

# **Comportamiento a la fractura de composites con matriz de poliestireno**

*Memoria que para optar el grado de Doctor en Ciencia de Materiales e Ingeniería  
Metalúrgica presenta:*

**OMAR ACONELTZIN JIMÉNEZ AREVALO**

*Director:*

**ANTONIO MARTÍNEZ BENASAT**

DEPARTAMENT DE CIÈNCIA DELS MATERIALS I ENGINYERIA METAL·LURGICA



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA**

Barcelona, diciembre de 2002



A Kary,  
por su apoyo y amor.

A mis padres,  
por su apoyo incondicional

A México,  
lugar de contrastes, fuente de mis raíces y  
tierra de promesa y esperanza



# AGRADECIMIENTOS

Mi más profundo y sincero agradecimiento al Profesor Antonio Martínez Benasat, quien ha guiado mis estudios a lo largo de este ciclo que termino.

Al Departamento de Ciencia de los Materiales e ingeniería Metalúrgica de la Universidad Politécnica de Cataluña en general, con especial mención del Profesor José Manuel Prado Pozuelo, coordinador del programa de doctorado, por su plena disposición y amabilidad para con nosotros los estudiantes.

Al Centre Català del Plàstic, por permitirme desarrollar mi trabajo doctoral como parte de su comunidad, proporcionándome no solo sus instalaciones y el material necesario para mi investigación, sino también la experiencia de presenciar su evolución y ser participe de su desarrollo. Una mención aparte merece su lado humano, donde tantos compañeros y amigos nos encontramos en sus recintos, creando la convivencia entre personas de muchos orígenes con el propósito de la investigación en común. A “nuestra” secretaria Conchi, por todo cuanto me ayudó. A los profesores (Lluisa, Tony, Miguel, Nacho, Orlando) y a los compañeros (por nombrar a algunos de los muchos: Filipa, Johan, Andres, Cedric, Abdenur, David A., Cesc, Olga, David L.) en especial a José Gamez por sus breves pero acertadas aportaciones a este trabajo.

Un reconocimiento a dos grandes amigos que me tocó conocer en mi estancia en el CCP: Julio Acosta y Haritz Ferrando, quienes me apoyaron en todo momento durante esta estancia lejos de mi patria.

Agradezco a la Agencia Española de Cooperación Internacional por la concesión de la beca de estudios doctorales actualmente dentro del programa de becas MAE, capítulo IV.

Agradezco el soporte del CIATEQ (México) y su interés en el desarrollo de mi formación doctoral.

Por último, a todos los que de alguna forma u otra me dieron la mano para ayudarme a ser más humano y me brindaron su amistad. Un recuerdo especial a Quino e Ysabel.

Un homeneja molt especial a aquesta terra anomenada Catalunya, per donar-me la oportunitat de viure altra forma de concebre el mon.



## RESUMEN

El objetivo de este trabajo se centra en la evaluación de las propiedades mecánicas de materiales poliméricos a altas velocidades de sollicitación, planteándose para ello el uso de modelos no lineales y no conservativos que representen los procesos de flexión e indentación durante el impacto.

En esta línea, se plantean varios modelos consistentes en sistemas de muelles y amortiguadores capaces de representar el comportamiento de un material bajo condiciones establecidas, cuantificando las pérdidas de energía mediante el coeficiente de restitución.

Se ha obtenido la solución analítica en los modelos de flexión pura, y en aquellos que involucran procesos de indentación, dada la no linealidad del resorte hertziano, se recurre a la utilización del método numérico de Runge-Kutta de 4º orden para la resolución de los sistemas.

Para la comprobación de la funcionalidad de los modelos propuestos, se ha estudiado una serie de compuestos de matriz polimérica y fases dispersas tanto rígidas como elastoméricas. Con este fin se elaboraron varias mezclas de Poliestireno (PS) y Poliestireno de Alto Impacto (HIPS), algunas de ellas con adición de microesferas de vidrio.

Se han realizado ensayos de impacto de caída de dardo con cabezales semiesféricos y semicilíndricos, variando la velocidad de caída, la masa del impactor y la geometría del indentador. De igual forma, se ha llevado a cabo ensayos de trabajo esencial de fractura y tensión, correlacionando los resultados con los diversos comportamientos que los materiales registraron durante los ensayos de impacto.

Se ha comprobado la validez de determinados modelos y su capacidad para poder evaluar las propiedades mecánicas de los materiales estudiados y representar su comportamiento, siendo sensible el método la iniciación del daño dentro de los materiales.

Se concluye la viabilidad del método propuesto y su funcionalidad para la evaluación de materiales.

## SUMMARY

The objective of this work is centered in the polymeric materials mechanical properties evaluation at high deformation rates, proposing the use of non-linear and non-conservative models, representing the indentation and flexure processes due the impact.

In this order, several models drawing with spring and dashpot systems able to represent the material behavior in the established conditions are proposed, measuring the energy lost with the restitution coefficient.

Analytical solutions for the pure flexions models had been obtained, and in the case of them involving indentation processes, due the non-linearity of the hertzian spring, the 4<sup>th</sup> order Runge-Kutta numeric method is used to solve the systems.

In order to prove the proposed models functionality, a polymer matrix composite with rigid and elastomeric dispersed phases had been studied. In this order, different Polystyrene and High impact polystyrene mixtures were elaborated, and glass bead was added in some series.

Falling weight impact test with semi spherical and semi cylindrical indenters had been realized, where the impact velocity, impactor mass and indenter geometry were changed. In the same way, essential work of fracture and tension tests had been made, establishing a correlation between the results with the materials performance registered during the impact test.

The validity and the mechanicals properties evaluation and behaviour representation capacity of some models had been prove, showing that the method is sensible to damage initiation inside the materials.

The proposed method viability and materials evaluation functionality was concluded.



# ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>I</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>III</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>IV</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>V</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Justificación .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Estado del arte.....</b>	<b>3</b>
1.2.1 Generalidades .....	3
1.2.1 Ensayos de impacto.....	4
1.2.1.1 Bases .....	4
1.2.1.2 Ensayos de baja energía.....	8
1.2.1.3 Geometrías. ....	9
1.2.1.3.1 <i>Importancia en el estudio.</i> .....	9
1.2.1.3.2 <i>Geometría Charpy sin entallar.</i> .....	9
1.2.1.3.3 <i>Geometría de caída de dardo.</i> .....	11
1.2.2 Fractura y plasticidad.....	12
1.2.2.1 Plasticidad.....	12
<i>Criterio de Tresca-Saint Venant</i> .....	12
<i>Criterio de Von Mises</i> .....	14
1.2.2.2 Mecanismos de la fractura en polímeros .....	14
1.2.2.3 Desarrollo de la fractura en polímeros con partículas.....	20
1.2.2.4 Trabajo esencial de fractura (EWF) .....	22
1.2.3 Modelos del proceso de impacto .....	25
<b>1.3 Objetivos:.....</b>	<b>27</b>

1.4 Estructura del trabajo.....	28
<b>TÉCNICAS EXPERIMENTALES. ....</b>	<b>33</b>
2.1 Preparación de las muestras.....	33
2.2 Ensayos a baja velocidad de deformación. ....	33
2.2.1 Puntos generales .....	33
2.2.2 Ensayos de tracción.....	34
2.2.3 Trabajo esencial de fractura.....	34
2.3 Ensayos a alta velocidad de deformación .....	36
2.3.1 Puntos generales .....	36
2.3.2 Coeficiente de restitución.....	40
2.3.3 Ensayos de flexión en impacto .....	41
2.3.3.1 Flexión de barras prismáticas (Charpy).....	41
2.3.3.2 Flexión de platos .....	42
2.3.3 Ensayos de indentación en impacto .....	42
<b>MATERIALES .....</b>	<b>47</b>
3.1 Poliestireno .....	47
3.2 Poliestireno de Alto Impacto (HIPS) .....	50
3.3 Microesferas de vidrio.....	52
3.4 Preparación de las mezclas de Polímeros. ....	53
3.5 Fabricación de las probetas .....	56
3.6 Caracterización de las mezclas.....	56
3.6.1 Calcinación.....	56
3.6.2 Calorimetría diferencial de barrido. ....	57
3.6.3 Microscopía.....	57
<b>MODELOS .....</b>	<b>61</b>
4.1 Generalidades.....	61

<b>4.2 Modelo analítico de Flexión.....</b>	<b>61</b>
4.2.1 Conservativo.....	61
4.2.2 No conservativo: serie.....	64
4.2.3 No conservativo: paralelo.....	68
<b>4.3 Indentación.....</b>	<b>72</b>
4.3.1 Modelo conservativo.....	72
4.3.2 No conservativo: serie.....	75
4.3.2.1 Desarrollo del modelo.....	75
4.3.2.2 Resolución numérica.....	76
4.3.2 No conservativo: paralelo.....	88
4.3.2.1 Desarrollo del modelo.....	88
4.3.2.2 Resolución numérica.....	89
<b>4.4 Flexión más indentación.....</b>	<b>95</b>
4.4.1 Generalidades.....	95
4.4.2 Modelo de indentación +flexión en paralelo.....	96
4.4.2.1 Desarrollo del modelo.....	96
4.4.2.1 Resolución numérica.....	98
4.4.3 Modelo de indentación +flexión en serie.....	108
4.4.3.1 Desarrollo del modelo.....	108
4.4.3.2 Resolución numérica.....	111
<b>RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN.....</b>	<b>125</b>
<b>5.1 Generalidades.....</b>	<b>125</b>
<b>5.2 Ensayos de tracción.....</b>	<b>125</b>
<b>5.3 Ensayos de mecánica de la fractura.....</b>	<b>128</b>
5.3.1 Preliminares.....	128
5.3.2 Aplicación de la teoría de la plasticidad.....	129
5.3.3 Trabajo esencial de fractura-geometría SENB.....	130

5.3.4 Trabajo esencial de fractura-geometría DENT (ESIS).....	133
<b>5.4 Flexión en impacto .....</b>	<b>136</b>
5.4.1 Preliminares .....	136
5.4.2 Pérdidas de energía (Coeficiente de restitución).....	137
5.4.3 Resultados .....	140
5.4.3.1 Ensayos multiaxiales.....	140
5.4.3.1 Ensayos uniaxiales.....	145
5.4.4 Aplicación del modelo de flexión pura.....	150
5.4.4.1 Ensayos multiaxiales.....	150
5.4.4.1 Ensayos uniaxiales.....	157
<b>5.5 Resultados indentación .....</b>	<b>164</b>
5.5.1 modelo serie.....	164
5.5.1.1 influencia del material.....	164
5.5.1.2 Influencia de la masa del impactor .....	171
5.5.1.3 Influencia del diámetro del indentador.....	172
5.5.1.4 Influencia del espesor de la muestra.....	174
5.5.1.5 Resumen .....	176
5.5.2 Modelo paralelo.....	176
<b>5.6 Resultados flexión + indentación .....</b>	<b>178</b>
5.6.1 consideraciones .....	178
5.6.2 Modelo Serie .....	179
5.6.3 Modelo flexión+indentación paralelo+serie.....	193
5.6.3 Modelo flexión+indentación paralelo+serie.....	194
<b>5.7 Comparación de los resultados obtenidos .....</b>	<b>197</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>203</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>207</b>

---

---

# *CAPÍTULO 1*

---

---

## *Introducción*

En este capítulo se hace una breve revisión de los fundamentos de este trabajo, del estado del arte en el desarrollo de modelos del proceso de impacto y de su importancia en términos del estudio de la ciencia de materiales. Finalmente se establecen los objetivos y se explica la distribución de la presente memoria.



# **INTRODUCCIÓN**

## **1.1 Justificación**

Dentro del estudio de los materiales, el comportamiento a impacto de los plásticos y plásticos reforzados cobra cada día más relevancia, en parte como consecuencia de la creciente utilización de estos materiales en aplicaciones que exigen mayores prestaciones de los mismos.

Desde la aparición de los polímeros sintéticos a la fecha, son muchas las áreas donde se han aplicado, y la facilidad para poder transformar estos materiales los han hecho atractivos en campos donde hasta hace poco se utilizaban metales. Han sido los avances en el conocimiento de su comportamiento lo que han permitido ampliar la gama de usos que se les da, y es por ello que el desarrollo de nuevos conocimientos en torno a los mismos cobra relevancia.

El mejoramiento de los polímeros con diferentes tipos de reforzamiento para formar materiales compuestos (o *composites* en inglés), es una de las formas que se ha desarrollado para la mejora de las propiedades de estos materiales, permitiendo en cierta medida “diseñar” el material a usar.

Sin embargo, para poder utilizar con confianza estos materiales, es necesario conocer mejor su comportamiento, en especial cuando se pretende utilizarlos en piezas críticas o que exijan una mayor prestación de las propiedades del material. De esta manera, se refuerza la necesidad de continuar el desarrollo del conocimiento que de estos materiales se tiene.

## **1.2 Estado del arte.**

### **1.2.1 Generalidades**

Los procesos de fractura en materiales poliméricos dependen en gran manera de las propiedades del material y, dado que los polímeros no tienen una estructura cristalina parecida a la de los metales o los cerámicos, la aparición de determinados tipos de mecanismos y la ausencia de otros hace que su estudio sea más complejo.

Si bien es cierto que los polímeros pueden presentar cierta estructura cristalina, la presencia de las macromoléculas hace que su acomodamiento y fuerza de cohesión sea distinta a la de las otras familias de materiales, influyendo de esta forma en sus propiedades mecánicas.

De hecho, un polímero puede muchas veces considerarse un fluido, con lo cual todos sus mecanismos de deformación dependen del tiempo. La presencia de términos viscosos dentro de la modelización de sus propiedades implica una dimensión temporal por lo regular no utilizada en otros materiales.

Se han realizado muchos estudios de fractura en polímeros, como lo asientan en sus trabajos Sanchez-S.[1] y Sullcahuaman[2]. Estos estudios se han hecho tanto con procesos cuasiestáticos como con procesos de alta velocidad de sollicitación.

Cuando se trabaja con materiales poliméricos a altas velocidades de sollicitación los efectos viscoelásticos de los mismos se vuelven despreciables, dado que estos fenómenos dependen de una componente temporal y en condiciones de impacto el tiempo consumido por dicho evento es mínimo.

Por lo anterior las pruebas de impacto son atractivas a la hora de evaluar el comportamiento de piezas hechas con plásticos de ingeniería. Sin embargo, el fenómeno de impacto dentro del campo de los polímeros es poco conocido.

De hecho, uno de los principales problemas de las técnicas de impacto es su alta dependencia respecto a los factores geométricos de la pieza ensayada, lo cual hace que los parámetros evaluados no sean una característica intrínseca del material, lo que limita en gran medida la utilidad de la información obtenida.

Por otro lado, el estudio del fenómeno de impacto en la actualidad se realiza por medio de sistemas instrumentados, lo que permite obtener más información que la energía absorbida por el impacto que proporcionaban los sistemas enteramente analógicos. Esta información que nos permite suponer lo que ocurre en el material, y nos posibilita discriminar los fenómenos dinámicos debidos al impacto de la energía absorbida y recuperada por el material. Esto nos permite diferenciar el comportamiento de 2 materiales que puedan consumir la misma energía en un fenómeno de este tipo[3].

## **1.2.1 Ensayos de impacto**

### **1.2.1.1 Bases**

Los ensayos de impacto han sido ampliamente utilizados para poder conocer las propiedades de los materiales a altas velocidades de sollicitación. Durante varios años se han utilizado diferentes técnicas analógicas basadas en el cálculo de la energía



absorbida y el daño del material para, en base a ellos, inferir el comportamiento del mismo.

Sin embargo, la aparición de sistemas instrumentados ha permitido un mayor rango de aplicación de estos ensayos, dado que se pueden determinar parámetros importantes del material a altas velocidades. La disponibilidad de equipos comerciales, junto con la necesidad de obtener información bajo condiciones de impacto han ocasionado su rápida popularización.

Existen una gran variedad de ensayos de impacto, los cuales se pueden clasificar a grosso modo según una propuesta de Tuner[4] en 3 métodos básicos:

- Impacto-Tracción
- Flexión de barras prismáticas
- Flexión de discos, placas o piezas

Dentro de esta clasificación se contemplan la mayoría de los ensayos de impacto, aunque puede excluir algunos ensayos que se realizan a muy altas velocidades de deformación.

El hecho que en los materiales compuestos puedan presentarse daños internos en el material que no sean necesariamente visibles desde el exterior, ha impulsado el estudio del impacto de cuerpos externos sobre estos materiales. S. Abrate[5] refiere diversos criterios para calificar el tipo de impacto que se tenga, clasificándolo por medio de la velocidad. Los impactos de baja velocidad se toman por lo regular cuando se tienen velocidades del proyectil o cuerpo que se impacte abajo de los 100 m/s . Si las velocidades son arriba de 1 Km/h se dice que son impactos a hipervelocidad.

Para algunos investigadores los impactos a alta velocidad serán aquellos donde se registre una completa penetración de blanco, mientras que para otros se presentan cuando la deformación de la estructura se localiza en un zona pequeña alrededor del área de contacto. En esta tónica, los impactos de baja velocidad se presentarían cuando la estructura completa del material se deforma como ondas que se propagan hasta las fronteras y se reflejan varias veces.

Para este trabajo, solamente son de interés los impactos de baja velocidad, los cuales han sido desarrollados ampliamente en varias modalidades. S. Abrate[5] clasifica los estudios realizados en la siguiente forma:

- Estudios experimentales
- Análisis simplificados
- Leyes de indentación
- Análisis de impacto de baja velocidad
- Escalamiento
- Estudios experimentales del daño del impacto
- Daño
- Efectos de las propiedades del material
- Efectos de las secuencias de apilamiento del material y de la forma del blanco
- Predicción de daño
- Propiedades residuales

También señala que gran parte de los experimentos se han realizado con la ayuda de torres de impacto por pesos en caída libre (regularmente esferas) cuando las masas son pequeñas o bien guiados por rieles para asegurar una trayectoria, cuando las masas son mayores. La medición del comportamiento se ha hecho por diferentes métodos; ejemplo, Hodgkinson[6] utilizó un velocímetro láser doppler para medidas precisas del dardo durante el tiempo de contacto. Otros han usado interferometría láser para determinar los desplazamientos. También se pueden tener proyectiles instrumentados con sensores que permitan la obtención de datos de aceleración y fuerza al momento de impacto.

Algunos experimentos se han realizado con la finalidad de determinar el tipo de ondas presentes en un fenómeno de impacto y cuales dominan. Esto ha sido útil para la construcción de modelos matemáticos y técnicas experimentales. S. Abrate[5] refiere el trabajo de varios investigadores en esta línea, como Ross y Sierakowski, Aprahamian y Takeda

Los ensayos de flexión de barras prismáticas han sido los más difundidos. En general estos ensayos consisten en impactar una probeta de forma lateral, mientras esta está sujeta por un extremo o bien apoyada en ambos, aplicando el golpe en el extremo libre o en la parte central respectivamente. De este tipo de ensayos, los más comunes son el Izod y el Charpy, en los cuales las probetas están normalizadas y lo más frecuente es utilizar equipos de péndulo (figura 1.1).

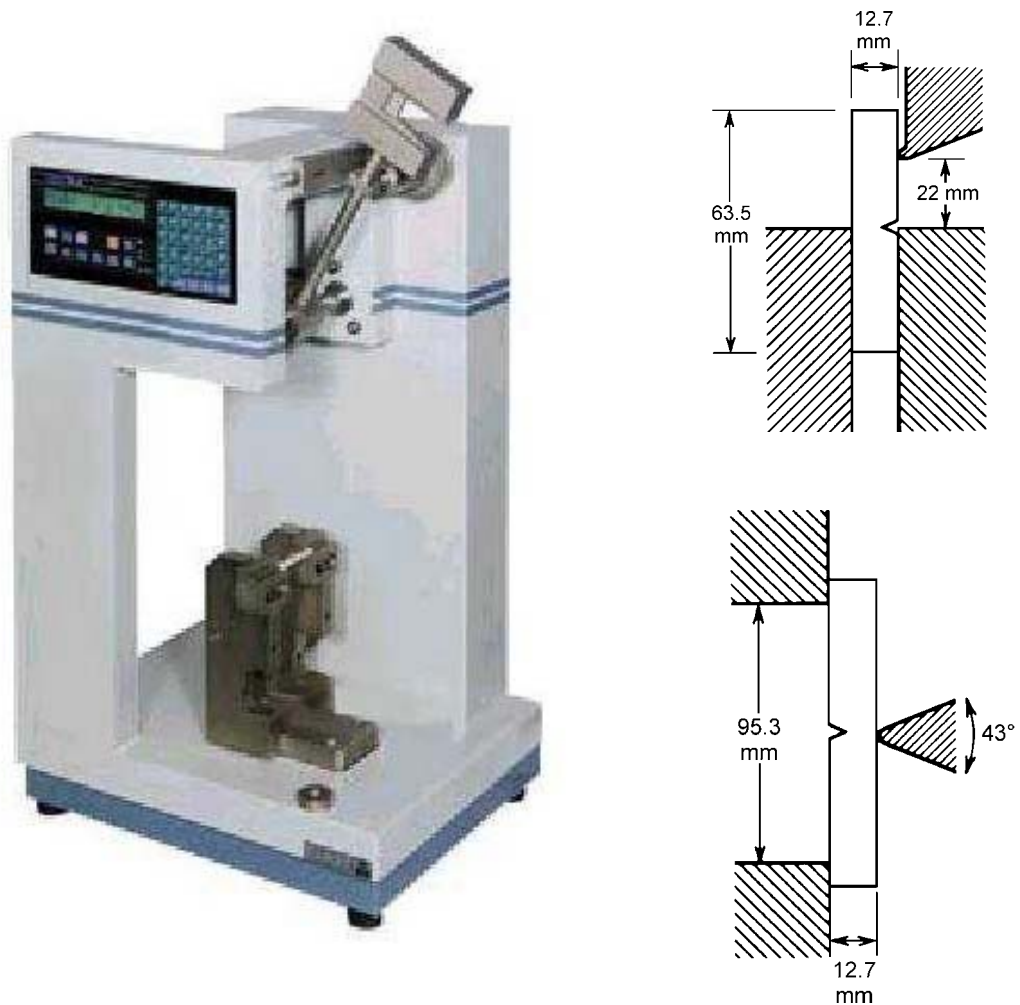


Figura 1.1. Equipo pendular para ensayos Charpy e Izod y esquema de probetas: arriba derecha: ensayo Izod, abajo derecha: ensayo Charpy

En lo referente a los ensayos de impacto tracción, se somete una probeta de tipo halterio a altas velocidades de sollicitación (en el orden de metros por segundo), mucho mayores que aquellas alcanzadas por los equipos de tracción convencionales. Para ello se utilizan diferentes equipos que permitan conseguir velocidades elevadas, tales como cuerpos acelerados por pistones neumáticos, cuerpos que caen o equipos pendulares similares a los usados en ensayos charpy adaptados, siendo estos los más frecuentes.

En el último método, se solicita la flexión de piezas, placas o discos de material plástico por medio del impacto ocasionado por un dardo, bola o masa acelerado por una caída libre o impulsado por algún sistema (cilindros neumáticos, resortes). En este caso la probeta o pieza puede estar libremente apoyada o bien sujeta. Dentro de estos ensayos hay varios que están normalizados, siendo los más comunes del tipo de caída de dardo, referidos comúnmente por la forma anglosajona de "Falling weight" (figura 1.2).

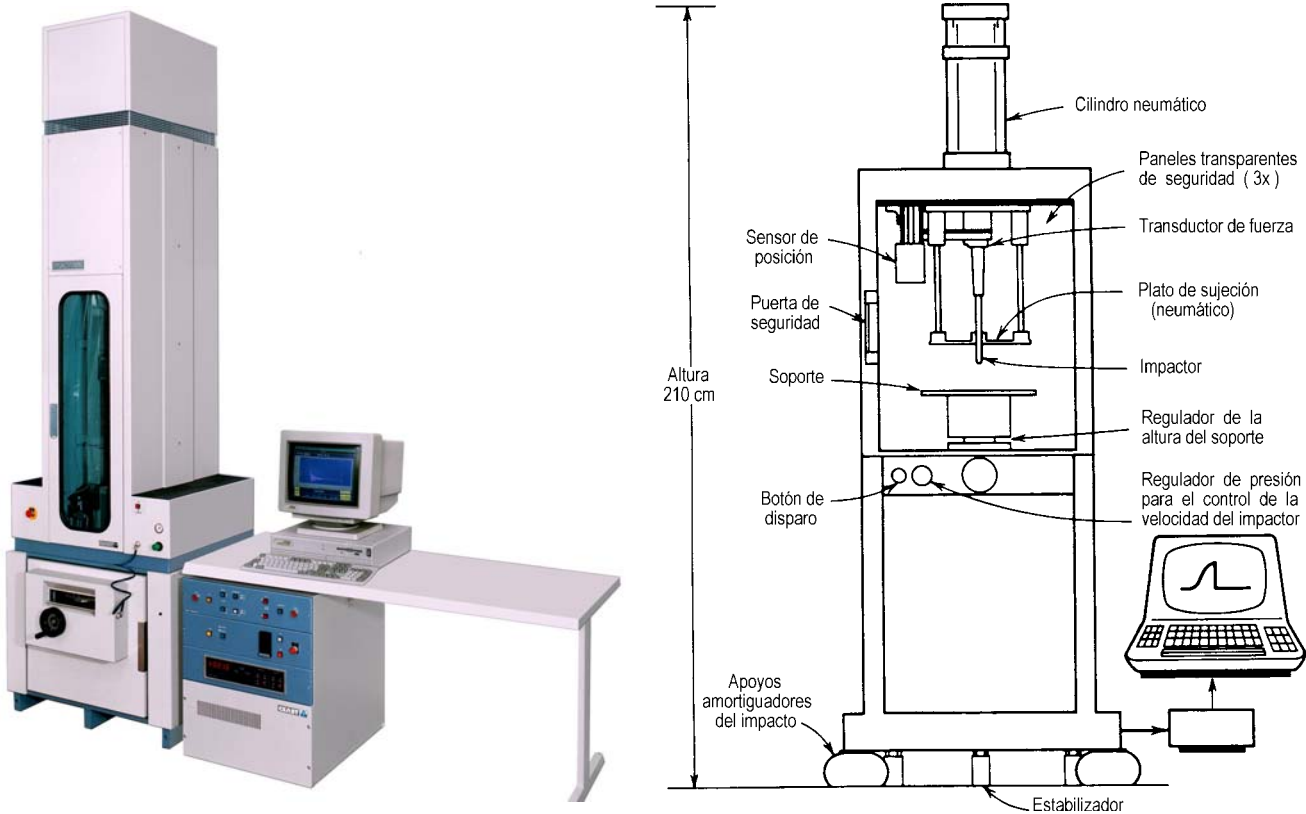


Figura 1.2. Equipo de caída de dardo instrumentado y configuración básica de estos sistemas

En los dos primeros casos se tienen ensayos de tipo uniaxial, por lo que es necesario el obtener probetas con diferentes orientaciones del material, ya que los polímeros son materiales no isotrópicos. En contraste, para el tercer caso, se tienen ensayos multiaxiales, permitiendo incluso el ensayo de piezas enteras.

### 1.2.1.2 Ensayos de baja energía.

Se han aplicado las técnicas de baja energía de manera satisfactoria en el estudio de nucleación y propagación de grietas en plásticos y materiales compuestos. En esta técnica no se pretende la destrucción del material, sino ocasionar un daño en función de la energía disponible en el impactor, lo que hace que esta energía sea mucho menor que la habitualmente usada en las demás técnicas de impacto.

Las técnicas de baja energía no son nuevas, y su antecedente analógico refiere a un método donde se encontraba la energía donde la posibilidad de fallo de una probeta era del 50%, empleándose solamente en la configuración de flexión de platos, utilizándose para ello un dardo o bola en caída libre. El principal problema de esta técnica radica en como considerar el fallo de una probeta, ya que se pueden considerar como no falladas, probetas con cierto nivel de daño, lo que involucra un elemento subjetivo en la apreciación del comportamiento. Todo ello aunado a la gran

cantidad de muestras necesarias para poder realizar el ensayo ha hecho que esta técnica vaya cayendo en desuso.

Sin embargo, dado que en los polímeros y compuestos los daños poco perceptibles pueden dar lugar a fallos del material, la necesidad de estudiar los impactos de baja energía cobra especial relevancia. Cabe recordar que incluso impactos ligeros pueden provocar un daño invisible dentro de las piezas.

Por otro lado, los sistemas instrumentados que permiten seguir la historia completa del contacto entre el impactor y la pieza se han desarrollado para las técnicas con exceso de energía, lo que ha simplificado el cálculo de la energía absorbida por medio de las curvas de fuerza-tiempo. No obstante, estos sistemas permiten variar las velocidades de impacto así como la masa del dardo, lo que permite golpear las muestras con energías limitadas, inferiores a la necesaria para los procesos de fractura, dando lugar a una opción para poder analizar los procesos de iniciación y propagación del daño, así como ensayos de fatiga debidos a impactos sucesivos.

### **1.2.1.3 Geometrías.**

#### *1.2.1.3.1 Importancia en el estudio.*

Uno de los propósitos del estudio del comportamiento a impacto de los materiales compuestos mediante las técnicas de baja energía, es el de estudiar las posibilidades de predecir la respuesta del material en el campo elástico. Además para aplicar los modelos precedentes necesitamos conocer la rigidez equivalente de la probeta. Para ello estudiaremos la respuesta en el campo elástico de los de las más habituales geometrías de ensayo, la geometría Charpy sin entalla, y la geometría del método de caída de dardo sobre discos.

#### *1.2.1.3.2 Geometría Charpy sin entallar.*

La geometría Charpy sin entallar se esquematiza en la figura 1.3. Su respuesta elástica se puede obtener al aplicar la teoría elemental[7] de la elasticidad para vigas, de sección uniforme, simplemente apoyadas y cargadas en el centro, lo que lleva implícito determinadas suposiciones: que el material de la viga es uniforme, linealmente elástico, y que las secciones planas de la viga permanecen planas y normales a las fibras longitudinales después de la deflexión (hipótesis básica de la teoría Bernoulli-Euler de vigas)

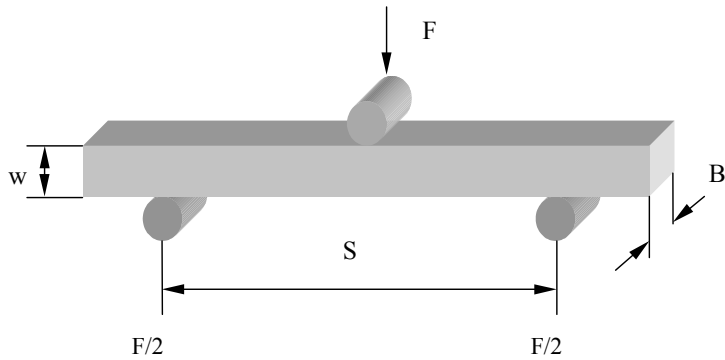


Figura 1.3. Geometría Charpy sin entallar.

Al aplicar una carga en el centro de la probeta simplemente apoyada, la deflexión en el centro de la probeta viene dada por:

$$\alpha = \frac{FS^3}{48EI} \quad (1.1)$$

donde S es la distancia entre apoyos, E es el módulo elástico e I el segundo momento de área de la sección recta de la probeta respecto del eje neutro.

Para la probeta de sección rectangular de anchura W y espesor B:

$$I = \frac{BW^3}{12} \quad (1.2)$$

luego:

$$\alpha = \frac{FS^3}{4BW^3E} \quad (1.3)$$

y la tensión máxima de tracción, que ocurre en el punto opuesto al de aplicación de la carga, viene dada por:

$$\sigma = \frac{3FS}{2BW^2} \quad (1.4)$$

Si se considera el efecto del esfuerzo cortante en el punto de acción de la carga concentrada:

$$\alpha = \frac{FS^3}{48EI} + \frac{FS}{2W} \left( \frac{3}{4G} - \frac{3}{10E} - \frac{3\nu}{4E} \right) - 0.21 \frac{F}{E} \quad (1.5)$$

donde  $G$  es el módulo de cizalla

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.6)$$

y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson.

La rigidez equivalente de la probeta será:

$$K = \frac{F}{\alpha} \quad (1.7)$$

### 1.2.1.3.3 Geometría de caída de dardo.

La geometría del método de caída de dardo sobre discos se esquematiza en la figura 1.4. La respuesta elástica se puede obtener aplicando la teoría estándar para la deflexión elástica de discos circulares cargados en el centro y simplemente soportados[8].

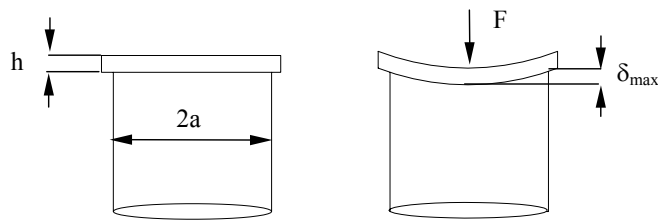


Figura 1.4. Geometría del método de caída de dardo.

La deflexión máxima  $\alpha$  al aplicar una fuerza  $F$ , en el centro de un disco circular de espesor  $h$  y radio  $a$ , simplemente apoyado, ocurre en el centro del disco y viene dada por:

$$\alpha = \frac{(3 + \nu)Fa^2}{16\pi(1 + \nu)D} \quad (1.8)$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson y  $D$  es la rigidez de flexión del disco:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (1.9)$$

Si la concentración de carga es puntual en un punto de aplicación, la máxima tensión de tracción ocurre en el centro de la superficie inferior del disco y su valor se aproxima por la relación:

$$\sigma = \frac{F}{h^2} \left[ (1 + \nu) \left( 0.485 \log \frac{a}{h} + 0.52 \right) + 0.48 \right] \quad (1.10)$$

Para la geometría esquematizada en la figura 1.4, la teoría para la deformación elástica de discos, se cumple si el disco es suficientemente delgado (la relación entre el espesor y el diámetro es menor de 0.2)

La rigidez equivalente de la probeta viene dada también por la ecuación 1.7.

En los ensayos de baja energía, si la deflexión es pequeña, la energía potencial adicional del impactor a causa de la deflexión puede despreciarse.

## 1.2.2 Fractura y plasticidad

### 1.2.2.1 Plasticidad

En pro del estudio del comportamiento plástico de los materiales es necesario definir el instante en que estos dejan de comportarse en una forma predominantemente elástica.

Vedia[9] define la plasticidad como “la propiedad que permite a los materiales ser deformados en forma continua sin rotura”, lo cual se produce cuando se presentan tensiones lo suficientemente elevadas. En este proceso, cuando cambia el material de un comportamiento elástico a uno plástico se dice que el material ha iniciado la fluencia, lo que hace necesario determinar en que momento un material que se encuentre sometido a un campo complejo de tensiones presente este comportamiento. Ello da lugar a la existencia de criterios para la determinación del límite entre el campo elástico y el plástico o límite de fluencia.

#### *Criterio de Tresca-Saint Venant*

Derivado de trabajos de en materiales metálicos, Tresca sugirió que cuando un material alcanza el estado de fluencia, la tensión de corte en todos los puntos tiene el mismo valor que será

$$K = \frac{Y_t}{2} \quad (1.11)$$

donde  $Y_t$  es la tensión de fluencia que corresponde a un ensayo de tracción simple.

A partir de determinados desarrollos y consideraciones matemáticos podemos observar que las tensiones tangenciales sobre los planos que bisectan los planos



principales y contienen a los ejes principales 1, 2 y 3 (figura 1.5) se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} |T_1| &= \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \\ |T_2| &= \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \\ |T_3| &= \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \end{aligned} \quad (1.12)$$

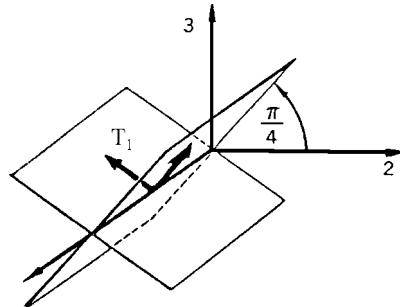


Figura 1.5 Tensiones tangenciales

Las tensiones tangenciales (o tensiones tangenciales principales)  $T_1$ ,  $T_2$ , y  $T_3$  adquieren valores extremos. Al tomar en cuenta esta consideración, se puede expresar el criterio de Tresca como

$$\begin{aligned} 2|T_1| &= |\sigma_2 - \sigma_3| \leq Y_t \\ 2|T_2| &= |\sigma_3 - \sigma_1| \leq Y_t \\ 2|T_3| &= |\sigma_1 - \sigma_2| \leq Y_t \end{aligned} \quad (1.13)$$

Que es la forma en que lo expresó Saint Venant. Para este caso, en el rango elástico se cumple la desigualdad expresada por expresiones anteriores. Sin embargo, no es posible satisfacer simultáneamente las 3 igualdades en la condición de fluencia, ya que es preciso que se cumpla que.

$$T_1 + T_2 + T_3 = 0 \quad (1.14)$$

De la expresión 1.13 podemos definir un prisma hexágono regular con eje perpendicular al plano desviador, de tal forma que su proyección sobre este plano es la representada en la figura 1.6. Dado que las caras del prisma interceptan los ejes principales a una distancia  $Y_t$  del origen y que el coseno del ángulo que forman las direcciones principales con su proyecciones sobre el plano desviador vale  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; se tiene que el radio del círculo circunscripto al hexágono tiene un valor  $\sqrt{\frac{2}{3}} Y_t$ .

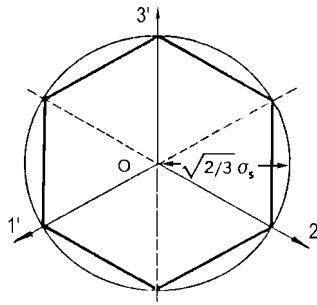


Figura 1.6 Proyección del prisma hexagonal formado por el criterio de Tresca-Saint-Venant

### *Criterio de Von Mises*

Dado que en problemas tridimensionales el criterio de Tresca-Saint Venant implica ciertas dificultades de índole matemático, Von Mises sugiere que se remplace el prisma hexagonal por su cilindro circunscrito, el cual puede ser expresado por:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2Y_t^2 \quad (1.5)$$

En este caso, la condición de Von mises puede expresarse como:

$$K = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \quad (1.16)$$

### **1.2.2.2 Mecanismos de la fractura en polímeros**

Se define a la fractura como la desintegración parcial de un material por esfuerzo debido a la formación de una nueva superficie dentro del mismo, si bien no implica la falla de una pieza. Es por ello que para que exista una fractura, se necesita que la muestra esté sujeta a cargas mecánicas, ya sea de índole interno o externo, que propicien la deformación y permitan el desarrollo de algún daño que conduzca a la desintegración del material.

Podemos identificar claramente dos etapas en el proceso de fractura. Una primera de iniciación o activación de defectos aunque no se presenta un crecimiento de la grieta. El comienzo de esta etapa de deformación irreversible después de la deformación mecánica reversible de una muestra no está claramente identificado[10].

En la segunda etapa se presenta el crecimiento de la zona deformada y de la grieta, incrementándose la velocidad de propagación de la misma de forma considerable, pudiendo llegar a finalizar con la propagación rápida de forma inestable que conllevará la falla de la muestra o de la pieza.

El comportamiento de la grieta dependerá en gran parte de las propiedades del material y de las condiciones geométricas y de carga de la pieza. De tal forma, podemos observar la existencia de 2 tipos de propagación de la grieta; de forma frágil y de forma dúctil. En el primer caso, la grieta se propagará con muy poca deformación plástica en su vértice, empleándose la mayor parte de la energía en la propagación de la fisura. En el caso de la fractura dúctil, la grieta se propagará como consecuencia del intenso campo de deformación plástica presente en su vértice, por lo cual una cantidad importante de la energía del proceso será utilizada en dicha deformación. No obstante que los comportamientos extremos son claramente diferenciados, no se puede apreciar un límite claro para cada uno de ellos.

Otra forma de clasificar la fractura es por su velocidad de propagación. Esta clasificación basa su importancia en el uso en aplicaciones de ingeniería de la misma. En una fractura rápida, existirán propagaciones inestables de la grieta dentro de la estructura. Esto se debe a que cuando la grieta comienza a crecer, llega a un estado tal del campo de esfuerzos que se acelera la propagación de la misma. Este tipo de propagación puede o no ser precedida por una propagación lenta de la fisura. En el caso de una fractura lenta, se tiene una propagación estable de la grieta, que requiere un incremento continuo y gradual de las cargas aplicadas.

En el caso de los polímeros se presentan diversos comportamientos. A bajas temperaturas en general se presentan incrementos lineales de esfuerzo con deformaciones poco perceptibles, por lo que la fractura se presenta a pequeños porcentajes de deformación, sin prácticamente deformación plástica, dando lugar a superficies lisas desde el punto de vista macroscópico. En contraste, las redes elastoméricas requieren de grandes relaciones de deformación antes de llegar a la energía de deformación suficiente para provocar una fractura rápida e inestable, aunque por sus características también se le clasifique como frágil, dado que no se presentará deformación adicional perceptible a partir del momento que se propague la grieta.

En general en los polímeros los mismos mecanismos básicos de deformación y falla guardan una amplia similitud con los que se presentan en los sólidos metálicos y cerámicos. Puede afirmarse que la irreversibilidad cinemática de la deformación microscópica es una razón importante para que se presente el inicio y crecimiento efectivo de una grieta, y esta deformación está presente en los polímeros por medio de

la formación de crazes, bandas de cizallamiento, rotación o cambio de orientación de cadenas moleculares, los cuales pueden presentarse de forma combinada[11].

Estos mecanismos, propios de los polímeros, son producto de la combinación de diversos procesos viscoelásticos y plásticos, y por lo general están combinados en el proceso global de deformación, siendo su contribución mayor o menor en función del tipo de polímero y de las condiciones a las que se someta.[12-14]

Al hablar de los mecanismos de deformación dentro de los polímeros, es factible agruparlos en dos tipos. Por un lado aquellos que ocasionan un cambio de volumen del sistema, y por el otro, los que tendrán como consecuencia un aumento volumétrico.

Dentro del primer grupo se encuentran los procesos de cizalladura, los cuales se caracterizan por no presentar una separación de las moléculas y por ende el cambio del volumen es inapreciable. Por otro lado, en el segundo grupo, se presenta una pérdida de continuidad molecular dentro del material, teniendo como consecuencia un incremento en su volumen. Dentro de este grupo se localizan los procesos cavitacionales que dan lugar a la formación de vacíos y el crazing.

Si se refiere a los polímeros amorfos, la deformación homogénea está dada por el desplazamiento de las cadenas moléculas segmentadas, así como por la reorientación de las cadenas cuyo eje longitudinal no coincidiese con el eje de tensión.

De los mecanismos anteriores, los más comunes son el flujo por cizallamiento y la formación de crazes, teniendo un carácter más dúctil el primero y una connotación frágil el segundo. El dominio de uno u otro mecanismo será función, como se menciona con anterioridad, de las características de la estructura molecular del material (dependiente en gran medida del proceso de fabricación), así como de la geometría, temperatura, condiciones de carga y de las modificaciones que en su comportamiento produzcan la presencia de refuerzos, cargas o aditivos.

El mecanismo de crazes es característico de polímeros amorfos tales como el Poliestireno (PS), el polimetilmetacrilato (PMMA), las polisulfonas (PSF) además de algunos cristalinos, como lo son el polietileno (PE), el polipropileno (PP) el polietilentereftalato (PET) y el polioximetileno (POM) [15-18]. Las crazes aparecen cuando, al aplicarse un campo de tensiones a bajas temperaturas, aparecen pequeñas

zonas que aparentan ser grietas sin por ello perder continuidad espacial. Estas crazes se desarrollan en forma perpendicular al eje de carga, produciendo una deformación inelástica. Esta deformación ha sido considerada por algunos autores [19] como un signo de endurecimiento de los polímeros, similar al mecanismo de microgrietas o endurecimiento por deformación en sólidos frágiles.

En si una craze es una delgada capa del polímero en que la deformación plástica y la elástica en el la dirección de la aplicación de carga se dan sin ocasionar una contracción lateral a escala macroscópica. Esto ocasiona que una craze contenga microvacíos en su interior, con un volumen del orden de 40 a 75% o incluso mayor[20]. Dentro de la craze se encontraran fibrillas orientadas en forma paralela al eje de carga (figura 1.7).

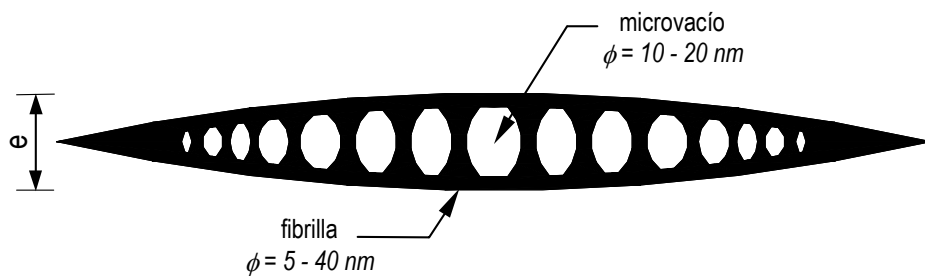


Figura 1.7 Configuración típica de una craze. Espesor  $e \approx 0.1 - 1 \mu\text{m}$ .

Las fibrillas de la craze pueden soportar cargas bastante grandes. Sin embargo, existe una concentración de esfuerzos en la punta de la craza del orden de 1.2 a 1.7 dependiendo del polímero, ambiente, etc. En películas delgadas y capas de superficie hechas de resinas relativamente resistentes a crazes, los esfuerzos cortantes puede sen de un valor tal que inhiban el crecimiento de la craze por medio de la producción de bandas de corte que crezcan delante de la punta de la craze (figura 1.8). En el centro de la muestra la dirección del esfuerzo cortante máximo es diferente, y ocasionalmente se pueden general zonas de corte en el plano x-y.

El crecimiento de crazes es un área de interés dado que en una gran cantidad de polímeros la formación de la grieta va precedida de la formación de crazes. En este proceso, la craze se extiende para extraer más polímero desde su superficie y aportarlo a la zona fibrilar, en donde se presenta una deformación por creep de las fibrillas existentes[21].

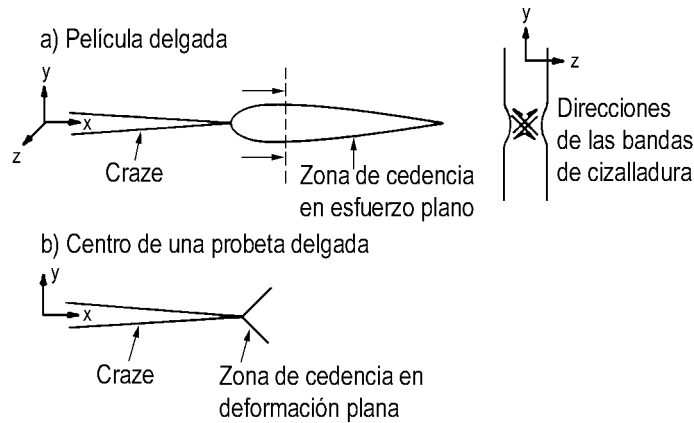


Figura 1.8 Zonas de cedencia interfiriendo con la punta de crazes.

Este crecimiento es más rápido en el plano que en el espesor, siendo sus razones de crecimiento en algunos casos (como el poliestireno) constantes bajo un campo uniaxial de esfuerzos constante y en otros estas razones disminuirán con el tiempo de carga, pudiendo deberse este comportamiento a efectos de envejecimiento en la craze o a una fenómeno simultáneo de creep en la matriz.

En determinado momento la craze fallará de una de dos formas: Si el material está muy por abajo de su  $T_g$  grietas puntuales crecen de forma separada y después se unen, en especial en la frontera entre la craze y el resto del material. Si se encuentra cercano a  $T_g$ , las fibrillas pueden deteriorarse y romperse debilitando de esta forma la estructura de la craze. En la figura 1.9 se representa en forma esquemática el desarrollo de una grieta dentro de una craze.

A niveles de esfuerzos inferiores a la resistencia a tensión del material en determinados polímeros amorfos, la deformación no elástica puede iniciarse con la formación de bandas de cizalladura, asociándose la fluencia con este mecanismo en polímeros susceptibles de sufrirlo. Dichas bandas de cizalladura se encuentran siempre orientadas a lo largo de la dirección del máximo esfuerzo cortante. Este mecanismo, a diferencia de la craze, provoca una deformación sin variación volumétrica del material. En la realidad se tiene que este mecanismo predomina en todos los polímeros de elevada tenacidad, manifestándose en zonas localizadas o bien de forma difusa a lo largo de toda la pieza.

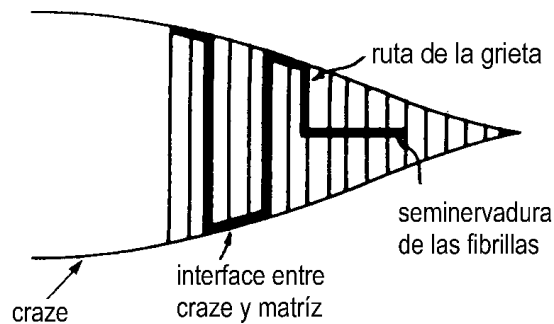


Figura 1.9 Desarrollo de una grieta dentro de una craze debido a fatiga.

En lo referente a los termoplásticos semicristalinos, los deslizamientos relativos de las macromoléculas en la dirección de tensión cortante máxima son los causantes de la deformación plástica en forma localizada[22]. Dicha deformación se presentará dependiendo de las restricciones impuestas por el material en la vecindad de la zona deformada. De esta forma, si no se tienen impedimentos en ninguna dirección, tendrá lugar la formación de cuellos de estricción. En el caso de piezas gruesas se presentarán restricciones al movimiento en 2 de las direcciones, por lo que se observarán bandas de cizalladura en la dirección de tensión tangencial máxima ( $45^\circ$ ),

En contraste con lo anterior, los materiales amorfos presentan un proceso de cedencia menos localizado, lo que conlleva la formación de zonas difusas con un comportamiento primordialmente viscoelástico y con un nivel de deformación bajo[23, 24]. La aparición de bandas localizadas es posible bajo ciertas condiciones, no obstante que el aporte de estas será irrelevante dado que el área de influencia es mucho menor.

La deformación por cizalla juega un papel relevante en la formación de grietas, como lo han manifestado diversos autores que sugieren la posibilidad de la generación de grietas a partir de los microvacíos formados en la intersección de bandas de cizalla[25-27]. Por otro lado, los defectos intrínsecos del material sirven como concentradores de esfuerzo, permitiendo que las bandas de cizalla se desarrollen de forma preferencial al encontrarse con lugares donde el material alcance los límites de esfuerzo aún cuando el resto del material se halle por debajo de estas condiciones.

Esta cedencia permite que el material se deforme a valores inferiores de tensión, lo cual permite que lo haga aún antes de que la cedencia se presente en otro lugar. Varios estudios sobre poliestireno ha mostrado que se presenta una zona de máxima tensión en las intersecciones de las bandas de cizalladura, lo que conduce a la creación de un craze y por consiguiente a una grieta cuando este rompe[28-30].

Por otro lado, cuando una grieta se propaga, la capacidad del material para formar una banda de cizalladura en la punta de esta y por consiguiente su correspondiente zona de deformación plástica determinará el que se presente una fractura frágil o dúctil, ya que mientras mayor sea esta deformación plástica la disipación de energía será mayor y el material tenderá a comportarse de manera menos frágil.

### ***1.2.2.3 Desarrollo de la fractura en polímeros con partículas.***

Una de las formas más comunes de incrementar la tenacidad de los polímeros es por medio de la adición de partículas. Esta adición tiene fundamento en el aumento de las zonas donde se desarrollan los mecanismos disipadores de energía. De esta forma se puede obtener una mayor resistencia a la propagación de grietas. De hecho, las partículas afectan a la energía de fractura de tres formas posibles:

1. A través de la formación de superficies de fractura, lo cual aumentará la longitud de la grieta e incrementará la cantidad de energía absorbida.
2. Aumentando la zona plástica en la vecindad de la punta de la grieta, lo cual se consigue de manera importante con la adición de partículas elastoméricas como fase dispersa.
3. Por medio de la interacción del frente de grieta con las fases dispersa, lo que ocasionará enrocamientos y de esta forma aumentará la energía necesaria para propagar la fractura.

Estos mecanismos pueden estar presentes de forma aislada o en forma combinada, contribuyendo de esta manera a mejorar la tenacidad global del material.

En el caso de los polímeros con partículas rígidas como fase dispersa, los principales mecanismos que se presentan son el múltiple crazing, la cedencia por cizalla, la cavitación o despegue de la partícula y el anclaje-arqueo de grieta.

Al tener las partículas dispersas, estas generarán y controlarán el crecimiento de crazes, que se originan en los puntos donde se concentran grandes esfuerzos en la vecindad de las partículas, propagándose en los planos perpendiculares al eje de tensión máxima. De esta manera se provoca en el material el fenómeno de múltiple crazing.



Una vez que se inicia una craze, esta se detendrá cuando el valor de la tensión se encuentre por debajo de un valor crítico, o bien cuando su punta encuentra un obstáculo que le impida la propagación[31, 32]. Al tener una cantidad suficiente de partículas, se podrá generar un gran número de crazes pequeñas, lo que conlleva un consumo mayor de energía que aquel alcanzado por un número reducido de crazes grandes de un polímero no modificado.

Por otro lado, la presencia de partículas rígidas obliga al material en su vecindad a presentar un estado triaxial de tensiones, que puede en su caso ser lo suficientemente importante para dar lugar a la formación de bandas de cizalla. Esto ocurre especialmente cuando las partículas tienen una interfase deficiente o nula.

En el caso que los esfuerzos aplicados a la interfase partícula-matriz sean superiores a su resistencia, la separación de ambas generará un vacío al estirarse el polímero (figura 1.10). Esto dará lugar al incremento volumétrico, decrementando la resistencia y el módulo de elasticidad a tracción. Sin embargo, el aporte de este mecanismo radica en que la cavitación de la partícula presentará una región que enrome la punta de la grieta con lo que previene su propagación, aportando una zona de deformación plástica cuando se generan esfuerzos de tracción.

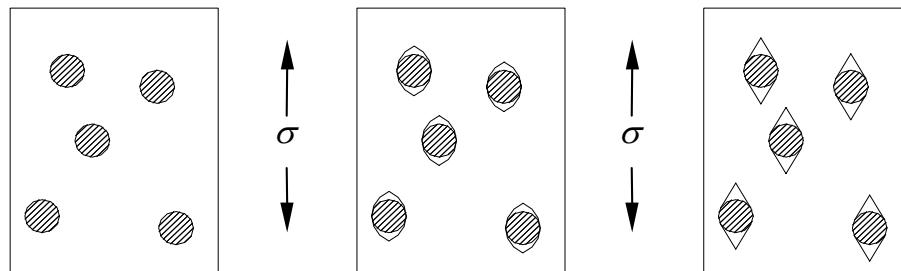


Figura 1.10 Cavitación de las partículas debido a la deformación de la matriz causada por la aplicación de un esfuerzo de tensión

Al avanzar un frente de grieta dentro de un material de comportamiento frágil con partículas dispersas, las discontinuidades del material pueden frenar su avance momentáneamente[33, 34]. Esto hace que un frente de grieta originalmente recto quede en su avance anclado momentáneamente en las posiciones que ocupan las partículas. Si el frente de grieta sigue avanzando, este se arqueará progresando en el espacio que hay entre las partículas, rodeándolas hasta que las sobrepasa. Esto ocasiona que en su avance el frente de grieta vaya dejando colas detrás de las

partículas afectadas, producto de la unión de los brazos del frente grieta que rodearon la partícula (figura 1.11).

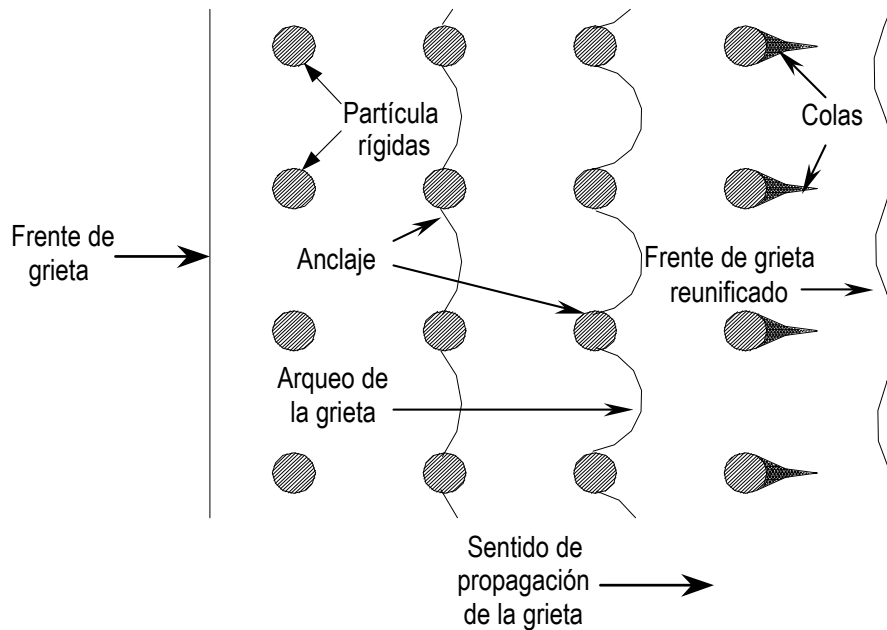


Figura 1.11 Esquematación del mecanismo de anclaje-arqueo de grieta.

Los materiales comúnmente utilizados para aumentar la tenacidad son los elastómeros, dado que tienen la virtud de parar de forma efectiva la propagación de crazes. Sin embargo, debe de tomarse en cuenta que los mecanismos para aumentar la tenacidad dependerán de cada tipo de polímero[35].

#### 1.2.2.4 Trabajo esencial de fractura (EWF)

Una técnica que permite el estudio de los fenómenos de fractura escapando relativamente a la influencia de los factores geométricos es la Trabajo Esencial de Fractura (EWF). Esta técnica propuesta por Broberg[36] y aplicada inicialmente a metales dúctiles parte de la base de la existencia dentro de la región inelástica en la punta de una grieta puede ser dividida en 2 zonas, una zona de proceso de fractura (IFPZ) y otra zona exterior de deformación plástica. La primera se relaciona a un concepto llamado trabajo esencial de fractura y la segunda a otro nombrado trabajo no esencial de fractura. En el caso del trabajo esencial de fractura varios autores han constatado que este parámetro es una constante del material independiente de los parámetros geométricos, como reporta entre otros MasPOCH[37].

Este método actualmente es aplicado en materiales con alta ductilidad, donde las técnicas de LEFM (Mecánica de la fractura elástico lineal) y las de EPFM (Mecánica de la fractura elastoplástica) no pueden aplicarse. Dado que este método se basa en

la PYFM (mecánica de la fractura post cedencia), se requiere para su aplicación de una propagación de grieta estable.

Según Broberg al aplicar una carga en un material que contenga una grieta, el trabajo total de fractura ( $W_f$ ) puede expresarse mediante dos componentes, el trabajo esencial de fractura ( $W_e$ ) y el trabajo no esencial o plástico de fractura ( $W_p$ ), los cuales se habían mencionado con anterioridad. El primer término es influenciado por la inestabilidad de la grieta, que es la región real del proceso de fractura, y el segundo refiere a la cedencia de la región cercana. Esto se puede expresar como:

$$W_f = W_e + W_p$$

Si tomamos una probeta plana preentallada de espesor  $t$  y longitud de ligamento  $l$  podemos reescribir lo anterior como:

$$W_f = w_e l t + w_p \beta l^2 t$$

Si el área del ligamento  $l t$  se utiliza para normalizar la ecuación, tenemos que:

$$w_f = \frac{W_f}{l t} = w_e + \beta w_p l$$

en base a esta última ecuación en la que puede apreciarse una dependencia lineal de  $w_f = w_f(l)$ , donde  $\beta w_p$  es la pendiente y  $w_e$  es la ordenada al origen. Ello permite que al ensayar probetas con diferentes valores de longitud de ligamento ( $l$ ) se pueda construir un gráfico a partir del valor de  $W_f$  y de los valores  $l$  y  $t$ , confrontando los valores de  $w_f$  y los de  $l$ . Por medio de regresiones de mínimos cuadrados es posible evaluar tanto  $w_e$  como  $\beta w_p$ . El valor  $\beta$  es un factor adimensional que refleja el tamaño de la zona plástica.

Con la finalidad de poder aplicar esta técnica, se debe asegurar que el proceso de fractura se desarrolle en un estado de esfuerzos planos, por lo que esto conduce a restringir los valores del ligamento, amén de que se deben evitar los efectos de los bordes.

En el protocolo ESIS [38] se aconseja un ligamento máximo de  $W/3$  o  $2r_p$ , donde  $W$  es el ancho de la probeta DDENT utilizada para el ensayo y  $r_p$  es un valor asociado con la forma de la zona plástica. De igual manera se recomienda una longitud mínima de ligamento no menor a  $3 \cdot t$  o  $5\text{mm}$  ( $t$  es el espesor de la probeta).

Para los ensayos de trabajo esencial de fractura se trabaja básicamente con 2 tipos de probetas, las SENB (Single Edge Notched Bending) y las DENT (Double Edge Notched Tension).

La mayor parte de las experiencias en la aplicación de este método se han realizado en condiciones cuasiestáticas, con deformaciones de 1 o 2 mm/min, aunque la norma ESIS de 1997 [38] permite velocidades en función de la distancia entre mordazas para probetas DENT, pudiendo aumentar la velocidad de ensayo en 1 orden de magnitud.

Por otro lado, Hashemi [39] reporta variaciones de no más del 10 % en probetas DENT de PBT al incrementar la velocidad de deformación desde 2 hasta 50 mm/min. en tracción.

Las experiencias en el uso de este método a altas velocidades de sollicitación (impacto) no han sido muchas. Fasce [40] realizó experimentos utilizando probetas SENB y DENT de polipropileno y ABS sometidas a impactos con velocidades de 1.8 m/s las primeras y 3.5 m/s las últimas utilizando para ello un péndulo charpy adaptado para poder hacer pruebas en tensión y en barra de 3 puntos. Se reporta en su trabajo el cumplimiento de las condiciones para la aplicación de EWF y el éxito de la aplicación del método a las condiciones presentadas.

Emma Ching [41] realizó estudios sobre la influencia de la velocidad de sollicitación en muestras de UHMWPE y ABS desde 10 mm/ min hasta 3.7 m/s, reportando una relación inversa del trabajo esencial de fractura respecto a la velocidad de deformación en el primero y una directamente proporcional para el segundo. En el caso del segundo material los incrementos del trabajo esencial de fractura son poco significativos en la variación de pocas décadas de velocidad de deformación.

En ambos casos, tanto Fasce como Ching emplearon tanto probetas SENB como DENT para los ensayos, aunque no abundan demasiado en lo referente a las condiciones de impacto en tracción.

Estudios realizados por Ferrer[42] en films de polipropileno homopolímero y copolímero arrojan una serie de observaciones y consideraciones para un desarrollo de la técnica de EWF en altas velocidades de sollicitación

### **1.2.3 Modelos del proceso de impacto**

En el campo de los modelos del proceso de impacto, se han desarrollado diversos trabajos destinados algunos a predecir el comportamiento del material bajo determinadas condiciones de carga, mientras que otros, partiendo de datos experimentales, pretenden establecer las constantes del material. En todo caso, los autores proponen diversas consideraciones para la representación del sistema.

El grupo de Shivakumar[43] desarrolló un algoritmo para analizar el esfuerzo en placas circulares de compuestos sujetas a cargas estáticas de impacto equivalentes. Para ello discretizaron las placas en elementos de forma radial, circunferencial y axial. Basándose en la ecuación de deformación-desplazamiento de Von Kérmán, las energías de deformación de elementos individuales fueron calculadas y sumadas sobre todos los elementos. El análisis se basó en el método de minimización de la energía potencial total. Tomando los criterios de falla cuadrática de Tsai-Wu se calcularon las zonas de daño, y al usar los criterios de máximo esfuerzo se pudieron definir la identidad de los modos de falla.

Ramkumar y Chen [44] utilizan el cálculo de la respuesta del material para predecir las fallas iniciales. En su modelo utilizan las deformaciones transversales para emplear la teoría de Mindlin, y resolver las ecuaciones de movimiento para una placa laminada usando transformaciones integrales de Fourier, para lo que asumen que los desplazamientos en el plano son despreciables respecto a los desplazamientos transversales, despreciando los términos rotacionales. Basándose en registros obtenidos en experimentos instrumentados realizados con anterioridad se considera que las fuerzas de impacto se incrementan de forma lineal con respecto al tiempo hasta la fractura inicial. Finalmente realiza una serie de comparaciones de los resultados obtenidos por este método y aquellos reportados en trabajos experimentales y de elemento finito desarrollados con anterioridad por Ramkumar. Los resultados referentes a los máximos desplazamientos transversales, coinciden con aquellos de los trabajos experimentales y de elementos finitos hasta el momento en que se llega a la fractura inicial, donde el análisis reportado deja de ser válido.

El estudio de la delaminación en los materiales compuestos ha generado diversos trabajos debido a su importancia. Finn y Springer [45] desarrollaron un método para calcular la localización, forma y tamaño de las delaminaciones que ocurren en placas de material compuesto sujetas a cargas transversales de impacto tanto estáticas como dinámicas. Considerando placas hechas de capas de fibras unidireccionales

embebidas en una matriz orgánica perfectamente unidas, se someten estas a una carga transversal tanto estática como dinámica (impacto) para encontrar la carga inicial y la localización, forma y tamaño de las delaminaciones causadas por cargas mayores a la inicial. El modelo se basa en que las delaminaciones solo pueden ocurrir en las zonas adyacentes a las capas en las que ocurren fracturas longitudinales de la matriz y que las fracturas de la matriz deben de extenderse para producir una delaminación. Para utilizar el modelo de delaminación es necesario conocer los esfuerzos y las deformaciones en cada punto en la placa en función del tiempo durante toda la historia de carga. Para ello utilizan un método propuesto por Wu y Springer. En su resolución se proponen el método de elemento finito.

En un trabajo posterior [46] presentan un estudio experimental utilizando como materiales en forma unidireccional epóxico-grafito, epóxico reforzado-grafito o PEEK-grafito, verificando los materiales por ultrasonido después de su manufactura. Se utilizó un proyectil de teflón de 3x2x2 pulgadas con un cabezal hemisférico de acero en el centro de uno de sus lados, pudiendo cambiar su masa por medio de adición de pesos al bloque de teflón. Este es lanzado por una pistola de gas hacia un dispositivo que contiene la muestra para conducir al dardo al centro de la muestra. Los resultados de las áreas dañadas fueron obtenidos por medio de rayos X. Los resultados finales validan el modelo propuesto por ambos autores.

Kubo y Nelson [47] reportan el estudio analítico de las respuesta en 2 dimensiones de una placa de compuesto elástica expuesta un una carga de impacto en su superficie. En este trabajo se desarrolla un modelo para estudiar una onda simple como respuesta del laminado a una carga de impacto, el cual puede ser adaptado a otras consideraciones de formas o materiales, aunque cabe hacer notar que el autor deja pendiente la validación con resultados experimentales.

Wu [48] proponen 2 modelos simples para la representación de la respuesta de estructuras elástico plásticas sometidas a impacto. Estos modelos emplean un par de resortes no lineales representando los efectos de flexión y los de deformación superficial sin considerar los efectos de la ley de hertz. En este caso los resortes cambian su comportamiento de acuerdo a rangos de deformación. No obstante los buenos resultados obtenidos, dado que la validación se realizó con ensayos sobre probetas de aluminio, no se puede apreciar de forma adecuada el efecto de la indentación en los modelos.

Por su parte, Williams [49, 50] y Adams [51] proponen un modelo que analiza la influencia de los efectos dinámicos así como las variables que rigen el comportamiento dinámico del proceso, esto aplicado a probetas charpy entalladas. Este sistema considera a la probeta como un resorte de rigidez  $k_2$  y con masa equivalente  $m$ , configurado en serie con un segundo resorte de rigidez  $k_1$  que representa la rigidez del contacto entre el impactor y la probeta (figura 1.12). En este modelo, Williams asume que las vigas poliméricas en su mayoría presentan un coeficiente de restitución de 0.5. Sin embargo, el proceso de colisión impactor-probeta es inelástico, pudiendo variar el coeficiente de restitución [2], lo que cuestiona este modelo.

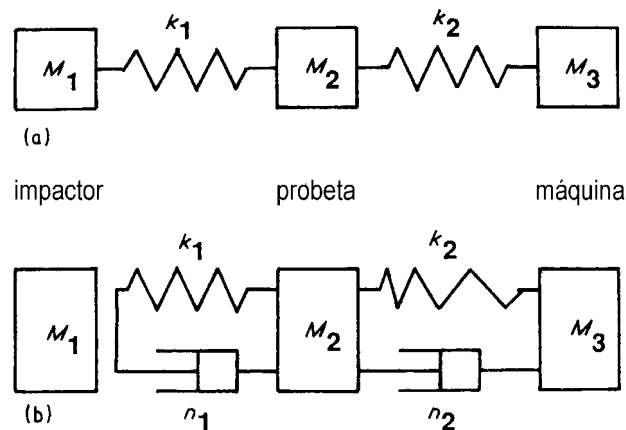


Fig. 1.12 Configuración de los modelos propuestos por Williams y Adams (arriba) y por Mills y Zhang (abajo).

Por otro lado, Mills y Zhang [52] proponen un modelo que contempla la representación de las pérdidas debidas a la histéresis del material y a otros fenómenos, por medio de dos amortiguadores colocados en forma paralela a los resortes no lineales  $k_1$  (rigidez de contacto) y  $k_2$  (rigidez de flexión) como se muestra en la figura 1.12. En este caso el elemento másico correspondiente al impactor no se encuentra anclado al sistema.

### 1.3 Objetivos:

Uno de los objetivos en este trabajo, es estudiar el comportamiento a la fractura de materiales compuestos con matriz polimérica de poliestireno, utilizando para ello una serie de mezclas de un poliestireno comercial con adición de partículas elastoméricas y microesferas de vidrio como fases dispersas, intentando establecer la influencia que cada tipo de partícula ejerce sobre los mecanismos de deformación del material y sobre el comportamiento global a fractura en condiciones de impacto del polímero.

En pro de conseguir este objetivo, se utilizarán diversos estudios de los materiales para conocer sus características, como lo son ensayos de tracción y estudios de

microscopía. Para conocer su comportamiento a la fractura se utilizarán ensayos de flexión y ensayos de impacto en platos, así como ensayos de trabajo esencial de fractura.

El otro objetivo persigue desarrollar una técnica para ensayos de impacto de baja velocidad por medio del establecimiento de modelos matemáticos que aproximen el comportamiento de dichos fenómenos, tanto en indentación, flexión y en el combinado de ambos, utilizando dichos modelos para la evaluación de las propiedades mecánicas de los materiales estudiados.

Como objetivo complementario se busca establecer la influencia que tienen los procesos de indentación en el conjunto de los impactos de baja energía en materiales poliméricos.

#### **1.4 Estructura del trabajo.**

Concluyendo esta revisión general de los fundamentos de este trabajo y el planteamiento de los objetivos perseguidos, la memoria se divide en 3 partes a partir siguiente capítulo.

En la primera, correspondiente a los capítulos 2 y 3, se trata la descripción y preparación de los materiales a estudiar, sus métodos de fabricación y una caracterización primaria por medio de diversos ensayos de microscopía, cenizas y calorimetría diferencial de barrido. De igual forma se definen los criterios y procedimientos experimentales de que se hace uso a lo largo del trabajo.

Una segunda parte, contenida en el capítulo 4, representa el cuerpo teórico del trabajo,. En ella se desarrollan los modelos que se proponen. Para cada modelo se hace un análisis matemático buscando su resolución. Para algunos casos se logra desarrollar una solución de tipo analítico, si bien en otros, debido al involucramiento de determinados términos, se recurre a la representación del modelo como un sistema de ecuaciones diferenciales, y se hace uso de la programación de métodos numéricos.

En la última parte, desarrollada a lo largo del capítulo 5, se refiere la presentación de los resultados y su análisis, tanto para los resultados de las pruebas de tensión y los ensayos de trabajo esencial de fractura, como para la aplicación de los modelos desarrollados según los 3 casos planteados: indentación pura, flexión pura y flexión +



indentación, discutiendo la validez de los modelos y sus limitantes. Finalmente se hace una valoración global de los resultados y se analiza su relación con el comportamiento físico de las probetas.



---

---

## *CAPÍTULO 2*

---

---

# *Técnicas Experimentales*

En este capítulo se explican las técnicas experimentales de que se ha hecho uso para la elaboración de los experimentos, así como las diversas consideraciones que se hicieron para las la estimación de algunos de los parámetros necesarios para el análisis posterior de los datos obtenidos.



## **TÉCNICAS EXPERIMENTALES.**

### **2.1 Preparación de las muestras**

Una vez obtenidas las muestras inyectadas como se establece en el capítulo siguiente, se procedió a su limpieza y cortado, procurando eliminar las rebabas dejadas por los ensamblajes del molde, por pequeñas que estas fuesen.

En algunos casos se procedió a la segmentación de una probeta en varias de menor tamaño con la finalidad de realizar los diversos experimentos en mejores condiciones.

Para los ensayos de flexión en configuración charpy además se desbastaron y pulieron las probetas con la finalidad de conseguir superficies más planas que las obtenidas por el proceso de inyección, dado que el enfriamiento del material provoca contracciones que se reflejan en la superficie de las probetas que, no obstante ser poco perceptibles, pueden modificar la lectura de los datos del experimento debido a indentaciones parciales del material.

En el caso de los estudios de trabajo esencial de fractura se entallaron las muestras en configuración SENB en el caso de las barras prismáticas y DDENT para las placas de HIPS. En el caso de 3 y 6 mm las probetas se obtuvieron a partir de las barras prismáticas. Se utilizó la configuración de SENB (Del inglés *Single Edge Notched Bending*) variando la profundidad de entalla y afilando esta por medio del uso de una navaja de afeitar.

### **2.2 Ensayos a baja velocidad de deformación.**

#### **2.2.1 Puntos generales**

En los ensayos a baja velocidad se realizaron pruebas de tracción de halterios (según norma ASTM D638-91) para todos los materiales y pruebas de flexión en 3 puntos así como tracción en placas delgadas para la obtención del trabajo esencial de fractura en el HIPS.

En ambos casos se realizaron los experimentos en una máquina de ensayos universales Gabaldini Sun 2500. En el primero se utilizó con una célula de carga de 10 KN y los ensayos se realizaron a una velocidad de 10 mm por minuto a tracción, tomándose de 8 a 10 muestras.

### 2.2.2 Ensayos de tracción

En estos ensayos se utilizaron las probetas de halterio. Para medir los desplazamientos se utilizó un videoextensómetro, tomando como referencia marcas realizadas en la parte delgada de las probetas distantes 50 mm una de otra y simétricas respecto al centro de la probeta, utilizando para ello señales autoadherentes que garantizaran un óptimo nivel de contraste a fin de asegurar un buen seguimiento por parte del sistema. Se muestra en la figura 2.1 dicha configuración.

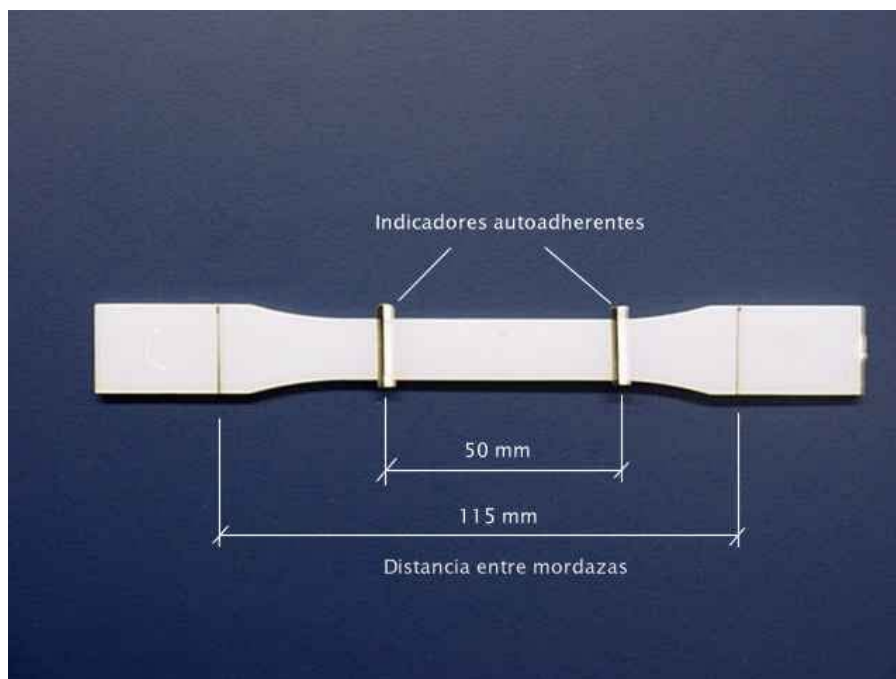


Figura 2.1 Probeta de tracción con marcas para ensayo

De este ensayo se obtuvo el módulo de elasticidad, así como la tensión a al fluencia

### 2.2.3 Trabajo esencial de fractura

Para el trabajo esencial de fractura se utilizaron 2 métodos diferentes, ello con la finalidad de poder confirmar la validez de los resultados obtenidos.

En un primer método, referido por O. Santana[53] se utilizaron probetas prismáticas de 3, 6 y 9 mm de espesor nominal, utilizándose un espacio entre apoyos de 50.8mm y 70 mm. Los ensayos se llevaron a una célula de 1 KN trabajando en modo de compresión, a una velocidad constante de 1mm/min, temperatura ambiente y con un cilindro de apoyo de 8 mm de diámetro. En la figura 2.2 se muestra la configuración del ensayo.

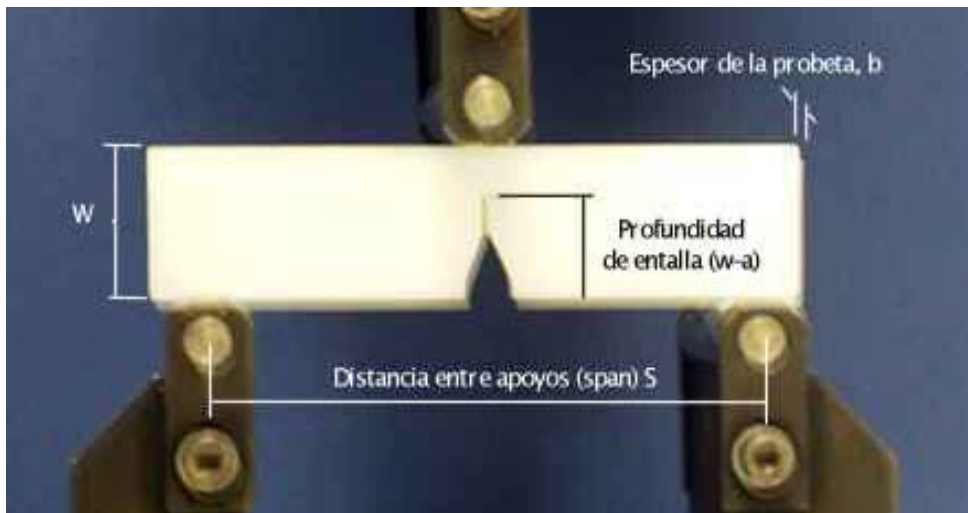


Figura 2.2 Configuración del ensayo de EWF SENB

En el segundo método realizado según el protocolo ESIS 97 (referencia ESIS) se usaron placas de 1, 2 y 3 mm de espesor nominal obtenidas por inyección. Para esto, dichas placas se entallaron en configuración DENT (del inglés *Double Edge Notched Test*) tanto en dirección paralela como perpendicular al flujo de inyección, variándose la entalla y afilándose con una navaja de afeitar. Los ensayos se realizaron con la célula de 1KN en modo de tracción a una velocidad constante de 2 mm/min y temperatura ambiente. Se ilustra el ensayo en la figura 2.3.

