

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

## **TESIS DOCTORAL**

**Aportaciones al estudio del flujo armónico de cargas**

Autor: SERGIO HERRAIZ JARAMILLO

Director: LUIS SAINZ SAPERA

Barcelona, mayo de 2002



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

# **TESIS DOCTORAL**

**Aportaciones al estudio del flujo armónico de cargas**

Autor: SERGIO HERRAIZ JARAMILLO

Director: LUIS SAINZ SAPERA

Barcelona, mayo de 2002



*A mi familia*



*Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Luis Sainz Sopera por su ayuda, apoyo y dedicación durante la realización de esta tesis.*

*También quiero dar las gracias al Dr. Gerald T. Heydt de la Arizona State University (EE.UU.) por sus sugerencias y por darme la oportunidad de realizar parte de mi trabajo en su centro.*

*Agradezco al resto de compañeros del Departamento de Ingeniería Eléctrica la ayuda que me han prestado en el desarrollo de esta tesis.*

*También deseo agradecer a mi familia y mis amigos por estar ahí en los malos momentos.*

*Finalmente, deseo expresar mi gratitud al Ministerio de Educación y Cultura por el apoyo económico que me ha permitido realizar este trabajo.*





# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	El problema de la contaminación armónica .....	1
1.2	Objetivos de la tesis.....	3
1.2.1	Calidad en el suministro eléctrico .....	4
1.2.2	Modelización de dispositivos no lineales .....	5
1.2.3	Formulación del flujo armónico de cargas .....	7
1.3	Estructura de la tesis.....	8
<b>2</b>	<b>Calidad en el suministro eléctrico</b>	<b>11</b>
2.1	Transformadas frecuenciales e índices de calidad .....	13
2.1.1	Transformadas al dominio de la frecuencia.....	13
2.1.2	Índices de calidad .....	19
2.1.2.1	Señales periódicas .....	20
2.1.2.2	Señales aperiódicas.....	23
2.2	Distorsión armónica de ventana móvil.....	23
2.2.1	Caracterización .....	24
2.2.2	Otros índices de calidad basados en la STDFT .....	27

2.2.2.1	Pérdidas de potencia activa .....	27
2.2.2.2	Interferencias en la señal .....	29
2.2.3	Aplicaciones del índice propuesto.....	29
2.2.3.1	Ejemplo 1: Estudio de una señal de clase A .....	30
2.2.3.2	Ejemplo 2: Estudio de una señal de clase I .....	31
2.2.3.3	Ejemplo 3: Influencia del tamaño de la ventana .....	32
2.2.3.4	Ejemplo 4: Estudio de una instalación industrial.....	34
2.3	Error en el estudio de cargas no lineales al aplicar la DFT.....	36
2.3.1	Error entre la FT y la DFT .....	37
2.3.2	Funciones de orden-k y funciones canónicas-k .....	38
2.3.3	Estudio de dispositivos no lineales.....	41
2.3.3.1	Fuente de alimentación monofásica .....	41
2.3.3.2	Fuente de alimentación trifásica.....	43
2.3.3.3	Lámpara de descarga.....	44
2.3.3.4	Rectificadores AC/DC de 6 y 12 pulsos .....	46
<b>3</b>	<b>Rectificadores no controlados con filtro capacitivo</b> .....	<b>49</b>
3.1	Rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo .....	51
3.1.1	Introducción .....	51
3.1.2	Análisis del comportamiento del rectificador monofásico.....	54
3.1.2.1	Resultados de las simulaciones .....	56
3.1.3	Modelo del rectificador monofásico .....	70
3.1.3.1	Caracterización por la corriente consumida.....	70
3.1.3.2	Caracterización por la potencia consumida.....	77
3.1.4	Validación del modelo propuesto.....	80
3.1.4.1	Caracterización por la corriente consumida.....	80
3.1.4.2	Caracterización por la potencia consumida.....	84
3.1.4.3	Consideración sobre la impedancia de la línea .....	88
3.1.5	Aplicaciones del estudio realizado.....	90
3.1.5.1	Aplicación del estudio sobre su comportamiento .....	90
3.1.5.2	Aplicaciones del modelo propuesto .....	91
3.1.6	Consideraciones sobre los límites de emisión de armónicos .....	93

3.1.6.1	Ejemplo 1: Cumplimiento de la normativa .....	95
3.1.6.2	Ejemplo 2: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia. ....	97
3.1.6.3	Ejemplo 3: Ejemplo numérico.....	98
3.2	Rectificador trifásico no controlado con filtro capacitivo .....	98
3.2.1	Introducción.....	98
3.2.2	Modelo del rectificador trifásico .....	101
3.2.2.1	Caracterización por la corriente consumida .....	101
3.2.2.2	Caracterización por la potencia consumida.....	107
3.2.3	Validación del modelo propuesto.....	110
3.2.3.1	Caracterización por la corriente consumida .....	110
3.2.3.2	Caracterización por la potencia consumida.....	116
3.2.4	Aplicaciones del modelo propuesto.....	119
3.2.4.1	Ejemplo 1: Caracterización de la corriente consumida.....	119
3.2.4.2	Ejemplo 2: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia de línea .....	120
3.2.5	Consideraciones sobre los límites de emisión de armónicos.....	121
3.2.5.1	Ejemplo 1: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia .....	124
3.2.5.2	Ejemplo 2: Cumplimiento de la normativa .....	124
<b>4</b>	<b>Formulación del flujo armónico de cargas</b> .....	<b>125</b>
4.1	Introducción.....	126
4.2	Flujo de cargas convencional .....	127
4.3	Flujo armónico de cargas .....	128
4.3.1	Penetración armónica .....	130
4.3.2	Penetración armónica iterativa .....	134
4.3.3	Flujo de cargas armónico simplificado.....	138
4.3.4	Flujo armónico de cargas completo.....	143
4.4	Ejemplo analítico.....	147
4.4.1	Penetración armónica .....	150
4.4.2	Penetración armónica iterativa .....	153
4.4.3	Flujo de cargas armónico simplificado.....	155
4.4.4	Flujo armónico de cargas completo (componente fundamental).....	159

4.4.5	Flujo armónico de cargas completo (componentes fundamental y armónicas).....	160
4.5	Ejemplo numérico.....	161
<b>5</b>	<b>Conclusiones y líneas futuras de investigación</b>	<b>169</b>
5.1	Resumen y conclusiones.....	169
5.2	Sugerencias para futuras líneas de investigación.....	171
<b>Apéndice. Modelización de los rectificadores no controlados con filtro capacitivo</b>		<b>173</b>
A.1	Rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo.....	173
A.1.1	Expresiones analíticas.....	176
A.1.1.1	Caso inductivo.....	176
A.1.1.2	Caso general.....	178
A.1.1.3	Determinación de constantes.....	181
A.1.1.4	Determinación de las incógnitas $t_1$ y $t_2$ .....	182
A.1.2	Determinación de los armónicos de corriente.....	182
A.2	Rectificador trifásico no controlado con filtro capacitivo.....	183
A.2.1	Expresiones analíticas.....	185
A.2.1.1	Caso general.....	185
A.2.1.2	Determinación de constantes.....	189
A.2.1.3	Determinación de las incógnitas $t_1$ y $t_2$ .....	189
A.1.2	Determinación de los armónicos de corriente.....	190
<b>Bibliografía</b>		<b>191</b>
1	Libros.....	191
2	Artículos de revistas y ponencias en congresos.....	192
2.1	Calidad en el suministro eléctrico.....	192
2.2	Rectificadores no controlados con filtro capacitivo.....	193
2.3	Formulación del flujo armónico de cargas.....	195
3	Otras publicaciones.....	198

# Índice de Figuras

2.1. Aplicación de una función ventana a una señal .....	16
2.2. Muestreo de señales para su procesamiento .....	17
2.3. Representación del STDFT de una señal $g(t)$ .....	18
2.4. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de seis pulsos ideal .....	21
2.5. Representación del cálculo del STHD .....	25
2.6. Variación típica del STHD en función de $\Delta T$ para una señal aperiódica.....	26
2.7. Alimentación de un horno eléctrico de arco .....	34
2.8. STHD de un horno eléctrico de arco en función del ancho de ventana $\Delta T$ .....	35
2.9. Pérdidas de potencia en función del STHD .....	36
2.10. Ilustración del aliasing .....	38
2.11. a) Funciones de orden-0, $g_1(t)$ , y orden-1, $g_2(t)$ ; b) Funciones canónica-0, $g_3(t)$ , y canónica-1, $g_4(t)$ .....	40
2.12. Curvas de error de la función de orden-0 $g_1(t) = e^{-t}U(t)$ .....	40
2.13. Intensidad consumida por una fuente de alimentación monofásica, $i_M$ .....	41
2.14. Contenido armónico de $i_M$ .....	41
2.15. Curvas de error para la intensidad $i_M$ .....	42

2.16. Intensidad consumida por una fuente de alimentación trifásica, $i_T$ .	43
2.17. Contenido armónico de $i_T$ .	43
2.18. Curvas de error para la intensidad $i_T$ .	44
2.19. Intensidad consumida por una lámpara de descarga, $i_L$ .	45
2.20. Contenido armónico de $i_L$ .	45
2.21. Curvas de error para la intensidad $i_L$ .	45
2.22. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de seis pulsos ideal, $i_{R6}$ .	46
2.23. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de doce pulsos ideal, $i_{R12}$ .	46
2.24. Contenido armónico de $i_{R6}$ .	47
2.25. Contenido armónico de $i_{R12}$ .	47
2.26. Curva de error para las intensidades $i_{R6}$ e $i_{R12}$ .	47
3.1. Esquema del rectificador monofásico con filtro capacitivo.	51
3.2. Formas de onda de la corriente de línea del lado de alterna $i(t)$ y de la tensión del lado de continua $u_C(t)$ .	55
3.3. Ancho del pulso de corriente de línea.	57
3.4. Caracterización de la tensión de continua.	58
3.5. Caracterización de la corriente fundamental de línea.	60
3.6. Corrientes armónicas de línea $i_h = I_h/I_1$ .	61
3.7. Distorsión armónica total, $THD$ , de la corriente de línea.	62
3.8. Corriente armónica de línea $i_3 = (I_3/I_1)\angle\theta_3$ en el plano complejo.	63
3.9. Corrientes armónicas de línea, $i_5 = (I_5/I_1)\angle\theta_5$ e $i_7 = (I_7/I_1)\angle\theta_7$ .	64
3.10. Emisión de corriente armónica ( $h = 3$ ) por vatio consumido.	65
3.11. Esquema del circuito utilizado en el análisis de la atenuación de armónicos.	67
3.12. Factores de atenuación para las corrientes armónicas.	69
3.13. Modelo propuesto para el rectificador monofásico.	70
3.14. Formas de onda de la corriente de línea, la tensión de alimentación y de la tensión de continua.	71
3.15. Área del pulso de corriente: a) caso resistivo; b) caso inductivo; c) caso casi-sinusoidal.	75
3.16. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la caracterización de la corriente y del cálculo de los armónicos de corriente.	77

3.17. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la determinación del punto de trabajo del rectificador monofásico.....	79
3.18. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la corriente consumida .....	83
3.19. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la potencia consumida .....	87
3.20. Influencia de la impedancia de línea en la caracterización de la corriente de alterna.....	89
3.21. Corrientes armónicas de línea $i_3 = I_3/I_1$ .....	91
3.22. Límite armónico en función de la reactancia normalizada de línea .....	96
3.23. Consideración sobre los límites de contaminación armónica.....	96
3.24. Esquema del rectificador trifásico con filtro capacitivo.....	99
3.25. Modelo propuesto para el rectificador trifásico.....	101
3.26. Formas de onda de la corriente de línea, la tensión de alimentación y de la tensión de continua.....	103
3.27. Área del pulso de corriente: a) caso resistivo; b) caso inductivo; c) caso casi-sinusoidal .....	105
3.28. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la caracterización de la corriente y del cálculo de los armónicos de corriente .....	108
3.29. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la determinación del punto de trabajo del rectificador trifásico .....	109
3.30. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la corriente consumida .....	114
3.31. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la potencia consumida.....	118
4.1. Estructura del método de penetración armónica .....	131
4.2. Estructura del método de penetración armónica iterativa .....	134
4.3. Tratamiento del sistema en el IHA .....	136
4.4. Estructura del método del flujo de cargas armónico simplificado .....	139
4.5. Tratamiento del sistema en el HA.....	141
4.6. Sistema a estudio.....	148

4.7. Esquema del rectificador trifásico no controlado .....	148
4.8. Formas de onda de la intensidad de alterna y de la tensión en el condensador del rectificador trifásico no controlado .....	149
4.9. Esquema del sistema a estudio para $h = 5, 7, \dots$ .....	152
4.10. Reducción del sistema a estudio a los nudos no lineales .....	154
4.11. Sistema a estudio para la frecuencia fundamental .....	157
4.12. Sistema a estudio para las frecuencias armónicas ( $h = 3, 5, \dots$ ) .....	157
4.13. Equivalente Thévenin desde el nudo no lineal (componente fundamental) .....	158
4.14. Equivalente Thévenin desde el nudo no lineal (componentes armónicas) .....	158
4.15. Ejemplo estudiado .....	163
4.16. Distorsión armónica de la corriente consumida por el convertidor trifásico de seis pulsos .....	166
4.17. Distorsión armónica de la corriente consumida por el rectificador trifásico no controlado .....	166
4.18. Distorsión armónica de la tensión del nudo 3 .....	167
4.19. Distorsión armónica total de las tensiones de los nudos ( $h_m \leq 25$ ) .....	167
4.20. Formas de onda de la tensión del nudo 3: HP (izquierda), CHLFF (derecha) .....	167
4.21. Ratio potencia armónica - potencia fundamental .....	168
A.1. Esquema de la fuente de alimentación monofásica .....	174
A.2. Formas de onda de la corriente $i$ y de la tensión $u_C$ .....	174
A.3. Esquema del circuito durante la descarga del condensador .....	175
A.4. Esquema del circuito durante la carga del condensador .....	175
A.5. Obtención de una solución particular: fuente de corriente abierta .....	177
A.6. Obtención de una solución particular: fuente de alimentación cortocircuitada .....	178
A.7. Esquema de la fuente de alimentación trifásica .....	183
A.8. Formas de onda de la corriente $i$ y de la tensión $u_C$ .....	183
A.9. Esquema del circuito durante la carga del condensador .....	184
A.10. Esquema del circuito durante la descarga del condensador .....	185
A.11. Obtención de una solución particular: fuente de corriente abierta .....	187
A.12. Obtención de una solución particular: fuente de alimentación cortocircuitada .....	188



## Índice de Tablas

2.1.	Límites de la distorsión de la tensión según la normativa IEEE.....	22
2.2.	STDFT de una señal de clase A .....	31
2.3.	STDFT de una señal de clase I.....	32
2.4.	Cálculo del K-factor y del valor eficaz usando funciones ventana.....	33
2.5.	K-factor y valor eficaz para diferentes valores de ancho de ventana.....	34
2.6.	STHD del horno eléctrico de arco para intervalos de tiempo consecutivos .....	35
3.1.	Límites armónicos para equipos de Clase D.....	94
3.2.	Límites armónicos para equipos de Clase A.....	121
3.3.	Límites armónicos para equipos de corriente superior a 16 A (Estadio 1).....	122
3.4.	Límites armónicos para equipos de corriente superior a 16 A (Estadio 2).....	122
4.1.	Datos e incógnitas del flujo de cargas convencional .....	127
4.2.	Datos e incógnitas del flujo armónico de cargas.....	129
4.3.	Datos e incógnitas de la penetración armónica .....	131
4.4.	Datos e incógnitas de la penetración armónica iterativa.....	135

4.5. Datos e incógnitas del flujo de cargas armónico simplificado .....	140
4.6. Datos e incógnitas del $CHLF_F$ .....	144
4.7. Datos e incógnitas del $CHLF_H$ .....	146
4.8. Datos e incógnitas del ejemplo para la penetración armónica .....	151
4.9. Datos e incógnitas del ejemplo para la penetración armónica iterativa.....	153
4.10. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo de cargas armónico simplificado.....	155
4.11. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo armónico de cargas completo ( componente fundametal) .....	159
4.12. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo armónico de completo (componentes fundamental y armónicas) .....	160
4.13. Datos e incógnitas del ejemplo numérico estudiado .....	164

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 El problema de la contaminación armónica

La distorsión armónica no es un fenómeno nuevo en los sistemas eléctricos de potencia, pero desde principios de los setenta se ha convertido en un problema de creciente actualidad debido al incremento considerable de las cargas contaminantes en las redes eléctricas, en especial, de los dispositivos semiconductores y la electrónica de potencia. A causa del incremento de la presencia de dichas cargas no lineales, la distorsión armónica de las tensiones y corrientes ha ido aumentando (mayores armónicos de tensión y corriente) produciendo un mal funcionamiento de los distintos elementos de los sistemas eléctricos.

La problemática que implica la existencia de armónicos en la red ha derivado, por una parte, en el estudio de la *calidad en el suministro eléctrico*, cuyo objetivo es definir índices

y normativas que cuantifiquen y limiten la distorsión de las ondas eléctricas a niveles tolerables para el sistema y los receptores [58, 59, 74-76], y por otra, en el desarrollo de los estudios del *flujo armónico de cargas* que permiten obtener la tensión fundamental y armónica de todos los nudos de la red así como los parámetros que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales para un estado de carga dado.

Los estudios sobre el flujo armónico de cargas se dividen en tres grupos: los basados en el dominio de la frecuencia [1, 6], los basados en el dominio del tiempo [4] y técnicas híbridas que tratan de aprovechar las ventajas de trabajar en ambos dominios [67, 72].

Los procedimientos en el dominio de la frecuencia son los más extendidos en la bibliografía y en ellos se pueden considerar tres puntos importantes,

- La *modelización* de los elementos del sistema a estudio: Para realizar el estudio del flujo armónico de cargas es necesario modelizar todos los elementos presentes en la red. Por una parte cuanto más exactos sean los modelos utilizados más correctos serán los resultados de la resolución del problema pero por otra una de las principales dificultades que presenta dicha caracterización es la falta de información sobre los elementos a modelizar. En este sentido la modelización busca plantear unos modelos sencillos pero que proporcionen resultados suficientemente próximos a la realidad.

Se distinguen como elementos a modelizar los *dispositivos lineales* (aquellos que soportando una tensión sinusoidal absorben una corriente sinusoidal) y los *dispositivos no lineales* (aquellos que soportando una tensión sinusoidal absorben una corriente no sinusoidal aunque por lo general sí es periódica). La modelización de los primeros ha sido ampliamente estudiada en la bibliografía mientras que el estudio de los segundos es un campo todavía abierto dado que su tratamiento es especialmente crítico debido por una parte a su particular comportamiento y por otra a la importancia del valor de las intensidades armónicas que inyectan en la red.

- La *formulación* del problema armónico: La formulación del problema plantea las ecuaciones necesarias para determinar las tensiones de la red así como los parámetros que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales. En este sentido se persiguen dos objetivos en la bibliografía. Por un lado, plantear una formulación simplificada del problema, es decir, reducir el número de incógnitas y, por tanto, de ecuaciones a tratar. Por otro, que dicha formulación sea lo suficientemente exacta como para proporcionar resultados fiables.
- La *resolución numérica* del problema: En general, la formulación del flujo armónico de cargas plantea un sistema de ecuaciones no lineal que debe ser resuelto numéricamente. Existen en la bibliografía distintos métodos numéricos con sus correspondientes variantes que intentan asegurar la convergencia del método sin perder rapidez en dicha convergencia [2, 5, 71].

Estos estudios, finalmente suelen concretarse en el desarrollo de programas informáticos que permitan, de forma más o menos cómoda para el usuario, determinar el estado de la red para una generación y una demanda dadas y analizar la posible problemática que se puede presentar debido a la distorsión armónica así como sus soluciones [2, 52, 77, 78].

## 1.2 Objetivos de la tesis

Los estudios e investigaciones iniciados en los años setenta en el campo de los armónicos en los sistemas eléctricos de potencia, y que han sido presentados brevemente en el punto anterior, han avanzado considerablemente a nivel internacional desde principios de los ochenta. Actualmente, la bibliografía tiende cada vez más a presentar trabajos de refinamiento sobre las técnicas desarrolladas para el estudio armónico.

Enmarcada en este contexto, la presente tesis realiza una serie de aportaciones en algunos aspectos concretos del análisis armónico en sistemas eléctricos de potencia, los cuales se podrían englobar en tres de los puntos presentados anteriormente.

### **1.2.1 Calidad en el suministro eléctrico**

El control de la calidad del suministro eléctrico en referencia al contenido armónico supone el análisis previo del espectro frecuencial de las tensiones y corrientes del sistema para posteriormente comparar los resultados obtenidos con índices que describen dicha calidad.

En general, la presencia de dispositivos no lineales en los sistemas eléctricos de potencia supone que las tensiones y corrientes sean periódicas pero no sinusoidales. Así, en estos casos existen herramientas, como la transformada de Fourier, [7, 9, 70], que permiten analizar y comparar el espectro de la señal con un amplio conjunto de índices y medidas que describen la calidad del servicio en estas condiciones [1, 6, 11, 17]. De todos los índices existentes, hay que decir que ninguno de ellos define unívocamente la onda distorsionada, y en muchas ocasiones, pueden ocultar información en lugar de mostrarla.

Desgraciadamente, algunas cargas industriales, tales como hornos de arco eléctricos, soldadores eléctricos, laminadoras de acero, ciertos variadores de velocidad para esquemas de control especializados, etc. consumen una intensidad que no es periódica.

Así en estas situaciones donde las señales no son periódicas, y por tanto no existe su desarrollo en serie de Fourier, herramientas como la transformada de Fourier de ventana móvil [7, 9, 12, 20, 70] o la transformada *wavelet* [23, 24] permiten analizar el espectro frecuencial de la señal y, aunque pocos, hay descritos en la bibliografía algunos índices aplicables en estas situaciones [6, 19, 21, 25].

Frente a todo lo anterior la presente tesis realiza dos aportaciones:

- A partir de la transformada de Fourier de ventana móvil, y con el objetivo de mejorar la caracterización de la calidad del servicio eléctrico en régimen no periódico, se propone una extensión de los índices habitualmente utilizados en condiciones periódicas [13, 14]. Este nuevo conjunto de indicadores para analizar

señales aperiódicas converge a los índices habituales utilizados en condiciones periódicas, son capaces de proporcionar resultados consistentes a partir de algoritmos estándar y permiten, en la medida de lo posible, una interpretación física de los resultados (pérdidas, desviación del régimen sinusoidal, ...).

- La utilización de transformadas matemáticas, como la transformada de Fourier, en el análisis del contenido armónico en sistemas eléctricos introduce un error en los resultados obtenidos si se trabaja con señales discretas [7, 9, 18]. En la literatura existen estudios que cuantifican estos errores para un determinado tipo de funciones [10]. En la tesis se ha analizado la cuantificación de estos errores para el caso de las señales correspondientes a diferentes tipos de dispositivos no lineales, como la fuente de alimentación monofásica y trifásica, la lámpara de descarga y los rectificadores AC/DC de seis y doce pulsos [15, 16].

### **1.2.2 Modelización de dispositivos no lineales**

La presencia de dispositivos no lineales en la red provoca la aparición de armónicos de tensión y corriente ya que parte de la potencia suministrada por los generadores a estas cargas es devuelta a la red por dichas cargas en forma de inyección armónica de corriente. Es por ello que se ha dedicado especial atención en la bibliografía al estudio y modelización de estos dispositivos con el objetivo de comprender su funcionamiento así como predecir las corrientes armónicas que inyectan en el sistema [1, 6, 8, 66, 68].

Estas cargas no lineales se pueden dividir en tres categorías: electrónicas, basadas en inductancias saturables y basadas en arcos y descargas eléctricas

Dentro del grupo de las cargas electrónicas, se encuentran las que utilizan rectificadores monofásicos con filtro capacitivo, como la fuente de alimentación de ordenadores personales y televisiones o pequeños variadores de frecuencia, y las que utilizan rectificadores trifásicos, como por ejemplo variadores de frecuencia. Las primeras suponen un porcentaje pequeño dentro de la potencia total del sistema pero su presencia ha ido

aumentando considerablemente en los últimos años debido a su elevada eficacia. Las segundas son frecuentemente usadas en rectificación para alimentar consumos de elevada potencia.

Existen en la bibliografía diversos estudios que analizan el comportamiento de los rectificadores monofásicos y trifásicos pero generalmente, en el tratamiento del flujo de cargas, dichos estudios van fundamentalmente dirigidos a predecir las corrientes armónicas que estas cargas no lineales inyectan al sistema, [8, 33-38, 42] y [8, 26, 27, 37].

Por otro lado la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) trabaja para actualizar normativas que limiten la emisión de corrientes armónicas por parte de los rectificadores monofásicos [74] y de los rectificadores trifásicos [74, 75].

Frente a todo lo anterior la presente tesis realiza tres aportaciones en el estudio de los rectificadores con filtro capacitivo:

- En base a trabajos realizados en la bibliografía sobre el rectificador trifásico [26, 27], se realiza una completa caracterización gráfica del comportamiento del rectificador monofásico en conducción discontinua. Los gráficos obtenidos permiten analizar de forma sencilla la influencia de los diferentes parámetros del dispositivo en su funcionamiento [28, 30].
- Se desarrollan dos modelos analíticos sencillos que determinan el comportamiento del rectificador monofásico y del rectificador trifásico en conducción discontinua cuando su punto de operación se define a partir de la corriente de continua consumida o de la potencia consumida. En el caso de que la potencia consumida por el convertidor sea el dato conocido, las expresiones a las que se llega son no lineales por lo que se ha implementado un sencillo algoritmo de cálculo para su resolución [29, 31, 32].

El comportamiento de los rectificadores también se caracteriza de manera gráfica para los dos supuestos anteriores, corriente de continua o consumo de



potencia conocidos, a partir de las ecuaciones del modelo y mediante la definición de variables normalizadas.

Los resultados proporcionados por los modelos propuestos son comparados gráficamente con los obtenidos con un modelo analítico que tiene en cuenta el rizado de la tensión de continua. Además, simulaciones en PSPICE y comparaciones con resultados de la bibliografía han permitido validar la bondad de dichos modelos.

De las comparaciones anteriores se desprende que los modelos desarrollados pueden ser utilizados de forma sencilla para cálculos aproximados de interés práctico.

- Por último, los modelos desarrollados han permitido estudiar de forma fácil y cómoda los límites de contaminación armónica del convertidor monofásico según la norma IEC 1000-3-2 para equipos de clase D, [74], y para el convertidor trifásico según las normas IEC 1000-3-2 para equipos de clase A, [74], e IEC 1000-3-4, [75].

### **1.2.3 Formulación del flujo armónico de cargas**

Tal como se ha comentado, en el transcurso de los últimos años ha existido un creciente interés en la obtención, en régimen permanente, de las tensiones de red a las frecuencias fundamental y armónicas debido al incremento de las cargas contaminantes. Esto ha conducido a la modificación del flujo de cargas tradicional para incorporar el cálculo de las tensiones armónicas y de los parámetros que definen el comportamiento de esas cargas [1, 2, 6, 68, 69, 71, 73]. Este nuevo enfoque del problema se denomina genéricamente flujo armónico de cargas.

Por otro lado, la posibilidad de aparición de asimetrías en el sistema originadas por transposición de las líneas de transmisión, cargas trifásicas desiguales, cargas monofásicas,

etc. unido al hecho de que en sistemas desequilibrados la generación y propagación de armónicos presenta ciertas particularidades como por ejemplo la aparición de armónicos no característicos ha llevado a que un estudio del flujo armónico de cargas más real deba considerar las condiciones de desequilibrio en la red [2, 5, 73].

En este sentido han ido apareciendo en la bibliografía numerosas formulaciones del problema armónico, realizadas bajo distintas hipótesis, que pretenden abordar el problema bajo el difícil compromiso de la simplicidad en su planteamiento y la fiabilidad en los resultados finales [39-41, 43-45, 48-51, 53-57, 60-65].

Frente a todo lo anterior la presente tesis realiza la siguiente aportación:

- Una completa recopilación, revisión y ordenación de los múltiples enfoques de la formulación del flujo armónico de cargas en el dominio de la frecuencia, en condiciones equilibradas y desequilibradas, que históricamente han ido apareciendo en la bibliografía de forma relativamente desordenada [46, 47]. El estudio clasifica las distintas formulaciones y se complementa con el balance, en condiciones equilibradas, de los datos, incógnitas y ecuaciones planteadas en cada formulación. También se ofrecen dos ejemplos que ilustran las formulaciones presentadas y comentan las hipótesis fundamentales que en ellas se realizan.

### **1.3 Estructura de la tesis**

La tesis se ha dividido en cuatro capítulos, el primero de los cuales es esta introducción.

El *capítulo 2* recoge los estudios realizados sobre la calidad en el suministro eléctrico. Previamente, se realiza un resumen sobre las transformadas al dominio de la frecuencia y sobre la situación actual referente a índices de calidad y normativas. Posteriormente, se presenta el estudio y la caracterización de un nuevo índice de calidad para señales aperiódicas, para las cuales los índices más comunes en la actualidad no son estrictamente aplicables. Se presenta también el estudio de la cuantificación del error que se comete, al

aplicar la transformada discreta de Fourier, en el cálculo de armónicos de tensiones y corrientes del sistema con el fin de determinar su distorsión.

El *capítulo 3* recoge las aportaciones centradas en el estudio y modelización de rectificadores no controlados con filtro capacitivo monofásicos y trifásicos en conducción discontinua. Para el primero de ellos, se realiza una completa caracterización gráfica de su comportamiento, que permite analizar la influencia de los parámetros del dispositivo en dicho comportamiento. Se desarrolla un modelo analítico del rectificador cuando su punto de operación se define a partir de su corriente de continua consumida o de su potencia consumida y, por último, se utiliza el modelo propuesto para el estudio y aplicación de la normativa referente a la contaminación armónica. En cuanto a los rectificadores trifásicos, se desarrolla un modelo analítico que determina su comportamiento en modo de conducción discontinua cuando su punto de operación se define a partir de su corriente de continua consumida o de su potencia consumida. También se utiliza el modelo propuesto para el estudio y aplicación de la normativa referente a la contaminación armónica.

El *capítulo 4* recoge una completa recopilación de los distintos enfoques de la formulación del flujo armónico de cargas, en condiciones equilibradas y desequilibradas, aparecidos en la bibliografía. El objetivo del estudio consiste en clasificar las numerosas formas de tratar el problema armónico en el dominio de la frecuencia y se completa con el balance, en condiciones equilibradas, de los datos, incógnitas y ecuaciones planteadas en cada formulación existente. Para finalizar el capítulo se analizan, a partir de dos ejemplos, las dos hipótesis más importantes en el enfoque del problema armónico: la influencia de la interacción armónica en el comportamiento de los dispositivos no lineales, y la consideración de la potencia sólo con su componente fundamental, y como pueden influir en el planteamiento y en los resultados finales del estudio.

Además, se ha añadido un apéndice que muestra la resolución de las ecuaciones que describen el comportamiento de los rectificadores monofásicos y trifásicos con filtro capacitivo, y que fue utilizada en la validación de los modelos propuestos en el capítulo 3.

Finalmente se incluyen las referencias bibliográficas utilizadas en el desarrollo de la tesis.

---



## Capítulo 2

### Calidad en el suministro eléctrico

Las aportaciones de este capítulo se centran, por una parte, en el estudio y la caracterización de un nuevo índice de calidad para señales aperiódicas, el cual llamaremos Distorsión Armónica de Ventana Móvil (STHD, *Short-Term Harmonic Distortion*) [13, 14], y por otra, en el estudio de la cuantificación del error que se comete en la determinación de los índices de calidad para señales periódicas, al aplicar la transformada discreta de Fourier para el cálculo de las tensiones armónicas del sistema [15, 16].

Tal como se menciona en la introducción de la presente tesis, la problemática que implica el aumento de la distorsión de las tensiones y corrientes en los circuitos eléctricos, debido al incremento del número de dispositivos no lineales, ha derivado, entre otras cosas, en la definición de índices y normativas cuyo objetivo es cuantificar y limitar la distorsión de las ondas eléctricas a niveles que la red y los receptores puedan tolerar. La aplicación de las normativas anteriores supone el análisis previo del espectro frecuencial de las señales

del sistema, tensiones y corrientes, con el fin de determinar su distorsión. En este sentido, si la señal es periódica, la transformada de Fourier (FT, *Fourier Transform*) para señales continuas, la transformada discreta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*) para señales discretas o la transformada rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier Transform*) para señales discretas con un número de muestras potencia de dos, serían las herramientas a utilizar [7, 9, 70]. En el caso de señales aperiódicas, existen herramientas como la transformada de Fourier de ventana móvil (STFT, *Short-Time Fourier Transform*) para señales continuas, la transformada discreta de Fourier de ventana móvil (STDFT, *Short-Time Discrete Fourier Transform*) o el análisis mediante la transformada *wavelet* que permiten analizar el espectro frecuencial de la señal [20, 23, 24].

Históricamente, para el caso de señales periódicas han existido numerosos índices de calidad [1, 6, 17] y las principales recomendaciones existentes para señales periódicas se encuentran en las normas de la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI), las normas de la CENELEC (Comité Europeo de Normalización Electrotécnica), las recomendaciones fijadas por el IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) y las recomendaciones del CIGRE (*Congress Internationale des Grand Réseaux Électriques à Haute Tension*) [1]. La mayoría de índices de calidad y, en consecuencia, de normativas, están basadas en el desarrollo de Fourier de la señal, por lo que dejan de ser útiles en el momento de trabajar con señales aperiódicas [19]. Así, para el caso de señales aperiódicas no existen tantos estudios realizados y el número de índices de calidad es reducido [6].

Desgraciadamente, existen muchas cargas que no consumen corrientes periódicas. Entre ellas se encuentran los hornos de arco eléctricos, los soldadores eléctricos, laminadoras de acero, y ciertos variadores de velocidad para esquemas de control especializados. Existen otros casos en los cuales la corriente de carga es no periódica: la carga puede variar, puede estar bajo controles que causen una variación en ella, o la tensión que produce puede estar sufriendo variaciones no periódicas. Debido a que pocos procesos son realmente estacionarios, las variaciones en las corrientes de carga y la aparición de aperiocidades son sucesos corrientes. Por este motivo, es deseable extender la definición de índices de calidad existentes para contemplar dicha aperiodicidad.

Frente a todo lo anterior en este capítulo se realizan dos estudios. Por un lado, el estudio de un nuevo índice de calidad para señales aperiódicas, y por otro, el análisis del error cometido al utilizar la transformada de Fourier en el cálculo de la distorsión armónica de las señales periódicas en un sistema eléctrico de potencia.

## 2.1 Transformadas frecuenciales e índices de calidad

Según se ha comentado, la aplicación de los distintos índices de calidad supone, en general, la transformación de las señales temporales a señales en el dominio de la frecuencia debiendo distinguir en ambos procesos si la señal es periódica o no. Así, antes de abordar las aportaciones realizadas por la tesis en este apartado, se realizará un breve resumen (necesario para el desarrollo del capítulo) sobre los dos puntos anteriores.

### 2.1.1 Transformadas al dominio de la frecuencia

En general, cualquier función continua,  $g(t)$ , se puede expresar a partir de la ecuación de síntesis de la transformada de Fourier,

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\omega \in \mathbb{R}) \quad (2.1)$$

donde la obtención de la función compleja  $G(\omega)$  se realiza a partir de la transformada de Fourier de la función continua, FT,

$$G(\omega) = \text{FT} \{g(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\omega \in \mathbb{R}) \quad (2.2)$$

Si la función continua estudiada es periódica,  $\tilde{g}(t)$ , de periodo  $T$ , se puede expresar a partir de su serie de Fourier,

$$\tilde{g}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k e^{jk\omega_1 t} \quad (2.3)$$

donde  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi/T$  es la pulsación fundamental de la señal y  $f_1$  su frecuencia fundamental.

La serie de Fourier no es más que la representación de una función continua y periódica,  $\tilde{g}(t)$ , como suma ponderada de senoides de frecuencia múltiplo de la frecuencia fundamental,  $f_1$ , de la señal.

La obtención de los coeficientes espectrales de ponderación  $G_k$  se realiza con la ecuación de análisis,

$$G_k = \int_T \tilde{g}(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \quad (2.4)$$

En general cualquier función discreta,  $g_n$ , se puede expresar a partir de la ecuación de síntesis de la transformada de Fourier,

$$g_n = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} G(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega \quad (2.5)$$

donde la obtención de la función compleja  $G(\Omega)$  se realiza a partir de la transformada de Fourier en tiempo discreto,

$$G(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{-j\Omega n} \quad (2.6)$$

siendo  $\Omega = \omega T_s$  y  $T_s$  es el intervalo de muestreo de la señal continua. Hay que notar que a diferencia de la transformada en tiempo continuo,  $G(\omega)$ , la transformada en tiempo discreto,  $G(\Omega)$ , es periódica de periodo  $2\pi$ .

Si la función discreta estudiada es periódica,  $\tilde{g}_n$ , de periodo  $N$  ó  $T = NT_s$  donde  $T_s$  es el intervalo de muestreo, se puede expresar a partir de su serie de Fourier,

$$\tilde{g}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{G}_k e^{jk \frac{2\pi}{T} T_s n} \quad (n = 0 \div N-1) \quad (2.7)$$

La obtención de los coeficientes espectrales de ponderación  $\tilde{G}_k$  se realiza con la ecuación de análisis,

$$\tilde{G}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{g}_n e^{-jk \frac{2\pi}{T} T_s n} \quad (k = 0 \div N-1) \quad (2.8)$$



A diferencia de lo que ocurría con la serie de Fourier en tiempo continuo, en la serie de Fourier en tiempo discreto sólo existen  $N$  funciones sinusoidales de frecuencia múltiplo de la frecuencia fundamental,  $f_1 = 1/T$ , dado que son periódicas. Esta frecuencia fundamental sería la resolución en frecuencia, o frecuencia mínima, del análisis realizado.

Debido a la naturaleza finita y discreta de los ordenadores, cualquier señal que sea procesada tendrá que ser necesariamente discreta y de duración finita, al igual que las transformadas correspondientes. Así, cualquier señal de tiempo continuo,  $g(t)$ , podrá ser muestreada para su procesamiento de forma que se obtenga la secuencia discreta  $g_n = g(nT_s)$  con  $n = 0, \dots, N-1$ , siendo  $N$  el número de muestras,  $T_s$  el intervalo de muestreo y  $T = NT_s$  la duración de la señal.

La secuencia discreta así obtenida puede ser procesada para obtener su respuesta frecuencial a partir de la expresión (2.8); esta respuesta frecuencial será la transformada discreta de Fourier, DFT, de la secuencia  $g_n$ , y corresponde a la respuesta frecuencial de la secuencia  $\tilde{g}_n$  que se formaría por repetición periódica de  $g_n$ ,

$$G_k = \text{DFT} \{g_n\} = \sum_{n=0}^{N-1} g_n e^{-jk \frac{2\pi}{T} T_s n} \quad (k = 0 \div N-1) \quad (2.9)$$

Se observa que los términos  $G_k$  así obtenidos corresponden a una frecuencia  $f_k = k/T = k \cdot f_1$ , donde  $f_1 = 1/T$  es la resolución en el espectro frecuencial, o frecuencia mínima, del cálculo realizado.

El cálculo de la DFT comporta el tratamiento de señales discretas de duración bastante larga y en tales casos es muy importante emplear procedimientos computacionales eficientes. En este sentido si el número de muestras de la señal discreta tiene un número de muestras potencia de dos se emplea la transformada rápida de Fourier, FFT, [7, 70].

En el caso de que la señal de tiempo continuo,  $g(t)$ , presente un contenido armónico variable con el tiempo, se recurre a la transformada de Fourier de ventana móvil, STFT, si se trabaja en tiempo continuo, o a la transformada discreta de Fourier de ventana móvil, STDFT, si se trabaja en tiempo discreto a partir del muestreo de la señal  $g(t)$ .

La idea básica de la transformada STFT consiste en multiplicar la señal a analizar  $g(t)$  por una función ventana cuya posición varía en el tiempo, es decir, la señal se divide en pequeños segmentos de corta duración,  $\Delta T$ , Figura 2.1, y aplicar la transformada de Fourier en cada uno de dichos segmentos. De esta manera, se obtiene el contenido frecuencial de la señal durante un periodo corto de tiempo. La totalidad del espectro resultante contiene la evolución en el dominio de la frecuencia de la señal, y por tanto, la STFT tiene en cuenta la evolución temporal de la señal, reflejada en dicho espectro [20, 70].

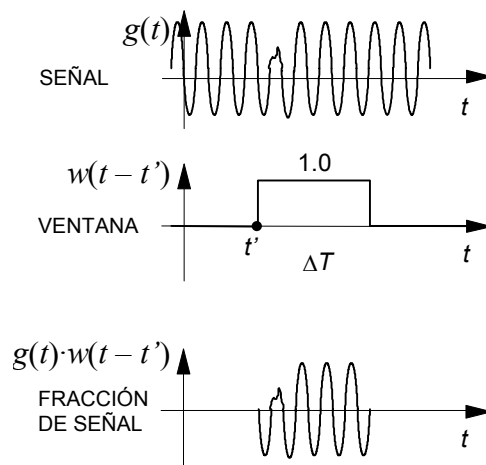


Figura 2.1. Aplicación de una función ventana a una señal

Así, la definición de la STFT es,

$$G(\omega, t') = \text{STFT}\{g(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \cdot w(t-t') \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\omega \in \mathbb{R}) \quad (2.10)$$

La función ventana utilizada  $w(t-t')$  es la función ventana rectangular de amplitud unitaria mostrada en la Figura 2.1, siendo  $\Delta T$  el ancho de dicha ventana. Fuera del intervalo correspondiente al ancho  $\Delta T$  la función ventana tiene un valor igual a cero. Como consecuencia, el producto de la señal y la función ventana en el intervalo donde el valor de esta última no es nulo, es igual a la señal original.

En el caso de señales discretas, se trabaja a partir de una ventana de ancho  $N$  muestras que se mueve en el tiempo, según Figura 2.2. De este modo, la ventana contiene una secuencia de muestras obtenidas a partir de la señal  $g(t)$ , que para el caso de la ventana

$m$ -ésima se podría expresar como  $g_{n,m} = g((m-1)\Delta T + n \cdot T_s) \cdot w(n \cdot T_s)$  con  $n = 0, \dots, N-1$ ,  $m = 0, 1, \dots$ , siendo  $T_s$  el tiempo de muestreo y  $\Delta T = NT_s$  la duración de la ventana.

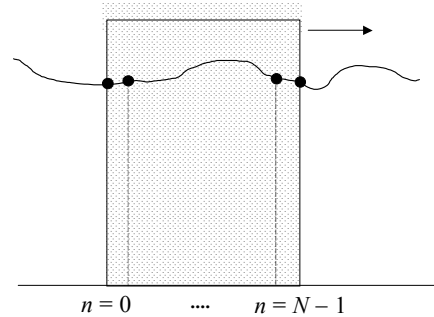


Figura 2.2. Muestreo de señales para su procesamiento. Aplicación de una función ventana rectangular

Así se puede aplicar la DFT al conjunto de  $N$  muestras de la ventana  $m$ -ésima y la definición de la STDFT resulta,

$$G_{k,m} = \text{STDFT} \{g_{n,m}\} = \sum_{n=0}^{N-1} g_{n,m} e^{-jk \frac{2\pi}{\Delta T} T_s n} \quad (k = 0 \div N-1) \quad (2.11)$$

Al igual que sucedía en la expresión (2.9) los términos  $G_{k,m}$  corresponden a una frecuencia  $f_k = k/\Delta T = k \cdot f_{\min}$ , donde  $f_{\min} = 1/\Delta T$  sería la resolución en el espectro frecuencial, o frecuencia mínima, del cálculo realizado.

Tal como se ha comentado al caracterizar la STFT, la función ventana utilizada es la función ventana rectangular de amplitud unitaria, es decir,

$$w_n = w(nT_s) = \begin{cases} 1 & n = 0, \dots, N-1 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (2.12)$$

La Figura 2.3 muestra una manera de representar el cálculo realizado por la transformada STDFT de una señal  $g(t)$ .

La señal se divide en ventanas de duración  $\Delta T$  (resolución en el dominio del tiempo) tomándose en cada ventana  $N$  muestras de dicha señal. Sobre esas muestras, y para cada ventana, se realiza la DFT obteniéndose el espectro de la señal para unas determinadas

frecuencias. El espectro así obtenido está constituido por  $N$  valores y la resolución en el dominio de la frecuencia de dicho espectro, o frecuencia mínima, es  $f_{min}$ , el cual viene fijado por la duración temporal de la ventana según  $f_{min} = 1/\Delta T$ .

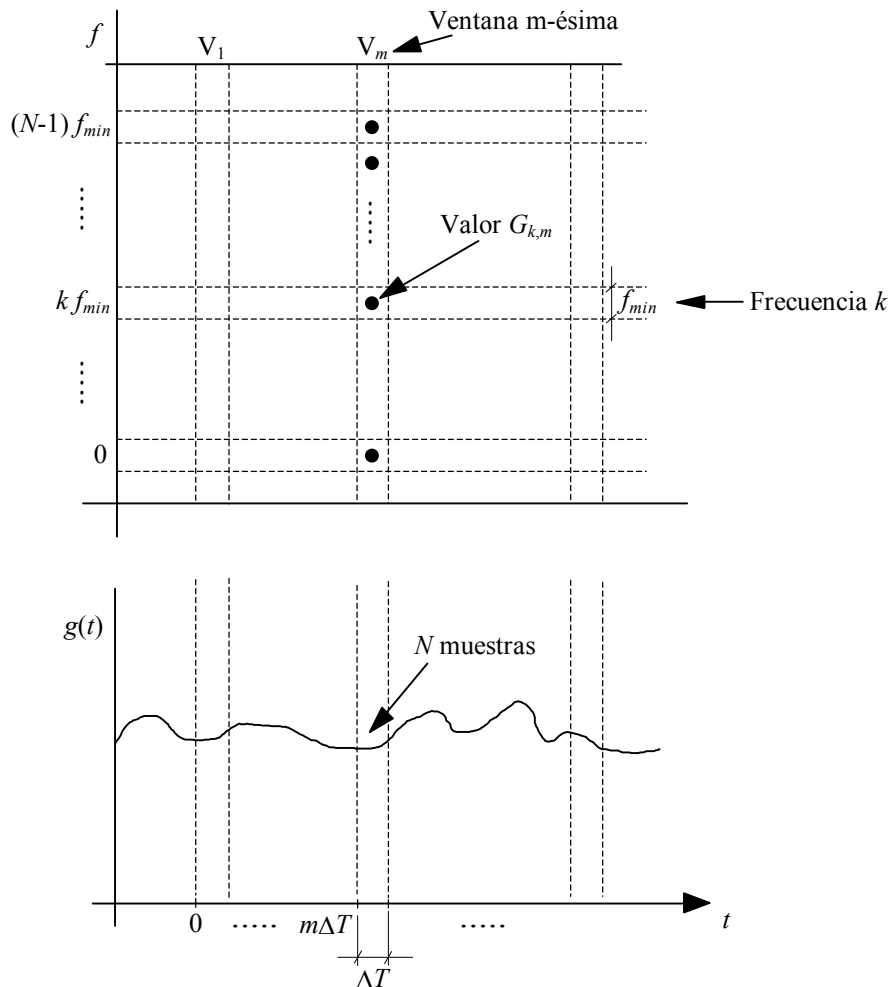


Figura 2.3. Representación del STDF de una señal  $g(t)$

Así,

- Para una ventana  $m$  se obtendrían  $G_{k,m}$  valores, con  $k = 0 \div N-1$ , y la intersección marcada en el dibujo captaría la componente  $G_{k,m}$  que corresponde a la frecuencia  $f_k = k f_{min}$  y a un instante de tiempo  $t_m = m \cdot \Delta t$ .
- Los resultados de la DFT, es decir los valores  $G_{k,m}$ , serán distintos para cada ventana.

- El tamaño de la ventana,  $\Delta T$ , influirá en los resultados obtenidos ya que fija la frecuencia mínima  $f_{min}$  y por lo tanto las frecuencias del espectro estudiado,  $f_k = k \cdot f_{min}$ .
- Una ventana de ancho pequeño proporciona una frecuencia mínima,  $f_{min}$ , de valor elevado por lo que, aunque la resolución en el tiempo sea buena, la resolución en el dominio de la frecuencia no lo es, y viceversa.
- Si se desea obtener la máxima información de la señal se deberá trabajar con frecuencias mínimas,  $f_{min}$ , pequeñas, de forma que se estudien la mayor parte de las frecuencias, y esto significa trabajar con ventanas,  $\Delta T$ , grandes. Sin embargo, el tamaño de las ventanas vendrá limitado por la capacidad de cálculo que se disponga y por la longitud de la muestra con la que se pueda trabajar.
- El primer valor del espectro frecuencial, de cualquier ventana,  $G_{0,m}$ , corresponde al valor de continua  $f_0 = 0 \cdot f_{min} = 0$ .
- La posición de la frecuencia fundamental de la señal,  $f_1$ , en el eje de las frecuencias se obtendría según  $k_1 = \text{int}(f_1/f_{min}) + 1$ , siendo la función  $\text{int}(f_1/f_{min})$  el redondeo del cociente  $f_1/f_{min}$  al entero más próximo.

La función ventana rectangular se eligió por su sencillez y por su correlación con la transformada de Fourier. Sin embargo, otras funciones ventana, como la función de Gauss o la función de Hanning, podrían ser utilizadas en la realización de otros estudios, tomando como punto de partida el análisis presentado en el presente capítulo. En todas ellas, la resolución en el tiempo y la frecuencia vienen limitados por la desigualdad de Heisenberg-Gabor [12],

$$f_{min} \Delta T \geq \frac{1}{4\pi} \quad (2.13)$$

### 2.1.2 Índices de calidad

Existe un amplio conjunto de índices y medidas para describir la calidad de potencia eléctrica de señales periódicas y aperiódicas, pero ninguno describe de forma unívoca a las

señal por lo que no son aplicables en todos los casos y, en muchas ocasiones, estos índices pueden ocultar información en lugar de mostrarla.

Para tensiones y corrientes periódicas, se han desarrollado un amplio conjunto de índices de calidad de potencia, los más comunes están definidos para señales que se pueden descomponer según series de Fourier, y su definición se expresa a partir de los términos fundamental y armónicos de la señal. En referencia a los índices de señales periódicas, ya han sido históricamente estudiados, [1, 6, 17], sobre la base del desarrollo de Fourier de la señal, y sólo se hará un breve resumen.

En referencia a los índices para señales no periódicas, para las cuales no existe el desarrollo de Fourier, aparecen en la bibliografía estudios al respecto [6, 19, 21, 25] aunque el conjunto de indicadores no está tan definido ni desarrollado como en el caso periódico.

### **2.1.2.1 Señales periódicas**

Tal y como se ha visto, toda onda distorsionada que sea periódica, de periodo  $T$ , puede descomponerse en suma de ondas sinusoidales de frecuencia múltiplo de la frecuencia fundamental  $f_1 = 1/T$  según (2.3) a partir de (2.4) si la señal es continua o según (2.7) a partir de (2.8) si la señal es discreta. Se denomina componente fundamental a la componente de frecuencia  $f_1$ , y componentes armónicas (o armónicos) a las de frecuencias que son múltiplo de  $f_1$ . Así, los armónicos es la forma matemática de describir, en régimen permanente, la distorsión de las ondas de tensión y corriente que permite abordar el estudio de los sistemas de potencia en presencia de cargas no lineales. Por ejemplo, para la forma de onda mostrada en la Figura 2.4, su expresión en función de sus componentes fundamental y armónicas es,

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\sqrt{3}}{\pi k} I_D \delta_k \cos(k\omega_1 t) \quad \begin{cases} \delta_k = 1; k = 6n + 1, n = 0, 1, 2, \dots \\ \delta_k = -1; k = 6n - 1, n = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.14)$$

donde  $\omega_1 = 2\pi f_1$ .

Así, el cálculo de la distorsión armónica y su caracterización pasará por la determinación de las tensiones y corrientes armónicas,  $\underline{V}_i^k$  e  $\underline{I}_i^k$ .

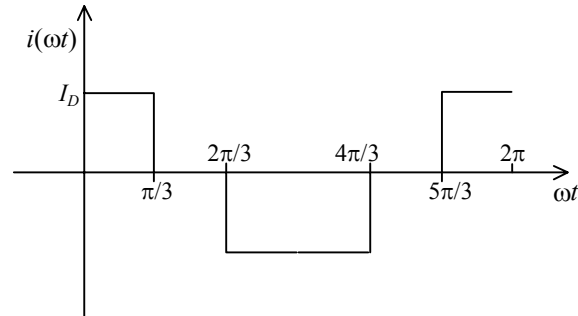


Figura 2.4. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de seis pulsos ideal

Para señales periódicas, los índices más extendidos para cuantificar la distorsión armónica de la señal son el índice de distorsión armónica total (THD, *Total Harmonic Distortion*) y el índice de distorsión armónica individual (HD, *Harmonic Distortion*), que se define, según el IEEE, a partir de las componentes fundamental y armónicas de la señal a estudiar, por ejemplo la tensión  $v(t)$  cuyos armónicos se caracterizarían con  $V^1$ ,  $V^h$  ( $h = 2, \dots, \infty$ ),

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (V^h)^2}}{V^1} \quad (2.15)$$

$$HD_h = \frac{V^h}{V^1} \quad (2.16)$$

La CEI llama a la expresión (2.15) factor de distorsión (DF, *Distortion Factor*). Ambos índices presentan la ventaja de que son fáciles y rápidos de calcular. Sin embargo, en su definición se puede perder información del espectro total de la señal ya que no describe de forma unívoca la señal.

Un valor comúnmente utilizado como frontera entre alta y baja distorsión es el correspondiente a un THD igual a 5%. Sin embargo, este valor es demasiado alto para ser

permitido en sistemas de transmisión, pero para algunos sistemas de distribución es un valor adecuado.

La Tabla 2.1 muestra los límites de la distorsión de la tensión dados por la normativa IEEE Standard 519-1992 [76].

Tensión	Distorsión de tensión individual (%)	Distorsión de la tensión total THD (%)
Hasta 69 kV	3.0	5.0
69.001 kV a 161 kV	1.5	2.5
Más de 161 kV	1.0	1.5

Tabla 2.1. Límites de la distorsión de la tensión según la normativa IEEE

Además del THD existen otros índices, como el factor de influencia telefónica (TIF, *Telephone Influence Factor*), el cual es una variación del THD. En la definición de este índice, los armónicos tienen un peso en función de la respuesta del oído humano y de la manera en que afectan a sistemas de comunicación adyacentes (tensiones inducidas), y en el denominador aparece el valor eficaz de la tensión,

$$TIF = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (w_k V^k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (V^k)^2}} \quad (2.17)$$

Ninguno de los índices anteriores proporciona información acerca de la amplitud de la onda. El producto  $V \cdot T$  es un índice alternativo que incorpora dicha amplitud,

$$V \cdot T = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (w_k V^k)^2} \quad (2.18)$$

donde  $w_k$  son los pesos relativos de los armónicos y son utilizados a fin de obtener una indicación aproximada de la interferencia causada por cada armónico.



### 2.1.2.2 Señales aperiódicas

En el caso de tensiones y corrientes aperiódicas, existen una serie de índices que pueden ser aplicados. Entre estos índices se encuentran los siguientes:

- Factor de cresta (*Crest Factor*): tensión o corriente de pico dividido por  $\sqrt{2}$  veces su valor eficaz. Se utiliza en la evaluación de fatiga de los dieléctricos, y en la evaluación de la fatiga de componentes electrónicos de potencia.
- Valor de pico: valor máximo positivo o mínimo negativo de la tensión o la corriente. Se utiliza en los mismos ámbitos que el anterior.
- Valor eficaz de la onda: Aplicable al cálculo de la amplitud total de señales periódicas y algunas aperiódicas.
- Ancho de banda: Ancho (en Hz or rad/s) del espectro para el cual la magnitud de dicho espectro cae 3 dB por debajo del valor de pico del espectro. Tiene aplicaciones en filtros, canales de comunicación, ...
- Factor de potencia: Potencia media instantánea dividida por el producto del valor eficaz de la tensión por el valor eficaz de la corriente. Puede ser aplicado en casos aperiódicos debido a que la potencia media y los valores eficaces de tensión y corriente son calculables.

