

Apéndices

Apéndice 1

Factor geométrico de la fisura de indentación Vickers, $y(e, a/d)$, para el cálculo del factor de intensidad de tensiones debido a las tensiones residuales, $K_{s_{res}}$.

La contribución de la tensión residual al factor de intensidad de tensiones de una fisura de indentación semi-elíptica, evaluado en el punto B (Fig. 3.50), esta dado por la expresión:

$$K_{\sigma_{res}}^B = \psi^B(e, a/d) \sigma_{res} c^{1/2} \quad (A-1)$$

donde $y^B(e, a/d)$ es el factor geométrico de la fisura en función de la elipticidad, $e = c/a$, y la relación entre la profundidad de la fisura y el espesor del recubrimiento, a/d . Mediante el método de los elementos finitos, Newman y Raju [172] desarrollaron ecuaciones para el factor de intensidad de tensiones de fisuras superficiales, expresadas en función del punto en la periferia de la fisura, la profundidad (a) y longitud (c) de la fisura y el espesor del material, d . Por lo tanto, para el caso de una fisura que se inicia en la superficie del recubrimiento, con una longitud en profundidad cerca de la intercara, el factor de intensidad de tensiones debido a una tensión de tracción evaluado en el punto B, tiene la forma:

$$K_{s_{res}}^B = G \sqrt{\frac{P}{He}} s_{res} c^{1/2} \quad (A-2)$$

donde s_{res} es la tensión residual, H es un factor de forma y G es un factor de corrección del contorno. G es una función, tanto de la elipticidad, e , como de la relación a/d ; y H depende solamente de la elipticidad. Substituyendo las funciones G y H en la ec. (A-2), la cual es equivalente a la ec. (A-1), se obtiene:

$$\psi^B(e, a/d) = \frac{\left[1,13 - (0,09e^{-1}) + (-0,54 + 0,89/0,2 + e^{-1}) \left(\frac{a}{d}\right)^2 + \left(0,5 - 1/0,65 + e^{-1} + 14(1 - e^{-1})^{24}\right) \left(\frac{a}{d}\right)^4 \right]}{\left[1 + 1,464e^{-1,65}\right]^{1/2}}$$

$$X \left[1 + \left(0,1 + 0,35\left(\frac{a}{d}\right)^2\right) \right] \sqrt{\pi e^{-1}}$$

(A-3)

La forma general de la ec. (A-3) se presenta en la Fig. 3.60, para tres valores de la relación a/d .

Cuando el factor de intensidad de tensiones es evaluado en el punto A (Fig. 3.50) siguiendo el mismo análisis, se obtiene la expresión:

$$K_{\sigma_{res}}^A = \psi^A(e, a/d) \sigma_{res} a^{1/2} \quad (A-4)$$

y se demuestra que el factor geométrico toma la forma:

$$\psi^A(e, a/d) = \frac{\psi^B(e, a/d) \left[1 + \left(0,1 + 0,35\left(\frac{a}{d}\right)^2\right) \right]}{e} \quad (A-5)$$

Apéndice 2

Factor de corrección de la elipticidad en el K_{resid} evaluado en el punto A, $F_{resid}^A(e)$.

A partir del trabajo de Smith y Scattergood [171], el factor de corrección de la elipticidad de la fisura en el K_{resid} evaluado en el punto B (Fig. 3.50) es $F_{resid}^B(e) = f_{resid}^B g_{resid}^B$, donde f_{resid}^B es el factor de corrección de la elipticidad de una fisura elíptica embebida en un sólido infinito y sometida a una carga puntual, P , y g_{resid}^B es la correspondiente corrección debido a la superficie libre. Cuando el factor de intensidad de tensiones es evaluado en el punto A, $F_{resid}^A(e) = f_{resid}^A$, ya que la corrección por la superficie libre, g_{resid}^A , es igual a 1. A partir del trabajo de Oore y Burns [173], el factor

de intensidad de tensiones en cualquier punto del frente de una fisura elíptica (Fig. A-1), K_Q , se puede estimar con la expresión:

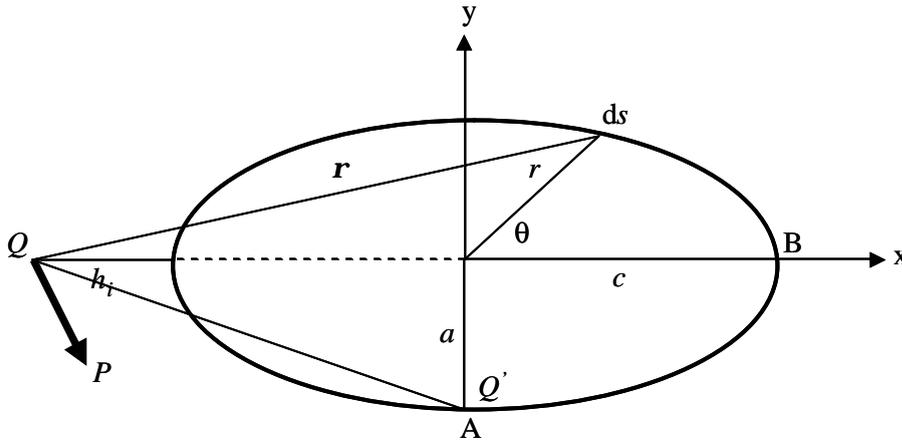


Fig. A-1. Parámetros geométricos de una fisura elíptica embebida en un sólido infinito y sometida a una carga puntual.

$$K_Q = \frac{\sqrt{2}}{P} \frac{P}{l_{QQ'}^2 \left[\int_0^{2p} \frac{1}{r^2} \frac{ds}{dq} dq \right]^{1/2}} \quad (\text{A-6})$$

Con esta ecuación y mediante coordenadas polares y relaciones geométricas obtenidas de la Fig. A-1, se demuestra que el factor de intensidad de tensiones debido a la indentación, evaluado en el punto B y considerando una carga puntual que actúa en el centro de la fisura, se puede expresar de la forma:

$$K_{resid}^B = f_{resid}^B(e) \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{P}{c^{3/2}} \quad (\text{A-7})$$

donde:

$$f_{resid}^B(e) = \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{[1 - k^2 \cos^2 \theta]^{1/2}}{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \right]^{-1/2} \quad (\text{A-8})$$

donde $k^2 = 1 - e^2$ y $e = 1/e = a/c$, $0 \leq e \leq 1$. En la ec. (A-6), $l_{QQ'}$ denota la distancia desde el punto de aplicación de la carga hasta el punto de evaluación en el frente de la fisura y r es la distancia desde Q hasta el segmento ds sobre la elipse. Para obtener una expresión equivalente a la ec. (A-7) para el caso de la evaluación en el punto A, las relaciones geométricas utilizadas son las siguientes (Fig. A1):

$$x = c \cos \mathbf{q} ; y = a \sin \mathbf{q} ; r^2 = a^2 \left(\frac{1 - k^2 \sin^2 \mathbf{q}}{1 - k^2} \right) ; l_{QQ'} = \sqrt{a^2 + (c + h_i)^2} ;$$

$$\rho^2 = r^2 + (c + h_i)^2 - 2r(c + h_i) \cos \theta ; \frac{ds}{d\mathbf{q}} = a \left[\frac{1 - k^2 \cos^2 \mathbf{q}}{1 - k^2} \right]^{1/2}$$

Por lo tanto, para el caso de aplicación de la carga en el centro (indentación), $h_i = -c$, se obtiene:

$$r^2 = r^2 \text{ y } l_{QQ'} = a$$

y substituyendo estas relaciones en la ec. (A-6) se obtiene una expresión para K_{resid}^A :

$$K_{resid}^A = f_{resid}^A(e) \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{P}{a^{3/2}} \tag{A-9}$$

donde

$$f_{resid}^A(e) = \frac{1}{\epsilon^{1/2}} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{[1 - k^2 \cos^2 \theta]^{1/2}}{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \right]^{-1/2} \tag{A-10}$$

y por comparación con la ec. (A-8) se demuestra que:

$$f_{resid}^A(e) = \frac{1}{\epsilon^{1/2}} f_{resid}^B(e) \tag{A-11}$$

Por lo tanto, a partir de la ec. (A-11), el factor de corrección $F^A_{\text{resid}}(e) = f^A_{\text{resid}}$ se puede calcular utilizando las soluciones obtenidas por Smith y Scattergood para el factor f^B_{resid} .