nombre d'alumnes d'EGB, BUP i FP que cometen errors en la utilització dels codis de representació.

A partir de la taula 8.1.6.11<sup>39</sup> veiem que, no hi ha diferències entre els errors de comunicació de la resposta comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació a la utilització correcta dels codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

Segons tot això, els errors en la comunicació de la resposta que cometen els alumnes d'EGB, BUP i FP no són diferents quantitativament ni qualitativa ni pel que fa a l'expressió verbal de conceptes espacials ni pel que fa a la utilització de codis de representació.

### Diferències en els errors geomètrics.

A continuació, analitzem comparativament els errors geomètrics comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP. Recordem que, aquest tipus d'errors poden caracteritzar-se segons siguin absència de la inversió dreta/esquerra o absència de la inversió davant/darrera.

A partir de les conclusions parcials de cadascuna de les activitats recollides en la darrera secció del capítol anterior (7.6) veiem que, per totes les activitats el comportament en la resposta dels alumnes dels diferents nivells d'escolarització és equivalent tant en relació a la inversió dreta/esquerra com a la inversió davant/darrera.

En resum, podem doncs afirmar que, les diferències entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP depenen del tipus d'error, apareixent només diferències en els errors comesos en la interpretació de l'enunciat de l'activitat.

## 8.2 Conclusions del problema principal.

### 8.2.1 En relació a les estratègies.

1. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, les estratègies manifestades pels alumnes són:

- estratègies de resolució.
- estratègies de processament.
- estratègies d'aproximació a la forma dels objectes.

---

<sup>39</sup>Cal tenir en compte que els alumnes d'EGB entrevistats són 12 i els de BUP i FP són 6 per a cada grup.

- recursos auxiliars.

### **En relació a les estratègies de resolució.**

#### **2. Les estratègies de resolució depenen de:**

- la situació —des del punt de vista del tipus de context:
  - en les activitats amb context amb significat real, les estratègies de resolució que apareixen comporten:
    - \* implicació del subjecte en el context en el sentit d'extreure'n informació que no és imprescindible per a dur a terme el requeriment geomètric de l'activitat.
  - en les activitats amb context sense significat real, les estratègies de resolució que apareixen comporten:
    - \* el subjecte es basa en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat.
- la formulació:
  - quan l'acció requerida és interpretació, les estratègies de resolució que apareixen comporten:
    - \* simplificar l'estructura de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida.

### **En relació a les estratègies de processament.**

#### **3. Les estratègies de processament manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:**

- estratègies de processament visual. El subjecte explicita haver imaginat algun d'aquests aspectes:
  - el context de la situació
  - girs o canvis de posició dels objectes
  - girs o canvis de posició del subjecte

en funció de les condicions del requeriment geomètric.

- estratègies de processament verbal. El subjecte resol l'activitat sense explicar que hagi imaginat res, basant-se en els següents aspectes:
  - argumentant inversions:
    - \* dreta/esquerra
    - \* davant/darrera
    - \* dreta/esquerra i davant/darrera
  - argumentant relacions de simetria
  - utilitzant informació pròpia del context
  - referint-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial:
    - \* al veure'l des d'un altre punt de vista
    - \* al girar-lo
  - relacionant la forma de l'objecte inicial i l'objecte final

essent les més freqüents aquelles en que el subjecte argumenta algun tipus d'inversió.

#### 4. L'aparició d'un tipus o un altre d'estratègia de processament depèn de:

- la complexitat de l'objecte, com a funció de la dificultat d'extreure'n la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat.
- l'acció requerida.

de la següent manera:

- quan l'acció requerida és interpretació:
  - hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual quan l'objecte d'estímul és senzill i
  - hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal quan l'objecte d'estímul és complex.
- quan l'acció requerida és construcció:
  - hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament visual si l'objecte d'estímul és complex i no és permesa cap acció manipulativa —cal dibuixar.

- o hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament verbal si l'objecte d'estímul és senzill o bé cal dur a terme una acció manipulativa —cal construir l'objecte.

### En relació a les estratègies d'aproximació.

5. Les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:

- estratègies d'aproximació global. El subjecte centra l'atenció en els objectes considerats globalment:
  - o fent un símil amb un objecte de la vida real
  - o analitzant-ne la congruència:
    - \* sense justificar-la
    - \* justificant-la comparant les dimensions globals dels objectes
  - o tal com es veurien des de la nova posició de l'observador o després de girar-los
- estratègies d'aproximació parcial. El subjecte centra l'atenció en només una part de l'objecte basant-se en:
  - o l'existència de parts significatives
  - o les característiques de les parts significatives:
    - \* les seves dimensions
    - \* la seva descomposició en unitats més petites
  - o la posició relativa de les parts significatives
  - o elements resultants de la descomposició de l'objecte que no poden considerar-se parts significatives:
    - \* les capes horitzontals o nivells
    - \* les capes verticals o talls
    - \* la unitat de construcció, els cubs
    - \* la unitat de construcció dels nivells o dels talls

6. L'aparició d'un tipus o un altre d'estratègia d'aproximació depèn de:

- les condicions implícites de la demanda de l'activitat.

- l'acció requerida.
- la similitud entre els objectes donats en l'enunciat.
- la complexitat dels objectes.

de la següent manera:

- quan la demanda condiciona implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial, totes les estratègies d'aproximació recollides són d'aquest tipus
- quan la demanda no condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial:
  - si l'acció requerida és interpretació:
    - \* hi ha tendència a la utilització d'estratègies d'aproximació global quan l'objecte resposta és molt diferent dels distractors proposats
    - \* hi ha equilibri entre el nombre d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes quan l'objecte resposta és semblant als proposats com a distractors
  - si l'acció requerida és construcció:
    - \* hi ha tendència a la utilització d'estratègies d'aproximació parcial en aquelles activitats que permeten una acció manipulativa —construcció— o l'objecte donat és senzill
    - \* hi ha equilibri entre el nombre d'estratègies d'aproximació global i parcial aparegudes quan no es permesa cap acció manipulativa —dibuix— i l'objecte és complex

7. L'aparició d'un tipus o un altre d'estratègia d'aproximació global depèn de:

- la forma de l'objecte
- l'acció requerida

de la següent manera:

- aquelles en que l'alumne fa un símil amb un objecte de la vida real apareixen únicament quan la forma de l'objecte donat és prou suggestiva.
- les basades en la congruència apareixen únicament quan l'acció requerida és interpretació.

- les més freqüents són les que fan referència a la forma de l'objecte després d'efectuar la transformació geomètrica.

8. L'aparició d'un tipus o un altre d'estratègia d'aproximació parcial depèn de:

- les condicions implícites de la demanda de l'activitat.
- l'acció requerida.
- la complexitat dels objectes.

de la següent manera:

- quan la demanda condiciona l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial, totes les recollides són del mateix tipus, fet que ve condicionat també per la demanda.
- quan la demanda no condiciona el tipus d'estratègia d'aproximació:
  - si l'acció requerida és interpretació, en la majoria d'estratègies d'aproximació parcial l'alumne centra la seva atenció en la posició relativa de les parts de l'objecte
  - si l'acció requerida és construcció:
    - \* si l'objecte donat és complex —l'objecte tridimensional corresponent n'és—, els alumnes majoritàriament centren la seva atenció en elements de descomposició de l'objecte donat.
    - \* si l'objecte no és complex, hi ha equilibri entre les estratègies en que el subjecte centra la seva atenció en l'existència de parts significatives, en la posició relativa de les parts i en els elements de descomposició.

**En relació als recursos auxiliars.**

9. Els recursos auxiliars apareguts són:

- utilització del llenguatge gestual en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
  - gestos per ajudar l'explicació, com a complement del llenguatge verbal, per indicar, per exemple, la posició del subjecte, direcció, o la part de l'objecte a la que s'estan referint

- gestos per interpretar la informació donada verbalment
- utilització del llenguatge gestual per simular accions geomètriques:
  - gestos per simular l'acció geomètrica requerida sobre l'objecte
  - gestos per verificar la correcció de la resposta
- accions manipulatives fetes sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat
  - accions sobre el full d'instruccions o de resposta, en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
    - \* per ajudar l'explicació, per indicar per exemple, el recorregut o el nou punt de vista
    - \* per ajudar en la interpretació de l'enunciat o verificar la resposta
  - accions sobre l'objecte de l'activitat ja sigui per construir la resposta o per verificar-la

10. L'aparició de recursos auxiliars depèn de:

- l'acció requerida

de la següent manera:

- quan l'acció requerida és construcció apareixen recursos auxiliars significatius
- quan l'acció requerida és interpretació no apareixen recursos auxiliars significatius

### 8.2.2 En relació a les dificultats i als errors.

11. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats manifestades pels alumnes són:

- dificultats d'interpretació de l'enunciat.
- dificultats de comunicació de la resposta.
- dificultats del procés de resolució.



12. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors comesos pels alumnes són errors:

- d'interpretació de l'enunciat de la tasca.
- de comunicació de la resposta a la tasca.
- de resposta des del punt de vista geomètric.

**En relació a les dificultats i els errors d'interpretació de l'enunciat.**

13. Les dificultats i els errors d'interpretació de l'enunciat apareixen en la interpretació de:

- el requeriment geomètric. Són dificultats i errors deguts a:
  - oblidar que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat de l'activitat
  - confondre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de l'activitat
- l'acció requerida
- la forma de presentació des del punt de vista del codi de representació utilitzat. Són dificultats i errors d'interpretació de:
  - el codi verbal quan fa referència a conceptes espacials.
  - el codi de representació plana d'objectes de tres dimensions utilitzat.
- la formulació. Són dificultats i errors:
  - de comprensió de la presentació de l'activitat
  - al confondre a quins objectes es refereix l'activitat.

14. L'aparició de dificultats i errors d'interpretació del requeriment geomètric depenen de:

- la complexitat de l'objecte —l'objecte tridimensional corresponent

de la següent manera:

- apareixen dificultats i errors d'interpretació del requeriment geomètric quan l'objecte donat és complex i el temps necessari per elaborar la resposta és llarg

15. Les dificultats i els errors d'interpretació de l'acció requerida són deguts a:

- confusions amb enunciats d'altres activitats

fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

16. L'aparició de dificultats i errors d'interpretació de la forma de presentació des del punt de vista del codi de representació utilitzat depenen de:

- l'acció requerida
- el tipus de llenguatge —verbal o gràfic.

de la següent manera:

- apareixen dificultats i errors d'interpretació d'un codi verbal referit a conceptes espacials quan l'acció requerida és construcció i el llenguatge verbal es refereix a accions o situacions a l'espai.
- apareixen dificultats i errors d'interpretació de les representacions planes d'objectes tridimensionals en les activitats en que l'objecte és complex o en que la representació pot portar a confusió.