## 2.2 Distorsión armónica de ventana móvil

El punto de partida para la definición de un nuevo índice que pueda ser aplicable para la medida de la distorsión de una señal aperiódica es el concepto de la STDFT, (2.11). Esta herramienta matemática se utiliza para extender el uso de índices de calidad existentes al caso de tensiones y corrientes aperiódicas. En este sentido, al realizar este estudio se consideró que el nuevo índice debería cumplir lo siguiente:

- La definición del nuevo índice debe converger a la definición habitual en el caso de que la señal sea periódica.
- Su cálculo debe ser realizado mediante un algoritmo estándar que proporcione resultados consistentes.

- La definición del nuevo índice debe tener correspondencia, en la medida de lo posible, con procesos físicos como son las pérdidas del sistema, fatiga, o desviación de la operación sinusoidal.

El objetivo de esta definición es, como se ha comentado previamente, obtener un índice que, para el caso de señales sinusoidales en la que se encuentran presentes componentes de frecuencias múltiplos enteros de la frecuencia fundamental  $f_1$ , converja hacia el índice de distorsión armónica THD. Además, el nuevo índice debería ser consistente con el concepto del teorema de Parseval [7], el cual indica que la energía contenida en una señal que se puede descomponer en una serie de Fourier es función de los términos de dicha serie.

### 2.2.1 Caracterización

La primera idea es utilizar la transformada STDFT de un modo similar a como se utiliza la DFT para señales periódicas al definir el THD, expresión (2.15). De este modo, el nuevo índice contendrá información de las diferentes componentes frecuenciales presentes en la señal, no sólo de los componentes armónicos, y podrá ser usado tanto para caracterizar señales periódicas como aperiódicas.

Dada una señal, se define el índice Distorsión Armónica de Ventana Móvil (STHD, *Short Term Harmonic Distortion*), para cada una de las  $m$  ventanas para las que se ha calculado la STDFT según (2.11), como

$$STHD_m = \frac{\sqrt{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k_1}}^{N-1} STDFT_{k,m}^2}}{STDFT_{k_1,m}} \quad (2.19)$$

donde,

- $N$  es el número de frecuencias para las que se ha calculado la STDFT.
- $k_1 = \text{int}(f_1/f_{min})$  es la posición de la frecuencia fundamental de la señal,  $f_1$ , en el espectro de frecuencias calculado.

- $f_{min}$  es la frecuencia mínima del espectro en el dominio de la frecuencia. Dicha frecuencia caracterizará la resolución del estudio frecuencial.
- Se ha utilizado la expresión  $STDFT_{k,m}$  para renombrar a los  $G_{k,m}$  componentes del espectro.
- Comparando las expresiones (2.15) y (2.19) se observa que la expresión (2.19) es una generalización de la (2.15) que engloba todos los posibles componentes frecuenciales que pueden salir al estudiar una señal, en este caso aperiódica. Por este motivo, el sumatorio de la expresión (2.19) recorre todas las componentes frecuenciales ( $k = 1, \dots, N-1$ ) a excepción de la fundamental ( $k = k_1$ ) y la componente continua ( $k = 0$ ) de forma similar a la definición del THD (2.15). Si en la expresión se hubiese considerado la componente continua debería iniciarse en  $k = 0$ .

La Figura 2.5, tal como lo hacía la Figura 2.3, muestra una manera de representar el cálculo del STHD.

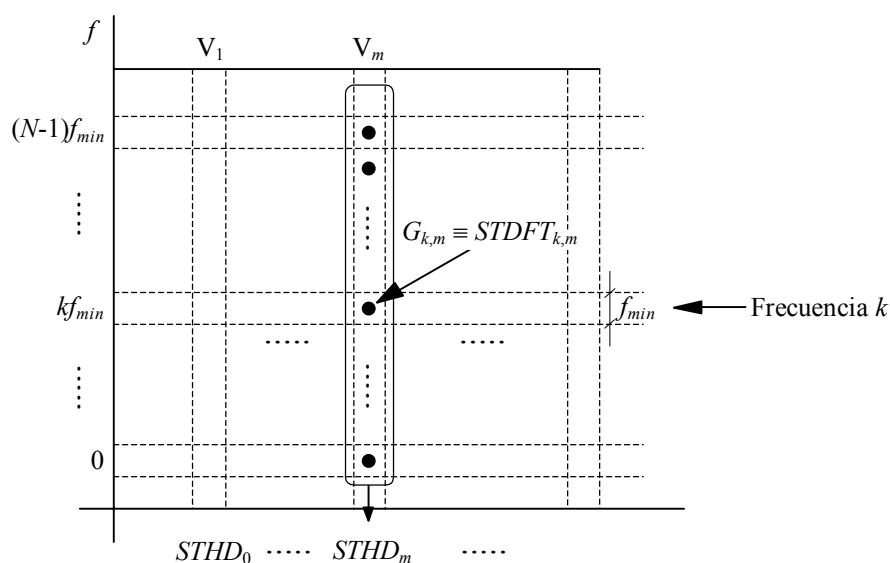


Figura 2.5. Representación del cálculo del STHD

A partir de ella se puede concluir,

- Una vez realizada la STDFT sobre cada ventana, los elementos obtenidos como resultado, por ejemplo los  $G_{k,m}$  con  $k = 1 \div N-1$  para la ventana  $m$ -ésima, se

combinarán siguiendo la definición del THD, (2.15), para obtener el correspondiente índice  $STHD_m$  asociado a dicha ventana.

- Así, para cada ventana se obtendrá un valor de  $STHD_m$  de forma que es conveniente representar el STHD de una señal como una función del tiempo (este aspecto, por ejemplo, la variación del THD con el tiempo, es un concepto familiar para la mayor parte de ingenieros en el área de la calidad de suministro eléctrico).
- La precisión en el cálculo del índice STHD depende del tamaño de la ventana. Así, a medida que se incrementa su tamaño,  $\Delta T$ , disminuye la frecuencia mínima,  $f_{min}$ , por lo que se captura el diverso contenido frecuencial de la señal de una manera más precisa y se aporta mayor información al cálculo del STHD. Esta idea se muestra en la Figura 2.6. A partir de un determinado umbral, el STHD deja de incrementarse ya que toda la información de las frecuencias presentes en la señal han sido capturadas y una resolución, o frecuencia mínima, más fina no proporciona información adicional de la señal. En la Figura 2.6,  $(f_{min})_{lim}$  sería el menor valor de la frecuencia mínima que proporciona toda la información frecuencial de la señal estudiada. Tal como ya se comentó, lamentablemente el valor superior de  $\Delta T$  que podría permitir alcanzar  $(f_{min})_{lim}$  puede estar limitado por la capacidad de cálculo de la que se disponga y por la longitud de la muestra de la señal con la que se trabaje.
- La transformada STDFT ofrece la posibilidad (a partir del trabajo con una  $f_{min}$  suficientemente pequeña) de capturar componentes de la señal que no son “verdaderos” armónicos y aportarlos al nuevo índice de calidad definido. Esto es

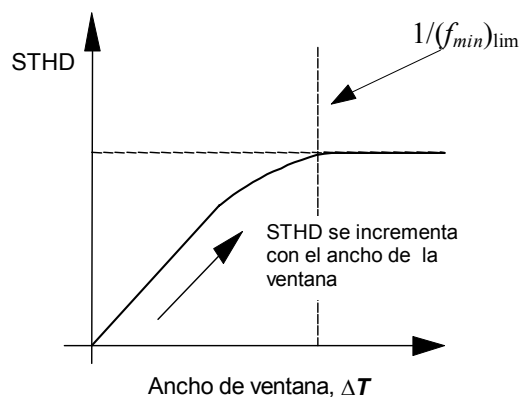


Figura 2.6. Variación típica del STHD en función de  $\Delta T$  para una señal aperiódica

importante ya que los múltiplos no enteros de la frecuencia fundamental, interarmónicos y fracciones de armónicos, han dado históricamente a ingenieros e investigadores problemas en el uso de los índices de calidad tradicionales.

## 2.2.2 Otros índices de calidad basados en la STDFT

El valor de un índice de calidad de suministro eléctrico debe poder relacionarse con el fenómeno que modela y evaluar el nivel de distorsión referente a la calidad de potencia en aspectos prácticos. En este sentido, los índices de calidad generalmente se engloban en tres categorías: los que se relacionan con las pérdidas de potencia activa; los que describen la pérdida de vida útil de componentes eléctricos o la fatiga de dieléctricos; y los que se relacionan con interferencias de la señal. El apartado anterior presentaba la STDFT aplicada al STHD. A continuación se comenta su utilización para el cálculo de otros índices ya existentes en la bibliografía y que permiten caracterizar alguno de los aspectos físicos antes comentados.

### 2.2.2.1 Pérdidas de potencia activa

Durante la realización de la investigación, se estudió la relación entre el teorema de Parseval<sup>1</sup> y el uso del índice como medida de la pérdidas de potencia. Como ejemplo, se estudiaron las pérdidas en una resistencia de valor unidad por la que circula una señal aperiódica cuyo índice STHD fue analizado. Como consecuencia del estudio, se verificó que a medida que las pérdidas aumentan, el índice también aumenta. Esto es una consecuencia directa del teorema de Parseval. La presencia de aperiodicidad o caos en la señal no altera esta propiedad.

Dada una carga alimentada con una tensión  $u(t)$  y que consume una corriente  $i(t)$ , ambas funciones periódicas pero no sinusoidales, se debe distinguir entre el factor de desplazamiento (DF, *Displacement Factor*; esto es, el coseno entre la corriente y la tensión

---

<sup>1</sup> El teorema de Parseval establece la relación entre la energía de una señal  $g(t)$  y el valor de la magnitud de su transformada de Fourier.

a la frecuencia fundamental) y el factor de potencia (PF, *Power Factor*; relación entre la potencia activa entregada y el producto de los valores eficaces de tensión y corriente). Entre ambos factores existe una sencilla relación si la tensión de alimentación es sinusoidal [1],

$$PF = \frac{DF}{\sqrt{1+THD_I^2}} \quad (2.20)$$

donde  $THD_I$  hace referencia a la distorsión armónica total de la corriente consumida  $i(t)$ . Para el caso aperiódico, esta relación no está definida, pero de forma similar a la obtención de la expresión (2.19), se puede obtener una expresión aproximada igual a la anterior en función del STHD,

$$PF_m \approx \frac{DF}{\sqrt{1+STHD_{I,m}^2}} \quad (2.21)$$

La expresión anterior relaciona para una ventana dada, el factor de desplazamiento y el factor de potencia entre una tensión sinusoidal  $u(t)$  y una intensidad aperiódica  $i(t)$  a partir del STHD de la intensidad. Dicha expresión será tanto más precisa cuanto mayor sea la ventana, es decir, cuanto mayor sea el espectro frecuencial proporcionado por la STDFT.

El K-factor es un índice utilizado en relación con las pérdidas en transformadores en el caso de corrientes de carga no sinusoidales [11]. En general, dicho factor puede ser obtenido [1], a partir de la expresión,

$$K - factor = \frac{\left[ \left( \frac{1}{2\pi f_1} \frac{di}{dt} \right)^2 \right]_{RMS}}{\left[ i^2 \right]_{RMS}} \quad (2.22)$$

donde  $[g]_{RMS}$  indica el valor eficaz (RMS, *Root Mean Square*) de la señal  $g(t)$ .

Dada una intensidad  $i(t)$  periódica pero no sinusoidal, la expresión anterior resulta,

$$K - factor = \frac{\sum_{h=1}^{\infty} (hI_h)^2}{\sum_{h=1}^{\infty} (I_h)^2} \quad (2.23)$$

donde  $I_h$  es el armónico  $h$  de la intensidad estudiada. Si la intensidad  $i(t)$  es aperiódica se deberá recurrir a la STDFT para caracterizarla y posteriormente la aplicación de la expresión (2.22) permitirá la obtención del K-factor.

### 2.2.2.2 Interferencias en la señal

Índices como el  $TIF$  (2.17) o el  $V \cdot T$  (2.18) se utilizan en la evaluación de las interferencias de la señal. En estos casos se aplican unos pesos ponderados de los armónicos,  $w_k$ , para considerar el nivel de interferencia que provocan. Las expresiones (2.17) y (2.18) se pueden extender al tratamiento de señales aperiódicas partiendo del conocimiento de las STDFT de dichas señales,

$$TIF_m = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (w_k STDFT_{k,m})^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} STDFT_{k,m}^2}} \quad (2.24)$$

$$V \cdot T_m = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} (w_k STDFT_{k,m})^2} \quad (2.25)$$

Únicamente se debe considerar la necesidad de interpolar los pesos ponderados de los armónicos para obtener los correspondientes al nuevo espectro frecuencial tratado.

### 2.2.3 Aplicaciones del índice propuesto

El estudio propuesto se puede aplicar al análisis de cualquier señal aperiódica y, como caso particular, de cualquier señal periódica. Así, se pueden distinguir los siguientes supuestos:

- Clase A. El espectro frecuencial de la señal  $g(t)$  contiene las componentes fundamental y armónicos. Dentro de este grupo, se encontraría el caso en el cual no existe componente fundamental, por ejemplo  $\cos(240\pi t) + \cos(360\pi t)$ .
- Clase F. Están presentes la componente fundamental de potencia ( $f = 50$  Hz ó 60 Hz) y múltiplos racionales de la misma. Notando  $N_r$  como un número racional, señales como  $\cos(120\pi t) + m \cdot \cos(120N_r\pi t)$  pertenecen a esta tipología. Además, se pueden dar casos peculiares como el siguiente: una señal periódica que contiene componentes de 50, 75, y 100 Hz; en este caso, la componente fundamental, matemáticamente hablando es de frecuencia igual a 25 Hz, no 50 Hz que es la frecuencia de potencia.
- Clase I. En este grupo se encuentran las señales que contienen componentes de frecuencia que son múltiplos irracionales de la fundamental. En general, este tipo de señales son aperiódicas. Un ejemplo sería  $\cos(120\pi t) + m \cdot \cos(\sqrt{2}\pi t)$ .
- Clase R. Este caso es el correspondiente a la existencia de ruido de procesos estocásticos mezclados con la señal de potencia.
- Clase C. Corresponde al caso de señales caóticas mezcladas con la señal de potencia.

Los indicadores A, F, I, R y C se asocian a los términos: Armónico, Fracción, Irracional (o Interarmónicos), Ruido y Caos, que califican cada una de las señales. A continuación se ilustrará la aplicación de lo presentado en puntos anteriores a algunas de esas señales.

### **2.2.3.1 Ejemplo 1: Estudio de una señal de clase A**

Como caso ilustrativo de una señal de clase A se considera,

$$g(t) = \cos(2\pi 60t) + 0.2 \cdot \cos(2\pi 1020t) \quad (2.26)$$

donde la frecuencia fundamental se ha tomado  $f_1 = 60$  Hz.

La señal considerada presenta un único armónico a 1020 Hz ( $h = 17$ ) de valor 0.2 por lo que se podría calcular el THD cuyo valor sería 0.2.



Para esta señal se calculó la STFD, que se muestra en la Tabla 2.2, siguiendo el patrón de la Figura 2.5. Las filas de la Tabla 2.2 corresponden a diferentes frecuencias espaciadas con una frecuencia  $f_{min} = 60$  Hz. Las columnas corresponden a ventanas espaciadas un intervalo de tiempo  $\Delta T = 16.67$  ms. El valor de STHD es evaluado en cada ventana y mostrado en la última fila de la Tabla. Las filas correspondientes a las frecuencias comprendidas entre 180 y 980 Hz, y entre 1140 y 1440 Hz, se han eliminado por motivos de claridad.

Se observa como los resultados se aproximan bastante al valor teórico que se debería haber obtenido, es decir 0.2, pues en este caso los índices STHD y THD deberían coincidir.

$f(\text{Hz})$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
1500	0.226	0.227	0.226	0.226	0.227	0.226
...	...					
1080	0.095	0.076	0.095	0.095	0.076	0.095
1020	16.881	16.888	16.881	16.888	16.881	16.888
960	0.487	0.491	0.487	0.487	0.491	0.487
...	...					
120	0.222	0.224	0.222	0.222	0.224	0.222
60	83.700	83.701	83.700	83.700	83.701	83.700
0	0.400	0.401	0.400	0.400	0.401	0.400
$STHD_m$	0.2027	0.2028	0.2027	0.2027	0.2028	0.2027

Tabla 2.2. STFD de una señal de clase A

### 2.2.3.2 Ejemplo 2: Estudio de una señal de clase I

Como caso ilustrativo de una señal de clase I, se considera

$$g(t) = \cos(2\pi 60t) + 0.2 \cdot \cos(2\pi \sqrt{2} \cdot 540t) \quad (2.27)$$

donde la frecuencia fundamental se ha tomado  $f_1 = 60$  Hz.

Al no tener los armónicos correspondientes a una señal periódica el THD de esta señal sería nulo a pesar de que la onda está distorsionada. En este caso para cuantificar esa distorsión se debería recurrir al STHD.

La Tabla 2.3 muestra el cálculo del STHD siguiendo el patrón de la Figura 2.5. Las filas correspondientes a las frecuencias comprendidas entre 180 y 660 Hz, y entre 900 y 1440 Hz, se han eliminado por motivos de claridad.

$f$ (Hz)	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
1500	0.467	0.234	0.356	0.406	0.471	0.095
...	...					
840	3.230	2.891	3.047	3.113	3.240	2.787
780	15.06	14.71	14.87	14.94	15.07	14.611
720	5.051	5.410	5.252	5.184	5.038	5.501
...	...					
120	0.224	0.619	0.459	0.487	0.096	0.705
60	83.312	84.121	83.958	83.038	83.530	84.208
0	0.023	0.827	0.665	0.250	0.239	0.912
$STHD_m$	0.201	0.197	0.198	0.201	0.200	0.196

Tabla 2.3. STDFT de una señal de clase I

### 2.2.3.3 Ejemplo 3: Influencia del tamaño de la ventana

Como caso ilustrativo, se estudian las señales  $g_1(t)$  y  $g_2(t)$  que son ejemplos de clase A e I, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 g_1(t) &= \sin(2\pi 60t) + 0.2 \cdot \sin(2\pi 180t) + 0.4 \cdot \sin(2\pi 300t) \\
 g_2(t) &= \sin(2\pi 60t) + 0.2 \cdot \sin(2\pi \sqrt{2} \cdot 540t)
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

En las Tablas 2.4 y 2.5 se muestra el cálculo del K-factor y del valor eficaz de las señales anteriores utilizando funciones ventana rectangulares. En la primera tabla, se utilizó una ventana de ancho igual a 1/60 segundos y se comparó el resultado con el obtenido considerando una duración de la muestra de un segundo. Los resultados no varían apreciablemente entre ventanas, pero su valor resulta inferior al correspondiente a un segundo.

De la Tabla 2.5 se desprende que a medida que aumenta el ancho de ventana considerado, los valores del K-factor y del valor eficaz van tendiendo a los valores correspondientes a los considerados en el caso de una duración de un segundo. Esto es una consecuencia del hecho de que una ventana de duración mayor se traduce en una resolución en el dominio de la frecuencia más fina, es decir, el espectro frecuencial de la señal calculado es más exacto.

Caso	Señal $g_1(t)$		Señal $g_2(t)$	
	K-factor	$[g_1]_{\text{RMS}}$	K-factor	$[g_2]_{\text{RMS}}$
$t = 1 \text{ s}$	4.4400	0.7745	6.842	0.7211
V1	4.0412	0.7738	6.661	0.7201
V2	4.0416	0.7738	6.953	0.7209
V3	4.0420	0.7738	6.602	0.7204
V4	4.0424	0.7738	6.643	0.7202
V5	4.0428	0.7738	6.712	0.7202
V6	4.0433	0.7738	6.937	0.7201

Tabla 2.4. Cálculo del K-factor y del valor eficaz usando funciones ventana

Ancho de ventana (s)	Señal $g_1(t)$		Señal $g_2(t)$	
	K-factor	RMS	K-factor	RMS
1/60	4.04	0.7738	6.661	0.7201
2/60	4.26	0.7738	6.815	0.7205
3/60	4.33	0.7738	6.798	0.7205
4/60	4.34	0.7744	6.780	0.7209
5/60	4.36	0.7743	6.814	0.7208
6/60	4.38	0.7742	6.840	0.7208

Tabla 2.5. K-factor y valor eficaz para diferentes valores de ancho de ventana (señales  $g_1$  y  $g_2$ )

#### 2.2.3.4 Ejemplo 4: Estudio de una instalación industrial

La utilidad del STHD se ilustra a continuación para el caso de una carga altamente variable. Estas cargas han sido problemáticas en el sentido de que los índices de potencia tradicionales resultan difíciles de aplicar de forma precisa para caracterizar la carga. Se considera el caso de un horno de arco eléctrico mostrado en la Figura 2.7. En dicha figura,

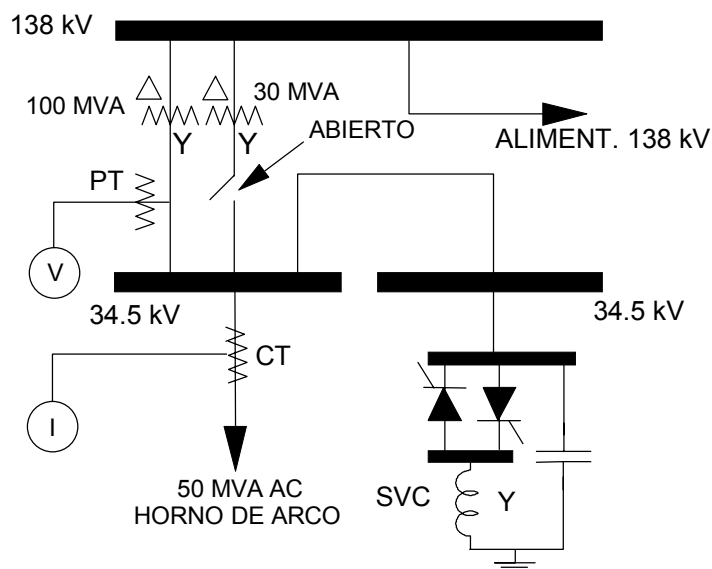


Figura 2.7. Alimentación de un horno eléctrico de arco

un horno de arco eléctrico de 50 MVA se encuentra en un sistema de distribución de 34.5 kV. La corriente de carga presenta un comportamiento caótico [22] y un análisis en el dominio de la frecuencia muestra elevados valores para las componentes correspondientes a 60 y 62 Hz. La resolución debe ser al menos de 2 Hz, para poder observar estas dos componentes, lo cual corresponde a un ancho de ventana de 0.5 segundos. La Figura 2.8 muestra el valor del índice STHD en función del ancho de ventana para el horno de arco eléctrico. Se puede observar que el valor del índice es aproximadamente constante a partir de un ancho de ventana igual a 0.5 segundos ya que el índice contiene prácticamente toda la información relevante del contenido frecuencial de la señal para  $\Delta T$  superiores a este valor. La Tabla 2.6 muestra valores del STHD para esta carga en cuatro intervalos consecutivos de la señal utilizando funciones ventana de ancho  $\Delta T = 0.5$  s.

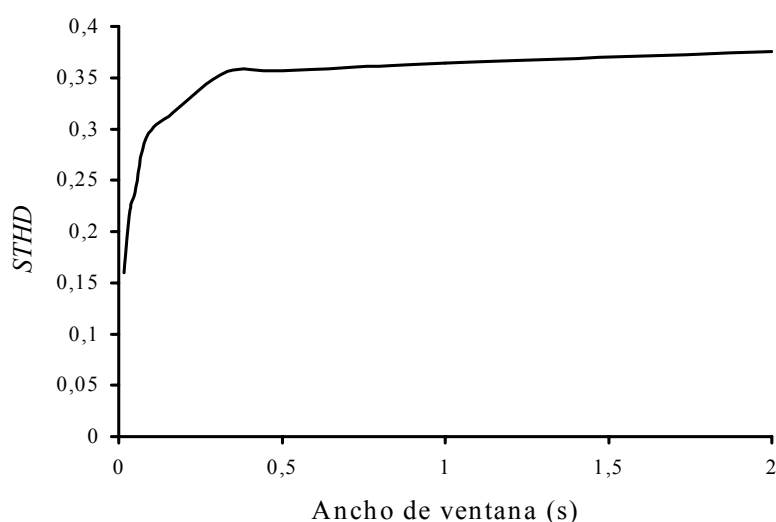


Figura 2.8. STHD de un horno eléctrico de arco en función del ancho de ventana  $\Delta T$

	V1	V2	V3	V4
$STHD_m$	0.415	0.344	0.389	0.280

Tabla 2.6. STHD del horno eléctrico de arco para intervalos de tiempo consecutivos

La aplicación del STHD para evaluar las pérdidas de potencia activa en el sistema es posible para casos de señales aperiódicas o cargas altamente variables. Esto se ilustra a partir del caso del horno de arco eléctrico discutido previamente. A partir de las medidas de corrientes realizadas en el sistema y los datos del mismo, se pueden calcular las pérdidas de potencia instantáneas, y a partir de éstas, la potencia activa perdida, como su valor medio. En la Figura 2.9 se representan las pérdidas en el transformador CT en función del STHD para diferentes puntos de operación. Se puede observar que el STHD puede ser utilizado como un indicador de las pérdidas de potencia debido a la señal en el sentido que cuanto mayor es el índice, mayores son las pérdidas. Por tanto, es posible que la íntima relación entre las pérdidas y el STHD conviertan el índice en una herramienta adecuada en aplicaciones de los estándares de calidad de suministro eléctrico.

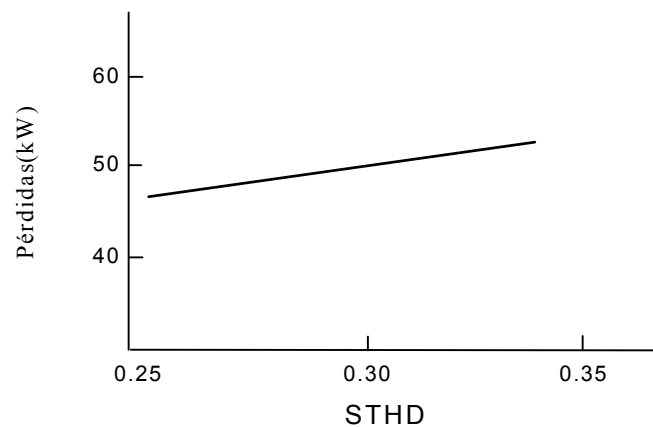


Figura 2.9. Pérdidas de potencia en función del STHD

### **2.3 Error en el estudio de cargas no lineales al aplicar la DFT**

El cálculo de la distorsión armónica en un sistema eléctrico de potencia pasa por la determinación de las tensiones armónicas,  $V^k$ , es decir, las tensiones  $V(\omega)$  para unas determinadas frecuencias  $\omega = 2\pi f$ , que caracterizarán la tensión  $v(t)$ , de la cual se determina la distorsión.

Es habitual el cálculo de dichas tensiones a partir del conocimiento de la impedancia del sistema y de la corriente que circula por él, trabajando en el dominio de la frecuencia

$V(\omega) = Z(\omega) \cdot I(\omega)$ . Esto implica el cálculo de la corriente en el dominio de la frecuencia a partir de su evolución temporal la cual se presenta, generalmente, muestreada [18]. Así, el hecho de trabajar con la corriente muestreada en lugar de la función exacta de la señal incide en la utilización de transformadas matemáticas como la transformada de Fourier en el sentido de introducir un error en los resultados obtenidos [7, 9].

El objetivo del estudio realizado es el análisis del error cometido entre el valor exacto de la transformada de Fourier y el valor calculado a partir de la transformada discreta de Fourier para los diferentes tipos de corriente consumida por distintos dispositivos no lineales, tomando como referencia los estudios realizados en [10].

### 2.3.1 Error entre la FT y la DFT

Tal como se ha comentado, una función continua,  $g(t)$ , puede caracterizarse a partir de su FT, según (2.1) y (2.2), pero debido a las necesidades que impone el procesado discreto de las señales se debe recurrir a la DFT, (2.9), para la caracterización frecuencial de la señal.

Así, comparando las expresiones (2.6) y (2.9), se observa que la DFT de una señal continua proporciona un muestreo,  $G_k$ , de resolución  $2\pi/N$  del espectro frecuencial de la señal,

$$G_k = G(\Omega) \Big|_{\Omega=k\frac{2\pi}{N}} \quad (2.29)$$

donde  $N$  es el número de muestras de la señal. El hecho de muestrear la señal con una pulsación  $T_s$  provoca que su espectro de frecuencia,  $G(\Omega)$  según (2.6), no sea el mismo que el que correspondería a la señal sin muestrear,  $G(\omega)$  según (2.2). Así el espectro de frecuencia de la señal muestreada resulta una repetición del espectro original afectado por el factor  $1/T_s$  y centrado en las pulsaciones correspondientes a los múltiplos de la pulsación de muestreo,  $\omega_s = 2\pi/T_s$ , [7]. Es decir, recordando que  $\Omega = \omega T_s$ , se tiene,

$$G_k = G\left(\frac{\Omega}{T_s}\right) \Big|_{\Omega=k\frac{2\pi}{N}} = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(\omega - n\omega_s) \Big|_{\omega=k\omega_s} \quad (2.30)$$

donde  $\omega_s = 2\pi/(NT_s)$ . Todo ello queda reflejado en la Figura 2.10.

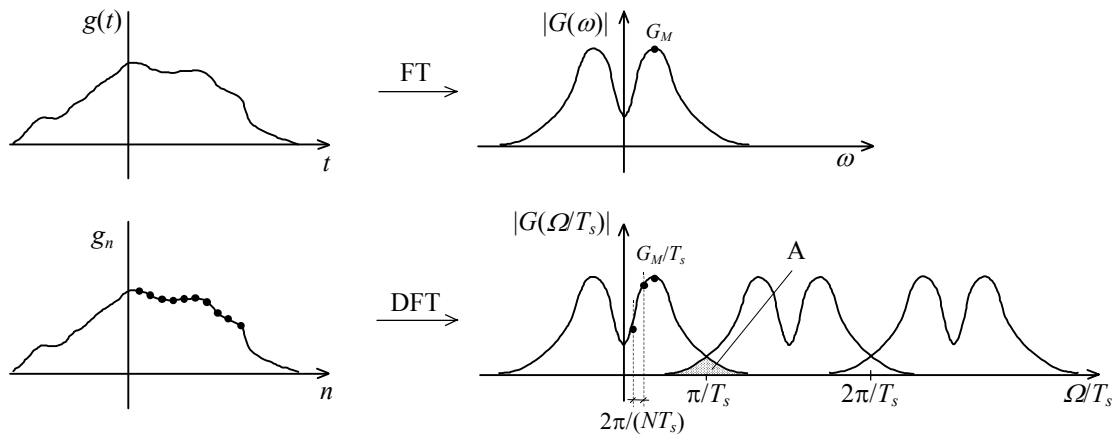


Figura 2.10. Ilustración del aliasing

Como se observa, si la frecuencia de muestreo no es lo suficientemente grande se produce un solapamiento de los diferentes espectros (área A). Este fenómeno se conoce como *aliasing* y provoca que el resultado obtenido al aplicar la DFT a la señal muestreada,  $g(nT_s)$ , sea diferente del que se obtendría si se trabajase con la FT de la señal continua,  $g(t)$ .

Así, dada una función  $g(t)$ , su transformada de Fourier continua, si es totalmente integrable y para  $N$  suficientemente grandes, se puede aproximar a partir de la transformada discreta de Fourier [7],  $G(k\omega_s) \approx T_s \cdot G_k$  cometiendo el siguiente error en la estimación [7, 10],

$$E_N^g(k) = \frac{T_s \cdot G_k - G(k\omega_s)}{G(k\omega_s)} \quad (2.31)$$

### 2.3.2 Funciones de orden-k y funciones canónicas-k

Con el fin de evaluar el error cometido al estimar la transformada continua a partir de la discreta, (2.31), se definen en [10] las funciones de orden- $k$  y las funciones canónicas- $k$ .

Una función de orden- $k$  ( $k \geq 0$ ) es una función  $g(t)$  para la cual



- $g(t)$  tiene valor nulo fuera del intervalo  $[0, T]$ .
- Si  $k$  es mayor que 0,  $g(t)$  y sus primeras  $k-1$  derivadas son continuas en  $(-\infty, \infty)$ , y la derivada  $k$ -ésima tiene al menos una discontinuidad de salto. Si  $k$  es igual a 0,  $g(t)$  tiene al menos una discontinuidad de salto.
- En cada intervalo  $[iT_s, (i+1)T_s]$ , con  $(0 \leq i \leq N-1)$ ,  $g(t)$  es  $k + 1$  veces continuamente diferenciable, con sus primeras  $(k + 1)$  derivadas continuas en  $[iT_s, (i+1)T_s]$ .
- El valor de  $g(t)$  en una discontinuidad  $\tau$  es  $0.5[g(\tau^+)+g(\tau^-)]$ ;  $g(0) = g(T) = 0.5[g(0^+)+g(T^-)]$ , y de forma similar para sus derivadas.

Una función canónica- $k$  ( $k \geq 0$ ) es una función de orden- $k$  que además cumple,

- En cada intervalo  $[iT_s, (i + 1)T_s]$ , con  $(0 \leq i \leq N-1)$ ,  $g(t)$  es un polinomio de grado menor o igual  $k$ , y de grado  $k$  en al menos un intervalo,

A modo de ejemplo, la Figura 2.11a muestra dos ejemplos de funciones no canónicas: la primera función,  $g_1(t) = e^{-t}U(t)$  es una función de orden-0, y la segunda,  $g_2(t) = \cos(\pi t)\text{Rect}(t)$ , es una función de orden-1. En la Figura 2.11b se muestran dos funciones canónicas: la primera está formada por tramos de valor constante y es una función canónica-0; la segunda está formada por tramos constantes y de primer orden y es una función de canónica-1.

Para las funciones canónicas- $k$  el error relativo (2.31) se puede cuantificar de manera exacta a partir de fórmulas cerradas,  $E_N^g(h) = E(Z, k)$ , con  $Z = h/N$ , donde se sustituye el índice  $k$  de la expresión (2.31) por  $h$  para identificar los armónicos, por su coincidencia con la identificación de las funciones canónicas- $k$ . En los casos canónico-0 y canónico-1 las expresiones son,

$$\begin{aligned}
 E(Z, 0) &= \pi \cdot Z \cdot \cot(\pi \cdot Z) - 1 \\
 E(Z, 1) &= \frac{(\pi \cdot Z)^2}{\sin^2(\pi \cdot Z)} - 1
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Para las funciones de orden- $k$  se cumple, [10],

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ Z \text{ constante}}} E_N^g(h) = E(Z, k) \quad (2.33)$$

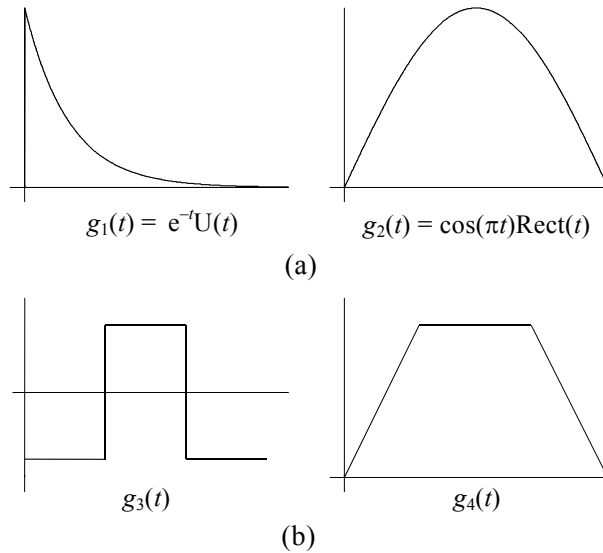


Figura 2.11. a) Funciones de orden-0,  $g_1(t)$ , y orden-1,  $g_2(t)$ ; b) Funciones canónica-0,  $g_3(t)$ , y canónica-1,  $g_4(t)$ .

La Figura 2.12 muestra la aplicación de las expresiones (2.32) y (2.33) para la determinación del error  $E_N^g(h)$  cometido al obtener la transformada de Fourier de la función de orden-0  $g_1(t)$  mostrada en la Figura 2.11a, a partir de la transformada discreta para distinto número de muestras  $N$ .

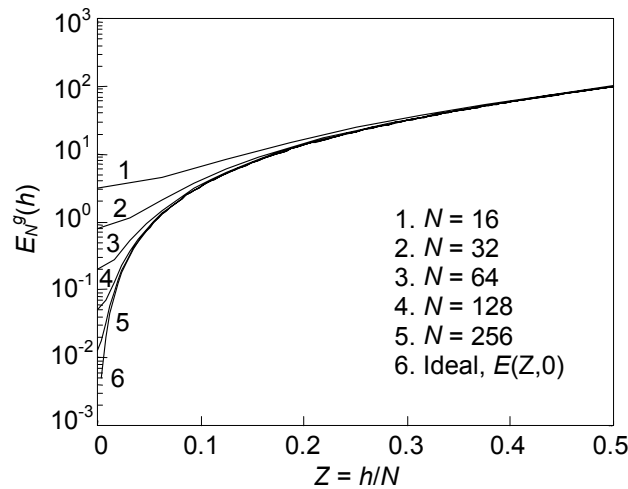


Figura 2.12. Curvas de error de la función de orden-0  $g_1(t) = e^{-t}U(t)$ .

### 2.3.3 Estudio de dispositivos no lineales

Entre los diferentes tipos de dispositivos no lineales existentes, se estudiaron las formas de onda de las corrientes consumidas por la fuente de alimentación monofásica, la fuente de alimentación trifásica, la lámpara de descarga y los rectificadores AC/DC de seis y doce pulsos ideales, y se presentan los resultados a los que se llegaron.

#### 2.3.3.1 Fuente de alimentación monofásica

La forma de onda correspondiente a la corriente consumida por una fuente de alimentación monofásica,  $i_M$ , se muestra en la Figura 2.13, la cual es una función de orden-1. La Figura 2.14 muestra su contenido armónico exacto y para dos muestreos,  $N = 64$  y  $N = 256$ , para los primeros ocho armónicos.

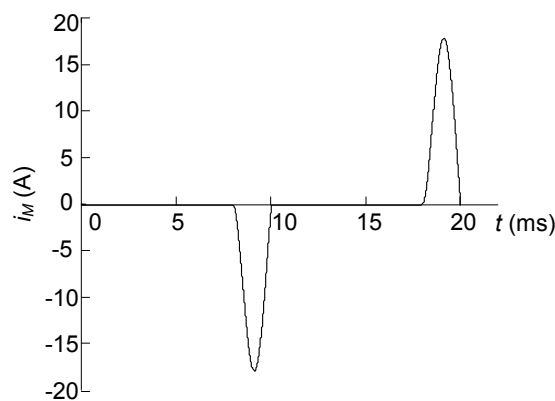


Figura 2.13. Intensidad consumida por una fuente de alimentación monofásica,  $i_M$ .

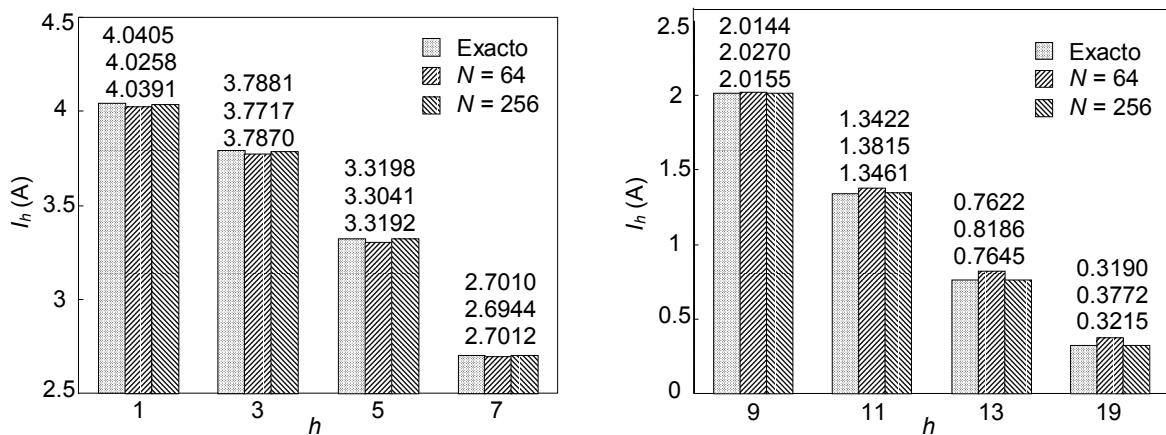


Figura 2.14. Contenido armónico de  $i_M$ .

Tomando como referencia la expresión del error en funciones canónicas-1, (2.32), se ha calculado el error cometido para distinto número de muestras,  $N = 64, 256, 640$  y  $1500$ , y se han representado los errores cometidos y la función  $E(Z,1)$  en función del parámetro  $Z$ , Figura 2.15. De dicha figura, se puede deducir,

- a) La función  $E(Z,1)$  ajusta aceptablemente bien el error para un número de muestras  $N$  suficientemente elevado.
- b) Cuanto mayor es el armónico analizado, mayor  $Z$ , mejor es la bondad del ajuste. Es decir, la expresión  $E(Z,1)$  sólo indican correctamente el error de armónicos bajos si el muestreo es suficientemente elevado.
- c) Se pueden establecer límites aproximados en el número de muestras para los que la utilización de la función  $E(Z,1)$  es apropiada, determinándose rangos de aplicabilidad de dichas funciones,
  - $N > 600$  para  $Z > 0.08$
  - $N > 1500$  para  $0.08 > Z > 0.02$
  - $N > 2500$  para  $Z < 0.02$ .
- d) Para  $N$  a partir de  $700$ , aproximadamente, se puede acotar el error admisible y aplicar un muestreo que lo garantice. Esto es, dar un valor de  $Z_{\text{ref}}$  de modo que para todo valor de  $Z$  inferior a éste, el error que le corresponde es inferior a  $E(Z_{\text{ref}},1)$ .

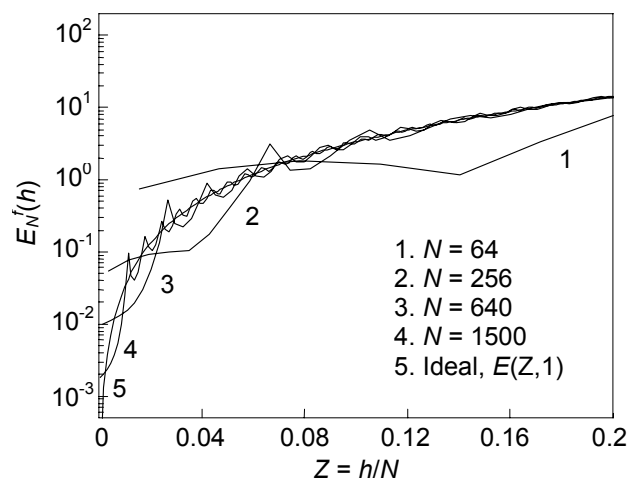


Figura 2.15. Curvas de error para la intensidad  $i_M$ .

### 2.3.3.2 Fuente de alimentación trifásica

De forma análoga a la fuente de alimentación monofásica se realiza el estudio de la fuente de alimentación trifásica. La forma de onda correspondiente a su corriente consumida  $i_T$  se muestra en la Figura 2.16, la cual es una función de orden-1. La Figura 2.17 muestra su contenido armónico de forma exacta y para dos muestreos,  $N = 64$  y  $N = 256$ , para los primeros ocho armónicos.

Tomando como referencia la expresión del error en funciones canónicas-1 (2.32), se ha calculado el error cometido para distinto número de muestras,  $N = 64, 256, 640$  y  $1500$ , y se han representando los errores cometidos y la función  $E(Z,1)$  en función del parámetro  $Z$ , resultando el gráfico presentado en la Figura 2.18. De la esta Figura se puede deducir

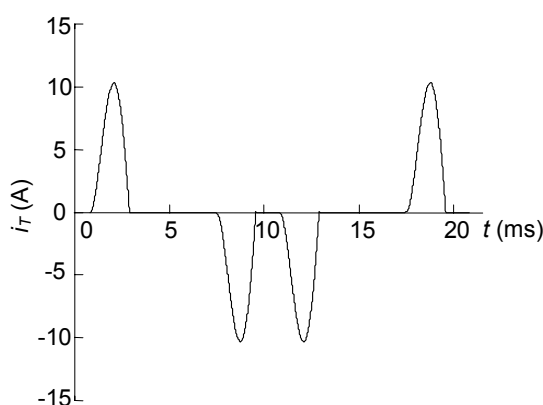


Figura 2.16. Intensidad consumida por una fuente de alimentación trifásica,  $i_T$ .

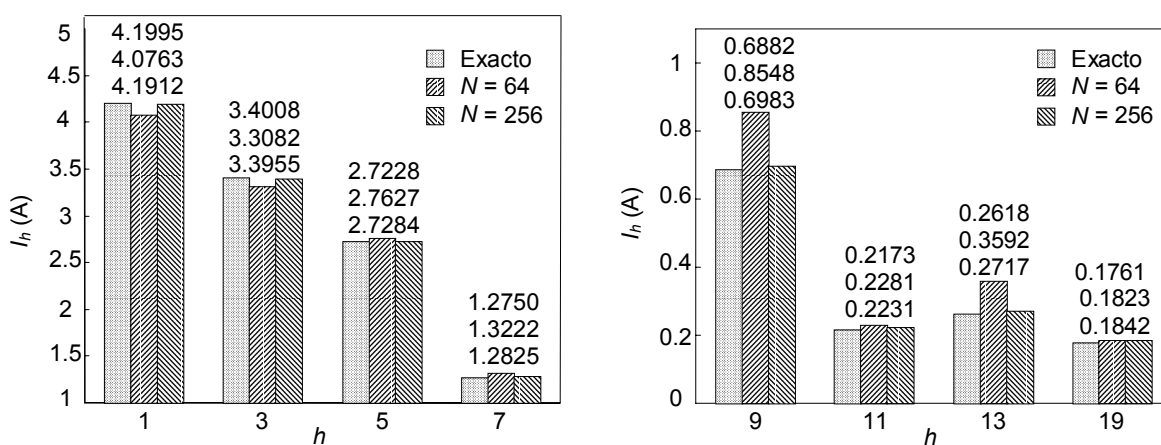


Figura 2.17. Contenido armónico de  $i_T$ .

prácticamente las mismas conclusiones que en el caso de la fuente de alimentación monofásica. El ajuste entre las curvas correspondientes al caso ideal y a los casos con muestreo es mejor para este segundo tipo de cargas. Señalaremos que,

- a) Se pueden establecer límites aproximados en el número de muestras para los que la utilización de las funciones  $E(Z,1)$  son apropiadas, determinándose rangos de aplicabilidad de dichas funciones,
- $N > 200$  para  $Z > 0.08$
  - $N > 750$  para  $0.08 > Z > 0.02$
  - $N > 1500$  para  $Z < 0.02$ .
- b) Para  $N$  a partir de 700, aproximadamente, se puede acotar el error admisible y aplicar un muestreo que lo garantice.

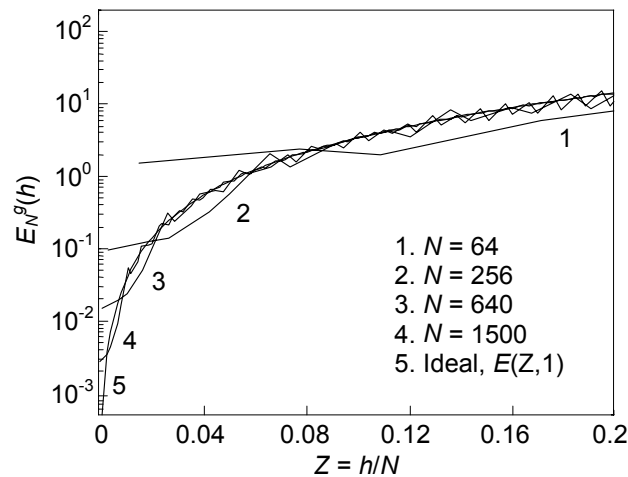


Figura 2.18. Curvas de error para la intensidad  $i_T$ .

### 2.3.3.3 Lámpara de descarga

Procediendo del mismo modo que en los casos anteriores, la forma de onda correspondiente a la corriente consumida por una lámpara de descarga  $i_L$  se muestra en la Figura 2.19, la cual es una función de orden-1. La Figura 2.20 muestra su contenido armónico de forma exacta y para dos muestreos,  $N = 64$  y  $N = 256$ , para los primeros ocho armónicos.

Tomando como referencia la expresión del error en funciones canónicas-1, (2.32), se calculó el error cometido para distinto número de muestras,  $N = 32, 64$  y  $256$ , y se representaron los errores cometidos y la función  $E(Z,1)$  en función del parámetro  $Z$ , resultando el gráfico presentado en la Figura 2.21. De esta figura se puede observar que la

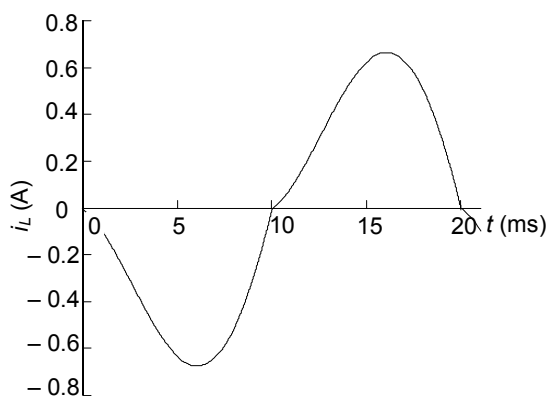


Figura 2.19. Intensidad consumida por una lámpara de descarga,  $i_L$ .

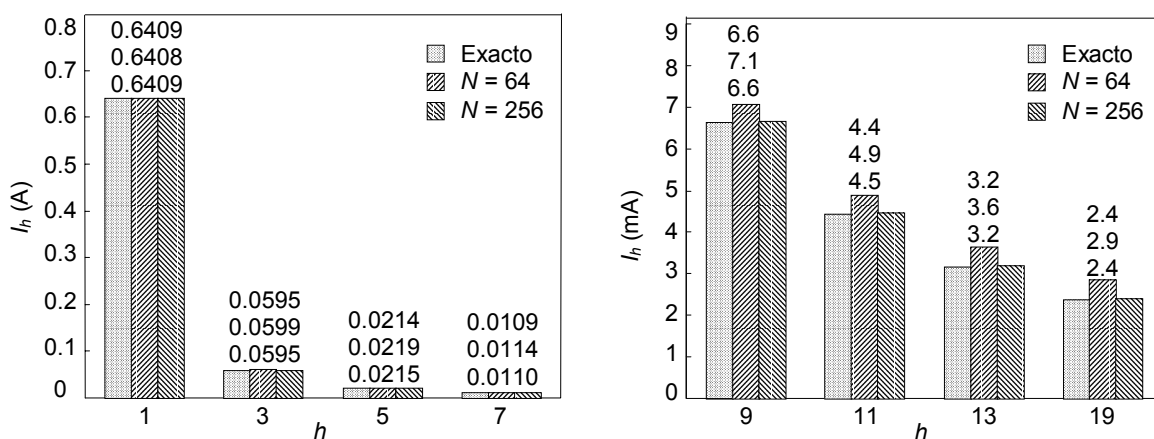


Figura 2.20. Contenido armónico de  $i_L$ .

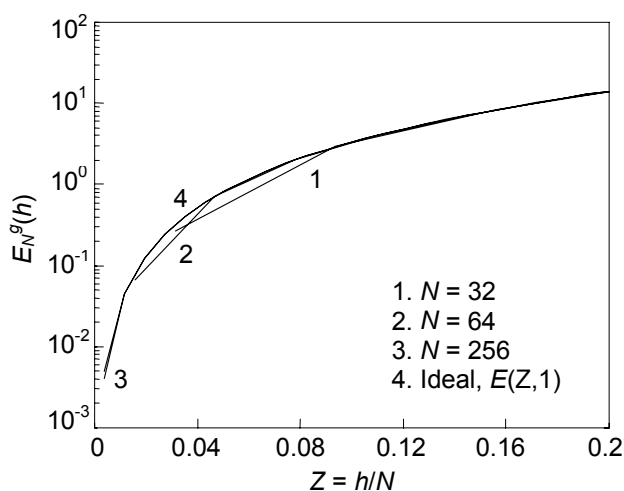


Figura 2.21. Curvas de error para la intensidad  $i_L$ .

función  $E(Z,1)$  ajusta el error cometido prácticamente para cualquier valor de  $N$ , y se puede utilizar dicha función para estimar y acotar el error cometido al muestrear la señal.

### 2.3.3.4 Rectificadores AC/DC de 6 y 12 pulsos

Procediendo del mismo modo que en los casos anteriores, la forma de onda correspondiente a la corriente consumida por los rectificadores de seis y doce pulsos ideales,  $i_{R6}$  e  $i_{R12}$ , se muestran en las Figuras 2.22 y 2.23 respectivamente, siendo ambas funciones canónicas-0. Las Figuras 2.24 y 2.25 muestran su contenido armónico de forma exacta y para dos muestreos,  $N = 64$  y  $N = 256$ , para los primeros ocho armónicos.

Tomando como referencia la expresión del error en funciones canónicas-0, (2.32), se calculó el error cometido para distinto número de muestras comprobándose que para ambas intensidades ( $i_{R6}$  e  $i_{R12}$ ) la función  $E(Z,0)$  ajustaba el error cometido de forma exacta para

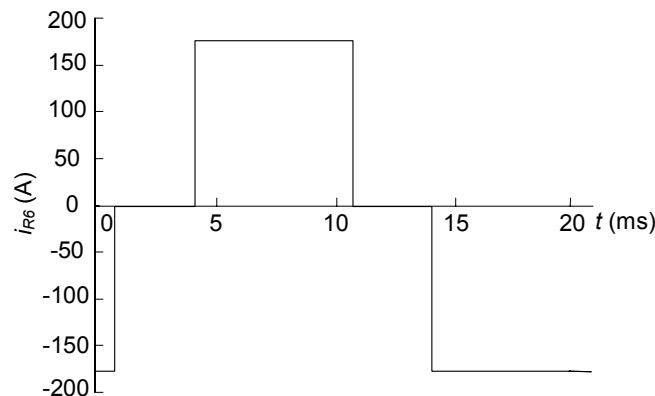


Figura 2.22. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de seis pulsos ideal,  $i_{R6}$ .

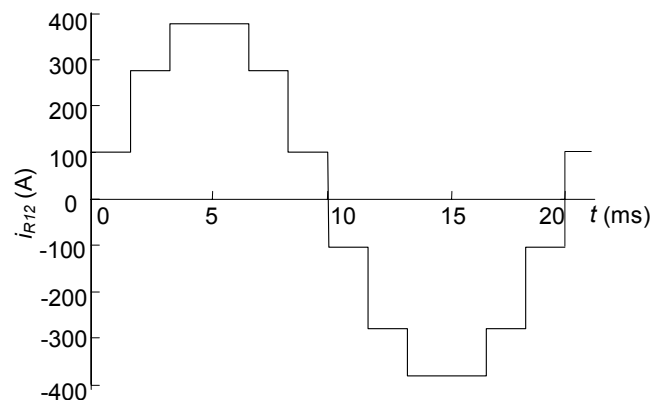


Figura 2.23. Intensidad consumida por un rectificador AC/DC de doce pulsos ideal,  $i_{R12}$ .



cualquier valor de  $N$ , Figura 2.26. Por tanto se puede utilizar dicha función para estimar y acotar el error cometido al muestrear la señal.

