

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial

**Mètode d'Extracció Multiparamètrica
de Característiques de Textura
Orientat a la Segmentació d'Imatges**

Autor: Antoni Grau i Saldes
Directora: Àlicia Casals i Gelpí

Barcelona, maig de 1997

CAPÍTOL 3. TEXTURA I PARÀMETRES.

Després d'haver vist els capítols anteriors, potser caldria preguntar-se quin nivell d'anàlisi de textura convé utilitzar per a la segmentació d'imatges a partir de la textura en diferents tipus d'escenes. Suposem, com a exemple, una persona mirant un llibre. Si no està interessada en llegir-lo, el pot mirar com a una fulla de paper que té gairebé una textura uniforme; quan està interessat en mirar-lo en profunditat, pot reconèixer cada caràcter i interpretar la informació que conté. En conclusió, i tenint en compte el capítol 2 on s'expliquen els dos mètodes principals d'anàlisi de textures, podem extreure que l'anàlisi o enfocament estadístic serà útil per a microtextures fines, mentre que l'enfocament o anàlisi estructural s'usarà més habitualment per a macrottextures gruixudes [HAR79][TOM90]. Les textures haurien de ser analitzades estadística o estructuralment en funció de la natura de cada textura. Per justificar els aspectes anteriors trobem exemples en la literatura que reforcen aquestes afirmacions. Entre altres i per citar un exemple de cada enfocament, Kaizer, [KAI55], troba microtextures en imatges aèries amb un mètode tant estadístic com és la funció d'autocorrelació, mentre que Sutton *et al.*, a [SUT72], utilitzen una mesura estructural per a l'anàlisi i classificació de macrottextures aplicat a la classificació de malalties pulmonars a partir d'imatges de raigs X.

Considerem il·lustrativament quatre patrons de textures, tal com es mostren en la figura 3.1.

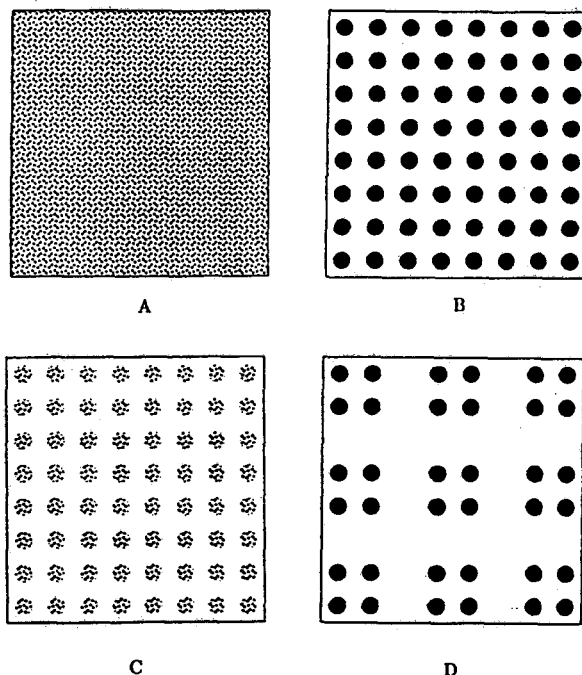


Figura 3.1. Patrons de textura (de [TOM90]).

El patró A consisteix en molts elements petits de textura. Aquesta s'analitzaria estadísticament sense tenir en compte els elements de textura. El patró B consisteix en grans elements de textura, la seva anàlisi seria estructural basada en els elements de textura. El patró C està format de molts elements de textura petits els quals formen grups locals. Aquests grups es detecten estadísticament per a la segmentació d'imatges sense tenir en compte els elements de textura i el patró s'analitza estructuralment basant-se en els grups obtinguts. El patró D consisteix en elements de textura grans els quals formen grups locals. Els grups es detecten estructuralment per tècniques d'agrupament d'elements (en aquest cas, d'elements de textura), mentre que el patró s'analitza estructuralment basat en els grups.

Cap enfocament per ell sol pot afrontar exhaustivament l'anàlisi de qualsevol tipus de textura. Per això, cal definir prèviament el concepte de textura i decidir quines textures hauran de poder ser segmentades i quines no.

Definició de textura. Cap treball sobre textures passa per no definir-ne el concepte per més difícil que sigui trobar una definició. En aquest treball, partirem del concepte que la textura és una característica parametritzable de les imatges. Cada element de textura de la imatge es pot representar en funció d'un conjunt de paràmetres que defineixen la posició d'aquest element dins un espai de textura.

Definició de segmentació d'imatges per textures. Un altre concepte a definir abans d'iniciar el treball és el de la segmentació per textures. Es produirà segmentació entre les zones o àrees que tinguin un comportament diferent sota l'aplicació d'uns operadors matemàtics concrets.

D'altra banda, cal assenyalar en quin nivell de la jerarquia del procés d'interpretació d'escenes es troba situada la segmentació. Això ens definirà els límits d'aquesta tesi i les possibles línies futures. Dins un procés d'interpretació d'escenes trobem cinc fases clarament diferenciades:

- captació de la imatge,
- processat de baix nivell sobre la imatge,
- reconeixement i segmentació,
- descripció,
- interpretació d'escenes.

Les darreres dues fases són de molt alt nivell i no entren dins els objectius d'aquest treball. El nostre objectiu està centrat en la tercera fase on es prepararan les dades provinents de les imatges per assolir les dues fases superiors. En aquest treball també parlarem de l'aportació duta a terme en la segona fase de processat de baix nivell.

En particular, dins la tercera fase de reconeixement i segmentació, en aquest treball fem una clara distinció, separant per una banda l'extracció de característiques de textura i creació d'un espai de característiques i per l'altra banda, la classificació i segmentació basada en aquestes característiques. No per això perdem de vista la globalitat del sistema d'interpretació d'escenes.

En la figura 3.2 es pot veure la jerarquia en la interpretació d'escenes i el lloc que ocupa la segmentació d'imatges a partir de característiques de textura. A la dreta de cada bloc apareix un altre bloc puntejat que indica algunes de les funcions que corresponen als nivells de la jerarquia.

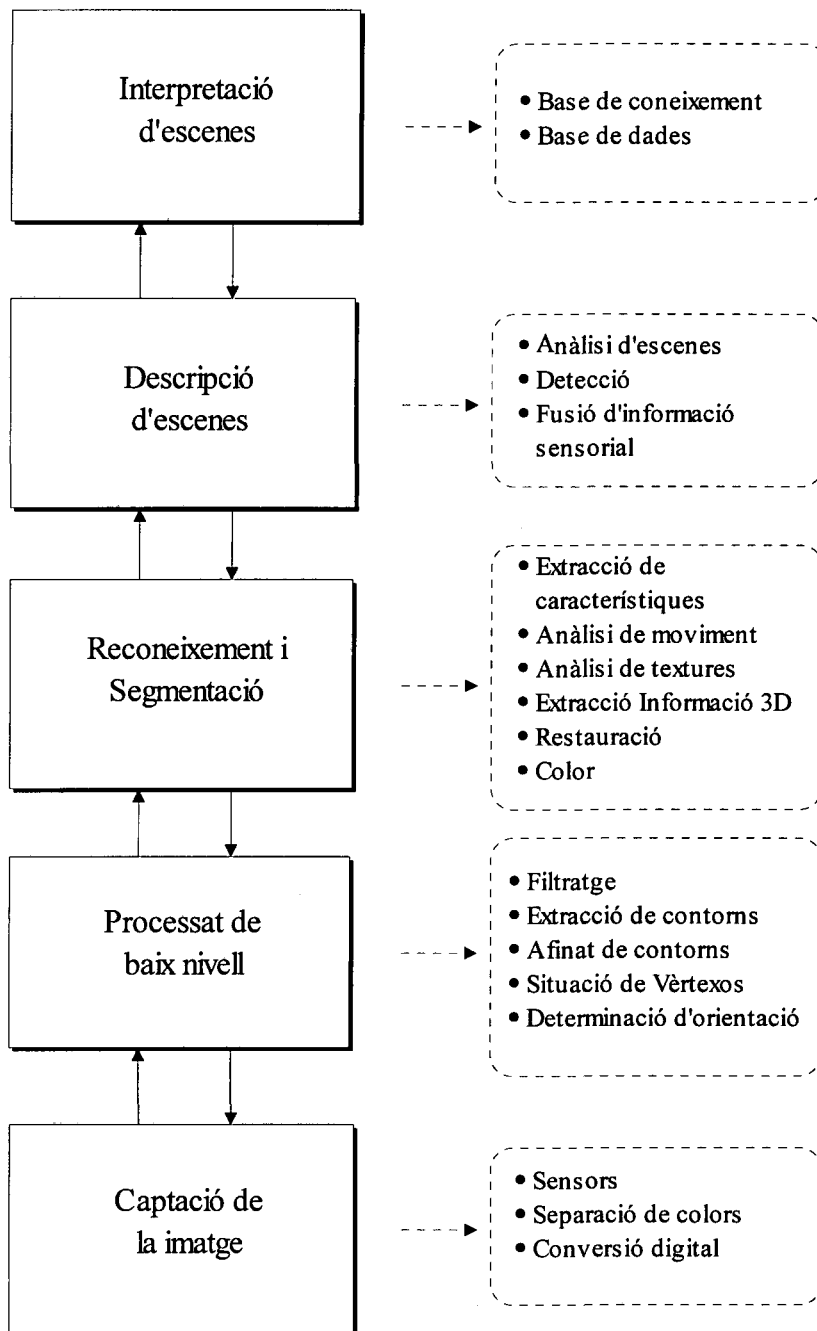


Figura 3.2. Jerarquia de la interpretació d'imatges.

3.1. Visió general del sistema de segmentació per textura.

En aquest treball es planteja un sistema per discriminar en una imatge les diverses textures que apareixen. Abans de realitzar aquest procés, cal extreure la informació de la imatge i, òbviament, no es podria usar per exemple una segmentació per llinars buscant canvis en la intensitat dels píxels de la imatge. El procés és més complex, la textura és quelcom implícit dins la imatge i requereix un cert tractament abans no pugui ser discriminada. De fet, ja hem vist en el capítol anterior alguns dels diversos tipus de processat que cal aplicar a les imatges de textura abans no sigui extreta la informació de textura.

Dels diferents mètodes que existeixen sobre l'anàlisi de textures, aquí es treballarà amb un sistema d'extracció multiparamètrica de característiques de textura. Un sistema multiparamètric de característiques significa que per a cada regió de la imatge de textura es calculen diverses propietats.

Per a l'anàlisi de textures partirem de dues classes de propietats:

1. *Propietats inherents a les textures.* Les propietats inherents a les textures (o pròpies de les textures) són aquelles que l'ésser humà associa o bé al sentit del tacte (granulositat, suavitat, ...) o bé a la pròpia percepció visual que es té d'aquestes textures (difuminat, borrositat, ...).
2. *Propietats generals.* Les propietats generals són aquelles que es poden trobar en qualsevol imatge tant si existeixen elements de textura com si no: entropia, correlació, energia, color i tantes d'altres.

Per a cada tipus de propietats s'en poden extreure unes certes característiques. La representació multiparamètrica de característiques implica un canvi en l'espai de treball. Quan treballem sobre la imatge ja sigui la original o la processada, el seu espai de representació és bidimensional i cada punt de la imatge representa un punt en aquest espai 2D. El que es pretén amb els sistemes multiparamètrics és canviar d'espai i crear un nou espai n -dimensional, on n és el nombre de característiques amb les quals es treballa sobre la imatge. Aquest nou hiperespai conté m punts. En el nostre cas, un punt és l'element mínim de textura sobre el qual es calculen les característiques i la mida d'aquest element variarà segons la tècnica utilitzada per a aquest càlcul. A aquest element l'anomenarem *tèxel*. Cada punt té tantes components com dimensions té l'espai. Aleshores, cada punt del nou espai ha estat creat a partir del resultat de calcular les diverses característiques sobre els punts de la imatge original, ja sigui processada o no. Cada component d'aquest nou punt és un paràmetre en el sistema d'extracció de característiques. Cada nova característica que vulguem calcular sobre la imatge original, afegeix una nova dimensió a l'hiperespai de característiques. Els objectes en la imatge amb propietats semblants estaran associats a punts pròxims en l'espai n -dimensional.

Dins el procés de classificació i segmentació caldrà analitzar els punts d'aquest nou espai. Per a fer-ho, es disposem d'eines que ens permeten agrupar adequadament punts

que corresponguin a regions homogènies de textura en la imatge i ens sintetitzin la informació que conté l'espai de característiques de textura: aquestes eines són els classificadors. En concret, el classificador emprat en aquest treball així com un resum de les tècniques de classificació es veuran amb més detall en el capítol quatre, però avancem que, bàsicament, un classificador genera una classe o grup per a cada núvol de punts de l'hiperespai.

Així doncs, el nostre sistema haurà de calcular les diverses característiques definides sobre la imatge original tractada i generar un hiperespai de característiques. Les diferents regions o punts d'aquest hiperespai s'han de classificar i generar diverses classes. Per tant, la segmentació de la imatge per textures es desprèn de les diverses classes que s'han generat.

La figura següent mostra l'esquema general del procés de segmentació desenvolupat a partir de l'extracció multiparamètrica de característiques de textura.

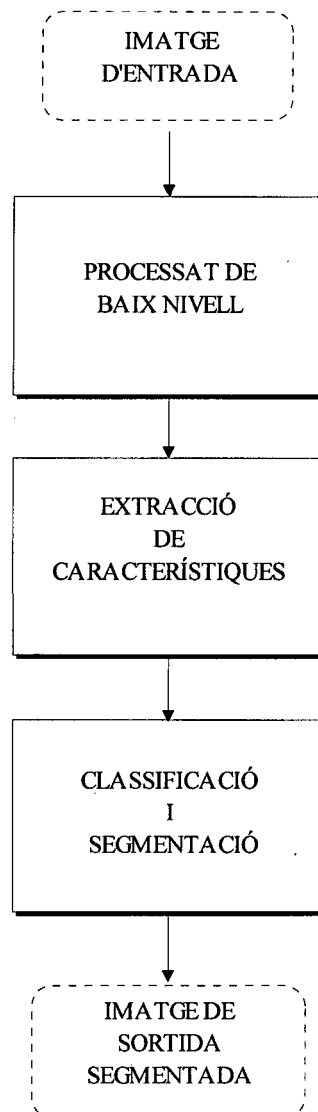


Figura 3.3. Procés de segmentació.

3.1.1. Elecció dels paràmetres de textura.

A l'inici dels treballs d'investigació sobre textures, una de les majors preocupacions era com recollir, amb uns quants paràmetres, la informació suficient sobre les textures que es presentava en les imatges o escenes naturals (imatges del món real) per poder-les diferenciar. Tal com hem vist en el capítol anterior, existeixen diverses metodologies per a l'extracció de característiques i anàlisi de textures però cap que sigui ràpid de calcular. L'experiència i la línia de treball del departament en el camp de la visió per computador i en el disseny de processadors específics per al tractament d'imatges a alta velocitat, em va motivar a avançar en la recerca d'una nova metodologia per a la caracterització de textures en temps real. Aquests condicionants han incidit plenament en el tipus de paràmetres a escollir per definir la textura.

Els paràmetres de textura a utilitzar volem que representin *proprietats inherents a les pròpies textures* tal com s'han definit anteriorment. Donat que existeix un gran nombre d'aquestes propietats i que seria inapropiat i poc eficient calcular-les totes i també donat el caràcter perceptiu de les textures, es va optar per fer una anàlisi perceptual basat en el judici subjectiu per part d'un grup de persones sobre un conjunt d'imatges de textura. De fet, no és nou plantejar experiments psicològics per contrastar paràmetres de textura perceptual, veure [TAM78], [JUL65], [JUL75].

En concret, es tractava de recollir les propietats inherents a la textura més suggerents a cada individu després d'examinar un conjunt d'imatges extretes de l'àlbum de Brodatz, [BRO66], presentades en l'apèndix B. Aquestes 26 imatges creiem que són suficientment universals i representatives.

Els individus eren 29 persones, 20 homes i 9 dones, i s'els va plantejar la següent pregunta:

- Defineixi amb una paraula la característica principal que li suggereix cadascuna de les imatges pensant en propietats basades en el sentit del tacte o bé basades en la percepció.