17. L'aparició de dificultats i d'errors d'interpretació de la formulació són deguts a:

- falta de comprensió de l'estructura de l'activitat

fet que és independent de que la transformació geomètrica sigui una rotació i dels processos mentals específics implicats en aquest tipus d'activitats.

**En relació a les dificultats i els errors de comunicació.**

18. Les dificultats de comunicació són dificultats per:

- referir-se a objectes o part dels objectes tridimensionals o per expressar verbalment accions efectuades sobre els objectes.

- utilitzar correctament els codis de representació en dues dimensions d'objectes en tres dimensions.

19. Els errors en la comunicació de la resposta són errors d'utilització de:

- el llenguatge verbal al referir-se a objectes o part dels objectes tridimensionals o al accions efectuades sobre els objectes. Aquests errors poden agrupar-se segons el tipus de llenguatge que l'alumne utilitza:
  - vocabulari de la geometria plana
  - de la vida diària
  - expressions ambigües i incorrectes
- el codi representació requerit per a la presentació de la resposta. Aquests errors poden agrupar-se segons siguin deguts a:
  - no adequació a les normes d'utilització del codi de representació
  - construcció o representació incompleta

20. L'aparició de dificultats i errors en la comunicació depèn de:

- el tipus de codi requerit.

de la següent manera:

- les dificultats i els errors al referir-se verbalment tant a les accions com als objectes tridimensionals són deguts a:
  - la dificultat intrínseca de traducció de conceptes espacials a termes verbals
  - la pobresa del llenguatge dels alumnes en relació als termes geomètrics.
- les dificultats d'utilització de codis de representació augmenten quan:
  - el codi utilitzat en la presentació i l'exigit per a la resposta són diferents
  - en el codi de representació intervé informació escrita.

**En relació a les dificultats del procés de resolució.**

21. Les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes són dificultats:

- d'adaptació de l'estratègia de processament del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.
- d'adaptació de l'estratègia d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.

22. Les dificultats per aplicar estratègies d'aproximació parcial són dificultats per:

- conservar la globalitat de l'objecte quan s'utilitzen estratègies d'aproximació parcial i l'objecte d'estímul és complex —l'objecte tridimensional corresponent.

**En relació als errors geomètrics.**

23. Els errors geomètrics comesos pels alumnes són:

- absència de la inversió dreta/esquerra.
- absència de la inversió davant/darrera.

A més, si considerem globalment els errors comesos pels alumnes podem afirmar que, confonen la rotació amb una simetria, ja que oblidar la inversió dreta/esquerra o la inversió davant/darrera al fer un gir de  $180^\circ$  porta a construir o a representar un objecte simètric del donat respecte un pla o un eix.

24. L'aparició d'errors geomètrics depèn de:

- l'acció requerida
- del codi de representació utilitzat en la presentació

de la següent manera:

- quan l'acció requerida és interpretació el nombre de casos en que hi ha absència de la inversió dreta/esquerra és mínim
- quan l'acció requerida és construcció:

- o l'absència d'inversió dreta/esquerra és freqüent
- o l'absència de la inversió davant/darrera depèn del grau d'iconicitat del codi de representació

25. Les estratègies de resolució condicionen l'aparició d'errors geomètrics depenent de:

- l'acció requerida
- la situació des del punt de vista del context

de la següent manera:

- quan l'acció requerida és interpretació i la situació es presenta amb context amb significat real, l'estratègia que condiciona l'aparició d'errors geomètrics és la que comporta una major implicació del subjecte en el context.

26. No podem afirmar de manera general que, el tipus d'estratègia de processament utilitzada porti de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric.

Si considerem les tendències veiem que, el tipus d'estratègia de processament utilitzada condiciona l'aparició d'errors geomètrics depenent de:

- la complexitat de l'objecte d'estímul

de la següent manera:

- quan l'objecte d'estímul és senzill:
  - o les estratègies de processament visual tendeixen a donar lloc a respostes correctes
  - o les estratègies de processament verbal tendeixen a donar lloc a errors
- quan l'objecte d'estímul és complex:
  - o les estratègies de processament visual tendeixen a donar lloc a errors
  - o les estratègies de processament verbal tendeixen a donar lloc a respostes correctes

27. En general no podem afirmar que el tipus d'estratègia d'aproximació utilitzada porti de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric.

Únicament podem afirmar que, en dos dels casos, en que l'objecte estímulo és complex —des del punt de vista d'extreure'n la informació necessària per a resoldre el requeriment geomètric de l'activitat—, les estratègies d'aproximació parcial tendeixen a donar lloc a respostes correctes i les d'aproximació global a errors geomètrics.

### 8.2.3 En relació a la tipificació de processos de resolució.

28. Els processos manifestats pels alumnes en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, poden caracteritzar-se globalment segons les estratègies de processament i d'aproximació utilitzades a partir de la següent tipologia:

- VER/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- VER/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.
- VIS/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- VIS/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.

29. La freqüència d'aparició de les diferents tipologies ve condicionada per:

- el tipus d'activitats proposades
- la dificultat de fer compatibles els dos tipus d'estratègies de processament amb els dos tipus d'estratègies d'aproximació

de la següent manera:

- La freqüència més gran d'aparició de processos en les tipologies VER/PAR i VIS/PAR s'explica perquè:

- o hi ha dues activitats, en que l'enunciat comporta implícitament l'aparició d'estratègies d'aproximació parcial
- o hi ha quatre activitats on l'acció requerida és interpretació, i aquest fet condiciona, quan l'objecte és complex, l'aparició d'estratègies de processament verbal.
- la poca quantitat i diversitat de processos dins la tipologia VER/GLO s'explica per la dificultat de fer compatibles les estratègies de processament verbal amb les estratègies d'aproximació global.

#### 8.2.4 En relació a les diferències de comportament entre els nois i les noies.

##### En relació a les diferències en la utilització d'estratègies.

30. Les diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels nois i les noies depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant.

- hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció:
  - o quan l'acció requerida és interpretació i hi ha diferències:
    - \* les noies tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que comporten simplificar l'estructura de l'activitat
    - \* els nois no utilitzen estratègies de resolució.
  - o quan l'acció requerida és construcció i hi ha diferències:
    - \* els nois es reparteixen entre els que utilitzen estratègies de resolució que comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat i els que no
    - \* les noies no utilitzen estratègies de resolució
- en relació a les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies:
  - o hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és interpretació; quan hi ha diferències
    - \* els nois tendeixen a utilitzar estratègies de processament visual
    - \* les noies tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.

- o no hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és construcció.
- no hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció.

**En relació a les diferències en les dificultats i els errors.**

**31. Les diferències entre les dificultats i els errors dels nois i les noies depenen del tipus de dificultat i d'error:**

- hi ha diferències quantitatives entre les dificultats i els errors dels nois i les noies en relació a la interpretació de l'enunciat. Les noies manifesten més dificultats i cometen més errors que els nois en la interpretació de:
  - o el requeriment geomètric, per entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència
  - o de la forma de presentació de l'enunciat tant en relació al:
    - \* codi verbal que fa referència a conceptes espacials com
    - \* codi de representació utilitzat
- no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats i els errors dels nois i les noies en relació a la comunicació de la resposta.
- no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació al procés de resolució.
- hi ha diferències quantitatives entre els errors geomètrics comesos pels nois i les noies en relació a la inversió dreta/esquerra, però no en relació a la inversió davant/darrera:
  - o per a tres de les set activitats on la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$ , la diferència en relació a la inversió dreta/esquerra és significativa essent les noies les que tendeixen a cometre aquest tipus d'error.
  - o considerant globalment les activitats, dels alumnes que no fan la inversió dreta/esquerra dos terços són noies.

**32. Les diferències en els errors s'expliquen per la utilització d'estratègies diferents. Quan apareixen diferències en les respostes dels nois i les noies aquestes s'expliquen:**



- en l'activitat d'interpretació, depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de processament, portant les estratègies de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les dones, a un major nombre d'errors —d'intepretació— en la resposta.
- en les activitats de construcció, aquestes diferències depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de resolució. Les estratègies de resolució en que el subjecte es basa en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies tendeixen a donar respostes correctes en relació a la inversió dreta/esquerra. El nombre de nois que manifesten aquesta estratègia és molt superior al de les noies fet que explicaria la diferència a favor dels nois en el nombre de respostes correctes.

### 8.2.5 En relació a les diferències de comportament entre els diferents grups d'escolarització.

En relació a les diferències en la utilització d'estratègies.

33. L'aparició de diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP depèn de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant:

- no hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP independentment de l'acció requerida per l'activitat.
- hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és interpretació:
  - per una d'aquestes activitats on l'objecte d'estímul és complex hi ha diferències importants:
    - \* els alumnes d'EGB i d'FP tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.
- hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és construcció.
  - per dues de les activitats on l'objecte d'estímul és senzill o l'acció requerida permet manipulació hi ha diferències importants:

- \* els alumnes de BUP tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació parcial.

**En relació a les diferències en les dificultats i els errors.**

**34.** Les diferències entre les dificultats i els errors dels alumnes d'EGB, BUP i FP depenen del tipus de dificultat i d'error:

- hi ha diferències quantitatives entre les dificultats i els errors d'interpretació de l'enunciat. Els alumnes d'EGB i FP són els que tenen més dificultats i cometen més errors en la interpretació de:
  - el requeriment geomètric a l'hora de tenir presents totes les condicions
  - la forma de presentació, més concretament les representacions gràfiques
  - la formulació, al no entendre l'estructura de l'activitat
- no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats i els errors en la comunicació de la resposta.
- no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades en relació al procés de resolució.
- no hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors geomètrics.

## Capítol 9

# Sumari, discussió i conclusions generals.

En la present recerca s'han plantejat i estudiat, com problemes separats, dos aspectes del comportament dels alumnes en relació a activitats espacials on la transformació geomètrica és una rotació.