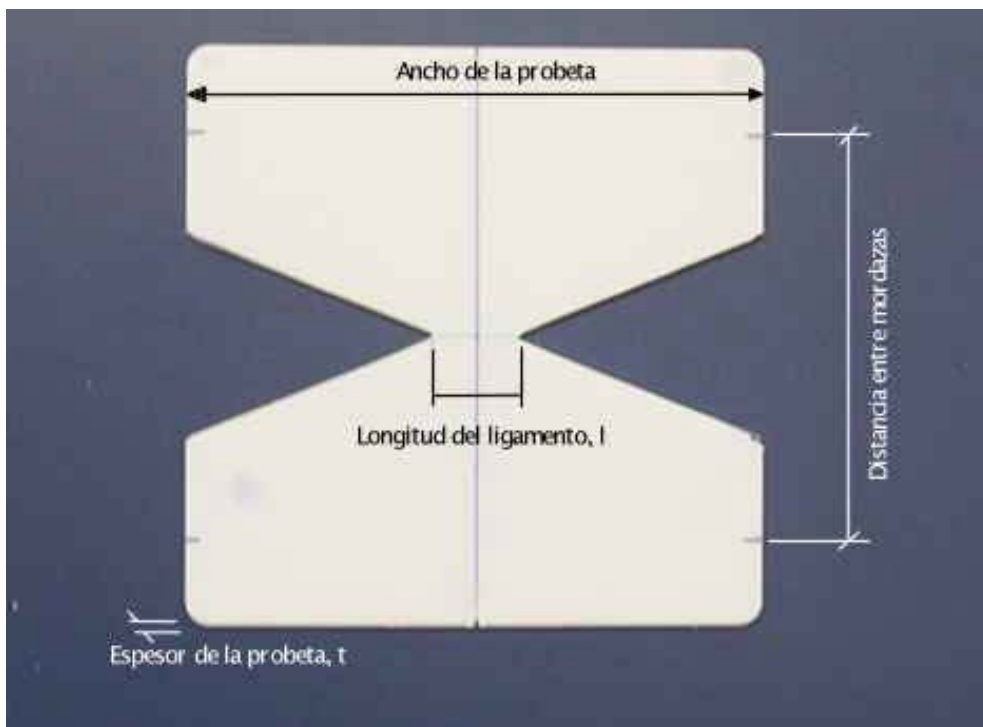


Figura 2.3 Probeta para ensayo de EWF según protocolo ESIS 97

Los ensayos de trabajo esencial de fractura solo se aplicaron al HIPS, debido a que para los otros materiales no se cumplían las condiciones de propagación estable de la grieta.

## **2.3 Ensayos a alta velocidad de deformación**

### **2.3.1 Puntos generales**

Los ensayos de impacto que se realizaron fueron del tipo instrumentado, y se han realizado en el equipo comercial DARTVIS (Ceast, Italia). El equipo esencialmente consiste en un dardo que puede caer desde altura variable impactando sobre el centro de una probeta circular simplemente apoyada sobre un anillo anular de 60 mm. de diámetro interno y 80 mm. de diámetro externo. En los ensayos se ha utilizado un dardo de 0.7437Kg de masa que se aumentó con pesas hasta una masa de 1.0437 Kg. Dicho dardo tiene una cabeza semiesférica de 12.7 mm. de diámetro, la cual se varió a 8mm y 20 mm de diámetro mediante adaptaciones sobrepuestas al cabezal. En ambos caso se corrigió el peso del dardo a 0.7555 y 0.7649Kg respectivamente

En el caso de los ensayos charpy se utilizó un adaptador para el apoyo de la probeta con separación entre soportes de 50.6mm y un cabezal cilíndrico adaptado sobre el cabezal semiesférico, el cual incrementa la masa del dardo hasta 0.7683 kg.

La instrumentación está hecha por medio de galgas extensométricas colocadas en la cabeza del impactor, las cuales proporcionan un señal que una vez amplificada, se digitaliza por medio de un sistema de adquisición de datos DAS4000, y se recupera la información vía la previa calibración por medio del software DASWIN corriendo sobre un ordenador personal, almacenándose en código ASCII para el posterior tratamiento en Excel de la historia de la señal fuerza versus tiempo del impacto. En ninguno de los ensayos realizados se aplicaron filtros a las señales registradas.

En cada serie de experimentos se utilizó una masa constante del dardo impactor, variándose la energía del mismo en por medio de su altura de caída. Dada la alta temperatura de transición vítrea de los materiales utilizados, todos los ensayos se llevaron a cabo a temperatura ambiente.

En la figura 2.4 se muestra uno de los gráficos fuerza versus tiempo registrados. Corresponde al ensayo de indentación de una probeta de PS en el que el impactor ha caído desde una altura de 20 mm, y se le ha permitido rebotar sobre la probeta.



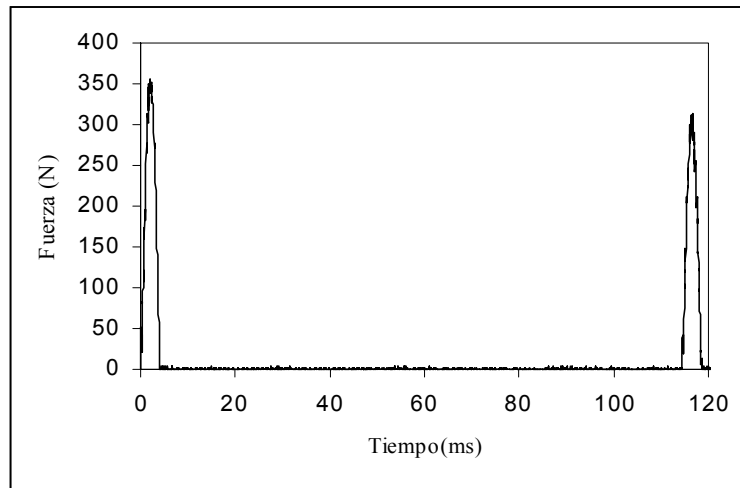


Figura 2.4. Curva experimental. (Poliestireno, h=20 mm.)

Sobre las dos cuasi semisenoides registradas que corresponden al primer impacto y al sucesivo rebote, puede observarse una pequeña oscilación superpuesta como consecuencia de la pequeña influencia de los efectos dinámicos.

En la cuasi semisenoida correspondiente al primer impacto (figura 2.5) podemos determinar los valores del pico de fuerza,  $F_M$ , y también del tiempo de contacto,  $t_C$ . El tiempo de no contacto,  $t_{NC}$ , que transcurre entre el final del primer impacto hasta el inicio del primer rebote, también puede calcularse (figura 2.6).

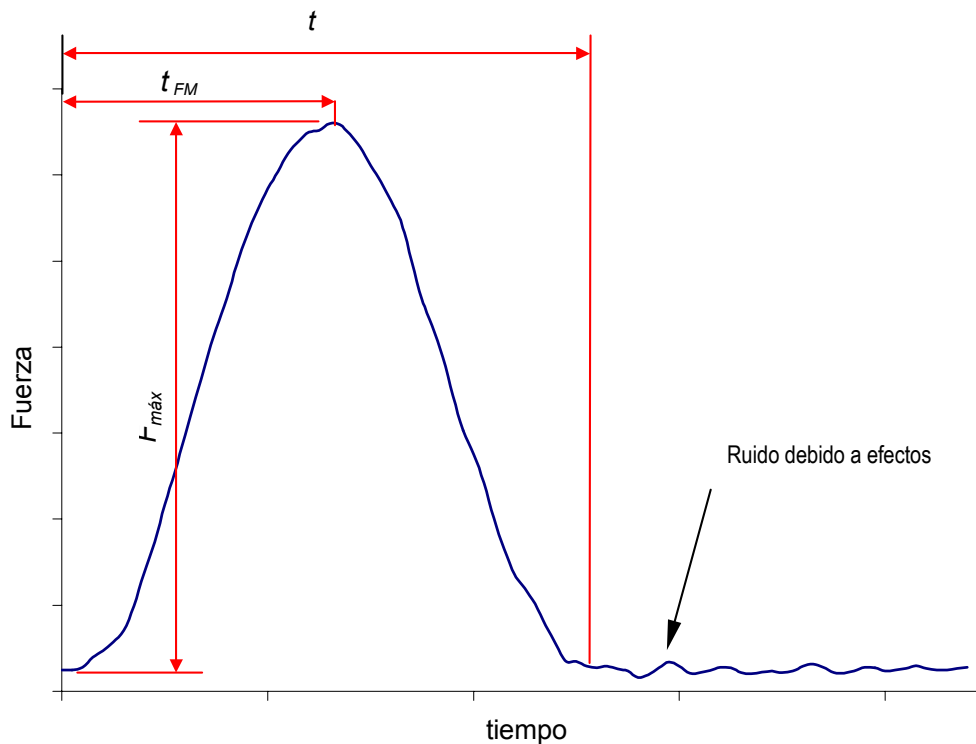


Figura 2.5 Curva cuasi semisenoida típica de un ensayo de impacto, correspondiente a un ensayo de indentación sobre un disco de PS.

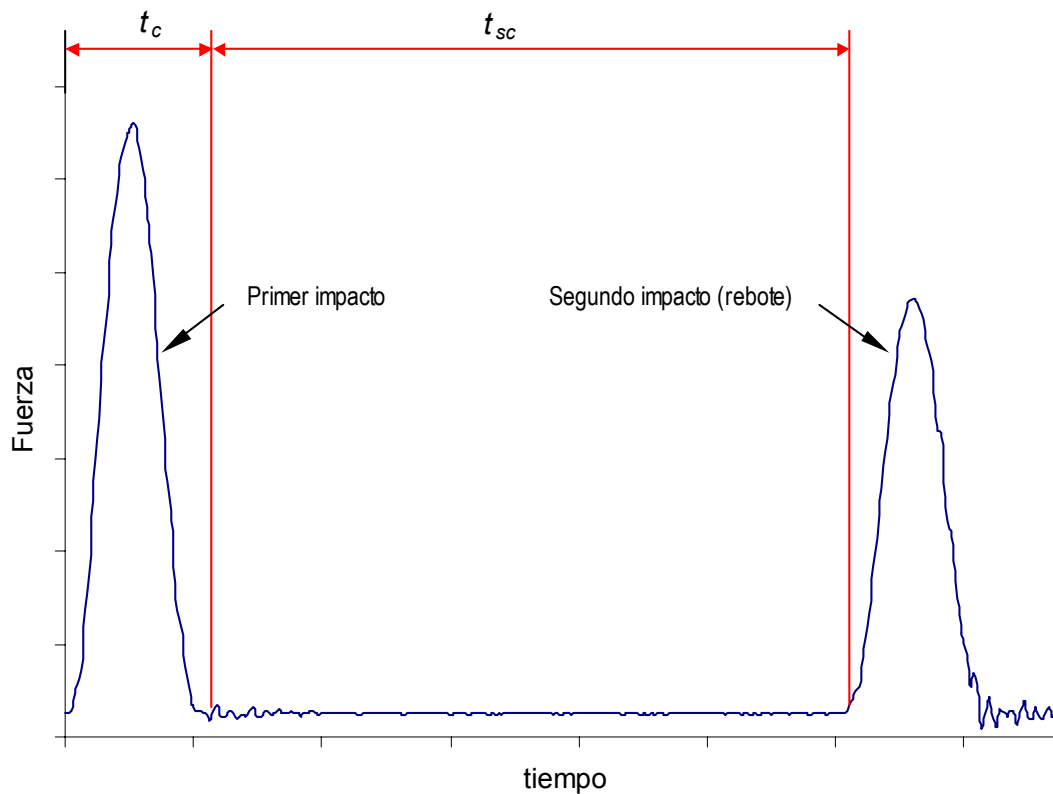


Figura 2.6 Parámetros calculados a partir de las curvas experimentales con un rebote (segundo impacto).

Uno de los principales parámetros para evaluar los ensayos es la velocidad en el instante de inicio del primer contacto del impactador con la probeta  $v_0$ , por lo que es conveniente tener una buena evaluación de dicho valor. Para ello, podemos optar por dos maneras diferentes para determinarlo. Una primera forma sería a partir de la altura  $h$  de caída del impactador, y considerando a este como un cuerpo en caída libre se puede utilizar la siguiente expresión:

$$v_{0h} = \sqrt{2gh} \quad (2.1)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad.

La segunda opción que se tiene es recurrir a la instrumentación del equipo, el cual calcula la velocidad  $v_{0e}$  a partir del tiempo de paso de una bandera de ancho conocido por la célula fotoeléctrica instalada en el equipo, puesto que conocemos una distancia y un tiempo, el valor es obtenido mediante la expresión

$$v_{0c} = \frac{l_b}{t_b} \quad (2.2)$$

donde  $l_0$  es el ancho de la bandera y  $t_b$  es el tiempo que tarda la misma en pasar por la celda fotoeléctrica.

Sin embargo los valores obtenidos por ambos métodos no son del todo exactos y divergen en especial cuando se trata de bajas velocidades (alturas pequeñas). En el primer caso no se toman en consideración las pérdidas por fricción y rozamiento del dardo al caer a lo largo de las barras guía, con lo que la caída no es del todo libre, y en el segundo, dado que la bandera tiene algunos milímetros de ancho, no hay precisión en las lecturas cuando el impactor cae desde pequeñas alturas.

Para poder ajustar los valores de  $v_0$  y disminuir los posibles errores sistemáticos, se han realizado una serie de mediciones dejando caer el impactor en vacío desde diferentes alturas determinándose simultáneamente  $v_{0h}$  y  $v_{0e}$ . Estos valores se representan en la figura 2.7, y al utilizar una recta de ajuste con ordenada al origen en 0, podemos determinar con mayor precisión los valores de  $v_0$  por medio de una corrección a la expresión de caída libre, la cual nos queda como:

$$v_0 = 0.9686\sqrt{2gh} \quad (2.3)$$

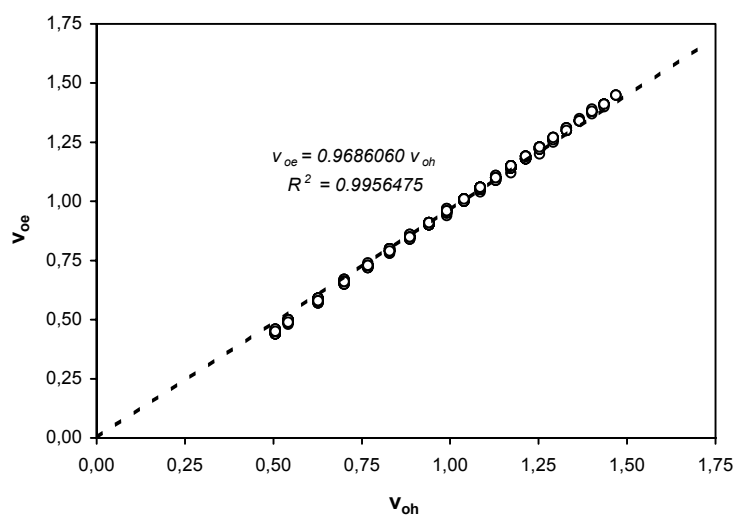


Fig. 2.7 Representación de  $v_{0e}$  frente a  $v_{0h}$

Es de destacarse que el ajuste es lo bastante bueno y podemos considerar que ajustes de mayor complejidad como los potenciales no aportan una mayor precisión para el rango de velocidades utilizado.

Dada la finalidad del presente trabajo, en la totalidad de experimentos se utilizaron las técnicas de baja energía. De esta forma, el intervalo de los valores de velocidad en el que se ha trabajado es de 0.5 a 1.5 m/s en general y en algún caso hasta 3.3 m/s.

### 2.3.2 Coeficiente de restitución

Una forma de cuantificar la pérdida de energía durante el fenómeno de impacto, es el coeficiente de restitución,  $\varepsilon$ , que se define como la relación entre los valores absolutos de las velocidades después y antes del impacto. Por definición, este valor siempre es positivo y se encuentra entre 0 y 1. En el caso de un impacto elástico puro, el material impactado retorna al dardo la totalidad de la energía, por lo que  $v_1=v_2$ , y por lo tanto nos encontraríamos en la cota superior donde  $\varepsilon=1$ . Si por el contrario se trata con un impacto totalmente inelástico, el material no retornará ninguna energía al impactor, por lo que este quedará clavado en la pieza, con lo que  $v_1=0$ , y entonces el valor será  $\varepsilon=0$ . Por lo general, todos los casos reales se encuentran entre estos dos extremos. Se debe aclarar que no se deben tomar en cuenta para esta definición aquellos casos en que se tenga una falla completa del material.

En base a lo anterior, es necesario poder calcular este coeficiente. Si consideramos que  $v_0$  es la velocidad del impactor justo en el instante anterior al contacto con la probeta, y que  $v_1$  es la velocidad justo en el instante de no contacto posterior al impacto, definimos el coeficiente de restitución como:

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_0} \quad (2.4)$$

Ahora bien, el valor de  $\varepsilon$  puede calcularse fácilmente de dos maneras diferentes. En la primera, dado que podemos calcular  $v_0$  a partir de la altura de caída del dardo (ecuación 2.3), solo se requiere conocer  $v_1$ . Asumiendo que el sistema está libre de fricciones y usando el concepto de tiro parabólico, esta velocidad puede determinarse a partir del tiempo de no contacto,  $t_{nc}$ , entre el primer impacto y el rebote (figura 2.6), resultando:

$$v_1 = \frac{g}{2} t_{nc} \quad (2.5)$$

Otro método para la determinación del coeficiente de restitución es por medio de igualar el momento y el impulso. Esto lo podemos expresar como:

$$\int_{v_0}^{v_1} m dv = \int_0^{t_c} F dt \quad (2.6)$$

Si realizamos la integral del término izquierdo de la ecuación, tenemos que integrando ambos lados resulta:

$$m(v_0 - v_1) = \int_0^{t_c} F dt \quad (2.7)$$

Si factorizamos  $v_0$  y tomando en cuenta la ecuación 2.4 tenemos que:

$$mv_0(1 + \varepsilon) = \int_0^{t_c} F dt \quad (2.8)$$

Al despejar  $\varepsilon$  finalmente se tiene que:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{t_c} F dt}{mv_0} - 1 \quad (2.9)$$

La integral correspondiente al impulso puede calcularse mediante la integración numérica de la curva experimental fuerza versus tiempo registrada para cada ensayo.

### 2.3.3 Ensayos de flexión en impacto

#### 2.3.3.1 Flexión de barras prismáticas (Charpy)

En estos ensayos se utilizaron barras prismáticas de 3, 6 y 9 mm de espesor, obtenidas según lo desarrollado en la sección de preparación de probetas. Estas probetas fueron colocadas en el soporte para ensayo charpy en el equipo de caída de dardo e impactadas por medio del uso del adaptador cilíndrico.

Dado que las probetas fueron desbastadas para asegurar un buen contacto al momento del ensayo, se tomaron las dimensiones finales de las mismas antes del experimento, y se cuidó de manera especial que existiese un buen asentamiento de estas en el soporte, así como la simetría de las mismas respecto al indentador.

La información obtenida en los ensayos se exportó a excel y en el análisis se recuperaron los valores del tiempo de contacto y de la fuerza máxima, así como el nivel de daño de cada probeta ensayada, verificándose la distancia entre apoyos mediante la huella de los soportes en la probeta.

### **2.3.3.2 Flexión de platos**

En estos ensayos se utilizaron los discos inyectados de 80mm de diámetro y 4mm de espesor. Se midió su espesor y se apoyaron libremente sobre un soporte anular de 60 mm de diámetro interno y 80 mm de diámetro externo. Se utilizó solamente el cabezal semiesférico de 12.27 mm de diámetro, ensayándose los 8 materiales, empezando desde 13 mm de altura (0.53 m/s de velocidad) hasta aquella velocidad donde fuera evidente una propagación de la grieta, la cual vario de acuerdo a cada material (menor para el PS y PS+mev y mayor para el HIPS) de acuerdo a sus características.

La curva fuerza-tiempo registrada se integró numéricamente y se consideró como fuerza máxima al promedio de los valores cercanos al punto máximo medido, con la finalidad de atenuar el efecto del ruido. En el análisis se recuperaron también los valores de tiempo de contacto.

### **2.3.3 Ensayos de indentación en impacto**

En este caso se ensayaron discos inyectados de 80mm de diámetro y 4 mm de espesor, así como barras (también de material inyectado) de 9 mm de espesor pulidas para un mejor asentamiento. Dichas muestras se apoyaron sobre una placa de acero de 15 mm de espesor para evitar su flexión y de esta forma forzar una indentación pura. Dado el carácter cuasi puntual del ensayo, se optó por dividir en sectores tanto los discos como las barras prismáticas para obtener una mayor cantidad de puntos.

Una vez ubicado el sector a ensayar y asegurado el correcto asentamiento de la muestra, se fijó mediante un anillo de accionamiento neumático que proporciona 5 psi de presión al cierre, disminuyendo de esta forma los efectos dinámicos inherentes a la vibración de la probeta en el momento del impacto.

Al igual que en el caso de la flexión de platos, se incrementó gradualmente la altura de caída hasta alcanzar la fuerza correspondiente al límite lineal del sensor del sistema según el material ensayado. En estos ensayos se dejó rebotar el dardo sobre el material de forma tal que del registro de la historia de fuerza en el análisis se

recuperaron tanto la fuerza máxima como el tiempo de contacto, y dado que se tiene un segundo impacto, el tiempo de no contacto.

Para estos ensayos se utilizaron diversas variaciones para comprobar la influencia de determinados parámetros en el material, de forma que se varió la masa de impacto, el radio del indentador y el espesor del material. Se resumen las series de ensayos realizadas en la tabla 2.1.

Ensayo (clasificación de la serie)	Espesor nominal de la probeta (mm)	Radio del indentador (mm)	Masa del dardo (kg)	Materiales ensayados
IXM	4	6.35	0.7437	Todos
IXS	8	4.00	0.7555	PS
IXL	4	10.00	0.7649	PS
IXA	4	6.35	1.0437	PS, HIPS
IXB	1	6.35	0.7437	HIPS
IXBA	8	6.35	0.7437	HIPS

Tabla 2.1 Ensayos de indentación realizados . En la clasificación de la serie X refiere a los materiales ensayados según se indica en la tabla 3.7 del capítulo de materiales.

Al igual que en los ensayos anteriores, en estos se registraron el nivel de daño ocasionado por el impacto en cada probeta.





---

---

## *CAPÍTULO 3*

---

---

### *Materiales*

En este capítulo se establecen las propiedades de los materiales de tipo comercial utilizados -Poliestireno (PS), Poliestireno de alto impacto (HIPS) y microesferas de vidrio- así como el procedimiento para obtener las mezclas que se usaron en los experimentos y los parámetros de inyección para la producción de las probetas ensayadas. Se reportan ensayos para el control de la homogeneidad de las muestras.



# MATERIALES

## 3.1 Poliestireno

Entre los polímeros más usados a nivel comercial está el Poliestireno (PS), el cual junto con el polipropileno (PP), el polietileno(PE) y el poli cloruro de vinilo (PVC) abarcan la casi totalidad de los plásticos de gran consumo (comoditie plastics).

Este plástico tiene como antecedentes los experimentos de un químico llamado Neuman en 1786, cuando este investigaba la resina del Liquidambar orientalis un árbol para obtener un aceite llamado "Storax". En 1839 E. Simon polimerizó el estireno obtenido en un aceite parecido al anterior llamado styrol, exponiéndolo a la luz solar. El estireno fue producido en 1845 a partir de la resina de la fruta de la palmera de ratán malaya por parte de Glenard y Boudault.

Para el año de 1869 un método sintético de obtención del poliestireno fue reportado por Berthelot. Este método se basaba en la dehidrogenación del etilbenceno, y es la base de los métodos actuales de producción de PS.

Sin embargo, no fue sino hasta 1911 cuando Mathews presenta las primeras propuestas para el uso del PS a nivel comercial como remplazo de materiales tradicionales, pero no se produjo de manera significativa hasta la década de los 30, cuando BASF (Alemania) y Down Chemical Company (E.U.A.) empezaron a producirlo en sus respectivas plantas. A inicios de la década de los 90, la capacidad global de la producción de PS (incluyendo sus modificaciones) era del orden de  $8.5 \times 10^6$  t.p.a.

Este material ha sido ampliamente utilizado gracias a su transparencia, rigidez y sus grandes propiedades dieléctricas, usándose principalmente en aparatos eléctricos. Por su transparencia es utilizado en lentes ópticos, y por su impermeabilidad al agua es común su uso en artículos para contener alimentos. Su facilidad para inyectarse le hace ser utilizado en una gran cantidad de aplicaciones debido a su estabilidad dimensional y a su facilidad de copiar los contornos de los moldes.

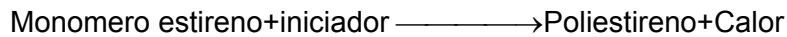
### Polimerización

El poliestireno se obtiene por polimerización del estireno monómero(obtenido principalmente por la dehidrogenación del etilbenceno), el cual tiene la estructura que se muestra en la figura 3.1.



Fig 3.1 Monómero de estireno

Este monómero se puede hacer reaccionar por medio de un iniciador, aunque es una forma poco estable debido a la característica exotérmica de la reacción. Para retardar la reacción y tener un mejor control de la misma se diluye el estireno en el etilbenceno, lo que a la vez ayuda a mejorar sus condiciones de transporte. Debe controlarse la temperatura de durante la polimerización para que no pase de los 177°C. Finalmente el eliminar el etilbenceno y el estireno residual se efectúa una evaporación de estos. La reacción se puede representar como:



En si la unidad estructural de la cadena molecular del poliestireno,  $[-\text{CH}_2-\text{CH}(\text{C}_6\text{H}_5)-]_n$  (donde  $n=10000$  a  $20000$ ), está formada por dos grupos vinilo y un grupo fenilo lateral, el cual evita un ordenamiento de las cadenas, con lo que el material es esencialmente amorfo. Si bien se ha considerado un material atáctico, en diferentes estudios se reporta la existencia de segmentos sindiotácticos, no obstante lo cual, la posición del anillo bencénico es lo suficientemente aleatoria para inhibir la cristalización.

Existen varios métodos para la polimerización del PS: en masa, por masa disolución (anteriormente descrito) y por suspensión, donde la reacción se realiza dentro de las gotas de estireno suspendidas en agua, teniéndose un mejor control del calor generado por la reacción. En el último método se obtienen gránulos que provienen de las gotas de estireno en la suspensión, en contraste con la granza (pellets) obtenida en el métodos de solución, donde después de haber concluido la reacción y mientras el PS se encuentra fundido se pasa por una extrusora y una granceadora para obtener cilindros de aproximadamente  $2\text{mm} \times 2.5\text{mm}$ .

El Poliestireno de uso general (*General Purpose Polistyrene* o GPPS) se caracteriza por ser un sólido amorfo, con una dureza considerable y transparente a medio ambiente. Gracias a la presencia del anillo bencénico, se presenta una alta rigidez en la cadena del poliestireno, con una temperatura de transición vítrea de

aproximadamente 100°C, arriba de la cual el PS se comporta como un líquido viscoso, llegándose a comportar como un líquido newtoniano a temperaturas más elevadas y bajos esfuerzos de corte, pero no newtoniano si los esfuerzos son altos. En estado sólido presenta una fractura en tracción por crazing, siendo un material relativamente frágil.

Tabla 3.1 Propiedades del poliestireno Lacqrene 1541[54]

<b>Propiedad física</b>	<b>Valor</b>	<b>Comentario</b>
Densidad	1.05 g/cc	
Absorción de agua	0.1%	
Índice de fluidez (MFI)	12 g/10 min	200°C/5 lg de carga
<b>Propiedades mecánicas</b>		
Resistencia a la tracción	45 MPa	5 mm/min
Elongación a la rotura	2%	5 mm/min
Módulo de elasticidad	3.1 Gpa	En tensión, 1 mm/min
Impacto Charpy (sin entalla)	1.4 J/cm <sup>2</sup>	
Módulo de cedencia a la tracción, 1 hora	3000 MPa	
<b>Propiedades eléctricas</b>		
Resistencia	1*10 <sup>14</sup> ohm	
<b>Propiedades térmicas</b>		
CTE, lineal 20°C	70 µm/m-°C	Normal al flujo
CTE, lineal 20°C trasversal al flujo	70 µm/m-°C	
Temperatura de deflexión a 1.8 Mpa	83°C	
Punto de reblandecimiento VICAT	84°C	50°C/hr; 50 N
Flamabilidad, UL94	HB	HB a 1.6 mm de espesor
<b>Propiedades ópticas</b>		
Trasmisión, visible	80%	

Dado el amplio uso del poliestireno, se decidió trabajar con uno de grado comercial, escogiéndose para ello el Lacqrene 1541, fabricado por Elf-Atochem. Este poliestireno

tiene de 5 a 5.5% de aceite mineral para aumentar la fluidez del fundido, lo que hace que sea recomendable para la inyección de piezas con paredes delgadas. Las propiedades de este material reportadas por el fabricante se muestran en la tabla 3.1

### 3.2 Poliestireno de Alto Impacto (HIPS)

El poliestireno de alto impacto (High Impact Polystyrene o HIPS) es en si un compuesto formado de una matriz de Poliestireno con partículas dispersas de polibutadieno y poliestireno en forma de granada, como se muestran en la figura 3.2.

Propiedad física	Valor	Comentario
Densidad	1.04 g/cm <sup>3</sup>	
Absorción de agua	0.1%	
Índice de fluidez (MFI)	4.7 g/10 min	200°C/5 lg de carga
<b>Propiedades mecánicas</b>		
Resistencia a la tracción	23 MPa	50 mm/min
Elongación a la rotura	50%	50 mm/min
Módulo de elasticidad	1.8 Gpa	En tensión, 1 mm/min
Resistencia al Impacto Charpy	1.1 J/cm <sup>2</sup>	
Módulo de cedencia a la tracción, 1 hora	1750 MPa	
<b>Propiedades eléctricas</b>		
Resistencia	1*10 <sup>13</sup> ohm	
<b>Propiedades térmicas</b>		
CTE, lineal 20°C	90 μm/m-°C	Normal al flujo
CTE, lineal 20°C trasversal al flujo	90 μm/m-°C	
Temperatura de deflexión a 1.8 Mpa	89.5°C	
Punto de reblandecimiento VICAT	85°C	50°C/hr; 50 N
Flamabilidad, UL94	HB	HB a 1.6 mm de espesor

Tabla 3.2 Propiedades del HIPS Lacqrene 7240[58]

El compuesto es obtenido por medio de la polimerización de radicales libres del polistireno en presencia de un componente elastomérico (butadieno) obteniendo

conversiones de hasta el 95% teniéndose que eliminar los residuos de monómero no polimerizado y los oligómeros por medio de desgasificación, aunque se reportan métodos que usan polimerización aniónica que alcanzan hasta el 99% de conversión[55-57]. En ambos caso el proceso provoca que la superficie de la partícula de polibutadieno esté entrelazada con las cadenas de la matriz de poliestireno, lo que genera una interfase fuerte.

El mecanismo de microdeformación y fractura de este material en tracción es el de múltiple crazing, ocasionado por la presencia de las partículas de elastómero, las cuales causan un enroscamiento de la punta de las grietas. Al estar estas partículas fuertemente ancladas a la matriz, se incrementa la energía necesaria para propagación de las grietas, con lo que aumenta considerablemente sus propiedades de tenacidad en comparación del poliestireno. Esta cualidad permite que su resistencia al impacto sea bastante mayor que otros materiales poliestirénicos.

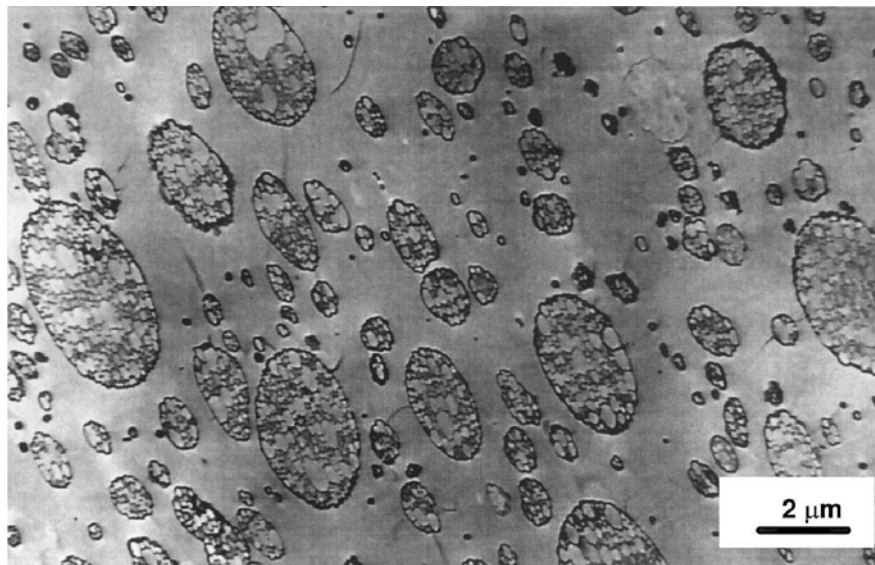


Figura 3.2 Micrografía TEM de un poliestireno de alto impacto (HIPS). Se observa la existencia de partículas de butadieno con poliestireno en forma de granada.

Como consecuencia de lo anteriormente descrito, este material es ampliamente utilizado para la fabricación por moldeo de piezas eléctricas y electrónicas tales como conectores, como material para construcción, partes de vehículos automotores, aparatos electrodomésticos, y partes de máquinas industriales así como tubos, láminas y películas.

Dada la existencia de 2 fases, este material carece de la transparencia del poliestireno, teniendo una apariencia blanca y opaca, translúcida a pequeños espesores.

El material usado en este trabajo es un HIPS de grado comercial Lacqrene 7240 de Elf Atochem, y el fabricante reporta las características mostradas en la tabla 3.2 recomendándolo para diluciones en poliestireno.

### 3.3 Microesferas de vidrio.

Entre las cargas rígidas más comunes se encuentran las microesferas de vidrio, que por sus características permiten aumentar la dureza de la matriz así como proporcionarle un mayor grado de isotropía. Estas partículas esféricas con diámetros menores a 200 micras pueden ser sólidas o huecas, siendo las del primer tipo las más comúnmente usadas en los termoplásticos.

Dado su geometría presentan una menor relación superficie/volumen que otros tipos de refuerzos, y en consecuencia el aumento de la viscosidad será menor a fracciones iguales de carga. De igual manera esta carga permite el disminuir las contracciones del material al momento de inyección. Para permitir una mejor adhesión entre la

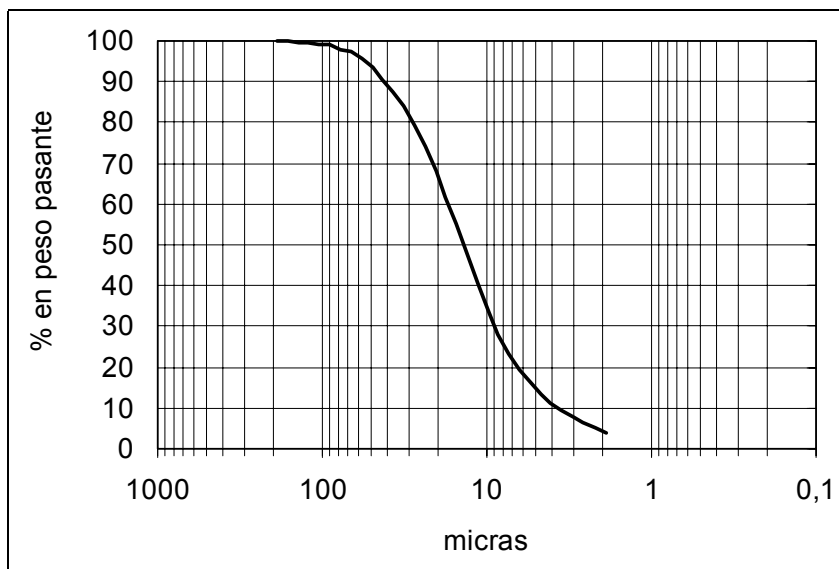


Figura 3.3 distribución granulométrica de las microesferas de vidrio Sovitec 050-20-010

partícula de vidrio y la matriz, se pueden tratar las microesferas con silanos. Sin embargo, estudios llevados a cabo por Sánchez-Soto[1] han demostrado la nula utilidad de los tratamientos superficiales cuando la matriz contiene aceite mineral como plastificante.



En este estudio se utilizaron microesferas Sovitec 050-20-010 proporcionadas por Sovitec-España S.A.[59]., que nos reportó la distribución de diámetros representada en la figura 3.3 y en base a datos del mismo fabricante así como en valores encontrados en la literatura, la composición y las propiedades serían las mostradas en las tablas 3.3 y 3.4 respectivamente.

Composición química	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	Na <sub>2</sub> O	MgO	K <sup>2</sup> O
Fracción en peso (%)	70-73	0.5-2	7-11	13-15	3-5	0.2-0.6

Tabla 3.3 Composición química de las microesferas de vidrio Sovitec 050-20-010

Propiedades físicas	Valor
Peso específico	2.46 g/cm <sup>3</sup>
Peso volumétrico aparente	1.6 g/cm <sup>3</sup>
Área superficial	0.3 m <sup>2</sup> /gr
Propiedades mecánicas	
Módulo de elasticidad	68.93 Gpa
Coefficiente de Poisson	0.22
Dureza Mohs	6
Propiedades térmicas	
Calor específico a 20°C	0.752 KJ/KgK
Coefficiente de dilatación térmica	8.5x10 <sup>-6</sup>
Conductividad térmica (20°C)	0.00836 J/s cm <sup>-1</sup> °C
Conductividad térmica (500°C)	0.01505 J/s cm <sup>-1</sup> °C
Difusividad térmica	0.005 (cm <sup>2</sup> /s)
Propiedades eléctricas	
Constante dieléctrica	7.2
Conductividad eléctrica	1

Tabla 3.4 Propiedades de las microesferas de vidrio Sovitec 050-20-010

### 3.4 Preparación de las mezclas de Polímeros.

Para la preparación de los materiales de los cuales se inyectaron los probetas, se hicieron las mezclas para los polímeros sin partículas rígidas por medio de una extrusora de un husillo IQAP-LAB, la cual en general da una buena mezcla inicial a los materiales en estudio, terminándose de mezclar en el proceso de inyección. Una lista de las mezclas preparadas se muestra en la tabla 3.5.

Mezcla	código	Poliestireno (% en peso)	HIPS (% en peso)
N	P75	75	25
L	P50	50	50
K	P25	25	75

Tabla 3.5 Mezclas de poliestireno y HIPS sin carga.

Para evitar una posible sobredosificación de HIPS debido a los remanentes en las mezclas en el usillo de la extrusora, se empezó preparando la mezcla con menor cantidad de HIPS, terminando con la de mayor fracción del mismo. Los parámetros utilizados en el proceso se muestran en la tabla 3.6.

Velocidad de husillo (RPM)	Perfil de temperaturas (°C)				
	Entrada	Primer paso	Segundo paso	Tercer paso	Boquilla
31	70	110	120	130	135

Tabla 3.6. Parámetros de extrusión para las mezclas realizadas.

El agua del baño de enfriamiento para el filamento se mantuvo a una temperatura promedio de 15°C.

La mezcla de materiales se realizó introduciendo solo 1 Kg. de la mezcla de granzas en la tolva de la extrusora a la vez con la finalidad de evitar concentraciones heterogéneas del material debidas a la diferencia de densidades de ambos plásticos, con lo cual se obtuvieron resultados satisfactorios.

Finalmente se introdujo el filamento en una granceadora que además de cortar la línea de material en partículas reducidas, proporcionaba una tensión adicional al material que ayudaba a una reducción del diámetro del filamento en la zona entre la boquilla de la extrusora y el baño de enfriamiento.

Los polímeros sin mezcla (100% PS y 100% HIPS) no se les dio ningún procesamiento previo a la inyección.

En el caso de las mezclas que llevan microesferas de vidrio, se hicieron las 3 mezclas señaladas en la tabla 3.6, usando al igual que en los otros materiales la extrusora de simple husillo con procedimientos y parámetros similares. En este caso se realizaron

primero las mezclas de PS con microesferas y de HIPS con microesferas, y después una combinación de ambas mezclas para obtener la tercera (PS-HIPS-mev).

Mezcla	Código	Poliestireno (% en peso)	HIPS (% en peso)	Microesferas de vidrio (% en peso)
J	HIPS+mev	0	87.5	12.5
M	PS+HIPS+mev	43.75	43.75	12.5
O	PS+mev	87.5	0	12.5

Tabla 3.6 Mezclas de Poliestireno y HIPS con carga de microesferas de vidrio.

En este trabajo se han utilizado microesferas de vidrio sin tratamiento superficial debido a que el poliestireno utilizado contiene aceite mineral para facilitar el flujo al momento de la inyección, y como se mencionó anteriormente, en estos casos la adhesión conseguida por los agentes de acoplamiento es nula.

En lo que refiere al porcentaje de carga, Sánchez Soto [1] encontró que las mejoras de las propiedades mecánicas de los compuestos PS-microesferas de vidrio son significativas hasta un 15 % de carga, lo cual es aproximadamente el límite de saturación de la matriz. De esta forma se situó el contenido en peso de microesferas de vidrio para las mezclas elaboradas en un 12.5 %. En la tabla 3.7 se resumen la totalidad de los materiales utilizados en el trabajo.

Material	Código	Poliestireno (% en peso)	HIPS (% en peso)	Microesferas de vidrio (% en peso)
H	HIPS	0	100	0
J	HIPS+mev	0	87.5	12.5
K	P25	25	75	0
L	P50	50	50	0
M	PS+HIPS+mev	43.75	43.75	12.5
N	P75	75	25	0
O	PS+mev	87.5	0	12.5
P	PS	100	0	0

Tabla 3.7 Resumen de materiales estudiados.

### 3.5 Fabricación de las probetas

Una vez obtenidos los materiales para el estudio se procedió a la inyección de las probetas que fueron utilizados en los diversos ensayos. Para ello se utilizó una inyectora MATEU&SOLÉ METEOR 440/90 de 40 toneladas de fuerza de cierre.

Material	Temperaturas (°C)					Presiones (bar)	
	Entrada	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4	Inyección	Remanencia
HIPS	100	190	190	200	210	70	40
75%PS	100	190	190	200	210	80	40
PS-HIPS	100	213	205	195	190	70	65
25%PS	150	190	200	210	215	100	65
PS	150	190	200	210	215	100	65
PS+mev	100	220	220	220	225	70	45
PS+HIPS+mev	100	215	225	230	235	70	45
HIPS+mev	100	215	220	220	225	70	40

Tabla 3.8 parámetros de inyección usados para la fabricación de las probetas.

Se fabricaron por este método discos de 4mm de espesor y 80 mm de diámetro, halterios para ensayos de tracción, barras prismáticas de 3.2 mm y 6.35 mm según norma ASTM D647, además de barras prismáticas de 9 mm. Los parámetros de inyección se reportan en la tabla 3.8.

### 3.6 Caracterización de las mezclas.

#### 3.6.1 Calcinación.

Se verificaron las fracciones de carga en las mezclas PS-Mev, HIPS-MEV y HIPS-PS-MEV por medio de calcinación según la norma UNE53-090. resultados se registran la tabla 3.9. Puede apreciarse que las variaciones se encuentran dentro del margen de error experimental.

Material	Fracción de microsferas en peso		
	Teórica	Real	Variación
PS	0.125	0.1217	2.61%
HIPS-PS-mev	0.125	0.1210	3.18%
HIPS	0.125	0.1217	2.67%

Tabla 3.9 Resultados de las pruebas de calcinación.

### 3.6.2 Calorimetría diferencial de barrido.

Se realizaron ensayos de calorimetría (DSC) en un equipo PE Pyris 1 (Perkin Elmer), registrándose un ciclo completo de calentamiento de las muestras. En la figura 3.4 se puede observar que el pico de la temperatura de transición vítrea ( $T_g$ ) se desplaza a una mayor temperatura mientras mayor sea el contenido de caucho en la muestra. La

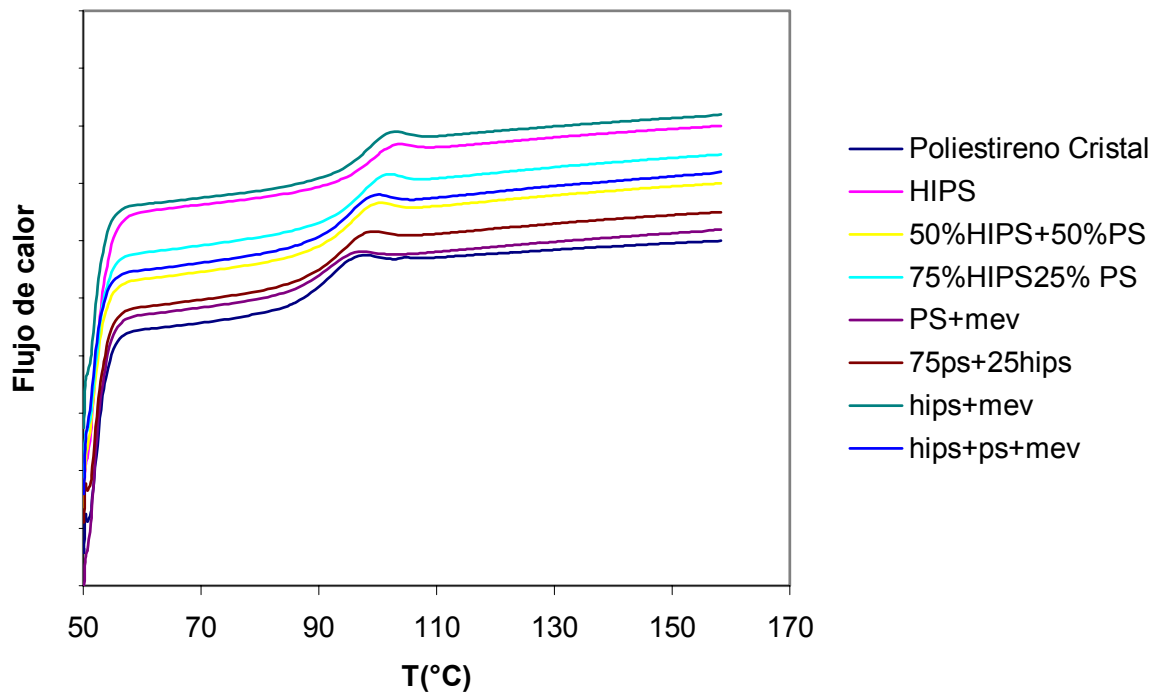


Figura 3.4 Históricas térmicas del ensayo de calorimetría diferencial de barrido para las 8 mezclas. presencia de las microesferas de vidrio solo ensancha ligeramente el pico, por lo que podemos asumir que no altera su temperatura de transición.

### 3.6.3 Microscopía.

Con la finalidad de verificar la correcta dispersión de las partículas en las muestras, se realizaron observaciones en el microscopio óptico. Para ello se prepararon muestras de las 3 mezclas que contenían microesferas de vidrio a partir de las barras prismáticas de 6mm de espesor. Se registró una dispersión homogénea de las partículas tanto en el centro de las muestras como hacia la parte externa de las mismas. Las imágenes de la observación se presentan en la figura 3.5.

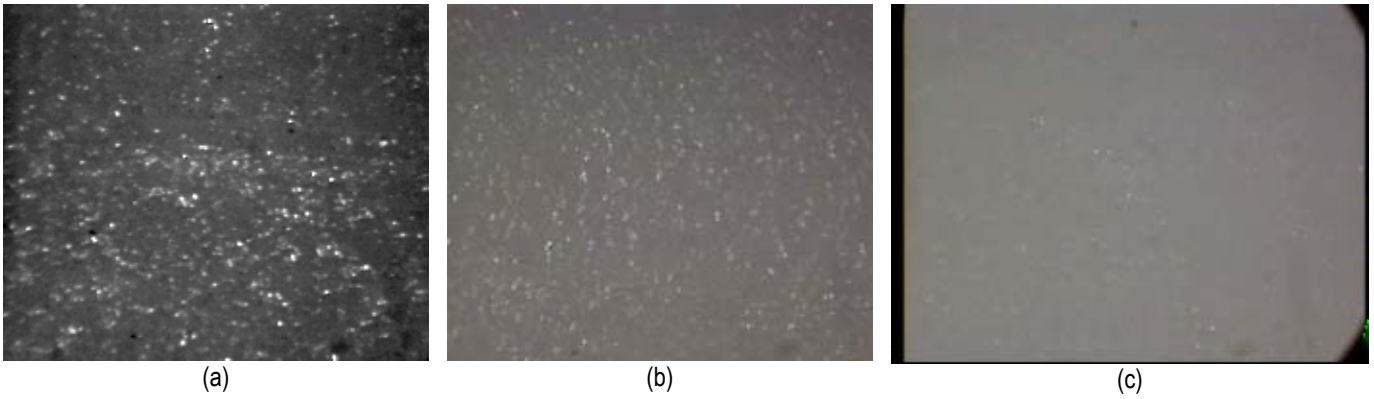


Figura 3.5 imágenes de dispersión de partículas, a) PS-MEV, b)HIPS-MEV, c)HIPS-PS-MEV

Como complemento se realizaron algunas observaciones en un microscopio electrónico de barrido por la técnica de electrones retrodispersados. En la figura 3.6 se puede observar la nula adherencia a la matriz del refuerzo de vidrio, reflejándose en la existencia de huecos dejados por las esferas arrancadas y la superficie liza de las esferas presentes.

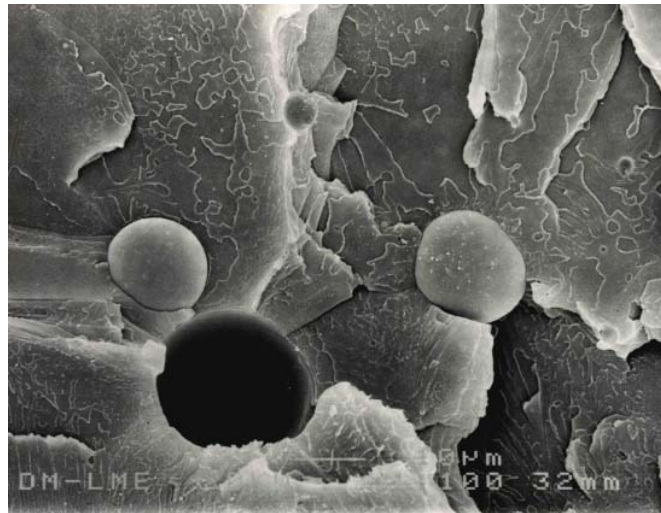


Figura 3.6 Micrografía SEM de la mezcla PS-MEV.

---

---

## *CAPÍTULO 4*

---

---

### *Modelos*

En este capítulo se muestra el desarrollo de los modelos del fenómeno de impacto planteados en este trabajo, los cuales tienen un carácter no conservativo, analizando su comportamiento por medio de soluciones analíticas o numéricas en función de las variables iniciales del sistema planteado –velocidad de impacto, masa del impactor, espesor de la probeta y módulo de elasticidad-, así como su relación con el coeficiente de restitución.





## MODELOS

### 4.1 Generalidades.

Como ya se explicó en el primer capítulo de este trabajo, la representación y modelización del fenómeno de impacto ha tomado diferentes matices, desarrollando principalmente desde el punto de vista de los modelos conservativos, considerando para ello materiales de comportamientos puramente elásticos y lineales.

No obstante que estos modelos han permitido una aproximación al comportamiento real de los materiales, la no inclusión de las pérdidas de energía durante el proceso debidas a diferentes mecanismos hace que no sea factible la evaluación de los parámetros del material a partir de dichas representaciones. Esto se hace más evidente al tratarse de materiales poliméricos, en los cuales los mecanismos que ocasionan las pérdidas de energía son más acentuados debido a las características propias de su comportamiento.

Por otro lado, se han propuesto con anterioridad modelos que analizan la flexión debida al impacto despreciando los efectos de la indentación sufrida por el material durante el proceso, considerando que la energía consumida por este mecanismo es despreciable. Sin embargo se han desarrollado estudios sobre la indentación y se han establecido modelos que de alguna manera le describen.

Dado lo anterior, las siguientes páginas comienzan con una revisión de un trabajo anterior del grupo[2], sobre el cual se construye una serie de modelos que convergen en una propuesta que incluye la flexión e indentación ocasionadas por un impacto.

### 4.2 Modelo analítico de Flexión

#### 4.2.1 Conservativo

La primera aproximación que se utiliza, como se ha descrito en la primera parte del

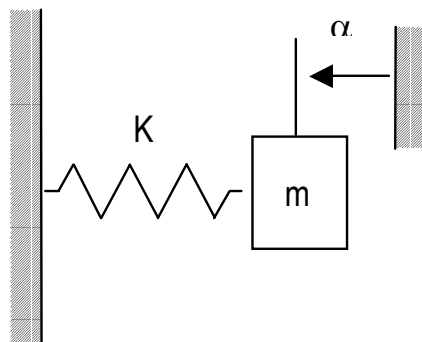


Figura 4.1 Modelo de flexión masa resorte.

trabajo, es el modelo conservativo de masa-resorte, en cuyo caso se desprecian las pérdidas de energía existentes y el comportamiento del material se asume como elástico lineal. Este modelo se puede ver esquematizado en la figura 4.1.

Si consideramos que la masa de la probeta es despreciable respecto a la masa del impactor, podemos asumir que el resorte no tiene masa y con ello el modelo se reduce a un solo grado de libertad donde  $m$  es la masa equivalente del sistema. Al aplicar la segunda ley de Newton al movimiento de la masa y del resorte, el comportamiento de este sistema puede ser representado por la siguiente ecuación diferencial :

$$m\ddot{\alpha} + K\alpha = 0 \quad (4.1)$$

donde  $\alpha$  representa al desplazamiento y  $K$  representa la rigidez del material en flexión (Fuerza/deflexión).

La solución de la ecuación diferencial, aplicando las condiciones de contorno resulta ser

$$\alpha = \frac{v_0}{w_n} \text{sen } w_n t \quad (4.2)$$

$$\dot{\alpha} = v_0 \cos w_n t \quad (4.3)$$

$$\ddot{\alpha} = v_0 w_n \text{sen } w_n t \quad (4.4)$$

donde  $w_n$  es la frecuencia angular o propia del sistema y vale

$$w_n = \frac{\pi}{t_c} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4.5)$$

La fuerza  $F$  ejercida sobre la probeta resulta ser:

$$F = m\ddot{\alpha} = mv_0 w_n \text{Sen}(w_n t) \quad (4.6)$$

y el valor máximo de la fuerza se dará cuando el término senoidal tome el valor de 1, y este caso la expresión quedará como:

$$F_M = mv_0 w_n \quad (4.7)$$

Si nombramos  $E_0$  a la energía disponible en el impactor en el instante anterior a la colisión tenemos que:

$$E_0 = mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (4.8)$$

En base a lo anterior podemos describir las ecuaciones 4.6 y 4.7 de la siguiente forma:

$$F = F_M \text{Sen}(w_n t) \quad (4.9)$$

$$F_M = \sqrt{2E_0 K} \quad (4.10)$$

Dadas las características del modelo, el coeficiente de restitución siempre tendrá un valor de  $\varepsilon=1$ , consecuencia de despreciar las pérdidas de energía. Podemos notar que la relación de la fuerza en función del tiempo es descrita por un comportamiento semisenusoidal, en el cuál la fuerza máxima dependerá fundamentalmente de la energía total del impactor y el tiempo de contacto de la masa del mismo. De igual forma, ambos términos dependerán también de la constante elástica o rigidez a flexión (K) de la probeta, la cual es función del modulo elástico del material, E, y de la geometría del ensayo.

Para el caso de una probeta charpy sin entallar, se puede calcular la rigidez de la probeta haciendo uso de la teoría de elasticidad para una viga simplemente apoyada en sus dos extremos y cargada en el centro[8], con lo se tiene que :

$$K = \frac{4BW^3}{S^3} \frac{1}{\left[ 1 + 2.85\left(\frac{W}{S}\right)^2 - 0.84\left(\frac{W}{S}\right) \right]} \quad (4.11)$$

donde S es la distancia entre los apoyos de la probeta y B y W su base y su altura respectivamente.

En el caso de los discos simplemente apoyados [60, 61]), podemos expresarlo como:

$$K = \frac{4\pi E e^3}{3(1-\nu)(3+\nu)a^2} \quad (4.12)$$

Si por el contrario el disco está sujeto en los bordes, la expresión queda como:

$$K = \frac{4\pi E e^3}{3(1-\nu^2)a^2} \quad (4.13)$$

En ambos casos, para que sean válidas las expresiones, se asume que el material es isotrópico y elástico lineal, siendo  $a$  y  $e$  el radio del apoyo y el espesor de la probeta respectivamente y donde  $e/(2a) < 0.2$

#### 4.2.2 No conservativo: serie.

Para poder representar de una forma más adecuada el comportamiento de los materiales plásticos bajo cargas de impacto, es necesario involucrar las pérdidas de energía ocurridas durante el proceso. Dado que existe una diversidad de mecanismos involucrados en estas pérdidas, es conveniente agrupar todos en un solo elemento. Dicho elemento estaría representado mecánicamente como un amortiguador, y dependiendo de la configuración en que se disponga respecto al elemento elástico, el sistema nos describirá determinado comportamiento. En la figura 4.2 se esquematiza el modelo en serie formado por un amortiguador de constante  $c$ , un muelle de constante  $K$ , y la masa  $m$  del sistema.

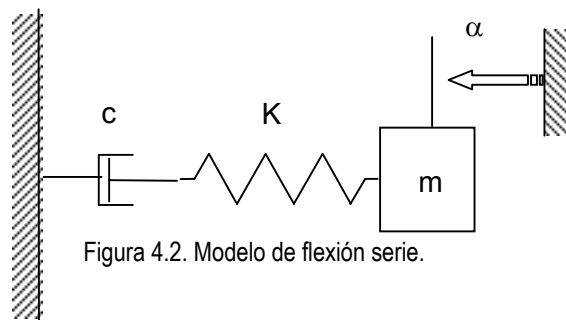


Figura 4.2. Modelo de flexión serie.

En este caso el sistema se puede describir con las expresiones:

$$F = K\alpha_E = m\ddot{\alpha} = C\dot{\alpha}_A \quad (4.14)$$

$$\alpha = \alpha_E + \alpha_A \quad (4.15)$$

Donde  $\alpha$ ,  $\alpha_E$  y  $\alpha_A$  son los desplazamientos total, del elemento elástico y del elemento amortiguador respectivamente.

Al involucrar las condiciones de frontera y darle solución al sistema de ecuaciones diferenciales, tenemos que:

$$\alpha = \frac{v_0}{w_n} \left[ 2\zeta + e^{-\zeta w_n t} \left( \frac{1-2\zeta^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{Sen}w_d t - 2\zeta \text{Cos}w_d t \right) \right] \quad (4.16)$$

donde  $w_n$  es la frecuencia natural,  $v_0$  la velocidad de la masa al inicio del impacto,

$$\zeta = \frac{\sqrt{Km}}{2C} \quad (4.17)$$

es el factor de amortiguamiento y  $w_d$  es la frecuencia angular o cuasifrecuencia, que permite expresar la atenuación de la frecuencia natural del sistema a causa del elemento amortiguador, y que para este caso equivale a:

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.18)$$

Al derivar la expresión 4.16, obtenemos la velocidad de deformación, la cual nos queda como:

$$\dot{\alpha} = v_0 e^{-\zeta w_n t} \left[ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \text{Sen} w_d t + \text{Cos} w_d t \right] \quad (4.19)$$

derivando otra vez tenemos que la aceleración del sistema es:

$$\ddot{\alpha} = w_n v_0 e^{-\zeta w_n t} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \text{Sen} w_d t \right] \quad (4.20)$$

Ahora bien, como es de interés el cuantificar las pérdidas del sistema, podemos desarrollar una expresión que nos permita el cálculo directo del coeficiente de restitución. De esta forma a partir de la ecuación 4.20 la fuerza quedaría como:

$$F = m w_n v_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \text{Sen} w_d t \bullet e^{-\zeta w_n t} \quad (4.21)$$

Se puede ver claramente que ésta valdrá cero en el instante inicial cuando  $t=0$  y también en el instante final cuando deje de haber contacto, cuando  $t=t_c$  y  $\dot{\alpha} = v_1$ . De ello se deriva que:

$$v_1 = v_0 e^{-\zeta w_n t_c} \left[ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \text{Sen} w_d t_c + \text{Cos} w_d t_c \right] \quad (4.22)$$

y si consideramos que la frecuencia angular es:

$$w_d = \frac{\pi}{t_c} \quad (4.23)$$

resulta que

$$v_1 = v_0 e^{-\zeta w_n t_c} \quad (4.24)$$

Al aplicar la definición del coeficiente de restitución a la ecuación 4.24, tenemos que este queda expresado como:

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_0} = e^{-\zeta w_n t_c} = e^{\frac{-\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (4.25)$$

de donde podemos obtener que:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{Ln\varepsilon}\right)^2}} \quad (4.26)$$

Por otro lado, podemos obtener una expresión que nos permita recuperar el valor de fuerza máxima. En este sentido, sabemos que la fuerza tendrá su máximo cuando se cumpla que:

$$\frac{dF}{dt} = 0 \quad (4.27)$$

de esta forma, derivando la ecuación 4.21 y resolviendo para la condición anterior, el tiempo de la fuerza máxima  $t_{FM}$  lo podemos expresar como:

$$w_d t_{FM} = \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \quad (4.28)$$

y retomando la ecuación 4.21 vemos que el valor del máximo de la fuerza es:

$$F_M = m v_0 w_n e^{-\zeta w_n t_{FM}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{Sen} w_d t_{FM} \right] \quad (4.29)$$

finalmente tomando la expresión 4.35 la ecuación 4.29 puede escribirse también como:

$$F_M = m v_0 w_n \varepsilon^{t_{FM}/t_c} \left[ \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{Sen} w_d t_{FM} \right] \quad (4.30)$$

El valor de la fuerza máxima expresado por la ecuación 4.30 puede asumirse como el producto de tres factores independientes; un primer factor que equivale al valor de la fuerza máxima del modelo de resorte y masa (ecuación 4.7); un segundo y tercer

factores corresponderían al término que involucra al coeficiente de restitución y al término entre paréntesis de la misma ecuación respectivamente.

Al evaluar los 3 términos en forma separada se obtienen los resultados de la tabla 4.1. En esta se representan los valores del coeficiente de restitución, del factor que relaciona de  $w_n$  a  $w_d$ , así como del segundo y tercer término citados anteriormente. Se evaluaron todos los términos usando diferentes valores de  $\zeta$ .

$\zeta$	$\sqrt{1-\zeta^2}$	$\varepsilon$	$\frac{t_{FM}}{\varepsilon t_c}$	$\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{Sen} w_d t_{FM}$	$\frac{t_{FM}}{t_c}$
0.05	0.99874922	0.85446789	0.92669202	1.0000	0.4840779
0.08	0.99679486	0.77713939	0.88723949	1.0000	0.4745080
0.11	0.99393159	0.70632127	0.85074403	1.0000	0.4649149
0.14	0.99015150	0.64133864	0.81689996	1.0000	0.4552897
0.17	0.98544406	0.58160748	0.78544116	1.0000	0.4456232
0.2	0.97979590	0.52662059	0.75613492	1.0000	0.4359058
0.23	0.97319063	0.47593618	0.72877704	1.0000	0.4261274

**Tabla 4.1.** Valores del modelo serie.

Una primera observación que se puede realizar de esta tabla es la disminución del coeficiente de restitución. Esto se debe a la presencia del elemento amortiguador, por lo que este modelo es no conservativo, y por ende los valores del coeficiente de restitución son inferiores a uno.

El registro de la fuerza en función del tiempo (ecuación 4.21) tendrá un comportamiento casi semisenusoidal que se separa más a medida que disminuye el valor del coeficiente de restitución.

El valor de la fuerza en función del tiempo se puede separar en tres factores de manera parecida a como se ha separado la fuerza máxima.

Para valores del coeficiente de restitución comprendidos entre 0.44 y 1, se puede considerar que prácticamente  $w_d$  y  $w_n$  son iguales según se aprecia por el factor de conversión mostrado en la Tabla 4.1. Ello nos indica como en el modelo de masa y resorte que el tiempo de contacto dependerá de la masa del impactor y de la constante elástica o rigidez a flexión de la probeta.

A la vista de los valores del modelo serie representado en la tabla 4.1, para valores del coeficiente de restitución comprendidos entre 0.44 y 1, el valor de la fuerza máxima (ecuación 4.30) puede simplificarse como:

$$F_M = mv_0 w_n \varepsilon^{t_{EM}/t_c} \quad (4.31)$$

lo que nos indica que los valores de la fuerza máxima para este modelo serie, son los del modelo resorte-masa multiplicados por el coeficiente de restitución elevado a un factor de relación entre el tiempo al que ocurre la fuerza máxima y el tiempo de contacto. Este último factor puede aproximarse de manera general a 0.5 sin cometer un error grande.

#### 4.2.3 No conservativo: paralelo

Otra disposición del sistema masa-muelle-amortiguador es la mostrada en la figura 4.3, donde se esquematiza el modelo en paralelo. En este modelo el amortiguador y el muelle tienen un mismo desplazamiento, distribuyéndose la fuerza aplicada por la masa entre ambos elementos.

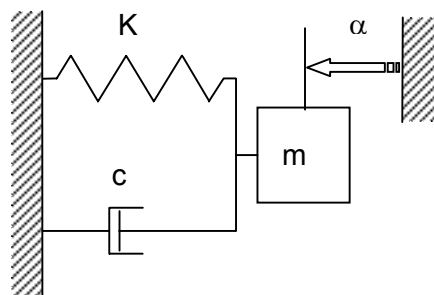


Figura 4.3 Modelo de flexión paralelo.

En este modelo las constantes de proporcionalidad del sistema expresan los mismos conceptos que las del modelo en serie. Al realizar la suma de fuerzas del sistema llegamos a la ecuación diferencial que describe su movimiento:

$$m\ddot{\alpha} + c\dot{\alpha} + K\alpha = 0 \quad (4.32)$$

Al aplicar las condiciones de contorno y resolver esta ecuación encontramos que su solución es:

$$\alpha = \frac{v_0}{w_d} e^{-\zeta w_n t} \text{Sen} w_d t \quad (4.33)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{v_0}{w_d} e^{-\zeta w_n t} [w_d \text{Cos} w_d t - \zeta w_n \text{Sen} w_d t] \quad (4.34)$$



$$\ddot{\alpha} = v_0 w_n e^{-\zeta w_n t} \left[ \text{Sen} w_d t \left( \frac{\zeta^2 w_n}{w_d} - \frac{w_d}{w_n} \right) - 2\zeta \text{Cos} w_d t \right] \quad (4.35)$$

donde la frecuencia natural, la cuasifrecuencia y el factor de amortiguamiento están dados por:

$$w_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4.36)$$

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.37)$$

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{Km}} \quad (4.38)$$

De esta forma, a partir de la ecuación 4.35 podemos obtener una función que nos describa la fuerza, la cual quedaría expresada como:

$$F = m v_0 w_n e^{-\zeta w_n t} \left[ \left( \frac{\zeta^2}{\sqrt{1 - \zeta^2}} - \sqrt{1 - \zeta^2} \right) \text{Sen} w_d t - 2\zeta \text{Cos} w_d t \right] \quad (4.39)$$

Físicamente la colisión termina cuando termina el contacto entre el indentador y el material, lo cual estará representado en el modelo cuando el valor de la fuerza sea cero por primera vez. En este modelo este valor se alcanza antes de que el desplazamiento  $\alpha$  pase por cero, lo cual ocurre cuando:

$$w_d t_{F=0} = \pi - \text{arctg} \left( \frac{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}{1 - 2\zeta^2} \right) \quad (4.40)$$

lo cual es válido si:

$$0 \leq \zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.41)$$

entonces al evaluar la ecuación 4.34 con las anteriores consideraciones esta nos expresa que:

$$v_1 = \frac{v_0}{w_d} e^{-\zeta w_n t_{F=0}} \left[ w_d \text{Cos} w_d t_{F=0} - \zeta w_n \text{Sen} w_d t_{F=0} \right] \quad (4.42)$$

y aplicando la definición del coeficiente de restitución nos queda que:

$$\varepsilon = e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{F=0}} \left[ \text{Cos}w_d t_{F=0} - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{Sen}w_d t_{F=0} \right] \quad (4.43)$$

En el caso de la fuerza máxima, al igual que en el modelo en serie, esta se dará cuando se cumpla la ecuación 4.27, por lo que resolviendo con esta condición la ecuación 4.39 obtenemos que:

$$w_d t_{FM} = \text{Arc tg} \left[ \frac{(4\zeta^2 - 1)\sqrt{1-\zeta^2}}{4\zeta^3 - 3\zeta} \right] \quad (4.44)$$

Y dejaríamos expresado que en ese caso:

$$F = mv_0 w_n e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{FM}} \left[ \left( \frac{\zeta^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} - \sqrt{1-\zeta^2} \right) \text{Sen}w_d t_{FM} - 2\zeta \text{Cos}w_d t_{FM} \right] \quad (4.45)$$

Ahora bien, podemos, al igual que con el anterior modelo, analizar por partes el comportamiento de las ecuaciones desarrolladas. En primera instancia, tenemos que el coeficiente de restitución (ecuación 4.43) lo podemos expresar como el producto de dos factores. El primero, correspondería al término exponencial, y el segundo al término entre paréntesis. Al evaluar los términos referidos con diferentes valores de  $\zeta$  se obtuvieron los resultados que se presentan en la tabla 4.2. En esta tabla se puede ver claramente la evolución de los valores de ambos términos, del valor del coeficiente

$\zeta$	$\sqrt{1-\zeta^2}$	$e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{F=0}}$	$\text{Cos}w_d t_{F=0} - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}w_d t_{F=0}$	$\varepsilon$
0.05	0.99874922	0.8587581	1.0000	0.858758
0.08	0.99679486	0.7871939	1.0000	0.787194
0.11	0.99393159	0.7237654	1.0000	0.723765
0.14	0.99015150	0.6673256	1.0000	0.667326
0.17	0.98544406	0.6169178	1.0000	0.616918
0.2	0.97979590	0.5717400	1.0000	0.571740
0.23	0.97319063	0.5311160	1.0000	0.531116

Tabla 4.2. Valores del modelo paralelo para el cálculo de  $\varepsilon$ .

de restitución y el factor de amortiguamiento que relaciona a  $w_n$  con  $w_d$  en este modelo.

Al igual que en el modelo serie, al ser este un modelo no conservativo, los valores del coeficiente de restitución son inferiores a 1 como se muestra en la tabla, lo cual refleja la pérdida de energía en el sistema. De igual forma se puede observar que el término entre paréntesis toma siempre un valor de 1 independientemente de los valores dados a  $\zeta$ . Lo anterior nos lleva a poder simplificar la ecuación 4.43 y expresar que el coeficiente de restitución puede asumirse como:

$$\varepsilon = e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{F=0}} \quad (4.46)$$

En el caso de la fuerza máxima (ecuación 4.45), ésta también es susceptible de ser expresada como el producto de tres factores. Un primer factor que corresponde con el valor de la fuerza máxima del modelo de resorte y masa (ecuación 4.7), un segundo factor exponencial, y un tercer factor que corresponde al término entre paréntesis. Podemos apreciar que el término exponencial es similar a la expresión (4.46) que representa el coeficiente de restitución, con lo cual podemos de forma preliminar suponer que este será el término que atenúe al factor de tipo elástico. En la tabla 4.3 se representan estos dos últimos factores para diferentes valores de  $\zeta$ .

$\zeta$	$e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{FM}}$	$\left[ \left( \frac{\zeta^2}{\sqrt{1-\zeta^2}} - \sqrt{1-\zeta^2} \right) \text{Sen}w_d t_{FM} - 2\zeta \text{Cos}w_d t_{FM} \right]$
0.05	0.931344861	1.0000
0.08	0.898718491	1.0000
0.11	0.871754998	1.0000
0.14	0.850000576	1.0000
0.17	0.833126558	1.0000
0.2	0.820918522	1.0000
0.23	0.813271071	1.0000

Tabla 4.3. Valores del modelo paralelo para el cálculo de  $F_M$ .

De los resultados de la tabla, podemos ver que el término entre paréntesis es invariablemente 1, por lo que prácticamente el término exponencial es el que nos afecta a la magnitud conservativa. De esta forma podemos decir que el valor de la fuerza máxima resulta ser:

$$F = mv_0 w_n e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}w_d t_{FM}} \quad (4.47)$$

Como se mencionó anteriormente, el término exponencial viene a estar relacionado con el coeficiente de restitución, así que al modificar la ecuación 4.47 para poder reemplazar el valor de  $\varepsilon$  (ecuación 4.46) por el término referido se obtiene que:

$$F = m v_0 w_n \varepsilon^{\frac{t_{F=0}}{t_{FM}}} \quad (4.48)$$

Para valores del coeficiente de restitución comprendidos entre 0.44 y 1 el valor de la fuerza máxima (ecuación 4.48) es prácticamente igual a los del modelo serie (ecuación 4.31), y equivalen a los del modelo de resorte y masa (ecuación 4.7) multiplicados por el coeficiente de restitución elevado a un factor que puede aproximarse por 0.5 sin cometer un gran error.

En este modelo los valores de la fuerza en función del tiempo tendrán un comportamiento casi semisenoidal que se separará más a medida que disminuye el valor del coeficiente de restitución. Sin embargo para el tiempo inicial de contacto, la fuerza no vale cero.

Para valores del coeficiente de restitución comprendidos entre 0.44 y 1 se puede considerar que  $w_d$  y  $w_n$  son prácticamente iguales, lo que nos indica tanto en este caso como en el del modelo anterior, que el tiempo de contacto dependerá de la masa del impactor y de la constante elástica de la probeta.

## 4.3 Indentación

### 4.3.1 Modelo conservativo

En el estudio de la indentación, los modelos conservativos toman como punto de partida la ley de Hertz que fue originalmente concebida para el contacto entre dos esferas elásticas e isotrópicas.

Resultados obtenidos por Rayleigh[62] nos muestran que si la duración del contacto es muy grande en comparación con los periodos naturales del sistema, las vibraciones del mismo pueden despreciarse. De esta forma, puede entonces asumirse que la ley de Hertz que fue establecida para condiciones estáticas puede aplicarse también durante el impacto.

El contacto entre una esfera elástica e isotrópica con un semiespacio plano, es el caso especial en el que el radio de una esfera es infinito. En este caso, la fuerza de

contacto,  $F$ , y la penetración,  $\alpha$ , en el caso de que la colisión del impactor sea normal al objetivo, pueden expresarse como:

$$F = K\alpha^{3/2} \quad (4.49)$$

para el caso de un material isotrópico tenemos que la constante  $K$  será:

$$K = \frac{4\sqrt{R}}{3} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (4.50)$$

donde  $R$  es el radio del indentador,  $E$  el módulo de Young,  $\nu$  el coeficiente de Poisson, y los subíndices 1 y 2 se refieren al impactor y al objetivo respectivamente.

De esta manera se puede considerar un modelo conservativo para la indentación de masa y muelle tal como el representado en la figura 4.4, cuya ecuación para el movimiento es:

$$m\ddot{\alpha} + mg = K\alpha^{3/2} \quad (4.51)$$

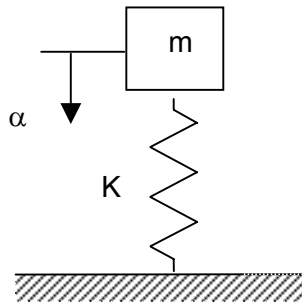


Figura 4.4 Modelo de indentación conservativo.

Dado que este trabajo se enfoca más al impacto de baja energía, en los modelos el efecto de la gravedad es poco relevante en comparación de los términos inerciales y elásticos. De esta forma podemos despreciar el término gravitatorio y reducir la expresión (4.51) a:

$$m\ddot{\alpha} = K\alpha^{3/2} \quad (4.52)$$

Al integrar esta ecuación diferencial tendríamos que:

$$\dot{\alpha}^2 = -\frac{4}{5} \frac{K}{m} \alpha^{5/2} + v_0^2 \quad (4.53)$$

Donde  $v_0$  es la velocidad al inicio del impacto, y que es igual a la velocidad del dardo al momento de tocar por primera vez el material.

Dado que en estas ecuaciones existe un elemento no lineal, es poco factible encontrar una solución analítica que nos permita expresar la evolución de la deformación en función del tiempo. Sin embargo es factible encontrar las relaciones que nos permitan conocer las características del comportamiento. De esta forma, tenemos que la máxima deformación,  $\alpha_1$ , ocurre cuando  $\frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha} = 0$  y a partir de la ecuación 4.53 llegamos a:

$$\alpha_1 = \left( \frac{5 v_o^2 m}{4K} \right)^{2/5} \quad (4.54)$$

sustituyendo la ecuación 4.54 en la ecuación 4.49 se encuentra el valor de la fuerza máxima,  $F_{m\acute{a}x}$ :

$$F_{m\acute{a}x} = K^{2/5} \left( \frac{5 v_o^2 m}{4} \right)^{3/5} \quad (4.55)$$

El tiempo de contacto entre el impactor y la probeta, durante el impacto,  $t_c$ , se calcula escribiendo la ecuación 4.53 de la forma siguiente:

$$dt = \frac{d\alpha}{\sqrt{v_o^2 - \frac{4K}{5m} \alpha^{5/2}}} \quad (4.56)$$

o bien, combinando con la ecuación 4.54 y haciendo  $x = \alpha / \alpha_1$ , se tiene:

$$\int_0^t dt = \frac{\alpha_1}{v_o} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1 - x^{5/2}}} \quad (4.57)$$

El tiempo de contacto total se obtiene integrando entre los límites:  $x=0$  para  $t=0$  y  $x=1$  para  $t=t_1$ :

$$t_c = 2t_1 = 2,94 \frac{\alpha_1}{v_o} = 2,94 \left( \frac{5}{4 M n \sqrt{v_o}} \right)^{2/5} \quad (4.58)$$

Obsérvese que tanto fuerza máxima (ecuación 4.55) como el tiempo de contacto (ecuación 4.58) dependen de  $K$ ; por tanto, según la ecuación 4.50, del radio del impactor ( $R_i$ ), del módulo elástico del impactor ( $E_1$ ) y de la probeta ( $E_2$ ). Asimismo, nótese que  $F_{m\acute{a}x}$  y  $t_c$  son funciones de  $v_o^{6/5}$  y  $v_o^{-1/5}$  respectivamente.