Totes les imatges tenen un alt contingut en elements de textura i per això presenten moltes propietats inherents a elles. A causa de l'alt grau de variabilitat de les possibles respostes, la llista de característiques era oberta i tothom podia respondre el que li suggerís cada imatge. Les respostes varen ser riques i variades en propietats i d'altres característiques pròpies de les textures. En cap moment es buscava una definició de cada imatge mostrada, tot el contrari, es buscaven exclusivament noms i conceptes de característiques de textura.

A continuació es mostra la relació de les respostes amb el nombre de repeticions que es varen obtenir:

Característica	Nombre de repeticions	Característica	Nombre de repeticions
abruptitat	10	linealitat	30
aspresa	15	llis	29
borrositat	20	nebulós	6
caòtic	9	particionat	10
coherència	9	periodicitat	8
connectivitat	12	picat	12
continuïtat	15	puntejat	10
curvitat	8	punxent	13
densitat	15	quebrat	21
desordenat	6	rectitud	20
difuminat	10	regularitat	27
difús	13	reixat	26
discontinuïtat	29	repetitivitat	17
enuvolat	3	rodonesa	10
escabrós	7	rugositat	34
escarpat	2	simètric/asimètric	8
finor	15	suavitat	21
fraccionat	19	tacat	32
fragmentat	16	tallat	14
granulositat	29	trencat	14
gruixudesa	15	uniformitat	13
indefinit	35	variable/constant	6
indeterminat	28	viscositat	2
irregularitat	20		

Taula 3.1. Resultat de l'enquesta sobre percepció de textura.

El nombre total de respostes és de 743 sobre 754 possibles, el que revela que certes imatges no van suggerir absolutament res a alguns individus. Certes paraules no varen ser recollides exactament una igual que una altra, per exemple punxent i punxós; tot i ser el mateix concepte, els individus es van expressar amb paraules diferents. Aquestes petites desviacions varen ser filtrades abans de crear la taula de respostes.

Tal com es veu en el resultat de l'enquesta mostrada en la taula 3.1, hi ha hagut 47 respostes diferents i per raons òbvies no es poden calcular tots aquests conceptes per descriure la textura. A més, molts d'aquests conceptes són gairebé sinònims o descriuen propietats molt semblants. Per aquests motius, s'ha fet l'agrupament de les respostes sota unes paraules líder o significatives pel grup que esdevindran els noms dels paràmetres i, a la vegada, el concepte clau. Tal com es veu, sota cada paraula escollida hi ha conceptes molt semblants però també conceptes antagònics donat que un baix valor a l'hora de quantificar la paraula clau significa a vegades presència del

concepte antagònic, mentre que una presència elevada del concepte antagònic significa altres vegades un baix valor del concepte assenyalat amb la paraula clau. L'exemple més sobtant, entre d'altres, és l'aparició del terme "caòtic" sota la paraula clau *linealitat*; certes vegades la manca de linealitat implica caos en la textura mentre que d'altres vegades, però no sempre, el caos en la textura implica la manca de linealitat o un baix valor a l'hora de la seva quantificació. En l'agrupament posterior, aquests conceptes porten el prefix (no-) per indicar precisament la seva absència en la paraula clau.

A continuació, veiem com s'ha fet l'agrupament dels diferents conceptes sota les paraules clau.

- *Linealitat*: (no-)caòtic, coherència, connectivitat, (no-)desordenat, finor, rectitud, regularitat, viscositat.
- *Abruptitat*: aspresa, densitat, escabrós, escarpat, gruixudesa, picat, punxent, quebrat, reixat, trencat.
- *Granulositat*: finor, gruixudesa, picat, puntejat, rugositat, tacat.
- *Difuminat*: borrositat, difús, ennuvolat, nebulós, suavitat, uniformitat.
- *Discontinuitat*: caòtic, (no-)connectivitat, (no-)continuïtat, desordenat, fraccionat, fragmentat, irregularitat, particionat, reixat, tallat, trencat, (no-)uniformitat, variable/constant.
- *Curvitat*: rodonesa, tacat.

Alguns d'aquests conceptes s'han agrupat sota diferents paraules clau, donat que s'en pot fer una interpretació variada. Però, també hi ha hagut certes respostes que denoten la manca de textura o, fins i tot, el desconeixement del tipus de textura que es mostra. Aquests conceptes són: indefinit, indeterminat i llis. Si els observadors humans no poden categoritzar algunes d'aquestes textures, s'haurà de donar un marge de llibertat al sistema extractor de característiques de textura perquè agrupi totes les textures *estranyes* o no controlades sota la textura buida o textura llisa.

Aquests paràmetres, o paraules clau, escollits han de complir una sèrie de requisits indispensables per tal de ser característiques de textura útils per al nostre treball, ja que busquem les següents premisses:

1. Que responguin a la percepció humana (perceptius).
2. Que siguin independents (no redundants) entre ells.
3. Que siguin suficients per discriminar totes les textures significativament diferenciades.

4. Que puguin ser implementables en processadors específics (*hardware*) per operar en temps real.
5. Que puguin ser d'aplicació en escenes naturals.

Tots aquests requisits s'aniran responent i demostrant al llarg del treball, però com a preludi podem respondre en aquest moment, respectivament a cada premissa, el següent:

1. Els paràmetres responen a la percepció humana perquè han estat extrets d'una enquesta a un conjunt d'individus.
2. El concepte de la independència es respon i es demostra en l'apartat 3.5 mitjançant una anàlisi discriminant avaluant si el grau d'aportació d'informació de cada paràmetre és prou significatiu.
3. No ha quedat cap resposta de l'enquesta sense agrupar en algun paràmetre i, en el cas que alguna textura s'hagués obviat, aquesta seria agrupada com a textura llisa i seria també discriminada respecte les altres textures. Recordem que es vol discriminar les diferents textures que apareguin en les imatges i mai es pretén reconèixer aquestes textures.
4. En el capítol 6 es detalla l'arquitectura específica dissenyada per al càlcul en temps real dels paràmetres de textura i es mostra la viabilitat per a la implementació.
5. Així mateix, en el capítol 5 es mostren diverses aplicacions reals com són l'anàlisi i discriminació de textures en imatges aèries, en segmentació de carreteres, en una aplicació industrial com és la inspecció de teixits i la segmentació d'imatges en entorns naturals.

Si al final de treball s'han complert tots aquests requisits podem afirmar que el conjunt de paràmetres de textura escollits és complet i perfectament útil per discriminar regions amb característiques de textura semblants en temps real sobre imatges naturals.

3.1.2. Definició dels paràmetres de textura.

Després d'haver escollit els paràmetres cal buscar una definició concreta per a cadascun d'ells. Les definicions són les següents.

- *Linealitat*. Ens indicarà la densitat de línies rectes dins una regió.
- *Abruptitat*. Aquest paràmetre mesura els canvis bruscs o sobtats en la direcció de les línies que hi ha en una regió.
- *Discontinuitat*. Es mesura la quantitat de línies discontinües o tallades en una regió.

- *Granulositat*. Aquest paràmetre quantifica la presència d'alta densitat de punts no concatenats en una regió.
- *Difuminat*. Una regió amb elevat índex d'aquest paràmetre presentarà canvis suaus en la intensitat en qualsevol direcció.
- *Curvitat*. Mesura que indica el grau de línies corbes dins una regió de la imatge.

En la secció 3.3 es justifica la utilitat de 5 d'aquests 6 paràmetres, eliminant la *curvitat* que per altra banda la seva exclusió es veurà que no és crítica.

En la figura 3.4 es pot apreciar com queda intuïtivament l'espai de textura.

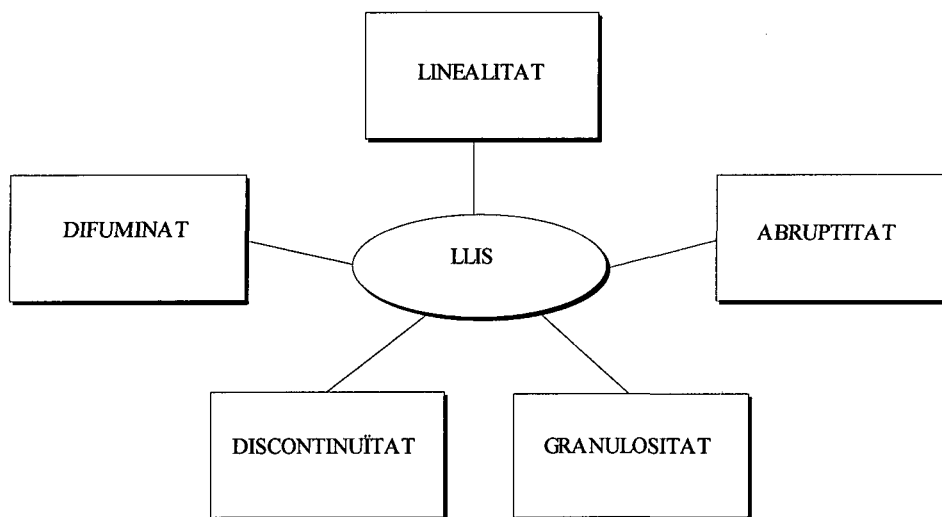


Figura 3.4. Espai de textura.

En el cas que no hi hagi textura sobre una regió de la imatge, aquesta es considera com textura llisa (textura buida).

3.1.3. Procés de segmentació per textura.

Després d'haver definit els paràmetres de textura, ens centrarem en el procés global de segmentació d'imatges per textures a partir de l'extracció paramètrica de característiques.

En la figura 3.5 es mostra el diagrama de blocs corresponent al procés de segmentació d'imatges per textura.

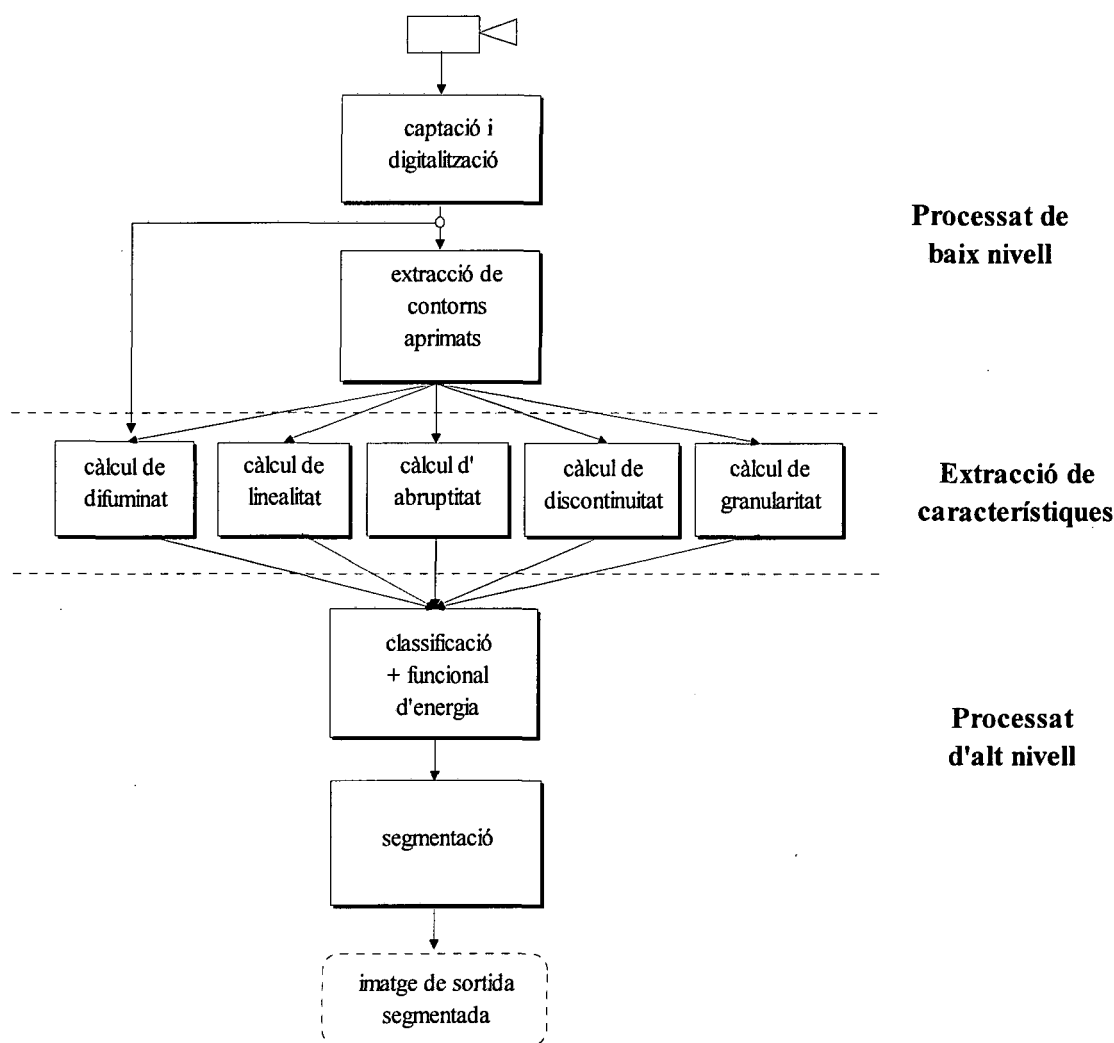


Figura 3.5. Procés de segmentació detallat.

En la figura anterior, podem veure que el procés de segmentació es divideix en tres parts clarament diferenciades que a continuació definirem i fixarem la seva relació amb la jerarquia de la interpretació d'escenes.

Mòduls que integren el sistema de segmentació d'imatges per textures:

- *Processat de baix nivell.* En aquest mòdul es captura la imatge provinent del món exterior mitjançant qualsevol dispositiu d'adquisició d'imatges. Aquesta imatge es digitalitza i es processa per adaptar-la a l'entrada del següent mòdul. La finalitat del processat de baix nivell és obtenir els contorns afinats de la imatge original. Aquí, en aquest nivell s'han agrupat els dos primers nivells de la jerarquia de la interpretació d'escenes (captació de la imatge i processat de baix nivell). Aquest mòdul no es desenvoluparà donat que aquesta tasca no correspon a aquest treball.
- *Extracció de característiques.* El nucli de tot el procés és l'extracció de característiques de textura de la imatge d'entrada preprocessada. En aquest mòdul es configura l'hiperespai de característiques, calculant cada paràmetre sobre una

regió de la imatge i creant un punt sobre aquest espai. A continuació, en l'apartat 3.3. i 3.4, veurem detalladament el sistema d'extracció.

- *Processat d'alt nivell.* Finalment, el mòdul del processat posterior inclou la classificació en grups dels punts de l'hiperespai i la segmentació de la imatge a partir de l'anàlisi de textures. En el capítol 4 es descriu el sistema de classificació emprat i com es du a terme la segmentació.

Tot i que els dos últims mòduls anteriors presentats pertanyen al mateix nivell en l'estructura jeràrquica del procés d'interpretació d'escenes, aquí s'han dividit i es tractaran separadament donada la seva importància en aquesta tesi. Malgrat aquesta divisió, ha de quedar perfectament clar al lector que no es pretén assolir en cap moment un nivell proper a la descripció ni molt menys a la interpretació d'escenes donat que les limitacions d'aquest sistema de segmentació per textures són clares i evidents. Per tant, en cap moment se sobrepassa el nivell de reconeixement i segmentació en la jerarquia del procés d'interpretació d'imatges abans mencionada.

3.2. Preprocessat de la imatge.

El propòsit d'aquesta secció és explicar breument els requeriments sobre les imatges d'entrada que necessita el nostre procés d'extracció de característiques de textura.

Una imatge és una matriu bidimensional de punts anomenats píxels o elements de la imatge. Un píxel és una mostra de la intensitat de la imatge quantificada per un número natural. El conjunt de tots els píxels ens representa la imatge que conté les diferents textures a analitzar. Per la manera com s'extreuen de la imatge les seves característiques de textura, aquesta no serà avaluada només a partir de la imatge intensitat sinó que utilitzarem principalment la imatge de contorns. A més, es requereix que aquests contorns siguin afinats.

