

Capítulo 4

Identificación del sistema nervioso central de control mediante modelado paramétrico

4.1 Introducción

En este capítulo se propone la identificación del Sistema Nervioso Central (SNC) de control mediante un modelo paramétrico. El interés de este modelado está en la obtención de una estructura del SNC de control más simple que la desarrollada mediante ecuaciones diferenciales, presentada en el capítulo 3, pero sin perder el rango de validez de los resultados, y que permita una estimación paramétrica más rápida.

La identificación del SNC de control se ubica en el contexto de la identificación de un sistema como caja negra, ya que sólo se poseen los datos de entrada y salida de este sistema. Por consiguiente, se intenta encontrar un modelo para cada controlador del sistema cardiovascular, que regule la dinámica del sistema cardiovascular con suficiente exactitud respecto a las señales reales de entrada y salida.

Tal como se ha descrito en capítulos precedentes, el SNC de control es un sistema

complejo y no lineal. La entrada del SNC de control, al igual como se presenta en el capítulo 3, es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y el conjunto de salidas son: el control del periodo cardíaco $T_{TOT}(t)$, el control de la resistencia periférica $Q_1(t)$, el control de la contractilidad miocárdica $Q_2(t)$, el control de tono venoso $Q_3(t)$ y el control de la resistencia coronaria $Q_5(t)$.

La búsqueda de los modelos de los controladores se realiza tanto en el campo del modelado paramétrico no lineal, modelos NARMAX (Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs), como en el lineal, modelo MA (Moving Average), AR (AutoRegressive) y ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs). Este exhaustivo estudio permite encontrar el mejor modelo para cada controlador, así como realizar un estudio comparativo entre los modelos no lineales y lineales identificados.

Los métodos de modelado no lineal, existentes en la actualidad, están enmarcados en dos categorías que corresponden a los métodos de modelado no paramétrico y métodos paramétricos. Entre los primeros cabe citar las expansiones funcionales de Volterra-Wiener, y entre los paramétricos están los modelos descritos mediante ecuaciones diferenciales o en diferencias.

Determinar la estructura de un modelo es una tarea de considerable complejidad en el caso de sistemas no lineales. El modelado no paramétrico estuvo principalmente motivado por la necesidad de evitar esta dificultad en la determinación del modelo (Volterra, 1930; Wiener, 1958).

Tradicionalmente se han utilizado las descripciones de las series funcionales de Volterra (1930) y Wiener (1958), dando lugar a una amplia literatura describiendo la identificación y análisis de estos modelos (Marmarelis, 1979; Schetzen, 1980; Rugh, 1981). Desafortunadamente los modelos de series funcionales requieren un excesivo conjunto de coeficientes, frecuentemente más de 500 núcleos, para describir sistemas no lineales muy simples. Consecuentemente se han realizado pocas aplicaciones prácticas.

Otros estudios han encontrado la relación entre las ecuaciones diferenciales y

las expansiones funcionales, para la determinación del modelo (Korenberg, 1973; Watanabe et al., 1975; Hung et al., 1979; Marmarelis, 1991). Fueron Billings y colaboradores (Billings et al., 1982) quienes obtuvieron una buena aproximación de los sistemas no lineales, utilizando modelos no lineales autorregresivos de media móvil (modelos NARMAX), mediante la expansión de la salida del sistema en términos de las entradas y salidas previas. Demostraron que una amplia clase de sistemas no lineales pueden modelarse en tiempo discreto utilizando los modelos NARMAX (Billings et al., 1984; Leontaritis et al., 1985). Esta técnica de modelado paramétrico incluye los algoritmos para determinar la estructura del modelo y seleccionar sus términos lineales y no lineales más significativos, así como algoritmos de estimación paramétrica (extensión de mínimos cuadrados y máxima verosimilitud). Además estos modelos tienden a tener menos términos que los modelos no paramétricos.

El método propuesto en el presente capítulo, para la identificación de los controladores del SNC, está basado en la búsqueda de términos ortogonales (Korenberg, 1989). Este método estima un modelo no lineal óptimo, a partir de los datos de entrada y salida del sistema, mediante la minimización del error cuadrático medio entre la predicción del modelo y la salida del sistema. El algoritmo identifica una secuencia de términos ortogonales en ecuaciones en diferencias, que son combinados para obtener el modelo final, y permite estimar los parámetros del modelo secuencialmente y casi independientemente.

Se realiza el análisis de sensibilidad para cada uno de los parámetros de los modelos identificados. Este estudio permite conocer la influencia de cada parámetro sobre las señales de salida del sistema cardiovascular, y así facilitar el proceso de estimación paramétrica que se expone en el capítulo 5.

4.2 Modelado paramétrico no lineal mediante ecuaciones en diferencias

Un modelo paramétrico no lineal NARMAX tiene la forma general siguiente (Billings et al., 1984; Leontaritis et al., 1985)

$$y(t) = F^l[y(t-1) \dots y(t-N_y) \ x(t) \dots x(t-N_x) \ \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-N_\varepsilon)] + \varepsilon(t) \quad (4.1)$$

donde $x(t)$ e $y(t)$ son la entrada y la salida, respectivamente. N_x , N_y y N_ε representan los máximos retardos considerados de las señales de entrada, salida y error de predicción, respectivamente, y $F^l[\cdot]$ es una función polinómica no lineal de orden l .

El error de predicción $\varepsilon(t)$ puede expresarse en la forma

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

donde $\hat{y}(t)$ es la predicción de la salida del sistema, y tiene que satisfacer

$$E[\varepsilon(t)|y^{t-1}, x^t] = 0$$

para una entrada $x(t)$ y una salida $y(t)$ del sistema, siendo

$$\begin{aligned} y^{t-1} &= [y(t-1) \ y(t-2) \ \dots \ y(1)]^T \\ x^t &= [x(t) \ x(t-1) \ \dots \ x(1)]^T \\ \hat{y}(t) &= E[y(t)|y^{t-1}, x^t] \end{aligned} \quad (4.2)$$

La ecuación (4.1) representa el caso en que el sistema tiene una entrada y salida únicas, pero los resultados pueden extenderse al caso de un sistema multivariable.

Se puede considerar que el sistema no lineal estudiado puede ser identificado mediante las expansiones funcionales de Volterra, para sistemas no lineales de memoria infinita

$$y(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} h_i(\tau_1, \dots, \tau_i) x(t - \tau_1) \dots x(t - \tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_i + \varepsilon(t)$$

donde $h_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ es un núcleo de Volterra de i -ésimo orden. Sin embargo, la utilización de modelos con un número infinito de coeficientes no es factible, ya que es imposible manejar infinitos parámetros, y además la cantidad disponible de datos es finita, por lo que no es posible estimar un número infinito de coeficientes a partir de ellos. Por lo tanto se aproxima el sistema mediante una serie de Volterra de orden p , de memoria finita y en tiempo discreto

$$\begin{aligned} y(t) = & h_0 + \sum_{j_1=0}^J h_1(j_1) x(t - j_1) + \sum_{j_2=0}^J \sum_{j_1=0}^J h_2(j_1, j_2) x(t - j_1) x(t - j_2) \\ & + \dots + \sum_{j_p=0}^J \dots \sum_{j_1=0}^J h_p(j_1, j_2, \dots, j_p) x(t - j_1) \dots x(t - j_p) + \varepsilon(t) \end{aligned}$$

donde h_0 , $h_1(j_1)$, $h_2(j_1, j_2)$ y $h_p(j_1, j_2, \dots, j_p)$ son los núcleos de Volterra de orden cero, primer orden, segundo orden y orden p , respectivamente.

De forma análoga se puede introducir un nivel de continua en la señal de salida, de forma que la ecuación (4.1) puede ser descrita en la forma

$$\begin{aligned} y(t) = & dc + F^l[y(t-1) \dots y(t-N_y) x(t) \dots x(t-N_x) \\ & \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-n_\varepsilon)] + \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Con esta nueva representación un modelo NARMAX puede ser adecuado para representar un gran número de sistemas no lineales de dimensión finita.

Si se expande (4.3), definiendo $F^l[\cdot]$ como un polinomio de orden l , se obtiene la siguiente representación

$$y(t) = \sum_{m=0}^M \theta_m p_m(t) + \varepsilon(t) \quad (4.4)$$

donde

$$p_0 = 1$$

$$p_m = \begin{matrix} y(t - n_{y1}) & \dots & y(t - n_{yk}) & x(t - n_{x1}) & \dots & x(t - n_{xj}) \\ \varepsilon(t - n_{\varepsilon 1}) & \dots & \varepsilon(t - n_{\varepsilon q}) & & & \end{matrix}$$

para $m = 1, \dots, M$ y se cumple que

$$k \geq 0, j \geq 0, q \geq 0$$

$$\begin{matrix} 1 \leq n_{y1} \leq N_y & \dots & \dots & 1 \leq n_{yk} \leq N_y \\ 0 \leq n_{x1} \leq N_x & \dots & \dots & 0 \leq n_{xj} \leq N_x \\ 1 \leq n_{\varepsilon 1} \leq N_\varepsilon & \dots & \dots & 1 \leq n_{\varepsilon q} \leq N_\varepsilon \end{matrix} \quad (4.5)$$

Por convención

$k = 0$ indica que $p_m(t)$ no contiene términos $y(\cdot)$

$j = 0$ indica que $p_m(t)$ no contiene términos $x(\cdot)$

$q = 0$ indica que $p_m(t)$ no contiene términos $\varepsilon(\cdot)$

Hay que considerar que en la ecuación en diferencias (4.4), los parámetros θ_m son constantes y θ_0 representa el valor del nivel de continua. Si se dispone de N muestras de la señal de entrada y N de la señal de salida, la ecuación (4.4) puede expresarse en forma de matriz

$$Y = P\Theta + \varepsilon \quad (4.6)$$

donde

$$Y^T = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]$$

$$\Theta^T = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_M]$$

$$\epsilon^T = [\epsilon(1) \ \epsilon(2) \ \dots \ \epsilon(N)]$$

$$P = \begin{pmatrix} p_0(1) & p_1(1) & \dots & p_M(1) \\ p_0(2) & p_1(2) & \dots & p_M(2) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ p_0(N) & p_1(N) & \dots & p_M(N) \end{pmatrix}$$

4.3 Algoritmo de estimación empleando polinomios ortogonales

El objetivo del presente modelado es identificar la estructura del modelo NARMAX y estimar los parámetros θ_m para $m = 0, \dots, M$. Utilizando un algoritmo de estimación empleando polinomios ortogonales, cada parámetro θ_m puede ser estimado casi independientemente. Para ello las ecuaciones (4.4) y (4.6) se formulan mediante el siguiente modelo auxiliar

$$y(t) = \sum_{m=0}^M g_m w_m(t) + \epsilon(t) \quad (4.7)$$

donde g_m son los coeficientes de la expansión ortogonal y los polinomios $w_m(t)$, para $m = 0, \dots, M$, son mutuamente ortogonales sobre el conjunto de datos registrados, desde $t = 1$ hasta $t = N$, tal que se cumple

$$\sum_{t=1}^N w_j(t)w_{k+1}(t) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (4.8)$$

La utilización de la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt (Rice, 1966; Blum, 1972) permite construir una familia de polinomios ortogonales $w_m(t)$. Este procedimiento utiliza una estructura algebraica polinómica, que se adapta al modelo dinámico de la siguiente forma

$$w_0(t) = p_0(t) = 1 \quad (4.9)$$

$$w_m(t) = p_m(t) - \sum_{r=0}^{m-1} \alpha_{mr} w_r(t), \quad m = 1, \dots, M \quad (4.10)$$

El valor del parámetro α_{mr} se obtiene a partir de la ecuación (4.10), multiplicando por $w_r(t)$ y tomando los valores esperados

$$\begin{aligned} E[w_m(t)w_r(t)] &= E[p_m(t)w_r(t)] - \alpha_{m0}E[w_0(t)w_r(t)] - \alpha_{m1}E[w_1(t)w_r(t)] - \dots \\ &\quad - \alpha_{mr}E[w_r(t)w_r(t)] - \dots - \alpha_{m,m-1}E[w_{m-1}(t)w_r(t)] \end{aligned}$$

y dado que los polinomios son mutuamente ortogonales resulta

$$E[p_m(t)w_r(t)] - \alpha_{mr}E[w_r^2(t)] = 0$$

de donde se obtiene

$$\alpha_{mr} = E[p_m(t)w_r(t)]/E[w_r^2(t)] \quad (4.11)$$

para $m = 1, \dots, M$ y $r = 0, \dots, m - 1$

El error de predicción no se conoce a priori estimándose, a partir de la ecuación (4.7), de la siguiente forma

$$\varepsilon(t) = y(t) - \sum_{m=0}^M g_m w_m(t) \quad (4.12)$$

El error cuadrático medio, definido a partir de la expresión (4.12), es

$$e = E\{[y(t) - \hat{y}(t)]^2\} = E\{[y(t) - \sum_{m=0}^M g_m w_m(t)]^2\} \quad (4.13)$$

El algoritmo para la estimación de los coeficientes de la base de polinomios ortogonales se deduce a partir de la definición del error cuadrático medio (4.13) y la ortogonalidad de $w_m(t)$

$$E\{w_l(t)[y(t) - \sum_{m=0}^M g_m w_m(t)]\} = 0, \quad l = 0, \dots, M$$

$$E[y(t)w_l(t)] = \sum_{m=0}^M g_m E[w_m(t)w_l(t)]$$

$$E[y(t)w_l(t)] = g_l E[w_l^2(t)]$$

$$g_l = \frac{E[y(t)w_l(t)]}{E[w_l^2(t)]}$$

En forma general, para cualquier m resulta

$$g_m = E[y(t)w_m(t)]/E[w_m^2(t)] \quad (4.14)$$

y a partir de (4.9) se deduce

$$g_0 = E[y(t)] \quad (4.15)$$

Operando en la ecuación (4.13) y utilizando la ecuación (4.14) resulta

$$\begin{aligned} e &= E[y^2(t)] - 2 \sum_{m=0}^M g_m E[y(t)w_m(t)] + \sum_{m=0}^M g_m^2 E[w_m^2(t)] = \\ &= E[y^2(t)] - 2 \sum_{m=0}^M g_m^2 E[w_m^2(t)] + \sum_{m=0}^M g_m^2 E[w_m^2(t)] \end{aligned}$$

de donde se obtiene

$$e = E[y^2(t)] - \sum_{m=0}^M g_m^2 E[w_m^2(t)] \quad (4.16)$$

debido a la ortogonalidad de $w_m(t)$. De esta ecuación se deduce que el error cuadrático medio es minimizado a través de la estimación realizada en la ecuación (4.14).

La ecuación (4.4) es una aproximación del sistema modelizado con una base de funciones ortogonales, y los valores de los parámetros θ_m se estiman mediante el método de mínimos cuadrados, minimizando el error de la ecuación (4.16) a partir de los valores de los parámetros g_m obtenidos aplicando la ecuación (4.14). Si se define Δ_{ij} como el cambio que se produce en el parámetro θ_i al añadir un nuevo término $\theta_j p_j(t)$ a la serie, entonces

$$\theta_i = \sum_{j=i}^M \Delta_{ij} \quad (4.17)$$

Considerando el cambio que ocurre en la estimación de los parámetros θ_i , como resultado de la adición del último término $\theta_M p_M(t)$ a la serie definida por la ecuación (4.4), a partir de las ecuaciones (4.4), (4.7) y (4.10) se obtiene

$$\Delta_{MM} = g_M \quad (4.18)$$

$$\Delta_{iM} = - \sum_{r=i+1}^M \Delta_{rM} \alpha_{ri} \quad (4.19)$$

para $i = M - 1, \dots, 0$ y $M \geq 1$.

Sustituyendo sucesivamente en orden descendente $i = M - 1, M - 2, \dots, 0$ en la ecuación (4.19) se obtienen los siguientes cambios $\Delta_{M-1,M}, \Delta_{M-2,M}, \dots, \Delta_{0M}$. Por tanto el nuevo valor del parámetro es

$$\theta_i = \text{anterior}\theta_i + \Delta_{iM} \quad (4.20)$$

para $i = 0, \dots, M$.

Una vez los parámetros $g_m, m = 0, \dots, M$ son estimados usando (4.14), los parámetros θ_m del modelo NARMAX (4.4) se calculan de la forma siguiente

$$\theta_m = \sum_{i=m}^M g_i v_i \quad m = 0, \dots, M \quad (4.21)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} v_m &= 1 \\ v_i &= -\sum_{r=m}^{i-1} \alpha_{ir} v_r, \quad i = m + 1, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

Una de las ventajas que ofrece la estimación ortogonal, comparada con otras rutinas de estimación paramétrica, es la propiedad de ortogonalidad del vector paramétrico θ_m , estimándose mediante el cálculo del vector paramétrico $g_m, m = 0, \dots, M$.

A partir de la ecuación (4.16), se deduce fácilmente que si la serie truncada $\theta_Q p_Q(t)$, donde $0 \leq Q < M$, se amplía con un nuevo término $\theta_{Q+1} p_{Q+1}(t)$, entonces el error cuadrático medio queda reducido en la cantidad $g_{Q+1}^2 E[w_{Q+1}^2(t)]$, donde $w_{Q+1}(t)$ y g_{Q+1} se obtienen haciendo $m = Q + 1$ en las ecuaciones (4.10) y (4.14), respectivamente. Ésto facilita conocer si un nuevo término debe ser añadido o no a la ecuación (4.4).

4.3.1 Selección de los términos del modelo NARMAX mediante una búsqueda ortogonal rápida

Se ha desarrollado un método para realizar una búsqueda ortogonal rápida, con el fin de identificar sistemas no lineales de estructura desconocida. Las aportaciones de esta técnica ortogonal propuesta en este apartado, con respecto a la presentada en el apartado anterior, permiten calcular los modelos de ecuaciones en diferencias más rápidamente, sin tener que crear explícitamente las funciones ortogonales $w_m(t)$.

Todos los coeficientes α_{mr} (4.11) y g_m (4.14) pueden calcularse a través de los promediados temporales $E[y(t)p_m(t)]$ y $E[p_m(t)p_r(t)]$, para $m = 0, \dots, M$ y $r = 0, \dots, m$.

Para obtener α_{mr} se calcula el numerador de la ecuación (4.11), para $m = 0, \dots, M$ y $r = 1, \dots, m$ a partir de la siguiente ecuación, análoga a la ecuación (4.10)

$$w_r(t) = p_r(t) - \sum_{i=0}^{r-1} \alpha_{ri} w_i(t), \quad r = 1, \dots, m \quad (4.23)$$

resultando

$$E[p_m(t)w_r(t)] = E[p_m(t)p_r(t)] - \sum_{i=0}^{r-1} \alpha_{ri} E[p_m(t)w_i(t)] \quad (4.24)$$

Se define

$$D(m, r) = E[p_m(t)w_r(t)] \quad (4.25)$$

para $m = 0, \dots, M$ y $r = 1, \dots, m$.