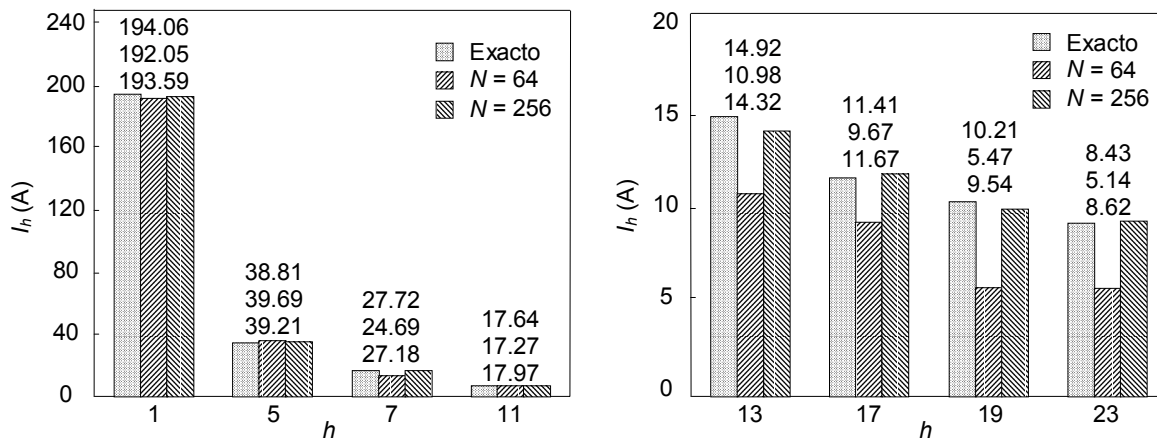


Figura 2.24. Contenido armónico de  $i_{R6}$ .

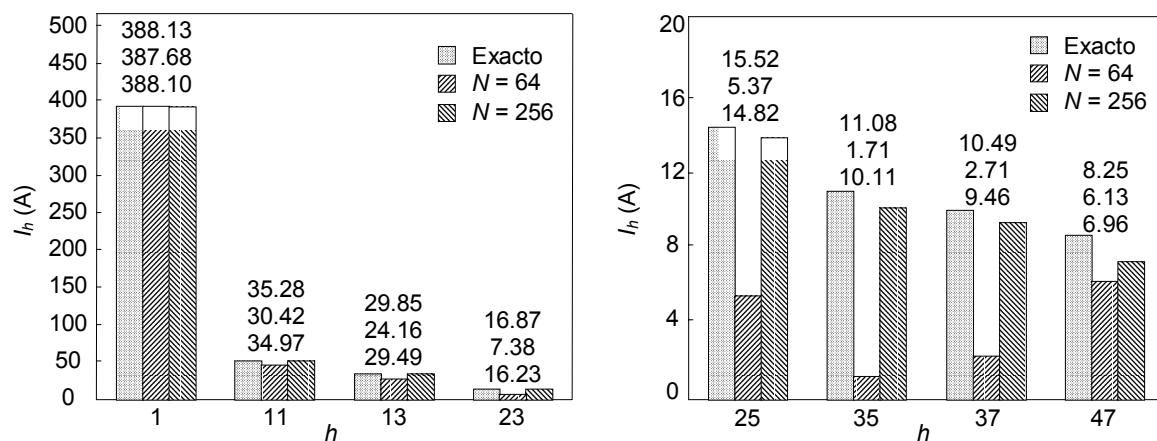


Figura 2.25. Contenido armónico de  $i_{R12}$ .

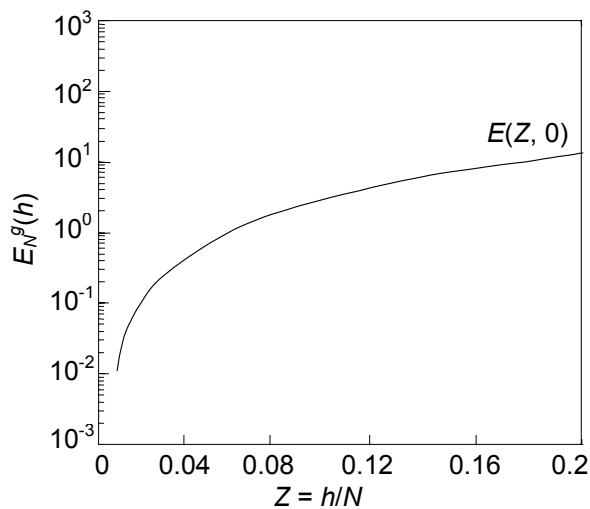


Figura 2.26. Curva de error para las intensidades  $i_{R6}$  e  $i_{R12}$ .



## **Capítulo 3**

# **Rectificadores no controlados con filtro capacitivo**

Las aportaciones de este capítulo se centran en el estudio y modelización de las fuentes de alimentación monofásicas [28-30,32] y trifásicas con filtro capacitivo [31].

Los estudios centrados en la problemática de los armónicos en los sistemas eléctricos de potencia han ido recibiendo cada vez más atención debido al incremento de cargas no lineales conectadas a los sistemas de distribución [1, 6]. Entre estas cargas se encuentran las que utilizan rectificadores monofásicos con filtro capacitivo como fuente de alimentación (ordenadores personales, televisiones, variadores de velocidad para bombas de calor, aparatos de aire acondicionado, etc.) y las que utilizan rectificadores trifásicos, por ejemplo en variadores de frecuencia. Las primeras suponen un porcentaje pequeño dentro de la potencia total del sistema pero van aumentando considerablemente su

presencia debido a su elevada eficiencia. Las segundas son frecuentemente usadas en rectificación alimentando consumos de elevada potencia.

Esto puede conducir a la aparición de niveles de distorsión armónica problemáticos [36]. Por esta razón, la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) trabaja para actualizar estándares e implementar regulaciones que limiten la emisión de corrientes armónicas por parte de los rectificadores monofásicos [74] y de los rectificadores trifásicos [74, 75].

Por otro lado, y tal como se comentará posteriormente, en la bibliografía se pueden encontrar diversos estudios que tienen como objetivo comprender el funcionamiento de estos dispositivos así como predecir las corrientes armónicas que inyectan al sistema.

Frente a todo lo anterior este capítulo realiza en primer lugar un completo análisis del comportamiento de dichos dispositivos no lineales para posteriormente desarrollar un modelo analítico que permita, de una manera muy sencilla y directa, obtener las componentes armónicas de la corriente de línea consumida por los rectificadores a partir de la definición de su punto de operación, ya sea mediante la corriente consumida por la carga conectada a la fuente o mediante la potencia consumida por dicha carga. En este último caso, las expresiones del modelo resultante no son lineales, por lo que, partiendo del modelo obtenido, se propone un algoritmo iterativo que resuelve el problema. El modelo ofrece la posibilidad de realizar de forma sencilla cálculos aproximados para la caracterización del comportamiento de los rectificadores.

Por otro lado, también para los dos casos anteriores, el comportamiento del convertidor se caracteriza de forma gráfica a partir del modelo analítico propuesto, mediante el uso de variables normalizadas, todo ello tanto para el rectificador monofásico como para el trifásico.

Por último, los modelos propuestos permitirán comparar la emisión armónica de los rectificadores con los límites dados por los estándares respectivos.

Todos los resultados anteriores fueron validados a partir de simulaciones con el programa PSPICE y por comparación con los estudios de la bibliografía analizados.

## 3.1 Rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo

### 3.1.1 Introducción

El rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo, Figura 3.1, consta de un rectificador ideal en puente de Graetz y un condensador de filtrado que permiten alimentar una carga en corriente continua a partir de una tensión de alimentación alterna.

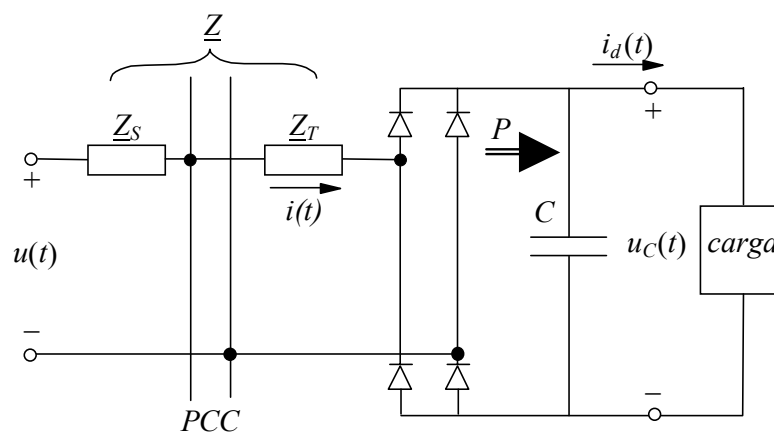


Figura 3.1. Esquema del rectificador monofásico con filtro capacitivo (PCC: punto de acoplamiento común)

Existen en la bibliografía diversos estudios que analizan el comportamiento del rectificador pero generalmente, en el tratamiento del flujo de cargas, dichos estudios van fundamentalmente dirigidos a predecir las corrientes armónicas que estas cargas no lineales inyectan al sistema [8, 33-35, 37, 38].

Los estudios más sencillos tratan estas cargas como fuentes de corriente armónicas,  $I_h/I_1$ , donde la componente fundamental de la corriente varía proporcionalmente con la potencia de la carga. Este método conduce a una sobreestimación de los armónicos calculados [35].

Otros estudios más precisos se centran en el cálculo del punto de operación del rectificador a partir de los datos de la carga y de la tensión de alimentación, la cual puede considerarse sinusoidal o distorsionada, y a partir de él, obtener los componentes

armónicos de la corriente. En líneas generales, las expresiones propuestas para el estudio del comportamiento de la carga son demasiado complicadas para un análisis general [33, 34, 37] y no existe una manera rápida, a la vez que precisa, para calcular la emisión de corrientes armónicas por el rectificador. En [33, 34] se presenta un completo estudio sobre el comportamiento de este tipo de cargas y se obtienen, a partir del análisis del circuito, expresiones analíticas exactas pero complejas de las corrientes armónicas. En [37], el estudio proporciona expresiones bastante sencillas, pero que no son lineales, para obtener el punto de operación del convertidor y las corrientes armónicas de línea.

Otros estudios, como el presentado en [33], proporcionan expresiones analíticas que caracterizan el comportamiento del convertidor, considerando la tensión del lado de continua constante y de valor conocido y la carga modelada mediante una resistencia equivalente.

Por último, [38] presenta expresiones sencillas para determinar las corrientes y tensiones armónicas, considerando conocidos el ancho y el valor de pico del pulso de corriente, pero no a partir de su punto de funcionamiento.

En el presente trabajo y según la Figura 3.1, en el lado de alterna del rectificador se considera:

- La tensión de alimentación,  $u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t)$ , de frecuencia igual a 50 Hz.
  - La impedancia de la línea de alimentación,  $\underline{Z}_S = R_S + j \cdot X_S$ .
  - La impedancia correspondiente al transformador del convertidor,  $\underline{Z}_T = R_T + j \cdot X_T$ .
- Así se trabajará con la impedancia efectiva de la red del lado de alterna  $\underline{Z} = R + j \cdot X$ , donde  $R = R_S + R_T$  y  $X = X_S + X_T$ .

y en el lado de continua:

- El condensador de filtro,  $C$ , que permite obtener una tensión continua con rizado,  $u_C(t)$ , de valor medio  $U_C$ .

- La carga del rectificador, que consume una corriente  $i_d(t)$ , y se puede modelizar mediante una fuente de corriente constante. La potencia activa consumida por la carga es igual a  $P$ .

Así, en base a lo anterior en este apartado primero se realiza una completa caracterización del comportamiento del dispositivo [28, 30]. A partir de un elevado número de simulaciones realizadas con un programa desarrollado a tal efecto, se presenta el comportamiento del rectificador de forma gráfica tal y como se desarrolla en [26] para el rectificador trifásico. Dichos gráficos permiten analizar de forma clara la influencia de los diferentes parámetros del dispositivo en su comportamiento.

Posteriormente se desarrolla un modelo analítico muy sencillo que determina el comportamiento del rectificador monofásico cuando su punto de operación se define a partir de su corriente de continua consumida o de su potencia consumida [29, 32]. Para ambos casos se calcula el ancho y el valor de pico del pulso de corriente, además de los armónicos de la corriente de línea. El modelo asume como hipótesis un valor infinito para el condensador de filtrado (tensión de continua constante), tensión de alimentación perfectamente sinusoidal, y tiene en cuenta el valor de la impedancia del lado de alterna.

En el caso de que la potencia consumida por el convertidor sea un dato conocido, las expresiones a las que se llega no son lineales. Para este caso, se ha implementado un algoritmo que analiza el comportamiento del convertidor a partir de ese dato de partida.

El comportamiento del rectificador también se caracteriza de manera gráfica para los dos supuestos anteriores, corriente de continua conocida o consumo de potencia conocida, a partir de las ecuaciones obtenidas anteriormente y mediante la definición de variables normalizadas.

La bondad del modelo presentado se ha validado mediante su comparación gráfica con un modelo exacto que tiene en cuenta un valor no infinito para el condensador de filtrado (tensión de continua con rizado) (ver apéndice).

En último lugar, el modelo propuesto permite estudiar de una manera fácil y cómoda los límites de contaminación armónica para rectificadores monofásicos, tomando como referencia los límites dados por el estándar IEC 1000-3-2 para equipos de Clase D, [74]. Para estos dispositivos la norma limita la corriente armónica máxima admisible por vatio consumido, por lo que se deberá calcular el ratio anterior a partir de los resultados obtenidos con el modelo, armónicos de corriente de línea, a fin de aplicar dicha norma.

### **3.1.2 Análisis del comportamiento del rectificador monofásico**

El comportamiento del rectificador monofásico puede ser descrito de manera unívoca a partir de dos relaciones [26],

- $R_{SC}$ , que consiste en la relación entre la potencia de cortocircuito del sistema,  $S_{CV}$ , y la potencia activa consumida por la carga,  $P$ . Despreciando el valor de la resistencia de entrada, la potencia de cortocircuito se puede escribir como  $S_{CV} = U^2/X$ , resultando

$$R_{SC} = \frac{S_{CV}}{P} = \frac{U^2 / X}{P} = \frac{U^2}{X \cdot P} \quad (3.1)$$

Esta relación influye en la forma de la corriente consumida por el rectificador, y en consecuencia, en las corrientes armónicas que inyecta en la red.

- $x_C$ , que consiste en la relación entre la inductancia de entrada,  $L$ , y el valor del condensador de filtro,  $C$ . Su correspondiente expresión es

$$x_C = \sqrt{\frac{X_C}{X}} = \frac{1}{2\pi f \sqrt{L \cdot C}} \quad (3.2)$$

Esta relación influye en el valor del rizado de la tensión de continua.

La influencia de dichos parámetros en el comportamiento rectificador se ilustra en la Figura 3.2, que muestra la corriente de línea,  $i(t)$ , y la tensión de continua,  $u_C(t)$ , para dos valores distintos del rizado de dicha tensión (reducido y elevado), correspondiente a  $x_C$  igual a 0 y 2.5, respectivamente, dentro del rango de valores de  $R_{SC}$  igual a 25, 100 y 1000,



y un valor de la resistencia de entrada igual a cero (impedancia de entrada puramente inductiva).

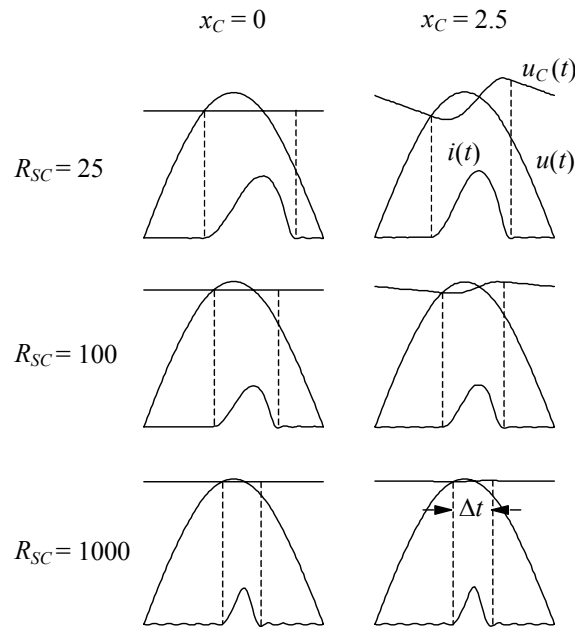


Figura 3.2 Formas de onda de la corriente de línea del lado de alterna  $i(t)$  y de la tensión del lado de continua  $u_C(t)$

Se puede observar en la Figura 3.2 la fuerte influencia que tiene el parámetro  $R_{SC}$  en la forma de la corriente de línea en comparación con el parámetro  $x_C$ . Por este motivo,  $R_{SC}$  es uno de los parámetros en función del cual se presentan todos los resultados obtenidos.

Por otro lado, el parámetro  $x_C$  influye en el rizado que presenta la tensión de continua. De este modo,  $x_C$  deviene el segundo parámetro en función del cual se presentan los resultados.

Al final del presente apartado, se considera y estudia la influencia que la resistencia de entrada presenta en el comportamiento del dispositivo. Para ello se utiliza la relación resistencia-reactancia del lado de alterna,  $r$ , como parámetro de estudio. La definición del parámetro  $r$  es la siguiente:

$$r = \frac{R}{X} \quad (3.3)$$

Así se realizará el análisis del dispositivo para los siguientes rangos de los parámetros anteriores:

- Relación de cortocircuito:  $5 \leq R_{SC} \leq 1000$ .
- Relación de reactancia:  $x_C = 0, 1.5, 2.5, 3.5, \text{ y } 4.5$ .
- Relación resistencia-reactancia: En primer lugar se estudia el caso correspondiente a un sistema puramente inductivo ( $r = 0$ ), y posteriormente se analiza la influencia de la resistencia de alterna en los resultados, considerando valores de  $r$  iguales a 10%, 20%, 30%, y 50%.

Para ello se recurre a la simulación de múltiples casos con ayuda de un programa informático desarrollado para tal cometido. Este programa calcula la solución de régimen permanente del rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo mostrado en la Figura 3.1. La validación del programa se realizó utilizando la versión académica del programa PSPICE, resolviendo diversos casos con ambas herramientas y comprobando la bondad de los resultados obtenidos a partir de su comparación (ver anexo).

La elección de los rangos de valores para las relaciones anteriores se ha basado en los estudios de [26, 35] y en el análisis de los resultados obtenidos de las numerosas simulaciones realizadas. Así, los valores adoptados para la relación de cortocircuito,  $R_{SC}$ , han permitido estudiar un amplio rango de potencias del dispositivo respecto a la de cortocircuito de la red, los valores adoptados para la relación de reactancia,  $x_C$ , supone el estudio de diversos niveles de rizado en la tensión de continua, y finalmente, la relación resistencia-reactancia se ha extendido hasta el 50% para considerar la influencia de la resistencia de alterna en el comportamiento del dispositivo.

### **3.1.2.1 Resultados de las simulaciones**

#### *3.1.2.1.1 Ancho del pulso de la corriente de línea*

Los resultados correspondientes al ancho del pulso de la corriente de línea,  $\Delta t$ , se muestran en el gráfico de la Figura 3.3. A partir del mismo, se puede observar que la

---

evolución de  $\Delta t$ , tal como se vio en la Figura 3.2, es tal que a medida que se incrementa el valor de  $R_{SC}$ , el ancho del pulso disminuye, mientras que la influencia de  $x_C$  se va haciendo cada vez menor.

Se observa de la figura que los anchos habituales de la corriente consumida por estos dispositivos,  $\Delta t \approx 3 \text{ ms} \equiv 54^\circ$ , se alcanzan con un valor de  $R_{SC}$  aproximadamente igual a 70. Así valores inferiores de esa relación llevan en realidad a situaciones poco frecuentes. Tanto en esta Figura 3.3 como en las sucesivas, los tramos de curva representados con línea discontinua corresponden a casos en los que el valor del rizado de la tensión de continua supera el 40%.

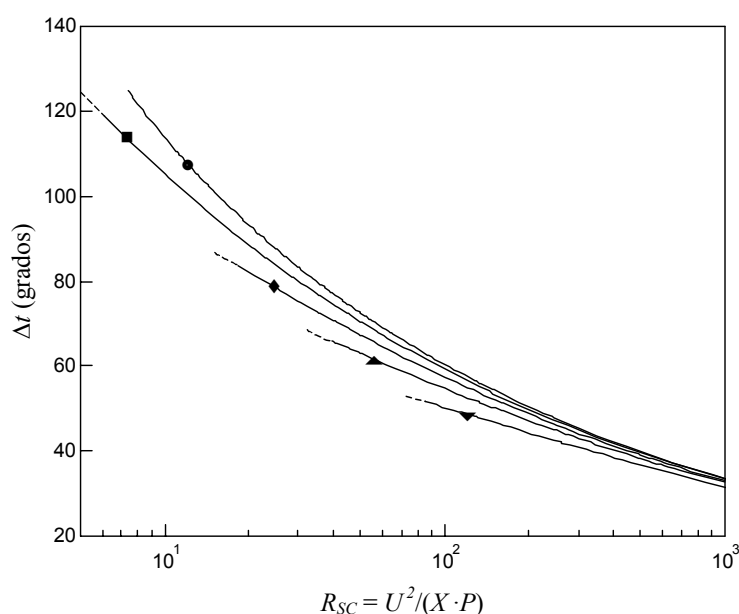


Figura 3.3. Ancho del pulso de corriente de línea, con  $x_C = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (▼), 3.5 (▲), 4.5 (▲)

### 3.1.2.1.2 Tensión de continua

Los principales parámetros que caracterizan la tensión de continua del rectificador son su valor medio,  $\bar{u}_C = U_C/U$ , y su valor pico a pico (rizado),  $u_p = U_p/U$ . La Figura 3.4 muestra los resultados obtenidos para ambos parámetros a partir de las simulaciones realizadas.

De la Figura 3.4a se observa que el valor medio de la tensión de continua,  $\bar{u}_C$ , varía entre 1.3 y 1.4 para la mayor parte de valores de  $R_{SC}$  y  $x_C$  considerados. Por esta razón, en aplicaciones prácticas, el valor medio se podría calcular de forma aproximada por la expresión  $U_c \approx 1.35 \cdot U$ . Además, como es de esperar, según la Figura 3.4b la consideración de un comportamiento sin rizado sólo se puede realizar para valores del condensador suficientemente elevados.

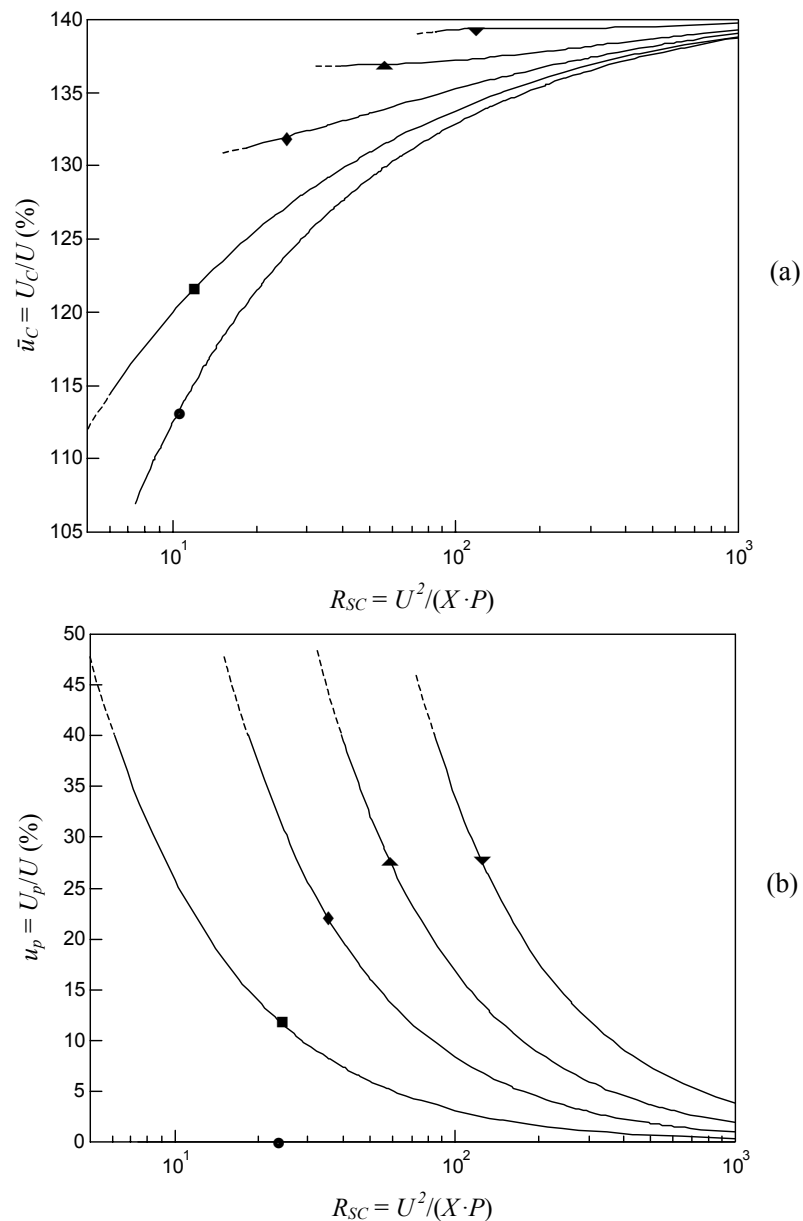


Figura 3.4. Caracterización de la tensión de continua, con  $x_C = 0$  ( $\bullet$ ), 1.5 ( $\blacksquare$ ), 2.5 ( $\blacklozenge$ ), 3.5 ( $\blacktriangle$ ), 4.5 ( $\blacktriangledown$ ): a) valor medio,  $\bar{u}_c$ , b) valor pico a pico (rizado),  $u_p$

### 3.1.2.1.3 Corriente de línea fundamental y factores de potencia

El comportamiento de la corriente fundamental consumida por la carga no lineal se puede caracterizar a partir de los siguientes parámetros:

- Corriente armónica fundamental:  $i_1 = I_1/I_{Ii}$ , donde  $I_{Ii} = P/U$  es la corriente ideal resultante de considerar la corriente de línea como una onda cuadrada.
- Contenido fundamental de la corriente de línea:  $g_1 = I_1/I$ , donde  $I$  es el valor eficaz de la corriente de línea.
- Factor de desplazamiento: es el coseno del desfase entre la tensión de alimentación y la corriente fundamental de línea,  $\cos\varphi_1$ .
- Factor de potencia total, describe la relación entre la potencia activa y la potencia aparente,  $\lambda = g_1 \cdot \cos\varphi_1$ .

De la Figura 3.5 se observa que el valor de la corriente fundamental supera ligeramente al valor de la corriente ideal  $I_{Ii}$  para un amplio rango de valores de  $R_{SC}$ , ya que  $1 < i_1 < 1.06$ . Por otro lado, la influencia del condensador de filtrado sólo debería tenerse en cuenta para pequeños valores de  $R_{SC}$ , de otra manera una buena aproximación para el cálculo de la corriente fundamental puede ser  $I_1 \approx 1.01 \cdot I_{Ii}$ .

En cuanto al factor de desplazamiento, el dispositivo presenta un elevado valor del mismo, comprendido en el rango  $0.9 < \cos\varphi_1 < 1$  para la mayor parte de valores de relaciones de cortocircuito y condensadores de filtro.

En último lugar, el contenido fundamental de la corriente de línea se ve reducido de una manera significativa, de un 80% a un 50%, al incrementarse el valor de  $R_{SC}$ , debido a su influencia en la forma de la corriente de entrada, mientras que el condensador de filtro prácticamente no presenta influencia. Como consecuencia de esta reducción, el comportamiento del factor de potencia total sigue la misma tendencia.

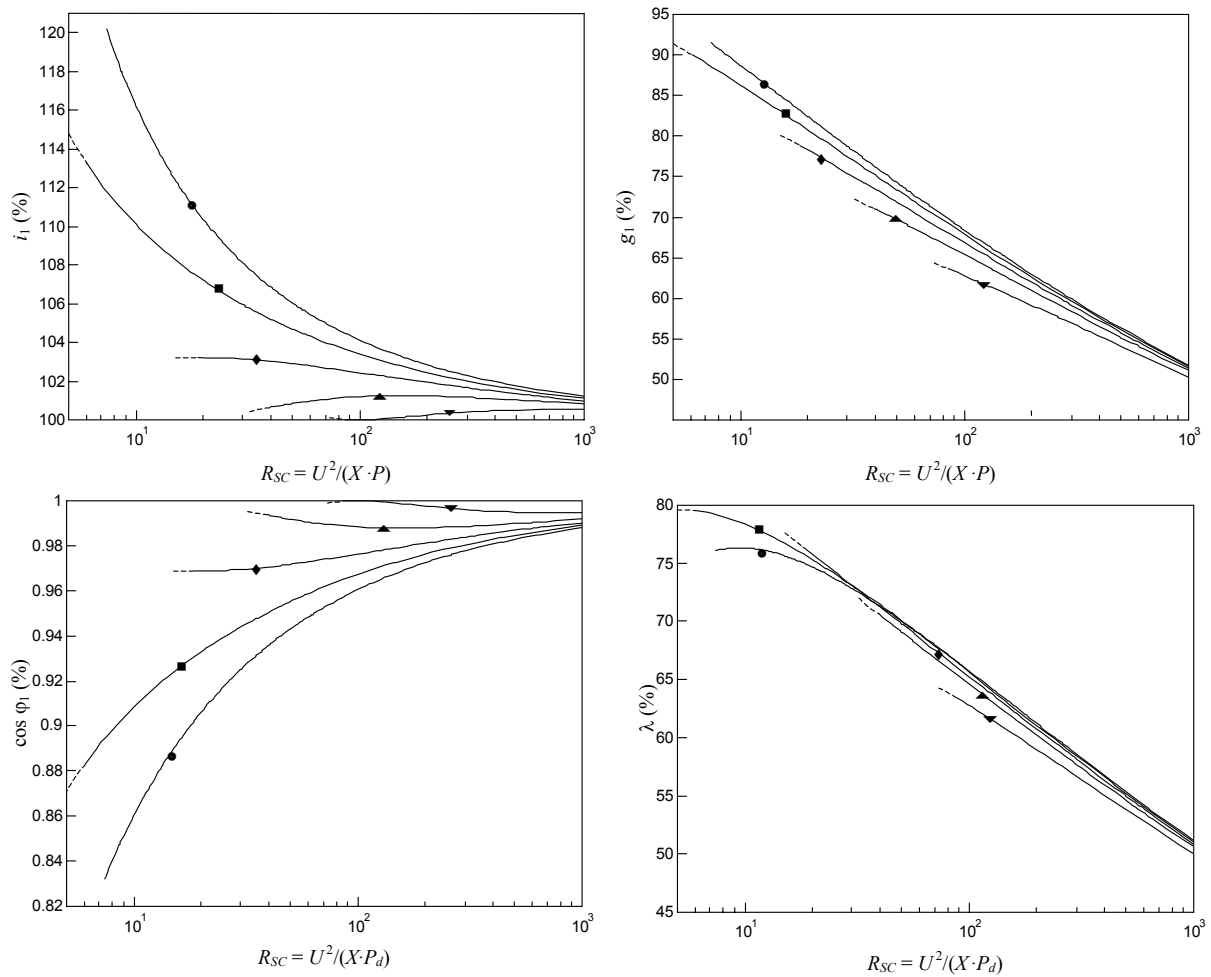


Figura 3.5. Caracterización de la corriente fundamental de línea (amplitud  $i_1$ , contenido fundamental  $g_1$ ) y factores de potencia (factor de desplazamiento  $\cos \phi_1$ , factor de potencia total  $\lambda$ ), con  $x_C = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)

#### 3.1.2.1.4 Magnitud de los armónicos de la corriente de línea

El estudio realizado también ha incluido la estimación de los componentes armónicos de la corriente de línea. En este sentido, se generaron diversos gráficos representando su evolución en función de  $R_{SC}$  y  $x_C$ , y que pueden ser utilizados para obtener una estimación de su valor. La Figura 3.6. muestra los resultados obtenidos para los armónicos normalizados,  $i_h = I_h/I_1$ , para las secuencias homopolar ( $h$  igual a 3 y 9), negativa ( $h$  igual a 5 y 11), y positiva ( $h$  igual a 7 y 13), respectivamente, en función de la relación de cortocircuito,  $R_{SC}$ , y para diferentes valores de la relación de reactancias,  $x_C$ .

En la Figura 3.6 se puede observar,

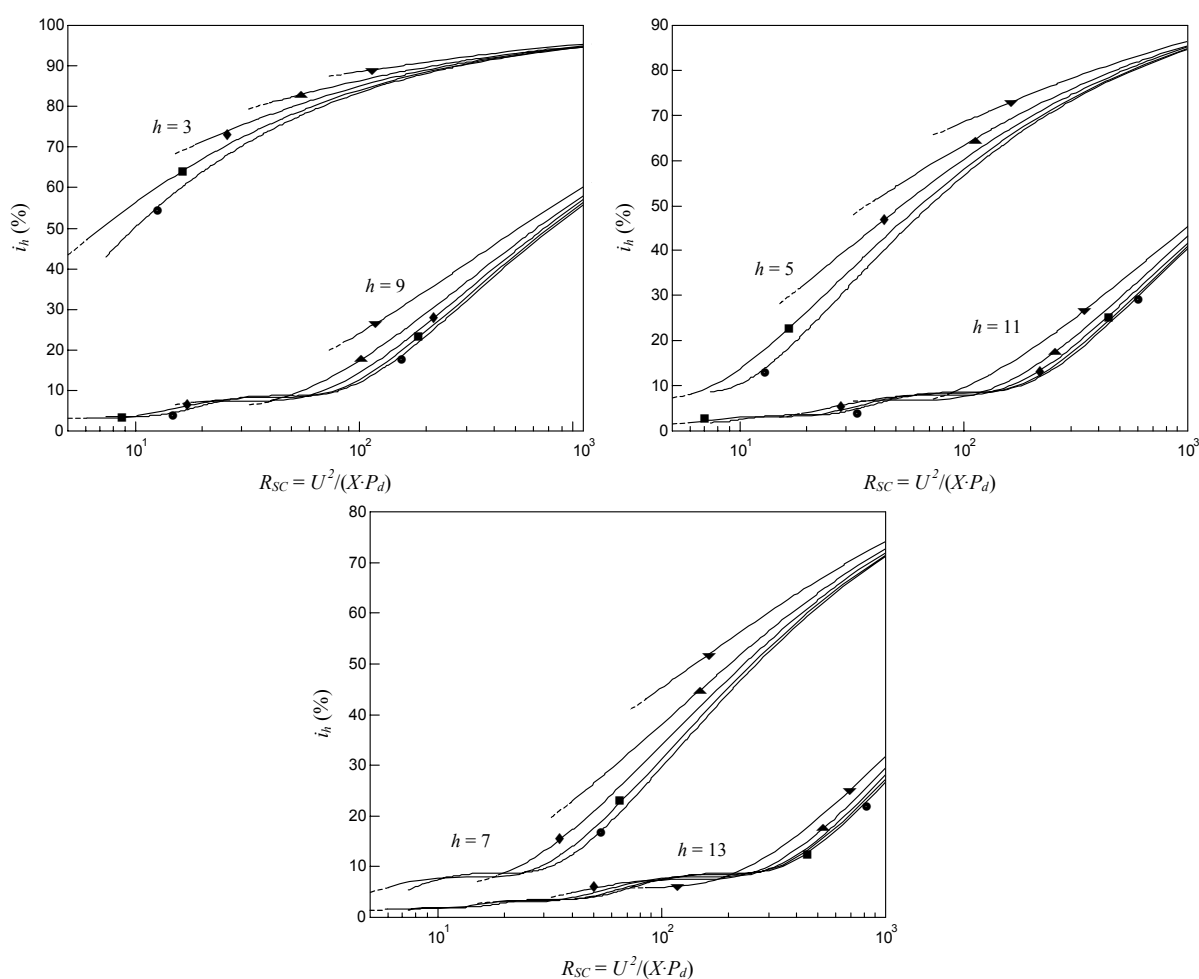


Figura 3.6. Corrientes armónicas de línea  $i_h = I_h/I_1$ , con  $x_C = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼): a) secuencia homopolar,  $h = 3, 9$ ; b) secuencia negativa,  $h = 5, 11$ ; c) secuencia positiva  $h = 7, 13$

- La clara dominancia del tercer armónico (dominio del armónico de menor orden) y únicamente para relaciones de cortocircuito elevadas (reactancia de alterna o potencias consumidas reducidas) los armónicos quinto y séptimo alcanzan magnitudes comparables a la del tercer armónico.
- Los rangos habituales de emisión de armónicos son 50% ...  $i_3$  ... 95%, 40% ...  $i_5$  ... 85%, 10% ...  $i_7$  ... 75%, y 5% ...  $i_9$  ... 60%.
- Valores elevados de los elementos de filtrado, inductancia y capacidad, reducen la cantidad de armónicos bajos emitidos.
- En concreto, valores elevados de la reactancia del lado de alterna (relación de reactancia pequeña) reducen dicha cantidad de armónicos [33]. Así, una forma de

limitar la inyección de armónicos consiste en añadir reactancias a la entrada de las fuentes de alimentación.

- Aunque los fabricantes pueden dar el contenido armónico emitido por el dispositivo a su potencia nominal, es interesante poder determinarlo a otras potencias dado que los rectificadores pueden trabajar entre un 40% y un 60% de su potencia nominal. En este sentido, se observa que un aumento del consumo reduce la emisión de armónicos respecto a la corriente fundamental consumida [33].

La obtención de los armónicos de corriente de línea permite ampliar el estudio al área de los índices utilizados como referencia en la calidad de potencia. Un índice ampliamente empleado para cuantificar y limitar la emisión de armónicos en los sistemas eléctricos de potencia es el índice de distorsión armónica total, que se define como sigue:

$$THD = \left[ \sum_{h=3}^{37} \left( \frac{I_h}{I_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.4)$$

La Figura 3.7 muestra los resultados correspondientes a este índice. A partir de la Figura 3.6 se puede observar que el índice de distorsión total viene determinado

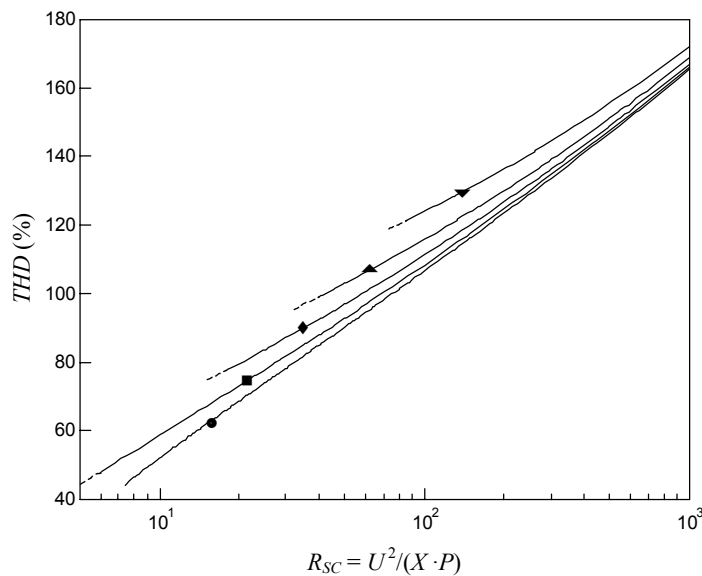


Figura 3.7. Distorsión armónica total,  $THD$ , de la corriente de línea, con  $x_c = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)



predominantemente por los armónicos más bajos  $I_3$ ,  $I_5$  y  $I_7$  debido a su mayor valor en comparación con armónicos de mayor orden. Por otro lado, la gran influencia de la relación de cortocircuito en la forma de la corriente de línea afecta finalmente a su contenido armónico, mientras que el valor del condensador no lo hace, así que ambos parámetros influyen en el índice de distorsión armónica total de la misma forma que lo hacen en las corrientes armónicas.

### 3.1.2.1.5 Fase de las corrientes armónicas de línea

Además de la magnitud de las corrientes armónicas de línea, puede ser necesario o útil evaluar su ángulo de fase, quedando de este modo caracterizadas completamente dichas corrientes. Una manera útil de presentar tanto la magnitud como la fase es la representación de la variable en el plano complejo, en función de la relación de cortocircuito. Las Figuras 3.8 y 3.9 muestran la corriente armónica tomando como referencia la componente armónica fundamental  $\dot{i}_h = i_h \angle \theta_h$ , donde  $i_h = I_h/I_1$  y  $\theta_h$  es el ángulo de la corriente armónica con respecto a la tensión fundamental de alimentación, para  $h = 3, 5$  y  $7$ . Las líneas transversales discontinuas representan puntos de valores de relación de cortocircuito constante.

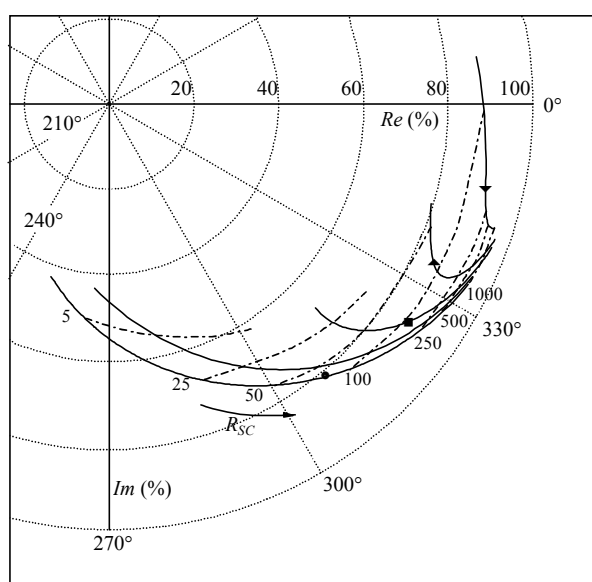


Figura 3.8. Corriente armónica de línea  $i_3 = (I_3/I_1)\angle\theta_3$  en el plano complejo, en función de la relación de cortocircuito ( $5 \leq R_{SC} \leq 1000$ ), con  $x_C = 0$  (●), 1.5(■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)

En la Figura 3.8 ( $h = 3$ ), se puede observar que el valor normalizado para el tercer armónico,  $i_3$ , varía entre un 50% y un 95%, y el ángulo de fase,  $\theta_3$ , varía entre  $270^\circ$  y  $360^\circ$ . En general, a medida que la relación de cortocircuito aumenta, el ángulo de fase también lo hace, pero se ha comprobado que para valores elevados del condensador de filtro, hasta un valor de  $R_{SC}$  igual a 500, el ángulo de fase decrece. En la Figura 3.9 ( $h = 5$  y  $7$ ), se puede comprobar la misma tendencia para las variables  $i_5$ ,  $i_7$ ,  $\theta_5$ , y  $\theta_7$ :  $40\% \dots i_5 \dots 85\%$ ,  $10\% \dots i_7 \dots 75\%$ , y  $180^\circ \dots \theta_5 \dots 360^\circ$ ,  $270^\circ \dots \theta_7 \dots 330^\circ$ .

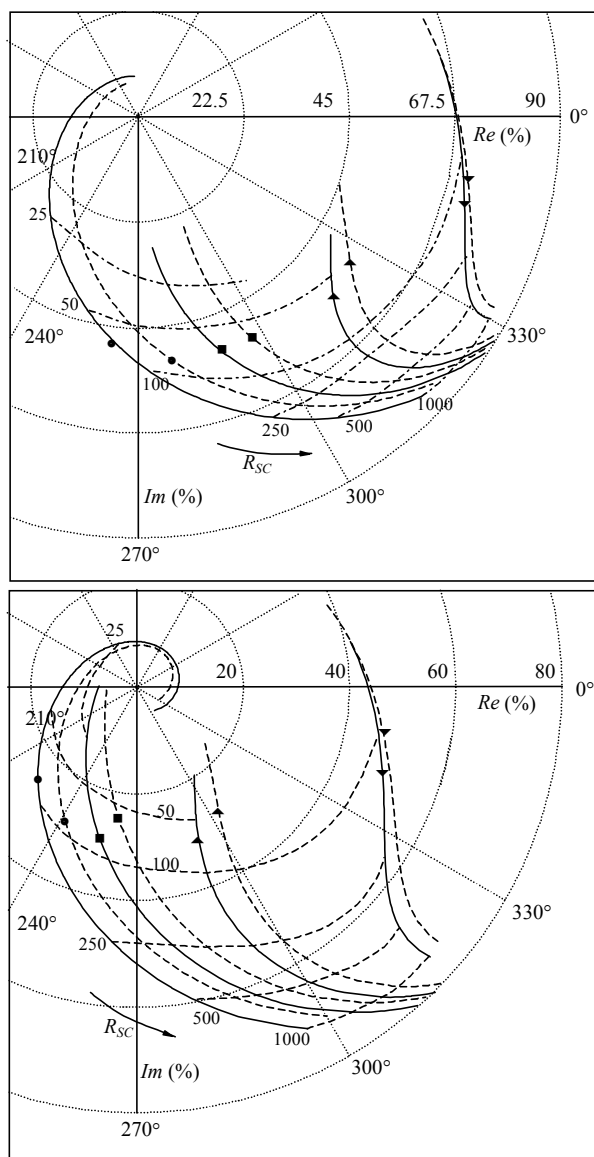


Figura 3.9. Corrientes armónicas de línea,  $\underline{i}_5 = (I_5/I_1)\angle\theta_5$  (arriba) e  $\underline{i}_7 = (I_7/I_1)\angle\theta_7$  (abajo) en función de  $R_{SC}$ ,  $x_C$  y  $r$  ( $r = 0$ , línea continua, y  $r = 50\%$ , línea discontinua), con  $x_C = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)

Finalmente, como se ilustra en las Figuras 3.8 y 3.9, la dispersión en los ángulos de fase de las corrientes armónicas es debida principalmente al nivel de potencia consumida y el valor de la reactancia de entrada según lo expuesto en [33]. Tal como se comentará posteriormente, la constatación de esta evolución es importante en los estudios sobre la cancelación de armónicos entre dispositivos no lineales [36].

### 3.1.2.1.6 Límites para las emisiones de corriente armónica

La norma establecida por la Comisión Electrotécnica Internacional IEC 1000-3-2 [74] prescribe los límites de contaminación armónica para equipos entre los que se engloban las fuentes de alimentación monofásicas. Dentro de esta norma, las fuentes de alimentación con una potencia de entrada inferior a 600 W se consideran como equipos de Clase D, y el límite de su emisión armónica se define a partir de la corriente máxima admisible por vatio consumido (mA/W), es decir, la relación entre las  $I_h$  y  $P$ . Las condiciones en la norma son aplicables, además, para equipos diseñados para ser conectados a sistemas de 220/380 V, 230/400 V y 240/415 V operando a 50 ó 60 Hz.

Un examen de la normativa indica que la limitación en el tercer armónico es la más restrictiva, por lo que a partir de las Figuras 3.5 ( $i_1 = I_1/I_i$ ) y 3.6 ( $i_3 = I_3/I_1$ ) y para  $U$  igual a

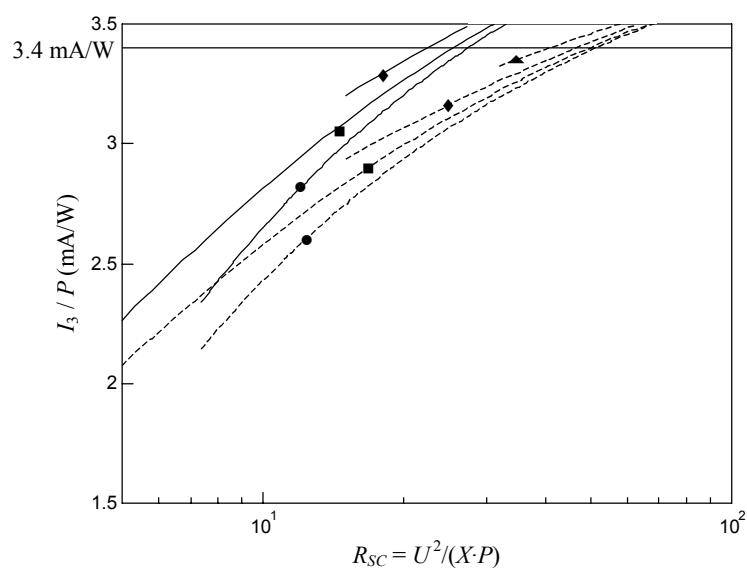


Figura 3.10. Emisión de corriente armónica ( $h = 3$ ) por vatio consumido (línea continua:  $U = 220V$ , línea discontinua:  $U = 240 V$ ), con  $x_C = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)

220 y 240 V, se ha obtenido la Figura 3.10, correspondiente a la corriente del tercer armónico. El valor de 3.4 mA/W es el límite establecido en la norma para este armónico, con lo que en el gráfico se ha representado la zona de rangos para los que el dispositivo cumple la normativa desde el punto de vista de su emisión de armónicos en el sistema de potencia al cual se conecta.

#### *3.1.2.1.7 Influencia de la resistencia del lado de alterna*

Los análisis realizados hasta este punto se han llevado a cabo considerando que el valor de la resistencia de entrada al dispositivo era cero, es decir, que el valor de la relación  $r = R/X$  era 0%. Con el objetivo de estudiar la influencia de esta resistencia en el valor de la magnitud y la fase de las corrientes armónicas, se han considerado los casos donde  $r = R/X$  es igual a 0, 10%, 20%, 30%, y 50%.

La Figura 3.9 muestra los resultados para los valores de  $r$  igual a 0 (línea continua) y  $r$  igual a 50% (línea discontinua), que son los suficientemente claros para indicar el comportamiento de las corrientes armónicas de línea en función de este parámetro. Los resultados correspondientes a valores de  $r$  comprendidos entre 0 y 50% aparecerían entre las líneas anteriores, por lo que buscando una mejor claridad en la presentación de los gráficos no se han representado los resultados correspondientes a estos valores intermedios de  $r$ .

A partir de esta figura, se observa que, considerando un valor constante de  $R_{SC}$  (líneas transversales en la figura), el incremento de la resistencia de entrada implica un incremento tanto en la magnitud como en el ángulo de fase de la corriente. Dicho incremento es menor para valores del condensador de filtro elevados.

#### *3.1.2.1.8 Limitaciones de los gráficos*

Los fenómenos de atenuación y cancelación de armónicos [33, 35, 36] deben tenerse en consideración para calcular correctamente los armónicos inyectados en la red por las cargas no lineales.

El efecto de la atenuación consiste en la disminución de la magnitud de la corriente armónica emitida por las cargas no lineales debido al incremento del nivel de potencia conectada al sistema, la reactancia de entrada o la relación resistencia-reactancia de la impedancia de entrada.

Con el propósito de analizar la atenuación de armónicos, se considera el sistema mostrado en la Figura 3.11, el cual consta de  $N$  cargas idénticas de potencia unitaria  $P_u$  e impedancia de la línea igual a  $\underline{Z}_u = R_u + j \cdot X_u$  (por ejemplo, un conjunto de televisiones u ordenadores personales) que comparten un transformador de impedancia  $\underline{Z}_{tr} = R_{tr} + j \cdot X_{tr}$ .

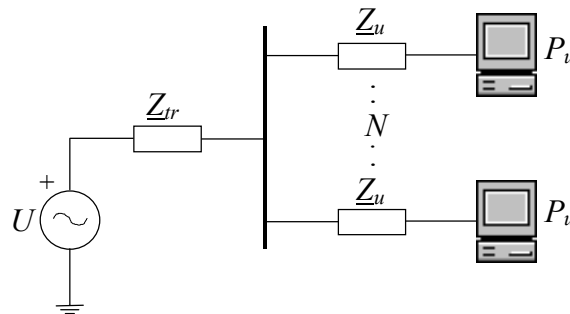


Figura 3.11. Esquema del circuito utilizado en el análisis de la atenuación de armónicos

Como consecuencia de la variación de la magnitud de los armónicos en función de la potencia consumida, Figura 3.6, el contenido armónico de la corriente consumida dependerá del número de cargas conectadas en el sistema. Los gráficos en la Figura 3.12 caracterizan este efecto mediante el factor de atenuación  $AF_h$ , [33], definido como

$$AF_h = \frac{I_h^N}{N \cdot I_h^1}, \quad (3.5)$$

donde  $I_h^1$  es la corriente armónica consumida cuando sólo hay una carga conectada ( $N = 1$ ) e  $I_h^N$  es la corriente armónica consumida cuando hay  $N$  cargas idénticas a la anterior conectadas en paralelo. Los gráficos de la Figura 3.12 han sido calculados para el caso mostrado en la Figura 3.11, con  $N$  igual a 5, 10, 25 y 75 cargas no lineales idénticas (potencia unitaria  $P_u$  e impedancia de la línea  $\underline{Z}_u$  iguales). Para ajustar el estudio del circuito propuesto al del circuito mostrado previamente en la Figura 3.1, la impedancia  $\underline{Z}$

se calcula como  $N \cdot \underline{Z}_{ir} + \underline{Z}_u$ , y se considera una única carga de valor igual a la potencia total consumida por las  $N$  cargas.

Si no existiese el fenómeno de la atenuación,  $I_h^N$  debería coincidir con  $N \cdot I_h^1$  (las intensidades  $I_h^1$  tienen la misma fase debido a que las cargas son idénticas), pero esto no es así, ya que un incremento en el nivel de potencia consumida por la carga afecta a la corriente consumida por el convertidor.

Los gráficos muestran los factores de atenuación correspondientes a las corrientes armónicas predominantes ( $AF_3$ ,  $AF_5$  y  $AF_7$ ) para un rango usual de valores de la relación de cortocircuito ( $50 < R_{SC} < 500$ ), dos relaciones de resistencia-reactancia de entrada ( $r = 0$  y  $r = 2$ ) y tensión de continua sin rizado ( $x_C = 0$ ).