Així doncs, s'exigiran els següents passos a seguir per a disposar de les imatges aptes per a l'extractor de característiques de textura :

1. Extracció de contorns. Els contorns en una imatge són canvis locals significatius entre punts d'aquesta imatge, habitualment associats a una discontinuïtat ja sigui en la intensitat o bé en la primera derivada [JAI95]. Aquests contorns poden ser extrets amb diversos operadors clàssics (Sobel, Prewitt, ...). La nova imatge de gradients s'ha de binaritzar per obtenir els contorns.
2. Afinat dels contorns. A causa de la binarització de la imatge de gradients, els contorns que apareixen no solen tenir d'ample 1 píxel. Per aquest motiu, cal generar una nova imatge en la qual aquests contorns apareguin com a contorns d'ample 1 píxel. Existeixen molts algorismes que amb l'ús d'operadors morfològics o altres mètodes generen aquests contorns aprimats [GRA97a].

3.3. Paràmetres de textura.

En aquest apartat definirem els paràmetres usats per a caracteritzar la textura d'una imatge. El tret principal dels paràmetres definits és que tots ells són perceptius. Precisament, aquesta característica de perceptibilitat permetrà efectuar el càlcul dels paràmetres a partir de màscares patró generades (tal com veurem més endavant), també, a partir de la informació perceptiva. El fet d'usar un sistema de màscares patró d'àrea limitada ens conduirà a un compromís inevitable: es produiran restriccions a l'hora de discriminar textures però, a la vegada, aquest operador discret permetrà la seva implementació *hardware* per al càlcul dels paràmetres de textura.

De fet, no tots els paràmetres es calculen a partir de màscares patró. El paràmetre del *difuminat* no es calcula sobre la imatge de contorns, sinó que es calcula sobre la imatge original de nivells de gris. No tindria sentit buscar canvis suaus en la intensitat del píxel de la imatge si aquesta hagués estat binaritzada i en aquest cas no s'apliquen màscares patró sinó que s'aplica un algorisme que es veurà més detalladament quan s'expliqui aquest paràmetre.

Aquests paràmetres prenen valors no nuls per a qualsevol textura, excepte per a la textura buida o textura llisa. Així doncs, qualsevol textura que s'aparti de la textura buida tindrà representació en l'espai paramètric de textura *i*, a efectes pràctics, aquesta textura buida ocuparà l'origen del nou espai.

El procés del càlcul dels paràmetres es realitza en dues fases:

1. Comparació de totes les màscares associades a cada paràmetre amb tots els elements de la imatge de contorns per decidir quins d'aquests elements pertanyen o no pertanyen a la característica definida per cada paràmetre (excepte pel *difuminat*). El resultat serà binari.
2. Recompte dins la regió associada a un element de textura de tots els elements que han tingut una comparació positiva i generació dels elements de textura.

La dimensió de la màscara serà un factor clau en la determinació dels paràmetres i es torna a plantejar un nou compromís: la mida de la màscara en front el temps de càlcul de la comparació de tots els punts de la imatge amb totes les màscares. Com més gran sigui la màscara, més combinacions es poden generar amb els seus elements *i*, per consegüent, més màscares s'hauran de calcular per cada imatge. Al mateix temps, com més gran sigui la màscara millor definició obtindrem de la textura *i*, per tant, millor discriminabilitat obtindrem entre textures. Per l'altra banda, un gran nombre de màscares implica una arquitectura molt complexa i més temps de computació per al càlcul dels paràmetres. Després d'avaluar diverses mides de màscares, s'ha arribat a la conclusió que les màscares de 4x4 elements són les que donen un nombre de combinacions, i per tant un nombre de màscares, relativament baix i, en canvi, ofereixen una capacitat discriminatòria acceptable. No s'han tingut en compte les màscares rectangulars doncs no es busca cap mena de direccionalitat en cap textura.

En la taula 3.2 es relaciona la mida de la màscara amb les possibles combinacions i nombre de màscares que apareixen per al càlcul d'un paràmetre qualsevol (l'exemple està fet pensant en la *linealitat*).

Mida de la màscara	Nb. de màscares que apareixen
2x2	4
3x3	12
4x4	28
5x5	88
6x6	324

Taula 3.2. Nombre de màscares en mitjana per paràmetre segons la seva mida.

Un altre factor a determinar serà la dimensió del tèxel, que condicionarà el nombre d'elements de textura que haurà de contenir una imatge. Una altra vegada es torna a entrar en un doble compromís entre, per una banda la discretització dels tèxels i el cost computacional que representa el seu tractament i, per l'altra banda entre la precisió i el seu poder discriminatori. Després de considerar diverses mides per al tèxel s'ha escollit la mida de 8x8 píxels. Aquesta mida representa una àrea de la imatge suficientment gran com per decidir que realment existeix la textura que s'ha detectat. Si el tèxel fos de mida molt reduïda, existiria un nombre insuficient d'elements com per decidir que realment existeix un tipus de textura dins l'àrea observada, però si realment s'arribés a detectar textura, aquesta seria localitzada amb molta precisió, perdent-se la globalitat en l'observació. En canvi, si el tèxel tingués una mida superior estariem fent una mitjana les zones texturades i, per tant, perderiem localitat en la detecció de la textura. En tots els casos, la mida del texel condiona el tipus de textura que s'observaran. Per a que el sistema dissenyat pugui operar en temps real, s'ha utilitzat un sistema d'adquisició que ens proporciona imatges amb una mida de 256x256 píxels, amb la qual cosa el nombre d'elements de textura per imatge serà de 1024 (32x32 tèxels). Aquest valor és acceptable per dissenyar una arquitectura específica que treballi a *video rate*. Amb petites modificacions es permetria treballar amb una mida superior d'imatge (p.ex. 512x512) i es podria mantenir la mateixa mida de tèxel, però ara es perdria el concepte de *video rate* i seria necessari el temps de diversos quadres per al tractament dels 4096 tèxels. Ara bé, es mantindria la velocitat de vídeo si la mida del tèxel passés a 16x16 píxels en aquest darrer cas (512x512) on les modificacions consistirien en augmentar només la capacitat dels elements comptadors.

El fet d'escollir una certa mida de tèxel provoca que algunes textures no puguin ser observades. En concret, cal analitzar la mínima freqüència observable segons la mida del tèxel. Amb imatges binàries, la màxima freqüència representable en una direcció (horitzontal o vertical) serà de 2 mostres per cicle, o el que és el mateix 0.5 cicles per mostra. En el cas d'imatges, una mostra correspon a un píxel.

$$\text{Freq. màx. representable} = 0.5 \text{ cicles/mostra (finestra mínima de 2 elements)}$$

Per tant, amb una finestra de n píxels la mínima freqüència observable és

$$\text{Freq. mín. representable} = 1/n \text{ cicles/mostra}$$

En el nostre cas, la finestra és de 8 píxels en les dues direccions per la qual cosa la mínima freqüència representable serà de

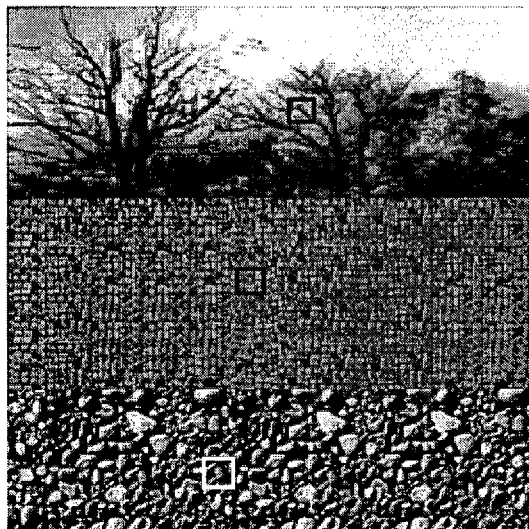
$$\text{Freq. mín. representable} = 1/8 \text{ cicles/mostra}$$

Aquesta freqüència correspon a la freqüència discreta. Si es vol saber la freqüència contínua mínima representable caldrà multiplicar per la freqüència de mostreig, en aquest cas és la resolució dels píxels.

$$f_c = f_d \times f_s$$

$$\begin{aligned} f_c &= \frac{1}{8} \text{ cicles/mostra} \times f_s \text{ mostres/metre} \\ &= \frac{1}{8} \times f_s \text{ cicles/metre} \end{aligned}$$

En la figura 3.6. es pot apreciar l'efecte d'escollir una determinada mida per al tèxel. En la imatge a) es mostren l'àrea que ocupen tres tèxels qualsevol sobre la imatge. Amb aquesta mida de tèxel, la freqüència de la textura sobre la qual estan situats, es pot representar amb el tèxel de la mida que es proposa. En la imatge que apareix en b), l'efecte és molt diferent. Apareix la mateixa paret que en la figura a) però observada a una distància molt menor, per la qual cosa la freqüència de la textura "paret" ha disminuït. Llavors, aquesta textura no es pot representar amb el tèxel. Es representaran altres textures que apareixen a causa de l'apropament, però no la textura "paret" que es veia en la figura a). El mateix succeeix amb la imatge de la figura c). La imatge mostra la zona de pedres de la imatge a) però amb un gran apropament. La freqüència de la textura "zona de pedres" és inferior a la que es pot representar amb el tèxel de la mida proposa, per la qual cosa aquesta textura és inobservable.



a)

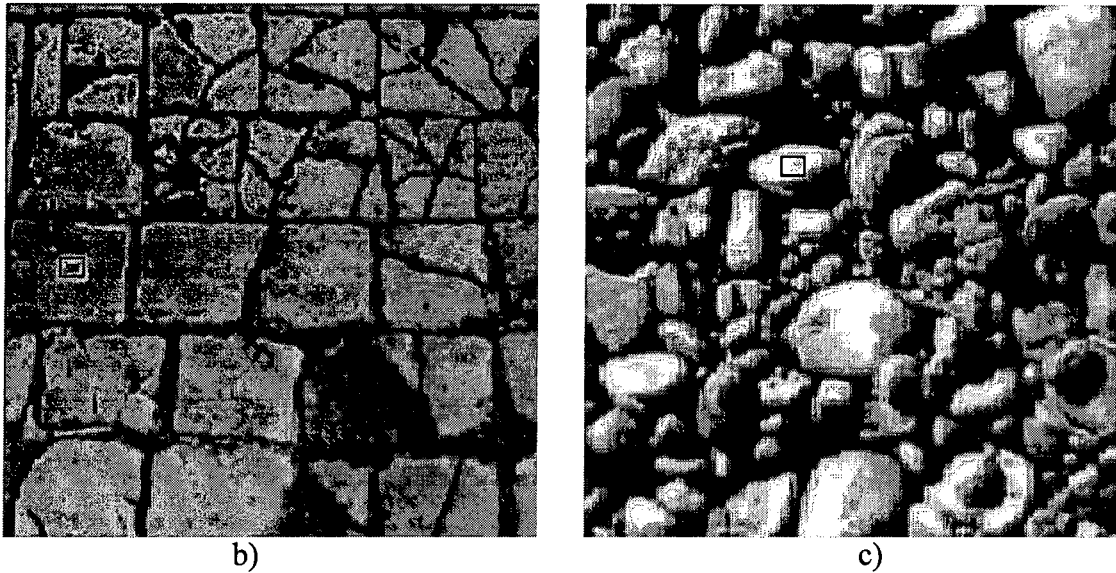


Figura 3.6. Efecte de la mida del tèxel en la representació de les textures.

Quan una textura es deixa d'observar apareix una nova textura sota l'àrea del tèxel. En aquest cas, quan la textura "paret" desapareix a causa de l'apropament de l'observació, podríem detectar característiques superficials dels elements que formen la paret (pedres, maons, màrmols, ...) tenint noves textures observables.

En conclusió, el mètode presentat en aquest treball serà capaç de representar textures sempre que la siguin observables amb el tèxel de mida 8x8.

D'aquests sis paràmetres i considerant la restricció que la mida seleccionada per a la seva implementació de les màscares és de 4x4 elements, s'observa que el paràmetre *curvitat* perd sentit amb aquesta mida de màscara. El paràmetre de la *linealitat* absorbirà aquestes possibles línies corbes que no quedarien definides al desaparèixer el paràmetre de la *curvitat* i es continuaran detectant corbes de gran radi, mentre que les corbes molt tancades seran recollides per un altre paràmetre (*abruptitat*). A causa de l'eliminació del paràmetre *curvitat*, cal redefinir el concepte del paràmetre *linealitat* i el concepte del paràmetre *abruptitat*.

3.3.1. Linealitat.

El concepte de linealitat ha variat per la qual cosa ara el paràmetre *linealitat* quantifica el nombre total de línies que existeixen en les textures de la imatge que s'està analitzant així com les corbes de gran radi.

Aquest paràmetre recollirà tots els conceptes perceptius que s'havien indicat en l'enquesta, recordant-los:

- *Linealitat*: (no-)caòtic, coherència, connectivitat, (no-)desordenat, finor, rectitud, regularitat, viscositat.

El resultat de calcular el paràmetre *linealitat* serà un conjunt d'elements de textura que es crearan seguint els dos passos indicats anteriorment: comparació amb les màscares de la *linealitat* més la quantificació d'aquesta comparació.

En el primer pas, per decidir si l'element de la imatge de contorns pertany o no a una línia s'han de comparar tot un conjunt de màscares amb aquest element. Si el resultat de calcular alguna de les màscares és positiu, aquest element de la imatge es marca com a element pertanyent a una línia. Aquest procés s'ha de repetir per tots els elements de la imatge d'entrada. En el segon pas es generaran els elements de textura *linealitat* comptant i normalitzant les comparacions positives anteriors.

Perquè el concepte de *linealitat* estigui ben representat en els tèxels, és imprescindible que les màscares que calculen aquest paràmetre siguin el més fiables possibles. Caldrà tenir molta cura a l'hora de definir les màscares que s'aplicaran sobre la imatge d'entrada. Tractant-se de línies, el mètode per definir les màscares adequades està basat en la regressió lineal. A continuació, veiem com es troben i defineixen aquestes màscares.

Suposem una finestra quadrada d' $n \times n$ elements de la següent forma:

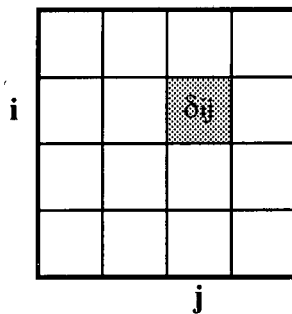


Figura 3.7. Finestra per al càlcul de les màscares de linealitat.

Un element qualsevol, δ_{ij} , pren els valors que pertanyen al conjunt $\{0,1\}$ al ser una finestra binària.

