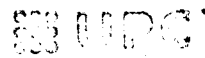


APORTACIÓ A LA IDENTIFICACIÓ PARAMÈTRICA DE SISTEMES DINÀMICS

Memòria presentada al departament
d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial,
per accedir al grau de
Doctor Enginyer Industrial



BIBLIOTECA RECTOR GABRIEL FERRATÉ
Campus Nord

per
Teresa Escobet i Canal
1997

Director
Joseba Quevedo i Casín
Dept. ESAII

Capítol 5

Comportament dels mètodes d'estimació temporals en processos no ideals

5.1 Introducció

En aquest capítol s'estudia el comportament dels dos mètodes d'estimació temporals, seleccionats en el capítol 3: variable instrument (IV) i error de sortida (OE) quan el procés està sotmès a un comportament no ideal i s'excita amb senyals periòdiques.

Com a banc de proves s'ha escollit l' "ECC bench-mark model" per ser un procés difícil de modelitzar i les no idealitats que presenta en les seves especificacions es corresponen a problemes reals dels processos. "ECC bench-mark model" va ser definit inicialment el 1991 en l'*European Control Conference* com a desafiament, per a diferents investigadors, en el disseny de controladors adaptatius. La idea era disposar d'un procés complex i general sobre el qual aplicar una gran varietat d'algorismes adaptatius amb l'objectiu de ser avaluats i comparats, com el presentat per [Ninness, 1991].

Aquest banc de proves consta de diferents escenaris:

- procés amb soroll colorat, estudiat en l'apartat 4.4
- pertorbació de càrrega
- saturació a l'entrada
- saturació a la sortida
- actuador amb dinàmiques no despreciables.

La simulació s'ha realitzat de la forma descrita en l'apartat 4.4.1. El procés s'ha excitat amb alguns dels senyals d'entrada periòdics dissenyats en el capítol 2.

Aquest mateix banc de proves s'ha utilitzat per fer un estudi comparatiu entre els mètodes d'estimació temporal i freqüencials [Evans 96] i [Quevedo 96].

L'objectiu d'aquest capítol és analitzar en quines condicions els senyals d'excitació periòdics utilitzats: multisinusoidals i PRBS, permeten estimar un model de qualitat quan el procés està sotmès a comportaments no ideals.

5.2 Escenari amb pertorbació de càrrega no mesurable

Una pertorbació de càrrega introdueix al procés components de baixes freqüències i origina mitjanes no nul·les en el senyal de sortida del procés.

Aquest escenari és interessant perquè permet estudiar:

- la influència d'aquestes pertorbacions en els mètodes d'estimació paramètrics emprats
- els possibles tractaments a realitzar en els senyals per tal de millorar la qualitat del model estimat.

5.2.1 Descripció de l'escenari

El model simulat es descriu en la figura 5.1.

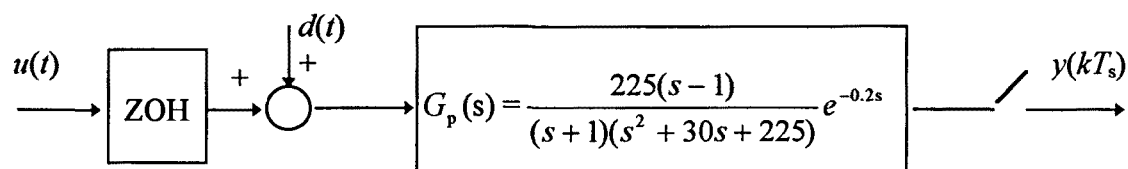


Figura 5.1. Diagrama de blocs de l'escenari amb pertorbació de càrrega.

A l'entrada del procés s'afegeix una pertorbació de càrrega no mesurada $d(t)$ que varia al llarg de l'experiment en graons periòdics de -5, 0 i +5 Volts de 50 segons de durada.

Els senyals d'entrada amb què s'excita el procés són: ml7, sc70 i lc70, tots es caracteritzen per tenir una banda de freqüències semblant i el mateix nombre d'harmònics dominants.

5.2.2 Resultats obtinguts amb els mètodes d'estimació OE i IV òptim.

En excitar el procés de la figura 5.1 amb el senyal periòdic sc70 s'obté el senyal de sortida $y(kT_s)$ de la figura 5.2. S'hi observa una variació esglaonada del seu valor mig.

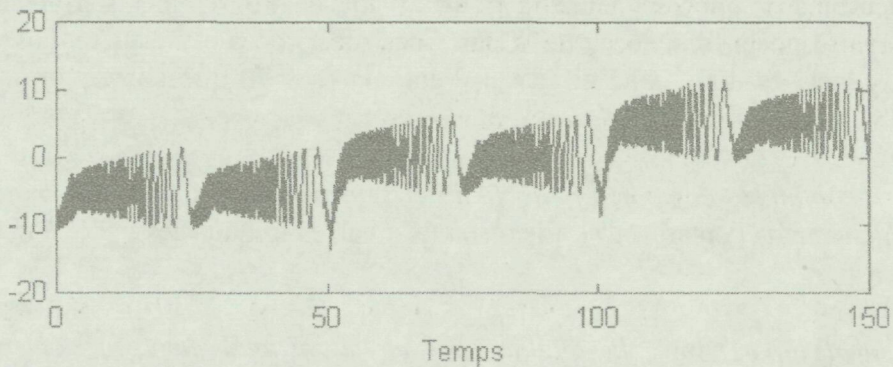


Figura 5.2. Evolució de $y(kT_s)$ amb un senyal excitació sc70 i amb pertorbació de càrrega.

Emprant directament les dades resultants de la simulació i els mètodes d'estimació OE i IV òptim, s'estimen un conjunt de models. Els valors dels diferents criteris de comparació: criteris paramètrics i criteris d'error (descrits en l'apartat 4.2), es mostren en l'annex A.3 (taules A.7 i A.8). D'acord amb el tipus d'entrades i segons s'ha deduït en l'apartat 4.4.3, la qualitat del model estimat s'obté directament de l'estudi dels errors freqüencials. En la figura 5.3 es visualitzen els valors del criteri d'error freqüencial en el domini S, en funció del tipus d'entrada i del mètode d'estimació emprat.

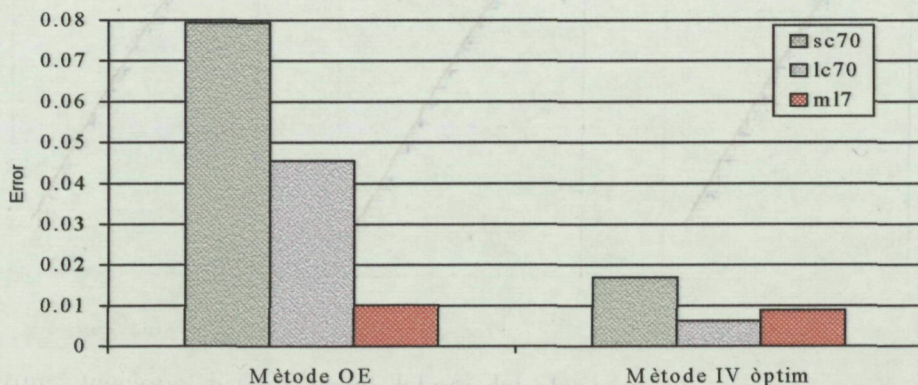


Figura 5.3. Comparació dels errors freqüencials en el domini S.

A partir dels resultats s'observa:

- El mètode d'estimació IV òptim proporciona un model de millor qualitat que el mètode d'estimació OE. Aquest fet és degut que el mètode IV òptim internament filtra les dades (apartat 3.2.2) i conseqüentment anul·la el valor mig dels senyals de sortida en tots els períodes.
- Els resultats obtinguts amb el mètode OE estan relacionats amb la RMS del senyal, a major RMS millor qualitat en el model estimat. En la figura 5.4 es compara la resposta

freqüencial estimada, quocient entre la transformada de Fourier del senyal de sortida i d'entrada, i la resposta freqüencial de la part lineal del procés estudiat, i s'observa que la major divergència es dona quan el senyal d'entrada és sc70 que correspon al senyal de menor RMS.