Debido a que $w_0(t) = p_0(t) = 1$, entonces

$$D(0, 0) = 1 \quad (4.26)$$

y

$$D(m, 0) = E[p_m(t)] \quad (4.27)$$

para $m = 1, \dots, M$.

Además, las ecuaciones (4.24) y (4.25) dan lugar a la siguiente expresión, para $m = 1, \dots, M$ y $r = 1, \dots, m$

$$D(m, r) = E[p_m(t)p_r(t)] - \sum_{i=0}^{r-1} \alpha_{ri} D(m, i) \quad (4.28)$$

El denominador de la expresión (4.11) puede reformularse a partir de la ecuación (4.23), obteniéndose

$$E[w_r^2(t)] = E[p_r(t)w_r(t)] = D(r, r) \quad (4.29)$$

Utilizando (4.28) y (4.29), el cálculo de α_{mr} (4.11) puede realizarse a partir de la ecuación

$$\alpha_{mr} = D(m, r)/D(r, r) \quad (4.30)$$

para $m = 1, \dots, M$ y $r = 0, \dots, m - 1$.

Para el cálculo de g_m sólo debe observarse que el numerador de la ecuación (4.14), para $m = 1, \dots, M$, tiene la siguiente expresión

$$E[y(t)w_m(t)] = E[y(t)p_m(t)] - \sum_{r=0}^{m-1} \alpha_{mr} E[y(t)w_r(t)] \quad (4.31)$$

obtenida a partir de una ecuación análoga a (4.10).

Definiendo

$$C(m) = E[y(t)w_m(t)] \quad (4.32)$$

para $m = 0, \dots, M$, se deduce

$$C(0) = E[y(t)] \quad (4.33)$$

debido a que $w_0(t) = p_0(t) = 1$, y a partir de las ecuaciones (4.31) y (4.32) se obtiene

$$C(m) = E[y(t)p_m(t)] - \sum_{r=0}^{m-1} \alpha_{mr} C(r) \quad (4.34)$$

para $m = 1, \dots, M$.

Deduciéndose

$$g_m = C(m)/D(m, m), \quad m = 0, \dots, M \quad (4.35)$$

a partir de las expresiones $C(m)$ y $D(m, m)$ definidas previamente.

El error cuadrático medio, expresado en la ecuación (4.16), puede modificarse utilizando una ecuación análoga a (4.29), resultando

$$e = E[y^2(t)] - \sum_{m=0}^M g_m^2 D(m, m) \quad (4.36)$$

De forma similar a como se ha expuesto anteriormente, si el modelo contiene inicialmente los términos correspondientes de $m = 0, \dots, M - 1$, la incorporación del nuevo término $\theta_{MPM}(t)$ al modelo repercute en una reducción del error cuadrático medio en la cantidad

$$Q(M) = g_M^2 D(M, M) \quad (4.37)$$

a partir de las variables g_M y $D(M, M)$, que se obtienen durante el proceso de expansión funcional.

La utilización de la ecuación (4.36) permite acceder rápidamente a la adición de un nuevo término, mediante la selección del término que presente un valor de Q mayor de entre los posibles candidatos a ser incorporados al modelo.

4.4 Algoritmo para determinar la estructura del modelo del SNC de control

El SNC de control, al igual como se define en el capítulo 3, se considera formado por cinco controladores, los cuales regulan el periodo cardíaco ($T_{TOT}(t)$), la resistencia periférica ($Q_1(t)$), la contractilidad miocárdica ($Q_2(t)$), el tono venoso ($Q_3(t)$) y la resistencia coronaria ($Q_5(t)$). Las señales $T_{TOT}(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$ y $Q_5(t)$ son las salidas del SNC de control, y la señal de entrada al sistema es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ (figura 1.1). La simulación de cada modelo debe realizar tanto la acción del controlador como la monitorización realizada por el barorreceptor del seno carotídeo.

Como se describe en el capítulo 3, debido a la importancia que tiene estudiar la función de cada uno de los controladores del sistema nervioso central, éstos son modelados independientemente. La señal $P_{SC}(t)$ de entrada al sistema, y las de salida del mismo $T_{TOT}(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$ y $Q_5(t)$, se particularizan para cada paciente coronario analizado. Debido a que se presentan en este trabajo dos dinámicas distintas del controlador de la resistencia coronaria (A y B), tal como se expone en el capítulo anterior, se consideran dos grupos de señales de los pacientes para este controlador, las señales $Q_5(t)$ pertenecientes al grupo A y las pertenecientes al grupo B de pacientes.

A partir de las señales registradas en diferentes pacientes se halla una estructura única para cada uno de los controladores. En el capítulo 5 se expone la incorporación de estos modelos al sistema cardiovascular global, su validación y la estimación paramétrica que permite particularizar el modelo del sistema cardiovascular a cada paciente.

El objetivo en este apartado es presentar un algoritmo de cálculo para encontrar un modelo para cada controlador, con un mínimo número de términos y con el mínimo error cuadrático medio de la señal de salida simulada con respecto a la señal real de salida del controlador. A continuación se expone la metodología llevada a cabo para la identificación de los modelos de los controladores, a partir de las señales obtenidas de cinco pacientes coronarios.

La obtención de las señales de entrada y salida del sistema se realiza con un periodo de muestreo de 0.12 s. El rango de la frecuencia cardíaca de las señales analizadas va desde 48 *latidos/min* a 95 *latidos/min*, con lo que se obtiene un valor medio de 8 muestras por latido. La identificación del sistema se realiza mediante expansiones funcionales de orden máximo 2 ($l = 2$). El intervalo de muestras de la señal, utilizadas para la identificación de cada controlador, es de (1,2000) y el cálculo del error se realiza sobre el intervalo de muestras (2001,4000).

Las figuras 4.1 a 4.6 presentan las señales de salida $T_{TOT}(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$ y $Q_5(t)$ obtenidas de los cinco pacientes analizados en la etapa de identificación de los controladores.

Cada controlador del SNC de control se identifica mediante un modelo paramétrico descrito mediante ecuaciones en diferencias. La búsqueda se realiza tanto para modelos no lineales como lineales. Para ello se utiliza el algoritmo de búsqueda ortogonal rápida, descrito en el apartado anterior, que evita la creación explícita de las funciones ortogonales $w_m(t)$, reduciendo de esta forma el tiempo de cálculo y también la dimensión de los vectores utilizados en el proceso de identificación.

Para el modelado del SNC de control se utilizan dos tipos de error, $mse1$ y $mse2$. Se define el $mse1$ de la siguiente forma

$$mse1 = \frac{E[y^2(t)] - \sum_{m=0}^M g_m^2 D(m, m)}{y_{var}} 100 \quad (4.38)$$

que es el error cuadrático medio de predicción de la ecuación (4.36), normalizado mediante la variancia de la señal de salida del sistema y_{var} , y expresado en tanto por

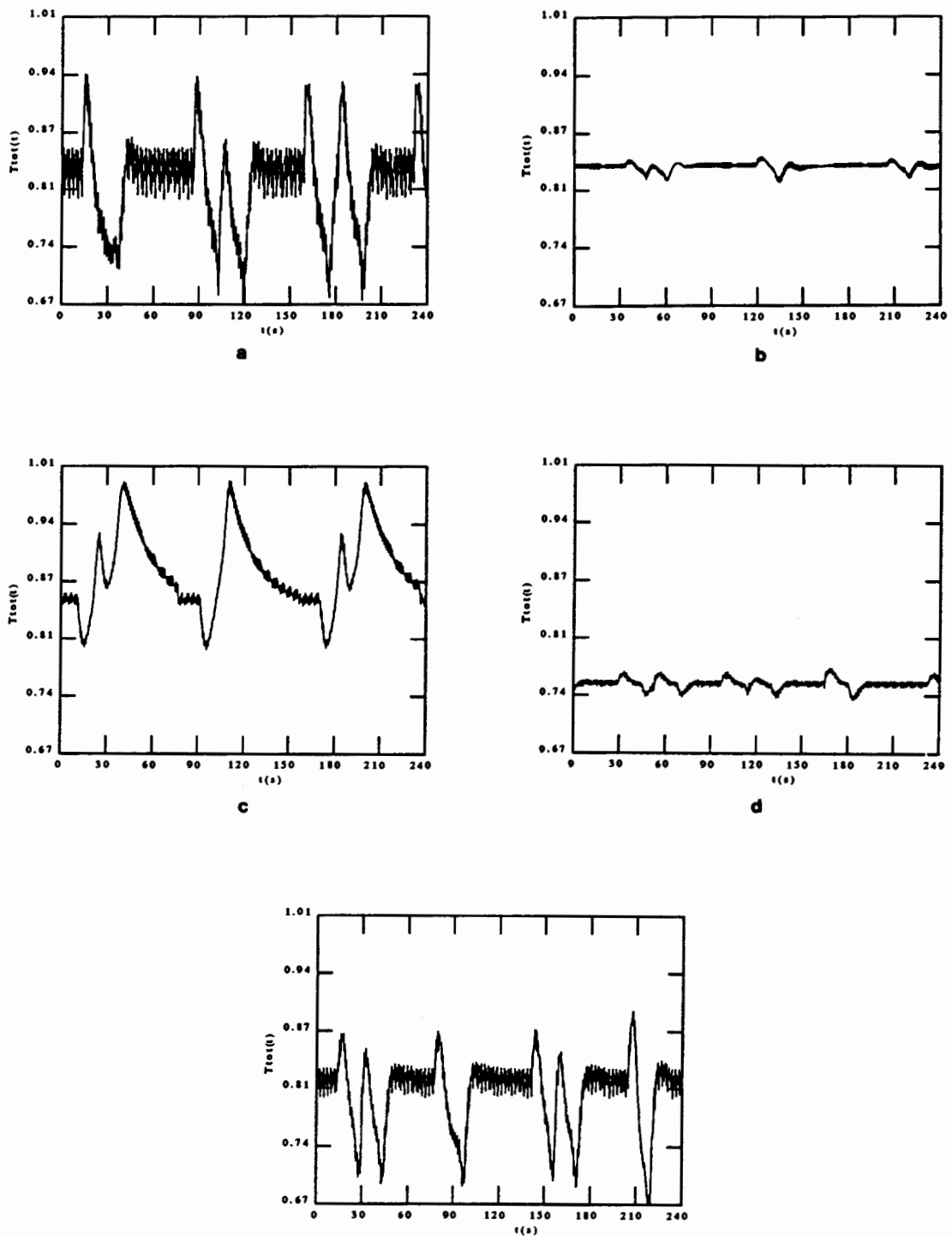


Figura 4.1: Señal de salida del controlador de la frecuencia cardíaca $T_{OT}(t)$: (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4 y (e) paciente 5.

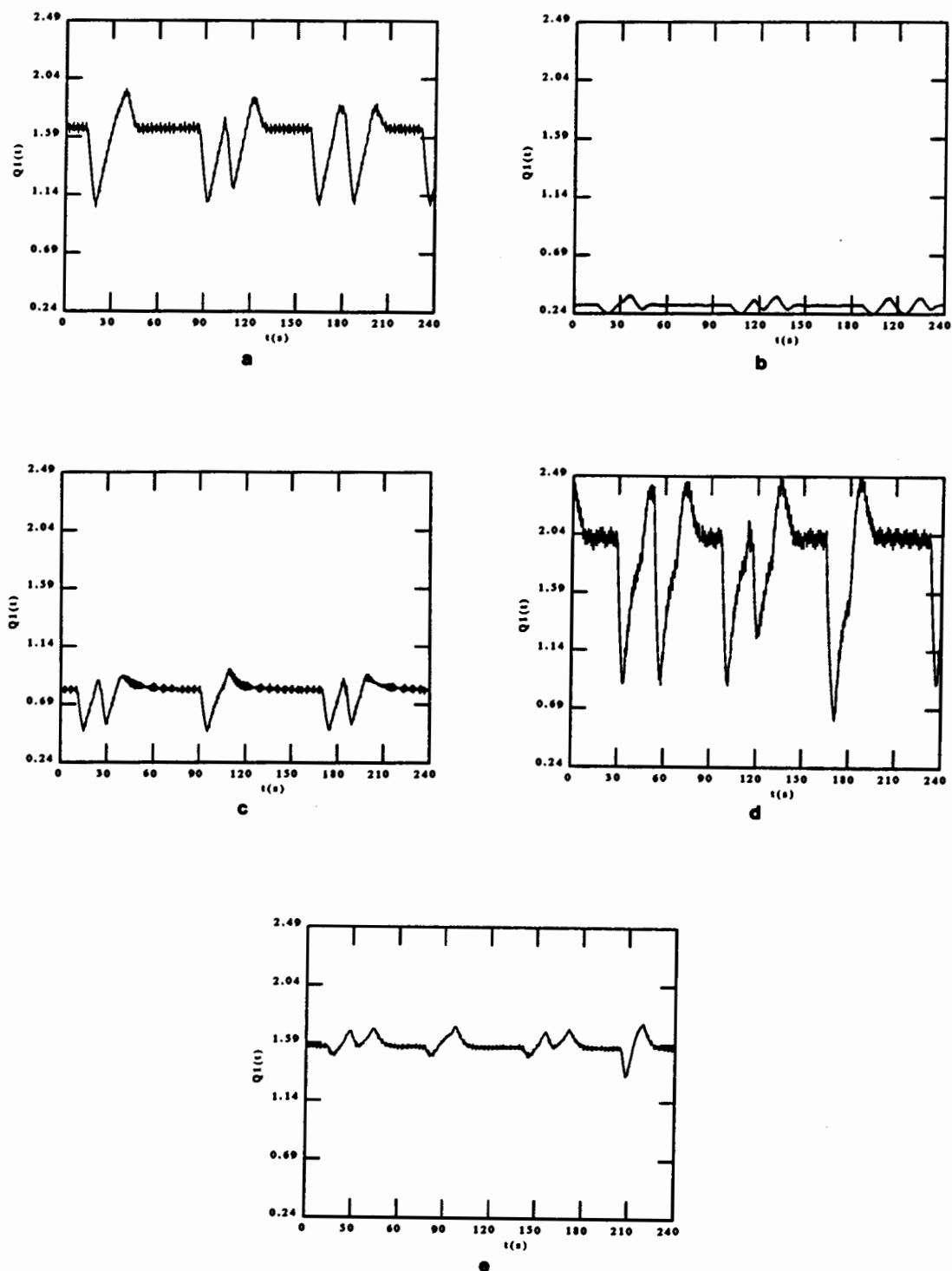


Figura 4.2: Señal de salida del controlador de la resistencia periférica $Q_1(t)$: (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4 y (e) paciente 5.

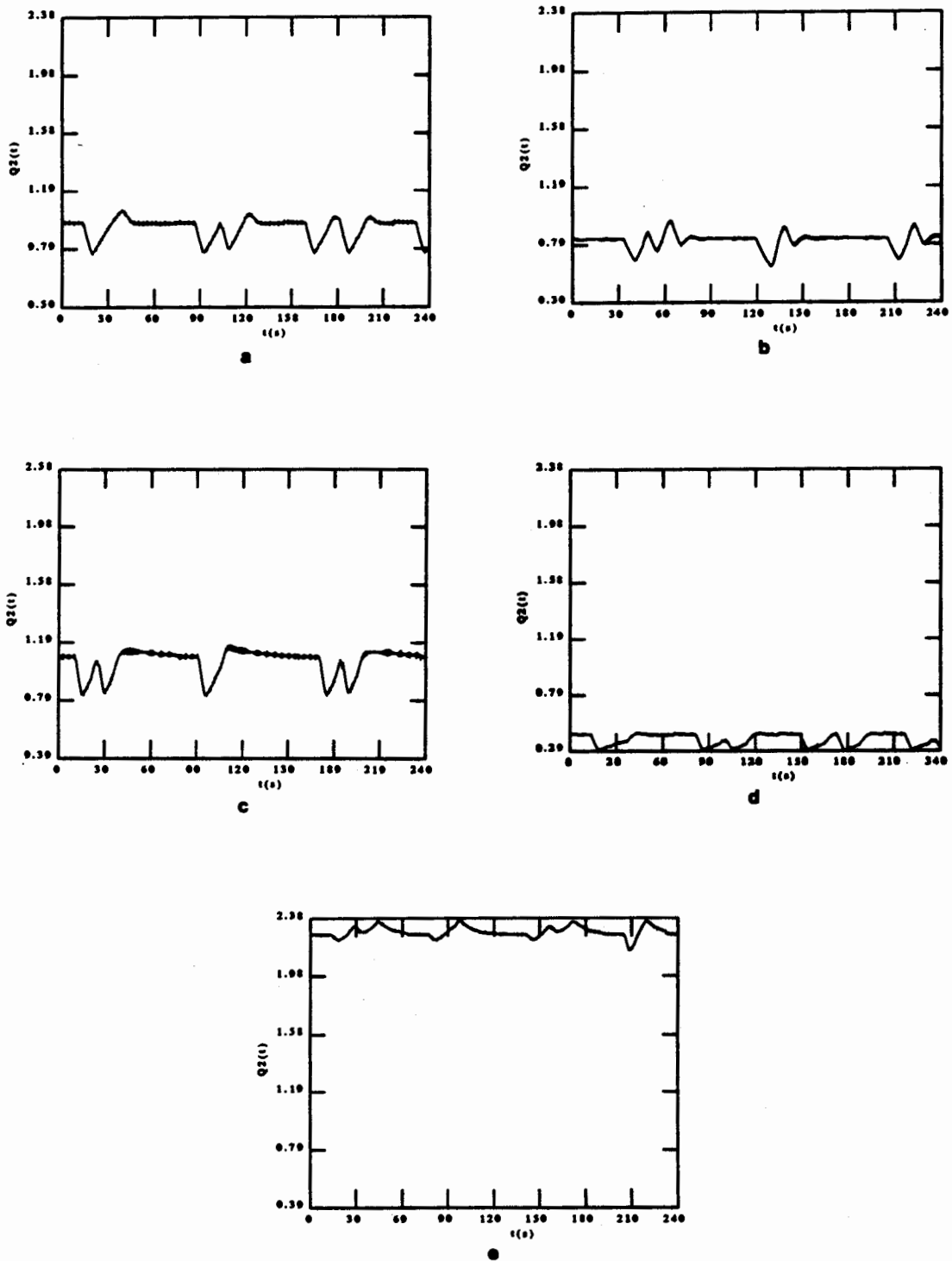


Figura 4.3: Señal de salida del controlador de la contractilidad miocárdica $Q_2(t)$:
 (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4 y (e) paciente 5.

