

Potencia instantánea en sistemas trifásicos de cuatro hilos

Antes de abordar el análisis y diseño de los acondicionadores activos de corriente en redes de cuatro hilos, es preciso determinar con exactitud las características de las corrientes que dicho dispositivo debe inyectar en la red. La eficiencia en el suministro de energía por parte de la fuente de tensión variará en función de la estrategia adoptada a la hora de determinar las corrientes que inyectará el acondicionador, por este motivo, la determinación de la potencia en un sistema trifásico de cuatro hilos, bajo condiciones totalmente generales de distorsión y desequilibrio en tensiones y corrientes, se convierte en la piedra angular del análisis acondicionadores activos de corriente.

Las definiciones convencionales de potencia activa, reactiva y aparente se basan en teorías desarrolladas y consensuadas en los años 40. Tales definiciones han sido aplicadas satisfactoriamente por los ingenieros eléctricos en aquellos escenarios en los que las tensiones y corrientes presentaban un carácter marcadamente sinusoidal y equilibrado. Sin embargo, los cambios acaecidos en los sistemas eléctricos de potencia durante la segunda mitad del siglo XX han dado lugar a una profunda reflexión acerca del cálculo de las diferentes componentes de la potencia en dichos sistemas. En este sentido, el nuevo escenario eléctrico se ve condicionado por los siguientes factores:

- i) Los equipos basados en electrónica de potencia, tales como variadores de velocidad, rectificadores controlados, cicloconvertidores, reactancias electrónicas, hornos de arco e inducción y clusters de ordenadores personales, representan la mayoría de las cargas no lineales y paramétricas que proliferan hoy día en las instalaciones industriales y domésticas, y se han convertido en un foco potencial de perturbaciones para la red de suministro y para el resto de equipos de los usuarios finales. El principal problema asociado a estas cargas nace del flujo de potencia no activa causado por los armónicos de tensión y corriente.

- ii)* En los últimos 30 años ha existido un profundo debate acerca de las definiciones de potencia en sistemas polifásicos [2.1], y es en la última década cuando se presta una mayor atención a los efectos relacionados con las corrientes circulantes por el conductor de neutro, lo cual ha dado lugar a la extensión de las teorías de potencia convencionales. Los organismos oficiales de estandarización reflejan esta trayectoria, y en las versiones actualizadas de los estándares de medida de potencia, se incorporan nuevas definiciones para aquellos casos en los que las corrientes y las tensiones no son sinusoidales y equilibradas. Sirvan como ejemplo los nuevos estándares alemanes [2.2][2.3], o el referenciado en [2.4], el cual ha sido recientemente revisado por el IEEE.
- iii)* La instrumentación tradicional, diseñada para trabajar con ondas sinusoidales de 50/60Hz, es propensa a errores significativos cuando las formas de onda de tensión y corriente están distorsionadas [2.1].
- iv)* Los avances en microprocesadores y ordenadores han permitido a los fabricantes de instrumentación eléctrica construir nuevos equipos, más versátiles y precisos, que son capaces de medir las magnitudes eléctricas mediante sofisticados modelos matemáticos.
- v)* Las nuevas modalidades de mercado eléctrico hacen necesaria la correcta cuantificación de los efectos causados por las cargas no lineales, y el conocimiento preciso del coste financiero requerido para mantener la calidad del suministro eléctrico.

Las teorías de potencia instantánea cobran una especial relevancia en el diseño de los sistemas de control de los acondicionadores activos de corriente. Aunque el origen de las definiciones de potencia en el campo temporal data de los años 30 [2.5], no fue hasta mediados de los 80 cuando *Akagi* formuló una teoría de potencia instantánea ($p-q$) que encontró una extensa acogida por parte de los investigadores especializados en el acondicionamiento activo de corriente en sistemas trifásicos [2.6][2.7]. Aunque esta teoría resulta efectiva en sistemas trifásicos de tres hilos, su aplicación directa sobre sistemas de cuatro hilos presenta ciertas limitaciones e incongruencias. Por este motivo, durante la década de los 90 aparecieron nuevas teorías [2.8][2.9][2.10][2.11] que ofrecían una formulación coherente de las corrientes y potencias, activas y no activas, en redes de cuatro hilos. En estas teorías, las variables del sistema se suelen expresar sobre unos ejes de referencia que facilitan el desarrollo matemático de los diferentes términos de corriente y potencia, pero que, por otro lado, dificultan la comprensión del significado físico de los mismos [2.12]. Intentando solventar esta carencia, en este Capítulo se propone una nueva formulación de las corrientes y potencias instantáneas en sistemas trifásicos de cuatro hilos. En este caso, se utilizará un sistema de referencia basado en la transformación de *Park* [2.32]. Las componentes de tensión y corriente obtenidas mediante esta transformación guardan una estrecha relación con las variables características del sistema trifásico real, por lo que los términos de potencia instantánea resultantes de esta formulación ofrecerán un significado físico fácilmente comprensible, y será posible aportar un nuevo punto de vista en la explicación de los diferentes intercambios instantáneos de energía que se producen en un sistema trifásico de cuatro hilos cuando en el mismo aparecen distorsiones y desequilibrios.

Las teorías de potencia instantánea que aparecieron en los años 90 ofrecieron a los ingenieros una nueva herramienta para desarrollar sistemas de acondicionamiento de potencia en redes trifásicas de cuatro hilos. Desde mediados de los 90, diferentes factores coyunturales y tecnológicos han dado lugar a que el estudio de este tipo de sistemas, bajo condiciones genéricas de red y de carga, se convierta en una materia de interés común en la Ingeniería Eléctrica.

La creciente expectación despertada en este área durante los últimos años no debe inducir a pensar que el estudio de las componentes activas y no activas de la corriente en sistemas polifásicos es una materia novedosa. En los años 50, *Buchholz* realizó una contribución de sumo interés acerca de la descomposición de las corrientes en un sistema polifásico genérico [2.13]. Posteriormente, a principios de los 60, *Depenbrock* extendió los trabajos de *Buchholz*, y propuso un método (*FBD*) para el cálculo instantáneo de las corrientes activas en dicho sistema polifásico [2.14]. En ambos estudios, se considera que la transmisión de energía eléctrica desde la fuente hacia la carga se realiza mediante un sistema polifásico genérico, en el que todos sus conductores presentan la misma capacidad de transmisión de energía. Cuando el método *FBD* se aplica a un sistema trifásico de tres conductores, las corrientes activas obtenidas coinciden con las resultantes de la aplicación de la teoría *p-q*, propuesta por *Akagi* veinte años más tarde. Ciertamente, la expresión que determina las corrientes activas en la teoría *p-q* no es más que un caso particular del método *FBD*. Sin embargo, la aportación conceptual realizada por *Akagi* va más allá de una descomposición de las corrientes, ya que este investigador introdujo el concepto de *potencia imaginaria instantánea*, el cual explica, con claridad y significado físico, el intercambio instantáneo de energía que se produce entre las fases de un sistema trifásico de tres hilos como consecuencia de la circulación de corrientes no activas en el mismo.

Cuando se trabaja con sistemas de cuatro hilos, las corrientes activas resultantes de la aplicación del método *FBD* difieren de las que se obtienen cuando se aplican las teorías de potencia instantánea que se formularon en los 90 [2.15]. Esto se debe a que ambas formulaciones tienen un origen distinto. Mientras *Depenbrock* plantea el método *FBD* a partir de un análisis circuital del sistema trifásico de cuatro hilos, el resto de teorías surgen de una actualización matemática de la teoría *p-q* propuesta originalmente por *Akagi*. Este Capítulo desvela el nexo de unión entre ambos enfoques a la hora de calcular las corrientes activas del sistema. Como quedará demostrado, la diferencia entre las corrientes obtenidas en cada caso dependerá del papel que desempeñe el conductor de neutro en el sistema de transmisión de energía eléctrica.

En este Capítulo, se introducirá el concepto de *sistema trifásico equivalente*, el cual permitirá utilizar la formulación estándar de la teoría de la potencia instantánea para el cálculo de las corrientes activas de cualquier sistema trifásico de cuatro hilos. El estudio llevado a cabo concluye con un algoritmo totalmente general para el cálculo de las corrientes y potencias, activas y no activas. En esta formulación generalizada, el resto de métodos y teorías existentes hasta el momento pueden ser considerados como casos particulares de la misma.

2.1. Descomposición de corrientes y potencias

Este Apartado revisa brevemente algunos conceptos y definiciones que resultan de utilidad en el acondicionamiento activo de corriente. Antes de proceder con esta revisión, es preciso enfatizar que no se pretende realizar un trabajo monográfico sobre los métodos de descomposición de la corriente y sobre las teorías de potencia [2.16][2.17][2.18], por lo que existirán ciertos métodos y teorías, cuya utilidad no se evalúa en este documento, que no serán mencionados.

Los dos enfoques dominantes en la definición de potencia en sistemas de corriente alterna se introdujeron por *Fryze* y *Budeanu* a finales de los años 20. *Fryze* definió las potencias en el dominio temporal [2.19], mientras que *Budeanu* lo hizo en el dominio frecuencial [2.20].

2.1.1. Origen de las definiciones de potencia en el dominio frecuencial

En un circuito de corriente alterna monofásico, la tensión y corriente de régimen permanente se pueden expresar mediante series de *Fourier*. Por tanto, el valor eficaz de dichas variables se puede calcular como:

$$V = \sqrt{\sum_n V_n^2} \quad ; \quad I = \sqrt{\sum_n I_n^2}, \quad (2.1)$$

donde V_n e I_n representan respectivamente los valores eficaces del armónico n ésimo de tensión y corriente.

A partir del análisis matemático de la interacción entre tensión y corriente en el dominio de la frecuencia, *Budeanu* definió las siguientes potencias:

$$\text{Potencia activa} \quad P = \sum_h P_h = V_h I_h \cos \varphi_h \quad (2.2a)$$

$$\text{Potencia reactiva} \quad Q_B = \sum_h Q_{Bh} = V_h I_h \sin \varphi_h \quad (2.2b)$$

$$\text{Potencia aparente} \quad S = VI \quad (2.2c)$$

$$\text{Potencia distorsionante} \quad D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \quad (2.2d)$$

En estas definiciones, la potencia P tiene un significado físico inequívoco ante cualquier composición de tensión y corriente, sin embargo las potencias Q_B y D_B , surgen de formulaciones matemáticas que pueden conducir a falsas interpretaciones cuando las tensiones y las corrientes no son sinusoidales, por lo que su utilidad a la hora de cuantificar el flujo armónico de potencia no activa ha sido cuestionada por muchos investigadores [2.21][2.22][2.23].

2.1.2. Origen de las definiciones de potencia en el dominio temporal

La formulación propuesta por *Fryze* no empleaba el análisis de *Fourier*, con lo que su aplicación práctica era más simple, ya que en aquellos tiempos no existían equipos similares a los actuales analizadores de espectros.

En el dominio temporal, el valor eficaz de tensión y corriente se calcula mediante:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt} \quad ; \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} . \quad (2.3)$$

A partir de los valores eficaces de tensión y corriente, y de la determinación del valor medio de la potencia instantánea, *Fryze* propone la siguiente descomposición de las variables de un sistema monofásico.

$$\text{Potencia activa} \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt \quad (2.4a)$$

$$\text{Potencia aparente} \quad S = VI \quad (2.4b)$$

$$\text{Potencia no activa} \quad Q_F = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (2.4c)$$

$$\text{Factor de potencia activa} \quad \lambda_a = \frac{P}{S} \quad (2.4d)$$

$$\text{Factor de potencia no activa} \quad \lambda_n = \sqrt{1 - \lambda_a^2} = \frac{Q_F}{S} \quad (2.4e)$$

$$\text{Tensión activa y no activa} \quad V_a = \lambda_a V = \frac{P}{I} \quad ; \quad V_n = \lambda_n V = \frac{Q_F}{I} \quad (2.4f)$$

$$\text{Corriente activa y no activa} \quad I_a = \lambda_a I = \frac{P}{V} \quad ; \quad I_n = \lambda_n I = \frac{Q_F}{V} \quad (2.4g)$$

$$\text{Relación de ortogonalidad} \quad I^2 = I_a^2 + I_n^2 \quad ; \quad V^2 = V_a^2 + V_n^2 \quad (2.4h)$$

Fryze sentó las bases para la división de la corriente instantánea (i) en dos componentes instantáneas ortogonales, activa (i_a) y no activa (i_n), de la forma:

$$i_a = \frac{P}{V^2} v \quad ; \quad i_n = i - i_a . \quad (2.5)$$

La relación de ortogonalidad entre ambas componentes instantáneas implica que:

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_a i_n dt = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I^2 = I_a^2 + I_n^2 . \quad (2.6)$$

Fryze verificó que el factor de potencia activo, λ_a , alcanza su valor máximo ($\lambda_a=1$) si, y solo si, la corriente instantánea es proporcional a la tensión instantánea, en cualquier otro caso $\lambda_a < 1$ [2.24].

2.1.3. Origen de las corrientes activas en sistemas polifásicos

En 1950, *Buchholz* extendió el trabajo de *Fryze* a sistemas genéricos de múltiples fases y conductores [2.13]. Según el enfoque de *Buchholz*, este tipo de sistemas se pueden representar mediante un circuito homogéneamente estructurado en el que ninguno de los conductores se trata como un conductor especial. En este circuito homogéneo, las tensiones de fuente en los m terminales se expresan referenciadas a un nodo virtual '0' de la forma:

$$v_{k0} = v_{kr} - v_{0r} \quad ; \quad v_{0r} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m v_{kr} \quad ; \quad k \in \{1 \dots m\}, \quad (2.7)$$

donde v_{kr} es la tensión del terminal k -ésimo medida respecto a un nodo físico de referencia 'r', el cual se puede elegir arbitrariamente. Según esto, la tensión v_{0r} es la tensión de flotación del nodo virtual '0' respecto al nodo de referencia arbitrario 'r'.

Independientemente de los valores de las tensiones en las fases, y del nodo de referencia 'r' seleccionado, las m tensiones medidas respecto al nodo virtual '0' son las únicas que siempre cumplen que:

$$\sum_{k=1}^m v_{k0} = 0. \quad (2.8)$$

Aplicando la ley de *Kirchhoff* de las corrientes sobre los m conductores, se tiene que:

$$\sum_{k=1}^m i_k = 0. \quad (2.9)$$

La potencia instantánea desarrollada colectivamente por las m fases del sistema es independiente del nodo elegido para la medida de las tensiones, cumpliéndose que:

$$p_{\Sigma} = \sum_{k=1}^m v_{kr} i_k = \sum_{k=1}^m (v_{k0} + v_{0r}) i_k = \sum_{k=1}^m v_{k0} i_k + v_{0r} \underbrace{\sum_{k=1}^m i_k}_0 = \sum_{k=1}^m v_{k0} i_k. \quad (2.10)$$

Para tratar este sistema polifásico como un todo, *Buchholz* introdujo el concepto de *valor colectivo* (instantáneo) de tensión y de corriente. Estos valores colectivos se definen como:

$$i_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{k=1}^m i_k^2} \quad ; \quad v_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{k=1}^m v_{k0}^2}. \quad (2.11)$$

Buchholz también definió el *valor eficaz colectivo* de tensión y corriente, que encuentra su razón de ser en condiciones de régimen permanente armónico. Estos valores eficaces colectivos se definen como:

$$I_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{\Sigma}^2 dt} \quad ; \quad V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_{\Sigma}^2 dt}. \quad (2.12)$$

Buchholz había estudiado con detalle los sistemas polifásicos mucho antes de proceder a la determinación de las corrientes activas instantáneas en los mismos. De hecho, fue en 1922 [2.25] cuando propuso la siguiente expresión para el cálculo de la potencia aparente total del sistema polifásico:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} . \quad (2.13)$$

El moderno estándar IEEE Std 1459-2000 [2.4], el cual pretende generalizar las definiciones de potencia en condiciones sinusoidales y no sinusoidales, equilibradas y desequilibradas, reconoce la potencia aparente propuesta por *Buchholz*, y la rebautiza como *potencia aparente efectiva*, S_e , y estableciendo textualmente que:

“*Para situaciones sinusoidales desequilibradas, o no sinusoidales, equilibradas o desequilibradas, S_e permite una computación racional y correcta del factor de potencia.*”

Teniendo en cuenta que la potencia activa colectiva vale:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt , \quad (2.14)$$

existe una potencia no activa, N_{Σ} , la cual se define en el estándar IEEE Std 1459-2000 como N , que cumple que:

$$S_{\Sigma}^2 = P_{\Sigma}^2 + N_{\Sigma}^2 . \quad (2.15)$$

A partir de estas definiciones de potencia, *Buchholz* estableció que la corriente instantánea (i_k) en cada conductor del sistema polifásico se podía dividir en una parte activa (i_{ak}) y otra no activa (i_{nk}), de la forma:

$$i_k = i_{ak} + i_{nk} \quad ; \quad i_{ak} = G_a v_{k0} \quad ; \quad i_{nk} = i_k - i_{ak} \quad ; \quad G_a = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} . \quad (2.16)$$

En (2.16), las corrientes i_{nk} no contribuyen en la potencia activa colectiva (P_{Σ}), por lo que pueden ser canceladas mediante el uso del compensador adecuado. Si por los conductores del sistema circularan exclusivamente las corrientes activas instantáneas (i_{ak}) la potencia activa instantánea suministrada por la fuente sería:

$$p_{\Sigma a} = \sum_{k=1}^m v_{k0} i_{ak} = G_a \sum_{k=1}^m v_{k0}^2 \Rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma a} dt = G_a \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^m v_{k0}^2 dt = G_a V_{\Sigma}^2 = P_{\Sigma} . \quad (2.17)$$

En esa hipotética situación, *Buchholz*, haciendo uso de las desigualdades de *Cauchy-Schwarz*, demostró que:

- i)** La potencia $p_{\Sigma a}$ es una función del tiempo.
- ii)** La potencia $p_{\Sigma a}$ sólo es constante si v_{Σ}^2 también lo es.
- iii)** El conjunto de corrientes activas (i_{ak}) presenta permanentemente el menor valor colectivo ($i_{\Sigma a}$) para suministrar la potencia instantánea $p_{\Sigma a}$.
- iv)** Para un determinado valor eficaz colectivo de tensión (V_{Σ}), el juego de corrientes activas (i_{ak}) conduce al menor valor eficaz colectivo de corriente ($I_{\Sigma a}$) que es capaz de suministrar la potencia activa P_{Σ} .