Suposem que tenim una recta amb la següent equació:

$$y = \alpha + \beta x$$

on α i β són el punt de tall en l'eix de les ordenades i el pendent de la recta respectivament. L'objectiu és saber quina serà la desviació de qualsevol punt sobre la recta anterior dins la finestra quadrada definida anteriorment. Per aquest motiu definim la funció d'error de la desviació, S_e , com:

$$S_e = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} [j - (\alpha + \beta i)]^2 \quad (3.1)$$

Derivant, per trobar el mínim de la funció queda que

$$\frac{\partial S_e}{\partial \alpha} = 0 : 2 \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} [j - (\alpha + \beta i)] = 0$$

$$\frac{\partial S_e}{\partial \beta} = 0 : 2 \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} [j - (\alpha + \beta i)] i = 0$$

és a dir

$$\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j = \alpha \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} + \beta \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i \quad (3.2)$$

$$\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} ij = \alpha \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i + \beta \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 \quad (3.3)$$

Definim unes noves variables \bar{x} i \bar{y} com

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j}{\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}} \quad \text{i} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i}{\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}}$$

ara podem expressar (3.2) en termes de

$$\bar{y} = \alpha + \beta \bar{x} \quad (3.4)$$

Multiplicant (3.4) per δ_{ij} i restant de (3.3)

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} ij - \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i \bar{y} &= \alpha \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i + \beta \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 - \alpha \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i - \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i \beta \bar{x} \\ \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i (j - \bar{y}) &= \beta \left[\sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 - \bar{x} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Definim ara

$$S_x = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} (i - \bar{x})^2 = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 - 2\bar{x} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i + \bar{x}^2 \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}$$

$$S_x = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 - \bar{x} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i \quad (\text{ja que } \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i = \bar{x} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij})$$

de la mateixa manera

$$S_y = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} (j - \bar{y})^2 = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j^2 - 2\bar{y} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j$$

i també

$$S_{xy} = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} (i - \bar{x})(j - \bar{y}) = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i(j - \bar{y}) - \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} \bar{x}(j - \bar{y})$$

però el darrer terme és zero perquè $\bar{x} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j = \bar{x} \bar{y} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}$

Amb això queda que

$$S_{xy} = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i(j - \bar{y})$$

De (3.5) ens queda que

$$S_{xy} = \beta S_x \tag{3.6}$$

La variància S_y es deu a S_e i a una part residual S_R que depèn de S_x . D'aquí, definim el coeficient de correlació r com

$$r^2 = \frac{S_R}{S_y} \quad \text{on} \quad S_y = S_e + S_R$$

dividim per S_y per fer que el coeficient de correlació no depengui de canvis d'escala i ens queda

$$r^2 = 1 - \frac{S_e}{S_y}$$

D'altra banda, tenim que

$$S_e = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} (j - j')^2 \quad \text{on} \quad j' = \alpha + \beta i$$

$$j - j' = (j - \bar{y}) - (j' - \bar{y})$$

$$j' - \bar{y} = (\alpha + \beta i) - (\alpha + \beta \bar{x}) = \beta(i - \bar{x})$$

substituint per (3.4). Per tant,

$$\therefore S_e = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} (j - \bar{y})^2 + \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} \beta^2 (i - \bar{x})^2 + \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} \beta (j - \bar{y})(i - \bar{x})$$

$$S_e = S_y + \beta^2 S_x - 2\beta S_{xy}$$

Però de (3.6) tenim

$$S_e = S_y + \beta^2 S_x - 2\beta S_{xy} = S_y - \beta S_{xy}$$

$$S_R = S_y - S_e = \beta S_{xy}$$

Si rescrivim per (3.6) una altra vegada tenim que

$$r^2 = \frac{\beta S_{xy}}{S_y} = \frac{S_{xy}^2}{S_x S_y}$$

quedant així definit el coeficient de correlació r que mesura quant bé s'ajusta un conjunt de punts sobre una recta ideal que els creua.

3.3.1.1. Càlcul de S_{xy} , S_x , S_y i r .

Dels càlculs anteriors, s'en poden desprendre les següents equivalències per a les variàncies:

$$S_x = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} i^2 - \bar{x}^2 \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}$$

$$S_y = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} j^2 - \bar{y}^2 \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}$$

$$S_{xy} = \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} ij - \bar{x}\bar{y} \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}$$

on \bar{x} i \bar{y} ja han estat definides anteriorment.

Rescrivint el coeficient de correlació queda expressat de la següent manera

$$r^2 = \frac{(F'_1 F'_{xy} - F'_x F'_y)^2}{(F'_{x^2} F'_1 - F_x'^2)(F'_{y^2} F'_1 - F_y'^2)}$$

on

$$\begin{aligned} F'_1 &= F_1 * Finestra_Imatge \\ F'_x &= F_x * Finestra_Imatge \\ F'_y &= F_y * Finestra_Imatge \\ F_x'^2 &= F_x^2 * Finestra_Imatge \\ F_y'^2 &= F_y^2 * Finestra_Imatge \\ F'_{xy} &= F_{xy} * Finestra_Imatge \end{aligned} \tag{3.7}$$

i on

$$\begin{aligned}
F_1(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij} & F_x(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}i \\
F_y(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}j & F_x^2(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}i^2 \\
F_y^2(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}j^2 & F_{xy}(\delta) &= \sum_{i,j=0}^n \delta_{ij}ij
\end{aligned}$$

Per trobar el coeficient r per a una certa zona de la imatge d'entrada, cal resoldre les equacions de (3.7) multiplicant totes les funcions F per la zona de la imatge que s'està analitzant en aquell moment. La mida de la zona serà $n \times n$ així com la mida de les màscares definides per les funcions F . Per tant, resoldre les equacions de (3.7) es converteix en multiplicar element a element les diverses màscares amb la finestra corresponent a la zona de la imatge d'entrada *Finestra_Imatge*. El resultat de cada multiplicació és un escalar que caldrà anar operant fins a obtenir el valor final per al coeficient de correlació r .

En el nostre cas en concret, la mida de la zona de la imatge a analitzar en cada moment s'ha fixat en 4×4 píxels. Llavors, les funcions F queden de la següent forma:

$$\begin{aligned}
F_1(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij} & F_x(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij}i \\
F_y(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij}j & F_x^2(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij}i^2 \\
F_y^2(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij}j^2 & F_{xy}(\delta) &= \sum_{i,j=0}^3 \delta_{ij}ij
\end{aligned} \tag{3.8}$$

En la figura 3.8 es poden veure els operadors de 4×4 elements que resulten de desenvolupar les funcions descrites anteriorment a (3.8).

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
1	1	1	1																																															
1	1	1	1																																															
1	1	1	1																																															
1	1	1	1																																															
0	1	2	3																																															
0	1	2	3																																															
0	1	2	3																																															
0	1	2	3																																															
0	0	0	0																																															
1	1	1	1																																															
2	2	2	2																																															
3	3	3	3																																															
$F_1(\delta)$	$F_x(\delta)$	$F_y(\delta)$																																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr> </table>	0	1	4	9	0	1	4	9	0	1	4	9	0	1	4	9	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr> </table>	0	0	0	0	1	1	1	1	4	4	4	4	9	9	9	9	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> </table>	0	0	0	0	0	1	2	3	0	2	4	6	0	3	6	9
0	1	4	9																																															
0	1	4	9																																															
0	1	4	9																																															
0	1	4	9																																															
0	0	0	0																																															
1	1	1	1																																															
4	4	4	4																																															
9	9	9	9																																															
0	0	0	0																																															
0	1	2	3																																															
0	2	4	6																																															
0	3	6	9																																															
$F_y^2(\delta)$	$F_x^2(\delta)$	$F_{xy}(\delta)$																																																

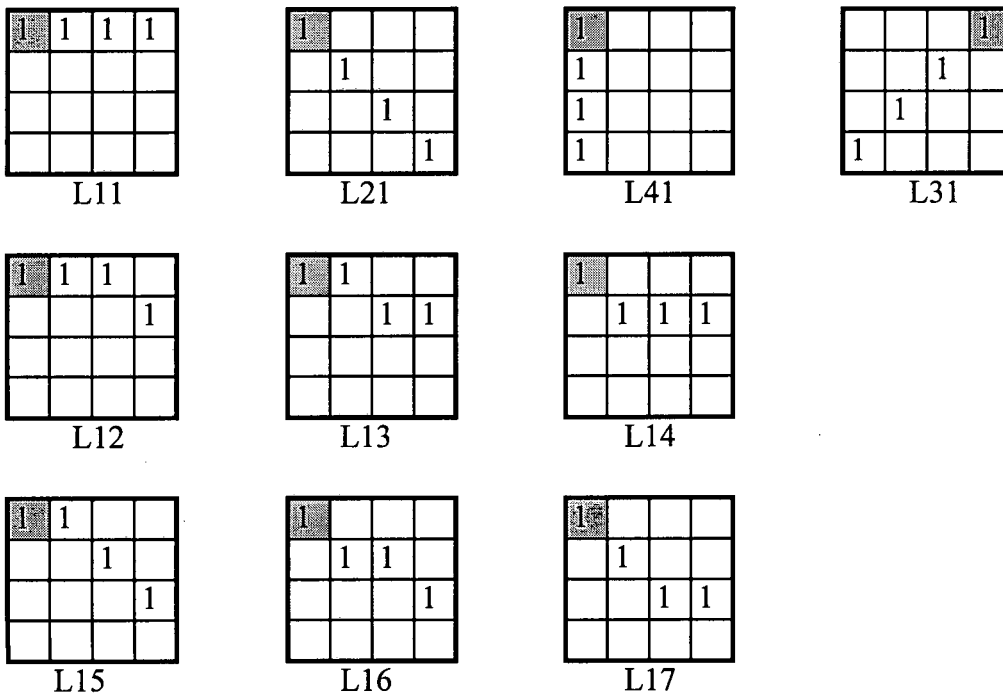
Figura 3.8. Operadors de 4×4 elements.

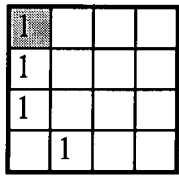
3.3.1.2. Màscares de linealitat.

Després d'haver definit el coeficient de correlació r , ja tenim una forma de calcular-lo per a qualsevol àrea de la imatge. Però aleshores, apareix un problema pràctic quan es vol trobar el coeficient en qualsevol zona: el càlcul és excessivament complex en termes de cost computacional. La solució que es proposa és la següent: perquè no es calculen tots els coeficients de correlació amb anterioritat i només es permeten certes combinacions vàlides per a zones de la imatge d'entrada amb alta correlació?

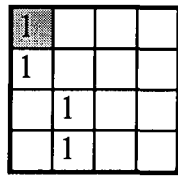
Per tal d'aplicar aquesta solució s'han calculat totes les combinacions per a una finestra de la imatge d'entrada de 4x4 elements binaris. Això representa 65536 combinacions diferents i per a totes elles s'ha calculat el seu coeficient de correlació. Moltes d'aquestes combinacions s'han descartat inicialment perquè ja es requereixen unes certes condicions: 1) que tots els elements en la finestra siguin contigus; 2) tenir més de 2 elements contigus; 3) que representin contorns afinats.

Després d'aquesta selecció inicial, queda escollir les combinacions que tinguin un valor elevat per al coeficient de correlació. En aquest punt, cal fixar un llindar pel qual considerar alta *linealitat* a una certa combinació per als elements d'una zona de la imatge i aquest valor de llindar es fixa en 0.6 (recordem que el valor d' r^2 està entre 0 i 1), donat que les combinacions amb un valor inferior al llindar no s'ajusten al concepte de *linealitat* que es vol representar. Després d'haver fixat el valor final de llindar per al coeficient de correlació, les màscares de *linealitat* que superen o igualen aquest valor són les representades en la figura 3.9.

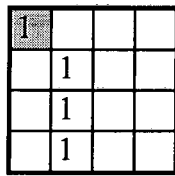




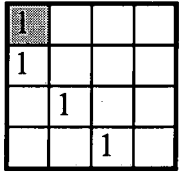
L22



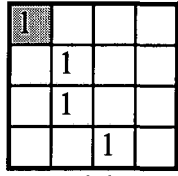
L23



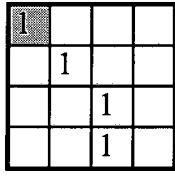
L24



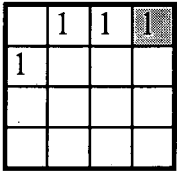
L25



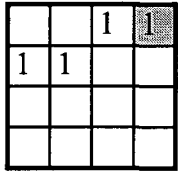
L26



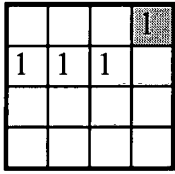
L27



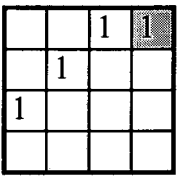
L32



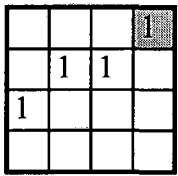
L33



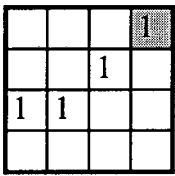
L34



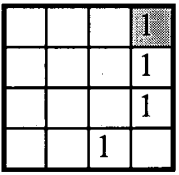
L35



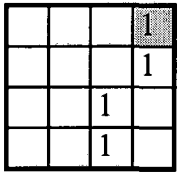
L36



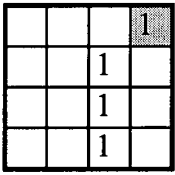
L37



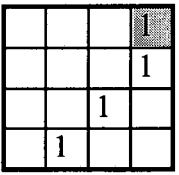
L42



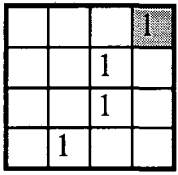
L43



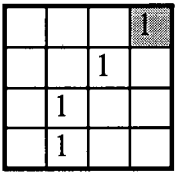
L44



L45



L46



L47

Figura 3.9. Màscares patró de *linealitat*.

La nomenclatura de les màscares segueix el següent criteri: la lletra indica que són màscares de *linealitat* (L). La primera xifra correspon al número de subquadrant que s'avalua i la segona xifra correspon al número de màscara dins el subquadrant que s'avalua. S'analitzen els quatre subquadrants inferiors de la circumferència, ja que és simètric respecte a l'eix X.

La figura 3.10 ens ho indica clarament el subquadrant que cobreixen les diferents màscares que s'han dissenyat.

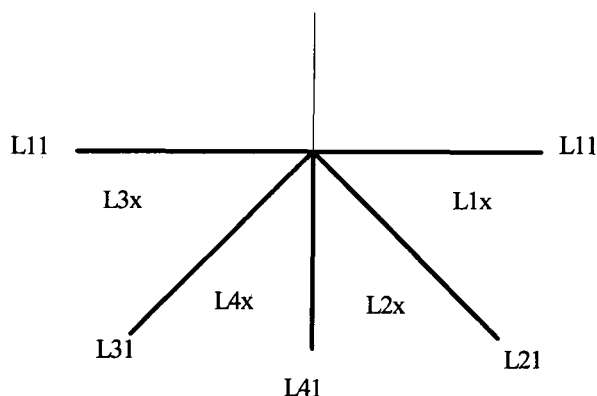


Figura 3.10. Criteri de nomenclatura de les màscares de *linealitat*.

Totes aquestes combinacions de possibles elements en una imatge d'entrada seran considerades d'alta *linealitat*, mentre que la resta de combinacions seran descartades. Ara doncs, el problema de calcular el valor del coeficient de correlació per saber si un píxel pertany a una línia recta o no, es redueix a comparar una finestra de la imatge d'entrada amb totes aquestes màscares. Si el resultat de la comparació és positiu, llavors considerarem que el píxel que s'està avaluant pertany a *linealitat*. En aquest cas, aquest píxel es marca com a píxel lineal. Si el coeficient de correlació es calculés directament sobre la zona de la imatge aplicant les equacions (3.7), tampoc no ens alliberaria d'haver d'aplicar un llindar al resultat i caldria saber si amb aquell valor de coeficient de correlació considerariem lineals o no els píxels avaluats.

Les combinacions d'elements considerats lineals les anomenarem màscares o patrons de *linealitat*. L'element que s'està avaluant en cada moment està marcat de color gris sobre les màscares.

Com es pot comprovar en les màscares anteriors, només n'hi ha 7 de diferents (L11,..., L17). Les restants són rotacions d'aquestes per a cadascun dels tres subquadrants de la mitja circumferència inferior. L'altra mitja circumferència superior ja està inclosa en l'anàlisi de la part inferior. D'aquí es desprèn que hi ha un total de 28 màscares per a la *linealitat*.

En la taula 3.3 es mostra quin és el valor del coeficient de correlació per a cadascuna de les màscares escollides per al càlcul de la *linealitat*. Cal destacar que les màscares L11, L21, L31 i L41 tenen un valor màxim de correlació, això indica que són línies que no presenten cap desviació respecte a una hipotètica recta que les creués. A mesura que la línia es desvia d'una hipotètica recta sobre la màscara, el valor del coeficient de correlació també s'allunya del valor màxim 1.

Coeficients de correlació per les màscares de <i>linealitat</i>									
Màscara	r^2	Màscara	r^2	Màscara	r^2	Màscara	r^2	Màscara	r^2
L11	1	L12	0.60	L22	0.60	L32	0.60	L42	0.60
L21	1	L13	0.80	L23	0.80	L33	0.80	L43	0.80
L31	1	L14	0.60	L24	0.60	L34	0.60	L44	0.60
L41	1	L15	0.90	L25	0.90	L35	0.90	L45	0.90
		L16	0.90	L26	0.90	L36	0.90	L46	0.90
		L17	0.90	L27	0.90	L37	0.90	L47	0.90

Taula 3.3. Valor dels coeficients de correlació per a les màscares de *linealitat*.