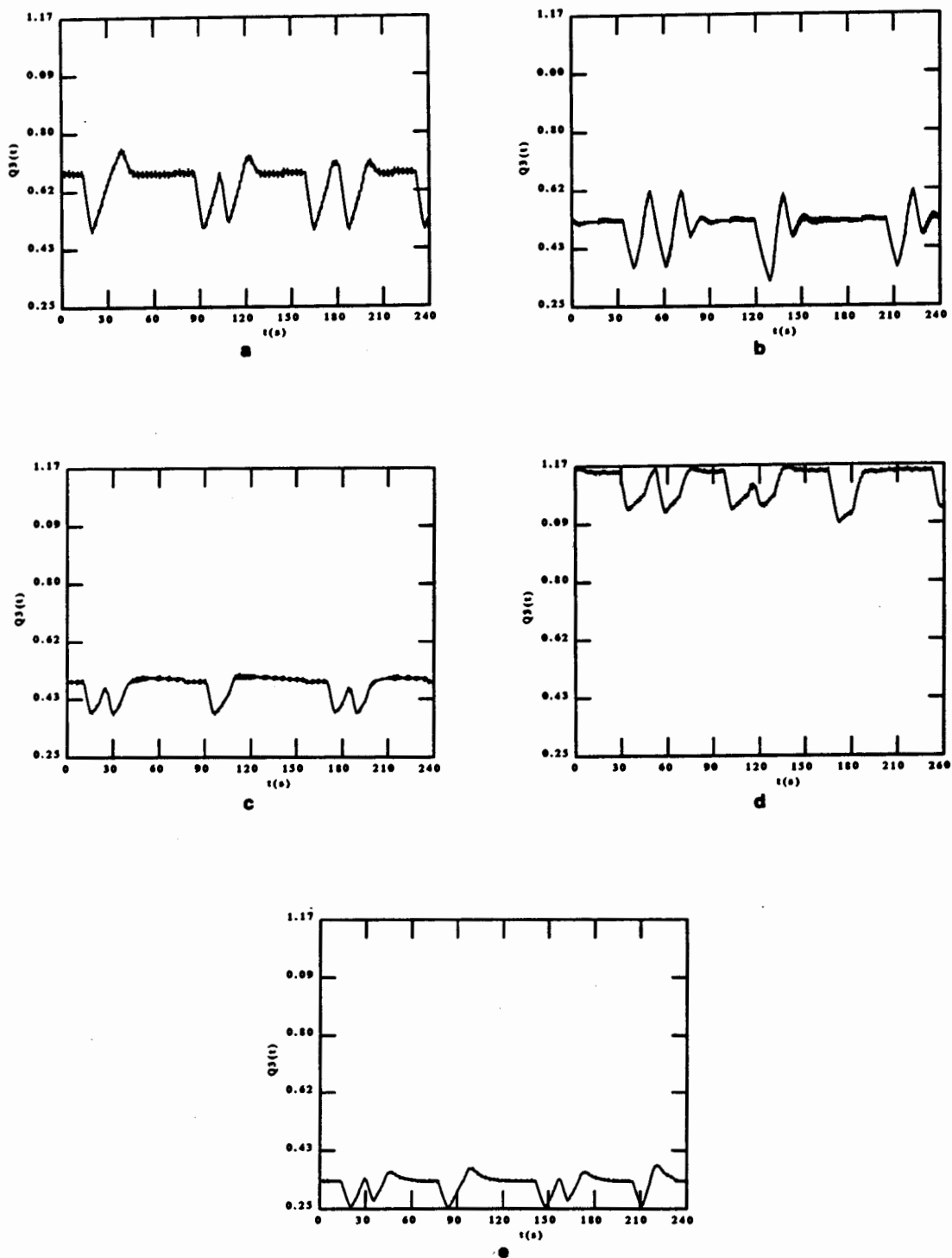


Figura 4.4: Señal de salida del controlador del tono venoso $Q_3(t)$: (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4 y (e) paciente 5.

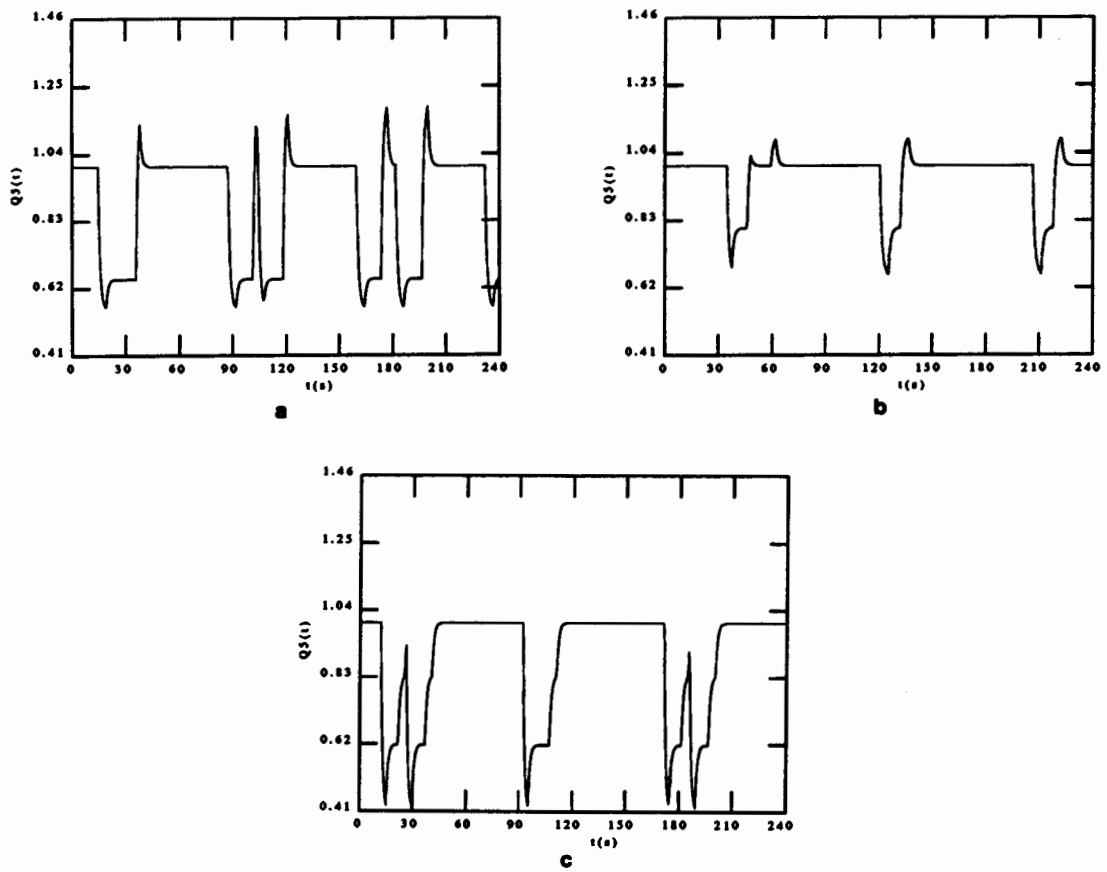


Figura 4.5: Señal de salida del controlador de la resistencia coronaria $Q_5(t)$ del grupo A de pacientes: (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3.

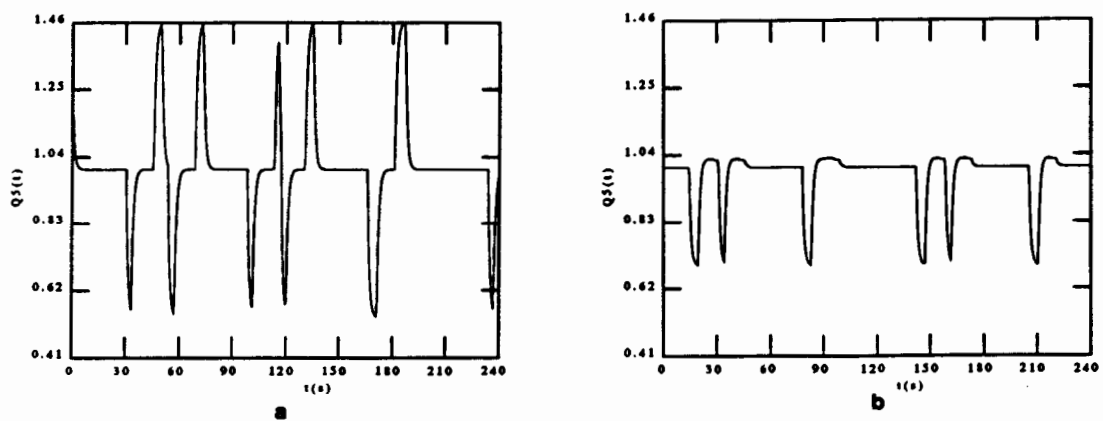


Figura 4.6: Representación de la señal de salida del controlador de la resistencia coronaria $Q_5(t)$ del grupo B de pacientes: (a) paciente 4, (b) paciente 5.

ciento. La variancia es una medida de la desviación del valor de la señal respecto a su valor medio, y se define de la forma siguiente para la señal de salida del sistema

$$y_{var} = E[y^2(t)] - \{E[y(t)]\}^2$$

Se define el error *mse2* de la siguiente forma

$$mse2 = \frac{E[(y(t) - \hat{y}(t))^2]}{y_{var}} 100 \quad (4.39)$$

que es el error cuadrático medio normalizado, en tanto por ciento, entre la salida obtenida por simulación $\hat{y}(t)$ y la salida del sistema $y(t)$.

Los términos del modelo se ortogonalizan en el orden en que son introducidos en la estructura del modelo, y por consiguiente el modelado depende de este orden. Para encontrar un modelo con el mínimo número de términos se realiza el estudio de todas las combinaciones de las expansiones funcionales entre 1 término ($M = 1$) y 6 términos ($M = 6$). Este análisis se realiza tanto para modelos lineales, MA (Moving Average), AR (AutoRegressive), ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs), como con modelos no lineales NARMAX (Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs).

La determinación de la estructura, es decir qué términos tienen que ser incluidos en el modelo, es esencial en la estimación paramétrica de modelos no lineales debido a que un modelo NARMAX puede ser fácilmente sobreparametrizado. Una estimación directa de la expansión del polinomio presentado en la ecuación (4.4) conlleva un excesivo número de términos. Así, aumentando el orden (N_y, N_x, N_e) de los términos dinámicos y el orden l de la expansión funcional para obtener la predicción deseada resulta en general un modelo excesivamente complejo. El máximo número (M) de coeficientes en la ecuación del un modelo no lineal se puede calcular mediante la siguiente ecuación (Billings et al., 1986)

$$M = m + 1$$

$$m = \sum_{i=1}^l n_i$$

$$n_i = [n_{i-1}(N_y + N_x + N_e + i - 1)]/i$$

donde $n_0 = 1$.

Por ejemplo, una expansión funcional con $N_y = N_x = 10$ y $N_e = 0$ y una expansión funcional de 2º orden tiene 231 coeficientes. Pero el proceso de simulación muestra que sólo unos pocos términos son significativos en un modelo NARMAX, y los restantes pueden ser despreciados con poca pérdida de precisión.

La metodología seguida para el modelado del SNC de control, utilizando el algoritmo de ortogonalización expuesto anteriormente que evita esta sobreparametrización, es la que se presenta en la figura 4.7. Los términos $p_m(t)$, candidatos a ser añadidos a la estructura del modelo (4.4), desde $m = 1$ hasta M , se escogen de entre los cinco siguientes polinomios, lineales y no lineales:

$$p_m(t) = \begin{cases} \text{lineal transversal} & x(t - n_{x1}) \\ \text{lineal recursivo} & y(t - n_{y1}) \\ \text{transversal de } 2^0 \text{ orden} & x(t - n_{x1}) \quad x(t - n_{x2}) \\ \text{recursivo de } 2^0 \text{ orden} & y(t - n_{y1}) \quad y(t - n_{y2}) \\ \text{producto cruzado} & x(t - n_{x1}) \quad y(t - n_{y1}) \end{cases} \quad (4.40)$$

La efectividad de cada nuevo candidato se mide a través de la ecuación (4.38). El algoritmo selecciona automáticamente los retardos n_{xj} y/o n_{yk} , los cuales cumplen las desigualdades (4.5), a partir de los retardos iniciales máximos N_x y/o N_y , respectivamente. El nuevo término de la expansión funcional es el candidato analizado que alcanza el mayor valor de $g_m^2 D(m, m)$. Este valor producirá la mayor reducción en el valor del $mse1$ de la ecuación (4.38). El algoritmo se aplica sucesivamente hasta completar la expansión funcional indicada en la combinación escogida de entre los términos $p_m(t)$. Para cada estructura identificada se calculan los coeficientes θ_m , desde $m = 0$ hasta M , aplicando las ecuaciones (4.21) y (4.22).

El procedimiento descrito anteriormente se repite para todas las combinaciones del polinomio $p_m(t)$, desde modelos de 1 término hasta modelos de 6 términos, hasta

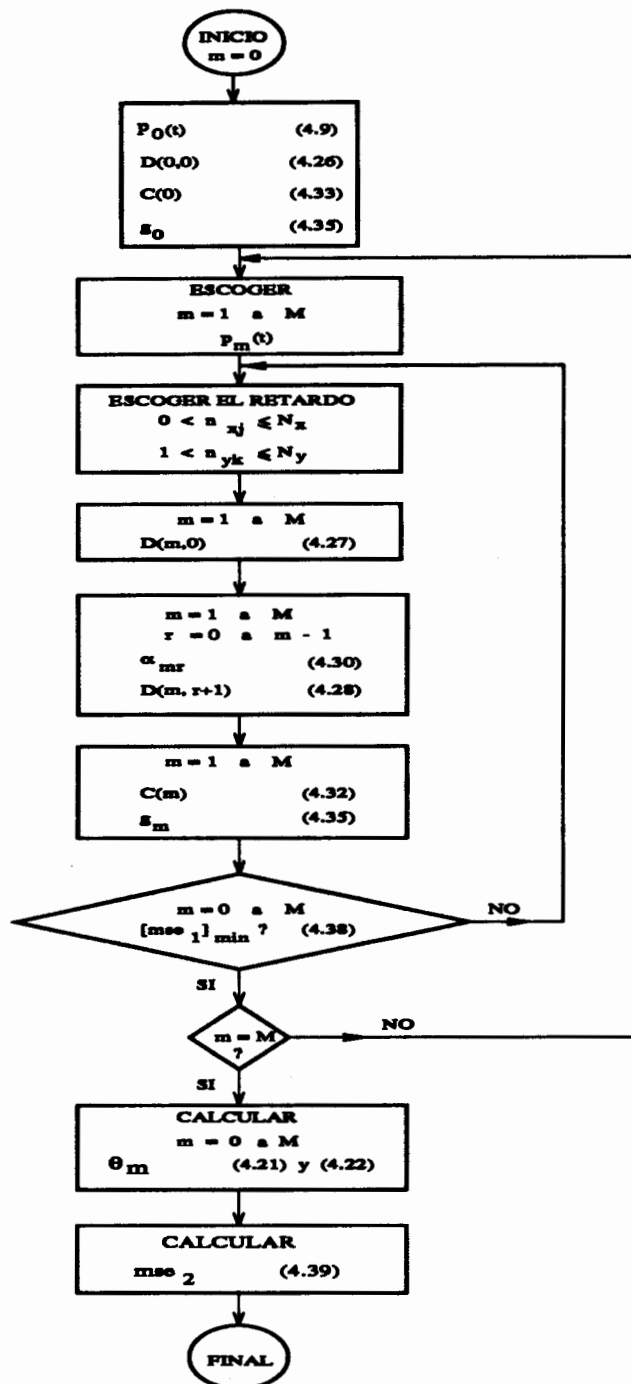


Figura 4.7: Esquema del algoritmo de cálculo para el modelado del SNC de control

encontrar el modelo con el error $mse2$ (4.39) menor de cada combinación de términos. Así por ejemplo, se deberán identificar $2^5 = 32$ modelos con $M = 2$ términos, $5^5 = 3125$ para $M = 5$ términos, etc. De todos estos modelos con estructura común, pero ortogonalizados en distinto orden, se almacena en memoria el que tiene el menor error $mse2$. Por tanto en las secciones siguientes cuando se mencionan los modelos de error menor serán estos modelos previamente seleccionados.

4.5 Identificación del SNC de control

El objetivo de la identificación de cada controlador es encontrar una estructura matemática común para todos los pacientes, de forma que el proceso de estimación paramétrica del modelo del controlador permita particularizar dicho modelo a cada paciente. A través de esta particularización de los parámetros del modelo a cada paciente se puede estudiar el comportamiento del controlador, al someter el sistema cardiovascular global a distintas perturbaciones exteriores, $P_{ITO}(t)$ y $P_{IAB}(t)$. La determinación de la estructura matemática común de cada controlador para todos los pacientes se plantea en dos fases: primero la elección de los términos $p_m(t)$ de (4.40) que integran el modelo, y en segundo lugar la selección de los retardos n_{xj} y n_{yk} .

A continuación se presenta la obtención del modelo de cada uno de los controladores del SNC de control, iniciando con la determinación de los máximos retardos considerados en la selección del modelo paramétrico.

4.5.1 Elección de los máximos retardos considerados en el modelo paramétrico

La elección de los máximos retardos considerados N_x y N_y , a partir de los cuales se construyen los modelos, es muy importante en la identificación de modelos óptimos con un mínimo número de términos. Para ello se realiza la identificación de un controlador mediante diferentes modelos, haciendo variar sus retardos iniciales en

un rango que se extiende desde 6 hasta 21 muestras, tanto para la serie temporal de entrada como para la de salida del sistema.

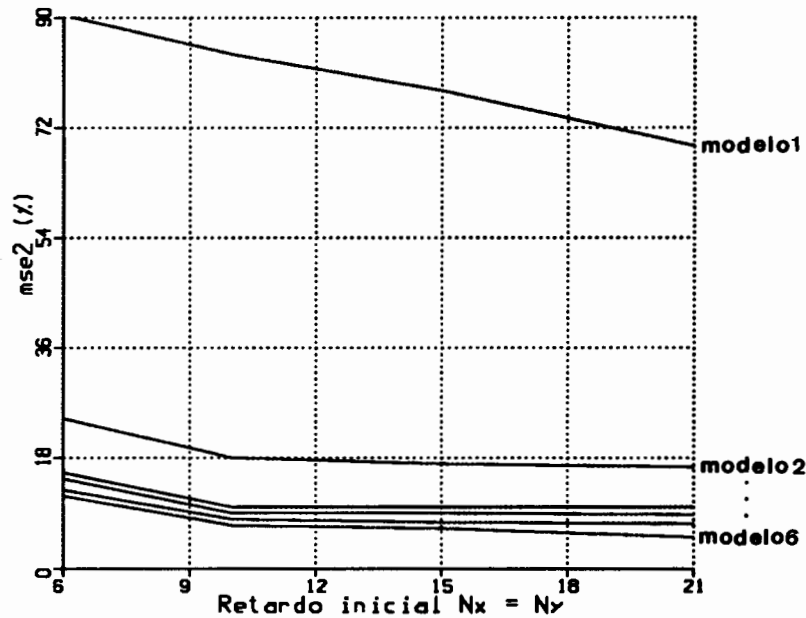


Figura 4.8: Error $mse2$ con relación a distintos retardos máximos considerados, donde $N_x = N_y$, para los modelos no lineales del controlador de la resistencia periférica $Q_1(t)$.