2.1.4. Origen del cálculo instantáneo de corrientes activas en sistemas polifásicos

En la formulación propuesta por *Buchholz*, la obtención de la conductancia activa equivalente (G_a) no es posible sin un retardo temporal, ya que los valores medios de p_Σ y v_Σ no pueden ser determinados correctamente sin que transcurra el intervalo de tiempo necesario para el promediado de los mismos. Por tanto, las corrientes activas instantáneas (i_{ak}) definidas en (2.16), sólo pueden ser correctamente identificadas en tiempo real si se suponen condiciones de régimen permanente, es decir, si se puede predecir el valor que adoptarán las tensiones y corrientes en cada periodo. En la práctica esto supone un problema, ya que después de cada variación de la carga es preciso recalcular la conductancia G_a . En la mayoría de los casos, este cálculo necesita un periodo de red, por lo que una compensación realmente instantánea de las corrientes no activas resulta imposible cuando se utiliza la expresión (2.16).

Depenbrock, es su Tesis doctoral [2.14] publicada en 1962, establece las bases para el cálculo instantáneo de unas nuevas corrientes activas en sistemas polifásicos genéricos, a las cuales denominó *corrientes (instantáneas) de potencia*. Tras una búsqueda bibliográfica, se llega a la conclusión de que *Depenbrock* no expuso su formulación en ningún evento científico alemán de cierta resonancia hasta 1980 (a esta formulación la denominó *método FBD* [2.26], en honor a *Fryze* y *Buchholz*), y hasta 1993, no aparece la primera publicación en inglés de dicho método [2.27]. Quizás éste sea el motivo por el que el método *FBD* no haya tenido la misma repercusión que otras teorías formuladas con posterioridad.

Según *Depenbrock*, la corriente instantánea de cada fase del sistema (i_k) se puede dividir en dos componentes instantáneas denominadas *corriente de potencia* (i_{pk}) y *corriente sin potencia* (i_{zk}), las cuales se calculan mediante:

$$i_k = i_{pk} + i_{zk} \quad ; \quad i_{pk} = g_p v_{k0} \quad ; \quad i_{zk} = i_k - i_{pk} \quad ; \quad g_p = \frac{p_\Sigma}{v_\Sigma^2}. \quad (2.18)$$

El cálculo de estas corrientes de potencia se realiza instantáneamente, sin ningún retardo, incluso en régimen no periódico. Las corrientes i_{zk} , no contribuyen en la potencia activa instantánea suministrada colectivamente por las fases del sistema, por lo que pueden ser canceladas mediante el uso de un acondicionador sin almacenamiento de energía. Esto equivale a decir que, si por los conductores del sistema circulasen exclusivamente las corrientes de potencia, el suministro colectivo de potencia activa instantánea por parte de la fuente coincidiría con el que existía cuando circulaban las corrientes originales, es decir:

$$\sum_{k=1}^m v_{k0} i_{pk} = \sum_{k=1}^m v_{k0} g_p v_{k0} = g_p \sum_{k=1}^m v_{k0}^2 = g_p v_\Sigma^2 = p_\Sigma. \quad (2.19)$$

Depenbrock demostró que, para un determinado valor colectivo de tensión (v_Σ), el juego de corrientes de potencia (i_{pk}) presenta permanentemente el menor valor colectivo ($i_{p\Sigma}$) para suministrar la potencia activa instantánea p_Σ .

Depenbrock introdujo un nuevo juego de corrientes, denominadas *corrientes de variación* (i_{vk}), que permitían relacionar las corrientes de potencia (i_{pk}) con las corrientes activas (i_{ak}), previamente definidas por *Buchholz*. La corriente de variación en cada conductor del sistema se calcula mediante:

$$i_{vk} = i_{pk} - i_{ak} = i_{nk} - i_{zk}. \quad (2.20)$$

Las corrientes de variación sólo son nulas cuando $g_p = G_a$. En el resto de situaciones se tiene que:

$$\sum_{k=1}^m v_{0k} i_{vk} = \sum_{k=1}^m v_{0k} i_{pk} - \sum_{k=1}^m v_{0k} i_{ak} = p_{\Sigma} - p_{\Sigma a} \neq 0. \quad (2.21)$$

Sin embargo, en todos los casos se cumple que:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^m v_{0k} i_{vk} dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt - \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma a} dt = P_{\Sigma} - P_{\Sigma} = 0. \quad (2.22)$$

La expresión (2.22) indica que las corrientes de variación no dan lugar a ninguna transferencia neta de energía hacia la carga a lo largo de un periodo de red, y la expresión (2.21) indica que la cancelación de dichas corrientes de variación hace necesario el uso de un acondicionador con capacidad de intercambio de energía con la red.

Como demostró *Buchholz*, el juego de corrientes activas (i_{ak}) son las que presentan el menor valor eficaz colectivo ($I_{\Sigma a}$) en el suministro de la potencia activa solicitada por la carga (P_{Σ}), por tanto se tendrá que:

$$\sum_{k=1}^m i_{pk}^2 \geq \sum_{k=1}^m i_{ak}^2 \Leftrightarrow I_{p\Sigma} \geq I_{a\Sigma}. \quad (2.23)$$

En una publicación relativamente reciente [2.28], *Depenbrock* propone la siguiente división de la corriente en cada uno de los conductores de un sistema polifásico:

$$i_k = i_{ak} + i_{vk} + i_{zk}. \quad (2.24)$$

En base a la ortogonalidad existente entre los vectores de corriente resultantes de cada una de estas componentes, los valores eficaces colectivos asociados a las mismas cumplen con la siguiente relación:

$$I_{\Sigma}^2 = I_{a\Sigma}^2 + I_{v\Sigma}^2 + I_{z\Sigma}^2, \quad (2.25)$$

lo cual permite establecer la siguiente composición de potencias:

$$\underbrace{(V_{\Sigma} I_{\Sigma})^2}_{S_{\Sigma}^2} = \underbrace{(V_{\Sigma} I_{a\Sigma})^2}_{P_{\Sigma}^2} + \underbrace{(V_{\Sigma} I_{v\Sigma})^2}_{Q_v^2} + \underbrace{(V_{\Sigma} I_{z\Sigma})^2}_{Q_z^2}. \quad (2.26)$$

Aunque estas potencias presentan un evidente trasfondo físico, no justifican con detalle los intercambios instantáneos de energía existentes en el sistema, por lo que no resultan de excesiva utilidad en el acondicionamiento activo de corriente, y su uso se restringe a aspectos relacionados con el dimensionamiento de equipos o tarificación.

2.1.5. Enfoque vectorial del sistema trifásico

En 1918, *Fortescue* introdujo el concepto de las *componentes simétricas* [2.29], ofreciendo un nuevo punto de vista al análisis de los sistemas trifásicos. Esta nueva concepción, no sólo aportó un método elegante y sistemático para el análisis de los sistemas trifásicos en régimen sinusoidal desequilibrado, sino que también permitió una explicación rigurosa, con sentido matemático y físico, de los fenómenos que tenían lugar en el sistema bajo esas condiciones de funcionamiento.

Más adelante, *Lyon* extendió el uso de las componentes simétricas al dominio temporal [2.30]. *Lyon* nunca habló de una descomposición de las variables del sistema, sino de una transformación de éstas. Considerando como ejemplo el caso de la tensión, dicha transformación venía determinada por:

$$\vec{V}_{+-0} = [T_{+-0}] \vec{V}_{abc} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \vec{v}^+ \\ \vec{v}^- \\ v^0 \end{bmatrix} = [T_{+-0}] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad (2.27a)$$

$$[T_{+-0}] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (2.27b)$$

En (2.27), se tiene que:

- ✓ v_a, v_b y v_c representan las variables instantáneas de las tres fases.
- ✓ α es una magnitud compleja, conocida como operador de *Fortescue*.
- ✓ La norma de la matriz de transformación $[T_{+-0}]$ es igual a uno.
- ✓ La variable instantánea v^0 es siempre real.
- ✓ Las variables instantáneas \vec{v}^+ y \vec{v}^- son cantidades complejas, y pueden ser representadas mediante vectores espaciales cuyas trayectorias en el plano complejo dependen de las funciones temporales v_a, v_b y v_c .
- ✓ Las variables \vec{v}^+, \vec{v}^- y v^0 no deben ser confundidas con los vectores instantáneos de tensión de secuencia positiva, $\vec{V}_+ = [v_{a+} \ v_{b+} \ v_{c+}]^T$, de secuencia negativa, $\vec{V}_- = [v_{a-} \ v_{b-} \ v_{c-}]^T$, y con la tensión de secuencia homopolar, $v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c)$.
- ✓ La variable de secuencia negativa (\vec{v}^-) es el complejo conjugado de la variable de secuencia positiva (\vec{v}^+), y por tanto resulta superflua.
- ✓ Partiendo de v_a, v_b y v_c , las tres variables significativas que se obtienen de la transformación son: $\Re(\vec{v}^+)$, $\Im(\vec{v}^+)$ y v^0 .

El hecho de que sólo fuesen necesarias tres magnitudes escalares (o un vector más un escalar) para representar un sistema trifásico genérico, condujo a *Clarke* a reconsiderar la matriz de transformación de (2.27) y convertirla en una matriz de elementos reales en lugar de complejos. La transformación normalizada propuesta por *Clarke* [2.31] se muestra en (2.28). A partir de ahora, se utilizarán las letras griegas α, β, γ en los subíndices de las variables pertenecientes a este nuevo dominio.

$$\vec{V}_{\alpha\beta\gamma} = [T_{\alpha\beta\gamma}] \vec{V}_{abc} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_a \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \Re(\vec{v}^+) \\ \sqrt{2} \Im(\vec{v}^+) \\ v^0 \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta\gamma}] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad (2.28a)$$

$$[T_{\alpha\beta\gamma}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \Re(\alpha) & \Re(\alpha^2) \\ 0 & \Im(\alpha) & \Im(\alpha^2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (2.28b)$$

$$[T_{\alpha\beta\gamma}]^{-1} = [T_{\alpha\beta\gamma}]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \quad (2.28c)$$

En la Figura 2.1 se pueden apreciar las componentes del vector \vec{V} sobre el sistema de referencia estacionario α - β - γ .

Por último, *Park* extendió la transformación de *Clarke* para expresar las variables de las fases sobre unos ejes de referencia rotativos (d - q) que giraban a velocidad ω , y que ocupaban una posición angular $\theta = \omega t$ a lo largo del tiempo. En la Figura 2.1 se ha representado este nuevo sistema de referencia, pudiéndose apreciar como la posición del mismo queda determinada por el ángulo que forman los ejes α y d . La transformación normalizada propuesta por *Park* [2.32] se muestra en (2.29). Esta transformación se ha usado extensamente en el análisis de máquinas rotativas [2.33].

$$\vec{V}_{dqz} = [T_\theta] \vec{V}_{abc} = [T_{dqz}] [T_{\alpha\beta\gamma}] \vec{V}_{abc} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_z \end{bmatrix} = [T_{dqz}] [T_{\alpha\beta\gamma}] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad (2.29a)$$

$$[T_{dqz}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [T_{dqz}]^{-1} = [T_{dqz}]^T \quad (2.29b)$$

$$[T_\theta] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}; \quad [T_\theta]^{-1} = [T_\theta]^T \quad (2.29c)$$

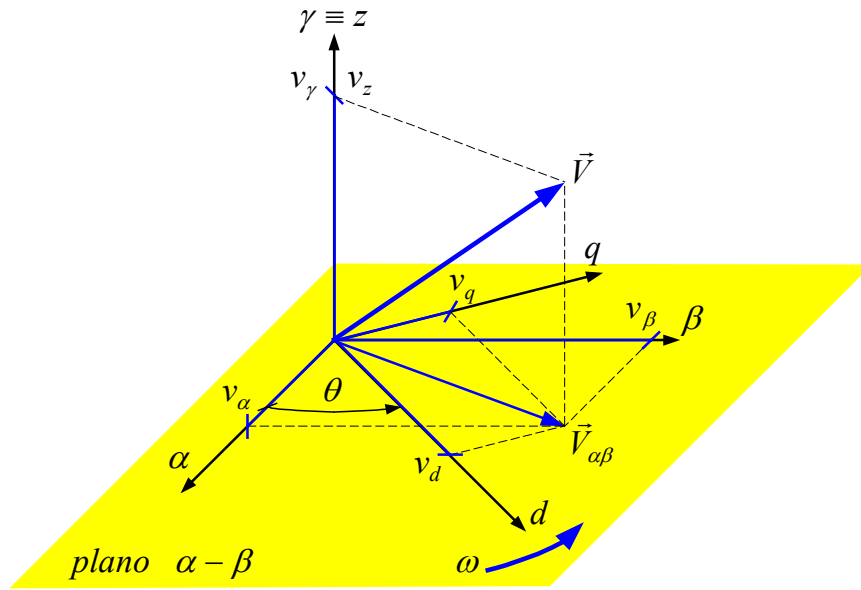


Figura 2.1. Sistemas de coordenadas α - β - γ y d - q - z .

En la Figura 2.1 se han representado las componentes del vector \vec{V} sobre el sistema de referencia rotativo d - q - z (*direct-quadrature-zero*). Hay que resaltar que el hecho de que las transformaciones de (2.28) y (2.29) sean normalizadas, implica que la norma de los vectores se mantenga invariante con independencia del sistema de referencia utilizado, es decir:

$$v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 = v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_\gamma^2 = v_d^2 + v_q^2 + v_z^2. \quad (2.30)$$

La expresión de las variables de los sistemas trifásicos mediante vectores espaciales permite el estudio de los fenómenos instantáneos acaecidos en los mismos a través de a una formulación cómoda y elegante. En particular, esta concepción del sistema trifásico resulta de gran utilidad a la hora de definir las potencias instantáneas del mismo. Seguidamente se expondrán brevemente las teorías de mayor resonancia que utilizan un enfoque vectorial en la caracterización de las corrientes y potencias instantáneas de los sistemas trifásicos.

2.1.6. Teoría p - q

En 1983, *Akagi* y otros coautores plantaron una teoría de potencia instantánea [2.34][2.35] en la que las corrientes y las tensiones de un sistema trifásico de tres hilos se expresaban vectorialmente mediante el uso de la transformación de *Clarke*. Esta teoría es conocida como la teoría p - q . En explicaciones posteriores acerca de esta teoría, *Akagi* justifica su utilización en sistemas trifásicos de cuatro hilos [2.36]. Por tanto, en la teoría p - q , las tensiones y corrientes se expresan de la forma:

$$\vec{V}_{\alpha\beta\gamma} = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta\gamma}] \vec{V}_{abc} \quad ; \quad \vec{I}_{\alpha\beta\gamma} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta\gamma}] \vec{I}_{abc}. \quad (2.31)$$

Utilizando estas variables transformadas, Akagi definió las siguientes potencias:

$$\begin{bmatrix} p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \\ p_\gamma \end{bmatrix} = [M_{\alpha\beta\gamma}] \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [M_{\alpha\beta\gamma}] \vec{I}_{\alpha\beta\gamma} \quad ; \quad [M_{\alpha\beta\gamma}] = \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & 0 \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & v_\gamma \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

La potencia $p_{\alpha\beta}$ (nombrada como p en la formulación original) se definió como la *potencia real instantánea*. La potencia p_γ (nombrada como p_0 en la formulación original) se definió como la *potencia instantánea de secuencia homopolar*. La suma de ambas potencias da lugar a la potencia activa instantánea suministrada colectivamente por las tres fases de la fuente del sistema, es decir:

$$P_{3\phi} = p_{\alpha\beta} + p_\gamma. \quad (2.33)$$

Lógicamente, la unidad de $p_{\alpha\beta}$, p_γ y $P_{3\phi}$ es [W].

La verdadera innovación en la formulación de Akagi fue la introducción de la potencia $q_{\alpha\beta}$, la cual se bautizó como la *potencia imaginaria instantánea*. Físicamente, ésta potencia no puede ser considerada como tal, ya que surge del producto de tensiones y corrientes de fases diferentes del sistema transformado ($q_{\alpha\beta} = v_\alpha i_\beta - v_\beta i_\alpha$). En este sentido, la unidad de dicha potencia no debería ser [W], [VA], o [var]. Akagi propuso el [IW] (*Imaginary Watt*) como unidad de $q_{\alpha\beta}$, sin embargo, en la mayoría de las publicaciones se usa el [var] para dimensionar esta potencia imaginaria.

Invirtiendo el mapa de potencias $[M_{\alpha\beta\gamma}]$ de (2.32), es posible determinar las corrientes que deberían circular por la fuente para suministrar una determinada potencia establecida como referencia, esto es:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha^* \\ i_\beta^* \\ i_\gamma^* \end{bmatrix} = [M_{\alpha\beta\gamma}]^{-1} \begin{bmatrix} p_{\alpha\beta}^* \\ q_{\alpha\beta}^* \\ p_\gamma^* \end{bmatrix} \quad ; \quad [M_{\alpha\beta\gamma}]^{-1} = \frac{1}{v_\alpha^2 + v_\beta^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & -v_\beta & 0 \\ v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1/v_\gamma \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

En esta ecuación, se observa una primera inconsistencia en la teoría $p-q$, y es que la componente v_γ aparece en el denominador de uno de los términos de $[M_{\alpha\beta\gamma}]^{-1}$, lo que da lugar a un coeficiente de valor infinito cada vez que v_γ valga cero. Esto implica que la componente i_γ^* no puede ser convenientemente controlada.