- *El mètode IV òptim, es comporta millor amb el senyal multisinusoidal de major energia total (lc70) que amb el binari (ml7). Els resultats a baixes freqüències millora amb el senyal lc70.*
- *Amb el senyal binari, ml7, la qualitat del model estimat emprant com a mètodes d'estimació OE i IV òptim és semblant, sent lleugerament millor l'estimat amb el segon mètode. El motiu pel qual els resultats són semblants és per la poca influència que presenta aquest tipus de pertorbació sobre les baixes freqüències (figura 5.4).*

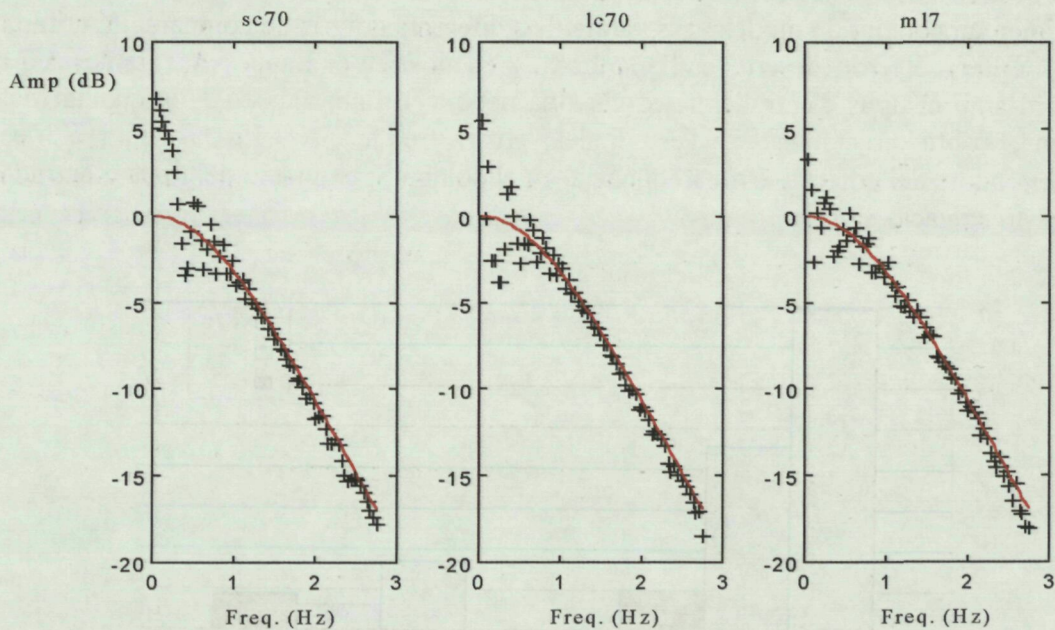


Figura 5.4. Resposta freqüencial del model lineal (—) i quocient entre la transformada de Fourier de les dades (+).

5.2.3 Transformació delta

Alguns autors com [Söderström, 1987] i [Middleton, 1990] han proposat tractar les dades d'entrada i sortida amb l'operador delta, per eliminar les baixes freqüències. Aquesta transformació consisteix en calcular els valors incrementals:

$$\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y(t-1)$$

i estimar el model mitjançant els nous senyals $\Delta u(t)$ i $\Delta y(t)$. En aquestes condicions el procés lineal continu (4.11) és pot representar per l'equació en temps discret:

$$\Delta y(t) = \frac{b_0 q^{-1} - b_1 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} q^{-4} \Delta u(t)$$

Les conseqüències d'escriure el model d'aquesta forma comparada amb la representació original són:

- el model descriu la relació entre les variacions de les dades, no entre l'entrada i la sortida original
- i el valor mig s'anul·la

Com a resultat de transformar les dades d'entrada i sortida amb l'operador delta i aplicar els mètodes d'estimació OE i IV òptim, s'han obtingut els resultats de les taules A.9 i A.10. En la figura 5.5 es comparen els errors freqüencials en el domini S, i s'observa que, independentment del mètode d'estimació:

- La qualitat del model estimat amb els senyals d'excitació multisinusoïdals augmenta considerablement respecte al cas precedent. Aquesta millora es més significativa per senyals amb CF (2.23) alt o equivalentment, en el nostre cas, RMS baix.
- La qualitat del model decreix quan l'excitació és un senyal binari, a causa d'una pèrdua d'informació a freqüències baixes.

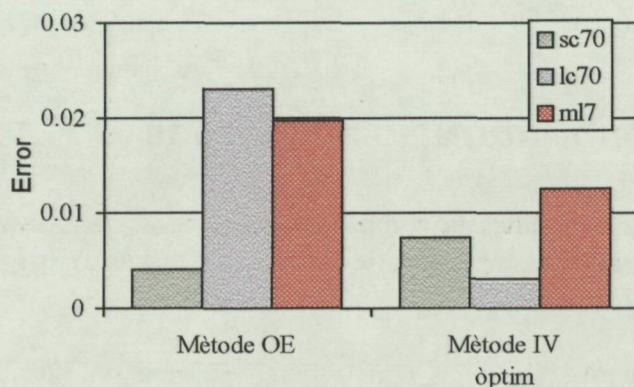


Figura 5.5. Valor dels errors freqüencials en el domini S. Senyals modificats amb l'operador delta

5.2.4 Filtrat freqüencial

Un dels avantatges que presenten els senyals periòdics és el fet de poder millorar la relació SNR (2.31) seleccionant les freqüències d'interès, fet que s'ha anomenat **filtrat freqüencial** i

s'ha descrit en l'apartat 2.4 de la present tesi. Amb aquest tractament s'aconsegueix reduir la influència de les pertorbacions.

Els resultat obtinguts en filtrar freqüencialment les dades de sortida es descriuen en les taules A.11 i A.12. Els errors freqüencials en el domini S , en funció del tipus d'entrada i del mètode d'estimació, es comparen en la figura 5.6

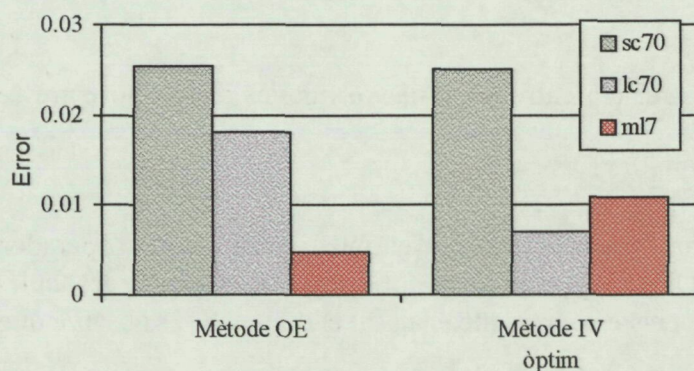


Figura 5.6. Valors dels errors freqüencials en el domini S . Senyal de sortida filtrat freqüencialment

- *Amb el mètode OE, independentment del senyal d'excitació, s'obtenen models estimats de millor qualitat que amb les dades no filtrades.*
- *Amb el mètode IV no s'observa cap millora de la qualitat dels models estimats respecte als obtinguts amb les dades no filtrades.*

5.3 Escenari amb saturació a l'entrada

Una saturació a l'entrada modifica la composició freqüencial del senyal introduït al procés. Aquesta modificació es dona en tot l'espectre del senyal d'excitació, ja que un saturador limita en funció de l'amplitud temporal.

Aquest escenari ens permet estudiar com repercuteix una no linealitat estàtica, com la saturació, en l'estimació lineal de models.

5.3.1 Descripció de l'escenari

El model simulat es descriu en la figura 5.7.

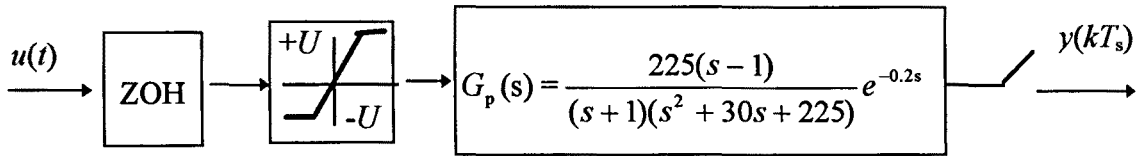


Figura 5.7. Diagrama de blocs del procés amb saturació a l'entrada

A l'entrada del procés hi ha una saturació de valor $U = 6.5V$. Igual que el cas anterior, els senyals d'excitació són els senyals periòdics: ml7, sc70 i lc70, que es caracteritzen per tenir una energia total o RMS_u diferent (apartat 2.5.2).