El primer, *problema previ*, analitza les diferències de comportament, des del punt de vista del rendiment, dels nois i les noies, i dels alumnes d'EGB, BUP i FP, en les qüestions del test on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. El segon, *problema principal*, estudia les estratègies, dificultats i errors dels alumnes en els processos de resolució d'aquest tipus d'activitats i les diferències entre els grups en relació a aquests aspectes.

En la primera secció d'aquest capítol, presentem un sumari de les conclusions més importants de cadascun dels dos problemes tractats, contrastant-les amb les conclusions de les recerques anteriors a la present, analitzem com els resultats obtinguts en el *problema principal* expliquen els resultats del *problema previ* i presentem les implicacions per a l'ensenyament, especialment les destinades a facilitar la superació de les dificultats i errors observats.

La segona secció d'aquest capítol, presenta les conclusions generals de la present recerca. Aquestes conclusions no entren en les particularitats de les del *problema previ* i del *problema principal*, presentades ja en els capítols 5 i 8 respectivament, sinó que són fruit d'una reflexió general sobre quins són els aspectes que determinen l'habilitat d'orientació espacial i com els resultats de la present recerca poden influir en els processos d'ensenyament-aprenentatge.

La darrera secció d'aquest capítol, planteja noves qüestions de recerca relacionades amb les estudiades en aquest treball.

## 9.1 Sumari i discussió.

### 9.1.1 En relació al problema previ.

El *problema previ* tenia tres objectius:

- Analitzar les diferències de rendiment entre grups d'incidència en les qüestions del test on la transformació geomètrica proposada era una rotació a l'espai,
- detectar els tipus d'errors més freqüents en el grup total i per grups d'incidència i
- associar tipus d'errors a grups d'incidència.

La metodologia utilitzada per assolir aquests objectius està basada en tècniques quantitatives i ens ha permès contrastar les hipòtesis proposades. En primer lloc, cal dir que el tipus de metodologia feta servir condiciona el caràcter dels resultats obtinguts: les conclusions a què arribem són generalitzables, però donen únicament informació en relació al rendiment.

Hem vist que, en relació a la variable sexe, els nois responen significativament millor que les noies en les tres qüestions relacionades amb rotacions a l'espai. Aquests resultats concorden amb els d'aquells autors, dins de la tradició psicomètrica, que consideren les habilitats espacials completament definides a partir del rendiment en els anomenats tests espacials i afirmen que els nois manifesten habilitats espacials superiors a les de les noies.

Les diferències de rendiment entre els diferents nivells d'escolarització no es manifesten de manera tant clara com les determinades per la variable sexe. Així veiem que, només en dues de les tres qüestions apareixen diferències significatives entre els grups, essent el grup de BUP el que manifesta un rendiment millor que el d' EGB en dos casos, i millor que el d'FP, només en un.

La qüestió on els distractors representaven possibles errors ens ha permès detectar-ne la freqüència d'aparició. Així veiem que:

- L'error més freqüent és la confusió de l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix, i
- un error freqüent, encara que no tant com l'anterior, és degut a que, tot i que es conserva la globalitat de l'objecte al rotar-lo i s'efectua el canvi de punt de

vista correctament, hi ha dificultats de comprensió del codi de representació utilitzat.

Per la mateixa qüestió hem pogut associar errors a grups d'incidència de la següent manera:

- Respecte la variable sexe:
  - El grup de noies comet amb més freqüència que els nois<sup>1</sup> essencialment dos tipus d'errors:
    - \* Confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix, i
    - \* conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament, però interpreten equivocadament el codi de representació.
- Respecte la variable escolarització<sup>2</sup>:
  - Els alumnes del grup de BUP conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament, però interpreten equivocadament el codi de representació.
  - Els alumnes dels grups d'EGB i FP confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix.

### 9.1.2 En relació al problema principal.

En el *problema principal* analitzàvem els processos de resolució d'activitats espacials on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai i ens plantejàvem sis objectius :

- Analitzar i caracteritzar les estratègies utilitzades,
- analitzar i caracteritzar les dificultats,

---

<sup>1</sup>En aquest cas, la significació és deguda a la diferència entre respostes correctes dels nois i les noies. El percentatge de noies que cometem cadascun d'aquests errors és molt superior al de nois. Malgrat això, la proporció de nois que cometem un determinat error respecte al total de nois que s'equivoquen és igual a la proporció de noies que el cometem respecte al total de noies que s'equivoquen. Per tot això, l'única cosa que podem afirmar és que, les noies cometem aquests errors amb més freqüència que els nois.

<sup>2</sup>En aquest cas, no hi ha diferència entre el nombre de respostes correctes dels diferents grups i la significació és realment deguda a diferències en la selecció entre les opcions incorrectes feta pels individus dels tres nivells d'escolarització.

- analitzar i caracteritzar els errors,
- caracteritzar globalment els processos de resolució,
- comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels nois i les noies i
- comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels alumnes de BUP, FP i EGB.

La metodologia utilitzada per assolir aquests objectius està basada en tècniques qualitatives i ens ha permès contrastar les hipòtesis i assolir els propòsits plantejats. El tipus de metodologia feta servir condiciona el caràcter de les conclusions a què arribem. Obtenim informació abundant i molt interessant en relació a les estratègies, les dificultats i els errors i els resultats tenen caràcter explicatiu i es poden generalitzar amb el propòsit d'explicar el comportament d'alumnes en condicions paral·leles i en situacions anàlogues.

Hem vist que, per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, les estratègies manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com estratègies de resolució, de processament, d'aproximació a la forma dels objectes i recursos auxiliars segons la proposta feta en les hipòtesis i que amplia la del model de Burden i Coulson (1981).

Hem definit *habilitat d'orientació espacial* —3.1 i 6.1— com l'habilitat necessària per a dur a terme el *conjunt d'operacions mentals* per a resoldre una activitat espacial on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. Segons això, l'habilitat d'orientació espacial d'un individu depèn de la seva capacitat de servir-se amb èxit d'estratègies de resolució, de processament i d'aproximació.

Analitzant les conclusions del problema principal en relació a les estratègies —apartat 8.2.1— veiem que, per tots els tipus d'estratègies, l'aparició d'una o d'una altra depèn d'una o més de les característiques de l'activitat plantejada: la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric. Segons això, veiem que la manifestació d'un determinat tipus d'habilitat no només depèn de les potencialitats o capacitats de l'individu, sinó també de les característiques de l'activitat a la que s'enfronta. Així, els resultats de la present recerca concorden amb la caracterització que fa Krutetskii (1976) del terme *habilitat* quan afirma que l'habilitat és sempre habilitat en un determinat tipus d'activitat i que, per tant, només es posa de manifest en l'anàlisi d'una activitat específica.

Les estratègies de resolució depenen del context de la situació i de la formulació:

- en les activitats amb context amb significat real, comporten la implicació del subjecte en el context, en el sentit d'extreure'n informació que no és imprescindible per a dur a terme el requeriment geomètric de l'activitat,
- en les activitats amb context sense significat real, comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat, i

Pel que fa a la formulació:

- quan l'acció requerida és d'interpretació, comporten simplificar l'estructura de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida.

Hem vist també que les estratègies de processament poden caracteritzar-se com:

- Estratègies de processament visual quan el subjecte explicita haver imaginat algun d'aquests aspectes:
  - el context de la situació,
  - giris o canvis de posició dels objectes,
  - giris o canvis de posició del subjecte,
 en funció de les condicions del requeriment geomètric.
- Estratègies de processament verbal quan el subjecte resol l'activitat sense explicitar que hagi imaginat res, basant-se en els següents aspectes:
  - argumentant inversions:
    - \* dreta/esquerra,
    - \* davant/darrera,
    - \* dreta/esquerra i davant/darrera
  - argumentant relacions de simetria,
  - utilitzant informació pròpia del context,
  - referint-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial:
    - \* al veure'l des d'un altre punt de vista,
    - \* al girar-lo
  - relacionant la forma de l'objecte inicial i l'objecte final.

essent les més freqüents aquelles en que el subjecte argumenta algun tipus d'inversió.

A partir de l'anàlisi de les dades obtingudes en el desenvolupament del problema principal, veiem també que les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:

- Estratègies d'aproximació global quan el subjecte centra l'atenció en la forma dels objectes considerats globalment:
  - fent un símil amb un objecte de la vida real,
  - analitzant-ne la congruència:
    - \* justificant-la, comparant les dimensions globals dels objectes,
    - \* sense justificar-la
  - tal com es veurien des de la nova posició de l'observador o després de girar-los.
- Estratègies d'aproximació parcial quan el subjecte centra l'atenció en només una part de l'objecte basant-se en:
  - l'existència de parts significatives,
  - les característiques de les parts significatives:
    - \* les seves dimensions,
    - \* la seva descomposició en unitats més petites,
  - la posició relativa de les parts significatives,
  - elements resultants de la descomposició de l'objecte que no poden considerar-se parts significatives:
    - \* les capes horitzontals o nivells,
    - \* les capes verticals o talls,
    - \* la unitat de construcció, els cubs,
    - \* la unitat de construcció dels nivells o dels talls.

Tal com hem vist en les conclusions del problema principal, en l'apartat d'anàlisi dels errors —8.2.2—, no podem afirmar de manera general que el tipus d'estratègia de processament o d'aproximació utilitzada porti de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric.

Segons tot això, veiem que una determinada activitat pot resoldre's correctament utilitzant estratègies de processament verbals o visuals, tal com suggereixen Krutetskii (1976) i Lohman (1979 b) en la revisió de les diferències individuals en



els processos de resolució. Per tant, no es pot definir l'habilitat de processament espacial només com la capacitat de resoldre les activitats fent servir estratègies de processament visual, com fan encara alguns autors —Linn i Petersen (1985) i Tartre (1990)—, sinó que cal definir-la en sentit ampli tal com hem fet en la present recerca —3.1.1 i 6.1.1:

Direm *habilitat de processament espacial, PE*, a l'habilitat necessària per a dur a terme el conjunt d'operacions mentals per a resoldre una activitat espacial. Inclou no només l'habilitat per a imaginar — evocació conscient de la imatgeria visual— els objectes, les relacions i les transformacions espacials, sinó també per a codificar-los de manera verbal o mixta. Inclou també l'habilitat no només per a manipular les imatges mentals dels objectes, les relacions i les transformacions espacials, sinó també per a resoldre activitats espacials per processos no únicament visuals.