A continuació, la figura 3.11 ens mostra a tall d'exemple algunes de les combinacions d'elements en la imatge d'entrada i el valor del coeficient de correlació calculat per a cadascuna d'elles. Tal com es pot veure, els valors són baixos i no s'acceptarien aquestes combinacions com a màscares de *linealitat*.

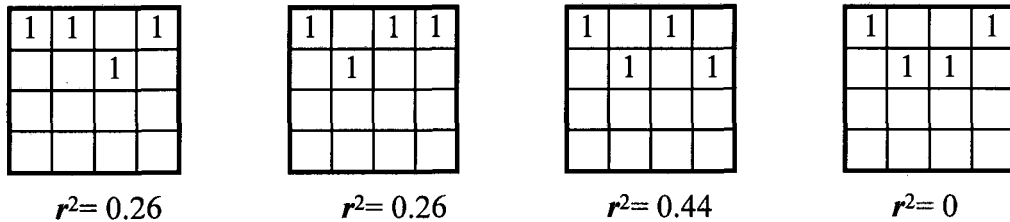


Figura 3.11. Combinacions d'elements amb baix coeficient de correlació r .

Després d'haver realitzat el primer pas en el càlcul del paràmetre *linealitat*, cal realitzar el segon pas que serà la generació del conjunt d'elements de textura representant la *linealitat* sobre la imatge de contorns. Per formar els tèxels, cal examinar el nombre de píxels de la imatge d'entrada marcats com a elements de *linealitat* i sumar el nombre de píxels marcats a '1' dins l'àrea que ocupa un tèxel per obtenir-ne el seu valor. Aquesta operació es repeteix per tota la imatge d'entrada fins a obtenir el conjunt dels 1024 tèxels. Això es pot veure en l'equació (3.9).

El resultat S està format per un conjunt de tèxels de la següent forma:

$$S = \{t_{L(ij)}, i = \{0..31\}, j = \{0..31\}\}$$

on cada tèxel $t_{L(ij)}$ és

$$t_{L(i,j)} = \sum_{i^*8}^{(i^*8)+7} \sum_{j^*8}^{(j^*8)+7} P_l \quad (3.9)$$

on P_l són els píxels marcats com formant part d'una línia.

Pel que fa al valor que es dona al tèxel, cal que a la sortida estigui normalitzat entre 0 i 255. Aquest valor màxim de normalització ve determinat pel nombre de bits amb els quals representem els tèxels i serà de 8 en el nostre cas. Per realitzar aquesta normalització hem de calcular el valor màxim que pot donar la suma de tots els elements marcats com a lineals dins l'àrea equivalent a un tèxel.

En la figura 3.12 es mostra una àrea d'una imatge equivalent a la mida d'un tèxel amb el màxim nombre d'elements que poden ser marcats com a lineals. La combinació que es mostra en la figura no és única sinó que és una de les possibles combinacions de les moltes que donen el valor màxim del tèxel de *linealitat*. El seu valor és 48 per a un bloc de 8x8 píxels.

1	1	1	1	1	1	1	1
1		1		1		1	
1	1	1	1	1	1	1	1
1		1		1		1	
1	1	1	1	1	1	1	1
1		1		1		1	
1	1	1	1	1	1	1	1
1		1		1		1	

Figura 3.12. Àrea amb el màxim nombre d'elements marcats com a lineals.

Per tal de normalitzar el valor dels tèxels, caldrà aplicar la següent formulació:

$$T_{L(i,j)} = t_{L(i,j)} * \frac{N_{m\grave{a}x}}{F_{Lm\grave{a}x}}$$

on $T_{L(i,j)}$ és el valor del tèxel de *linealitat* i,j-èssim normalitzat, $N_{m\grave{a}x}$ és el valor màxim de la normalització i $F_{Lm\grave{a}x}$ és el màxim valor que pot tenir un tèxel sense normalitzar sobre una finestra de 8x8 píxels (48 en el cas de la *linealitat*).

El valor màxim de la normalització està fixat, així com el valor màxim que pot tenir una finestra de *linealitat*, el que converteix aquest quocient en una constant. El cost computacional serà només la suma d'elements marcats com a lineals dins les zones de la imatge ($t_{L(i,j)}$).

Exemple del càlcul del paràmetre de la linealitat

Suposem que tenim com a imatge d'entrada la figura 3.13 a). La imatge té una mida de 256x256 píxels els quals poden prendre els valors 0 o 1 i correspon als contorns de la imatge multinivell original. A continuació, es veu com es calcula el paràmetre *linealitat* i com es formen els tèxels resultants del pas de les màscares de comparació.

	Columna 0	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Columna 6	Columna 7	Columna 8	Columna 9		Columna 253	Columna 254	Columna 255
Línia 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0
Línia 1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0			0	0
Línia 2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				0
Línia 3	0	1	0	1	1	0	1	0	0					
Línia 4	0	1	0	1	0	0	1	0	0					
Línia 5	0	1	0	0	0	0	0	0	0					
Línia 6	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 7	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 8	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 9	0	1	0	0	1	0	0							
Línia 10	0	0	0	0	1									
Línia 253	0											0		
Línia 254	0	0											0	
Línia 255	0	0	0											0

a)

	Columna 0	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Columna 6	Columna 7	Columna 8	Columna 9		Columna 253	Columna 254	Columna 255
Línia 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0
Línia 1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0			0	0
Línia 2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				0
Línia 3	0	1	0	0	0	0	0	0	0					
Línia 4	0	1	0	0	0	0	0	0	0					
Línia 5	0	1	0	0	0	0	0	0	0					
Línia 6	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 7	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 8	0	1	0	0	1	0	0	0	0					
Línia 9	0	1	0	0	1	0	0							
Línia 10	0	0	0	0	1									
Línia 253	0											0		
Línia 254	0	0	0										0	
Línia 255	0	0	0											0

b)

	Columna de Tèxel 0	Columna de Tèxel 1	Columna de Tèxel 31
Línia de Tèxel 0	80	$T_{L(0,0)}$	$T_{L(0,31)}$
Línia de Tèxel 1	$T_{L(1,0)}$		
Línia de Tèxel 31	$T_{L(31,0)}$		$T_{L(31,31)}$

c)

Figura 3.13. Exemple de càlcul de *linealitat*. a) Imatge d'entrada de contorns; b) elements marcats com a lineals; c) tèxels de *linealitat*.

El primer pas en el procés del càlcul del paràmetre *linealitat* és comparar la imatge d'entrada píxel a píxel amb totes les màscares de *linealitat* definides anteriorment. Si el resultat d'alguna comparació és positiu, es marca com a píxel lineal aquella posició de la imatge tal com apareix en la figura 3.13 b). En aquest pla auxiliar de memòria, d'igual mida que la imatge d'entrada, s'han marcat com a píxels lineals tots aquells que pertanyen a una recta amb alt coeficient de correlació i apareixen marcats amb negreta. Per senzillesa en el dibuix de les figures només es representa el procés sobre l'àrea que ocupa el primer tèxel ($T_{L(0,0)}$).

El següent pas serà la generació dels tèxels de *linealitat* a partir del resultat de les comparacions anteriors. Per realitzar aquesta tasca, cal comptar el nombre d'elements marcats dins la regió del tèxel tal com s'indica a (3.9). En la figura 3.13 b), aquesta regió correspon a l'àrea envoltada per la línia més fosca. El tèxel que té per valor 80 sobre la figura c), correspon al comptatge dels píxels marcats (15 píxels lineals) i a la seva posterior normalització.

$$T_{L(0,0)} = 80, \quad t_{L(0,0)} = 15; \quad N_{m\grave{a}x} = 255; \quad F_{Lm\grave{a}x} = 48$$

Després de realitzar el comptatge de tots els elements lineals, el resultat serà un conjunt de 32x32 tèxels, normalitzats entre 0 i 255, tal com s'aprecia en la figura 3.13 c).

Aquest és el procés que se seguirà per a la creació dels elements de textura amb la resta dels paràmetres, només canviarà el tipus de màscares que s'utilitzaran per a les comparacions. Per raons òbvies no tornarem a repetir l'exemple en els següents subapartats corresponents a les definicions dels altres paràmetres.

3.3.2. Granulositat.

El paràmetre *granulositat* indica la quantitat d'elements dispersos o no concatenats en una regió de la imatge. Dins aquest paràmetre es recolliran els conceptes perceptius indicats en l'enquesta:

- *Granulositat*: finor, gruixudesa, picat, puntejat, rugositat, tacat.

Per trobar la *granulositat* sobre una imatge de textura, s'han creat les màscares patró que apareixen a la figura 3.14. Són patrons altament perceptius que serviran per trobar formes en la imatge que coincideixin amb ells. Aquesta coincidència del patró amb la imatge no cal que sigui perfecta sinó que es permet una certa relaxació.

Per obtenir el conjunt de tèxels de *granulositat* a partir d'una imatge d'entrada s'han de complir les dues fases indicades anteriorment. En el primer pas, cal comparar cadascuna de les màscares de *granulositat* amb tots els píxels de la imatge d'entrada. Es marquen els píxels com a element granulós quan la comparació ha estat positiva. En un segon pas, es generen els elements de textura de *granulositat* sumant tots els elements marcats com a granuloses que pertanyen a un tèxel i es normalitza el seu valor.

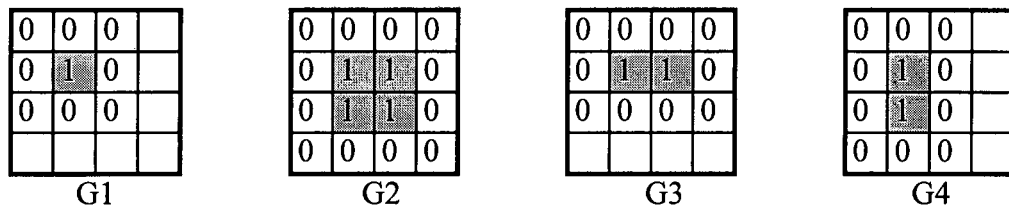


Figura 3.14. Màscares patró de *granulositat*.

Tal com es veu en la figura 3.14, el patró G1 no permet cap tipus de relaxació. En aquest cas, el patró ha d'encaixar exactament amb la finestra que s'analitza sobre la imatge d'entrada. Aquí només s'està avaluant un únic píxel, la posició del qual està indicada en color gris sobre la màscara G1. Però per als patrons restants, aquesta coincidència es relaxa. Per exemple, quan es busca el patró G2 sobre la imatge d'entrada, s'estan avaluant 4 píxels a la vegada, però només es marcaran com a píxels granuloses aquells que valguin '1' en la finestra de la imatge d'entrada. Per als patrons G3 i G4 passa el mateix que en el cas anterior. No cal que valguin '1' els dos píxels a la vegada sobre la finestra de la imatge d'entrada, amb un únic píxel amb valor '1' és suficient per a marcar-lo com a granulós.

Per crear la imatge de textura, cada tèxel es calcula utilitzant la següent formulació

$$t_{G(i,j)} = \sum_{i^*8}^{(i^*8)+7} \sum_{j^*8}^{(j^*8)+7} P_g \quad (3.10)$$

on P_g són els píxels marcats com a granuloses.

Quan la imatge de textura de sortida ja està creada, cal normalitzar els valors de tots els tèxels. Aquesta normalització es farà igual amb la resta dels paràmetres, això vol dir que els valors de normalització estaran entre 0 i 255. Abans de normalitzar cal saber el valor màxim que pot tenir un tèxel de *granulositat*. La figura 3.15 ens mostra una de les possibles combinacions que donen valor màxim a un tèxel de *granulositat*.

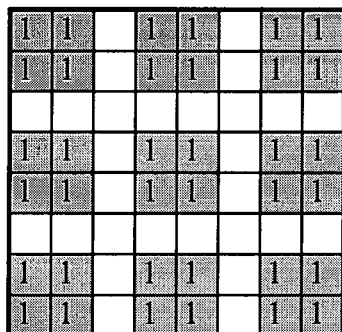


Figura 3.15. Àrea amb el màxim nombre d'elements marcats com a granulosos.

El valor màxim que pot tenir un tèxel de *granulositat* abans de normalitzar és de 36. El quocient entre el valor màxim de la normalització i el valor màxim en la finestra corresponent a un tèxel serà una constant a l'hora de calcular el valor normalitzat del tèxel. Per tal de normalitzar el valor dels tèxels, caldrà aplicar la següent formulació:

$$T_{G(i,j)} = t_{G(i,j)} * \frac{N_{m\grave{a}x}}{F_{Gm\grave{a}x}}$$

on $T_{G(i,j)}$ és el valor del tèxel de *granulositat* i,j-èssim normalitzat, $N_{m\grave{a}x}$ és el valor màxim de la normalització i $F_{Gm\grave{a}x}$ és el màxim valor que pot tenir un tèxel sense normalitzar sobre una finestra de 8x8 píxels (36 en el cas de la *granulositat*).

3.3.3. Abruptitat.

L'*abruptitat* indicarà els canvis sobtats en les direccions de les línies que formen la textura d'una imatge, incloent les corbes de petit radi. Els conceptes que inclou aquest paràmetre són els següents:

- *Abruptitat*: aspresa, densitat, escabrós, escarpat, gruixudesa, picat, punxent, quebrat, reixat, trencat.

Per obtenir el conjunt de tèxels que indiquen *abruptitat*, cal comparar tots els píxels de la imatge d'entrada amb les màscares d'*abruptitat* les quals han estat creades amb un alt contingut perceptiu. Aquests patrons permetran detectar els canvis en les direccions de les línies quan els angles siguin múltiples de 45° (45°, 90°, 135°, 225°, 270° i 315°), limitant aquesta discretització la mida dels patrons.

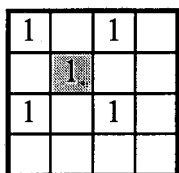
Els patrons de l'*abruptitat* també permeten detectar punts de creuament de línies que, en definitiva, es pot interpretar com canvis en la direcció de les línies que es creuen.

Tots aquests patrons es poden veure a la figura 3.16. En els patrons apareixen uns elements en color gris que representen les posicions dels píxels que s'estan avaluant en relació amb els seus veïns.

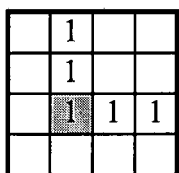
Hi ha tres blocs diferents de patrons i cadascun conté els patrons necessaris per a detectar canvis en cadascuna de les direccions d'anàlisi per a les vuit orientacions possibles.

El primer bloc correspon al patró A11 i als patrons A21, A22, A23 i A24. Amb el patró A11 es detecta creuament de línies perpendiculars en alguna de les direccions d'anàlisi. En aquest cas, el patró permet un cert relaxament a l'hora de fer la comparació amb la imatge d'entrada: no cal que coincideixin tots els valors de les caselles sinó que només que dos píxels tinguin valor '1' sobre les posicions on els elements no estan marcats com a grisos; ja dóna una comparació positiva. Els patrons A21, A22, A23 i A24 detecten canvis de direcció en 90° sobre línies en quatre orientacions. En el segon bloc, els patrons A31 a A38 detecten canvis en la direcció en 45° per a les 8 possible orientacions. En el tercer bloc, corresponent als patrons A41 a A48, es busquen canvis de direcció en 135°, això permet també trobar bifurcacions en les línies.

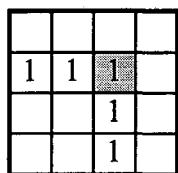
A continuació es mostren les màscares patró per a la detecció de l'abruptitat.