De los resultados obtenidos se observa que:

- La atenuación es más elevada para los armónicos de mayor orden.
- El efecto de la atenuación tiende a incrementarse con  $N$ , pero para un número de cargas superior a 75 este incremento no es significativo.
- A medida que la relación de cortocircuito se incrementa de modo que se tiende a un “bus stiff” (por ejemplo, sistema de impedancia cero), el factor de atenuación tiende a la unidad.
- Cuanto mayor es el valor de la relación resistencia-reactancia de alterna,  $r = R/X$ , mayor es el efecto de atenuación, pero su influencia es menor que la de la relación de cortocircuito.
- Los valores usuales de la relación de reactancias proporcionan factores de atenuación ligeramente mayores que los correspondientes al valor ideal  $x_C$  igual a 0. Estos valores se encuentran más próximos a medida que la relación de cortocircuito aumenta.
- El caso presentado en [35] se analiza para  $N = 5$  ( $R_{SC} = 115.20$ ,  $x_C = 2.62$ ,  $r = 1.60$  y  $AF_3 = 0.91$ ,  $AF_5 = 0.72$ ,  $AF_7 = 0.48$ ) y  $N = 10$  ( $R_{SC} = 57.60$ ,  $x_C = 1.85$ ,  $r = 1.60$  y

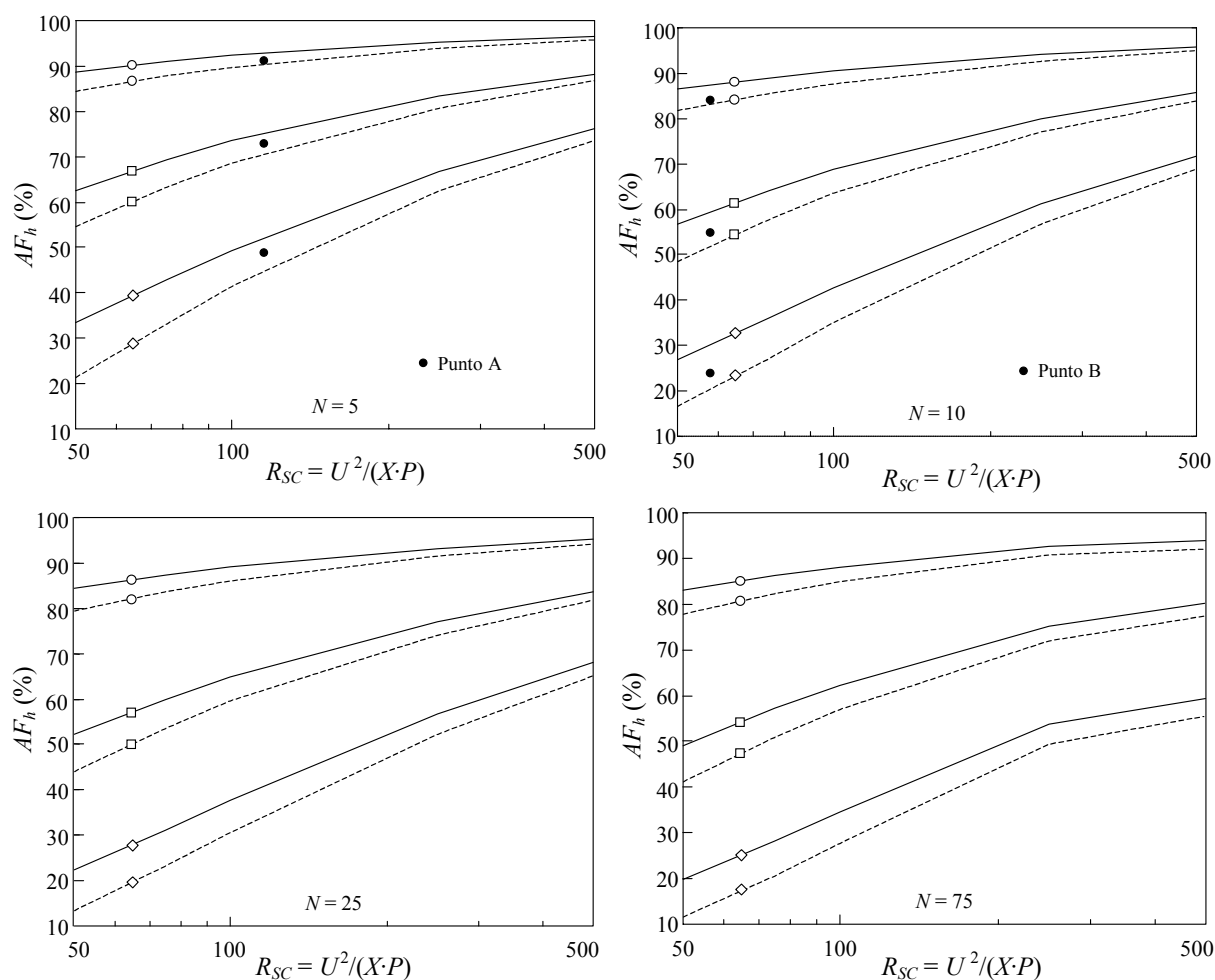


Figura 3.12. Factores de atenuación para las corrientes armónicas en función de  $R_{SC}$  y  $r$  ( $r = 0$ , línea continua, y  $r = 2$ , línea discontinua),  $AF_3$  (○),  $AF_5$  (□) and  $AF_7$  (◇)

( $AF_3 = 0.84$ ,  $AF_5 = 0.54$ ,  $AF_7 = 0.23$ ). Los puntos A y B indicados en la Figura 3.12 muestran los resultados de ambos casos, respectivamente.

El efecto de la cancelación de corrientes armónicas se produce al conectar a un mismo sistema cargas con diferentes niveles de consumo de potencia, o diferentes características de líneas de entrada (diferente valor de reactancia, diferente valor de relación de resistencia-reactancia), debido a la diversidad en los ángulos de fase (Figuras 3.8 y 3.9) [36].

En la presente tesis sólo se ha analizado y presentado resultados para el efecto de la atenuación, con lo que los gráficos adjuntos serían válidos solamente en el caso de considerar circuitos como el mostrado en la Figura 3.11 con  $N$  cargas no lineales idénticas.

### 3.1.3 Modelo del rectificador monofásico

Se presenta un modelo analítico sencillo del rectificador monofásico que permite determinar su comportamiento y los armónicos de corriente que inyecta a la red cuando su punto de funcionamiento se define a partir de la corriente de continua consumida o de su potencia consumida.

#### 3.1.3.1 Caracterización por la corriente consumida

El modelo propuesto para la fuente de alimentación monofásica se deriva del esquema presentado en la Figura 3.1 considerando la carga de continua como una fuente de corriente constante. Así, el modelo presentado en la Figura 3.13 consta de un rectificador ideal en puente y un condensador de filtrado,  $C$ . La carga se representa por una fuente de corriente de valor constante,  $I_{DC}$ . El valor del condensador se considera que es lo suficientemente grande como para que la tensión de continua no presente rizado. Además, en el análisis se tiene en cuenta la impedancia del lado de alterna,  $\underline{Z}$ , y la potencia consumida  $P$ .

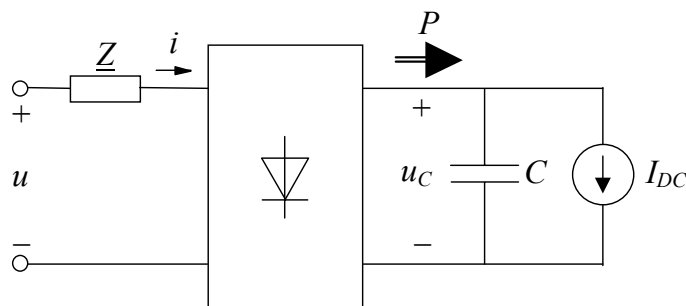


Figura 3.13. Modelo propuesto para el rectificador monofásico

En la realización del estudio se han considerado dos casos para definir el modelo, dependiendo de cómo se considere la impedancia del lado de alterna. Estos casos son los siguientes:

- Caso resistivo: la impedancia se considera una resistencia,  $\underline{Z} = R$ .
- Caso inductivo: la impedancia se considera una inductancia,  $\underline{Z} = jX = j\omega L$ .



De acuerdo con la Figura 3.14, el análisis realizado se basa en las dos hipótesis siguientes:

- La tensión de alimentación,  $u$ , es perfectamente sinusoidal, siendo  $U$  su valor eficaz.
- El valor del condensador de filtrado,  $C$ , es lo suficientemente elevado como para considerar que la tensión en bornes del condensador es constante y, según la Figura 3.14, de valor

$$U_c = \sqrt{2} U \cos \alpha \quad (3.6)$$

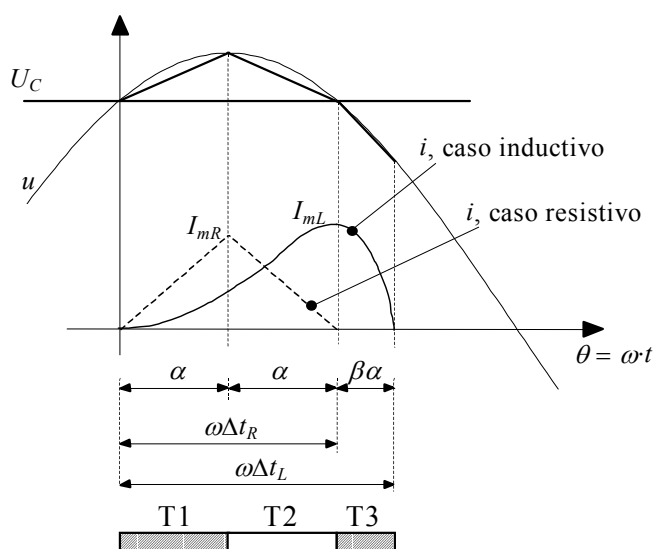


Figura 3.14. Formas de onda de la corriente de línea, la tensión de alimentación y de la tensión de continua

La caracterización del pulso de corriente se realiza obteniendo en primer lugar los valores correspondientes a su ancho y a su valor máximo. Para ello, se comienza determinando la expresión que define la tensión en bornes de la impedancia  $Z$ , esto es,  $\Delta u = u - u_c$ , considerando tres intervalos diferentes, como se muestra en la Figura 3.14:

- Intervalo T1:  $0 < \theta < \alpha$ .
- Intervalo T2:  $\alpha < \theta < 2\alpha$ .
- Intervalo T3:  $2\alpha < \theta < 2\alpha + \beta\alpha$ .

siendo  $\alpha$  y  $\beta$  dos parámetros que definen el ancho del pulso de corriente.

Para ello, la curva correspondiente a la función  $\Delta u$  se aproxima mediante funciones de primer grado, considerando en este paso que la caída de tensión es pequeña y el valor  $U_C$  es muy próximo al valor máximo de la tensión de alimentación. La pendiente de cada tramo se calcula a partir de la derivada de la curva en el punto medio de cada tramo. De la Figura 3.14, las diferentes pendientes para los intervalos antes descritos son

$$\begin{aligned} s_{T1} = -s_{T2} &= \sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} \\ s_{T3} &= -\sqrt{2} U \alpha \left(1 + \frac{\beta}{2}\right), \end{aligned} \quad (3.7)$$

y las expresiones que caracterizan la caída de tensión son:

$$\begin{aligned} \Delta u_{T1}(\theta) &= \sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} \theta \\ \Delta u_{T2}(\theta) &= -\sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} (\theta - 2\alpha) \\ \Delta u_{T3}(\theta) &= -\sqrt{2} U \alpha \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) (\theta - 2\alpha). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Aunque la tensión  $\Delta u$  podría haber sido obtenida de forma exacta a partir de la diferencia entre la función sinusoidal que caracteriza la tensión de alimentación,  $u$ , y el valor  $u_C$ , según [37], la aproximación realizada permitirá obtener un modelo del rectificador menos exacto pero extremadamente más sencillo.

A partir de las expresiones de la tensión  $\Delta u$ , la corriente de línea del lado de alterna,  $i$ , se puede calcular a partir de las conocidas relaciones entre la tensión en bornes de una resistencia o una inductancia y la corriente que circula por ella. Para el caso resistivo se obtiene, en cada intervalo:

$$\begin{aligned} i_{T1}(\theta) &= \frac{\Delta u_{T1}}{R} = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}R} \theta \\ i_{T2}(\theta) &= \frac{\Delta u_{T2}}{R} = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}R} (2\alpha - \theta) \\ i_{T3}(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

y para el caso inductivo resulta:

$$\begin{aligned}
 i_{T1}(\theta) &= \frac{1}{\omega L} \int_0^\theta \Delta u_{T1}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{2\sqrt{2}\omega L} \theta^2 \\
 i_{T2}(\theta) &= i_{T1}(\alpha) + \frac{1}{\omega L} \int_\alpha^\theta \Delta u_{T2}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{2\sqrt{2}\omega L} (4\alpha\theta - 2\alpha^2 - \theta^2) \\
 i_{T3}(\theta) &= i_{T2}(2\alpha) + \frac{1}{\omega L} \int_{2\alpha}^\theta \Delta u_{T3}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}\omega L} \left( \alpha^2 - \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) (\theta - 2\alpha)^2 \right)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde  $\omega = 2\pi f$  y  $f$  es la frecuencia de la tensión de alimentación, que se considera igual a 50 Hz.

El parámetro  $\beta$  sólo se utiliza en el caso inductivo. Su valor se determina imponiendo que la corriente alcanza un valor nulo en el instante  $\theta = 2\alpha + \beta\alpha$ , resultando un valor de  $\beta$  igual a 0.839.

El segundo parámetro,  $\alpha$ , cuyo cálculo permitirá obtener la expresión del ancho del pulso de corriente,  $\Delta t$ , se determina imponiendo la conservación de la carga eléctrica en el lado de alterna y continua, en un semiperiodo de onda. Analíticamente, esta condición se traduce en imponer que el área de la corriente de carga en el lado de continua,  $I_{DC}$ , sea igual al área de la expresión de la corriente obtenida previamente, (3.9) o (3.10) según el caso, en un semiperiodo de onda, del modo siguiente:

$$\int_0^\alpha i_{T1}(\theta) d\theta + \int_\alpha^{2\alpha} i_{T2}(\theta) d\theta + \int_{2\alpha}^{2\alpha+\beta\alpha} i_{T3}(\theta) d\theta = I_{DC}\pi \tag{3.11}$$

En el caso resistivo, a partir de (3.9) se tiene que,

$$\int_0^{\alpha_R} \frac{U\alpha_R}{\sqrt{2}R} \theta d\theta + \int_{\alpha_R}^{2\alpha_R} \frac{U\alpha_R}{\sqrt{2}R} (2\alpha_R - \theta) d\theta = I_{DC}\pi \tag{3.12}$$

y despejando  $\alpha_R$  de la expresión anterior se obtiene

$$\alpha_R = 1.6439 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}R}{U}} \tag{3.13}$$

Considerando que  $\omega\Delta t_R = 2\alpha_R$ , Figura 3.14, resulta,

$$\Delta t_R = 0.0105 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}R}{U}}, \quad \alpha_R = \frac{\omega\Delta t_R}{2} \quad (3.14)$$

En el caso inductivo, a partir de (3.10) se tiene que,

$$\int_0^{\alpha_L} \frac{U\alpha_L}{2\sqrt{2}\omega L} \theta^2 d\theta + \int_{\alpha_L}^{2\alpha_L} \frac{U\alpha_L}{2\sqrt{2}\omega L} (4\alpha_L\theta - 2\alpha_L^2 - \theta^2) d\theta + \int_{2\alpha_L}^{2\alpha_L+\beta\alpha_L} \frac{U\alpha_L}{\sqrt{2}\omega L} \left( \alpha_L^2 - \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) (\theta - 2\alpha_L)^2 \right) d\theta = I_{DC}\pi \quad (3.15)$$

y despejando  $\alpha_L$  de esta expresión se obtiene,

$$\alpha_L = 5.4667 \sqrt[4]{\frac{I_{DC}L}{U}} \quad (3.16)$$

Considerando que  $\omega\Delta t_L = (\beta+2)\alpha_L$ , Figura 3.14, resulta,

$$\Delta t_L = 0.0494 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}L}{U}}, \quad \alpha_L = \frac{\omega\Delta t_L}{\beta+2} \quad (3.17)$$

En resumen, las expresiones resultantes que determinan el ancho de pulso son, para los casos resistivo e inductivo, respectivamente:

$$\begin{aligned} \Delta t_R &= 0.0105 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}R}{U}}, \quad \alpha_R = \frac{\omega\Delta t_R}{2} \\ \Delta t_L &= 0.0494 \sqrt[4]{\frac{I_{DC}L}{U}}, \quad \alpha_L = \frac{\omega\Delta t_L}{\beta+2} \end{aligned} \quad (3.18)$$

El siguiente paso en la caracterización del pulso de corriente del lado de alterna es la determinación del valor de la corriente máxima, o valor de pico,  $I_m$ . Éste se obtiene calculando el valor de la corriente en el instante de tiempo  $\theta = \alpha_R$  según la expresión 3.9, para el caso resistivo, y en  $\theta = 2\alpha_L$  según la expresión 3.10, para el caso inductivo. Una vez realizada esta operación se obtiene:

$$I_{mR} = \frac{U\alpha_R^2}{\sqrt{2}R} \quad ; \quad I_{mL} = \frac{U\alpha_L^3}{\sqrt{2}L\omega} \quad (3.19)$$

Finalmente, para determinar el contenido armónico de las corrientes consumidas por el rectificador a partir de los dos parámetros calculados anteriormente,  $\Delta t$  e  $I_m$ , recurrimos al trabajo realizado por Sen y Emanuel en [38]. Estos autores determinan dicho contenido armónico a partir del ancho,  $b$ , y del valor máximo del pulso de corriente,  $I_m$ , considerándola una forma de onda casi-sinusoidal, Figura 3.15.c. Para ello, la forma de onda del pulso de la corriente de línea para el caso resistivo, Figura 3.15.a, e inductivo, Figura 3.15.b, caracterizada a partir de los parámetros  $\alpha_R$ ,  $I_{mR}$ , o  $\alpha_L$ ,  $I_{mL}$ , y que ya han sido calculados en las expresiones (3.18) y (3.19), se aproximará a la forma de onda casi-sinusoidal [38], Figura 3.15c.

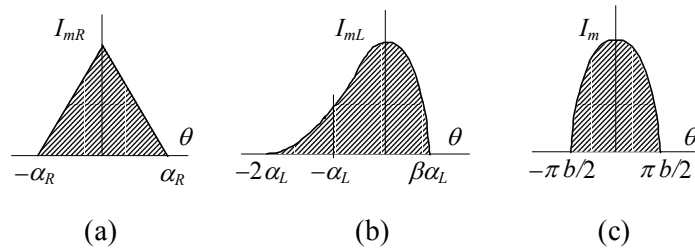


Figura 3.15 Área del pulso de corriente: a) caso resistivo; b) caso inductivo; c) caso casi-sinusoidal

La senoide, Figura 3.15.c, viene dada por la expresión

$$i(\theta) = I_m \cos\left(\frac{\theta}{b}\right) \quad \left(-\frac{\pi b}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi b}{2}\right) \quad (3.20)$$

donde el valor máximo se considera igual a los valores máximos de la forma de onda original, es decir,  $I_{mR} = I_m$  o  $I_{mL} = I_m$ , según sea el caso resistivo o inductivo, respectivamente.

El parámetro  $b$  es el ancho normalizado del pulso de corriente. La manera de calcular el valor de  $b$  es considerando que las áreas bajo las diferentes formas de onda son de idéntico valor. Así, para el caso resistivo, se impone que las áreas bajo las formas de onda

correspondientes a las Figuras 3.15.a y 3.15.c son iguales, resultando  $b_R = 0.5\alpha_R$ . De forma análoga para el caso inductivo, se obtiene que  $b_L = 0.7798\alpha_L$ .

Así, la expresión propuesta en [38] para el cálculo de los armónicos de la corriente de línea viene dada por

$$I_h = \frac{I_m}{\sqrt{2}} K_h \quad ; \quad K_h = \frac{4b}{\pi} \frac{\cos\left(hb \frac{\pi}{2}\right)}{1 - (hb)^2} \quad (h = 1, 3, 5, 7, \dots) \quad (3.21)$$

Con esto quedaría totalmente determinado el contenido armónico de la intensidad en el lado de alterna a partir del punto de funcionamiento para el caso resistivo e inductivo.

En la práctica, la impedancia del lado de alterna consta de una parte resistiva y una parte inductiva, por lo que el modelo de la fuente de alimentación se debe acabar desarrollando para este caso general. De manera rigurosa, las expresiones anteriores son válidas para casos donde la impedancia es puramente resistiva o puramente inductiva. A pesar de esto, dentro de los rangos usuales de valores para los parámetros de la fuente de alimentación, el error numérico cometido es aceptable al utilizar el siguiente criterio para calcular el ancho de pulso de corriente, su valor máximo y el valor del parámetro  $b$ :

$$\Delta t = \text{Max}\{\Delta t_R, \Delta t_L\}, \quad I_m = \text{Min}\{I_{mR}, I_{mL}\}, \quad b = \begin{cases} b_R & \text{si } \Delta t_R > \Delta t_L \\ b_L & \text{si } \Delta t_R < \Delta t_L \end{cases} \quad (3.22)$$

La justificación de este criterio se realizará en el apartado correspondiente a la validación del modelo propuesto.

Una vez definido el criterio a seguir en la resolución del caso general, se expone el procedimiento analítico a seguir en la resolución de un problema de este tipo (Figura 3.16): a partir de los datos del dispositivo ( $U, R, L, I_{DC}$ ), en primer lugar se caracteriza la corriente consumida por la fuente de alimentación suponiendo que el problema a resolver es puramente resistivo y puramente inductivo, (3.18) y (3.19), respectivamente; a continuación se aplica el criterio (3.22), caracterizando definitivamente la corriente de entrada; finalmente, se calculan las componentes armónicas de dicha corriente, (3.21).

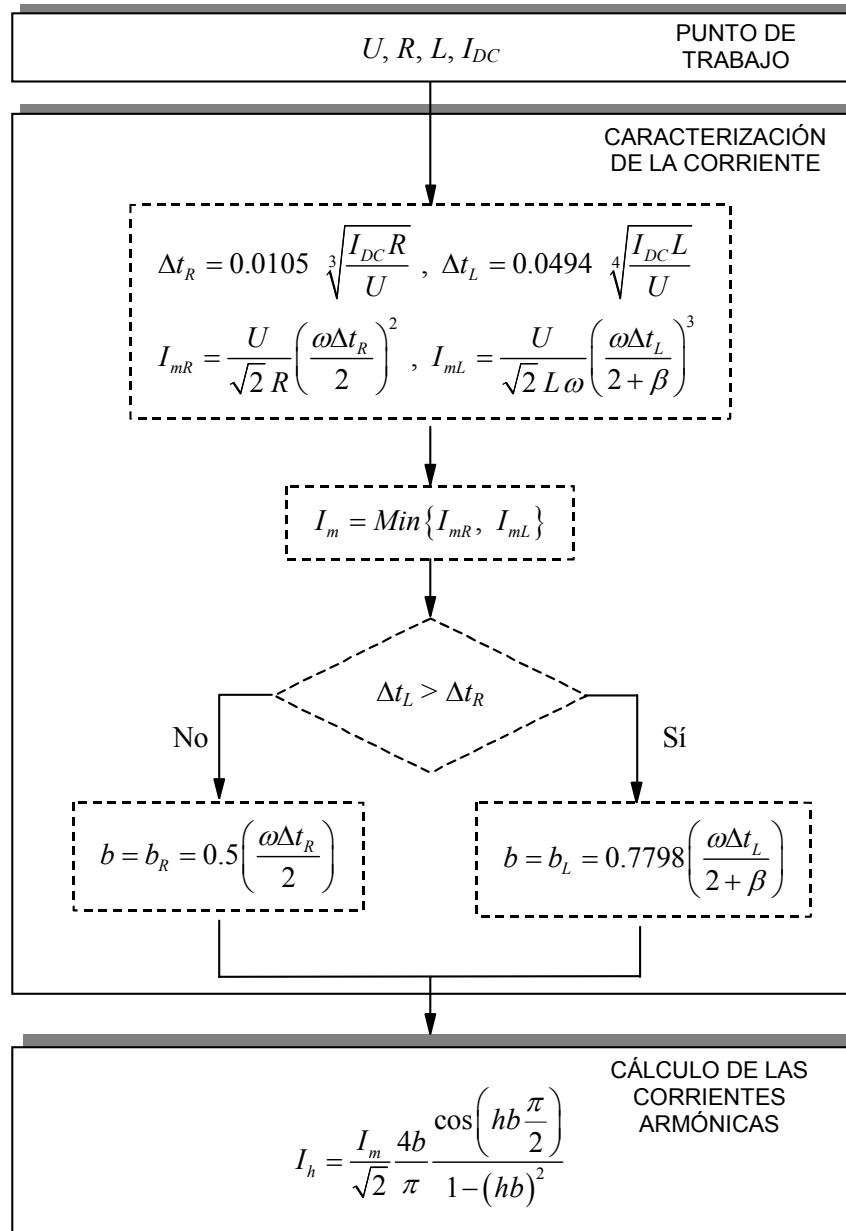


Figura 3.16. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la caracterización de la corriente y del cálculo de los armónicos de corriente

### 3.1.3.2 Caracterización por la potencia consumida

Tal como se vio en el estudio del comportamiento del rectificador es interesante poder determinar el contenido armónico emitido por dicho dispositivo al variar su consumo de potencia.

En el caso de definir como dato de la fuente de alimentación la potencia que debe suministrar a la carga de continua conectada, el ancho del pulso de corriente se puede obtener a partir de la expresión (3.18) reemplazando su consumo de corriente en el lado de continua,  $I_{DC}$ , por su consumo de potencia, mediante la expresión  $P = U_C I_{DC}$ ,

$$\Delta t_R = 0.0105 \sqrt[3]{\frac{PR}{U_C U}} \quad ; \quad \Delta t_L = 0.0494 \sqrt[4]{\frac{PL}{U_C U}} \quad (3.23)$$

Teniendo en cuenta que la tensión de continua  $U_C$  se puede expresar mediante la ecuación (3.6), resultan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \Delta t_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_R}{2}\right)} &= 0.0094 \sqrt[3]{\frac{PR}{U^2}} \quad , \quad \alpha_R = \frac{\omega \Delta t_R}{2} \\ \Delta t_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_L}{\beta + 2}\right)} &= 0.0453 \sqrt[4]{\frac{PL}{U^2}} \quad , \quad \alpha_L = \frac{\omega \Delta t_L}{\beta + 2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

El valor máximo de la corriente de alterna y los armónicos de la corriente de línea se calculan de igual manera que en el caso expuesto en el apartado anterior, (3.19) y (3.21).

La caracterización del comportamiento del rectificador a partir del dato de su potencia consumida, (3.24), conduce en este caso a plantear un problema de tipo no lineal. Para su resolución se propone el algoritmo mostrado en la Figura 3.17. En dicho algoritmo, la corriente continua consumida por la carga se calcula a partir de la potencia consumida mediante un procedimiento iterativo. El valor inicial de la corriente de continua,  $I_{DC}^{(0)}$ , corresponde a considerar el rectificador ideal sin impedancia en el lado de alterna. Una vez alcanzada la solución en este estadio, las corrientes armónicas inyectadas al sistema por la carga no lineal,  $I_h$ , se determinan como en el caso del algoritmo recogido en la Figura 3.16.



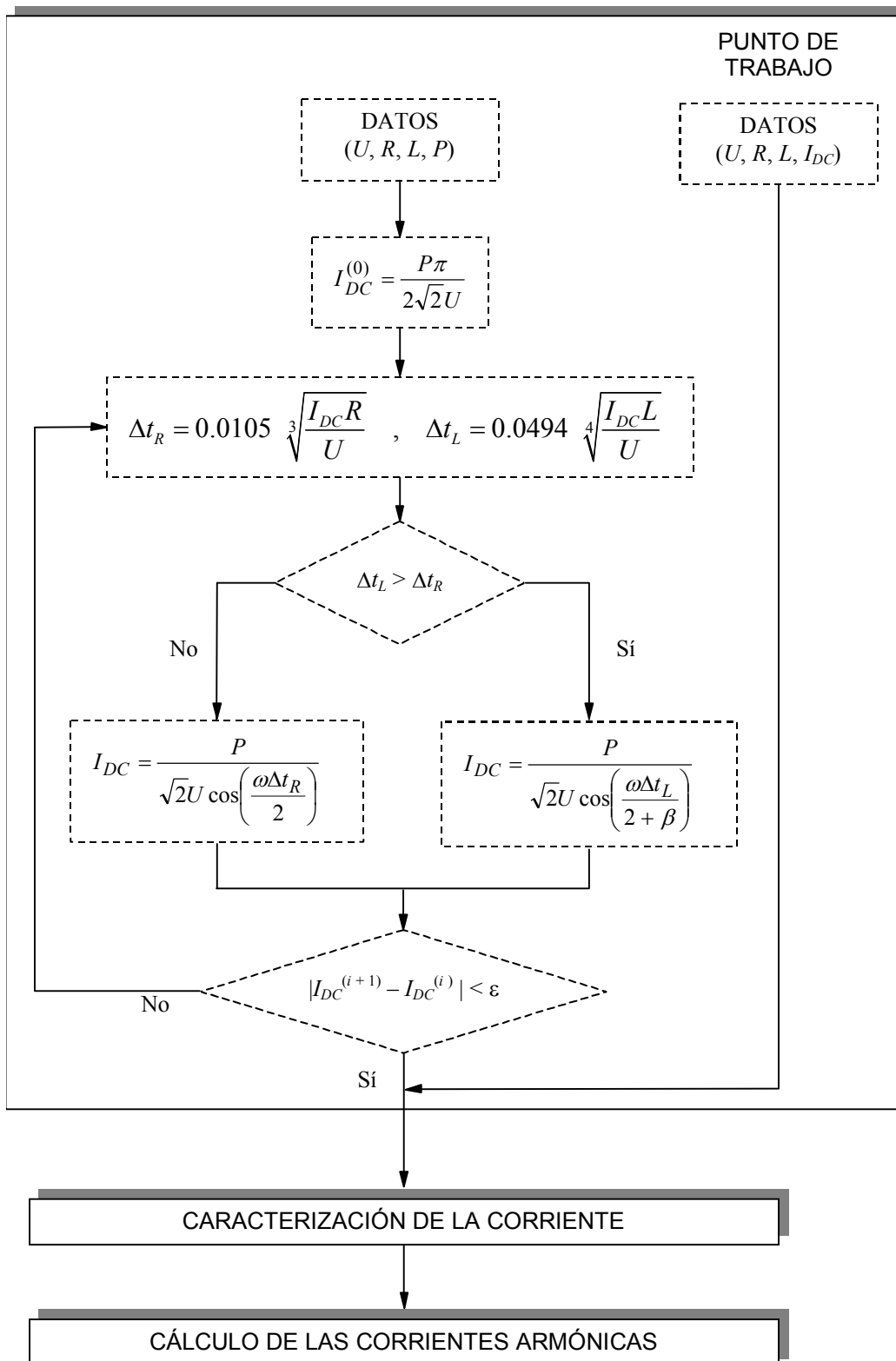


Figura 3.17. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la determinación del punto de trabajo del rectificador monofásico

### 3.1.4 Validación del modelo propuesto

#### 3.1.4.1 Caracterización por la corriente consumida

Con el objetivo de validar el modelo propuesto para la fuente de alimentación monofásica, se comparan gráficamente los resultados que se obtienen con su aplicación (Figura 3.16) con los que se obtendrían si se aplicara un modelo exacto<sup>1</sup> de la fuente. A tal efecto, se define la relación entre el valor de la inductancia y el valor de la resistencia de la impedancia del lado de alterna del dispositivo,

$$Q = \frac{\omega L}{R}, \quad (3.25)$$

de modo que el módulo de la impedancia  $Z$  de alterna se puede expresar ahora como

$$Z = R\sqrt{1+Q^2} \quad ; \quad Z = \frac{\omega L}{Q}\sqrt{1+Q^2} \quad (3.26)$$

y las expresiones correspondientes al ancho de pulso (3.18) se describen como

$$\Delta t_R = 0.0105 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}Z}{U\sqrt{1+Q^2}}} \quad ; \quad \Delta t_L = 0.0494 \sqrt[4]{\frac{I_{DC}ZQ}{U\omega\sqrt{1+Q^2}}}. \quad (3.27)$$

Nótese que en ambas expresiones aparece la magnitud  $(Z/U)$ , es decir, el inverso de la corriente de cortocircuito de la red,  $I_{SC}$ , de modo que las expresiones (3.27) resultan

$$\Delta t_R = 0.0105 \sqrt[3]{\frac{I_{DC}}{I_{SC}\sqrt{1+Q^2}}} \quad ; \quad \Delta t_L = 0.0494 \sqrt[4]{\frac{I_{DC}Q}{I_{SC}\omega\sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.28)$$

Finalmente, si tomamos  $i_{DC}$  como la relación entre la corriente continua consumida por la carga alimentada y la corriente de cortocircuito del dispositivo,

$$i_{DC} = \frac{I_{DC}}{I_{SC}} = \frac{I_{DC}}{(U/Z)} \quad (3.29)$$

---

<sup>1</sup> El desarrollo del modelo exacto que caracteriza el comportamiento de la fuente de alimentación monofásica se encuentra recogido en el apéndice (apartado A.1).

---

las expresiones (3.28) son escritas como

$$\Delta t_R = 0.0105 \sqrt[3]{\frac{i_{DC}}{\sqrt{1+Q^2}}} \quad ; \quad \Delta t_L = 0.0117 \sqrt[4]{\frac{i_{DC}Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.30)$$

Utilizando los mismos parámetros  $Q$  e  $i_{DC}$  en las expresiones del valor máximo de la corriente de línea (3.19), se obtienen las siguientes relaciones:

$$\frac{I_{mR}}{I_{SC}} = 1.923 \sqrt[3]{i_{DC}^2 \sqrt{1+Q^2}} \quad ; \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} = 1.534 \sqrt[4]{\frac{i_{DC}^3 \sqrt{1+Q^2}}{Q}} \quad (3.31)$$

y las expresiones correspondientes al parámetro  $b$ ,

$$b_R = 0.824 \sqrt[3]{\frac{i_{DC}}{\sqrt{1+Q^2}}} \quad ; \quad b_L = 1.009 \sqrt[4]{\frac{i_{DC}Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.32)$$

De la observación de las expresiones anteriores se desprende que el comportamiento del rectificador, ancho del pulso de corriente y su valor máximo, queda completamente caracterizado con las variables  $i_{DC}$  y  $Q$ . En el modelo propuesto, las componentes armónicas de la corriente se calculan a partir de los valores del ancho y valor máximo del pulso de la corriente, lo que se traduce también en una dependencia final de las variables anteriores. Así, las variables  $i_{DC}$  y  $Q$  serán las que se utilicen para presentar la validación gráfica del modelo propuesto.

Hay que hacer notar que dichas variables están directamente relacionadas con las utilizadas en el estudio del comportamiento del dispositivo,  $R_{SC}$  y  $r$ , y definidas en (3.1) y (3.3) respectivamente, en concreto  $R_{SC}$  se relaciona con  $i_{DC}^{-1}$  a través de la tensión del lado de continua, y  $r$  es igual a  $Q^{-1}$ .

A partir del estudio del comportamiento del rectificador monofásico se decidió validar el modelo propuesto para el rango de valores de la variable  $i_{DC}$  comprendido entre el 0% y el 10% y para dos valores de la variable  $Q$ , 0.1 y 2.0.

Respecto al modelo exacto utilizado, se considera la presencia de un condensador caracterizado con el parámetro,

$$B_C = \frac{\omega \cdot CU}{I_{DC}} \quad (3.33)$$

Este parámetro permite ir adecuando el valor del condensador al valor de la fuente de corriente que modeliza la carga (manteniendo la alimentación constante) de modo que el rizado de la tensión se mantenga aproximadamente constante.

Los valores del rizado de la tensión de continua que se analizaron fueron del 2.5% y 10%, que conducen a considerar unos valores de  $B_C$  aproximadamente iguales a 90 y 25, respectivamente. En el caso del modelo propuesto, la consideración de que la tensión de continua no tiene rizado, se traduce en considerar un valor de  $B_C$  igual a infinito.

La Figura 3.18 recoge los resultados obtenidos para los dos casos comentados, exacto y aproximado, para las variables que caracterizan la corriente consumida por la fuente de alimentación: su ancho del pulso, su valor máximo (expresado en base a la corriente de cortocircuito) y sus componentes armónicos (expresados en base a la corriente fundamental consumida). Finalmente, de los dos estudios exactos que se realizaron, 2.5% y 10% de rizado, se muestra en los gráficos el más extremo (10% de rizado, es decir,  $B_C$  igual a 25).

De la observación de los gráficos, se desprenden las siguientes conclusiones:

- Los gráficos anteriores, y en general su determinación a partir de las variables  $Q$  e  $i_{DC}$ , se revelan como una forma sencilla, cómoda y muy útil de caracterizar una fuente de alimentación monofásica a partir de sus parámetros, o como herramienta de diseño, en el sentido de poder determinar parámetros de la carga que permitan cumplir unos requisitos mínimos en relación con la contaminación armónica que el dispositivo va a producir en el sistema.
- El error del modelo aproximado propuesto en este capítulo es aceptable en un amplio rango de valores de impedancia. Solamente el error cometido en

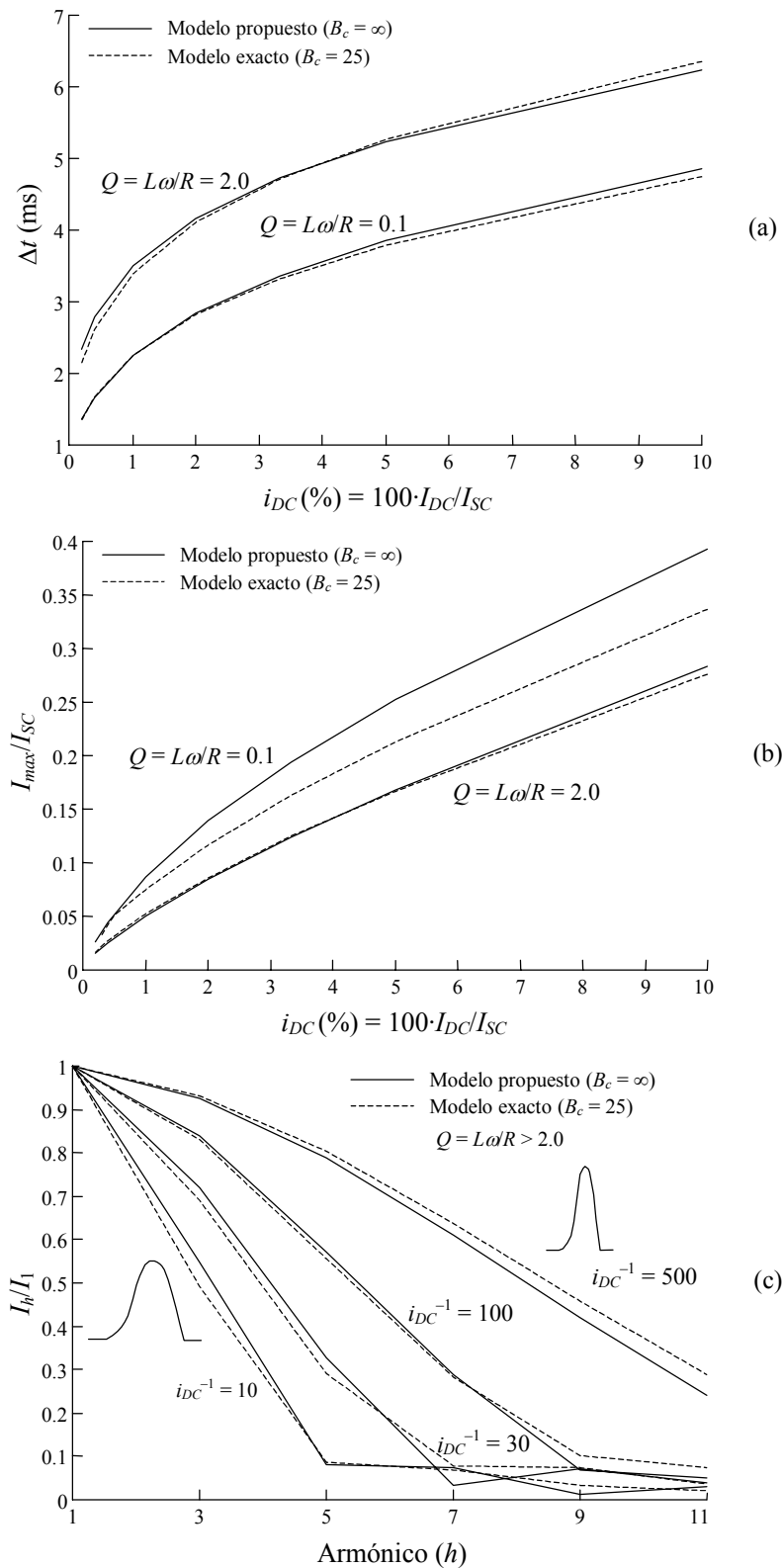


Figura 3.18. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la corriente consumida: a) ancho del pulso de corriente en función de  $i_{DC}$ , para dos valores de  $Q$ ; b) valor máximo de corriente en función de  $i_{DC}$ , para dos valores de  $Q$ ; c) armónicos de corriente para diferentes valores de  $i_{DC}$  y  $Q > 2.0$ .

el cálculo del valor máximo de la corriente, para pequeños valores de  $Q$  (impedancias puramente resistivas) y elevados valores de  $i_{DC}$  (elevado consumo del rectificador) se podría considerar como no aceptable.

- Cuanto mayor es el valor de  $i_{DC}$ , mayor es el ancho del pulso de corriente y el valor máximo de la misma. Analíticamente, esto se refleja en las expresiones (3.30) y (3.31), respectivamente.
- Como era de esperar, cuanto más estrecho es el pulso de corriente, mayor es su contenido armónico, según se ve en la Figura 3.18c.

Además de la Figura 3.18c se pueden extraer conclusiones sobre la emisión de corrientes armónicas similares a las presentadas en el estudio del comportamiento del dispositivo.

Tal y como se presentará en el apartado correspondiente a la consideración sobre la impedancia del lado de alterna, para valores usuales de la misma,  $Q > 0.5$ , sólo es necesario considerar las expresiones (3.30), (3.31) y (3.32) que corresponden al caso inductivo. Por otro lado, estas expresiones se pueden simplificar para valores de  $Q$  suficientemente elevados como sigue:

$$\Delta t_L \cong 0.0117 \sqrt[4]{i_{DC}} \quad , \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} \cong 1.534 \sqrt[4]{i_{DC}^3} \quad , \quad b_L \cong 1.009 \sqrt[4]{i_{DC}} \quad (3.34)$$

de forma que no dependen del valor de  $Q$ . Por este motivo, en la Figura 3.18c, las curvas obtenidas no dependen de  $Q$ , ya que se han obtenido para valores de  $Q$  mayores que 2.0. Esto se ha realizado así porque es habitual considerar únicamente la reactancia debido al elevado valor del ratio  $Q$  que presentan estos sistemas.

### **3.1.4.2 Caracterización por la potencia consumida**

Para validar el modelo propuesto caracterizado por la potencia consumida en el lado de continua, de manera análoga al modelo de la corriente de continua, se utiliza la variable normalizada  $Q$  definida en el apartado anterior, y una segunda variable análoga a  $i_{DC}$  que reflejará el dato relativo a la potencia consumida por la carga conectada a la fuente. Esta

variable consiste en la relación entre esta potencia y la potencia de cortocircuito del dispositivo:

$$p = \frac{P}{U \cdot I_{SC}} \quad (3.35)$$

De este modo, a partir de la utilización de las variables normalizadas  $Q$  y  $p$ , las expresiones analíticas obtenidas previamente (3.30), (3.31) y (3.32) se pueden reescribir de la siguiente forma:

- Ancho del pulso de corriente:

$$\begin{aligned} \Delta t_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_R}{2}\right)} &= 0.00936 \sqrt[3]{\frac{p}{\sqrt{1+Q^2}}} \\ \Delta t_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_L}{2.839}\right)} &= 0.0107 \sqrt[4]{p \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

- Valor máximo de la corriente de entrada:

$$\frac{I_{mR}}{I_{SC}} = 1.5267 \sqrt[3]{p^2 \frac{\sqrt{1+Q^2}}{\cos^2 \alpha_R}}, \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} = 1.1829 \sqrt[4]{p^3 \frac{\sqrt{1+Q^2}}{Q \cos^3 \alpha_L}} \quad (3.37)$$

- Valor del parámetro  $b$ :

$$\begin{aligned} b_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{b_R}{0.25}\right)} &= 0.3671 \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{\sqrt{1+Q^2}}} \\ b_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{b_L}{0.7798}\right)} &= 0.9253 \sqrt[4]{p \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \end{aligned} \quad (3.38)$$

El valor de los componentes armónicos de la corriente de alterna se obtendrían a partir de (3.21) utilizando la solución de las expresiones anteriores.

De la observación de las expresiones anteriores se desprende que el comportamiento del rectificador, de forma análoga a lo que sucedía en el punto anterior, depende únicamente

de las variables  $p$  y  $Q$ . De igual forma, esta dependencia se puede extender al cálculo de los armónicos. Así las variables  $p$  y  $Q$  serán, en este caso, las que se utilizan para presentar la validación gráfica del modelo propuesto.

Nuevamente hay que hacer notar que las variables anteriores en este caso son las inversas de las utilizadas en el estudio del comportamiento del dispositivo. Así,  $p$  es el inverso de  $R_{SC}$  y  $Q$  es el inverso de  $r$ , por lo que a partir de dicho estudio se decidió validar el modelo para el rango de valores de la variable  $p$  comprendido entre el 0% y el 12% y para dos valores de la variable  $Q$ , 0.1 y 2.0. Para la variable  $B_C$  se adopta el valor correspondiente al rizado del 10%,  $B_C$  igual a 25.

La Figura 3.19 recoge los resultados obtenidos por los dos métodos, exacto y aproximado, para las variables indicadas en (3.36), (3.37) y (3.38).

Las conclusiones que se desprenden de la observación de los resultados mostrados en los gráficos son las mismas que en el apartado anterior. Esto es de esperar, puesto que las expresiones correspondientes a este apartado se derivan de las del primero. Así:

- Los gráficos anteriores, y en general su determinación a partir de las variables  $Q$  e  $i_{DC}$ , se revelan como una forma sencilla, cómoda y muy útil de caracterizar una fuente de alimentación monofásica a partir de sus parámetros, o como herramienta de diseño, en el sentido de poder determinar parámetros de la carga que permitan cumplir unos requisitos mínimos en relación con la contaminación armónica que el dispositivo va a producir en el sistema.
- El error del modelo aproximado sólo se puede considerar como inaceptable para pequeños valores de  $Q$  (impedancias de entrada puramente resistivas) y elevados valores de  $p$  (elevado consumo del rectificador).
- Cuanto mayor es el valor de  $p$ , mayor es el ancho del pulso de corriente y el valor máximo de la misma. Analíticamente, esto se refleja en las expresiones (3.36) y (3.37), respectivamente.



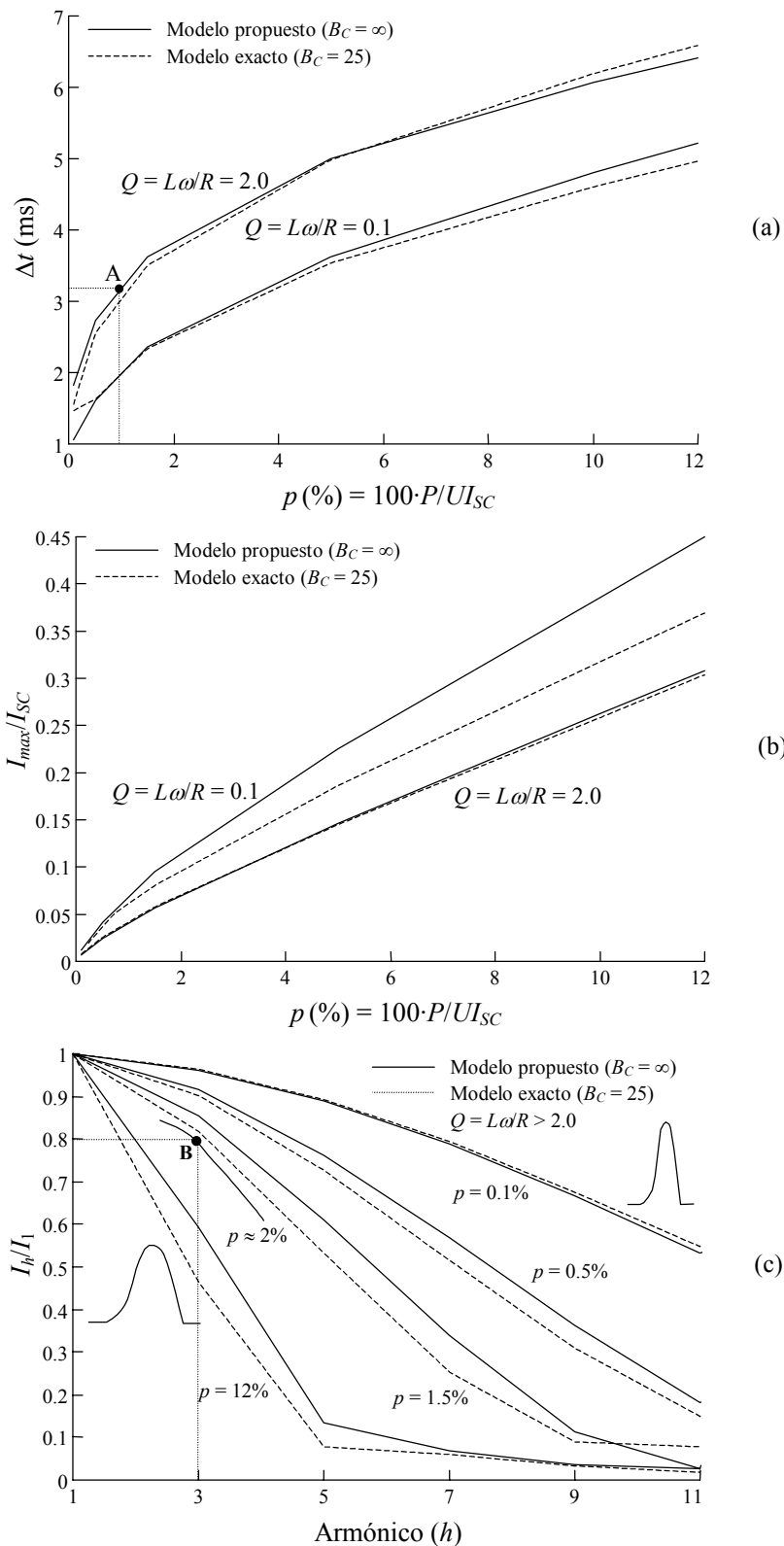


Figura 3.19. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la potencia consumida: a) ancho del pulso de corriente en función de  $p$ , para dos valores de  $Q$ ; b) valor máximo de corriente en función de  $p$ , para dos valores de  $Q$ ; c) armónicos de corriente para diferentes valores de  $p$  y  $Q > 2.0$

- Las corrientes armónicas, Figura 3.19c se han obtenido considerando un valor de  $Q > 2.0$ . Como es de esperar, cuanto más estrecho es el pulso de corriente, mayor es su contenido armónico.

### **3.1.4.3 Consideración sobre la impedancia del lado de alterna**

Para determinar los rangos de validez de las expresiones anteriores en un caso en el que la impedancia del lado de alterna del sistema tiene componente resistiva e inductiva, y justificar el criterio (3.22), se determinarán los valores del ancho de pulso y del pico de corriente mediante el modelo propuesto y el método exacto, considerando un rango de valores de  $Q$  comprendido entre 0.1 y 2, valores de  $i_{DC}$  iguales a 1% y 10% y un valor de  $B_C$  igual a 25 (un rizado aproximado de un 10%).

Los resultados obtenidos para el ancho de pulso y el valor del pico de corriente se recogen en los gráficos mostrados en la Figura 3.20.

La Figura 3.20a muestra el gráfico del ancho del pulso de corriente obtenido mediante el modelo propuesto para los casos resistivo e inductivo,  $\Delta t_R$  y  $\Delta t_L$ , según (3.18), y mediante el método exacto considerando  $B_C = 25$ ,  $\Delta t$ .

La Figura 3.20b muestra el gráfico del valor máximo de la corriente de entrada obtenida mediante el modelo propuesto para los casos resistivo e inductivo,  $I_{mR}$  e  $I_{mL}$ , según (3.19), y mediante el método exacto considerando  $B_C = 25$ ,  $I_m$ .

Así, las Figuras 3.20a y 3.20b permiten analizar la bondad del método propuesto y cómo se adapta al caso de una impedancia con componente resistiva e inductiva. A partir de la observación de los resultados obtenidos se desprende que el error numérico cometido es aceptable siguiendo el criterio expuesto en (3.22) en el cálculo del ancho, del valor máximo del pulso de corriente, y el parámetro  $b$ .

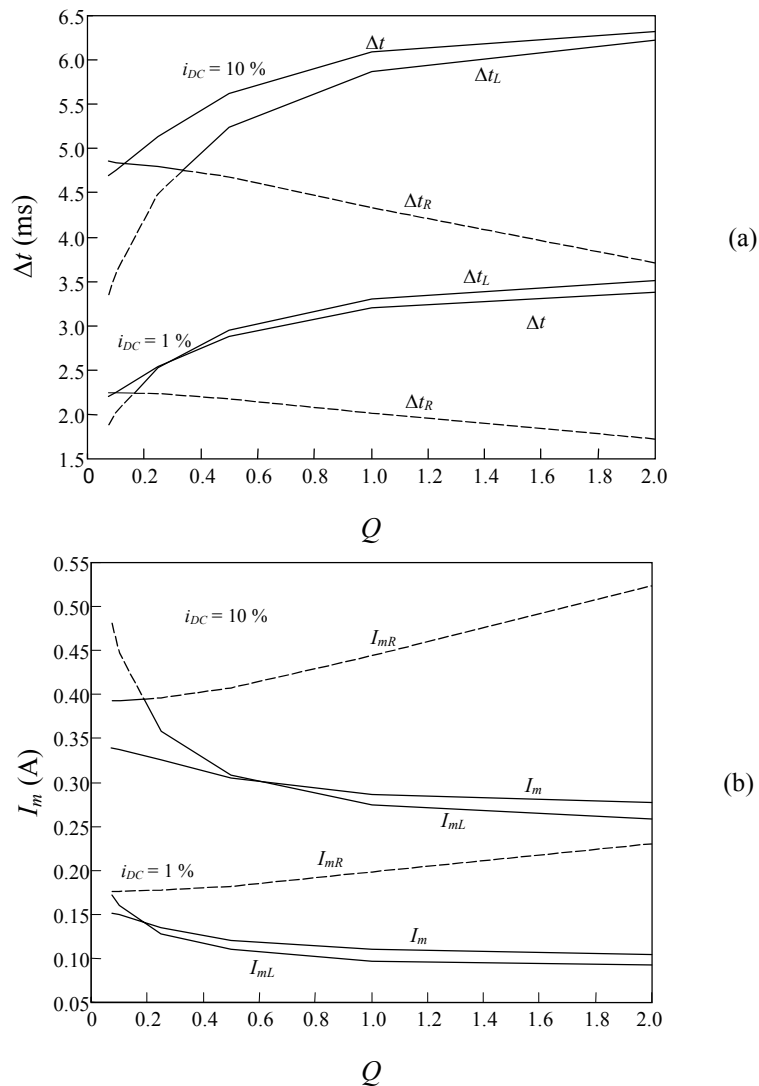


Figura 3.20. Influencia de la impedancia del lado de alterna en la caracterización de la corriente de alterna: a) ancho del pulso de corriente; b) valor máximo de corriente

En los gráficos, el anterior criterio se ha indicado marcando con trazo continuo los intervalos de curva,  $\Delta t_R$  y  $\Delta t_L$  en la Figura 3.20a, y  $I_{mR}$  e  $I_{mL}$  en la Figura 3.20b, que mejor aproximan las curvas  $\Delta t$  e  $I_m$ , respectivamente. Tal como se comentó al presentar la Figura 3.18, para valores usuales de la impedancia,  $Q > 0.5$ , se observa que las expresiones correspondientes al caso inductivo ajustan el resultado exacto de una manera aceptable.

### 3.1.5 Aplicaciones del estudio realizado

Con el propósito de ilustrar la aplicación de los gráficos que definen el comportamiento de la fuente de alimentación monofásica y de su modelo propuesto, se estudia el sistema mostrado en la Figura 3.11. El sistema consta de  $N$  cargas idénticas de potencia unitaria  $P_u$  y una línea de impedancia igual a  $\underline{Z}_u = R_u + j\omega L_u$  (por ejemplo, podría tratarse de un conjunto de televisiones u ordenadores personales), que comparten un único transformador de alimentación cuya impedancia es  $\underline{Z}_{tr} = R_{tr} + j\omega L_{tr}$ .

En primer lugar, para poder aplicar los estudios desarrollados, es necesario adaptar el esquema del circuito de la Figura 3.11 al de la Figura 3.1. Para ello, se debe considerar la impedancia equivalente del sistema,  $\underline{Z} = \underline{Z}_{tr} + \underline{Z}_u/N$ , y el consumo de potencia total se obtiene como la suma de las distintas potencias unitarias  $P = N \cdot P_u$ .

#### 3.1.5.1 Aplicación del estudio sobre su comportamiento

Se considera el circuito mostrado en la Figura 3.11 con los siguientes datos:  $U = 220$  V,  $P_u = 100$  W y  $N = 30$  cargas idénticas. El objetivo del problema es calcular el valor de la impedancia del sistema,  $\underline{Z}$ , y el valor del condensador de filtro,  $C$ , necesarios para limitar el tercer armónico según  $I_3/I_1 \leq 0.85$  y limitar el rizado de la tensión de continua,  $u_p$ , por debajo del 5%.