L'altre tipus d'estratègia observada en els processos de resolució és la utilització de recursos auxiliars. Tot i que no els considerem estratègies cognitives, hem cregut important caracteritzar-los degut al paper rellevant que juguen en la resolució de les activitats. Els recursos auxiliars apareguts són:

- Utilització del llenguatge gestual en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
  - per ajudar l'explicació, com a complement del llenguatge verbal, per indicar, per exemple, la posició del subjecte, direcció, o la part de l'objecte a la que s'estan referint,
  - per interpretar la informació donada verbalment.
- Utilització del llenguatge gestual per simular accions geomètriques:
  - per simular l'acció geomètrica requerida sobre l'objecte,
  - per verificar la correcció de la resposta.
- Accions manipulatives fetes sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat:
  - sobre el full d'instruccions o de resposta, en substitució o com a complementació del llenguatge verbal:
    - \* per ajudar l'explicació, per indicar per exemple, el recorregut o el nou punt de vista,

- \* per ajudar en la interpretació de l'enunciat o verificar la resposta,
- o accions sobre l'objecte de l'activitat ja sigui per construir la resposta o per verificar-la.

A l'hora de caracteritzar les dificultats i els errors en els processos de resolució, hem observat que les dificultats manifestades pels alumnes apareixen en:

- la interpretació de l'enunciat,
- la comunicació de la resposta,
- el procés de resolució,

i els errors comesos pels alumnes són errors:

- d'interpretació de l'enunciat,
- de comunicació de la resposta,
- de resposta des del punt de vista geomètric.

Les dificultats i els errors més importants, tant quantitativament com qualitativa, apareguts en la interpretació de l'enunciat són:

- Dificultats i errors d'interpretació del requeriment geomètric. Són deguts a:
  - o oblidar que cal tenir presents totes les condicions de l'enunciat de l'activitat,
  - o confondre a quins objectes o parts dels objectes fa referència el requeriment geomètric de l'activitat.
- Dificultats i errors d'interpretació de la forma de presentació des del punt de vista del codi de representació utilitzat. Són dificultats i errors d'interpretació de:
  - o el codi verbal quan fa referència a conceptes espacials,
  - o el codi de representació plana d'objectes en tres dimensions.

En relació a la interpretació de les representacions planes dels objectes tridimensionals, les dificultats i els errors observats en la present recerca concorden amb els presentats per Baldy (1988). Les dificultats i els errors més importants, tant quantitativament com qualitativa, apareguts en la comunicació de la resposta i explicitació dels resultats apareixen en la utilització de:

- el llenguatge verbal al referir-se a objectes o parts dels objectes tridimensionals o a accions efectuades sobre els objectes. Poden agrupar-se segons el tipus de llenguatge que l'alumne utilitza:
  - vocabulari de la geometria plana,
  - de la vida diària,
  - expressions ambigües i incorrectes.
- el codi representació requerit per a la presentació de la resposta. Poden agrupar-se segons siguin deguts a:
  - no adequació a les normes d'utilització del codi de representació
  - construcció o representació incompleta

Les dificultats constatades en la comunicació de la resposta i explicitació del procés concorden amb les obtingudes per Presmeg (1985) en relació a la utilització correcta del llenguatge verbal referit a conceptes espacials. En relació a la utilització de representacions planes per a la comunicació de la resposta, les dificultats i els errors constatats concorden amb els obtinguts per Ben-Chaim, Lappan i Houang (1989a). Globalment, és a dir, considerant les dificultats i els errors constatats en la comunicació, tant pel que fa al llenguatge verbal com pel que fa al gràfic, concorden amb els aportats per Hershkowitz (1990).

Les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes són dificultats d'adaptació:

- de l'estratègia de processament del propi subjecte a la suggerida per l'activitat,
- de l'estratègia d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat. En particular, apareixen en l'aplicació d'estratègies d'aproximació parcial i són dificultats per:
  - conservar la globalitat de l'objecte quan s'utilitzen estratègies d'aproximació parcial i l'objecte d'estímul és complex —l'objecte tridimensional corresponent.

Segons això, les dificultats observades en la present recerca amplien les recollides per Lahrizi (1984), en tant en quant inclouen les relacionades amb la comunicació amb termes verbals d'informació referida als objectes, les relacions i les transformacions espacials.

Els errors geomètrics comesos pels alumnes són:

- absència de la inversió dreta/esquerra,
- absència de la inversió davant/darrera.

A més, si considerem globalment els errors comesos pels alumnes, podem afirmar que confonen la rotació amb una simetria ja que, oblidar la inversió dreta/esquerra o la inversió davant/darrera al fer un gir de  $180^\circ$ , porta a construir o a representar un objecte simètric del donat respecte un pla o un eix.

A l'analitzar si la utilització d'un tipus o un altre d'estratègia, dins de cadascuna de les categories establertes, condiona l'aparició d'errors geomètrics veiem que:

- Les estratègies de resolució condionen l'aparició d'errors geomètrics:
  - quan l'acció requerida és interpretació i la situació es presenta amb context amb significat real, l'estratègia que condiona l'aparició d'errors geomètrics és la que comporta una major implicació del subjecte en el context,
  - quan l'acció requerida és construcció, la estratègia de resolució en que el subjecte es basa en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies tendeix a donar respostes correctes en relació a la inversió dreta/esquerra,
- en general, no podem afirmar que el tipus d'estratègies de processament o d'aproximació utilitzades portin de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric.

En relació a la tipificació de processos de resolució, hem vist que els processos manifestats pels alumnes, en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, poden caracteritzar-se globalment segons les estratègies de processament i d'aproximació utilitzades a partir de la tipologia establerta en l'apartat 6.1.4, aplicant la caracterització proposada per Lahrizi (1984), no al comportament dels individus al llarg de totes les activitats sinó, al comportament de tots els individus en una mateixa activitat. És important assenyalar la poca diversitat i quantitat de processos dins de la tipologia VER/GLO, fet que s'explica per la dificultat de fer compatibles les estratègies de processament verbal amb les estratègies d'aproximació global.

En relació al diferents tipus d'habilitats implicades en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, recordem que, en el

moment de presentar les definicions establertes per a la present recerca, a l'establir la interpretació que nosaltres proposem del terme habilitat, mantenim la diferenciació dels termes anglesos *ability* i *skill*. Així, interpretem el terme habilitat —*ability*— en el sentit de potencialitat, capacitat o aptitud per a dur a terme una determinada activitat, i el terme habilitat —*skill*— en el sentit de tècnica o experiència necessària per a dur a terme una activitat correctament.

Segons això, i seguint el model proposat per Krutetskii (1976), l'habilitat d'orientació espacial depèn d'un conjunt de factors que inclouen no només les habilitats —*abilities*— considerades com a característiques individuals dels processos mentals, sinó també les habilitats —*skills*— enteses com a capacitats tècniques que fan possibles aquests processos mentals i la manifestació dels seus resultats.

En la present recerca, el nostre objecte d'estudi ha estat el contingut concret observable de l'activitat dels alumnes i la manifestació d'aquesta activitat comporta la implicació d'habilitats —*abilities*— i habilitats —*skills*. Tot i que resulta enfargant no fer la diferència dels termes en llengua catalana, preferim mantenir aquesta terminologia pels motius que exposem a continuació. La traducció del terme *skill* al català pot fer-se de dues maneres, com habilitat o com destresa. El terme destresa s'interpreta, moltes vegades, fàcilment com a destresa manual que necessita poc o gens d'habilitats mentals per a manifestar-la. Davant del perill de que es pugui perdre de vista que les destreses, al menys les considerades en el present treball, requereixen també d'habilitats mentals, preferim seguir anomenant-les habilitats i fer la matisació dels termes en anglès. Aclarim amb un exemple a què ens referim quan diem que les destreses implicades en el present treball necessiten també habilitats mentals per a manifestar-les. Quan cal dibuixar un objecte utilitzant un determinat codi de representació no n'hi ha prou amb saber com cal dibuixar, per exemple, les línies que indiquen profunditat, sinó que cal, a més, tenir present la configuració global de l'objecte i saber quines parts són visibles o no des del punt de vista de l'observador segons el codi utilitzat.

Mantenint doncs la terminologia proposada, a partir de l'anàlisi de les estratègies, dificultats i errors observats en els processos de resolució de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, establim quines habilitats intervenen en l'habilitat d'orientació espacial.

El grau d'habilitat d'orientació espacial depèn de la utilització adequada a l'activitat proposada dels següents tipus d'estratègies:

- de resolució,
- de processament,

- d'aproximació a la forma

i del nivell de l'individu en relació a les següents habilitats:

- d'interpretació d'informació espacial, IIE i
- de comunicació d'informació espacial, CIE.

tal com han estat definides en els apartats **3.1.2** i **6.1.1**:

Direm *habilitat d'interpretació d'informació espacial, IIE*, a l'habilitat necessària per a la comprensió no només de les descripcions gràfiques o per models dels fenòmens i les relacions espacials, sinó també de les verbals i les mixtes i del vocabulari espacial utilitzat en el treball geomètric.

Direm *habilitat de comunicació d'informació espacial, CIE*, a l'habilitat necessària per a la descripció dels objectes, de les relacions i de les transformacions espacials, essent el contingut d'aquesta comunicació figuratiu, verbal o mixt.

En relació a les diferències de comportament entre els nois i les noies, hem observat que les diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels uns i per les altres depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant:

- Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels nois i les noies, independentment de que l'acció requerida sigui interpretació o construcció:
  - quan l'acció requerida és interpretació i hi ha diferències:
    - \* les noies tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que comporten simplificar l'estructura de l'activitat,
    - \* els nois, no utilitzen estratègies de resolució diferenciades.
  - quan l'acció requerida és construcció i hi ha diferències:
    - \* els nois tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies, que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat,
    - \* les noies, no utilitzen estratègies de resolució diferenciades.
- En relació a les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies:

- o hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és interpretació; quan hi ha diferències:
    - \* els nois tendeixen a utilitzar estratègies de processament visual,
    - \* les noies, tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.
  - o no hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és construcció.
- No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels nois i les noies, independentment de que l'acció requerida sigui interpretació o construcció.