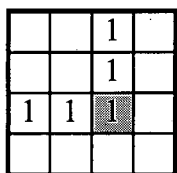
A11



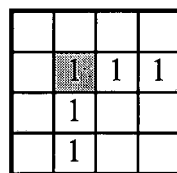
A21



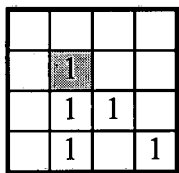
A22



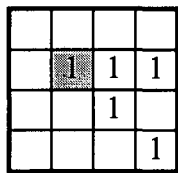
A23



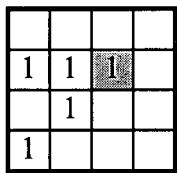
A24



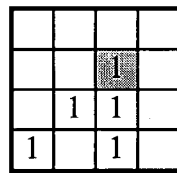
A31



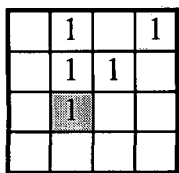
A32



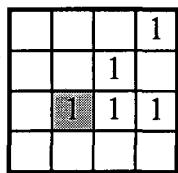
A33



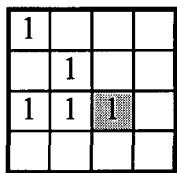
A34



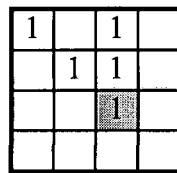
A35



A36



A37



A38

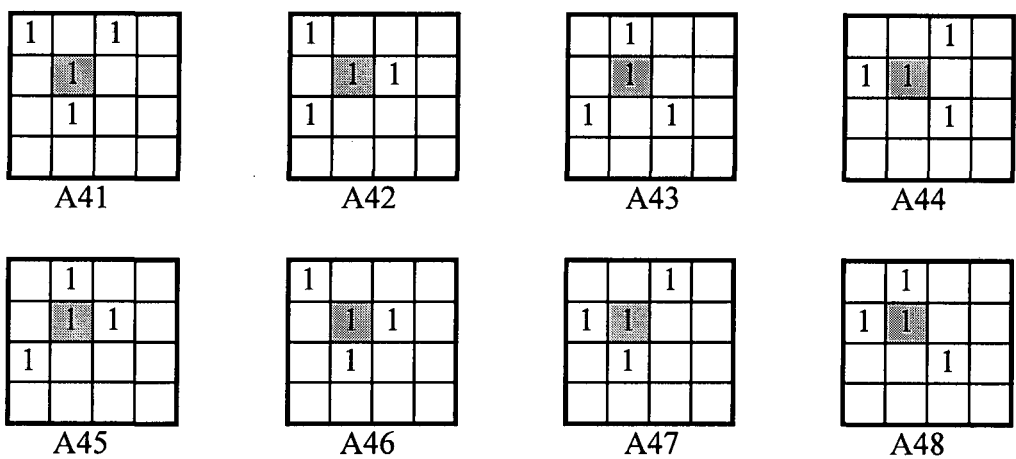


Figura 3.16. Màscares patró d'abruptitat.

En el segon pas, per crear la imatge de textura cada tèxel es calcula seguint la següent formulació

$$t_{A(i,j)} = \sum_{i^*8}^{(i^*8)+7} \sum_{j^*8}^{(j^*8)+7} P_a \quad (3.11)$$

on P_a són els píxels marcats com abruptes.

Quan el conjunt de tèxels d'abruptitat ja estan calculats ($t_{A(i,j)}$), cal normalitzar els seus valors. Aquesta normalització es farà igual amb la resta dels paràmetres, això vol dir que els valors de normalització estaran entre 0 i 255. Però abans de normalitzar cal saber el valor màxim que pot tenir un tèxel d'abruptitat. La figura 3.17 ens mostra una de les possibles combinacions que donen valor màxim a un tèxel d'abruptitat.

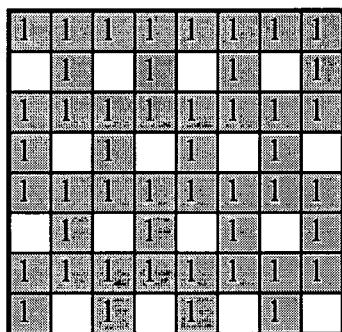


Figura 3.17. Àrea amb el màxim nombre d'elements marcats com a abruptes.

El valor màxim que pot tenir un tèxel d'abruptitat abans de normalitzar és de 48. Aleshores, el quocient entre el màxim de la normalització i el màxim valor en la finestra corresponent a un tèxel serà una constant a l'hora de calcular el valor normalitzat del tèxel.

$$T_{A(i,j)} = t_{A(i,j)} * \frac{N_{m\grave{a}x}}{F_{Am\grave{a}x}}$$

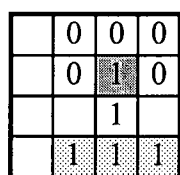
on $T_{A(i,j)}$ és el valor del tèxel d'abruptitat i,j -èssim normalitzat, $N_{m\grave{a}x}$ és el valor màxim de la normalització i $F_{Am\grave{a}x}$ és el màxim valor que pot tenir un tèxel sense normalitzar sobre una finestra de 8×8 píxels (48 en el cas de l'abruptitat).

3.3.4. Discontinuitat.

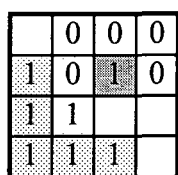
El paràmetre *discontinuitat* permet mesurar el nombre de finals de contorn de les línies que apareixen en una determinada regió de la imatge. Si aquest paràmetre té un valor elevat, això dóna idea de la *discontinuitat* que presenten les línies que hi ha en la textura de la imatge d'entrada. Sota el concepte de *discontinuitat*, existeixen molts d'altres conceptes, com ara

- *Discontinuitat*: caòtic, (no-)connectivitat, (no-)continuïtat, desordenat, fraccionat, fragmentat, irregularitat, particionat, reixat, tallat, trencat, (no-)uniformitat, variable/constant.

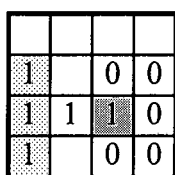
Per trobar el valor de la *discontinuitat*, seguirem les fases citades anteriorment. Primer, es creen els patrons que es mostren en la figura 3.18 i s'aprecien dos grups de patrons clarament diferenciats. Des de l'F11 a l'F18 són patrons que avaluen com a discontinu el píxel indicat pel color gris. Aquesta avaluació es fa en les vuit orientacions que permet la discretització del patró, això és 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° i 315° . Els altres vuit patrons, de l'F21 a l'F28, avaluen com a discontinu el píxel de la casella de color gris però reforçant la necessitat d'un final de contorns tal com apareix en el patró. En tots els casos, apareixen unes caselles puntejades que indiquen la relaxació a l'hora de fer la comparació amb la finestra de la imatge d'entrada. Només serà necessària la presència d'un únic píxel entre els puntejats per avaluar positivament com a discontinu el píxel analitzat.



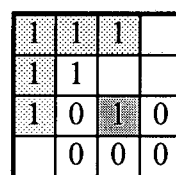
F11



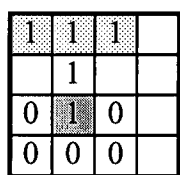
F12



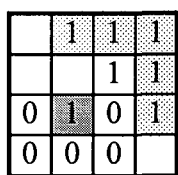
F13



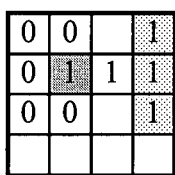
F14



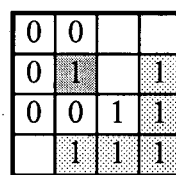
F15



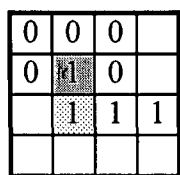
F16



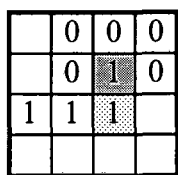
F17



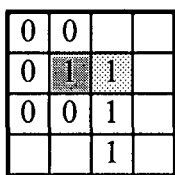
F18



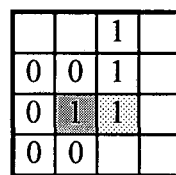
F21



F22



F23



F24

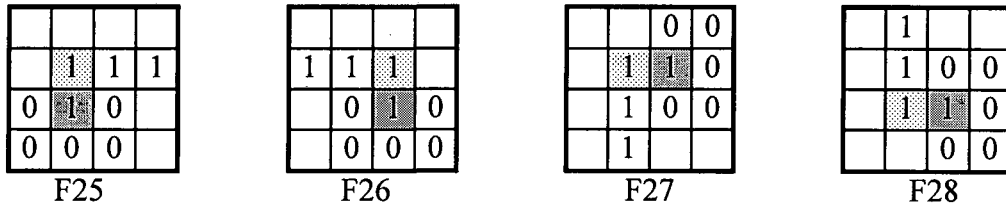


Figura 3.18. Màscares patró de *discontinuitat*.

Després d'haver avaluat tots els elements de la imatge d'entrada com a discontinus o no discontinus, cal crear la imatge de sortida on cada element d'aquesta imatge es calcula seguint la següent formulació

$$t_{F(i,j)} = \sum_{i^*8}^{(i^*8)+7} \sum_{j^*8}^{(j^*8)+7} P_f \quad (3.12)$$

on P_f són els píxels marcats com a discontinus.

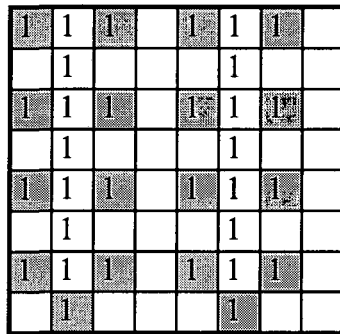


Figura 3.19. Àrea amb el màxim nombre d'elements marcats com a discontinus.

Quan la imatge de textura de sortida ja està creada, cal normalitzar els valors de tots els tèxels. Aquesta normalització es farà igual amb la resta dels paràmetres, això vol dir que els valors de normalització estaran entre 0 i 255. Abans de normalitzar cal saber el valor màxim que pot tenir un tèxel de *discontinuitat*. La figura 3.19 ens mostra una de les possibles combinacions que donen valor màxim a un tèxel de *discontinuitat*.

El valor màxim que pot tenir un tèxel de *discontinuitat* abans de normalitzar és de 18. Aleshores, el quocient entre el màxim de la normalització i el màxim valor en la finestra corresponent a un tèxel serà una constant a l'hora de calcular el valor normalitzat del tèxel.

$$T_{F(i,j)} = t_{F(i,j)} * \frac{N_{m\grave{a}x}}{F_{Fm\grave{a}x}}$$

on $T_{F(i,j)}$ és el valor del tèxel de *discontinuitat* i,j-èssim normalitzat, $N_{m\grave{a}x}$ és el valor màxim de la normalització i $F_{Fm\grave{a}x}$ és el màxim valor que pot tenir un tèxel sense normalitzar sobre una finestra de 8x8 píxels (18 en el cas de la *discontinuitat*).

3.3.5. Difuminat.

El paràmetre *difuminat* avalua els canvis graduals de nivell de gris, o tonalitats, que apareixen dins una zona en la imatge d'entrada. Es consideraran regions difuminades aquelles que presentin suaus canvis de nivell de gris mentre que grans canvis de tonalitat o canvis bruscos i també zones o àrees de la imatge sense canvis en el nivell de gris donaran nivells zero de *difuminat*. No es pot dir a partir de quin valor ja es considera difosa la imatge, ni tampoc a partir de quina diferència en els nivells de grisos deixa de ser difosa la imatge. Per aquest motiu es permet fixar un interval variable dins del qual les diferències de tonalitats en zones de la imatge donen nivells de *difuminat* acceptables. Recordem els conceptes que s'havien associat amb el *difuminat*:

- *Difuminat*: borrositat, difús, ennuvolat, nebulós, suavitat, uniformitat.

El càlcul d'aquest paràmetre és totalment diferent als anteriors. Per calcular-lo es parteix de la imatge original, amb nivells de grisos, i no cal extreure'n els contorns. Precisament el *difuminat* no pot calcular-se a partir d'una imatge binària ja que perdria tot el sentit mirar els canvis suaus de nivell de gris en una imatge en blanc i negre o bi-nivell.

Per crear el conjunt de tèxels de sortida d'aquest paràmetre cal seguir els següents passos: primer, hem de saber si un píxel pertany o no a una zona difuminada i donar-li valor; en segon lloc, quan tots els píxels de la imatge d'entrada han estat avaluats i se'ls ha assignat un valor, cal crear els elements de textura de sortida tot normalitzant-ne el seu valor respecte a la resta de paràmetres.

El primer pas per a la creació de la imatge textura de sortida serà el següent: per a cada píxel de la imatge original calcularem la diferència entre el seu nivell de gris i el de tots els seus píxels veïns o adjacents.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>d</i>	<i>X</i>	<i>e</i>
<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>

Figura 3.20. Valor del nivell de gris dels veïns d'un píxel *X*.

En la figura 3.20, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* i *X* són els nivells de gris de cadascun dels píxels expressats amb *n* bits ($n > 1$, imatges no binàries).

Per a cadascuna de les diferències entre el píxel a observar (el píxel central de la finestra) i els seus veïns, cal mirar si aquestes diferències pertanyen a l'interval de *difuminat* [*I*₁, *I*₂] i, només en aquest cas, s'escull la màxima diferència:

$$D = \max \{ |X - a|, |X - b|, \dots, |X - h| \in [I1, I2] \} \quad (3.13)$$

Si cap diferència de totes les calculades anteriorment pertany a l'interval de *difuminat*, aleshores D pren el valor zero.

L'interval de *difuminat* $[I1, I2]$ serà el rang en el qual es permetrà variacions en el nivell de gris entre elements adjacents en la imatge d'entrada. El valor de l'interval ve determinat pel tipus d'imatges a analitzar i no deixa de ser una decisió empírica. El valor de l'interval s'escollirà a l'inici del procés de segmentació manualment i serà fix, com a mínim, per a tota la imatge. Si les imatges són molt contrastades, aquest interval pot ser gran mentre que en imatges on el rang d'intensitats és petit, l'interval haurà de ser petit per recollir el *difuminat*. Aquests valors depenen més de factors de lluminositat i contrast que no pas de la natura de les imatges.

El càlcul de la màxima diferència pertanyent a l'interval es realitza per a cada píxel de la imatge d'entrada, per la qual cosa passem a anomenar D_{ij} al valor que resulta de (3.13) sobre el píxel P_{ij} de la imatge d'entrada. Cal destacar que D_{ij} s'expressa amb n bits també. Amb tots aquests valors crearem una nova imatge auxiliar de la mateixa mida que l'anterior però amb els nous valors D_{ij} .

Per crear el conjunt de tèxels *difuminats* de sortida, cal trobar els valors de cada tèxel de difuminat. Per aquest motiu, aplicarem la següent equació

$$t_{D(i,j)} = \sum_{i^*8}^{(i^*8)+7} \sum_{j^*8}^{(j^*8)+7} D_{ij} \quad (3.14)$$

Per tal de normalitzar tots els tèxels, cal saber el màxim que pot prendre cada píxel avaluat com a difuminat, o el màxim que pot prendre tot el tèxel i llavors dividir aquest el valor de la normalització per aquest valor màxim. Suposant que totes les diferències entre píxels siguin màximes, és a dir $I2$, llavors la suma de tots els D_{ij} serà:

$$\max \{ t_{D(i,j)} \} = 64 * I2$$

Per normalitzar el valor dels tèxels haurem de fer

$$T_{D(i,j)} = t_{D(i,j)} * \frac{N_{\max}}{64 * I2}$$

on $T_{D(i,j)}$ és el valor del tèxel de *difuminat* i,j -èssim normalitzat, N_{\max} és el valor màxim de la normalització (255 en el nostre cas). De fet, una vegada decidits tots els valors, tant l'interval com el màxim de la normalització, obtindrem una constant que ja estarà calculada prèviament i no suposarà un increment en el cost computacional per trobar el paràmetre *difuminat*.

3.4. Espai de característiques de textura.

En aquest apartat definirem què entenem per espai de característiques de textura i veurem com es forma aquest espai amb la informació provinent de l'extracció de característiques per poder ser usat en el següent mòdul de classificació.

Per definir l'espai de característiques descriurem tres conceptes claus:

1. Dimensió de l'espai: es fixarà el nombre de components que té cada punt.
2. Afitament de l'espai: determinació dels valors màxim i mínim dels punts dins l'espai.
3. Contingut de l'espai: generació dels punts que formen l'espai i informació que contenen.