Com s'ha dit al principi, aquest tipus de no linealitat limita l'amplitud del senyal que excita el procés, conseqüentment el RMS_u tindrà molta importància. Amb l'objectiu d'estudiar quina és la incidència d'aquesta no linealitat respecte als senyals excitació amb el mateix valor de RMS_u , s'ha multiplicat el senyal original per un factor d'escala (SF). Les característiques dels nous senyals es mostren en la Taula 5.1.

Taula 5.1 Característiques dels nous senyals excitació

Senyal escalat	màxim valor de $u(t)$, A	energia total RMS_u	factor de cresta, CF	SF
sc70_e	12.73	7.5	1.70	1.6968
lc70_e	10.38	7.5	1.38	1.3843
ml7_e	7.5	7.5	1	1

5.3.2 Resultats obtinguts amb els mètodes d'estimació

Els valors dels diferents criteris de comparació entre els models estimats i el model real s'exposen en l'annex A.4, les taules A.13 i A.14 mostren els resultats amb els senyals normals i les taules A.15 i A.16 amb els senyals escalats.

En aquestes taules es constata que la qualitat dels models estimats a l'emprar com a mètode d'estimació OE són lleugerament millor que els estimats amb IV òptim. Per aquest motiu, en la figura 5.8, sols s'han graficat els valors dels criteris freqüencials en el domini S, obtinguts a l'estimar el model amb el mètode OE.

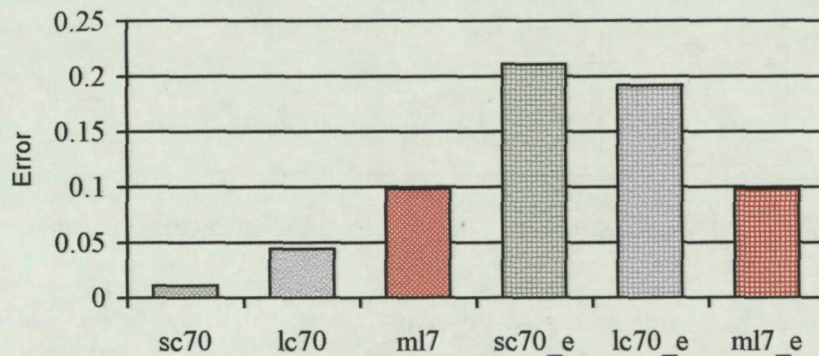


Figura 5.8. Errors freqüencials en el domini S, mètode d'estimació OE

A raó dels resultats, es pot dir que:

- *El model de millor qualitat s'obté amb el senyal excitació de menor energia total el sc70. Perquè aquest senyal conté pocs valors en l'interval $[\pm 6.5, \pm 7.5]$ i per tant, es veu poc afectat per la saturació.*
- *En excitar el procés amb senyals d'igual RMS, la qualitat del model obtingut està directament relacionada amb el CF del senyal. A major CF, pitjor qualitat en el model estimat. A l'incrementar l'amplitud per aconseguir senyals de la mateixa energia total, els errors que es generen són considerables.*

Per comparar més a fons la qualitat dels models estimats és interessant observar quin és l'efecte freqüencial de la saturació en cadascun dels senyals excitació emprats. Els resultats es visualitzen en la figura 5.9. A partir d'ells podem afirmar que:

- *En el cas del senyal binari sc70, la saturació modifica per igual totes les freqüències del senyal, reduint-se sols la seva amplitud. Conseqüentment els pols i zeros estimats seran els més propers al valor real, mentre que el guany serà el que presentarà una divergència major. *El senyal binari és el que permet estimar millor les dinàmiques del procés i l'error freqüencial obtingut serà degut solament a una incorrecta estimació del guany.**
- *Respecte als senyals multisinusoïdals, la saturació a l'entrada modifica de forma diferent totes les freqüències del senyal d'excitació, incorporant components d'alta freqüència. Conseqüentment el tipus de senyal amb que s'està pertorbant el procés és molt diferent de l'original. *A l'augmentar l'amplitud del senyal d'entrada el model estimat estarà més lluny del model real.**

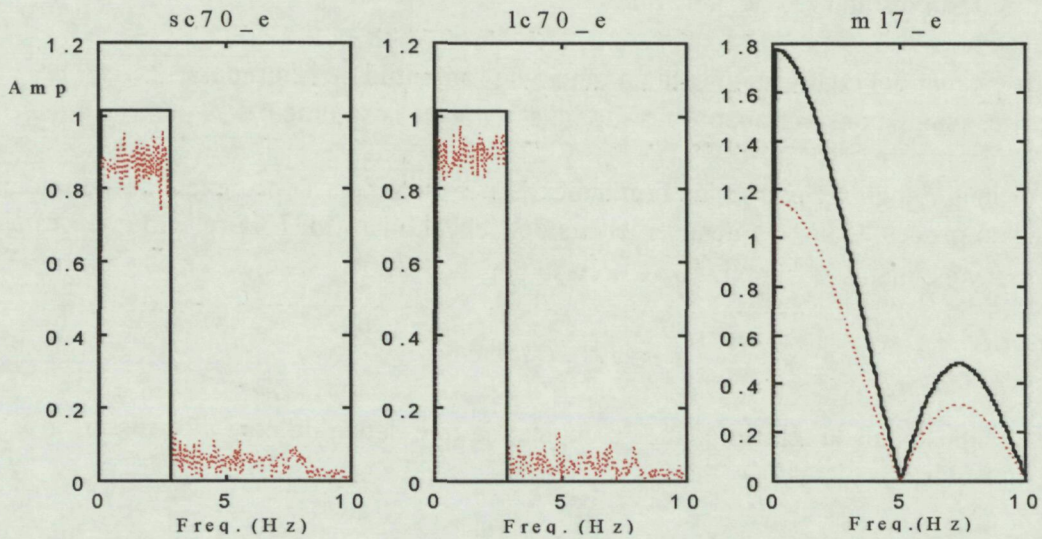


Figura 5.9. Modificació de l'espectre dels senyals d'entrada a la sortida d'una saturació: (—) senyal que teòricament entra al procés i (---) senyal real.

Amb l'objectiu de determinar si existeix alguna relació entre el valor estimat del guany del procés i l'amplitud màxima del senyal d'entrada (A), s'ha excitat el procés amb els mateixos tipus de senyals però variant els valors de A . Els resultats obtinguts es visualitzen en la figura 5.10. Les corbes obtingudes són semblants a la funció descriptiva que presenta aquesta no linealitat [Slotine, 1991].

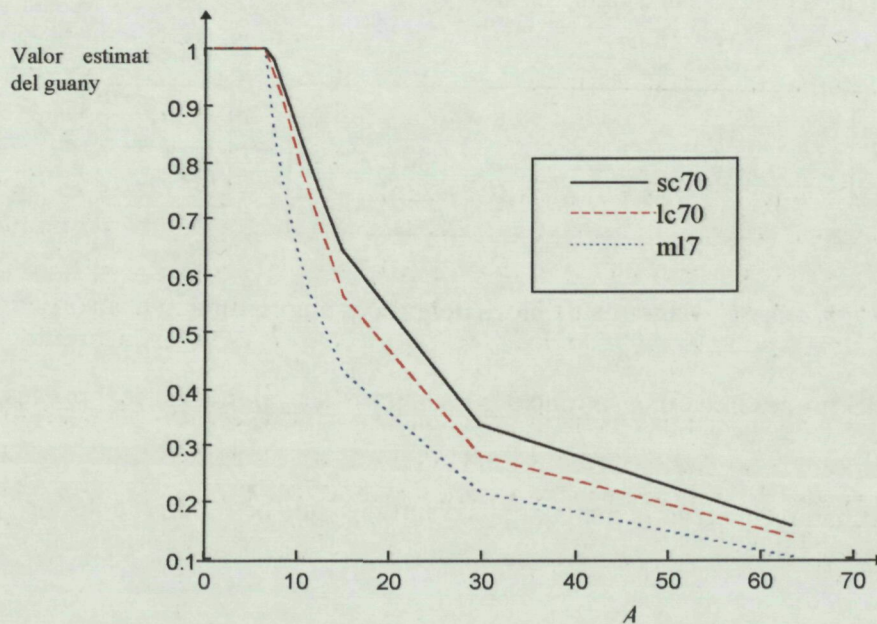


Figura 5.10. Valor estimat del guany en funció de l'amplitud màxima de l'entrada, A .