Este modelo es una buena aproximación para materiales que no presentan comportamientos viscosos o sufren deformaciones permanentes (ej. Metales y

cerámicos), pero dado que no considera las pérdidas de energía, no se toman en cuenta los diversos mecanismos de deformación permanente ni los que disipan energía, por lo que los resultados obtenidos en materiales plásticos no se aproximan a la realidad.

### 4.3.2 No conservativo: serie

#### 4.3.2.1 Desarrollo del modelo

Dado que en los plásticos no se presenta un comportamiento elástico en su deformación, es necesario tener en cuenta los diversos mecanismos presentes en el material durante el impacto. De esta forma, un modelo simple que tenga en cuenta las pérdidas de energía tiene que estar constituido por una masa, un muelle y un amortiguador. Al igual que en caso de flexión, se pueden desarrollar dos modelos diferentes, en los que el muelle y el amortiguador están en serie (figura 4.5) o en paralelo.

En el modelo serie se toman en consideración las deformaciones permanentes que se producen en las probetas indentadas. Dado que la energía consumida en una deformación no elástica es función de los diversos mecanismos presentes, es conveniente agruparlos todos en un solo elemento, el cual puede ser representado mecánicamente por un amortiguador.

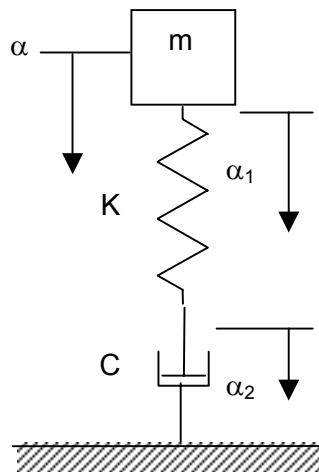


Figura 4.5. Modelo de indentación serie no conservativo.

De esta forma, partiendo del modelo conservativo, adicionamos un elemento amortiguador cuyo comportamiento podemos asumir como lineal, de tal forma que podemos describirlo con la expresión:

$$F = C\dot{\alpha}_2 \quad (4.59)$$

Donde:

F es la fuerza de reacción del elemento mecánico

C es la constante de amortiguamiento

$\dot{\alpha}_2$  es la velocidad a la que se produce la deformación no elástica durante el impacto.

Tomando en cuenta la ecuación 4.51 y al involucrar el término expresado por la ecuación 4.59, se puede ver que en la representación de la fuerza, al ser una disposición en serie, quedaría como:

$$m\ddot{\alpha} + mg = -K\alpha_1^{\frac{3}{2}} = -C\dot{\alpha}_2 \quad (4.60)$$

esto debido a que la fuerza aplicada es la misma para todos los elementos. Como consecuencia, esto hace que en el modelo se tengan 3 desplazamientos (uno para cada elemento), lo se puede expresar como

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (4.61)$$

Este sistema de ecuaciones describe el comportamiento general del modelo planteado. Por otro lado, dada la diferencia en las magnitudes de los valores de cada término, el término gravitatorio en la ecuación 4.60 no tiene una aportación significativa, y más bien su efecto es despreciable, por lo cual se puede obviar. A diferencia del modelo de flexión serie, en este caso el sistema de ecuaciones contiene términos no lineales lo cual es consecuencia del comportamiento hertziano que se asume tiene el material.

#### **4.3.2.2 Resolución numérica**

Ahora bien, dado que el elemento resorte tiene un comportamiento no lineal, la ecuación diferencial planteada carece de una solución que pueda ser representada por una función analítica. Sin embargo es posible encontrar una función de tipo numérico que sea solución de la misma. Dado que se trata de una ecuación diferencial ordinaria, es posible utilizar métodos numéricos para su resolución.

Los métodos numéricos basan su funcionamiento en algoritmos para efectuar cálculos iterativos tomando en referencia un punto inicial con condiciones y valores conocidos. La conveniencia de usar uno u otro método será determinada por la exactitud que se requiera y la amplitud del rango estudiado. En este caso, como el intervalo en el que se desea encontrar la solución es relativamente extendido, los métodos más sencillos



como el de Euler y el Euler-Gauss no nos darían soluciones válidas lejos de la vecindad del punto inicial. Es por ello que se optó por utilizar el método numérico de Runge-Kutta de 4º orden, que si bien requiere una gran cantidad de cálculos, nos permite generar una función numérica que sea solución de una ecuación diferencial ordinaria en un intervalo mucho más extendido[63].

El método de Runge-Kutta se basa en el cálculo de pendientes entre 1 punto conocido y aquél que se pretende conocer. De estructura similar a los métodos de Euler y Euler-Gauss, hace uso de los primeros términos de la serie de Taylor. Esto hace que sea factible la programación del mismo y por medio de un ordenador poder calcular la solución con una alta densidad de puntos. En nuestro caso, al tener la ecuación diferencial más de 1 variable y sus derivadas, es necesario expresar el modelo como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que nos permitan el cálculo de las diferentes variables.

Al separar la ecuación 4.60 y tomando en cuenta la observación previa de despreciar el término gravitatorio se obtiene que:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{K}{m}\alpha_1^{3/2} \quad (4.62)$$

y

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K}{C}\alpha_1^{3/2} \quad (4.63)$$

A partir de la ecuación 4.61 obtenemos:

$$\alpha_1 = \alpha - \alpha_2 \quad (4.64)$$

por lo que al combinar la ecuación 4.64 con 4.62 y 4.63 tenemos:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{K}{m}(\alpha - \alpha_2)^{3/2} \quad (4.65)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K}{C}(\alpha - \alpha_2)^{3/2} \quad (4.66)$$

Se puede ver que estas 2 ecuaciones permiten involucrar los efectos másicos, elásticos y de pérdida de energía. Sin embargo, la presencia de 3 derivadas (2 explícitas y una tercera que no aparece) hace necesario disponer de 1 tercera ecuación. De esta forma además del par anterior definimos:

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.67)$$

Para poder programar el método es necesario expresar las ecuaciones de forma apropiada, de esta forma el sistema que nos queda es:

$$f_1 = -\frac{K}{m}(\alpha - \alpha_2)^{\frac{3}{2}} \quad (4.68)$$

$$f_2 = \frac{K}{C}(\alpha - \alpha_2)^{\frac{3}{2}} \quad (4.69)$$

$$f_3 = \dot{\alpha} \quad (4.70)$$

Con estas 3 ecuaciones se desarrolló el algoritmo y fue programado en Excel por la facilidad que da este programa para el manejo de tablas de datos y cálculo dinámico, así como por su conveniencia para visualizar las diferentes variables y resultados. En su programación se usó un intervalo de 1.5  $\mu$ s entre cada punto calculado. En este sentido, el intervalo del mismo orden de magnitud que la frecuencia de adquisición de datos utilizadas en los experimentos.

Para el funcionamiento del algoritmo, es necesario dar una serie de valor iniciales, que en general son:

Velocidad del impacto ( $\dot{\alpha}_{t=0} = v_0$ )

Velocidad de deformación no elástica (elemento amortiguador;  $\dot{\alpha}_{2,t=0} = 0$ )

La aceleración del elemento másico ( $\ddot{\alpha} = 0$ )

Como parámetros del modelo se tienen la masa del impactor ( $m$ ) y las constantes  $K$  (relacionada con la parte elástica, ecuación 4.50) y  $C$  (relacionada con la pérdida de energía y por ello con el coeficiente de restitución). Más adelante se verá que para el ajuste del modelo a los valores experimentales se variarán estos 2 últimos parámetros. En la figura 4.6 se puede visualizar el gráfico de una función numérica que se genera al ejecutar el programa. La curva es una cuasisenoide atenuada, y se puede apreciar cierta asimetría ocasionada por el elemento amortiguador.

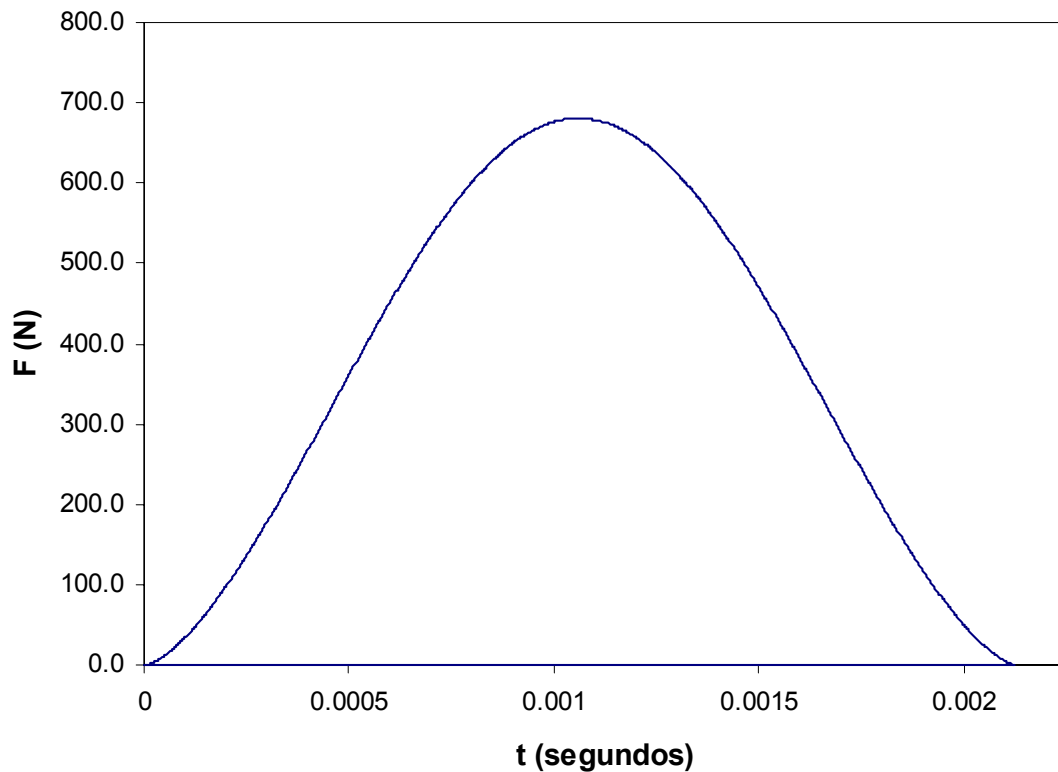


Figura 4.6. Solución numérica para el modelo de indentación no conservativo serie.

Si en los modelos analíticos era relativamente fácil visualizar el comportamiento de la función y obtener expresiones para calcular directamente determinados parámetros, en este caso el análisis se debe hacer sobre la base de la visualización de las funciones, siendo la apreciación de la relación entre parámetros y resultados de carácter cualitativo.

De ésta forma es necesario evaluar el modelo para diferentes condiciones y comparar las curvas generadas. En la figura 4.7 podemos observar la variación del comportamiento del modelo cuando se varía el valor de la constante  $K$  por medio del módulo de elasticidad (ver ecuación 4.50), manteniendo la masa  $m$ , la constante  $C$  (constante de amortiguamiento) y la velocidad de incidencia ( $v_0$ ). Se puede apreciar que la fuerza máxima se incrementa y el tiempo de contacto disminuye mientras se aumenta el módulo. Esto refleja el comportamiento de la parte elástica, y de manera similar al modelo de flexión el tiempo de contacto se ve influido de manera importante por el valor del módulo de elasticidad.

En la figura 4.8 se relacionan las variaciones de la fuerza máxima y del tiempo de contacto en función del módulo de elasticidad. En ambos casos se aprecia que la

relación entre el módulo de elasticidad y ambos resultados no es lineal e incluso se puede advertir cierta tendencia a ser asíntotas en valores muy altos del módulo. Por el contrario se observa que en valores muy bajos de  $E$ , el tiempo de contacto tiende a hacerse infinito y la fuerza máxima sería cero, lo que implicaría que no habría respuesta del material, lo cual es físicamente coherente.

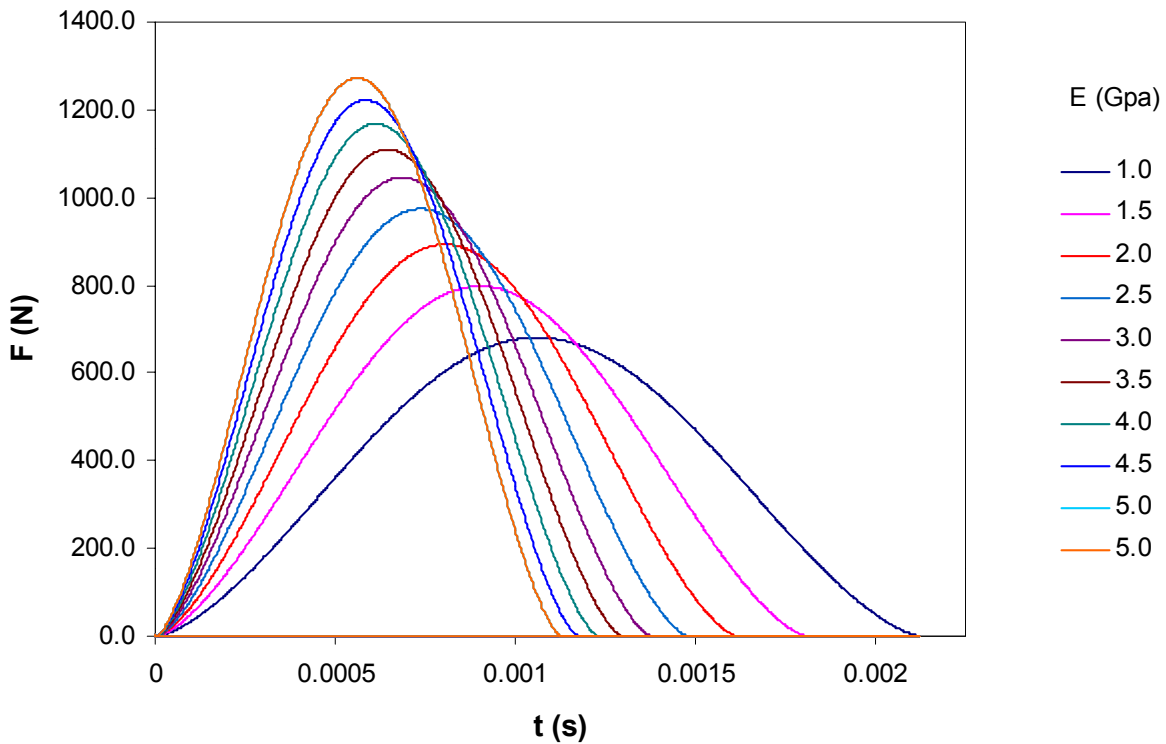


Figura 4.7. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes módulos de elasticidad, modelo de indentación serie.

Dado que el modelo nos proporciona una relación fuerza-tiempo, el coeficiente de restitución puede ser calculado por medio de la integración del área bajo la curva de las funciones por medio del método mencionado en el capítulo 2 (ecuación 2.9). De esta forma se han generado los resultados que se pueden ver en la figura 4.9, en donde se aprecia que el coeficiente de restitución disminuye muy poco al momento de incrementar los valores del módulo de elasticidad. Esto nos permite verificar que las pérdidas de energía están poco ligadas a la constante elástica.

Podemos explicar la pequeña variación del coeficiente de restitución como que al ser mayor la constante del resorte, una mayor cantidad de energía será transmitida al elemento amortiguador, con lo cual el resorte se deformará menos provocando una mayor actuación del amortiguador, y en consecuencia la pérdida de energía debida al amortiguador se incrementará.

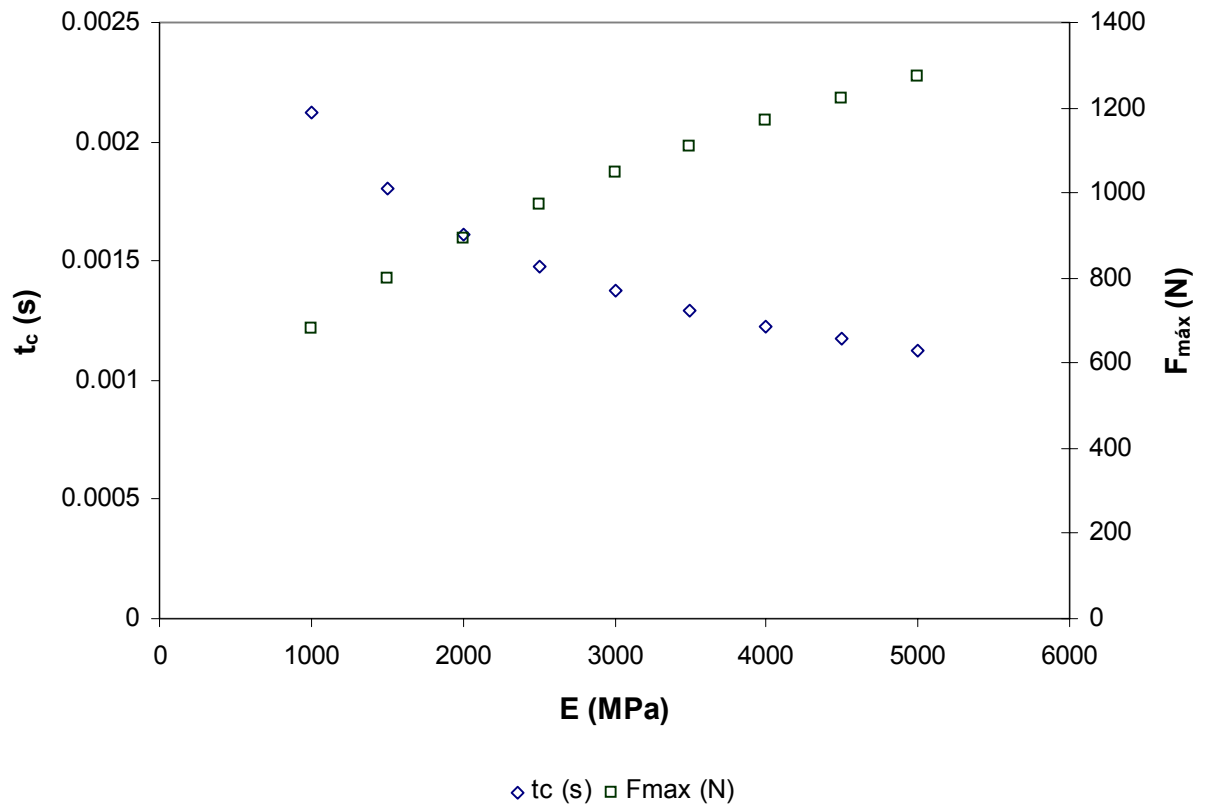


Figura 4.8. Variación de la fuerza máxima y del tiempo de contacto en función del módulo de elasticidad, modelo indentación serie.

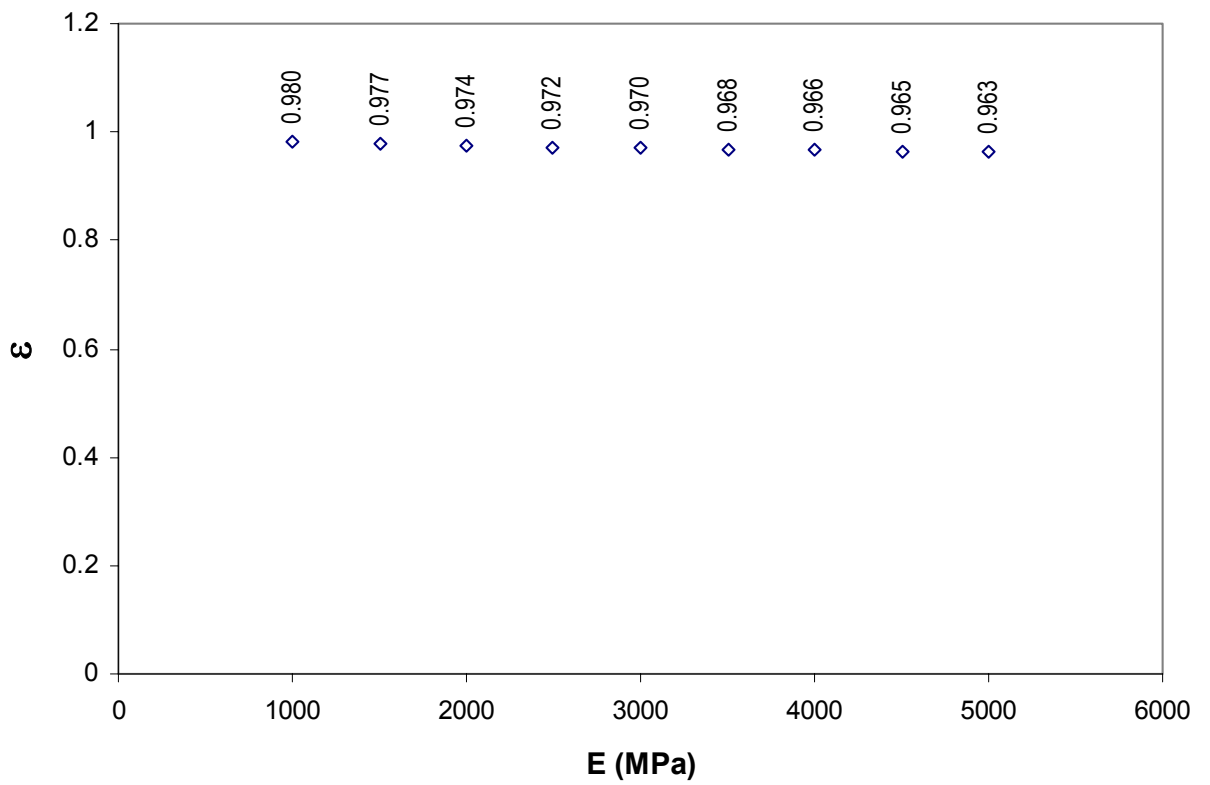


Figura 4.9. Variación del coeficiente de restitución en función del módulo de elasticidad, modelo indentación serie.

Si por el contrario, mantenemos el valor del módulo elástico (y por ende  $K=\text{constante}$ ), podemos visualizar las variaciones del comportamiento al variar el parámetro  $C$ , ligado con la pérdida de energía. Esto nos llevaría a representar materiales más viscosos o que sufren más fácilmente deformaciones permanentes.

En la figura 4.10 podemos ver como se comporta el modelo con diferentes valores del amortiguamiento, lo cual nos permite apreciar que el efecto del amortiguador en la forma de la curva se acentúa conforme disminuye  $C$ . Es claro que la pérdida de simetría en la función generada está vinculada con el efecto de amortiguamiento, ya que a bajos valores de  $C$  se presentan colas más alargadas, reflejando de esta forma la deformación permanente del sistema.

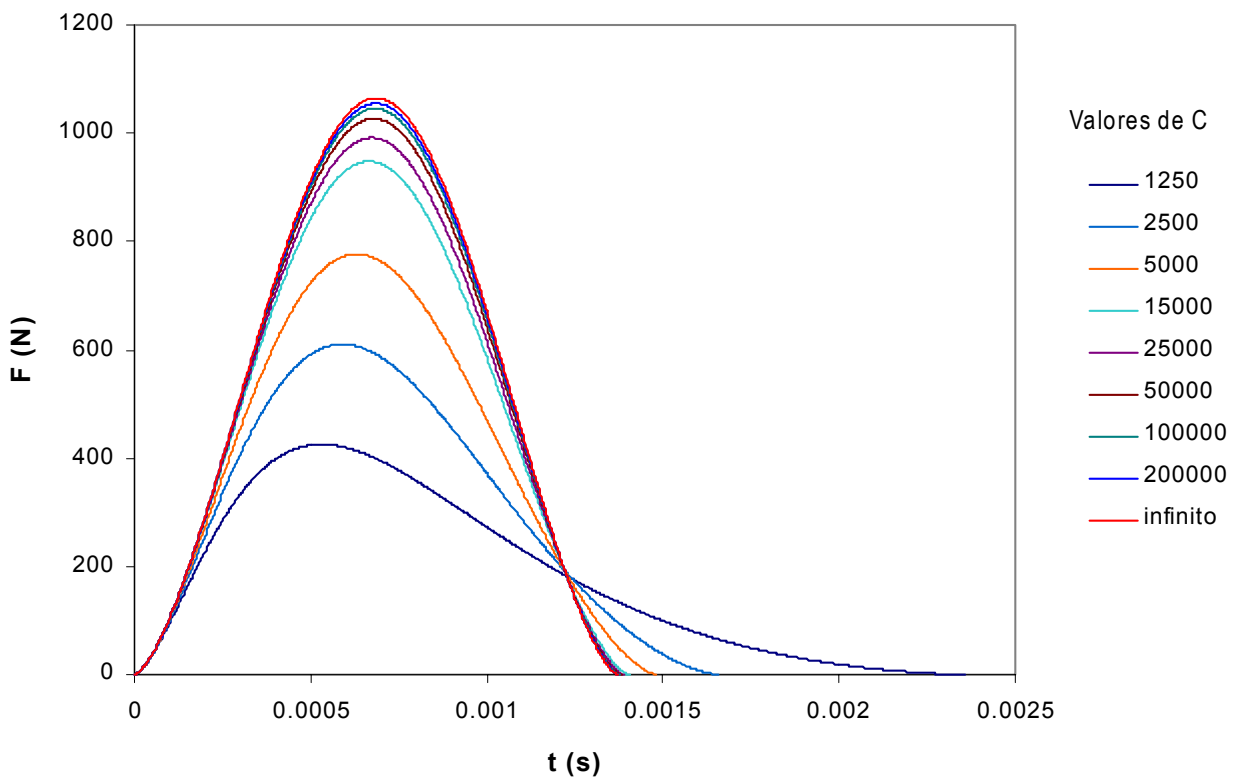


Figura 4.10. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $C$ , modelo de indentación serie.

Es de notar que cuando el valor de  $C$  se incrementa la variación de la forma no es tan evidente en valores arriba de 100000, lo cual aproxima al modelo a un sistema conservativo ya que las deformaciones permanentes que se esperan en el elemento amortiguador serán mínimas, lo que representaría a materiales altamente elásticos.

Se puede apreciar que el reducir el valor de  $C$  conlleva una disminución de la fuerza máxima. Sin embargo el tiempo de contacto no se incrementa significativamente, salvo

en muy bajos valores de  $C$ . Ambas situaciones se aprecian en la figura 4.11. A altos valores de  $C$  se tiene una casi nula variación del tiempo de contacto y de la fuerza máxima, por lo que el modelo estará gobernado principalmente por la componente

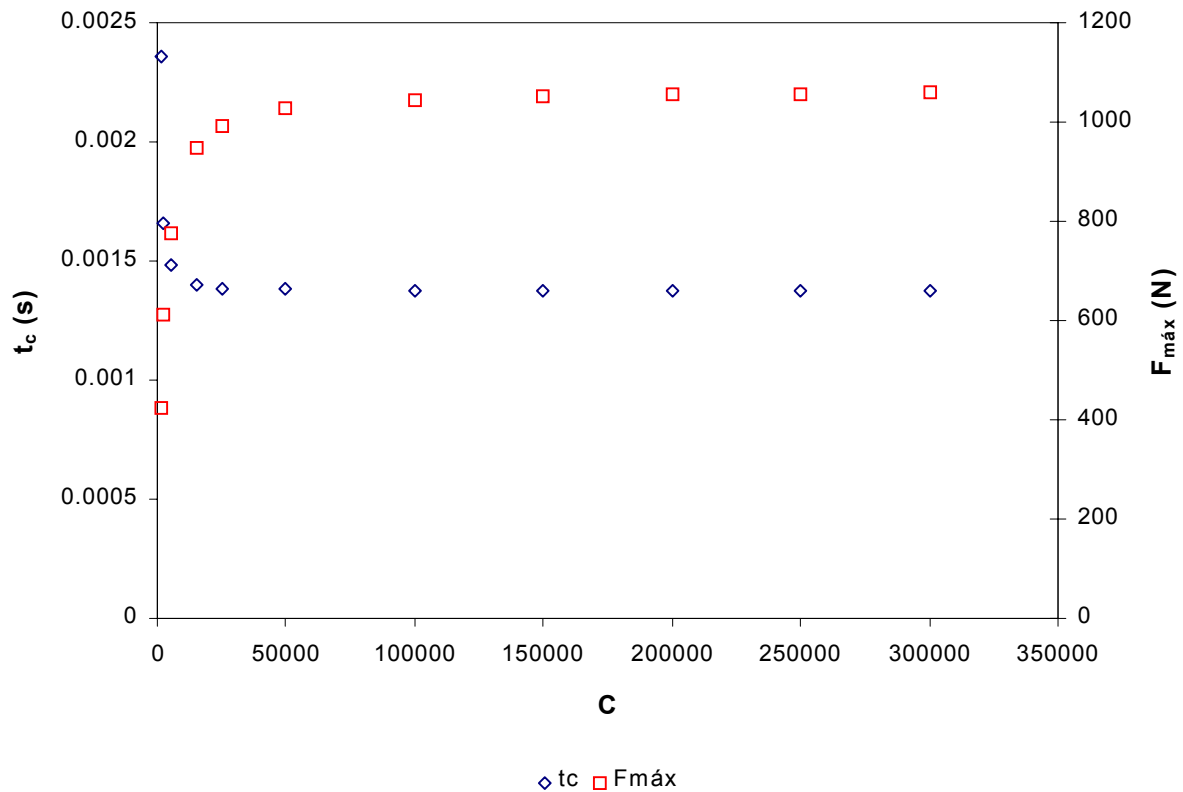


Figura 4.11. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $C$ , modelo de indentación serie elástica.

Si por el contrario los valores de  $C$  disminuyen, se acentuarán las variaciones, haciéndose esto evidente a valores por debajo de  $C=100000$  para la fuerza máxima. Es en este caso cuando la componente no elástica dominará el comportamiento, ya que será el elemento amortiguador el que absorba y disipe la mayor cantidad de energía. Esto se puede ver claramente mediante el coeficiente de restitución.

Es claro que la variación de la forma de la curva está dominada en especial por el factor de amortiguamiento, lo que se ve reflejado en los valores del coeficiente de restitución registrados en la figura 4.12. Se puede ver que mientras mayor sea el valor de  $C$ ,  $\epsilon$  se aproximará a 1, lo que indicaría una tendencia del modelo a un sistema conservativo. Por el contrario, a bajos valores  $\epsilon$  cambiará de forma importante y se alejará de 1.

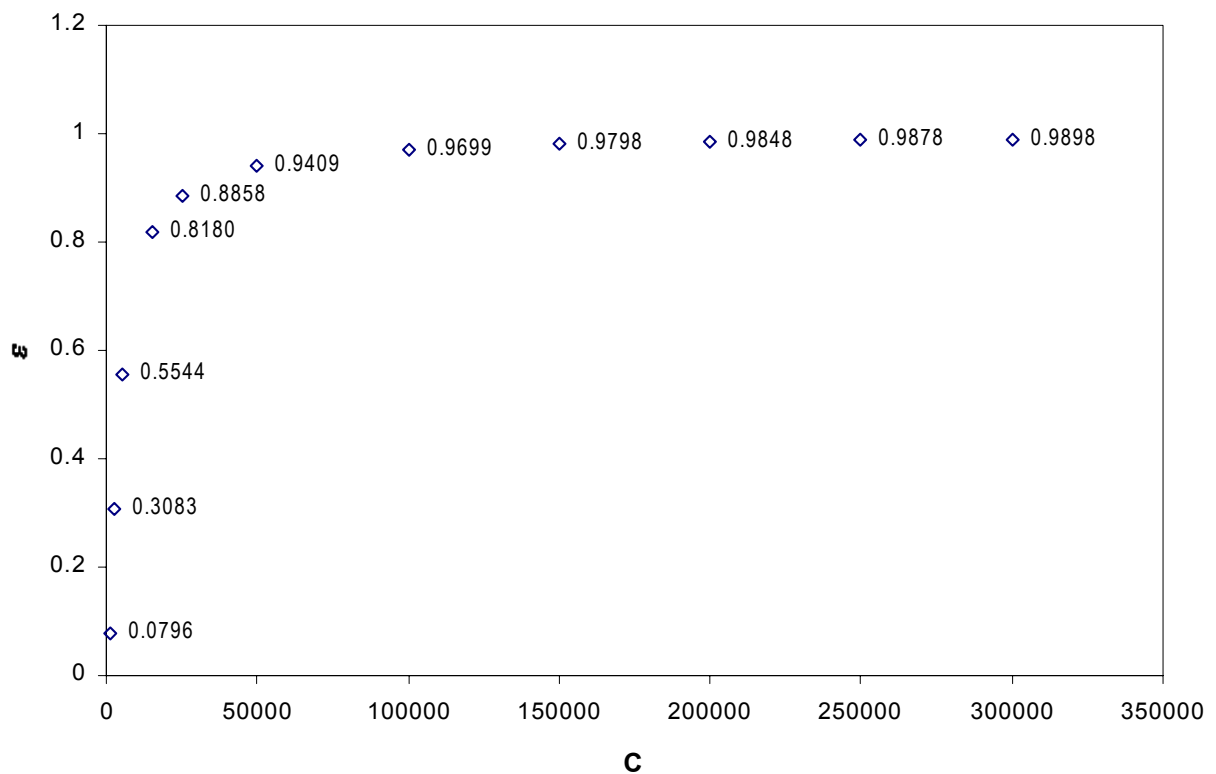


Figura 4.12. Variación del coeficiente de restitución en función de C, modelo indentación serie.

Resumiendo todo el análisis anterior podemos construir un cuadro general que describa el comportamiento del modelo. Si consideramos que en la realidad los valores del coeficiente de restitución por lo general se encuentran en el intervalo de  $0.5 < \epsilon < 1$  el cuadro quedaría como:

$$\begin{array}{ccc}
 \downarrow C & \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \downarrow F_{\max} \\ \downarrow \epsilon \\ \approx t_c \end{array} \right. \\
 \text{-rígido} \leftarrow \downarrow C \rightarrow \text{+rígido} & & \\
 \downarrow K (\downarrow E) & \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \downarrow F_{\max} \\ \uparrow \epsilon \\ \uparrow t_c \end{array} \right.
 \end{array}$$

Por otro lado, la variación del comportamiento del modelo no solo está sujeta a estos 2 valores, sino que dependerá de igual forma de los valores de masa (m) y velocidad de impacto ( $v_0$ ), ya que estos determinan en la realidad la energía que se proporcione al sistema.



Al mantener constantes los valores de la velocidad inicial ( $v_0$ ), C y K y variando la masa, podemos observar en la figura 4.13 que la forma de la función se modifica conservando de forma aproximada sus proporciones, incrementándose el área conforme se incrementa el valor de la masa y por ende de la energía suministrada. Puede observarse que las curvas coinciden en la parte inicial, lo cual es debido a que en esta parte domina la componente elástica.

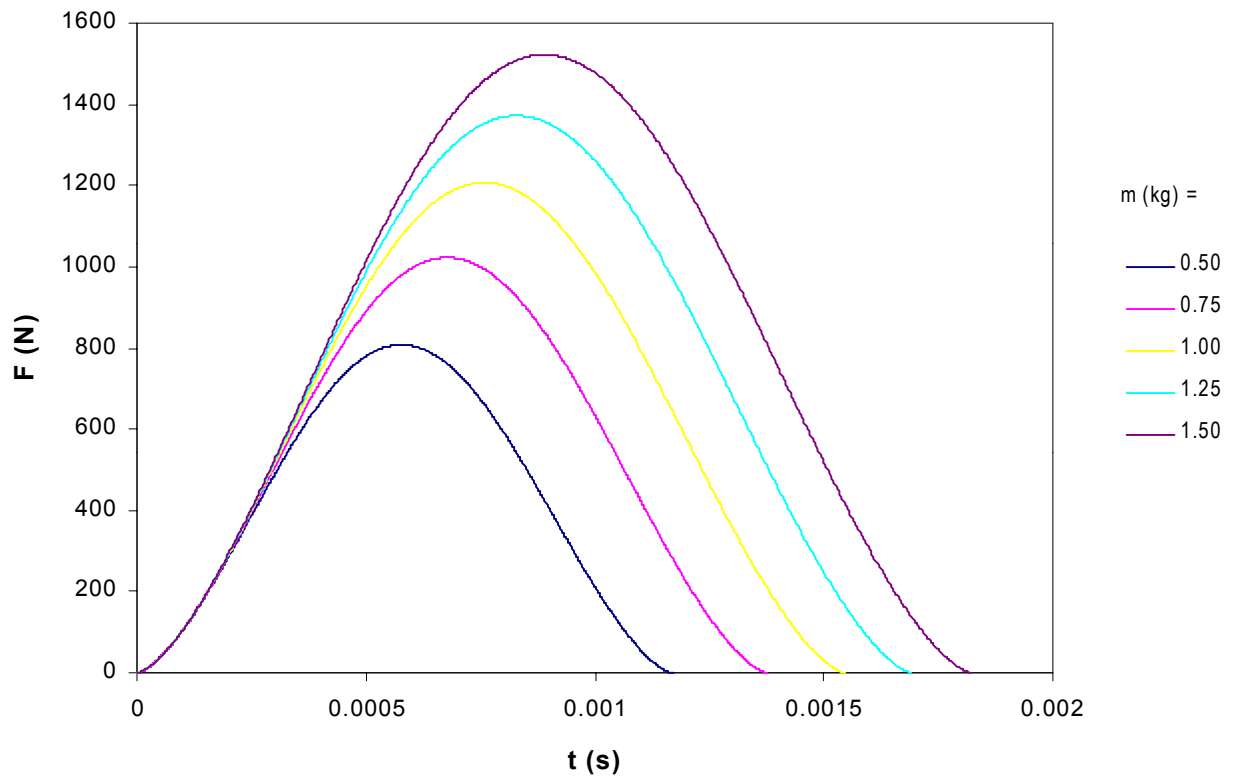


Figura 4.13. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $m$ , modelo de indentación serie.

Como consecuencia de este aumento del área a causa del incremento de masa, se tiene que tanto el tiempo de contacto como la fuerza máxima se incrementa, como se puede ver en la figura 4.14. Físicamente es claro que a un incremento de la masa hará que el sistema necesite un periodo más grande para desacelerar al impactor debido a la inercia que este posee.

Ahora bien, el comportamiento del modelo difiere cuando es la velocidad inicial la que se varía, dejando fijos los demás parámetros. De esta forma, se puede ver en la figura 4.15 como las curvas generadas para distintas velocidades no conservan en absoluto las relaciones de aspecto.

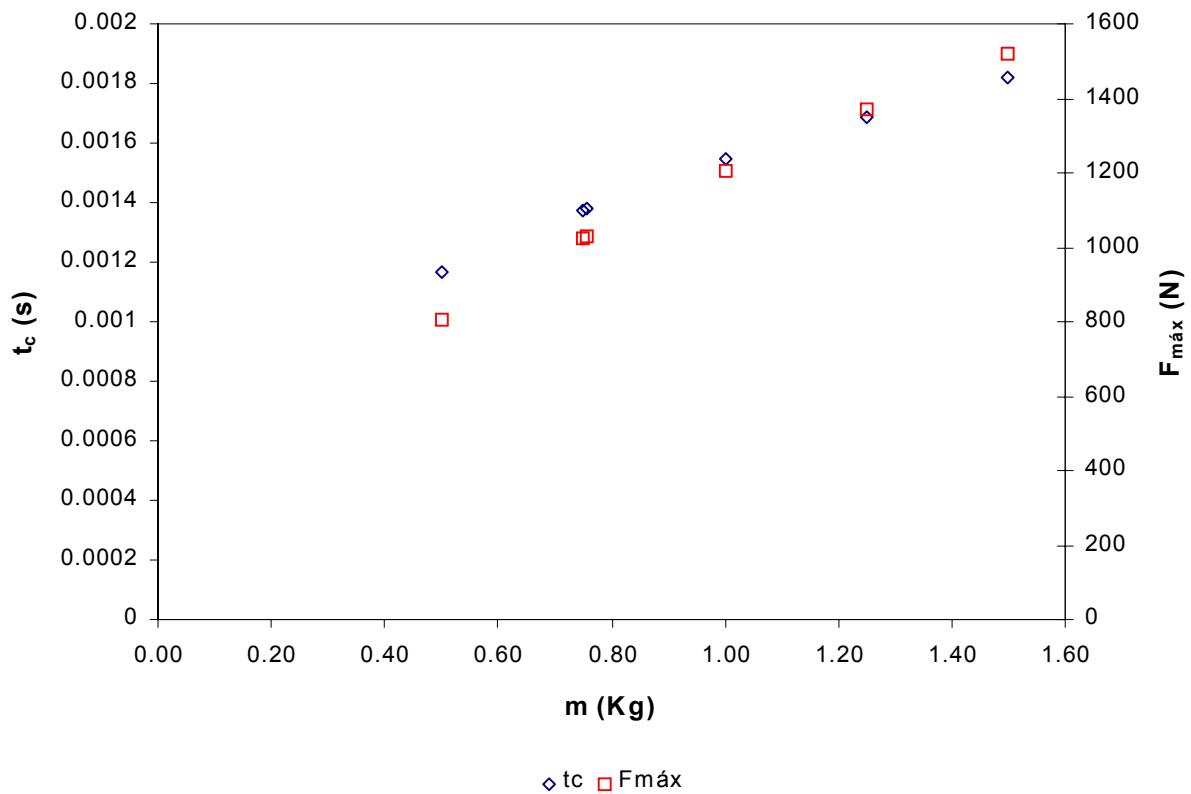


Figura 4.14. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $m$ , modelo de indentación serie.

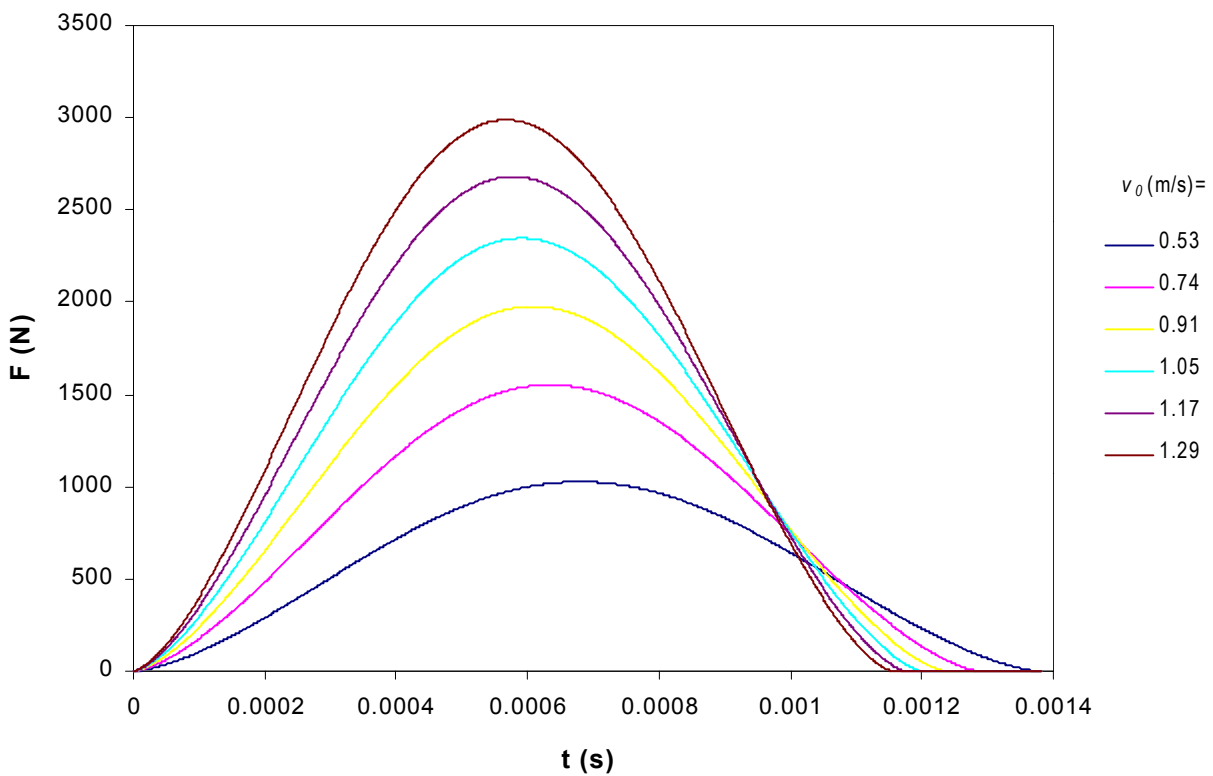


Figura 4.15. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $v_0$ , modelo de indentación serie.

Si bien la función sigue tomando la forma de una cuasisenoide, al contrario del punto anterior, el incremento del área debido a una mayor energía de impacto se deberá a una mayor amplitud de la curva, ya que se decreta el periodo de la misma debido a que se presentará una mayor reacción del material, pero al no incrementarse el término inercial, la desaceleración del sistema será mayor. En consecuencia, en la figura 4.16 se puede observar claramente como el incremento de la velocidad de impacto ocasiona un aumento mucho más notable en la fuerza máxima que el decremento moderado que sufre el tiempo de contacto.

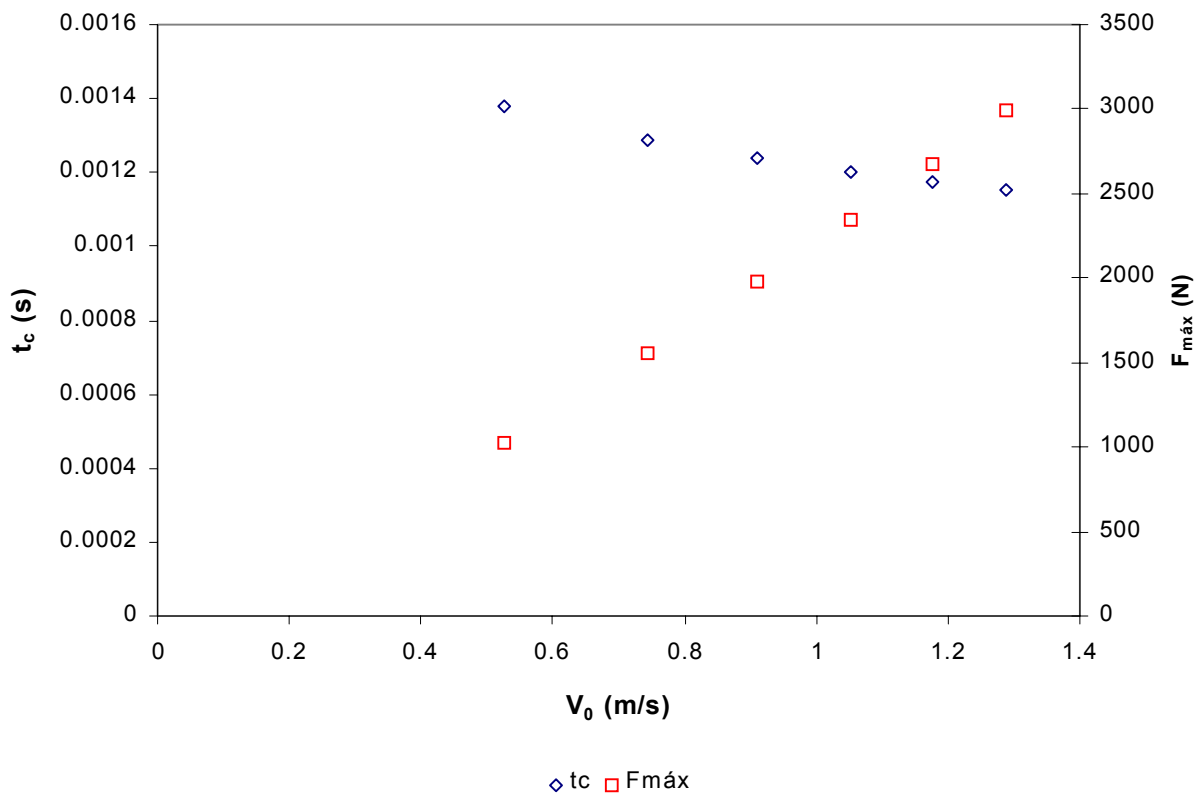


Figura 4.16. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $V_0$ , modelo de indentación serie.

Ahora bien, dado la existencia del amortiguador dentro del sistema, el incremento del valor del término inercial o de la velocidad de impacto implicará una mayor pérdida de energía, reflejada como un menor módulo de restitución. En ambos casos esto es atribuible a que una mayor fuerza representa una mayor velocidad de deformación en el amortiguador y por lo mismo una pérdida debido a la deformación permanente del sistema. En la figura 4.17 se muestra el comportamiento del coeficiente de restitución en ambos casos, pudiéndose apreciar que la influencia de la masa es mayor que aquella referente a la velocidad de impacto.

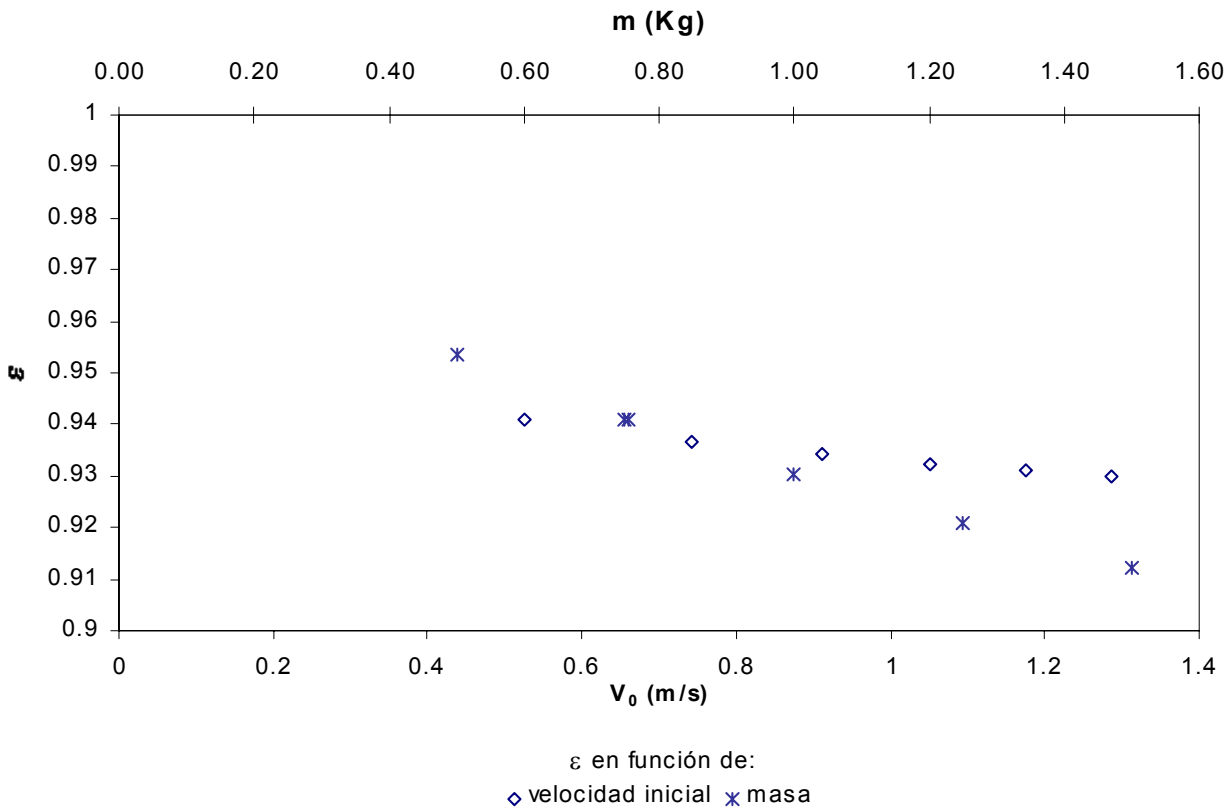


Figura 4.17. Variación del coeficiente de restitución en función de la velocidad inicial y la masa, modelo de indentación serie.

### 4.3.2 No conservativo: paralelo

#### 4.3.2.1 Desarrollo del modelo

A diferencia del modelo serie, en el modelo paralelo se consideran las pérdidas por histéresis, si bien la deformación no elástica no sería del todo permanente, pues en todos los casos el material recuperaría sus dimensiones en un tiempo lo suficientemente grande. No obstante, se puede suponer que para términos del estudio este tiempo es finito y no alcanza a la recuperación total.

Ahora bien, dicho modelo, al igual que el modelo serie, debe incluir los elementos másicos, elásticos y el amortiguador, solo que ahora la disposición sería la mostrada en la figura 4.18. Al estar el amortiguador en forma paralela al resorte hará que mientras este se desplace, parte de la energía entregada por la masa sea gastada en los diferentes mecanismos que se incluyen en el primero. Cuando el desplazamiento del elemento másico se invierte, comienza la recuperación del material, y en este caso, el amortiguador impedirá que el elemento elástico se recupere libremente y por lo tanto se presentará una histéresis en el sistema.

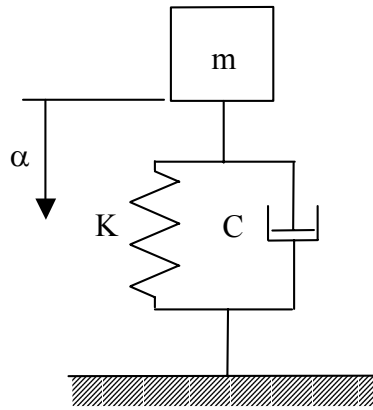


Figura 4.18 Modelo Indentación paralelo no conservativo.

Para poder describir el comportamiento del modelo, partamos de la ecuación 4.52 que nos representa el sistema conservativo, y por otro lado utilizaremos el mismo tipo de elemento amortiguador que el descrito por la ecuación 4.59. Al estar los elementos en forma paralela, la fuerza ejercida por la masa sobre el conjunto muelle-amortiguador se verá distribuida entre estos, con lo cual tenemos que para las fuerzas:

$$F_M = F_E + F_A \quad (4.70)$$

Por lo que al incluir el comportamiento de los elementos mecánicos tenemos que se puede describir el comportamiento del sistema como:

$$m\ddot{\alpha} + mg = K\alpha^{3/2} + C\dot{\alpha} \quad (4.71)$$

En este caso, los desplazamiento son iguales para todos los elementos, lo que se expresa como:

$$\alpha = \alpha_M = \alpha_E = \alpha_A \quad (4.72)$$

Al igual que en caso del modelo serie, podemos simplificar la expresión 4.71 por medio de despreciar el término gravitatorio con los argumentos utilizados en el apartado anterior, con lo cual la expresión quedaría como:

$$m\ddot{\alpha} = K\alpha^{3/2} + C\dot{\alpha} \quad (4.73)$$

Al igual que en el modelo serie, este sistema contempla elementos no lineales como consecuencia del comportamiento hertziano que se asume presenta el material.

#### 4.3.2.2 Resolución numérica

Dada la existencia de elementos no lineales en el sistema, al igual que en el caso anterior no es factible encontrar una solución analítica, por lo que se hace necesario

utilizar las mismas herramientas utilizadas anteriormente. De esta forma, utilizamos el método de Rungge-Kutta de 4º orden para encontrar una solución de tipo numérico.

Como se mencionó anteriormente, el uso del método numérico hace necesario el que tengamos que representar nuestra ecuación diferencial como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que nos permitan su programación. En este tenor, podemos expresar la ecuación 4.73 como:

$$\ddot{\alpha} = \frac{K}{m} \alpha^{3/2} + C \dot{\alpha} \quad (4.74)$$

dado que el sistema tiene 2 derivadas, es necesario una segunda ecuación que nos permita el cálculo de la solución. Así tenemos que utilizamos la definición expresada en la ecuación 4.67

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.67)$$

Con ello podemos construir las funciones que requiere el método, las cuales quedarían como:

$$f_1 = \frac{K}{m} \alpha^{3/2} + C \dot{\alpha} \quad (4.75)$$

$$f_2 = \dot{\alpha} \quad (4.76)$$

Con estas 2 ecuaciones se desarrolló el algoritmo e igualmente fue programado en Excel, usando en ello un intervalo de 1.5  $\mu$ s entre cada punto calculado. Al igual que en el caso anterior, es necesario dar una serie de valores iniciales, que en general son:

Velocidad del impacto ( $\dot{\alpha}_{t=0} = v_0$ )

Aceleración del elemento másico ( $\ddot{\alpha} = 0$ )

Como parámetros del modelo se tienen la masa del impactor (m) y las constantes K (igualmente calculada con la ecuación 4.50 ya que tratamos con un material idealmente hertziano) y C (idénticamente relacionada con la pérdida de energía y con el coeficiente de restitución). En la figura 4.19 se puede visualizar el gráfico de una función numérica que se genera al ejecutar el programa. La curva es una cuasisenoide atenuada. Se puede apreciar cierta asimetría ocasionada por el elemento amortiguador en especial en la parte inicial de la gráfica, donde el valor de la fuerza se incrementa rápidamente debido a la disposición del amortiguador, que al generar una reacción proporcional a la velocidad de deformación hará que en el primer instante la fuerza no sea 0.

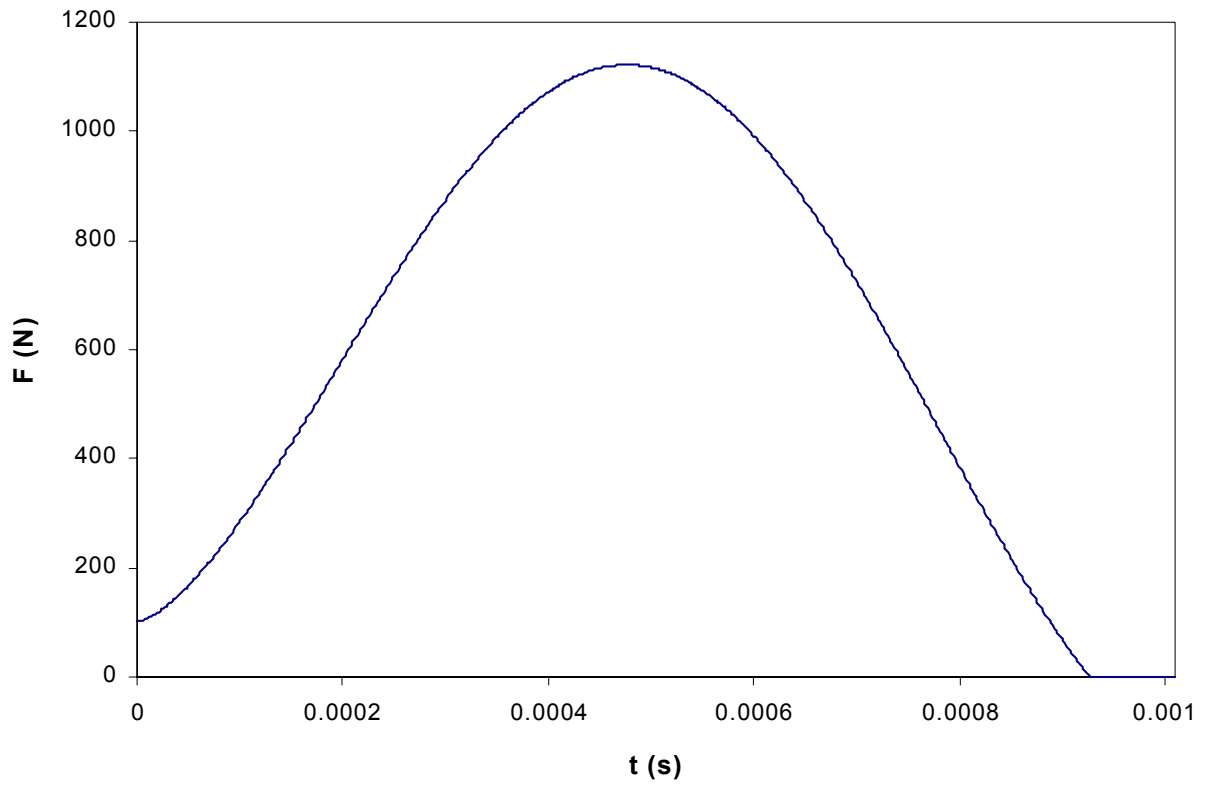


Figura 4.19. Solución numérica para el modelo de indentación no conservativo paralelo.

En este caso, la influencia del módulo de elasticidad no alcanza a modificar

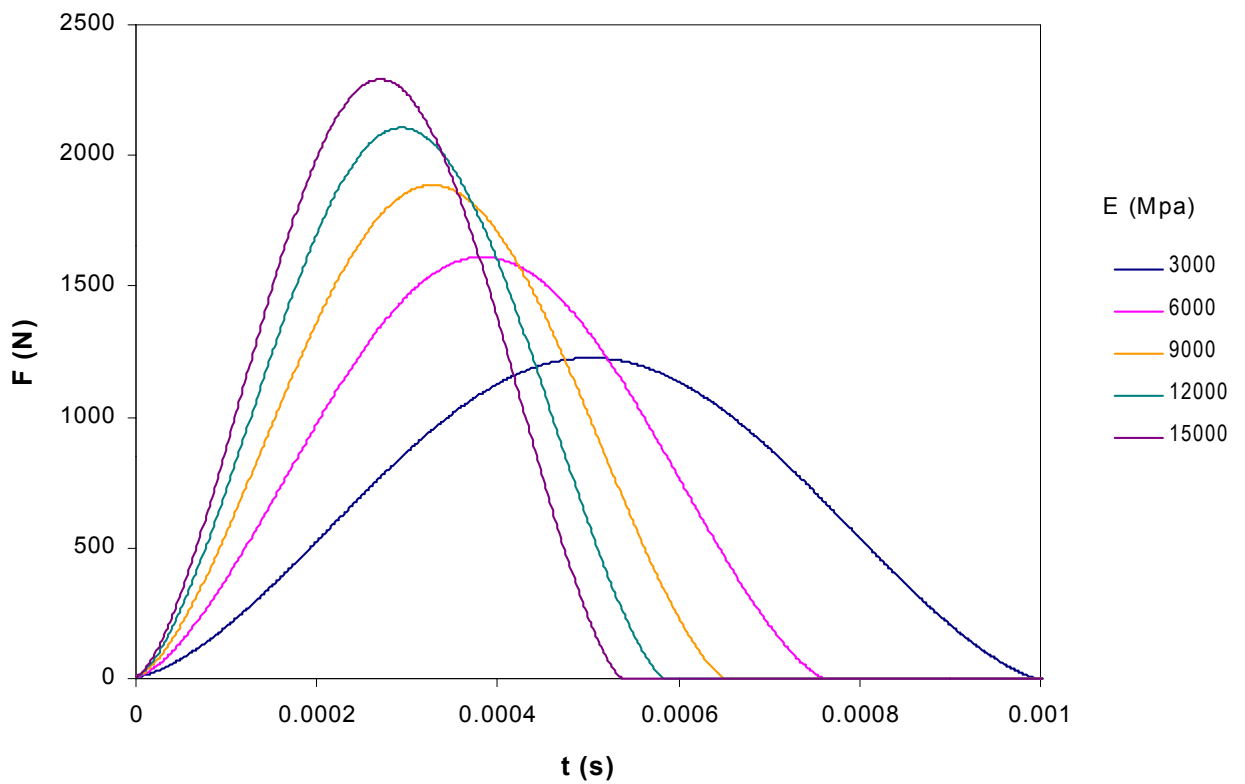


Figura 4.20. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes módulos de elasticidad, modelo de indentación paralelo.

sustancialmente este comportamiento en la parte inicial de la curva, y en cambio la geometría de la función generada se ve afectada en su amplitud y su periodo, tal como se aprecia en la figura 4.20. En la figura se observa que el valor de la constante elástica tendrá poco que ver con la asimetría que se presente en la función. Ahora bien, en la gráfica 4.21 podemos ver como varían tanto el tiempo de contacto como la fuerza máxima del modelo. Al igual que en el caso del modelo serie, la variación de estos valores tendrán pendientes inversas, lo cual es congruente con la realidad y con el modelo conservativo.

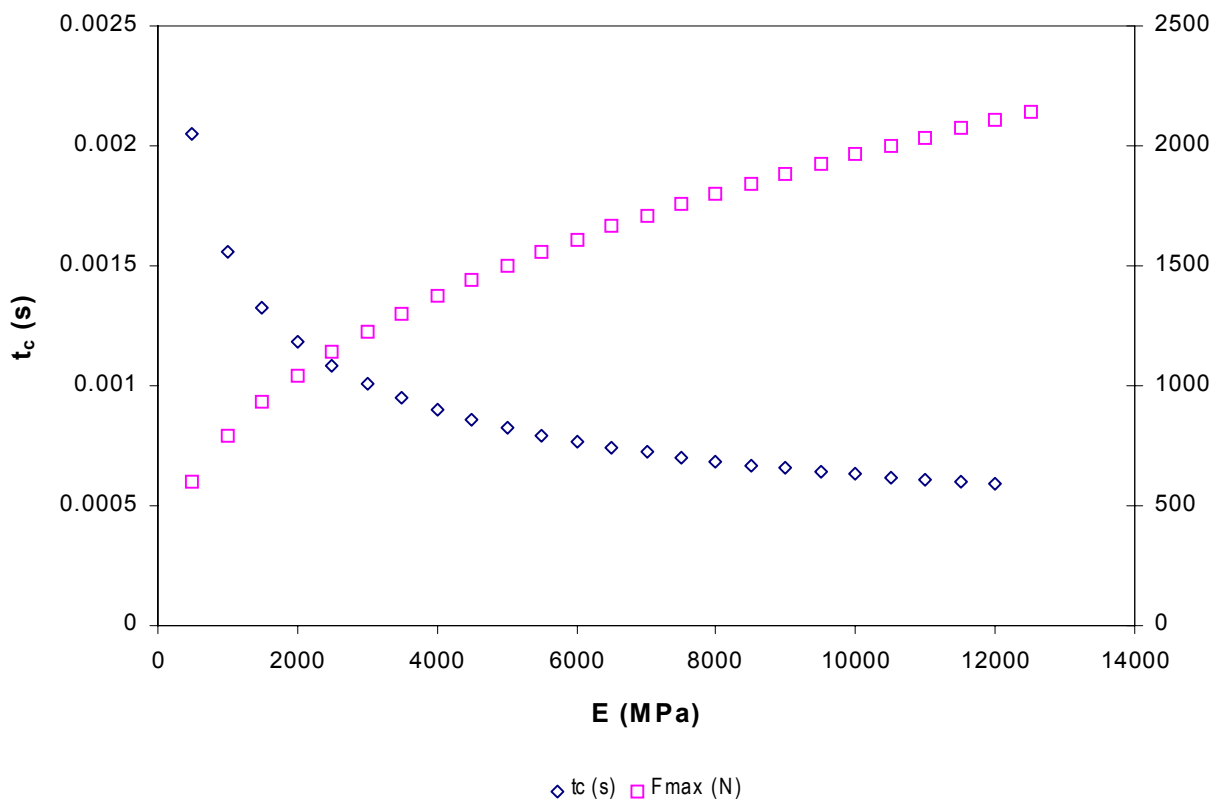


Figura 4.21. Variación de la fuerza máxima y del tiempo de contacto en función del módulo de elasticidad, modelo indentación paralelo.

Una consecuencia de la poca relevancia del módulo elástico en lo referente a la modificación de la simetría es el hecho que el coeficiente de restitución cambie poco con la variación de las magnitudes del primero. En la figura 4.22 es necesario reducir la escala para poder apreciar el comportamiento, por lo que sí esta fuera completa, podría considerarse prácticamente como constante. El hecho que a bajos valores de E se observe una caída pronunciada del coeficiente de restitución se debe al efecto de que la fuerza en un inicio no es cero, debido, como se comentó anteriormente, a la actuación del amortiguador.



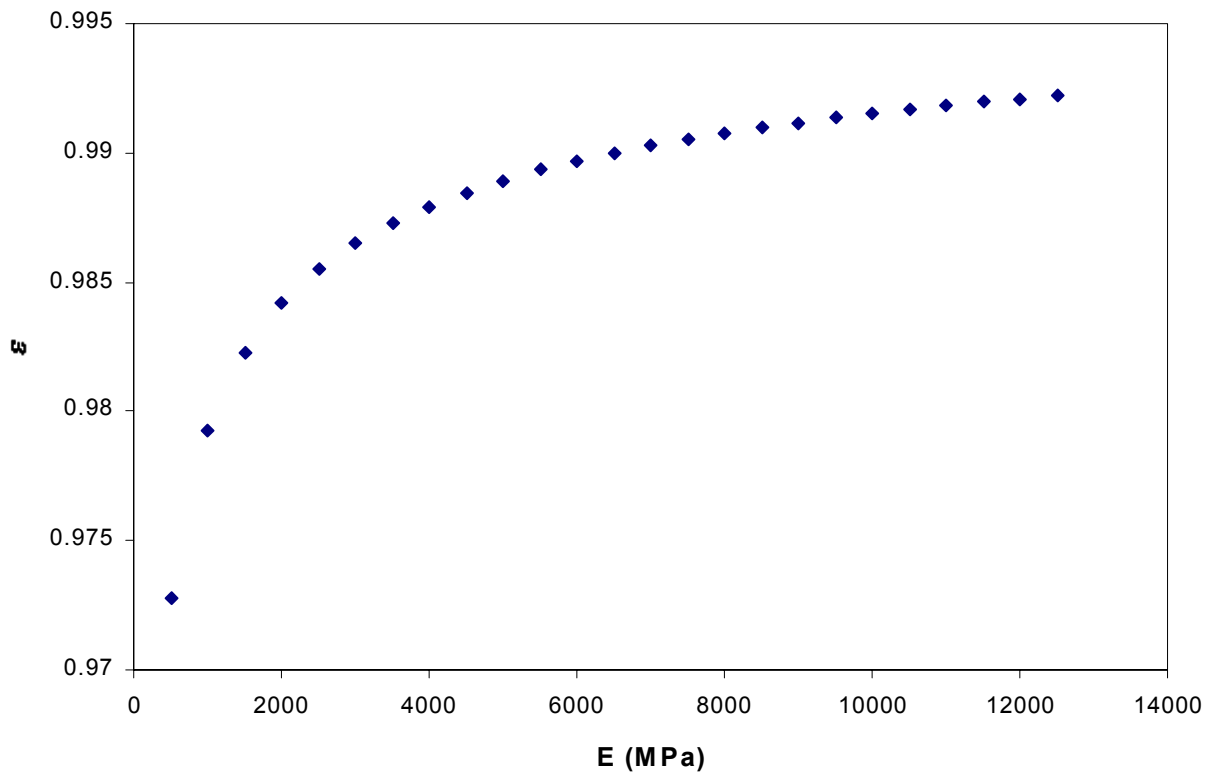


Figura 4.22. Variación del coeficiente de restitución en función del módulo de elasticidad, modelo indentación paralelo. Por otro lado, el efecto que nos produce las variaciones en el valor de C es bastante más marcado en lo que refiere a la forma de la función generada. En la figura 4.23 se

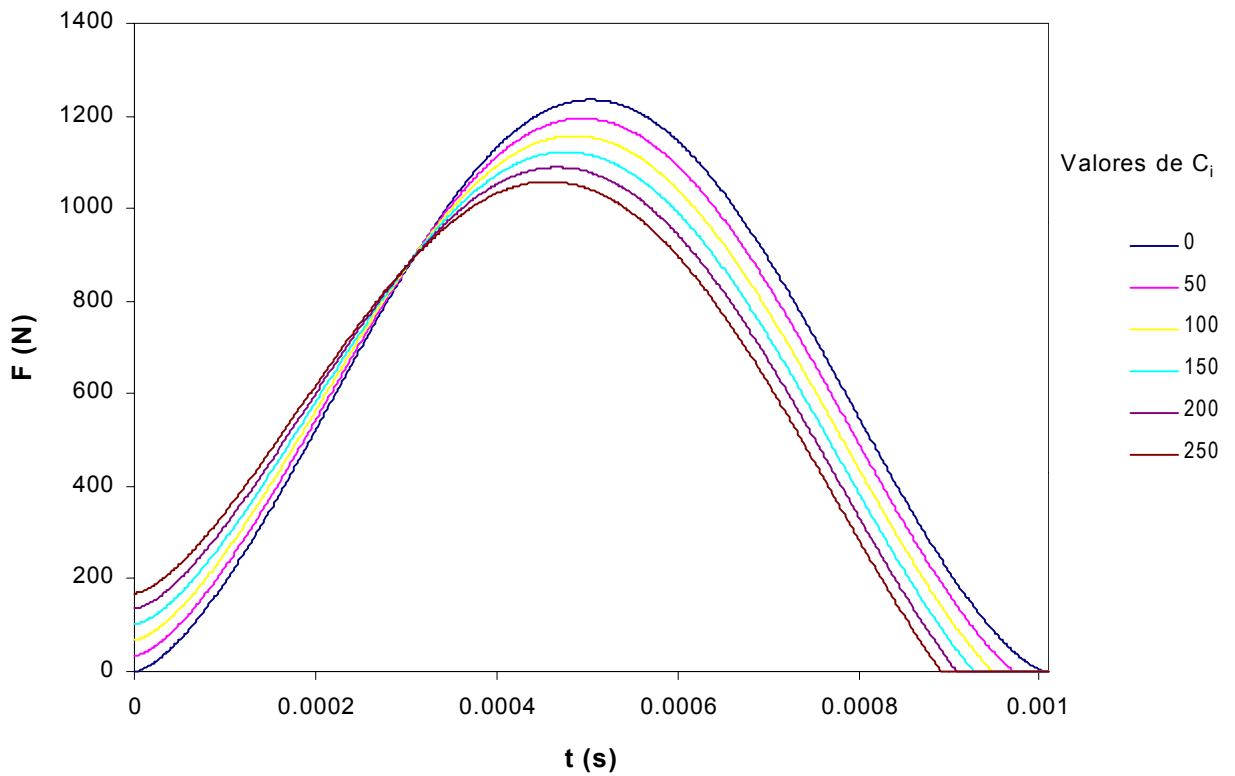


Figura 4.23. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de C, modelo de indentación paralelo.

observa como las curvas decrecen en amplitud y periodo conforme C se incrementa. Así mismo la fuerza inicial es mayor cuanto mayor sea el valor de C. Esto contrasta con lo observado en el modelo serie, donde al incrementar C se aumentaba el tiempo de contacto.

El comportamiento de las funciones difiere principalmente en la parte prevar a la fuerza máxima, debido principalmente a la diferencia de valores de esta y de la fuerza inicial. Sin embargo, se aprecia que las funciones tienden a ser paralelas después de alcanzado su valor máximo, lo cual nos indicaría que a condiciones iguales 2 materiales con igual valor de E pudiesen tener recuperaciones muy parecidas.

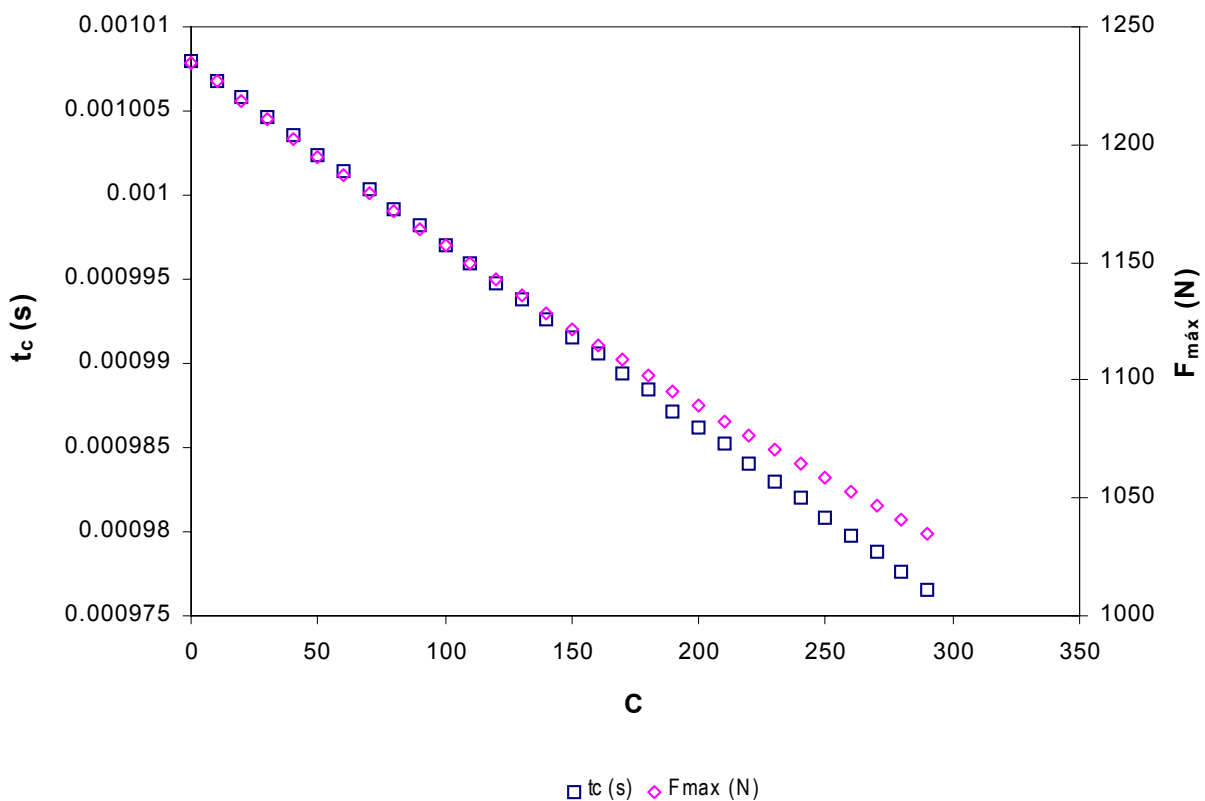


Figura 4.23. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de C, modelo de indentación paralelo.

En la figura 4.23 se puede ver como tanto la fuerza máxima como el tiempo de contacto disminuyen de forma parecida al aumentar el valor de C, lo cual físicamente implicaría que si se tiene un material menos elástico la duración del impacto sería menor, no obstante que la pérdida de energía se incrementa al aumentar los valores de C como se ve reflejado en la figura 4.24 por medio del coeficiente de restitución.

La disminución del coeficiente de restitución se debe principalmente al efecto de iniciar la función con valores mayores a cero, lo cual es consecuencia del amortiguador. Los

efectos ocasionados por la forma en de la función después del punto máximo son en consecuencia despreciables.