Para este estudio se realiza la identificación del controlador de la resistencia periférica a partir de las señales de entrada $P_{SC}(t)$ y salida $Q_1(t)$ obtenidas del paciente 1. En la figura 4.8 están representados diferentes valores del mínimo error cuadrático medio $mse2$ en función de los máximos retardos (N_x, N_y) considerados para el conjunto de datos de la entrada y de la salida. Los valores de estos errores $mse2$ representados se obtienen durante la identificación de las estructuras de los modelos no lineales, y corresponden a los modelos con errores mínimos. Los modelos contienen desde $M = 1$ término hasta $M = 6$ términos, y sus estructuras son las siguientes:

$$\text{modelo 1: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 x(t - n_{x1}) x(t - n_{x2})$$

$$\text{modelo 2: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1}) x(t - n_{x2})$$

$$\text{modelo 3: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1}) + \theta_3 x(t - n_{x2}) x(t - n_{x3})$$

$$\text{modelo 4: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 y(t - n_{y2}) + \theta_3 x(t - n_{x1}) x(t - n_{x2}) \\ + \theta_4 x(t - n_{x3}) x(t - n_{x4})$$

$$\text{modelo 5: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1}) + \theta_3 x(t - n_{x2}) \\ + \theta_4 x(t - n_{x3}) x(t - n_{x4}) + \theta_5 x(t - n_{x5}) y(t - n_{y2})$$

$$\text{modelo 6: } y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1}) x(t - n_{x2}) \\ + \theta_3 x(t - n_{x3}) x(t - n_{x4}) + \theta_4 x(t - n_{x5}) x(t - n_{x6}) \\ + \theta_5 x(t - n_{x7}) y(t - n_{y2}) + \theta_6 x(t - n_{x8}) y(t - n_{y3})$$

Como se observa en la figura 4.8 el error $mse2$ disminuye al aumentar los retardos N_x y N_y , hasta llegar casi a estabilizarse para valores de los retardos iguales o mayores a 11 muestras. A partir de estos resultados el máximo retardo que se considera, en la identificación del modelo del SNC de control, es de $N_y = N_x = 10$ y la del ruido es $N_e = 0$. Estos valores corresponden aproximadamente al 3% del tiempo de realización de una maniobra de Valsalva.

4.5.2 Identificación del controlador de la frecuencia cardíaca

La parte del SNC de control que regula la frecuencia cardíaca está formada por los barorreceptores del seno carotídeo, que monitorizan la presión en la arteria carotídea $P_{SC}(t)$, y por el controlador propiamente dicho de la frecuencia cardíaca, cuya señal de salida es $T_{TOT}(t)$. En la figura 4.9 se muestra esquemáticamente este controlador.

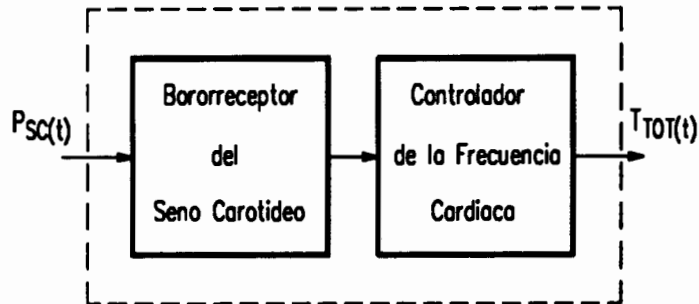


Figura 4.9: Diagrama del controlador de la frecuencia cardíaca. La señal de entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y $T_{TOT}(t)$ es la señal de salida del controlador.

El proceso seguido para la elección de los términos $p_m(t)$ que integran el modelo consiste en encontrar inicialmente la estructura matemática con el menor error, al considerar las señales de entrada $P_{SC}(t)$ y salida $T_{TOT}(t)$ del paciente 1. Para la búsqueda del modelo se identifican todas las estructuras matemáticas con $M = 1$ términos hasta un máximo de $M = 6$ términos, a partir de las señales del paciente 1. De todos los modelos identificados se escogen los que tienen el error menor, y los subsiguientes con un incremento de error dentro de un rango preestablecido, para cada grupo de modelos con $M = 1$ hasta $M = 6$ términos.

A título de ejemplo las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 muestran algunos de los modelos obtenidos durante la identificación del controlador de la frecuencia cardíaca, para M igual a 2, 3 y 4 términos, respectivamente. En cada una de ellas se presenta la estructura del modelo que obtiene el menor $mse2$, y todos los modelos identificados que no exceden en un porcentaje determinado al mínimo error.

En la primera fila de la tabla 4.1 se muestra el modelo con dos términos correspondiente al paciente 1 que presenta el menor valor del error $mse2$, 22%. Los restantes modelos del paciente 1 representados en la tabla corresponden a los que presentan un error no superior al 25% del mínimo error. A continuación con cada una de estas estructuras matemáticas seleccionadas se realiza la búsqueda de un modelo con la misma estructura y con el menor error, para las señales de los pacientes restantes. La búsqueda del modelo se hace a partir de todas las combinaciones de los términos de los modelos identificados para las señales del paciente 1. Los polinomios

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 2$)		
	$x(t - n_{x1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	1	1	
2		1	1
3	2		
4		2	

Modelo número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	22	25	72	22	19.5
2	24	25	77.5	21.5	17
3	25.5	30.5	75	24	19.5
4	27.5	27	72.5	22	26

Tabla 4.1: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la frecuencia cardíaca, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 2$ términos.

$p_m(t)$ que forman parte del modelo, con el $mse2$ menor, serán los mismos para el controlador de la frecuencia cardíaca del SNC de control de todos los pacientes, pero no serán los mismos ni los retardos n_{xj} y n_{yk} ni los coeficientes estimados θ_m mediante el algoritmo de ortogonalización.

Para los modelos de $M = 2$ términos el modelo óptimo para las señales del paciente 1 es la primera estructura matemática presentada en la tabla 4.1, y responde también en valor promedio al mejor modelo obtenido con este número de términos para las restantes señales de los pacientes. Este modelo corresponde a un modelo NARMAX con un término transversal y uno no lineal transversal de segundo orden, con un error $mse2$ promedio de $32 \pm 20\%$ para los cinco pacientes.

En la obtención de las estructuras matemáticas comunes a cada paciente presentadas en las tablas 4.2 y 4.3 se sigue el mismo procedimiento expuesto anteriormente. En la tabla 4.2 se hallan los modelos con $M = 3$ términos. A partir del modelo con el menor error, obtenido utilizando las señales del paciente 1,

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 3$)			
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	1	2		
2		2		1
3			2	1
4	1		2	
5	2		1	
6	3			
7			1	2

Modelo número	<i>mse2</i> (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	14.5	20	73	15	17
2	19	20	69.5	15.5	18.5
3	17	21	74	19.5	13.5
4	19.5	21.5	70.5	20	14.5
5	19	20.5	71	20	16.5
6	19	22	71	20	15.5
7	17	21	89.5	19.5	13

Tabla 4.2: Errores *mse2* de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la frecuencia cardíaca, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 3$ términos.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 4$)			
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	1	2	1	
2	1	2		1
3	1	3		
4	2	2		

Modelo número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	10	13	37	12.5	10
2	9.3	14	68	12	13.5
3	13.5	17	65	11	15.5
4	14	17	69.5	12	16

Tabla 4.3: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la frecuencia cardíaca, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 4$ términos.

se seleccionan los subsiguientes modelos con un error de hasta un 35% superior. El modelo con la estructura matemática común que tiene el error menor corresponde a la primera estructura representada en la tabla. El valor del error medio de estos modelos lineales es de $28 \pm 22.5\%$.

Los modelos presentados en la tabla 4.3 corresponden a $M = 4$ términos. Las estructuras de los modelos analizados para las señales de los pacientes 2, 3, 4 y 5 son las que corresponden al modelo del paciente 1 con el menor error 9.3%, y todos los que tienen hasta un 45% más de error. El modelo del controlador que en promedio mejor se ajusta a todas las señales es el correspondiente al primer modelo y tiene $16.5 \pm 10\%$ de error medio.

En la figura 4.10 se presentan los errores $mse2$ de diversos modelos del controlador de la frecuencia cardíaca T_{TOT} para el paciente 1. Este análisis se hace para expansiones funcionales de 1 término ($M = 1$) hasta un máximo de 6 términos ($M = 6$). Todos estos modelos presentados en la figura 4.10 son los que tienen

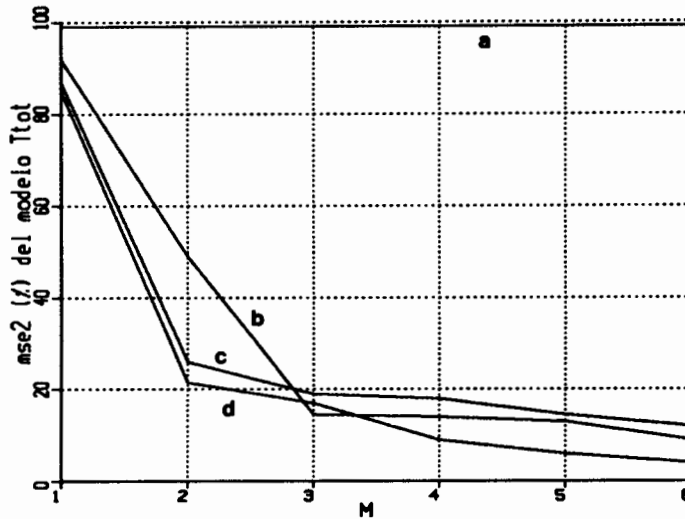


Figura 4.10: Representación del error $mse2$ obtenido al identificar el controlador de la frecuencia cardíaca $T_{TOT}(t)$ con modelos (a) AR, (b) ARX, (c) MA y (d) NARMAX, con un número de términos $M = 1$ hasta $M = 6$, para el paciente 1.

el mínimo $mse2$, para cada una de las estructuras AR, MA, ARX y NARMAX. Puede observarse que los modelos NARMAX son los que tienen el error $mse2$ menor, excepto para el modelo de 3 términos ($M = 3$). Para los modelos con este número de términos el error $mse2$ mínimo corresponde al modelo ARX con 14.5%, mientras que el modelo NARMAX tiene un error de 17%. Para los restantes modelos con $M < 3$ y $M > 3$ los modelos NARMAX tienen un error más reducido en comparación con los modelos lineales. Los modelos AR son los que tienen el error $mse2$ más elevado.

A partir del estudio realizado con la metodología descrita se selecciona la siguiente estructura para el controlador de la frecuencia cardíaca

$$\begin{aligned}
 y(t) = & \theta_0 + \theta_1 x(t - n_{x1}) + \theta_2 y(t - n_{y1}) + \theta_3 y(t - n_{y2}) \\
 & + \theta_4 x(t - n_{x2}) x(t - n_{x3})
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$

Por tanto, el controlador de la frecuencia cardíaca es modelado mediante un modelo NARMAX con cuatro términos, tres lineales y uno no lineal. No se escoge

un modelo con mayor número de términos ya que supone tener que estimar un mayor número de parámetros durante la etapa de estimación paramétrica, que implica un aumento del tiempo de cálculo y una mayor dificultad en la estimación paramétrica. Tampoco se elige un modelo con un número de términos menor debido a la importancia que tiene el control de la frecuencia cardíaca en el sistema cardiovascular global para el presente estudio.

La tabla 4.4 contiene el vector paramétrico θ_m para cada paciente, correspondiente a la estructura seleccionada, así como los retardos hallados mediante dicha identificación. El vector paramétrico definido desde $m = 0$ hasta $m = 4$ se estima mediante el algoritmo de búsqueda ortogonal, minimizando el error del modelo, de estructura matemática común (4.41), para todas las señales obtenidas de cada paciente. También están indicados los errores $mse1$, cuya minimización permite encontrar el modelo óptimo, y los errores $mse2$ entre la salida del controlador y la salida simulada.

En la figura 4.11 están representadas la salida $T_{TOT}(t)$ del controlador (r) y la obtenida por simulación (s) de los modelos identificados (4.41), y presentados los valores θ_m , n_{xj} y n_{yk} en la tabla 4.4, correspondientes a cada uno de los pacientes analizados en el presente capítulo.

Los modelos identificados tienen la misma estructura para todos los pacientes pero no son iguales ni los retardos ni los parámetros (tabla 4.4). A continuación se presenta la metodología seguida para obtener un modelo paramétrico con los mismos retardos para todos los pacientes. Se toman los retardos del modelo del controlador de la frecuencia cardíaca de un paciente y se utilizan para estimar los coeficientes del modelo de los pacientes restantes. La tabla 4.5 presenta los resultados obtenidos con este procedimiento. En la prueba 1 se realiza la estimación paramétrica utilizando los retardos identificados durante el modelado con las señales del paciente 1 (tabla 4.4) y la estructura del modelo indicada en la ecuación (4.41). El error $mse2$ indicado en la tabla 4.5 es el promedio de los errores obtenidos durante la estimación paramétrica del modelo con las señales de cada uno de los pacientes. La estimación paramétrica se realiza mediante la minimización del error $mse1$. Los parámetros

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
<i>paciente 1</i>	$3.465650E-2$	$7.915108E-4$	$7.612021E-1$	$1.133318E-1$	$-1.593075E-6$
<i>paciente 2</i>	$8.496818E-2$	$6.013487E-5$	$6.930971E-1$	$1.985549E-1$	$-1.139048E-7$
<i>paciente 3</i>	$1.588856E-2$	$-1.318920E-4$	$0.1004017E+1$	$-1.262513E-2$	$4.195421E-7$
<i>paciente 4</i>	$1.481460E-1$	$7.680337E-5$	$2.641879E-1$	$5.252819E-1$	$1.082054E-7$
<i>paciente 5</i>	$6.130283E-2$	$4.130714E-4$	$7.329076E-1$	$1.469218E-1$	$-7.976648E-7$

	n_{x1}	n_{y1}	n_{y2}	n_{x2}	n_{x3}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
<i>paciente 1</i>	0	1	7	0	3	0.91	10
<i>paciente 2</i>	0	1	8	3	7	0.79	13
<i>paciente 3</i>	0	1	6	2	4	0.11	37
<i>paciente 4</i>	1	2	6	0	0	1.63	12.5
<i>paciente 5</i>	0	1	6	0	9	1.02	10
$\mu \pm \sigma$						0.89 ± 0.49	16.5 ± 10

Tabla 4.4: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} y n_{yk} , y del mínimo error cuadrático medio $mse1$ y $mse2$, del modelo del controlador de la frecuencia cardíaca, para las señales de cada paciente. Valor medio μ , desviación tipo σ .

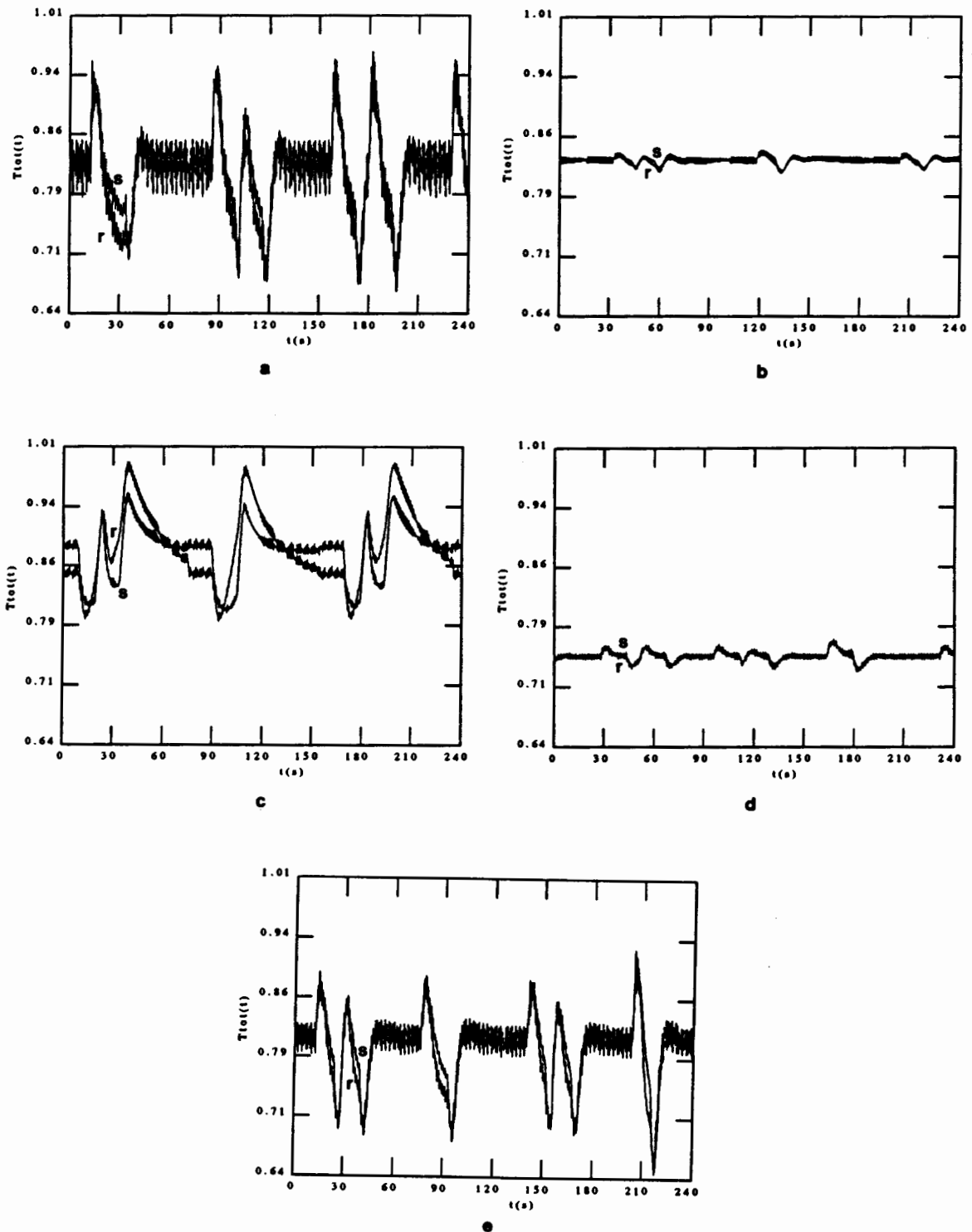


Figura 4.11: Señales $T_{TOT}(t)$ real (r) y simulada (s): (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4, (e) paciente 5.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$	$\bar{\theta}_3$	$\bar{\theta}_4$
1	7.2738730E-2	3.83067995E-4	7.53246225E-1	1.1577282E-1	-8.2251985E-7
2	6.5429632E-2	2.58146754E-4	8.2252876E-1	6.64359620E-2	-4.1625390E-7
3	4.27449940E-2	2.09017466E-4	8.7896254E-1	4.64942360E-2	-4.7625380E-7
4	1.46567406E-1	2.11571048E-4	4.3704876E-1	3.4758752E-1	2.5404716E-7
5	4.28365485E-2	2.12274292E-4	7.44678300E-1	1.44225156E-1	-3.03448706E-7

Prueba	n_{x1}	n_{y1}	n_{y2}	n_{x2}	n_{x3}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
1	0	1	7	0	3	0.89±0.46	18±9
2	0	1	8	3	7	1.2±0.85	26±17
3	0	1	6	2	4	0.92±0.49	18±13
4	1	2	6	0	0	2.1±1.1	29±24
5	0	1	6	0	9	1.1±0.67	25±19

Tabla 4.5: Errores $mse1$ y $mse2$ obtenidos al estimar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador de la frecuencia cardíaca, cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los cinco pacientes.