A partir d'aquests resultats es dedueix que:

- el valor estimat del guany augmenta en funció de l'amplitud de l'entrada
- i aquest es manté constant quan A no supera el valor de la saturació U .

El valor estimat del guany pot ser un bon indicatiu per identificar la presència de saturacions a l'entrada d'un procés. Concretament, en el cas del senyal binari, ml7, la relació que s'estableix entre el guany estimat, \hat{k} , i l'amplitud, ve donada per:

$$\hat{k} \cong U/A.$$

En les multisinusoïdals la relació és més complexa ja que depèn de com s'ha dissenyat la fase de cada sinusoïde.

5.4 Escenari amb saturació a la sortida

En aquest escenari es pretén visualitzar com efecte l'estimació dels paràmetres la presència d'una saturació a la sortida. L'estudi es farà, igual que en el cas anterior, introduint en el procés senyals d'entrada de diferents característiques.

5.4.1 Descripció de l'escenari

El model simulat es descriu en la figura 5.11.

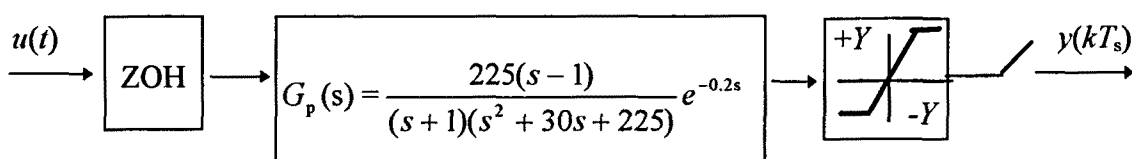


Figura 5.11. Diagrama de blocs del procés amb saturació a la sortida

A la sortida del procés hi ha una saturació que limita el senyal mesurat del procés. El valor de la saturació és de $Y = 6.5V$.

En aquest escenari es fa servir el mateix tipus d'entrades que en l'apartat anterior.

5.4.2 Resultats obtinguts amb els mètodes d'estimació

Els valors dels criteris de comparació es descriuen en l'annex A.4, les taules A.17 i A.18 mostren els resultats d'excitar el procés amb els senyals normals, i les taules A.19 i A.20 amb

els senyals escalats. Igual que en el cas anterior es constata que la qualitat dels models estimats a l'utilitzar com a mètode d'estimació OE és lleugerament millor que els models estimats amb el mètode IV òptim. Per aquest motiu sols es grafiquen, figura 5.12, els valors dels criteris freqüencials en el domini S, fruit d'emprar com a mètode OE.

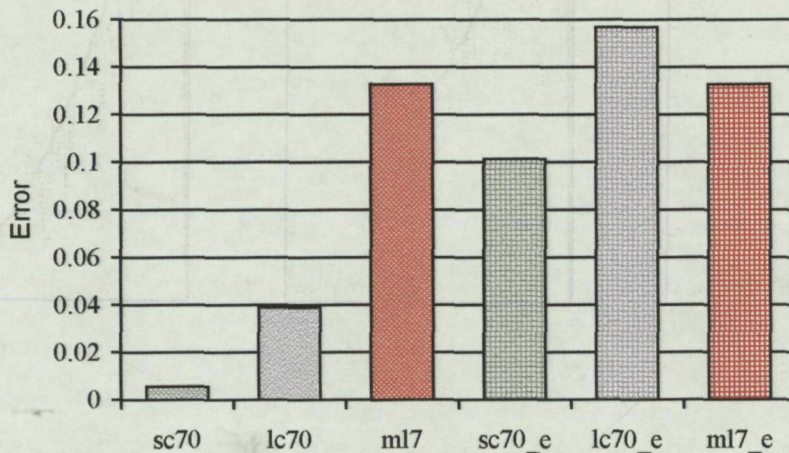


Figura 5.12. Valors del criteri d'error freqüencial

Observant els resultats podem dir que en presència d'una saturació a la sortida:

- El RMS_u té molta influència en la qualitat del model obtingut, *a menor RMS_u major qualitat*.
- Al comparar senyals amb la mateixa energia, *el que millor es comporta és el que presenta un factor de cresta major*.

Tal com es pot veure en la figura 5.13, independentment del senyal excitació utilitzat, una saturació a la sortida modifica l'amplitud del senyal, sobretot a freqüències baixes. A diferència de la saturació a l'entrada, no és possible estimar el valor de la saturació a la sortida observant el valor estimat del guany.

Com a resultat d'observar directament la resposta temporal del procés simulat (figura 5.14) si que serà possible estimar directament el valor de saturació, ja que a pesar que s'incorpori energia al procés el seu senyal de sortida es manté constant.

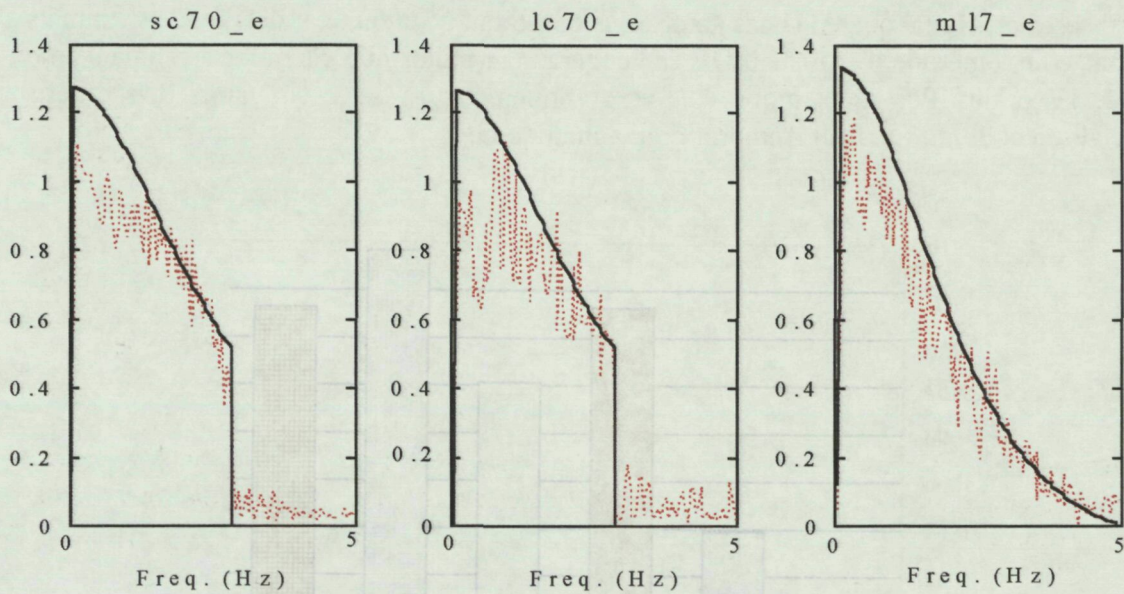


Figura 5.13. Espectre de la sortida del procés ideal (—) i del procés amb saturació a la sortida (...), com a resultat d'aplicar al procés els senyals escalats.