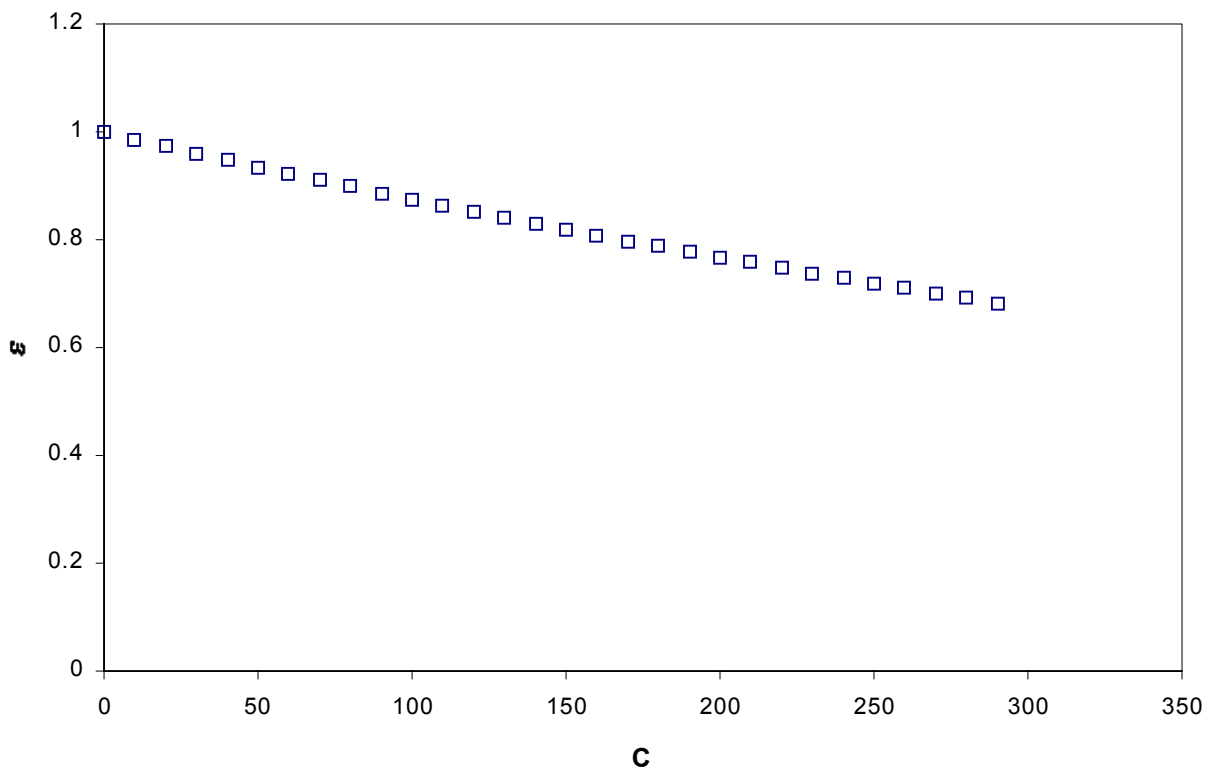


Figura 4.23. Variación del coeficiente de restitución en función de C, modelo indentación paralelo.

Como se verá más adelante, este modelo es poco representativo del comportamiento real de un material, principalmente por su incapacidad de representar una pérdida de energía sin que se incremente el valor de la fuerza inicial, en especial en aquellos materiales poco elásticos y de bajo módulo.

## 4.4 Flexión más indentación

### 4.4.1 Generalidades

Hasta ahora hemos manejado la flexión y la indentación presentes en un impacto como dos fenómenos separados, que sin embargo se dan de forma simultánea durante dicho evento. Como se mencionó en capítulos anteriores, es deseable el poder incluir en un solo modelo ambas partes, pues la energía consumida por cada una de ellas puede no ser despreciable para el estudio del comportamiento de los materiales.

De esta forma, y partiendo de los modelos anteriormente descritos, podemos armar una serie de modelos que intenten representar el comportamiento real de un material. Sin embargo, si bien tenemos 2 modelos de indentación y dos de flexión, por las razones descritas en el punto anterior y algunas que se tocarán en el capítulo siguiente, el modelo de indentación en paralelo no es funcional, por lo que en términos prácticos las combinaciones se reducen a 2, donde la indentación será en serie y la flexión podrá ser en paralelo o en serie.

En los siguientes puntos se desarrollan y describen ambos modelos, los cuales serán posteriormente contrastados con las curvas y resultados experimentales.

#### 4.4.2 Modelo de indentación +flexión en paralelo

##### 4.4.2.1 Desarrollo del modelo

En este caso partimos básicamente del modelo planteado en el apartado 4.3.2 y el modelo del apartado 4.2.3, los cuales son el modelo de indentación en serie y el modelo de flexión en paralelo. Con esto, el conjunto estará compuesto por 1 elemento másico ( $m$ ) 2 amortiguadores lineales (uno de indentación  $C_i$  y otro de flexión  $C_f$ ) y 2 elementos elásticos, uno lineal para la flexión ( $K_f$ ) y otro no lineal debido a la indentación ( $K_i$ ), cuyos comportamientos se describen en las ecuaciones 4.77 a 4.81 respectivamente.

$$F_m = m\ddot{\alpha} + mg \quad (4.77)$$

$$F_{ci} = C_i \dot{\alpha}_{ci} \quad (4.78)$$

$$F_{cf} = C_f \dot{\alpha}_{cf} \quad (4.79)$$

$$F_{Kf} = K_f \alpha_{Kf} \quad (4.80)$$

$$F_{Ki} = K_i \alpha_{Ki} \quad (4.81)$$

Las constantes  $K_f$  y  $K_i$  son las descritas en las ecuaciones 4.12 y 4.50, y  $C_f$  se deriva de las ecuaciones 4.38 y 4.46 tomando en cuenta que:

$$w_d = \frac{\pi}{t_c} \quad (4.82)$$

De esta forma, si  $t_c = t_{F=0}$  podemos decir que:

$$C_f = \frac{2\sqrt{Km}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln \varepsilon}\right)^2}} \quad (4.83)$$

En el caso de  $C_i$  es un factor que hay que ajustar para que en conjunto la solución cumpla con la ecuación 2.9.

Partiendo de los modelos descritos podemos representar de forma esquemática el modelo que integra a ambos fenómenos en la figura 4.24

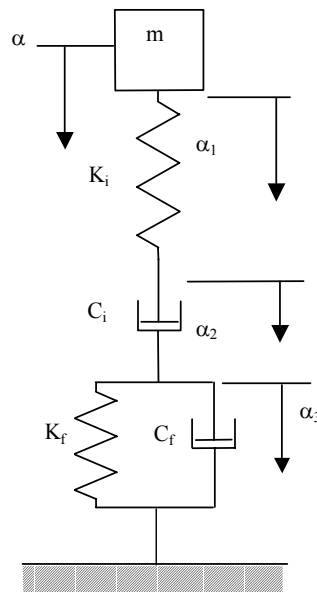


Figura 4.24. Modelo de flexión en paralelo más indentación en serie.

La presencia de 2 conjuntos de deformaciones de diferente índole, hace que el sistema sea algo más complejo de modelizar que los anteriores, dado que ahora tendremos en si 3 desplazamientos. De esta forma podemos plantear que:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \quad (4.82)$$

donde  $\alpha$  es el desplazamiento total del sistema así como del elemento másico,  $\alpha_1 = \alpha_{K_i}$  correspondiente a la parte elástica de la indentación,  $\alpha_2 = \alpha_{C_i}$  que describe la deformación no elástica de la indentación y  $\alpha_3 = \alpha_{K_f} = \alpha_{C_f}$  que en este caso describen el desplazamiento debido a la flexión tanto en sus partes elástica y no elástica.

Al construir el sistema de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento de este sistema tenemos que:

$$m\ddot{\alpha} = K_i \alpha_1^{3/2} \quad (4.83)$$

$$K_i \alpha_1^{3/2} = C_i \dot{\alpha}_2 \quad (4.84)$$

$$K_i \alpha_1^{3/2} = K_f \alpha_3 + C_f \dot{\alpha}_3 \quad (4.85)$$

En este caso como en los anteriores se ha despreciado el efecto del término gravitatorio, por lo cual se ha omitido en el ecuación 4.83.

De igual forma que los dos anteriores modelos, la aparición del término no lineal correspondiente a la ley de hertz nos impide encontrar una solución analítica que satisfaga el sistema, y es por ello que para su resolución se ha recurrido otra vez al método numérico de Runge-Kutta de 4° orden.

#### 4.4.2.1 Resolución numérica

Como se comentó, es necesaria la resolución por métodos numéricos para poder encontrar la función que satisfaga al sistema de ecuaciones.

Al igual que en los puntos anteriores, es necesario expresar el sistema de ecuaciones de forma tal que podamos programar el método.

A partir de la ecuación 4.82 se deduce que:

$$\alpha_1 = a - \alpha_2 - \alpha_3 \quad (4.86)$$

De la ecuación 4.84 se tiene que:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K_i}{C_i} \alpha_1^{3/2} \quad (4.87)$$

Al combinar con la ecuación 4.86 se tiene que:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K_i}{C_i} (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{3/2} \quad (4.88)$$

De la ecuación 4.83 se desprende que:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{C_i}{m} \dot{\alpha}_2 \quad (4.89)$$

usando la ecuación 4.88

$$\ddot{\alpha} = -\frac{C_i}{m} \left( \frac{K_i}{C_i} (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{3/2} \right) \quad (4.89)$$

simplificando

$$\ddot{\alpha} = -\frac{K_i}{m} (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{3/2} \quad (4.90)$$

partiendo de la ecuación 4.85 desarrollamos:

$$\dot{\alpha}_3 = \frac{1}{C_f} (K_i \alpha_1^{3/2} - K_f \alpha_3) \quad (4.91)$$

recurriendo a la ecuación 4.86 se tiene que:

$$\dot{\alpha}_3 = \frac{1}{C_f} (K_i (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{3/2} - K_f \alpha_3) \quad (4.92)$$

Las expresiones 4.88, 4.90 y 4.92 nos permiten construir el sistema de funciones que requiere el método de Runge-Kutta. Sin embargo, al igual que en los casos anteriores, hace falta una 4ª función que nos permita calcular todas las variables que aparecen. De esta forma volvemos a utilizar la definición de derivada expresada en la ecuación 4.67. De esta forma el conjunto de funciones quedaría como

$$f_1 = \frac{K_i}{C_i} (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{\frac{3}{2}} \quad (4.93)$$

$$f_2 = -\frac{K_i}{m} (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{\frac{3}{2}} \quad (4.94)$$

$$f_3 = \frac{1}{C_f} (K_i (a - \alpha_2 - \alpha_3)^{\frac{3}{2}} - K_f \alpha_3) \quad (4.95)$$

$$f_4 = \dot{\alpha} \quad (4.96)$$

Al igual que en los otros modelos a partir de estas funciones se programó el algoritmo del método usando para ello Excel, usando un intervalo de 2.5  $\mu$ s entre cada punto calculado. Como en todos los casos, es necesario dar una serie de valor iniciales, que en general son:

Velocidad del impacto ( $\dot{\alpha}_{t=0} = v_0$ )

Posiciones iniciales de todos los elementos ( $\alpha_1 = a = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ )

En este caso los parámetros del modelo son la masa del impactor (m) y las constantes  $K_i$  (ecuación 4.50),  $K_f$  (ecuación 4.12),  $C_f$  (ecuación 4.83) y  $C_i$ . La aparición del coeficiente de restitución en la expresión 4.83 hace que este parámetro esté directamente involucrado como dato inicial, obligando a una serie de iteraciones para ajustar el valor de  $C_i$  para que el coeficiente de restitución dado como dato sea igual al obtenido por la ecuación 2.9. En la figura 4.25 se puede visualizar el gráfico de una función numérica que se genera al ejecutar el programa. La curva es una cuasisenoide atenuada. Se puede apreciar cierta asimetría ocasionada por los 2 elementos amortiguadores, en especial en la parte inicial de la gráfica, donde predomina la actuación de la parte de indentación, por lo cual el valor de la fuerza se incrementa rápidamente. Este predominio de la indentación se debe a que al disponerse la parte de flexión en paralelo, el amortiguador de la misma presenta una reacción que provoca una mínima deformación en este subsistema, con lo cual el conjunto completo actúa en un primer instante como si se tratase de un fenómeno de indentación pura, evolucionando hacia un dominio de la parte de flexión.

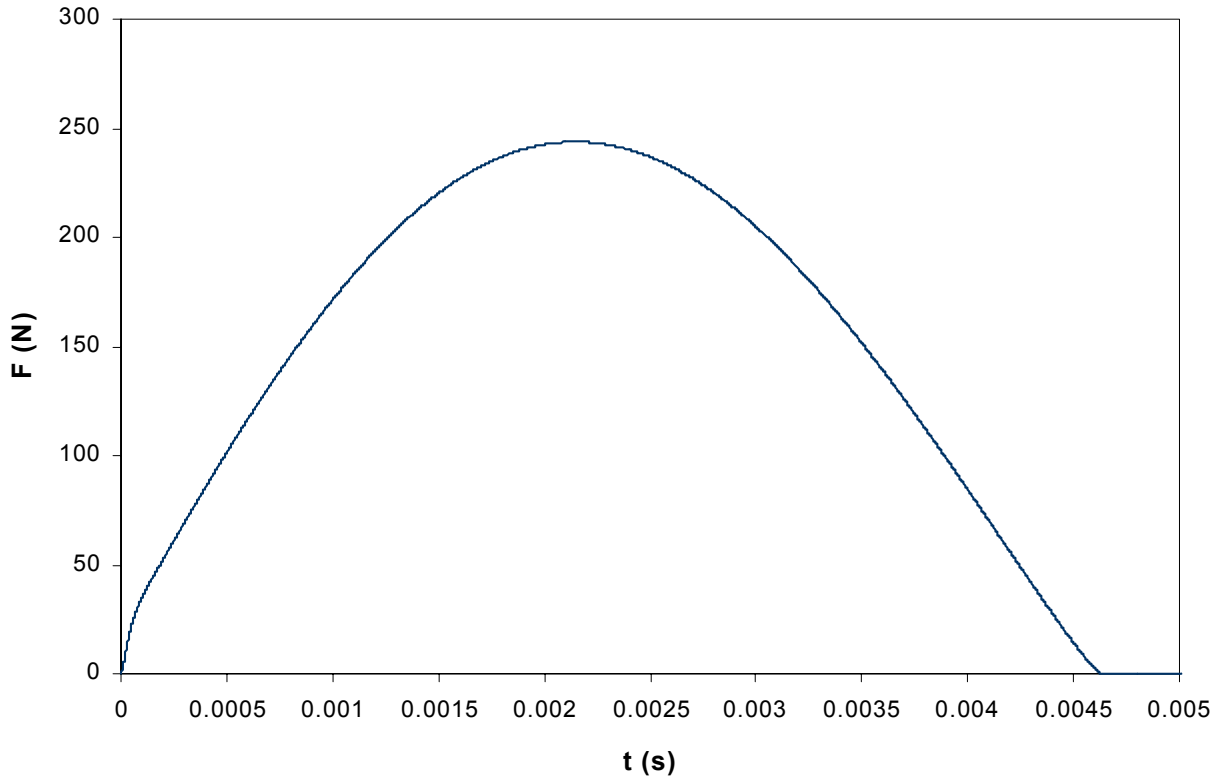


Figura 4.25. Solución numérica para el modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

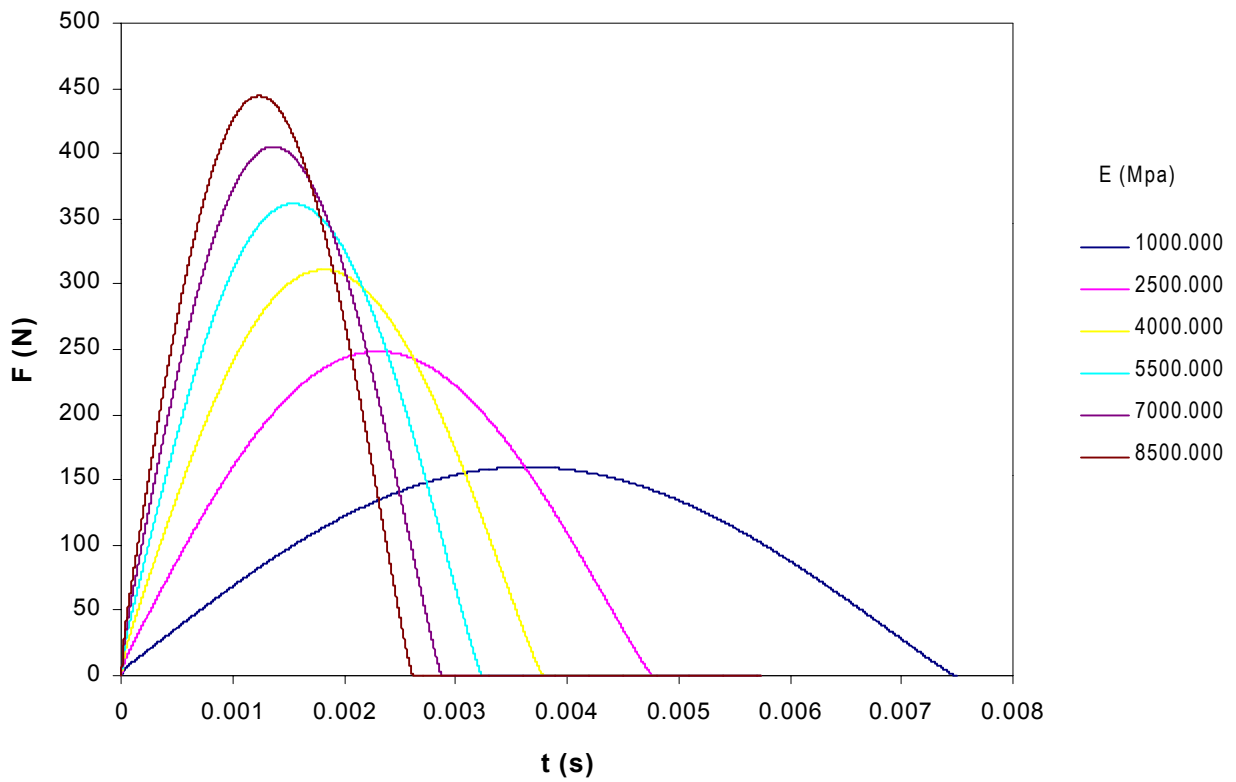


Figura 4.26. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes módulos de elasticidad, modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

En lo que respecta al cambio de comportamiento cuando se varía el módulo de



elasticidad, no se hace evidente en primera instancia una influencia en la simetría de las funciones generadas, y más bien se concreta a regir la fuerza máxima y el tiempo de contacto como se puede apreciar en la figura 4.26. En este sentido, se puede apreciar en la figura 4.27 que las tendencias de ambos parámetros.

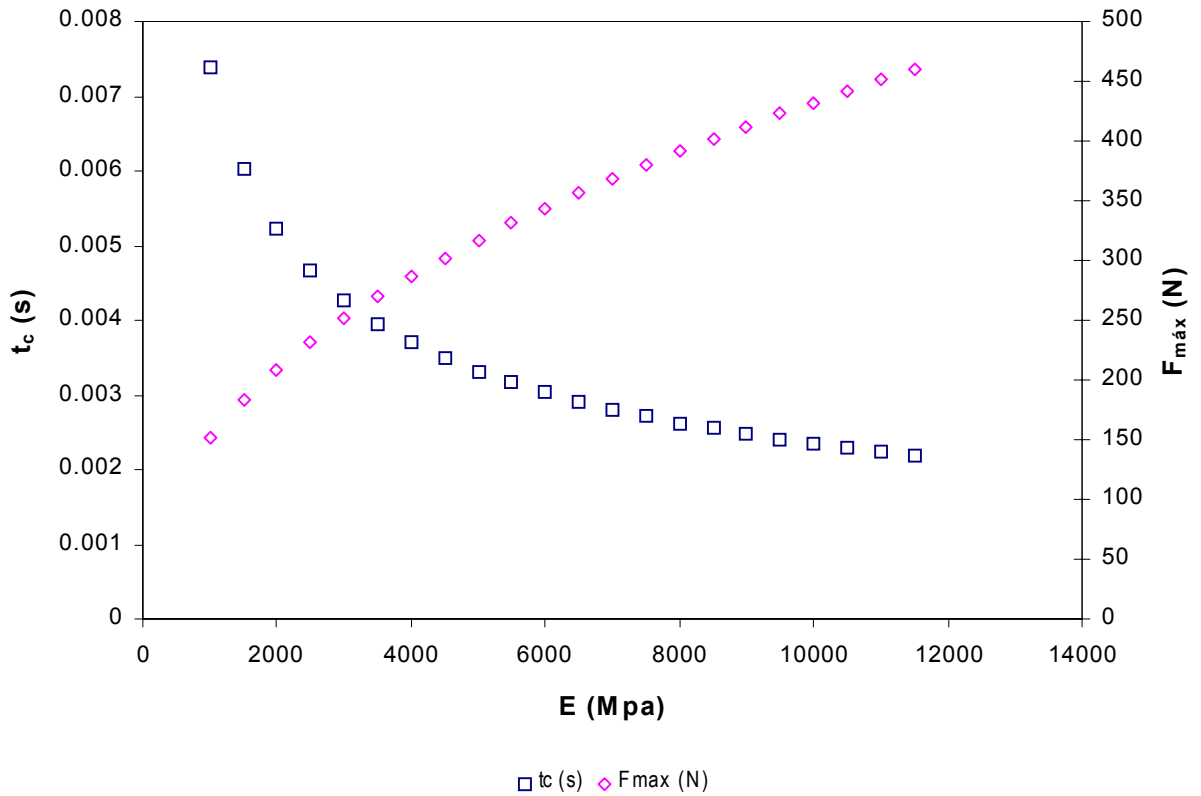


Figura 4.27. Variación de la fuerza máxima y del tiempo de contacto en función del módulo de elasticidad, modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

El comportamiento del modelo refleja en este caso muy bien lo que experimentalmente se ha observado en diversas experiencias, y que vinculan los aumentos en el módulo de elasticidad con incrementos de la fuerza máxima y decrementos del tiempo de contacto.

Por otro lado, la pérdida de energía en el modelo se incrementa al incrementarse el módulo de elasticidad, lo cual se refleja en un decremento de los valores del coeficiente de restitución. Este decremento es más notorio cuanto menor sea el valor de  $C_i$ , tal como se ve en la figura 4.28. Esto nos muestra una fuerte influencia de la componente de indentación dentro comportamiento del modelo, en especial en el entorno del tiempo inicial.

Al analizar el modelo desde la influencia de  $C_i$  en su comportamiento, podemos confirmar lo establecido en el párrafo anterior, ya que como es mostrado en la figura

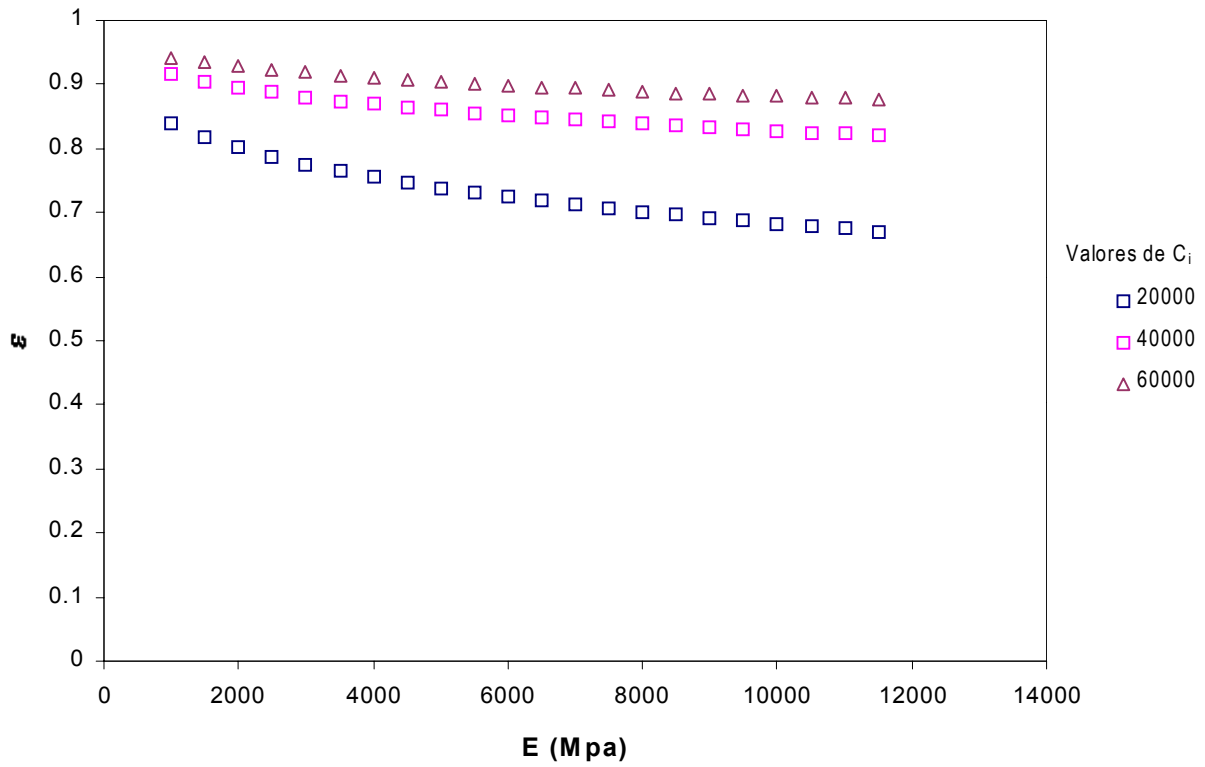


Figura 4.28 . Variación del coeficiente de restitución en función del módulo de elasticidad y  $C_i$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

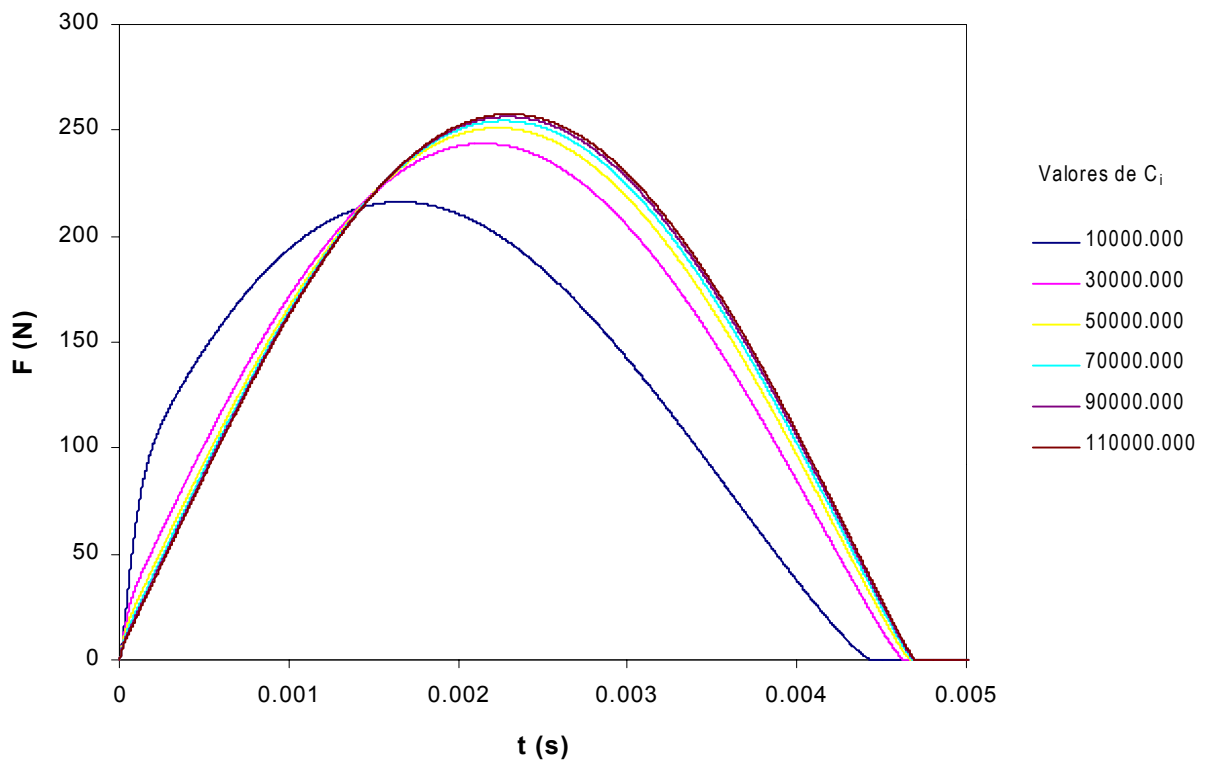


Figura 4.29 . Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $C_i$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

4.29, un menor valor en  $C_i$  alejará a las curvas de la forma senoidal. Esto representaría físicamente un incremento en la deformación ocasionada por el

fenómeno de indentación de forma tal que este será el mecanismo dominante en las primeras etapas del proceso.

Sin embargo, a altos valores de  $C_i$ , las diferencias entre las curvas no son tan evidentes, con lo cual no se esperarían grandes cambios en lo referente a la pérdida de energía.

Estas últimas afirmaciones se reflejan en las figuras 4.30 y 4.31, en donde se muestran las variaciones del comportamiento del modelo según los valores de  $C_i$ . En la primera figura se puede apreciar que tanto la fuerza máxima como el tiempo de contacto tendrán una menor variación cuanto mayores sean los valores de la constante referida.

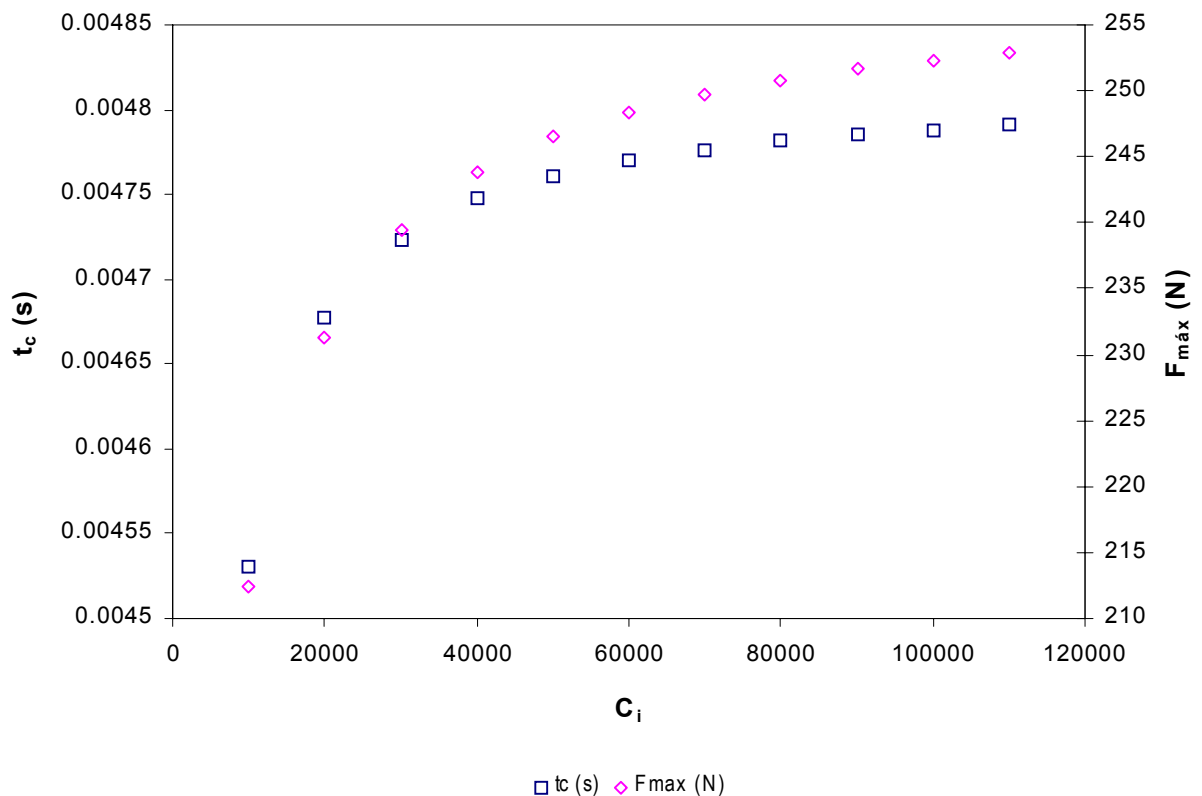


Figura 4.30 . Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $C_i$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

En lo referente a los coeficientes de restitución calculados por el modelo, tenemos que, como se registra en la figura 4.31, estos disminuyen cuando decrementamos el valor de  $C_i$ , lo cual es coherente con lo que físicamente ocurre con los materiales. En este caso se calcularon 3 series, cada una con un módulo de elasticidad diferente. Se puede observar que las variaciones del coeficiente de restitución son más marcadas cuanto menor sea el valor de  $C_i$  y mayor el valor  $E$ , aunque en el extremo de valores altos, los valores de las series convergen hacia un valor muy parecido, por lo que a

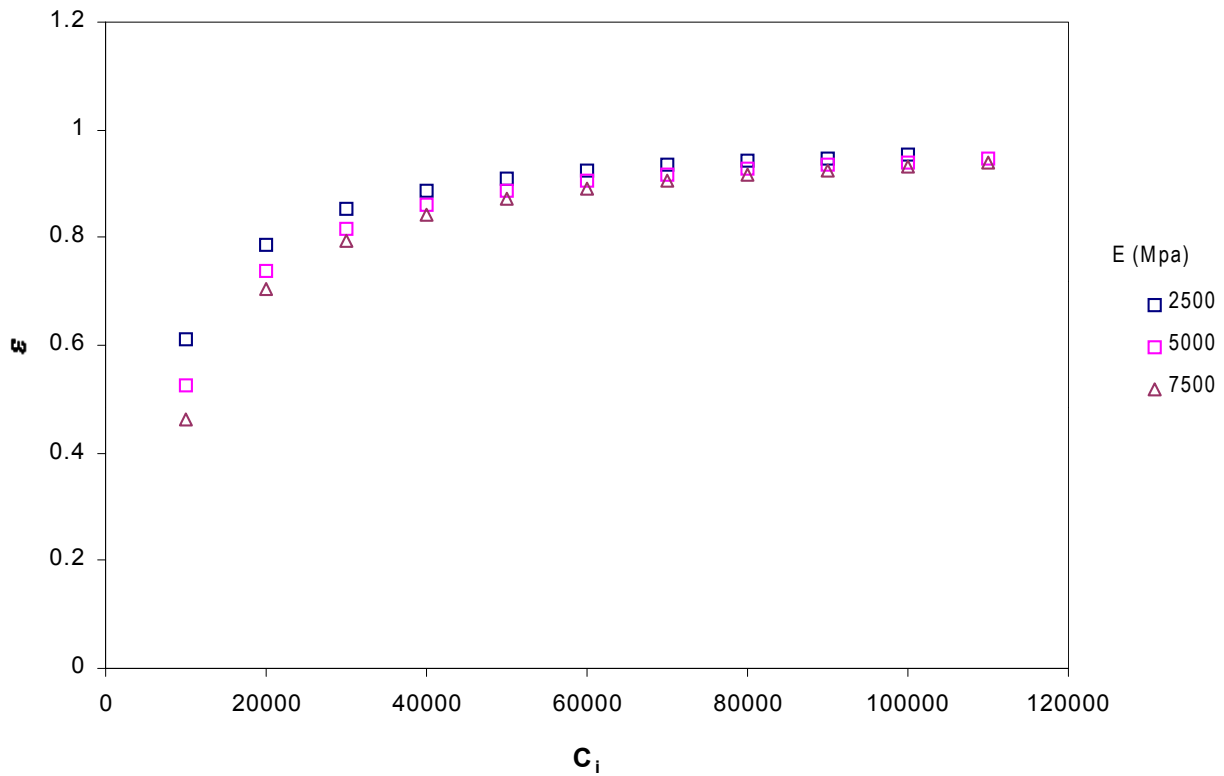


Figura 4.31 . Variación del coeficiente de restitución en función de  $C_i$  para diferentes valores del módulo de elasticidad, modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

partir de este análisis podemos decir que a altos valores de  $C_i$  se tendrá una menor influencia del fenómeno de indentación, predominando los efectos debidos a la flexión, teniendo en el extremo el caso de flexión pura.

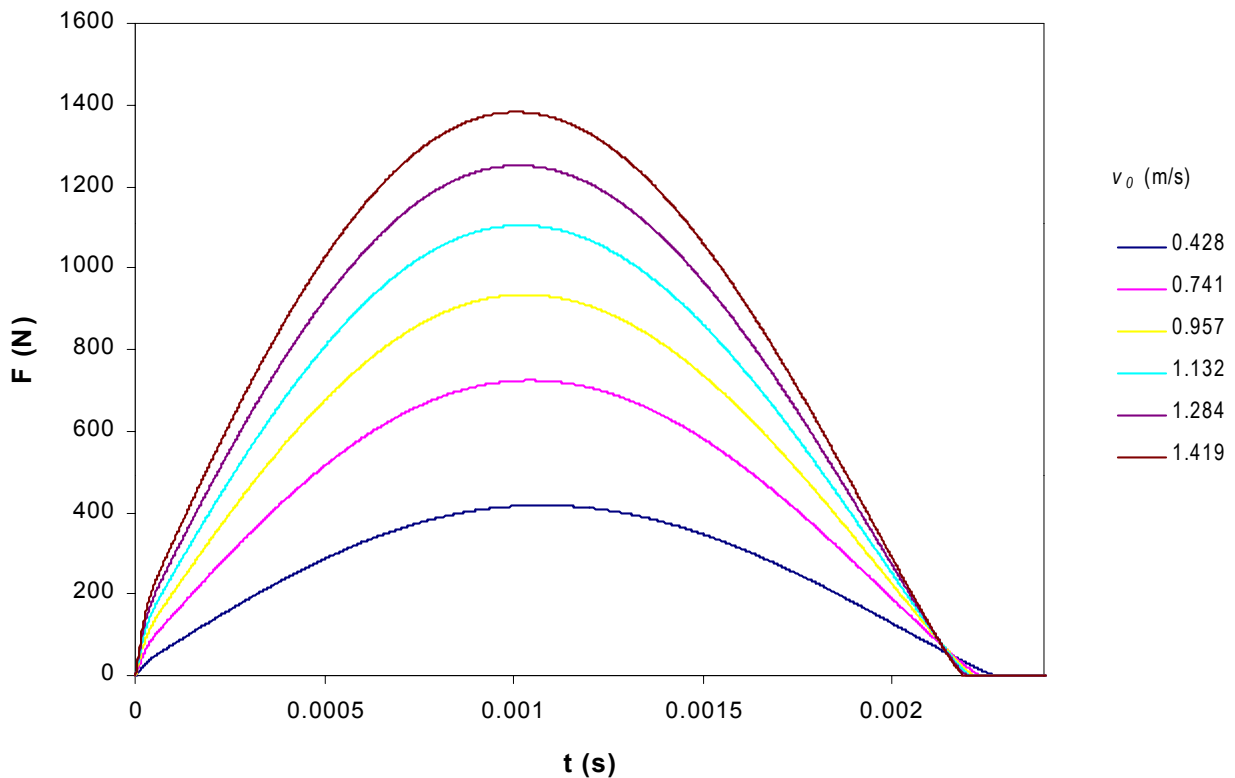


Figura 4.32. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $v_0$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

Incrementando la velocidad de impacto tenemos que al igual que el modelo de flexión pura del mismo tipo (ver punto 4.2.3) se presenta una variación en la amplitud de la curva, pero a diferencia de este, existen variaciones en el periodo de la función. Esto se puede ver claramente en la figura 4.32, donde es claro que hay un incremento en la fuerza máxima y una disminución en el tiempo de contacto, lo cual se registra en la figura 4.33.

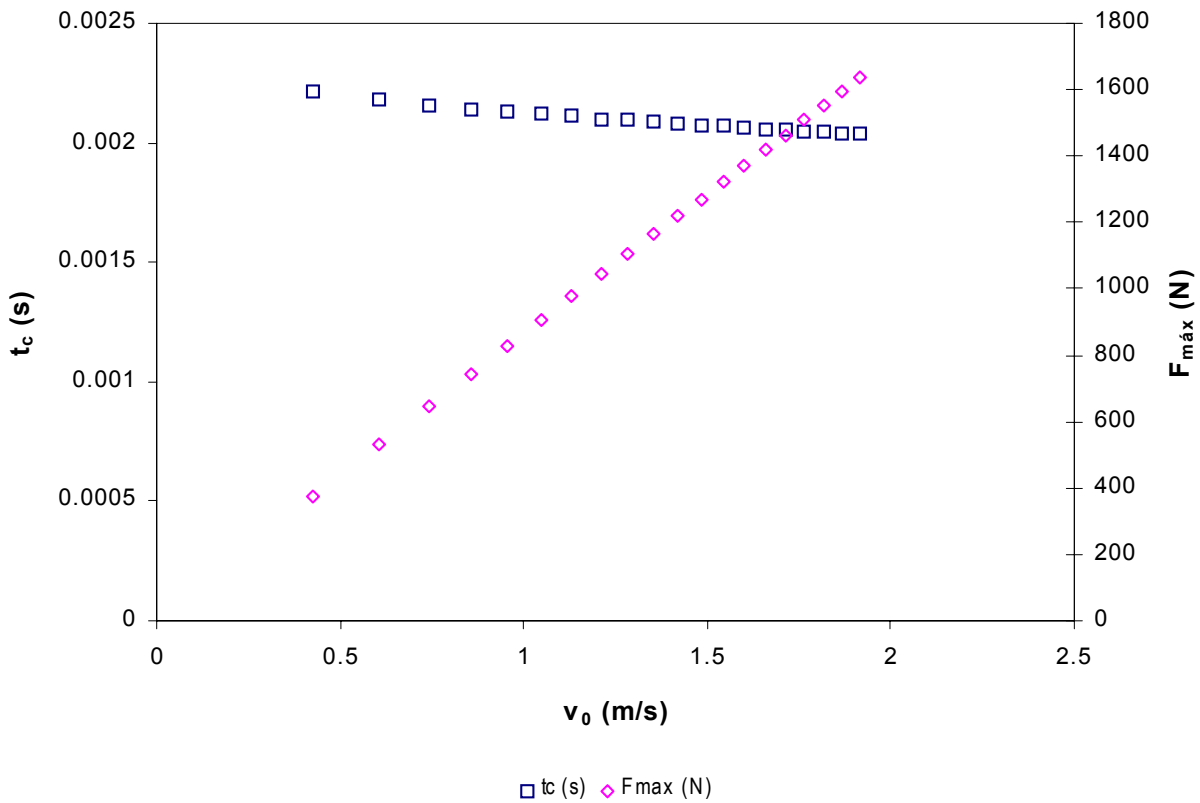


Figura 4.33. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $V_0$ , modelo de flexión+indentación paraleloserie.

En esta última figura puede verse una tendencia prácticamente lineal entre la velocidad de impacto y la fuerza máxima. Sin embargo en lo que respecta al tiempo de contacto las mayores diferencias se dan a bajas velocidades, teniendo una pendiente negativa.

Por otro lado, los valores del coeficiente de restitución varían de forma negativa al aumentar la velocidad de impacto, como se refleja en la figura 4.34. Esta variación será más notable cuanto menor sea el valor de  $C_i$ , y por ende mayor la influencia del término de indentación, como se vio en la figura 4.31.

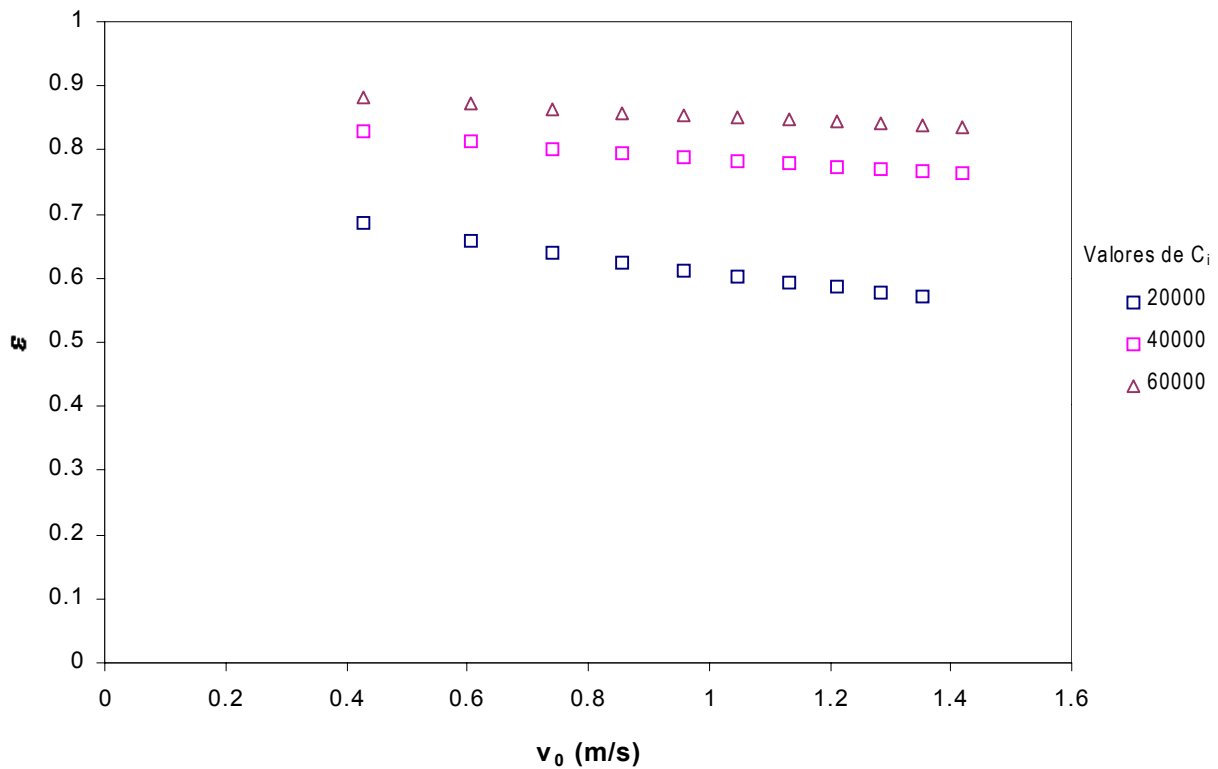


Figura 4.34. Variación del coeficiente de restitución en función de la velocidad inicial para diferentes valores de  $C_i$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

Si por otro lado analizamos los efectos del valor de la masa en este modelo, se puede ver con claridad en la figura 4.35 que se incrementarán los efectos debidos a la indentación del material según el modelo. Esto explica que en la figura 4.36 se

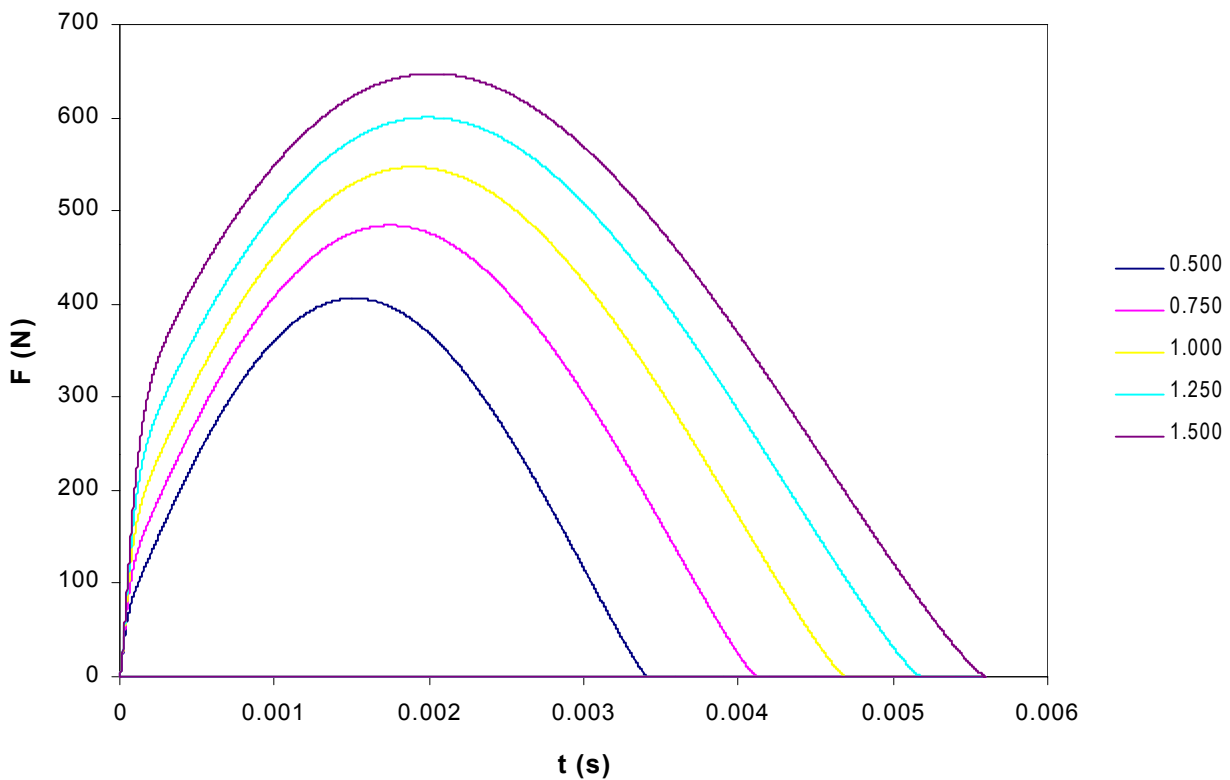


Figura 4.35. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $m$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

observe que tanto el tiempo de contacto como la fuerza máxima se incrementen, aunque no de una forma lineal, siendo menor el incremento cuanto mayor sean los valores de  $m$ .

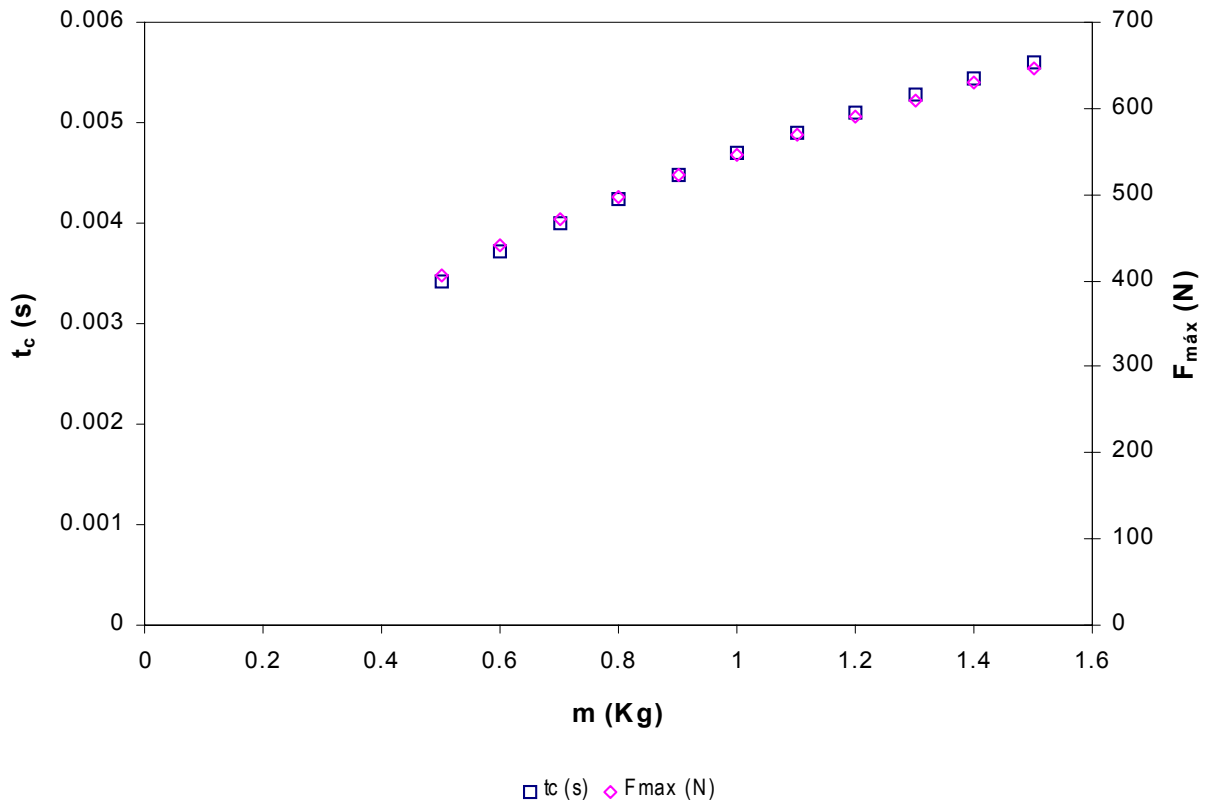


Figura 4.36 . Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $m$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

Una mayor presencia de la componente de indentación es obvio que influirá en los valores de módulo de restitución. De esta forma, al utilizarse más energía en este último mecanismo, la parte no elástica del mismo hará que se decrementen los valores de los coeficientes, como se ve en la figura 4.37. La mayor disponibilidad de energía a una misma velocidad hará que las velocidades de deformación de los elementos amortiguadores tanto de la parte de flexión como de la de indentación sean mayores, y por lo mismo, la cantidad de energía absorbida por estos será mayor.

En la última figura citada se ve que cuanto menor sean los valores de  $C_i$  mayor será la variación de los coeficientes de restitución, ya que físicamente implicaría una mayor deformación no elástica por parte del amortiguador de la parte de indentación.

Así pues, un incremento de la masa nos llevará a mayores deformaciones permanentes, lo cual concuerda con lo registrado experimentalmente en múltiples trabajos. En general este modelo es coherente con lo que se puede esperar del

comportamiento de un material bajo condiciones de impacto y explica las pérdidas de energía de los materiales debidas tanto a la indentación como a la flexión presentes.

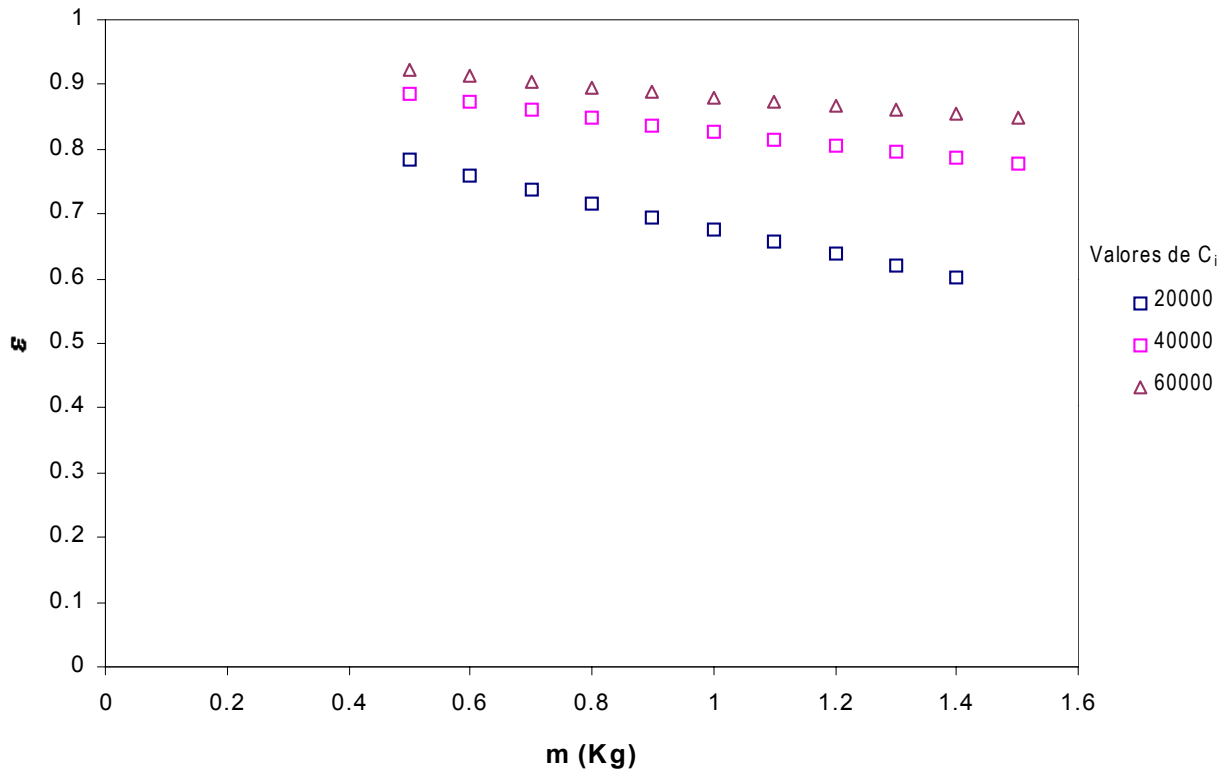


Figura 4.37. Variación del coeficiente de restitución en función de la masa para varios valores de  $C_i$ , modelo de flexión+indentación paralelo-serie.

### 4.4.3 Modelo de indentación +flexión en serie

#### 4.4.3.1 Desarrollo del modelo

Al igual que en el caso anterior, partimos básicamente 2 modelos planteados previamente, uno en el apartado 4.3.2 y el otro en el apartado 4.2.2, los cuales son el modelo de indentación en serie y el modelo de flexión en serie. De esta forma el conjunto estará compuesto por 1 elemento másico ( $m$ ) 2 amortiguadores lineales (uno de indentación  $C_i$  y otro de flexión  $C_f$ ) y 2 elementos elásticos, uno lineal para la flexión ( $K_f$ ) y otro no lineal debido a la indentación ( $K_i$ ), cuyos comportamientos se describieron en las ecuaciones 4.77 a 4.81

$$F_m = m\ddot{\alpha} + mg \quad (4.97)$$

$$F_{ci} = C_i \dot{\alpha}_{ci} \quad (4.98)$$

$$F_{cf} = C_f \dot{\alpha}_{cf} \quad (4.99)$$

$$F_{Kf} = K_f \alpha_{Kf} \quad (4.100)$$



$$F_{Ki} = K_i \alpha_{Ki} \quad (4.101)$$

Las constantes  $K_f$ , y  $K_i$  son las descritas en las ecuaciones 4.12 y 4.50, y  $C_f$  se deriva de las ecuaciones 4.38 y 4.17 tomando en cuenta que:

$$w_d = \frac{\pi}{t_c} \quad (4.102)$$

De esta forma, si  $t_c=t_{F=0}$  podemos decir que:

$$C_f = \frac{\sqrt{Km \left( 1 + \left( \frac{\pi}{\ln \varepsilon} \right)^2 \right)}}{2} \quad (4.103)$$

La constante  $C_i$  sigue siendo un factor que hay que ajustar para que en conjunto la solución cumpla con la ecuación 2.9.

La configuración del modelo se muestra en la figura 4.38, en el que a diferencia del modelo paralelo, se tienen 4 desplazamientos, puesto que ahora todos los elementos estarán en serie, y con lo cual la fuerza aplicada será igual en cada uno de ellos.

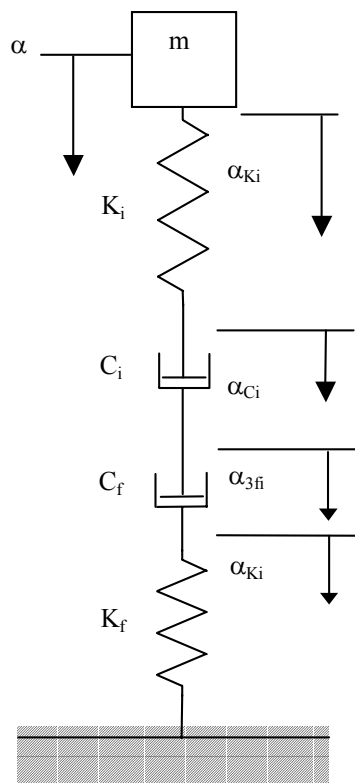


Figura 4.38 Modelo flexión serie+indentación serie.

Ahora bien, este sistema se reduce tomando en cuenta que al ser los 2 elementos amortiguadores lineales estos se pueden representar como uno solo, sin embargo, no puede hacerse lo mismo con los elementos elásticos, debido a que uno de ellos no es lineal (figura 4.39).

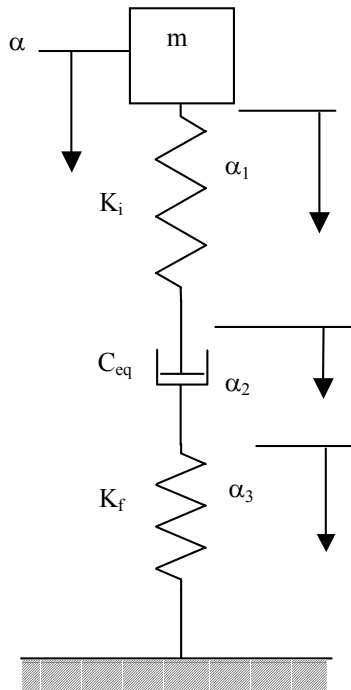


Figura 4.39 Modelo flexión serie-indentación serie reducido

De tal forma tenemos que para obtener el amortiguador equivalente definimos que:

$$\alpha_{K_i} = \alpha_1 \quad (4.104)$$

$$\alpha_{C_i} + \alpha_{C_f} = \alpha_2 \quad (4.105)$$

$$\alpha_{K_f} = \alpha_3 \quad (4.105)$$

Al ser iguales las fuerzas en todos los elementos, la fuerza del amortiguador equivalente será igual a la aplicada sobre cada uno de los amortiguadores originales, así tenemos que:

$$F_{C_{eq}} = F_{C_i} = F_{C_f} \quad (4.106)$$

tomando en cuenta las ecuaciones 4.78 y 4.79 y sabiendo que:

$$F_{C_e} = C_{eq} \alpha_2 \quad (4.107)$$

podemos expresar la ecuación 4.48 de la siguiente forma:

$$\frac{F_{C_{eq}}}{C_{eq}} = \frac{F_{C_f}}{C_f} + \frac{F_{C_i}}{C_i} \quad (4.108)$$

Pero como las fuerzas son iguales según la ecuación 4.50 esto hace que la expresión anterior se reduzca a:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_i} \quad (4.109)$$

con lo que la constante del amortiguador equivalente quedaría expresada como:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_i}} \quad (4.110)$$

De esta forma, solo se debe ajustar el valor de  $C_i$ , ya que el valor de  $C_f$  está dado por la ecuación 4.103.

De todo lo anterior podemos derivar las siguientes ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema:

$$m\ddot{\alpha} = K_f \alpha_1 \quad (4.111)$$

$$C_{eq} \dot{\alpha}_2 = K_i \alpha_3^{3/2} \quad (4.112)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \quad (4.113)$$

Para reducir variables, de 4.111; 4.112 y 4.113 se tiene que de estas obtenemos:

$$\ddot{\alpha} = \frac{K_f}{m} \alpha_1 \quad (4.114)$$

$$\alpha_3 = \left[ \frac{C_{eq}}{K_i} \dot{\alpha}_2 \right]^{2/3} \quad (4.115)$$

$$\alpha_1 = \alpha - \alpha_2 - \alpha_3 \quad (4.116)$$

De las 3 ecuaciones anteriores tenemos que al combinarse nos dan la siguiente expresión:

$$\ddot{\alpha} = \frac{K_f}{m} \left( \alpha - \alpha_2 - \left[ \frac{C_{eq}}{K_i} \dot{\alpha}_2 \right]^{2/3} \right) \quad (4.117)$$

Si tomamos en cuenta que de la ecuación 4.112 se tiene que:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K_f}{C_{eq}} \alpha_1 \quad (4.118)$$

entonces:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{K_f}{C_{eq}} \left( \alpha - \alpha_2 - \left[ \frac{C_{eq}}{K_i} \dot{\alpha}_2 \right]^{2/3} \right) \quad (4.120)$$

Con esto podemos establecer el sistema de ecuaciones que describe el comportamiento del sistema. Sin embargo, encontrar una solución analítica no es factible dado que se tienen 2 variables y un término no lineal, lo que nos obliga a buscar una función numérica como en los casos anteriores.

#### **4.4.3.2 Resolución numérica**

Para poder encontrar una solución numérica al sistema de ecuaciones diferenciales que se ha planteado, se ha optado, como en los casos anteriores, por el método

numérico de Runge-Kutta de 4º orden, para lo cual es necesario expresar el sistema de ecuaciones en un conjunto de ecuaciones que se puedan programar. Si bien las ecuaciones 4.117 y 4.119 pueden transformarse directamente en 2 de las funciones que necesitamos, se requiere de otras 2 expresiones que nos permitan el cálculo de las variables. De esta forma definimos que:

$$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.120)$$

Sin embargo existe el problema de calcular  $\dot{\alpha}_2$ , ya que se carece de una expresión que nos permita establecer el comportamiento de esta derivada. Pueden llegarse a expresiones que nos establezcan esta variable, pero no son válidas para el método usado, pues se tratarían con ecuaciones diferenciales no ordinarias. Sin embargo, dado que se puede suponer que  $\dot{\alpha}_2$  empieza en un valor 0, con ello podemos utilizar la siguiente aproximación:

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{\alpha_{2(i)} - \alpha_{2(i-1)}}{\Delta t} = \frac{\Delta\alpha_2}{\Delta t} \quad (4.121)$$

De esta forma podemos dejar el conjunto de funciones para programar el algoritmo como:

$$f_1 = \frac{K_f}{m} \left( \alpha - \alpha_2 - \left[ \frac{C_{eq}}{K_i} \dot{\alpha}_2 \right]^{\frac{2}{3}} \right) \quad (4.122)$$

$$f_2 = \frac{K_f}{C_{eq}} \left( \alpha - \alpha_2 - \left[ \frac{C_{eq}}{K_i} \dot{\alpha}_2 \right]^{\frac{2}{3}} \right) \quad (4.123)$$

$$f_3 = \dot{\alpha} \quad (4.124)$$

donde

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\Delta\alpha_2}{\Delta t} \quad (4.125)$$

El algoritmo se programó en excel con un intervalo de 1.5  $\mu$ s para tener una resolución parecida a la obtenida por los aparatos en los experimentos.

Velocidad del impacto ( $\dot{\alpha}_{t=0} = v_0$ )

Las posiciones iniciales de todos los elementos ( $\alpha_1 = a = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ )

En este caso los parámetros del modelo son la masa del impactor (m) y las constantes  $K_i$  (ecuación 4.50),  $K_f$  (ecuación 4.12) y la constante  $C_{eq}$  (ecuación 4.110) que dependerá de  $C_f$  (ecuación 4.103) y  $C_i$ . La aparición del coeficiente de restitución en la expresión 4.103 hace que este parámetro esté directamente involucrado como dato

inicial, obligando a una serie de iteraciones para ajustar el valor de  $C_i$  para que el coeficiente de restitución dado como dato sea igual al obtenido por la ecuación 2.9. En la figura 4.40 se visualiza el gráfico de una función numérica que se genera al utilizar el algoritmo. La curva es una cuasisenoide atenuada. Se puede apreciar cierta asimetría ocasionada por los 2 elementos amortiguadores, en especial en la parte final de la gráfica, donde se nota un alargamiento de la curva. Este alargamiento es debido a que ambos amortiguadores, que al estar en serie actúan como uno solo, provocan que el sistema tenga un retraso en la recuperación.

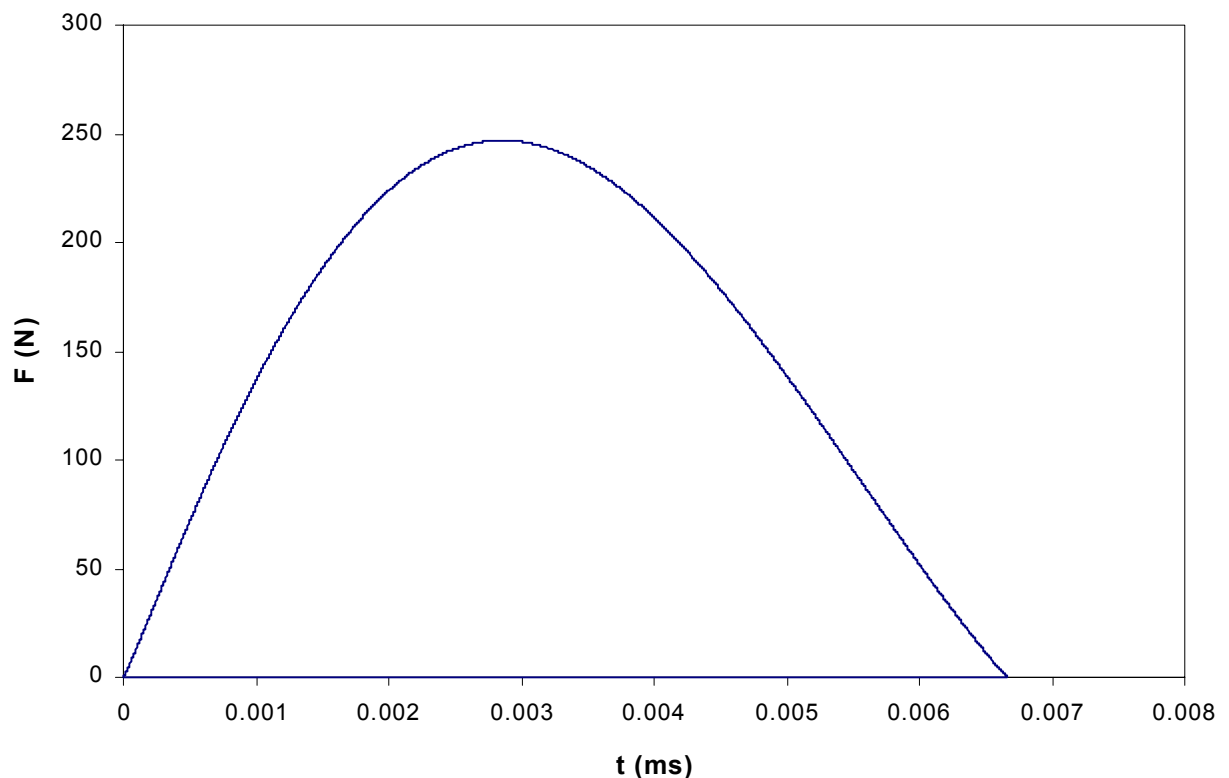


Figura 4.40 . Solución numérica para el modelo de flexión+indentación serie-serie.

La influencia del módulo de elasticidad en este caso se limita a lo referente a la amplitud y al periodo de la función como se puede ver en la figura 4.41. Es claro que se sigue la tendencia del modelo conservativo en este aspecto dado que los amortiguadores presentarán mayor resistencia a altas velocidades, lo cual hará la deformación se traslade primordialmente a los elementos elásticos. En la figura 4.42 se puede observar las tendencias de ambos parámetros en lo referente a las variaciones del módulo de elasticidad. Es claro que las variaciones se acentúan en los valores bajos de  $E$ , esto debido a las pérdidas de flexión, pues en este caso el material tendrá una resistencia pobre a ser deformado, con lo cual las pérdidas referentes a la parte de indentación serán menores. Esta afirmación se basa en lo visto en el punto

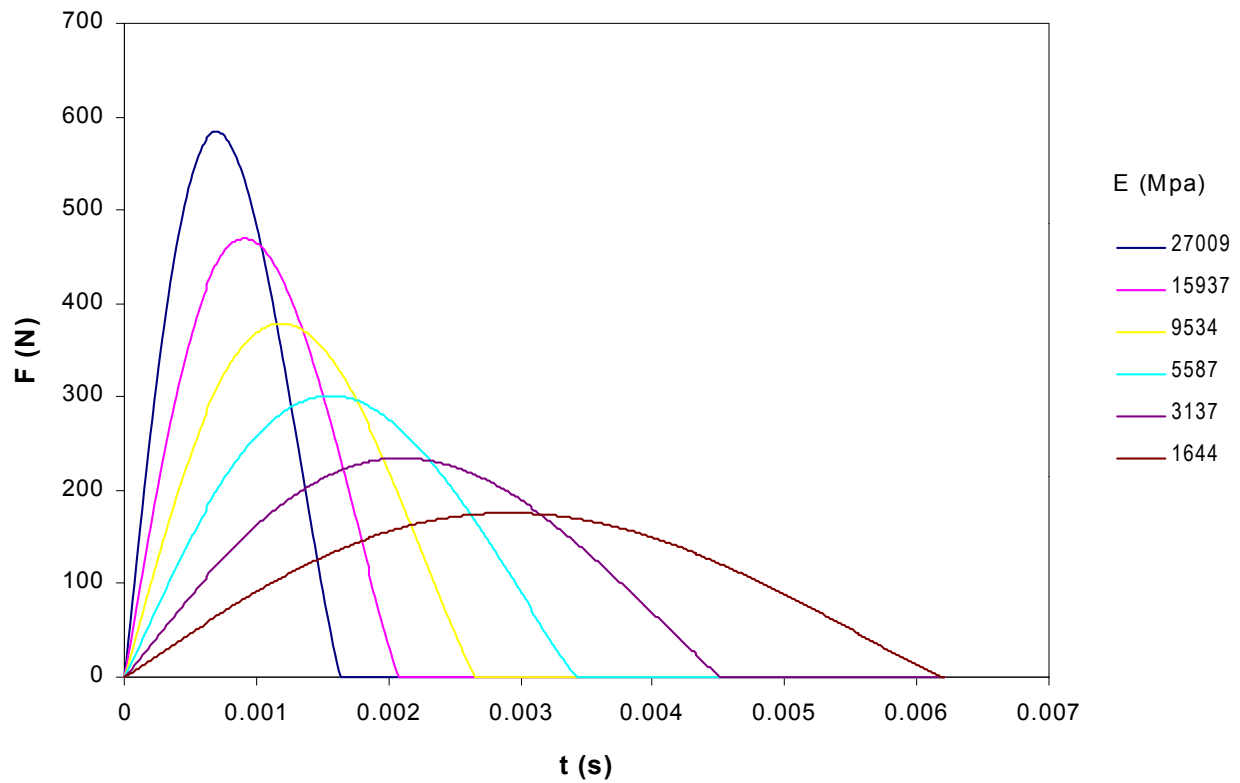


Figura 4.41. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes módulos de elasticidad, modelo de flexión+indentación serie-serie.

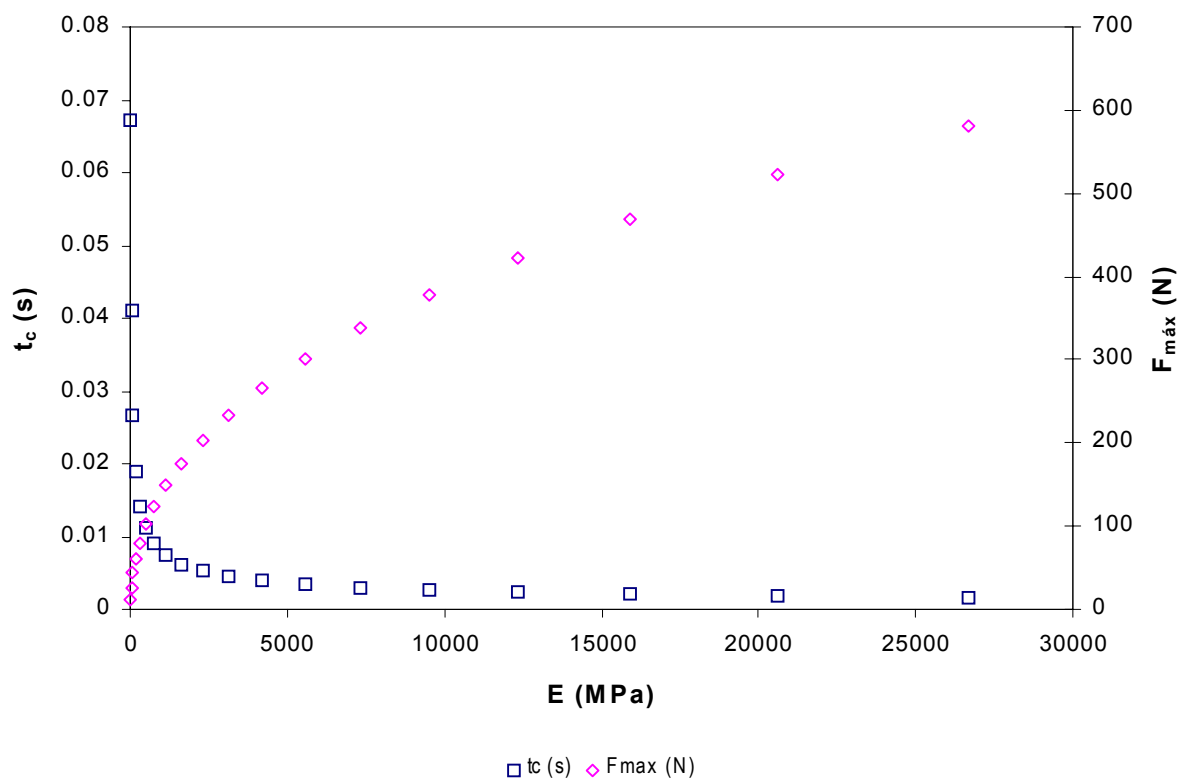


Figura 4.42. Variación de la fuerza máxima y del tiempo de contacto en función del módulo de elasticidad, modelo de flexión+indentación serie-serie.

4.3.2.2 en que se analizó el modelo de indentación serie, donde se vio que para este fenómeno un aumento en el módulo de elasticidad hacía decrecer  $\varepsilon$

.Al utilizar una disposición de elementos en serie, la tendencia de la pérdidas de energía es similar a la obtenida por el modelo de indentación en serie, aproximándose el valor del coeficiente de restitución a 1 cuando el módulo de elasticidad tiende a cero, disminuyendo  $\varepsilon$  su valor sí E aumenta.

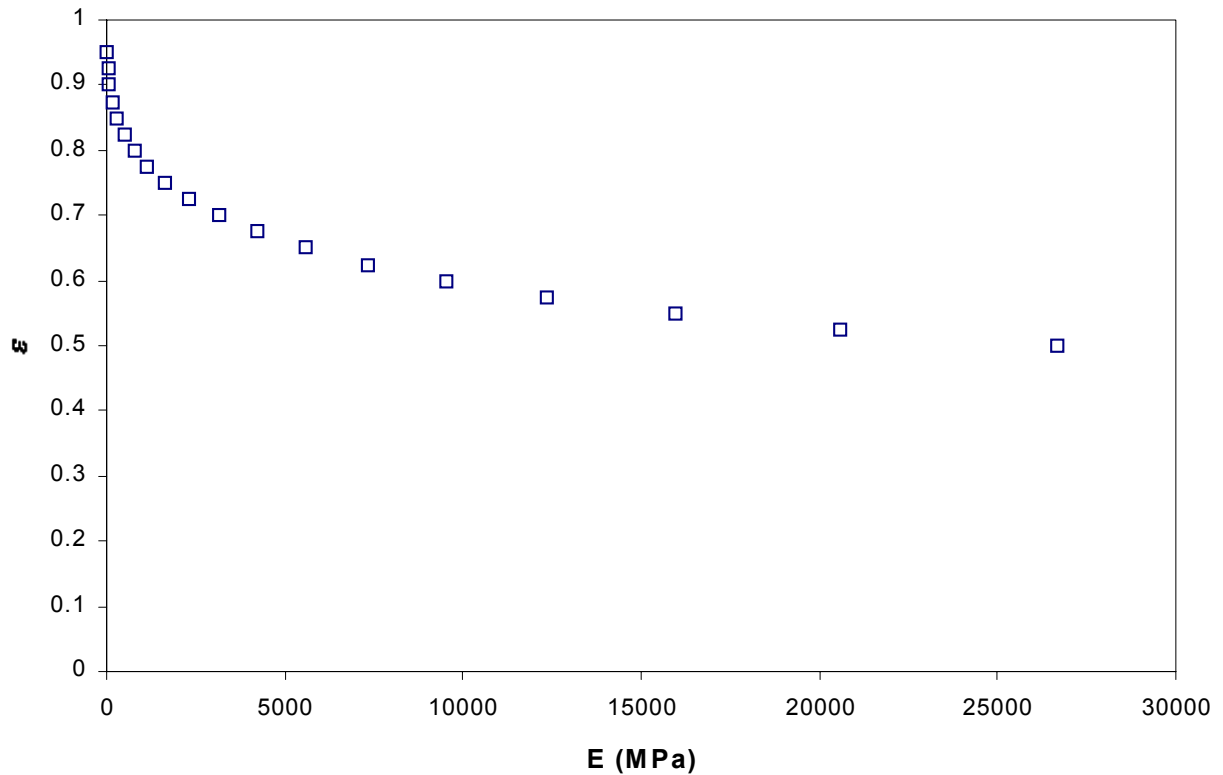


Figura 4.43. Variación del coeficiente de restitución en función del módulo de elasticidad, modelo de flexión+indentación serie-serie.