Considerando la resistencia del conjunto transformador-línea despreciable frente a su inductancia,  $\underline{Z} \approx j \cdot X$ , es decir  $r = 0\%$ , a partir de la Figura 3.21 (ampliación de la Figura 3.6), para obtener  $i_3 = I_3/I_1 \leq 0.85$  se necesita una relación de cortocircuito de valor como máximo igual a 100. De acuerdo con este dato y la Figura 3.4, un valor de rizado  $u_p$  inferior al 5% se consigue si el valor de  $x_C$  es inferior a 1.5. De este modo, tomando  $R_{SC}$  igual a 100 y  $x_C$  igual a 1.5, de la ecuación (3.1) la reactancia de alterna debe ser  $X = 220^2 / (100 \cdot 30 \cdot 100) = 0.16133 \Omega$ , y de la ecuación (3.2), la capacidad del condensador es  $C = 1 / (\omega \cdot X \cdot x_C^2) = 8769 \mu\text{F}$ .

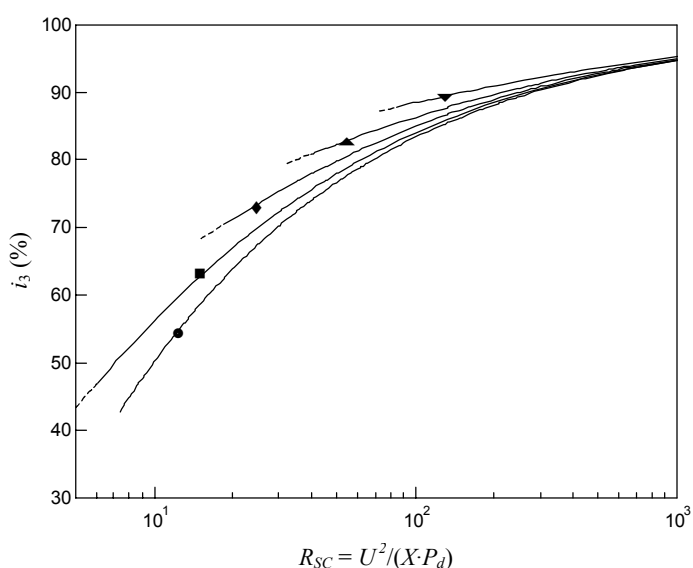


Figura 3.21. Corrientes armónicas de línea  $i_3 = I_3/I_1$ , con  $x_c = 0$  (●), 1.5 (■), 2.5 (◆), 3.5 (▲), 4.5 (▼)

Los factores de atenuación del circuito pueden obtenerse aproximadamente de la Figura 3.12, tomando los valores para  $N = 25$  y  $r = 0$ . Estos valores son  $AF_3 \approx 0.89$ ,  $AF_5 \approx 0.64$  y  $AF_7 \approx 0.38$ .

### 3.1.5.2 Aplicaciones del modelo propuesto

#### 3.1.5.2.1 Ejemplo 1: Caracterización de la corriente consumida

La aplicación más inmediata del modelo propuesto es el estudio y caracterización de la corriente consumida por el sistema a partir de los datos del mismo. En el ejemplo considerado, los datos del circuito de la Figura 3.11 son los siguientes:  $U = 240$  V ( $f = 50$  Hz),  $Z = 0.1 \Omega$  ( $Q = 2$ ),  $P_u = 100$  W y  $N = 50$  unidades. A partir de ellos, se debe caracterizar la corriente total consumida por el conjunto de cargas.

A partir del algoritmo mostrado en la Figura 3.17,

1. Se inicializa el valor de la corriente en el lado de continua,  $I_{DC}^{(0)} = 23.14$  A.

2. Se calculan los anchos de pulso de corriente suponiendo que el circuito es puramente resistivo e inductivo, obteniéndose,  $\Delta t_R = 1.07$  ms y  $\Delta t_L = 3.57$  ms, respectivamente.
3. Se actualiza el valor de la corriente de continua, según el criterio  $\Delta t = \text{Máx}\{\Delta t_R, \Delta t_L\}$ , resultando  $I_{DC} = 15.97$  A.

En este punto, el proceso se repite a partir del paso 2 hasta que se alcanza su convergencia, esto es, la diferencia entre los dos últimos valores de  $I_{DC}$  calculados difiere en una cantidad menor a una tolerancia  $\varepsilon$  fijada. En el presente ejemplo, después de tres iteraciones, la solución a la que se llega es  $I_{DC} = 15.73$  A y  $\Delta t = 3,24$  ms. Una vez obtenido el ancho del pulso, se pueden obtener el valor máximo de la corriente (3.19) y sus componentes armónicos (3.21).

La caracterización de la corriente también se podría realizar gráficamente a partir la Figura 3.19a. Para ello se calcula el valor de la variable normalizada  $p$ ,  $p = 100 \cdot 0.1 \cdot 5000 / 240^2 = 0.868\%$ , y se accede al gráfico correspondiente al valor de  $Q = 2$ , resultando el punto A marcado en la Figura, el cual indica la solución para el ancho de pulso correspondiente. De forma análoga, de los gráficos mostrados en las Figuras 3.19b y 3.19c se obtienen el resto de valores que caracterizan la corriente que consume el sistema.

#### *3.1.5.2.2 Ejemplo 2: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia de alterna*

En este segundo ejemplo, el problema que se resuelve consiste en calcular la impedancia que debería tener el sistema para obtener un determinado contenido de armónicos. Los datos del sistema son los siguientes:  $U = 120$  V ( $f = 50$  Hz),  $P_u = 200$  W y  $N = 100$  unidades. Se debe calcular la impedancia  $Z$  necesaria (tomando como hipótesis que  $Q = 2$ ) para limitar el tercer armónico según  $I_3/I_1 = 0.8$ .

En este caso, la resolución se realiza gráficamente tal y como se detalla a continuación:

1. El valor de  $p$  correspondiente a  $I_3/I_1 = 0.8$  se obtiene a partir de la Figura 3.19c. Como se muestra en ella, el punto B corresponde al caso estudiado, obteniéndose un valor de  $p$  aproximadamente igual al 2%.
2. El valor de la impedancia del lado de alterna se obtiene a partir de la definición del ratio de potencia  $p$ ,  $Z = p \cdot U^2 / (100 \cdot P) = 0.0144 \Omega$ .

#### 3.1.5.2.3 Ejemplo 3: Diseño del sistema: cálculo del consumo de potencia

La tercera aplicación propuesta consiste en determinar la carga que se puede conectar al sistema sin que se rebase un cierto nivel armónico fijado previamente, lo que en este caso se traduce en calcular el número de cargas  $N$  máximo que se podrían conectar al nudo común. En este ejemplo, se desea tener como máximo un contenido para el tercer armónico de  $I_3/I_1 = 0.8$ , y los datos del sistema son  $U = 230 \text{ V}$  ( $f = 50 \text{ Hz}$ ),  $X = 0.8 \Omega$  y  $P_u = 100 \text{ W}$ .

A partir del gráfico de la Figura 3.19c:

1. Se obtiene el valor de  $p$  correspondiente a  $I_3/I_1 = 0.8$ , que corresponde al punto B, indicado en el gráfico, resultando un valor aproximadamente igual al 2%.
2. A partir de la definición de la relación de potencias, se obtiene el número de unidades máximo que se puede conectar al sistema es 13.

### 3.1.6 Consideraciones sobre los límites de emisión de armónicos

Las fuentes de alimentación monofásicas con una potencia de entrada menor de 600 W se consideran como equipos de Clase D en la Norma Internacional CEI 1000-3-2 [74]. La limitación en el contenido armónico se presenta en la Tabla 3.1. Estos límites se aplican a todos los aparatos con una potencia de entrada mayor de 75 W. Para potencias menores o iguales a 75 W, no existen límites aplicables a la contaminación armónica que producen.

Como ya se comentó, aunque las líneas de baja tensión sean prácticamente resistivas, la impedancia del conjunto transformador-línea es usual que tenga un elevado componente

Orden del armónico, $h$	Corriente armónica máxima admisible por vatio (mA/W), $(I_h/P)_{lim}$
3	3.4
5	1.9
7	1.0
9	0.5
11	0.35
$13 \leq h \leq 39$	$3.85/h$

Tabla 3.1. Límites armónicos para equipos de Clase D.

inductivo debido a la presencia del transformador, de modo que en este apartado asumiremos la hipótesis de impedancias puramente inductivas. La simplicidad de las expresiones del modelo presentado en este capítulo permite obtener de forma sencilla la relación entre el límite de contaminación armónica que la normativa vigente prescribe para fuentes de alimentación y la reactancia del conjunto,  $X$ , para unas determinadas condiciones de servicio y consumo de potencia,  $U$  y  $P$ . Para ello, se define la relación entre la corriente armónica máxima calculada por vatio y la corriente armónica máxima admisible por vatio que prescribe la norma según,

$$i_{hp} = \frac{I_h / P}{(I_h / P)_{lim}} \left( \frac{U}{230} \right) \quad (3.39)$$

la cual sirve como índice del comportamiento del convertidor en el sentido de su contribución a la polución armónica en la red. Se observa que en la expresión (3.39) se ha tenido que considerar el hecho de que la relación  $I_h/P$  es proporcional a la tensión de alimentación [37].

A partir del modelo propuesto previamente, se estudia el comportamiento del índice (3.39), en función del valor de la reactancia normalizada del sistema:

$$x(\%) = 100 \frac{X \cdot P}{U^2} \quad (3.40)$$



obteniéndose las Figuras 3.22a (para los armónicos tercero, quinto y séptimo) y 3.22b (para los armónicos noveno, undécimo y decimotercero). En dichos gráficos, por ejemplo, el valor  $i_{hp} = 1$  corresponde al límite armónico indicado por la normativa [74] considerando una tensión de alimentación  $U = 230$  V.

Los armónicos más críticos ( $h = 3, 5$  y  $7$ ) se estudian con más detalle en el entorno de  $U = 230$  V ( $220 \div 240$  V) en la Figura 3.23, lo que supone trabajar con un rango de valores de  $x(\%)$  más restringido. Por un lado, se dispone de los resultados correspondientes al empleo del modelo propuesto (condensador de filtrado ideal,  $B_C = \infty$ ); por otro lado, se obtienen los resultados correspondientes al empleo del modelo exacto, en el que se considera la existencia de un condensador no ideal. Como en los casos anteriores, se considera un valor de la relación de susceptancias igual a  $B_C = 25$ . A partir de la Figura 3.23, se deduce que para un valor dado de  $i_{hp}$ , el modelo propuesto proporciona un valor de la reactancia,  $x(\%)$ , más pequeño que el correspondería al obtenido con el modelo exacto. Este aspecto debe ser tenido en cuenta a la hora de aplicar el modelo propuesto. Por ejemplo, para  $x$  igual a 2.25%, el valor real de  $i_{3p}$  es igual a 1.05, mientras que el valor obtenido para  $i_{3p}$  con el modelo propuesto es igual a 1.00, por lo que realmente se está excediendo en un 5% el límite armónico indicado en la normativa.

Por otro lado, el estudio anterior se puede realizar también numéricamente mediante los algoritmos expuestos en el apartado 3.1.3.

### 3.1.6.1 Ejemplo 1: Cumplimiento de la normativa

Conocida las condiciones de operación y carga del sistema,  $U$  y  $P$ , así como la reactancia del mismo,  $x(\%)$ , se desea averiguar su situación desde el punto de vista de la emisión armónica que produce.

El procedimiento a seguir es el mismo que se explicó en apartados anteriores, puesto que se trata de caracterizar la corriente consumida por el dispositivo y, posteriormente, comparar los resultados obtenidos con los valores límite que dicta la normativa. Así,

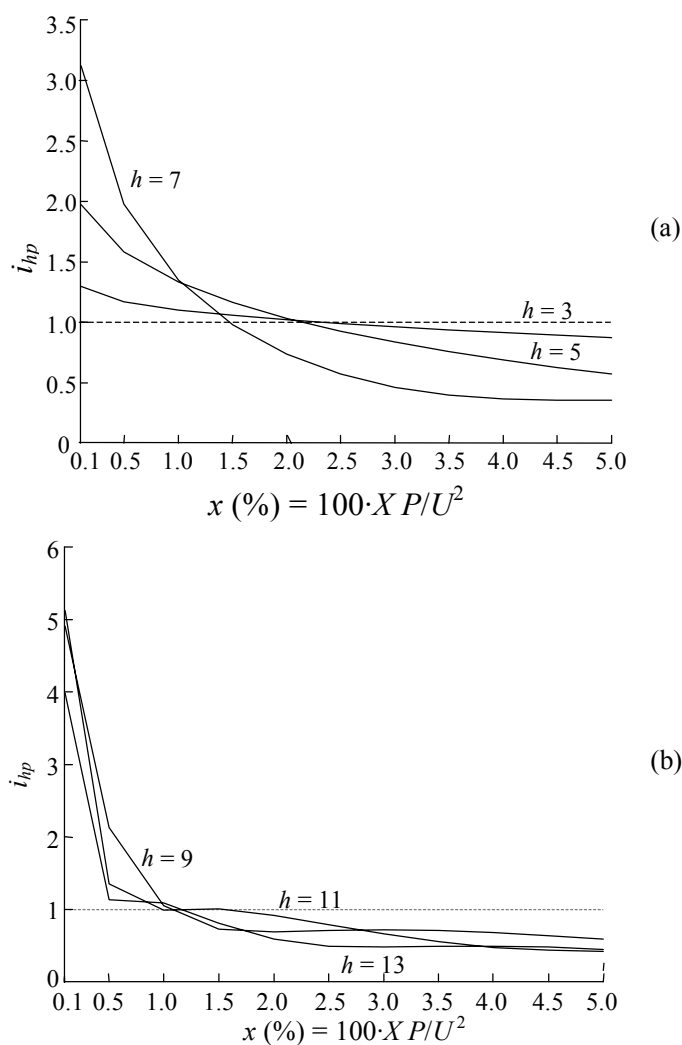


Figura 3.22. Límite armónico en función de la reactancia normalizada del sistema: a)  $h = 3, 5$  y  $7$ ; b)  $h = 9, 11$  y  $13$

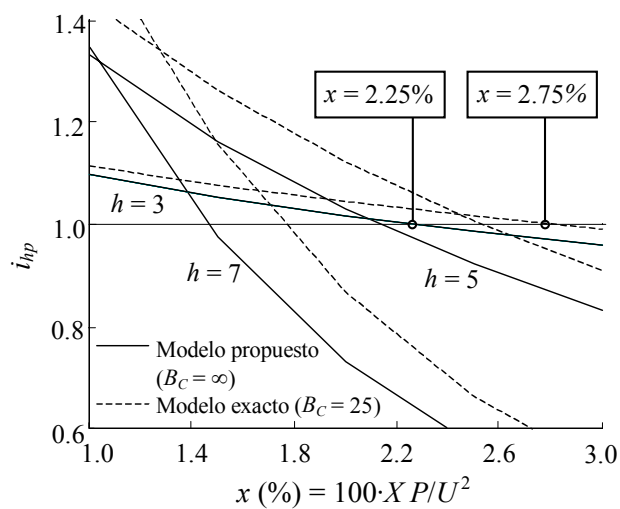


Figura 3.23. Consideración sobre los límites de contaminación armónica

1. Determinación de los valores  $I_h/P$  a partir del algoritmo mostrado en la Figura 3.17.
2. Cálculo del índice  $i_{hp}$ .

### 3.1.6.2 Ejemplo 2: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia

En este caso, dado un valor de  $i_{hp}$ ,  $i_{hp\text{dato}}$ , y para una tensión de alimentación  $U$ , se requiere la determinación de la reactancia  $x(\%)$  necesaria en el circuito para cumplir lo especificado.

La resolución del problema planteado se puede caracterizar como la obtención del cero,  $x_r$ , de la ecuación

$$p(x) = i_{hp}(x) - i_{hp\text{dato}} = 0 \quad (3.41)$$

ya que para un valor dado de la reactancia del sistema y de la tensión de alimentación queda determinado el valor de  $I_h/P$  a partir del algoritmo de la Figura 3.17 y, por tanto, el valor del índice  $i_{hp}$  según la expresión 3.39 (es decir, fijada la tensión de alimentación, dicho índice es función de la reactancia del sistema).

Así, la obtención de  $x_r$ , dadas las características de la función  $i_{hp}(x)$  (Figura 3.23), se podrá abordar mediante el método de la bisección [3], que consiste en el procedimiento siguiente:

1. Se obtienen unos valores iniciales de la reactancia del sistema,  $x_1^{(0)}$  y  $x_2^{(0)}$ , tales que cumplen  $p(x_1^{(0)}) \leq 0$  y  $p(x_2^{(0)}) > 0$ . Se observa, según la Figura 3.23, que  $x_r$  es el único cero en el intervalo  $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$ , es decir,  $x_1^{(0)} \leq x_r < x_2^{(0)}$ .
2. Se realiza el siguiente proceso iterativo hasta alcanzar la solución  $x_r$ :

$$\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \frac{1}{2}(x_1^{(k)} + x_2^{(k)}); & x_2^{(k+1)} &= x_2^{(k)} & \text{si } p\left(\frac{1}{2}(x_1^{(k)} + x_2^{(k)})\right) &\leq 0 \\ x_1^{(k+1)} &= x_1^{(k)}; & x_2^{(k+1)} &= \frac{1}{2}(x_1^{(k)} + x_2^{(k)}) & \text{si } p\left(\frac{1}{2}(x_1^{(k)} + x_2^{(k)})\right) &> 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Tanto el ejemplo de aplicación mostrado en este apartado como en el anterior, se pueden resolver también gráficamente a partir de la Figura 3.23.

### **3.1.6.3 Ejemplo 3: Ejemplo numérico**

La Figura 3.23 informa según el modelo propuesto que, con el fin de que los armónicos emitidos estén bajo los límites que la normativa dicta, el valor de la reactancia del sistema  $x$  debe ser como mínimo igual a 2.25% para una tensión de alimentación  $U = 230$  V. Este hecho aplicado a una fuente de alimentación de 100 W conectada a una alimentación de 230 V se traduce en que el mínimo valor admisible de la reactancia de entrada del dispositivo debe ser

$$X = \frac{x}{100} \frac{U^2}{P} = \frac{2.25 \cdot 230^2}{100 \cdot 100} = 11.90 \Omega \quad (3.43)$$

Como ya se ha comentado, este valor es ligeramente inferior al que realmente sería necesario. El valor de la reactancia obtenido a partir del modelo exacto de la fuente de alimentación es igual a 14.54  $\Omega$ .

## **3.2 Rectificador trifásico no controlado con filtro capacitivo**

### **3.2.1 Introducción**

El rectificador trifásico no controlado con filtro capacitivo, Figura 3.24, consta de un rectificador ideal y un condensador de filtrado que permiten alimentar una carga en corriente continua a partir de un sistema de alimentación trifásico.

Existen en la bibliografía diversos estudios que analizan el comportamiento del rectificador trifásico operando tanto en modo de conducción continua como discontinua [8, 26, 27, 37, 38].

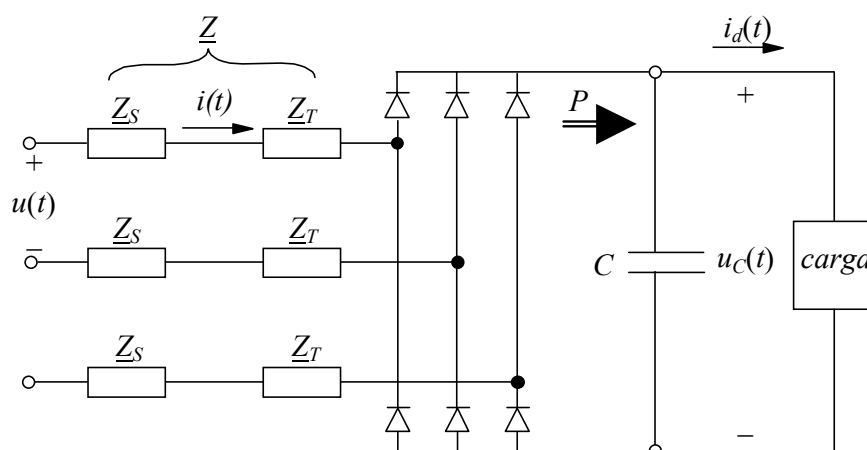


Figura 3.24. Esquema del rectificador trifásico con filtro capacitivo

Destaca un completo estudio del comportamiento del rectificador trifásico presentado de forma gráfica en [26, 27], el cual fue tomado como guía para el análisis del comportamiento del rectificador monofásico.

Otros estudios se centran en el cálculo del punto de trabajo del rectificador a partir de los datos de la carga y la tensión de alimentación, que puede ser considerada sinusoidal o distorsionada, obteniéndose las corrientes armónicas inyectadas por el dispositivo en la red. En líneas generales, las expresiones encontradas en la literatura para estudiar el comportamiento de este tipo de cargas son demasiado complicadas para un análisis general del problema y no existen vías rápidas y precisas para calcular su emisión armónica en el sistema.

En el presente trabajo y según la Figura 3.24, en el lado de alterna del rectificador se considera:

- La tensión de alimentación,  $u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t)$ , de frecuencia igual a 50 Hz, donde  $U$  es el valor eficaz de la tensión de línea. La terna de tensiones es equilibrada.
- La impedancia de la línea de alimentación es idéntica en las tres fases y de valor  $\underline{Z}_S = R_S + j \cdot X_S$ .

- La impedancia correspondiente al transformador del convertidor es idéntica en las tres fases y de valor  $\underline{Z}_T = R_T + j \cdot X_T$ .

Así se trabajará con la impedancia efectiva de la red del lado de alterna, idéntica en las tres fases y de valor  $\underline{Z} = R + j \cdot X$ , donde  $R = R_S + R_T$  y  $X = X_S + X_T$ .

y en el lado de continua:

- El condensador de filtro,  $C$ , que permite obtener una tensión continua con rizado,  $u_C(t)$ , de valor medio  $U_C$ .
- La carga del rectificador, que consume una corriente  $i_d(t)$ , y se puede modelizar mediante una fuente de corriente constante. La potencia activa consumida por la carga es igual a  $P$ .

Así, en base a lo anterior, como la caracterización del dispositivo ya ha sido realizada en la bibliografía [26, 27], en este capítulo únicamente se desarrolla un modelo analítico muy sencillo que determina el comportamiento del rectificador trifásico en modo de conducción discontinua, cuyo rango de distorsión es mayor al de conducción continua, cuando su punto de operación se define a partir de su corriente de continua consumida o de su potencia consumida [31]. Para ambos casos se calcula el ancho y el valor de pico del pulso de corriente, además de los armónicos de la corriente de línea. El modelo asume como hipótesis un valor infinito para el condensador de filtrado (tensión de continua constante), tensiones de alimentación equilibradas y perfectamente sinusoidales, y tiene en cuenta el valor de la impedancia del lado de alterna.

En el caso de que la potencia consumida por el convertidor sea un dato conocido, las expresiones a las que se llega no son lineales. Para este caso, se ha implementado un algoritmo que analiza el comportamiento del convertidor a partir de ese dato de partida.

La bondad del modelo presentado se ha validado mediante su comparación gráfica con un modelo exacto que tiene en cuenta un valor no infinito para el condensador de filtrado (tensión de continua con rizado).

Por otro lado, el modelo propuesto permite estudiar de una manera fácil y cómoda los límites de contaminación armónica para rectificadores trifásicos, tomando como referencia los límites dados por el estándar IEC 1000-3-2 para equipos de Clase A si el rectificador consume una corriente inferior a 16 A [74], y por el estándar IEC 1000-3-4 si la corriente consumida es superior a 16 A [75].

En estos dispositivos, a diferencia de los rectificadores monofásicos, la norma limita las corrientes armónicas máximas admisibles por lo que los resultados obtenidos por el modelo desarrollado serán directamente comparables con las normas.

### 3.2.2 Modelo del rectificador trifásico

Se presenta un modelo analítico sencillo del rectificador trifásico que permite determinar su comportamiento y los armónicos de corriente que inyecta a la red cuando su punto de funcionamiento se define a partir de la corriente de continua consumida o de su potencia consumida.

#### 3.2.2.1 Caracterización por la corriente consumida

El modelo propuesto para la fuente de alimentación trifásica se deriva del esquema presentado en la Figura 3.24 considerando la carga de continua como una fuente de corriente constante. Así, el modelo presentado en la Figura 3.25 consta de un rectificador ideal en puente y un condensador de filtrado,  $C$ . La carga se representa por una fuente de

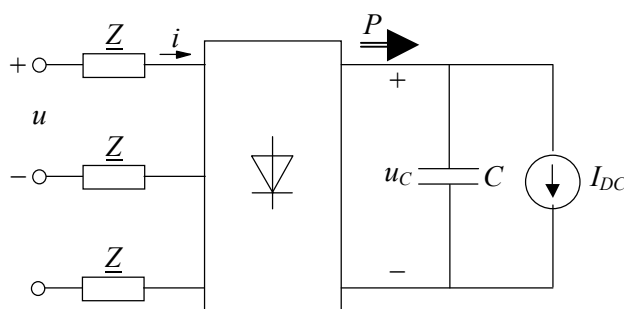


Figura 3.25. Modelo propuesto para el rectificador trifásico

corriente de valor constante,  $I_{DC}$ . El valor del condensador se considera que es lo suficientemente grande como para que la tensión de continua no presente rizado. Además, en el análisis se tiene en cuenta la impedancia del lado de alterna,  $\underline{Z}$ , y la potencia consumida  $P$ .

En la realización del estudio se han considerado dos casos para definir el modelo, dependiendo de cómo se considere la impedancia del lado de alterna. Estos casos son los siguientes:

- Caso resistivo: la impedancia se considera una resistencia,  $\underline{Z} = R$ .
- Caso inductivo: la impedancia se considera una inductancia,  $\underline{Z} = jX = j\omega L$ .

De acuerdo con la Figura 3.25, el análisis realizado se basa en las dos hipótesis siguientes:

- La tensión de alimentación,  $u$ , es perfectamente sinusoidal, siendo  $U$  el valor eficaz de la tensión de línea.
- El valor del condensador de filtrado,  $C$ , es lo suficientemente elevado como para considerar que la tensión en bornes del condensador es constante y, según la Figura 3.26, de valor

$$U_C = \sqrt{2} U \cos \alpha \quad (3.44)$$

La caracterización del pulso de corriente se realiza obteniendo en primer lugar los valores correspondientes a su ancho y a su valor máximo. Para ello, se comienza determinando la expresión que define la tensión en bornes de la impedancia  $\underline{Z}$ , esto es,  $\Delta u = u - u_C$ , considerando tres intervalos diferentes, como se muestra en la Figura 3.26:

- Intervalo T1:  $0 < \theta < \alpha$ .
- Intervalo T2:  $\alpha < \theta < 2\alpha$ .
- Intervalo T3:  $2\alpha < \theta < 2\alpha + \beta\alpha$ .

siendo  $\alpha$  y  $\beta$  dos parámetros que definen el ancho del pulso de corriente.



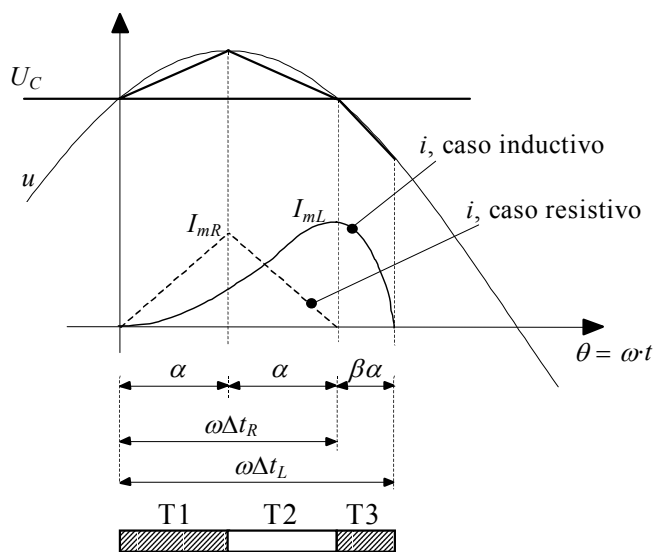


Figura 3.26. Formas de onda de la corriente de línea, la tensión de alimentación y de la tensión de continua

Para ello, la curva correspondiente a la función  $\Delta u$  se aproxima mediante funciones de primer grado, considerando en este paso que la caída de tensión es pequeña y el valor  $U_C$  es muy próximo al valor máximo de la tensión de alimentación. La pendiente de cada tramo se calcula a partir de la derivada de la curva en el punto medio de cada tramo. De la Figura 3.26, las diferentes pendientes para los intervalos antes descritos son

$$\begin{aligned} s_{T1} = -s_{T2} &= \sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} \\ s_{T3} &= -\sqrt{2} U \alpha \left( 1 + \frac{\beta}{2} \right), \end{aligned} \quad (3.45)$$

y las expresiones que caracterizan la caída de tensión son:

$$\begin{aligned} \Delta u_{T1}(\theta) &= \sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} \theta \\ \Delta u_{T2}(\theta) &= -\sqrt{2} U \frac{\alpha}{2} (\theta - 2\alpha) \\ \Delta u_{T3}(\theta) &= -\sqrt{2} U \alpha \left( 1 + \frac{\beta}{2} \right) (\theta - 2\alpha). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Aunque la tensión  $\Delta u$  podría haber sido obtenida de forma exacta a partir de la diferencia entre la función sinusoidal que caracteriza la tensión de alimentación,  $u$ , y el

valor  $u_C$ , según [37], la aproximación realizada permitirá obtener un modelo del rectificador menos exacto pero extremadamente más sencillo.

A partir de las expresiones de la tensión  $\Delta u$ , la corriente de línea del lado de alterna,  $i$ , se puede calcular a partir de las conocidas relaciones entre la tensión en bornes de una resistencia o una inductancia y la corriente que circula por ella. Para el caso resistivo se obtiene, en cada intervalo:

$$\begin{aligned} i_{T1}(\theta) &= \frac{\Delta u_{T1}}{2R} = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}2R}\theta \\ i_{T2}(\theta) &= \frac{\Delta u_{T2}}{2R} = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}2R}(2\alpha - \theta) \\ i_{T3}(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

y para el caso inductivo resulta:

$$\begin{aligned} i_{T1}(\theta) &= \frac{1}{2\omega L} \int_0^\theta \Delta u_{T1}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{2\sqrt{2}(2\omega L)}\theta^2 \\ i_{T2}(\theta) &= i_{T1}(\alpha) + \frac{1}{2\omega L} \int_\alpha^\theta \Delta u_{T2}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{2\sqrt{2}(2\omega L)}(4\alpha\theta - 2\alpha^2 - \theta^2) \\ i_{T3}(\theta) &= i_{T2}(2\alpha) + \frac{1}{2\omega L} \int_{2\alpha}^\theta \Delta u_{T3}(\theta) d\theta = \frac{U\alpha}{\sqrt{2}(2\omega L)}\left(\alpha^2 - \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)(\theta - 2\alpha)^2\right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

donde  $\omega = 2\pi f$  y  $f$  es la frecuencia de la tensión de alimentación, que se considera igual a 50 Hz.

El parámetro  $\beta$  sólo se utiliza en el caso inductivo. Su valor se determina imponiendo que la corriente alcanza un valor nulo en el instante  $\theta = 2\alpha + \beta\alpha$ , resultando un valor de  $\beta$  igual a 0.839.

El segundo parámetro,  $\alpha$ , cuyo cálculo permitirá obtener la expresión del ancho del pulso de corriente,  $\Delta t$ , se determina imponiendo la conservación de la carga eléctrica en el lado de alterna y continua, en un semiperiodo de onda. Analíticamente, esta condición se traduce en imponer que el área de la corriente de carga en el lado de continua,  $I_{DC}$ , sea igual al área de la expresión de la corriente obtenida a partir de (3.47) o (3.48), según el caso, en un semiperiodo de onda. El procedimiento es análogo al del rectificador

monofásico aunque, en este caso, se debe considerar la existencia de dos pulsos de corriente por semiperiodo, por lo que el área calculada para un pulso se multiplicará por dos.

Las expresiones resultantes que determinan el ancho de pulso son, para los casos resistivo e inductivo, respectivamente:

$$\begin{aligned} \Delta t_R &= 9.143 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{I_{DC} R}{U}}, & \alpha_R &= \frac{\omega \Delta t_R}{2} \\ \Delta t_L &= 4.150 \cdot 10^{-2} \sqrt[4]{\frac{I_{DC} L}{U}}, & \alpha_L &= \frac{\omega \Delta t_L}{\beta + 2} \end{aligned} \quad (3.49)$$

El siguiente paso en la caracterización del pulso de corriente del lado de alterna es la determinación del valor de la corriente máxima, o valor de pico,  $I_m$ . Éste se obtiene calculando el valor de la corriente en el instante de tiempo  $\theta = \alpha_R$  según la expresión 3.47, para el caso resistivo, y en  $\theta = 2\alpha_L$  según la expresión 3.48, para el caso inductivo. Una vez realizada esta operación se obtiene:

$$I_{mR} = \frac{U \alpha_R^2}{\sqrt{2} (2R)} \quad ; \quad I_{mL} = \frac{U \alpha_L^3}{\sqrt{2} (2L \omega)} \quad (3.50)$$

Finalmente, para determinar el contenido armónico de las corrientes consumidas por el rectificador a partir de los dos parámetros calculados anteriormente,  $\Delta t$  e  $I_m$ , recurrimos al trabajo realizado por Sen y Emanuel en [38]. Estos autores determinan dicho contenido armónico a partir del ancho,  $b$ , y del valor máximo del pulso de corriente,  $I_m$ , considerándola una forma de onda casi-sinusoidal, Figura 3.27c. Para ello, la forma de

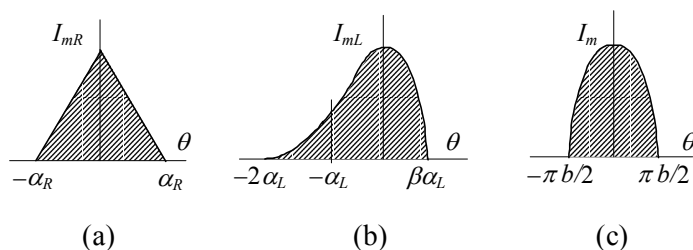


Figura 3.27. Área del pulso de corriente: a) caso resistivo; b) caso inductivo; c) caso casi-sinusoidal

onda del pulso de la corriente de línea para el caso resistivo, Figura 3.27a, e inductivo, Figura 3.27b, caracterizada a partir de los parámetros  $\alpha_R$ ,  $I_{mR}$ , o  $\alpha_L$ ,  $I_{mL}$ , y que ya han sido calculados en las expresiones 3.49 y 3.50, se aproximará a la forma de onda casi-sinusoidal [38], Figura 3.27c.

La senoide, Figura 3.27c, viene dada por la expresión

$$i(\theta) = I_m \cos\left(\frac{\theta}{b}\right) \quad \left(-\frac{\pi b}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi b}{2}\right) \quad (3.51)$$

donde el valor máximo se considera igual a los valores máximos de la forma de onda original, es decir,  $I_{mR} = I_m$  o  $I_{mL} = I_m$ , según sea el caso resistivo o inductivo, respectivamente.

El parámetro  $b$  es el ancho normalizado del pulso de corriente. La manera de calcular el valor de  $b$  es considerando que las áreas bajo las diferentes formas de onda son de idéntico valor. Así, para el caso resistivo, se impone que las áreas bajo las formas de onda correspondientes a las Figuras 3.27a y 3.27c son iguales, resultando  $b_R = 0.5\alpha_R$ . De forma análoga para el caso inductivo, se obtiene  $b_L = 0.7798\alpha_L$ .

Así, la expresión propuesta en [38] para el cálculo de los armónicos de la corriente de línea, suponiéndola constituida por un único pulso, venía dada por la expresión (3.21). En el caso de la fuente de alimentación trifásica la corriente de línea está constituida por dos pulsos iguales decaídos  $\pi/3$  por lo que el desarrollo armónico sería la suma de los desarrollos presentados en la expresión (3.21) con el desfase adecuado, es decir,  $\underline{I}_{Th} = \underline{I}_h + \underline{I}_h \cdot 1 \angle -h\pi/3$ , lo que lleva a  $\underline{I}_{Th} = \sqrt{3} \underline{I}_h$ ,  $h = 1, 5, 7, 11, \dots$ . Por ello, la expresión para el cálculo de los armónicos de la corriente de línea de la fuente trifásica viene dado por

$$I_{Th} = \sqrt{3} \frac{I_m}{\sqrt{2}} K_h \quad ; \quad K_h = \frac{4b}{\pi} \frac{\cos\left(hb \frac{\pi}{2}\right)}{1 - (hb)^2} \quad h = 1, 5, 7, 11, \dots \quad (3.52)$$

Con esto quedaría totalmente determinado el contenido armónico de la intensidad en el lado de alterna a partir del punto de funcionamiento para el caso resistivo e inductivo.

En la práctica, la impedancia del lado de entrada consta de una parte resistiva y una parte inductiva, por lo que el modelo de la fuente de alimentación se debe acabar desarrollando para este caso general. De manera rigurosa, las expresiones anteriores son válidas para casos donde la impedancia es puramente resistiva o puramente inductiva. A pesar de esto, dentro de los rangos usuales de valores para los parámetros de la fuente de alimentación, de forma análoga a como sucedía con la fuente de alimentación monofásica, el error numérico cometido es aceptable al utilizar el siguiente criterio para calcular el ancho de pulso de corriente, su valor máximo y el valor del parámetro  $b$ :

$$\Delta t = \text{Max}\{\Delta t_R, \Delta t_L\}, \quad I_m = \text{Min}\{I_{mR}, I_{mL}\}, \quad b = \begin{cases} b_R & \text{si } \Delta t_R > \Delta t_L \\ b_L & \text{si } \Delta t_R < \Delta t_L \end{cases} \quad (3.53)$$

Una vez definido el criterio a seguir en la resolución del caso general, se expone el procedimiento analítico a seguir en la resolución de un problema de este tipo (Figura 3.28): a partir de los datos del dispositivo ( $U, R, L, I_{DC}$ ), en primer lugar se caracteriza la corriente consumida por la fuente de alimentación suponiendo que el problema a resolver es puramente resistivo y puramente inductivo, (3.49) y (3.50), respectivamente; a continuación se aplica el criterio (3.53), caracterizando definitivamente la corriente de entrada; finalmente, se calculan las componentes armónicas de dicha corriente, (3.52).

### **3.2.2.2 Caracterización por la potencia consumida**

Aunque los fabricantes dan el contenido armónico a la potencia nominal del rectificador, dichos dispositivos suelen trabajar al 35% – 60% de su potencia nominal [27] por lo que es interesante determinar dicho contenido armónico a otras potencias.

En el caso de definir como dato de la fuente de alimentación la potencia que debe suministrar a la carga de continua conectada, el ancho del pulso de corriente se puede obtener a partir de la expresión (3.49) reemplazando su consumo de corriente en el lado de

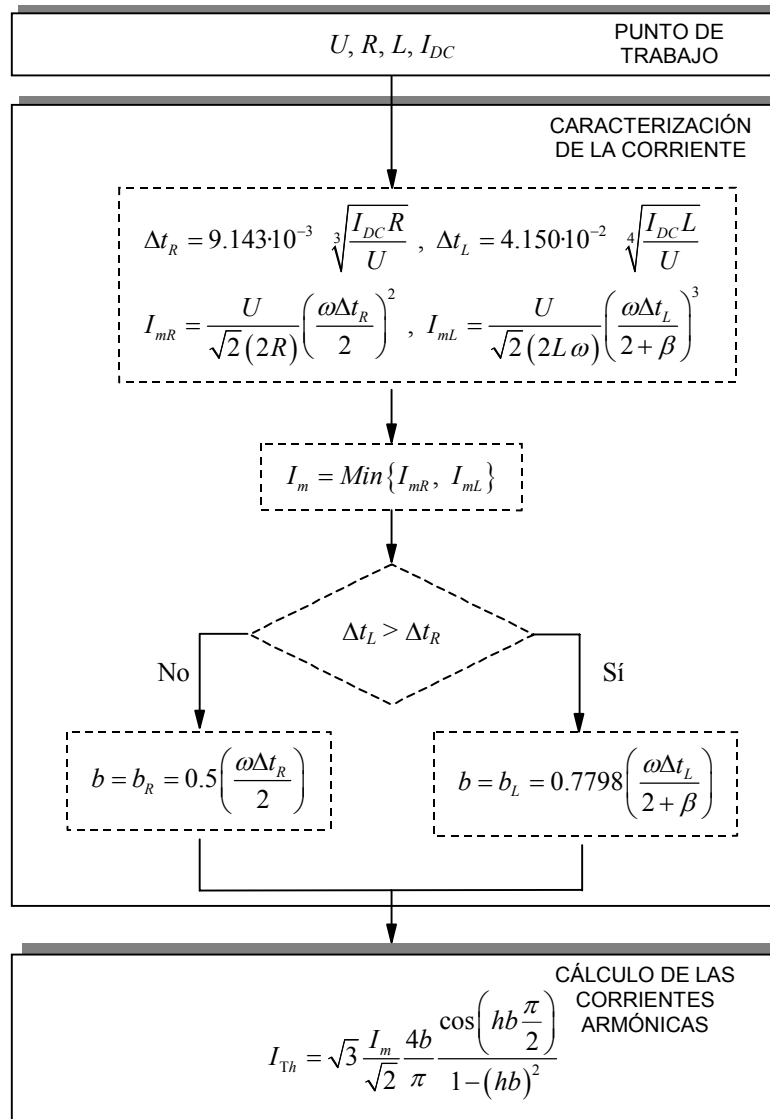


Figura 3.28. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la caracterización de la corriente y del cálculo de los armónicos de corriente

continua,  $I_{DC}$ , por su consumo de potencia, mediante la expresión  $P = U_C \cdot I_{DC}$ . Teniendo en cuenta que la tensión de continua  $U_C$  se puede expresar mediante la ecuación (3.44), y de forma similar al rectificador monofásico, resultan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 \Delta t_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_R}{2}\right)} &= 8.145 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{PR}{U^2}}, & \alpha_R &= \frac{\omega \Delta t_R}{2} \\
 \Delta t_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\omega \Delta t_L}{\beta + 2}\right)} &= 3.806 \cdot 10^{-2} \sqrt[4]{\frac{PL}{U^2}}, & \alpha_L &= \frac{\omega \Delta t_L}{\beta + 2}
 \end{aligned}
 \tag{3.54}$$

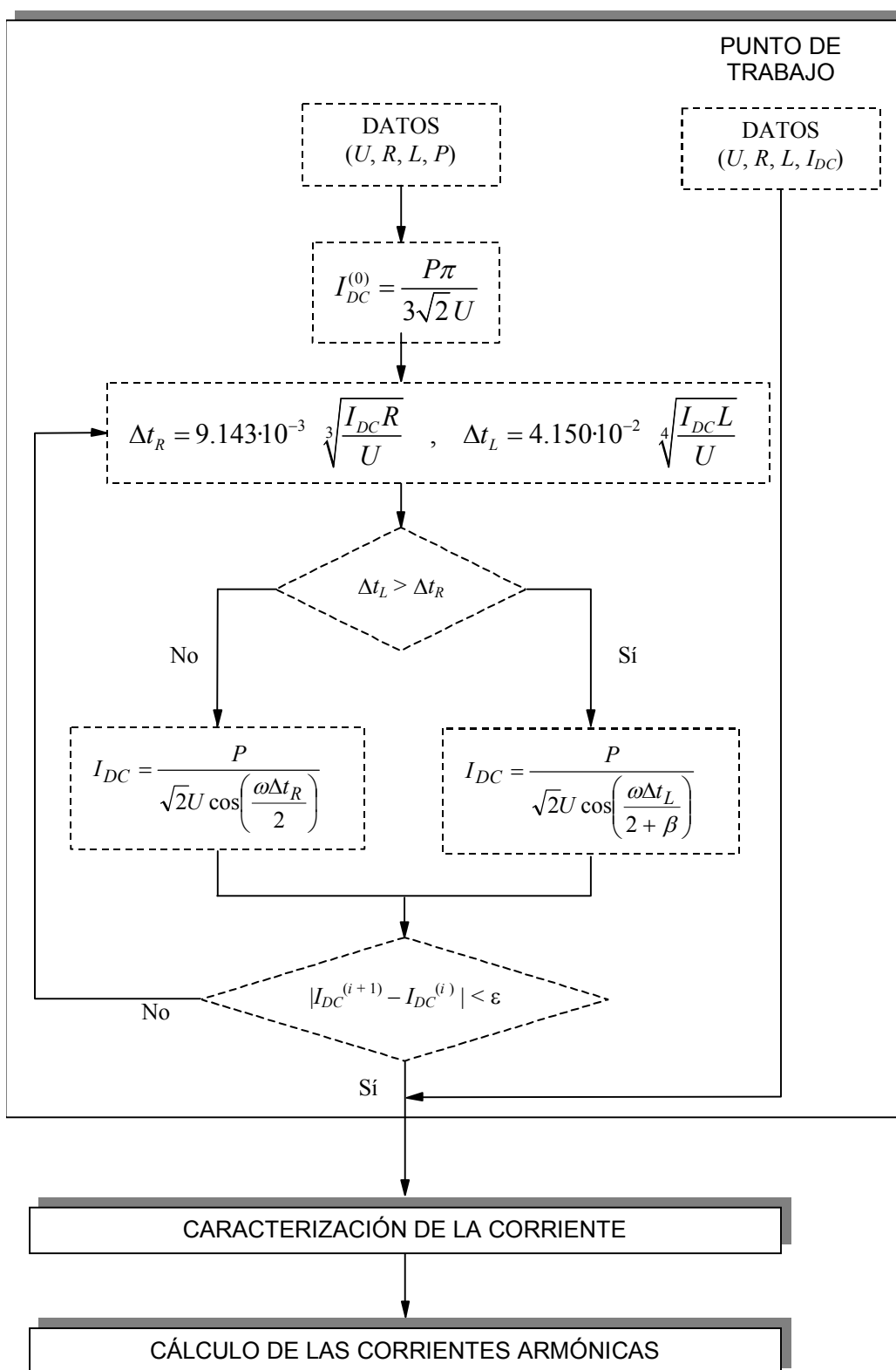


Figura 3.29. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Detalle de la determinación del punto de trabajo del rectificador trifásico

El valor máximo de la corriente de alterna y los armónicos de la corriente de línea se calculan de igual manera que en el caso expuesto en el apartado anterior, (3.50) y (3.52).

La caracterización del comportamiento del rectificador a partir del dato de su potencia consumida, (3.54), conduce en este caso a plantear un problema de tipo no lineal. Para su resolución se propone el algoritmo mostrado en la Figura 3.29. En dicho algoritmo, la corriente continua consumida por la carga se calcula a partir de la potencia consumida mediante un procedimiento iterativo. El valor inicial de la corriente de continua,  $I_{DC}^{(0)}$ , corresponde a considerar el rectificador ideal sin impedancia en el lado de alterna. Una vez alcanzada la solución en este estadio, las corrientes armónicas inyectadas al sistema por la carga no lineal,  $I_{Th}$ , se determinan como en el caso del algoritmo recogido en la Figura 3.28.

### **3.2.3 Validación del modelo propuesto**

#### **3.2.3.1 Caracterización por la corriente consumida**

Con el objetivo de validar el modelo propuesto para la fuente de alimentación trifásica, se comparan gráficamente los resultados que se obtienen con su aplicación (Figura 3.28) con los que se obtendrían si se aplicara un modelo exacto<sup>2</sup> de la fuente. A tal efecto, se define la relación entre el valor de la inductancia y el valor de la resistencia de la impedancia del lado de alterna,

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad (3.55)$$

de modo que el módulo de la impedancia  $\underline{Z}$  se puede expresar ahora como

$$Z = R\sqrt{1+Q^2} \quad ; \quad Z = \frac{\omega L}{Q}\sqrt{1+Q^2} \quad (3.56)$$

y las expresiones correspondientes al ancho de pulso (3.49) se describen como

---

<sup>2</sup> El desarrollo del modelo exacto que caracteriza el comportamiento de la fuente de alimentación trifásica se encuentra recogido en el apéndice (apartado A.2).



$$\Delta t_R = 9.143 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{I_{DC} Z}{U \sqrt{1+Q^2}}} ; \quad \Delta t_L = 4.150 \cdot 10^{-2} \sqrt[4]{\frac{I_{DC} Z Q}{U \omega \sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.57)$$

Nótese que en ambas expresiones aparece la magnitud  $(Z/U)$ , relacionada con la corriente de cortocircuito de la red según la expresión  $I_{SC} = U/(\sqrt{3}Z)$ , de modo que las expresiones (3.57) resultan

$$\Delta t_R = 9.143 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{I_{DC}}{I_{SC} \sqrt{3} \sqrt{1+Q^2}}} ; \quad \Delta t_L = 4.150 \cdot 10^{-2} \sqrt[4]{\frac{I_{DC} Q}{I_{SC} \sqrt{3} \omega \sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.58)$$

Finalmente, si tomamos  $i_{DC}$  como la relación entre la corriente continua consumida por la carga alimentada y la corriente de cortocircuito de la red,

$$i_{DC} = \frac{I_{DC}}{I_{SC}} = \frac{I_{DC}}{\frac{U}{\sqrt{3}Z}} \quad (3.59)$$

las expresiones (3.58) son escritas como

$$\Delta t_R = 7.613 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{i_{DC}}{\sqrt{1+Q^2}}} ; \quad \Delta t_L = 8.593 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{\frac{i_{DC} Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \quad (3.60)$$

Utilizando los mismos parámetros  $Q$  e  $i_{DC}$  en las expresiones del valor máximo de la corriente de línea (3.50), se obtienen las siguientes relaciones:

$$\frac{I_{mR}}{I_{SC}} = 0.876 \sqrt[3]{i_{DC}^2 \sqrt{1+Q^2}} ; \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} = 0.655 \sqrt[4]{\frac{i_{DC}^3 \sqrt{1+Q^2}}{Q}} \quad (3.61)$$

y las expresiones correspondientes al parámetro  $b$ ,

$$b_R = 0.598 \sqrt[3]{\frac{i_{DC}}{\sqrt{1+Q^2}}} ; \quad b_L = 0.741 \sqrt[4]{\frac{i_{DC} Q}{\sqrt{1+Q^2}}} . \quad (3.62)$$

De la observación de las expresiones anteriores se desprende que el comportamiento del rectificador, ancho del pulso de corriente y su valor máximo, queda completamente caracterizado con las variables  $i_{DC}$  y  $Q$ . En el modelo propuesto, las componentes

armónicas de la corriente se calculan a partir de los valores del ancho y valor máximo del pulso de la corriente, lo que se traduce también en una dependencia final de las variables anteriores. Así, las variables  $i_{DC}$  y  $Q$  serán las que se utilicen para presentar la validación gráfica del modelo propuesto.

El modelo propuesto se validó a partir de su comparación con el modelo exacto del dispositivo, para el rango de valores de la variable  $i_{DC}$  comprendido entre el 0% y el 1.4% y para dos valores de la variable  $Q$ , 0.1 y 2.0.

El límite superior de la variable  $i_{DC}$  viene fijado por la condición de conducción discontinua; así, dicha condición lleva a que el ancho del pulso de la corriente no pueda exceder un sexto del periodo, es decir,  $\Delta t < T/6 = 3.33$  ms a 50 Hz, por ser el momento en el que los dos pulsos de intensidad se solaparían [26, 27]. Imponiendo esta condición en la expresión 3.49 para el caso inductivo se obtiene un resultado de  $i_{DC} = 1.68\%$ .

Los límites de la variable  $Q$  se han adoptado por similitud con el estudio del rectificador monofásico aunque es conocido que los rectificadores trifásicos suelen presentar un valor elevado,  $Q \approx 5$  [27], y por tanto el estudio para  $Q$  reducidos no tendría tanta utilidad como en el caso monofásico.

Respecto al modelo exacto utilizado, se considera la presencia de un condensador caracterizado con el parámetro,

$$B_C = \frac{\omega \cdot CU}{I_{DC}} \quad (3.63)$$

Este parámetro permite ir adecuando el valor del condensador al valor de la fuente de corriente que modeliza la carga (manteniendo la alimentación constante) de modo que el rizado de la tensión se mantenga aproximadamente constante.

Los valores del rizado de la tensión de continua que se analizaron fueron del 2.5% y 10%, que conducen a considerar unos valores de  $B_C$  aproximadamente iguales a 15 y 5, respectivamente. En el caso del modelo propuesto, la consideración de que la tensión de continua no tiene rizado, se traduce en considerar un valor de  $B_C$  igual a infinito.

La Figura 3.30 recoge los resultados obtenidos para los dos casos comentados, exacto y aproximado, para las variables que caracterizan la corriente consumida por la fuente de alimentación: su ancho del pulso, su valor máximo (expresado en base a la corriente de cortocircuito) y sus componentes armónicos (expresados en base a la corriente fundamental consumida). Finalmente, de los dos estudios exactos que se realizaron, 2.5% y 10% de rizado, se muestra en los gráficos el más extremo (10% de rizado, es decir,  $B_C$  igual a 5).

De la observación de los gráficos, se desprenden conclusiones similares a las presentadas para el rectificador monofásico, es decir,

- Los gráficos anteriores, y en general su determinación a partir de las variables  $Q$  e  $i_{DC}$ , se revelan como una forma sencilla, cómoda y muy útil de caracterizar una fuente de alimentación trifásica a partir de sus parámetros, o como herramienta de diseño, en el sentido de poder determinar parámetros de la carga que permitan cumplir unos requisitos mínimos en relación con la contaminación armónica que el dispositivo va a producir en el sistema.
- El error del modelo aproximado propuesto en este capítulo es aceptable en un amplio rango de valores de impedancia de entrada. Solamente el error cometido en el cálculo del valor máximo de la corriente, para pequeños valores de  $Q$  (impedancias puramente resistivas) y elevados valores de  $i_{DC}$  (elevado consumo del rectificador) se podría considerar como no aceptable.
- Cuanto mayor es el valor de  $i_{DC}$ , mayor es el ancho del pulso de corriente y el valor máximo de la misma. Analíticamente, esto se refleja en las expresiones (3.50) y (3.51), respectivamente.
- Tal como se ha comentado, los rectificadores para potencias elevadas suelen presentar un valor de  $Q \approx 5$  [27], por lo que las corrientes armónicas, Figura 3.30c, se han obtenido considerando un valor de  $Q$  superior a 2.0. Según se ve en esa figura y como era de esperar, cuanto más estrecho es el pulso de corriente, mayor es su contenido armónico.