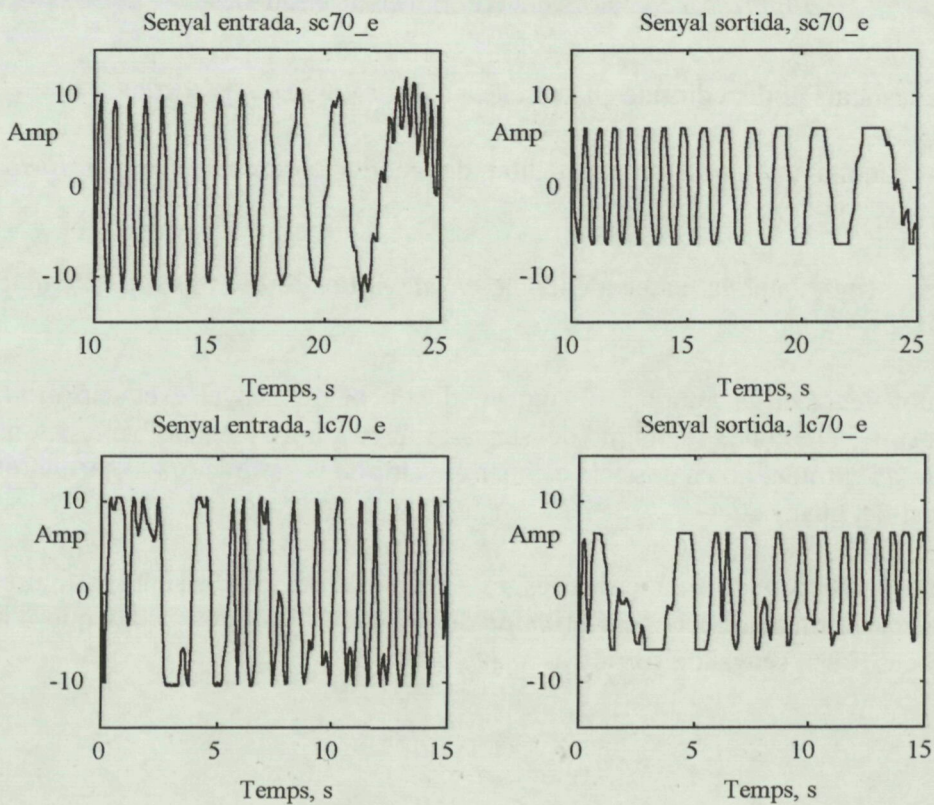


Figura 5.14. Variació temporal dels senyals d'entrada: sc70_e i lc70_e, amb el seu corresponent senyal de sortida.

5.5 Escenari amb actuador

Aquest escenari permet avaluar com es comporten els mètodes d'estimació en presència d'un actuador amb dinàmiques ràpides properes al procés, del qual es disposa d'un sensor que permet conèixer l'estat de l'acció de control (sortida de l'actuador).

Una possible forma d'eliminar les dinàmiques ràpides incorporades per l'actuador és mostrejant directament el senyal aplicat al procés. En aquestes circumstàncies, però, el senyal amb què es pertorba el procés, no conté un ZOH, i s'incompleix la condició bàsica per a l'estimació discreta de processos continus, apartat 4.2.1.

En l'apartat 4.2.3 s'ha proposat una tècnica que té per objectiu obtenir el model continu a pesar de no disposar d'un ZOH. Conseqüentment, l'escenari estudiat, servirà també per validar el mètode proposat.

5.5.1 Descripció de l'escenari

El model simulat es descriu en la figura 5.15.

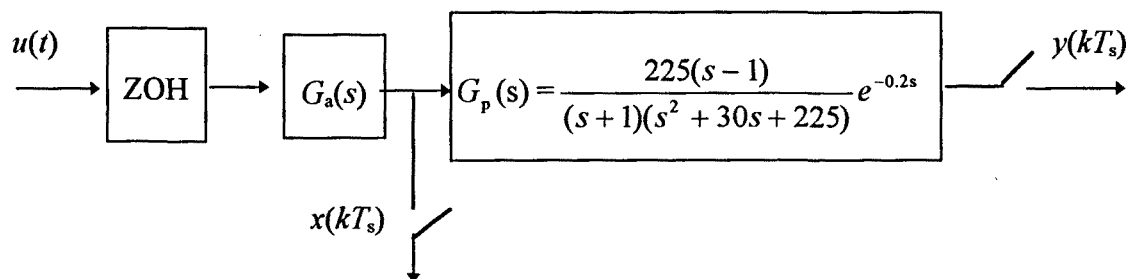


Figura 5.15. Diagrama de blocs del procés amb actuador

Modificant les especificacions originals del model ECC, s'ha incorporat un actuador dinàmic amb una funció de transferència:

$$G_a(s) = \frac{10^8}{(s+100)^4}$$

Els pols de l'actuador ($p_a = -100$) són solament set vegades majors que els pols d'alta freqüència, la qual cosa representa que la dinàmica de l'actuador està relacionada amb el procés i no es pot despreciar. Aquest escenari es va incloure per tal de simular un problema real estudiat per [Evans, 1994] en la modelació de turbines dinàmiques.

A més a més del senyal de sortida $y(kT_s)$, es té accés al senyal d'entrada al procés $x(kT_s)$.

El seu objectiu es veure si és possible estimar de forma aproximada la funció de transferència del procés, $G_p(s)$.

5.5.2 Resultats obtinguts amb els mètodes d'estimació

En aquest apartat, s'estudien les funcions de transferència estimades a partir dels senyals $y(kT_s)/u(kT_s)$, $\hat{G}_{yu}(s)$, i $y(kT_s)/x(kT_s)$, $\hat{G}_{yx}(s)$, considerant en ambdós casos un model d'ordre 3. Els resultats obtinguts es mostren en l'annex A.6, taules A.21, A.22, A.23 i A.24, a partir de les quals s'observa que el mètode OE estima un model de millor qualitat que el mètode IV òptim. Per aquest motiu, i igual que en els escenaris anteriors, en la figura 5.16 es compara l'error freqüencial en el domini S obtingut a l'estimar el model amb el mètode OE.

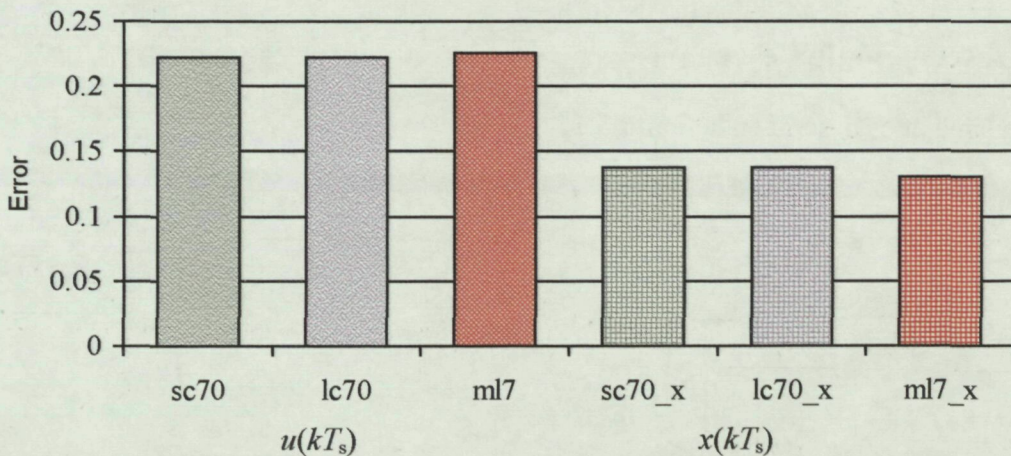


Figura 5.16. Valors dels criteris d'error freqüencial obtinguts amb les funcions de transferència estimades pel mètode OE: $\hat{G}_{yu}(s)$ i $\hat{G}_{yx}(s)$, i en funció del tipus de senyal excitació.

Independentment del tipus de senyal d'excitació s'observa:

- Els errors que s'obtenen són alts, això indica que *els models estimats són de poca qualitat*.
- Prescindint de l'actuador, els models estimats amb el senyal $x(kT_s)$ són millors que els models estimats amb el senyal $u(kT_s)$.
- Independentment del mètode d'estimació i del senyal d'excitació, *els models continus $\hat{G}_{yu}(s)$ tenen un zero positiu d'alta freqüència no despreciable*. Els valors dels zeros, resultat de transformar els models discrets a continus, estan compresos entre:

$$30 \text{ i } 50 \text{ rad/seg} < 10 \cdot (2\pi f_{\max})$$

i per tant no menyspreables. Com es pot veure en la figura 5.17, aquest zero demés, origina un transitori de fase no mínima on queden englobades totes les dinàmiques no modelades de l'actuator.