Si eliminando la tercera fila de $[M_{\alpha\beta\gamma}]^{-1}$ se fuerza que la componente de corriente i_γ^* sea igual a cero, y además se impone que el resto de componentes de corriente suministren la totalidad de la potencia activa instantánea consumida por la carga, es decir, si se hace que $p_{\alpha\beta}^* = P_{3\phi}$, se tiene que:

$$\vec{I}_{p_{\alpha\beta}} = \begin{bmatrix} i_{p\alpha} \\ i_{p\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & -v_\beta & 0 \\ v_\beta & v_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_{\alpha\beta}^2} \vec{V}_{\alpha\beta} \quad ; \quad v_{\alpha\beta}^2 = v_\alpha^2 + v_\beta^2. \quad (2.35)$$

Las corrientes calculadas mediante (2.35) son las corrientes activas instantáneas que se obtienen mediante el uso de la teoría $p-q$, pudiéndose apreciar como la componente $i_{p\gamma}$ es nula. Estas corrientes activas coinciden con las corrientes de potencia propuestas por *Debenbrock* veinte años antes para un sistema de tres conductores, véase (2.18).

En sistemas trifásicos de tres hilos ($i_\gamma = 0$) sin componente homopolar de tensión ($v_\gamma = 0$), se cumple que:

$$(v_\alpha^2 + v_\beta^2)(i_\alpha^2 + i_\beta^2) = v_{\alpha\beta}^2 i_{\alpha\beta}^2 = s^2 = p_{3\phi}^2 + q_{\alpha\beta}^2 \quad ; \quad p_{3\phi} = p_{\alpha\beta} \quad ; \quad p_\gamma = 0. \quad (2.36)$$

Bajo las condiciones consideradas, $v_{\alpha\beta}$ e $i_{\alpha\beta}$ representan los valores colectivos de la tensión y la corriente en el dominio $\alpha-\beta$. Según lo establecido por *Buchholz* [2.13], el producto de ambos valores colectivos da lugar a la potencia aparente instantánea, s . Por tanto, según indica (2.36), la potencia imaginaria instantánea ($q_{\alpha\beta}$) conlleva a un aumento de la potencia aparente instantánea del sistema, y no da lugar ningún tipo de transferencia neta de energía entre fuente y carga. Físicamente, esta potencia representa un intercambio de energía entre las fases del sistema, y surge de la interacción de las corrientes no activas con las tensiones de fuente.

En el momento en que $i_\gamma \neq 0$ y/o $v_\gamma \neq 0$, el valor colectivo de la tensión y/o de la corriente aumentará, lo que implicará un aumento de la potencia aparente instantánea del sistema. En esas condiciones, las potencias obtenidas mediante el uso de la teoría $p-q$ dan lugar a la siguiente desigualdad:

$$(v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_\gamma^2)(i_\alpha^2 + i_\beta^2 + i_\gamma^2) = v_{\alpha\beta\gamma}^2 i_{\alpha\beta\gamma}^2 = s^2 \neq p_{3\phi}^2 + q_{\alpha\beta}^2. \quad (2.37)$$

Esta incongruencia en la conservación de la potencia denota que la teoría $p-q$ sólo es aplicable a sistemas de trifásicos en los que no exista componente homopolar de tensión y corriente. Esta cuestión será discutida con detalle en el Apartado 2.1.

En 1991, *Ferrero y Superti-Furga* [2.37] utilizaron la transformación de *Park* para reformular la teoría $p-q$ propuesta originalmente por *Akagi*. Sin embargo, estos investigadores consideraron que, en el planteamiento de la transformación de (2.29), el sistema de referencia $d-q$ se encontraba estacionario, es decir, asumieron que $\theta = 0 \forall t$, por lo que, al igual que *Akagi*, en realidad estaban utilizando la transformación de *Clarke*. Salvando ligeras diferencias relacionadas con aspectos de nomenclatura, la formulación propuesta por *Ferrero y Superti-Furga* es equivalente a la propuesta por *Akagi*. Estos autores, retomado el origen de la transformación de *Clarke* (*Park* con $\theta = 0$), la aplicaron en el dominio frecuencial. Esto les permitió reconsiderar elegantemente la descomposición de las corrientes propuesta por *Czarnecki* [2.38] en el dominio de la frecuencia, y extenderla a situaciones en las que exista asimetría en las tensiones de fuente. Así mismo, estos autores demostraron que la aplicación de la teoría $p-q$ no estaba restringida a la compensación de corrientes instantáneas, sino que también podía ser utilizada en el diseño de estrategias de compensación promediadas.

2.1.7. Generalización de la teoría p - q a sistemas con cualquier número de fases.

En 1992, *Willems* extendió la teoría p - q a sistemas polifásicos genéricos [2.39]. *Willems* entendió que las tensiones y corrientes de un sistema de m fases podían ser representadas mediante sendos vectores m -dimensionales \vec{V} e \vec{I} , y por tanto, la potencia activa instantánea suministrada a la carga podía ser calculada mediante el siguiente producto escalar:

$$p_{m\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I}. \quad (2.38)$$

Willems fue el primero en enunciar que el vector de corrientes activas (\vec{I}_p) se obtenía mediante la proyección ortogonal del vector \vec{I} sobre el vector \vec{V} . Para llegar a esta conclusión se basó en el hecho de que el vector de corrientes activas (\vec{I}_p) debía suministrar la misma potencia instantánea que el vector de corrientes original (\vec{I}) cuando ambos interactuaban con un mismo vector de tensiones (\vec{V}), es decir:

$$p_{m\phi} = \vec{I}_p \cdot \vec{V} = \vec{I} \cdot \vec{V} \Rightarrow \vec{I}_p |\vec{V}|^2 = (\vec{I} \cdot \vec{V}) \vec{V} \Rightarrow \vec{I}_p = \left(\vec{I} \cdot \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} \right) \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} = (\vec{I} \cdot \vec{v}) \vec{v} = |\vec{I}_p| \vec{v}, \quad (2.39)$$

donde \vec{v} representa el vector unitario que define la dirección del vector \vec{V} , y $|\vec{V}|$ representa su módulo. A partir de ahora, se utilizará esta notación para referirnos al módulo de los vectores. En la ecuación (2.39) se evidencia como el vector de corrientes activas es proporcional al vector de tensión, ya que ambos poseen la misma dirección. El desarrollo de (2.39) también permitió a *Willems* enunciar que:

$$\vec{I}_p = \frac{p_{m\phi}}{|\vec{V}|^2} \vec{V} = \frac{p_{m\phi}}{v_{\Sigma m}^2} \vec{V}, \quad (2.40)$$

donde $v_{\Sigma m}$ es el valor colectivo de tensión de las m fases, el cual es igual al módulo del vector de tensión del sistema. A partir de este vector de corrientes activas, *Willems* estableció que las corrientes no activas se calculaban mediante:

$$\vec{I}_q = \vec{I} - \vec{I}_p. \quad (2.41)$$

Utilizando estas corrientes, la potencia imaginaria instantánea se calculaba mediante:

$$|q| = |\vec{V}| |\vec{I}_q|. \quad (2.42)$$

En sistemas trifásicos sin componente homopolar, se podía asignar un signo positivo o negativo a esta potencia. En casos más generales, esto no era posible.

Willems afirmó que no era necesario calcular la potencia activa e imaginaria instantánea para determinar las componentes activas y no activas de la corriente. Así mismo indicó, en contraposición a las teorías propuestas por *Akagi* [2.34] y *Ferrero* [2.37], que las componentes de secuencia homopolar afectaban tanto a la potencia activa instantánea, como a la imaginaria instantánea.

Siempre y cuando no existan componentes homopolares de tensión en el lado de fuente, las corrientes activas obtenidas mediante (2.40) coinciden con las que se obtendrían mediante las teorías de *Akagi* y *Ferrero*. En el resto de situaciones, ambas corrientes son diferentes. De la misma forma, y considerando una situación general, las corrientes activas obtenidas mediante (2.40) no coinciden con las que se obtienen mediante la formulación propuesta por *Depenbrock* [2.27]. En este caso, la discrepancia estriba en la diferente concepción que ambos autores tienen acerca del papel desempeñado por el conductor de neutro. Esta cuestión se estudiará con más detalle en los Apartados 2.6 y 2.7.

Para finalizar, hay que indicar que la formulación propuesta por *Willems* no está condicionada a ningún sistema de coordenadas específico, por lo que las expresiones para el cálculo de las corrientes y potencias del sistema son válidas para cualquier dominio en el que los ejes de referencia sean ortogonales (a - b - c , α - β - γ , d - q - z , ...).

2.1.8. Teoría p - q modificada

En 1994, *Nabae* y otros coautores, mediante el uso de una formulación algebraica adecuada, replantearon la teoría p - q original para que fuese aplicable a sistemas trifásicos de cuatro hilos [2.40][2.41].

Partiendo de los vectores de tensión y corriente mostrados en (2.31), esta nueva teoría plantea el siguiente mapa de potencias:

$$\begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_\alpha \\ q_\beta \\ q_\gamma \end{bmatrix} = [M'_{\alpha\beta\gamma}] \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} ; [M'_{\alpha\beta\gamma}] = \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & v_\gamma \\ 0 & -v_\gamma & v_\beta \\ v_\gamma & 0 & -v_\alpha \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

En (2.43), las diferentes potencias imaginarias q_α , q_β y q_γ surgen realmente del planteamiento del producto vectorial $\vec{V}_{\alpha\beta\gamma} \times \vec{I}_{\alpha\beta\gamma}$. En esta teoría, el correcto planteamiento matemático de la interacción de tensiones y corrientes en el dominio α - β - γ , no va acompañado de un análisis circuital que permita desvelar el significado físico de las mismas, por tanto, la justificación de los intercambios de energía asociados con cada una de estas potencias imaginarias resulta una tarea, si no imposible, sí sumamente compleja. Además, la carencia de un trasfondo físico en la concepción de q_α , q_β y q_γ da lugar a una inconsistencia en el mapa de potencias $[M'_{\alpha\beta\gamma}]$, ya que:

$$\begin{vmatrix} 0 & -v_\gamma & v_\beta \\ v_\gamma & 0 & -v_\alpha \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.44)$$

Esto implica que las potencias imaginarias q_α , q_β y q_γ no son linealmente independientes, por lo que en realidad sólo existen dos potencias imaginarias características. A falta de un estudio detallado del sistema trifásico, resulta

complicado proponer una explicación acerca de la relación existente entre q_α , q_β y q_γ . En el Apartado 2.4 se abordará esta cuestión con más detenimiento.

A pesar de que las potencias q_α , q_β y q_γ no sean independientes, sí es posible determinar, para unos valores de referencia en las mismas, cuáles deberían ser las corrientes del sistema. A partir de (2.43) se puede escribir la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_\alpha^* \\ \dot{i}_\beta^* \\ \dot{i}_\gamma^* \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & 0 & v_\gamma & -v_\beta \\ v_\beta & -v_\gamma & 0 & -v_\alpha \\ v_\gamma & v_\beta & -v_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3\phi}^* \\ q_\alpha^* \\ q_\beta^* \\ q_\gamma^* \end{bmatrix}; \quad v_{\alpha\beta\gamma} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_\gamma^2}. \quad (2.45)$$

Si en esta expresión se hace que las potencias imaginarias instantáneas sean nulas ($q_\alpha^* = q_\beta^* = q_\gamma^* = 0$), y además se fuerza que las nuevas corrientes suministren la misma potencia activa instantánea que las originales, es decir, $p_{3\phi}^* = p_{3\phi}$, entonces se tiene que:

$$\vec{I}_{p_{\alpha\beta\gamma}} = \begin{bmatrix} i_{p\alpha} \\ i_{p\beta} \\ i_{p\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & 0 & v_\gamma & -v_\beta \\ v_\beta & -v_\gamma & 0 & -v_\alpha \\ v_\gamma & v_\beta & -v_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \vec{V}_{\alpha\beta\gamma}. \quad (2.46)$$

Las corrientes calculadas mediante (2.45) son las corrientes activas instantáneas que se obtienen mediante el uso de la teoría p - q modificada, las cuales coinciden con los postulados de *Willems*.

Finalmente, hay que indicar que en la teoría p - q modificada siempre se cumple el principio de conservación de la potencia, es decir:

$$s^2 = v_{\alpha\beta\gamma}^2 i_{\alpha\beta\gamma}^2 = p_{3\phi}^2 + q_\alpha^2 + q_\beta^2 + q_\gamma^2. \quad (2.47)$$

2.1.9. Teoría generalizada de la potencia reactiva instantánea en sistemas trifásicos

En 1996, *Peng* y *Lai* generalizaron la teoría de la potencia reactiva instantánea mediante el uso de una formulación vectorial verdaderamente elegante [2.42]. En este documento hablaremos de potencia imaginaria en lugar de potencia reactiva, ya que dicha potencia no puede ser directamente asociada con un efecto reactivo en el sistema (efecto de almacenamiento de energía).

Peng y *Lai* asignan un carácter vectorial a la potencia imaginaria de un sistema trifásico genérico. Es cierto que *Akagi* ya introdujo este carácter vectorial en la potencia $q_{\alpha\beta}$, sin embargo, él enunció que el vector de potencia imaginaria de un sistema trifásico siempre era perpendicular al plano α - β . *Peng* extiende esta

propuesta y define el vector de potencia imaginaria mediante el siguiente producto vectorial:

$$\vec{q} = \vec{V} \times \vec{I}. \quad (2.48)$$

Esta definición es independiente del sistema de coordenadas utilizado para la expresión de \vec{V} e \vec{I} (siempre y cuando los ejes de referencia sean ortogonales). En [2.42], *Peng* y *Lai* utilizaron el sistema de referencia *a-b-c*, por lo que el vector de potencia imaginaria fue escrito de la siguiente manera:

$$\vec{q} = [q_a \quad q_b \quad q_c]^T = \left[\begin{array}{cc|cc|cc} v_b & v_c & v_c & v_a & v_a & v_b \\ i_b & i_c & i_c & i_a & i_a & i_b \end{array} \right]^T. \quad (2.49)$$

Este vector podría haberse expresado de una manera más elegante como:

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -v_c & v_b \\ v_c & 0 & -v_a \\ -v_b & v_a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

En (2.50) se observa nuevamente que:

$$\begin{vmatrix} 0 & -v_c & v_b \\ v_c & 0 & -v_a \\ -v_b & v_a & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (2.51)$$

lo cual conduce a las mismas conclusiones obtenidas en la exposición de la teoría *p-q* modificada propuesta por *Nabae* [2.40], es decir, esta elegante formulación matemática da lugar a tres potencias imaginarias que no son linealmente independientes, y en las que su relación y significado físico individual resulta complicado de explicar.

A partir de las siguientes magnitudes escalares, representativas del sistema trifásico:

$$v_\Sigma = \sqrt{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2}; \quad i_\Sigma = \sqrt{i_a^2 + i_b^2 + i_c^2}; \quad p_{3\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I}; \quad q = \sqrt{q_a^2 + q_b^2 + q_c^2}, \quad (2.52)$$

Peng y *Lai* propusieron las definiciones de (2.53), siendo \vec{I}_p el vector de corrientes activas, \vec{I}_q el vector de corrientes reactivas (no activas), *s* la potencia aparente instantánea, y λ el factor de potencia instantáneo.

$$\vec{I}_p = \frac{p_{3\phi}}{\vec{V} \cdot \vec{V}} \vec{V}; \quad \vec{I}_q = \frac{\vec{q} \times \vec{V}}{\vec{V} \cdot \vec{V}}; \quad s = v_\Sigma i_\Sigma; \quad \lambda = \frac{p_{3\phi}}{s}. \quad (2.53)$$

Algunas de estas definiciones ya habían sido enunciadas con anterioridad por otros autores, aunque con diferente formato, y simplemente la definición de \vec{I}_q es una verdadera novedad en esta formulación.

Peng y *Lai* enunciaron y justificaron cuatro teoremas, que aunque no aportaban conceptos revolucionarios al conocimiento existente en esos años acerca de las componentes instantáneas de la corriente y de la potencia, sí recopilaban los aspectos fundamentales referentes a las mismas.

Estos teoremas son:

- Teorema 1.** El vector de corriente trifásico (\vec{I}) es siempre igual a la suma del vector de corrientes activas (\vec{I}_p), más el vector de corrientes reactivas (\vec{I}_q).
- Teorema 2.** \vec{I}_q es ortogonal a \vec{V} , e \vec{I}_p es paralelo a \vec{V} , esto es, $\vec{V} \cdot \vec{I}_q = 0$, y $\vec{V} \times \vec{I}_p = 0$.
- Teorema 3.** $i_\Sigma^2 = i_{p\Sigma}^2 + i_{q\Sigma}^2$, $s^2 = p_{3\phi}^2 + q^2$ e $i_\Sigma^2 = (p_{3\phi}^2 + q^2)/v_\Sigma^2$, donde $i_{p\Sigma}$ e $i_{q\Sigma}$ representan respectivamente los valores colectivos, o módulos, de los vectores de corriente activa y no activa.
- Teorema 4.** Si $i_{q\Sigma} = 0$, entonces i_Σ alcanza el valor mínimo necesario para transferir la potencia activa instantánea original, consiguiéndose en ese caso el máximo factor de potencia instantáneo, esto es, $\lambda = 1$.