θ_{mi} , correspondientes al vector paramétrico θ_m y obtenidos al utilizar las señales de cada paciente ($i = 1 \div 5$), se promedian, resultando

$$\overline{\theta}_m = \frac{\sum_{i=1}^5 \theta_{mi}}{5} \quad (4.42)$$

En las pruebas 2 a 5 se ha seguido el mismo procedimiento, partiendo de los retardos indicados en la tabla 4.4 para los pacientes 2 a 5, respectivamente. De los resultados de la tabla 4.5 se deduce que el modelo con los retardos de la prueba 1 es el que presenta en promedio el menor error $mse2$ para todos los pacientes ($18 \pm 9\%$). Por tanto los retardos y los parámetros escogidos son los de esta prueba, y corresponden a los retardos identificados a partir de las señales del paciente 1.

Después de este estudio presentado para el modelado del controlador de la frecuencia cardíaca se obtiene el siguiente modelo

$$\begin{aligned} y(t) = & 7.2738730E - 2 + 3.83067995E - 4 x(t) \\ & + 7.53246225E - 1 y(t - 1) + 1.1577282E - 1 y(t - 7) \\ & - 8.2251985E - 7 x(t) x(t - 3) \end{aligned} \quad (4.43)$$

donde $y(t)$ es la señal de salida $T_{TOT}(t)$ del controlador y $x(t)$ es la señal de entrada $P_{SC}(t)$ al mismo.

Los coeficientes $\overline{\theta}_m$ serán los valores iniciales de los parámetros, en el proceso de estimación paramétrica que se realiza durante la validación del modelo del sistema cardiovascular global, con el fin de particularizar el modelo del controlador a las señales de cada paciente analizado, tal como se presenta en el capítulo 5.

4.5.3 Identificación del controlador de la resistencia periférica

La señal de salida del SNC de control que regula a la resistencia periférica es $Q_1(t)$ y la señal de entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ monitorizada por el

barorreceptor del seno carotídeo. En la figura 4.12 está representado un esquema de la parte del SNC que controla la resistencia periférica.

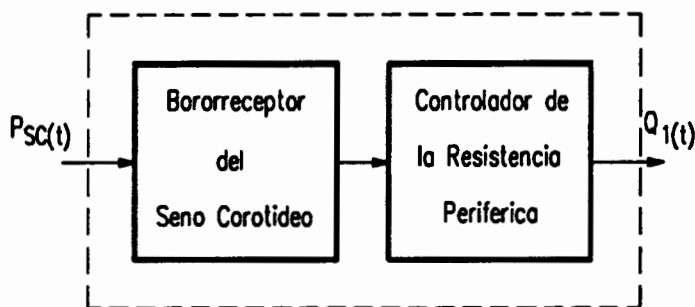


Figura 4.12: *Diagrama del controlador de la resistencia periférica. La señal de entrada es la presión del seno corotídeo $P_{SC}(t)$ y $Q_1(t)$ es la señal de salida del controlador.*

El proceso seguido para la identificación del controlador de la resistencia periférica sigue las mismas etapas que el descrito en el apartado anterior para la identificación del controlador de la frecuencia cardíaca. En la tabla 4.6 están representados los errores $mse2$ obtenidos con modelos no lineales de dos términos, uno lineal recursivo y otro no lineal transversal de segundo orden, para las señales de los pacientes. De todos los modelos analizados del controlador de la resistencia periférica con las señales obtenidas del paciente 1, y considerando $M = 2$ términos, solamente se escoge uno de ellos que corresponde al valor mínimo del error, 18.5%. Los valores de los errores de los restantes modelos superan el 25% de este mínimo encontrado con las señales del paciente 1. Por esta razón no se selecciona ningún otro modelo para ser utilizado en la búsqueda de una estructura matemática común para los restantes pacientes. El modelo paramétrico analizado presenta un error promedio del $17 \pm 3.0\%$ para los cinco pacientes.

En las tablas 4.7 y 4.8 se muestran los modelos obtenidos para $M = 3$ términos y $M = 5$ términos, respectivamente. El modelo, obtenido con las señales del paciente 1, para $M = 3$ términos que minimiza el $mse2$ es el primero de la tabla 4.7, y el error promedio obtenido con las señales de los cinco pacientes es $11 \pm 2.1\%$, mientras el error promedio del modelo número 2, es $14 \pm 2.7\%$.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 2$)	
	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$
1	1	1

Modelo número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	18.5	14	12	18	22

Tabla 4.6: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia periférica, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 2$ términos.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 3$)		
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$
1	1	1	1
2		2	1

Modelo número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	10.5	12	11.5	11	11
2	13	13	12.5	12	19.5

Tabla 4.7: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia periférica, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 3$ términos.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 5$)			
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	2	1	2	
2	2	1	1	1
3	1	1	3	
4		2	2	1
5		3	2	
6	1	3	1	
7		3	1	1
8		1	4	
9	4	1		
10	2	3		
11		4	1	
12	3	2		

Modelo número	mse2 (%)				
	paciente 1	paciente 2	paciente 3	paciente 4	paciente 5
1	9.5	9.7	7.2	7.2	9.5
2	8.0	8.8	6.5	8.6	12
3	8.7	9.9	8.0	9.1	8.8
4	8.3	9.2	8.3	10.5	10
5	8.2	9.1	7.5	10.5	13
6	9.5	8.6	7.5	10	13
7	9.0	8.2	7.8	10.5	13.5
8	11	14	8.5	11	10
9	9.9	9.8	7.7	14	12
10	10	8.9	8.1	15	13
11	8.9	11	6.8	10	18
12	10	13	7.9	14	12

Tabla 4.8: Errores mse2 de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia periférica, a partir de las señales de los pacientes, para modelos $M = 5$ términos.

Los modelos de la tabla 4.8 son también la mayoría no lineales. El modelo identificado del paciente 1, con $M = 5$ términos, que minimiza el error $mse2$ es el modelo número 2. Todos los restantes modelos considerados tienen hasta un 55% más de error. El modelo número uno corresponde al de menor error promedio $8.6 \pm 1.3\%$, y por tanto contiene la mejor estructura común a todos los pacientes, con $M = 5$ términos.

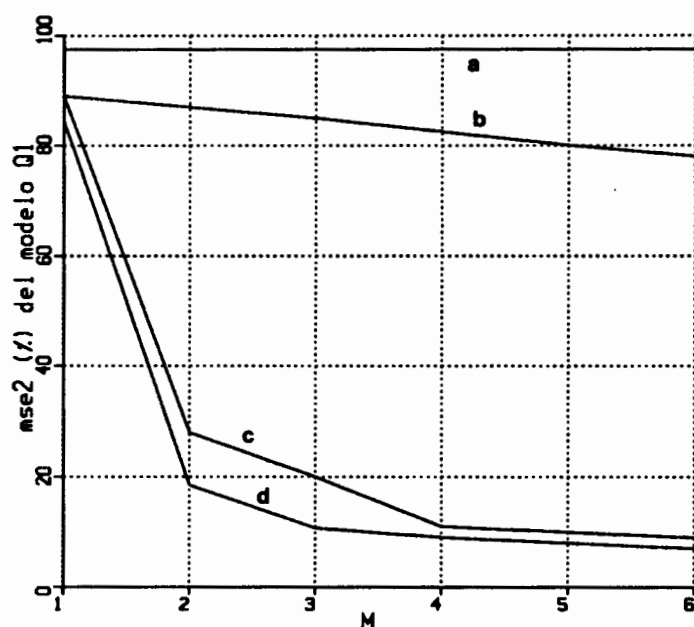


Figura 4.13: Representación del error $mse2$ obtenido al identificar el controlador de la resistencia periférica $Q_1(t)$ con modelos (a) AR, (b) MA, (c) ARX y (d) NARMAX, con un número de términos $M = 1$ hasta $M = 6$, para el paciente 1.

La figura 4.13 muestra los errores $mse2$ para los modelos AR, ARX, MA y NARMAX obtenidos con las señales del paciente 1. Los modelos presentados son los que minimizan el $mse2$ dentro de cada grupo de modelos de $M = 1$ término hasta $M = 6$ términos. Los modelos NARMAX se obtienen con el menor error $mse2$, seguidos de los autorregresivos con entradas externas, ARX. Así para modelos de 2 términos, se obtiene con un modelo NARMAX un error de 18.5%, como ya se ha visto en la tabla 4.6, y 28% con un modelo ARX. Para $M = 3$ el mínimo error

obtenido por un modelo no lineal es 10.5% y con uno lineal ARX es de 20%. Con 4 y 5 términos la reducción del *mse2* disminuye también, pero en menor proporción, llegando a un error del 7% para un modelo NARMAX de 6 términos y 9% con un modelo ARX. Los modelos MA y AR son los que modelan más inadecuadamente a este controlador.

A continuación se presenta la estructura seleccionada para modelar el controlador de la resistencia periférica, obtenida mediante la expansión funcional de dos términos, uno lineal recursivo y otro no lineal transversal de segundo orden, cuyo error promedio con todos los pacientes es $17 \pm 3.0\%$

$$y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1})x(t - n_{x2}) \quad (4.44)$$

Este modelo es el correspondiente al presentado en la tabla 4.6. Se selecciona esta estructura con $M = 2$ términos para el controlador de la resistencia periférica, debido a que para los objetivos del presente trabajo este controlador tiene una menor importancia en la regulación del sistema cardiovascular global.

En la tabla 4.9 se hallan los coeficientes y los retardos de cada uno de los modelos obtenidos a partir de las señales de cada paciente, utilizando la misma estructura (4.44). Los coeficientes θ_m , desde $m = 0$ hasta $m = 2$, son estimados mediante las ecuaciones (4.21) y (4.22). Los retardos son identificados a través de los cálculos realizados durante la expansión funcional del término lineal y del no lineal que compone la estructura matemática escogida (4.44). Tanto los coeficientes θ_m como los retardos n_{y1} , n_{x1} y n_{x2} pertenecen al modelo con el mínimo error *mse2*, calculado a través de todas las combinaciones posibles de los dos términos lineal recursivo y transversal de segundo orden.

En la figura 4.14 se muestran las señales $Q_1(t)$ obtenidas de cada paciente (r) y las obtenidas por simulación (s) del modelo presentado en la ecuación (4.44). Las simulaciones son obtenidas utilizando los resultados de la identificación presentados en la tabla 4.9.

El modelo identificado para el controlador de la resistencia periférica $Q_1(t)$ tiene

	θ_0	θ_1	θ_2
<i>paciente 1</i>	$4.895397E-2$	$9.851074E-1$	$-2.007492E-6$
<i>paciente 2</i>	$1.515195E-2$	$9.684525E-1$	$-4.345979E-7$
<i>paciente 3</i>	$5.006602E-2$	$9.492275E-1$	$-1.259945E-6$
<i>paciente 4</i>	$1.200783E-1$	$9.664829E-1$	$-4.420103E-6$
<i>paciente 5</i>	$1.497618E-1$	$9.148308E-1$	$-1.211153E-6$

	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
<i>paciente 1</i>	1	1	7	0.41	18.5
<i>paciente 2</i>	1	8	10	0.58	14
<i>paciente 3</i>	1	7	10	1.4	12
<i>paciente 4</i>	1	7	9	1.3	18
<i>paciente 5</i>	1	0	7	0.83	22
$\mu \pm \sigma$				0.90 ± 0.39	17 ± 3.0

Tabla 4.9: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} , n_{yk} y del mínimo error cuadrático medio $mse1$ y $mse2$, del modelo del controlador de la resistencia periférica, para las señales de cada paciente. Valor medio μ , desviación tipo σ .

una estructura común (4.44), para cada paciente, pero no son iguales ni los retardos n_{y1} , n_{x1} y n_{x2} ni los coeficientes θ_m . La metodología seguida para encontrar unos retardos y unos coeficientes comunes a todos los pacientes es la misma que se sigue para el estudio del controlador de la frecuencia cardíaca.

Utilizando los retardos del paciente 1, mostrados en la tabla 4.9, se realiza la estimación paramétrica del modelo con las señales de cada uno de los pacientes. Los errores $mse1$ y $mse2$ promedio son mostrados en la prueba número 1 de la tabla 4.10, y su valor es $0.77 \pm 0.20\%$ y $16 \pm 3.3\%$, respectivamente. Se aplica la misma metodología, de forma sucesiva, para los retardos obtenidos en el modelado del controlador de los pacientes 2, 3, 4 y 5 (tabla 4.9). Para cada una de estas identificaciones se estiman los parámetros θ_m aplicando las ecuaciones (4.21) y (4.22). Utilizando la ecuación (4.42) se obtienen los valores promedio para cada parámetro θ_m , desde $m = 0$ hasta $m = 2$. Como se observa en la tabla 4.10 el valor del error $mse2$ menor corresponde a la prueba número 4. Este error se obtiene cuando se consideran los retardos de la estructura (4.44) obtenidos durante la identificación del controlador, utilizando las señales de entrada y salida del paciente 4.

El modelo del controlador de la resistencia periférica, después del proceso de cálculo expuesto, es

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 7.44092100E - 2 + 9.57017920E - 1y(t - 1) \\
 & - 1.87538882E - 6x(t - 7)x(t - 9)
 \end{aligned}
 \tag{4.45}$$

donde $y(t)$ es la señal de salida $Q_1(t)$ del controlador y $x(t)$ es la entrada $P_{SC}(t)$ del mismo.

Los coeficientes promediados $\bar{\theta}_m$ son los valores iniciales utilizados durante la estimación paramétrica del sistema cardiovascular global, para particularizar este controlador a cada paciente analizado en el capítulo 5.

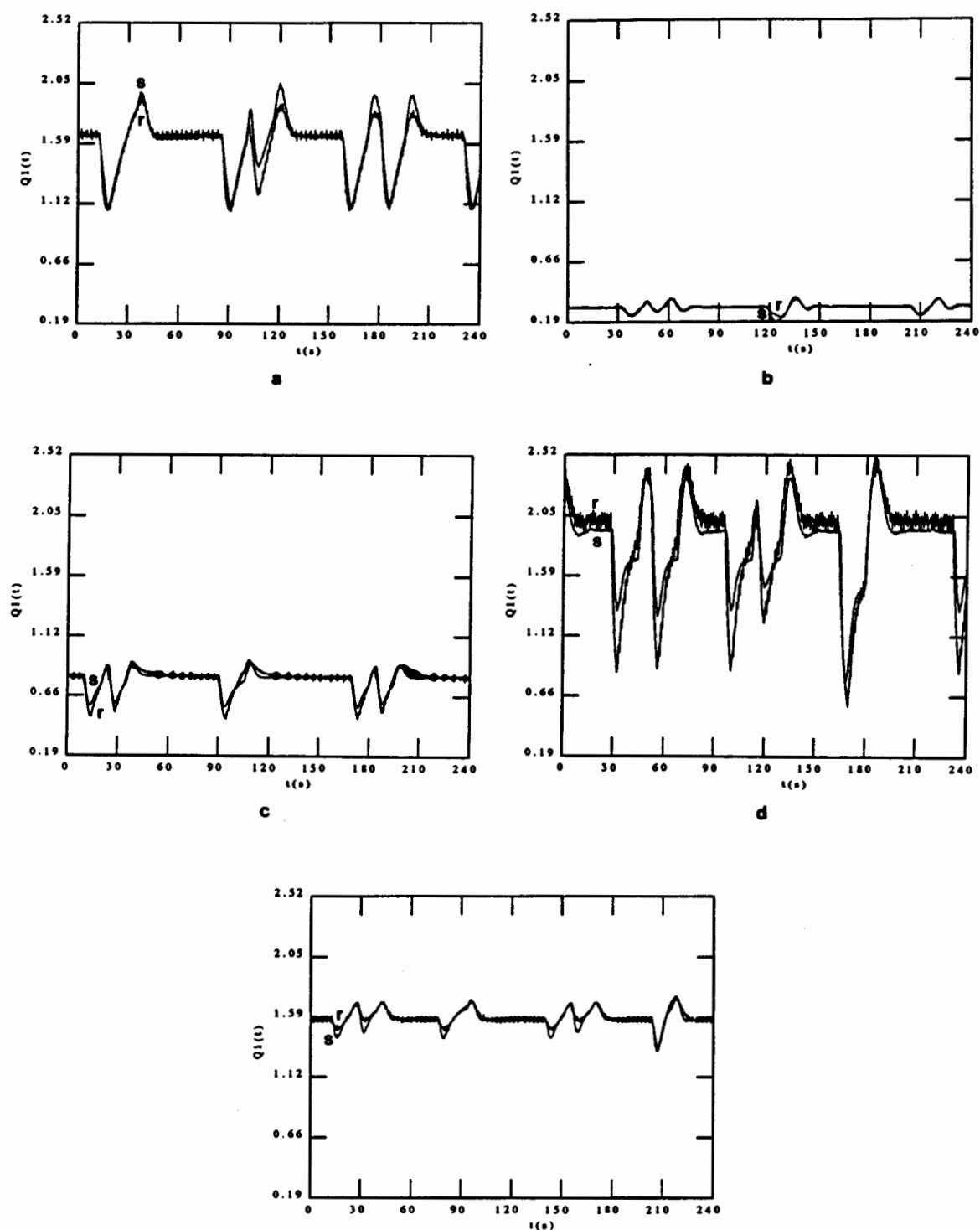


Figura 4.14: Señales $Q_1(t)$ real (r) y simulada (s): (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4, (e) paciente 5.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$
1	$9.20800090E-2$	$9.54262940E-1$	$-2.54937038E-6$
2	$3.11494200E-2$	$9.686968667E-1$	$-8.160854333E-7$
3	$5.69135900E-2$	$9.66469060E-1$	$-1.34917742E-6$
4	$7.44092100E-2$	$9.57017920E-1$	$-1.87538882E-6$
5	$9.00571332E-2$	$9.60037720E-1$	$-2.69568688E-6$

Prueba	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
1	1	1	7	0.77 ± 0.20	16 ± 3.3
2	1	8	10	1.2 ± 0.53	20 ± 6.1
3	1	7	10	1.2 ± 0.32	17 ± 7.0
4	1	7	9	1.0 ± 0.44	15 ± 4.3
5	1	0	7	0.72 ± 0.16	17 ± 4.3

Tabla 4.10: *Errores mse1 y mse2 obtenidos al estimar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador de la resistencia periférica cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los pacientes.*

4.5.4 Identificación del controlador de la contractilidad miocárdica

La regulación de la contractilidad miocárdica la realiza el SNC de control formado por los barorreceptores del seno carotídeo y el controlador propiamente dicho de la contractilidad miocárdica. En el esquema de la figura 4.15 se presenta esta parte del SNC de control que regula la contractilidad miocárdica. La señal de entrada al sistema es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ monitorizada por el barorreceptor del seno carotídeo, y la señal de salida del sistema que regula la contractilidad miocárdica es $Q_2(t)$.