- Com el cas anterior, amb els senyals $y(kT_s)$ i $x(kT_s)$ s'estima un model continu, $\hat{G}_{yx}(s)$, amb un zero d'alta freqüència no despreciable però negatiu. En aquest cas però, tal i com s'observa en la figura 5.18, el zero és el responsable que la resposta a un graó del model estimat sigui més ràpida que la del model real. El senyal $x(kT_s)$ no permet estimar un bon model perquè no compleix la condició bàsica per a l'estimació discreta d'un procés continu (apartat 4.2.1).

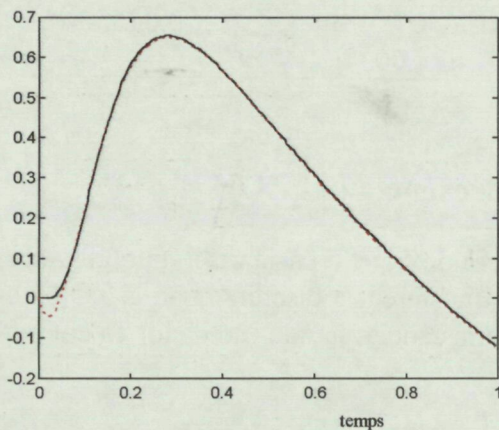


Figura 5.17. Sortida a un graó unitari de:

(—) $G_a(s)G_p(s)$ i (---) $\hat{G}_{yu}(s)$.

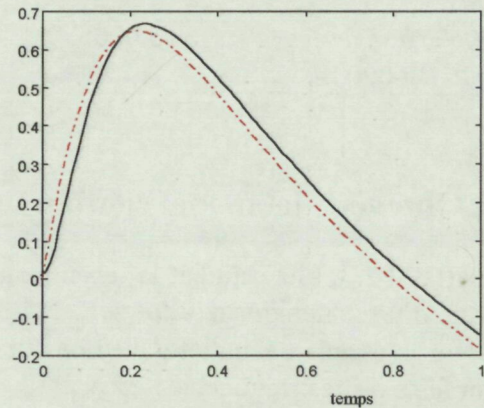


Figura 5.18. Sortida a un graó unitari de:

(—) $G_p(s)$ i (---) $G_{yx}(s)$

Una alternativa a plantejar en aquest cas, és veure si considerant els senyals $y(kT_s)$ i $u(kT_s)$ es possible estimar tot el sistema (conjunt actuator mes procés). Amb aquest objectiu s'ha estimat una nova funció de transferència, d'ordre 7, considerant com el mètode d'estimació OE i sc70 com a senyal d'excitació. Els resultats es mostren en la taula 5.2. En ella es constata que:

- s'estimen correctament els pols del procés però no els de l'actuator
- els zeros no concorden amb els que caldria esperar
- en el model estimat s'observa que hi ha una cancel·lació de dos pols i dos zeros complexos
- s'obtenen pols complexos de part real negativa.

Aquest resultat s'obtenen perquè la freqüència a què s'està mostrejant l'actuador (20 Hz) no compleix el Teorema de Shannon, ja que l'actuador té una freqüència de 15.9 Hz. Caldria mostrejar a una freqüència major.

Taula 5.2 Comparació dels pols i zeros del procés real amb els del model estimat utilitzant el senyal d'entrada sc70 i el mètode d'estimació OE.

Model real		Model estimat	
Pols	Zeros	Pols	Zeros
+0.9512	-4.9276	+0.9512	-5.1000
+0.4724	+1.0513	+0.4726	+1.0513
+0.4724	-0.3581	+0.4721	-0.3600+0.8517j
+0.0072+0.00046j	-0.0414	-0.3600+0.8517j	-0.3600-0.8517j
+0.0072-0.00046j	-0.0057	-0.3600-0.8517j	-0.3659
+0.0063+0.00042j	-0.0005	+0.0146+0.0034j	-0.0465
+0.0063-0.00042j		+0.0146-0.0034j	

5.5.3 Obtenció del model continu sense la presència del ZOH

En l'apartat 4.2.3, s'ha estudiat la relació entre la funció de transferència discreta obtinguda en presència d'un mantenidor d'ordre zero i la funció de transferència discreta quan el ZOH no hi és present. L'escenari estudiat s'ajusta a aquestes circumstàncies ja que l'actuador es comporta com un filtre d'altres freqüències.

En la figura 5.19 es compara la resposta freqüencial discreta estimada amb els senyals $y(t)$ i $x(t)$ amb $G_p(\omega)$. La resposta freqüencial estimada fent el quocient entra la transformada de Fourier discreta dels senyals $y(t)$ i $x(t)$, és la funció de transferència $G_{BL}(\omega)$, descrita per (4.24) o en el cas ideal (4.25).

En presència d'un ZOH, la resposta freqüencial tindrà per funció de transferència $G_{ZOH}(\omega)$. En el cas de senyals periòdiques, la relació que s'estableix entre aquestes dues respostes és directament $ZOH(\omega)$ (4.26).

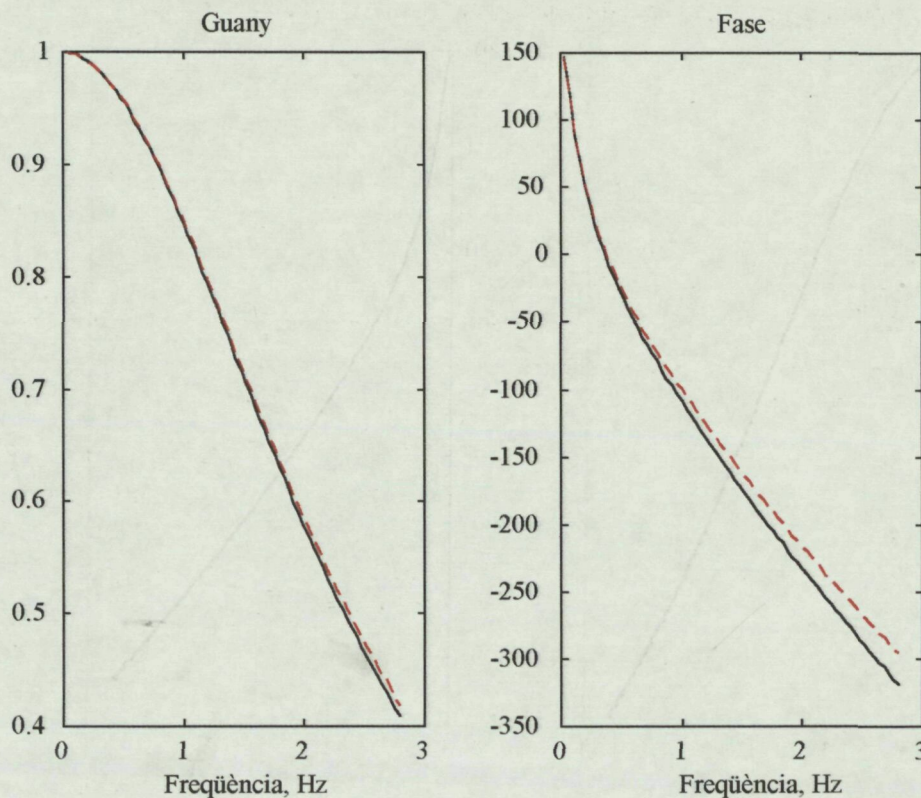


Figura 5.19. Guany i fase de la resposta freqüencial discreta: (---) estimada fent el quocient de la transformada de Fourier dels senyals $y(t)$ i $x(t)$; i (—) $G_p(\omega)$. Mitjana absoluta de l'error 0.129.