2.1.10. Teoría p - q en coordenadas polares

En 1996, *Nabae y Tanaka* reformularon la teoría p - q utilizando coordenadas polares [2.43]. Para transformar los vectores de tensión y corriente a estas nuevas coordenadas, los autores primeramente se apoyaron en la relación existente entre la transformación de *Lyon* y la transformación de *Clarke*. En (2.15) se mostró que la variable compleja \vec{v}^+ de la transformación de *Lyon* se calcula mediante:

$$\vec{v}^+ = v_{\Re} + j v_{\Im} = \frac{1}{\sqrt{3}}(v_a + \alpha v_b + \alpha^2 v_c) \quad ; \quad \alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (2.54)$$

En (2.28), se especificó que en la transformación de *Clarke* se cumple que $v_\alpha = \sqrt{2} v_{\Re}$ y $v_\beta = \sqrt{2} v_{\Im}$. Por tanto, un vector de tensión \vec{V}_\pm , que no presente componente homopolar, se podrá expresar en forma polar mediante:

$$\vec{V}_\pm \equiv \vec{V}_\pm = \sqrt{2} \vec{v}^+ = \sqrt{\frac{2}{3}}(v_{a\pm} + \alpha v_{b\pm} + \alpha^2 v_{c\pm}) = v_\Sigma e^{j\phi}, \quad (2.55)$$

donde $v_\Sigma = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2} = \sqrt{v_{a\pm}^2 + v_{b\pm}^2 + v_{c\pm}^2}$ y $\phi = \tan^{-1}(v_\beta/v_\alpha)$.

De la misma forma, el vector de corriente de un sistema de tres hilos (\vec{I}_\pm) se puede expresar como:

$$\vec{I}_\pm \equiv \vec{I}_\pm = \sqrt{2} \vec{i}^+ = \sqrt{\frac{2}{3}}(i_{a\pm} + \alpha i_{b\pm} + \alpha^2 i_{c\pm}) = i_\Sigma e^{j\delta}, \quad (2.56)$$

siendo $i_\Sigma = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2} = \sqrt{i_{a\pm}^2 + i_{b\pm}^2 + i_{c\pm}^2}$ y $\phi = \tan^{-1}(i_\beta/i_\alpha)$.

Una vez presentados los vectores de tensión y corriente de (2.55) y (2.56), *Nabae y Tanaka* los expresaron sobre un sistema de referencia rotativo d - q como el mostrado en la Figura 2.1, donde el eje d giraba de manera solidaria al vector de tensión \vec{V}_\pm . De esta forma se llega a las expresiones de (2.57).

$$\vec{V}_{\pm} = v_{\Sigma} \quad ; \quad \vec{I}_{\pm} = i_{\Sigma} e^{j\varphi} \quad (\varphi = \phi - \delta) \quad (2.57)$$

Nabae y *Tanaka* establecieron que la componente activa (i_p) y no activa (i_q) del vector de corriente valían:

$$i_p = i_{\Sigma} \cos(\varphi) \quad ; \quad i_q = i_{\Sigma} \sin(\varphi), \quad (2.58)$$

y enfatizaron el hecho de que dichas componentes de la corriente podían ser obtenidas sin necesidad de realizar un cálculo explícito de las potencias instantáneas del sistema. A partir de estas corrientes, *Nabae* y *Tanaka* establecieron la siguiente descomposición de las mismas:

$$i_p = \bar{i}_p + \tilde{i}_p \quad ; \quad i_q = \bar{i}_q + \tilde{i}_q, \quad (2.59)$$

y enunciaron que las componentes constantes (\bar{i}_p, \bar{i}_q) eran originadas por las corrientes puramente sinusoidales de frecuencia fundamental, mientras que las componentes oscilantes (\tilde{i}_p, \tilde{i}_q) se debían a los armónicos y desequilibrios. A juicio del Autor, esta última afirmación no es correcta para todos los casos. Para demostrarlo de una manera simple, basta con considerar como ejemplo un sistema en el que circulen unas corrientes puramente activas. En ese caso se tiene que:

$$\vec{I} = g \vec{V} \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow i_p = i_{\Sigma} = g v_{\Sigma}. \quad (2.60)$$

En (2.60), para unas determinadas tensiones de red (v_a, v_b, v_c), siempre existirá un valor de g que garantice que i_p sea constante en todo momento. Sin embargo, la afirmación anterior no implica que las corrientes que circulan por las fases del sistema ($i_k = g v_k, k \in \{a, b, c\}$), sean siempre corrientes sinusoidales y equilibradas de frecuencia fundamental.

A partir de las corrientes de (2.58), *Nabae* y *Tanaka* propusieron las siguientes expresiones para el cálculo de la potencia activa instantánea ($p_{3\phi}$), imaginaria instantánea (q) y aparente instantánea (s):

$$p_{3\phi} = v_{\Sigma} i_{\Sigma} \cos(\varphi) \quad ; \quad q = v_{\Sigma} i_{\Sigma} \sin(\varphi) \quad ; \quad s = \sqrt{p_{3\phi}^2 + q^2} = v_{\Sigma} i_{\Sigma}. \quad (2.61)$$

Estas potencias fueron divididas de la siguiente manera:

$$p_{3\phi} = \bar{p}_{3\phi} + \tilde{p}_{3\phi} \quad ; \quad q = \bar{q} + \tilde{q}, \quad (2.62)$$

estableciéndose que las componentes constantes ($\bar{p}_{3\phi}, \bar{q}$) se originaban en régimen sinusoidal equilibrado de frecuencia fundamental, y que las componentes oscilantes ($\tilde{p}_{3\phi}, \tilde{q}$) eran debidas a la existencia de armónicos y desequilibrios. Nuevamente, el Autor se muestra en desacuerdo con esta afirmación general. Para demostrarlo basta con considerar un escenario en el que $p_{3\phi} = P$ (constante) y $q = 0$, con lo que:

$$\text{si } p_{3\phi} = P \text{ y } q = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow P = v_{\Sigma} i_{\Sigma}. \quad (2.63)$$

En (2.63) existen infinitas combinaciones de v_{Σ} e i_{Σ} que dan lugar a un valor constante de P . Y es más, el hecho de que v_{Σ} e i_{Σ} sean constantes, no implica que v_a, v_b, v_c , e i_a, i_b, i_c sean sinusoides equilibradas de frecuencia fundamental.

Según lo expuesto, las expresiones propuestas por *Nabae* y *Tanaka* para el cálculo de las corrientes y potencias, activas y no activas, son equivalentes a las de la teoría *p-q* original, pudiéndose aplicar exclusivamente en sistemas trifásicos de tres hilos. Hay que indicar que la descomposición de las corrientes y potencias en una parte constante, más otra oscilantes, aunque es útil para caracterizar el flujo de energía de fuente a carga, no se puede aplicar de manera generalizada para la determinación de las corrientes activas sinusoidales y equilibradas de frecuencia fundamental.

2.1.11. Teoría *p-q-r*

En 1999, *Kim* y *Akagi* [2.11] plantean una teoría de potencia instantánea en la que las variables del sistema se expresan sobre un nuevo sistema de referencia rotativo constituido por tres ejes ortogonales denominados *p-q-r*. En la Figura 2.2 se aprecia como el eje *p* gira solidario al vector de tensión \vec{V} ; el eje *q* es perpendicular al eje *p*, y se encuentra dentro del plano $\alpha\text{-}\beta$; y por último, el eje *r* es perpendicular a los dos anteriores. La transformación propuesta por *Kim* y *Akagi* se puede obtener a partir de la transformación de *Park* cuando se supone que el eje *d* gira de manera solidaria al vector de tensión $\vec{V}_{\alpha\beta}$. Según muestra (2.29), en esas condiciones de sincronismo se tiene que:

$$\vec{V}_{dqz} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta\gamma} \end{bmatrix} \vec{V}_{abc} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_V) & \sin(\theta_V) & 0 \\ -\sin(\theta_V) & \cos(\theta_V) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix}, \quad (2.64)$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & 0 \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} \quad ; \quad v_{\alpha\beta} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2}.$$

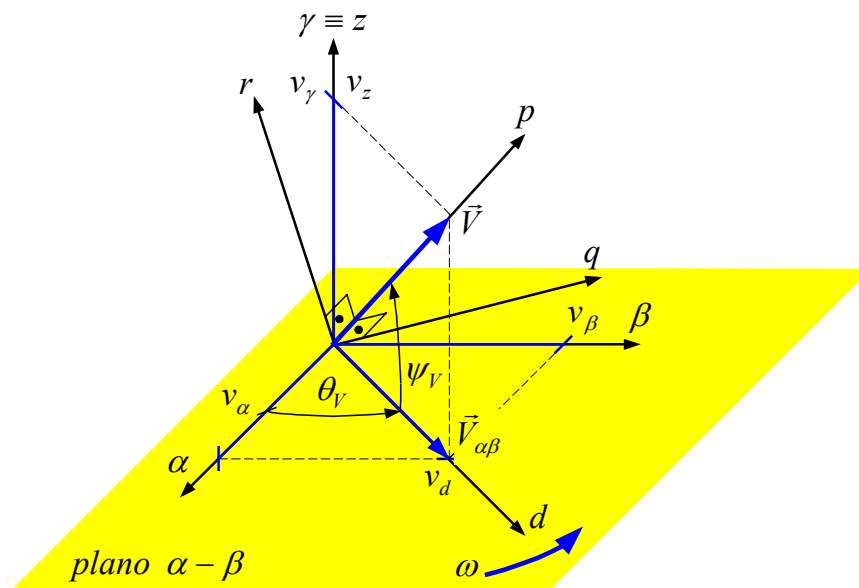


Figura 2.2. Sistemas de coordenadas $\alpha\text{-}\beta\text{-}\gamma$, $d\text{-}q\text{-}z$ y $p\text{-}q\text{-}r$.

La componente v_q de (2.64), correspondiente al sistema de referencia $d-q-z$ síncrono, coincide con la componente v_q del sistema de referencia $p-q-r$. Para determinar el valor de las componentes v_p y v_r , basta con proyectar ortogonalmente las tensiones de los ejes d y z sobre los ejes p y r . Es decir, la expresión del vector de tensión sobre el sistema de referencia $p-q-r$ se obtiene mediante:

$$\vec{V}_{pqr} = \begin{bmatrix} v_p \\ v_q \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{pqr} \\ \psi = \psi_V \end{bmatrix} \vec{V}_{dqz} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_V) & 0 & \sin(\psi_V) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\psi_V) & 0 & \cos(\psi_V) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_z \end{bmatrix}, \quad (2.65a)$$

$$\begin{bmatrix} v_p \\ v_q \\ v_r \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}} \begin{bmatrix} v_{\alpha\beta} & 0 & v_\gamma \\ 0 & v_{\alpha\beta\gamma} & 0 \\ -v_\gamma & 0 & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \frac{1}{v_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & 0 \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi = \psi_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi = \psi_V \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & v_\gamma \\ -v_\beta v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & v_\alpha v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & 0 \\ -v_\alpha v_\gamma / v_{\alpha\beta} & -v_\beta v_\gamma / v_{\alpha\beta} & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix}; \quad v_{\alpha\beta\gamma} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_\gamma^2}. \quad (2.65b)$$

Lógicamente, el desarrollo de (2.65a) da lugar a la expresión propuesta por *Kim* y *Akagi* para la expresión del vector de tensión en el dominio $p-q-r$, esto es:

$$\vec{V}_{pqr} = \begin{bmatrix} v_p \\ v_q \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi = \psi_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha\beta\gamma} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.66)$$

En (2.66), se puede apreciar como el vector de tensión está constituido por una única componente, $v_p = v_{\alpha\beta\gamma}$, siendo $v_q = v_r = 0$. *Kim* divide esta componente de tensión en una parte constante (\bar{v}_p) y una parte ondulante (\tilde{v}_p), afirmando que la componente \bar{v}_p es debida a las tensiones de secuencia directa y frecuencia fundamental, y que la componente \tilde{v}_p se debe a la existencia de componentes de secuencia negativa y armónicos en las tensiones del sistema [2.44]. Siguiendo un razonamiento similar al del Apartado 2.1.10, el Autor se adhiere a lo expuesto en [2.45], donde se demuestra que la afirmación anterior no es correcta.

En el sistema de referencia $p-q-r$, la expresión del vector de corriente es:

$$\vec{I}_{pqr} = \begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi = \psi_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & v_\gamma \\ -v_\beta v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & v_\alpha v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & 0 \\ -v_\alpha v_\gamma / v_{\alpha\beta} & -v_\beta v_\gamma / v_{\alpha\beta} & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

En este vector de corriente transformado, i_p se define como la componente real (activa), mientras que i_q e i_r se definen como componentes imaginarias (no activas).

A partir de estos vectores de tensión y corriente se llega a (2.68), donde se muestran las expresiones propuestas por *Kim* y *Akagi* para el cálculo de la potencia real (activa) instantánea, y del vector de potencia imaginaria instantánea.

$$P_{3\phi} = \vec{V}_{pqr} \cdot \vec{I}_{pqr} = v_p i_p \quad ; \quad \vec{q} = \vec{V}_{pqr} \times \vec{I}_{pqr} = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_p i_r \\ v_p i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ q_q \\ q_r \end{bmatrix}. \quad (2.68)$$

En (2.68), se aprecia claramente como la componente de corriente i_p es la responsable del suministro de la potencia activa instantánea solicitada por la carga, mientras que las componentes i_q e i_r dan lugar, respectivamente, a las potencias imaginarias instantáneas q_r y q_q . Teniendo en cuenta que estas potencias imaginarias surgen directamente del desarrollo de un producto vectorial, sin que exista ningún tipo de análisis circuital que las respalde, la interpretación que *Kim* y *Akagi* hacen acerca de las mismas es puramente geométrica.

La expresión propuesta finalmente por *Kim* y *Akagi* para el cálculo de las potencias instantáneas del sistema es:

$$\begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ q_q \\ q_r \end{bmatrix} = v_p \begin{bmatrix} i_p \\ -i_r \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (2.69)$$

En esta expresión, las tres potencias instantáneas son linealmente independientes, y por tanto las tres componentes de la corriente pueden ser controladas independientemente, esto es:

$$\begin{bmatrix} i_p^* \\ i_q^* \\ i_r^* \end{bmatrix} = \frac{1}{v_p} \begin{bmatrix} P_{3\phi}^* \\ q_r^* \\ -q_q^* \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

Cuando este vector de corrientes se transforma al dominio α - β - γ se tiene que:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha^* \\ i_\beta^* \\ i_\gamma^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi=\psi_V \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_p^* \\ i_q^* \\ i_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi=\psi_V \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_p^* \\ i_q^* \\ i_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta=\theta_V} \\ \psi=\psi_V \end{bmatrix}^T \frac{1}{v_p} \begin{bmatrix} P_{3\phi}^* \\ q_r^* \\ -q_q^* \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

Si en esta expresión se hace que las potencias imaginarias instantáneas sean nulas ($q_r^* = q_q^* = 0$), y además se fuerza que las nuevas corrientes suministren la misma potencia activa instantánea que las originales, es decir, $P_{3\phi}^* = P_{3\phi}$, entonces se obtiene el vector de corrientes activas, el cual coincide con los postulados de *Willems*.

$$\vec{I}_{p_{\alpha\beta\gamma}} = \begin{bmatrix} i_{p\alpha} \\ i_{p\beta} \\ i_{p\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & -v_\beta v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & -v_\alpha v_\gamma / v_{\alpha\beta} \\ v_\beta & v_\alpha v_{\alpha\beta\gamma} / v_{\alpha\beta} & -v_\beta v_\gamma / v_{\alpha\beta} \\ v_\gamma & 0 & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_{\alpha\beta\gamma}^2} \vec{V}_{\alpha\beta\gamma}. \quad (2.72)$$

Por último, hay que indicar que las potencias instantáneas obtenidas mediante (2.69) cumplen con el principio de conservación de la potencia, es decir:

$$s = |\vec{V}_{pqr}| |\vec{I}_{pqr}| = \sqrt{P_{3\phi}^2 + q_q^2 + q_r^2}. \quad (2.73)$$

2.2. Estudio de potencia instantánea en un sistema trifásico genérico

En el Apartado 2.1 se han presentado los principales conceptos y teorías relacionados con la obtención de las componentes de la corriente y de la potencia en un sistema trifásico. La mayoría de esas teorías surgen de elegantes desarrollos matemáticos que resumen lúcidamente la interacción entre las tensiones y corrientes del sistema, sin embargo, esta nitidez en la formulación suele ir acompañada de un cierto grado de abstracción que, en ocasiones, dificulta la interpretación física de los resultados obtenidos. En este Apartado, mediante el estudio del circuito mostrado en la Figura 2.3, se analizará el significado físico de los diferentes términos de potencia existentes en un sistema trifásico de cuatro hilos. Para ello, se utilizarán las variables reales (no las transformadas), con lo que las conclusiones obtenidas tendrán un mayor significado físico, y permitirán caracterizar claramente los intercambios instantáneos de energía en el sistema trifásico.

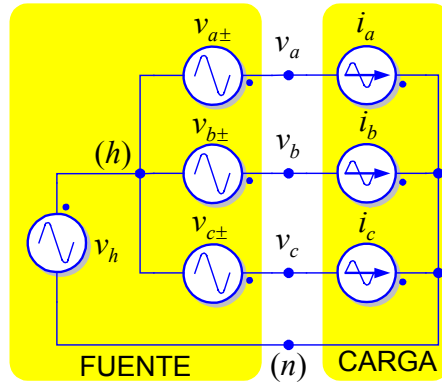


Figura 2.3. Sistema trifásico de cuatro hilos.

En el circuito de la Figura 2.3 se representan variables no transformadas de tensión y corriente. Las fuentes de corriente simbolizan los requisitos de la carga, y se consideran totalmente genéricas. En el lado de fuente, las tensiones de cada fase (v_a , v_b , v_c) se miden respecto al nodo de neutro (n), y se han descompuesto en una fuente homopolar (v_h), más una fuente que engloba las componentes de secuencia positiva y negativa ($v_{k\pm}$). Las tensiones de estas fuentes se calculan de la forma:

$$v_h = \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) \quad ; \quad v_{k\pm} = v_k - v_h \quad \Big|_{k \in \{a,b,c\}} \quad (2.74)$$

Para generalizar el estudio, se supondrá que las tensiones en el lado de fuente contienen múltiples armónicos de secuencia positiva, negativa y homopolar, lo que da lugar a los vectores de tensión de (2.75).

$$\vec{V} = \vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix} \quad ; \quad v_h = \sum_{n=1}^{\infty} V^{0n} \sin(\omega_n t + \phi^{0n}) \quad (2.75a)$$

$$\vec{V}_{\pm} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ V^{+n} \begin{bmatrix} \sin(\omega_n t + \phi^{+n}) \\ \sin(\omega_n t + \phi^{+n} - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_n t + \phi^{+n} + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} + V^{-n} \begin{bmatrix} \sin(\omega_n t + \phi^{-n}) \\ \sin(\omega_n t + \phi^{-n} + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_n t + \phi^{-n} - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.75b)$$

En estas expresiones, los coeficientes V^{+n} , V^{-n} y V^{0n} representan respectivamente los valores de pico de los armónicos de tensión de secuencia positiva, negativa y homopolar.