En relació a les diferències entre les dificultats i els errors dels nois i les noies veiem que depenen del tipus de dificultat i d'error que estem considerant:

- Hi ha diferències quantitatives entre les dificultats i els errors dels nois i les noies en relació a la interpretació de l'enunciat. Les noies manifesten més dificultats i cometen més errors que els nois en la interpretació de:
  - o el requeriment geomètric, per entendre a quins objectes o parts dels objectes fa referència, i
  - o de la forma de presentació de l'enunciat en relació al:
    - \* codi verbal que fa referència a conceptes espacials
    - \* codi de representació utilitzat.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats i els errors dels nois i les noies en relació a la comunicació de la resposta.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació al procés de resolució.
- Hi ha diferències quantitatives entre els errors geomètrics comesos pels nois i les noies en relació a la inversió dreta/esquerra, però no en relació a la inversió davant/darrera:
  - o per a tres de les set activitats on la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$ , la diferència en relació a la inversió dreta/esquerra és significativa essent les noies les que tendeixen a cometre aquest tipus d'error
  - o considerant globalment les activitats, dels alumnes que no fan la inversió dreta/esquerra dos terços són noies.

Quan apareixen diferències qualitatives en les respostes dels nois i les noies, aquestes s'expliquen per la utilització diferent d'estratègies:

- En l'activitat d'interpretació, depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de processament, portant les estratègies de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les noies, a un major nombre d'errors —d'interpretació— en la resposta.
- En les activitats de construcció, aquestes diferències depenen de la utilització d'un tipus o un altre d'estratègies de resolució. Les estratègies de resolució en que el subjecte es basa en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies tendeixen a donar respostes correctes en relació a la inversió dreta/esquerra. El nombre de nois que manifesten aquesta estratègia és molt superior al de les noies fet que explica la diferència a favor dels nois en el nombre de respostes correctes.

A continuació, analitzem de quina manera els resultats en relació a les diferències entre les estratègies i els errors dels nois i les noies estan d'acord amb els resultats apareguts en recerques anteriors a la present.

Hem vist que hi ha diferències qualitatives en les estratègies de processament en les activitats on l'acció requerida és interpretació, però no en les que l'acció requerida és construcció. El fet que, en les activitats on l'acció requerida és interpretació, apareguin diferències en la utilització d'estratègies de processament, i no n'apareguin en les que l'acció requerida és construcció, s'explicaria per tal que, en les del primer tipus, cal que el subjecte faci una acomodació de la pròpia estratègia de processament a la interpretació que fa de la transformació geomètrica que se li presenta ja com acabada.

A més, hem vist que les diferències entre els errors dels nois i les noies en les activitats on l'acció requerida és interpretació, s'expliquen per la utilització, per part dels uns i de les altres, d'estratègies de processament diferents, portant les estratègies de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les dones a un major nombre d'errors —d'interpretació— en la resposta.

Els investigadors de la tradició psicomètrica constaten que els nois manifesten un rendiment millor que les noies, en els tests espacials amb tasques on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. A més, hi ha d'altres autors —Wattanawaha (1977), Shuard (1982), Lahrizi(1984)— que expliciten en quin tipus de proves es produeix aquesta diferència de rendiment a favor dels nois, i totes elles inclouen les qüestions que impliquen la necessitat de rotar objectes i orientar-se ells mateixos, o orientar objectes a l'espai. Del millor rendiment dels nois, aquests



autors dedueixen que aquests manifesten un desenvolupament superior al de les noies de l'habilitat d'orientació espacial definida a partir del rendiment en els tests.

Els resultats d'aquestes recerques semblen contradir els d'aquells autors que, com Krutetskii (1976), Lohman (1979a), Bishop (1980 b) o Presmeg (1985), afirmen que, tot i haver-hi diferències de rendiment en les activitats, pot no haver-hi diferències en les habilitats implicades per a resoldre-les. Així, Bishop suggereix que el sexe pot no ser una variable que justifiqui suficientment les diferències de comportament quan ens referim a habilitats i processos. Lohman, tot i relacionar la diferència de rendiment amb els processos de resolució, no identifica cap característica del pensament dels nois o les noies que permeti suposar l'existència de diferents processos de resolució de les tasques espacials. Així mateix, Krutetskii posa de manifest que no ha constatat cap característica qualitativa específica del pensament matemàtic dels nois o les noies. En relació a les diferències de processos, és important tenir en compte els resultats parcials de la recerca de Presmeg. Aquesta autora afirma que no apareixen diferències en el grau de visualització dels nois i les noies i, més concretament, que per a cada noi que ha utilitzat una estratègia de processament visual d'un determinat tipus, és possible trobar una noia que hagi utilitzat el mateix tipus d'estratègia de processament.

Els resultats de la present recerca ajuden a clarificar aquesta discussió. L'aparent contradicció prové de les diferents definicions i metodologies utilitzades en els treballs i, essencialment, del tipus d'activitats proposades als alumnes ja que cal tenir en compte que les activitats provoquen l'aparició d'estratègies cognitives de manera diferent segons l'acció requerida sigui interpretació o construcció per tal que, com ja hem dit abans, en les del primer tipus cal que el subjecte faci una acomodació de la pròpia estratègia de processament a la interpretació que fa de la transformació geomètrica que se li presenta ja com acabada.

Els autors que defineixen l'habilitat d'orientació espacial a partir del rendiment en tests espacials, on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, treballen a partir d'activitats on l'acció requerida és interpretació. Tal com hem observat, per aquest tipus d'activitats hi ha diferències qualitatives en la utilització d'estratègies de processament per part dels nois i les noies i, a més, aquesta utilització diferent comporta de manera diferent l'aparició d'errors en la resposta.

Els autors preocupats per les estratègies implicades en els processos de resolució en tasques espacials, fan èmfasi en les estratègies utilitzades en la resolució d'activitats on l'acció requerida és construcció. Per aquest tipus d'activitats, en el present treball, hem observat que no hi ha diferències ni en les estratègies de processament ni en les d'aproximació. Contràriament, hem observat que, en el cas de les estratègies de resolució, hi ha diferències qualitatives entre les emprades pels nois i les noies. A més, constatem que, quan apareixen diferències en les respostes

dels nois i les noies en les activitats de construcció, aquestes s'expliquen per la utilització d'un tipus o un altre d'estratègia de resolució que hem definit —6.1.3— com les diferents maneres d'enfrontar-se a l'activitat. L'única diferència observada entre els nois i les noies, en les activitats on l'acció requerida és construcció, és que els primers tendeixen a utilitzar estratègies de resolució que comporten basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat. Aquest tipus d'estratègies és independent del fet que l'activitat a la que s'enfronta el subjecte sigui una activitat espacial.

Segons tot això, podem afirmar, a l'igual que els autors abans esmentats, que la variable sexe no és globalment diferenciadora en els processos implicats en l'habilitat d'orientació espacial tal com l'hem definit en la present recerca —l'habilitat de processament espacial implicada en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

Recordem que Krutetskii (1976) introdueix el fet que hi ha dos aspectes a considerar en les diferències individuals en relació a l'ús de la imatgeria. Aquest autor distingeix la capacitat per a servir-se'n de la preferència per a fer-ho. La primera condiciona el nivell de l'habilitat i la segona determina el tipus de temperament matemàtic —*mathematical cast of mind*.

Hem observat que, en les activitats on l'acció requerida és interpretació, quan hi ha diferències en la utilització d'estratègies de processament, els nois tendeixen a utilitzar estratègies de processament visual i les noies de processament verbal, i aquesta utilització diferent porta a diferències en la resposta. Tenint en compte això i, segons els termes establerts per Krutetskii, podem afirmar en relació a les activitats on l'acció requerida és interpretació, que el tipus de temperament matemàtic dels nois i les noies és diferent i també ho és el grau d'habilitat d'orientació espacial.

Hem observat també que, en les activitats on l'acció requerida és construcció, no hi ha diferències en la utilització d'estratègies de processament i sí diferències en les respostes donades. Tenint en compte això, i segons els termes establerts per Krutetskii, podem afirmar, en relació a les activitats on l'acció requerida és construcció, que el tipus de temperament matemàtic dels nois i les noies no és diferent, però en canvi el grau d'habilitat d'orientació espacial sí és diferent.

Aquests resultats concorden amb els de Battista (1990) que arriba a la conclusió que els nois i les noies, tot i manifestar nivells diferents en els tests de visualització espacial, no utilitzen estratègies diferents en la resolució de problemes espacials.

En relació a les diferències de comportament entre els diferents grups d'escolarització, veiem que l'aparició de diferències qualitatives entre les estratègies

utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP depèn de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant:

- No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP, independentment de l'acció requerida per l'activitat.
- Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és interpretació:
  - per una d'aquestes activitats on l'objecte d'estímul és complex hi ha diferències importants:
    - \* els alumnes d'EGB i d'FP tendeixen a utilitzar estratègies de processament verbal.
- Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és construcció.
  - per dues de les activitats on l'objecte d'estímul és senzill o l'acció requerida permet manipulació hi ha diferències importants:
    - \* els alumnes de BUP tendeixen a utilitzar estratègies d'aproximació parcial.

Les diferències en les dificultats i els errors entre els diferents grups d'escolarització depenen del tipus de dificultat i d'error que estem considerant:

- Hi ha diferències quantitatives<sup>3</sup> entre les dificultats i els errors d'interpretació de l'enunciat. Els alumnes d'EGB i FP són els que tenen més dificultats i cometen més errors en la interpretació de:
  - el requeriment geomètric a l'hora de tenir presents totes les condicions,
  - la forma de presentació, més concretament les representacions gràfiques
  - la formulació, al no entendre l'estructura de l'activitat.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats i els errors en la comunicació de la resposta.

---

<sup>3</sup>Aquestes diferències tot i ser quantitativament importants considerades globalment no són significatives per a cap de les activitats.

- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades en relació al procés de resolució.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors geomètrics.

Tenint en compte això, i segons els termes establerts per Krutetskii, podem afirmar, en relació a les activitats on l'acció requerida és interpretació, que el tipus de temperament matemàtic dels alumnes de BUP, FP i EGB és diferent, però no ho és el grau d'habilitat d'orientació espacial. En relació a les activitats on l'acció requerida és construcció observem que, el tipus de temperament matemàtic dels alumnes de BUP, FP i EGB no és diferent ni tampoc ho és el grau d'habilitat d'orientació espacial.