Gràcies a aquestes relacions, és possible modificar convenientment el senyal de sortida mesurat i estimar un model paramètric discret, $G_{ZOH}(q^{-1})$, transformable a model continu. La forma de procediment es descriu a continuació:

- 1r. per les freqüències d'interès, es calculen els valors de $ZOH(\omega)$ segons (4.5)
- 2n. a partir de la transformada de Fourier discreta dels senyals $y(t)$ i $x(t)$, s'estima la resposta freqüencial $G_{BL}(\omega)$, (4.24)
- 3r. emprant l'equació (4.27), es calcula la resposta freqüencial $G_{ZOH}(\omega)$
- 4r. fent la transformada de Fourier discreta del senyal excitació aplicat al procés, $U(\omega)$, i a partir de $G_{ZOH}(\omega)$, s'estima el valor de $Y_d(\omega)$: $Y_d(\omega) = G_{ZOH}(\omega) U(\omega)$
- 5é. la transformada inversa de Fourier de $Y_d(\omega)$, permet calcular la sortida discreta modificada, $y_d(t)$.

En la figura 5.20 es mostra la resposta freqüencial $G_{ZOH}(\omega)$. S'observa que tant l'amplitud com la fase s'ajusten millor a $G_p(\omega)$ que $G_{BL}(\omega)$. Els valors dels criteris de comparació calculats a partir dels senyals $u(t)$ i $y_d(t)$ es mostren en les taules de l'annex A.25 i A.26.

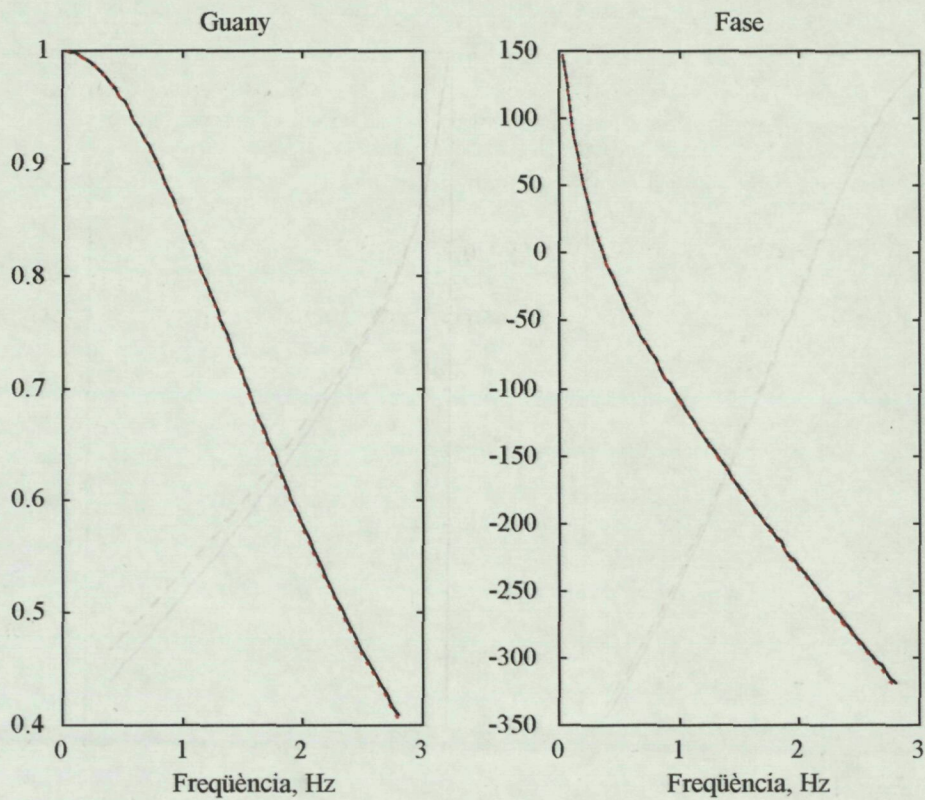


Figura 5.20. Guany i fase de la resposta freqüencial discreta: (---) $G_{ZOH}(\omega)$; i (—) $G_p(\omega)$. Mitjana absoluta de l'error 0.009.

En la figura 5.21 es visualitzen els valors del criteri d'error freqüencial en el domini S depenent del tipus de senyal excitació i com a resultat d'utilitzar el mètode OE.

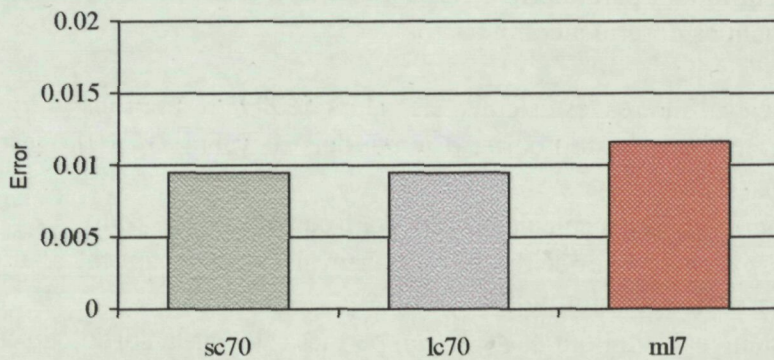


Figura 5.21. Valors del criteri d'error freqüencial considerant els senyals $u(t)$ i $y_d(t)$.

S'observa que:

- Els errors han disminuït notablement, és a dir, *la qualitat del model estimat és considerablement millor.*
- *Els senyals multisinusoïdals permeten obtenir un model de millor qualitat que amb el senyal binari.* Aquest fet és degut que pels càlculs anteriors sols s'ha tingut en compte el primer harmònic prescindint, en el cas del senyal binari, de les àlies generades. Tot i així els resultats obtinguts amb el senyal binari són considerablement millors que els obtinguts directament a partir dels senyals mostrejats.

5.6 Conclusions

- Procés amb pertorbació de càrrega

A partir dels resultats de simulació obtinguts podem dir que en presència d'una pertorbació de càrrega:

- El mètode a partir del qual obtenim millors resultats, sigui quin sigui el senyal excitació, és el mètode IV òptim.
- El model estimat com a resultat d'excitar el procés amb un senyal multisinusoïdal i emprant com a mètode d'estimació OE, es veu molt afectat per una pertorbació de càrrega. Aquest model millora notablement com a resultat d'aplicar la transformada delta o fer un filtrat freqüencial del senyal de sortida.
- El mètode IV òptim, independentment del senyal d'excitació, estima models de qualitat semblant. La qualitat del model millora com a resultat d'aplicar la transformada delta quan els senyals d'excitació són multisinusoïdals.
- La transformada delta és útil per senyals amb un RMS baix. A menor RMS millor és la qualitat del model estimat. No és útil en el cas de senyals binaris.
- El filtrat freqüencial de les dades sols millora els resultats del mètode OE, obtenint-se en aquest cas resultats comparables amb el mètode IV òptim.

- Procés amb saturació a l'entrada

Les conclusions que s'obtenen d'aquest escenari són:

- Els mètode d'estimació OE ofereix resultats lleugerament millor que el mètode IV òptim.
- Els senyals menys afectats per una saturació a l'entrada són els senyals amb RMS menor.
- Amb els senyals binaris s'estima correctament la dinàmica del procés però no el guany estacionari. Al considerar seqüències d'amplitud diferent, és possible identificar el valor de la saturació.

- Procés amb saturació a la sortida

En el cas de saturacions a la sortida:

- La qualitat del model estimat emprant com a mètode d'estimació OE és lleugerament millor que els obtinguts amb el mètode IV òptim.
- Per estimar un model en aquestes circumstàncies és millor treballar amb senyals d'excitació de poca energia total.
- Una saturació a la sortida pot ser detectada amb l'observació directa del senyal de sortida del procés.

- Procés amb actuator

Les conclusions que es dedueixen quan es vol estimar la funció de transferència d'un procés i no es disposa d'un ZOH són:

- El mètode d'estimació a partir del qual s'obté un model de millor qualitat és OE.
- Els models estimats, tant a partir del senyal d'excitació de l'actuator com el senyal d'entrada al procés, són de molt poca qualitat.
- Aquest escenari ha permès validar la tècnica proposada en l'apartat 4.2.3, ja que al modificar el senyal de sortida tenint en compte l'efecte addicional de reconstrucció d'un ZOH, la qualitat del model estimat millora notablement.

Capítol 6

Determinació de l'estructura del model

6.1 Introducció

S'anomena *estructura* d'un model als valors del retard pur, nk , i el grau dels polinomis $B(q^{-1})$ i $A(q^{-1})$, nb i na respectivament. Els coeficients d'un model d'*estructura coneguda* (nk , na , nb) es poden estimar emprant els mètodes exposats en el capítol 3r.