Pasaremos a continuación a estudiar las potencias puestas en juego en el sistema de la Figura 2.3 para diferentes situaciones de carga.

2.2.1. Corrientes de carga sin secuencia homopolar

Si las corrientes solicitadas por la carga no contienen componente homopolar, se pueden expresar como:

$$\vec{I}_{\pm} = \begin{bmatrix} i_{a\pm} \\ i_{b\pm} \\ i_{c\pm} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ I^{+n} \begin{bmatrix} \sin(\omega_n t + \delta^{+n}) \\ \sin(\omega_n t + \delta^{+n} - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_n t + \delta^{+n} + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} + I^{-n} \begin{bmatrix} \sin(\omega_n t + \delta^{-n}) \\ \sin(\omega_n t + \delta^{-n} + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega_n t + \delta^{-n} - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \right\}. \quad (2.76)$$

La interacción de estas corrientes, de secuencia positiva y negativa, con las tensiones de fuente da lugar al suministro de una potencia activa instantánea, tal que:

$$p_{3\phi\pm} = \vec{V} \cdot \vec{I}_{\pm} = v_a i_{a\pm} + v_b i_{b\pm} + v_c i_{c\pm} = \bar{p}_{3\phi\pm} + \tilde{p}_{3\phi\pm}. \quad (2.77)$$

Expandiendo (2.77) se tiene que:

$$\bar{p}_{3\phi\pm} = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [V^{+n} I^{+n} \cos(\phi^{+n} - \delta^{+n}) + V^{-n} I^{-n} \cos(\phi^{-n} - \delta^{-n})], \quad (2.78a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{3\phi\pm} = & \frac{3}{2} \left\{ \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} V^{+m} I^{+n} \cos((\omega_m - \omega_n)t + \phi^{+m} - \delta^{+n}) \right] \right. \\ & + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} V^{-m} I^{-n} \cos((\omega_m - \omega_n)t + \phi^{-m} - \delta^{-n}) \right] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} -V^{+m} I^{-n} \cos((\omega_m + \omega_n)t + \phi^{+m} + \delta^{-n}) \right] \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} -V^{-m} I^{+n} \cos((\omega_m + \omega_n)t + \phi^{-m} + \delta^{+n}) \right] \right\}. \quad (2.78b) \end{aligned}$$

En (2.78), resulta evidente que la interacción entre las tensiones de secuencia homopolar y las corrientes de secuencia positiva y negativa, no da lugar a suministro de potencia activa instantánea desde el lado de fuente, cumpliéndose entonces que:

$$p_{3\phi\pm} = \vec{V} \cdot \vec{I}_{\pm} = \underbrace{\vec{V}_h \cdot \vec{I}_{\pm}}_0 + \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{\pm} = \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{\pm}, \quad (2.79)$$

$$p_{3\phi\pm} = v_{a\pm} i_{a\pm} + v_{b\pm} i_{b\pm} + v_{c\pm} i_{c\pm}.$$

Como era de esperar, (2.79) evidencia que los vectores \vec{V}_h e \vec{I}_{\pm} son ortogonales, ya que su producto escalar es igual a cero.

Otra conclusión que resulta patente en (2.78) es que la interacción entre componentes trifásicas de la misma frecuencia y secuencia, da lugar al valor medio de la potencia activa instantánea suministrada por la fuente, mientras que la interacción entre componentes de diferente frecuencia, o secuencia (positiva frente a negativa), da lugar a oscilaciones en la potencia activa instantánea. Esta conclusión aclara definitivamente el error conceptual cometido por *Nabae* y *Tanaka* acerca de cuál es el origen del valor medio y oscilante de la potencia activa instantánea del sistema, véase el Apartado 2.1.10.

Ahora, dividiremos las corrientes de las fases en dos componentes. A la primera componente la denominaremos “*componente directa*” ($i_{da\pm}, i_{db\pm}, i_{dc\pm}$), y será proporcional a la tensión de secuencia positiva y negativa. Además, se impondrá como condición que estas corrientes directas consuman la misma potencia instantánea que las originales, por lo se debe cumplir que:

$$p_{3\phi\pm} = v_{a\pm} i_{a\pm} + v_{b\pm} i_{b\pm} + v_{c\pm} i_{c\pm} = v_{a\pm} i_{da\pm} + v_{b\pm} i_{db\pm} + v_{c\pm} i_{dc\pm}. \quad (2.80)$$

Según esto, el vector de corriente directa se podrá calcular de la siguiente manera:

$$p_{3\phi\pm} = v_{a\pm} \underbrace{g_{\pm} v_{a\pm}}_{i_{da\pm}} + v_{b\pm} \underbrace{g_{\pm} v_{b\pm}}_{i_{db\pm}} + v_{c\pm} \underbrace{g_{\pm} v_{c\pm}}_{i_{dc\pm}} \Rightarrow g_{\pm} = \frac{p_{3\phi\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|^2}, \quad (2.81)$$

$$\vec{I}_{d\pm} = g_{\pm} \vec{V}_{\pm} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_{da\pm} \\ i_{db\pm} \\ i_{dc\pm} \end{bmatrix} = g_{\pm} \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix}.$$

Se recuerda que $|\vec{V}_{\pm}|$ representa el módulo, o norma Euclídea, del vector \vec{V}_{\pm} . En este Apartado se mantendrá esta notación para simbolizar módulo de los vectores.

En (2.81), se aprecia como estas corrientes directas, las cuales coinciden con las corrientes activas que se obtendrían si se utilizase la teoría p - q de *Akagi* [2.34], son de secuencia positiva y negativa, y presentan una relación de proporcionalidad instantánea (g_{\pm}) con la fuente de tensión con la que están interactuando.

La segunda componente de la corriente de las fases la denominaremos “*componente en cuadratura*” o “*componente normal*” ($i_{qa\pm}, i_{qb\pm}, i_{qc\pm}$), y dará lugar a un conjunto de

corrientes que también son de secuencia positiva y negativa. Esta componente normal es claramente no activa, ya que no contribuye en el suministro de potencia activa instantánea hacia la carga. Sobre la base de (2.81), estas corrientes normales se calcularán mediante:

$$\vec{I}_{q\pm} = \vec{I}_{\pm} - \vec{I}_{d\pm} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_{qa\pm} \\ i_{qb\pm} \\ i_{qc\pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a\pm} \\ i_{b\pm} \\ i_{c\pm} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{pa\pm} \\ i_{pb\pm} \\ i_{pc\pm} \end{bmatrix}. \quad (2.82)$$

En el dominio $a-b-c$, los vectores $\vec{I}_{d\pm}$ e $\vec{I}_{q\pm}$ son ortogonales entre sí, y se encuentran dentro del plano definido por la condición $i_h=0$ (plano sin homopolar, o plano $\alpha-\beta$). Esta afirmación es claramente cierta, ya que el vector $\vec{I}_{d\pm}$ tiene la misma dirección de \vec{V}_{\pm} (ambos son instantáneamente proporcionales), y el vector $\vec{I}_{q\pm}$ esta en cuadratura con los anteriores, ya que $\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{q\pm} = 0$.

Partiendo de la base de que la potencia activa instantánea refleja la transferencia neta de energía entre fuente y carga, se entiende que la potencia imaginaria instantánea es aquella potencia “ficticia” que da lugar a un incremento de la corriente en la fuente, sin que dicho incremento se traduzca en una transferencia de energía hacia la carga. Por tanto, el valor de la potencia imaginaria instantánea se podrá calcular a partir de la relación existente entre la potencia activa instantánea actual, y la máxima potencia activa instantánea que se podría alcanzar, manteniendo constante el valor colectivo de corriente en las tres fases de la fuente. En el circuito que nos ocupa, el valor colectivo trifásico de las corrientes de fuente es $i_{\Sigma 3\pm}$, el cual viene determinado por:

$$i_{\Sigma 3\pm}^2 = i_{a\pm}^2 + i_{b\pm}^2 + i_{c\pm}^2 = |\vec{I}_{\pm}|^2 \quad (2.83)$$

En el resto de explicaciones que se realicen en este Apartado, cuando se hable del valor colectivo de una tensión, o de una corriente, se estará haciendo alusión a su valor colectivo trifásico (sin considerar la corriente de neutro).

Para las corrientes consideradas, únicamente las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa intervienen en el suministro de potencia activa instantánea hacia la carga. La máxima potencia activa instantánea que podrían suministrar estas fuentes, manteniendo constante el valor colectivo de corriente, será:

$$P_{\pm max} = v_{a\pm} i_{pma} + v_{b\pm} i_{pmb} + v_{c\pm} i_{pmc}, \quad (2.84)$$

donde i_{pma} , i_{pmb} e i_{pmc} son las nuevas corrientes circulantes por la fuente, y deberán cumplir que:

$$i_{\Sigma 3\pm}^2 = |\vec{I}_{\pm}|^2 = i_{pma}^2 + i_{pmb}^2 + i_{pmc}^2. \quad (2.85)$$

Utilizando el multiplicador de *Lagrange* se puede encontrar el máximo de (2.84) bajo la condición impuesta por (2.85). Para ello es necesario resolver el sistema resultante de (2.86).

$$\nabla(p_{\pm max} - \lambda|\vec{I}_{\pm}|^2) = 0 ; \quad \nabla f = \frac{\partial f}{\partial i_{pma}} di_{pma} + \frac{\partial f}{\partial i_{pmb}} di_{pmb} + \frac{\partial f}{\partial i_{pmc}} di_{pmc} . \quad (2.86)$$

Como era de esperar, la resolución de (2.86) da lugar a que:

$$p_{\pm max} = |\vec{I}_{\pm}| \sqrt{v_{a\pm}^2 + v_{b\pm}^2 + v_{c\pm}^2} = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_{\pm}| = s_{\pm} , \quad (2.87)$$

donde s_{\pm} es la potencia aparente instantánea de las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa cuando por la red circula un conjunto de corrientes con esa misma secuencia. En una publicación reciente [2.46], *Willems* generaliza la expresión de la potencia aparente en la forma:

“La potencia aparente en los terminales de un sistema de potencia se define como la máxima potencia activa que puede ser transferida para el juego dado de tensiones, y la magnitud dada para el juego de corrientes (o pérdidas en las líneas)”.

En este estudio adoptaremos esta definición, pero utilizando su carácter instantáneo. Además, la aclaración encerrada entre paréntesis dará lugar al planteamiento de una estrategia de compensación generalizada que se expondrá en el Apartado 2.6.

Mediante el uso de los teoremas de álgebra lineal, se puede demostrar que, en un espacio Euclídeo, el producto del cuadrado del módulo de dos vectores cualquiera \vec{X} e \vec{Y} cumple con la relación:

$$|\vec{X}|^2 |\vec{Y}|^2 = (\vec{X} \cdot \vec{Y})^2 + |\vec{X} \times \vec{Y}|^2 , \quad (2.88)$$

correspondiendo los símbolos “ \cdot ” y “ \times ” al producto escalar y vectorial respectivamente.

Según (2.88), se cumplirá que:

$$s_{\pm}^2 = |\vec{V}_{\pm}|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2 = (\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{\pm})^2 + |\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{\pm}|^2 = p_{3\phi\pm}^2 + q_{\pm}^2 , \quad (2.89)$$

En (2.89), queda perfectamente definida la relación entre la potencia activa instantánea que están desarrollando las fuentes de secuencia positiva y negativa ($p_{3\phi\pm}$), y la máxima que podrían llegar a desarrollar (s_{\pm}) manteniendo constante el valor colectivo de tensión y corriente, por lo que se podrá extraer ahora el valor de la potencia imaginaria instantánea (q_{\pm}). Además, teniendo en cuenta que el vector de corriente está formado por dos componentes ortogonales (directa y cuadratura), la potencia imaginaria instantánea quedará definida por:

$$\begin{aligned} q_{\pm} &= |\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{\pm}| = \underbrace{|\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{q\pm}|}_0 = |\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{q\pm}| = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_{q\pm}| \\ &= \sqrt{\begin{vmatrix} v_{a\pm} & v_{b\pm} \\ i_{a\pm} & i_{b\pm} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} v_{b\pm} & v_{c\pm} \\ i_{b\pm} & i_{c\pm} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} v_{c\pm} & v_{a\pm} \\ i_{c\pm} & i_{a\pm} \end{vmatrix}^2} . \end{aligned} \quad (2.90)$$

El desarrollo de (2.90) conduce a:

$$\begin{aligned} q_{\pm} &= \frac{1}{\sqrt{3}} [v_a(i_b - i_c) + v_b(i_c - i_a) + v_c(i_a - i_b)] \\ &= -\frac{1}{\sqrt{3}} [i_a(v_b - v_c) + i_b(v_c - v_a) + i_c(v_a - v_b)]. \end{aligned} \quad (2.91)$$

Si las variables en el dominio de $a-b-c$ se transformasen al dominio de $\alpha-\beta$, la expresión mostrada en (2.91) coincidiría con la que se obtendría mediante la aplicación de la teoría de $p-q$ de *Akagi* ($q_{\pm} = q_{\alpha\beta} = v_{\alpha}i_{\beta} - v_{\beta}i_{\alpha}$). Esta expresión es también utilizada en ciertos sistemas modernos de medida de potencia reactiva.

Akagi, en una explicación relativamente reciente acerca de su teoría [2.36], expone:

“La teoría es aplicable a sistemas trifásicos de cuatro hilos, así como a sistemas trifásicos de tres hilos. Además, se caracteriza por permitirnos definir la potencia reactiva instantánea en cada fase como un valor único para formas de onda de tensión y corriente arbitrarias sin ninguna restricción, resultando una explicación lúcida del significado físico de la potencia reactiva instantánea.”

La concepción de *Akagi* acerca de la potencia reactiva instantánea en sistemas trifásicos de cuatro hilos es aún hoy una fuente de controversia [2.44][2.47][2.48]. En este caso, el Autor se suma a aquellos que consideran que la interpretación de *Akagi* acerca de la potencia reactiva (imaginaria) instantánea en sistemas de cuatro hilos no es completamente acertada. Para justificar esta afirmación, se revisará el desarrollo efectuado para llegar a la expresión (2.91).

Según el razonamiento de *Akagi*, las corrientes activas del sistema estudiado anteriormente coinciden con las corrientes directas que se calcularon en (2.81), es decir, son corrientes que no presentan componente homopolar. En ese razonamiento se elude un concepto fundamental, ya que, como bien se definió en [2.49], las componentes activas de la corriente son *“las mínimas corrientes que pueden ser solicitadas a la fuente mientras se asegure la misma absorción de potencia (activa) instantánea de la carga actual”*. En esta afirmación no se especifica que las corrientes activas tengan que estar constituidas por componentes de la misma secuencia que las corrientes originales.

Por tanto, para determinar las componentes activas de las corrientes solicitadas por la carga (i_{pa} , i_{pb} , i_{pc}) hay que encontrar el mínimo de:

$$|\vec{I}_p|^2 = i_{pa}^2 + i_{pb}^2 + i_{pc}^2, \quad (2.92)$$

imponiendo como condición que:

$$p_{3\phi\pm} = v_a i_{pa} + v_b i_{pb} + v_c i_{pc}. \quad (2.93)$$

Usando el multiplicador de *Lagrange*, este problema se reduce a encontrar la solución de:

$$\nabla\left(\left|\vec{I}_p\right|^2 - \lambda p_{3\phi\pm}\right) = 0 ; \quad \nabla f = \frac{\partial f}{\partial i_{pa}} di_{pa} + \frac{\partial f}{\partial i_{pb}} di_{pb} + \frac{\partial f}{\partial i_{pc}} di_{pc} . \quad (2.94)$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$\vec{I}_p = g\vec{V} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} ; \quad g = \frac{P_{3\phi\pm}}{|\vec{V}|^2} , \quad (2.95)$$

con lo que:

$$\vec{I}_q = \vec{I} - \vec{I}_p \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_{qa} \\ i_{qb} \\ i_{qc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a\pm} \\ i_{b\pm} \\ i_{c\pm} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{pa} \\ i_{pb} \\ i_{pc} \end{bmatrix} . \quad (2.96)$$

Es decir, a pesar de que las corrientes solicitadas por la carga contengan exclusivamente componentes de secuencia positiva y negativa, las componentes activas de las mismas pueden presentar una componente homopolar, ya que son instantáneamente proporcionales a las tensiones de red. Estas corrientes activas coinciden con la que se obtendrían si se utilizase la descomposición de corrientes propuesta por *Willems* [2.39], o si se utilizasen las teorías de *Nabae* [2.41], *Peng* [2.50], o *Kim* [2.44], aunque en estos últimos casos se trabajaría con variables expresadas sobre ejes transformados.