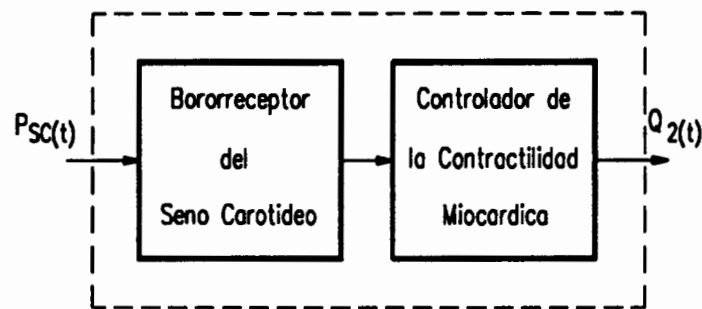


Figura 4.15: Diagrama del controlador de la contractilidad miocárdica. La señal de entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y $Q_2(t)$ es la señal de salida del controlador.

Debido a que el controlador de la contractilidad miocárdica tiene una importancia similar al controlador de la resistencia periférica en el sistema cardiovascular global, para el propósito del presente estudio, el modelo que se escoge para este controlador es similar al anterior. Se selecciona un modelo no lineal con $M = 2$ términos.

Con este número de términos la estructura del modelo identificado para el paciente 1 con el error menor es un modelo NARMAX, con un término recursivo lineal y un término transversal de segundo orden, tal como está expuesto en la tabla 4.11. El error obtenido por este modelo es del 22%. De todos los modelos hallados mediante la combinación de $M = 2$ términos con todos los polinomios $p_m(t)$, solamente uno está dentro del rango del 25% más de error que el mínimo encontrado con las señales

del paciente 1. Dicha estructura corresponde a un modelo no lineal con un término recursivo lineal y un producto cruzado, y corresponde al modelo número 2 de la tabla 4.11, obteniéndose un error del 27.5%.

Modelo Número	Términos $p_m(t)$ ($M = 2$)		
	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	1	1	
2	1		1

Modelo Número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	22	15	11	23.5	29
2	27.5	21	13	25.5	23

Tabla 4.11: *Errores mse2 de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la contractilidad miocárdica, a partir de las señales de los pacientes, para modelos de $M = 2$ términos.*

El modelo que se escoge para el controlador de la contractilidad miocárdica corresponde al número 1 de la tabla 4.11. Dicho modelo tiene una estructura común para el citado controlador en cada paciente.

$$y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1})x(t - n_{x2}) \quad (4.46)$$

El error $mse2$ promedio para los distintos pacientes es $20 \pm 6.7\%$, y corresponde al menor de todos los hallados, para $M = 2$ términos. El procedimiento de búsqueda del modelo de estructura común ha sido hallar los modelos, con las señales de cada paciente, que minimizen el $mse2$ a partir de todas las expansiones funcionales de cada estructura seleccionada del paciente 1, tal como se ha procedido con los modelos de los anteriores controladores identificados.

La tabla 4.12 contiene los parámetros θ_m estimados y los retardos de las funciones $p_m(t)$ hallados durante la expansión funcional. Los retardos y los coeficientes de cada modelo con estructura común, para todos los pacientes, se obtienen durante la identificación del modelo que minimiza al $mse2$, presentado en la tabla 4.11. El modelo identificado del controlador de la contractilidad miocárdica tiene una estructura común para las señales de los pacientes, pero sus parámetros y retardos difieren de un paciente a otro.

La simulación del modelo (4.46) para cada una de las señales de entrada al mismo $P_{SC}(t)$ de los diversos pacientes es la representada en la figura 4.16. En ella se representa tanto la señal real (r) como la señal simulada (s) obtenida de cada paciente.

La metodología seguida para encontrar los retardos comunes a los modelos del controlador identificado para cada paciente es la descrita en los anteriores controladores. Los resultados de este proceso están resumidos en la tabla 4.13.

El menor error $mse2$ promedio se obtiene en la prueba número 3. En ella se realiza la estimación de los parámetros del modelo cuando los retardos son los identificados con las señales del paciente 3 o paciente 5, ya que son los mismos (tabla 4.12). El $mse1$ promedio de los obtenidos en la identificación del modelo para todos los pacientes es $0.63 \pm 0.13\%$ y el $mse2$ es $17 \pm 7.2\%$.

El modelo del controlador de la contractilidad miocárdica identificado es el siguiente

$$y(t) = 2.63843314E - 2 + 9.8345562E - 1y(t - 1) - 4.15850820E - 7x(t - 7)x(t - 10) \quad (4.47)$$

donde $y(t)$ es la señal de salida del controlador $Q_2(t)$ y $x(t)$ es la señal de entrada al mismo $P_{SC}(t)$.

	θ_0	θ_1	θ_2
<i>paciente 1</i>	1.774281E - 2	9.897709E - 1	-6.509398E - 7
<i>paciente 2</i>	2.398109E - 2	9.821468E - 1	-7.320670E - 7
<i>paciente 3</i>	3.060112E - 2	9.765211E - 1	-7.204445E - 7
<i>paciente 4</i>	1.297128E - 2	9.872086E - 1	-5.264984E - 7
<i>paciente 5</i>	6.143407E - 2	9.742538E - 1	-2.240360E - 7

	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	<i>mse1 (%)</i>	<i>mse2 (%)</i>
<i>paciente 1</i>	1	1	7	0.35	22
<i>paciente 2</i>	1	8	10	0.43	15
<i>paciente 3</i>	1	7	10	0.62	11
<i>paciente 4</i>	1	0	7	0.23	23.5
<i>paciente 5</i>	1	7	10	0.85	29
$\mu \pm \sigma$				0.5±0.04	20±6.7

Tabla 4.12: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} , n_{yk} y del mínimo error cuadrático medio *mse1* y *mse2*, del modelo del controlador de la contractilidad miocárdica, para las señales de cada paciente. Valor medio μ , desviación tipo σ .

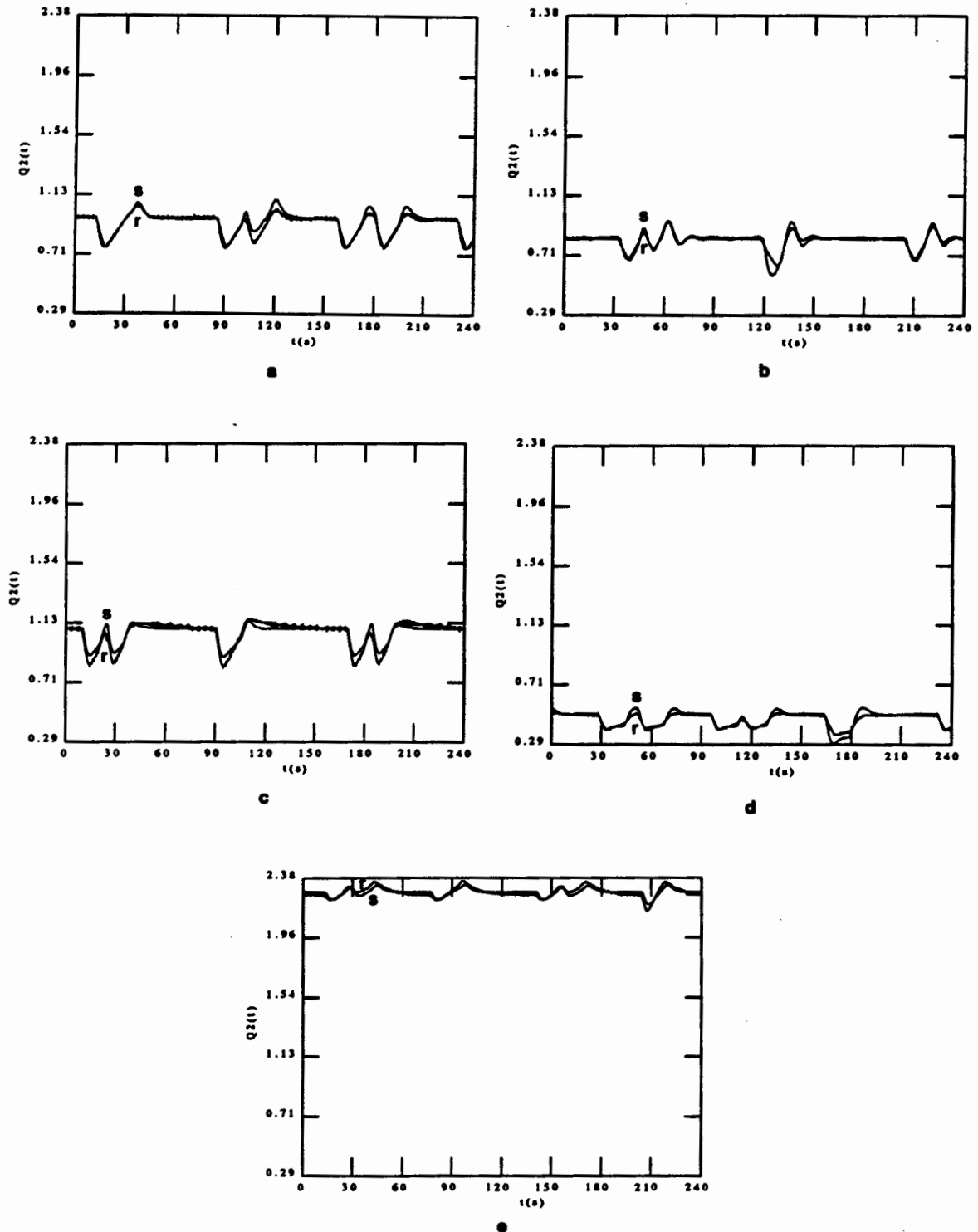


Figura 4.16: Señales $Q_2(t)$ real (r) y simulada (s): (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4, (e) paciente 5.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$
1	$3.54351180E-2$	$9.8047370E-1$	$-6.3576080E-7$
2	$2.58182624E-2$	$9.8417596E-1$	$-3.85498958E-7$
3	$2.63843314E-2$	$9.8345562E-1$	$-4.15850820E-7$
4	$3.08395382E-2$	$9.8389964E-1$	$-5.10282060E-7$

Prueba	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
1	1	1	7	0.42 ± 0.11	18 ± 5.0
2	1	8	10	0.53 ± 0.08	44 ± 32
3	1	7	10	0.63 ± 0.13	17 ± 7.2
4	1	0	7	0.40 ± 0.13	20 ± 6.2

Tabla 4.13: Errores $mse1$ y $mse2$ obtenidos al estimar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador de la contractilidad miocárdica cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los pacientes.

4.5.5 Identificación del controlador del tono venoso

La parte del SNC de control que regula el tono venoso está formado por el barorreceptor del seno carotídeo, que monitoriza a la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$, y por el controlador, propiamente dicho, del tono venoso. Las señales de entrada y salida de este sistema son $P_{SC}(t)$ y $Q_3(t)$, respectivamente. En la figura 4.17 está esquematizado este controlador.

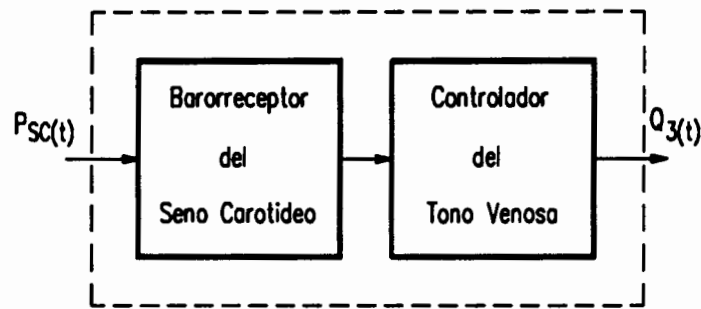


Figura 4.17: Diagrama del controlador del tono venoso. La señal de entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y $Q_3(t)$ es la señal de salida del controlador.

Este controlador conjuntamente con el controlador de la resistencia periférica y de la contractilidad miocárdica tienen una importancia similar en la regulación del sistema cardiovascular global. Por esta razón, se realiza la búsqueda del modelo del controlador a través de todas las combinaciones posibles con los términos $p_m(t)$, para expansiones de $M = 2$ términos. De este modo, los modelos de los controladores del tono venoso, así como los de la contractilidad miocárdica y de la resistencia periférica tendrán el mismo número de términos.

Utilizando las señales obtenidas del paciente 1 se identifica un modelo que minimiza el $mse2$ con un valor del 22%. En la tabla 4.14 son representados los dos modelos obtenidos para el paciente 1 que están dentro del rango no superior al 25% del mínimo error obtenido, que corresponde al modelo número 1. El modelo, que en la tabla tiene el número 2, está formado por un término recursivo lineal $y(t - n_{y1})$ y el producto cruzado $x(t - n_{x1})y(t - n_{y2})$.

Todos los errores presentados en la tabla 4.14 son los de error menor,

Modelo Número	Términos $p_m(t)$ ($M = 2$)		
	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$
1	1	1	
2	1		1

Modelo Número	$mse2$ (%)				
	<i>paciente 1</i>	<i>paciente 2</i>	<i>paciente 3</i>	<i>paciente 4</i>	<i>paciente 5</i>
1	22	28	12	22	19
2	27	38.5	12.5	24	23

Tabla 4.14: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador del tono venoso, a partir de las señales de los pacientes, para los modelos de $M = 2$ términos.

correspondientes a los errores obtenidos al calcular todas las combinaciones de los términos indicados en la tabla. La búsqueda de los modelos con el mínimo $mse2$ con estas estructuras, utilizando las señales de los restantes pacientes, lleva a obtener un modelo con estructura igual a la mostrada con el número 1. El modelo, con estructura común, del controlador del tono venoso tiene la siguiente forma

$$y(t) = \theta_0 + \theta_1 y(t - n_{y1}) + \theta_2 x(t - n_{x1})x(t - n_{x2}) \quad (4.48)$$

Este modelo es identificado con un error del $20.5 \pm 5.6\%$. Dicho error es el resultado de promediar los errores obtenidos al identificar un modelo óptimo con esta estructura con las señales de todos los pacientes. Los retardos identificados durante la expansión funcional que minimiza los errores $mse1$ y los coeficientes estimados para la estructura de este modelo elegido (4.48), para cada uno de los pacientes, están resumidos en la tabla 4.15.

La figura 4.18 presenta las señales de salida obtenidas del controlador de cada uno de los pacientes y las señales de salida simuladas mediante el modelo (4.48) utilizando los valores de los parámetros presentados en la tabla 4.15.

	θ_0	θ_1	θ_2
<i>paciente 1</i>	1.374432E - 2	9.897605E - 1	-5.640246E - 7
<i>paciente 2</i>	1.654874E - 2	9.849088E - 1	-6.899362E - 7
<i>paciente 3</i>	1.082212E - 2	9.815544E - 1	-2.507447E - 7
<i>paciente 4</i>	2.252774E - 2	9.867842E - 1	-5.904743E - 7
<i>paciente 5</i>	5.633875E - 3	9.910623E - 1	-2.187579E - 7

	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	$mse2$ (%)	$mse1$ (%)
<i>paciente 1</i>	1	1	7	0.35	22
<i>paciente 2</i>	1	8	10	0.44	28
<i>paciente 3</i>	1	7	10	0.51	12
<i>paciente 4</i>	1	0	7	0.23	22
<i>paciente 5</i>	1	0	1	0.20	19
$\mu \pm \sigma$				0.34±0.13	20.5±5.6

Tabla 4.15: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} , n_{yk} y del mínimo error cuadrático medio $mse1$ y $mse2$, del modelo del controlador del tono venoso, para las señales de cada paciente. Valor medio μ , desviación tipo σ .