Abans però, d'estimar els valors dels paràmetres dels diferents polinomis, cal fixar els valors dels paràmetres estructurals (nk , na , nb). Aquests paràmetres estructurals rarament són coneguts prèviament i, per aquest motiu, cal recórrer la majoria de les vegades a assaigs prova i error. A la bibliografia hi ha una gran varietat de mètodes i/o criteris a partir dels quals obtenir informació sobre l'estructura del model.

En aquest capítol es descriuran i s'avaluaran alguns d'aquests mètodes o criteris: l'anàlisi de correlació, l'estudi estadístic de la funció residu, els criteris d'identificació, l'estudi estadístic dels coeficients dels polinomis i la situació dels pols i zeros del model estimat. L'objectiu és determinar quins d'aquests mètodes són els més eficients i en quines condicions ens són útils per a la determinació dels retard pur o l'ordre del model o ambdós.

6.2 Noció d'ordre d'un model

Cal dir en primer lloc que la noció d'ordre *adequat* d'un model és un terme ambigu, ja que el model es determina a partir de l'anàlisi de la resposta del procés estudiat i aquest model sols caracteritza el procés amb un cert grau de precisió.

El model estimat no té per objectiu contenir tots els aspectes dinàmics d'un procés, però sí que cal que aquest model disposi dels elements essencials. Inicialment no es vol pretendre obtenir un model de gran complexitat, ja que la seva principal utilització serà el disseny de controladors. Per aquests motius, el model estimat *òptim* serà resultat d'un compromís entre dos aspectes:

- a) la *qualitat* del model, avaluada a partir de: la coincidència entre la sortida del model i del procés, la no correlació entre els residus i l'entrada, respostes freqüencials equivalents, ...;
- b) i la senzillesa del model, avaluada com l'absència: d'arrels redundants, paràmetres no significants, ...

L'objectiu dels *tests d'estructura* és avaluar el grau en que s'assoleixen les dues condicions anteriors a) i b) i consisteixen en un tàndem entre els resultats d'estimació i una posterior optimització.

En absència de perturbacions i considerant un procés lineal, l'estructura òptima tindrà com a característiques que el valor del criteri serà igual a zero i les sortides del model i del procés seran idèntiques [van den Boom, 1982]. En el cas d'un procés amb una entrada i una sortida, la noció d'*ordre* es pot definir com el *nombre màxim de pols d'un procés que no siguin compensables amb un zero*.

En el cas genèric però, els processos tenen sorolls que pertorben les mesures, altres tenen comportaments no lineals i/o no estacionaris. Les característiques anteriors són en aquestes circumstàncies menys apreciables, el valor del criteri serà mínim però no nul i la resposta del model i del procés seran semblants. En aquests casos una part de la dinàmica del procés pot quedar eclipsada per la presència de soroll. La recerca de l'estructura del model serà per tant subjectiva i caldrà fer servir coneixements qualitius.

Pels motius esmentats, la noció d'ordre òptim es defineix d'una forma més qualitativa, *un model que sigui la millor imatge del procés estudiat*. L'estudi d'aquest model pot ser molt complex, però pot ser senzill si es limita l'estudi a una *classe de models*. La classe de models estudiats seran, en el nostre cas, models ARMAX i OE.

La presència de perturbacions ha originat un gran nombre de *tests d'estructura* [Szafnicki, 1988]. La gran majoria d'aquests tests estan basats en estudis de probabilitats i tenen per objectiu seleccionar el millor model d'entre dues estructures candidates, a aquest tipus de test se'ls ha anomenat criteris d'identificació. En general aquests test consisteixen en, donats i models, M_i , capaços de descriure el comportament d'un procés:

M_i està definit pel vector de paràmetres θ_i , amb $d_i = \text{dimensió}(\theta_i)$

cadascun dels models estimats es caracteritza per tenir un valor del criteri d'identificació: $W(\theta_i)$, es considera com a model òptim aquell que minimitzi el valor de $W(\theta_i)$.

6.3 Determinació de l'estructura a partir de l'anàlisi de correlació

6.3.1 Anàlisi de correlació

El model (3.2), pot descriure's per l'equació:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)u(t-k) + v(t) \quad (6.1)$$

on $g(k)$ és una seqüència de pesos i equival a la resposta impuls finita (FIR) del procés i $v(t)$ és el terme pertorbació.

Considerant que el senyal d'entrada, $u(t)$, i el soroll són senyals independents, és a dir, el sistema no està realimentat, la relació entre la covariància creuada, $r_{yu}(\tau)$, i l'autocovariància de $u(t)$, $r_u(\tau)$, es descriu per l'equació de Wiener- Hopf:

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)r_u(\tau-k) \quad (6.2)$$

on $r_{yu}(\tau) = E y(t+\tau)u(t)$ i $r_u(\tau) = E u(t+\tau)u(t)$.

En el cas en que el valor mig sigui nul, les funcions de covariància s'estimen directament de les dades segons:

$$\begin{aligned} \hat{r}_{yu}(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} y(t+\tau)u(t) & \tau &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ \hat{r}_u(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} u(t+\tau)u(t) & \hat{r}_u(-\tau) &= \hat{r}_u(\tau) \quad \tau = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.3)$$

L'equació (6.4) permet estimar la resposta impuls d'un sistema. En general, de la seva resolució s'obté un sistema lineal de dimensió infinita.

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^N \hat{g}(k)\hat{r}_u(\tau-k) \quad (6.4)$$

El problema queda molt simplificat quan l'entrada és un soroll blanc. El soroll blanc es caracteritza per tenir com a funció d'autocovariància:

$$r_u(\tau) = \begin{cases} \lambda^2, & \tau = 0 \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

sent λ^2 la variància de la pertorbació $v(t)$. Per tant, substituint (6.5) en l'equació (6.4) es dedueix l'expressió (6.6) a partir de la qual es fàcil estimar la resposta impuls.

$$\hat{g}(k) = \frac{\hat{r}_{yu}(k)}{\hat{\lambda}^2} \quad (6.6)$$

Quan l'entrada no és un soroll blanc, l'estimació de la resposta impuls finita pot fer-se:

1r) Resolent directament l'equació 6.4, [Söderström, 1989]. Aquesta es pot expressar en forma matricial segons:

$$\begin{bmatrix} r_{yu}(0) \\ r_{yu}(1) \\ \vdots \\ r_{yu}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u(0) & r_u(-1) & \cdots & r_u(-l) \\ r_u(1) & r_u(0) & \cdots & r_u(-l+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_u(l) & r_u(l-1) & \cdots & r_u(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}(0) \\ \hat{g}(1) \\ \vdots \\ \hat{g}(l) \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

on l és aquell valor de $\tau > 0$ en que $r_{yu} \cong 0$. La resposta impuls finita s'estima directament de l'equació anterior pel mètode de mínims quadrats.

$$\begin{bmatrix} \hat{g}(0) \\ \hat{g}(1) \\ \vdots \\ \hat{g}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_u(0) & r_u(-1) & \cdots & r_u(-l) \\ r_u(1) & r_u(0) & \cdots & r_u(-l+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_u(l) & r_u(l-1) & \cdots & r_u(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_{yu}(0) \\ r_{yu}(1) \\ \vdots \\ r_{yu}(l) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Perquè aquesta equació tingui una solució única, cal que la matriu a invertir, anomenada matriu d'autocovariàncies, no sigui singular.

2n) Blanquejant el senyal d'entrada mitjançant un filtre $L(q^{-1})$ [Ljung, 1994]. Aquest filtre es pot calcular utilitzant un model AR d'ordre alt, de forma que: $L(q^{-1})u(t) = e(t)$. Com a resultat de filtrar tant el senyal d'entrada com el de sortida s'obtenen els nous senyals:

$$\begin{aligned} y_F(t) &= L(q^{-1})y(t) \\ u_F(t) &= L(q^{-1})u(t) \end{aligned}$$

Amb els nous senyals i les equacions (6.3) i (6.6), s'estima la resposta impuls.