Si en el lado de fuente circularan las corrientes activas calculadas mediante (2.95), la eficiencia instantánea del generador sería máxima, ya que se estarían cubriendo los requisitos de potencia activa instantánea impuestos por la carga con el mínimo valor colectivo de corriente en sus tres fases, lo cual minimizaría las pérdidas de generación. La conservación de la potencia activa instantánea entre fuente y carga, permite pensar en un compensador que sea capaz de suministrar las corrientes no activas, sin que para ello éste tenga que realizar ningún tipo de intercambio de energía con la red, es decir, se trataría de un sistema de compensación “sin almacenamiento de energía”. No obstante, cuando este compensador se controla de acuerdo a (2.96), puede que las corrientes obtenidas en el lado de fuente no sean las más adecuadas bajo todos los puntos de vista. Para justificar esta afirmación, se considerará un escenario en el que tres resistencias iguales, configuradas en estrella y sin conexión a neutro, se alimentan mediante la fuente de la Figura 2.3. En este caso, se supondrá que las tensiones $v_{a\pm}$, $v_{b\pm}$ y $v_{c\pm}$ son perfectamente sinusoidales y equilibradas, y que la fuente v_h genera un tercer armónico de tensión. Aunque en el lado de fuente exista una componente homopolar de tensión, la corriente consumida por la carga será perfectamente sinusoidal y equilibrada. En la Figura 2.4 se muestran las diferentes variables de este sistema. La Figura 2.4c muestra la potencia activa instantánea consumida por la carga, la cual es constante, debido a que es fruto de la

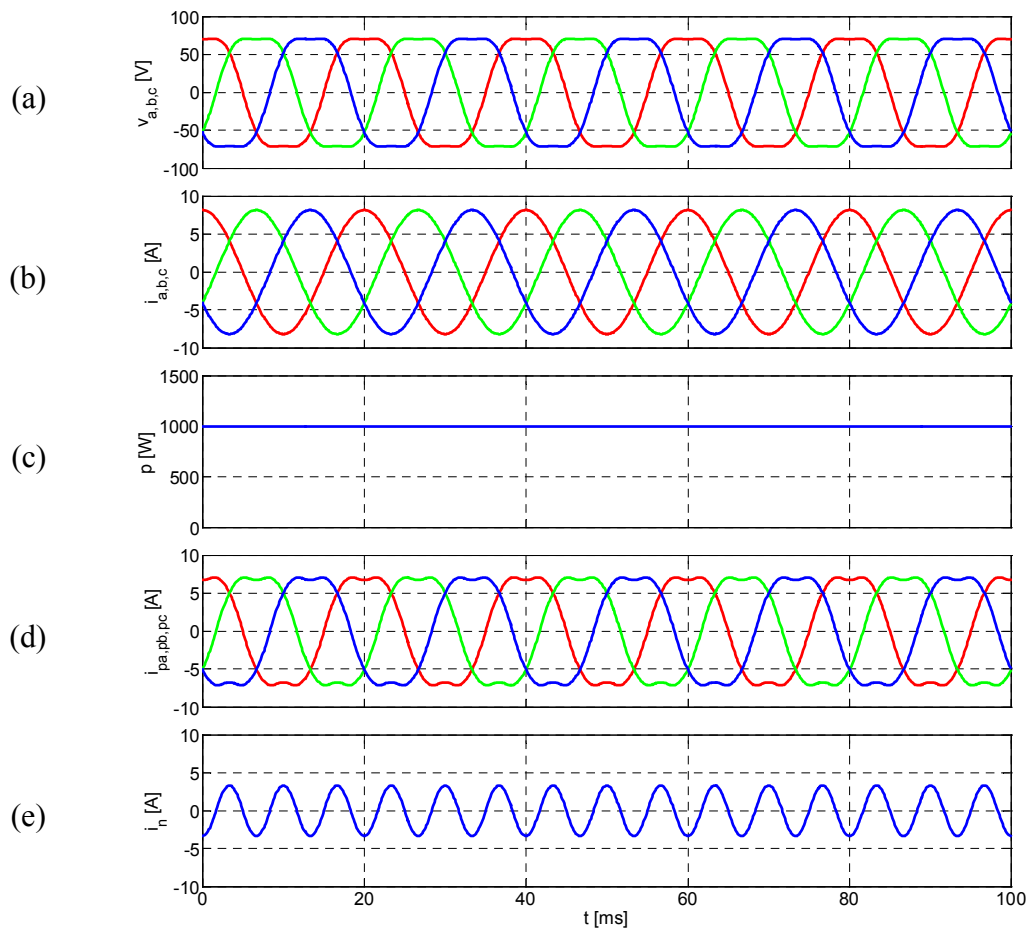


Figura 2.4. Corrientes activas considerando el efecto de la tensión homopolar.

interacción de tensiones y corrientes perfectamente sinusoidales y equilibradas. La Figura 2.4d muestra las componentes activas de la corriente de carga calculadas mediante (2.95), las cuales son instantáneamente proporcionales a las tensiones de la fuente. Esta proporcionalidad instantánea da lugar a que la forma de las tensiones y de las corrientes no sea la misma. Para que las tensiones y las corrientes tuviesen la misma apariencia, sería necesario que existiese una relación proporcionalidad constante a lo largo del tiempo. Si mediante un compensador de cuatro hilos se suministrasen a la carga las corrientes no activas consumidas por la misma, la corriente que circularía por el neutro de la fuente coincidiría con la mostrada en la Figura 2.4e.

Valorar la idoneidad de las corrientes mostradas en la Figura 2.4d depende de la concepción que se tenga acerca de la funcionalidad del conductor de neutro. Si se considera el neutro como un conductor más del sistema, con la misma capacidad de transmisión de energía que el resto de las fases [2.15][2.51], la estrategia de compensación basada en (2.96) sería la más correcta. Si por el contrario, se considera que el neutro es un conductor de retorno, el cual no tiene por qué tener la misma sección que el resto de fases, y que su misión principal es permitir la circulación de la corriente residual generada por el desequilibrio de la carga, el empleo de la

expresión (2.96) no sería la elección más adecuada. Hay que tener en cuenta que, a medida que aumenta la potencia del sistema, el neutro pasa a ser un conductor auxiliar, y su función es la de reducir transitorios de tensión y permitir la circulación de corriente durante faltas asimétricas. En ese caso, la circulación permanente de corriente por el neutro da lugar a desplazamiento de su potencial respecto a tierra, a la creación de ruido de modo común, a interferencias en los equipos e instrumentos conectados en la red, y a disfunciones en máquinas y aparatos eléctricos [2.52].

A raíz de lo expuesto, existen enfoques en los que se considera que las corrientes no activas de la carga vienen determinadas por (2.82) [2.36], y en otros, por (2.96) [2.41]. Por este motivo, quizás sea interesante que las corrientes no activas de la carga se subdividan en dos componentes, una de secuencia positiva y negativa, y otra de secuencia homopolar, y que entonces, en función de las características del sistema, se pueda seleccionar cuál de éstas tiene ser suministrada por el compensador. Este aspecto será recogido en las estrategias de compensación que se presentan en el Apartado 2.5.

Aunque, bajo determinadas condiciones técnicas, las corrientes no activas obtenidas mediante la teoría p - q puedan considerarse como acertadas, la expresión que Akagi obtiene para la potencia imaginaria instantánea, equivalente a (2.91), no puede asumirse como generalizada para cualquier sistema trifásico de cuatro hilos. De manera general, la potencia imaginaria instantánea refleja, para unos valores dados de tensión colectiva y corriente colectiva, el detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea que experimenta la fuente respecto a la situación de máxima eficiencia. Siguiendo un procedimiento análogo al empleado para la obtención de la expresión (2.89), se podría demostrar que, para unos vectores de tensión y corriente genéricos, \vec{V} e \vec{I} , la expresión que determinaría, de manera general, la máxima potencia activa instantánea suministrable (s) sería:

$$s^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I})^2 + |\vec{V} \times \vec{I}|^2 = p_{3\phi}^2 + q^2, \quad (2.97)$$

la cual coincide con la formulación de Peng [2.50]. Por tanto, si el vector de las corrientes normales (no activas en cuadratura), calculadas mediante (2.82) y coincidentes con las corriente no activas obtenidas mediante la teoría p - q de Akagi, se introdujese en la expresión (2.97) se obtendría:

$$s_{q_{\pm}}^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{q_{\pm}}|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I}_{q_{\pm}})^2 + |\vec{V} \times \vec{I}_{q_{\pm}}|^2 = 0 + q_q^2, \quad (2.98)$$

por lo que, según lo indicado en (2.90), se obtendría que:

$$q_q = |\vec{V} \times \vec{I}_{q_{\pm}}| = |\vec{V}| |\vec{I}_{q_{\pm}}| = \frac{|\vec{V}|}{|\vec{V}_{\pm}|} q_{\pm}. \quad (2.99)$$

La ecuación (2.99) determina el valor de la potencia imaginaria instantánea (q_q) de una fuente de tensión trifásica de cuatro hilos por la que circulan corrientes normales, de secuencia positiva y negativa. En (2.99) se aprecia cómo la potencia calculada

mediante la teoría $p-q$ de *Akagi* (q_{\pm}) sólo es correcta si la tensión homopolar de la fuente fuese nula. Posteriormente se demostrará que, aunque no exista tensión homopolar en el lado de fuente, la definición de *Akagi* tampoco es acertada cuando existe corriente homopolar circulando por la fuente.

Si el vector de las corrientes originales de secuencia positiva y negativa (\vec{I}_{\pm}) se introdujese en (2.97), el valor de la potencia imaginaria instantánea obtenido sería diferente al mostrado en (2.99), lo que indica que la potencia q_q calculada anteriormente no es la única potencia imaginaria existente en el sistema. Para justificar esta diferencia pensemos que, si mediante el uso de un acondicionador de corriente, se suministrasen a la carga las corrientes normales ($\vec{I}_{q\pm}$) (no activas en cuadratura de secuencia positiva y negativa), entonces por la fuente circularían las corrientes directas ($\vec{I}_{d\pm}$) (proporcionales a la tensión de secuencia positiva y negativa). Esto implicaría que la potencia imaginaria q_q en la fuente sería nula.

Sin embargo, las corrientes directas no son las que dan lugar a la máxima eficiencia en el suministro. Como se demostró anteriormente, las corrientes óptimas serían las corrientes activas (\vec{I}_p), que se obtendrían mediante el uso de la expresión (2.95), y que pueden presentar componente homopolar. La máxima potencia activa instantánea suministrable desde el lado de fuente con un valor colectivo de corriente igual al de las corrientes directas es:

$$s_{p\pm}^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{d\pm}|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I}_{d\pm})^2 + |\vec{V} \times \vec{I}_{d\pm}|^2 = p_{3\phi\pm}^2 + q_{zv}^2, \quad (2.100)$$

donde q_{zv} es una nueva potencia imaginaria que vale:

$$q_{zv} = |\vec{V} \times \vec{I}_{d\pm}| = \underbrace{|\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{d\pm}|}_0 + |\vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}| = |\vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}| = |\vec{V}_h| |\vec{I}_{d\pm}|, \quad (2.101)$$

o lo que es lo mismo:

$$q_{zv} = \sqrt{3} v_h |\vec{I}_{d\pm}| = \sqrt{3} \frac{v_h}{|\vec{V}_{\pm}|} p_{3\phi\pm}. \quad (2.102)$$

La ecuación (2.102) determina cuál es el valor de la potencia imaginaria instantánea de una fuente de tensión trifásica de cuatro hilos con componente homopolar por la que circulan corrientes directas. Se recuerda que las corrientes directas son las corrientes proporcionales a las tensiones de secuencia positiva y negativa que desarrollan la misma potencia activa instantánea que cuando las tensiones interactuaban con las corrientes originales.

La expresión que determina la potencia aparente total del sistema (máxima potencia activa instantánea suministrable) cuando la carga solicite unas corrientes genéricas de secuencia positiva y negativa es:

$$s_{\pm}^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I}_{\pm})^2 + |\vec{V} \times \vec{I}_{\pm}|^2 = p_{3\phi\pm}^2 + q_{\pm}^2 \quad (2.103)$$

Teniendo en cuenta las relaciones de ortogonalidad y paralelismo entre vectores descritas en (2.79) y (2.82), se pueden hacer los siguientes desarrollos:

$$\begin{aligned} s_{\pm}^2 &= |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2 = |\vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2 \\ &= \left(|\vec{V}_{\pm}|^2 + |\vec{V}_h|^2 \right) |\vec{I}_{\pm}|^2 = |\vec{V}_{\pm}|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2 + |\vec{V}_h|^2 |\vec{I}_{\pm}|^2, \end{aligned} \quad (2.104a)$$

$$\begin{aligned} p_{3\phi_{\pm}} &= \vec{V} \cdot \vec{I}_{\pm} = \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{\pm} + \underbrace{\vec{V}_{(h)} \cdot \vec{I}_{\pm}}_0 \\ &= \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{\pm} = \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{d\pm} + \underbrace{\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{q\pm}}_0 = \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{d\pm}, \end{aligned} \quad (2.104b)$$

$$\begin{aligned} \vec{V} \times \vec{I}_{\pm} &= \vec{V} \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V} \times \vec{I}_{q\pm} \\ &= \underbrace{\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{d\pm}}_0 + \vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V} \times \vec{I}_{q\pm} = \vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V} \times \vec{I}_{q\pm}, \end{aligned} \quad (2.104c)$$

$$q_{\pm}^2 = |\vec{V} \times \vec{I}_{\pm}|^2 = |\vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}|^2 + |\vec{V} \times \vec{I}_{q\pm}|^2 = q_{zv}^2 + q_q^2. \quad (2.104d)$$

Por lo que la potencia imaginaria instantánea de un sistema de cuatro hilos en el que circulan unas corrientes genéricas de secuencia positiva y negativa es:

$$q_{\pm} = \sqrt{q_{zv}^2 + q_q^2} = \sqrt{3v_h^2 |\vec{I}_{d\pm}|^2 + |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{q\pm}|^2}. \quad (2.105)$$

Sustituyendo en (2.105) las correspondientes expresiones para los vectores de tensión y corriente se obtiene que:

$$q_{\pm} = \sqrt{\frac{9v_h^2 p_{3\phi_{\pm}}^2 + (v_a^2 + v_b^2 + v_c^2) [v_a(i_b - i_c) + v_b(i_c - i_a) + v_c(i_a - i_b)]^2}{3[(v_a - v_h)^2 + (v_b - v_h)^2 + (v_c - v_h)^2]}}. \quad (2.106)$$

Las ecuaciones (2.105) y (2.106) determinan cuál es el valor de la potencia imaginaria instantánea (detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea) de una fuente de tensión trifásica de cuatro hilos por la que circulan unas corrientes genéricas de secuencia positiva y negativa.

2.2.2. Corrientes de carga exclusivamente homopolares

En este segundo estudio del circuito de la Figura 2.3 se supondrá que las corrientes consumidas por la carga presentan exclusivamente componente homopolar, por lo que, de forma general, dichas corrientes podrían ser expresadas como:

$$\vec{I}_h = \begin{bmatrix} i_h \\ i_h \\ i_h \end{bmatrix}; \quad i_h = \sum_{n=1}^{\infty} I^{0n} \sin(\omega_n t + \phi^{0n}). \quad (2.107)$$

La interacción de estas corrientes con las tensiones de fuente mostradas en (2.75) da lugar a una potencia activa instantánea, tal que:

$$p_h = \vec{V} \cdot \vec{I}_h = (v_a + v_b + v_c) i_h = \bar{p}_h + \tilde{p}_h. \quad (2.108)$$

Expandiendo (2.108) se obtiene que:

$$\bar{p}_h = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} V^{0n} I^{0n} \cos(\phi^{0n} - \delta^{0n}), \quad (2.109a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_h = \frac{3}{2} & \left\{ \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} V^{0m} I^{0n} \cos((\omega_m - \omega_n)t + \phi^{0m} - \delta^{0n}) \right] \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sum_{n=1}^{\infty} -V^{0m} I^{0n} \cos((\omega_m + \omega_n)t + \phi^{0m} + \delta^{0n}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.109b)$$

A partir de (2.109), se concluye que la interacción de las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa con las corrientes de secuencia homopolar no da lugar a la transferencia neta de energía desde la fuente hacia la carga, cumpliéndose que:

$$p_h = \vec{V} \cdot \vec{I}_h = \underbrace{\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_h}_0 + \vec{V}_h \cdot \vec{I}_h = \vec{V}_h \cdot \vec{I}_h = |\vec{V}_h| |\vec{I}_h| = 3v_h i_h. \quad (2.110)$$

De (2.110) se desprende que los vectores \vec{V}_{\pm} e \vec{I}_h son ortogonales, ya que su producto escalar es igual a cero, y que \vec{V}_h e \vec{I}_h tienen la misma dirección, ya que su producto escalar es igual al producto de los módulos de ambos vectores.

Otra conclusión que se puede obtener de (2.109) es que el valor medio de la potencia activa instantánea suministrada por la fuente aparece como consecuencia de la interacción entre componentes de tensión y corrientes homopolares con la misma frecuencia, mientras que la oscilación en la potencia activa instantánea aparece como consecuencia de la interacción entre todas las componentes homopolares de tensión y corriente, tengan éstas la misma frecuencia o no.

Observando la potencia activa instantánea, un sistema trifásico de cuatro hilos afectado por corrientes exclusivamente homopolares se comporta como un sistema monofásico. Por tanto, no podrá suministrar un valor medio de potencia activa instantánea, sin que dicho valor medio vaya acompañado de una oscilación. Además, podrán existir oscilaciones en la potencia activa instantánea, las cuales no tienen por qué estar obligatoriamente acompañadas de un valor medio finito de potencia activa.

Según la teoría de $p-q$ de Akagi, la circulación de corrientes homopolares en un sistema trifásico de cuatro hilos no da lugar a potencia imaginaria instantánea. Esto se debe a que Akagi interpreta que, en el ámbito de la potencia, la tensión de fuente

de secuencia homopolar da lugar a un circuito monofásico independiente del de secuencia positiva y negativa. A juicio del Autor, esta interpretación no es acertada.

Por definición, la potencia imaginaria instantánea de un circuito monofásico siempre es nula, es decir, la potencia activa instantánea que se está desarrollando y la corriente instantánea que está circulando, guardan una relación biunívoca. Por tanto, no existe ninguna otra corriente alternativa que pueda generar la misma potencia activa instantánea, o lo que es lo mismo, mediante la corriente instantánea actual, la fuente sólo puede suministrar la potencia activa instantánea actual, no más.