El valor del coeficiente de restitución tiende a ser un valor asintótico cuando E alcanza valores muy altos. Esto es debido a que en este caso las deformaciones presentes serán aquellas de naturaleza permanente, pues habrá más energía disponible para la actuación de los elementos amortiguadores, lo que incrementará las pérdidas si se mantiene el mismo valor de  $C_i$ .

Sí por el contrario mantenemos el valor de E y variamos el valor de  $C_i$  (y por lo mismo el valor de  $C_{eq}$ ) podemos ver que el comportamiento del modelo se evidencia en un aumento de la amplitud de la función si se aumentan los valores de  $C_{eq}$ . A diferencia del modelo de flexión pura no conservativa, el tiempo de contacto no se conserva, aumentando ligeramente sí se disminuyen los valores de  $C_{eq}$ . Podemos ver en la figura 4.44 como las curvas de las funciones tienen un comportamiento parecido al momento de incrementar  $C_{eq}$  por medio de la variación de  $C_i$ . Cabe recordar que la otra componente de este del amortiguador equivalente estará en función de  $K_f$  y del

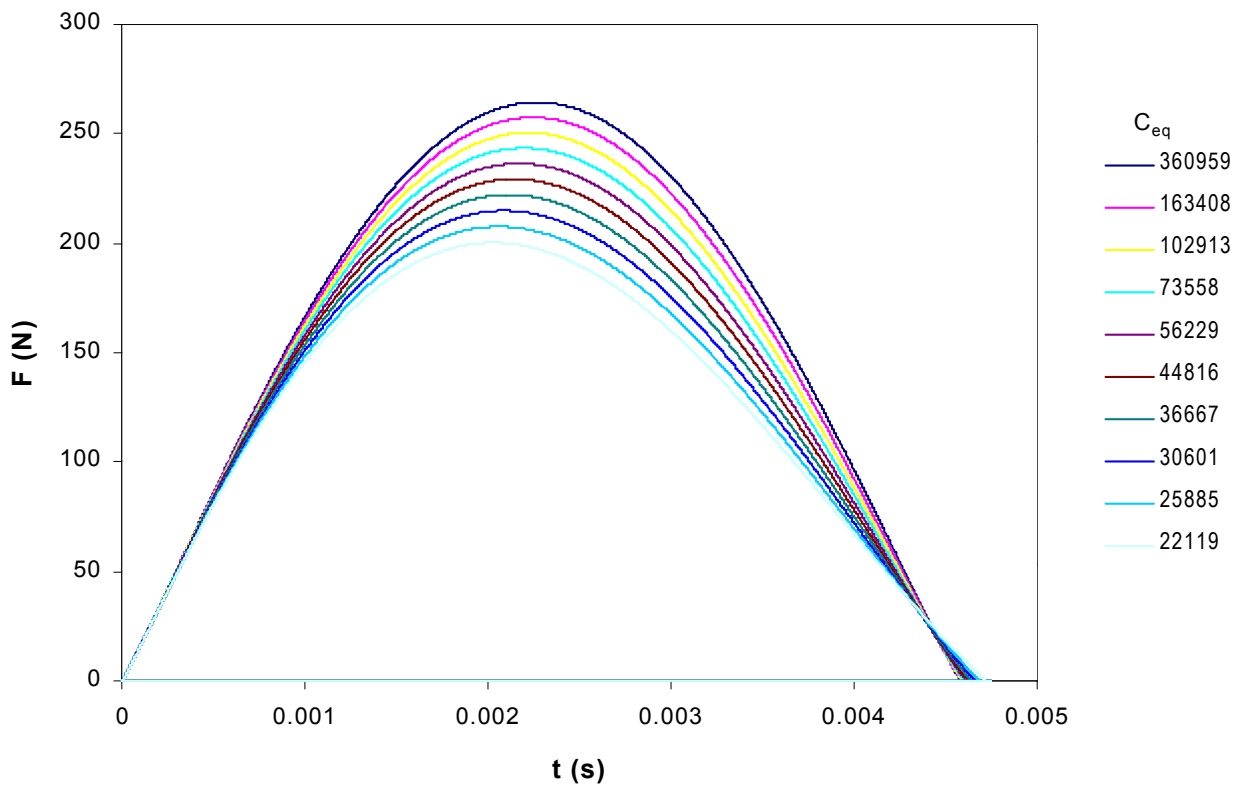


Figura 4.44. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $C_{eq}$ , modelo de flexión+indentación serie-serie.

coeficiente de restitución, por lo que al variar la  $C_i$  estaremos indirectamente afectando  $C_f$

En la gráfica 4.45 podemos ver como son las tendencias de estos comportamientos, tanto de  $t_c$  como de  $F_{m\acute{a}x}$ . El comportamiento deja ver que los valores del tiempo de contacto se incrementan considerablemente mientras más bajo es  $C_{eq}$ , lo cual representaría físicamente que un material de bajos valores de este parámetro sería menos capaz de reaccionar ante un impacto y regresar energía. Por otro lado se puede ver como el descenso de la  $F_{m\acute{a}x}$  es más pronunciado si nos encontramos en las condiciones anteriormente descritas., lo cual nos implicaría en la explicación física una menor oposición del material a ser deformado, y dado que se ha mantenido el valor de  $E$ , sería de esperarse que estas deformaciones fuesen de índole permanente.

Si observamos la figura 4.46, se confirma la suposición anterior, ya que se nota una clara caída del coeficiente de restitución cuando disminuimos el valor de  $C_{eq}$ . Al estar ligado el coeficiente de restitución a la pérdida de energía del material, nos permite vislumbrar que la deformación del material relegada en una menor fuerza de reacción será cada vez más de índole no elástica, por lo que en el extremo inferior podríamos representar a materiales como las ceras. Por otro lado, se nota que cuanto mayor sea



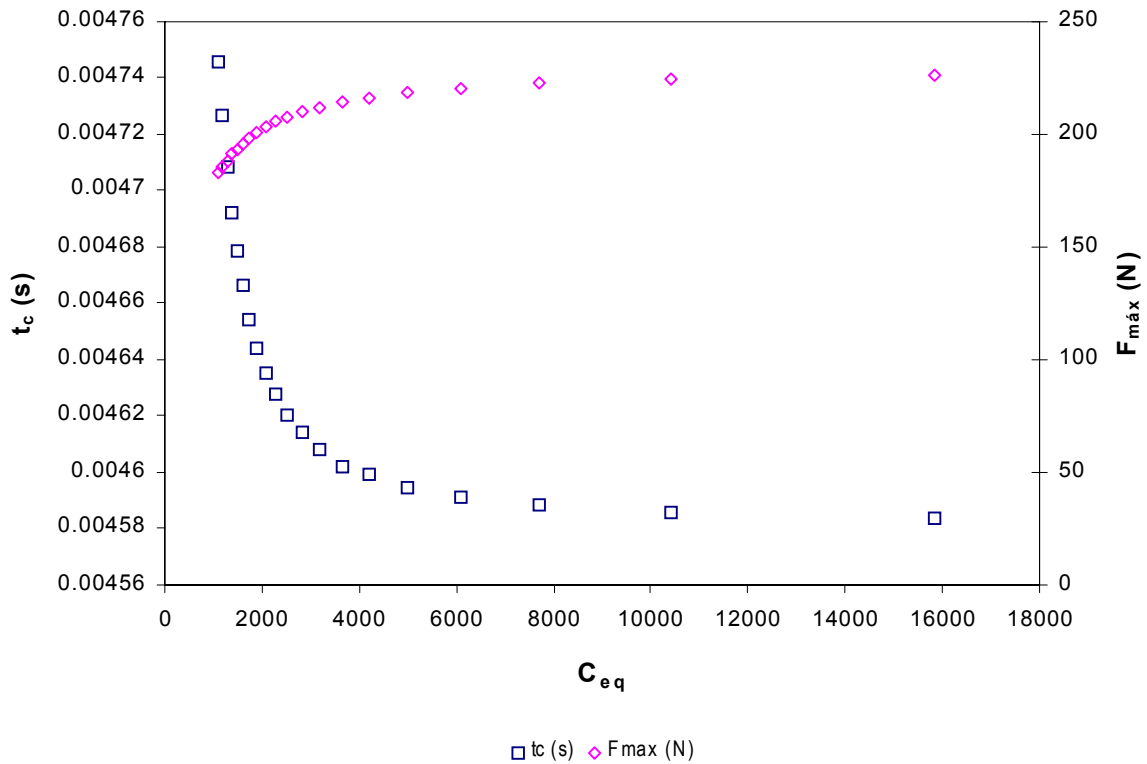


Figura 4.45. Variaci3n de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en funci3n de  $C_{eq}$ , modelo de flexi3n+indentaci3n serie-serie.

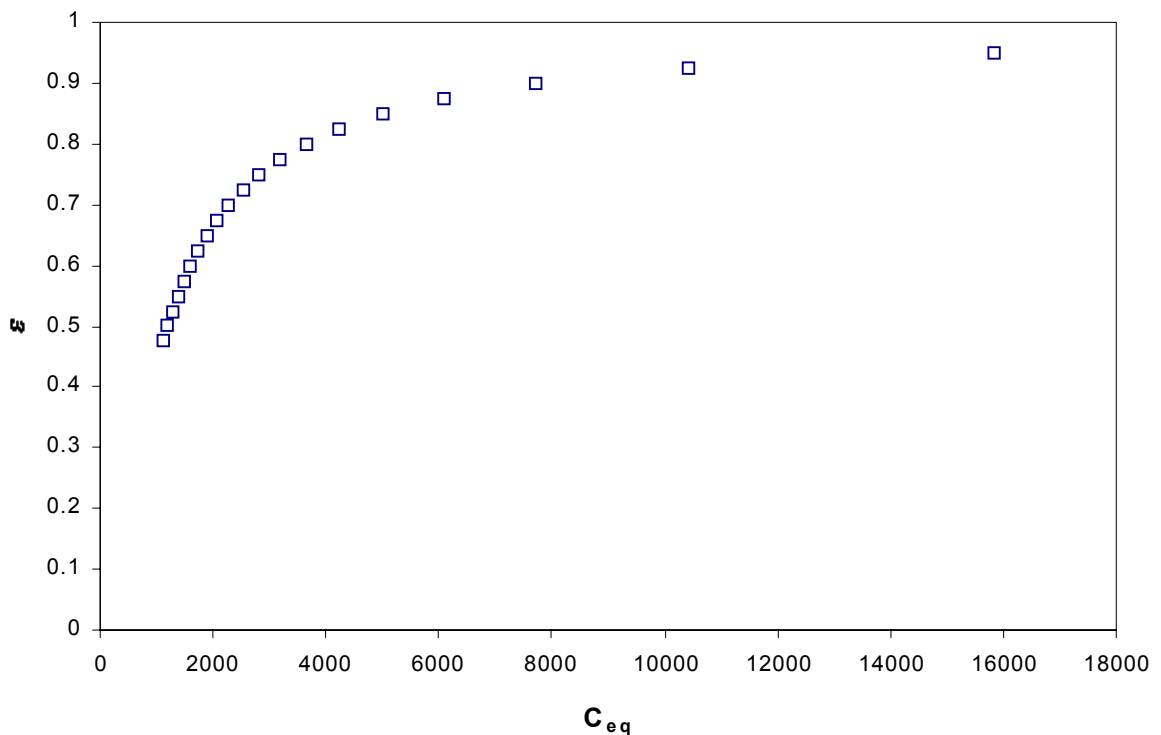


Figura 4.46 . Variaci3n del coeficiente de restituci3n en funci3n de  $C_{eq}$ , modelo de flexi3n+indentaci3n serie-serie.

el valor de  $C_{eq}$  el valor del coeficiente de restituci3n se aproximara a 1, aproximándose de esta forma a un material ideal donde no existiran ninguno de los 2 elementos amortiguadores.

Al contrario de lo que sucede en el modelo serie-paralelo, las variaciones en los parámetros relacionados con las pérdidas de energía no implican el incremento del pendiente en el inicio de la gráfica, con lo cual podemos intuir que las deformaciones debidas a la indentación no se dan de manera predominante en el inicio del proceso.

Si fijamos las propiedades del sistema y variamos su valores iniciales, el comportamiento diverge aún mas del caso tocado en el apartado anterior. Dejando la masa como valor fijo y variando la velocidad de impacto, obtenemos las funciones representadas por las curvas de la figura 4.47.

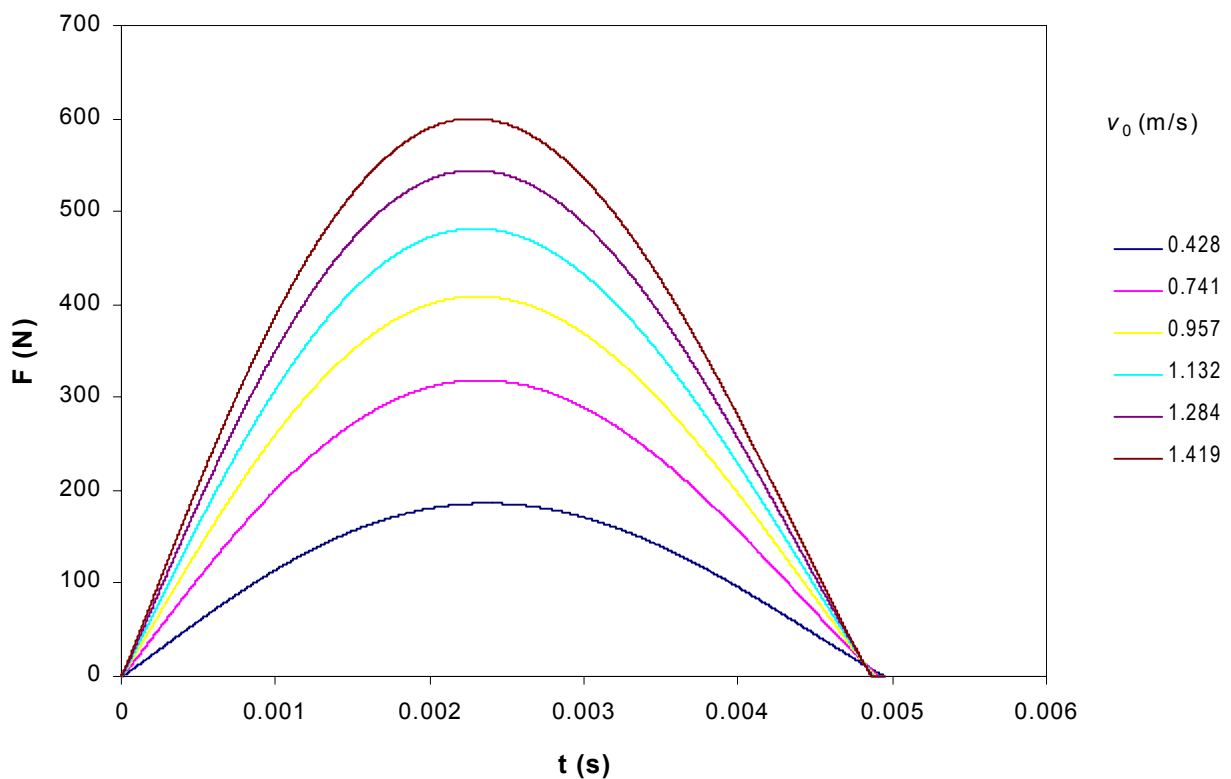


Figura 4.47. Variación del comportamiento de la fuerza con diferentes valores de  $v_0$ , modelo de flexión+indentación serie-serie.

En dicha figura podemos ver como la amplitud de las funciones incrementa sus valores conforme aumenta la velocidad, sin tenerse mucha variación sobre el periodo. Se puede observar en la figura 4.48 como varían la fuerza máxima y el tiempo de contacto. En este caso se observa una dependencia lineal de  $F_{\text{máx}}$  respecto a la velocidad de impacto, en comparación de  $t_c$ , el cual a bajas velocidades tendrá cierta variación que decaerá hasta hacerse asintótica a altas velocidades, *consecuencia del comportamiento del sistema a altas velocidades*.

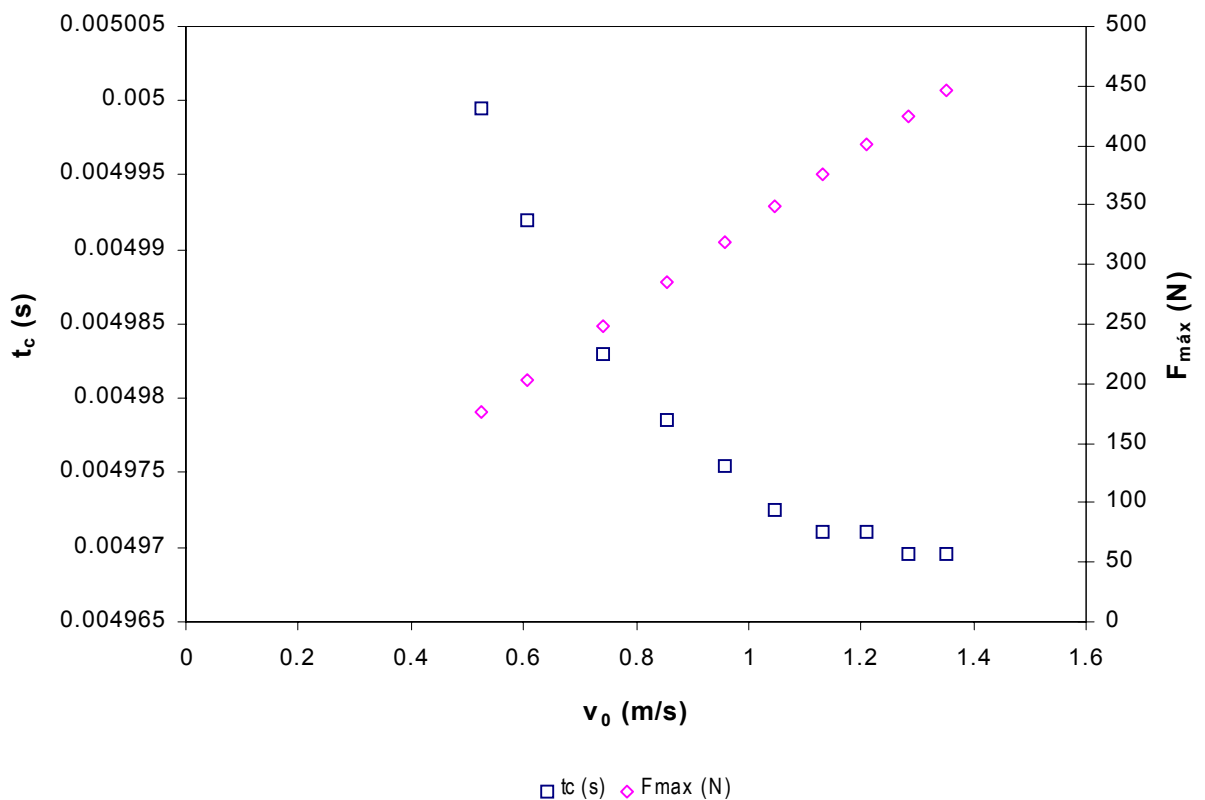


Figura 4.48. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de  $V_0$ , modelo de flexión+indentación serie-serie.

Esta variación de la forma de las funciones tiene efectos sobre el coeficiente de restitución, dado que a mayores velocidades, el sistema presentará una mayor pérdida de energía. Esto se puede ver claramente en la figura 4.49, en donde se muestran las variaciones que tiene  $\varepsilon$  en función de la velocidad de impacto según el valor de  $C_i$  que se utilice. Estas variaciones tienen una clara tendencia a disminuir si se aumenta la velocidad de impacto y se evidencian cuanto menor sea el valor de  $C_i$ . Esto se debe a que a grandes valores de este parámetro, la componente de deformación no elástica debida a la indentación tendrá una menor relevancia en cuanto a la deformación total, y por ende, respecto a la energía absorbida por este mecanismo.

Si en cambio mantenemos la velocidad de impacto y variamos la energía inicial por medio del valor de la masa, el sistema observará un comportamiento bastante diferente ya que existe un aumento evidente de la amplitud y el periodo de la función generada. Esto hace que el conjunto de curvas mostradas en la figura 4.50 presenten pendientes parecidas en el inicio, pues la velocidad de deformación en el inicio es la misma para cada valor de masa, con lo que el efecto de esta se traduce en una menor desaceleración, y por lo mismo, una mayor duración del periodo.

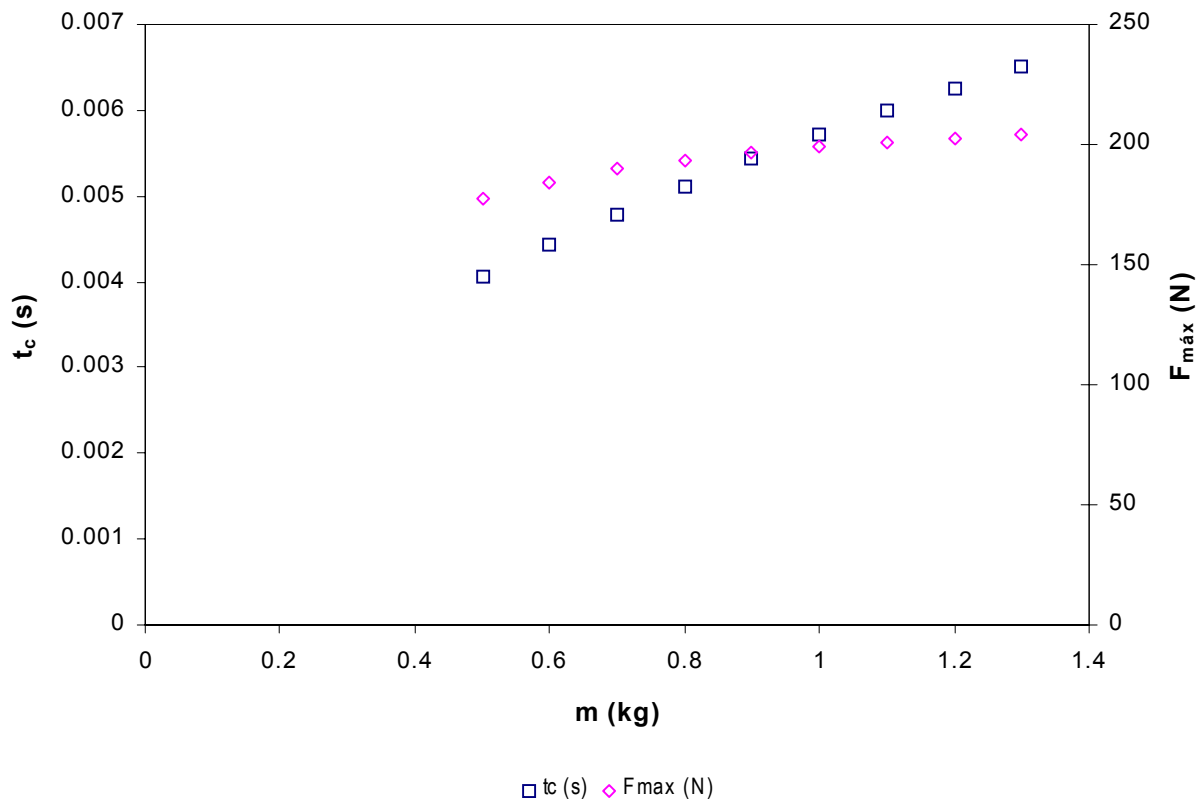


Figura 4.51. Variación de la fuerza máxima y el tiempo de contacto en función de m, modelo de flexión+indentación serie-serie.

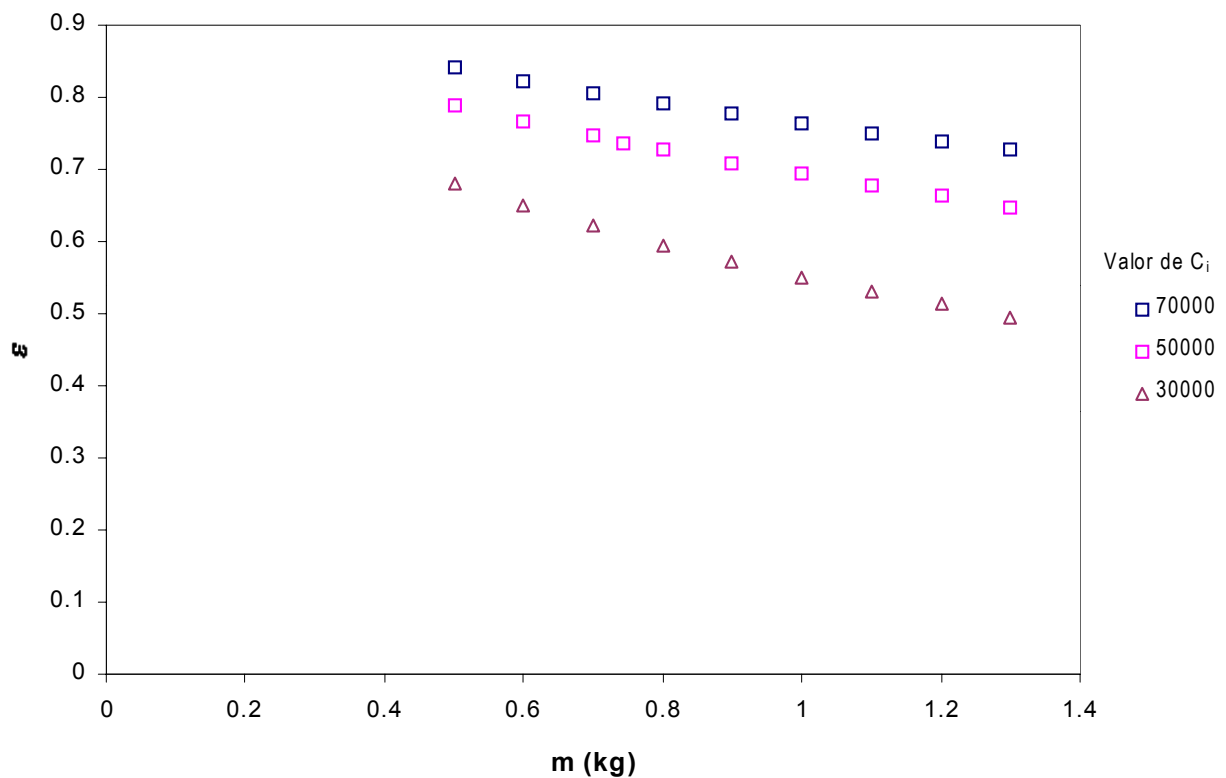


Figura 4.52 . Variación del coeficiente de restitución en función de la masa para diferentes valores de  $C_i$ , modelo de flexión+indentación serie-serie.

La variación de  $t_c$  y  $F_{máx}$  se refleja en la figura 4.51. En comparación con el modelo paralelo, la fuerza máxima presenta cambios más pronunciados a valores bajos de

masa, y se atenúa el efecto a masas grandes. En cambio, el tiempo de contacto sigue una relación prácticamente lineal con la masa.

Como consecuencia de estos cambios de comportamiento, las pérdidas de energía se incrementan al incrementar el valor de la masa empleado. Esto se ve reflejado en la figura 4.52 mediante el coeficiente de restitución. Se aprecia que el descenso en los valores de  $\varepsilon$  varía poco con diferentes valores de  $C_i$ , si bien los valores del coeficiente de restitución en función de este parámetro seguirán el comportamiento manifestado anteriormente.



---

---

## *CAPÍTULO 5*

---

---

### *Resultados y su discusión*

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos en los diferentes ensayos, así como su análisis por medio del uso de los diferentes modelos planteados en el capítulo 4, comparando la coherencia de los resultados obtenidos. Se establecen similitudes entre el comportamiento presentado en impacto con los resultados de trabajo esencial de fractura y la influencia del flujo de inyección. Por último se hace una valoración global de los resultados.





# RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

## 5.1 Generalidades

En este capítulo se describen los resultados obtenidos de la realización de los diferentes ensayos y su análisis por medio de la aplicación de los diferentes métodos descritos en el capítulo 2, así como por la aplicación de los modelos presentados en el capítulo 4.

En una primera parte se presentan los resultados del análisis realizado por técnicas ya utilizadas y se presenta una evaluación general de los materiales utilizados en las diferentes series de experimentos, para posteriormente, en la segunda parte, se apliquen los modelos de impacto en flexión, indentación y flexión+indentación, encaminados a caracterizar los diferentes comportamientos de los materiales según la configuración y parámetros utilizados.

Por otro lado, se discute el comportamiento de los materiales a condiciones de altas velocidades de sollicitación y su diferencia respecto a los valores obtenidos en ensayos cuasiestáticos. De igual forma se observan las diferencias de comportamiento ocasionadas por la presencia de segundas y terceras fases y se discute sobre la influencia de estas en las propiedades de los materiales, así como de la aparición de diferentes mecanismos de falla.

Finalmente se discute la viabilidad de los diferentes modelos en pro de evaluar las propiedades de los materiales conforme los primeros puedan o no representar el comportamiento de los últimos.

## 5.2 Ensayos de tracción

De los resultados de los ensayos de tracción realizados a los 8 materiales utilizados se desprende el agrupamiento de los mismos en 2 conjuntos de series. Los materiales sin carga rígida (5 materiales) y aquellos que involucraban las microesferas de vidrio en un segundo grupo (3 materiales).

Serie	Material	Módulo de Elasticidad E (Mpa)	Elongación en $F_{m\acute{a}x}$ (mm/mm)	$\sigma_{max}$ (Mpa)
TH10	HIPS	2404.18	0.0112	23.054
TK10	75%HIPS+25%PS	2855.39	0.0100	24.382
TL10	50%HIPS+50%PS	3032.28	0.0108	27.095
TN10	25%HIPS+75%PS	3344.67	0.0105	30.957
TP10	PS	3719.98	0.0126	41.964

Tabla 5.1 Resultados de las pruebas de tracción sobre probetas de materiales sin carga rígida

En el primer grupo se manejaron las series h,k,l,n y p de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados en la tabla 5.1:

En el segundo grupo se involucraron las series j, m y o, de las cuales se muestran los resultados obtenidos en la tabla 5.2

Serie	Material	Módulo de Elasticidad E (Mpa)	Elongación en $F_{m\acute{a}x}$ (mm/mm)	$\sigma_{max}$ (Mpa)
TJ10	HIPS+mev	2467.23	0.0093	18.152
TM10	50%(HIPS+mev)+50%(PS+mev)	3021.35	0.0100	18.530
TO10	PS+mev	3490.36	0.0133	29.733

Tabla 5.2 Resultados de las pruebas de tracción sobre probetas de materiales con carga rígida

Se puede apreciar en la figura 5.1 que en ambos casos las muestras siguen la regla de las mezclas. Sin embargo, en el caso de las series con cargas rígidas se nota un ligero decrecimiento del módulo de elasticidad en especial cuando hay ausencia de partículas de elastómero. Esto es debido a que no hay una adherencia entre las microesferas de vidrio y la matriz.

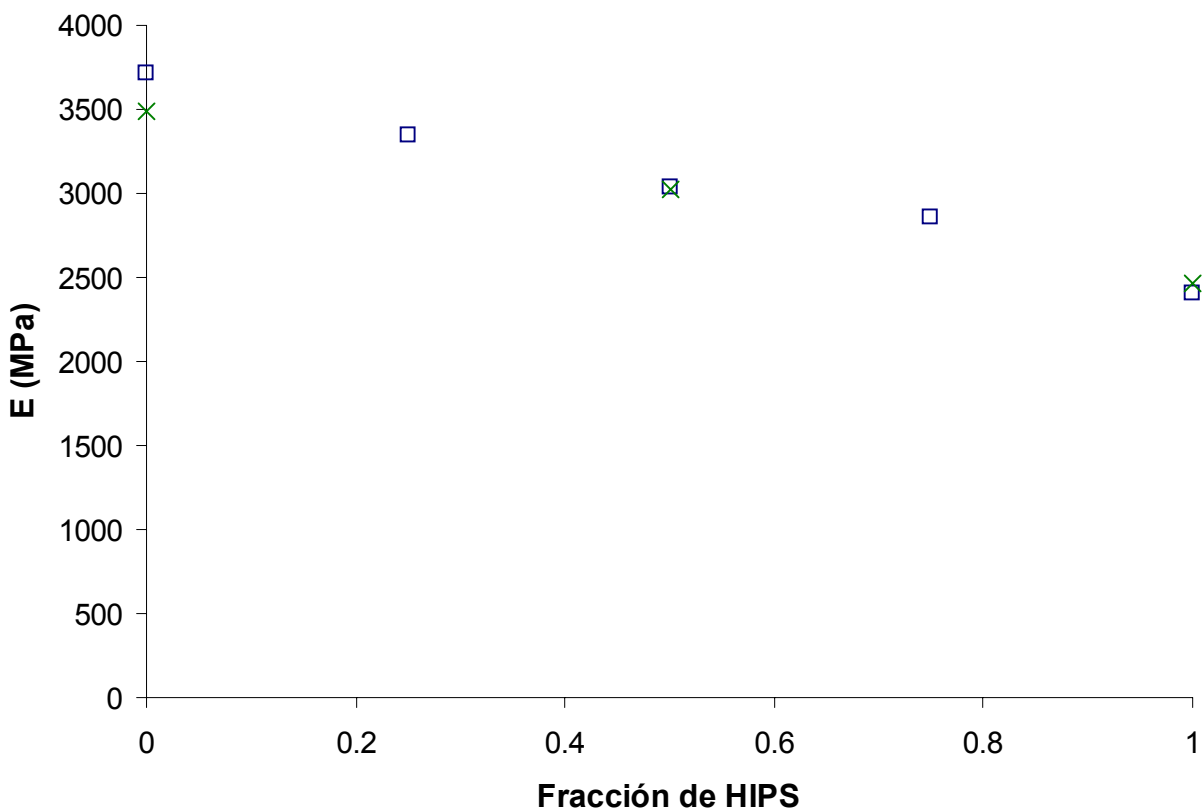


Figura 5.1 Variación del módulo de elasticidad (E) de los diferentes materiales en función del contenido de HIPS. □ Sin fase rígida; x con fase rígida (microesferas de vidrio)

Por otro lado, en la figura 5.2 se puede apreciar un incremento en los valores de la resistencia del material conforme disminuye la proporción de elastómero, la cual cae de forma evidente en los compuestos con partículas rígidas. Este comportamiento es coherente pues al no existir adherencia entre la fase rígida y la matriz, al someter a tensión al material el área efectiva sobre la que se aplique el esfuerzo será menor.

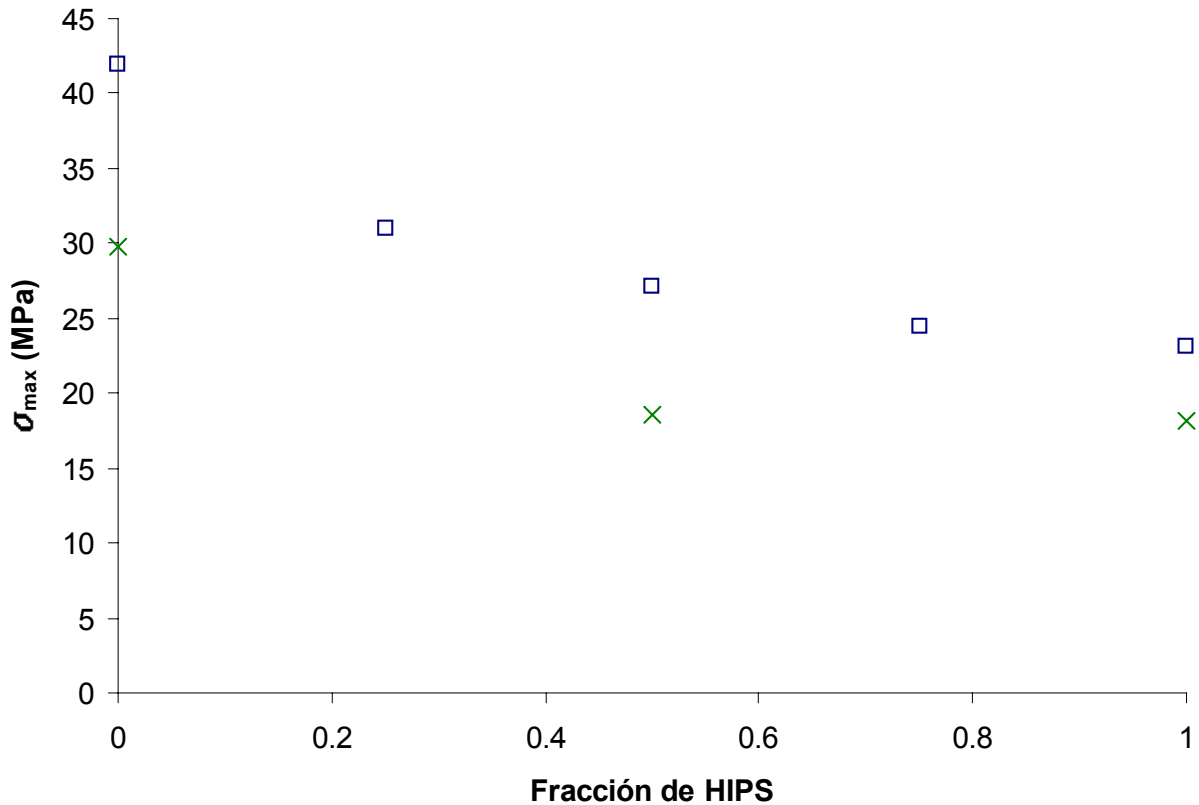


Figura 5.2 Variación de la resistencia de los diferentes materiales en función del contenido de HIPS. □ Sin fase rígida; × con fase rígida (microesferas de vidrio)

Respecto a la elongación al momento de fuerza máxima, esta se representa en la figura 5.3. Puede apreciarse que en general no hay una tendencia clara conforme se aumenta el contenido de HIPS. Sin embargo cabe destacar que si bien para los materiales con partículas elastoméricas es mayor la elongación en aquellos que no contienen fase rígida, para el caso del PS sucede lo contrario, pues existe una mayor elongación del material antes de que ocurra la fuerza máxima en la mezcla que contiene microesferas de vidrio. Esto puede ser explicado desde el punto que al coincidir la fuerza máxima con la ruptura del material, la propagación de las grietas es retrasada por la presencia de los huecos que representan las microesferas de vidrio dentro del poliestireno.

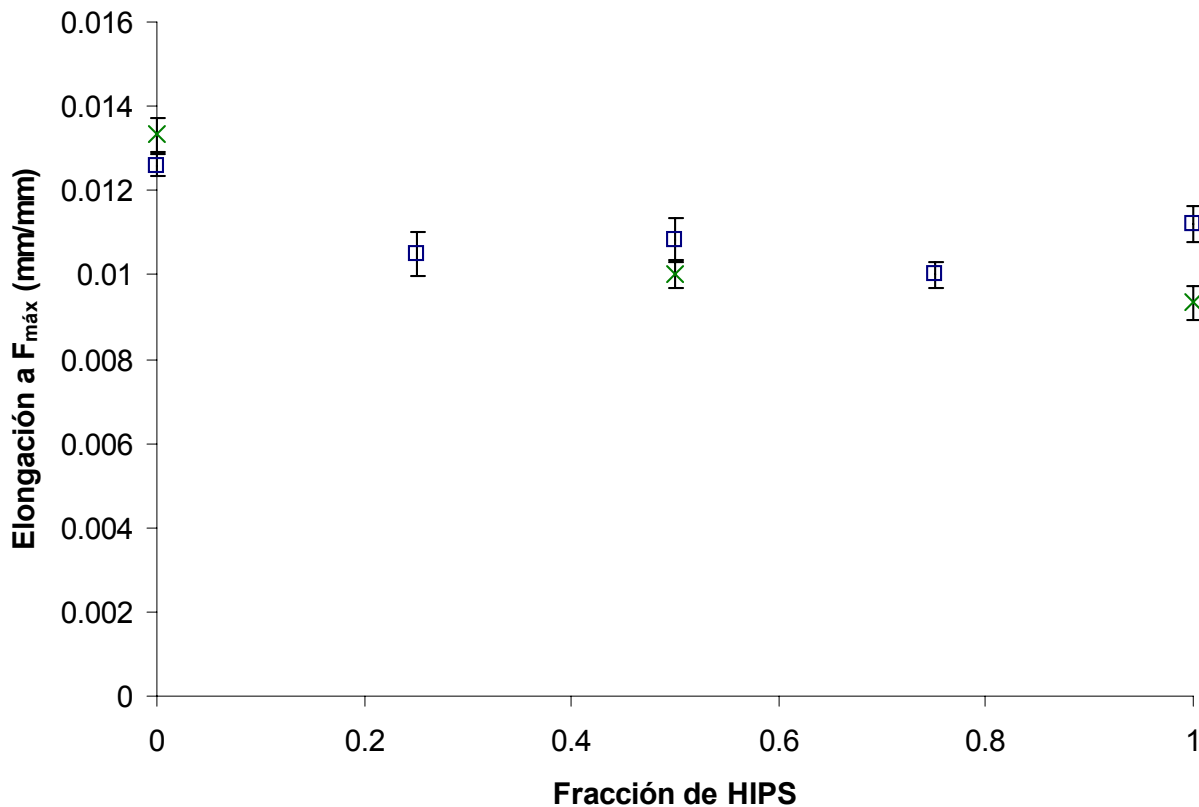


Figura 5.3 Elongación de los diferentes materiales en función de su contenido de HIPS. □ Sin fase rígida; × con fase rígida (microesferas de vidrio)

## 5.3 Ensayos de mecánica de la fractura

### 5.3.1 Preliminares

Estos ensayos sólo se aplicaron a la serie H (100% HIPS), dado que los requerimientos de la técnica implican un determinado comportamiento en la propagación de grieta. Al ser un método basado en la Mecánica de la fractura postcedencia (PYMF), la propagación de la grieta debe ser estable, con lo cual materiales demasiado frágiles no pueden ser estudiados con esta herramienta, ya que en ellos se da una propagación inestable de las grietas. En este sentido, los compuestos de matriz poliestireno, muestran cierta tendencia a comportarse como el material de la matriz. No obstante, la presencia de partículas elastoméricas en el HIPS como carga, hace que este comportamiento sea modificado en cierta medida cuanto más cantidad de elastómero esté presente.

En el caso de las muestras ensayadas, a pruebas de 1 mm/min ya se presentaban inestabilidades en el proceso de fractura, lo cual implica que las mezclas tendrán aún más tendencia a presentar este comportamiento, dado que tendrán una menor fracción de elastómero.

Sin embargo, los resultados obtenidos de los ensayos realizados permite vislumbrar algunos parámetros de este tipo de materiales.

### 5.3.2 Aplicación de la teoría de la plasticidad

En un primer conjunto de experimentos se utilizaron probetas de tipo SENB, aplicando el método referido en el capítulo 2. Para ello se utilizaron probetas prismáticas de 3, 6 y 9 mm fabricadas de HIPS mediante inyección como se explicó en el capítulo 2 y 3. Las series se dividen en 2 grupos clasificados según la distancia entre apoyos (Span) utilizado para el ensayo.

De esta forma, tenemos en general las series de ensayos indicadas en la tabla 5.3.

Grupo	Serie	Espeso de probeta	Distancia entre apoyos (mm)	Material	Velocidad (mm/min)
1	Hw3s5v1	3	50.88	HIPS	1
1	Hw6s5v1	6	50.88	HIPS	1
1	Hw9s5v1	9	50.88	HIPS	1
2	Hw3s7v1	3	70	HIPS	1
2	Hw6s7v1	6	70	HIPS	1
2	Hw9s7v1	9	70	HIPS	1

Tabla 5.3 Series de experimentos usando EWF en probetas SENB.

Las curvas de fuerza registradas se muestran en la figura 5.5, y a partir de las mismas se obtuvieron los valores de la fuerza máxima que se muestran en la figura 5.6 en función del cuadrado de la longitud de ligamento. A partir de las ecuaciones lineales ajustadas a los diferentes conjuntos de puntos, podemos obtener los valores plasticidad del material. Las pendientes de dichas ecuaciones nos proporcionan los

Serie	S (mm)	b(mm)	$Z \{F_{max}=Z(w-a)^2\}$	Coef. R <sup>2</sup>	K (Mpa)	Y <sub>t</sub> (Mpa)
Hw3s5v1	50.88	3.2	1.8362	0.9974	11.37	22.738
Hw3s7v1	70	3.2	1.2627	0.9975	10.78	21.56
Hw6s5v1	50.88	6.35	2.9597	0.9949	9.47	18.94
Hw6s7v1	70	6.35	2.0311	0.9991	8.96	17.91
Hw9s5v1	50.88	9.1	4.5353	0.9965	10.10	20.20
Hw9s7v1	70	9.1	3.0593	0.9985	9.38	18.75

Tabla 5.4 Comparativo de los resultados experimentales. Plasticidad

valores de  $Z$ , y a partir de ello se pueden obtener los valores de  $K$  y de  $Y_t$  según las ecuaciones revisadas en el capítulo 1. Estos valores son registrados en la tabla 5.4.

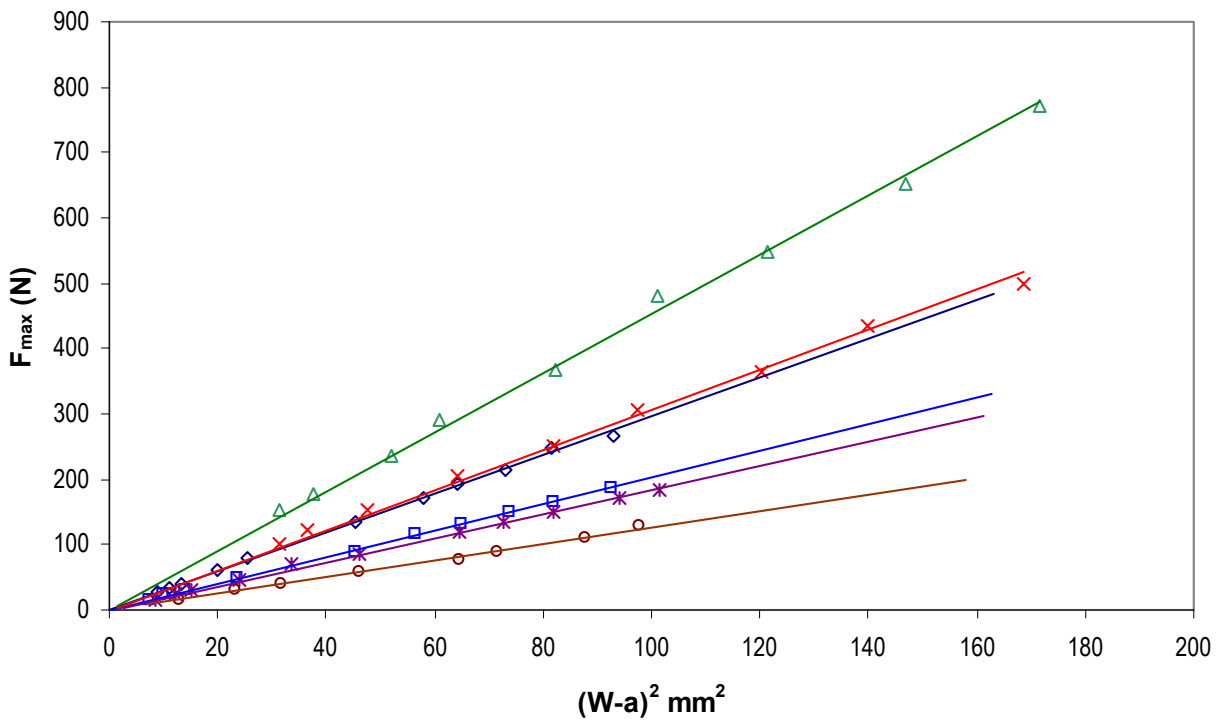
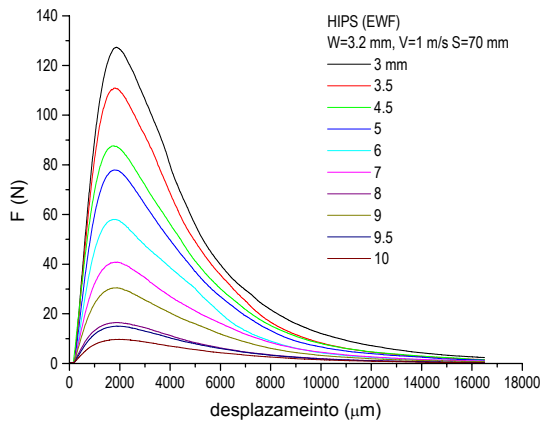


Figura 5.4. Curvas Fuerza máxima vs. (longitud de ligamento)<sup>2</sup>, para obtención de parámetros de plasticidad. Dimensiones de las probetas (mm): \* b=3.2, S=50.88; ○ b=3.2, S=70; ◇ b=6.35, S=50.88; □ b=6.35, S=70; △ b=9.1, S=50.88; × b=9.1, S=70.

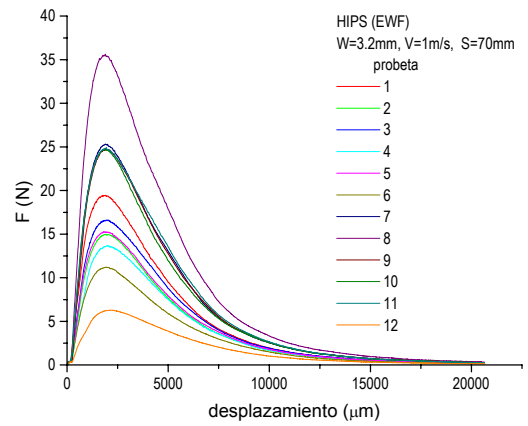
Los valores del esfuerzo de cedencia obtenidos en los ensayos de tracción realizados en HIPS tienen un valor promedio de  $20.69 \pm 0.51$  Mpa, que se encuentra dentro del rango obtenido por las ecuaciones de plasticidad. De esta forma podemos ver como los valores de  $K$  y  $Y_t$  reflejan el criterio de Tresca expresado en la ecuación 1.11. Esto implica que el material sigue las teorías de la plasticidad para las condiciones de los ensayos realizados.

### 5.3.3 Trabajo esencial de fractura-geometría SENB

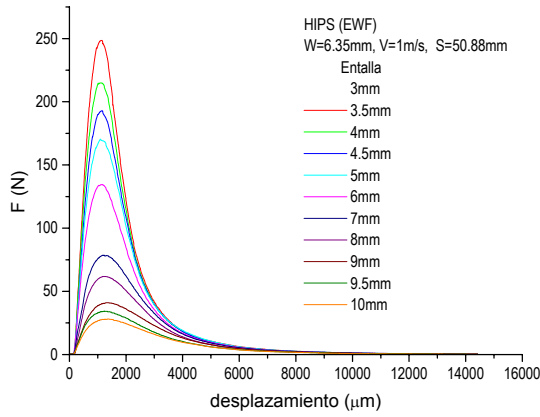
Por otro lado, es interesante observar el comportamiento a la fractura del material mediante el método de trabajo esencial de fractura. Al integrar las curvas experimentales fuerza-desplazamiento de los experimentos de la geometría SENB (figura 5.5) podemos obtener los valores del trabajo realizado en la propagación de la grieta. En base a estos datos, se representan en la figura 5.6 los datos de trabajo por unidad de área de ligamento versus longitud de ligamento.



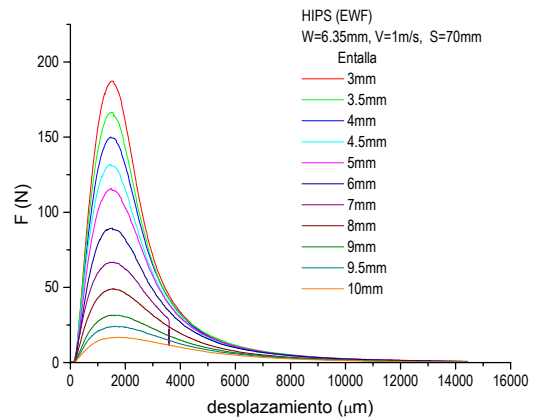
a



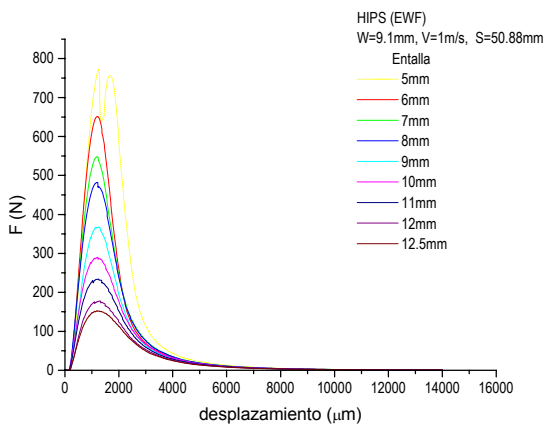
b



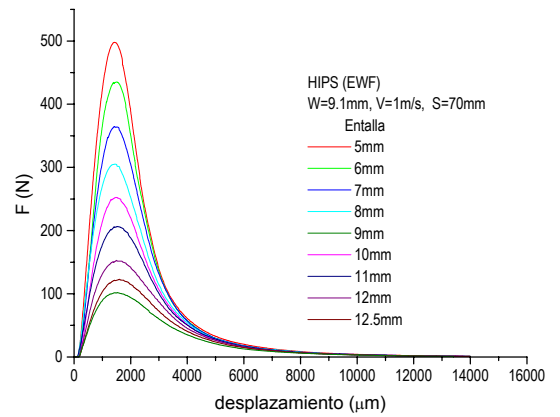
c



d



e



f

Figura 5.5. Curvas Fuerza vs. desplazamiento para ensayos con probetas SENB para  $V=1$  mm/min. a)  $b=3.2$ ,  $S=50.88$ ; b)  $3.2$ ,  $S=70$ ; c)  $b=6.35$ ,  $S=50.88$ ; d)  $b=6.35$ ,  $S=70$ ; e)  $b=9.1$ ,  $S=50.88$ ; f)  $b=9.1$ ,  $S=70$ .

Si bien el material sigue las teorías de la plasticidad, en el caso de los requerimientos para EWF descritos en la sección 2.2.3, no siempre se tuvieron buenos resultados, ya que en algunos ensayos, en especial en las probetas de mayor espesor, se

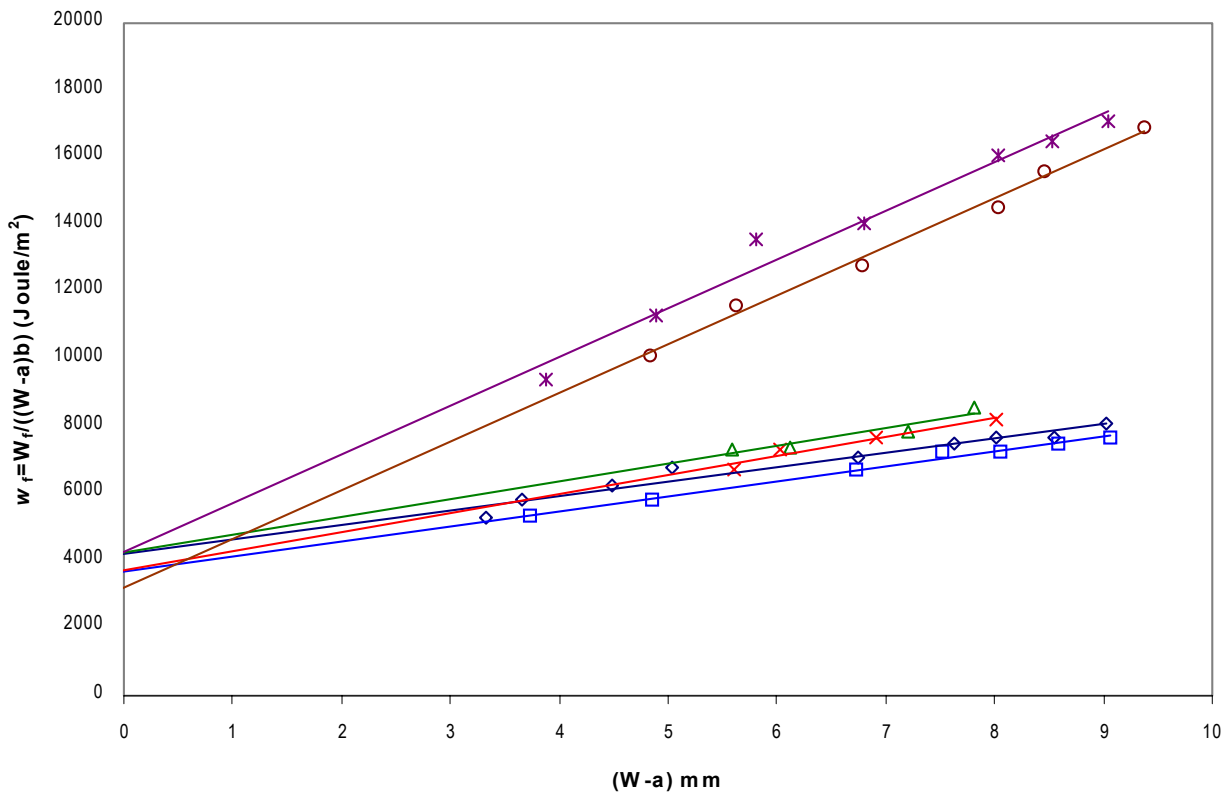


Figura 5.6. Trabajo de fractura vs. longitud de ligamento para obtención de trabajo esencial. Dimensiones de las probetas (mm): \* b=3.2, S=50.88; O 3.2, S=70; ◊ b=6.35, S=50.88; □ b=6.35, S=70; Δ b=9.1, S=50.88; X b=9.1, S=70.

presentaron inestabilidades en la propagación de la grieta. Sin embargo, tomando en consideración aquellos ensayos donde se cumplían los requerimientos de la técnica, se puede hacer una evaluación, hasta cierto punto más cualitativa que cuantitativa.

De esta forma, los valores de trabajo de fractura obtenidos se representan en la figura 5.6. Al realizar el ajuste a una ecuación lineal de los puntos de los ensayos válidos se obtuvieron los resultados presentados en la tabla 5.5.

Material	S (mm)	V(mm/min)	$\dot{\alpha}_{ang}$ (s <sup>-1</sup> )	b(mm)	$w_e$ (Joule/m <sup>2</sup> )	$\beta w_p$ (Joule/m <sup>2</sup> )	Coef. R <sup>2</sup>
HIPS	50.88	1	0.040	3.2	4293 ± 700	1447 ± 101	0.9777
HIPS	70	1	0.029	3.2	3225 ± 488	1444 ± 66	0.9884
HIPS	50.88	1	0.040	6.35	4242 ± 248	426 ± 37	0.9485
HIPS	70	1	0.029	6.35	3712 ± 160	446 ± 22	0.9875
HIPS	50.88	1	0.040	9.1	4269 ± 892	525 ± 132	0.8874
HIPS	70	1	0.029	9.1	3722 ± 609	566 ± 91	0.951

Tabla 5.5 Comparativo de los resultados experimentales de trabajo esencial de fractura para geometría SENB.

Se puede apreciar que los valores de trabajo esencial de fractura para las diferentes geometrías de los ensayos se encuentran dentro de un rango bastante cercano, por lo



que es posible considerar la independencia de este parámetro respecto a la geometría de la probeta. La diferencia entre los valores obtenidos a 50.88 y 70 mm puede deberse a que el desplazamiento angular de la grieta no será el mismo, siendo menor mientras mayor sea la distancia entre apoyos. Como consecuencia de esto, la velocidad de deformación angular será menor mientras mayor sea el span. Sin embargo, la diferencia entre los resultados no permite afirmar una influencia notable de la velocidad de deformación sobre los valores obtenidos.

Donde se puede apreciar una diferencia notoria es en el término plástico para los valores obtenidos con las probetas de 3.2 mm. Esta diferencia podría atribuirse a que la orientación de las cadenas debida al flujo de inyección será más notoria cerca de la superficie, y al tener poco espesor las probetas los efectos de esta orientación serán más notorios.

#### 5.3.4 Trabajo esencial de fractura-geometría DENT (ESIS)

Se realizó un segundo conjunto de experimentos encaminados a evaluar por otro método los valores de trabajo esencial de fractura. Para ello recurrimos al segundo método descrito en la sección 2.2.3.

Este método nos permite visualizar más fácilmente el efecto de la orientación de las cadenas poliméricas en placas obtenidas por inyección. De tal forma, se probaron 2 conjuntos de placas, subdivididos en ensayos con carga paralela al flujo de inyección (MD) y carga perpendicular al flujo de inyección (TD). Los ensayos se resumen en la tabla 5.6.

Serie	Espeso de probeta (mm)	Distancia entre mordazas (mm)	Dirección de la carga	Material	Velocidad (mm/min)
Hw2md	2	70	MD	HIPS	2
Hw2td	2	70	TD	HIPS	2
Hw3md	3	70	MD	HIPS	2
Hw3td	3	70	TD	HIPS	2

Tabla 5.6 Series de experimentos usando EWF en probetas ESIS.

De los experimentos realizados se obtuvieron las curvas Fuerza versus desplazamiento mostradas en la figura 5.7. Al integrar las curvas hasta el punto donde se ha completado la fractura de la probeta se calcula el trabajo de fractura. En el caso de los ensayos MD se obtuvieron curvas donde se puede suponer que el proceso de fractura es parecido entre una longitud de ligamento y otra (figura 5.7 a y c), con lo

cual los puntos de la representación  $w_f$  versus  $(w-a)$  ajustan bien a ecuación de primer grado (figura 5.8).

Sin embargo, en la dirección TD las curvas no tienen un comportamiento que asegure un desarrollo de la grieta equiparable en cada ensayo. Esto se ve reflejado en la existencia de “varias familias de curvas” en las figura 5.7 b y d. Esto último hace que exista una dispersión considerable en la representación de los puntos  $w_f$  versus  $(w-a)$ . Dicha dispersión es más notoria en los ensayos sobre placas de 2 mm, donde los efectos de la orientación de las cadenas superficiales será más notorio.

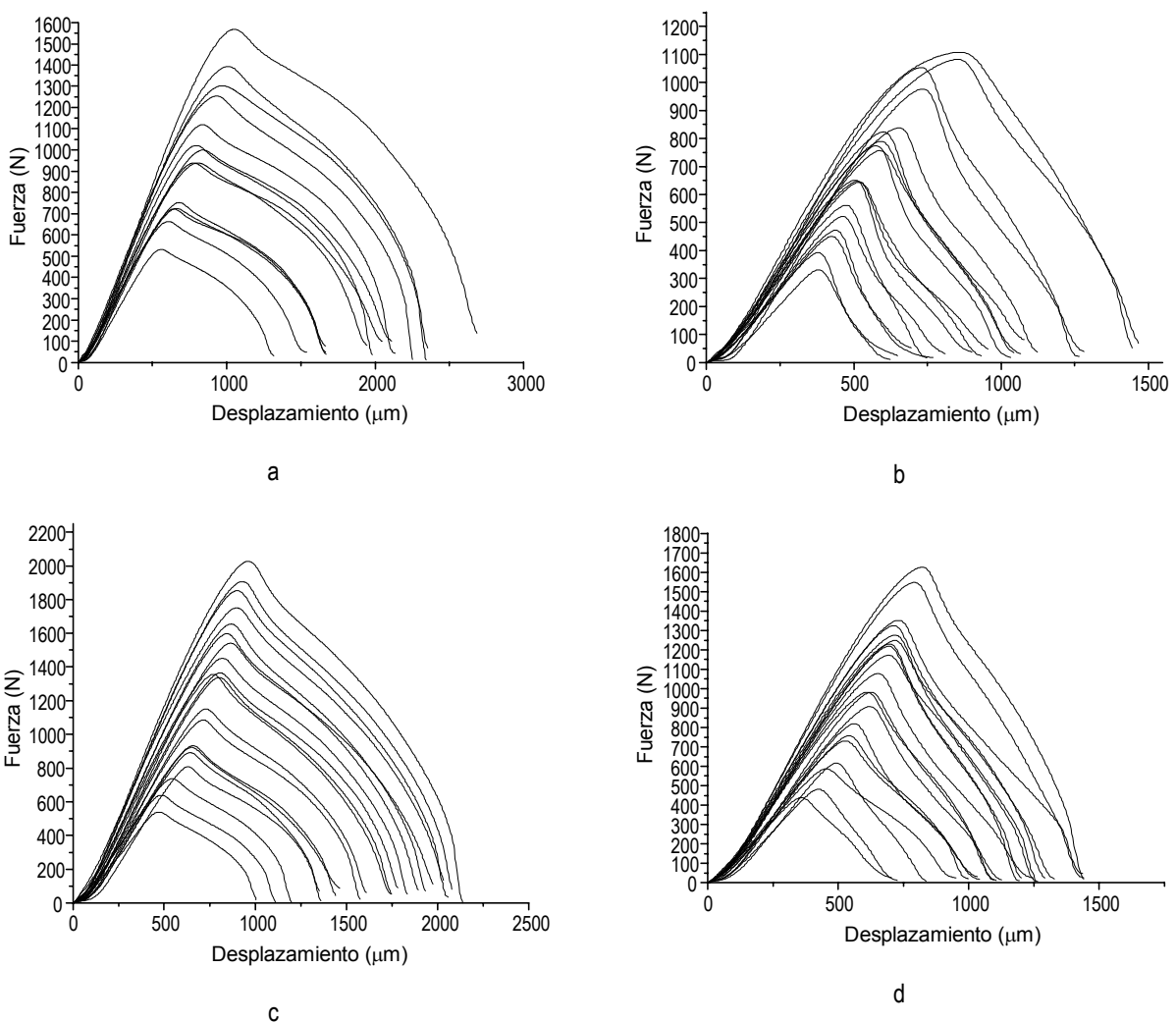


Figura 5.7 Curvas Fuerza vs. desplazamiento para ensayos EWF en configuración DENT. a) b=2 MD; b) b=2 TD; c) b=3 MD; d) b=3 TD

Al descartar varios valores en estas series, es factible obtener las líneas de ajuste mostradas en la Figura 5.8. Se observa claramente en la tabla 5.7 la diferencia de comportamientos de las series MD y TD, siendo notoria la caída del trabajo de fractura en la dirección TD respecto a la dirección MD.

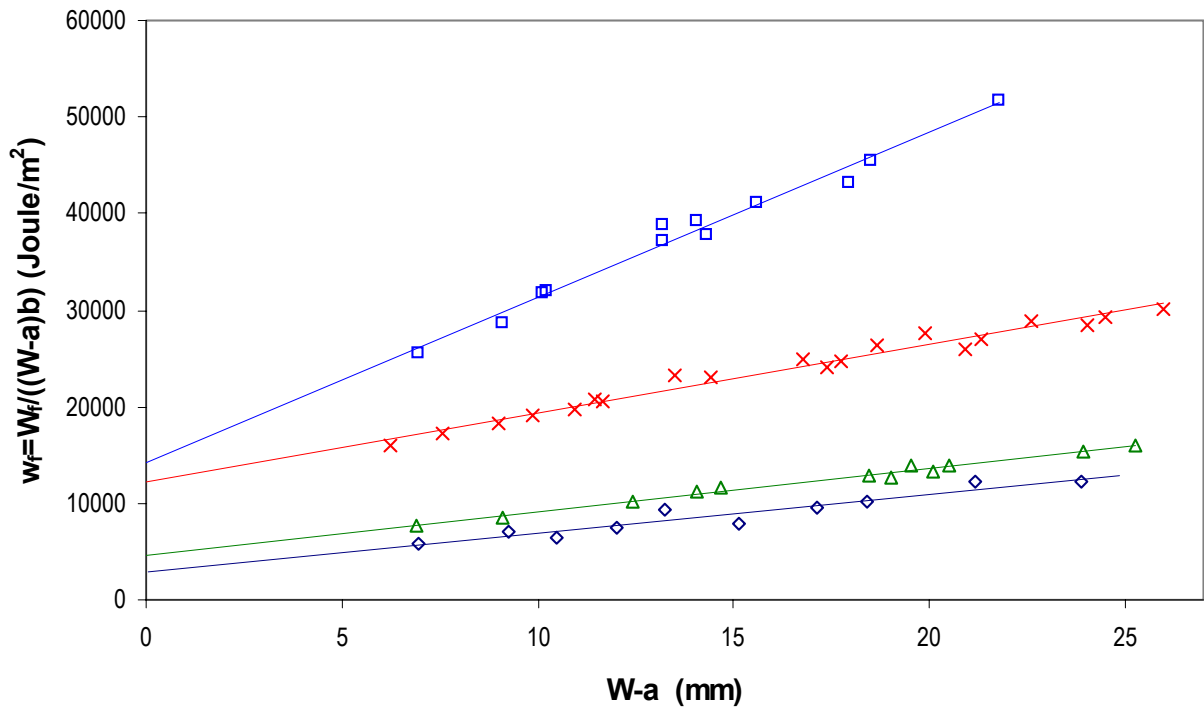


Figura 5.8 Curvas  $w_f$  vs  $(w-a)$  para ensayos EWF con probeta DENT.  $\square$  b=2 MD;  $\diamond$  b=2 TD;  $\times$  b=3 MD;  $\triangle$  b=3 TD

Una posible explicación a este comportamiento argumentaría que el valor de  $w_e$  es inferior en la dirección TD dado que en esta dirección la grieta avanzará por medio de la separación de las cadenas como principal mecanismo de fractura, lo cual implica que la energía de fractura estaría ligada principalmente al rompimiento de enlaces de Van der Waals. En el otro sentido, en la dirección MD los mecanismos dominantes serían el deslizamiento entre cadenas y el rompimiento de las mismas, con lo que la energía necesaria para realizar la fractura sería mayor.

Serie	Dirección de la carga	Espesor de la probeta(mm)	$w_e$ (Joule/m <sup>2</sup> )	$\beta w_p$ (Jolue/m <sup>2</sup> )	Coef. R <sup>2</sup>
Hw2md	MD	2	14218 ± 1059	1707 ± 74	0.9871
Hw2td	TD	2	2818 ± 672	405 ± 43	0.9172
Hw3md	MD	3	12335 ± 481	704 ± 28	0.9725
Hw3td	TD	3	4558 ± 339	454 ± 19	0.9834

Tabla 5.7 Comparativo de los resultados experimentales de trabajo esencial de fractura en geometría DDENT(ESIS)

Esta influencia de la orientación explicaría el que las diferencias entre TD y MD sean más evidente en las placas de 2 mm. En la parte central de la probeta la velocidad de enfriamiento es menor, permitiendo una reorientación de las cadenas en la fase final del proceso de inyección. Por el contrario, junto a la pared del molde las cadenas del material cuyo enfriamiento es más rápido, mantienen la orientación dada por el flujo de

inyección. De esta forma, en espesores menores se notarían más los efectos de la orientación.

Si comparamos los valores obtenidos por este método con los mostrados en el método con probetas SENB, podemos ver que los valores tanto de  $w_e$  como de  $\beta w_p$  son muy parecidos para el caso de la dirección TD. Esto confirmaría la independencia del trabajo esencial respecto a la geometría del ensayo. Sin embargo, subsiste la diferencia respecto a la dirección MD.

Si se analizan un poco más las curvas Fuerza desplazamiento de la figura 5.7, se puede ver que para los casos en dirección MD la fuerza máxima en cada espesor es mayor en la dirección MD, registrándose a un desplazamiento posterior que en la dirección TD. Esto hace suponer un incremento en la presencia de deformación plástica previa a la propagación de la grieta. De igual manera podemos ver un mayor desplazamiento antes de la falla total para el caso de las probetas ensayadas en MD. Esto reforzaría la posible explicación de la influencia de la orientación de cadenas en las propiedades, dado que se favorecerían un mecanismo sobre otro en crecimiento de la grieta. De esta forma, supondríamos la existencia de bandas de cizalladura en la dirección MD de forma preferencial, y un crecimiento de crazes mayor en los ensayos en dirección TD y en la configuración SENB.

## 5.4 Flexión en impacto

### 5.4.1 Preliminares

Estos ensayos se aplicaron a todos los materiales, utilizando, como se refirió en el capítulo 2, discos de material para los ensayos multiaxiales y probetas prismáticas para los ensayos uniaxiales (tipo charpy).

En las tablas 5.8 y 5.9 se clasifican las series de experimentos realizadas en ambos casos.

Serie	Material	Espesor nominal de probeta (mm)	Diámetro soporte (mm)	Radio indentador (mm)	Masa del dardo (Kg)
fmh	HIPS	4	60	6.35	0.7437
fmk	75%HIPS+25%PS	4	60	6.35	0.7437
fml	50%HIPS+50%PS	4	60	6.35	0.7437
fmn	25%HIPS+75%PS	4	60	6.35	0.7437
fmp	PS	4	60	6.35	0.7437
fmj	HIPS+mev	4	60	6.35	0.7437
fmm	50%(HIPS+mev)+50%(PS+mev)	4	60	6.35	0.7437
fmo	PS+mev	4	60	6.35	0.7437

Tabla 5.8 Series de experimentos en configuración de flexión bajo impacto multiaxial (indentador semiesférico)

Serie	Material	Espesor nominal de la probeta (mm)	Ancho nominal de la probeta (mm)	Distancia entre soportes (mm)	Masa del dardo (Kg)
fch	HIPS	6.0	12.9	56.7	0.7683
fck	75%HIPS+25%PS	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcl	50%HIPS+50%PS	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcn	25%HIPS+75%PS	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcp	PS	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcj	HIPS+mev	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcc	50%(HIPS+mev)+50%(PS+mev)	6.0	12.9	56.7	0.7683
fco	PS+mev	6.0	12.9	56.7	0.7683
fcha	HIPS	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcka	75%HIPS+25%PS	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcla	50%HIPS+50%PS	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcna	25%HIPS+75%PS	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcpa	PS	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcja	HIPS+mev	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcc	50%(HIPS+mev)+50%(PS+mev)	8.5	18.25	56.7	0.7683
fcoa	PS+mev	8.5	18.25	56.7	0.7683

Tabla 5.9 Series de experimentos en configuración de flexión bajo impacto uniaxial (cabezal cilíndrico, tipo charpy)

#### 5.4.2 Pérdidas de energía (Coeficiente de restitución)

Las pérdidas de energía se contabilizaron a partir de la integración de la curva Fuerza-tiempo según lo descrito en el apartado 2.3.2. Esta evaluación se ve reflejada en las figuras 5.8 y 5.9, donde se presentan los valores del coeficiente de restitución obtenidos experimentalmente a partir de la ecuación 2.9.

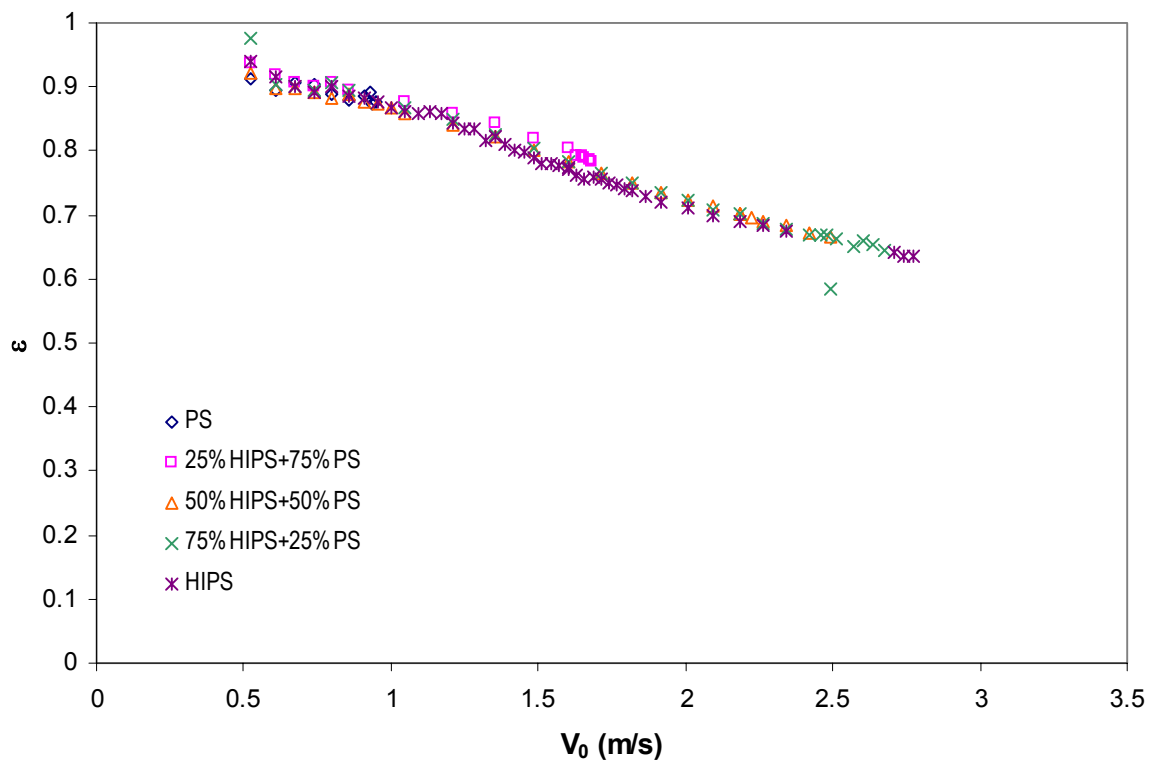


Figura 5.8 Coeficientes de restitución de los composites sin microesferas de vidrio.

A partir de las figuras 5.8 y 5.9 podemos ver que los valores del coeficiente de restitución en todos los casos es inferior a 1, llegando a valores en estos materiales ensayados de 0.65, lo que nos indica que las pérdidas de energía son significativas incluso a estas velocidades. Se podría suponer que una mayor cantidad de fase elastomérica (mayor contenido de HIPS) se reflejaría en una disminución de  $\varepsilon$ , sin embargo, esta diferencia no es tan evidente.