### 9.1.3 En relació a com el problema principal explica els resultats del problema previ.

A continuació, analitzem de quina manera les dades qualitatives obtingudes en el *problema principal* expliquen les dades quantitatives obtingudes en el *problema previ*.

En la qüestió *item 18*, els distractors proposats representen errors reals i la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$ . En relació a la variable sexe, per aquesta activitat, a partir de les dades quantitatives constatem diferències significatives de rendiment a favor dels nois i també diferències significatives en la selecció de les opcions. A partir de les dades qualitatives, veiem que aquestes diferències es reproduïxen, i s'expliquen per la utilització de diferents tipus d'estratègies de processament, portant les de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les dones, a un major nombre d'errors —d'interpretació.

En la qüestió *item 19*, la transformació geomètrica és una composició de girs. En relació a la variable sexe, per aquesta activitat, a partir de les dades quantitatives hem observat diferències significatives de rendiment a favor dels nois però no de selecció d'opcions. Les dades qualitatives obtingudes per aquesta activitat no reflecteixen la diferència de rendiment i tampoc es reproduïxen diferències en la selecció d'opcions. Interpretem que aquest fet es degut a la mida reduïda de la mostra i a que la facilitat de la tasca limitava la varietat d'estratègies aparegudes.

En la qüestió *item 36*, la transformació geomètrica és una composició de girs. En relació a la variable sexe, per aquesta activitat, a partir de les dades quantitatives hem observat diferències significatives de rendiment a favor dels nois però no de selecció d'opcions. Les dades qualitatives obtingudes per aquesta activitat no reflecteixen la diferència de rendiment i tampoc es reproduïxen diferències en la selecció d'opcions. Interpretem que aquest fet es degut a la mida reduïda de la

mostra i a la dificultat de la tasca que redueix la quantitat d'informació obtinguda. Malgrat tot, a partir de les dades qualitatives, observem tendències diferents per part dels nois i les noies en la utilització d'estratègies de resolució, essent les que utilitzen els nois les que tendeixen a donar resultats correctes. A més, observem diferències significatives de processament. Aquestes tendències i diferències en la utilització d'estratègies podrien explicar l'aparició de diferències de rendiment en el cas d'una mostra més gran.

En relació a la variable escolarització, donat que la mostra per l'anàlisi qualitativa és molt reduïda —6 alumnes de BUP i 6 de FP—, no obtenim informació suficient que permeti confirmar i explicar les preferències en la selecció d'opcions, ni les diferències de rendiment constatades a partir de les dades quantitatives per a cap de les tres qüestions.

Segons tot això, en relació a la variable sexe, la informació obtinguda a partir de les dades qualitatives del *problema principal* explica les dades quantitatives del *problema previ*, per la qüestió en que els distractors proposen errors reals i la transformació geomètrica és un gir de  $180^\circ$ . Per a les qüestions on la transformació geomètrica és una composició de girs, les dades qualitatives obtingudes en el *problema principal* expliquen, només parcialment, les diferències observades quantitativament en el *problema previ* ja que aquestes no es reproduïxen degut a la mida reduïda de la mostra. En relació a la variable escolarització, i degut també a la grandària de la mostra, de l'anàlisi qualitativa feta en el *problema principal* no obtenim prou dades que permetin explicar suficientment les diferències quantitatives observades en el *problema previ* ja que aquestes no es reproduïxen.

Així doncs veiem que, la mida reduïda de la mostra utilitzada per al treball qualitatiu és una limitació clara a l'hora d'explicar qualitativament els resultats quantitius obtinguts a partir d'una mostra més gran. Malgrat tot, els resultats quantitius observats en el *problema previ* que es reproduïxen en el *problema principal*, es poden explicar a partir de les dades qualitatives.

#### 9.1.4 En relació a l'ensenyament.

A continuació, discutim les implicacions dels resultats de la present recerca de cara a l'ensenyament, amb la intenció d'intentar respondre la pregunta *com superar les dificultats sense renunciar a les diferències?*

Donat que el control de la mostra ens permet garantir que els alumnes amb qui hem treballat no han tingut aprenentatge previ específic, els resultats de la present recerca en relació a les estratègies, les dificultats i els errors en la resolució d'activitats espacials, poden prendre's com a punt de partida per establir les

consideracions a l'hora d'elaborar models de procés d'aprenentatge destinats a la implementació de les habilitats espacials dels estudiants.

Hem observat que els individus manifesten *temperaments matemàtics* diferents en relació a les activitats espacials —en el sentit de preferir la utilització de determinats tipus d'estratègies de processament. També, hem observat que els individus manifesten diferents graus de desenvolupament —en el sentit d'èxit o fracàs en la resolució de les activitats— de les habilitats espacials que ens ocupen, independentment del seu *temperament matemàtic*. Creiem que el propòsit de l'ensenyament, en relació a les habilitats espacials, hauria de ser implementar-ne el nivell sense que els individus haguessin de renunciar a les pròpies preferències a l'hora de resoldre les activitats.

Hem vist que el grau d'habilitat d'orientació espacial depèn de la utilització adequada a l'activitat proposada dels següents tipus d'estratègies:

- de resolució,
- de processament i
- d'aproximació a la forma

i del nivell de l'individu en relació a les següents habilitats:

- d'interpretació d'informació espacial, IIE, i
- de comunicació d'informació espacial, CIE.

fet que concorda amb les propostes fetes per Mitchelmore (1980a)

Segons això, implementar l'habilitat d'orientació espacial comporta desenvolupar en els alumnes la capacitat d'aplicar correctament estratègies de resolució, de processament i d'aproximació i implementar les habilitats —*skills*— d'interpretació i de comunicació d'informació espacial.

Tal com apunten Bishop (1973) i Marriott (1978), la manipulació de formes tridimensionals en una situació d'aprenentatge estructurada pot promoure el desenvolupament de les habilitats. A més, en la present recerca hem vist que apareix un tipus d'estratègia de resolució que comporta la recerca d'informació en experiències prèvies que ajudi a resoldre una activitat determinada. Si tenim en compte que aquest tipus d'estratègies de resolució tendeixen a donar respostes correctes en relació als errors geomètrics, sembla clar que afavorir l'experiència

pot ajudar a augmentar el nivell de desenvolupament de les habilitats tal com suggereix Clements (1981b). Tot i que desconeixem l'existència d'estudis sobre com la motivació dels alumnes pot ajudar al desenvolupament d'aquestes habilitats, creiem que, en general, la motivació en un procés d'aprenentatge pot facilitar-lo.

Per tant, és clar que una primera consideració a fer és que cal augmentar el temps destinat a resoldre activitats engrescadores on la transformació geomètrica proposada és una rotació a l'espai.

Aquestes activitats han de ser suficientment variades en la seva caracterització ja que, tal com hem vist en el present treball, la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context i el requeriment geomètric de l'activitat, condicionen els processos que els alumnes manifesten en la seva resolució.

A l'hora d'analitzar com es pot implementar la utilització dels diversos tipus d'estratègies, cal tenir present que, tal com hem observat en la nostra recerca i com apunten alguns autors —Bishop (1980b, 1983), Clements (1981b, 1982) o Liben (1981)—, alguns tipus d'estratègies són difícilment comunicables ja que és complicat exterioritzar les representacions mentals, fet que dificulta la possibilitat de fer-les públiques.

En la present recerca, hem observat que els alumnes poden descriure, encara que algunes vegades amb un llenguatge poc adequat, les estratègies de resolució i d'aproximació a la forma que han utilitzat. A partir de les seves explicacions podem saber quins objectes han pres com a models, quines figures han comparat, o en què s'han basat a l'hora d'enfrontar l'activitat. De manera semblant, posen de manifest, explícitament o implícita, en quins aspectes s'han fixat al considerar la forma dels objectes en la resolució de les activitats. Per tot això, considerem que les estratègies de resolució i les d'aproximació a la forma poden tractar-se públicament sense massa dificultats.

En relació al desenvolupament de les estratègies de resolució i les d'aproximació, enteses respectivament com les diferents maneres d'enfrontar una activitat i el fet de centrar-se en característiques determinades de la forma dels objectes, proposem diferents aspectes a tenir en compte. En primer lloc, creiem que cal posar els mitjans per a què els alumnes no només coneguin l'existència dels diferents tipus d'estratègies de resolució i d'aproximació possibles per a la resolució d'una determinada activitat, sinó també per què tinguin models per poder contrastar els errors d'aplicació de les pròpies estratègies.

Els professors, els creadors de material didàctic i els autors de llibres de text, tenen tots també les seves pròpies preferències, que poden ser diferents de les dels alumnes destinataris de la seva informació i provocar-hi interferències tal com afirma Presmeg (1986a). Per afavorir la diversificació d'informació, en relació a les

estratègies de resolució i d'aproximació, proposem que en els actes d'ensenyament els primers renunciïn a les seves preferències en el moment de fer públic el seu procés de resolució, i intentin posar de manifest estratègies de resolució i d'aproximació diverses i variades.

Un altre aspecte, que pot ajudar a millorar els aprenentatges dels alumnes en relació a les estratègies de resolució i d'aproximació, és la interacció entre els alumnes d'un grup, ja que el fet de treballar en col.laboració en una mateixa activitat obliga a discutir sobre la manera d'enfrontar-la i a manifestar en quins aspectes es centra l'atenció.

Finalment, considerem imprescindible que els ensenyants no només afavoreixin l'explicitació de les estratègies de resolució i d'aproximació utilitzades pels alumnes, sinó també que tinguin present que cal acceptar com a vàlides les que portin a resultats correctes, independentment de si són o no les que ells haurien utilitzat.

En relació a les estratègies de processament, la situació esdevé més complicada ja que, tal com hem vist en el present treball, si bé les estratègies de processament verbal poden explicitar-se públicament, l'exteriorització de les imatges mentals implicades en les estratègies de processament visual comporta greus dificultats. Així, hem observat al llarg de les entrevistes amb els alumnes, que quan deien que havien imaginat alguna situació o moviment, a l'incidir preguntant en què consistia aquest imaginar, només ens han respost insistint en el fet de que s'ho imaginaven.