Sin embargo, en el circuito trifásico de cuatro hilos que se está estudiando, la corriente que atraviesa a las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa no es independiente de la corriente de secuencia homopolar que está solicitando la carga. Por tanto, ambos circuitos no son realmente independientes.

Para determinar cuál es el valor de la potencia imaginaria instantánea en este caso, se calculará cuál es el valor máximo de la potencia activa instantánea suministrable, manteniendo constante el valor colectivo de corriente del sistema. Haciendo uso de la ecuación (2.97) se tiene que:

$$s_h^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_h|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I}_h)^2 + |\vec{V} \times \vec{I}_h|^2 = p_h^2 + q_{zi}^2, \quad (2.111)$$

donde q_{zi} es otra nueva potencia imaginaria que vale:

$$q_{zi} = |\vec{V} \times \vec{I}_h| = \underbrace{|\vec{V}_\pm \times \vec{I}_h + \vec{V}_h \times \vec{I}_h|}_0 = |\vec{V}_\pm \times \vec{I}_h| = |\vec{V}_\pm| |\vec{I}_h|. \quad (2.112)$$

o lo que es lo mismo:

$$q_{zi} = \sqrt{3} i_h |\vec{V}_\pm|. \quad (2.113)$$

La ecuación (2.113) determina cuál es el valor de la potencia imaginaria instantánea de una fuente de tensión trifásica de cuatro hilos por la que circulan corrientes de secuencia homopolar.

2.2.3. Corrientes de carga genéricas

A partir de las potencias imaginarias obtenidas en las dos situaciones estudiadas hasta el momento, se podrá determinar el valor de la potencia imaginaria instantánea asociada a una fuente trifásica de cuatro hilos, compuesta por tensiones totalmente genéricas y por la que circulan unas corrientes cualesquiera. Para ello, primeramente habrá que determinar la potencia aparente instantánea (máxima potencia activa instantánea suministrable) asociada a dicha fuente. Esto es:

$$s^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I})^2 + |\vec{V} \times \vec{I}|^2 = p_{3\phi}^2 + q^2, \quad (2.114)$$

Teniendo en cuenta las relaciones de ortogonalidad y paralelismo entre vectores, descritas en (2.79), (2.82) y (2.110), se pueden hacer los siguientes desarrollos:

$$s^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}|^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{d\pm}|^2 + |\vec{V}|^2 |\vec{I}_{q\pm}|^2 + |\vec{V}|^2 |\vec{I}_h|^2, \quad (2.115a)$$

$$\begin{aligned} p_{3\phi} &= \vec{V} \cdot \vec{I} = (\vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h) \cdot (\vec{I}_{d\pm} + \vec{I}_{q\pm} + \vec{I}_h) \\ &= \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{d\pm} + \underbrace{\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{q\pm}}_0 + \underbrace{\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_h}_0 + \underbrace{\vec{V}_h \cdot \vec{I}_{d\pm}}_0 + \underbrace{\vec{V}_h \cdot \vec{I}_{q\pm}}_0 + \vec{V}_h \cdot \vec{I}_h \\ &= \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{d\pm} + \vec{V}_h \cdot \vec{I}_h = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_{d\pm}| + |\vec{V}_h| |\vec{I}_h| = p_{3\phi\pm} + p_h, \end{aligned} \quad (2.115b)$$

$$\begin{aligned} \vec{V} \times \vec{I} &= (\vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h) \times (\vec{I}_{d\pm} + \vec{I}_{q\pm} + \vec{I}_h) \\ &= \underbrace{\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{d\pm}}_0 + \vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_{q\pm} + \vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_h + \vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V}_h \times \vec{I}_{q\pm} + \underbrace{\vec{V}_h \times \vec{I}_h}_0 \\ &= \vec{V} \times \vec{I}_{q\pm} + \vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_h + \vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}. \end{aligned} \quad (2.115c)$$

En (2.115c), es importante reparar en el detalle de que el vector resultante de $\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_h$ presenta la misma dirección, pero sentido opuesto, que el vector que se obtiene de $\vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}$. Como se verá seguidamente, esta oposición en los sentidos de ambos vectores indica que las potencias imaginarias q_{zv} y q_{zi} se contrarrestan entre sí. Además, teniendo en cuenta que el vector resultante de $\vec{V} \times \vec{I}_{q\pm}$ es perpendicular a los dos anteriores, la potencia imaginaria instantánea se calculará a partir de:

$$\begin{aligned} q^2 &= |\vec{V} \times \vec{I}|^2 = |\vec{V} \times \vec{I}_{q\pm} + \vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm} + \vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_h|^2 \\ &= |\vec{V} \times \vec{I}_{q\pm}|^2 + (|\vec{V}_h \times \vec{I}_{d\pm}| - |\vec{V}_{\pm} \times \vec{I}_h|)^2 \\ &= (|\vec{V}| |\vec{I}_{q\pm}|)^2 + (|\vec{V}_h| |\vec{I}_{d\pm}| - |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_h|)^2 = q_q^2 + (q_{zv} - q_{zi})^2, \end{aligned} \quad (2.116)$$

obteniéndose finalmente que:

$$q = \sqrt{q_q^2 + (q_{zv} - q_{zi})^2} = \sqrt{q_q^2 + q_z^2}. \quad (2.117)$$

Ahora, se podrían expandir los diferentes términos de (2.117), y así obtener una expresión final que determinase la potencia imaginaria instantánea en función de las tensiones y corrientes del sistema en el dominio $a-b-c$. Claramente esto no tiene demasiado sentido, ya que la expresión resultante tendría unas dimensiones francamente inaceptables, por lo que en (2.118a) se muestra una versión compactada de la mencionada expresión. Por conveniencia, en (2.118b) se han repetido algunas ecuaciones que ya han aparecido anteriormente a lo largo de este estudio.

$$q = \frac{1}{|\vec{V}_{\pm}|} \sqrt{|\vec{V}|^2 q_{\pm}^2 + 3 \left[v_h p_{3\phi} - i_h |\vec{V}_{\pm}|^2 \right]^2}, \quad (2.118a)$$

$$\begin{aligned}
|\vec{V}|^2 &= v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 \quad ; \quad |\vec{V}_\pm|^2 = (v_a - v_h)^2 + (v_b - v_h)^2 + (v_c - v_h)^2; \\
v_h &= \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) \quad ; \quad i_h = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c); \\
P_{3\phi} &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad ; \quad q_\pm = \frac{1}{\sqrt{3}}[v_a(i_b - i_c) + v_b(i_c - i_a) + v_c(i_a - i_b)]
\end{aligned}
\tag{2.118b}$$

Para explorar el significado físico de las diferentes potencias imaginarias instantáneas de (2.117), revisaremos los términos de la potencia activa instantánea que se han anulado en (2.115b). En esta revisión, analizaremos la potencia instantánea asociada a las fuentes de tensión de las fases del circuito mostrado en la Figura 2.5, el cual representa con más fidelidad el comportamiento de la fuente real.

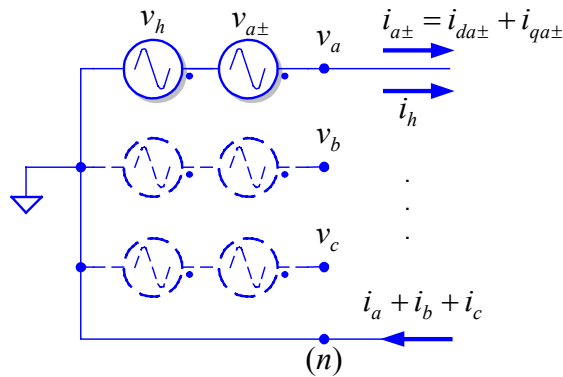


Figura 2.5. Detalle de una fase de un sistema trifásico de cuatro hilos.

La circulación de las corrientes normales ($\vec{I}_{q\pm}$) (no activas en cuadratura de secuencia positiva y negativa) por la fuente de tensión trifásica de cuatro hilos da lugar a los siguientes términos nulos de la potencia activa instantánea:

$$0 = \underbrace{\vec{V}_\pm \cdot \vec{I}_{q\pm}}_0 + \underbrace{\vec{V}_h \cdot \vec{I}_{q\pm}}_0 = \sum_{k=a,b,c} v_{k\pm} i_{qk\pm} + \sum_{k=a,b,c} v_h i_{qk\pm} .
\tag{2.119}$$

En (2.119), los términos $v_{k\pm} i_{qk\pm}$ y $v_h i_{qk\pm}$ describen respectivamente el intercambio de energía entre las fuentes de secuencia positiva y negativa, y entre las fuentes de secuencia homopolar, como consecuencia de la circulación de las corrientes normales ($\vec{I}_{q\pm}$).

La potencia imaginaria $q_q = |\vec{V}| |\vec{I}_{q\pm}|$ sintetiza el intercambio de energía entre fases anteriormente descrito. Físicamente, esta potencia imaginaria se puede entender como un detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea que experimenta la fuente trifásica de cuatro hilos como consecuencia de la circulación a través de ella de las corrientes normales (no activas en cuadratura de secuencia positiva y negativa). Dichas corrientes utilizan recursos de la fuente de tensión para generar un intercambio de energía entre las fases de la misma, no dando lugar a transferencia de energía hacia la carga.

La potencia q_q de la fuente podrá ser cancelada mediante el uso de un acondicionador sin almacenamiento de energía que inyecte en la red las corrientes normales de secuencia positiva y negativa.

La circulación de las corrientes directas ($\vec{I}_{d\pm}$) (proporcionales a la tensión de secuencia positiva y negativa) por la fuente de tensión trifásica de cuatro hilos da lugar a los siguientes términos de la potencia activa instantánea:

$$p_{3\phi\pm} = \vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_{d\pm} + \underbrace{\vec{V}_h \cdot \vec{I}_{d\pm}}_0 = \sum_{k=a,b,c} v_{k\pm} i_{dk\pm} + \sum_{k=a,b,c} v_h i_{dk\pm} \quad (2.120)$$

En (2.120), los términos $v_{k\pm} i_{dk\pm}$ reflejan la contribución de cada fuente de secuencia positiva y negativa en el suministro de energía hacia la carga. Si la carga devuelve energía hacia la fuente en algún instante, estos términos tomarán simultáneamente valores negativos en las tres fases, pero nunca se podrán asociar con ningún tipo de intercambio de energía entre dichas fases. Por otro lado, los términos $v_h i_{dk\pm}$ describen un intercambio de energía entre las fuentes de secuencia homopolar como consecuencia de la circulación a través de ellas de las corrientes directas ($\vec{I}_{d\pm}$).

La potencia imaginaria $q_{zv} = |\vec{V}_h| |\vec{I}_{d\pm}|$ sintetiza el intercambio de energía entre las fuentes de tensión de secuencia homopolar anteriormente descrito. Físicamente, esta potencia imaginaria se puede entender como un detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea que experimenta la fuente de tensión trifásica de cuatro hilos cuando, circulando a través de ella unas corrientes directas de secuencia positiva y negativa, aparece en la misma una componente homopolar de tensión.

Es importante resaltar que, como las tensiones del sistema vienen impuestas por la fuente, la cancelación de q_{zv} resulta discutible, ya que ello supondrá la eliminación de la corriente directa de secuencia positiva y negativa. Atendiendo a la eficiencia en el suministro, esta cancelación no tiene demasiado sentido, puesto que implica que la potencia activa instantánea consumida por la carga tendría que ser exclusivamente generada mediante la interacción de tensiones y corrientes de secuencia homopolar, lo cual, por otro lado, da lugar al incremento de q_{zi} , no obteniéndose entonces la máxima eficiencia en el suministro.

La circulación de las corrientes de secuencia homopolar por la fuente de tensión trifásica de cuatro hilos da lugar a los siguientes términos de la potencia activa instantánea:

$$p_h = \vec{V}_h \cdot \vec{I}_h + \underbrace{\vec{V}_{\pm} \cdot \vec{I}_h}_0 = 3v_h i_h + \sum_{k=a,b,c} v_{k\pm} i_h \quad (2.121)$$

En (2.121), $v_h i_h$ refleja la contribución de cada fuente de secuencia homopolar en el suministro de energía hacia la carga. Si la carga devuelve energía hacia la fuente en algún instante, estos términos tomarán simultáneamente valores negativos en las tres fases, pero nunca se podrán asociar con ningún tipo de intercambio de energía entre

dichas fases. Por otro lado, los términos $v_{k\pm} i_h$ describen un intercambio de energía entre las fuentes de secuencia positiva y negativa como consecuencia de estar siendo atravesadas por corrientes de secuencia homopolar.

La potencia imaginaria $q_{zi} = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_h|$ sintetiza el intercambio de energía entre las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa anteriormente descrito. Físicamente, esta potencia imaginaria se puede entender como un detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea que experimenta la fuente de tensión trifásica de cuatro hilos cuando circulan a través de ella unas corrientes de secuencia homopolar.

Nuevamente, es importante resaltar que, atendiendo a la eficiencia del suministro, la cancelación de q_{zi} resulta discutible, ya que ello supondrá la eliminación de la corriente homopolar. Esto implica que la potencia activa instantánea consumida por la carga tiene que ser exclusivamente generada mediante la interacción de tensiones y corrientes de secuencia positiva y negativa, lo cual da lugar al incremento de q_{zv} , no obteniéndose la máxima eficiencia en el suministro.

Un suministro óptimo de potencia activa instantánea hacia la carga se dará cuando la totalidad de la potencia imaginaria de la fuente sea nula, es decir, cuando existan unos nuevos valores de potencia imaginaria instantánea que cumplan que:

$$q' = \sqrt{q_q'^2 + (q'_{zv} - q'_{zi})^2} = \sqrt{q_q'^2 + q_z'^2} = 0, \quad (2.122)$$

lo que implica que:

$$q'_q = 0 \quad y \quad q'_z = 0 \Rightarrow q'_{zv} = q'_{zi}. \quad (2.123)$$

Hacer $q'_q = 0$ implica que, mediante el uso de un acondicionador, se inyecten en la red las corrientes normales, de secuencia positiva y negativa. Para hacer $q'_z = 0$ es necesario que los valores de q'_{zv} y q'_{zi} sean iguales, ya que ambas potencias se contrarrestan entre si. Por tanto por la fuente deberá circular un nuevo vector de corriente $\vec{I}' = \vec{I}'_{d\pm} + \vec{I}'_h$ (con $\vec{I}'_{q\pm} = 0$) que tendrá que cumplir con:

$$q'_{zv} = q'_{zi} \Rightarrow |\vec{V}_h| |\vec{I}'_{d\pm}| = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}'_h| \Rightarrow \frac{|\vec{I}'_{d\pm}|}{|\vec{V}_{\pm}|} = \frac{|\vec{I}'_h|}{|\vec{V}_h|}. \quad (2.124)$$

En (2.124), se aprecia que las corrientes y tensiones de secuencia positiva y negativa guardarán la misma relación de proporcionalidad que las corrientes y tensiones de secuencia homopolar.

Lógicamente, este nuevo vector de corriente debe dar lugar al mismo suministro de potencia activa instantánea que el vector de corriente original, es decir:

$$p_{3\phi} = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}'_{d\pm}| + |\vec{V}_h| |\vec{I}'_h| = |\vec{V}_{\pm}| |\vec{I}_{d\pm}| + |\vec{V}_h| |\vec{I}_h|. \quad (2.125)$$

Operando con las expresiones (2.124) y (2.125) se obtiene que:

$$\frac{|\vec{I}'_{d\pm}|}{|\vec{V}_{\pm}|} = \frac{|\vec{I}'_h|}{|\vec{V}_h|} = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}|^2} = g. \quad (2.126)$$

Teniendo en cuenta la relación de paralelismo entre los vectores de tensión y corriente de la misma secuencia, se tiene que:

$$\vec{I}' = \vec{I}'_{d\pm} + \vec{I}'_h = g(\vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h) = g\vec{V}. \quad (2.127)$$

El vector de corriente obtenido en (2.127) no es otra cosa que el vector de corrientes activas, el cual también se podría haber obtenido mediante el planteamiento de un problema de minimización de corrientes en las líneas manteniendo constante el suministro de potencia activa instantánea. Por tanto, el vector de corrientes activas en un sistema trifásico de cuatro hilos por el que circulan unas corrientes genéricas se calcularía mediante:

$$\vec{I}_p = g\vec{V} = \underbrace{g\vec{V}_{\pm}}_{\vec{I}_{p\pm}} + \underbrace{g\vec{V}_h}_{\vec{I}_{ph}} \quad ; \quad g = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}|^2}. \quad (2.128)$$

La ecuación (2.128) revela que el vector de corriente activa (\vec{I}_p) sigue la misma dirección que el vector de tensión de fuente (\vec{V}), lo cual lógicamente confirma los postulados de *Willem's* [2.39]. Esto implica que, cuando dichas corrientes circulen por la fuente, la potencia aparente instantánea de la misma valdrá:

$$s^2 = |\vec{V}|^2 |\vec{I}_p|^2 = (\vec{V} \cdot \vec{I}_p)^2 + \underbrace{|\vec{V} \times \vec{I}_p|^2}_0 = p_{3\phi}^2 + 0 \Rightarrow s = p_{3\phi}, \quad q = 0. \quad (2.129)$$

Como era de esperar, la potencia imaginaria instantánea de la fuente es nula, o lo que es lo mismo, la fuente estará suministrando la máxima potencia activa instantánea alcanzable para el valor colectivo de corriente asociado a dichas corrientes activas, lo cual corresponde a la situación de máxima eficiencia en el suministro.

Llegados a este punto, es necesario realizar una matización acerca del sentido físico asignado anteriormente a q_{zv} y q_{zi} . Las potencias imaginarias que realmente evidencian un detrimento en la capacidad de suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente de tensión son q_q y q_z , las cuales pueden ser canceladas mediante el uso de un acondicionador sin almacenamiento de energía. La cancelación de ambas potencias imaginarias dará lugar a que las corrientes circulantes por el sistema coincidan con las activas. Las potencias imaginarias q_{zv} y q_{zi} reflejan un intercambio de energía entre las fases del sistema, y son complementarias entre sí, por lo que sus efectos nocivos individuales quedan anulados cuando ambas potencias imaginarias son iguales. Si la tensión homopolar de la fuente es nula, pero existe corriente homopolar, entonces $q_z = -q_{zi}$. En este caso particular, q_{zi} refleja un detrimento en la eficiencia del suministro como consecuencia de la circulación de las corrientes homopolares (corriente de neutro).