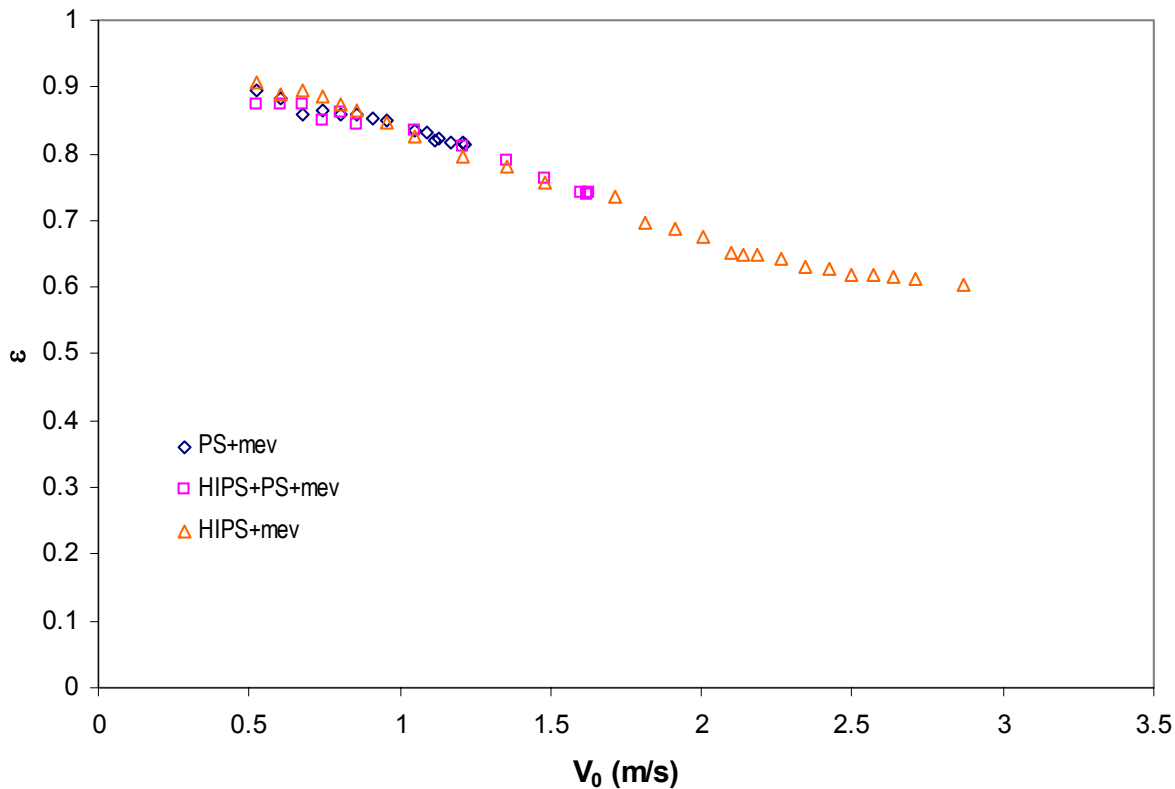


Figura 5.9 Coeficientes de restitución de los composites con microesferas de vidrio.

En lo que refiere a los materiales con fase rígida dispersa, Los compuestos con microesferas presentan una tendencia de los coeficientes de restitución parecida a sus homólogos sin microesferas, aunque con menores valores.

En trabajos de diversos autores se ha expresado que el coeficiente de restitución era una propiedad consistente del material, sin embargo puede verse que el valor de este puede variar significativamente con la velocidad de impacto y con las condiciones de carga. Este último caso lo hemos confirmado realizando las experiencias con variaciones en el diámetro del indentador del dardo así como también en la masa del mismo.

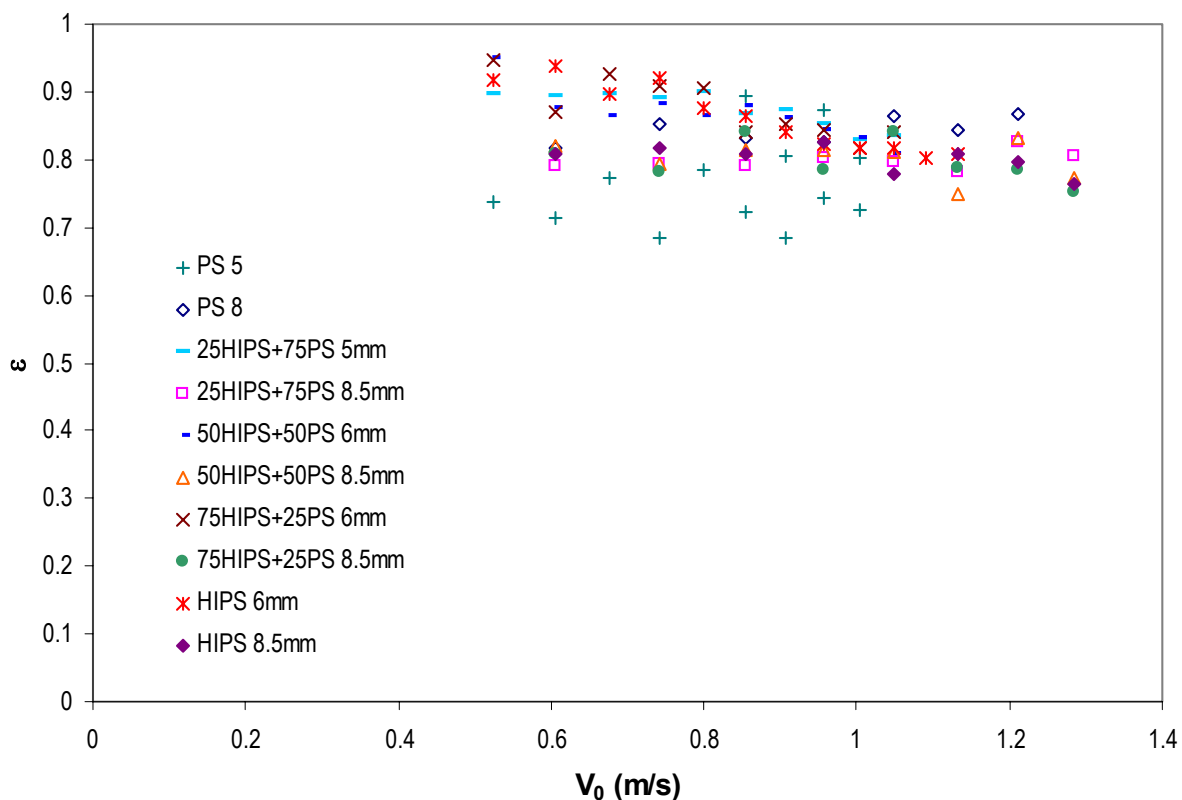


Figura 5.10 Coeficientes de restitución de los composites sin microesferas de vidrio en ensayos uniaxiales

Esto se ve confirmado por las figuras 5.10 y 5.11, en las cuales se muestran los coeficientes de restitución de los experimentos uniaxiales (tipo charpy) sobre barras de material. Se utilizaron probetas de 6 y 8.5 mm de espesor nominal, desbastadas a partir de las piezas inyectadas como se describió en el capítulo 3.

El incremento de la dispersión de los puntos se debe a un incremento en el nivel de ruido registrado por parte del indentador, ya que se utilizó un adaptador cilíndrico acoplado sobre el cabezal semiesférico, lo cual implica una mayor presencia de efectos dinámicos.

No obstante lo anterior, es notoria la disminución del coeficiente de restitución en la mayor parte de los materiales ensayados, tendiendo a coincidir los valores obtenidos tanto a 6 mm como a 8.5 mm, por lo que podemos en principio suponer que el espesor de la probeta influye poco en los valores del coeficiente de restitución.

De esta forma, es evidente que estos resultados confirman experimentalmente que la hipótesis de desprestigiar las pérdidas de energía en los ensayos de impacto no es acertada, lo cual nos conduce a afirmar que la utilización de modelos conservativos

como los de masa y resorte no es apropiada para el caso de los materiales poliméricos.

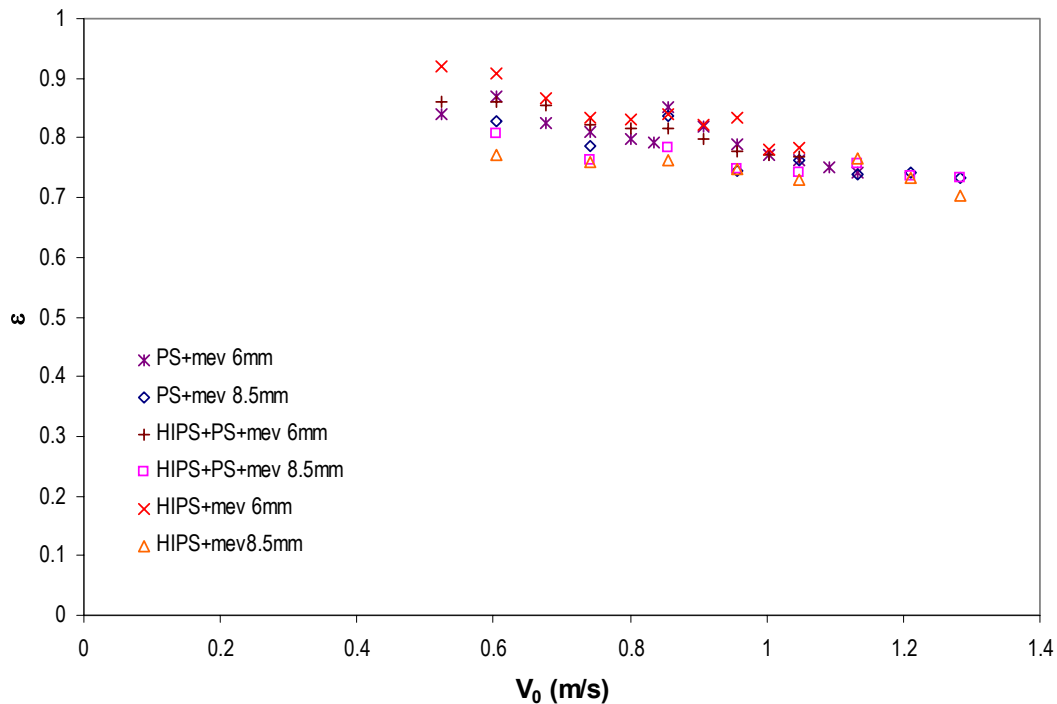


Figura 5.11 Coeficientes de restitución de los composites con microesferas de vidrio en ensayos uniaxiales

### 5.4.3 Resultados

#### 5.4.3.1 Ensayos multiaxiales

En la geometría de flexión de discos, para cada material se dejó caer el dardo impactor desde alturas crecientes hasta llegar al rango máximo del sensor de fuerza de 3.2KN, registrándose las respectivas curvas fuerza versus tiempo.

A partir de estas curvas registradas experimentalmente se calculó, para cada ensayo, el valor del coeficiente de restitución, la fuerza máxima y el tiempo de contacto. Los valores del coeficiente de restitución se han mostrado en las figuras 5.8 y 5.9 y discutido en el apartado 5.4.2, mientras que los valores de la fuerza máxima y del tiempo de contacto se muestran en las figuras 5.12 y 5.13 para cada uno de los ocho materiales ensayados.

Las probetas de PS a pequeñas alturas de caída del impactor no presentan visualmente ninguna señal de daño, pero a medida que la altura aumenta se observa en el punto opuesto de donde se recibe el impacto la aparición de unas líneas o marcas orientadas en la dirección del flujo (posibles crazes) y una transición brusca hasta la total ruptura de la probeta.





Figura 5.12 Daños sobre discos de poliestireno sometidos a flexión en impacto. Izquierda: aparición de crayzes; derecha: propagación de grietas

En lo que refiere a las probetas de HIPS, a pequeñas alturas de caída del dardo, no presentan visualmente ninguna señal de daño. Sin embargo, a medida que aumenta la altura de caída aparece un emblanquecimiento creciente en el punto opuesto al del impacto hasta que se empieza a observar microfisuras dentro de la zona emblanquecida. La microfisura crece produciendo una fractura parcial que está orientada en la dirección del flujo. Las mezclas de PS y HIPS visualmente presentan un comportamiento parecido al del HIPS, más marcado mientras mayor contenido de elastómero tengan. Además, se deja una huella debida a la indentación del material antes de que este llegue a la fractura (figura 5.14)



Figura 5.13 Daño ocasionado por el impacto sobre discos de HIPS a 2 diferentes alturas de caída.



Figura 5.14 Huella dejada por la indentación ocasionada por el impacto (en flexión) sobre un disco de 50%PS+50%HIPS

Las probetas de PS+MEV presentan un emblanquecimiento creciente en el punto opuesto al de impacto hasta que se produce una brusca transición hasta la ruptura total de la probeta (figura 5.15).



Figura 5.15 Daños de una probeta de PS-mev sometida a impacto

En las probetas de HIPS+MEV empieza el daño con un emblanquecimiento creciente en el punto opuesto al de impacto, hasta que aparecen unas microfisuras que crecen en la dirección del flujo principalmente hasta que se produce una rotura parcial. La evolución del aspecto visual de las probetas de HIPS+PS+MEV es parecida a la de las probetas de HIPS+MEV Se aprecia en la figura 5.13 que las microfisuras no alteran el comportamiento de los materiales, lo cual sucede hasta que se desarrollan fracturas parciales.

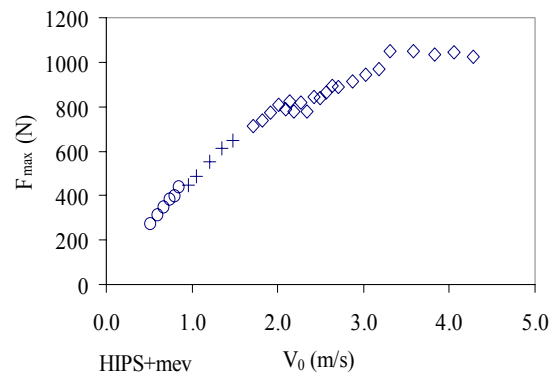
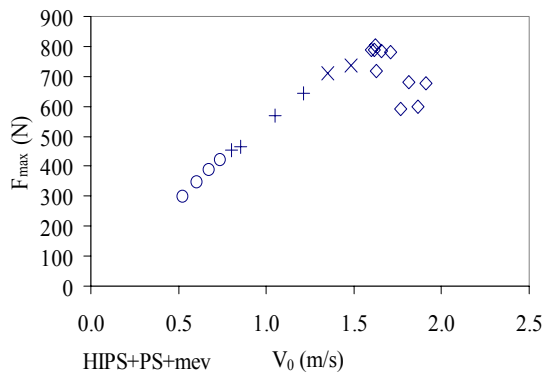
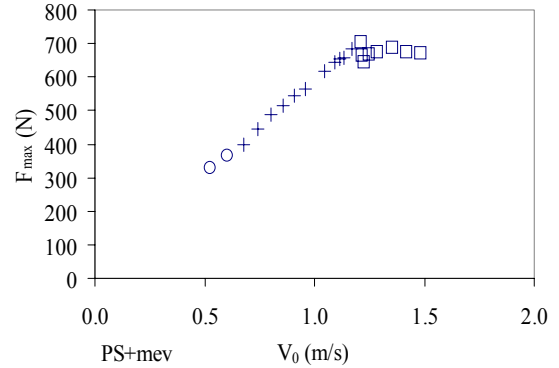
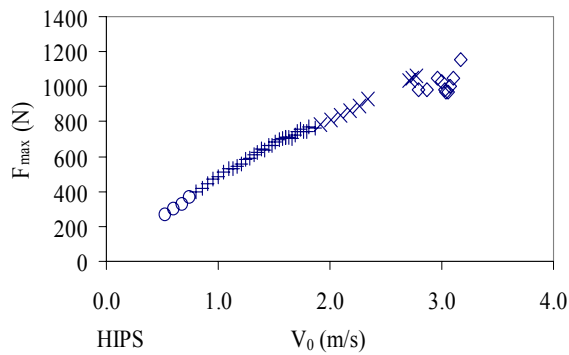
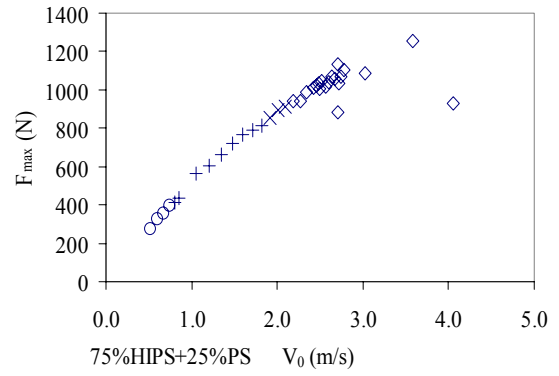
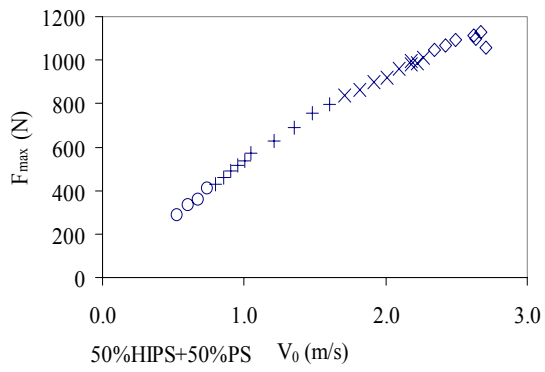
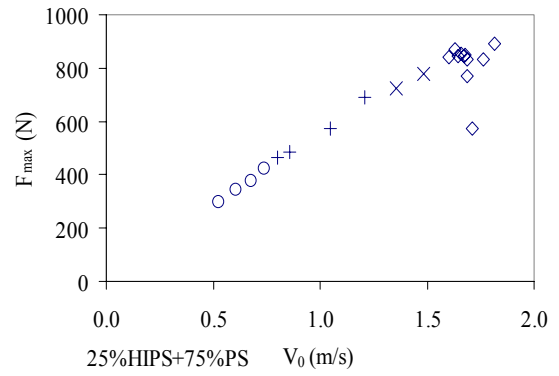
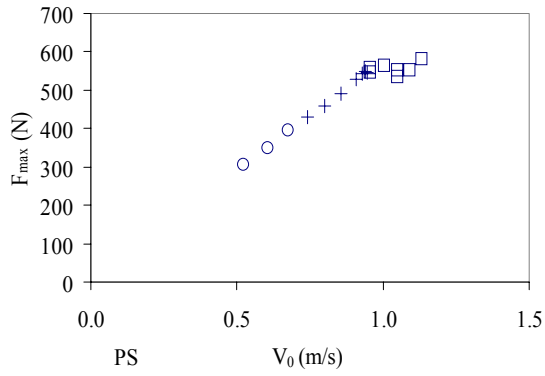


Figura 5.16 Valores de fuerza máxima registrados experimentalmente.  $\circ$  muestras sin daño,  $+$  con emblanquecimiento,  $\times$  con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

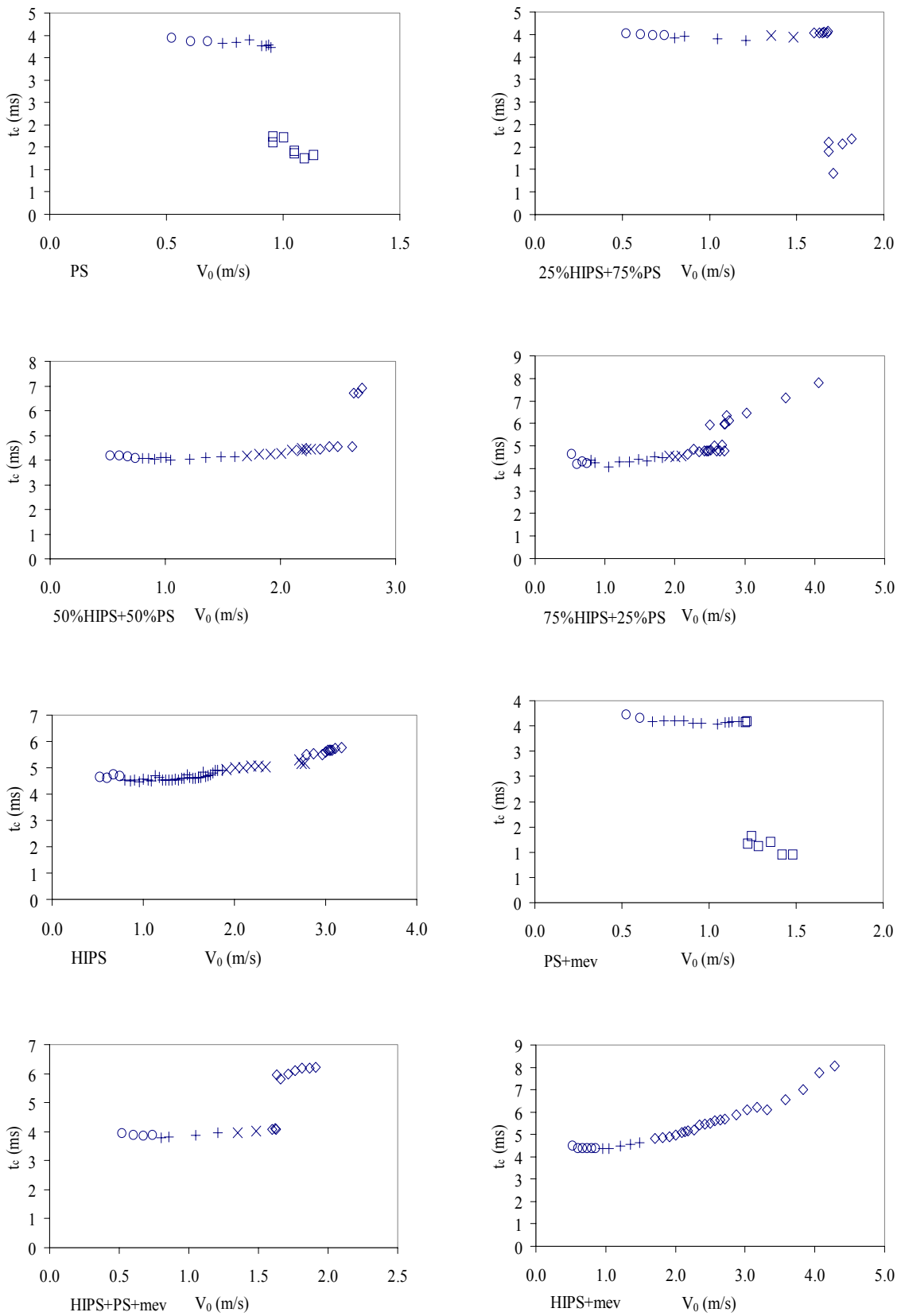


Figura 5.17 Valores del tiempo de contacto registrados experimentalmente.  $\circ$  muestras sin daño,  $+$  con emblanquecimiento,  $\times$  con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

Es claro que una mayor concentración de elastómero (mayor porcentaje de HIPS) incrementa la velocidad a la cual se genera la fractura parcial o total de los materiales sin fase rígida. No obstante, en aquellos con carga de microesferas de vidrio se presenta un comportamiento inverso, ya que las grietas se desarrollan a menores velocidades en la mezcla HIPS-mev que en la PS-mev.

#### **5.4.3.1 Ensayos uniaxiales**

En el caso de los ensayos sobre barras prismáticas, el dardo se dejó caer desde diferentes alturas, incrementándolas hasta alcanzar una altura de 60 mm, en las prismáticas de 5.7x13 mm y de 90 mm en las prismáticas de 8.3x18.3 consiguiéndose una fuerza en todos los casos menor a 1KN, siendo claramente inferior para las probetas del primer tipo. En la mayor parte de los casos no se llegó a la fractura del material en estudio, pues en estos ensayos el interés solo correspondía al estudio del rango de velocidades previo a la formación y propagación de grietas.

.Al igual que en los experimentos de flexión multiaxial, a partir de curvas F versus t registradas experimentalmente se calculó el valor del coeficiente de restitución, la fuerza máxima y el tiempo de contacto para cada ensayo. De esta forma, los valores del coeficiente de restitución son los mostrados en las figuras 5.10 y 5.11 y que se discutieron en el apartado 5.4.2, en tanto que los valores de la fuerza máxima y del tiempo de contacto se representan en las figuras 5.20 y 5.21 respectivamente.

Se puede apreciar claramente que tanto la fuerza de máxima como el tiempo de contacto dependen de las dimensiones de la probeta, ya que la deformación estará dominada en este aspecto principalmente por el espesor de la misma según se deduce de las expresiones 4.10 y 4.11

Las probetas de PS a pequeñas alturas de caída del impactor no presentan visualmente ninguna señal de daño. Para las probetas de 5.8 mm de espesor a velocidades del orden de 0.8 m/s se observan en las probetas en el punto opuesto de donde se recibe el impacto la aparición de crazes en dirección paralela a la marca dejada por el impactor. Las crazes crecen tanto en área como en profundidad en el centro de la probeta conforme se aumenta la velocidad de impacto. A velocidades superiores a 1.04 m/s se obtuvieron fracturas totales de la probeta, las cuales no se reportan en las figuras presentadas. Sin embargo para las probetas de mayor grosor no se producen las crazes incluso a velocidades 1.3 m/s, consecuencia de una menor deflexión del material.



Figura 5.18 Crazes ocasionadas por el impacto sobre una barra prismática de PS.

En lo que refiere a las probetas de HIPS, en las probetas de menor espesor, a pequeñas alturas de caída del dardo, no presentan visualmente ninguna señal de daño. Sin embargo, a medida que aumenta la altura de caída aparece un emblanquecimiento creciente en el punto opuesto al del impacto (alrededor de los 0.73 m/s). En este caso se incrementó la altura de caída del dardo hasta 70 mm sin que se hayan observado microfisuras dentro de la zona emblanquecida. La zona emblanquecida está orientada en forma paralela a la huella del indentador. En el caso de las probetas de espesor mayor este fenómeno parece cerca de los 1.2 m/s, lo que contrasta con las muestras de PS

Para las mezclas de PS y HIPS visualmente presentan un comportamiento parecido al del HIPS, más marcado mientras mayor contenido de elastómero tengan, esto es, se

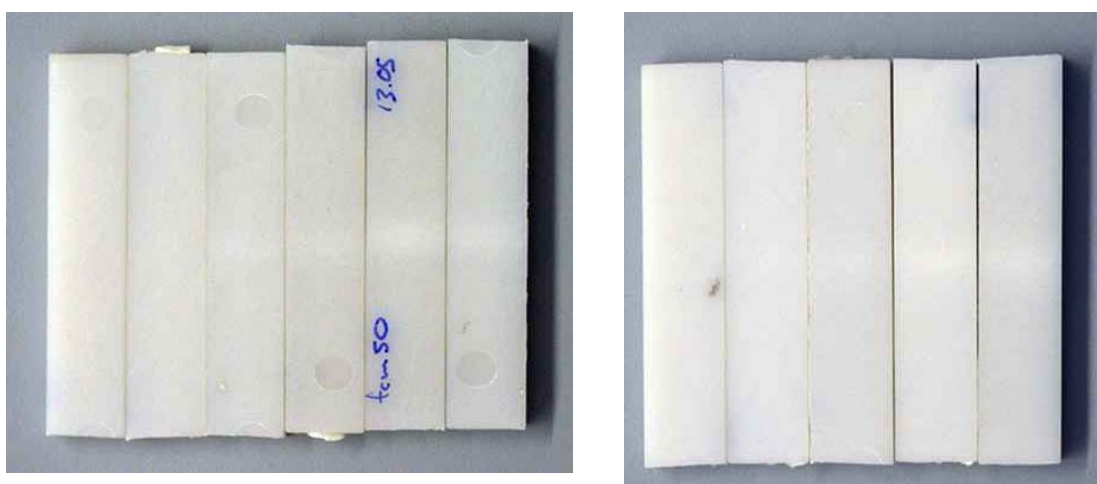


Figura 5.19 Daños ocasionados por impacto sobre barras prismáticas de materiales con 3 fases. Izquierda: probetas de HIPS+PS+mev; Derecha: probetas de HIPS+mev. Ambos casos se incrementa altura de caída de izquierda a derecha

presentan a una menor velocidad de impacto el emblanquecimiento conforme aumenta la cantidad de elastómero presente en el material.

Las probetas de PS+MEV, en contraste con los ensayos multiaxiales, no presentan un emblanquecimiento en la zona opuesta al de impacto, sino que, en las probetas de 5.8 mm de espesor, hasta velocidades de 0.86 m/s permanecen sin aparente daño, y arriba de esta velocidad se nota la tenue presencia de crazes en la superficie del material opuesta al impacto. En este caso se alcanzaron velocidades de hasta 1.13 m/s sin que se alcanzara la fractura de la probeta, velocidad mayor a la alcanzada en las probetas de PS en las que se produce una brusca transición hasta la ruptura total de la probeta. Respecto a las probetas de 8.3 mm de espesor no se registraron daños aparentes en ninguna velocidad experimentada.

En las probetas de HIPS+MEV el daño se refleja en un área emblanquecimiento en la zona opuesta al impacto, la cual aparece a velocidades de impacto de 0.74 m/s en las probetas de 5.8 mm y de 1.13 m/s en las de 8.3 mm de espesor. Dicha área se incrementa conforme se incrementa la velocidad del impactor. En este caso no se llegó a la aparición de microfisuras, y por ende a la fractura del material.

La evolución del aspecto visual de las probetas de HIPS+PS+MEV es parecida a la de las probetas de HIPS+MEV (figura 5.19) , aunque la velocidad de aparición de la zona emblanquecida es ligeramente mayor (0.8 m/s para las probetas de 5.8 y de 1.2 m/s para las de 8.3 mm) aunque menor a aquella en que se apreciarían los crazes en las probetas de PS+mev.

Se aprecia en la figura 5.20 y 5.21 que la aparición de estas zonas de emblanquecimiento o de crazes no alteran el comportamiento de los materiales.

En base a los anteriores párrafos podemos inferir que al igual que en las mezclas sin fase rígida, un incremento en la fase elastomérica reducirá la velocidad a la cual aparecen los primeros daños en el material: Sin embargo la presencia de la fase rígida aumenta ligeramente la velocidad a la que aparecen los primeros signos de deterioro de las mezclas estudiadas.

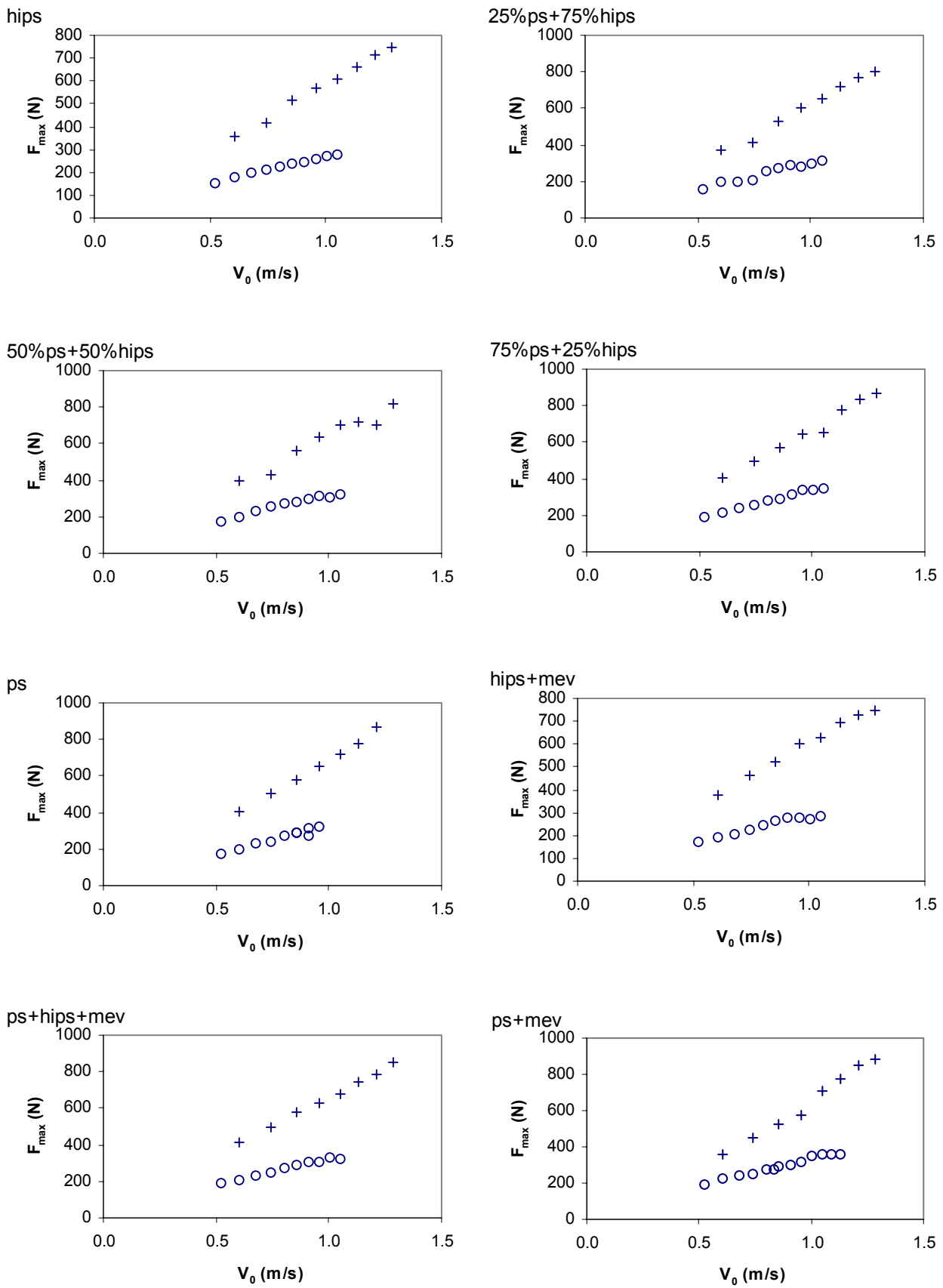


Figura 5.20 Valores de fuerza máxima registrados experimentalmente en ensayos uniaxiales. ○ prismáticas 5.7x13, +prismáticas 8.3x18.3



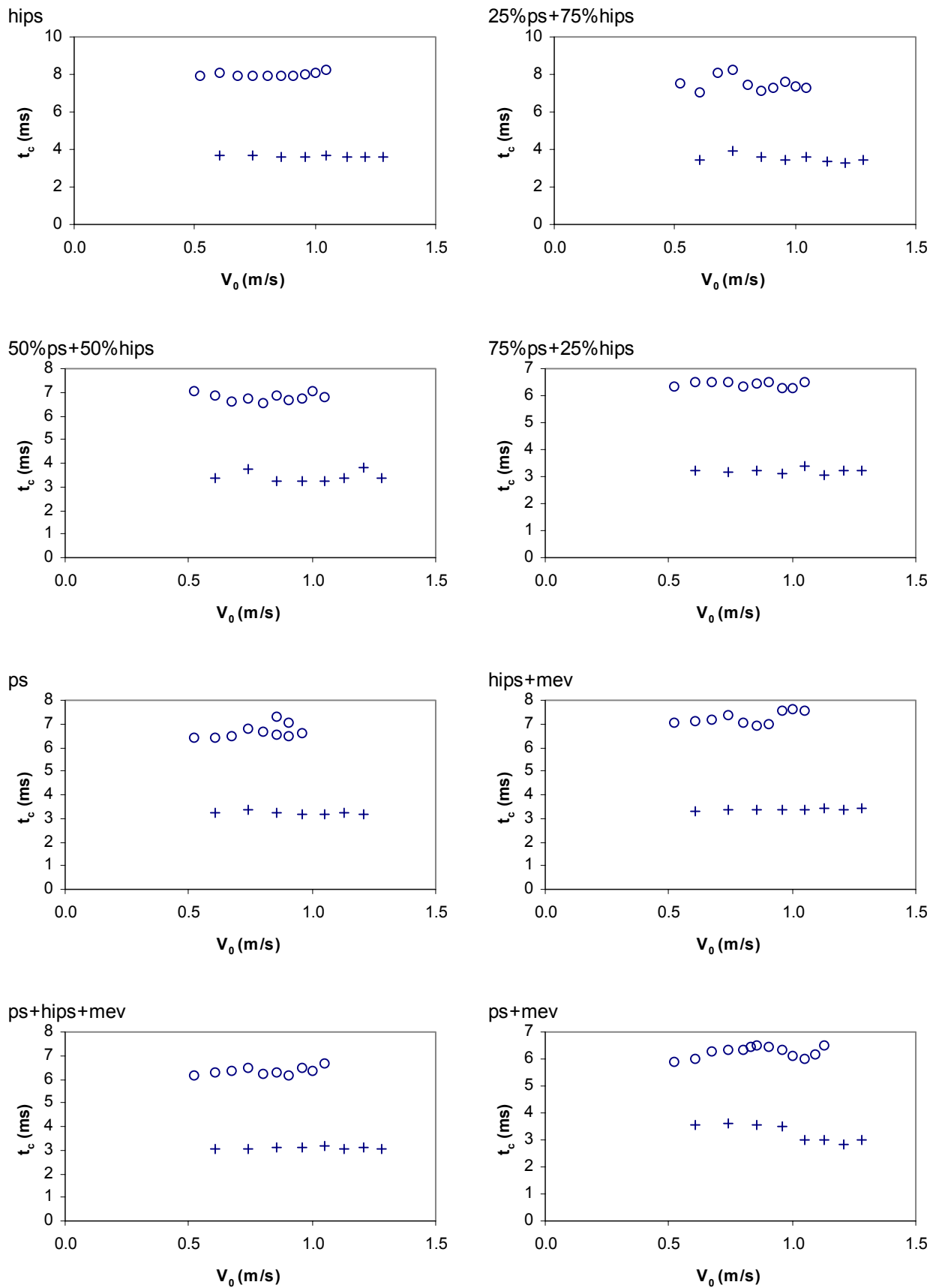


Figura 5.21 Valores de tiempo de contacto registrados experimentalmente en ensayos uniaxiales. ○ primáticas 5.7x13, + prismáticas 8.3x18.3

## 5.4.4 Aplicación del modelo de flexión pura.

### 5.4.4.1 Ensayos multiaxiales

Aún cuando las probetas en forma de disco tienen un espesor nominal de 4 mm, debido a las contracciones durante el proceso de inyección, el espesor real es menor, con lo que se hizo necesario medir el espesor de cada una de las probetas ensayadas y corregir el valor de las mediciones para anular el efecto de estas variaciones en esta dimensión.

De esta forma, tenemos que en el modelo serie, la fuerza máxima viene dada por la ecuación 4.31, y como  $w_n$  viene dada por la ecuación 4.36, los valores de la fuerza máxima pueden normalizarse por el espesor y por el coeficiente de restitución, resultando para la geometría de caída de dardo:

$$\frac{F_M}{h^{3/2} \varepsilon^{t_{FM}/t_c}} = m^{1/2} \sqrt{\frac{4\pi E}{3a^2(3+\nu)(1-\nu)}} v_0 \quad (5.1)$$

Al aplicar esta ecuación, se obtienen los valores de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$  que se presentan en la figura 5.13, los cuales corresponden a la representación del comportamiento del material mediante el modelo serie.

Si por otro lado, consideramos el modelo paralelo, la fuerza máxima viene dada por la ecuación 4.48 y como  $w_n$  es la misma que en el modelo serie, los valores de la fuerza máxima pueden normalizarse por el espesor y por el coeficiente de restitución, resultando para la geometría de caída de dardo:

$$\frac{F_M}{h^{3/2} \varepsilon^{t_{F=0}/t_c}} = m^{1/2} \sqrt{\frac{4\pi E}{3a^2(3+\nu)(1-\nu)}} v_0 \quad (5.2)$$

Los cual nos permite expresar los valores de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$  según el modelo paralelo. Estos valores se presentan en la figura 5.20.

En ambas figuras los valores normalizados de la fuerza máxima pueden ajustarse por rectas que pasan por el origen. Sólo a los mayores valores de  $v_0$  cuando se observó la presencia de fisuras y/o roturas los puntos se separan de las rectas de ajuste.

Puede observarse que si en las ecuaciones 5.1 y 5.2, el coeficiente de restitución fuera 1, la fuerza máxima resultante correspondería a la del modelo conservativo de masa y resorte, lo cual nos llevaría a representar un sistema conservativo.

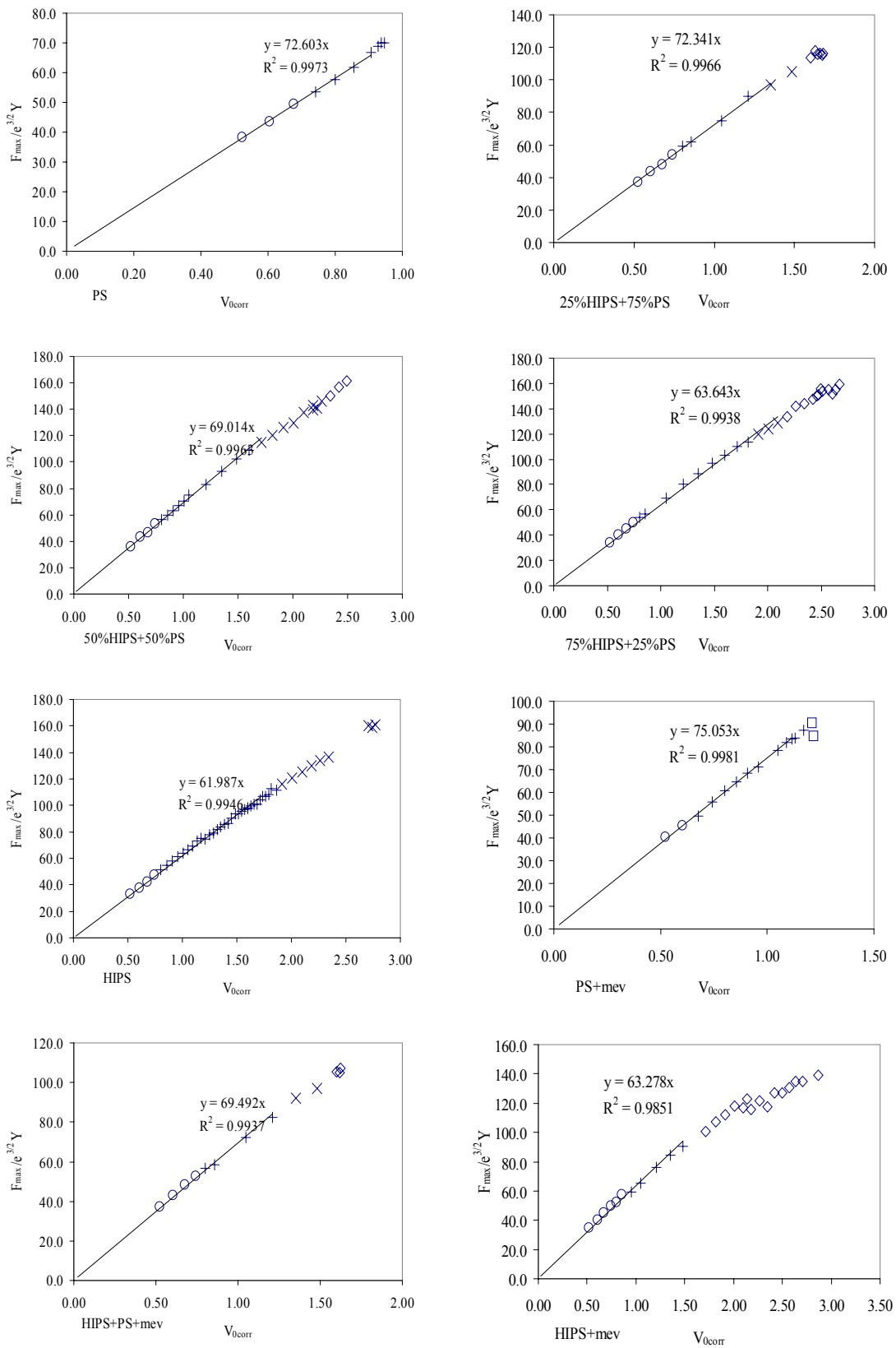


Figura 5.22 Fuerza máxima normalizada del modelo serie. O muestras sin daño, + con emblanquecimiento, × con microfisuras, ◇ con fractura parcial, □ con fractura total.

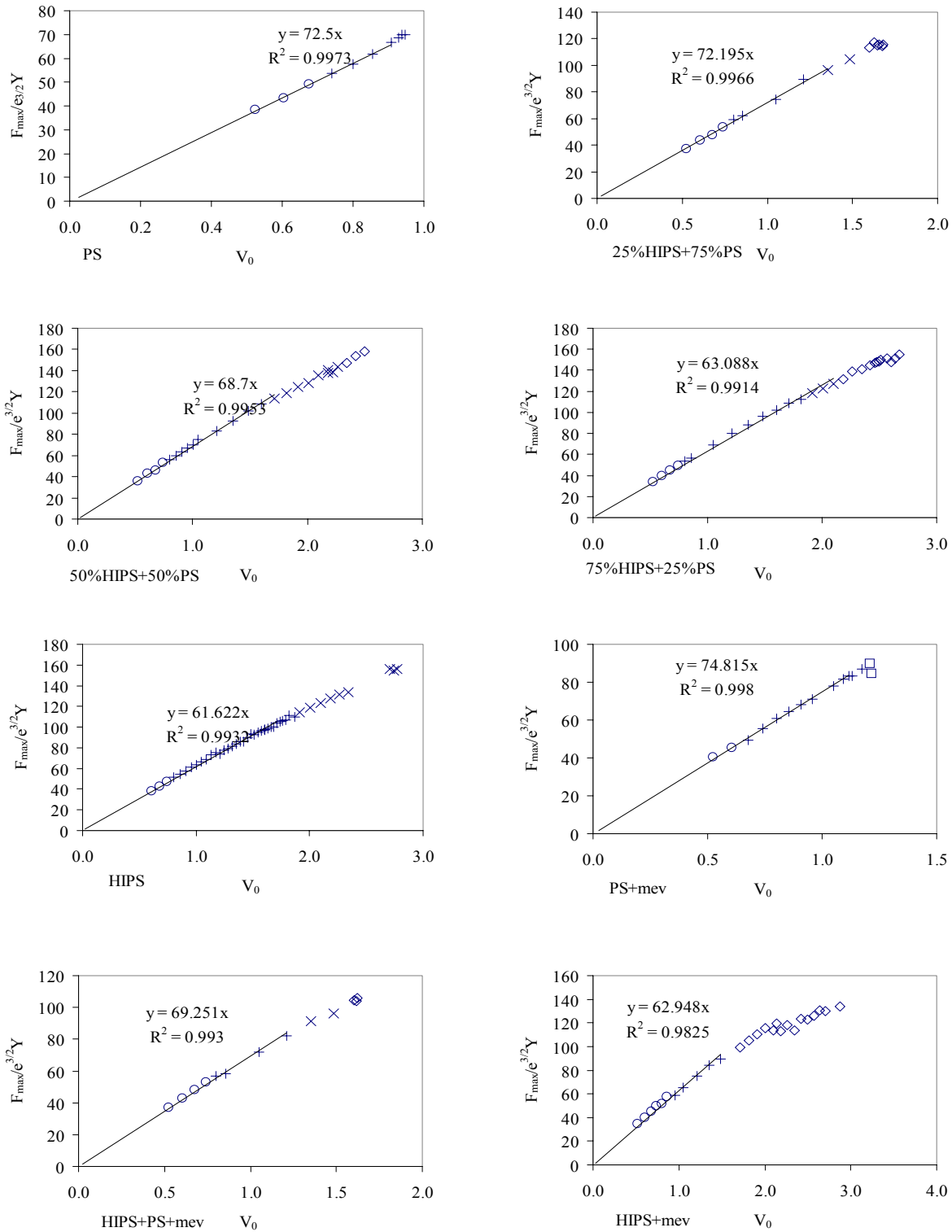


Figura 5.20 Fuerza máxima normalizada del modelo paralelo. ○ muestras sin daño, + con emblanquecimiento, × con microfisuras, ◇ con fractura parcial, □ con fractura total.

Sin embargo los valores de  $\varepsilon$  determinados experimentalmente difieren del ideal, No obstante para los coeficientes obtenidos, los valores de  $\zeta$  son muy pequeños y puede considerarse que  $w_n$  y  $w_d$  son iguales. En este caso los tiempos de contacto para los tres modelos son iguales y a partir de las ecuaciones 4.8 y 1.8 pueden normalizarse por el espesor, resultando:

$$t_c h^{3/2} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{4\pi E}{3(1-\nu)(3+\nu)a^2 m}}} \quad (5.3)$$

es decir que sólo depende de E y de m, siendo constante para diferentes  $v_0$ , con lo cual no dependen del coeficiente de restitución.

Al aplicar esta última ecuación se obtienen los valores del tiempo de contacto normalizados que se presentan en la figura 5.24.

En esta figura se observa que los tiempos de contacto permanecen constantes, y que sólo varían a partir de los puntos donde se observó visualmente la presencia de las fisuras o roturas.

El modelo serie predice según la ecuación 5.1, y el modelo paralelo según la ecuación 5.2, el comportamiento lineal de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$ , y también según la ecuación 5.3 un tiempo de contacto constante. Los resultados experimentales siguen esta pauta y sólo se separan de ella cuando aparecen fisuras o roturas que lógicamente modifican el valor de la constante K y por lo tanto alteran el modelo.

En la tabla 5.10 se presentan los tres valores obtenidos para el módulo elástico, para cada uno de los composites ensayados.

La primera columna son los valores obtenidos a partir de los valores constantes del tiempo de contacto normalizado por el espesor. Estos módulos se han obtenidos a partir de la ecuación 5.3. El factor de corrección para pasar de  $w_d$  a  $w_n$  iguales cometemos un error despreciable y los tres modelos dan un mismo valor para el módulo elástico.

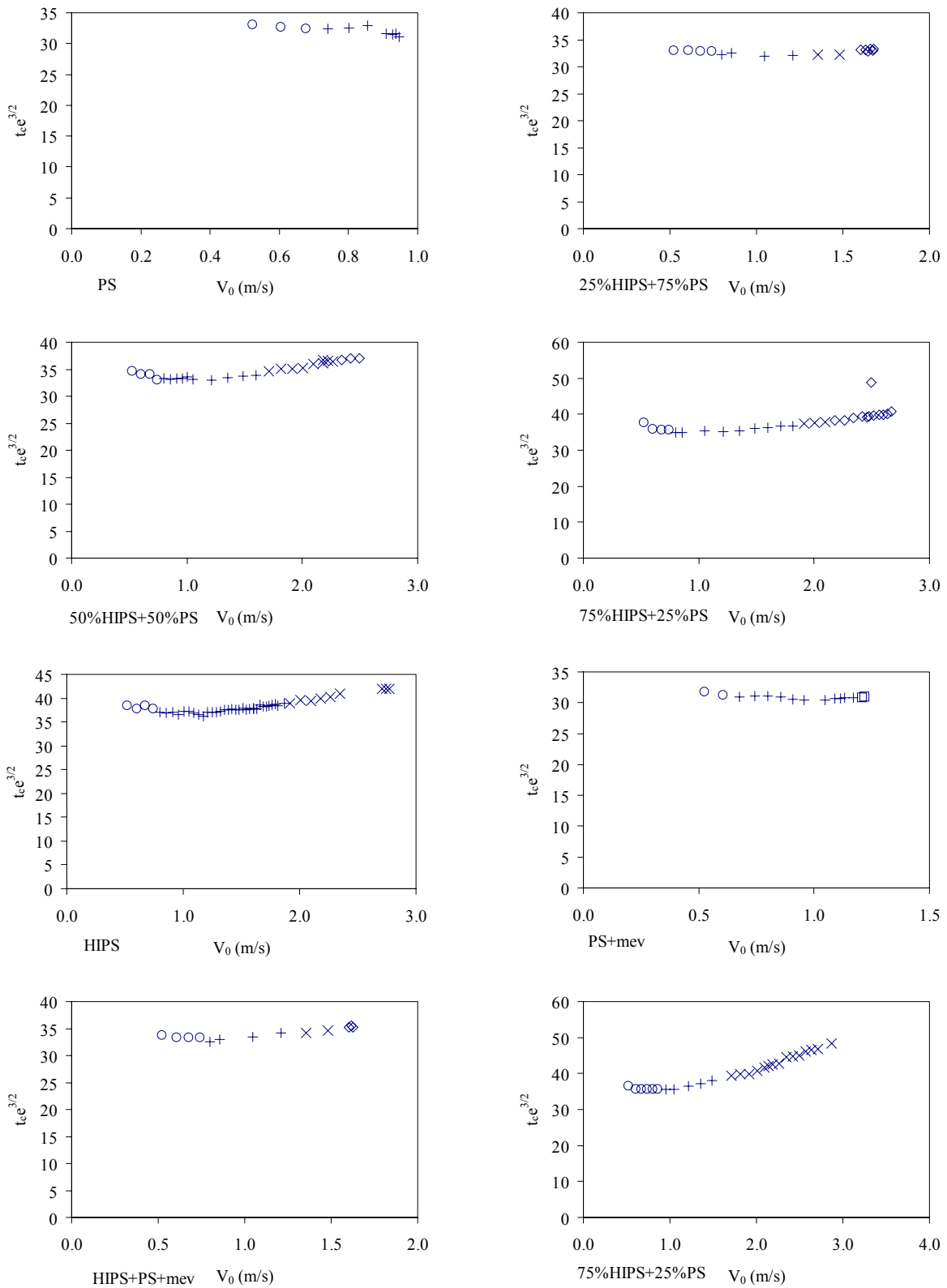


Figura 5.24 Tiempos de contacto normalizados. O muestras sin daño, + con emblanquecimiento, x con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

La segunda columna corresponde a los valores del módulo obtenidos con la ecuación 5.1 a partir de la pendiente de la recta que ajusta los valores de la fuerza máxima normalizada para el modelo serie.

La tercera columna corresponde a los valores del módulo obtenidos de manera análoga a la segunda columna pero ahora a partir de la pendiente de la recta que ajusta los valores de la fuerza máxima normalizada para el modelo paralelo, utilizando la ecuación 5.2.

Material	E(GPa)		
	$t_c$	Serie	Paralelo
PS	3.37	3.43	3.44
75 PS	3.37	3.41	3.40
50 PS	3.15	3.11	3.08
25 PS	2.72	2.64	2.60
HIPS	2.53	2.51	2.48
PS+MEV	3.73	3.64	3.65
PS+HIPS+MEV	3.20	3.15	3.13
HIPS+MEV	2.73	2.61	2.58

Tabla 5.10 Valores calculados para el módulo elástico en los ensayos multiaxiales en discos de 4mm de espesor nominal.

Para un mismo material, los valores del módulo elástico obtenidos a partir del tiempo de contacto y a partir de la fuerza máxima aplicando los modelos serie o paralelo son prácticamente idénticos.

Los valores del módulo elástico, así como su gradación en función de la composición de los ocho materiales parecen los que en principio cabría esperar en función de sus homólogos obtenidos a baja velocidad de deformación. Además, los valores obtenidos siguen la ley de las mezclas que puede aplicarse por una parte entre las cinco mezclas de PS y HIPS, y por otra parte a las tres mezclas con microesferas de vidrio.

En la figura 5.25 se presentan los valores del módulo elástico obtenidos a diferentes razones de deformación, para los materiales PS y PS+MEV. Los tres valores obtenidos en los ensayos de impacto de baja energía ajustan muy bien la tendencia observada y aún más si se considera que en este caso la razón de deformación se debe tener un cierto intervalo y no corresponde a un único punto como está dibujado en la figura.

Ambos modelos, el serie y el paralelo, han dado prácticamente los mismos valores, tal como cabría esperar del análisis de los mismos al presentar valores del coeficiente de restitución superiores a 0.44. La superposición de las curvas teóricas con las experimentales, tampoco permite elucidar cual de los dos modelos es más aproximado como se muestra en la figura 5.26. A pequeños valores de  $v_0$ ,  $\varepsilon$  se aproxima a 1 y los dos modelos son prácticamente superponibles, y cuando  $v_0$  es elevado, los efectos dinámicos registrados en la curva experimental tampoco permiten distinguir cual ajusta mejor.

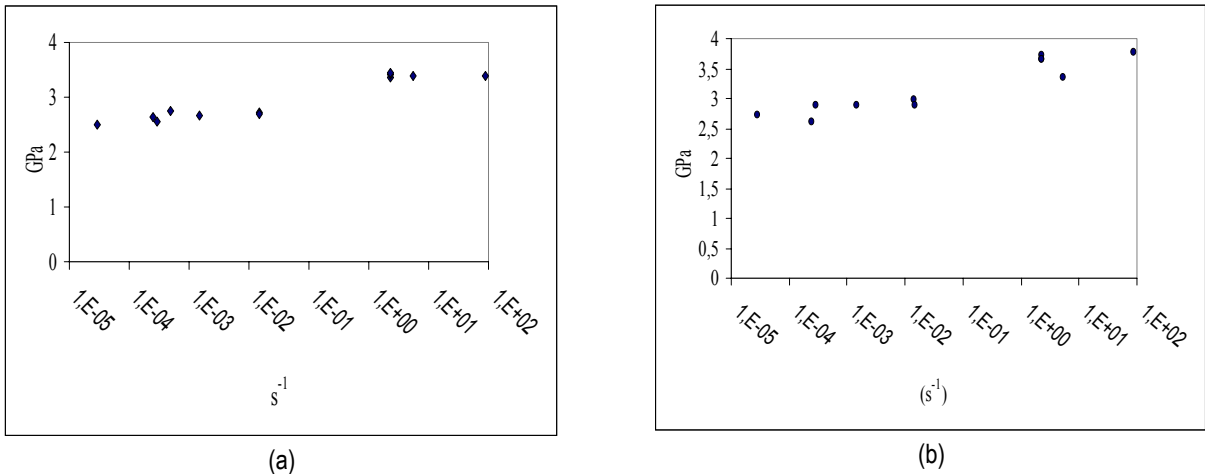


Figura 5.25 Valores del módulo en función de la razón de deformación para PS (a) y PS+MEV(b)

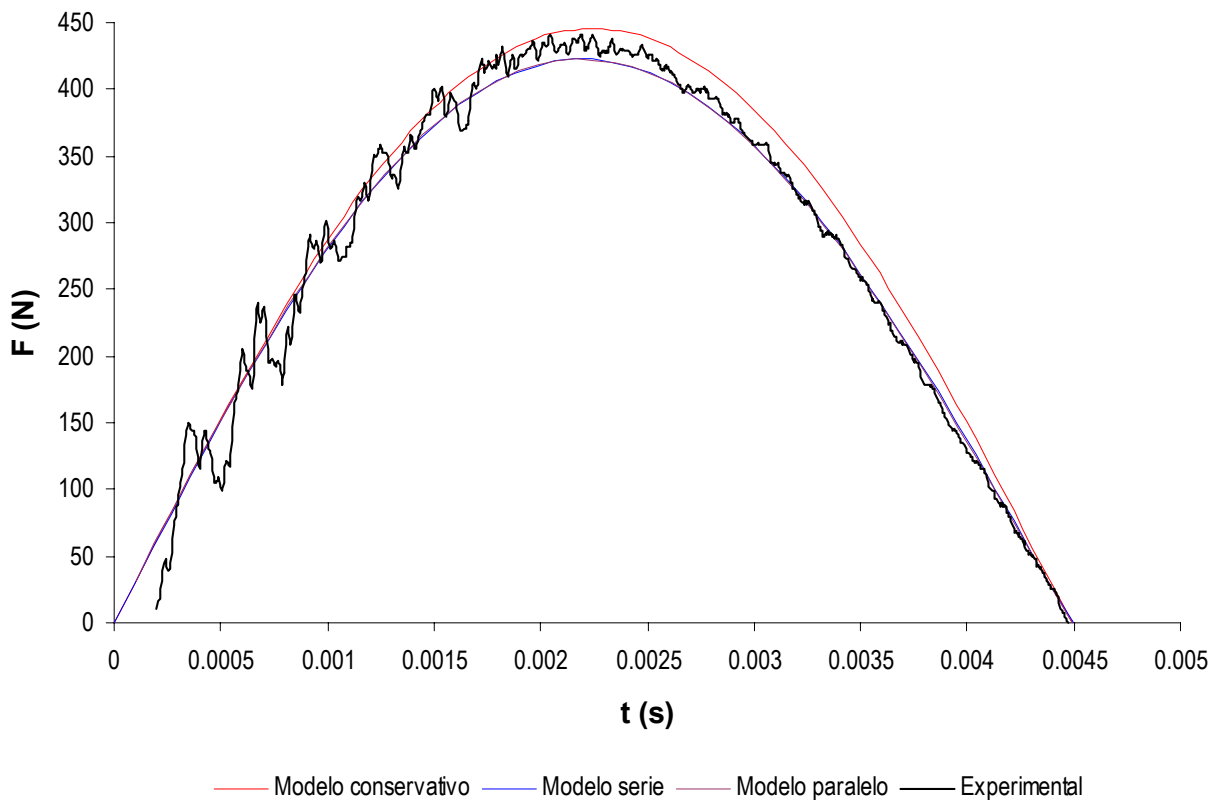


Figura 5.26 Curvas de los modelos conservativo, serie y paralelo ajustadas sobre una curva experimental correspondiente a un ensayo sobre HIPS con altura de caída de dardo de 75 mm



#### 5.4.4.1 Ensayos uniaxiales

Al igual que en los ensayos multiaxiales, para cada probeta ensayada se midieron la dimensiones reales, en este caso debido a que dichas probetas fueron desbastadas como se explicó en el capítulo de técnicas experimentales.

Dado que el comportamiento de la probeta depende de sus dimensiones al tratarse de una viga simplemente apoyada, es necesario, de forma análoga a los dos casos anteriores desarrollar las expresiones que nos permitan corregir el efecto de las dimensiones de las probetas. Esto cobra mayor relevancia debido a la extrema diferencia de los 2 tipos de probetas ensayadas.

De esta forma, tenemos que en el modelo serie, la fuerza máxima viene dada por la ecuación 4.31, y como  $w_n$  viene dada por la ecuación 4.8, los valores de la fuerza máxima pueden normalizarse por el espesor y por el coeficiente de restitución, resultando para la geometría tipo charpy:

$$\frac{F_M}{(BW^3)^{1/2} \varepsilon^{t_{FM}/t_C}} = m^{1/2} \sqrt{\frac{4E}{S^3}} v_0 \quad (5.4)$$

Al aplicar esta ecuación, se obtienen los valores de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$  que se presentan en la figura 5.27, los cuales corresponden a la representación del comportamiento del material mediante el modelo serie.

Si por otro lado, consideramos el modelo paralelo, la fuerza máxima viene dada por la ecuación 4.48 y como  $w_n$  es la misma que en el modelo serie, los valores de la fuerza máxima pueden normalizarse por el espesor y por el coeficiente de restitución, resultando para la geometría de caída de dardo:

$$\frac{F_M}{(BW^3)^{1/2} \varepsilon^{t_{F=0}/t_C}} = m^{1/2} \sqrt{\frac{4E}{S^3}} v_0 \quad (5.5)$$

Los cual nos permite expresar los valores de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$  según el modelo paralelo. Estos valores se presentan en la figura 5.28.

Se puede apreciar en ambas figuras que, para todos los materiales analizados, los valores normalizados de la fuerza máxima se ajustan a rectas que pasan por el origen, independientemente de las dimensiones de las probetas, quedando ambos conjuntos de puntos sobre una línea de tendencia global. En este caso, al no llegarse a la ruptura de los materiales, no hay una variación clara en su comportamiento

Al igual que en el caso anterior, puede observarse que si en las ecuaciones 5.4 y 5.5, el coeficiente de restitución fuera 1, la fuerza máxima resultante correspondería a la del modelo conservativo de masa y resorte

Siguiendo el comportamiento de los experimentos multiaxiales, los valores de  $\varepsilon$  determinados experimentalmente no toman el valor de 1, No obstante para los coeficientes obtenidos, los valores de  $\zeta$  son muy pequeños y puede considerarse que  $w_n$  y  $w_d$  son iguales. En este caso los tiempos de contacto para los modelos serie y paralelo son iguales y a partir de las ecuaciones 4.8 y 1.18 pueden normalizarse por el espesor, resultando:

$$t_c (BW^3)^{1/2} (1-\zeta^2)^{1/2} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{4E}{mS^3}}} \quad (5.6)$$

Si como dijimos, el valor de  $\xi$  es suficientemente pequeño, el término  $(1-\xi^2)^{1/2}$  será muy próximo a 1 para ambos modelos, con lo que podríamos decir que en la práctica sólo depende de E y de m, siendo constante para diferentes  $v_0$ , con lo cual no dependen del coeficiente de restitución.

Al aplicar esta última ecuación se obtienen los valores del tiempo de contacto normalizados que se presentan en la figura 5.29. En esta figura se observa que los tiempos de contacto permanecen constantes no obstante que las pruebas se realizaron en probetas de dimensiones diferentes.

De forma parecida al apartado anterior, el modelo serie y el modelo paralelo predicen según las ecuación 5.4 y 5.5 respectivamente, el comportamiento lineal de la fuerza máxima normalizada en función de  $v_0$ , al igual que la ecuación 5.6 nos da un tiempo de contacto constante. Los resultados experimentales siguen esta pauta. No obstante no llegarse a la falla del material en ningún ensayo, es posible inferir que el comportamiento sólo se separa de lo predicho cuando aparezcan fisuras o roturas que lógicamente modifican el valor de la constante K y por lo tanto alteran el modelo, tal como se demostró en los ensayos multiaxiales.

En la tabla 5.11 se presentan los tres valores obtenidos para el módulo elástico, según los métodos revisados, para cada uno de los composites ensayados, tanto por cada tipo de probeta como por el conjunto de las mismas.

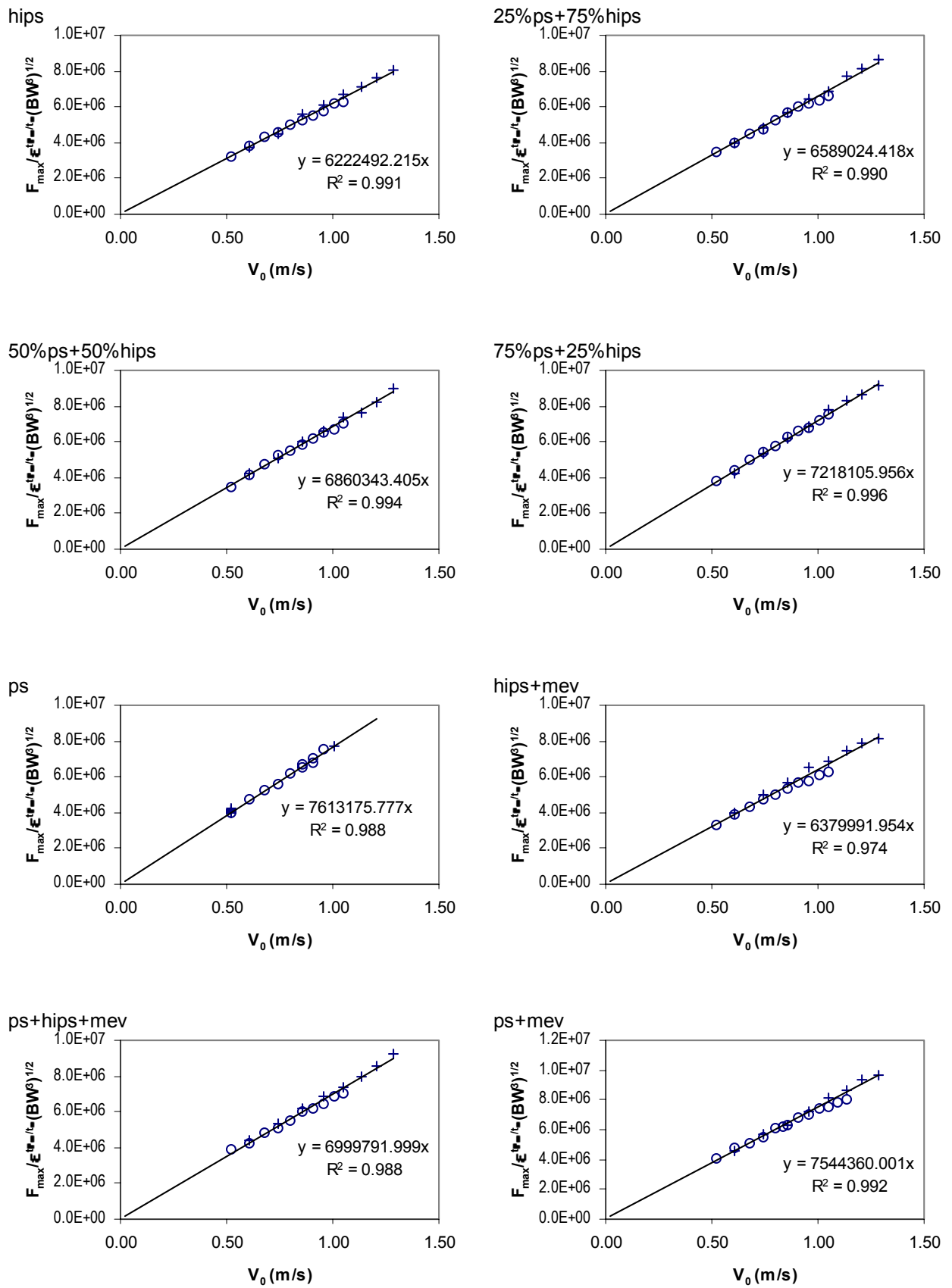


Figura 5.27 Valores de fuerza máxima de los ensayos uniaxiales corregidos según el modelo serie: ○ primáticas 5.7x13, + prismáticas 8.3x18.3

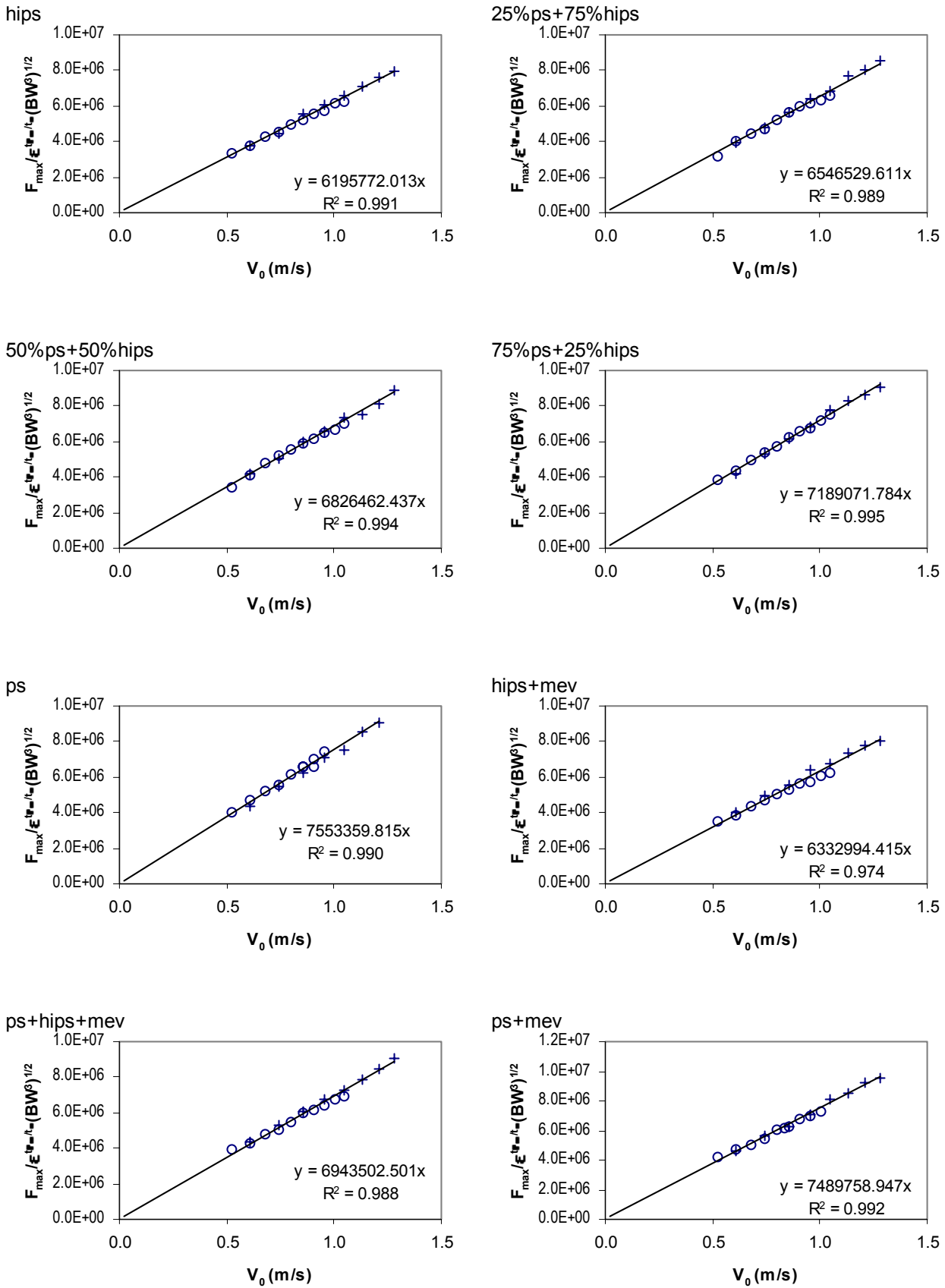


Figura 5.28 Valores de fuerza máxima de los ensayos uniaxiales corregidos según el modelo paralelo: O primáticas 5.7x13, + prismáticas 8.3x18.3

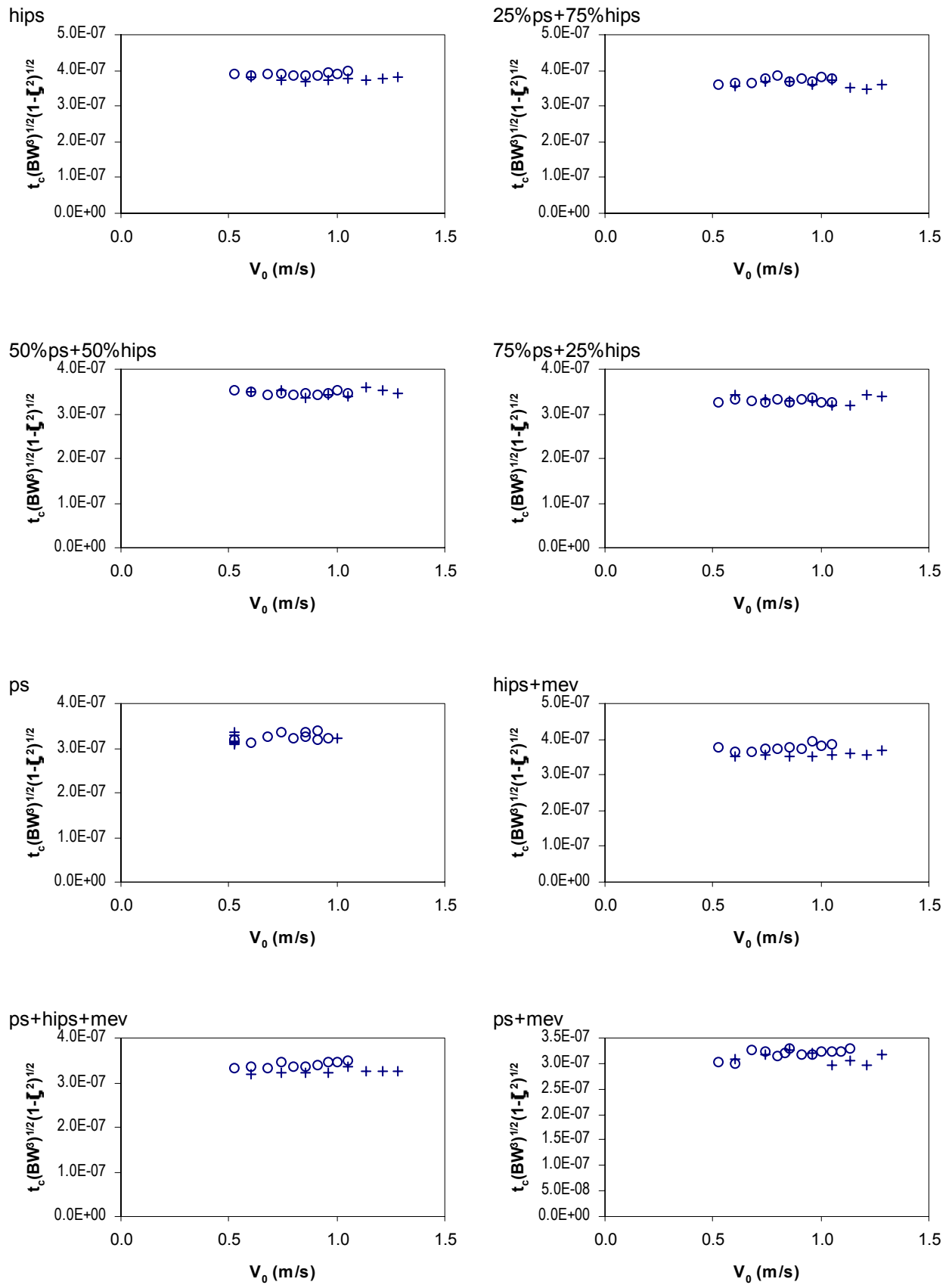


Figura 5.29 Valores de tiempo de contacto de los ensayos uniaxiales normalizados: ○ primáticas 5.7x13, + primáticas 8.3x18.3

Material	W (mm)	B (mm)	S (m)	m (Kg)	E (Gpa)		
					serie	paralelo	$t_{c\ corr}$
HIPS	5.7	13.0	0.0567	0.7683	2.2216	2.2129	2.2873
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	2.3615	2.3322	2.4547
	conjunto		0.0567	0.7683	2.2966	2.2769	2.3688
25%PS+75%HIPS	5.7	13.0	0.0567	0.7683	2.4894	2.4584	2.4874
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	2.6494	2.6144	2.6710
	conjunto		0.0567	0.7683	2.5751	2.5420	2.5767
50%PS+50%HIPS	5.7	13.0	0.0567	0.7683	2.7607	2.7418	2.8769
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	2.8180	2.7831	2.8619
	conjunto		0.0567	0.7683	2.7916	2.7641	2.8694
75%PS+25%HIPS	5.7	13.0	0.0567	0.7683	3.0919	3.0799	3.2010
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	3.0890	3.0533	3.1578
	conjunto		0.0567	0.7683	3.0903	3.0655	3.1793
PS	5.7	13.0	0.0567	0.7683	3.5423	3.4616	3.2878
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	3.2639	3.2436	3.2716
	conjunto		0.0567	0.7683	3.4379	3.3509	3.2797
HIPS+MEV	5.7	13.0	0.0567	0.7683	2.2675	2.2568	2.4396
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	2.5432	2.4855	2.7077
	conjunto		0.0567	0.7683	2.4143	2.3789	2.5684
PS+MEV	5.7	13.0	0.0567	0.7683	3.2084	3.1686	3.3114
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	3.4345	3.3687	3.6816
	conjunto		0.0567	0.7683	3.3081	3.2569	3.4547
PS+HIPS+MEV	5.7	13.0	0.0567	0.7683	2.7963	2.7664	3.0025
	8.3	18.3	0.0567	0.7683	3.0016	2.9403	3.2804
	conjunto		0.0567	0.7683	2.9062	2.8597	3.1369

Tabla 5.11 Valores calculados para el módulo elástico en los ensayos uniaxiales para probetas de distintas dimensiones

En la última columna se muestran los valores obtenidos a partir de los valores constantes del tiempo de contacto normalizado por el espesor. Estos módulos se han obtenidos a partir de la ecuación 5.6. Dado que el factor de corrección para pasar de  $w_d$  a  $w_n$  es muy próximo a 1, los hemos considerado iguales sin cometer un error apreciable, por lo que los modelos dan un valor muy parecido en el módulo elástico.

La penúltima columna corresponde a los valores del módulo obtenidos con la ecuación 5.5 a partir de la pendiente de la recta que ajusta los valores de la fuerza máxima normalizada para el modelo paralelo como se muestra en la figura 5.28.

La antepenúltima columna corresponde a los valores del módulo obtenidos de manera análoga a la segunda columna pero ahora a partir de la pendiente de la recta que ajusta los valores de la fuerza máxima normalizada para el modelo serie (figura 5.27), utilizando la ecuación 5.4.