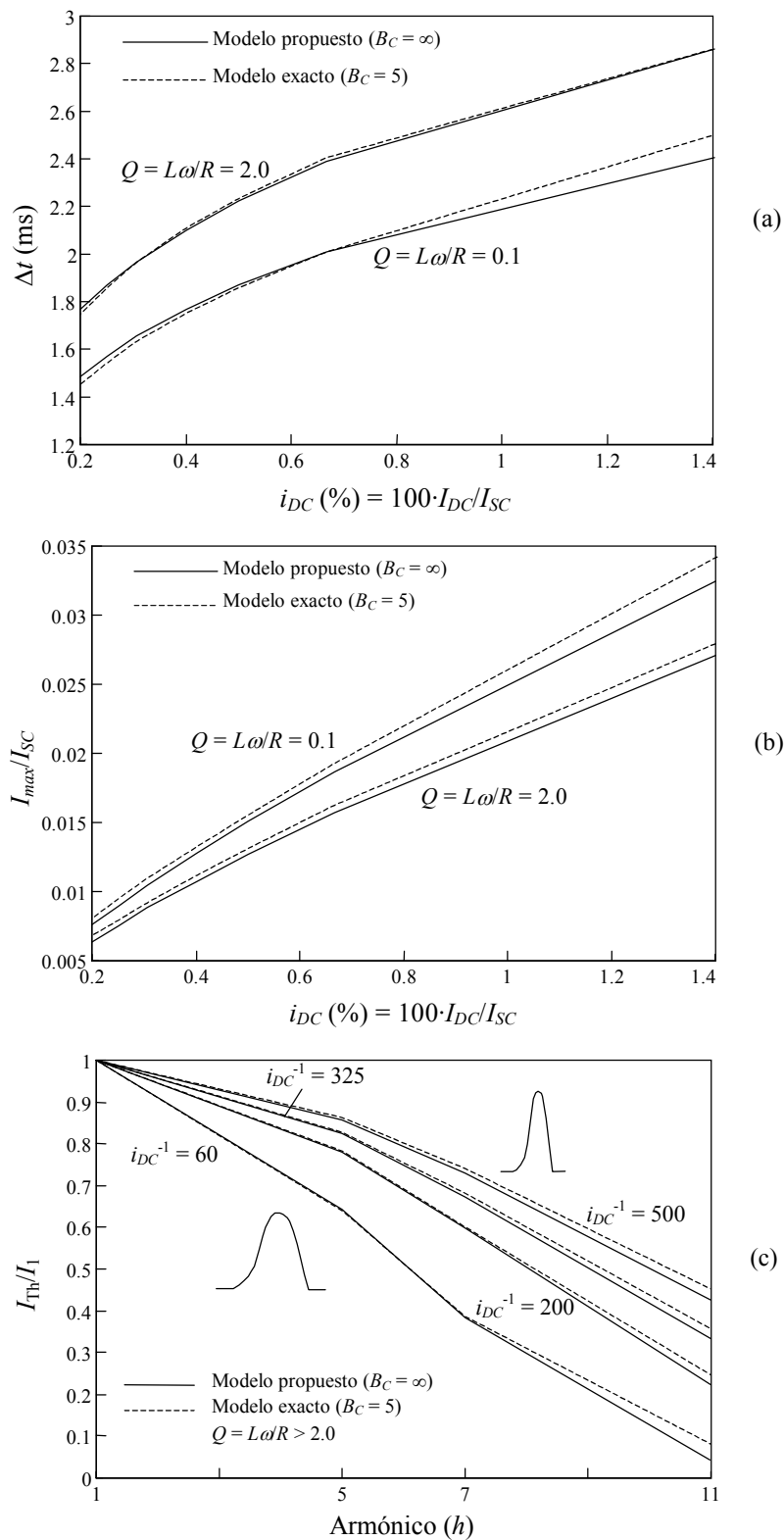


Figura 3.30. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la corriente consumida: a) ancho del pulso de corriente en función de  $i_{DC}$  para dos valores de  $Q$ ; b) valor máximo de corriente en función de  $i_{DC}$  para dos valores de  $Q$ ; c) armónicos de corriente para diferentes valores de  $i_{DC}$  y  $Q > 2.0$

Además, de la Figura 3.30c se pueden extraer las siguientes conclusiones respecto a la emisión de corrientes armónicas por parte del rectificador trifásico en conducción discontinua:

- Los rangos habituales de emisión de armónicos son: 60% ...  $i_5$  ... 90%; 30% ...  $i_7$  ... 75%; 10% ...  $i_{11}$  ... 45%.
- Es clara la dominancia del quinto armónico (dominio del armónico de menor orden) y únicamente para valores de la reactancia de entrada reducidos (ratios  $i_{DC}$  reducidos) el séptimo armónico alcanza magnitudes comparables a las del quinto armónico.
- Valores elevados de la inductancia del lado de alterna reducen la cantidad de armónicos bajos emitidos. Estas inductancias se obtienen bien por la impedancia del transformador que alimenta el rectificador, o bien intercalando inductancias de “choke” entre la alimentación y el rectificador.
- Respecto a la ley ideal  $I_h/I_1 = 1/h$ , ésta es inalcanzable el 20% del quinto armónico pero con inductancias de entrada suficientemente grandes se puede alcanzar la ley  $1/h$  para armónicos altos, por ejemplo, el 9% del undécimo armónico. Cuando el rectificador pasa a trabajar en conducción continua la emisión de armónicos se reduce pudiendo alcanzar la ley  $1/h$  para cualquier armónico [26, 27].

Para valores usuales de la impedancia del lado de alterna  $Q > 0.5$  sólo es necesario considerar las expresiones (3.60), (3.61) y (3.62) del caso inductivo. Por otro lado, estas expresiones se pueden simplificar para valores de  $Q$  suficientemente elevados como sigue:

$$\Delta t_L \cong 8.593 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{i_{DC}} \quad , \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} \cong 0.655 \sqrt[4]{i_{DC}^3} \quad , \quad b_L \cong 0.741 \sqrt[4]{i_{DC}} \quad (3.64)$$

de forma que no dependen del valor de  $Q$ . Por este motivo, en la Figura 3.30c, las curvas obtenidas no dependen de  $Q$ , ya que se han obtenido para valores de  $Q$  mayores que 2.0. Esto se ha realizado así porque es habitual considerar únicamente la reactancia de entrada debido al elevado valor del ratio  $Q$  que presentan estos sistemas [27].

### 3.2.3.2 Caracterización por la potencia consumida

Para validar el modelo propuesto caracterizado por la potencia consumida en el lado de continua, de manera análoga al modelo de la corriente de continua, se utiliza la variable normalizada  $Q$  definida en el apartado anterior, y una segunda variable análoga a  $i_{DC}$  que reflejará el dato relativo a la potencia consumida por la carga conectada a la fuente. Esta variable consiste en la relación entre esta potencia y la potencia de cortocircuito de la red,  $\sqrt{3}UI_{SC}$ , dividida por  $\sqrt{3}$ .

$$p = \frac{P}{U \cdot I_{SC}} \quad (3.65)$$

De este modo, a partir de la utilización de las variables normalizadas  $Q$  y  $p$ , las expresiones analíticas obtenidas previamente (3.60), (3.61) y (3.62) se pueden reescribir de la siguiente forma:

- Ancho del pulso de corriente:

$$\begin{aligned} \Delta t_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{\omega\Delta t_R}{2}\right)} &= 6.782 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{p}{\sqrt{1+Q^2}}} \\ \Delta t_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\omega\Delta t_L}{2.839}\right)} &= 7.880 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{p \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \end{aligned} \quad (3.66)$$

- Valor máximo de la corriente de entrada:

$$\frac{I_{mR}}{I_{SC}} = 0.695 \sqrt[3]{p^2 \frac{\sqrt{1+Q^2}}{\cos^2 \alpha_R}}, \quad \frac{I_{mL}}{I_{SC}} = 0.505 \sqrt[4]{p^3 \frac{\sqrt{1+Q^2}}{Q \cos^3 \alpha_L}} \quad (3.67)$$

- Valor del parámetro  $b$ :

$$\begin{aligned} b_R \sqrt[3]{\cos\left(\frac{b_R}{0.5}\right)} &= 0.5328 \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{\sqrt{1+Q^2}}} \\ b_L \sqrt[4]{\cos\left(\frac{b_L}{0.7798}\right)} &= 0.6795 \sqrt[4]{p \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}} \end{aligned} \quad (3.68)$$

El valor de los componentes armónicos de la corriente de alterna se obtendrían a partir de (3.52) utilizando la solución de las expresiones anteriores.

De la observación de las expresiones anteriores se desprende que el comportamiento del rectificador, de forma análoga a lo que sucedía en el punto anterior, depende únicamente de las variables  $p$  y  $Q$ . De igual forma, esta dependencia se puede extender al cálculo de los armónicos. Así las variables  $p$  y  $Q$  serán, en este caso, las que se utilizan para presentar la validación gráfica del modelo propuesto.

Siguiendo el criterio adoptado en el punto anterior, se decidió validar el modelo para el rango de valores de la variable  $p$  comprendido entre el 0% y el 1.6% y para dos valores de la variable  $Q$ , 0.1 y 2.0. Para la variable  $B_C$  se adopta el valor correspondiente al rizado del 10%,  $B_C$  igual a 5.

La Figura 3.31 recoge los resultados obtenidos por los dos métodos, exacto y aproximado, para las variables indicadas en (3.66), (3.67) y (3.68).

Las conclusiones que se desprenden de la observación de los resultados mostrados en los gráficos son las mismas que en el apartado anterior. Esto es de esperar, puesto que las expresiones correspondientes a este apartado se derivan de las del primero. Así:

- Los gráficos anteriores, y en general su determinación a partir de las variables  $Q$  e  $i_{DC}$ , se revelan como una forma sencilla, cómoda y muy útil de caracterizar una fuente de alimentación trifásica a partir de sus parámetros, o como herramienta de diseño, en el sentido de poder determinar parámetros de la carga que permitan cumplir unos requisitos mínimos en relación con la contaminación armónica que el dispositivo va a producir en el sistema.
- El error del modelo aproximado sólo se puede considerar como inaceptable para pequeños valores de  $Q$  (impedancias puramente resistivas) y elevados valores de  $p$  (elevado consumo del rectificador).

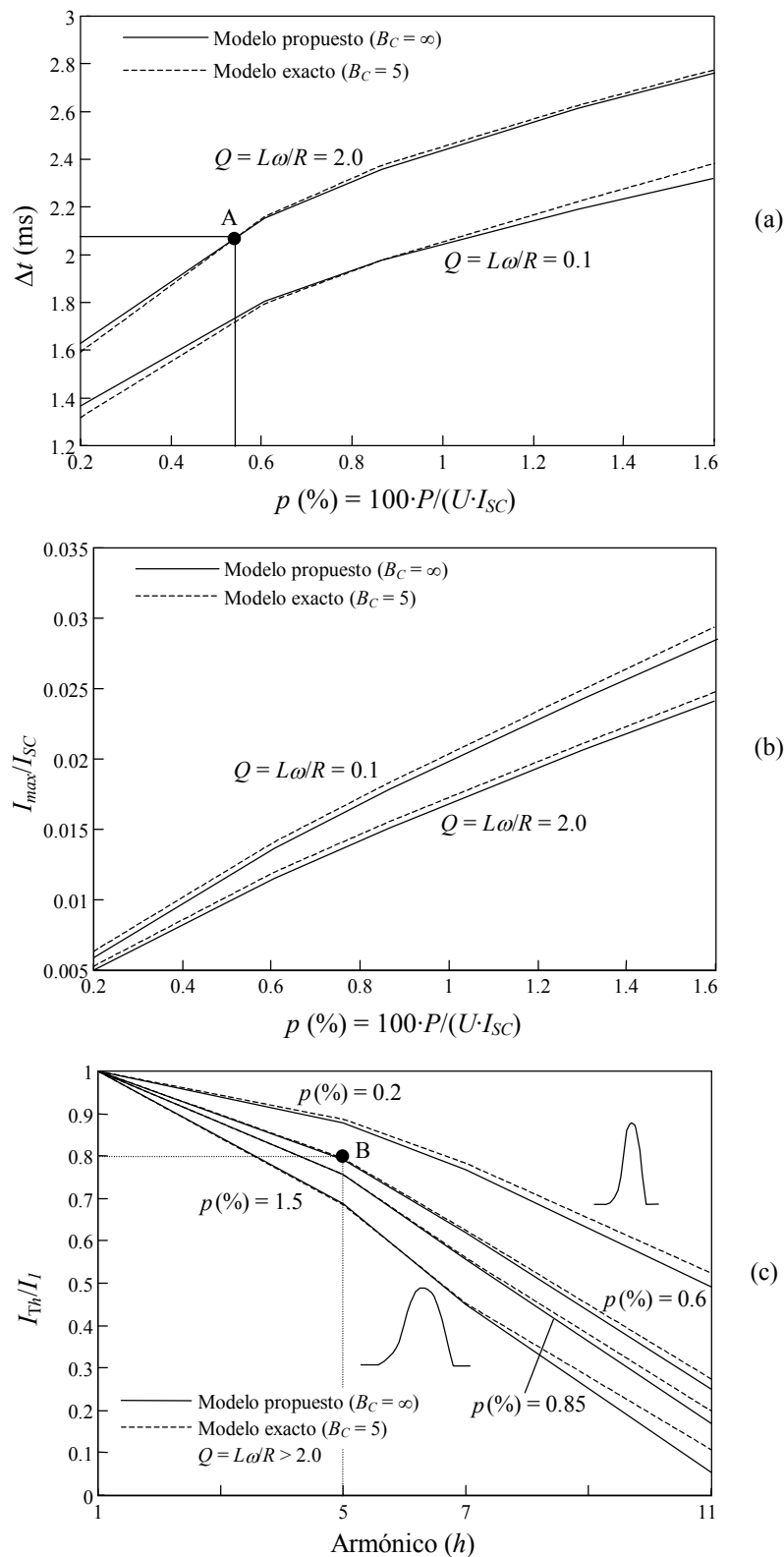


Figura 3.31. Caracterización de la corriente de línea del lado de alterna a partir de la potencia consumida: a) ancho del pulso de corriente en función de  $p$ , para dos valores de  $Q$ ; b) valor máximo de corriente en función de  $p$ , para dos valores de  $Q$ ; c) armónicos de corriente para diferentes valores de  $p$  y  $Q > 2.0$



- Cuanto mayor es el valor de  $p$ , mayor es el ancho del pulso de corriente y el valor máximo de la misma. Analíticamente, esto se refleja en las expresiones (3.66) y (3.67), respectivamente.
- De forma idéntica al apartado anterior, las corrientes armónicas, Figura 3.31c, se han obtenido considerando un valor de  $Q > 2.0$ . Como es de esperar, cuanto más ancho es el pulso de corriente, menor es su contenido armónico, es decir, un aumento del consumo del rectificador reduce la emisión de armónicos respecto a la corriente fundamental.

### 3.2.4 Aplicaciones del modelo propuesto

Con el propósito de ilustrar la aplicación del modelo propuesto para la fuente de alimentación trifásica, se presentan dos ejemplos aplicados al sistema mostrado en la Figura 3.25.

#### 3.2.4.1 Ejemplo 1: Caracterización de la corriente consumida

El presente ejemplo hace referencia al estudio y caracterización de la corriente consumida por el sistema a partir de los datos del mismo. En el ejemplo considerado, los datos del circuito de la Figura 3.25 son los siguientes:  $U = 400 \text{ V}$  ( $f = 50 \text{ Hz}$ ),  $Z = 0.1 \Omega$  ( $Q = 2$ ),  $P = 5 \text{ kW}$ .

A partir del algoritmo mostrado en la Figura 3.29,

1. Se inicializa el valor de la corriente en el lado de continua,  $I_{DC}^{(0)} = 9.256 \text{ A}$ .
2. Se calculan los anchos de pulso de corriente suponiendo que el circuito es puramente resistivo e inductivo, obteniéndose,  $\Delta t_R = 0.924 \text{ ms}$  y  $\Delta t_L = 2.102 \text{ ms}$ , respectivamente.
3. Se actualiza el valor de la corriente de continua, según el criterio  $\Delta t = \text{Máx}\{\Delta t_R, \Delta t_L\}$ , resultando  $I_{DC} = 9.083 \text{ A}$ .

En este punto, el proceso se repite a partir del paso 2 hasta que se alcanza su convergencia, esto es, la diferencia entre los dos últimos valores de  $I_{DC}$  calculados difiere en una cantidad menor a una tolerancia  $\varepsilon$  fijada. En el presente ejemplo, después de tres iteraciones, la solución a la que se llega es  $I_{DC} = 9.081$  A y  $\Delta t = 2.092$  ms. Una vez obtenido el ancho del pulso, se pueden obtener el valor máximo de la corriente (3.50) y sus componentes armónicos (3.52).

La caracterización de la corriente también se podría realizar gráficamente a partir la Figura 3.31a. Para ello se calcula el valor de la variable normalizada  $p$ ,  $p = 100 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.1 \cdot 5000 / 400^2 = 0.540\%$ , y se accede al gráfico correspondiente al valor de  $Q = 2$ , resultando el punto A marcado en la Figura, el cual indica la solución para el ancho de pulso correspondiente. De forma análoga, de los gráficos mostrados en las Figuras 3.31b y 3.31c se obtienen el resto de valores que caracterizan la corriente que consume el sistema.

#### **3.2.4.2 Ejemplo 2: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia del lado de alterna**

En este segundo ejemplo, el problema que se resuelve consiste en calcular la impedancia que debería tener el sistema para obtener un determinado contenido de armónicos. Los datos del sistema son los siguientes:  $U = 415$  V ( $f = 50$  Hz) y  $P = 1$  kW. Se debe calcular la impedancia  $Z$  necesaria (tomando como hipótesis que  $Q = 2$ ) para limitar el quinto armónico según  $I_{T5}/I_{T1} = 0.8$ .

En este caso, la resolución se realiza gráficamente tal y como se detalla a continuación:

1. El valor de  $p$  correspondiente a  $I_{T5}/I_{T1} = 0.8$  se obtiene a partir de la Figura 3.31c. Como se muestra en ella, el punto B corresponde al caso estudiado, obteniéndose un valor de  $p$  aproximadamente igual al 0.6%.
2. El valor de la impedancia del lado de alterna se obtiene a partir de la definición del ratio de potencia  $p$ ,  $Z = 0.6 \cdot 415^2 / (100 \cdot \sqrt{3} \cdot 1000) = 0.569 \Omega$ .

### 3.2.5 Consideraciones sobre los límites de emisión de armónicos

Los equipos trifásicos equilibrados, entre los que estarían las fuentes de alimentación trifásicas, cuyo consumo sea inferior a 16 A se consideran como equipos de Clase A en la Norma Internacional CEI 1000-3-2 [74]. Según la norma, los armónicos de la corriente de entrada no deberán exceder los valores absolutos dados en la Tabla 3.2.

Orden del armónico, $h$	Corriente armónica máxima admisible (A)
5	1.14
7	0.77
11	0.33
13	0.21
$17 \leq h \leq 37$	$0.15 \cdot 15/h$

Tabla 3.2. Límites armónicos para equipos de Clase A

En dicha tabla sólo se han considerado los armónicos impares  $h = 6n \pm 1$  con  $n = 1, 2, \dots$  que son los emitidos por el rectificador en condiciones equilibradas.

Los equipos trifásicos, entre los que estarían las fuentes de alimentación trifásicas, de tensión nominal máxima igual a 600 V, y cuyo consumo sea superior a 16 A son tratados en la Norma Internacional CEI 1000-3-4 [75]. En la norma los equipos se clasifican en tres estadios:

- Estadio 1: Equipos con conexiones usuales cuyo ratio  $S_{SC}/S_{EQ} \geq 33$ . Según la norma, los armónicos de la corriente de entrada no deberán exceder las relaciones  $I_h/I_1$  dadas en la Tabla 3.3. Estos límites suelen imponer serias restricciones de funcionamiento para muchos equipos.
- Estadio 2: Equipos que no cumplan los límites del estadio anterior cuyo ratio  $S_{SC}/S_{EQ} > 33$ . Así, para estos equipos se aceptan valores de  $I_h/I_1$  mayores

(condiciones de funcionamiento más relajadas) en función del ratio  $I_{SC}/I_{EQ}$  según se muestra en la Tabla 3.4.

- Estadio 3: Equipos que no cumplan las condiciones de los dos estadios anteriores o cuya corriente de línea supere los 75 A. Para estos equipos se analizan y estudian límites particulares según las circunstancias.

Orden del armónico, $h$	Corriente armónica máxima admisible, $i_h (\%) = 100 \cdot I_h / I_1$
5	10.7
7	7.2
11	3.1
13	2
17	1.2
19	1.1

Tabla 3.3. Límites armónicos para equipos de corriente superior a 16 A (Estadio 1).

Mínima relación $S_{SC}/S_{EQ}$	Corriente armónica máxima admisible, $i_h (\%) = 100 \cdot I_h / I_1$			
	$i_5$	$i_7$	$i_{11}$	$i_{13}$
66	14	11	10	8
120	16	12	11	8
175	20	14	12	8
250	30	18	13	8
350	40	25	15	10
450	50	35	20	15
600	60	40	25	18

Tabla 3.4. Límites armónicos para equipos de corriente superior a 16 A (Estadio 2)

La variable  $S_{SC}$  es la potencia de cortocircuito de la red y  $S_{EQ}$  es la potencia aparente del equipo a estudio, siendo  $S_{SC} = \sqrt{3}UI_{SC}$  y  $S_{EQ} = \sqrt{3}UI_{EQ}$ , respectivamente.

Como ya se comentó, en la práctica aunque las líneas de baja tensión sean prácticamente resistivas, la impedancia del conjunto transformador-línea es usual que tenga un elevado componente inductivo debido a la presencia del transformador, de modo que en este apartado asumiremos la hipótesis de impedancias puramente inductivas. La simplicidad de las expresiones del modelo presentado en este capítulo permite obtener de forma sencilla la relación entre el límite de contaminación armónica para fuentes de alimentación y la reactancia del conjunto,  $X$ , para unas determinadas condiciones de servicio para unas determinadas condiciones de servicio y consumo de potencia,  $U$  y  $P$ .

En el presente análisis se deben considerar los siguientes aspectos:

- La norma limita las corrientes armónicas máximas admisibles por lo que los resultados obtenidos con el modelo desarrollado serán directamente aplicables al estudio de su cumplimiento.
- El armónico más restrictivo corresponde al quinto y por tanto será su límite el que decida todo el análisis.
- Debido a que el rectificador es no controlado, el factor de potencia del mismo se mantiene siempre próximo a la unidad [27] por lo que la potencia aparente del dispositivo con la que trabaja la norma correspondería aproximadamente a la potencia activa que el modelo adopta como dato, es decir,  $P \approx S_{EQ} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1$ .
- Analizando la Figura 3.30c o 3.31c se observa la dificultad de que la emisión de armónicos de estos dispositivos esté bajo los límites que las normas indican. En la práctica, por una parte el funcionamiento del rectificador en conducción continua puede reducir la emisión del quinto armónico hasta el 25%, o por otra, los rectificadores con un puente de tiristores lo pueden reducir hasta el 17% [27].

### **3.2.5.1 Ejemplo 1: Diseño del sistema: cálculo de la impedancia**

Conocidas las condiciones de operación y carga del sistema,  $U = 415$  V y  $P = 1$  kW, se requiere la determinación de la inductancia de entrada para cumplir lo especificado por la norma. El procedimiento a seguir sería,

1. Determinación de la corriente consumida por el dispositivo,  $I_1 \approx 1000/(\sqrt{3} \cdot 415) = 1.39$  A < 16 A, por lo que se seguirán las indicaciones de la Norma CEI 1000-3-2 para equipos de Clase A.
2. Según la norma,  $I_5 < 1.14$  A por lo que  $I_5/I_1 < 0.819$ . Por ello se toma el límite  $I_5/I_1 = 0.8$  para asegurar que la emisión de armónicos cumpla lo especificado.
3. A partir de este punto, la determinación de la inductancia se realizaría como en el ejemplo 2 de aplicaciones del modelo propuesto.

### **3.2.5.2 Ejemplo 2: Cumplimiento de la normativa**

Conocidas las condiciones de operación y carga del sistema,  $U = 400$  V y  $P = 12$  kW, así como la reactancia del mismo,  $X = 0.19$   $\Omega$ , se desea averiguar su situación desde el punto de vista de la emisión de armónicos que produce. El procedimiento a seguir sería:

1. Determinación de la corriente consumida por el dispositivo,  $I_1 \approx 12000/(\sqrt{3} \cdot 400) = 17.32$  A > 16 A, por lo que se seguirán las indicaciones de la Norma CEI 1000-3-4.
2. Siguiendo los pasos expuestos en el ejemplo 1 de aplicaciones del modelo propuesto, se determinaría el punto de funcionamiento del dispositivo y las corrientes armónicas que emite, en concreto  $I_5$ .
3. Si  $100 \cdot I_5/I_1 < 10.7\%$ , cumpliría la norma del estadio 1. En caso contrario, se debe calcular el ratio  $S_{SC}/S_{EQ} \approx (400^2/0.19) \cdot (1/12000) = 70.17$  que fija el límite  $I_5/I_1$  para el estadio 2,  $100 \cdot I_5/I_1 = 14\%$ .

## **Capítulo 4**

# **Formulación del flujo armónico de cargas**

La aportación de este capítulo supone una completa recopilación, revisión y ordenación de los múltiples enfoques de la formulación del flujo armónico de cargas, en condiciones equilibradas y desequilibradas, que han ido apareciendo histórica y de forma relativamente desordenada en la bibliografía. El estudio pretende clasificar las numerosas formas de tratar el problema armónico en el dominio de la frecuencia y es complementado con el balance, en condiciones equilibradas, de los datos, incógnitas y ecuaciones planteadas en cada formulación existente [46, 47]. Asimismo, para finalizar el capítulo se analizan, a partir de dos ejemplos, las dos hipótesis más importantes en el enfoque del problema armónico,

- la influencia de la interacción armónica en el comportamiento de los dispositivos no lineales.
- la consideración de la potencia sólo con su componente fundamental

y cómo pueden influir en el planteamiento y en los resultados finales del estudio.

## **4.1 Introducción**

En los estudios de los sistemas eléctricos de potencia (EPS, *Electric Power Systems*) es necesaria, para un estado de carga dado, la determinación de las tensiones fundamentales de la red en régimen permanente. Esta determinación, en general se realiza mediante la resolución del flujo de cargas convencional.

En el transcurso de los últimos años, ha existido un creciente interés en la obtención, en régimen permanente, de las tensiones de red a las frecuencias fundamental y armónicas debido al incremento del número de dispositivos no lineales en los sistemas eléctricos de potencia, lo que ha conducido a la modificación del flujo de cargas convencional para contemplar además del cálculo de las tensiones fundamentales el de las armónicas y el comportamiento de los dispositivos no lineales presentes en la red. Este nuevo enfoque del problema se denomina genéricamente flujo armónico de cargas.

Por otro lado, en un sistema eléctrico de potencia, las tensiones trifásicas en los nudos de la red se espera que sean simétricas de forma que el estudio habitual de la distorsión armónica del sistema se realiza mediante el flujo armónico de cargas en condiciones equilibradas. Sin embargo, ciertas asimetrías originadas por la no transposición de las líneas de transmisión, cargas trifásicas desiguales, cargas monofásicas elevadas, etc. pueden producir cierto grado de distorsión en la simetría de las tensiones de línea. Esto, unido al hecho de que, en sistemas desequilibrados, la generación y propagación de armónicos es un poco más compleja, ya que, por ejemplo, se pueden producir armónicos



no característicos en el sistema, lleva a que un estudio del flujo de cargas armónico más preciso deba considerar las condiciones de desequilibrio de la red.

Todas estas formulaciones del flujo armónico de cargas en condiciones equilibradas y desequilibradas existentes en la bibliografía se presentarán a continuación en detalle. La recopilación se complementará con un preciso balance, en condiciones equilibradas, de los datos, incógnitas y ecuaciones de cada formulación.

## 4.2 Flujo de cargas convencional

El cálculo de las tensiones de un sistema eléctrico de potencia en régimen permanente y a la frecuencia fundamental a partir de unas condiciones de generación y carga dadas es esencial para determinar las condiciones de operación del sistema. La metodología empleada en este análisis se conoce como flujo de cargas convencional (CLF, *Conventional Load Flow*).

El flujo de cargas convencional es necesario en la planificación de sistemas de potencia, en las tareas de su control y funcionamiento, etc. Por estos motivos, este método ha sido ampliamente estudiado en la bibliografía [2, 6, 49, 56].

Si suponemos una red de  $c$  nudos, la Tabla 4.1 ilustra los datos y las incógnitas del problema a resolver, las cuales se obtienen planteando un sistema de ecuaciones no lineales a partir de las condiciones de la red, siendo el método de Newton-Raphson (NR) el más

NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$V_i^1$	----	0
2 a $g$	PV	$P_i, U_i$	$V_i^1$	$2 \cdot (g - 1)$
$g + 1$ a $c$	PQ	$P_i, Q_i$	$V_i^1$	$2 \cdot (c - g)$

Tabla 4.1. Datos e incógnitas del flujo de cargas convencional (Slack: Nudo de referencia, PV: Nudos de generadores PV, PQ: Nudos de cargas lineales PQ)

ampliamente utilizado en la bibliografía.

Las condiciones impuestas por los nudos PV son

$$P_i = \text{Re} \left\{ \underline{V}_i^1 \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^1 \underline{V}_j^1 \right)^* \right\}; \quad U_i = V_i^1 \quad (i = 2, \dots, g) \quad (4.1)$$

Las condiciones impuestas por los nudos PQ son

$$\underline{S}_i = \underline{V}_i^1 \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^1 \underline{V}_j^1 \right)^* \quad (i = g + 1, \dots, c) \quad (4.2)$$

donde  $\underline{Y}_{ij}^1$  es el elemento  $ij$  de la matriz de admitancias fundamentales de red,  $\mathbf{Y}_B^1$ .

### **4.3 Flujo armónico de cargas**

La reciente aparición de dispositivos no lineales (NLD, *Non Linear Devices*) en las redes eléctricas de potencia ha provocado la distorsión armónica de las tensiones e intensidades de dichas redes, lo que se conoce como “contaminación armónica”, con los consiguientes efectos negativos sobre el sistema [58, 59].

Este hecho y la cada vez más creciente presencia de cargas no lineales en los sistemas, tanto en número como en potencia consumida, ha obligado a analizar el problema de la calidad en el suministro eléctrico desde el punto de vista que nos ocupa y a replantear el estudio del flujo de cargas para poder determinar las tensiones armónicas [1, 6, 68, 69, 71]. En estas condiciones el CLF no es válido debiendo ser modificado para contemplar el cálculo de

- las tensiones fundamentales de los nudos,
- las tensiones armónicas de los nudos,
- los parámetros que caracterizan el estado de los dispositivos no lineales

a partir de los datos que fijan el funcionamiento de las cargas no lineales y de unas condiciones de demanda y carga dadas.

Si suponemos un sistema con  $n$  nudos, donde hay cargas no lineales, NLD, y consideramos  $h_m$  armónicos, la Tabla 4.2 ilustraría las incógnitas del problema a resolver, donde  $h = 3, 5, \dots$  y  $k = 1, 3, 5, \dots$  son los órdenes de los armónicos, y  $B_i^j$  y  $\beta_i^j$  con  $j = 1, \dots, r$ , son los datos y parámetros de los dispositivos no lineales, respectivamente.

NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$V_1^1$	$V_i^h$	$2 \cdot h_m$
2 a g	PV	$P_i, U_i$	$V_i^k$	$2 \cdot h_m$
g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$V_i^k, Y_i^1$	$2 \cdot (h_m+1) \cdot (c-g) + 2 \cdot (c-g)$
c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots, B_i^r$	$V_i^k, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r$	$2 \cdot (h_m+1) \cdot (n-c) + r \cdot (n-c)$

Tabla 4.2. Datos e incógnitas del flujo armónico de cargas (Slack: Nudo de referencia, PV: Nudos de generadores PV, PQ: Nudos de cargas lineales PQ, NLD: Nudos de cargas no lineales)

Las técnicas para analizar el problema armónico se clasifican en dos grandes tipos: métodos en el dominio del tiempo y métodos en el dominio de la frecuencia. También existen métodos híbridos que trabajan en ambos dominios aprovechando las ventajas propias de cada uno de ellos [53, 67, 72]. En estas metodologías, la parte lineal del sistema se representa en el dominio de la frecuencia y los componentes no lineales en el dominio del tiempo.

Los métodos en el dominio del tiempo, como el EMTP [4], se basan en la resolución, por integración numérica, de las ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento del sistema. Estos métodos son muy útiles en el tratamiento de los dispositivos no lineales pero el esfuerzo de cálculo para alcanzar la solución de régimen permanente puede ser considerable y, además, no permiten definir el problema en términos de consumo de potencia.

Los métodos en el dominio de la frecuencia son una extensión natural del flujo de cargas convencional, donde se incluye el tratamiento de los dispositivos no lineales y de las tensiones armónicas. Estos métodos, denominados genéricamente flujo armónico de cargas (HLF, *Harmonic Load Flow*) son los más extensamente utilizados en la resolución de problemas con armónicos [1, 2, 6].

En principio, y tal como se realiza en el CLF, los métodos en el dominio de la frecuencia requieren el planteamiento de un sistema no lineal de tantas ecuaciones como incógnitas presenta el problema, Tabla 4.2. Esto lleva a tener que programar un sistema de ecuaciones de difícil resolución, debido al gran número de incógnitas a tratar, que puede comportar ciertos inconvenientes como son unos largos tiempos de ejecución en el cálculo de la solución, problemas de convergencia numérica y problemas de capacidad del computador. Es por esta razón que aparecen en la bibliografía múltiples formas de enfocar el problema armónico en el dominio de la frecuencia en una búsqueda de un compromiso entre la simplificación en su tratamiento y la fiabilidad de los resultados finales.

### **4.3.1 Penetración armónica**

La formulación más sencilla presente en la bibliografía es la correspondiente a la penetración armónica (HP, *Harmonic Penetration*), la cual trabaja con las hipótesis de no considerar la interacción armónica entre la red y los dispositivos no lineales, es decir, se considera que las tensiones armónicas no influyen en el comportamiento del dispositivo no lineal [6, 45, 51]. Evidentemente, en esta formulación el hecho de no considerar la interacción red-NLD se hace extensiva a la definición de la potencia. Así, para un nudo  $i$  cualquiera del sistema,  $\underline{S}_i = \underline{V}_i^1 \cdot (\underline{I}_i^1)^*$ , donde  $\underline{V}_i^1$  e  $\underline{I}_i^1$  son la tensión e intensidad fundamental de dicho nudo.

La hipótesis de no interacción permite abordar la modelización de los dispositivos no lineales considerando que su comportamiento sólo depende de las tensiones fundamentales y de sus datos, lo que facilita su incorporación al flujo de cargas convencional, dando lugar al flujo de cargas convencional modificado (CLF<sub>m</sub>, *Modified Conventional Load Flow*).

Una vez se ha caracterizado el estado del sistema, incluidos los dispositivos no lineales presentes en el mismo, las tensiones armónicas pueden ser calculadas mediante el método de los nudos (VN, *Voltage Nodes method*) a partir de la matriz de admitancias que caracteriza el conjunto red-cargas pasivas,  $Y_{Bm}^h$ , y de la inyección de las intensidades armónicas de los dispositivos no lineales. El proceso queda reflejado en la Figura 4.1.

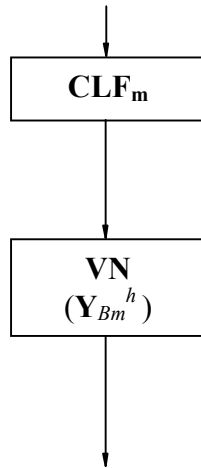


Figura 4.1. Estructura del método de penetración armónica

Los datos e incógnitas del método de Penetración Armónica para un sistema de  $n$  nudos y  $h_m$  armónicos se muestran en la Tabla 4.3,

	NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF <sub>m</sub>	1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2 a g	PV	$P_i, U_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots, B_i^r$	$\underline{V}_i^1, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r$	$(2+r) \cdot (n-c)$
VN	1	SLACK	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2 a g	PV	$X_i$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$\underline{Y}_i^h$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$\underline{I}_i^h$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (n-c)$

Tabla 4.3. Datos e incógnitas de la penetración armónica

donde  $X_1$  y  $X_i$  con  $i = 2, \dots, g$  son las reactancias a la frecuencia fundamental de los generadores de los nudos Slack y PV.

El flujo de cargas convencional modificado se basa en la resolución del sistema de ecuaciones formado por,

- las condiciones impuestas por los nudos PV y PQ (4.1 y 4.2),
- los balances de potencia en los nudos no lineales (4.2), donde  $\underline{S}_i = \underline{V}_i^1 \cdot (\underline{I}_i^1)^*$ , y la corriente fundamental consumida por los dispositivos no lineales se puede expresar mediante una función que depende de la tensión fundamental del nudo de alimentación y los parámetros del dispositivo,

$$\underline{I}_i^1 = \underline{d}_i^1(\underline{V}_i^1, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r) \quad (i = c+1, \dots, n) \quad (4.3)$$

- las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales,

$$\underline{B}_i^j = n \underline{l}^j(\underline{V}_i^1, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r) \quad (i = c+1, \dots, n ; j = 1, \dots, r) \quad (4.4)$$

Resuelto el sistema, las corrientes armónicas inyectadas en la red por los dispositivos no lineales,  $\underline{I}_i^h$ , con  $h = 3, 5, \dots$ , se pueden obtener a partir de funciones del tipo (4.3).

Finalmente, la consideración de la potencia únicamente debida a la componente fundamental, permite calcular las admitancias de las cargas PQ directamente a partir de la solución del flujo de cargas convencional modificado:

$$\underline{Y}_i^1 = \frac{\underline{S}_i^*}{(\underline{V}_i^1)^2} \quad ; \quad \underline{Y}_i^h = \underline{f}_i(\underline{Y}_i^1, h) \quad (i = g+1, \dots, c ; h = 3, 5, \dots) \quad (4.5)$$

donde  $\underline{f}_i$  es una función que depende del modelo de la admitancia armónica de la carga [ 45, 51, 71].

Es importante volver a remarcar que las expresiones (4.3, 4.4 y 4.5) sólo dependen de la tensión fundamental de los nudos debido a la hipótesis de que las tensiones armónicas no influyen en el comportamiento de las cargas no lineales ni en la potencia consumida.

El método VN se basa en la resolución del sistema lineal correspondiente a la expresión matricial  $\mathbf{I}_B^h = \mathbf{Y}_{Bm}^h \cdot \mathbf{U}_B^h$  para las frecuencias armónicas,  $h = 3, 5, \dots$ . Dicho método se completa incorporando las corrientes inyectadas por los dispositivos no lineales al vector de corrientes de nudo  $\mathbf{I}_B^h$ , y las admitancias armónicas de las cargas y los generadores a la matriz de admitancias de red  $\mathbf{Y}_B^h$ . Todo ello calculado a partir de los resultados del CLF<sub>m</sub> y gracias a las hipótesis realizadas y ya comentadas.

Esta formulación permite abordar el problema armónico de una manera tan sencilla como la del flujo de cargas convencional pero el hecho de no considerar la sensibilidad de los dispositivos no lineales frente a las tensiones armónicas se traduce en una sobreestimación de la contaminación armónica en la red [34, 42, 47] y sólo puede ser aplicado cuando la distorsión sea reducida.

Por esta razón, la necesidad de resolver el problema de una manera más precisa ha llevado a considerar la interacción entre la red y los dispositivos no lineales y a desarrollar un nuevo conjunto de formulaciones. Estas metodologías todavía conservan la hipótesis de que la potencia solamente se define a partir de la onda fundamental de la tensión y corriente.

Actualmente, la mayor parte de las formulaciones del flujo armónico de cargas se basan en ambas consideraciones, es decir,

- Interacción armónica: las expresiones (4.3 y 4.4) que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales y las corrientes fundamental y armónicas inyectadas  $k = 1, 3, 5 \dots$ , se deben modificar para que reflejen su dependencia de las tensiones armónicas:

$$B_i^j = nl^j \left( V_i^1, V_i^h, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r \right) \quad (i = c+1, \dots, n; j = 1, \dots, r; h = 3, 5, \dots) \quad (4.6)$$

$$I_i^k = \underline{d}^k \left( V_i^1, V_i^h, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r \right) \quad (i = c+1, \dots, n; h = 3, 5, \dots) \quad (4.7)$$

- Potencia fundamental: las admitancias de las cargas pueden ser calculadas a partir de la expresión (4.5). Esto permite mantener la idea original del método HP, es decir, desacoplar la resolución del flujo de cargas convencional y la determinación de las tensiones armónicas.

### 4.3.2 Penetración armónica iterativa

La penetración armónica iterativa (IHP, *Iterative Harmonic Penetration*) es una modificación del método HP que tiene en cuenta la influencia de los armónicos en el comportamiento de los dispositivos no lineales [1, 2, 54, 57, 64, 65]. Ambos algoritmos, HP e IHP, tienen la misma estructura pero el método VN se complementa con un análisis armónico iterativo (IHA, *Iterative Harmonic Analysis*), donde se considerará la interacción armónica, Figura 4.2.

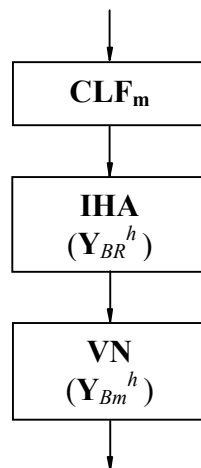


Figura 4.2. Estructura del método de penetración armónica iterativa



Los datos y las incógnitas correspondientes al procedimiento de la penetración armónica iterativa, para un sistema de  $n$  nudos y  $h_m$  armónicos, se recogen en la Tabla 4.4.

	NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCOGNITAS
CLF <sub>m</sub>	1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2 a g	PV	$P_i, U_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots B_i^r$	$\underline{V}_i^1, \beta_i^1, \dots \beta_i^r$	$(2+r) \cdot (n-c)$
IHA	1	SLACK	$X_1$	----	0
	2 a g	PV	$X_i$	----	0
	g+1 a c	PQ	$\underline{Y}_i^h$	----	0
	c+1 a n	NLD	$\underline{V}_i^1, B_i^1, \dots B_i^r$	$\underline{V}_i^h, \beta_i^1, \dots \beta_i^r$	$(2 \cdot h_m + r) \cdot (n-c)$
VN	1	SLACK	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2 a g	PV	$X_i$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$\underline{Y}_i^h$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$\underline{I}_i^h$	----	0

Tabla 4.4. Datos e incógnitas de la penetración armónica iterativa

El flujo de cargas convencional modificado, CLF<sub>m</sub>, es el mismo utilizado en la metodología de la penetración armónica y proporciona las tensiones fundamentales de los nudos de la red y los parámetros de los dispositivos no lineales, sin tener en cuenta la interacción armónica.

En el análisis armónico iterativo, IHA, primero se reduce la red a los nudos no lineales a partir de la solución del CLF<sub>m</sub> para posteriormente determinar la distorsión armónica en dichos nudos y el comportamiento de las cargas no lineales, NLD, bajo la consideración de que las tensiones armónicas influyen en el comportamiento de dichas cargas

Así, una vez obtenida la solución del CLF<sub>m</sub>, los generadores de los nudos PV se sustituyen por sus reactancias, y las cargas correspondientes a los nudos PQ por sus impedancias, (4.5), del mismo modo que en la penetración armónica. La caracterización pasiva del comportamiento armónico de los generadores PV y de las cargas PQ se puede realizar gracias a la hipótesis de potencia fundamental, incorporándose sus admitancias armónicas a la matriz de admitancias de la red  $\mathbf{Y}_B^h$ , para formar la matriz  $\mathbf{Y}_{Bm}^h$ .

Posteriormente, el sistema se reduce a los nudos no lineales, Figura 4.3, mediante la eliminación Gaussiana de la matriz de admitancias modificada correspondiente a la parte lineal de la red, obteniéndose la matriz  $\mathbf{Y}_{BR}^h$ . Este procedimiento permite reducir el estudio a los nudos donde se encuentran conectados los dispositivos no lineales,  $i = c+1, \dots, n$ .

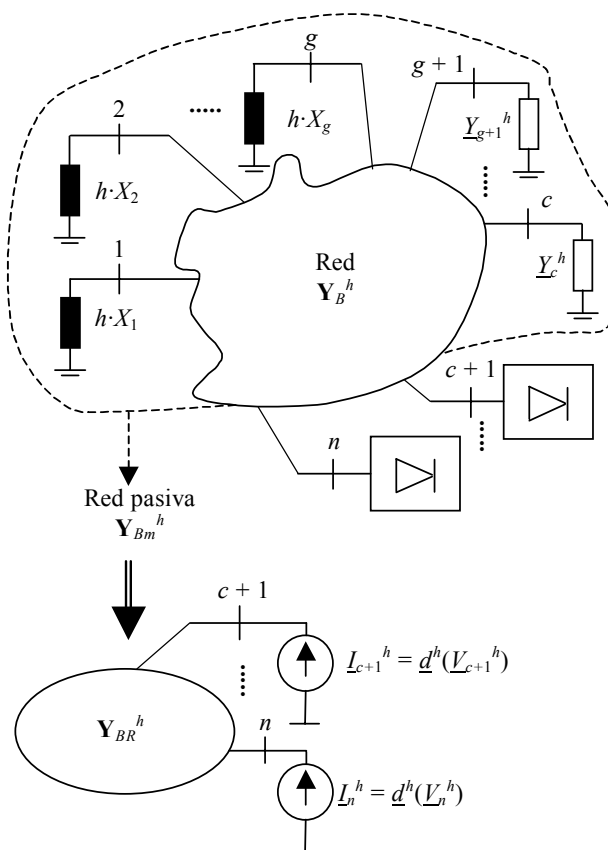


Figura 4.3. Tratamiento del sistema en el IHA

El análisis armónico iterativo obtiene el valor de las incógnitas mediante el algoritmo de Gauss-Seidel (GS). Esto quiere decir que, asumiendo constantes las tensiones fundamentales en cada iteración  $\delta$ , los últimos valores de las tensiones armónicas  $(\underline{V}_i^h)^\delta$  son utilizadas para actualizar el estado de los dispositivos no lineales  $(\beta_i^j)^\delta$  con  $j = 1, \dots, r$ , (6) y las corrientes inyectadas en la red, (4.7), es decir,

$$\left(\underline{I}_i^h\right)^\delta = \underline{d}^k\left(\underline{V}_i^1, \left(\underline{V}_i^h\right)^\delta, \left(\beta_i^j\right)^\delta\right) \equiv \underline{d}^k\left(\left(\underline{V}_i^h\right)^\delta\right) \quad (4.8)$$

Las corrientes calculadas permiten el cálculo de las tensiones armónicas de los nudos no lineales para la siguiente iteración:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_{c+1}^h \\ \dots \\ \underline{V}_n^h \end{bmatrix}^{\delta+1} = \left(\mathbf{Y}_{BR}^h\right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{c+1}^h \\ \dots \\ \underline{I}_n^h \end{bmatrix}^\delta = \left(\mathbf{Y}_{BR}^h\right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{d}^h\left(\underline{V}_{c+1}^h\right) \\ \dots \\ \underline{d}^h\left(\underline{V}_n^h\right) \end{bmatrix}^\delta \quad (4.9)$$

Una vez se ha caracterizado el comportamiento de los dispositivos no lineales y se conocen sus corrientes inyectadas, resolución del IHA, se aplica el método de los nudos para obtener las tensiones armónicas en los nudos lineales  $\mathbf{I}_B^h = \mathbf{Y}_{Bm}^h \cdot \mathbf{U}_B^h$ .

La utilización de una técnica iterativa de punto fijo como el algoritmo de Gauss-Seidel para la resolución del IHA, (4.9), puede presentar problemas de convergencia. Éstos han sido objeto de estudio por diferentes autores que han intentado resolverlos [43, 44]. En este sentido, se obtuvo una mejor convergencia linealizando la interacción entre las partes de alterna y continua de los nudos no lineales. Esta linealización se ha llevado a cabo mediante equivalentes Norton que sustituyen las fuentes de corriente que modelan los dispositivos no lineales [41, 62, 63], y mediante el modelo de parámetros ABCD [48, 50], que modelan de una manera más eficiente la relación entre las variables de alterna y continua de estos dispositivos, permitiendo la obtención de los parámetros,  $\beta_i^1, \dots, \beta_i^r$  por el método de Newton. En esta variante a pesar de todo, tal y como se menciona en [54], la combinación del algoritmo de Gauss (resolución del IHA) con el algoritmo de Newton

(determinación de los parámetros de los dispositivos no lineales) puede seguir dando problemas de convergencia.

De todas formas, la limitación más importante de la penetración armónica iterativa es que las tensiones fundamentales calculadas en el flujo de cargas convencional modificado se consideran constantes durante el desarrollo del análisis armónico iterativo, es decir, su valor será insensible a la distorsión armónica existente.

Por este motivo, y tal como describe Arrillaga en [39, 40], se debe tener en cuenta la interacción entre los dos subproblemas, el flujo de cargas convencional y el análisis armónico iterativo, utilizando técnicas iterativas entre ambas formulaciones.

### **4.3.3 Flujo de cargas armónico simplificado**

El flujo de cargas armónico simplificado (SHLF, *Simplified Harmonic Load Flow*) [60, 73] formula el problema bajo la consideración planteada anteriormente y resuelta por Arrillaga en [39, 40] pero además, y con la idea de mejorar la convergencia del proceso, sustituye la técnica de punto fijo utilizada en el tratamiento del segundo subproblema o IHA por el método de Newton. Este segundo subproblema modificado se conoce como *análisis armónico* (HA, *Harmonic Analysis*). La estructura del algoritmo correspondiente a esta formulación se muestra en la Figura 4.4.

Se observa que esta formulación consta de dos pasos que se ejecutan de forma consecutiva. El primero de ellos consiste en un flujo de cargas convencional típico. En este estadio, los dispositivos no lineales se introducen en el problema como cargas PQ. El segundo paso consiste en el análisis armónico. En él, la red lineal se reduce a los nudos no lineales a partir de la solución del flujo de cargas convencional al igual que en la penetración armónica iterativa, y tanto la contaminación armónica como el comportamiento de los dispositivos no lineales se obtienen considerando su dependencia de las tensiones fundamental y armónicas.

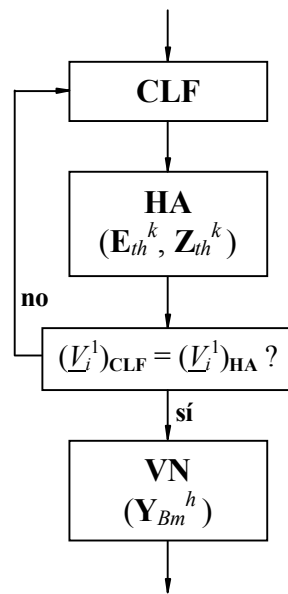


Figura 4.4. Estructura del método del flujo de cargas armónico simplificado

Existen dos importantes diferencias entre el análisis armónico, HA, y el análisis armónico iterativo, IHA:

- Consideración de las tensiones fundamentales: el procedimiento no sólo corrige las tensiones armónicas y los parámetros de las cargas no lineales sino que también lo hace con las tensiones fundamentales. En este caso, la convergencia entre el flujo de cargas convencional y el análisis armónico se comprueba comparando sus respectivas soluciones de las tensiones fundamentales,  $((V_i^1)_{CLF} = (V_i^1)_{HA})$ .
- Utilización del método numérico de Newton-Raphson: las ecuaciones del análisis armónico se resuelven mediante este método, lo que implica un conjunto de ecuaciones más complejo, pero también una mejora en la convergencia del proceso.

Los datos y las incógnitas del flujo de cargas armónico simplificado, para un sistema de  $n$  nudos y  $h_m$  armónicos, se muestra en la Tabla 4.5.

	NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF	1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2 a g	PV	$P_i, U_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$\underline{I}_i^1$	$\underline{V}_i^1$	$2 \cdot (n-c)$
HA	1	SLACK	$X_1, \underline{V}_1^1$	----	0
	2 a g	PV	$X_i, \underline{V}_i^1$	----	0
	g+1 a c	PQ	$\underline{Y}_i^h$	----	0
	c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots, B_i^r$	$\underline{V}_i^k, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r$	$(2 \cdot (h_m+1) + r) \cdot (n-c)$
VN	1	SLACK	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2 a g	PV	$X_i$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (g-1)$
	g+1 a c	PQ	$\underline{Y}_i^h$	$\underline{V}_i^h$	$2 \cdot h_m \cdot (c-g)$
	c+1 a n	NLD	$\underline{I}_i^h$	----	0

Tabla 4.5. Datos e incógnitas del flujo de cargas armónico simplificado

En el flujo de cargas convencional, los dispositivos no lineales se consideran como fuentes de corriente de valor conocido para poder calcular su potencia consumida como  $\underline{S}_i = \underline{V}_i^1 \cdot (\underline{I}_i^1)^*$ . Dichas corrientes fundamentales se determinan a partir de (4.7).

En el análisis armónico, la red lineal se representa por su equivalente Thévenin respecto a los nudos no lineales,

$$\mathbf{E}_{th}^k = \begin{bmatrix} \underline{E}_{th1}^k \\ \dots \\ \underline{E}_{th\ n-c}^k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}_{th}^k = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{th1,1}^k & \dots & \underline{Z}_{th1, n-c}^k \\ \dots & & \dots \\ \underline{Z}_{th\ n-c,1}^k & \dots & \underline{Z}_{th\ n-c, n-c}^k \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

El equivalente Thévenin se obtiene a partir de la solución del paso anterior. Previamente, se debe determinar la matriz  $\mathbf{Y}_{Bm}^h$  como en el caso de la penetración

armónica iterativa gracias a la caracterización armónica pasiva de generadores PV y cargas PQ realizada a partir de la hipótesis de potencia fundamental, Figura 4.5.

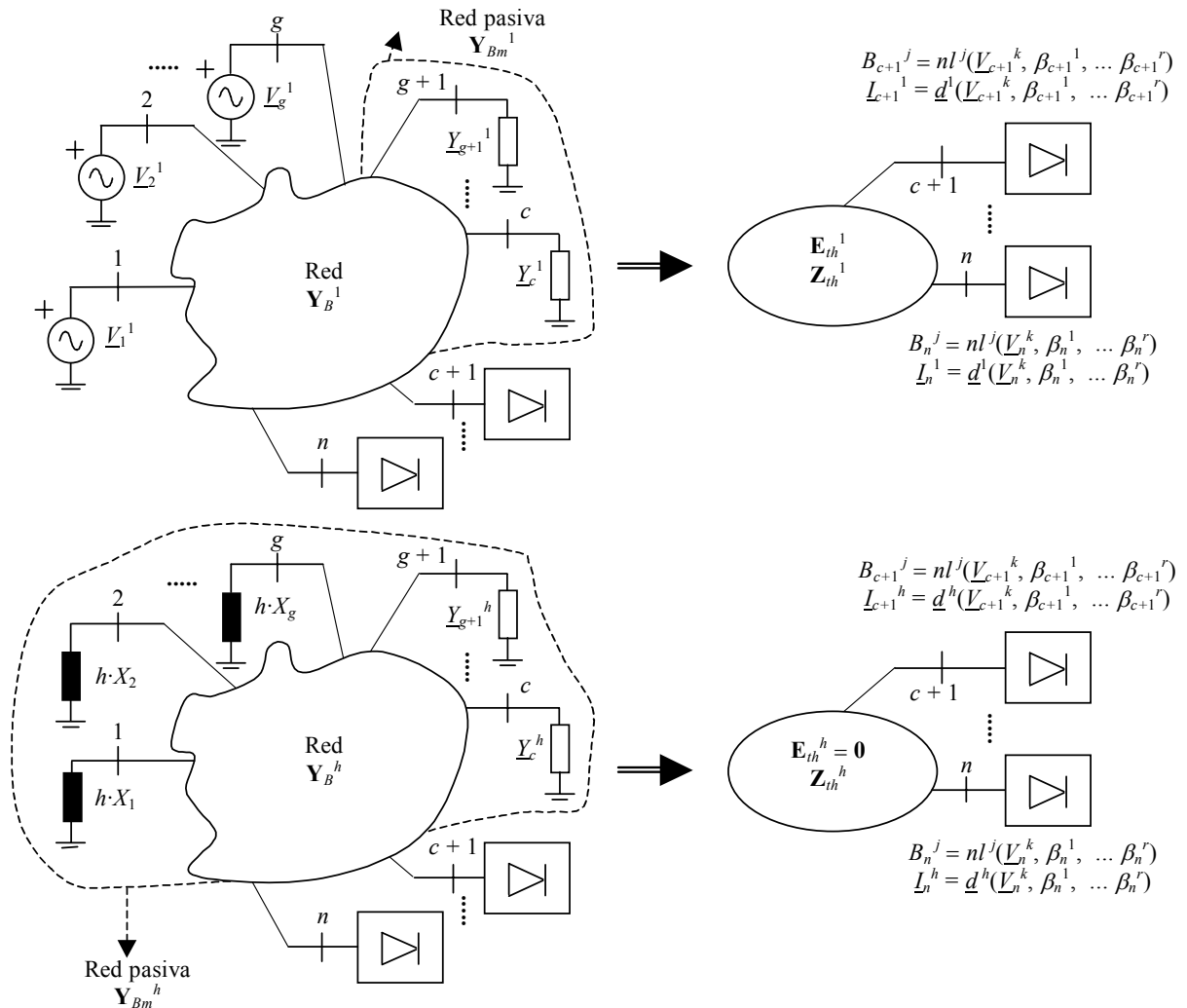


Figura 4.5. Tratamiento del sistema en el HA

Las tensiones Thévenin se obtienen calculando las tensiones de los nudos no lineales sin conectar sus cargas (tensiones a circuito abierto). Nótese que las tensiones Thévenin son igual a cero para  $k \neq 1$  ya que no existen generadores de armónicos en la red.