Dimensió de l'espai de característiques. La dimensió d'aquest espai ve determinada pel nombre de paràmetres de textura que es calculen. En aquest cas, la dimensió de l'espai serà 5. Cada eix de l'espai representa un paràmetre.

$$\text{Dimensió de l'espai de característiques} = 5.$$

Longitud dels eixos. L'espai de característiques és un espai afitat i representa un hipercub amb 32 vèrtexs diferents. Aquests vèrtexs van des del punt (0,0,0,0,0) origen de coordenades fins al vèrtex més allunyat d'aquest origen que serà el vèrtex que té per coordenada el punt $(N_{màx}, N_{màx}, N_{màx}, N_{màx}, N_{màx})$. Per tant, la mida del costat d'aquest hipercub és $N_{màx}$. Aquest valor és el màxim valor de la normalització dels paràmetres.

$$\text{Mida del costat de l'hipercub} = N_{màx}$$

Contingut de l'espai de característiques. Aquest espai està format pels conjunts dels tèxels que s'han calculat anteriorment, un conjunt per a cada paràmetre. En la figura 3.21 es pot veure la disposició per plans de cadascun dels conjunt de tèxels.

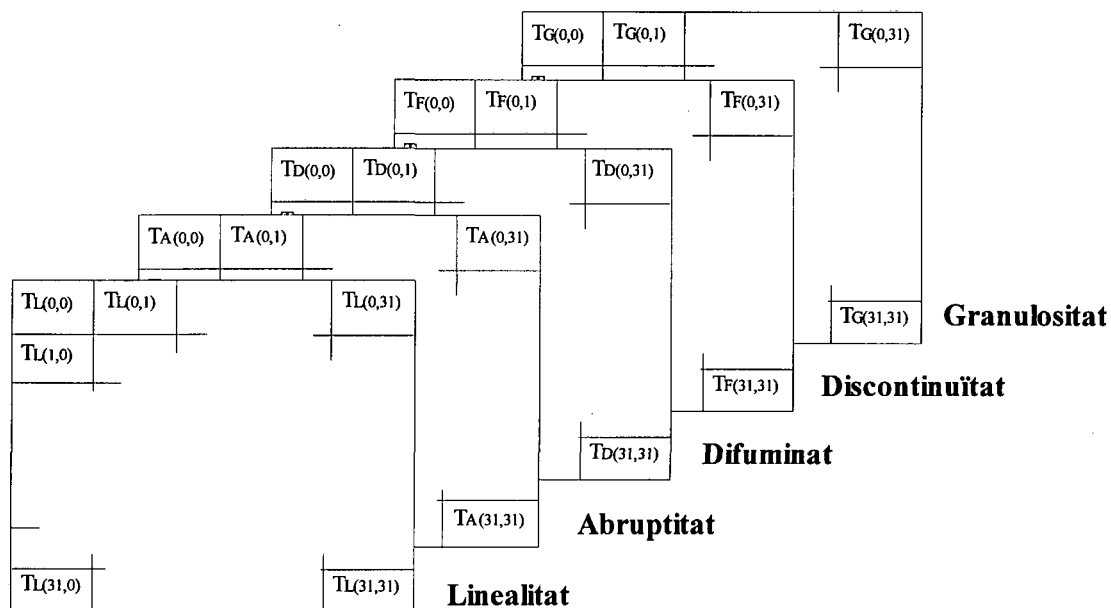


Figura 3.21. Disposició dels plans d'informació de textura.

L'element bàsic que forma l'espai de característiques s'anomena punt, però per formar els punts d'aquest espai a partir dels plans d'informació de textura cal realitzar una transformació que consisteix en obtenir per cada punt els tèxels que estan en la mateixa posició sobre els plans d'informació de textura. Així doncs, cada punt X_i de l'espai de característiques està format per:

$$\text{Punt } X_i = (T_{L(j,k)}, T_{A(j,k)}, T_{D(j,k)}, T_{F(j,k)}, T_{G(j,k)})$$

amb $i = (0, \dots, 1023)$
 $j, k = (0, \dots, 31)$

on $T_{L(j,k)} =$ Tèxel de linealitat
 $T_{A(j,k)} =$ Tèxel d'abruptitat
 $T_{D(j,k)} =$ Tèxel de difuminat
 $T_{F(j,k)} =$ Tèxel de discontinuïtat
 $T_{G(j,k)} =$ Tèxel de granulositat

Tots els 1024 punts que resulten d'una imatge d'entrada d'aquest espai estaran sobre o dins l'hipercub definit anteriorment. Tota aquesta informació es recollirà en el mòdul de classificació i es crearan grups semblants dins aquest espai.

En el capítol 4 es veurà el mètode usat en la classificació i com es segmenta la imatge a partir la informació generada per l'algorisme.

3.5. Aportació d'informació dels paràmetres.

Els diferents paràmetres que s'han escollit ens aporten un grau d'informació difícilment mesurable a simple vista. Tot i el seu caire empíric, no podem saber *a priori* quin dels paràmetres serà més significatiu o més representatiu a l'hora de crear o discriminar diferents classes o grups de textura; fins i tot, podria passar que algun paràmetre fos combinació lineal dels altres. Per aquests motius i evitar utilitzar paràmetres que aportin informació redundant, cal trobar un sistema que ens indiqui el grau d'aportació d'informació de cadascun dels paràmetres. Aquest mètode s'anomena selecció de variables de característica en l'anàlisi discriminant i és un mètode d'anàlisi multivariant de dades. Tal com es recull en [HAI92], un dels objectius de l'anàlisi discriminant és "determinar quina de les variables compta més a l'hora de diferenciar entre els perfils generals de dos o més grups". En la bibliografia s'han inclòs diversos llibres per ampliar els conceptes sobre l'anàlisi multivariant de dades ja que la seva explicació no és l'objectiu d'aquest treball ([HAN81], [MUI82], [DIL84], [HAN87], [MCL92], [HAI92]).

3.5.1. Anàlisi de la capacitat discriminatòria dels paràmetres.

Si en la formació d'una regla discriminant, el nombre p de variables corresponents a característiques disponibles és relativament més gran que la mida total de les mostres, aleshores es pot considerar l'ús d'un subconjunt d'aquestes variables. Això és perquè un nombre excessiu de variables pot ser dolent pel bon funcionament de la regla discriminant de mostres. Per descomptat, hi pot haver altres raons per no desitjar l'ús del conjunt complet de variables. Per exemple, el cost computacional d'ajuntar i processar un gran conjunt de variables pot ser prohibitiu; o també determinar el conjunt de variables més rellevants per a la identificació de l'estructura fonamental del problema, sent això un dels objectius primordials de l'anàlisi discriminant. Hi ha diverses raons que condueixen a la selecció de variables adequades i en alguns treballs ([SCH82]) es donen una sèrie d'objectius i els mètodes corresponents per assolir-los.

En la literatura, s'han proposat diversos criteris per a la selecció de subconjunts de variables corresponents a característiques ([MCL92]). El sentit en el qual es considera important o adequat un subconjunt de variables depèn en última instància de la base de la investigació. Si l'objectiu de la investigació fos crear una regla discriminant per a l'agrupació d'entitats no classificades, aleshores el criteri apropiat per a escollir les variables seria l'*error rate*. Per una altra banda, l'objectiu podria ser identificar aquelles variables que són més útils per descriure diferències entre possibles grups. En aquest context, cal avaluar com s'adequa un subconjunt de variables en termes de la separació que cadascuna d'elles dona entre grups. Per tant, escollir el criteri de selecció depèn del propòsit de l'anàlisi discriminant.

En moltes situacions se centra l'atenció no només en un sol subconjunt de les variables disponibles. La intenció podria ser trobar el millor subconjunt en algun sentit, i per això, caldria tenir en compte un cert nombre de subconjunts. Idealment, el bon funcionament d'una regla discriminant s'hauria d'avaluar en base al criteri especificat

per a cada possible subconjunt. Però, a no ser que el nombre p de variables sigui petit, és computacionalment prohibitiu fer una cerca exhaustiva. Com a conseqüència d'això, s'usen principalment procediments de selecció *stepwise*, ja siguin endavant o endarrera (*forward* i *backward*) ([FAR75], [JEN77]) o una combinació dels dos.

3.5.2. Estadístics de discriminació.

En aquesta secció descriurem un estadístic usat en la discriminació de grups a partir de les variables o característiques que els formen. Suposem que les mostres que hi ha dins de cada grup segueixen una distribució normal amb una certa esperança matemàtica i una variància. Per obtenir una discriminabilitat màxima dels grups, caldria trobar un eix amb màxim moment d'inèrcia sobre el qual projectar aquests grups. Aquesta direcció marcada per l'eix caldrà trobar-la en els vectors propis de la matriu de desviacions de les classes. Com que aquest és un càlcul costós, buscarem un estadístic que afiti el valor del màxim valor propi per trobar el vector propi.

Existeixen diverses maneres de combinar els valors propis dins l'anàlisi multivariant de dades [HUB94]. Els quatre estadístics més usuals són:

1. Lambda de Wilks: $\Pi\lambda_j$.
2. Traça de Pillai-Bartlett: $\Sigma\lambda_j/(1+\lambda_j)$.
3. Estadístic de Roy: λ_1 .
4. Traça de Hotelling-Lawley: $\Sigma\lambda_j$.

Quan el nombre de variables és una (el cas univariant), els quatre estadístics donen el mateix resultat, sent simples transformacions del ben conegut estadístic F de Fisher. En el cas multivariant, la distribució dels estadístics es complica i ja no són simples distribucions F , tot i que aplicant les apropiades transformacions matemàtiques, aquests estadístics es poden derivar i segueixen aproximadament una distribució chi-quadrat χ^2 o una F . El fet d'escollir un estadístic o un altre vindrà determinat per la potència de cadascun d'ells per rebutjar o acceptar la hipòtesi nul·la que es plantegi. És interessant l'estudi comparatiu que realitza Hand *et al*, a [HAN87], referent als quatre estadístics i que conclou dient que l'elecció resta a mans de l'usuari i del paquet estadístic que s'usa. Però òbviament uns estadístics són més potents que uns altres pel que respecta a l'acceptació o rebuig de la hipòtesi nul·la. En aquest treball s'ha escollit l'estadístic de la lambda de Wilks, el qual ens estimarà el poder discriminatori de cada variable.

La descripció dels grups serà amb la seva mitjana i la desviació de les mostres respecte aquesta mitjana. Per aquest motiu, a continuació demostrem que la projecció màxima la marca el valor propi de la matriu de desviacions i que l'estadístic de Wilks és un estimador pessimista d'aquest valor.

Sigui E el conjunt dels índexs de les n mostres formades per vectors x_i ($i=1, \dots, n$) de \mathbb{R}^p . Tal com s'acaba de veure, d'aquí en endavant no usarem la notació de vector ($\vec{}$) per referir-nos a un vector i els suposarem verticals (dimensió d'un vector amb p components: $p \times 1$). El conjunt E està format per k classes de la següent forma:

$$E = \bigcup_{i=1}^k E_i$$

Definim g_i com el vector mitjana de cada classe i g com el vector mitjana de tots els vectors

$$\bar{E}_i = g_i$$

$$\bar{E} = g$$

$$g_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j \in E_i} x_j$$

$$g = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} g_i$$

$$n_i = |E_i|$$

$$n = |E|$$

La matriu de variàncies intraclasse és

$$V_j = \sum_{i \in E_j} \frac{1}{n_j} (x_i - g_j)(x_i - g_j)'$$

on x_i són els vectors que pertanyen a la classe j . Aquesta matriu ens descriu quant agrupada està cada classe.

La matriu de variància entre classes és la matriu de variància de les mitjanes:

$$B = \sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j} (g_j - g)(g_j - g)'$$

Aquesta matriu ens descriu quant agrupades estan les classes entre elles.

La matriu de les mitjanes de les variàncies ve representada per

$$W = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n} V_j$$

La matriu de variància de tots els vectors V es pot definir com:

$$V = \sum_{i \in E} \frac{1}{n} (x_i - g)(x_i - g)'$$

En conseqüència, és fàcilment demostrable que aquesta matriu V es pot representar com

$$V = W + B \tag{3.15}$$

Suposem que tenim els tres grups A, B i C de la figura 3.22. Els centres de massa de cada grup es representen pel punt negre interior i el centre de massa de tots els vectors és el punt assenyalat com a g . Aquests grups podran ser discriminats o no en funció de l'eix sobre el qual siguin projectats. El pitjor cas per poder-los dircriminar serà la projecció dels grups A i B sobre l'eix X1. El solapament que es produeix de les mitjanes d'aquests dos grups és pràcticament total. Si la projecció es realitza sobre un eix normal a l'anterior, X2 en aquest cas, es millora la discriminació entre A i B, però el problema apareix amb el grup C. Es tornen a solapar els grups B i C. Caldrà trobar la projecció òptima, figuradament l'eix X3, sobre el qual els solapament són mínims i per tant, la discriminació entre grups és màxima. L'objectiu, doncs, és aquest: trobar un eix amb màxim moment d'inèrcia, representat en la figura com **EIM**. Mentre que la projecció dels grups A i B sobre l'eix X1 (punts a_1 i b_1) dona un resultat molt dolent, en l'eix X3 la projecció d'aquests dos grups (centres en els punts a_3 i b_3) ha millorat àmpliament provocant el mínim solapament entre grups. D'igual forma succeeix amb els grups B i C i la seva projecció a l'eix X2. Quan es projecten els dos grups sobre l'eix X3 millora també la discriminació entre els grups.

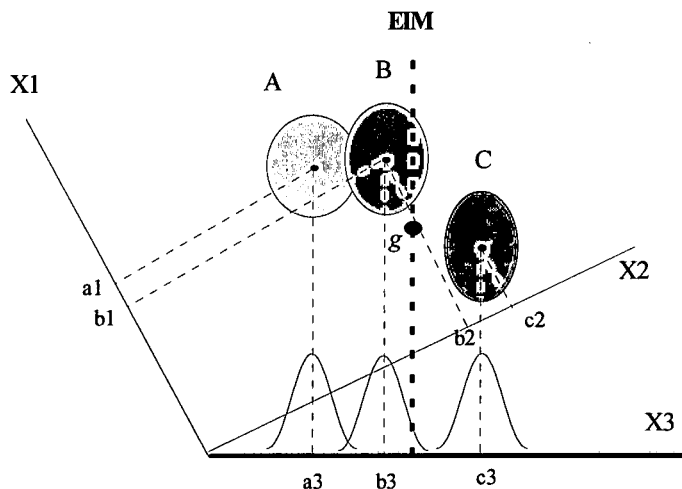


Figura 3.22. Projecció sobre l'eix de moment d'inèrcia màxim.

Anem, doncs, a calcular aquest eix. Suposem que volem projectar els grups sobre l'eix que ve marcat per la direcció del vector a .

Projecció : $a'Ba$

L'objectiu serà trobar quin valor de la projecció serà màxim per obtenir màxima discriminació entre grups. Ara bé, trobar el màxim seria dir que el vector a valgui infinit. Aquesta podria ser una possible solució però que no ens serveix per un motiu molt senzill: maximitzar aquest valor només implica que les classes estiguin el més separades possible i amb qualsevol factor d'escala ja obtindríem aquest efecte. Per tant, s'ha d'imposar alguna restricció a aquesta maximització i aquesta restricció serà forçar que les classes siguin cadascuna d'elles el més compactes possible. En el fons, aquesta restricció implica un procés de normalització respecte a canvis d'escala. Això mateix ho podem veure seguidament.

$$\text{Com } V = B + W \quad \Rightarrow \quad a'Va = a'Ba + a'Wa$$

Si pensem com a factor normalitzador a $a'Va$, això equival a

$$1 = \frac{a' Ba}{a'Va} + \frac{a'Wa}{a'Va}$$

Si hem dit que el primer terme s'ha de maximitzar, llavors el segon terme s'haurà de minimitzar (o com a mínim que el terme es quedi constant). Per tant, només ens preocupa

maximitzar la relació $\max_a \frac{a' Ba}{a'Va}$

Aquesta maximització indica que les classes estan el màxim separades entre elles ($a'Ba$ màxim) però al mateix temps que són el màxim compactes ($a'Va$ mínim per tots els grups).