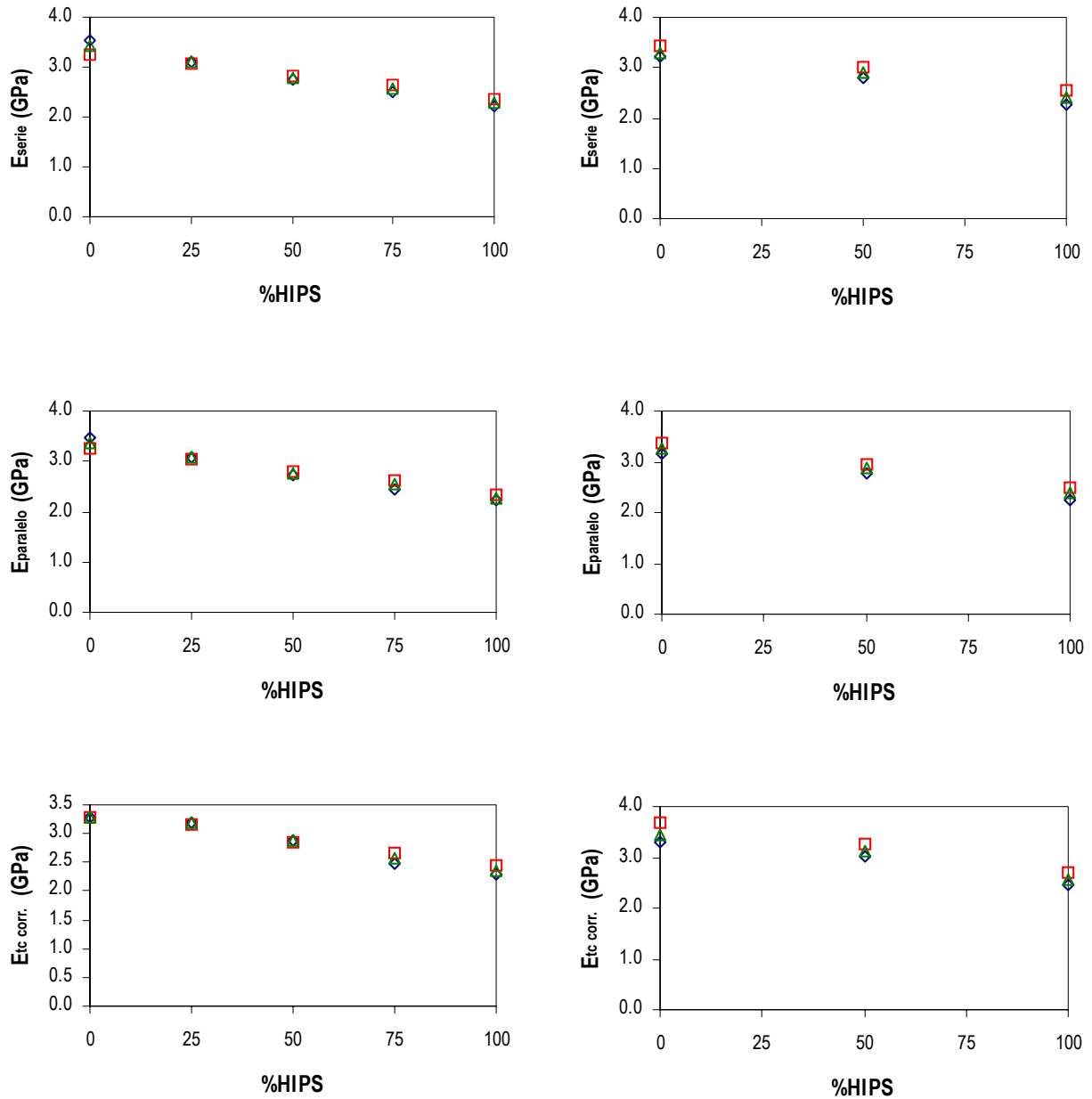


Figura 5.30 Valores del módulo de elasticidad para los diferentes materiales (izquierda sin fase rígida, derecha con fase rígida) en función del contenido de HIPS según los diferentes modelos y probetas utilizadas.  $\diamond$  5.7x13;  $\square$  8.3x18.3;  $\triangle$  conjunto

En la figura 5.30 podemos ver la variación del módulo de elasticidad en función del contenido de HIPS tanto para los materiales sin fase rígida como para los que contienen las microesferas de vidrio.

Puede verse en estas figuras que los valores obtenidos para cada material dependen poco de las dimensiones del material o del modelo utilizado, lo cual nos implica que no se puede determinar claramente el modelo que más se adecua al comportamiento del material.

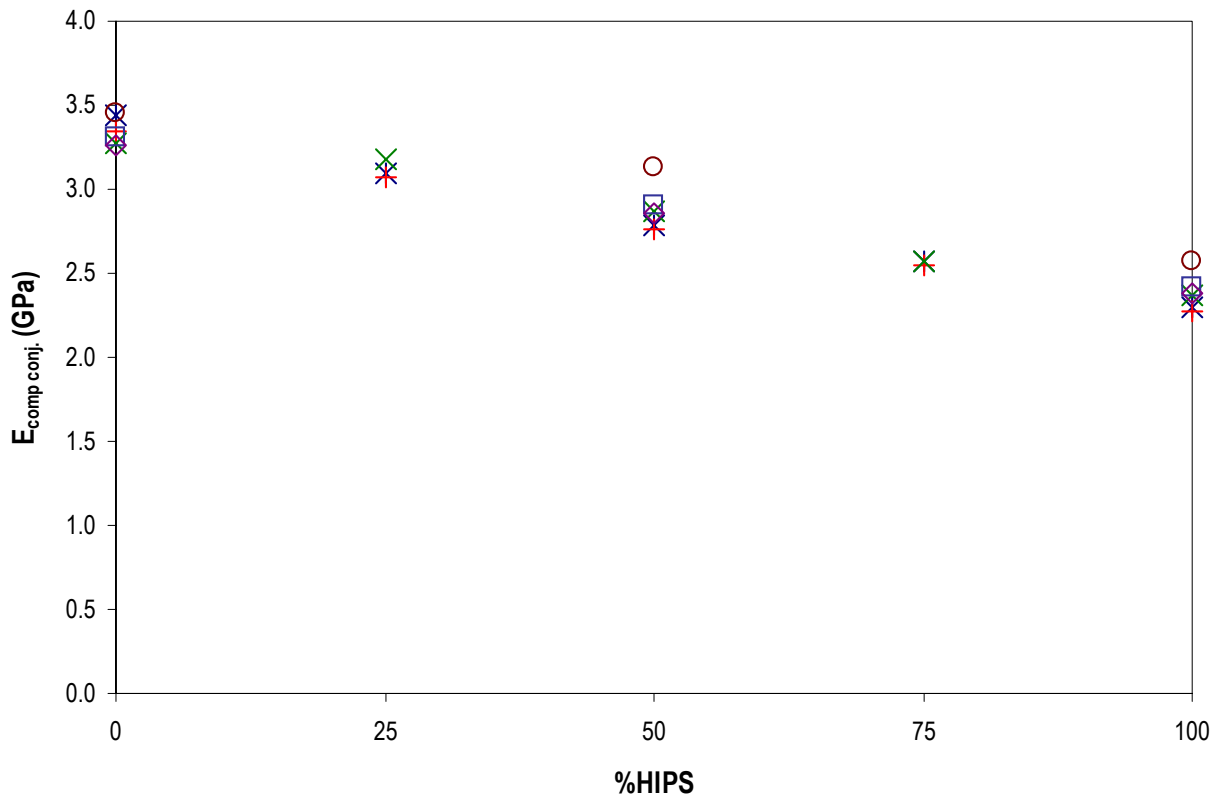


Figura 5.31 Comparativo de los resultados de los módulos de elasticidad según los diferentes modelos y métodos de cálculo en función del porcentaje de HIPS tanto para materiales sin y con fase rígida: \* serie; + paralelo; x tc corr; □ serie mev; ◇ paralelo mev; ○ tc corr mev

En la figura 5.31 podemos ver un comparativo de todos los materiales tanto con fase rígida como sin fase rígida según las tres ecuaciones utilizadas. Es claro que independientemente de la expresión utilizada, los materiales que tienen microesferas de vidrio presentan módulos ligeramente superiores a aquellos materiales carentes de la fase rígida.

## 5.5 Resultados indentación

### 5.5.1 modelo serie

#### 5.5.1.1 influencia del material

En los ensayos se dejó caer el dardo indentador desde alturas crecientes hasta llegar al rango máximo de 3.2KN del adaptador de la fuerza



Algunos de las curvas de la fuerza en función del tiempo registrados experimentalmente se muestran en la figura 5.32. Cada una de las figuras comprende a uno de los 3 materiales. Por los dos métodos referidos en la sección 2.3.2 (técnicas experimentales) se calcularon los valores del coeficiente de restitución, que resultaron dar prácticamente el mismo valor, independientemente del método. Estos valores se representan en función de la velocidad en las figuras 5.33 y 5.34.

Tal como cabía esperar, cuanto mayor contenido de elastómero tiene el material, mayores resultan ser las pérdidas de energía y el coeficiente de restitución es menor. Por otra parte, se confirman los resultados de los experimentos de flexión en cuanto a que el coeficiente de restitución no es una característica del material y varía en este caso con la velocidad inicial.

Estos resultados confirman experimentalmente que la hipótesis de despreciar las pérdidas de energía no es acertada y, por lo tanto, la utilización de modelos conservativos no es apropiada.

La resolución numérica del modelo nos permite representar la curva de la fuerza en función del tiempo y sobre ella calcular el coeficiente de restitución. Al variar el valor de  $C$  en el modelo, resultan variaciones del valor de la fuerza máxima y de la forma de la curva variando también el coeficiente de restitución, mientras que el valor del tiempo de contacto permanece prácticamente constante. Al disminuir  $K$ , lo que representa una disminución del módulo elástico, aumenta el tiempo de contacto y disminuye la fuerza máxima y el coeficiente de restitución también varía.

Así pues, variando  $C$  y  $K$  en el modelo, podemos ajustar la curva experimental de la fuerza en función del tiempo y también el valor del coeficiente de restitución.

El ajuste de las curvas experimentales se realiza en dos etapas. En la primera se ajusta el tiempo de contacto con  $K$  considerando una  $C$  infinita, lo que supondría el modelo conservativo. Posteriormente, en la segunda etapa se ajustan simultáneamente la fuerza máxima y el coeficiente de restitución con  $C$  y  $K$ , lo cual nos lleva a considerar los efectos de las deformaciones no elásticas del material.

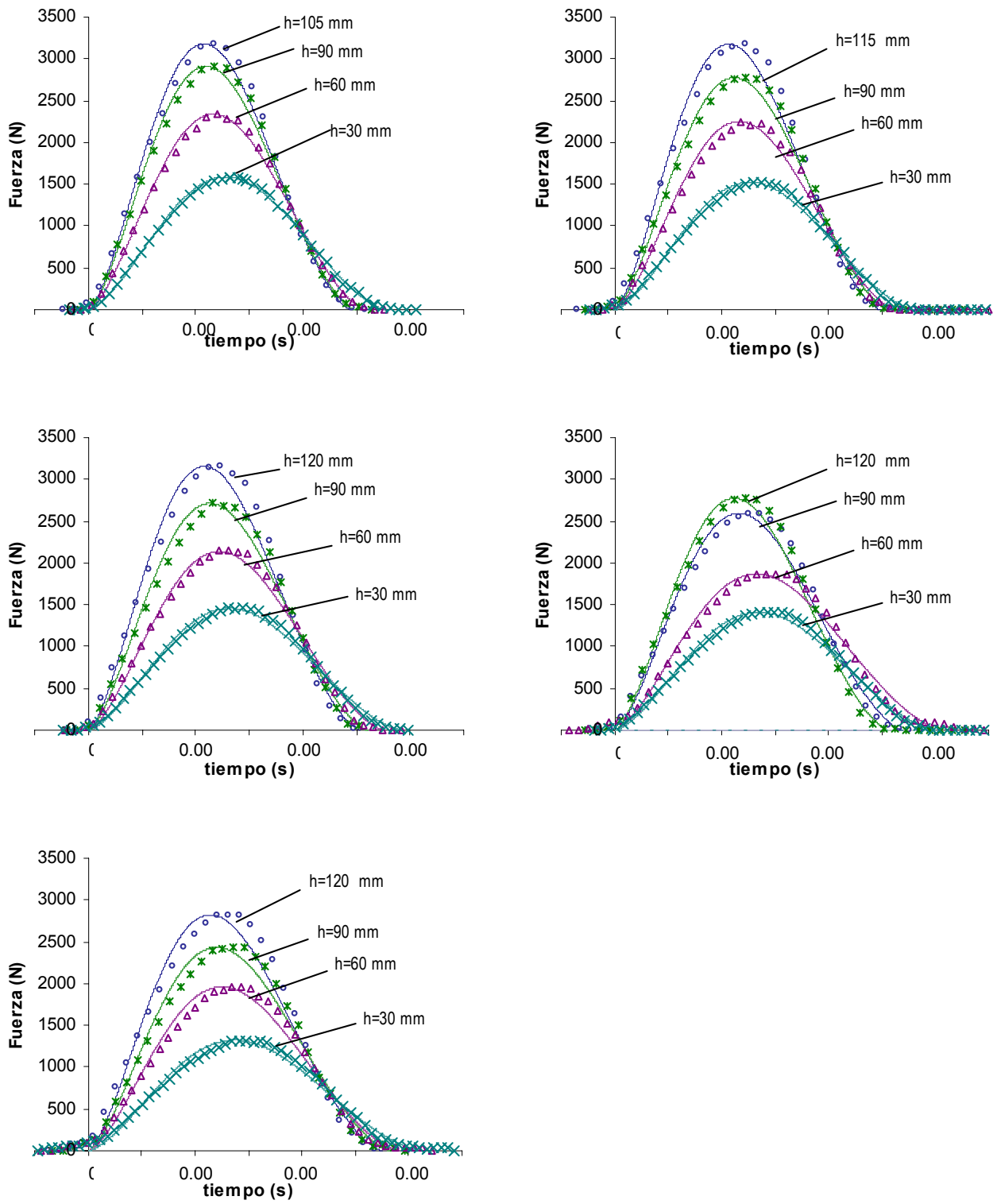


Figura 5.32 Comparativos de las curvas F vs t de los materiales sin fase rígida a diferentes alturas. Trazo discontinuo: resultados experimentales. Trazo continuo: modelo. Superior izquierda poliestireno. Superior derecha 25%HIPS-75%PS. Medio izquierda 50%HIPS-50%PS. Medio derecha 75%HIPS-25%PS. Inferior izquierda HIPS

En la figura 5.32 se muestran superpuestas, a las curvas registradas experimentalmente, las curvas ajustadas por el modelo. El ajuste entre ambas en los diferentes conjuntos es bastante bueno.

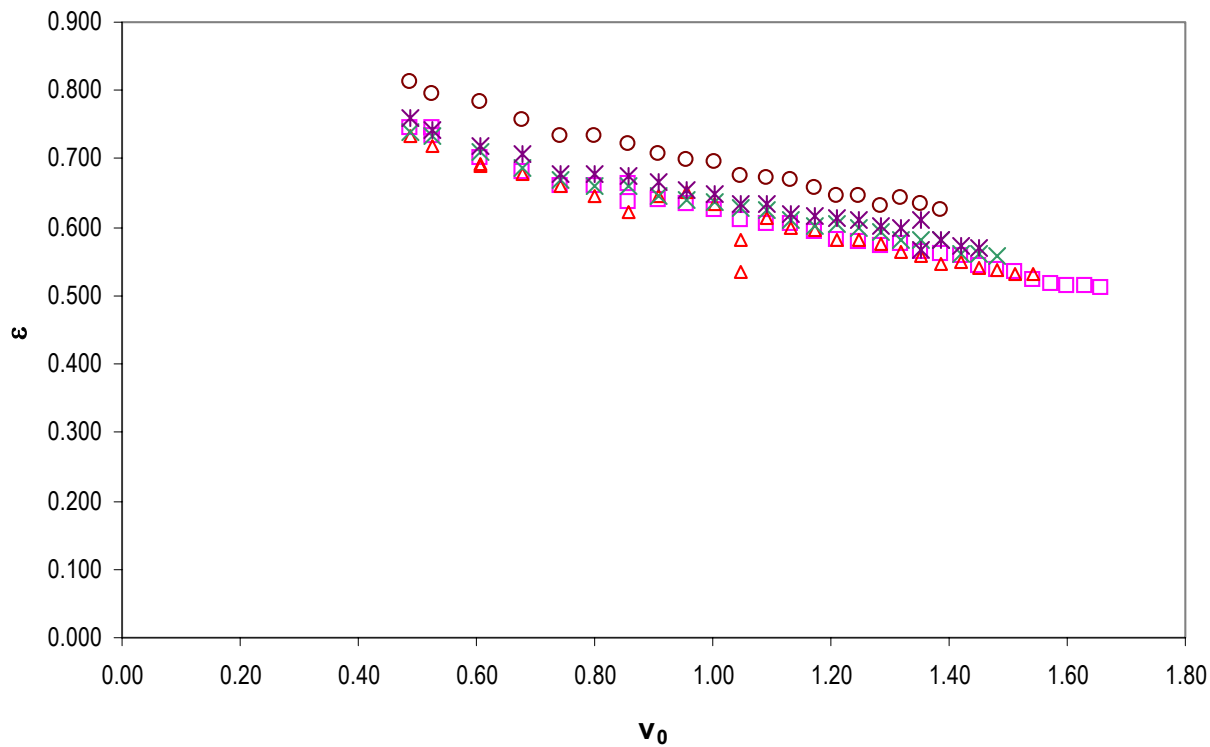


Fig 5.33 Valores de  $\varepsilon$  en función  $v_0$ , para experimentos de indentación con cabezal semiesférico de 6.35mm de radio en materiales sin fase rígida.  $\square$  HIPS,  $\triangle$  PS25,  $\times$  PS50,  $*$  PS75,  $\circ$  PS

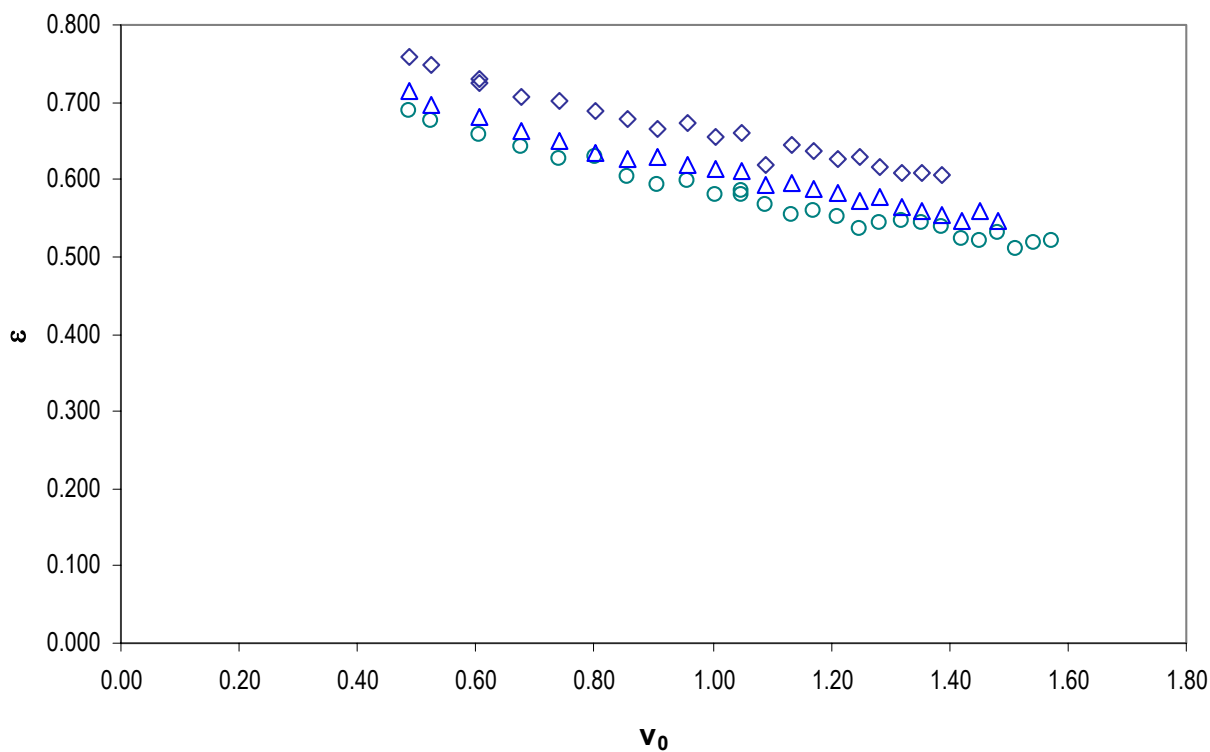


Fig 5.34 Valores de  $\varepsilon$  en función  $v_0$ , para experimentos de indentación con cabezal semiesférico de 6.35mm de radio en materiales con fase rígida.  $\diamond$  PS,  $\triangle$  PS50,  $\circ$  HIPS

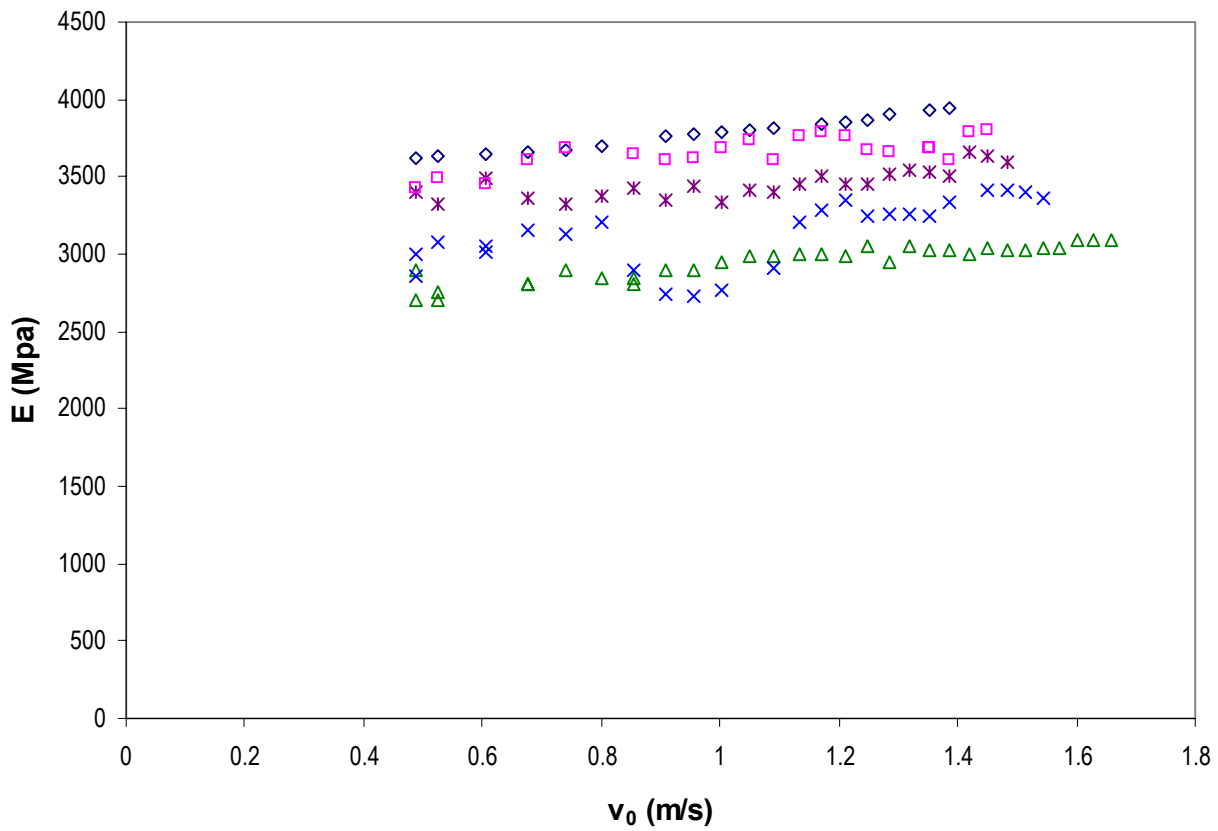


Figura 5.35 Valores del modulo elástico en función de  $v_0$  para materiales sin fase rígida mediante la aplicación del modelo serie de indentación.  $\diamond$  PS,  $\square$  PS25,  $*$  PS50,  $\times$  PS75,  $\triangle$  HIPS

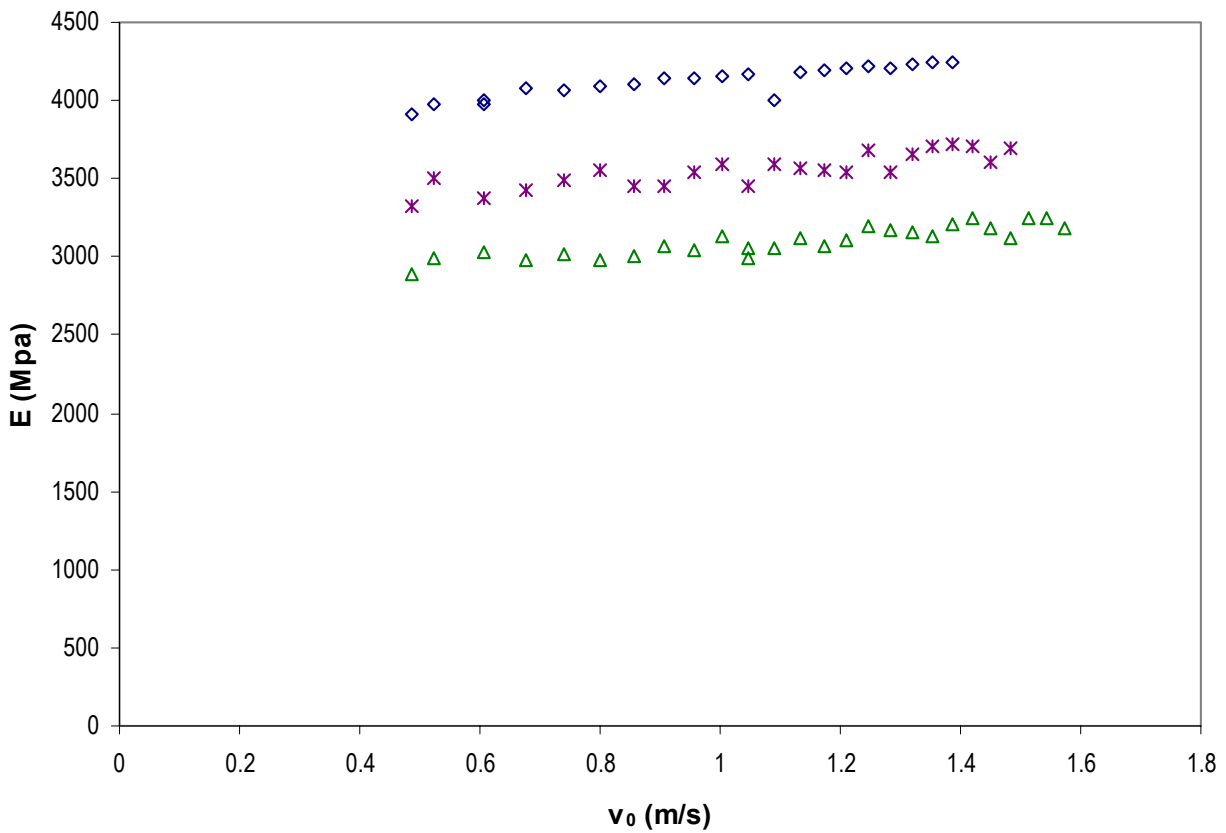


Figura 5.36 Valores del modulo elástico en función de  $v_0$  para materiales con fase rígida mediante la aplicación del modelo serie de indentación.  $\diamond$  PS+mev,  $*$  PS+HIPS+mev,  $\triangle$  HIPS+mev

Una vez logrado el ajuste de la curva y en base a los valores de K, se calcula el módulo elástico que presenta el material en el ensayo en cuestión. Los resultados de este parámetro se presentan en la figura 5.35 y 5.36. Los valores del módulo elástico, representados en estas figuras muestran un ligero aumento con la velocidad de indentación, tal como cabe esperar de la naturaleza viscoelástica de los materiales ensayados.

En la tabla 5.12 se muestran los valores medios para todas las mezclas. Estos valores son coherentes en tres aspectos; aumentan con la disminución de elastómero, siguen la ley de las mezclas, y son razonablemente superiores a sus homólogos determinados a menores razones de deformación.

Material	$E_{\text{promedio}}$ (Mpa)
PS	3776.018
75%PS+25%HIPS	3655.481
50%PS+50%HIPS	3454.937
25%PS+75%HIPS	3131.307
HIPS	2946.875
PS+MEV	4120.469
PS+HIPS+MEV	3552.845
HIPS+MEV	3097.705

Tabla 5.12 Módulos de elasticidad promedio calculados a partir de la aplicación del modelo de indentación en serie

Los valores del otro parámetro ajustado, C, se muestran en la figura 5.37 y 5.38. Si bien el valor de C está ligado al coeficiente de restitución, al ser un modelo resuelto con un método numérico, no es posible tener una expresión que ligue directamente estos dos valores. No obstante, como es C el parámetro que en el modelo considera las pérdidas de energía, este sigue las líneas generales que mostraron los valores del coeficiente de restitución.

En este caso también se ve que el material se comporta según la regla de las mezclas, puesto que los valores de las mezclas se encuentran entre los valores de los materiales puro, tanto en el caso de aquellos materiales sin carga rígida como aquellos con microesferas de vidrio. Sin embargo, contrario a lo que se esperarí, el valor de C es ligeramente menor para el PS+microesferas que para el PS simple, no obstante que para el HIPS y el HIPS+microesferas no se tienen diferencias notables

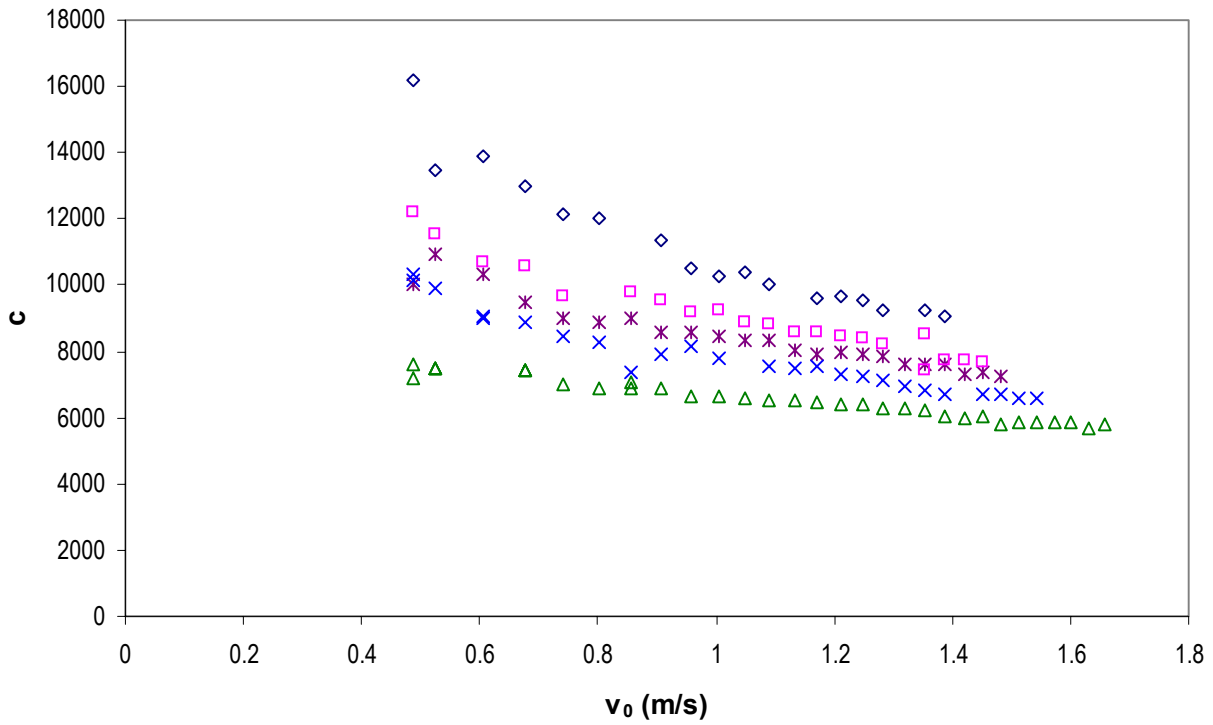


Fig 5.37 Valores de C en función de  $v_0$  para materiales sin fase rígida mediante la aplicación del modelo serie de indentación.  $\diamond$  PS,  $\square$  PS25,  $*$  PS50,  $\times$  PS75,  $\triangle$  HIPS

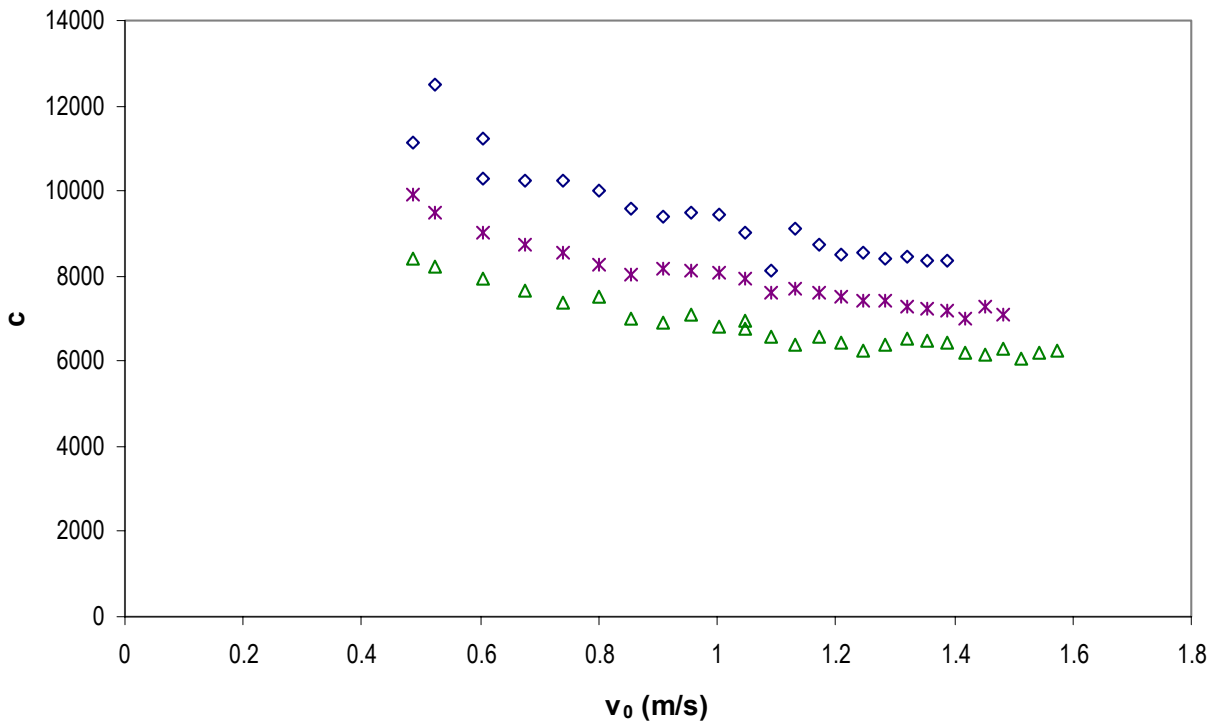


Fig 5.38 Valores de C en función de  $v_0$  para materiales con fase rígida mediante la aplicación del modelo serie de indentación.  $\diamond$  PS+mev,  $*$  PS+HIPS+mev,  $\triangle$  HIPS+mev

### 5.5.1.2 Influencia de la masa del impactor

Para comprobar la validez del modelo en diferentes condiciones de impacto, se varió la masa del dardo impactor con la finalidad de observar una posible variación de los valores calculados por el modelo para un mismo material.

De esta forma, se realizaron 2 series de ensayos en los cuales se incrementó la masa del impactor de 0.7437 a 1.0437 Kg, una con PS y la otra con HIPS, a fin de comparar los resultados con los obtenidos con antelación. En la figura 5.39 se muestran los módulos de elasticidad calculados según el modelo serie para las 4 series de ensayos.

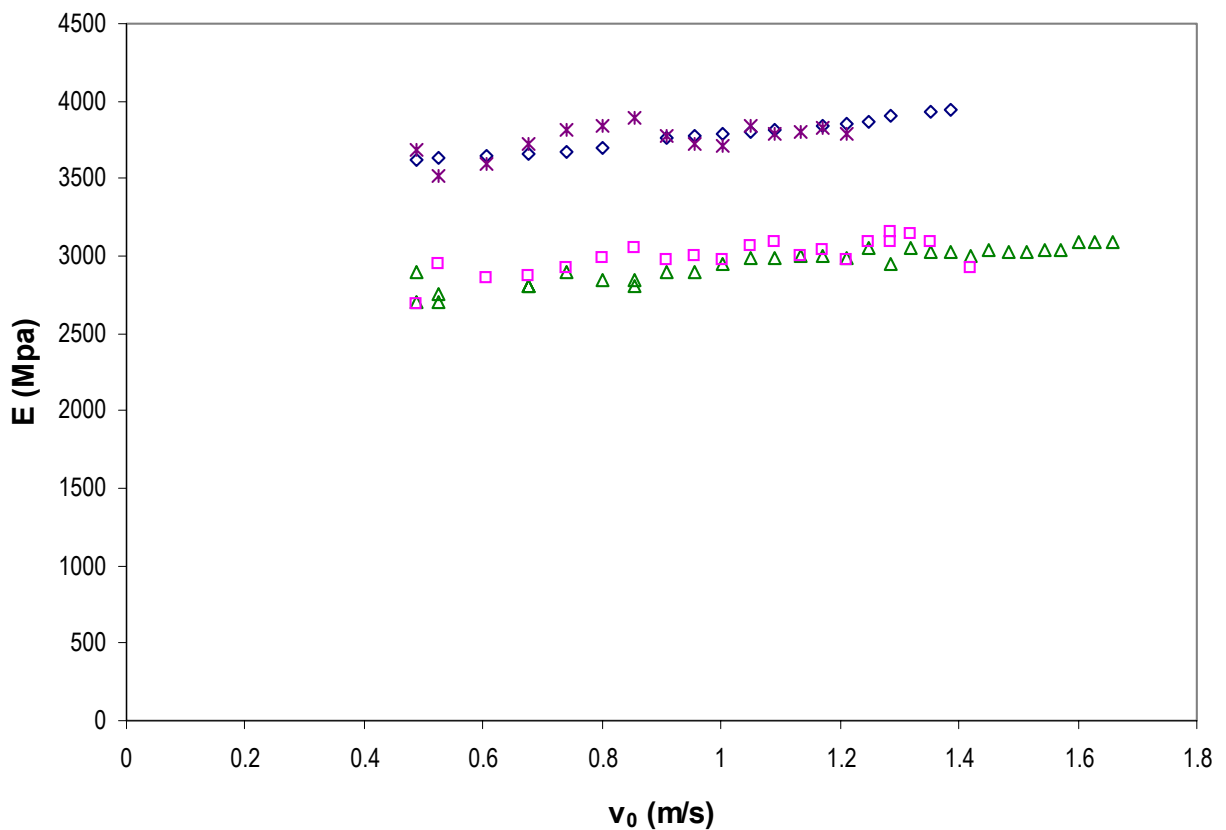


Fig 5.39 Influencia de la masa del impactor en el comportamiento del módulo de elasticidad.  $\diamond$  PS y  $\triangle$  HIPS con masa de impactor de 0.7437 Kg,  $*$  PS y  $\square$  HIPS con masa de impactor de 1.0437 Kg

Puede apreciarse en este caso que no hay un cambio ni en el valor ni en el comportamiento del módulo de elasticidad de los 2 materiales estudiados al variarse la masa del impactor. Esto nos permite vislumbrar que el modelo es coherente con lo que se esperaba en el comportamiento del material.

Respecto al parámetro C, este se refleja en la figura 5.40. Puede observarse que si bien el comportamiento de este parámetro se mantiene, los valores de C si varían de forma apreciable de una masa a otra para ambos materiales. En ambos casos se tiene

un incremento en los valores calculados para dicho parámetro. Si recordamos que este representa las deformaciones no elásticas del material, podemos asumir un comportamiento más elástico del material al incrementar la masa.

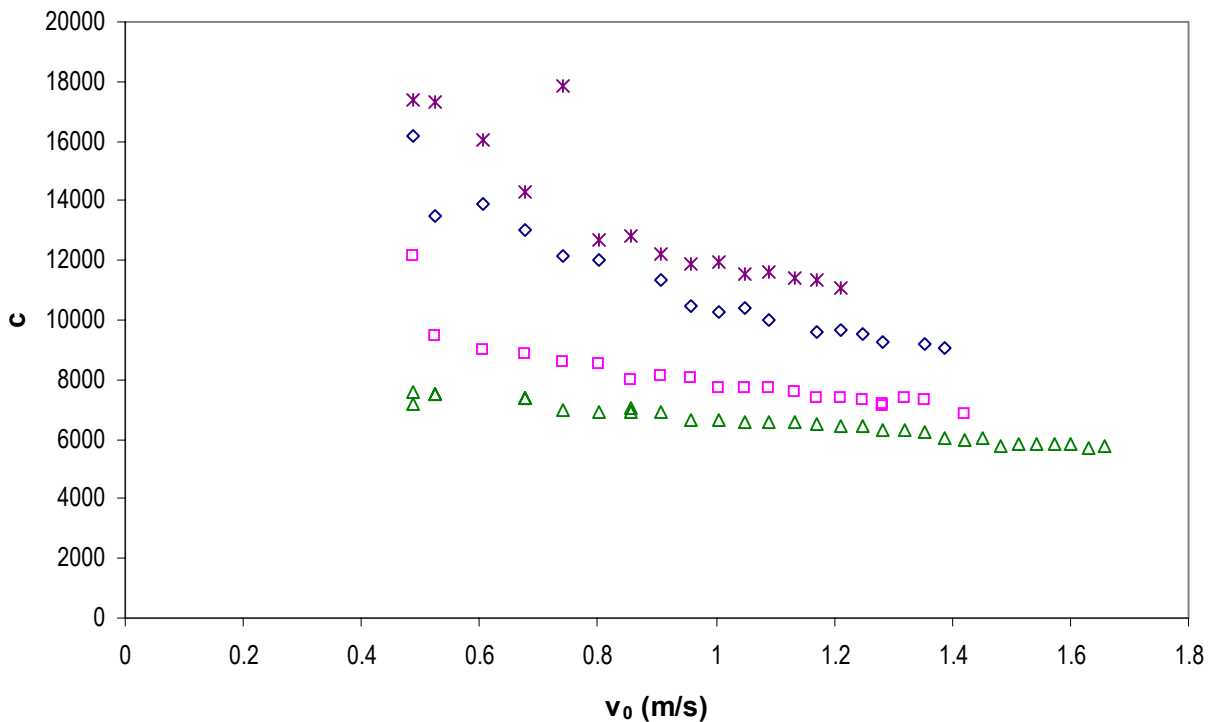


Figura 5.40 Influencia de la masa del impactor en el comportamiento del parámetro C.  $\diamond$  PS y  $\triangle$  HIPS con masa de impactor de 0.7437 Kg;  $*$  PS y  $\square$  HIPS con masa de impactor de 1.0437 Kg

### 5.5.1.3 Influencia del diámetro del indentador.

De forma similar al apartado anterior, se varió el diámetro del indentador usado para realizar el ensayo, como se refirió en el capítulo de técnicas experimentales. De esta forma se varía una constante geométrica del ensayo.

Los experimentos se realizaron solo sobre las muestras de poliestireno, haciendo una serie de ensayos con cada una de las dos variaciones. Los resultados del cálculo del módulo de elasticidad de estas dos series se compararon con los valores obtenidos previamente. Los módulos obtenidos para las tres series se presentan en la figura 5.41, donde podemos apreciar que los valores son muy similares, no variando significativamente de un diámetro a otro. Las diferencias pueden deberse más a efectos dinámicos producidos por el acoplamiento entre el adaptador y el cabezal original, diferencias que disminuyen a velocidades mayores de 0.8 m/s. Como era de esperarse, el material no cambia esta propiedad al variarse la geometría del impactor.



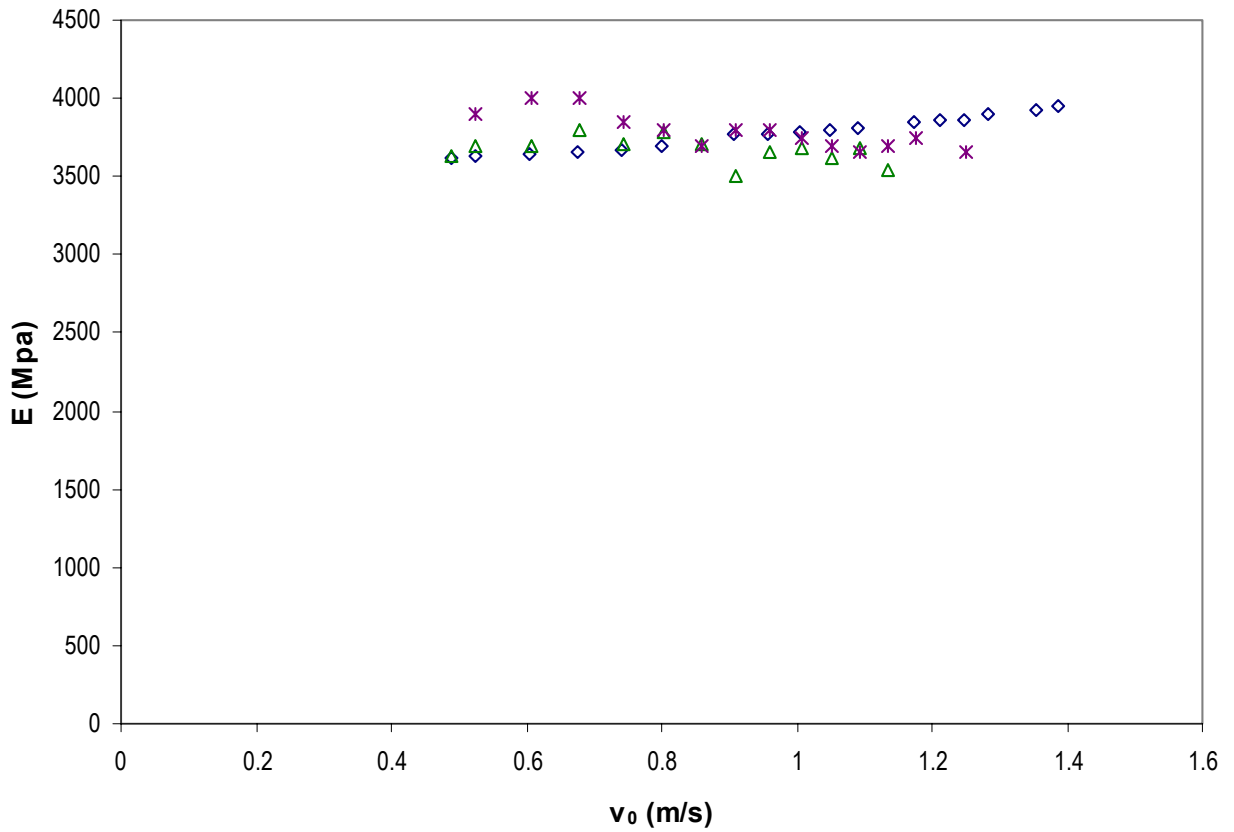


Figura 5.41 Influencia del diámetro del indentador sobre los valores del módulo de elasticidad y su comportamiento para muestras de poliestireno.  $\diamond$   $\varnothing$  12.7mm,  $*$   $\varnothing$  4mm,  $\triangle$   $\varnothing$  20mm

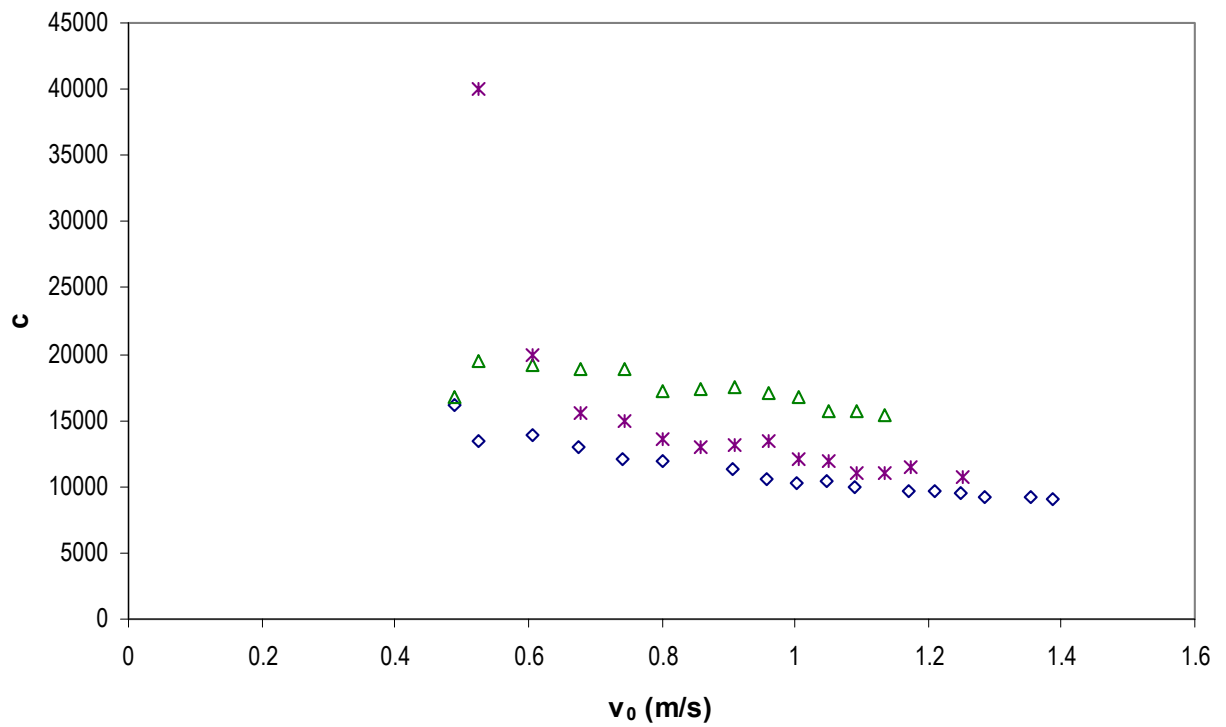


Figura 5.42 Influencia del diámetro del indentador sobre los valores de C y su comportamiento para muestras de poliestireno.  $\diamond$   $\varnothing$  12.7mm,  $*$   $\varnothing$  4mm,  $\triangle$   $\varnothing$  20mm

En la figura 5.42 se puede apreciar la variación de los valores del parámetro C para las tres series de ensayos. En este caso, es clara la diferencia que existe entre los ensayos con el indentador de 20 mm y aquellos hechos con los indentadores de 4 y 12 mm. Un incremento de este parámetro no indica un comportamiento más elástico del material, por lo que el incremento en los valores para la serie con indentador de 20 mm pueden deberse al aumento del área de contacto que implica un indentador de diámetro mayor, con lo que la presión ejercida será menor, y se puede entonces esperar una menor influencia de mecanismos de deformación no elásticos.

#### **5.5.1.4 Influencia del espesor de la muestra**

Ahora bien, para este modelo se considera que idealmente el material es un espacio semi-infinito, aunque en realidad este tiene un espesor determinado. Al estar restringiendo el movimiento de la probeta por medio de la placa de acero, el campo de esfuerzos generado por la indentación bien podría verse afectado por el espesor de la placa de material. En este sentido se realizaron 2 series de ensayos donde se usaron probetas prismáticas de 7mm de espesor y placas de 1mm de espesor para poder determinar la influencia de este parámetro en el comportamiento del material, y por ende, la aplicabilidad del modelo.

Los resultados de estas dos series de ensayos se compararon con aquellos obtenidos de la indentación sobre discos de 4mm de espesor. En la figura 5.37 se muestran el tiempo de contacto y la fuerza máxima alcanzada en los diversos ensayos, y en las figuras 5.44 y 5.45 se muestran el módulo de elasticidad y el parámetro C calculado por medio de la aplicación del modelo.

Es claro que existe una disminución del tiempo de contacto significativa en la serie de 1mm respecto a las otras dos series, así como un incremento de la fuerza alcanzada para la misma velocidad. Por otro lado el módulo de elasticidad calculado para la serie de 1mm es prácticamente del doble de lo que se esperaría en el material, no obstante para las otras 2 series el valor se encuentra dentro de lo esperado y no existe una variación significativa entre ambas. Sin embargo, el parámetro C es prácticamente el mismo para las 3 series de ensayos.

El conjunto de estas variaciones nos permiten afirmar que para espesores delgados, el método falla, dado que el incremento en el módulo de elasticidad y en la fuerza máxima, así como la disminución del tiempo de contacto son consecuencia de la influencia del soporte en el campo de esfuerzos.

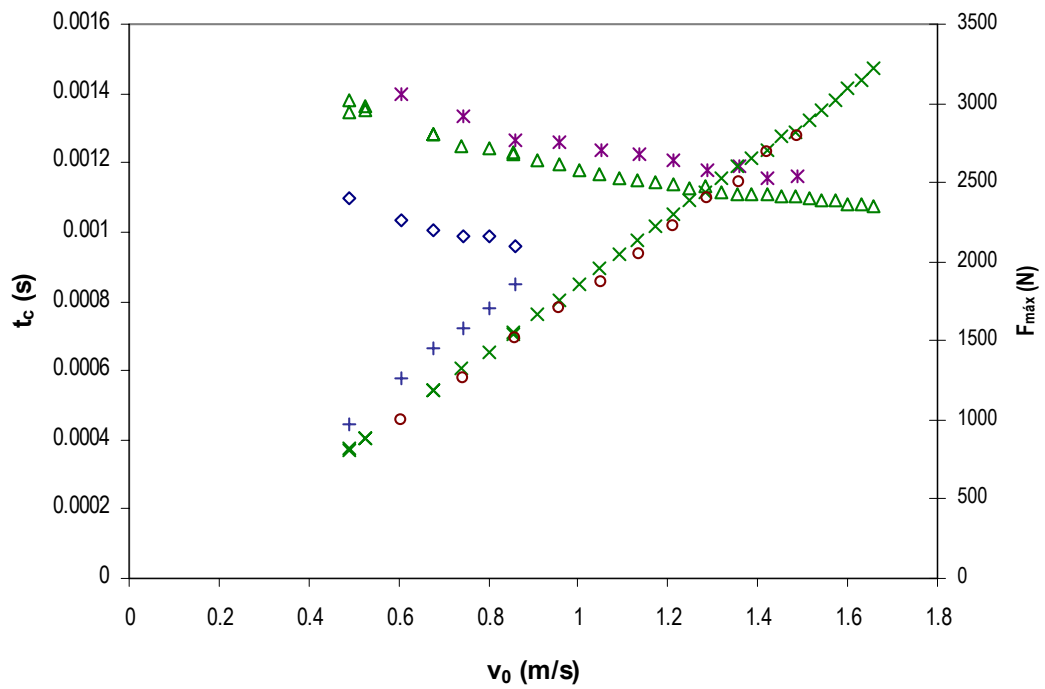


Figura 5.43 Tiempos de contacto y Fuerzas máximas experimentales para ensayos de indentación sobre probetas de HIPS de diverso espesor; 1mm, 4mm, 7mm

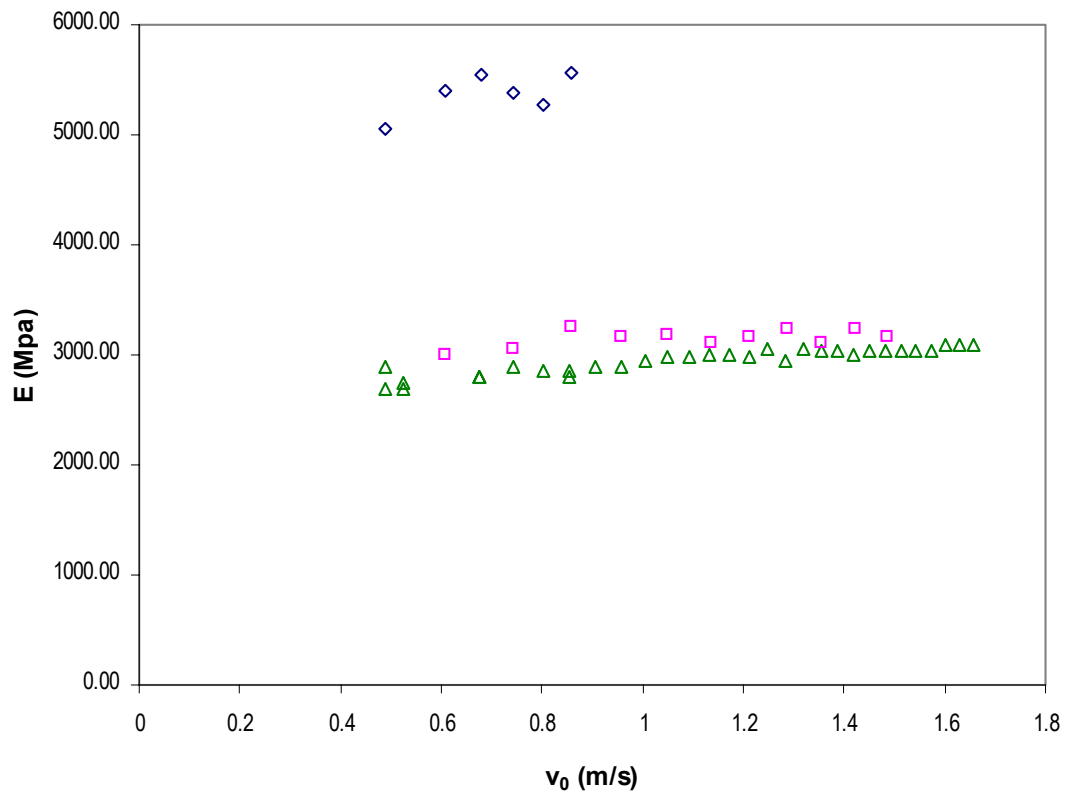


Figura 5.44 Módulos de elasticidad calculado con el modelo serie para ensayos de indentación sobre probetas de HIPS de diverso espesor; 1mm, 4mm, 7mm

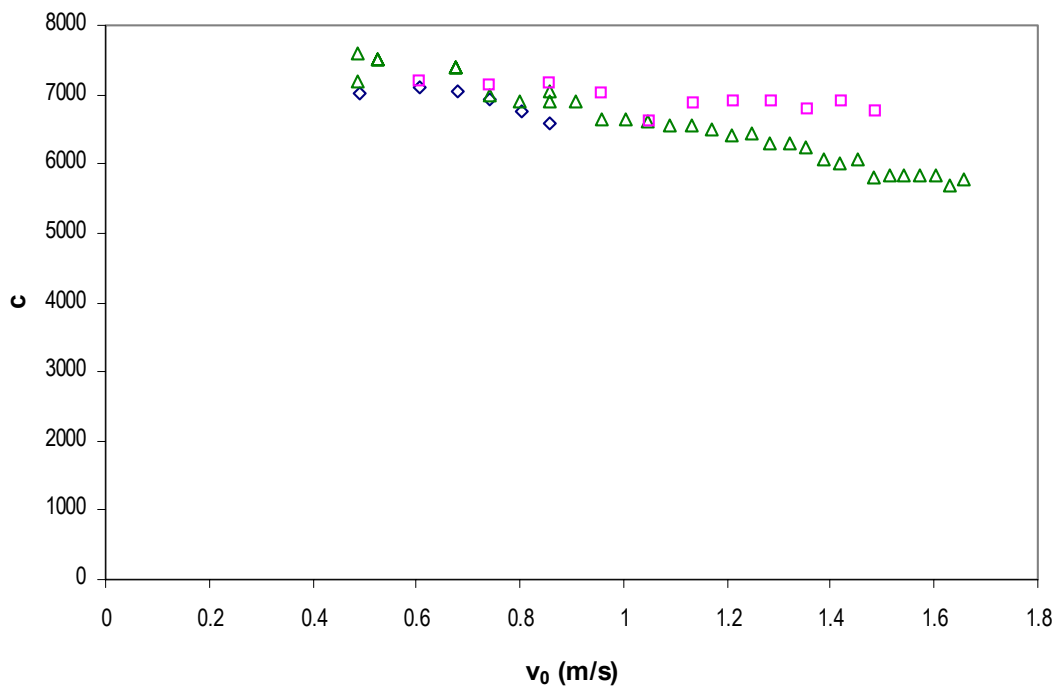


Figura 5.45 Parámetro C calculado con el modelo serie para ensayos de indentación sobre probetas de HIPS de diverso espesor; 1mm, 4mm, 7mm

### 5.5.1.5 Resumen

Este modelo no conservativo de masa, con muelle y amortiguador en serie permite obtener un buen ajuste con los resultados experimentales, explica la deformación permanente que se observa en las probetas, considera las pérdidas de energía y permite el ajuste del coeficiente de restitución, así mismo los valores obtenidos del módulo elástico resultan ser coherentes con los que cabría esperar a estas elevadas razones de deformación.

Permite así mismo, calcular los parámetros del material discriminando los efectos producidos por la masa y el radio del impactor usado. Sin embargo falla al usarse en muestras de espesores delgados debido a la influencia del soporte usado para evitar la flexión del material.

### 5.5.2 Modelo paralelo

Otra opción para representar los mecanismos de deformación no elástica es usar la configuración del sistema muelle-amortiguador en paralelo, como ya se planteó en el capítulo 4. De esta forma se intentó aplicar el modelo a los experimentos realizados para evaluar su comportamiento y su capacidad de reproducir el comportamiento del material, así como de evaluar sus propiedades.

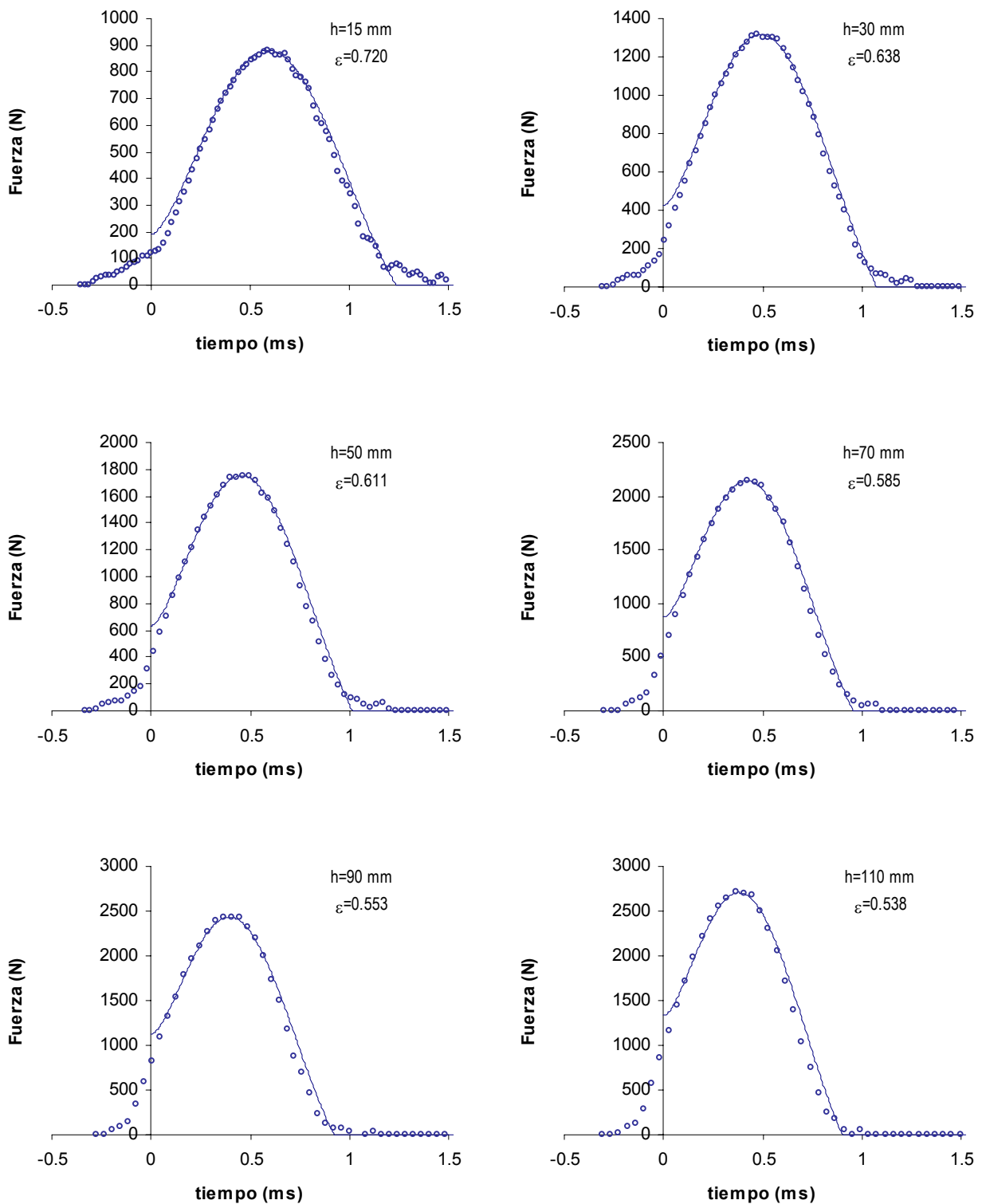


Fig 5.46 Curvas experimentales para ensayos sobre HIPS con sus respectivas curvas de ajuste según el modelo de indentación paralelo.

De esta forma, se siguió en principio los mismos criterios que para el modelo serie. El modelo en si puede considerarse como válido en materiales con coeficiente de

restitución muy próximos a 1, esto es en materiales prácticamente elásticos, aunque en esta región aún el modelo conservativo sigue siendo válido.

Sin embargo, cuando se han analizado experimentos con coeficientes de restitución más bajos, el modelo no es capaz de ajustar la curva analizada dando valores coherentes. Esto se puede ver reflejado en la figura 5.46, donde se muestran diversas curvas experimentales de los ensayos sobre HIPS con valores de  $\epsilon$  entre 0.72 y 0.538, sobre las que se han sobrepuesto las curvas generadas por el modelo para intentar ajustar el coeficiente de restitución y la fuerza máxima.

Es de destacarse que el modelo obliga a que conforme baja el valor del coeficiente de restitución, se incrementa el valor de la fuerza inicial de la curva teórica de forma tal que aún desplazando la curva experimental, no es posible superponer ambas cuando se tienen bajos valores de  $\epsilon$ .

Por otro lado, los valores calculados para el módulo de elasticidad se alejan en exceso de lo reportado en la literatura, en especial a coeficientes de restitución bajos, como se ve en la tabla 5.13

h (mm)	$v_0$ (m/s)	$E_{\text{paralelo}}$ (Mpa)	$C_i$	$\epsilon_{\text{exp}}$	$\epsilon_{\text{teo}}$	$F_{\text{max}}$ (N)
15	0.5242	2475	361	0.7205	0.7200	880.41
30	0.7413	2817	571	0.6376	0.6377	1316.78
50	0.9570	2819	663	0.6113	0.6112	1752.22
70	1.1323	2965	769	0.5848	0.5847	2141.43
90	1.2839	2980	880	0.5533	0.5533	2433.76
110	1.4194	2963	944	0.5378	0.5377	2705.76

Tabla 5.13. Resultados del ajuste de los ensayos de indentación mediante el uso del modelo paralelo

En base a los resultados anteriores se infiere que el modelo paralelo para el efecto de indentación no es válido.

## 5.6 Resultados flexión + indentación

### 5.6.1 consideraciones

Para este punto se emplearon los resultados experimentales de los ensayos de flexión (curvas fuerza-tiempo) ya revisados en el punto 5.2, aunque solo se utilizarán los ensayos de tipo multiaxial con cabezal impactor de 6.35mm de radio, dado que el modelo está desarrollado en torno a considerar un material hertziano con un

indentador semiesférico, quedando fuera del alcance de este trabajo el desarrollo de expresiones que extiendan la ley de hertz a un indentador cilíndrico semi-infinito

Como se vio en el apartado anterior, el modelo de indentación en paralelo es incapaz de reproducir el comportamiento del material mediante la evaluación de la curva F-t y el coeficiente de restitución. Por lo anterior y dado que en flexión pura tanto el modelo serie como el modelo paralelo presentaron resultados satisfactorios, se desarrollaron en el capítulo 4 los modelos de indentación+flexión serie-paralelo (punto 4.5) y serie-serie (punto 4.6).

De esta forma, a partir de los modelos planteados y de las curvas experimentales obtenidas en los ensayos se realiza un análisis y se comparan los resultados de ambos modelos.

### **5.6.2 Modelo Serie**

Este modelo, explicado en su desarrollo en el capítulo 4, nos permite a diferencia del modelo de flexión pura, involucrar los efectos debidos a la indentación de los materiales durante el proceso de impacto, tanto desde el punto de deformaciones elásticas como inelásticas.

Al aplicar el ajuste de las curvas generadas por el modelo sobre aquellas obtenidas experimentalmente, se pueden obtener los parámetros del material. En las figuras 5.48 a 5.56 se pueden ver los ajustes obtenidos mediante este modelo en diferentes ensayos realizados en todos los materiales ensayados.

Se puede apreciar en estas figuras que el ajuste obtenido es bastante aceptable, en especial en los valores de velocidad bajos. Para mayores velocidades, el comportamiento presenta un cierto separamiento de la fase de recuperación en las curvas correspondientes a altas velocidades en aquellos materiales que contienen una fases dispersas.

En el caso del PS se puede ver que incluso antes de la propagación de las grietas no se tiene separación entre la curva teórica y la experimental (figura 5.48). Sin embargo en la mezcla PS+mev (figura 5.53) en las velocidades previas a la propagación de la grieta se presentan ligeras separaciones entre ambas curvas. Si nos referimos a las mezclas que contienen elastómeros, este comportamiento es bastante evidente, en especial en el HIPS (figura 5.52) y el HIPS+mev (figura 5.55).

Este comportamiento se puede atribuir a 2 factores. Uno sería el enromamiento de las grietas por la presencia de partículas de diferente consistencia (microesferas de vidrio o partículas de caucho), dichas microgrietas modificarían de alguna forma los parámetros del material al debilitar la matriz.

Un segundo factor en el caso de los materiales con contenido de HIPS es en cierta medida a la histéresis propia de los elastómeros contenidos, ya que se hace más evidente este comportamiento conforme mayor es el porcentaje de este material en el composite. No obstante lo anterior, el ajuste logrado en la parte de penetración del impactor, reproduce de manera más que satisfactoria el comportamiento del material.

De los ajustes realizados, se obtuvieron diversos parámetros representativos de cada material. En la figura 5.47 se puede ver la variación del módulo de elasticidad (promedio) respecto a la composición del material. Como era de esperarse, el módulo es menor conforme aumenta la fracción del HIPS. En el caso de los materiales con fase rígida se nota un ligero aumento, lo cual es congruente con lo observado en anteriores análisis. Se puede asumir que se refleja en los resultados la regla de las mezclas.

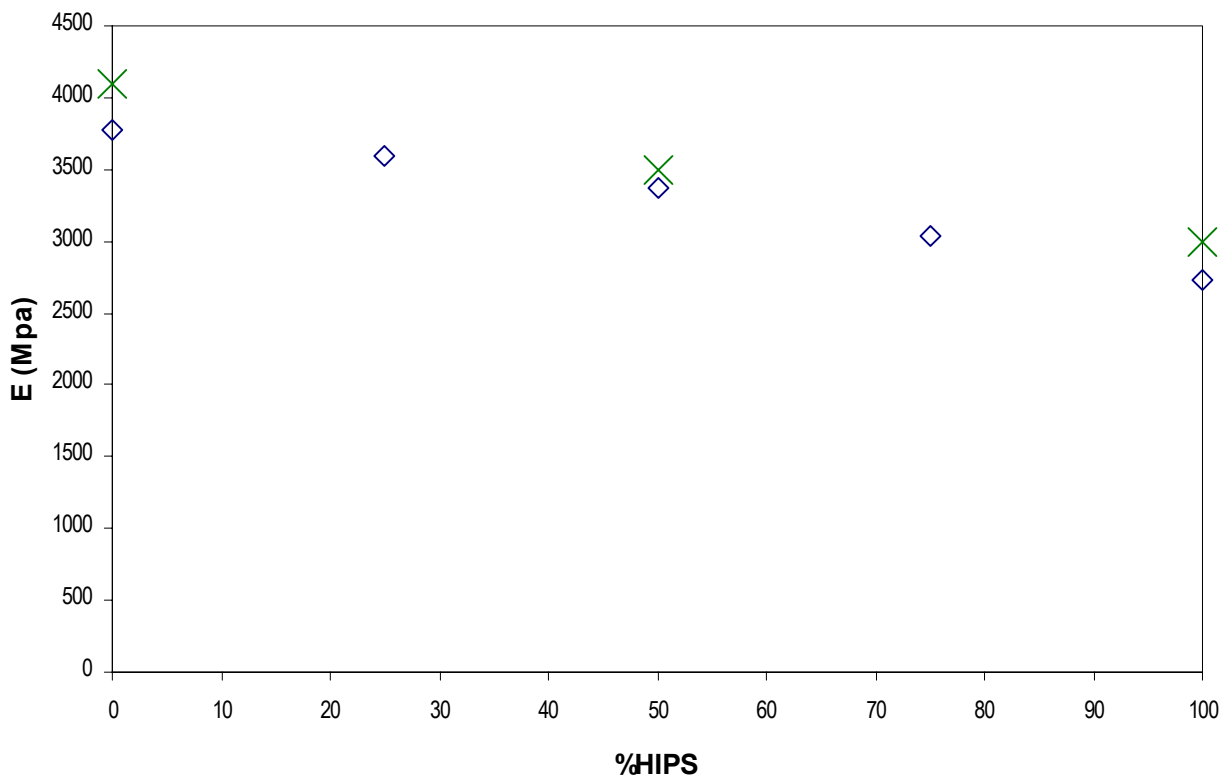


Figura 5.4 Variación del módulo de elasticidad (promedio de cada serie) según la composición de los diferentes materiales ensayados. ◇ Materiales sin fase rígida; X Materiales con fase rígida (microesferas)



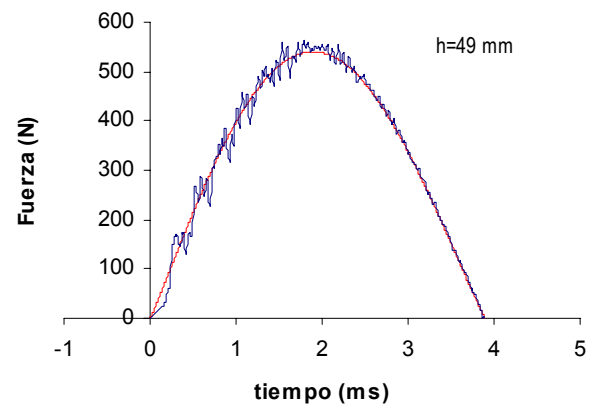
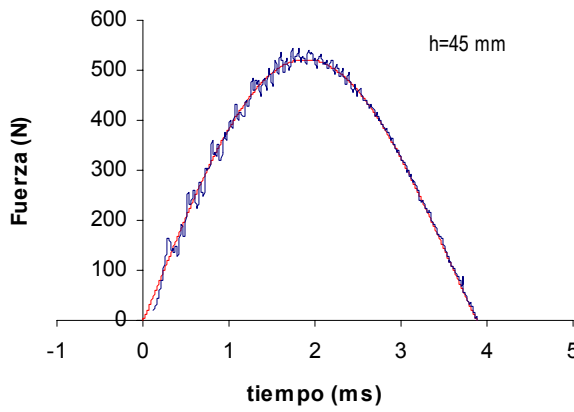
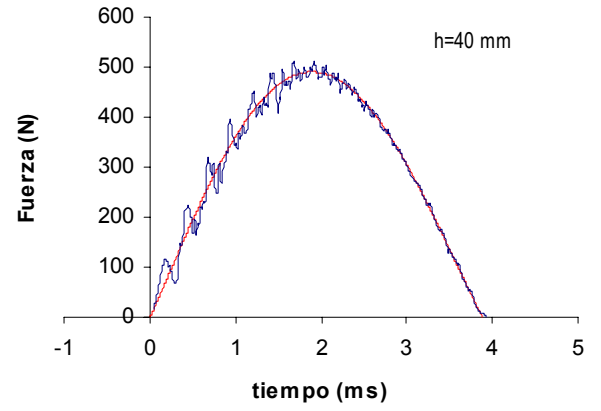
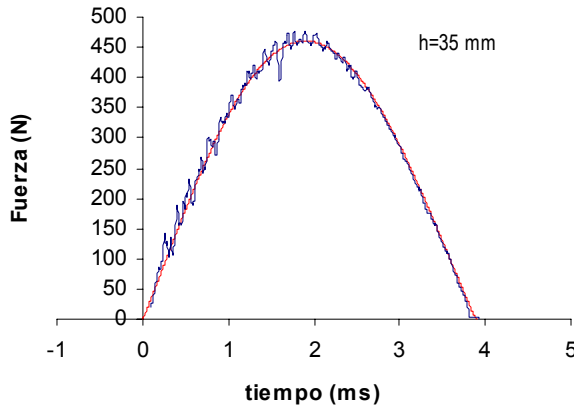
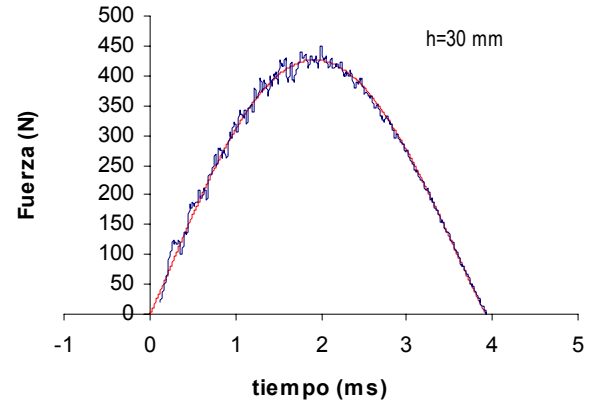
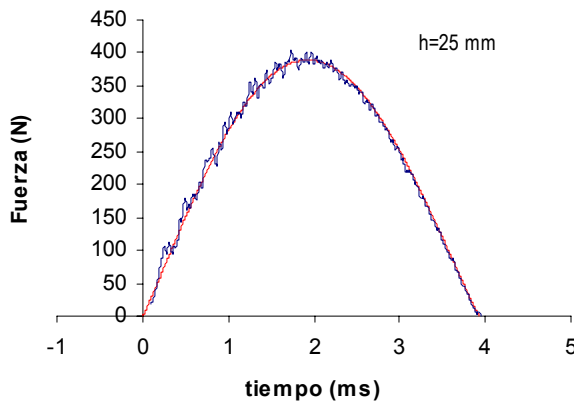
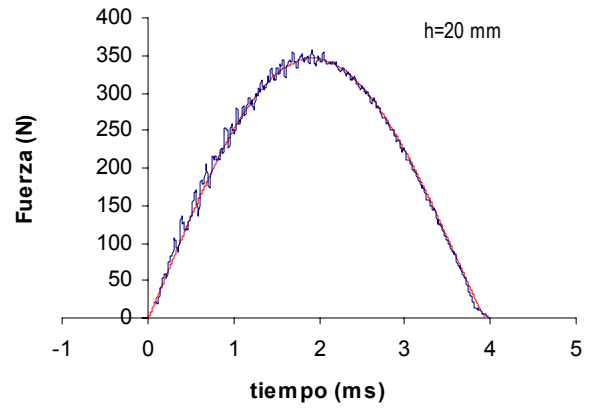
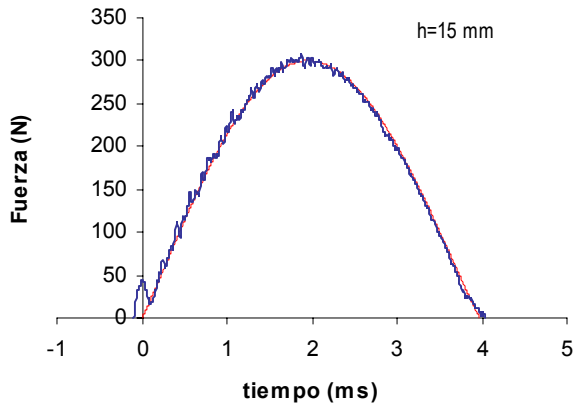


Figura 5.48Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre PS usando el modelo serie-serie.