Per tant, quan pretenem promoure estratègies de processament que resolguin correctament les activitats hem de tenir present aquest fet. Segons això, en relació a les estratègies de processament verbal, proposem el mateix tipus de tractament que per a les estratègies de resolució i d'aproximació. En relació a les estratègies de processament visual, a l'igual que Presmeg (1986b), proposem que el professor accepti com a estratègia vàlida el fet d'imaginar si porta a resultats correctes encara que l'alumne no sàpiga exterioritzar la seva imatgeria visual. De cara a superar els possibles errors deguts a l'aplicació d'estratègies de processament visual, proposem que es donin oportunitats suficients de contrastar manipulativament el que els alumnes han imaginat. No només proposem que les activitats manipulatives tinguin com a finalitat el contrastar els resultats, sinó que proposem que, abans d'iniciar qualsevol activitat manipulativa, es demani als alumnes l'anticipació dels resultats.

Com a conclusió, en relació a afavorir el desenvolupament d'estratègies que portin a resultats correctes, proposem diversos aspectes a tenir en compte. En primer lloc, cal presentar situacions motivadores estructurades de tal manera que les activitats proposades tinguin caràcters diferents des del punt de vista de la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context i el requeri-



ment geomètric de l'activitat. En segon lloc, els models de processos de resolució exposats als alumnes han d'explicitar diversitat d'estratègies a fi que l'alumne sempre pugui contrastar i millorar les pròpies i en conegui de noves. Cal a més, que s'acceptin com a vàlides totes aquelles estratègies que porten a resultats correctes, independentment de si coincideixen o no amb les de l'ensenyant ja que cal afavorir la manifestació del *temperament matemàtic* de cada individu. En el desenvolupament de les activitats, cal afavorir la interacció entre els alumnes i permetre les activitats manipulatives exigint sempre un esforç d'anticipació de resultats.

Hem vist que el grau d'habilitat d'orientació espacial depèn no només de la utilització adequada a l'activitat proposada d'estratègies de resolució, de processament i d'aproximació, sinó també del nivell de l'individu en relació a les habilitats d'interpretació i de comunicació d'informació espacial. Seguidament, analitzem de quina manera podem millorar les habilitats dels alumnes en relació a la interpretació i comunicació d'informació espacial.

En tots dos casos, el contingut de la informació pot ser figuratiu, verbal o mixt. De cara a millorar els aspectes relacionats amb la informació verbal referida a objectes, relacions i transformacions espacials proposem que no només els ensenyants utilitzin el vocabulari específic de manera correcta, sinó que n'afavoreixin la utilització per part dels alumnes.

Finalment, en relació a la informació transmesa a través de descripcions gràfiques o per models, proposem que es faci una introducció adequada a la utilització dels diferents codis de representació, tal com proposa Parzysz (1988). Així, creiem que és important que no es doni mai per suposat que els alumnes han d'entendre i saber utilitzar una determinada representació d'un objecte només per què l'han vista moltes vegades. Cal, per tant, justificar i analitzar les convencions pròpies de cadascun dels codis de representació utilitzats, i proposar als alumnes que els facin servir per a representar diverses situacions, contrastant l'objecte representat amb models i que creïn nous codis i els facin públics, fet que els ajudarà a integrar les convencions.

## 9.2 Conclusions generals.

### En relació a la metodologia.

1. La metodologia utilitzada per respondre cadascun dels problemes plantejats ens ha permès contrastar les hipòtesis i assolir els propòsits plantejats.

2. El tipus de metodologia feta servir condiona el caràcter dels resultats obtinguts:

- La metodologia quantitativa del problema previ porta a conclusions que són generalitzables, però els resultats donen únicament informació en relació al rendiment.
- La metodologia qualitativa utilitzada en el problema principal permet obtenir informació abundant i molt interessant en relació a les estratègies, les dificultats i els errors. Els resultats tenen caràcter explicatiu, i es poden generalitzar amb el propòsit d'explicar el comportament d'alumnes en condicions paral·leles i en situacions anàlogues.

3. La mida reduïda de la mostra utilitzada per al treball qualitatiu és una limitació clara a l'hora d'explicar qualitativament els resultats quantitius obtinguts a partir d'una mostra més gran. Malgrat això, els resultats quantitius observats en el *problema previ* que es reproduïxen en el *problema principal*, han estat explicats a partir de les dades qualitatives.

### En relació a les estratègies, les dificultats i els errors dels alumnes.

4. Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, hem classificat les estratègies cognitives dels alumnes de la següent manera:

- estratègies de resolució
- estratègies de processament
- estratègies d'aproximació a la forma dels objectes

## 5. Les estratègies de resolució comporten:

- En les activitats amb context amb significat real, la implicació del subjecte en el context, en el sentit d'extreure'n informació que no és imprescindible per a dur a terme el requeriment geomètric de l'activitat
- en les activitats amb context sense significat real, basar-se en informació obtinguda a partir d'experiències prèvies, que expliqui la situació o ajudi a resoldre l'activitat
- en les activitat on l'acció requerida és d'interpretació, simplificar l'estructura de l'activitat, la qual cosa permet relacionar la informació i l'acció requerida

## 6. Les estratègies de processament poden caracteritzar-se com:

- Estratègies de processament visual: El subjecte explicita haver imaginat alguns dels aspectes següents:
  - el context de la situació
  - girs o canvis de posició dels objectes
  - girs o canvis de posició del subjecte

Aquestes estratègies depenen de les condicions del requeriment geomètric.

- Estratègies de processament verbal: El subjecte resol l'activitat sense explicitar que hagi imaginat res, basant-se en els següents aspectes:
  - argumentant inversions
  - argumentant relacions de simetria
  - utilitzant informació pròpia del context
  - referint-se als canvis produïts sobre l'aspecte de l'objecte inicial
  - relacionant la forma de l'objecte inicial i l'objecte final

Les més freqüents són aquelles en què el subjecte argumenta algun tipus d'inversió.

7. Les estratègies d'aproximació poden caracteritzar-se com:

- Estratègies d'aproximació global: El subjecte centra l'atenció en la forma dels objectes considerats globalment:
  - fent un símil amb un objecte de la vida real
  - analitzant-ne la congruència
  - descrivint tal com es veurien des de la nova posició de l'observador o després de girar-los.
- Estratègies d'aproximació parcial: El subjecte centra l'atenció en només una part de l'objecte basant-se en:
  - l'existència de parts significatives
  - les característiques de les parts significatives
  - la posició relativa de les parts significatives
  - els elements resultants de la descomposició de l'objecte que no poden considerar-se parts significatives

8. Per cada categoria d'estratègies, l'aparició d'un tipus o d'un altre depèn d'una o més de les característiques de l'activitat plantejada. En particular, les activitats provoquen l'aparició d'estratègies cognitives de manera diferent segons l'acció requerida sigui d'interpretació o de construcció.

9. Les dificultats apareixen en:

- la interpretació de l'enunciat
- la comunicació de la resposta
- el procés de resolució

10. Els errors són:

- d'interpretació de l'enunciat
- de comunicació de la resposta
- de caràcter geomètric en el procés de resolució.

**11.** Les dificultats i els errors més significatius, tant quantitativament com qualitativa, apareguts en la interpretació de l'enunciat són:

- Dificultats i errors d'interpretació del requeriment geomètric
- Dificultats i errors d'interpretació de la forma de presentació:
  - del codi verbal quan fa referència a conceptes espacials
  - del codi de representació plana d'objectes en tres dimensions

**12.** Les dificultats i els errors més significatius, tant quantitativament com qualitativa, apareguts en la comunicació de la resposta i en l'explicitació del procés apareixen en la utilització de:

- el llenguatge verbal al referir-se a objectes o parts dels objectes tridimensionals o a accions efectuades sobre els objectes
- el codi representació

**13.** Els errors de caràcter geomètric en el procés de resolució són:

- absència de la inversió dreta/esquerra
- absència de la inversió davant/darrera

Considerant globalment els errors, podem afirmar que l'únic error significatiu de caràcter geomètric que apareix consisteix en la confusió d'una rotació amb una simetria.

**14.** El tipus d'estratègies de processament o d'aproximació utilitzades no porten de manera significativa a diferències entre el nombre de respostes correctes i d'errors des del punt de vista geomètric.

**En relació a l'habilitat d'orientació espacial dels alumnes.**

**15.** L'habilitat d'orientació espacial d'un individu depèn de la seva capacitat de servir-se amb èxit d'estratègies de resolució, de processament i d'aproximació.

**16.** L'habilitat d'orientació espacial no només depèn de les potencialitats o capacitats de l'individu, sinó també de les característiques de l'activitat a la que s'enfronta.

17. L'habilitat de processament espacial i, en particular, l'habilitat d'orientació espacial, inclou no només l'habilitat per a imaginar els objectes, les relacions i les transformacions espacials, sinó també per a codificar-los de manera verbal o mixta. Inclou també l'habilitat no només per a manipular les imatges mentals dels objectes, les relacions i les transformacions espacials, sinó també per a resoldre les activitats utilitzant estratègies de processament verbal.

18. El grau d'habilitat d'orientació espacial d'un individu depèn no només de la utilització adequada a l'activitat proposada d'estratègies de resolució, de processament i d'aproximació a la forma, sinó també del nivell de l'individu en relació a les habilitats:

- d'interpretació d'informació espacial
- de comunicació d'informació espacial

#### **En relació a les diferències de comportament entre grups.**

19. Quan ens referim a estratègies de processament visual o verbal cal distingir la capacitat per a servir-se'n amb èxit de la preferència per a utilitzar les unes o les altres. La primera condiona el nivell de l'habilitat i la segona determina el tipus de temperament matemàtic.

20. En les activitats on l'acció requerida és d'interpretació, el tipus de temperament matemàtic dels nois i les noies és diferent, preferint els nois la utilització d'estratègies de processament visual i, les noies, de processament verbal.

21. En les activitats on l'acció requerida és d'interpretació, el nivell de l'habilitat d'orientació espacial és superior en els nois. La diferència de nivells és deguda a la utilització diferent d'estratègies de processament, portant les estratègies de processament verbal, que són les utilitzades majoritàriament per les noies, a un major nombre d'errors —d'intepretació— en la resposta.

22. En les activitats on l'acció requerida és de construcció, el tipus de temperament matemàtic dels nois i les noies no és significativament diferent.

23. En les activitats on l'acció requerida és de construcció, el nivell de l'habilitat d'orientació espacial és superior en els nois. La diferència de nivells està lligada a la utilització de manera diferent per part dels uns i de les altres d'estratègies de resolució.