Per tant, maximitzar la relació anterior és equivalent a

maximitzar $\max a'Ba$ amb $a'Va = 1$. (3.16)

Si introduïm un multiplicador de Lagrange λ per trobar el màxim de l'anterior expressió, amb la condició donada, queda que:

$$F = a'Ba - \lambda(a'Va - 1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} = e_i' Ba + a' B e_i - \lambda (e_i' Va + a' V e_i) = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = a'Va - 1 = 0$$

on e_i és l' i -èssim vector de la base canònica de \mathfrak{R}^p . De (3.17) queda que

$$2e_i' Ba = 2\lambda e_i' Va$$

$$(B - \lambda V)a = 0$$

$$(BV^{-1} - \lambda I)a = 0 \quad (3.18)$$

De l'expressió (3.18) es veu que λ és un valor propi de BV^{-1} .

Per tant

$$a'Ba = a'\lambda Va = \lambda a'Va = \lambda$$

Després d'això, maximitzar (3.16) es converteix en trobar el màxim valor propi de BV^{-1} . Aquí, a representa el vector propi del valor propi λ .

Però diversos factors fan que sigui molt costós i complicat calcular directament els valors propis d'aquesta matriu. Per això, cal trobar una forma de fer un estimació o un afitament d'aquest valor propi per no haver de calcular-lo directament. Una forma podria ser el càlcul del determinant de la matriu, que és el producte dels seus valors propis

$$|BV^{-1}| = \lambda_1 \dots \lambda_p \quad \text{amb } \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$$

La *lambda* de Wilks queda definida com:

$$\Lambda = \frac{|B|}{|B + W|} \quad (3.19)$$

D'on resulta que

$$\Lambda = \frac{|B|}{|B + W|} = |BV^{-1}| = \lambda_1 \dots \lambda_p$$

Per tant, Λ es pot expressar en termes dels valors propis diferents de zero de la matriu anterior.

El rang dels valor propis que resulten està entre 0 i 1 ($0 \leq \lambda \leq 1$). Si un valor propi val 1, això vol dir que els centres de gravetat dels grups projectats sobre un eix d'inèrcia dóna un valor màxim. De fet, l'estadístic de Wilks és una mesura pessimista del poder separador. El valor que realment voldríem és el màxim valor propi. Llavors, si Λ dóna un valor elevat segur que λ_1 encara tindrà un valor superior. Per això és diu que és pessimista.

$$\text{com } 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad \therefore \lambda_1 \geq \Lambda = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_p$$

Tal com s'ha comentat a l'inici d'aquesta secció, existeixen d'altres estadístics quan es realitzen anàlisis multivariants de dades. L'estadístic més optimista, pel fet que se sumen els valors propis, s'anomena la traça de Hotelling-Lawley.

$$\text{traça de Hotelling-Lawley} = \text{tr } V^{-1}B = \sum_{i=1}^p \lambda_i \geq \lambda_1$$

3.5.3. Procediment de selecció.

Precisament, el fet de no haver d'avaluar tots els possibles subconjunts de variables en un vector complet de característiques en la selecció del millor subconjunt porta a utilitzar com a procediment de selecció algun mètode *stepwise*, avaluant les variables una a una per a la seva contribució en la selecció. Aquests mètodes impliquen sovint la selecció *forward* i l'eliminació *backward*.

Aquests mètodes es basen principalment en com varia l'estadístic de Wilks afegint o treient una variable més al sistema, comparada amb una F de Fisher de la forma $F_{k-1, n-k-|s|}$.

$$\text{test } \frac{n-k-|s|}{k-1} \left(\frac{\Lambda_s}{\Lambda_{s'}} - 1 \right)$$

per al conjunt $s = \{l\}$, on $l = 1, \dots, p$ és una de les possible variables disponibles. El conjunt s' serà el mateix conjunt s però amb una variable més o una variable menys segons el mètode usat. Tot i existir diversos i variats estadístics, el procediment de selecció que durem a terme dels paràmetres de textura s'efectuarà amb l'estadístic Λ , el qual hem vist que és pessimista. Això implicarà que quan rebutgem la hipòtesi nul·la, voldrà dir que realment es rebutja amb una alta probabilitat d'encertar en aquest rebuig. Definim a continuació la hipòtesi nul·la sobre la qual treballarem.

Definició de la hipòtesi nul·la.

Suposat que l'estadístic Λ té una distribució de Wilks ($n-1, p, k-1$), on n és el nombre de mostres, p és el nombre de variables i k és el nombre de grups, la hipòtesi nul·la H_0 d'igualtat de grups és

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (3.20)$$

on $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ són els centres de massa dels grups creats amb les variables que s'estan analitzant.

En conclusió, es rebutjarà la hipòtesi nul·la quan el valor de l'estadístic Λ estigui fora del àrea marcada pel nivell de significància. Si es rebutja H_0 , la variable sobre la qual es fa la hipòtesi indica que té suficient poder discriminador per separar els grups. Per altra banda, el fet d'acceptar la hipòtesi nul·la sobre alguna variable indicaria que tots els centres dels grups que s'han creat amb aquella variable estan sobre el mateix punt, amb la qual cosa la variable en qüestió no ens aporta cap poder discriminatori.

A [DIL84], es realitza un estudi complet sobre la formulació de la hipòtesi nul·la d'igualtat de grups sota l'anàlisi discriminant en mètodes multivariants de dades.

Descripció dels procediments de selecció.

A continuació anem a descriure el procediment de selecció *stepwise forward* i *stepwise backward* basat en el criteri d'avaluar si cada nou paràmetre a adoptar aporta o no informació addicional.

En un procediment d'introducció *forward*, es considera l'ingrés d'una nova variable al conjunt s variables. Per a cada variable separatament, es calcula l'estadístic F parcial per veure si dóna informació addicional sobre la resta de variables s' . Llavors s'afegeix la variable que tingui un major valor de l'estadístic F parcial sempre que aquest valor excedeixi un valor inicial especificat. El procés es repeteix sobre el conjunt s' de variables restants. En aquest procediment el conjunt s es modifica de la següent forma $s' = s + \{l\}$, $l \notin s$.

En un procediment d'eliminació *backward*, primer es considera l'eliminació d'una variable del conjunt s variables. Per a cada variable separatament, es calcula l'estadístic F parcial per veure si dóna informació addicional sobre la resta de variables s' . Llavors s'eliminarà la variable que tingui un menor valor de l'estadístic F parcial sempre que aquest valor no excedeixi un valor inicial especificat. Si aquesta variable pot ser eliminada, el procés es repeteix sobre el conjunt s' de variables restants. En aquest procediment el conjunt s es modifica de la següent forma $s' = s - \{l\}$, $l \in s$.

Els procediments *stepwise* emprats en la pràctica sovint usen una combinació de selecció *forward* i eliminació *backward*. Una forma de procedir és fer una eliminació *backward* després de cada pas endavant. Per exemple, suposem que s'ha seleccionat el millor subconjunt s de variables en base al criteri d'informació no addicional. Llavors, abans de considerar la selecció del millor subconjunt s' amb una variable més, es calcula l'estadístic F parcial separatament per a cadascuna de les variables de l'actual subconjunt s per examinar quina informació dóna addicionalment a la informació donada per les $p - |s|$ variables restants. Si el valor més petit d'aquest estadístic no supera un valor crític especificat, s'elimina i el procés torna un pas endarrera amb el subconjunt que conté s' amb una variable menys que s . El procediment sencer acaba quan cap de les variables del subconjunt pot ser exclosa i cap més variable pot ser inclosa. Cal remarcar que encara que la selecció *forward* pot aturar-se en un subconjunt de mida $|s_0|$, el millor subconjunt de mida $|s_0| - 1$ es pot haver format per permetre la possibilitat de l'eliminació d'una variable en ell mitjançant una eliminació *backward*.

L'ús de procediment *stepwise* genera moltes interpretacions. Per exemple, encara que en el procediment descrit anteriorment s'adopta la distribució F per a especificar el valor del llindar, no és del tot apropiat donat que està sota consideració el menor valor dels estadístics F . Aleshores, a cada pas el test no es realitza amb el mateix nivell nominal de significància. A més, els tests no són independents i és extremadament difícil jutjar la magnitud de nivells de significància simultanis en les seqüències dels tests. No obstant, [HAW76] va donar algunes línies mestres per adoptar si el que es volia era assegurar que la probabilitat total d'incloure una variable irrellevant fos menor que un valor α predeterminat.

Per a certs models probabilístics, [COS79] *et al.* i [COS86] *et al.* van desenvolupar alguns experiments de Monte Carlo per investigar com escollir el valor crític de l'estadístic F parcial per a la selecció *forward* basats en aquest estadístic.

Encara que fins ara s'han descrit procediments de selecció *stepwise* en termes del criteri d'informació no addicional, es poden usar altres criteris. Per exemple, un altre criteri considera la contribució d'una variable addicional en base a l'increment de la mesura de la distància generalitzada de Rao, el qual és equivalent a l'increment en l'estadístic de la traça de Hotelling. Un altre criteri afegeix la variable que, juntament amb les variables ja seleccionades, maximitza l'estadístic de ratio de probabilitat [HOR68]. Això condueix a la mateixa decisió que escollir la variable corresponent al valor més elevat de l'estadístic F parcial. [AND82] va suggerir un procediment de selecció *forward* usant l'estadístic de ratio de probabilitat en el context de la discriminació logística. També hi ha l'ús del ratio de l'error com a criteri, però s'aplica més a d'altres aplicacions.

3.5.4. Aplicació de l'anàlisi discriminant a la determinació de la capacitat discriminatòria dels paràmetres de textura utilitzats.

Usarem la teoria de l'anàlisi discriminant vista anteriorment per a la nostra aplicació en concret. El plantejament del problema és el següent: disposem d'un vector de variables de característica i sabem que cada vector correspon a una única classe o grup. Volem demostrar que totes les variables d'aquest vector ens aporten informació addicional suficientment significativa com per no rebutjar cap variable per a la classificació. Tal com hem vist anteriorment, això és precisament el procediment *stepwise*. En els principals paquets estadístics hi ha disponibles algorismes de selecció *stepwise*, com per exemple els programes BMDP7M, DISCRIMINANT i STEPDISC en el paquets BMDP (1990), SPSS (1991) i SAS (1992), respectivament. En aquest treball s'ha usat el paquet SAS donat que és un dels més recents i incorpora objectivament millors característiques.

En concret s'ha fet el següent experiment:

Disposem de 26 fotografies extretes de l'àlbum de Brodatz corresponent a 26 textures. Aquestes imatges es poden veure en l'apèndix B al final d'aquest volum. Per a cada imatge de textura s'han calculat els diferents paràmetres definits anteriorment.

Com a dades d'entrada tenim vectors de variables (paràmetres de textura) que corresponen a diverses classes, així com també sabem la classe a la qual pertany aquell vector. Per tant, ens resulta que cada imatge té 32×32 tèxels i cada tèxel ve caracteritzat per 5 components. Per a cada imatge tenim 1024 vectors amb 5 variables cadascun.

Les nostres dades d'entrada:

```

Vector de característiques 0 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 1 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 2 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 3 (L, A, D, F, G)
...
Vector de característiques 1023 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 0 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 1 (L, A, D, F, G)
Vector de característiques 25
Classe a la qual pertany: 0
Classe a la qual pertany: 0
Classe a la qual pertany: 0
Classe a la qual pertany: 0
Classe a la qual pertany: 1
Classe a la qual pertany: 1
Classe a la qual pertany: 25

```

Aquest paquet estadístic porta un algorisme de procediment *stepwise* anomenat STEPDISC, que realitza la selecció endavant i l'eliminació endarrera, i que funciona segons s'ha explicat anteriorment.

L'entrada a l'algorisme és la següent:

```

/*
*****
SAS Paràmetres de Textura
/*
NAME: STEPDEX
/*
PROCS: FORMAT STEPDISC
/*
DATA: Imatges de l'àlbum de Brodatz
/*
*****
*/

```

```

data Vectors_Brodatz;
infile 'w:\dades.dat';
title 'Imatges de Brodatz';
input granu linia difu abrup discon imatge;
label granu='Granulositat'
linia='Linealitat'
difu='Difuminat'
abrup='Abruptitat'
discon='Discontinuitat';
proc stepdisc data=Vectors_Brodatz all;
class imatge;
var granu linia difu abrup discon;
run;

```

Per usar l'algorisme de l'STEPDISC cal definir i donar format a les dades d'entrada. En aquest cas, al tenir un nombre tant elevat de dades d'entrada, aquestes es troben en un fitxer. Recordem que seran 32x32x26 vectors, això fa un total de 26.624 vectors corresponents a 26 grups diferents. Per a cada línia d'entrada al fitxer de dades hi ha les 5 variables i el grup al qual pertany. Això ho defineix la línia input. Un cop es defineixen les dades, s'indica quines són les variables i quin és el grup, llavors ja es pot executar el procediment indicant-ne la sortida. En aquest cas s'ha indicat al programa que tregui tota la informació que és capaç de generar (all). Com a sortides més rellevants hi ha: correlacions entre classes, covariàncies entre classes, correlacions entre mostres, covariàncies entre mostres tant al final del procediment com a cada nivell. També s'indica per a cada pas els valors dels diferents estadístics que l'algorisme calcula i usa per eliminar o seleccionar una variable determinada. El fet d'eliminar o acceptar una variable vol dir que s'elimina o s'accepta un paràmetre de textura del sistema d'extracció de característiques.

3.5.5. Interpretació dels resultats.

S'ha usat el procediment *stepwise* per a la selecció de variables amb el programa anterior amb tres modalitats: *stepwise*, *forward* i *backward*.

A continuació s'inclou la sortida abreujada de l'algorisme. Per a més detall de la sortida de resultats veure l'apèndix A.

Stepwise Discriminant Analysis

```
26624 Observations          5 Variable(s) in the Analysis
  26 Class Levels           0 Variable(s) will be included
```

The Method for Selecting Variables will be: STEPWISE

```
Significance Level to Enter =  0.1500
Significance Level to Stay  =  0.1500
```

No variables can be removed

No further steps are possible

Stepwise Selection: Summary

Step	Variable Entered	Variable Removed	Number In	Partial R**2	F Statistic	Prob > F
1	DIFU		1	0.7701	3564.134	0.0001
2	DISCON		2	0.3940	691.811	0.0001
3	LINIA		3	0.3954	695.639	0.0001
4	ABRUP		4	0.1759	227.082	0.0001
5	GRANU		5	0.1843	240.423	0.0001

Stepwise Selection: Summary

Step	Variable		Number In	Wilks' Lambda	Prob < Lambda
	Entered	Removed			
1	DIFU		1	0.22988497	0.0001
2	DISCON		2	0.13930132	0.0001
3	LINIA		3	0.08422625	0.0001
4	ABRUP		4	0.06940982	0.0001
5	GRANU		5	0.05661428	0.0001

En tots tres procediments la sortida ha estat la mateixa. S'han entrat totes 5 variables al sistema i no se n'ha eliminat cap. Això significa que totes les variables aporten informació rellevant per obtenir els grups o classes a partir de les mostres d'entrada. Aleshores, el nostre sistema de paràmetres de textura necessita tots els paràmetres per obtenir una discriminació efectiva entre textures.

El nivell de significància habitual en un test estadístic mitjançant l'estadístic Λ de Wilks és del 15%. Això significa que per rebutjar la hipòtesi nul·la, el valor de l'estadístic ha d'estar en l'àrea compresa dins el 15% de l'àrea total de la distribució de Wilks. Si el valor està dins el 85% de l'àrea, s'acceptaria la hipòtesi nul·la d'igualtat dels centres dels grups definida anteriorment a (3.20). La última columna de les taules del sumari indiquen el valor en % que ocupa el valor de l'estadístic dins la distribució. En tots els casos estem molt lluny d'un valor crític, per tant es rebutja la hipòtesi nul·la H_0 .

No totes les variables cooperen per igual en la discriminació. Unes tenen més importància que les altres des del punt de vista de la discriminació. Per ordre d'aportació d'informació són: difuminat, discontinuïtat, linealitat, abruptitat i granulositat. En els resultats anteriors es pot veure l'aportació d'informació mirant-ne els valors dels estadístics (Fisher i lambda de Wilks).