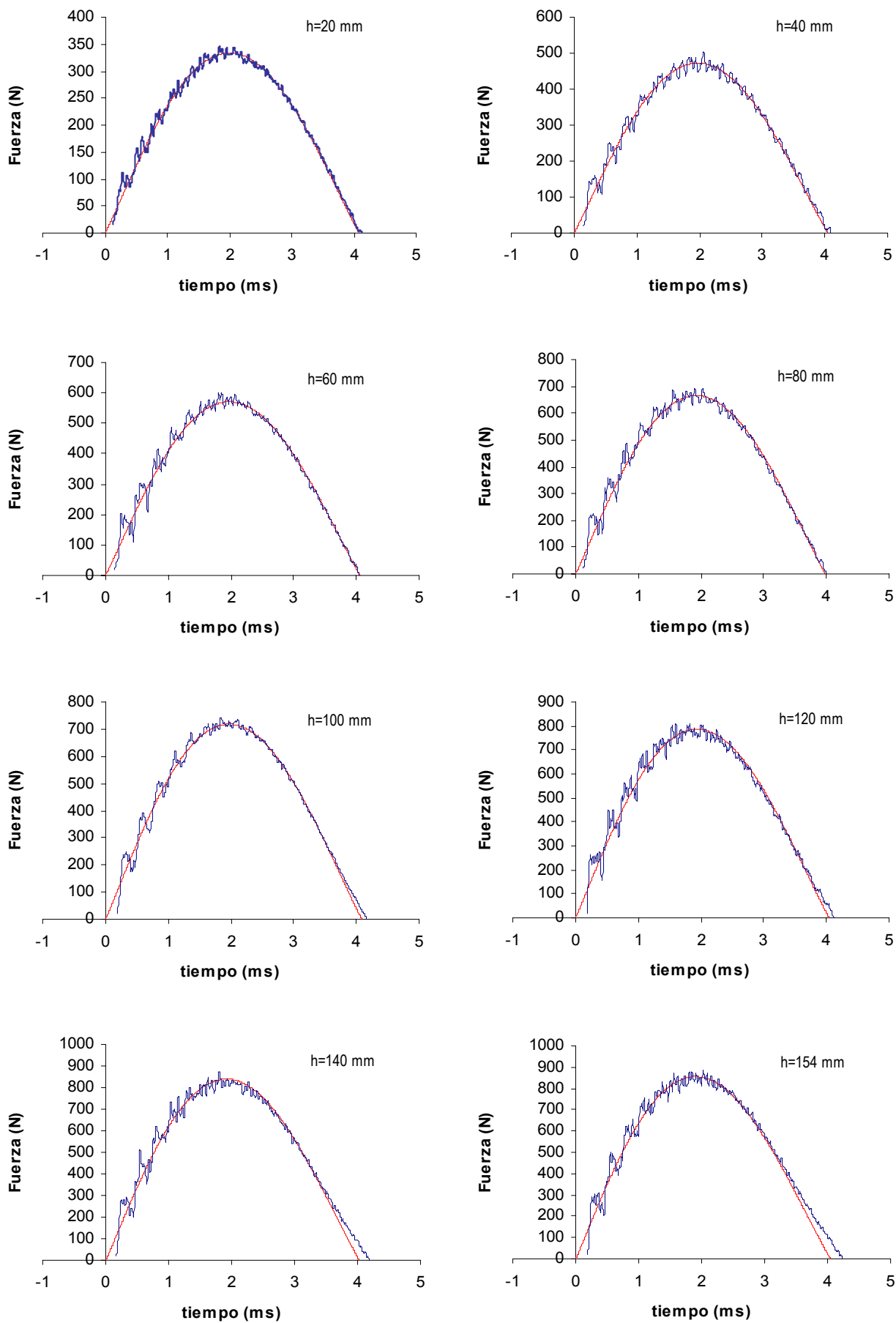


Figura 5.49 Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre 75%PS-25%HIPS usando el modelo serie-serie.

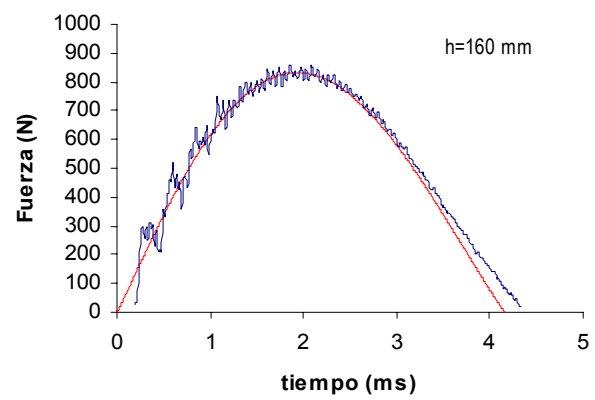
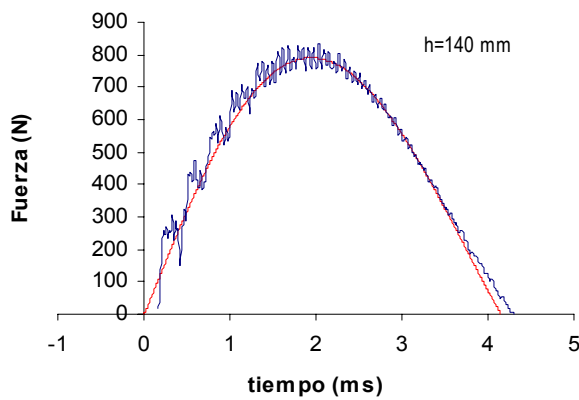
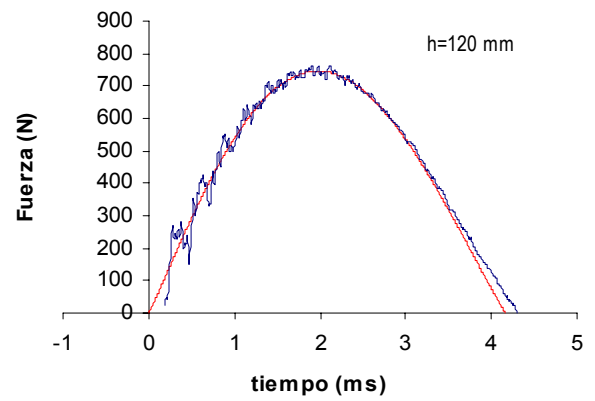
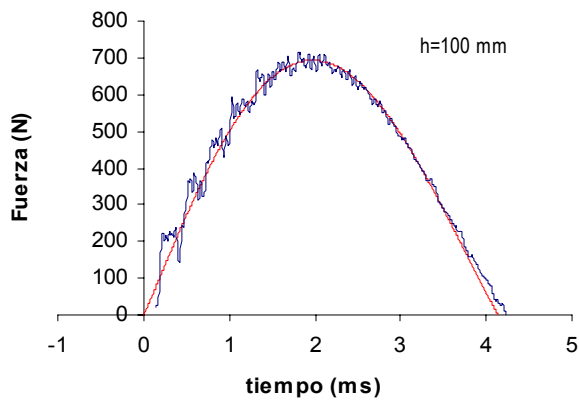
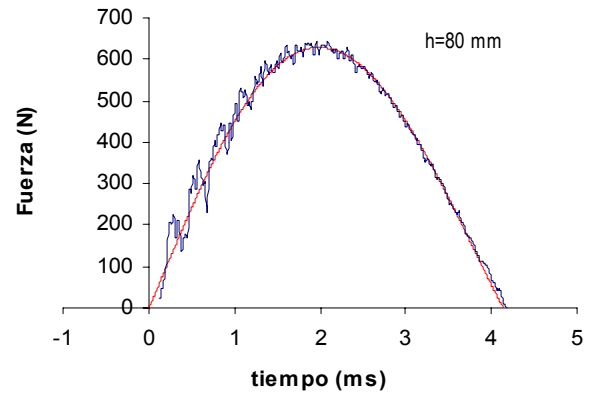
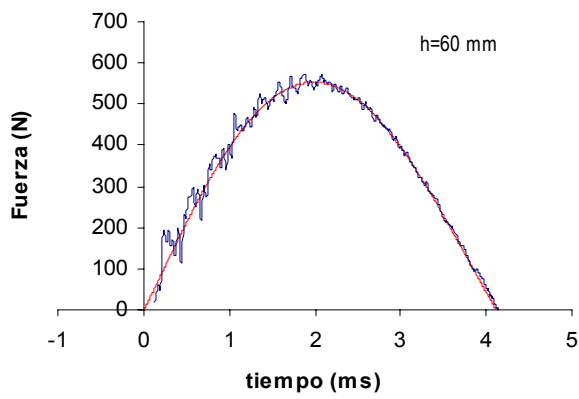
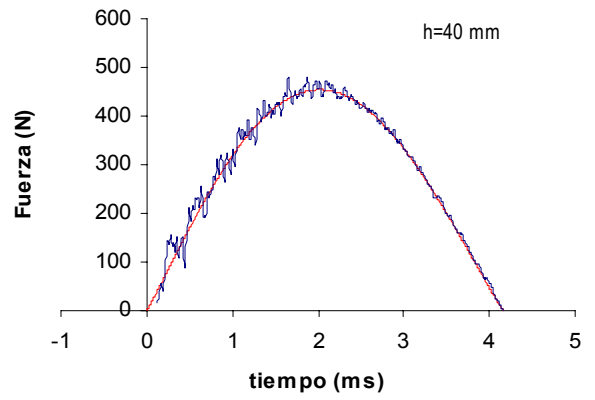
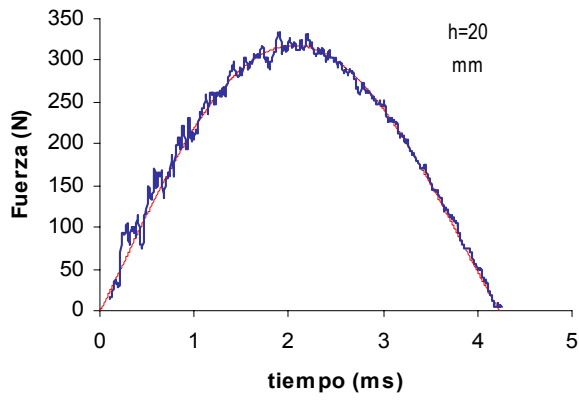


Figura 5.50 Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre 50%PS-50%HIPS usando el modelo serie-serie

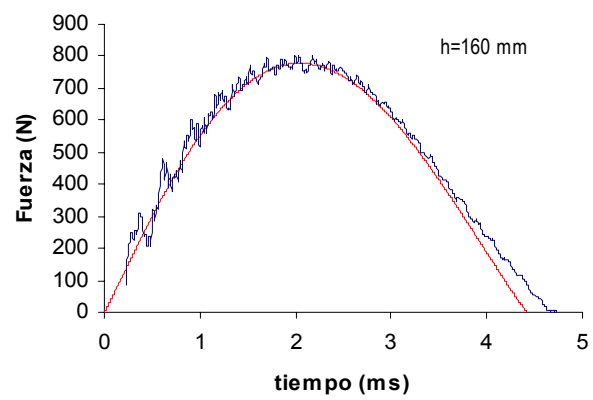
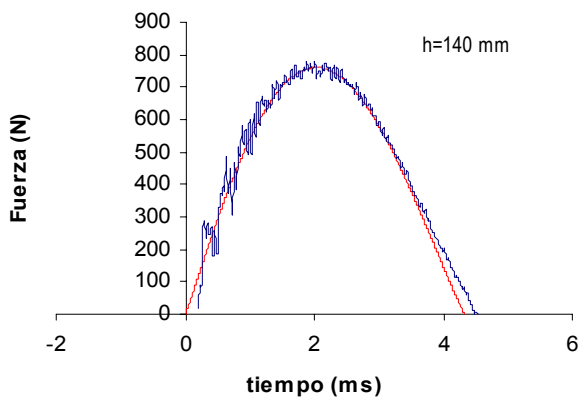
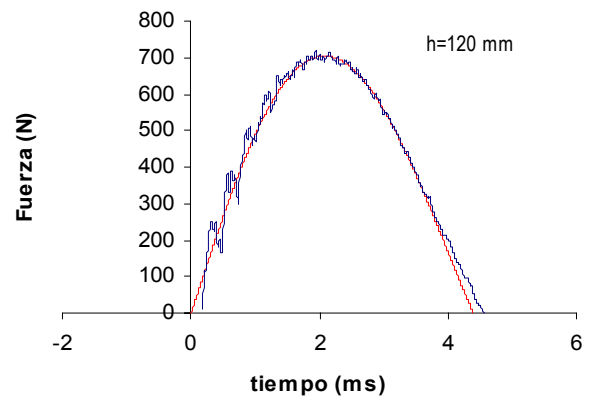
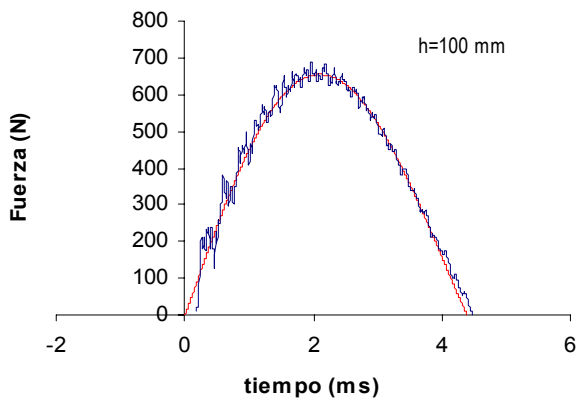
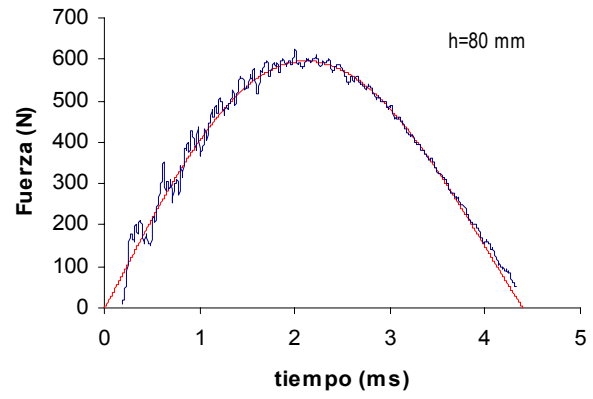
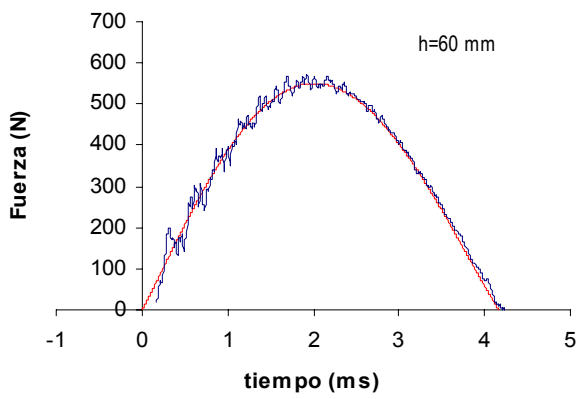
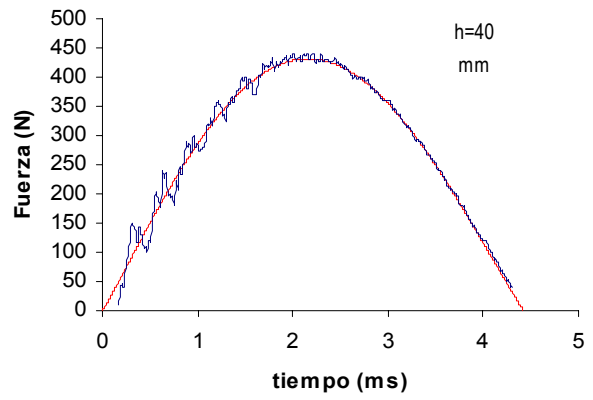
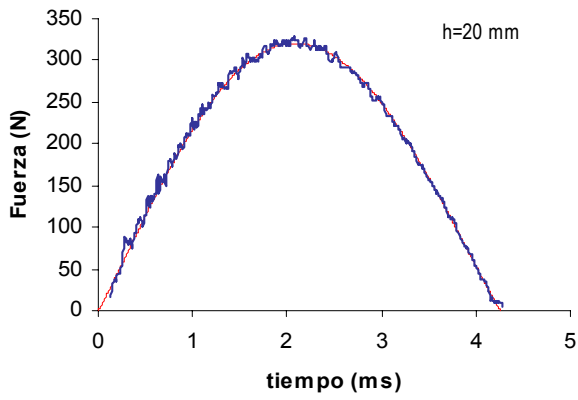


Figura 5.51. Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre 25%PS-75%HIPS usando el modelo serie-serie

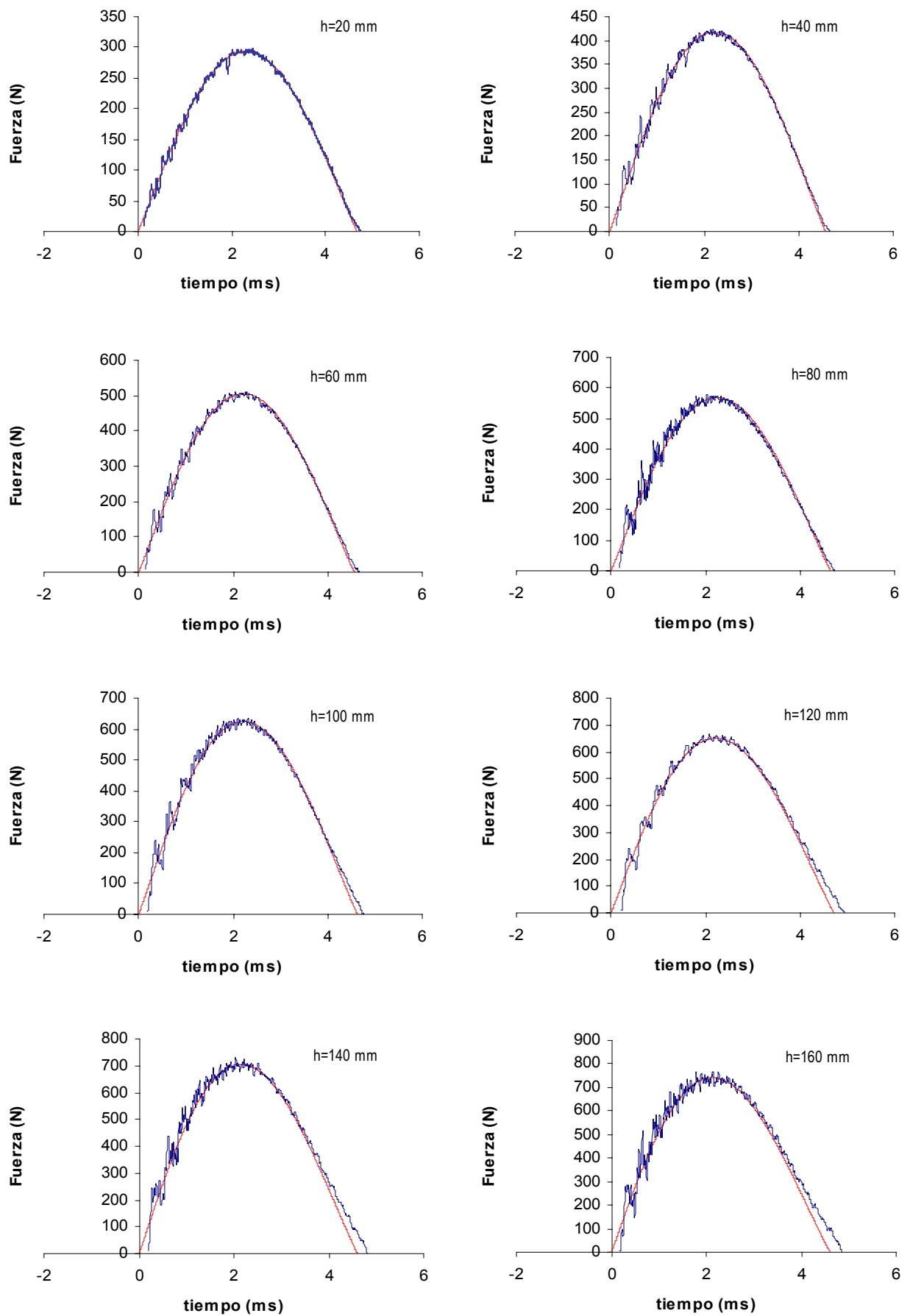


Figura 5.52. Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre HIPS usando el modelo serie-serie

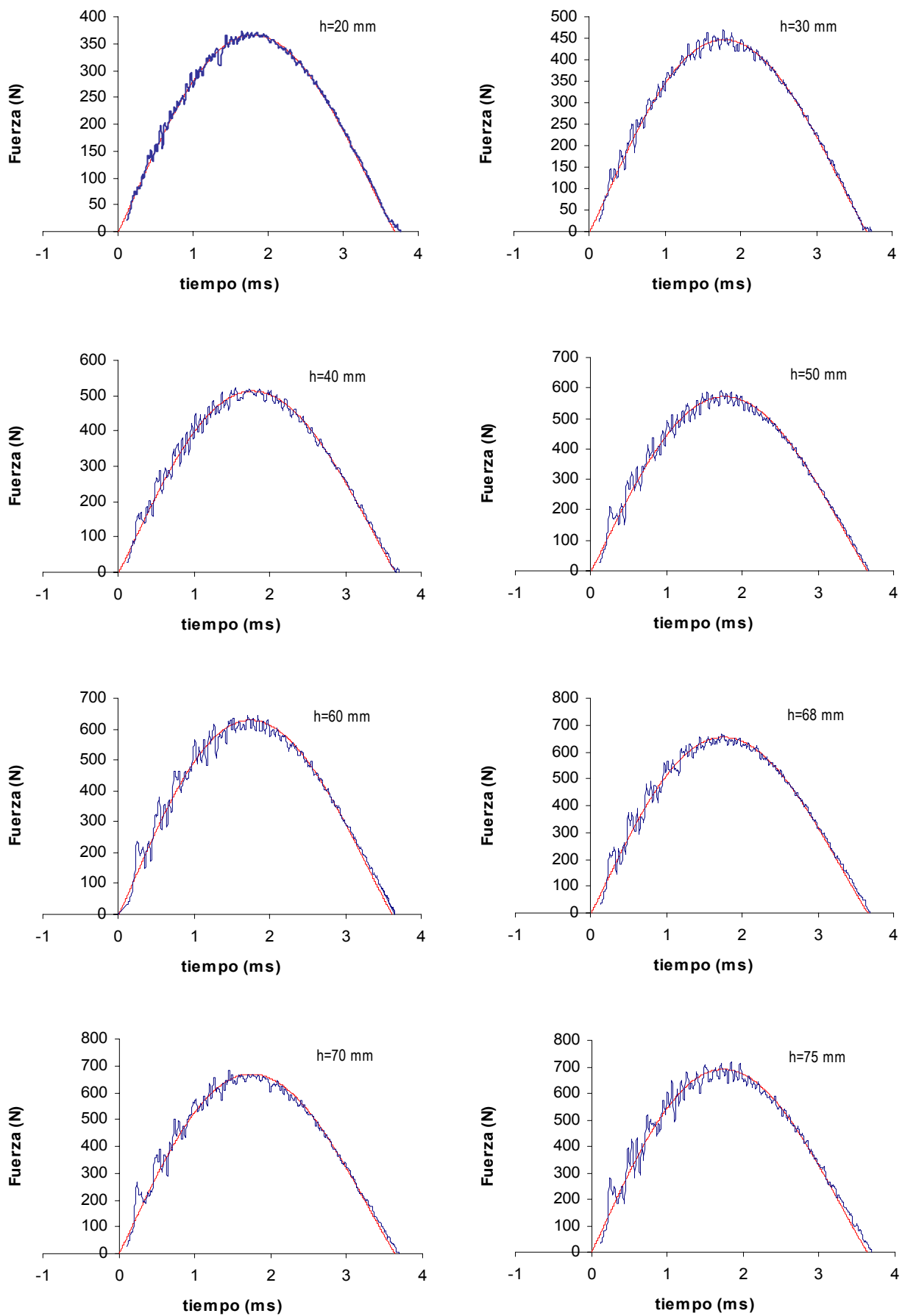


Figura 5.53. Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre PS+mev usando el modelo serie-serie

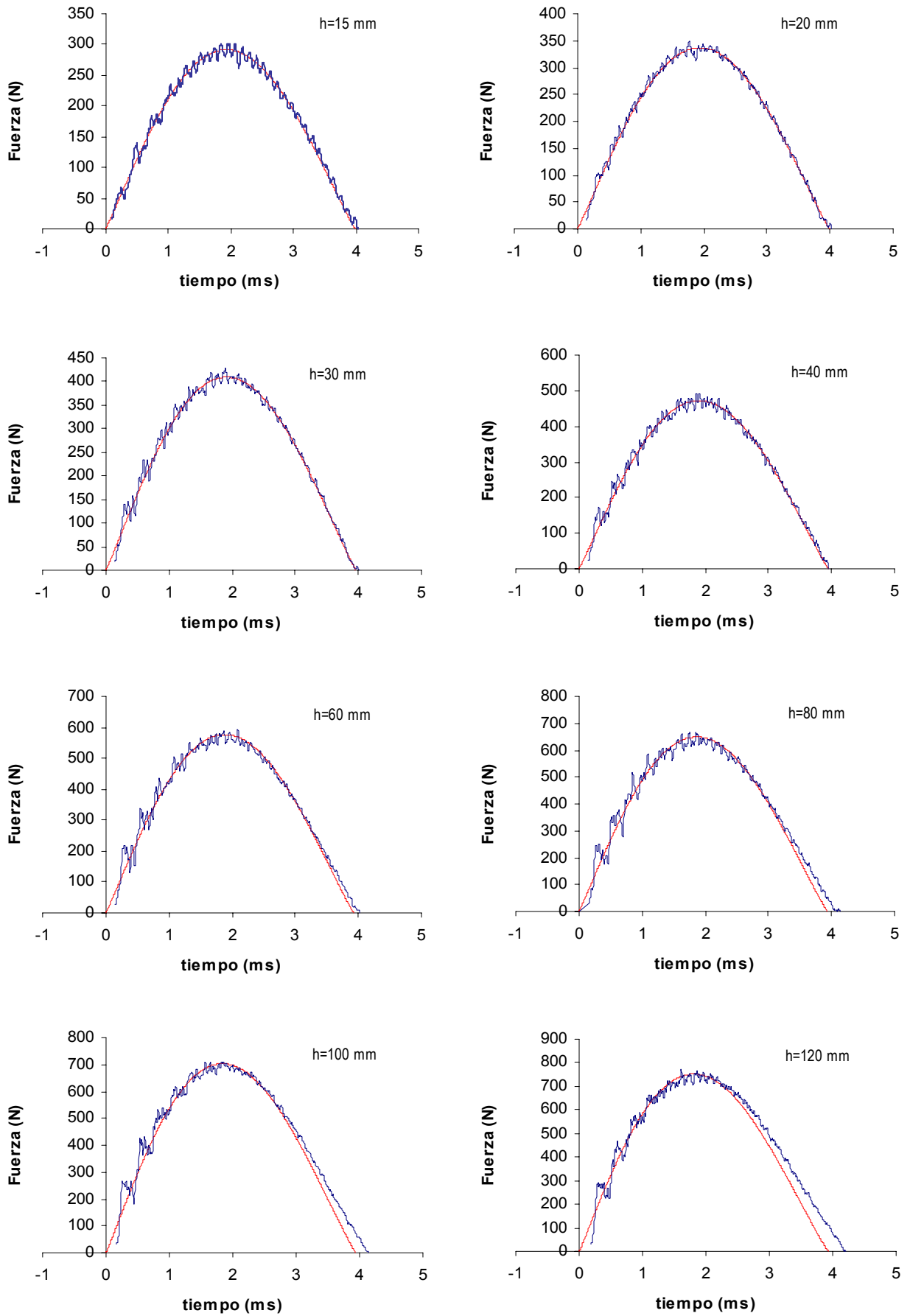


Figura 5.54. Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre PS+HIPS+mev usando el modelo serie-serie

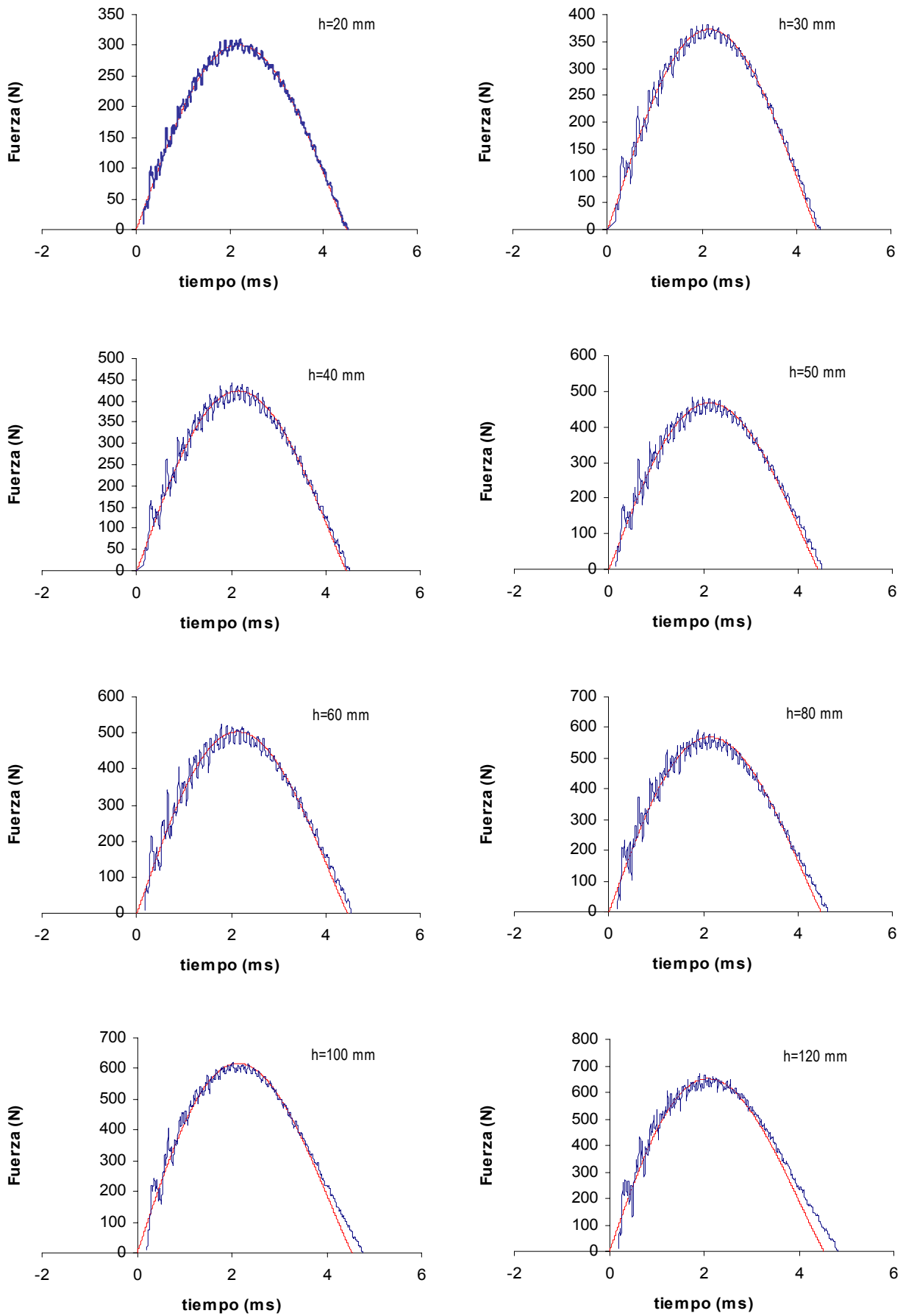


Figura 5.55. Ajustes de las curvas experimentales de flexión multiaxial sobre HIPS+mev usando el modelo serie-serie



Los valores mostrados en la tabla 5.14 del módulo de elasticidad y otros parámetros para cada material es un promedio por serie de los valores obtenidos en el ajuste del modelo para cada ensayo realizado. Sin embargo, en estos parámetros expuestos no hay una varianza significativa si se toman los ensayos que no presentan fractura.

Material	E (Mpa)	Desviación. estandar	$t_c$ (ms)	Desviación. estandar	$\epsilon_{min}$	$\epsilon_{max}$	Velocidad máxima del muestreo (m/s)
PS	3776.00	34.71	3.908	0.032	0.874	0.913	0.95
25% HIPS	3595.31	29.18	4.050	0.034	0.782	0.937	1.68
50% HIPS	3370.65	101.87	4.193	0.055	0.691	0.923	2.26
75% HIPS	3034.74	43.14	4.402	0.089	0.584	0.976	2.50
HIPS	2732.61	89.13	4.704	0.120	0.597	0.939	2.79
PS-mev	4098.46	21.15	3.660	0.023	0.818	0.894	1.17
PS-HIPS-mev	3500.00	0.00	3.953	0.023	0.762	0.874	1.48
HIPS-mev	2997.73	59.64	4.478	0.040	0.757	0.907	1.48

Tabla 5.14 Valores promedio de los parámetros de ajuste para los ensayos de flexión multiaxiales por medio del modelo flexión+indentación serie-serie

En las figuras 5.56 a 5.59 se puede apreciar la evolución de los diferentes parámetros para los distintos materiales. En general se aprecia un valor constante en lo referente a los tiempos de contacto y al módulo de elasticidad. A diferencia de los ensayos de flexión pura y de indentación pura, este último valor no tiene una variación evidente, quedando las diferencias dentro del error experimental.

En el caso del las constante  $C_i$  y  $C_f$  se presenta un decaimiento de estos valores conforme aumenta la velocidad de impacto, ligado esto a la disminución del coeficiente de restitución. Sin embargo, puede observarse las diferencias de magnitud entre ambos parámetros. El que  $C_i$  sea considerablemente mayor a  $C_f$  nos indica que las mayores pérdidas se deben a los efectos de flexión, en especial en lo referente al PS y PS+mev. En las mezclas la diferencia entre los valores de ambos parámetros disminuye, con lo que se produce un aumento en la influencia de la indentación.

En la figura 5.59 se puede ver el comportamiento de la constante  $C_{eq}$  respecto a  $\epsilon$  para cada material. Dado que  $C_{eq}$  representa al conjunto de las pérdidas, este parámetro estará ligado directamente con el coeficiente de restitución.

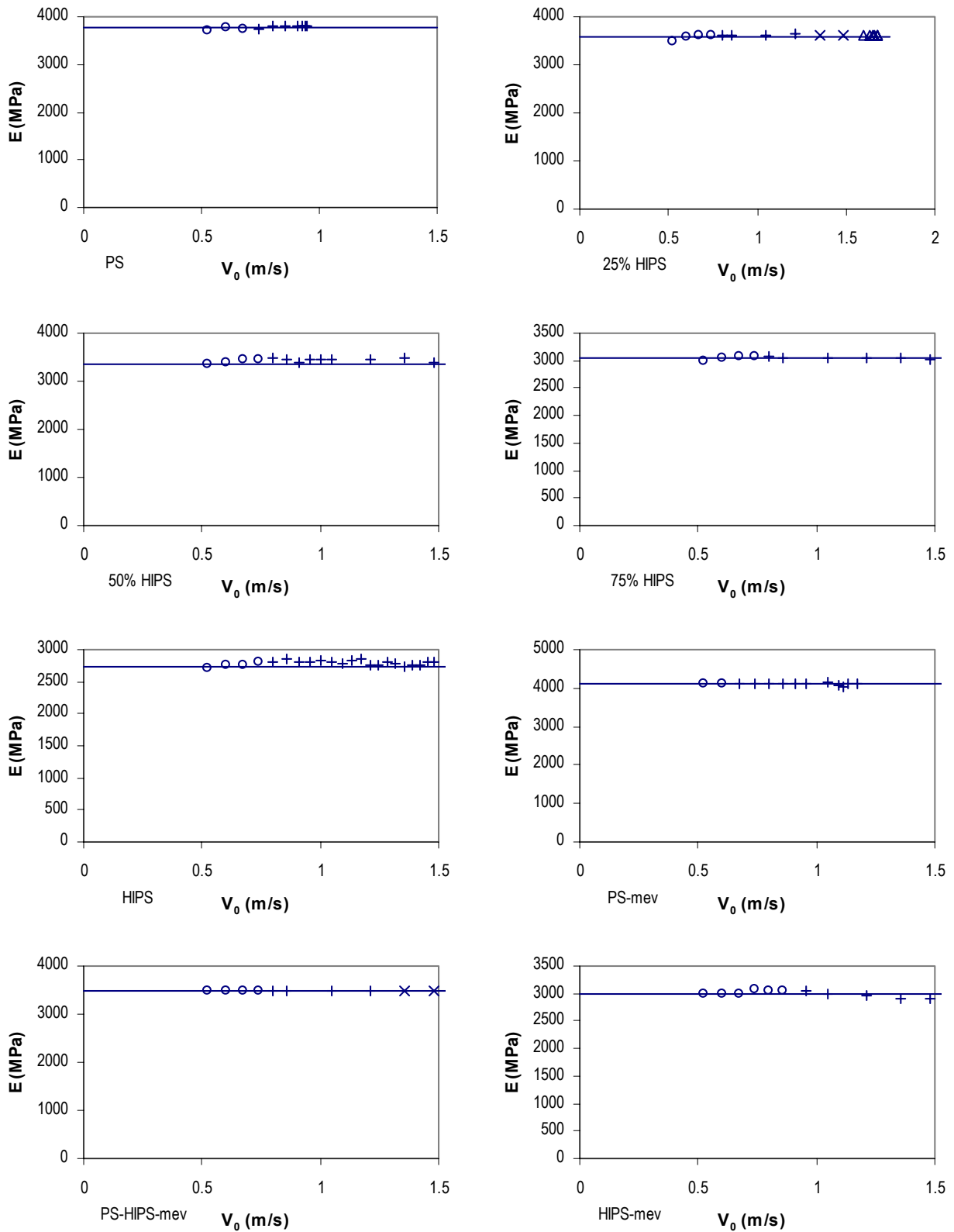


Figura 5.56 Valores del módulo de elasticidad calculados mediante el modelo flexión + indentación serie-serie en función de  $v_0$ .  $\circ$  muestras sin daño,  $+$  con emblanquecimiento,  $\times$  con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

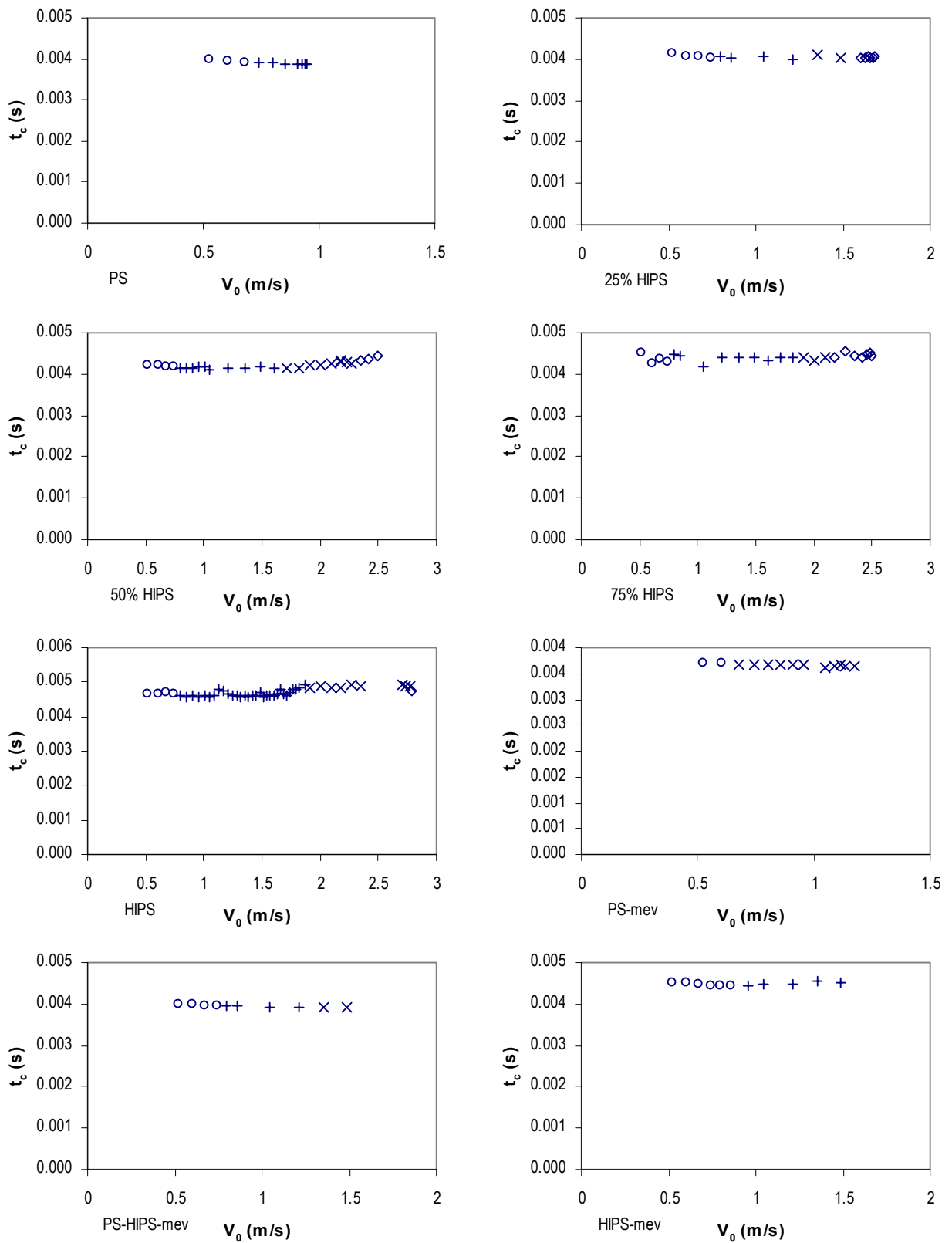


Figura 5.57 Valores del tiempo de contacto calculados mediante el modelo flexión +indentación serie-serie en función de  $v_0$ . O muestras sin daño, + con emblanquecimiento, x con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

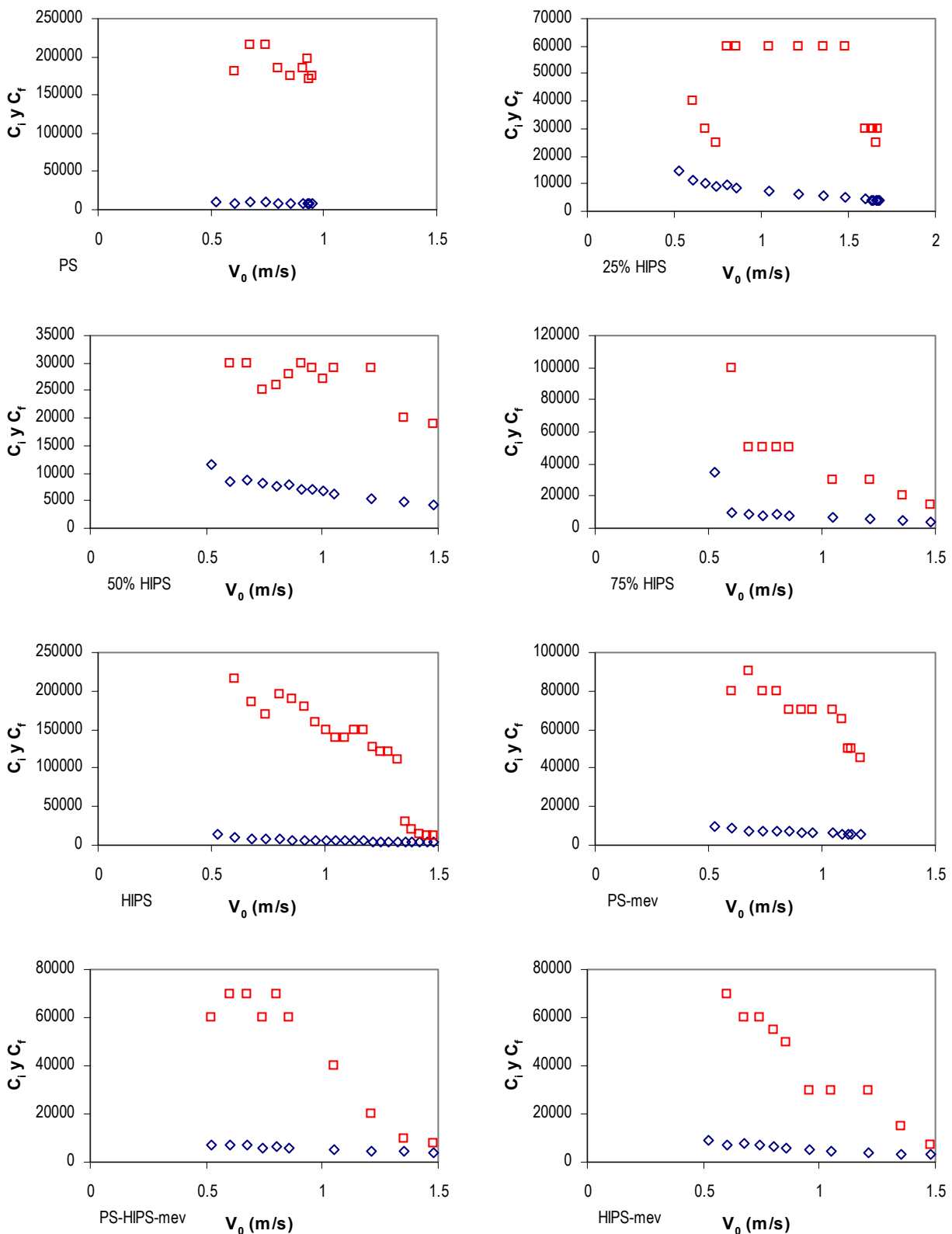


Figura 5.58 Valores de  $C_i$  y  $C_f$  en función de  $v_0$  calculados mediante el ajuste del modelo flexión+indentación serie-serie.  $\square$   $C_f$ ;  $\diamond$   $C_i$

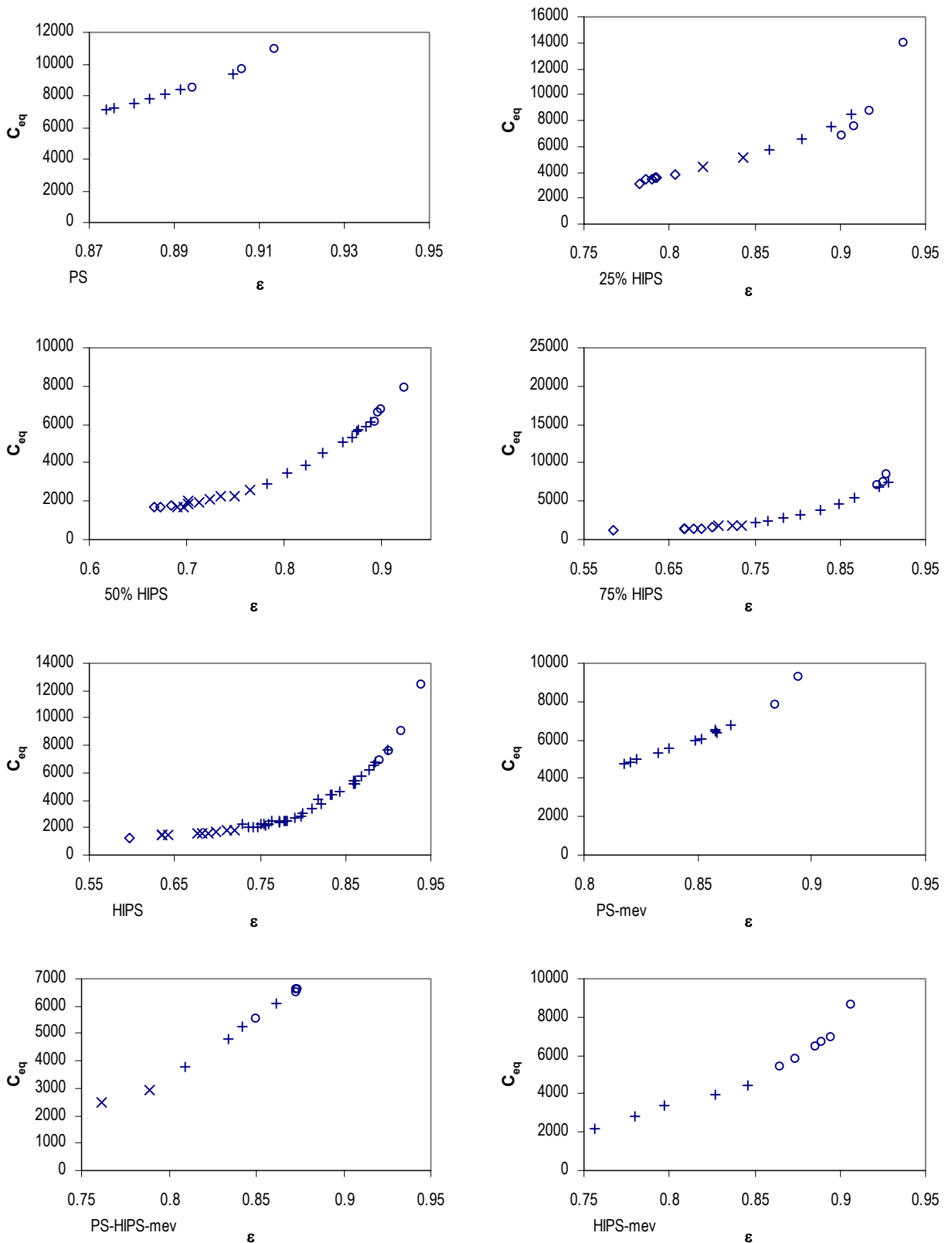


Figura 5.59 Comportamiento de  $C_{eq}$  en función de  $\epsilon$  para el ajuste de las curvas experimentales de ensayos multiaxiales.  $\circ$  muestras sin daño,  $+$  con emblanquecimiento,  $\times$  con microfisuras,  $\diamond$  con fractura parcial,  $\square$  con fractura total

### 5.6.3 Modelo flexión+indentación paralelo+serie.

Usado el modelo desarrollado en la sección 4.4.2, se propone la representación de la parte de flexión con un sistema donde el amortiguador y resorte se encuentran en paralelo. En este caso, el modelo se aplicó a dos de los materiales usados a fin de evaluar su validez y su capacidad de representar el comportamiento real de un material. Al igual que en la sección anterior, se utilizaron para ello las curvas experimentales de los ensayos multiaxiales, con lo cual la evaluación de los resultados obtenidos por este modelo se pueden comparar directamente con aquellos proporcionados por los diferentes modelo en las secciones 5.4.4, y 5.6.2.

En la figura 5.60 se puede apreciar los resultados de la aplicación del modelo en el la evaluación de las curvas F-t experimentales correspondientes a las muestras de PS y HIPS. En este caso, vemos como para bajas velocidades el modelo puede ser considerado como adecuado, sin embargo, el mismo cambia la tendencia de los resultados pasada determinada velocidad en el caso del HIPS, registrándose un descenso en los valores obtenidos.

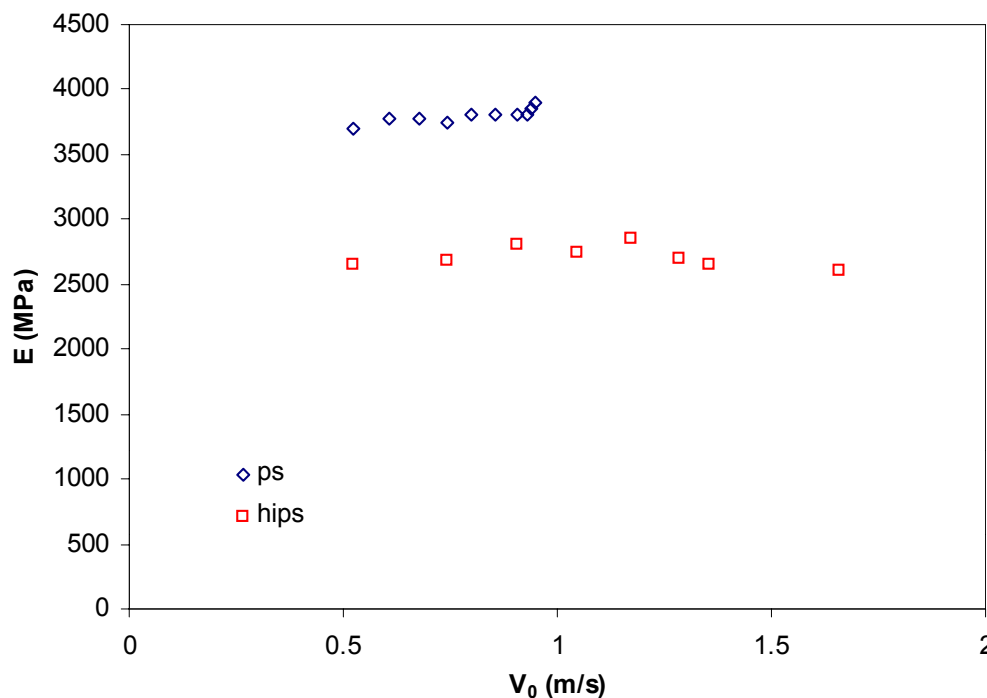


Figura 5.60 Módulos de elasticidad para el HIPS y el PS calculados por medio del ajuste del modelo flexión+ indentación paralelo-serie

Por otro lado, en las figuras 5.61 y 5.62 se muestran diversos ajustes de este modelo en diversas curvas experimentales. Si bien a bajas velocidades el ajuste se puede considerar como bueno, al incrementarse estas, no logra reproducir el comportamiento real de forma satisfactoria como en el caso del HIPS.

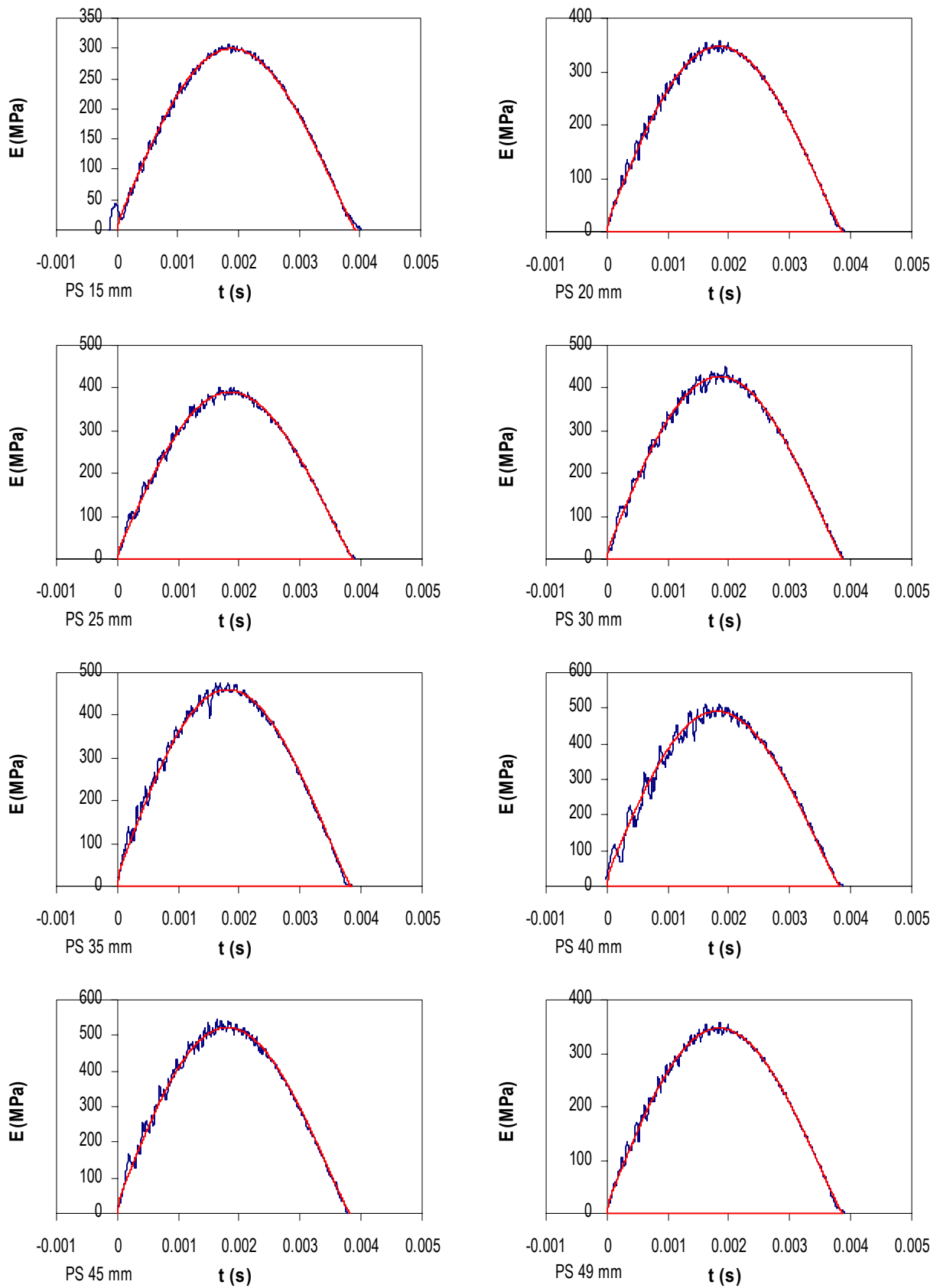


Figura 5.61 Ajustes de las curvas experimentales mediante el uso del modelo flexión+indentación paralelo+ serie para PS

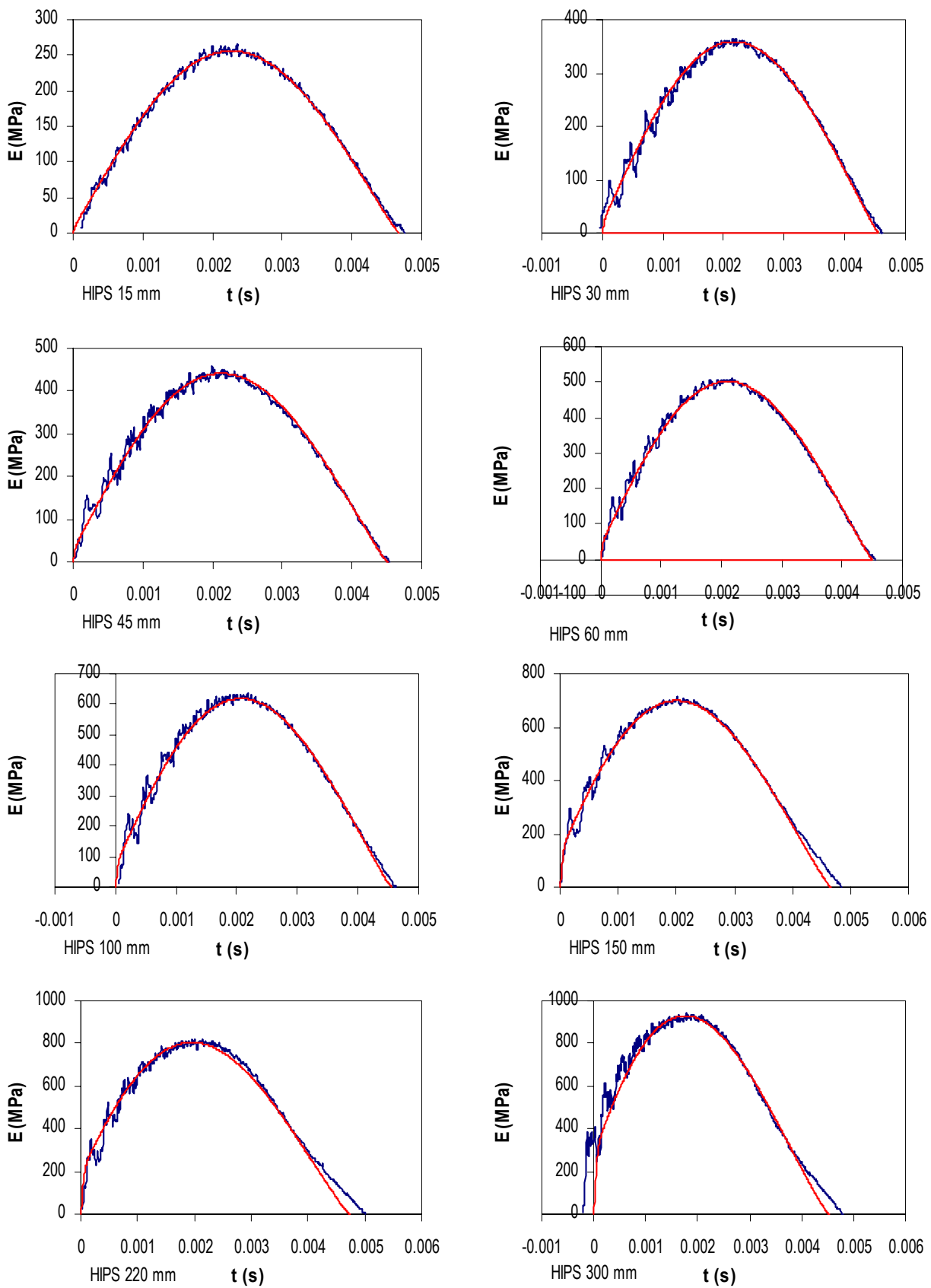


Figura 5.62 Ajustes de las curvas experimentales mediante el uso del modelo flexión+indentación paralelo+ serie para PS y HIPS



Si se toma en cuenta que a mayor velocidad el coeficiente de restitución disminuye, es evidente que es a valores bajos del coeficiente de restitución que el modelo no es capaz de representar al comportamiento de los materiales en estudio. Es claro que en el caso del poliestireno no se logra bajar lo suficiente el coeficiente de restitución como para notar el efecto, ya que se presenta la fractura total del material. Sin embargo, en el HIPS se puede observar este problema, ya que la propagación de las grietas ocurre a mayores velocidades y nos posibilita el obtener coeficientes de restitución menores a 0.8.

Cuando el coeficiente de restitución es bajo, en este modelo predomina el fenómeno de indentación sobre el de flexión, lo cual nos lleva a que en principio se incrementa de forma rápida el valor de la fuerza, como se ve en las gráficas inferiores de la figura 5.62, a comparación del modelo serie-serie, que nos logra dar resultados aceptables en los mismos ensayos.

De esta forma, el modelo paralelo-serie tal cual está planteado no es conveniente en la evaluación de materiales que presenten bajos coeficientes de restitución, por lo cual no se presentan los resultados de las mezclas restantes.

## **5.7 Comparación de los resultados obtenidos**

Después de haber realizado el análisis de los resultados experimentales por diferentes métodos y con diferentes modelos, se presenta a continuación una comparación global de las evaluaciones.

En la tabla 5.15 se muestran los valores del módulo de elasticidad para cada material según el modelo empleado y se compara con el registrado en pruebas de tracción convencionales. Se puede ver que hay cierto cambio en los valores, esto debido principalmente a la variación de la velocidad de deformación (ensayos cuasiestáticos de 10mm/s contra ensayos de impacto con velocidades del orden de m/s) y al modo de sollicitación del material.

Se puede apreciar que en general los modelos serie tienden a dar valores mayores que los modelos paralelos. En el caso de los valores de indentación pura, estos son los más altos de los calculados, quedando los modelos que incluyen tanto la flexión como la indentación entre los valores de ambos mecanismos puros.

La diferencia entre los valores del módulo obtenidos en los ensayos de indentación y aquellos derivados de los ensayos de flexión, se atribuye a la diferencia de “strain rates” existente entre ambos, ya que será mayor en los primeros, y, como se ha visto, esto tiene como consecuencia el incremento del valor de E.

Al usar un modelo que incluya los dos mecanismos, el valor del módulo de elasticidad que obtengamos será mucho más representativo de la realidad para las condiciones de altas velocidades de sollicitación como lo son los ensayos de impacto.

Material	E (MPa)										
	Tracción 10 mm/s	Flexión pura uniaxial			Flexión pura multiaxial			Indentación		Flexión + indentación	
		serie	paralelo	tc	serie	paralelo	tc	serie	paralelo	serie	paralelo
HIPS	2.404	2.30	2.28	2.37	2.51	2.48	2.53	2.95	2.84	2.73	2.68
25% PS	2.855	2.58	2.54	2.58	2.64	2.60	2.72	3.13	----	3.03	----
50% PS	3.032	2.79	2.76	2.87	3.11	3.08	3.15	3.45	----	3.37	----
75% PS	3.345	3.09	3.07	3.18	3.43	3.44	3.37	3.66	----	3.60	----
PS	3.720	3.44	3.35	3.28	3.41	3.40	3.37	3.78	----	3.78	3.80
HIPS+mev	2.467	2.41	2.38	2.57	2.61	2.58	2.73	3.10	----	3.00	----
PS+HIPS+mev	3.021	2.91	2.86	3.14	3.15	3.13	3.20	3.55	----	3.50	----
PS+mev	3.490	3.31	3.26	3.45	3.64	3.65	3.73	4.12	----	4.10	----

Tabla 5.15 Comparativo de los módulos de elasticidad calculados por diversos métodos para los diversos materiales ensayados

Por otro lado, los resultados del trabajo esencial de fractura muestran un comportamiento parecido en términos cualitativos con el comportamiento de las probetas de disco impactadas en flexión, dado que estas últimas presentan una propagación de grieta en forma preferencial sobre la línea de inyección, lo que equivaldría a la aplicación de carga en dirección TD, que presenta menores valores de  $w_e$  que aquellos obtenidos para la dirección MD.

Esto se explica en ambos caso por el hecho que en la dirección de carga TD los esfuerzos separan las cadenas, mientras que en la dirección MD las tendrán que romper. Estos resultados son parecidos a los reportados por otros autores[64].

Por otro lado, la presencia de partículas rígidas tiene comportamientos contradictorios. En el caso de las mezclas sin presencia de partículas elastoméricas, las microesferas de vidrio incrementaron la velocidad a la que el material fallaba por completo, aunque el inicio de daños se dio a velocidades ligeramente menores. La propagación de la

grieta es más dúctil en las muestras con microesféras que en aquellas que no las poseen.

Sin embargo en los polímeros con elastómero, la presencia de partículas rígidas dispersas disminuyen la velocidad a la que el material presentó una falla total, siendo la falla menos dúctil que si se hubiese carecido de las mismas.



---

---

## *CAPÍTULO 6*

---

---

### *Conclusiones*



## CONCLUSIONES

1. La presencia de partículas dispersas dentro de la matriz modifica su comportamiento en la resistencia al impacto, así como su módulo de elasticidad.
2. La presencia de partículas rígidas beneficia a los materiales que no contengan fase elastomérica, ya que además de aumentar el módulo de elasticidad en pruebas multiaxiales, permite un ligero incremento de la tolerancia al daño.
3. Por el contrario, esta presencia es contraproducente si se adiciona a materiales con contenido elastomérico como fase dispersa, pues disminuye la resistencia a la fractura sin que sea compensado notoriamente por el incremento del módulo en ensayos multiaxiales.
4. La fractura de los materiales en impacto se da de forma preferencial al flujo de inyección cuando no se tienen partículas rígidas, coincidiendo con el bajo valor presentado en caso del HIPS en los ensayos de EWF en dirección TD.
5. A partir del tiempo sin contacto o de procesar la curva experimental registrada, se pueden calcular los coeficientes de restitución y el módulo elástico.
6. El coeficiente de restitución no es una propiedad consistente del material, pudiendo variar significativamente con la velocidad inicial de indentación, así como con las condiciones de carga aplica.
7. El análisis de los ensayos de impacto de baja energía en materiales poliméricos debe realizarse mediante la utilización de modelos no conservativos dada la evidente pérdida de energía en deformaciones no elásticas.
8. Los modelos para flexión simples no conservativos y con soluciones analíticas, ya sea en configuración serie o paralelo, permiten predecir con éxito el comportamiento al impacto de baja energía y determinar las características elásticas de las probetas a las velocidades de deformación estudiadas, siendo esto independiente de la geometría utilizada (Charpy o discos)

9. El modelo no conservativo en serie para la indentación permite predecir con éxito las curvas de la fuerza en función del tiempo registrados experimentalmente y determinar el módulo elástico a estas elevadas razones de deformación, no así el modelo en configuración paralelo.
10. La aplicación del modelo no lineal y no conservativo propuesto que incluye los fenómenos de indentación y flexión, da resultados sobresalientes y coherentes, que representan adecuadamente el comportamiento del material dentro del rango de velocidades estudiado, permitiendo determinar los valores del coeficiente de restitución y del módulo de elasticidad a elevadas velocidades de deformación.
11. Los cambios en los parámetros de estos modelos reflejan las modificaciones en la estructura del material, por lo que son útiles para conocer el punto donde se produce la fisuración o rotura de las probetas debido al cambio de la flexibilidad de la probeta.
12. Dentro del proceso de flexión en impacto, el aporte de la indentación será más evidente cuanto menor sea el coeficiente de restitución del material.
13. Estos modelos son aplicables no solo a polímeros simples, sino también a materiales compuestos con refuerzo de partículas dispersas rígidas o elastoméricas y matriz polimérica. Estudios preliminares indican que también son aplicables sobre compuestos laminares.



---

---

## *REFERENCIAS*

---

---



## REFERENCIAS

- [1] Sanchez-Soto, M., <<Comportamiento mecánico y fractura de mezclas de poliestireno y microesferas de vidrio>>, in *ETSEIB*. 2000, Universitat Politècnica de Catalunya: Barcelona. p. 342.
- [2] Sullcahuaman, J.A., <<Fractura de materiales poliméricos a altas velocidades de sollicitación>>, . 2001, Universitat Politècnica de Catalunya: Barcelona.
- [3] Martinez, A.B., <<Las técnicas de impacto instrumentado>>, in *Fetraplast*. 199? p. 4-11.
- [4] Turner, S., *Mechanical testing of plastic*. 2<sup>a</sup> ed. 1983, Londres: The Plastics and Rubber Institute. ;.
- [5] Abrate, S., <<Impact on laminated composite materials>>.Applied Mechanics Review, 44[4]155-190(1991).
- [6] Hodgkinson, J., *et al.*, <<Drop-weight impact test with the use of laser-doppler velocimetry>>.Proc. Roy. Soc. London, Serie A Math Phys Sci, 379[1776]133-144(1982).
- [7] Timoshenko, S.P. and J.N. Goodier, *Theory of elasticity*. 2<sup>a</sup> ed. 1951, Singapore: Mc Graw-Hill. ; 99-384.
- [8] Timoshenko, S.P.y.W.-K.S., *Theory of plates and shells*. 1984, New York: McGraw-Hill. ;67-72.
- [9] Vedia, L.A., *Mecánica de la Fractura*. Monografía Tecnológica. Vol. 1. 1986, Buenos Aires, Argentina: Proyecto Multinacional de Investigación y Desarrollo en Materiales OEA-CNA. 171.
- [10] Hsiao, C.C., Sauer, J. A., pp.328 .
- [11] Suresh, S., *Fatigue of materials*. 1994, Great Britain: Cambridge University Press. ;.
- [12] Donald, A.M. and E.J. Kramer, *Journal of Material Science.*, 17]1871(1982).
- [13] Kinloch, A.J. and R.J. Young, . 1983, New York: Applied Science Publishers. 182-225.
- [14] Mitchler, G.H., <<Correlation between craze formation and mechanical behaviour of amorphous polymers>>.Journal of Material Science, 25]2321-34(1990).
- [15] Kramer, E.J., <<Microscopic and molecular fundamentals of crazing>> en *Advances in Polymers Science*, Springer-Verlag, Berlín.
- [16] Kramer and Berger, <<Fundamentals processes of craze growth and fracture>> en *Advances in Polymers Science*, Springer-Verlag, Berlín.
- [17] Kausch, H.H., <<Crazing in polymers>>.Advances in Polymers Science., 52[53]1983).

- [18] Narisawa, I. and A.F. Yee, <<Structure and properties of polymers>>.Materials Science and Technology, 12[699-764(1993).
- [19] Argon, <<Sources of toughness in polymers>> pp.2661-81 en *Advances in Fracture Research*, Pergamon Press, Oxford.
- [20] Kambour, R.P., <<Crazing and cracking in glassy homopolymers>> pp.313-329 en *Polymer blends and mixtures*, .
- [21] Kramer, E.J. and E.W. Hart, <<Theory of slow, steady state crack growth in polymeric glasses>>.Polymer, 25]1667-78(1984).
- [22] Ward, I.M., *Mechanical properties of solid polymers*. 2<sup>a</sup> ed. 1983, London: John Wiley and Sons. ;.
- [23] Kramer, E.J., Journal of Macromoleculal Science, 10[191(1974).
- [24] Kramer, E.J., Journal of Polymer Science, 13]509(1975).
- [25] Haward, R.N., D.H. E., and T.L.R. G., Journal of Materials Science., 13]2092(1978).
- [26] Doyle, M.J., Journal of Materials Science., 10]159(1975).
- [27] Donald, A.M. and E.J. Kramer, Phil Mag., A43.]857(1981).
- [28] Camwell, L. and D. Hull, Phil. Mag., 27]1135;;(1973).
- [29] Mills, N.J., Journal of Materials Science, 11]363(1973).
- [30] Narisawa, I., I. M., and O. H., Journal of Materials Science, 15]2059(1980).
- [31] Bucknall, C.B., *Toughened polymers*. 1977, London.: Applied Science Publishers LTD. ;.
- [32] Mitchler, G.H. and S.J. U., <<Investigations of micromechanical and failure mechanisms of toughened thermoplastics by electron microscopy>> en *Toughened Plastics II*, American Chemical Society, .
- [33] Ohlberg, S.M., G.H. R., and H.C. M., J. Amer. Ceram. Soc, 45]1(1962).
- [34] Forwood, C.T. and F.A. J., Phil Mag., 11]1067(1965).
- [35] Bucknall, C.B., <<The micromechanics of rubber toughening>>.Makromol. Chem., Macromol. Symp, 20[21]425-439(1988).
- [36] Broberg, K.B., J. Mech Phys Solids, 1975).
- [37] Maspoch, M.L., <<Essential work of fracture on PET films: influence of thickness and orientation>>.Polimer Testing, 19]2000).
- [38] ESIS, <<Test Protocol for essential work of fracture (vesion 5)>>, in *European Structural Integrity Society*. 1997.
- [39] Hashemi, S., <<Deformation rate dependance of work of fracture parameters in polybutylene terephthalate (PBT)>>.Polymer Engineering and Science, 40[1]2000).

- [40] Fasce, L., <<On the impact essential work of fracture of ductile polymers>>. *Polymer Engineering and Science*, 41[1]2001).
- [41] Ching Emma, C.Y., <<Effect of strain rate on the fracture toughness of some ductile polymers using the essential work of fracture (EWF) approach>>. *Polymer Engineering and Science*, 40[12]2000).
- [42] Ferrer, D., <<Aplicación del Método de trabajo esencial de fractura al estudio de films de polipropileno y copolímeros propileno-etileno en bloques>>, in *Tesis doctoral*. 2001, Universitat Politècnica de Catalunya: Barcelona.
- [43] Shivakumar, K.N., W. Elber, and W. Illg, <<Prediction of impact force and duration due to low-velocity impact on circular composite laminates>>. *Journal of applied mechanic*, 52[674-680](1985).
- [44] Ramkumar, R.L. and P.C. Chen, <<Low-Velocity Impact Response of Laminated Plates>>. *AIAA Journal*, 21[10]1448-1452(1982).
- [45] Flinn, S.R. and G.S. Springer, <<Delamination in composite plates under transverse static loads- A model>>. *Composite Structures*, 23[1993).
- [46] Flinn, S.R. and G.R. Springer, <<Delamination in composite plates under transverse static loads- Experimental results>>. *Composite Structures*, 23[1993).
- [47] Kubo, J.T. and R.B. Nelson, <<Analysis of impact stresses in composite plates>>. *Foreign object impact damage to composites*, ASTM STP 586, 1975).
- [48] Wu, K.Q. and T.X. Yu, <<Simple dynamic models of elastic-plastic structures under impact>>. *International Journal of Impact Engineering*, 25[735-754](2001).
- [49] Williams, J.G., *Fracture mechanics of polymers*. 1984, Chichester: Ellis Horwood Limited. ;.
- [50] Williams, J.G., <<The analysis of dynamic fracture using lumped mass-spring models>>. *International Journal of Fracture*, 33[47-59](1987).
- [51] Williams, J.G. and A. G.C., <<The analysis of instrumented impact test using a mass-spring model.>>. *International Journal of Fracture*, 33[209-222](1987).
- [52] Mills, N.J. and P.S. Zhang, <<The effects of contact conditions on impact test on plastics>>. *Journal of Material Science*, 24[2099-2109](1989).
- [53] Santana, O.O., <<Plane strain essential work of fracture in SENB geometry at low and high strain rates of PC/ABS blends>>. *Polymer Bulletin*, 39[1997).
- [54] ELF-Atochem, <<Lacrene 1541 Polystyrene, High Flow>>, .
- [55] Iwamoto, M., *et al.*, <<Process for producing rubber modified styrene resins>>, . 1983, Mitusi Toastsu Chemicals, Inc.: USA.
- [56] Knoll, K., W. Loth, and H. Gausepohl, <<Preparation of impact-resistant polystyrene>>, . 1999, BASF: USA.

- [57] Okata, A., N. Sato, and A. Masuyama, <<Impact resistant polystyrene composition>>, . 1999, Idemitsu Petrochemical Co. Ltd.: USA.
- [58] ELF-Atochem, <<Lacqrene 8350 Polystyrene, High Impact>>.
- [59] Sovitec Ibérica, S.A., <<Microesferas de vidrio>> Sovitec Ibérica S.A, .
- [60] Roark, R.J., *Formulas for stress and strain*. 1954, New York: Mc Graw-Hill. ;.
- [61] Young, W.C., *Roark's Formulas for stress and strain*. 6º ed. 1989, New York: Mc Graw-Hill. ;.
- [62] Rayleigh, L., <<On the Production of vibration by forces of relatively long duration with the applications to the theory of collisions>>.Phil. Mag., 11[3]283(1906).
- [63] Curtis, G., *Análisis Numérico*. 2 ed. 1987, México: Representaciones y servicios de ingeniería. 631.
- [64] Reed, P.E. and T. S., <<Flexed plate impact testing II. The behaviour of toughened polystyrene>>.Plastic and Rubber Processing and Applications, 5[2]109-118(1985).