La determinación de la matriz de impedancias Thévenin se calcula mediante el método de la inyección de corriente. El procedimiento consiste en inyectar una intensidad de valor

unidad por uno de los nudos no lineales y calcular las tensiones resultantes en cada uno de los nudos no lineales. Las tensiones obtenidas son las impedancias Thévenin entre el nudo en el que se inyecta la corriente y el resto. La operación se repite para todos los nudos no lineales hasta completar la matriz de impedancias Thévenin. Este proceso se realiza para cada uno de los armónicos considerados, obteniéndose las diferentes  $\mathbf{Z}_{th}^k$  ( $k = 1, 3, 5, \dots$ ).

Una vez obtenido el equivalente Thévenin, el sistema de ecuaciones no lineales planteado para resolver el HA está formado por:

- Las restricciones impuestas por el equivalente Thévenin,

$$\underline{V}_i^k = \underline{E}_{thi}^k - \sum_{j=1}^{n-c} \underline{Z}_{thi,j}^k \cdot \underline{I}_j^k \quad (i = 1, \dots, n-c ; k = 1, 3, 5, \dots) \quad (4.11)$$

donde  $\underline{I}_i^k$  es la corriente inyectada por los dispositivos no lineales calculada a partir de la expresión (4.7), en la que se considera la interacción armónica.

- Las expresiones que definen el comportamiento de los dispositivos no lineales (4.6).

La resolución iterativa del sistema formado por (4.6) y (4.11) mediante el método de Newton-Raphson da como resultado el valor de las tensiones fundamental y armónicas de los nudos no lineales y los parámetros de los dispositivos conectados a éstos.

El criterio de convergencia del procedimiento es la comparación de las tensiones fundamentales de los nudos no lineales obtenidas en los dos pasos descritos.

Una vez se ha caracterizado el comportamiento de los dispositivos no lineales y se conocen sus corrientes inyectadas, la aplicación del método de los nudos,  $\mathbf{I}_B^h = \mathbf{Y}_{Bm}^h \cdot \mathbf{U}_B^h$ , permite obtener las tensiones armónicas de los nudos lineales.



Se observa que el flujo armónico de cargas simplificado continúa beneficiándose de la hipótesis de consumo de potencia solamente debida a la componente fundamental, lo que permite aplicar la reducción del sistema a los nudos no lineales en el HA.

El algoritmo de Gauss-Seidel que la formulación establece entre el flujo de cargas convencional y el análisis armónico puede presentar problemas de convergencia dependiendo del grado de desacoplamiento entre los dos procedimientos de Newton-Raphson [55]. Esta convergencia se puede mejorar mediante las técnicas propuestas en la metodología de la penetración armónica iterativa para el tratamiento de los NLD. En la referencia anterior se propone un método que unifica ambos procedimientos en una única aplicación del método de Newton.

#### **4.3.4 Flujo armónico de cargas completo**

Originariamente, el problema del flujo armónico de cargas se abordó implementando una reformulación del flujo de cargas convencional en la que se incluían los dispositivos no lineales [61]. Esta formulación es una modificación natural del flujo de cargas convencional en la que se caracteriza el comportamiento de los dispositivos no lineales y el cálculo de las tensiones armónicas de los nudos. El planteamiento y resolución numérica del problema se desarrolla como un bloque único donde se trabaja con toda la red tanto para el estudio fundamental como para el armónico, según la formulación del flujo armónico de cargas completo (CHLF, *Complete Harmonic Load Flow*).

La formulación resultante se basa en la resolución simultánea de las ecuaciones de potencia, las ecuaciones del balance de corrientes armónicas y las ecuaciones de los dispositivos no lineales. De este modo, esta formulación plantea el problema de la forma habitual, es decir, como un único sistema de ecuaciones no lineales cuya resolución numérica proporcionará el valor de las incógnitas del problema. En las formulaciones anteriores, las tensiones armónicas de los nudos lineales se obtenían de forma directa mediante el método de los nudos al final del proceso de cálculo, mientras que en la presente formulación dichas tensiones serán incógnitas del problema no lineal.

Esta última formulación permite, al no tener que reducirse el sistema a los nudos no lineales, considerar la potencia debida únicamente a la frecuencia fundamental, (4.5), o debida a las frecuencias fundamental y armónicas,

$$\underline{S}_i = \sum_{k=1,3,\dots} \underline{V}_i^k \cdot (\underline{I}_i^k)^* \quad (i = g+1, \dots, c) \quad (4.12)$$

En el primer caso, las admitancias fundamental y armónicas de las cargas lineales pueden ser calculadas de forma directa en cada iteración, (4.5), mientras que en el segundo caso, las admitancias fundamentales son una incógnita más del problema y las admitancias armónicas se podrán calcular en cada iteración a partir de la expresión 4.5.

Así pues, existen dos posibles formulaciones [71]:

- Flujo armónico de cargas completo considerando la potencia solamente debida a la frecuencia fundamental (CHLFF).
- Flujo armónico de cargas completo considerando la potencia debida a las frecuencias fundamental y armónicas (CHLH).

Los datos y las incógnitas del CHLFF, para un sistema de  $n$  nudos y  $h_m$  armónicos, se encuentran recogidas en la Tabla 4.6.

NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
2 a g	PV	$P_i, U_i$	$\underline{V}_i^k$	$2 \cdot (h_m+1) \cdot (g-1)$
g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$\underline{V}_i^k$	$2 \cdot (h_m+1) \cdot (c-g)$
c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots, B_i^r$	$\underline{V}_i^k, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r$	$(2 \cdot (h_m+1) + r) \cdot (n-c)$

Tabla 4.6. Datos e incógnitas del CHLFF

El sistema de ecuaciones no lineales planteado para resolver el problema está formado por:

- Las restricciones de los nudos PV:

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_i^1 \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^1 \underline{V}_j^1 \right)^* \right\}; \quad U_i = \sqrt{\sum_{k=1,3,\dots} (V_i^k)^2} \quad (i=2, \dots, g) \quad (4.13)$$

- Las restricciones de los nudos PQ:

$$\underline{S}_i = \underline{V}_i^1 \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^1 \underline{V}_j^1 \right)^* \quad (i = g+1, \dots, c) \quad (4.14)$$

- El balance de las corrientes armónicas en los nudos lineales:

$$\underline{Y}_i^k \cdot \underline{V}_i^k + \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^k \underline{V}_j^k = 0 \quad (i=1, \dots, c; k=1,3,5,\dots, h_m) \quad (4.15)$$

donde  $\underline{Y}_i^k$  son las admitancias armónicas de los generadores y de las cargas PQ. Las admitancias de los generadores son dato y las de las cargas se pueden calcular a partir de (4.5) gracias a la consideración de potencia fundamental.

- El balance de corrientes armónicas en los nudos no lineales:

$$\sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^k \underline{V}_j^k = \underline{I}_i^k \quad (i = c+1, \dots, n; k=1,3,5,\dots, h_m) \quad (4.16)$$

donde  $\underline{I}_i^k$  es la corriente armónica inyectada por los dispositivos no lineales, la cual puede ser calculada por la expresión (4.7).

- Las expresiones que definen el comportamiento de los dispositivos no lineales (4.6).

Los datos y las incógnitas del CHLF<sub>H</sub>, para un sistema de  $n$  nudos y  $h_m$  armónicos, se encuentran en la Tabla 4.7.

---

NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
2 a g	PV	$P_i, U_i$	$\underline{V}_i^k$	$2 \cdot (h_m+1) \cdot (g-1)$
g+1 a c	PQ	$P_i, Q_i$	$\underline{V}_i^k, \underline{Y}_i^1$	$(2 \cdot (h_m+1)+2) \cdot (c-g)$
c+1 a n	NLD	$B_i^1, \dots, B_i^r$	$\underline{V}_i^k, \beta_i^1, \dots, \beta_i^r$	$(2 \cdot (h_m+1)+r) \cdot (n-c)$

Tabla 4.7. Datos e incógnitas del CHLF<sub>H</sub>

Como ya se ha hecho notar, como consecuencia de considerar la potencia debida a las componentes fundamental y armónica, las admitancias fundamentales correspondientes a las cargas PQ son una incógnita más del problema, ya que no se pueden calcular a partir de la expresión (4.5).

El sistema de ecuaciones no lineales está formado ahora por:

- Las restricciones de los nudos PV:

$$P_i = \sum_{k=1,3,\dots} \left\{ \operatorname{Re} \left( \underline{V}_i^k \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^k \underline{V}_j^k \right)^* \right) \right\} ; \quad (4.17)$$

$$U_i = \sqrt{\sum_{k=1,3,\dots} (V_i^k)^2} \quad (i = 2, \dots, g)$$

- Las restricciones de los nudos PQ:

$$\underline{S}_i = \sum_{k=1,3,\dots} \underline{V}_i^k \left( \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij}^k \underline{V}_j^k \right)^* \quad (i = g+1, \dots, c) \quad (4.18)$$

- El balance de corrientes armónicas en los nudos lineales y no lineales (4.15 y 4.16).
- Las expresiones que definen el comportamiento de los dispositivos no lineales (4.6).

- Las relaciones entre las cargas PQ y sus admitancias:

$$\underline{S}_i = \sum_{k=1,3,\dots} (V_i^k)^2 (\underline{Y}_i^k)^* \quad (i = g+1, \dots, c) \quad (4.19)$$

donde  $\underline{Y}_i^k = f_i(\underline{Y}_i^1, k)$ . Estas relaciones deben ser incluidas en el sistema de ecuaciones no lineal para obtener el valor de las admitancias fundamentales.

La resolución numérica de los sistemas de ecuaciones no lineales de las formulaciones  $\text{CHLF}_F$  y  $\text{CHLF}_H$  proporciona el valor de las incógnitas del problema, siendo el procedimiento utilizado más comúnmente en la bibliografía el método de Newton-Raphson.

En un paso más hacia delante en la mejora de esta última metodología, se han propuesto otras formulaciones completas basadas en la utilización de equivalentes Norton en la modelización de los dispositivos no lineales y en la resolución por separado del método de Newton-Raphson para cada armónico [62, 63].

Recientemente se ha presentado un estudio que compara y discute acerca de las propiedades de convergencia del método desacoplado del SHLF y del método de Newton unificado del  $\text{CHLF}_F$  [55]. De acuerdo con este estudio, el SHLF puede presentar problemas de convergencia debido al algoritmo de Gauss-Seidel que enlaza el CLF y el HA, mientras que el  $\text{CHLF}_F$  es más rápido y con una convergencia más robusta.

## 4.4 Ejemplo analítico

A continuación se presenta un ejemplo para el cual se desarrolla el planteamiento de ecuaciones e incógnitas de acuerdo con los métodos explicados en el apartado anterior.

El circuito escogido se muestra en la Figura 4.6. Se trata de un sistema de 4 nudos, en el que se ha conectado una fuente de alimentación trifásica, para el cual se desea estudiar su

comportamiento desde el punto de vista armónico, siendo  $h_m$  el número máximo de armónicos que se desea evaluar.

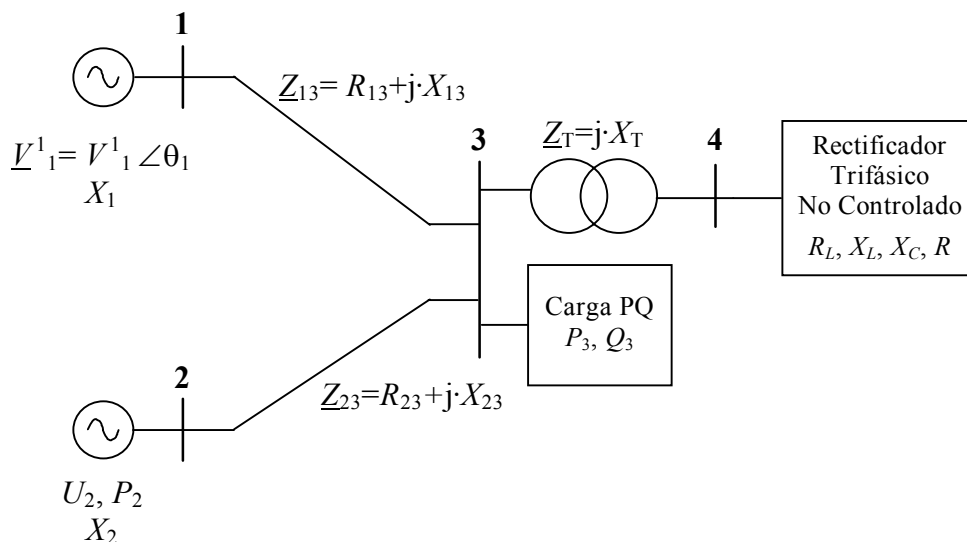


Figura 4.6. Sistema a estudio

La fuente de alimentación consta de un rectificador trifásico no controlado con un condensador de filtro,  $C$ , que alimenta una carga representada mediante una resistencia,  $R$ , tal y como se puede apreciar en la Figura 4.7.

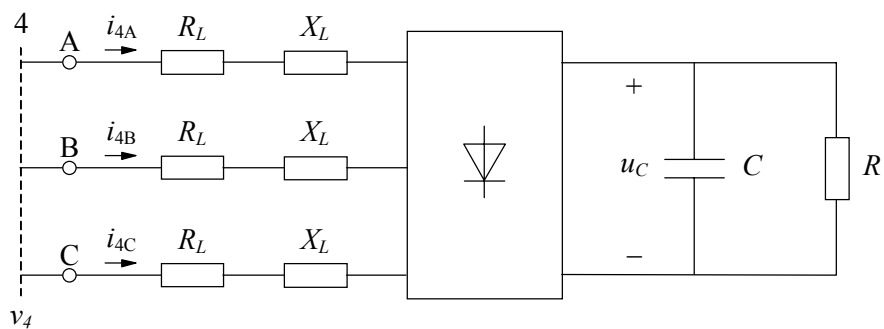


Figura 4.7. Esquema del rectificador trifásico no controlado

Los datos para este dispositivo no lineal son las resistencias y reactancias de alterna,  $R_L$ ,  $X_L$ , el condensador de filtro y la resistencia de carga.

Los parámetros que definen el comportamiento del dispositivo son únicamente los instantes de tiempo de inicio y final de la intensidad de alterna  $i$ , los instantes  $t_1$  y  $t_2$  en la Figura 4.8. Ello es debido a la consideración de simetría en el modelo utilizado para el rectificador [66].

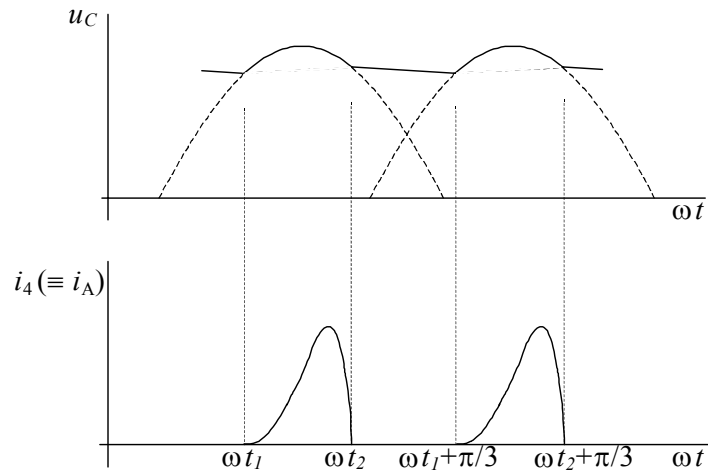


Figura 4.8. Formas de onda de la intensidad de alterna y de la tensión en el condensador del rectificador trifásico no controlado

Dichas incógnitas se determinan a partir de las ecuaciones que definen el comportamiento de la fuente de alimentación:

- sin considerar interacción armónica:

$$\begin{aligned} nl^1(\underline{V}_4^1, t_1, t_2) &= u_C(t_1) - \sqrt{2}V_4^1 \cos(\omega t_1 + \theta_3^1) = 0 \\ nl^2(\underline{V}_4^1, t_1, t_2) &= i_4(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

- considerando la interacción armónica:

$$\begin{aligned} nl^1(\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= u_C(t_1) - \sqrt{2} \sum_h V_4^h \cos(h\omega t_1 + \theta_3^h) = 0 \\ nl^2(\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= i_4(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Asimismo, una vez caracterizados sus parámetros, la fuente de alimentación podrá ser modelada por una fuente de corriente de valor igual a la corriente armónica que inyecta a la red. Esta corriente puede ser calculada bajo la hipótesis de no interacción,

$$\underline{I}_4^k = \text{DFT} \{i_4(nT_s)\} = \underline{d}^k \left( \underline{V}_4^1, t_1, t_2 \right) \quad (k = 1, 5, 7, \dots) \quad (4.22)$$

o bajo la hipótesis de no interacción,

$$\underline{I}_4^k = \text{DFT} \{i_4(nT_s)\} = \underline{d}^k \left( \underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2 \right) \quad (k = 1, 5, 7, \dots; h = 5, 7, \dots) \quad (4.23)$$

donde  $\text{DFT} \{i_4(nT_s)\}$  es la transformada discreta de Fourier de la intensidad (muestreada según  $T_s$ ).

Para el sistema a estudio, la matriz de admitancias resulta ser la siguiente:

$$\mathbf{Y}_B^k = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11}^k & 0 & \underline{Y}_{13}^k & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{22}^k & \underline{Y}_{23}^k & 0 \\ \underline{Y}_{31}^k & \underline{Y}_{32}^k & \underline{Y}_{33}^k & \underline{Y}_{34}^k \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{43}^k & \underline{Y}_{44}^k \end{bmatrix} \quad (k = 1, 5, 7, \dots) \quad (4.24)$$

siendo los elementos que forman parte de ella los expuestos a continuación:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11}^k &= \frac{1}{\underline{Z}_{13}^k} = \frac{1}{R_{13} + jkX_{13}}; & \underline{Y}_{22}^k &= \frac{1}{\underline{Z}_{23}^k} = \frac{1}{R_{23} + jkX_{23}} \\ \underline{Y}_{33}^k &= \frac{1}{\underline{Z}_{13}^k} + \frac{1}{\underline{Z}_{23}^k} + \frac{1}{\underline{Z}_T^k} = \frac{1}{R_{13} + jkX_{13}} + \frac{1}{R_{23} + jkX_{23}} + \frac{1}{jkX_T} \\ \underline{Y}_{13}^k &= \underline{Y}_{31}^k = -\frac{1}{R_{13} + jkX_{13}}; & \underline{Y}_{23}^k &= \underline{Y}_{32}^k = -\frac{1}{R_{23} + jkX_{23}}; & \underline{Y}_{34}^k &= \underline{Y}_{43}^k = -\frac{1}{jkX_T} \end{aligned} \quad (4.25)$$

#### 4.4.1 Penetración armónica

La Tabla 4.8 recoge los datos y las incógnitas del problema analizado según la metodología de la penetración armónica.



	NUDOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF <sub>m</sub>	1	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2	$P_2, U_2$	$\underline{V}_2^1$	2
	3	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^1$	2
	4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_4^1, t_1, t_2$	4
VN	1	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2	$X_2$	$\underline{V}_2^h$	$2 \cdot h_m$
	3	$\underline{Y}_3^h$	$\underline{V}_3^h$	$2 \cdot h_m$
	4	$\underline{I}_4^h$	$\underline{V}_4^h$	$2 \cdot h_m$

Tabla 4.8. Datos e incógnitas del ejemplo para la penetración armónica

En primer lugar se resuelve el flujo de cargas convencional modificado, CLF<sub>m</sub>, mediante el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}
 &V_2^1 - U_2 = 0 \\
 &\operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_2^1 \left( \underline{Y}_{22}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{23}^1 \underline{V}_3^1 \right)^* \right\} - P_2 = 0 \\
 &\operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( \underline{Y}_{31}^1 \underline{V}_1^1 + \underline{Y}_{32}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{33}^1 \underline{V}_3^1 + \underline{Y}_{34}^1 \underline{V}_4^1 \right)^* \right\} - P_3 = 0 \\
 &\operatorname{Im} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( \underline{Y}_{31}^1 \underline{V}_1^1 + \underline{Y}_{32}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{33}^1 \underline{V}_3^1 + \underline{Y}_{34}^1 \underline{V}_4^1 \right)^* \right\} - Q_3 = 0 \\
 &nl^1 \left( \underline{V}_4^1, t_1, t_2 \right) = 0 \\
 &nl^2 \left( \underline{V}_4^1, t_1, t_2 \right) = 0
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

que responde a las restricciones impuestas por los nudos Slack, PV y PQ y las ecuaciones que definen el comportamiento de la fuente de alimentación.

A continuación se obtienen las tensiones armónicas de los nudos del sistema aplicando el método de los nudos. La hipótesis de potencia debida únicamente a la componente correspondiente a la frecuencia fundamental permite pasar del esquema de la Figura 4.6 al

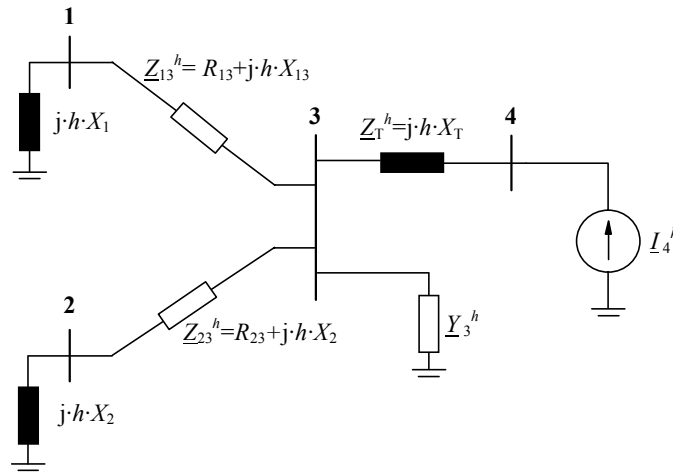


Figura 4.9. Esquema del sistema a estudio para  $h = 5, 7, \dots$

de la Figura 4.9, ya que las admitancias armónicas que modelan la carga PQ pueden ser calculadas según la siguiente expresión,

$$\underline{Y}_3^h = \frac{1}{R_3 + jhX_3} \quad \text{con} \quad \underline{Z}_3^1 = R_3 + jX_3 = \frac{(V_3^1)^2}{P_3 - jQ_3} \quad (4.27)$$

Asimismo, la fuente de alimentación puede ser sustituida bajo la hipótesis de no interacción por una fuente de corriente de valor igual a la corriente armónica que inyecta a la red.

La construcción de la matriz de admitancias del nuevo esquema,  $\mathbf{Y}_{Bm}^h$ , conduce al siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\mathbf{I}_B^h = \mathbf{Y}_{Bm}^h \mathbf{V}_B^h \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{I}_4^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11m}^h & 0 & \underline{Y}_{13m}^h & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{22m}^h & \underline{Y}_{23m}^h & 0 \\ \underline{Y}_{31m}^h & \underline{Y}_{32m}^h & \underline{Y}_{33m}^h & \underline{Y}_{34m}^h \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{43m}^h & \underline{Y}_{44m}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1^h \\ \underline{V}_2^h \\ \underline{V}_3^h \\ \underline{V}_4^h \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

con,

$$\underline{Y}_{11m}^h = \underline{Y}_{11}^h + \frac{1}{jhX_1}; \quad \underline{Y}_{22m}^h = \underline{Y}_{22}^h + \frac{1}{jhX_2}; \quad \underline{Y}_{33m}^h = \underline{Y}_{33}^h + \underline{Y}_3^h \quad (4.29)$$

cuya resolución aportará el valor de las tensiones buscadas.

#### 4.4.2 Penetración armónica iterativa

La Tabla 4.9 recoge los datos y las incógnitas del problema, analizado según la metodología de la penetración armónica iterativa.

	NUDOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF <sub>m</sub>	1	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2	$P_2, U_2$	$\underline{V}_2^1$	2
	3	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^1$	2
	4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_4^1, t_1, t_2$	4
IHA	1	$X_1$	----	0
	2	$X_2$	----	0
	3	$\underline{Y}_3^h$	----	0
	4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_4^h, t_1, t_2$	$2 \cdot h_m + 2$
VN	1	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2	$X_2$	$\underline{V}_2^h$	$2 \cdot h_m$
	3	$\underline{Y}_3^h$	$\underline{V}_3^h$	$2 \cdot h_m$
	4	$\underline{I}_4^h$	----	0

Tabla 4.9. Datos e incógnitas del ejemplo para la penetración armónica iterativa

El problema se desglosa en tres pasos. El primero de ellos, la resolución del flujo armónico de cargas modificado, es idéntico al explicado en el apartado anterior.

El segundo paso es el correspondiente al análisis armónico iterativo. En él, a partir del esquema de la Figura 4.9 (obtenido con los resultados del primer paso), el sistema se

reduce a los nudos no lineales, resultando en este ejemplo el esquema mostrado en la Figura 4.10.

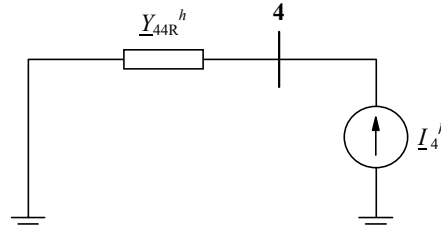


Figura 4.10. Reducción del sistema a estudio a los nudos no lineales

La reducción anterior se realiza por eliminación gaussiana o método de Kron [5],

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{I}_4^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11m}^h & 0 & \underline{Y}_{13m}^h & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{22m}^h & \underline{Y}_{23m}^h & 0 \\ \underline{Y}_{31m}^h & \underline{Y}_{32m}^h & \underline{Y}_{33m}^h & \underline{Y}_{34m}^h \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{43m}^h & \underline{Y}_{44m}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1^h \\ \underline{V}_2^h \\ \underline{V}_3^h \\ \underline{V}_4^h \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{I}_4^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11m}^h & 0 & \underline{Y}_{13m}^h & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{22m}^h & \underline{Y}_{23m}^h & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{33mR}^h & \underline{Y}_{34m}^h \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{44mR}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1^h \\ \underline{V}_2^h \\ \underline{V}_3^h \\ \underline{V}_4^h \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

En este caso, el sistema sólo consta de un nudo no lineal, nudo 4, así que la expresión anterior se puede escribir como,

$$\underline{I}_4^h = \underline{Y}_{44R}^h \underline{V}_4^h \quad (4.31)$$

y es la que se resuelve mediante un método iterativo para cada armónico que se desea calcular. Esto quiere decir que, asumiendo constantes las tensiones fundamentales en cada interacción  $\delta$ , los últimos valores de las tensiones armónicas  $(\underline{V}_4^h)^\delta$  son utilizados para actualizar el estado de la fuente de alimentación,  $(t_1)^\delta$  y  $(t_2)^\delta$ , y las corrientes inyectadas en la red  $(\underline{I}_4^h)^\delta = \underline{d}^h (\underline{V}_4^1, (\underline{V}_4^h)^\delta, (t_1)^\delta, (t_2)^\delta) = \underline{d}^h ((\underline{V}_4^h)^\delta)$  lo que permite el cálculo de las tensiones armónicas para la siguiente iteración,

$$(\underline{V}_4^h)^{\delta+1} = \frac{1}{\underline{Y}_{44R}^h} \underline{I}_4^h = \frac{1}{\underline{Y}_{44R}^h} \underline{d}^h ((\underline{V}_4^h)^\delta) \quad (4.32)$$

El tercer y último paso, consiste en la aplicación del método de los nudos, tal y como se explicó en el método de la penetración armónica.

### 4.4.3 Flujo de cargas armónico simplificado

La Tabla 4.10 recoge los datos y las incógnitas del problema, analizado según la metodología del flujo de cargas armónico simplificado.

	NUDOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF	1	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2	$P_2, U_2$	$\underline{V}_2^1$	2
	3	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^1$	2
	4	$\underline{I}_4^1$	$\underline{V}_4^1$	2
HA	1	$X_1, \underline{V}_1^1$	----	0
	2	$X_2, \underline{V}_2^1$	----	0
	3	$\underline{V}_3^1$	----	0
	4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_1^k, t_1, t_2$	$2 \cdot (h_m + 1) + 2$
VN	1	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2	$X_2$	$\underline{V}_2^h$	$2 \cdot h_m$
	3	$\underline{Y}_3^1$	$\underline{V}_3^h$	$2 \cdot h_m$
	4	$\underline{I}_4^h$	----	0

Tabla 4.10. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo de cargas armónico simplificado

En primer lugar se debe resolver el proceso iterativo establecido entre las formulaciones CLF y HA para posteriormente abordar el proceso VN.

El flujo de cargas convencional, CLF, resolverá el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}
 V_2^1 - U_2 &= 0 \\
 \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_2^1 \left( Y_{22}^1 V_2^1 + Y_{23}^1 V_3^1 \right)^* \right\} - P_2 &= 0 \\
 \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( Y_{31}^1 V_1^1 + Y_{32}^1 V_2^1 + Y_{33}^1 V_3^1 + Y_{34}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - P_3 &= 0 \\
 \operatorname{Im} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( Y_{31}^1 V_1^1 + Y_{32}^1 V_2^1 + Y_{33}^1 V_3^1 + Y_{34}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - Q_3 &= 0 \\
 \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_4^1 \left( Y_{43}^1 V_3^1 + Y_{44}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_4^1 \cdot \left( \underline{I}_4^1 \right)^* \right\} &= 0 \\
 \operatorname{Im} \left\{ \underline{V}_4^1 \left( Y_{43}^1 V_3^1 + Y_{44}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - \operatorname{Im} \left\{ \underline{V}_4^1 \cdot \left( \underline{I}_4^1 \right)^* \right\} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

En el sistema anterior se toman como dato conocido y constante las corrientes fundamentales consumidas por las cargas no lineales que en el ejemplo corresponden a la corriente fundamental consumida por la fuente de alimentación,

$$\underline{I}_4^1 = d^1 \left( \underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2 \right) \tag{4.34}$$

La determinación de la intensidad anterior se realiza a partir de la inicialización del proceso numérico, en la primera iteración del proceso  $((\underline{V}_4^1)^{(0)}, (\underline{V}_4^h)^{(0)}, (t_1)^{(0)}, (t_2)^{(0)})$ , y a partir de los resultados obtenidos en el HA en las siguientes iteraciones.

El análisis armónico consiste en primer lugar en calcular el equivalente Thévenin del sistema desde los nudos no lineales para las componentes fundamental y armónicas. El sistema para la frecuencia fundamental se muestra en la Figura 4.11, donde la tensión del nudo 2 corresponde a la obtenida del flujo de cargas convencional anterior y la impedancia de la carga del nudo 3 se ha calculado bajo la hipótesis de la potencia producida sólo por la frecuencia fundamental. La Figura 4.12 muestra el sistema para las frecuencias armónicas, donde las admitancias armónicas de los generadores son datos y la impedancia armónica de la carga del nudo 3 se ha calculado a partir de la expresión 4.27.

Como en los métodos anteriores, la hipótesis de potencia debida únicamente a la componente fundamental permite el cálculo de las admitancias que modelan el comportamiento de la carga PQ.

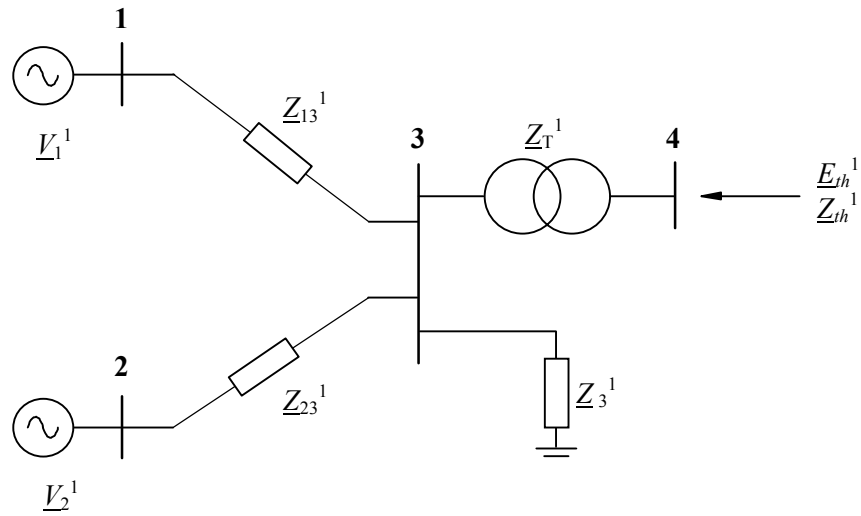


Figura 4.11. Sistema a estudio para la frecuencia fundamental

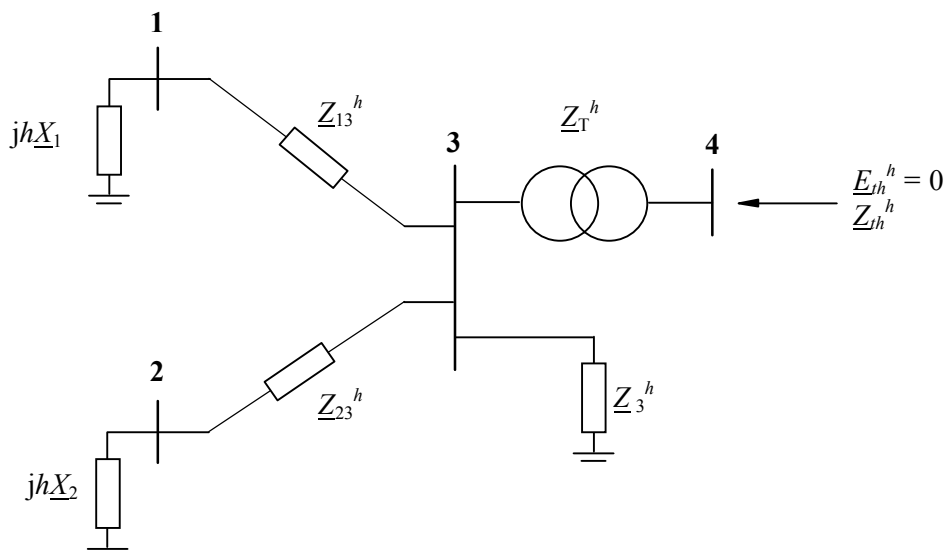


Figura 4.12. Sistema a estudio para las frecuencias armónicas ( $h = 3, 5, \dots$ )

Una vez obtenidos los equivalentes Thévenin de la red ‘vistas’ desde los nudos no lineales, el estudio del problema se reduce al planteamiento de las ecuaciones correspondientes a los esquemas que se muestran en las Figuras 4.13 y 4.14, junto con las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales,

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_{th}^1 - \underline{Z}_{th}^1 \underline{I}_4^1 - \underline{V}_4^1 &= 0 \\
 \underline{Z}_{th}^h \underline{I}_4^h + \underline{V}_4^h &= 0 \\
 nl^1(\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= 0 \\
 nl^2(\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.35}$$

donde

$$\underline{I}_4^h = d^h(\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2)
 \tag{4.36}$$

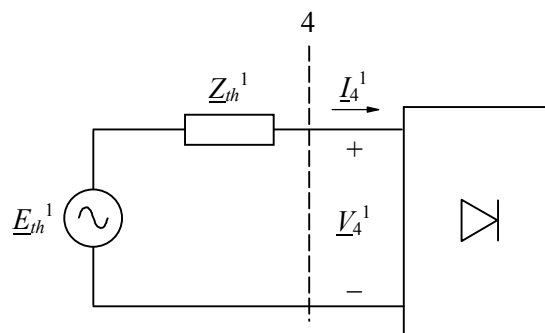


Figura 4.13. Equivalente Thévenin desde el nudo no lineal (componente fundamental)

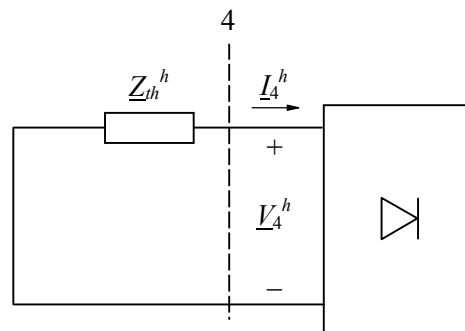


Figura 4.14. Equivalente Thévenin desde el nudo no lineal (componentes armónicas)

La solución del problema anterior proporciona la tensión fundamental en el nudo 4 (además de las armónicas y los parámetros  $t_1$  y  $t_2$ ), cuya comparación con la obtenida en el flujo de cargas convencional indicará si el proceso iterativo entre ambos problemas, el CLF y HA, ha finalizado.



Por último, una vez obtenidas las tensiones fundamental y armónicas de los nudos no lineales, y los parámetros de los dispositivos no lineales, se pueden calcular las corrientes armónicas inyectadas por éstos a la red y, mediante el método de los nudos, calcular las tensiones armónicas de los nudos lineales del sistema.

#### 4.4.4 Flujo armónico de cargas completo (componente fundamental)

La Tabla 4.11 recoge los datos y las incógnitas del problema, analizado según la metodología del flujo armónico de cargas completo considerando la potencia debida solamente a la componente fundamental.

NUDOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
2	$P_2, U_2$	$\underline{V}_2^k$	$2 \cdot (h_m + 1)$
3	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^k$	$2 \cdot (h_m + 1)$
4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_4^k, t_1, t_2$	$2 \cdot (h_m + 1) + 2$

Tabla 4.11. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo armónico de cargas completo (componente fundamental)

En esta ocasión la resolución del sistema de ecuaciones no lineal,

$$\begin{aligned}
 &V_2^1 - U_2 = 0 \\
 &\operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_2^1 \left( \underline{Y}_{22}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{23}^1 \underline{V}_3^1 \right)^* \right\} - P_2 = 0 \\
 &\operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( \underline{Y}_{31}^1 \underline{V}_1^1 + \underline{Y}_{32}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{33}^1 \underline{V}_3^1 + \underline{Y}_{34}^1 \underline{V}_4^1 \right)^* \right\} - P_3 = 0 \\
 &\operatorname{Im} \left\{ \underline{V}_3^1 \left( \underline{Y}_{31}^1 \underline{V}_1^1 + \underline{Y}_{32}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{33}^1 \underline{V}_3^1 + \underline{Y}_{34}^1 \underline{V}_4^1 \right)^* \right\} - Q_3 = 0 \quad (4.37) \\
 &\frac{\underline{V}_1^h}{j h X_1} + \underline{Y}_{11}^h \underline{V}_1^h + \underline{Y}_{13}^h \underline{V}_3^h = 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 &\frac{\underline{V}_2^h}{j h X_2} + \underline{Y}_{22}^h \underline{V}_2^h + \underline{Y}_{23}^h \underline{V}_3^h = 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{Y}_3^h \underline{V}_3^h + \underline{Y}_{31}^1 \underline{V}_1^1 + \underline{Y}_{32}^1 \underline{V}_2^1 + \underline{Y}_{33}^1 \underline{V}_3^1 + \underline{Y}_{34}^1 \underline{V}_4^1 &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 -\underline{I}_4^h + \underline{Y}_{43}^h \underline{V}_4^h + \underline{Y}_{44}^h \underline{V}_4^h &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 n l^1 (\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= 0 \\
 n l^2 (\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) &= 0
 \end{aligned} \tag{4.37 cont.}$$

conduce a la obtención de la solución del problema armónico. En el anterior sistema de ecuaciones, las admitancias correspondientes a la carga PQ se pueden calcular mediante la expresión,

$$\underline{Y}_3^h = \frac{1}{R_3 + j h X_3} \quad \text{con} \quad \underline{Z}_3^1 = R_3 + j X_3 = \frac{(V_3^1)^2}{P_3 - j Q_3} \tag{4.38}$$

y las corrientes fundamentales y armónicas de la fuente de alimentación mediante la expresión de la forma,

$$\underline{I}_4^h = d^h (\underline{V}_4^1, \underline{V}_4^h, t_1, t_2) \tag{4.39}$$

#### 4.4.5 Flujo armónico de cargas completo (componentes fundamental y armónicas)

La Tabla 4.12 recoge los datos y las incógnitas del problema, analizado según la metodología del flujo armónico de cargas completo considerando la potencia debida a las componentes fundamental y armónicas.

NUDOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^1$	$2 \cdot h_m$
2	$P_2, U_2$	$\underline{V}_2^1$	$2 \cdot (h_m + 1)$
3	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^1, \underline{Y}_3^1$	$2 \cdot (h_m + 1) + 2$
4	$R_L, X_L, X_C, R$	$\underline{V}_1^1, t_1, t_2$	$2 \cdot (h_m + 1) + 2$

Tabla 4.12. Datos e incógnitas del ejemplo para el flujo armónico de cargas completo (componentes fundamental y armónicas)

En esta ocasión la resolución del sistema de ecuaciones no lineal,

$$\begin{aligned}
 V_2^1 - U_2 &= 0 \\
 \operatorname{Re} \left\{ V_2^1 \left( Y_{22}^1 V_2^1 + Y_{23}^1 V_3^1 \right)^* \right\} - P_2 &= 0 \\
 \operatorname{Re} \left\{ V_3^1 \left( Y_{31}^1 V_1^1 + Y_{32}^1 V_2^1 + Y_{33}^1 V_3^1 + Y_{34}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - P_3 &= 0 \\
 \operatorname{Im} \left\{ V_3^1 \left( Y_{31}^1 V_1^1 + Y_{32}^1 V_2^1 + Y_{33}^1 V_3^1 + Y_{34}^1 V_4^1 \right)^* \right\} - Q_3 &= 0 \\
 \frac{V_1^h}{j h X_1} + Y_{11}^h V_1^h + Y_{13}^h V_3^h &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 \frac{V_2^h}{j h X_2} + Y_{22}^h V_2^h + Y_{23}^h V_3^h &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 Y_3^h V_3^h + Y_{31}^h V_1^h + Y_{32}^h V_2^h + Y_{33}^h V_3^h + Y_{34}^h V_4^h &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 -I_4^h + Y_{43}^h V_3^h + Y_{44}^h V_4^h &= 0 \quad (h = 3, 5, \dots, h_m) \\
 n l^1 \left( V_4^1, V_4^h, t_1, t_2 \right) &= 0 \\
 n l^2 \left( V_4^1, V_4^h, t_1, t_2 \right) &= 0 \\
 S_3 &= \sum_{k=1, \dots, h_m} \left( V_3^k \right)^2 \left( Y_3^k \right)^* \tag{4.40}
 \end{aligned}$$

conduce a la obtención de la solución del problema armónico. Se observa que en este caso las admitancias que modelan la carga PQ pasan a ser una incógnita más del problema con lo que se debe añadir una ecuación más correspondiente al balance de potencias en el nudo PQ.

## 4.5 Ejemplo numérico

En el presente apartado, se presenta un ejemplo para el cual se ha estudiado las dos principales hipótesis de las formulaciones del flujo armónico de cargas:

- Consideración de la interacción armónica entre los dispositivos no lineales y la red.
- Consideración de la potencia consumida solamente a la frecuencia fundamental.

Así el ejemplo se resolverá mediante tres formulaciones diferentes:

- Penetración armónica, HP, en la cual se considera que no existe interacción armónica entre la red y los dispositivos no lineales y que el consumo de potencia se debe únicamente a la frecuencia fundamental.
- Flujo armónico de cargas completo, considerando que el consumo de potencia es debido únicamente a la frecuencia fundamental,  $CHLF_F$ .
- Flujo armónico de cargas completo, considerando que el consumo de potencia es debido a las frecuencias fundamental y armónicas,  $CHLF_H$ .

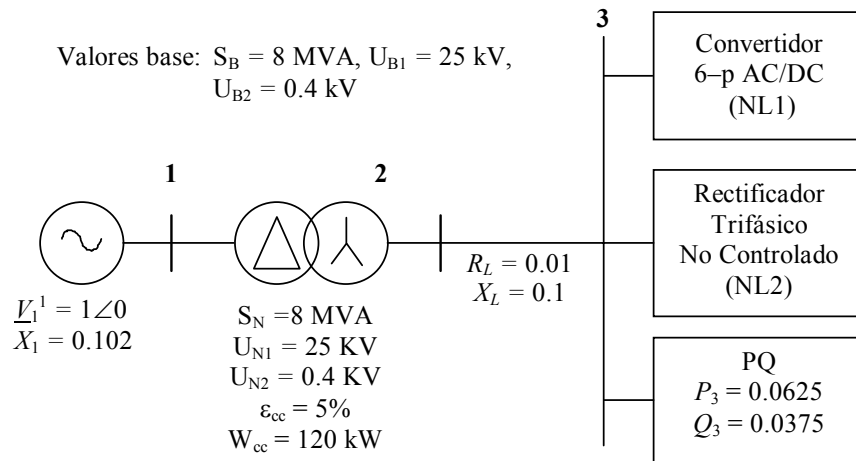
En las dos últimas formulaciones, como ya se ha explicado en puntos anteriores, se considera la interacción armónica entre la red y los dispositivos no lineales.

La comparación entre los resultados obtenidos mediante la aplicación de las formulaciones HP y  $CHLF_F$  permite estudiar la influencia de la hipótesis de no interacción armónica, mientras que la comparación entre los resultados de  $CHLF_F$  y de  $CHLF_H$ , permite estudiar la influencia de la hipótesis de potencia debida solamente a la componente fundamental.

El sistema a estudiar consta de tres nudos, a uno de los cuales se han conectado dos cargas no lineales, tal y como se muestra en la Figura 4.15. Estas cargas no lineales son un convertidor AC/DC de seis pulsos, NL1, y un rectificador trifásico no controlado, NL2.

Los datos del convertidor AC/DC de seis pulsos son la reactancia de cortocircuito del lado de alterna,  $X_{NL1}$ , la corriente del lado de continua,  $I_D$ , la cual se asume sin rizado, y el ángulo de disparo de los tiristores,  $\alpha$ .

Los datos del rectificador trifásico no controlado son la impedancia de cortocircuito del lado de alterna,  $Z_{NL2} = R_{NL2} + jX_{NL2}$ , el condensador de filtrado del lado de continua,  $X_C$ , y la carga, modelada mediante una resistencia de valor  $R$ .



	Datos	Parámetros
NL1	$X_{NL1} = 0.848$ $\alpha = 0^\circ$ $I_D = 0.692$	$t_0, \mu$
NL2	$R_{NL2} = 0.5$ $X_{NL2} = 0.314$ $X_C = 0.375$ $R = 178.75$	$t_1, t_2$

Figura 4.15. Ejemplo estudiado

Los parámetros o incógnitas del convertidor de seis pulsos son los pasos por cero de la tensión de línea,  $t_0$ , y el ángulo de retardo o solape en el establecimiento de la corriente de línea del lado de alterna,  $\mu$ . Éstas se obtienen a partir de las condiciones impuestas, por un lado, por los pasos por cero de las tensiones de línea y, por otro lado, por el instante en que la corriente del lado de alterna alcanza su valor  $I_D$  [68].

Los parámetros o incógnitas del rectificador trifásico no controlado son los tiempos de conmutación de los diodos del puente rectificador,  $t_1$  y  $t_2$ , que se obtienen a partir de las condiciones de cambio de la conducción del rectificador, por un lado la que impone el inicio de la conducción, que corresponde al instante en que la tensión de red rectificadora y la tensión del condensador se igualan, y por otro la que impone el final de la conducción, que corresponde al paso por cero de la onda de intensidad [34].

**HP**

	NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
CLF <sub>m</sub>	1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	----	0
	2	PQ	$P_2, Q_2 (= 0)$	$\underline{V}_2^1$	2
	3	PQ	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^1$ $t_0, \mu$ $t_1, t_2$	6
NLD		$X_{NLI}, I_D, \alpha$ $\underline{Z}_{NL2}, X_C, R$			
VN	1	SLACK	$X_1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
	2	PQ	$\underline{Y}_2^h (= 0)$	$\underline{V}_2^h$	$2 \cdot h_m$
	3	PQ	$\underline{Y}_3^h$	$\underline{V}_3^h$	$2 \cdot h_m$
		NLD	$\underline{I}_{NL1}^h, \underline{I}_{NL2}^h$		

**CHLF<sub>F</sub>**

NUDOS	TIPO	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
2	PQ	$P_2, Q_2 (= 0)$	$\underline{V}_2^k$	$2 \cdot h_m + 2$
3	PQ	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^k$ $t_0, \mu$ $t_1, t_2$	$2 \cdot h_m + 6$
	NLD	$X_{NLI}, I_D, \alpha$ $\underline{Z}_{NL2}, X_C, R$		

**CHLF<sub>H</sub>**

NUDOS	TIPOS	DATOS	INCÓGNITAS	Nº INCÓGNITAS
1	SLACK	$\underline{V}_1^1$	$\underline{V}_1^h$	$2 \cdot h_m$
2	PQ	$P_2, Q_2 (= 0)$	$\underline{V}_2^k$	$2 \cdot h_m + 2$
3	PQ	$P_3, Q_3$	$\underline{V}_3^k, \underline{Y}_3^1$ $t_0, \mu$ $t_1, t_2$	$2 \cdot h_m + 8$
	NLD	$X_{NLI}, I_D, \alpha$ $\underline{Z}_{NL2}, X_C, R$		

Tabla 4.13. Datos e incógnitas del ejemplo numérico estudiado

En ambos casos, las condiciones que permiten la obtención de las incógnitas de los dispositivos no lineales dependen, en primer lugar, de los propios parámetros de éstos y, en segundo lugar, de la tensión fundamental del nudo en el caso de la formulación HP, y de las tensiones fundamental y armónicas del nudo en los casos de las formulaciones CHLF<sub>F</sub> y CHLF<sub>H</sub>.

Así, los datos y las incógnitas del sistema a estudio para las tres formulaciones y considerando  $h_m$  armónicos se encuentran en la Tabla 4.13.

El número de ecuaciones que se debe plantear en cada una de las formulaciones, para obtener las correspondientes incógnitas, es,

- HP: un sistema no lineal de ecuaciones con 8 incógnitas y un sistema lineal de ecuaciones con  $6 \cdot h_m$  incógnitas.
- CHLF<sub>F</sub>: un sistema no lineal de ecuaciones con  $6 \cdot h_m + 8$  incógnitas.
- CHLF<sub>H</sub>: un sistema no lineal de ecuaciones con  $6 \cdot h_m + 10$  incógnitas.

Se puede apreciar la diferencia entre la formulación HP y las otras dos formulaciones debido a la hipótesis de no interacción armónica. Por otro lado, la posibilidad de calcular la admitancia fundamental de las cargas PQ de acuerdo con la expresión  $\underline{Y}_3^1 = (P_3 - j \cdot Q_3) / (V_3^1)^2$ , permite una reducción del número de incógnitas en el CHLF<sub>F</sub> con respecto a CHLF<sub>H</sub>.

El problema se resuelve con el paquete informático INTARBCN, el cual permite analizar redes de hasta 200 nudos y 500 componentes. Dicho programa, desarrollado bajo entorno Windows, consta de un motor de cálculo programado en Fortran 4.0 y una interfase de comunicación con el usuario programada en Visual Basic 4.0 [52, 77, 78].

El programa incluye como elementos no lineales los desarrollados en la referencia [66] y como elementos lineales, nudos Slack, PQ y PV, líneas (modelos longitudinal, en  $\pi$  y parámetros distribuidos), transformadores (de regulación fija y variable) y equipos de

compensación y filtrado [45, 51, 69, 71]. Sus prestaciones permiten resolver el problema armónico a partir de las tres formulaciones a estudio, HP, CHLF<sub>F</sub> y CHLF<sub>H</sub> pudiendo abordar la resolución numérica por el método de Newton o sus variantes [71].

Una vez resuelto el problema mediante las tres formulaciones anteriores, primero se comparan los resultados obtenidos para las formulaciones HP y CHLF<sub>F</sub> en las Figuras 4.16 a 4.20.

Las Figuras 4.16 y 4.17 muestran la distorsión armónica y la distorsión armónica total de las corrientes de los dispositivos no lineales. En estas figuras se muestran además los parámetros de las cargas no lineales (pasos por cero de la tensión de conmutación,  $t_0$ , y el ángulo de retardo,  $\mu$ , para el convertidor AC/DC, y los pasos por cero de la corriente,  $t_1$  y  $t_2$ , para el rectificador trifásico no controlado).

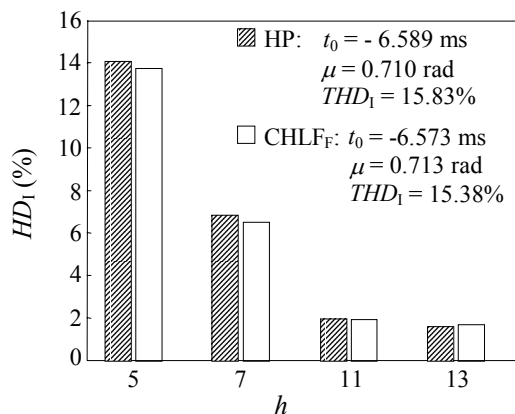


Figura 4.16. Distorsión armónica de la corriente consumida por el convertidor trifásico de seis pulsos

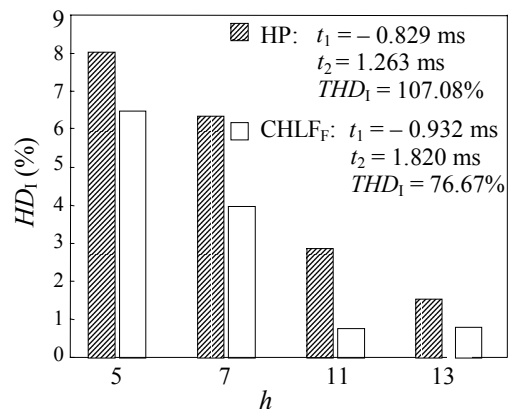


Figura 4.17. Distorsión armónica de la corriente consumida por el rectificador trifásico no controlado

La Figura 4.18 muestra la distorsión armónica y la distorsión armónica total de la tensión en el nudo 3, al cual están conectadas las cargas no lineales.

La Figura 4.19 muestra la distorsión armónica total de la tensión de todos los nudos.

Por último, la Figura 4.20 muestra las formas de onda de la tensión en el nudo 3.



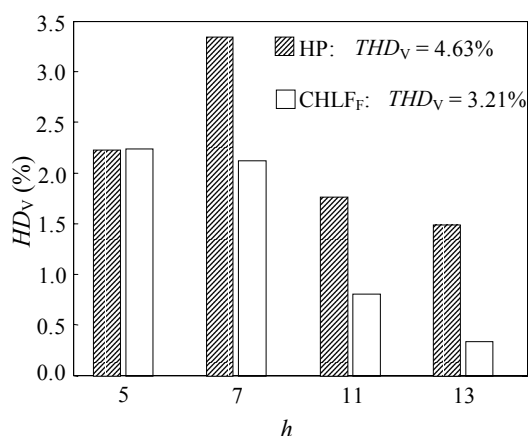


Figura 4.18. Distorsión armónica de la tensión del nudo 3

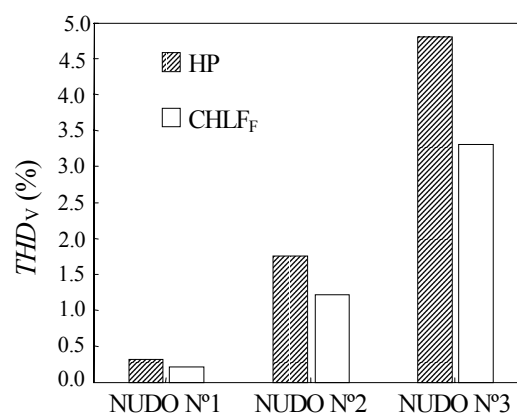


Figura 4.19. Distorsión armónica total de las tensiones de los nudos ( $h_m \leq 25$ )

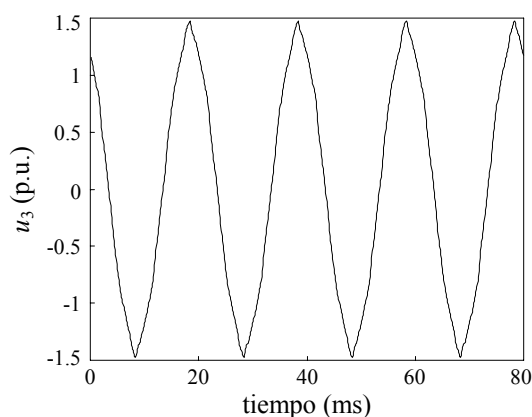
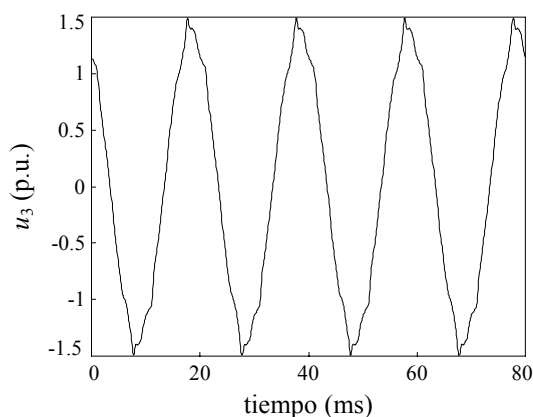


Figura 4.20. Formas de onda de la tensión del nudo 3: HP (izquierda), CHLFF (derecha)

Las figuras anteriores permiten analizar la influencia de la hipótesis de interacción armónica en los resultados del flujo armónico de cargas. De los resultados obtenidos se desprende que,

- la consideración de no interacción armónica, formulación HP, conduce a una sobreestimación de las tensiones y corrientes armónicas si la distorsión es elevada [34, 42].
- la influencia de la interacción armónica depende de la carga no lineal. En el ejemplo estudiado, el rectificador trifásico no controlado es más sensible a la

distorsión que el convertidor AC/DC de seis pulsos, según se desprende de la comparación de las dos formulaciones, HP y  $CHLF_F$ , en las Figuras 4.16 y 4.17.