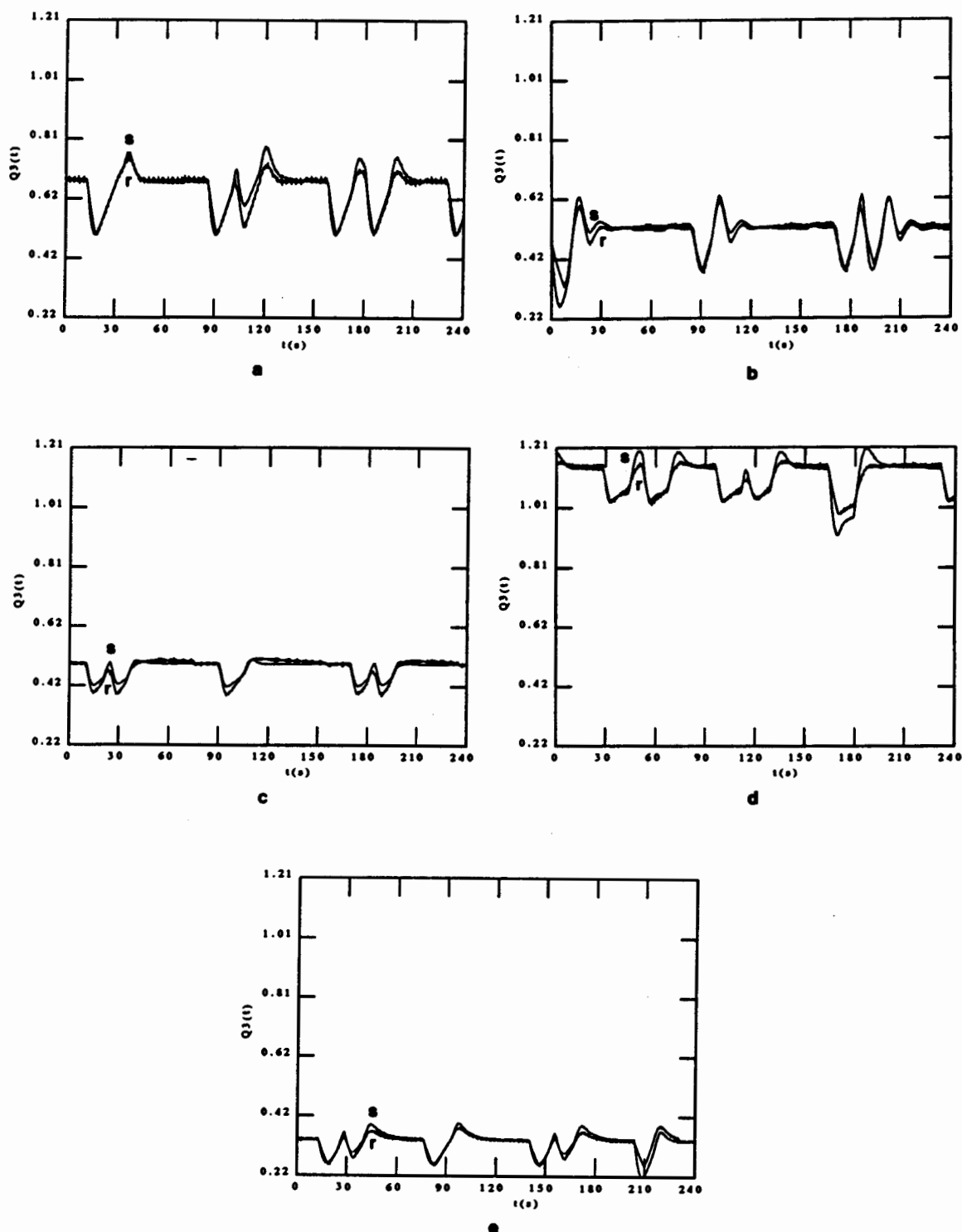


Figura 4.18: Señales $Q_3(t)$ real (r) y simulada (s): (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3, (d) paciente 4, (e) paciente 5.

El modelo (4.48) tiene una estructura común para el controlador del tono venoso de cada paciente, pero no son los mismos ni los retardos de cada término ni los parámetros θ_m . Para hallar un modelo común para todas las señales $P_{SC}(t)$ y $Q_3(t)$ de cada paciente, se sigue la metodología similar a la utilizada para la determinación de un modelo común para los controladores expuestos anteriormente.

La identificación de los retardos comunes a todas las estructuras se realiza con cada uno de los conjuntos de retardos obtenidos en los modelos del controlador de cada paciente, y que están resumidos en la tabla 4.16. La prueba número 3 es la que obtiene el menor error $mse2$ promedio, cuyo valor es $17 \pm 4.6\%$. Este valor promedio se obtiene al estimar los parámetros del modelo (4.48) cuando se utilizan los retardos obtenidos en la identificación del controlador del paciente 3.

Por tanto los retardos n_{y1} , n_{x1} y n_{x2} , y los parámetros escogidos para el modelo del controlador del tono venoso con un estructura igual a la presentada en la ecuación (4.48), son los correspondientes a la prueba 3, resultando

$$y(n) = 1.07880700E - 2 + 9.8734824E - 1y(t - 1) - 2.9527508E - 7x(t - 7)x(t - 10) \quad (4.49)$$

donde $y(t)$ es la señal de salida $Q_3(t)$ y $x(t)$ es la señal de entrada $P_{SC}(t)$ del controlador.

Estos coeficientes $\overline{\theta_m}$ del controlador del tono venoso, comunes para todas las señales de los pacientes, son los valores de los parámetros que se utilizan para la inicialización de la estimación paramétrica del sistema cardiovascular global. Dicha estimación paramétrica, presentada en el capítulo 5, permite particularizar este controlador a cada paciente analizado.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$
1	$1.27847468E-2$	$9.8743200E-1$	$-4.35698420E-7$
2	$8.96495960E-3$	$9.8873108E-1$	$-2.61068862E-7$
3	$1.07880700E-2$	$9.8734824E-1$	$-2.9527508E-7$
4	$1.14438708E-2$	$9.8979478E-1$	$-3.9925142E-7$
5	$1.176909375E-2$	$9.9146678E-1$	$-4.21686125E-7$

Prueba	n_{y1}	n_{x1}	n_{x2}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
1	1	1	7	0.34 ± 0.13	18 ± 5.1
2	1	8	10	0.48 ± 0.08	36 ± 27
3	1	7	10	0.50 ± 0.11	17 ± 4.6
4	1	0	7	0.34 ± 0.15	19 ± 6.4
5	1	0	1	0.31 ± 0.08	28 ± 12

Tabla 4.16: Errores $mse1$ y $mse2$ obtenidos al estudiar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador del tono venoso cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los pacientes. Valor medio μ , desviación tipo σ .

4.5.6 Identificación del controlador de la resistencia coronaria

La parte del SNC de control que regula la resistencia coronaria está formada por el barorreceptor del seno carotídeo, que monitoriza la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$, y por el controlador de la resistencia coronaria. Las señales de entrada y salida de este sistema son $P_{SC}(t)$ y $Q_5(t)$, respectivamente. En la figura 4.19 está esquematizado este controlador.

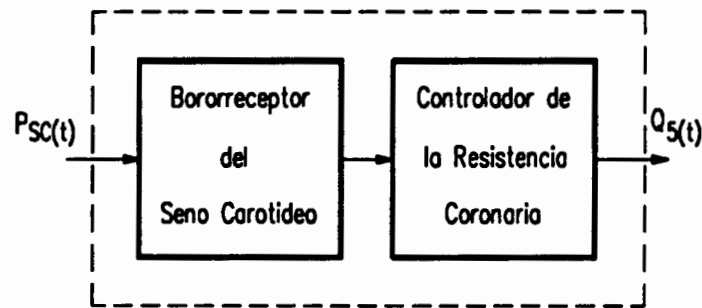


Figura 4.19: Diagrama del controlador de la resistencia coronaria. La señal de entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y $Q_5(t)$ es la señal de salida del controlador.

Tal como se indica en el capítulo 3, se han determinado dos dinámicas diferentes en la regulación del controlador de la resistencia coronaria de los pacientes utilizados en la etapa de identificación. De los cinco pacientes analizados en esta etapa de identificación de los controladores tres pacientes pertenecen al grupo A y los dos restantes al grupo B.

La regulación del controlador de la resistencia coronaria es muy importante para el presente estudio. Por esta razón de todos los modelos identificados del controlador, desde $M = 1$ hasta $M = 6$, se escogen los de $M = 4$ y $M = 5$ términos para la búsqueda del modelo del controlador. En las tablas 4.17 y 4.18 se hallan los modelos del controlador considerados, con las mismas estructuras que las encontradas con las señales del paciente 1. Todos estos modelos corresponden al valor menor del error $mse2$ calculado durante la identificación de los mismos. Para la búsqueda de

los modelos con $M = 4$ términos se consideran aquellos modelos que tienen un error no superior al 45% con respecto al menor encontrado del paciente 1 (tabla 4.17), y no superior al 55% para los de $M = 5$ términos (tabla 4.18).

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 4$)				$mse2$ (%)		
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$	paciente 1	paciente 2	paciente 3
1	1	1	1	1	27.5	27.5	7
2		1	1	2	28.5	29.5	12.5
3	2	1		1	27	30.5	15.5
4		1	2	1	31	31.5	12
5	3	1			30	29	16
6	1	1		2	30.5	33	18.5
7	2	1	1		32	32	18
8	1	1	2		33	35	19
9		1	3		36.5	38	14

Tabla 4.17: Errores $mse2$ de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia coronaria, a partir de las señales $Q_5(t)$ del grupo A de pacientes, para los modelos de $M = 4$ términos.

En la tabla 4.17 el modelo óptimo que minimiza el $mse2$ es el número 1. El valor del error promedio de los pacientes 1, 2 y 3 es $20.5 \pm 10\%$ y es el menor de todos los identificados. El menor error promedio, correspondiente a los modelos presentados en la tabla 4.18, es el modelo número 1 con un $mse2$ de $19 \pm 10\%$.

En la figura 4.20 están representados los valores mínimos de los errores $mse2$ obtenidos al identificar los modelos lineales y no lineales óptimos, del controlador de la resistencia coronaria con las señales del paciente 1. A pesar de que los $mse2$ obtenidos son elevados, los modelos NARMAX son los que mejor modelan este controlador, seguido de los modelos ARX. Así, el mínimo error obtenido con un modelo NARMAX de $M = 5$ términos identificado para el controlador del paciente 1 es del 25.5%, mientras que para un modelo ARX el menor error obtenido para este número de términos es del 31.5%. El error mínimo obtenido con todos los modelos ARX de $M = 6$ términos es del 29.5% y el obtenido con un modelo NARMAX es del 25%. Los modelos autorregresivos (AR) y de media móvil (MA) identificados son los que tienen el $mse2$ más elevado, comparado con los ARX y NARMAX.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 5$)				mse2 (%)		
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$	paciente 1	paciente 2	paciente 3
1	1	1	2	1	25.5	27	5.5
2	2	1	1	1	26.5	28	6
3	3	1		1	27	28.5	11
4		1	3	1	29	30	9
5	2	1	2		27	27.5	13.5
6		1	2	2	28	28.5	13.5
7	4	1	2		27	27.5	18
8	2	1		2	31.5	33	17.5
9	3	1	1		34.5	33	15
10		3	2		35	36.5	13
11	1	3	1		36	36	13.5
12	1	1	3		36.5	35	15
13		1	4		36.5	37	14
14	1	1		3	39	38.5	12.5
15		2	2	1	38.5	39	15.5
16		2	3		39	38	17
17		3	1	1	38.5	39.5	16
18	1	2	2		38	40	16.5
19	2	2	1		39	41	15

Tabla 4.18: Errores mse2 de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia coronaria, a partir de las señales $Q_5(t)$ del grupo A de pacientes, para los modelos $M = 5$ términos.

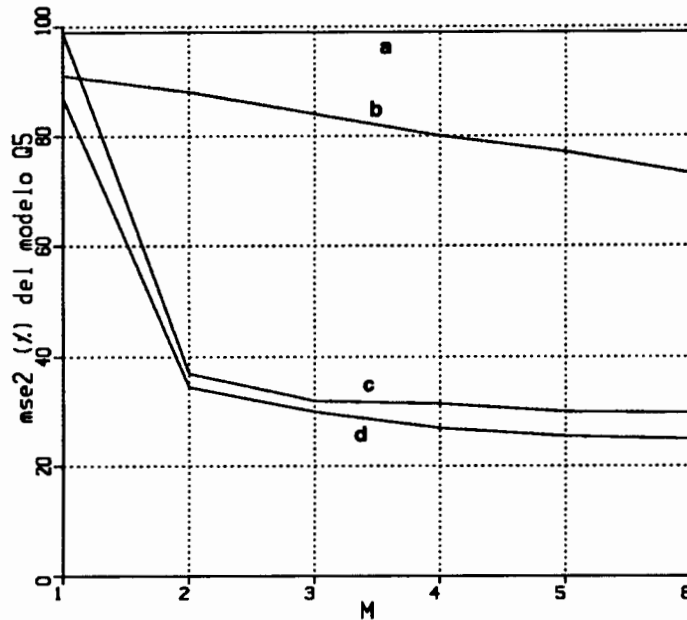


Figura 4.20: Representación del error $mse2$ obtenido al identificar el controlador de la resistencia coronaria $Q_5(t)$, del grupo A de pacientes, con modelos (a) AR, (b) MA, (c) ARX y (d) NARMAX, con un número de términos $M = 1$ hasta $M = 6$, para el paciente 1.

Del estudio realizado previamente, para la identificación del modelo del controlador de la resistencia coronaria del grupo de pacientes A, se selecciona la siguiente estructura con $M = 5$ términos

$$y(t) = \theta_0 + \theta_1 x(t - n_{x1}) + \theta_2 y(t - n_{y1}) + \theta_3 x(t - n_{x2}) x(t - n_{x3}) + \theta_4 x(t - n_{x4}) x(t - n_{x5}) + \theta_5 x(t - n_{x6}) y(t - n_{y2}) \quad (4.50)$$

No se escoge el modelo óptimo de $M = 4$ términos debido a que el error $mse2$ promedio es demasiado elevado, ni tampoco el óptimo de $M = 6$ términos debido al aumento de dificultad que supone la estimación paramétrica del modelo del controlador en el modelo cardiovascular global.

Los modelos con el error $mse2$ menor identificados para cada paciente del grupo A tienen la estructura (4.50) común, pero ni los retardos ni los coeficientes son comunes a todos ellos. En la tabla 4.19 se muestran los valores de los retardos n_{xj}

y $n_{y,k}$ que se obtienen durante la estimación paramétrica del modelo (4.50), que minimiza el $mse1$ para cada paciente del grupo A. Los $mse2$ que se presentan en la tabla 4.19 corresponden a los obtenidos durante la identificación de los retardos y la estimación paramétrica de todas las combinaciones de los términos de la ecuación (4.50).

En la figura 4.21 están representadas las señales de salida del controlador de la resistencia coronaria, $Q_5(t)$, para el grupo de pacientes A (a, b, c). Son representadas las señales obtenidas por simulación (s) del modelo identificado y presentado en la ecuación (4.50), y las señales reales (r) del controlador obtenidas de cada paciente analizado.

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
<i>paciente 1</i>	2.452877E - 2	-7.667271E - 5	9.991456E - 1	-9.079421E - 7	3.990634E - 7	-9.452295E - 5
<i>paciente 2</i>	2.174681E - 2	-4.739368E - 5	9.887553E - 1	-7.204179E - 7	9.895173E - 8	2.170437E - 5
<i>paciente 3</i>	-1.969888E - 2	4.172818E - 4	0.103432E + 1	-4.937364E - 7	-8.128291E - 7	-4.804870E - 4

	n_{x1}	n_{y1}	n_{x2}	n_{x3}	n_{x4}	n_{x5}	n_{x6}	n_{y2}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
<i>paciente 1</i>	10	1	6	8	10	10	10	1	0.15	25.5
<i>paciente 2</i>	4	1	2	7	7	10	10	1	0.19	27
<i>paciente 3</i>	10	1	4	9	0	5	10	7	0.08	5.5
$\mu \pm \sigma$									0.14±0.04	19±10

Tabla 4.19: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} , n_{yk} y del mínimo error cuadrático medio $mse1$ y $mse2$, del modelo del controlador de la resistencia coronaria, para las señales de cada paciente del grupo A. Valor medio μ , desviación tipo σ .

A continuación se sigue la metodología para la identificación de los retardos

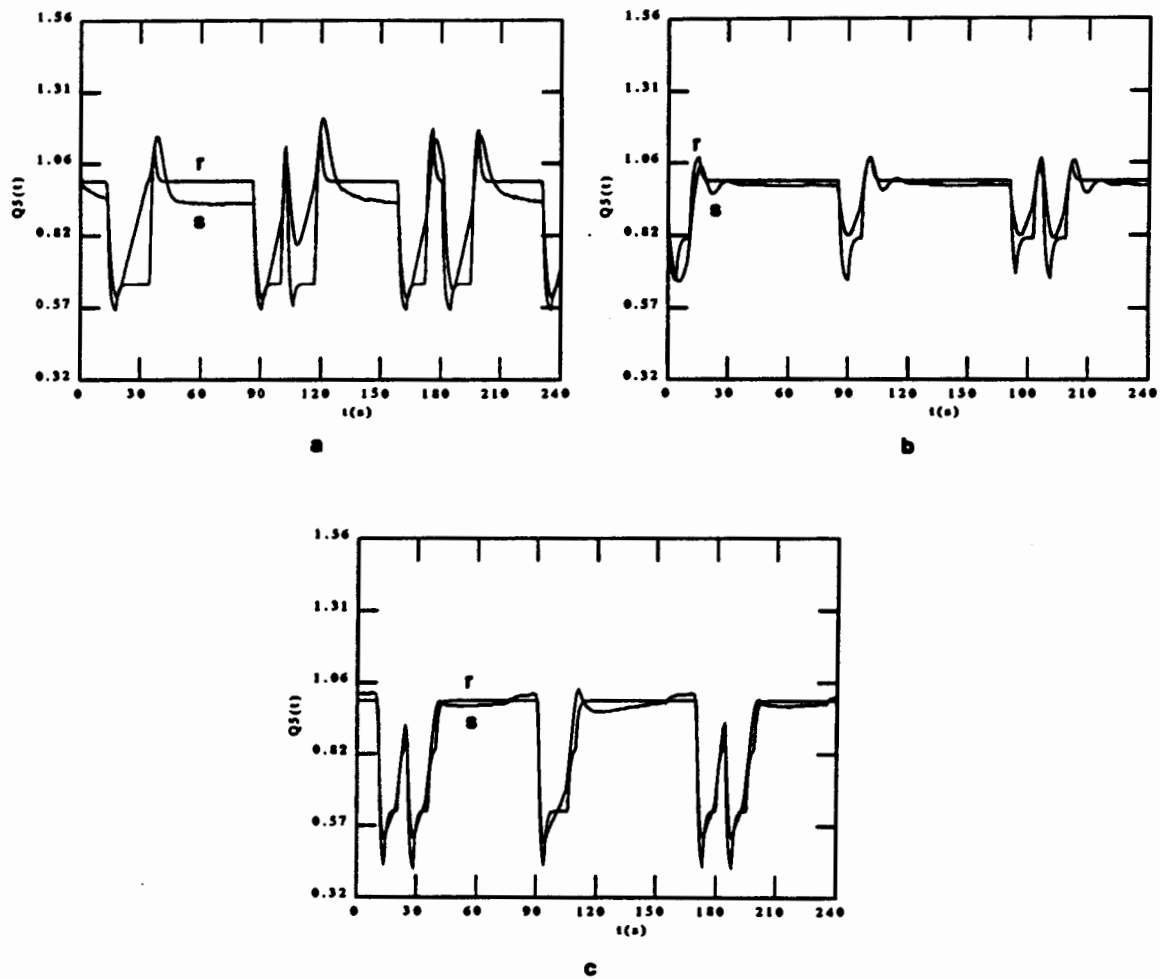


Figura 4.21: Señales $Q_s(t)$, del grupo A de pacientes, real (r) y simulada (s): (a) paciente 1, (b) paciente 2, (c) paciente 3.

comunes en la estructura del modelo (4.50) para todos los pacientes. El modelo óptimo para el controlador de la resistencia coronaria, para el grupo *A* de pacientes, corresponde al presentado en la prueba 3 de la tabla 4.20 con un error *mse2* promedio de $24 \pm 13\%$. Asimismo se muestran los coeficientes promedio obtenidos durante la estimación paramétrica del modelo de estructura común, cuando los retardos son los que están indicados en esta misma tabla.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$	$\bar{\theta}_3$	$\bar{\theta}_4$	$\bar{\theta}_5$
1	$-3.4251499E-2$	$1.3827680E-4$	$9.8322716E-1$	$-7.8877403E-7$	$-2.0288133E-7$	$-1.7224316E-5$
2	$-2.7068526E-2$	$8.6927640E-5$	$9.8678730E-1$	$-8.4581943E-7$	$-5.01807433E-8$	$-2.80324333E-5$
3	$-2.6485230E-2$	$4.1865306E-4$	$0.10400696E+1$	$-3.7708693E-7$	$-6.2257623E-7$	$-4.590174E-4$

Prueba	n_{x1}	n_{y1}	n_{x2}	n_{x3}	n_{x4}	n_{x5}	n_{x6}	n_{y2}	<i>mse1</i> (%)	<i>mse2</i> (%)
1	10	1	6	8	10	10	10	1	0.16 ± 0.03	25 ± 9.1
2	4	1	2	7	7	10	10	1	0.15 ± 0.03	26 ± 8.4
3	10	1	4	9	0	5	10	7	0.12 ± 0.05	24 ± 13

Tabla 4.20: Errores *mse1* y *mse2* obtenidos al estimar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador de la resistencia coronaria cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los pacientes del grupo *A*.