24. Apareixen diferències entre les dificultats i els errors dels nois i les noies en:

- la interpretació de l'enunciat. Les noies manifesten més dificultats i cometen més errors que els nois en la interpretació de:
  - el requeriment geomètric
  - la forma de presentació de l'enunciat en relació tant al codi verbal que fa referència a conceptes espacials, com al codi de representació utilitzat.
- els errors geomètrics en relació a la inversió dreta/esquerra, però no en relació a la inversió davant/darrera, essent les noies les que manifesten més sovint el primer tipus d'error.

25. En les activitats on l'acció requerida és d'interpretació, el tipus de temperament matemàtic dels alumnes de BUP, FP i EGB és diferent, però no ho és el nivell d'habilitat d'orientació espacial.

26. En les activitats on l'acció requerida és de construcció, el tipus de temperament matemàtic dels alumnes de BUP, FP i EGB no és significativament diferent, ni tampoc ho és el nivell d'habilitat d'orientació espacial.

27. Apareixen diferències entre les dificultats i els errors dels diferents grups d'escolarització únicament en:

- la interpretació de l'enunciat. Els alumnes d'EGB i FP són els que tenen més dificultats i cometen més errors en la interpretació de:
  - el requeriment geomètric
  - la forma de presentació
  - la formulació

**En relació a la implementació de les habilitats.**

28. Implementar l'habilitat d'orientació espacial comporta desenvolupar en els alumnes la capacitat d'aplicar correctament estratègies de resolució, de processament i d'aproximació i implementar les habilitats d'interpretació i de comunicació d'informació espacial.

29. Per tal d'afavorir el desenvolupament d'estratègies que portin a resultats correctes proposem que:

- es demani als alumnes la solució de situacions motivadores, estructurades de tal manera que les activitats proposades tinguin presentacions diferents des del punt de vista de la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context i el requeriment geomètric de l'activitat
- s'explicitin diversitat d'estratègies en els models de processos de resolució exposats, a fi que l'alumne pugui contrastar i millorar les pròpies i en conegui de noves
- s'acceptin com a vàlides totes aquelles estratègies que portin a resultats correctes, independentment de si coincideixen o no amb les de l'ensenyant
- es presentin activitats per a resoldre en petit grup i s'afavoreixi la interacció entre els alumnes
- es permetin les activitats manipulatives amb la finalitat de contrastar resultats o per exigir-ne l'anticipació.

30. Per tal d'implementar el nivell de les habilitats d'interpretació i de comunicació d'informació espacial, proposem que:

- S'utilitzi, en els actes d'ensenyament, el vocabulari específic de manera correcta i s'afavoreixi la seva utilització per part dels alumnes
- es faci una introducció adequada a la utilització dels diferents codis de representació:
  - no donant mai per suposat que els alumnes han d'entendre i saber utilitzar una determinada representació d'un objecte només per què els és familiar
  - justificant i analitzant les convencions pròpies de cadascun dels codis de representació utilitzats, i proposant als alumnes que els facin servir per a representar diverses situacions, contrastant l'objecte representat amb el model
  - demanant als alumnes que creïn nous codis de representació i els facin públics.



## 9.3 Prospectiva.

En relació als suggeriments per d'altres recerques, cal dir que al llarg del nostre treball han sorgit qüestions que hem deixat de banda perquè s'aparten dels objectius establerts, però que poden ser origen de futures investigacions. Algunes d'aquestes qüestions apareixen en relació a diferències en els aspectes concrets dels objectes d'estudi, d'altres tenen com a finalitat aprofundir en els resultats obtinguts i, finalment, d'altres tenen com a propòsit l'aplicació concreta dels resultats de la present recerca a l'ensenyament. Així, proposem els següents temes de recerca:

- En relació a la diversificació dels objectes d'estudi:
  - Analitzar les estratègies, les dificultats i els errors dels alumnes en els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica:
    - \* és una rotació a l'espai i la forma de presentació de l'activitat és únicament verbal, és a dir, no té suport figuratiu.
    - \* és una rotació a l'espai i el requeriment geomètric no és efectuar una rotació de  $180^\circ$ , sinó un gir qualsevol.
    - \* requereix efectuar un desenvolupament, una secció, una composició o descomposició d'objectes, una simetria...
  - Analitzar el comportament individual global —al llarg d'un seguit d'activitats— i estudiar comparativament els comportaments globals dels individus dels grups establerts per diferents variables.
- En relació a aprofundir en els resultats obtinguts, estudiar de quina manera:
  - el tipus d'acció requerida per l'activitat —interpretació o construcció— condiona l'aparició de manera diferent d'estratègies cognitives, no només per les activitats on la transformació geomètrica és una rotació, sinó per a d'altres tipus de transformacions geomètriques,
  - el context provoca la utilització d'estratègies de resolució diferents, i com aquestes condicionen l'obtenció de resultats correctes o incorrectes,
  - la forma de presentació condiona els processos de resolució i els resultats de l'activitat i, més concretament, com influeix el grau d'iconicitat del codi de representació utilitzat.
  - la forma i la complexitat dels objectes d'estímul condiona el tipus d'estratègies d'aproximació i de processament utilitzades, i com aquestes porten a resultats correctes o incorrectes.

- En relació a l'aplicació dels resultats de la present recerca a l'ensenyament:
  - elaborar i avaluar una experiència d'aprenentatge, que contempli els resultats de la present recerca, de cara a implementar l'habilitat d'orientació espacial i l'habilitat de processament espacial.
  - estudiar de quina manera les preferències de les persones implicades en l'ensenyament —professors, redactors de llibres de text i creadors de material didàctic, orientadors del disseny curricular...— interfereixen amb les dels alumnes en la utilització de diversos tipus d'estratègies cognitives en relació a les habilitats espacials.

### Referències bibliogràfiques del capítol 9.

Baldy, R., (1988): 'De l'espace du dessin à celui de l'objet. Une activité de mises en correspondance entre des dessins en perspective cavalière et des objets réels.' *Educational Studies in Mathematics* **19**, pp. 43-57.

Battista, M.T., (1990): 'Spatial visualization and gender differences in high school geometry.' *Journal for Research in Mathematics Education* **21**, pp. 47-60.

Ben-Chaim, D., Lappan, G., Houang, R.T., (1989a): 'Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and affecting students' performance.' *Educational Studies in Mathematics* **20**, pp. 121-146.

Bishop, A.J., (1973): 'Use of structural apparatus and spatial ability: a possible relationship.' *Research in Education* **9**, pp. 43-49.

Bishop, A.J., (1980b): *Spatial and Mathematical Abilities —A Reconciliation*, comunicació presentada a 'Conference on Mathematical Abilities at the University of Georgia', Athens, June 12-14, 1980.

Bishop, A.J., (1983): 'Space and Geometry' en R. Lesh, M. Landau, (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press Inc., Orlando, Florida, USA, pp. 175-203.

Burden, L.D., Coulson, S.A., (1981): *Processing of Spatial Tasks*. M. Ed. Thesis, Monash University, Melbourne.

Clements, K., (1981b): 'Visual Imagery and School Mathematics. Part I.' *For the Learning of Mathematics*, Nov. 1981, **2**(2), pp. 2-9.

Clements, K., (1982): 'Visual Imagery and School Mathematics. Part II.' *For the Learning of Mathematics*, Mar. 1982, 2(3), pp. 33-38.

Hershkowitz, R., (1990): 'Psychological aspects of learning geometry' en P. Nesher, J. Kilpatrick, (Eds.), *Mathematics and cognition. A research synthesis by the international group for the Psychology of Mathematics Education*, ICMI Study Series, Cambridge University Press, pp. 70-95.

Krutekskii, V.A., (1976): *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press, Chicago.

Lahrizi, H., (1984): *Étude de l'habilité à visualiser des relations géométriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves-professeurs au Maroc*. Thèse, Université Mohamed V, Rabat, Maroc.

Liben, L. S., (1981): 'Spatial representation and behaviour: multiple perspectives' en L.S. Liben, A.H. Patterson, N. Newcombe, (Eds.), *Spatial Representation and Behaviour across the Life Span*. New York, Academic Press, pp. 3-36.

Linn, M.C., Petersen. A.C., (1985): 'Emergence and characterization of gender differences in spatial ability: A meta-analysis.' *Child Development* 56, pp. 1479-1498.

Lohman, D.F., (1979a): 'Spatial Ability: a Review and Reanalysis of the Correlational Literature.' *Technical Report n. 8. Aptitude Research Project*. School of Education, Stanford University, Oct. 1979.

Lohman, D.F., (1979b): 'Spatial Ability: Individual Differences in Speed and Level.' *Technical Report n. 9. Aptitude Research Project*. School of Education, Stanford University, Oct. 1979.

Marriott, P., (1978): "Fractions, now you see them, now yo don't" en D. Williams, (Ed.), *Learning and applying mathematics*, Australian Association of Mathematics Teachers, Melbourne, Australia.

Mitchelmore, M.C., (1980a): 'Prediction of developmental stages in the representation of regular space figures.' *Journal for Research in Mathematics Education*, March 1980, 11, pp. 83-93.

Parzysz, B., (1988): "Knowing" vs "Seeing". Problems of the Plane Representation of Space Geometry Figures.' *Educational Studies in Mathematics* 19(1),

pp.79-92.

Presmeg, N.C., (1985): *The Role of Visually Mediated Processes in High School Mathematics: A Classroom Investigation*. Unpublished PhD Dissertation, University of Cambridge.

Presmeg N.C., (1986a): 'Visualisation in high school mathematics.' *For the Learning of Mathematics* 6(3), pp. 43-44.

Presmeg N.C., (1986b): 'Visualisation and mathematical giftedness.' *Educational Studies in Mathematics* 17(3), pp. 297-311.

Shuard, H.B. (1982): 'Differences in Mathematical Performance between Boys and Girls' en W.H. Crockroft, (Ed.), *Mathematics counts*. Her Majesty's Stationery Office, Londres.

Tartre, L.A., (1990): 'Spatial orientation skill and mathematical problem solving.' *Journal for Research in Mathematics Education* 21(3), pp. 216-229.

Wattanawaha, N., (1977): *Spatial Ability and Sex Differences in Performance on Spatial Tasks*. M. Ed. Thesis, Monash University, Melbourne.