En general, la primera observación obliga a la mayoría de los autores a formular el problema suponiendo la existencia de interacción armónica entre la red y los dispositivos no lineales. Sólo en el caso de querer un cálculo rápido y estimativo de la distribución de los armónicos en la red se optará por la formulación HP. De todas formas, el hecho de que la sensibilidad al contenido armónico dependa del dispositivo no lineal podría abrir una opción a utilizar la formulación HP cuando en la red sólo existiesen los dispositivos no lineales menos sensibles a dicha contaminación.

Por otro lado, analizando los resultados obtenidos a partir del  $CHLF_F$  y del  $CHLF_H$  se ha observado que son bastante parecidos. Esto se explica a partir del gráfico de la Figura 4.21, el cual muestra el ratio entre la potencia armónica y la potencia fundamental consumidas por las diferentes cargas presentes en el sistema estudiado. El reducido valor de este ratio indica que la potencia armónica consumida es despreciable frente al valor de la potencia fundamental, por lo que la hipótesis realizada en el  $CHLF_F$  sería correcta. Esta circunstancia es habitual en el estudio del flujo armónico de cargas, lo que lleva a la mayoría de los autores a adoptar como hipótesis habitual la consideración de la potencia producida únicamente por la onda fundamental.

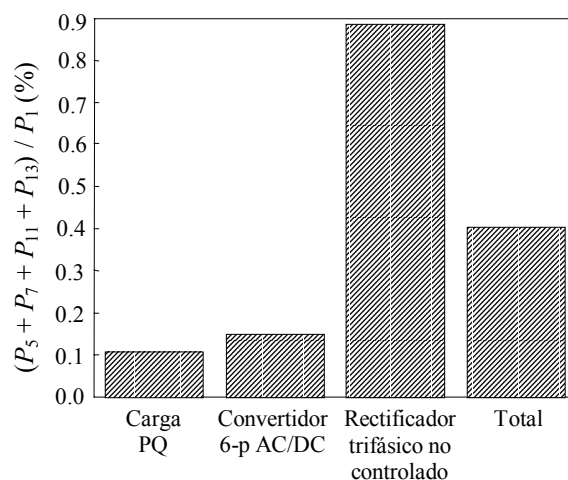


Figura 4.21. Ratio potencia armónica – potencia fundamental

---

## Capítulo 5

# Conclusiones y líneas futuras de investigación

### 5.1 Resumen y conclusiones

En la presente tesis se han abordado diversos aspectos englobados dentro del análisis armónico en sistemas eléctricos de potencia. La problemática derivada de la existencia de armónicos en la red ha conducido, por una lado, al estudio de la *calidad en el suministro eléctrico* a partir de la definición de índices y normativas que cuantifican y limitan la distorsión de las ondas eléctricas a niveles tolerables para el sistema y los receptores y, por otro lado, al desarrollo de los estudios del *flujo armónico de cargas* que permiten obtener la tensión fundamental y armónica de todos los nudos de la red así como los parámetros

que caracterizan el comportamiento de los dispositivos no lineales para un estado de carga dado.

Las aportaciones recogidas en este trabajo son las siguientes:

- Definición de un nuevo índice de calidad, a partir del concepto de transformada de Fourier de ventana móvil, con el objetivo de mejorar la caracterización de la calidad del servicio eléctrico en régimen no periódico. La definición se realiza a partir de la extensión de la distorsión armónica total, utilizada en condiciones periódicas, al caso aperiódico, donde perdería su validez. Asimismo, se discute su consistencia en relación con otros índices existentes y con fenómenos como las pérdidas de potencia activa e interferencias en las señales.
- Estudio y caracterización del error cometido debido a la utilización de transformadas matemáticas, como la transformada de Fourier, en el análisis del contenido armónico en sistemas eléctricos. A partir de estudios recogidos en la bibliografía, se ha analizado la aplicación de uno de estos estudios al caso de las señales correspondientes a diferentes tipos de dispositivos no lineales como la fuente de alimentación monofásica y trifásica, la lámpara de descarga y los rectificadores AC/DC de seis y doce pulsos.
- Caracterización gráfica del comportamiento del rectificador monofásico con filtro capacitivo en conducción discontinua. Los gráficos resultantes permiten analizar de forma sencilla la influencia de los diferentes parámetros del dispositivo en su funcionamiento.
- Desarrollo de dos modelos analíticos sencillos que determinan el comportamiento del rectificador monofásico y del rectificador trifásico con filtro capacitivo en conducción discontinua cuando su punto de operación se define a partir de la corriente de continua consumida o de la potencia consumida. En el caso de que la potencia consumida por el convertidor sea el dato conocido las expresiones a las

que se llega son no lineales por lo que se ha implementado un sencillo algoritmo de cálculo para su resolución. Asimismo, el comportamiento de los rectificadores también se caracteriza de manera gráfica para los dos supuestos anteriores, corriente de continua o consumo de potencia conocidos, a partir de las ecuaciones del modelo y mediante la definición de variables normalizadas. La validación de los modelos se realiza mediante la comparación gráfica con un modelo analítico que tiene en cuenta el rizado de la tensión de continua, y mediante simulaciones con el programa PSPICE y comparaciones con resultados recogidos en la bibliografía. Así los modelos desarrollados ofrecen como ventaja frente a otros modelos más complejos aunque más exactos su sencilla aplicación a cálculos aproximados de interés práctico.

- Estudio de los límites de contaminación armónica a partir de los modelos desarrollados para los rectificadores monofásico y trifásico, según la normativa vigente.
- Realización de una completa recopilación, revisión y ordenación de los múltiples enfoques de la formulación del flujo armónico de cargas en el dominio de la frecuencia, en condiciones equilibradas y desequilibradas, que históricamente han ido apareciendo en la bibliografía de forma relativamente desordenada. El estudio se complementa con el balance, en condiciones equilibradas, de los datos, incógnitas y ecuaciones planteadas en cada una de las formulaciones. Además, se analizan dos ejemplos que ilustran las formulaciones presentadas y comentan las hipótesis fundamentales que en ellas se realizan.

## **5.2 Sugerencias para futuras líneas de investigación**

Las posibles líneas de investigación que han ido surgiendo en el desarrollo de la presente tesis son las siguientes,

- Definición de índices de calidad en régimen no periódico utilizando otras funciones ventana, como la función ventana gaussiana, Hanning, etc. o aplicando otras transformadas matemáticas como la transformada *wavelet*.
- Extensión del análisis del error debido al uso de señales muestreadas a partir de otros estudios presentes en la bibliografía, o debido a otras fuentes de error (limitación de banda, aproximación de integrales, ...).
- Desarrollar modelos analíticos sencillos que permitan determinar el comportamiento de los rectificadores monofásico y trifásico con filtro capacitivo en conducción continua.
- Analizar la cancelación de armónicos en sistemas con presencia de rectificadores monofásicos y trifásicos con filtro capacitivo en conducción continua y discontinua.
- Extensión del balance de datos, incógnitas y ecuaciones planteadas en cada formulación a condiciones desequilibradas. Estudio numérico completo de todas las formulaciones a partir de la resolución de diversos ejemplos.
- Aprovechar la completa revisión bibliográfica realizada para proponer mejoras en la formulación del problema armónico.

# Apéndice

## Modelización de los rectificadores no controlados con filtro capacitivo

El estudio del comportamiento del rectificador monofásico y la validación del modelo aproximado de los rectificadores monofásico y trifásico del capítulo 3 se realizan a partir de la resolución exacta de las ecuaciones que describen el comportamiento del dispositivo [66].

### A.1 Rectificador monofásico no controlado con filtro capacitivo

El modelo del rectificador monofásico en el que se considera como dato la corriente consumida por la carga alimentada es, como se comentó en el capítulo 3, el mostrado en la Figura A.1.

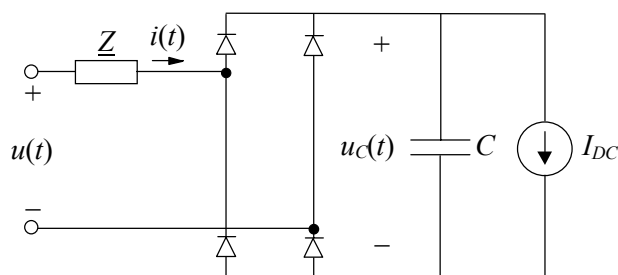


Figura A.1. Esquema de la fuente de alimentación monofásica

El comportamiento del dispositivo es diferente según si el puente de diodos está en conducción o no. Considerando el sentido de la intensidad, se pueden diferenciar cuatro tramos, Figura A.2:

- Tramo 1:  $t_1 - t_2$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$ .
- Tramo 2:  $t_2 - t_3$  carga del condensador:  $i < 0$ .
- Tramo 3:  $t_3 - t_4$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$ .
- Tramo 4:  $t_4 - t_5$  carga del condensador:  $i > 0$ .

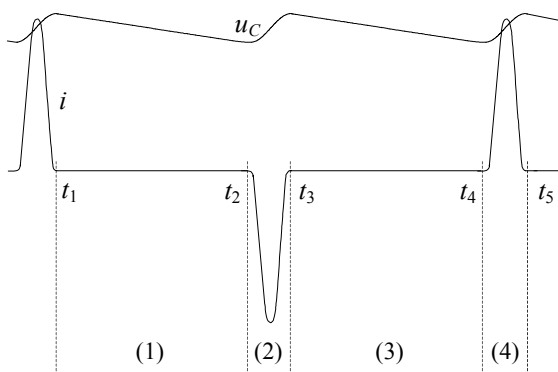


Figura A.2. Formas de onda de la corriente  $i$  y de la tensión  $u_C$

En nuestro caso, la tensión de alimentación es de la forma

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \alpha_U) \quad (\text{A.1})$$

y presenta simetría de semionda, con lo que la onda de intensidad también presenta simetría. En este caso, la tensión en el condensador se repite cada medio periodo. Como consecuencia, bastará con estudiar el comportamiento del dispositivo en medio periodo,



por ejemplo, los tramos 1 y 2, y determinar los instantes de tiempo  $t_1$  y  $t_2$  ( $t_3 = t_1 + T/2$ ,  $t_4 = t_2 + T/2$ ,  $t_5 = t_1 + T$ ).

Durante el tramo 1 el rectificador no conduce y el condensador se descarga sobre la carga. El esquema del circuito pasa a ser el mostrado en la Figura A.3.

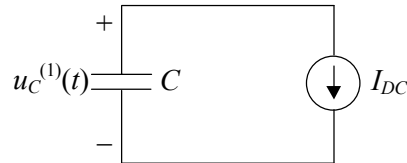


Figura A.3. Esquema del circuito durante la descarga del condensador

Durante el tramo 2 el rectificador está en estado de conducción y la tensión de alimentación se encuentra en su semionda negativa. En este tramo, el esquema del circuito pasa a ser el mostrado en la Figura A.4 (se considera un rectificador ideal).

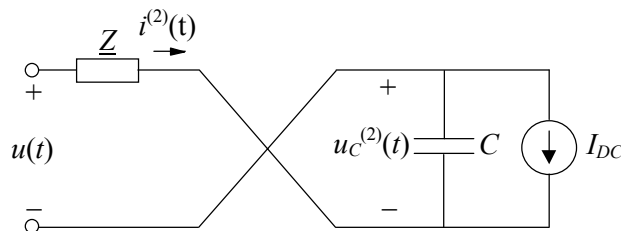


Figura A.4. Esquema del circuito durante la carga del condensador

Los modelos utilizados para estudiar el comportamiento del dispositivo y validar el modelo aproximado propuesto diferencian dos casos, aquél en el que la impedancia de la línea es puramente inductiva (estudio del comportamiento) y aquél en el que la impedancia de la línea tenga componente resistiva e inductiva (validación del modelo propuesto). Así la resolución exacta del circuito se realizará también para estos dos casos.

Esta resolución consistirá en obtener la expresión analítica de las variables dinámicas del circuito,  $i$  y  $u_C$ , para posteriormente determinar las constantes de integración de dichas

expresiones y los instantes iniciales de cada tramo en los que se descompone el comportamiento del rectificador,  $t_1$  y  $t_2$ .

Una vez caracterizada completamente la corriente, se obtienen las intensidades armónicas a partir del desarrollo de Fourier.

### **A.1.1 Expresiones analíticas**

#### **A.1.1.1 Caso inductivo**

En este caso, la impedancia de línea  $\underline{Z}$  es puramente inductiva y de valor  $\omega L$ .

##### *A.1.1.1.1 Tramo 1*

Para el tramo 1, las expresiones que describen la intensidad de entrada y la tensión del condensador son:

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t) &= -\frac{I_{DC}}{C}t + K_1 \\ i^{(1)}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{A.2}$$

##### *A.1.1.1.2 Tramo 2*

Para el tramo 2, las expresiones que describen el comportamiento del circuito son:

$$\begin{aligned} u(t) &= L \frac{di^{(2)}}{dt} - u_C^{(2)} \\ i^{(2)} &= -C \frac{du_C^{(2)}}{dt} - I_{DC} \end{aligned} \tag{A.3}$$

La solución de las ecuaciones se obtiene a partir de la resolución del sistema homogéneo y de la obtención de una solución particular.

- Solución homogénea:

El sistema homogéneo es

$$0 = L \frac{di^{(2)}(t)}{dt} - u_C^{(2)}(t) \quad (\text{A.4})$$

$$i^{(2)}(t) = -C \frac{du_C^{(2)}(t)}{dt}$$

cuya resolución conduce a:

$$u_C^{(2)}(t) \Big|_h = K_1^{(2)} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) \quad (\text{A.5})$$

$$i^{(2)}(t) \Big|_h = -C \frac{du_C^{(2)}(t)}{dt} \Big|_h = K_{1p}^{(2)} C \varepsilon \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)}) = K_{1p} K_1^{(2)} \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)})$$

con  $\varepsilon = 1/(L \cdot C)$  y  $K_{1p} = C \cdot \varepsilon$ .

- Solución particular:

La solución particular del sistema se obtiene resolviendo el circuito de forma fasorial. Aplicando el principio de superposición, en primer lugar se plantea el sistema sin considerar la fuente de corriente, Figura A.5, con  $\underline{Z} = jL\omega$ .

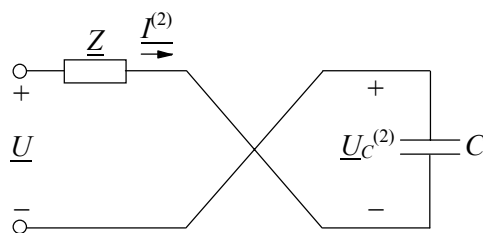


Figura A.5. Obtención de una solución particular: fuente de corriente abierta

Su resolución da como resultado:

$$\underline{I}_{pa}^{(2)} = \frac{\underline{U}}{j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = I_{pa}^{(2)} \angle \alpha_{Ipa}^{(2)} \quad (\text{A.6})$$

$$\underline{U}_{Cpa}^{(2)} = -\underline{I}_{pa}^{(2)} \left(-j\frac{1}{C\omega}\right) = U_{Cpa}^{(2)} \angle \alpha_{U_{Cpa}}^{(2)}$$

A continuación, resolviendo el sistema cortocircuitando la tensión de alimentación, Figura A.6, con  $\underline{Z} = 0$ , resulta:

$$\begin{aligned} I_{pb}^{(2)} &= -I_{DC} \\ U_{Cpb}^{(2)} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

y la solución particular del sistema obtenida es la suma de las dos anteriores.

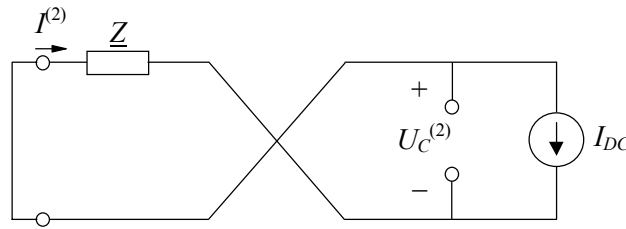


Figura A.6. Obtención de una solución particular: fuente de alimentación cortocircuitada

- Solución completa:

La solución del sistema (A.3) es la suma de las soluciones homogénea y particular obtenidas:

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t) &= K_1^{(2)} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + \sqrt{2} U_{Cpa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{U_{Cpa}}^{(2)}) \\ i^{(2)}(t) &= K_{1p} K_1^{(2)} \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + \sqrt{2} I_{pa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{Ipa}^{(2)}) - I_{DC} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

### A.1.1.2 Caso general

En este caso, la impedancia de línea  $\underline{Z}$  consta de parte resistiva y parte inductiva, siendo de valor igual a  $R+j\omega L$ .

---

#### A.1.1.2.1 Tramo 1

Para el tramo 1, las expresiones que describen la intensidad de entrada y la tensión del condensador son:

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t) &= -\frac{I_{DC}}{C}t + K_1 \\ i^{(1)}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{A.9}$$

#### A.1.1.2.2 Tramo 2

Para el tramo 2, las expresiones que describen el comportamiento del circuito son:

$$\begin{aligned} u(t) &= Ri^{(2)}(t) + L\frac{di^{(2)}(t)}{dt} - u_C^{(2)}(t) \\ i^{(2)}(t) &= -C\frac{du_C^{(2)}(t)}{dt} - I_{DC} \end{aligned} \tag{A.10}$$

La solución de las ecuaciones se obtiene a partir de la resolución del sistema homogéneo y de la obtención de una solución particular.

- Solución homogénea:

El sistema homogéneo es

$$\begin{aligned} 0 &= Ri^{(2)}(t) + L\frac{di^{(2)}(t)}{dt} - u_C^{(2)}(t) \\ i^{(2)}(t) &= -C\frac{du_C^{(2)}(t)}{dt} \end{aligned} \tag{A.11}$$

cuya resolución en este caso conduce a considerar dos casos, según el signo del discriminante del polinomio característico,  $D$ . Las raíces del polinomio característico

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0 \tag{A.12}$$

son

$$\lambda = \mu \pm \varepsilon \quad (\text{A.13})$$

donde

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{R}{2L} \\ \varepsilon &= \frac{1}{2}\sqrt{D} \\ D &= \left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Si  $D > 0$  (caso aperiódico), se tiene  $\lambda_1 = \mu + \varepsilon$ ,  $\lambda_2 = \mu - \varepsilon$ , y

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t)\Big|_h &= K_1^{(2)}e^{\lambda_1 t} + K_2^{(2)}e^{\lambda_2 t} \\ i^{(2)}(t)\Big|_h &= -C \frac{du_C^{(2)}\Big|_h}{dt} = -K_1^{(2)}C\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - K_2^{(2)}C\lambda_2 e^{\lambda_2 t} = K_{1p}K_1^{(2)}e^{\lambda_1 t} + K_{2p}K_2^{(2)}e^{\lambda_2 t} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

con  $K_{1p} = -C \cdot \lambda_1$  y  $K_{2p} = -C \cdot \lambda_2$ .

Si  $D < 0$  (caso oscilante), se tiene  $\lambda_{1,2} = \mu \pm j \cdot \varepsilon$ ,

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t)\Big|_h &= K_1^{(2)}e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) \\ i^{(2)}(t)\Big|_h &= -C \frac{du_C^{(2)}\Big|_h}{dt} = -K_1^{(2)}C\mu e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + K_1^{(2)}C\varepsilon e^{\mu t} \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)}) \\ &= K_1^{(2)}e^{\mu t} \left( K_{1p} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + K_{2p} \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

con  $K_{1p} = -C\mu$  y  $K_{2p} = C\varepsilon$ .

- Solución particular

Del mismo modo que el caso anterior, la solución particular del sistema se obtiene resolviendo el circuito de forma fasorial, aplicando el principio de superposición. En primer lugar se plantea el sistema sin considerar la fuente de corriente, Figura A.5 con  $\underline{Z} = R + jL\omega$ , cuya resolución da como resultado:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{pa}^{(2)} &= \frac{\underline{U}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = I_{pa}^{(2)} \angle \alpha_{Ipa}^{(2)} \\ \underline{U}_{Cpa}^{(2)} &= -\underline{I}_{pa}^{(2)} \left(-j\frac{1}{C\omega}\right) = U_{Cpa}^{(2)} \angle \alpha_{Ucpa}^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

A continuación, resolviendo el sistema cortocircuitando la tensión de alimentación, Figura A.6 con  $\underline{Z} = R$ , resulta:

$$\begin{aligned} I_{pb}^{(2)} &= -I_{DC} \\ U_{Cpb}^{(2)} &= -I_{DC} \cdot R \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

y la solución particular del sistema obtenida es la suma de las dos anteriores.

- Solución completa

La solución del sistema (A.10) es la suma de las soluciones homogénea y particular obtenidas. Para el caso aperiódico resulta:

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t) &= K_1^{(2)} e^{\lambda_1 t} + K_2^{(2)} e^{\lambda_2 t} + \sqrt{2} U_{Cpa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{Ucpa}^{(2)}) - I_{DC} \cdot R \\ i^{(2)}(t) &= K_{1p} K_1^{(2)} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2^{(2)} e^{\lambda_2 t} + \sqrt{2} I_{pa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{Ipa}^{(2)}) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

y para el caso oscilante:

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t) &= K_1^{(2)} e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + \sqrt{2} U_{Cpa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{Ucpa}^{(2)}) - I_{DC} \cdot R \\ i^{(2)}(t) &= K_{1p}^{(2)} e^{\mu t} \left( K_{1p} \cos(\varepsilon t + K_2^{(2)}) + K_{2p} \sin(\varepsilon t + K_2^{(2)}) \right) + \\ &\quad \sqrt{2} I_{pa}^{(2)} \cos(\omega t + \alpha_{Ipa}^{(2)}) - I_{DC} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

### A.1.1.3 Determinación de constantes

Para los dos casos estudiados, las constantes  $K_1$ ,  $K_2^{(1)}$  y  $K_2^{(2)}$  se determinan en función de  $t_1$  y  $t_2$  a partir de las condiciones de continuidad y periodicidad de las ondas. Según la Figura A.2:

---

- Condición de continuidad de la onda de corriente:

$$i^{(2)}(t_2) = i^{(1)}(t_2) = 0 \quad (\text{A.21})$$

- Condición de continuidad de la onda de tensión:

$$u_C^{(2)}(t_2) = u_C^{(1)}(t_2) = -u(t_2) \quad (\text{A.22})$$

- Condición de periodicidad de la onda de tensión:

$$u_C^{(1)}(t_1) = u_C^{(2)}\left(t_3 = t_1 + \frac{T}{2}\right) \quad (\text{A.23})$$

#### **A.1.1.4 Determinación de las incógnitas $t_1$ y $t_2$**

Las incógnitas  $t_1$  y  $t_2$  se obtienen planteando las condiciones de cambio del tramo 1 al tramo 2, según la Figura A.2. Por un lado, el rectificador comienza a conducir cuando la tensión de alimentación supera el valor de tensión del condensador:

$$f_1(t_1, t_2) = u_C^{(1)}(t_2) + u(t_2) = 0 \quad (\text{A.24})$$

Por otro lado, la conducción termina cuando la onda de intensidad alcanza el valor cero:

$$f_2(t_1, t_2) = i^{(2)}\left(t_3 = t_1 + \frac{T}{2}\right) = 0 \quad (\text{A.25})$$

#### **A.1.2 Determinación de los armónicos de corriente**

Una vez obtenida la expresión de la corriente  $i(t)$  consumida por el dispositivo, se determinan sus componentes armónicas a partir de su desarrollo de Fourier. Dicho desarrollo puede realizarse de forma analítica [66] o utilizar rutinas numéricas. En el presente trabajo se ha recurrido a las rutinas numéricas para la determinación de los armónicos de corriente.



## A.2 Rectificador trifásico no controlado con filtro capacitivo

El modelo del rectificador trifásico en el que se considera como dato la corriente consumida por la carga alimentada es, como se comentó en el capítulo 3, el mostrado en la Figura A.7.

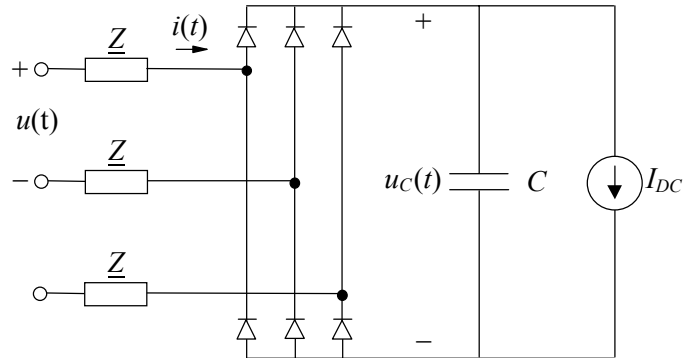


Figura A.7. Esquema de la fuente de alimentación trifásica

El comportamiento del dispositivo es diferente según si el puente de diodos está en conducción o no. Considerando el sentido de la intensidad, se pueden diferenciar doce tramos, Figura A.8:

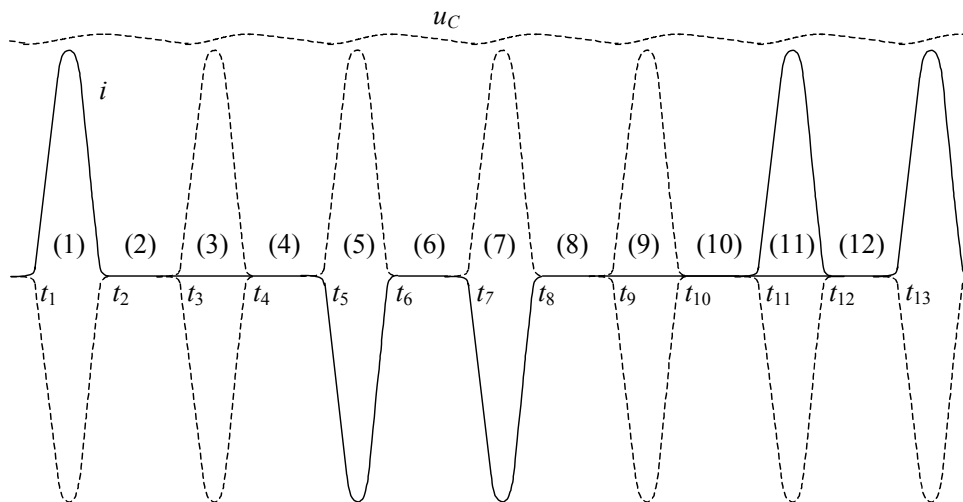


Figura A.8. Formas de onda de la corriente  $i$  y de la tensión  $u_C$

- Tramo 1:  $t_1 - t_2$  carga del condensador:  $i > 0$
- Tramo 2:  $t_2 - t_3$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$

- Tramo 3:  $t_3 - t_4$  carga del condensador:  $i = 0$
- Tramo 4:  $t_4 - t_5$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$
- Tramo 5:  $t_5 - t_6$  carga del condensador:  $i < 0$
- Tramo 6:  $t_6 - t_7$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$
- Tramo 7:  $t_7 - t_8$  carga del condensador:  $i < 0$
- Tramo 8:  $t_8 - t_9$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$
- Tramo 9:  $t_9 - t_{10}$  carga del condensador:  $i = 0$
- Tramo 10:  $t_{10} - t_{11}$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$
- Tramo 11:  $t_{11} - t_{12}$  carga del condensador:  $i > 0$
- Tramo 12:  $t_{12} - t_{13}$  descarga del condensador sobre la carga:  $i = 0$

En nuestro caso, la fuente de alimentación se alimenta con un sistema trifásico de tensiones simétrico, siendo la tensión entre fases de la forma

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \alpha_U) \quad (\text{A.26})$$

que presenta simetría  $2\pi/3$  y simetría de semionda, con lo que será suficiente el estudio del dispositivo en dos tramos, por ejemplo, los tramos 1 y 2, y determinar los instantes de tiempo  $t_1$  y  $t_2$  ( $t_3 = t_1 + T/6$ ,  $t_4 = t_2 + T/6$ ,  $t_5 = t_1 + T/3$ ,  $t_6 = t_2 + T/3$ ,  $t_7 = t_1 + T/2$ ,  $t_8 = t_2 + T/2$ ,  $t_9 = t_1 + 2T/3$ ,  $t_{10} = t_2 + 2T/3$ ,  $t_{11} = t_1 + 5T/6$ ,  $t_{12} = t_2 + 5T/6$ ,  $t_{13} = t_1 + T$ ).

Durante el tramo 1 el rectificador está en estado de conducción y la tensión de alimentación se encuentra en su semionda positiva. En este tramo, el esquema del circuito pasa a ser el mostrado en la Figura A.9 (se considera un rectificador ideal).

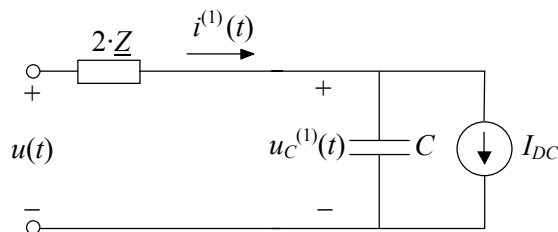


Figura A.9. Esquema del circuito durante la carga del condensador

Durante el tramo 2 el rectificador no conduce y el condensador se descarga sobre la carga. El esquema del circuito pasa a ser el mostrado en la Figura A.10.

El modelo utilizado para validar el modelo aproximado propuesto es aquél en el que la impedancia de la línea es puramente inductiva (estudio del comportamiento) y aquél en el que la impedancia de la línea tenga componente resistiva e inductiva. Así la resolución exacta del circuito se realizará para este caso.

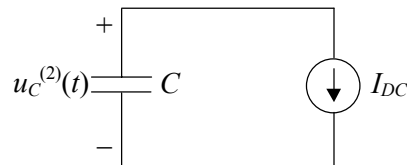


Figura A.10. Esquema del circuito durante la descarga del condensador

Esta resolución consistirá en obtener la expresión analítica de las variables dinámicas del circuito,  $i$  y  $u_C$ , para posteriormente determinar las constantes de integración de dichas expresiones y los instantes iniciales de cada tramo en los que se descompone el comportamiento del rectificador,  $t_1$  y  $t_2$ .

Una vez caracterizada completamente la corriente se obtienen las intensidades armónicas a partir del desarrollo de Fourier de dicha corriente.

## A.2.1 Expresiones analíticas

### A.2.1.1 Caso general

En el caso general, la impedancia de línea  $\underline{Z}$  consta de parte resistiva y parte inductiva, siendo de valor igual a  $R+j\omega L$ .

#### A.2.1.1.1 Tramo 1

Para el tramo 1, las expresiones que describen el comportamiento del circuito son:

$$\begin{aligned}u(t) &= 2Ri^{(1)}(t) + 2L \frac{di^{(1)}(t)}{dt} - u_C^{(1)}(t) \\i^{(1)}(t) &= -C \frac{du_C^{(1)}(t)}{dt} - I_{DC}\end{aligned}\tag{A.27}$$

La solución de las ecuaciones se obtiene a partir de la resolución del sistema homogéneo y de la obtención de una solución particular.

- Solución homogénea:

El sistema homogéneo es

$$\begin{aligned}0 &= 2Ri^{(1)}(t) + 2L \frac{di^{(1)}(t)}{dt} - u_C^{(1)}(t) \\i^{(1)}(t) &= -C \frac{du_C^{(1)}(t)}{dt}\end{aligned}\tag{A.28}$$

cuya resolución en este caso conduce a considerar dos casos, según el signo del discriminante del polinomio característico,  $D$ . Las raíces del polinomio característico

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{2LC} = 0\tag{A.29}$$

son

$$\lambda = \mu \pm \varepsilon\tag{A.30}$$

donde

$$\begin{aligned}\mu &= -\frac{R}{2L} \\ \varepsilon &= \frac{1}{2}\sqrt{D} \\ D &= \left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{2}{LC}\end{aligned}\tag{A.31}$$

Si  $D > 0$  (caso aperiódico), se tiene  $\lambda_1 = \mu + \varepsilon$ ,  $\lambda_2 = \mu - \varepsilon$ , y

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t)\Big|_h &= K_1^{(1)} e^{\lambda_1 t} + K_2^{(1)} e^{\lambda_2 t} \\ i^{(1)}(t)\Big|_h &= -C \frac{du_C^{(1)}}{dt}\Big|_h = -K_1^{(1)} C \lambda_1 e^{\lambda_1 t} - K_2^{(1)} C \lambda_2 e^{\lambda_2 t} = K_{1p} K_1^{(1)} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2^{(1)} e^{\lambda_2 t} \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

con  $K_{1p} = -C \cdot \lambda_1$  y  $K_{2p} = -C \cdot \lambda_2$ .

Si  $D < 0$  (caso oscilante), se tiene  $\lambda_{1,2} = \mu \pm j \cdot \varepsilon$ ,

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t)\Big|_h &= K_1^{(1)} e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(1)}) \\ i^{(1)}(t)\Big|_h &= -C \frac{du_C^{(1)}}{dt}\Big|_h = -K_1^{(1)} C \mu e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(1)}) + K_1^{(1)} C \varepsilon e^{\mu t} \sin(\varepsilon t + K_2^{(1)}) \\ &= K_1^{(1)} e^{\mu t} \left( K_{1p} \cos(\varepsilon t + K_2^{(1)}) + K_{2p} \sin(\varepsilon t + K_2^{(1)}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

con  $K_{1p} = -C \mu$  y  $K_{2p} = C \varepsilon$ .

- Solución particular

La solución particular del sistema se obtiene resolviendo el circuito de forma fasorial. Aplicando el principio de superposición, en primer lugar se plantea el sistema sin considerar la fuente de corriente, Figura A.11.

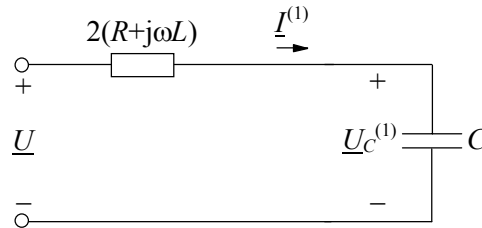


Figura A.11. Obtención de una solución particular: fuente de corriente abierta

cuya resolución da como resultado:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{pa}^{(1)} &= \frac{\underline{U}}{2R + j \left( 2L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)} = I_{pa}^{(1)} \angle \alpha_{Ipa}^{(1)} \\ \underline{U}_{Cpa}^{(1)} &= -\underline{I}_{pa}^{(1)} \left( -j \frac{1}{C\omega} \right) = U_{Cpa}^{(1)} \angle \alpha_{U_Cpa}^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

A continuación, resolviendo el sistema cortocircuitando la tensión de alimentación, Figura A.12, resulta:

$$\begin{aligned} I_{pb}^{(1)} &= -I_{DC} \\ U_{Cpb}^{(1)} &= -I_{DC} \cdot 2R \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

y la solución particular del sistema obtenida es la suma de las dos anteriores.

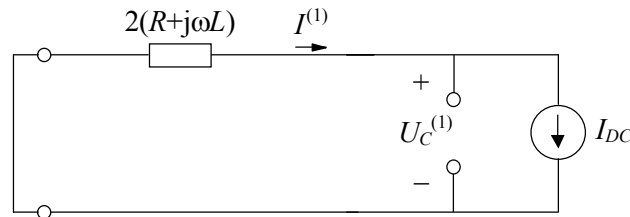


Figura A.12. Obtención de una solución particular: fuente de alimentación cortocircuitada

- Solución completa

La solución del sistema (A.27) es la suma de las soluciones homogénea y particular obtenidas. Para el caso aperiódico resulta:

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t) &= K_1^{(1)} e^{\lambda_1 t} + K_2^{(1)} e^{\lambda_2 t} + \sqrt{2} U_{Cpa}^{(1)} \cos(\omega t + \alpha_{U_{Cpa}}^{(1)}) - I_{DC} \cdot R \\ i^{(1)}(t) &= K_{1p} K_1^{(1)} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2^{(1)} e^{\lambda_2 t} + \sqrt{2} I_{pa}^{(1)} \cos(\omega t + \alpha_{Ipa}^{(1)}) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

y para el caso oscilante:

$$\begin{aligned} u_C^{(1)}(t) &= K_1^{(1)} e^{\mu t} \cos(\varepsilon t + K_2^{(1)}) + \sqrt{2} U_{Cpa}^{(1)} \cos(\omega t + \alpha_{U_{Cpa}}^{(1)}) - I_{DC} \cdot R \\ i^{(2)}(t) &= K_1^{(1)} e^{\mu t} \left( K_{1p} \cos(\varepsilon t + K_2^{(1)}) + K_{2p} \sin(\varepsilon t + K_2^{(1)}) \right) + \\ &\quad \sqrt{2} I_{pa}^{(1)} \cos(\omega t + \alpha_{Ipa}^{(1)}) - I_{DC} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

#### A.2.1.1.2 Tramo 2

Para el tramo 2, las expresiones que describen la intensidad de entrada y la tensión del condensador son:

$$\begin{aligned} u_C^{(2)}(t) &= -\frac{I_{DC}}{C}t + K_1 \\ i^{(2)}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{A.38}$$

### A.2.1.2 Determinación de constantes

Las constantes  $K_1$ ,  $K_2^{(1)}$  y  $K_2^{(2)}$  se determinan en función de  $t_1$  y  $t_2$  a partir de las condiciones de continuidad y periodicidad de las ondas. Según la Figura A.8:

- Condición de continuidad de la onda de tensión:

$$u_C^{(1)}(t_2) = u_C^{(2)}(t_2) \tag{A.39}$$

- Condición de periodicidad de la onda de tensión:

$$u_C^{(1)}(t_1) = u_C^{(2)}\left(t_3 = t_1 + \frac{T}{6}\right) \tag{A.40}$$

- Condición de periodicidad de la onda de corriente:

$$i^{(1)}(t_1) = i^{(2)}\left(t_3 = t_1 + \frac{T}{6}\right) = 0 \tag{A.41}$$

### A.2.1.3 Determinación de las incógnitas $t_1$ y $t_2$

Las incógnitas  $t_1$  y  $t_2$  se obtienen planteando las condiciones de cambio del tramo 1 al tramo 2, según la Figura A.8. Por un lado, el rectificador comienza a conducir cuando la tensión de alimentación supera el valor de tensión del condensador:

$$f_1(t_1, t_2) = u_C^{(1)}(t_1) + u(t_1) = 0 \tag{A.42}$$

Por otro lado, la conducción termina cuando la onda de intensidad alcanza el valor cero:

$$f_2(t_1, t_2) = i^{(1)}(t_2) = 0 \tag{A.43}$$

### **A.2.2 Determinación de los armónicos de corriente**

Una vez obtenida la expresión de la corriente  $i(t)$  consumida por el dispositivo, se determinan sus componentes armónicas a partir de su desarrollo de Fourier. Dicho desarrollo puede realizarse de forma analítica [66] o utilizar rutinas numéricas. En el presente trabajo se ha recurrido a las rutinas numéricas para la determinación de los armónicos de corriente.



# Bibliografía

## 1 Libros

- [1] J. Arrillaga, D. A. Bradley, P. S. Bodger, *Power System Harmonics*. John Wiley & Sons, 1983.
- [2] J. Arrillaga, C. P. Arnold, *Computer Analysis of Power Systems*. John Wiley and Sons, 1990.
- [3] A. M. Cohen, *Análisis Numérico*, Ed. Reverté, S.A, 1977.
- [4] H. W. Dommel, *Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book)*. Bonneville Power Administration, 1986.
- [5] J. J. Grainger, W. D. Stevenson, Jr., *Análisis de Sistemas de Potencia*. McGraw-Hill, 1996.
- [6] G. T. Heydt, *Electric Power Quality*, Stars in a Circle Publications, 1991.
- [7] C. D. McGuillem, G. R. Cooper, *Continuous and Discrete Signal and System Analysis*. Third Edition. Saunders College Publications, 1991.

- [8] N. Mohan, T.M. Undeland, W.P. Calm, *Power Electronics*. John Wiley & Sons, 1995.
- [9] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, *Señales y Sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1994.

## 2 Artículos de revistas y ponencias en congresos

### 2.1 Calidad en el suministro eléctrico

- [10] R. I. Becker, N. Morrison, *The Errors in FFT Estimation of the Fourier Transform*. IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 44, No. 8, August 1996, pp. 2073-2077.
- [11] S. Crepaz, *Eddy Currents Losses in Rectifier Transformers*. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 89, No. 7, September/October 1970, pp. 1651-1656.
- [12] D. Gabor, "Theory of communication", *Journal of the IEE*, Vol.93, 1946, pp. 429-457.
- [13] S. Herraiz, G. T. Heydt, E. O'Neill-Carrillo, *Power Quality Indices for Aperiodic Voltages and Currents*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 15, No. 2, April 2000, pp. 784-790.
- [14] S. Herraiz, G. T. Heydt, E. O'Neill-Carrillo, *Power Quality Indices for Aperiodic Voltages and Currents*. IEEE PES Summer Meeting, Vol. 3, Seattle (Washington), USA, July 2000, pp. 1324.
- [15] S. Herraiz, L. Sainz, *Error en el Análisis de Cargas No Lineales al Aplicar la Transformada Discreta de Fourier*. 7as Jornadas Hispano Lusas de Ingeniería Eléctrica, Vol. 2, Leganés (Madrid), Julio 2001, pp. 213-218.
- [16] S. Herraiz, L. Sainz, *Error en el Análisis de Cargas No Lineales al Aplicar la Transformada Discreta de Fourier*. Revista Internacional Información Tecnológica del Centro de Información Tecnológica (CIT), Chile. Aceptado para su publicación.
- [17] G. T. Heydt, *The Present Status of Harmonic Power Flow Studies*, Proc. of the International Symposium on Electric Energy Conversion in Power Systems, Capri,

---

Italy, May 1989, pp. 1-11.

- [18] G. T. Heydt, K. J. Olejniczak, R. Sparks, E. Viscito, *Application of the Hartley Transform for the Analysis of the Propagation of Nonsinusoidal Waveforms in Power Systems*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 6, No. 4, October 1991, pp. 1862-1868.
- [19] G. T. Heydt, W. T. Jewell, *Pitfalls of Electric Power Quality Indices*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, April 1998, pp. 570-578.
- [20] G. T. Heydt, P. S. Fjeld, C. C. Liu, D. Pierce, L. Tu, G. Hensley, *Applications of the Windowed FFT to Electric Power Quality Assessment*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999, pp. 1411-1416.
- [21] M. S. Kandil, S. A. Farghal, A. Elmithwally, *Refined Power Quality Indices*, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 148, No.6, November 2001, pp. 590-596.
- [22] E. O'Neill-Carrillo, G. T. Heydt, E. J. Kostelich, S. S. Venkata, A. Sundaram, *Nonlinear Deterministic Modeling of Highly Varying Loads*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 14, No. 2, April 1999, 537-542.
- [23] O. Rioul, M. Vetterli, *Wavelets and Signal Processing*. IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 8, No. 4, October 1991, pp. 14-38.
- [24] S. Santoso, E. J. Powers, W. M. Grady, P. Hofmann, *Power Quality Assesment Via Wavelet Transform Analysis*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 11, No. 2, April 1996, pp. 924-930.
- [25] N. R. Watson, C. K. Ying, C. P. Arnold, *A Global Power Quality Index for Aperiodic Waveforms*. Proceedings of the 9th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Vol. 3, Orlando (Florida), USA, October 2000, pp. 1029-1034.

## 2.2 Rectificadores no controlados con filtro capacitivo

- [26] M. Grötzbach, M. Bauta, R. Redmann, *Line Side Behaviour of Six-Pulse Diode*
-

- Bridge Rectifiers with AC-Side Reactance and Capacitive Load*. Proceedings of Power Quality, Bremen, Germany, 1995, pp. 525-534.
- [27] M. Grötzbach, R. Redmann, *Line Current Harmonics of VSI-Fed Adjustable-Speed Drives*. IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 36, No. 2, March/April 2000, pp. 683-690.
- [28] S. Herraiz, L. Sainz, J. Pedra, *Line Side Behavior of Single-Phase Uncontrolled Rectifiers*. Proc. 9th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Vol. II. Orlando (Florida),USA, October 2000, pp. 577-582.
- [29] S. Herraiz, L. Sainz, J. Pedra, *A Simple Model of a Single-Phase Uncontrolled Rectifier*. Proc. IASTED International Conference on Power and Energy Systems, Rhodes, Greece, July 2001, pp. 320-324.
- [30] S. Herraiz, L. Sainz, J. Pedra, *Behaviour of Single-Phase Full-Wave Rectifier*. European Transactions on Electrical Power (ETEP). Aceptado para su publicación.
- [31] S. Herraiz, L. Sainz, F. Córcoles, J. Pedra, *A Simple Model of a Three-Phase Full-Wave Rectifier*. IASTED International Conference on Power and Energy Systems, Crete, Greece, June 2002. Aceptado para su presentación.
- [32] S. Herraiz, L. Sainz, F. Córcoles, J. Pedra, *A Simple Model of a Single-Phase Full-Wave Rectifier*. European Transactions on Electrical Power (ETEP). Pendiente.
- [33] A. Mansoor, W. M. Grady, A. H. Chowdhury, M. J. Samotyj, *An Investigation of Harmonics Attenuation and Diversity Among Distributed Single-Phase Power Electronic Loads*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 1, January 1995, pp. 467-473.
- [34] A. Mansoor, W. M. Grady, R. S. Thallam, M. T. Doyle, S. D. Krein, M. J. Samotyj, *Effect of Supply Voltage Harmonics on the Input Current of Single-Phase Diode Bridge Rectifier Loads*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, July 1995, pp. 1416-1422.
- [35] A. Mansoor, W. M. Grady, P. T. Staats, R. S. Thallam, M. T. Doyle, M. J. Samotyj, *Predicting the Net Harmonic Currents Produced by Large Numbers of Distributed Single-Phase Computer Loads*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 4,
-

---

October 1995, pp. 2001-2006.

- [36] A. Mansoor, W. M. Grady, *Analysis of Compensation Factors Influencing the Net Harmonic Current Produced by Single-Phase Non-Linear Loads*. Proc. 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98, Athens, Greece, 1998, pp. 883-889.
- [37] J. G. Mayordomo, A. Hernández, R. Asensi, L. F. Beites, M. Izzeddine, *A Unified Theory of Uncontrolled Rectifiers, Discharge Lamps and Arc Furnaces. PART I: An Analytical Approach for Normalized Harmonic Emission Calculations*. Proc. 8<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98, Athens, Greece, 1998, pp. 740-748.
- [38] K. K. Sen, A. E. Emanuel, *Voltage Distortion at Mains Supplying Quasi Sinusoidal Current Pulses*. Proc. International Conference On Harmonics in Power Systems, 1984, pp. 57-62.

### 2.3 Formulación del flujo armónico de cargas

- [39] J. Arrillaga, C. D. Callaghan, *Double-Iterative Algorithm for the Analysis of Power and Harmonic Flows at AC/DC Converter Terminals*. IEE Proceedings, Pt. C, Vol. 136, No. 6, November 1989, pp. 319-324.
- [40] J. Arrillaga, C. D. Callaghan, *Three Phase AC-DC Load and Harmonic Flows*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 6, No. 3, January 1991, pp. 238-244.
- [41] J. Arrillaga, A. Medina, M. L. V. Lisboa, M. A. Cavia, P. Sánchez, *The Harmonic Domain. A Frame of Reference for Power System Harmonic Analysis*. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, No. 1, February 1995, pp. 433-440.
- [42] O. Boix, L. Sainz, J. Pedra, *Harmonic Interaction in Capacitor Rectifier Loads*, European Transactions on Electrical Power (ETEP), Vol. 10, No. 2, March/April 2000, pp. 93-97.
- [43] C. D. Callaghan, J. Arrillaga, *Convergence Criteria for Iterative Harmonic Analysis and its Application to Static Convertors*. Proc. Int. Conf. on Harmonics and Power

- Systems (ICHPS-IV), Budapest, Romania, 1990, pp. 38-43.
- [44] R. Carbone, M. Fantauzzi, F. Gagliardi, A. Testa, *Some Considerations on the Iterative Harmonic Analysis Convergence*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993, pp. 487-493.
- [45] T. J. Densem, P. S. Bodger, J. Arrillaga, *Three-Phase Transmission System Modelling for Harmonic Penetration Studies*. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 103, No. 2, February 1984, pp. 310-317.
- [46] S. Herraiz, L. Sainz, J. Clua, *Harmonic Load Flow Formulations*. Proc. IASTED International Conference on Power and Energy Systems, Rhodes, Greece, July 2001, pp. 325-330.
- [47] S. Herraiz, L. Sainz, J. Clua, *Review of Harmonic Load Flow Formulations*. IEEE Transactions on Power Delivery. Pendiente.
- [48] S. G. Jalali, R. H. Lasseter, *A Study of Nonlinear Harmonic Interaction Between a Single Phase Line-Commutated Converter and a Power System*. IEEE Trans. on Power delivery, Vol. 9, No. 3, July 1994, pp. 1616-1624.
- [49] A. Keyhani, A. Abur, S. Hao, *Evaluation of Power Flow Techniques for Personal Computers*. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 2, May 1991, pp. 817-826.
- [50] E. V. Larsen, D. H. Baker, J. C. McIver, *Low-Order Harmonic Interaction on AC/DC Systems*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, January 1989, pp. 494-501.
- [51] A. A. Mahmoud, R. D. Shultz, *A Method for Analyzing Harmonic Distribution in AC Power Systems*. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 6, June 1982, pp. 1815-1824.
- [52] L. Sainz, S. Herraiz, J. Pedra, M. Chindris, *Some Useful Tools for the Network Analysis Program in Harmonic Presence*. CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 97: Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Workshop. Cluj-Napoca, Romania, August 1997, pp. 76-79.
- [53] A. Semlyen, M. Slash, *Principles of Modular Harmonic Power Flow Methodology*.

- 
- IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 147, No. 1, January 2000, pp. 1-6.
- [54] B. C. Smith, J. Arrillaga, A. R. Wood, N. R. Watson, *A Review of Iterative Harmonic Analysis for AC-DC Power Systems*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 1, January 1998, pp. 180-185.
- [55] B. C. Smith, J. Arrillaga, *Power Flow Constrained Harmonic Analysis in AC-DC Power Systems*. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 14, No. 4, November 1999, pp. 1251-1261.
- [56] B. Stott, *Review of Load-Flow Calculation Methods*. Proceedings of the IEEE, Vol. 62, No. 7, July 1974, pp. 916-929.
- [57] J. P. Tamby, V. I. John, *Q'HARM - A Harmonic Powerflow Program for Small Power Systems*. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August 1988, pp. 949-955.
- [58] *The Effects of Power System Harmonics on Power System Equipments and Loads*. IEEE Task Force. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 104, No. 9, September 1985, pp. 2555-2563.
- [59] *Effects of Harmonics on Equipment*. IEEE Task Force on the Effects of Harmonics on Equipment. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993, pp. 672-680.
- [60] M. Valcárcel, J. G. Mayordomo, *Harmonic Power Flow for Unbalanced Systems*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 4, October 1993, pp. 2052-2059.
- [61] D. Xia, G. T. Heydt, *Harmonic Power Flow Studies. Part I and II*. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 6, June 1982, pp. 1257-1270.
- [62] W. Xu, J. R. Marti, H. W. Dommel, *A Multiphase Harmonic Load Flow Solution Technique*. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No. 1, February 1991, pp. 174-182.
- [63] W. Xu, J. E. Drakos, Y. Mansour, A. Chang, *A Three-Phase Converter Model for Harmonic Analysis of HVDC Systems*. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 9, No.
-

3, July 1994, pp. 1724-1731.

- [64] R. Yacamini, J. C. Oliveira, *Harmonics in Multiple Convertor Systems: A Generalised Approach*. IEE Proceedings, Pt. B, Vol. 127, No. 2, March 1980, pp. 96-106.
- [65] R. Yacamini, J. C. Oliveira, *Comprehensive Calculation of Convertor Harmonics with System Impedances and Control Representation*. IEE Proceedings, Pt. B, Vol. 133, No. 2, March 1986, pp. 95-102.

### 3 Otras publicaciones

- [66] O. Boix, *Estudio y Modelización en Régimen Permanente de Cargas No Lineales Para el Análisis Armónico de Redes Eléctricas*. Tesis Doctoral. Barcelona, 1996.
- [67] J. C. Contreras, *Régimen Permanente Rápido con Especificaciones de Potencia para el Análisis de la Distorsión Armónica en Redes Eléctricas*. Tesis Doctoral. Madrid, 1999.
- [68] J. García Mayordomo, *Análisis de los Armónicos Introducidos en las Redes Eléctricas por los Convertidores Estáticos de Potencia*. Tesis Doctoral. Madrid, 1986.
- [69] J. Pedra, *El Problema del Flujo Armónico de Cargas en Redes con Armónicos*. Tesis Doctoral. Barcelona, 1986.
- [70] J. A. Rosendo Macías, *Procesamiento de Formas de Onda Mediante DFT. Aplicación a Protecciones Digitales*. Tesis Doctoral. Sevilla, 1997.
- [71] L. Sainz, *Estudio de la Formulación y Resolución del Problema del Flujo Armónico de Cargas*. Tesis Doctoral. Barcelona, 1995.
- [72] J. Usaola, *Régimen Permanente de los Sistemas Eléctricos de Potencia con Elementos No Lineales mediante un Procedimiento Híbrido de Análisis en los Dominios del Tiempo y de la Frecuencia*. Tesis Doctoral, Madrid 1990.
- [73] M. Valcárcel, *Análisis del Régimen Permanente de los Sistemas Eléctricos de*



*Potencia con Elementos No Lineales Mediante un Método de Reparto de Cargas con Armónicos*. Tesis Doctoral. Madrid, 1991.

- [74] *Electromagnetic Compatibility (EMC). Part 3: Limits. Section 2: Limits for harmonic current emissions (equipment input current  $\leq 16$  A per phase)*. IEC 1000-3-2, 1995.
- [75] *Electromagnetic Compatibility (EMC). Part 3: Limits. Section 4: Limitation of emission of harmonic currents in low-voltage power supply systems for equipment with rated current greater than 16 A*. IEC 1000-3-4, 1996.
- [76] *IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*, IEEE Standard 519-1992, 1992.
- [77] INTARBCN: Paquete informático desarrollado por la ETSEIB en colaboración con ENHER.
- [78] S. Herraiz, *Estudio sobre la Modelización de los Elementos de un Sistema Eléctrico de Potencia. Aplicación al Desarrollo de un Software para el Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. Proyecto Final de Carrera. Barcelona, 1997.