Para la identificación del controlador de la resistencia coronaria, del grupo *B* de pacientes, se sigue el mismo proceso que el utilizado para la identificación del controlador del grupo *A*. En la tabla 4.21 se muestran los modelos identificados con el menor error *mse2*, para $M = 4$ términos. La tabla 4.22 presenta los modelos de $M = 5$ términos identificados para los pacientes coronarios pertenecientes al grupo *B*. El menor error promedio de los obtenidos para una estructura común es el modelo número 1 de la tabla. El valor de este error es del $12 \pm 2\%$.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 4$)				mse2 (%)	
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$	paciente 4	paciente 5
1		2	1	1	10	20
2	1	2	1		11	22.5
3		1	2	1	12	23
4	1	1	1	1	12	24
5		2	2		12.5	27
6	1	1	2		19	26.5

Tabla 4.21: Errores mse2 de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia coronaria, a partir de las señales $Q_5(t)$ de los pacientes del grupo B, para los modelos de $M = 4$ términos.

Modelo número	Términos $p_m(t)$ ($M = 5$)				mse2 (%)	
	$x(t - n_{x1})$	$y(t - n_{y1})$	$x(t - n_{x1})x(t - n_{x2})$	$x(t - n_{x1})y(t - n_{y1})$	paciente 4	paciente 5
1	1	2	1	1	10	14
2	2	2	1		11.5	13.5
3		2	1	2	10	14.5
4		2	2	1	10	14.5
5	1	2	2		10	17
6		1	2	2	11	17
7	1	1	1	2	11.5	17
8	2		2	1	15	16

Tabla 4.22: Errores mse2 de los modelos obtenidos en la identificación del controlador de la resistencia coronaria, a partir de las señales $Q_5(t)$ del grupo B de pacientes, para los modelos de $M = 5$.

El estudio realizado para el modelo del controlador de la resistencia coronaria, correspondiente al grupo *B* de pacientes, recomienda seleccionar el modelo con la estructura de cinco términos siguiente

$$y(t) = \theta_0 + \theta_1 x(t - n_{x1}) + \theta_2 y(t - n_{y1}) + \theta_3 y(t - n_{y2}) + \theta_4 x(t - n_{x2})x(t - n_{x3}) + \theta_5 x(t - n_{x4})y(t - n_{y3}) \quad (4.51)$$

Se selecciona esta estructura común, para los pacientes que componen al grupo *B*, debido a la importancia de este control en la regulación del sistema cardiovascular global. Sin embargo no se elige un modelo con mayor número de términos por la dificultad que supone un mayor número de parámetros durante la estimación paramétrica del modelo del sistema cardiovascular.

En la tabla 4.23 se presentan los valores de los retardos n_{xj} y n_{yk} , así como también los valores de los parámetros θ_m estimados durante la identificación del modelo de estructura común (4.51), para las señales de los pacientes 4 y 5.

En la figura 4.22 están representadas las señales de salida del controlador de la resistencia coronaria $Q_5(t)$ para el grupo de pacientes *B* (d, e). Son representadas las señales obtenidas por simulación (s) del modelo identificado y presentado en la ecuación (4.51), con los coeficientes y retardos resumidos en la tabla 4.23, y las señales reales (r) del controlador obtenidas de cada paciente analizado.

La estructura del modelo identificado es común al controlador para los dos pacientes, pero los coeficientes θ_m , y los retardos n_{xj} y n_{yk} difieren de un modelo a otro, tal como se observa en la tabla 4.23. Para hallar los retardos comunes del modelo del controlador se utiliza el mismo método que para los anteriores controladores.

En la prueba 1 de la tabla 4.24 se presentan los parámetros promedio, obtenidos aplicando la ecuación (4.42), de los estimados durante la minimización de *mse1* con las señales de los pacientes 4 y 5, cuando los retardos son los identificados con las señales del paciente 4. El error *mse1* promedio minimizado durante la estimación paramétrica es $0.05 \pm 0.001\%$ y el *mse2* promedio obtenido es $19 \pm 9.3\%$.

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
paciente 4	$2.773330E-2$	$-5.482293E-5$	$0.18212119E+1$	$-8.323304E-1$	$-3.850734E-7$	$-4.658483E-5$
paciente 5	$1.341321E-2$	$3.327749E-5$	$0.18675940E+1$	$-8.833739E-1$	$-4.886417E-7$	$4.072539E-5$

	n_{x1}	n_{y1}	n_{y2}	n_{x2}	n_{x3}	n_{x4}	n_{y3}	mse1 (%)	mse2 (%)
paciente 4	6	1	2	1	4	3	2	0.05	10
paciente 5	2	1	2	2	4	4	10	0.05	14
$\mu \pm \sigma$								0.05 ± 0	12 ± 2

Tabla 4.23: Valores del vector paramétrico θ_m , de los retardos n_{xj} , n_{yk} y del mínimo error cuadrático medio mse1 y mse2, del modelo del controlador de la resistencia coronaria, para las señales de cada paciente del grupo B. Valor medio μ , desviación tipo σ .

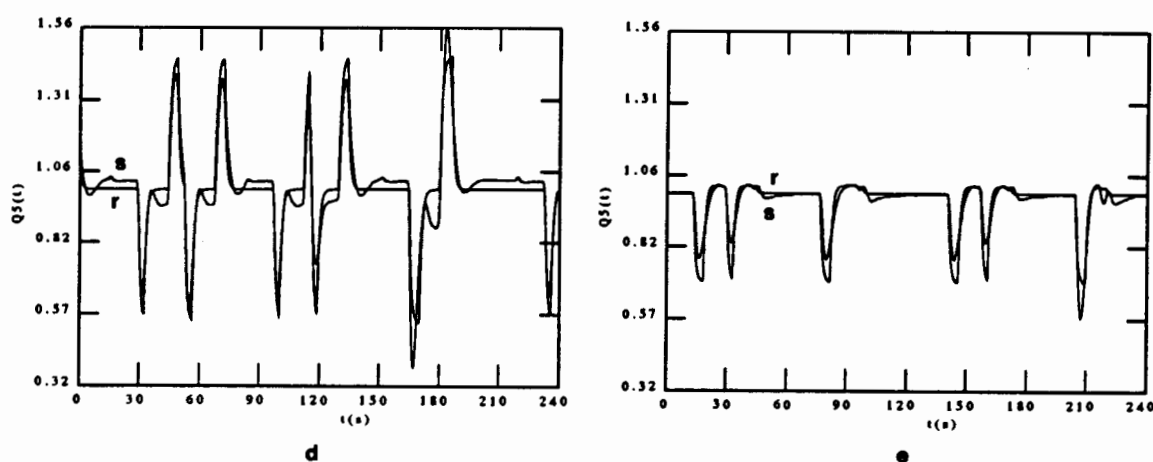


Figura 4.22: Señales $Q_5(t)$, del grupo B de pacientes, real (r) y simulada (s): (d) paciente 4, (e) paciente 5.

Prueba	$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}_1$	$\bar{\theta}_2$	$\bar{\theta}_3$	$\bar{\theta}_4$	$\bar{\theta}_5$
1	$1.85224545E-2$	$-2.51152815E-5$	$0.18508865E+1$	$-8.6056430E-1$	$-2.5658455E-7$	$2.4544963E-5$
2	$1.5770695E-2$	$0.15265350E-5$	$0.1855338E+1$	$-8.6723935E-1$	$-3.4862920E-7$	$3.313440E-6$

Prueba	n_{x1}	n_{y1}	n_{y2}	n_{x2}	n_{x3}	n_{x4}	n_{y3}	$mse1$ (%)	$mse2$ (%)
1	6	1	2	1	4	3	2	0.05 ± 0.001	19 ± 9.3
2	2	1	2	2	4	4	10	0.06 ± 0.001	13 ± 0.89

Tabla 4.24: Errores $mse1$ y $mse2$ obtenidos al estimar los parámetros $\bar{\theta}_m$ del modelo del controlador de la resistencia coronaria cuando los retardos son n_{xj} y n_{yk} , aplicado a las señales de los pacientes.

En la prueba 2 están presentados los parámetros estimados cuando los retardos de la estructura común del modelo son los identificados con las señales del paciente 5, en dicha estructura. Aunque el error $mse1$ es prácticamente el mismo en las dos pruebas, no ocurre así con el error $mse2$. Con los retardos utilizados en la prueba 2 se obtiene, durante la estimación paramétrica, un error $mse2$ promedio menor, de valor $13 \pm 0.89\%$. Por ello los retardos utilizados en esta prueba, y los parámetros estimados y promediados en ella, son los que se utilizan en el modelo del controlador de la resistencia coronaria del grupo B de pacientes.

Como resultado de este estudio presentado, el modelo que define al controlador de la resistencia coronaria, para el grupo de pacientes A , es el que sigue

$$\begin{aligned}
 y(t) = & -2.64852300E-2 + 4.18653066E-4x(t-10) + 0.104006966E+1y(t-1) \\
 & -3.77086933E-7x(t-4)x(t-9) - 6.22576233E-7x(t)x(t-5) \\
 & -4.5901740E-4x(t-10)y(t-7)
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

y el modelo que define al controlador de la resistencia coronaria para el grupo de pacientes B es el siguiente

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 1.5770695E - 2 + 0.15265350E - 5x(t - 2) + 0.1855338E + 1y(t - 1) \\
 & - 8.6723935E - 1y(t - 2) - 3.4862920E - 7x(t - 2)x(t - 4) \\
 & + 3.313440E - 6x(t - 4)y(t - 10)
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Los parámetros promedio $\overline{\theta}_m$ son usados como valores iniciales en la estimación paramétrica del sistema cardiovascular global presentada en el capítulo 5.

4.5.7 Análisis de sensibilidad

Tal como se ha presentado en los capítulos precedentes, el estudio de la sensibilidad de las variables de salida del modelo del sistema cardiovascular es muy importante, para conocer el peso de cada uno de los parámetros de los modelos NARMAX que componen el modelo del SNC de control. El análisis de sensibilidad se realiza sobre las variables P_{ADM} , P_{AM} , P_{AmazM} , F_{CM} y HR_M del modelo del sistema cardiovascular global.

En la tabla 4.25 están resumidos los resultados del estudio de sensibilidad, de las variables antes indicadas, al variar cada uno de los parámetros que componen el modelo paramétrico del SNC de control. El cálculo se realiza siguiendo la misma metodología presentada en el apartado 3.8.1, correspondiente al análisis de sensibilidad cuando el SNC de control está modelado mediante ecuaciones diferenciales.

Debido a que algunos de los valores obtenidos del análisis de sensibilidad son muy elevados, todos los valores S_{ik} de la sensibilidad están normalizados con relación a un valor de 100 para la máxima sensibilidad.

De estos resultados presentados en la tabla 4.25, obtenidos del estudio de la sensibilidad de cada controlador, se observa que los parámetros que presentan una

mayor influencia en la sensibilidad de las variables son: θ_2 del modelo del controlador de la frecuencia cardíaca, θ_1 del controlador de la resistencia periférica, θ_1 del controlador de la contractilidad miocárdica, θ_1 del controlador del tono venoso, θ_2 del controlador de la resistencia coronaria perteneciente al grupo *A* y θ_2 al grupo *B*. Todos estos coeficientes corresponden a un término lineal recursivo. Estos resultados de la sensibilidad son muy importantes para la etapa de estimación paramétrica del modelo cardiovascular global.

Parámetros P_k	Sensibilidad relativa					SNC de control
	P_{ADM}	P_{AM}	P_{AmazM}	FCM	HR_M	
θ_0	0.03±0.03	0.03±0.03	0.04±0.02	0.09±0.05	0.2±0.005	Controlador de la frecuencia cardíaca
θ_1	0.004±0.005	0.01±0.006	0.02±0.01	0.05±0.03	0.004±0.002	
θ_2	0.09±0.13	0.16±0.11	0.27±0.1	0.78±0.47	2.8±0.14	
θ_3	0.01±0.02	0.08±0.08	0.16±0.15	0.29±0.07	0.41±0.03	
θ_4	0.01±0	0.01±0.002	0.004±0.003	0.03±0.01	0.04±0.01	
θ_0	0.06±0.04	0.15±0.02	0.07±0.03	0.53±0.06	0.23±0.01	Controlador de la resistencia periférica
θ_1	0.09±0.11	0.51±0.12	0.16±0.09	0.99±0.02	0.13±0.06	
θ_2	0.01±0.01	0.04±0.01	0.03±0.02	0.16±0.04	0.01±0.005	
θ_0	0±0	0.04±0.03	0.11±0.04	0.11±0.09	0.01±0.005	Controlador de la contractilidad miocárdica
θ_1	0±0	1.53±0.79	1.98±0.78	5.2±2.3	0.42±0.22	
θ_2	0±0	0.01±0.008	0.02±0.01	0.04±0.02	0±0	
θ_0	0.01±0.01	0.09±0.06	0.12±0.07	0.28±0.11	0.02±0.01	Controlador del tono venoso
θ_1	0.45±0.57	2.9±0.49	3.3±0.44	5.3±0.46	0.67±0.19	
θ_2	0.04±0.04	0.03±0.003	0.04±0.02	0.11±0.03	0.01±0.01	
θ_0	0.001±0.003	0.001±0.002	0.002±0.001	0.74±0.09	0±0	Controlador de la resistencia coronaria (Grupo A)
θ_1	0±0	0.001±0.002	0.001±0.002	0.43±0.01	0±0	
θ_2	0±0	1.6±2.6	0.67±1.1	100±0	0±0	
θ_3	0±0	0±0	0±0	0.74±0.37	0±0	
θ_4	0±0	0±0	0±0	0.39±0.11	0±0	
θ_5	0±0	0.02±0.02	0.005±0.01	1.7±0.88	0±0	
θ_0	0±0	0.001±0.002	0±0	0.30±0.01	0±0	Controlador de la resistencia coronaria (Grupo B)
θ_1	0±0	0±0	0±0	0.02±0.005	0±0	
θ_2	0±0	0.19±0.13	0.05±0.04	90±8	0±0	
θ_3	0±0	0±0	0±0	6.5±0	0±0	
θ_4	0±0	0.004±0.005	0.005±0.007	0.36±0.12	0±0	
θ_5	0±0	0±0	0±0	0.01±0.004	0±0	

Tabla 4.25: Resultados del análisis de sensibilidad relativa de las variables de salida del modelo del sistema cardiovascular: presión de la aurícula derecha media P_{ADM} , presión aórtica media P_{AM} , presión aórtica máxima media P_{AmazM} , flujo coronario medio FCM y frecuencia cardíaca media HR_M , durante las fases consideradas de la maniobra de Valsalva: maniobra de pre-Valsalva, fase II y fase IV.

4.6 Conclusiones

En el presente capítulo se presenta el modelado paramétrico no lineal del Sistema Nervioso Central (SNC) de control mediante la expansión funcional de la señal de salida del sistema en términos de las entradas y salidas en instantes de tiempo anteriores. La expansión funcional se realiza utilizando un algoritmo de ortogonalización. En esta aproximación, cada modelo, cuya entrada es la presión del seno carotídeo $P_{SC}(t)$ y cuya salida es cada uno de los controladores $T_{TOT}(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$ y $Q_5(t)$ del sistema cardiovascular, es construido mediante una ecuación en diferencias y sus parámetros son estimados usando este algoritmo de ortogonalización.

Se ha desarrollado un método para realizar una búsqueda ortogonal rápida, con el fin de identificar sistemas no lineales de estructura desconocida. Las aportaciones de esta técnica permiten calcular los modelos de ecuaciones en diferencias más rápidamente, sin tener que crear explícitamente las funciones ortogonales. Así mismo se ha diseñado una metodología para determinar una estructura de cada controlador común para todos los pacientes, seleccionando en una primera etapa los términos del modelo y en una segunda los retardos específicos para cada uno de ellos.

La elección del modelado paramétrico se debe a que con la metodología elaborada la identificación es más rápida que en el modelado no paramétrico, y el modelo obtenido es más compacto que los modelos no paramétricos.

Los criterios considerados para la elección de los modelos son una solución de compromiso entre el menor error cuadrático medio $mse2$ y el menor número de coeficientes. Los parámetros de los modelos identificados son estimados eficientemente, y se observa que difieren entre los diferentes controles con una gran variabilidad. El SNC de control del sistema cardiovascular es modelado mediante modelos NARMAX, ARX, AR y MA. Los resultados obtenidos muestran que los modelos NARMAX presentan una mejor aproximación al sistema real que los modelos AR, MA y ARX. Esto muestra claramente que para un número dado de términos los modelos AR, MA y ARX no pueden describir tanta información del

SNC de control como lo permiten los modelos NARMAX.