De la misma forma, si la corriente homopolar es nula, pero existe tensión homopolar, entonces $q_z = q_{zv}$. Ahora, es q_{zv} quién refleja un detrimento en la eficiencia de suministro como consecuencia de la existencia de tensión homopolar. Cuando existen simultáneamente tensión y corriente homopolar, es la diferencia entre q_{zv} y q_{zi} , es decir, q_z , quién realmente refleja el detrimento en la eficiencia del suministro.

Aunque el estudio llevado a cabo ha sido de utilidad para desvelar el significado físico de los diferentes términos de potencia instantánea puestos en juego en un sistema trifásico de cuatro hilos, las expresiones finalmente obtenidas para estas potencias resultan de complicado manejo, por lo que su utilización directa dentro del algoritmo de control de un acondicionador activo de corriente podría resultar, como mínimo, poco elegante. Trabajando en el dominio $a-b-c$, el desarrollo de nuevas expresiones que permitan perfilar aún más el significado físico de alguna de estas potencias, por ejemplo q_z , da lugar a una formulación un tanto incómoda. Por este motivo, a continuación se plantea la transformación de las variables de tensión y corriente (dominio $a-b-c$) a un nuevo sistema de coordenadas (dominio $d-q-z$), en el que los diferentes aspectos energéticos aquí planteados queden perfectamente recogidos, y la formulación empleada sea más operativa y elegante.

2.3. El sistema de coordenadas $d-q-z$

Como se expuso en el Apartado 2.1, tanto la teoría de $p-q$ propuesta inicialmente por Akagi [2.35], como su posterior modificación propuesta por Nabae [2.41], utilizan la transformación de Clarke (2.28) para expresar las variables de tensión y corriente sobre el sistema de coordenadas $\alpha-\beta-\gamma$. Mediante esta transformación de las variables se obtiene, por un lado, una imagen de la componente homopolar (γ), y por otro, dos señales en cuadratura ($\alpha-\beta$) que representan a las componentes de secuencia positiva y negativa. Aunque conjuntamente las señales $\alpha-\beta$ posean un significado físico, cada una de ellas por separado no ofrece una información fácilmente interpretable en un caso general. Por ejemplo, el conocimiento aislado de la componente α , o de la componente β , de un vector de tensión, no permite determinar explícitamente ni el módulo, ni la posición angular de dicho vector de tensión. Además, cuando se trabaja en las coordenadas $\alpha-\beta-\gamma$, cualquiera de las componentes del vector de corriente puede dar lugar a la existencia de potencia activa instantánea, por lo que, en lo referente a la identificación de las corrientes activas y no activas, no existe ninguna ventaja sustancial respecto al supuesto de trabajar sobre las coordenadas $a-b-c$.

Kim y Akagi, siendo conscientes de lo anteriormente expuesto, presentaron recientemente el sistema de coordenadas síncrono formado por los ejes $p-q-r$ [2.11]. En estas coordenadas, la magnitud del vector de tensión queda definida mediante la componente p del mismo (las otras dos componentes son nulas). Al transformar el vector de corriente al sistema de coordenadas $p-q-r$, la componente p representa las corrientes activas en las fases del sistema. Lógicamente, las componentes q y r representan las componentes no activas de la corriente. Basándonos en la descomposición de corrientes realizada en el Apartado 2.2, la componente q está relacionada con las corrientes normales (no activas en cuadratura de secuencia

positiva y negativa), las cuales se calcularon en (2.82). La componente r resulta de una combinación de la componente no activa de la corriente de secuencia homopolar y de la componente no activa de las corrientes directas (proporcionales a las tensiones de secuencia positiva y negativa). El hecho de que las componentes p y r surjan de una combinación de señales con diferente secuencia, da lugar a que la identificación de éstas con las corrientes circulantes por las fases del sistema real resulte complicada. Por ejemplo, si sólo se dispone de la información acerca del valor de las componentes p , q y r de un vector de corriente, resulta imposible determinar algo tan simple como es la magnitud de la corriente que circula por el conductor de neutro. Por tanto, atendiendo a su utilidad individual, la idoneidad de las variables transformadas al dominio p - q - r podría ser perfectamente discutible. Una ventaja que reporta este sistema de coordenadas es que la potencia activa instantánea sólo depende de las componentes p de la corriente y de la tensión. Por tanto, las componentes q y r , sólo podrán dar lugar a potencia imaginaria. Sin embargo, al no existir una correlación inmediata entre las variables transformadas y las variables reales de tensión y corriente, no resulta trivial determinar, por ejemplo, cuál es la contribución individual de la corriente de neutro sobre la potencia imaginaria de una fuente genérica de tensión trifásica.

A la vista de los inconvenientes anteriormente mencionados, en este trabajo se planteará el uso de un sistema de coordenadas alternativo en el que se perseguirán dos objetivos fundamentales, que son:

- ✓ Trabajar en un sistema de coordenadas en el que todas las componentes de tensión y corriente transformadas permitan una interpretación directa, y caractericen claramente a las componentes reales de tensión y corriente.
- ✓ Conseguir unas variables transformadas de tensión y corriente que den lugar a una formulación sencilla y fácilmente interpretable.

El sistema de coordenadas finalmente propuesto en este trabajo resulta de la aplicación de la transformación de *Park* [2.32] en sincronismo con el vector de tensión \vec{V} . De esta forma, el nuevo sistema de referencia síncrono estará constituido por tres ejes ortogonales, d - q - z , en el que los ejes d y q se encontrarán sobre el plano α - β (o plano no homopolar), con el eje d girando solidario al subvector de tensión de secuencia positiva y negativa, $\vec{V}_{\pm} \equiv \vec{V}_{\alpha\beta}$. Por tanto, si los vectores unitarios de este nuevo sistema de referencia son \vec{d} , \vec{q} y \vec{z} , se puede definir un plano cartesiano, constituido por los ejes d - z y denominado *plano de tensión*, sobre el que se puede representar cualquier vector de tensión trifásico de la forma:

$$\vec{V} = \vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h = v_d \vec{d} + v_z \vec{z}, \quad (2.130)$$

donde v_d guarda relación con las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa, y v_z con la componente de tensión de secuencia homopolar.

Según lo expuesto, cualquier vector de corriente trifásico podrá ser expresado en el dominio d - q - z mediante:

$$\vec{I} = \vec{I}_{\pm} + \vec{I}_h = i_d \vec{d} + i_q \vec{q} + i_z \vec{z}. \quad (2.131)$$

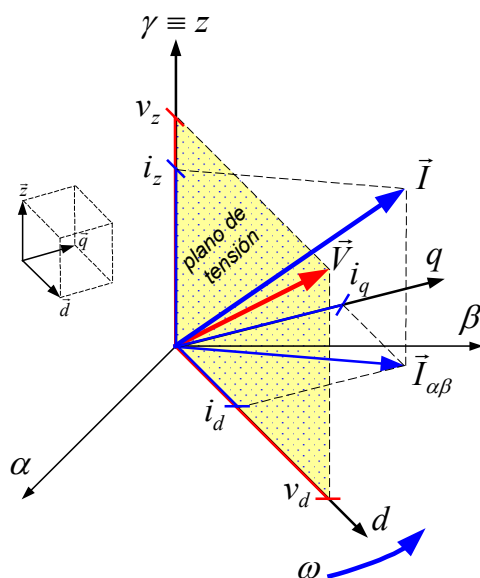


Figura 2.6. Sistema de coordenadas d - q - z y plano de tensión.

En (2.131), la componente vectorial $i_q \bar{q}$ es perpendicular al plano de tensión, lo que la convierte en una componente estrictamente no activa, ya que no desarrolla potencia activa alguna.

En la Figura 2.6, se representa el nuevo sistema de coordenadas d - q - z , mostrándose además la relación que guarda éste con el sistema de coordenadas α - β - γ . En esta figura, se aprecia como el plano de tensión es un plano síncrono que gira siempre solidario con el vector de tensión \vec{V} .

Las diferentes componentes de tensión y corriente en el dominio d - q - z tienen el siguiente significado:

- $v_d \equiv$ Componente de tensión de secuencia positiva y negativa.
- $v_z \equiv$ Componente de tensión de secuencia homopolar.
- $i_d \equiv$ Componente directa de corriente (proporcional a la tensión de secuencia positiva y negativa).
- $i_q \equiv$ Componente normal de corriente (no activa en cuadratura de secuencia positiva y negativa).
- $i_z \equiv$ Componente de corriente de secuencia homopolar.

Como se puede apreciar, el significado de las variables definidas en el dominio d - q - z guarda una estrecha relación con las distintas componentes de tensión y corriente que aparecieron en el estudio llevado a cabo en el Apartado 2.2. La componente i_d es la responsable de la potencia activa instantánea suministrada por las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa, y además, da lugar a un intercambio de energía entre las fuentes de secuencia homopolar. La componente i_q únicamente da lugar a un intercambio de energía entre las fases del sistema. La componente i_z es la

responsable de la potencia activa instantánea suministrada por las fuentes de secuencia homopolar, y además, da lugar a un intercambio de energía entre las fuentes de secuencia positiva y negativa. Según esto, la componente i_q tiene un carácter estrictamente no activo, mientras que i_d e i_z dan lugar a efectos activos y no activos en el sistema, lo cual hace intuir que estas últimas podrán ser subdivididas subcomponentes que reflejen dichos efectos de manera independiente.

Suponiendo que, mediante el uso de la transformación de *Clarke* (2.28), un vector de tensión o corriente se encuentra expresado en el dominio $\alpha\text{-}\beta\text{-}\gamma$, su expresión en el dominio $d\text{-}q\text{-}z$ se realizará mediante la aplicación de la transformación de *Park* (2.29) en sincronismo al vector de tensión \vec{V} , esto es:

$$\vec{V}_{(dqz)} = \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} ; \quad \vec{I}_{(dqz)} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix}. \quad (2.132)$$

Como ya se demostró en (2.64), esta transformación viene determinada por:

$$\begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & 0 \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix} ; \quad v_{\alpha\beta} = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2}. \quad (2.133)$$

El desarrollo de estas expresiones evidencia las siguientes relaciones entre las variables en el dominio $d\text{-}q\text{-}z$ y las variables en el dominio $a\text{-}b\text{-}c$:

$$[\text{véase (2.75)}] \quad v_d = \sqrt{v_{a\pm}^2 + v_{b\pm}^2 + v_{c\pm}^2} = |\vec{V}_\pm|, \quad (2.134a)$$

$$[\text{véase (2.75)}] \quad v_z = \frac{1}{\sqrt{3}}(v_a + v_b + v_c) = |\vec{V}_h| = \sqrt{3}v_h, \quad (2.134b)$$

$$[\text{véase (2.81)}] \quad i_d = \sqrt{i_{da\pm}^2 + i_{db\pm}^2 + i_{dc\pm}^2} = |\vec{I}_{d\pm}| = \frac{P_{3\theta\pm}}{|\vec{V}_\pm|}, \quad (2.134c)$$

$$[\text{véase (2.82)}] \quad i_q = \sqrt{i_{qa\pm}^2 + i_{qb\pm}^2 + i_{qc\pm}^2} = |\vec{I}_{q\pm}| = |\vec{I}_\pm - \vec{I}_{d\pm}|, \quad (2.134d)$$

$$[\text{véase (2.107)}] \quad i_z = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_a + i_b + i_c) = |\vec{I}_h| = \sqrt{3}i_h. \quad (2.134e)$$

Lógicamente, el paso del dominio $d\text{-}q\text{-}z$ al dominio $\alpha\text{-}\beta\text{-}\gamma$, se realizará mediante:

$$\vec{V}_{(\alpha\beta\gamma)} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix}^{-1} \vec{V}_{(dqz)} ; \quad \vec{I}_{(\alpha\beta\gamma)} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix}^{-1} \vec{I}_{(dqz)}, \quad (2.135a)$$

$$\begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} T_{dqz} \\ \theta = \theta_r \end{bmatrix}^T = \frac{1}{v_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_\alpha & -v_\beta & 0 \\ v_\beta & v_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix}. \quad (2.135b)$$

Las variables expresadas en el dominio d - q - z presentan en si mismas un mayor significado físico que las expresadas en el dominio p - q - r propuesto por *Kim* y *Akagi* [2.11]. Por otro lado, respecto al dominio α - β - γ , la expresión de la corriente en el dominio d - q - z permite aislar una primera componente de las corrientes no activas (i_q), lo cual es una ventaja de cara a aplicaciones de filtrado activo.

2.4. Potencia instantánea en el dominio d - q - z

A la hora de definir las diferentes componentes de potencia existentes en el dominio d - q - z se perseguirán los siguientes objetivos:

- ✓ Establecer una descomposición de la potencia instantánea, activa y no activa, que cumpla con las leyes de conservación de la potencia ($s^2 = p^2 + q^2$).
- ✓ Definir unas componentes de potencia que posean el mayor significado físico posible, y que sean identificables con las componentes físicas de tensión y corriente.
- ✓ Disponer del mayor número de grados de libertad posibles a la hora de establecer las estrategias de compensación de las corrientes no deseadas.

La potencia activa instantánea se calcula mediante el producto escalar del vector de tensión y el vector de corriente, por lo que el dominio d - q - z ésta queda definida por:

$$p_{3\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I} = v_d i_d + v_z i_z = p_d + p_z. \quad (2.136)$$

La expresión (2.136) muestra claramente cómo la potencia activa instantánea surge, por un lado, de la interacción entre tensiones y corrientes de secuencia positiva y negativa (p_d), y por otro, de la interacción entre tensiones y corrientes de secuencia homopolar (p_z). Las potencias p_d y p_z son respectivamente análogas a las potencias $p_{\alpha\beta}$ y p_γ definidas en la teoría p - q de *Akagi*. Esta formulación ofrece un mayor grado de detalle que la propuesta por *Kim* y *Akagi* en la teoría p - q - r [2.11], donde la potencia activa instantánea presenta un valor único e indivisible.

El vector de potencia imaginaria instantánea se calcula mediante el producto vectorial del vector de tensión y el de corriente, obteniéndose que:

$$\vec{q} = \vec{V} \times \vec{I} = \begin{vmatrix} \vec{d} & \vec{q} & \vec{z} \\ v_d & 0 & v_z \\ i_d & i_q & i_z \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -v_z & 0 \\ v_z & 0 & -v_d \\ 0 & v_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{q \times z} \\ q_{d \times z} \\ q_{d \times q} \end{bmatrix}. \quad (2.137)$$

Como se puede apreciar en (2.137), aparecen tres componentes de potencia instantánea imaginaria, las cuales se nombran como $q_{q \times z}$, $q_{d \times z}$ y $q_{d \times q}$ para indicar los ejes que intervienen en el producto cruzado que determina cada una de ellas. Estas tres componentes de potencia tiene un origen análogo al de las potencias q_α , q_β y q_γ propuestas por *Nabae* [2.41], o al de las potencias q_a , q_b y q_c propuestas por

Peng [2.42]. Lógicamente, en función del sistema de coordenadas utilizado, estas tres componentes de potencia presentan valores distintos.

En (2.137), se observa que:

$$\begin{vmatrix} 0 & -v_z & 0 \\ v_z & 0 & -v_d \\ 0 & v_d & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.138)$$

Esto implica que $q_{q \times z}$, $q_{d \times z}$ y $q_{d \times q}$ no son linealmente independientes. Este es uno de los aspectos criticables en las teorías de potencia instantánea propuestas por *Nabae* y *Peng*. En ambas teorías, al no existir un análisis circuital del sistema trifásico, estas potencias carecen de un significado físico claro, por lo que resulta complicado determinar exactamente cuál es el trasfondo de la relación existente entre ellas.

En el dominio d - q - z , y en concordancia al estudio realizado en el Apartado 2.2, se definen las siguientes potencias imaginarias instantáneas:

$$q_q = -\sqrt{q_{q \times z}^2 + q_{d \times q}^2} = -v_{dz} i_q, \quad (2.139a)$$

$$q_z = q_{d \times z} = v_z i_d - v_d i_z, \quad (2.139b)$$

siendo $v_{dz} = \sqrt{v_d^2 + v_z^2}$.

La potencia imaginaria definida en (2.139a) recibe el subíndice ‘ q ’ para indicar que está relacionada con las corrientes normales (i_q), y no para indicar que su componente vectorial discorra sobre el eje q del sistema de referencia. De la misma manera, la potencia imaginaria definida en (2.139b) recibe el subíndice ‘ z ’ para indicar que está relacionada con la existencia de componentes homopolares de tensión o corriente ($v_z = \sqrt{3}v_h$, $i_z = \sqrt{3}i_h$), y no para indicar que su componente vectorial discorra sobre el eje z del sistema de referencia. Por último, hay que resaltar que en (2.139a) se ha insertado intencionadamente el signo negativo para que, cuando la corriente de carga sea inductiva ($i_q \vec{q}$ retrasado $\pi/2$ respecto a $v_d \vec{d}$), el resultado de q_q sea positivo.

La potencia q_q representa exactamente lo mismo que la potencia que se calculó mediante la ecuación (2.99), es decir, representa un *ratio de intercambio de energía entre las fases de la fuente de tensión trifásica como consecuencia de la circulación a través de ellas de las corrientes normales (corrientes no activas en cuadratura de secuencia positiva y negativa)*. La potencia q_q está directamente relacionada con un detrimento en la eficiencia del suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente de tensión.

La potencia q_z se puede descomponer en:

$$q_z = q_{zv} - q_{zi} \quad ; \quad q_{zv} = v_z i_d \quad ; \quad q_{zi} = v_d i_z. \quad (2.140)$$

Las potencia mostradas en (2.140) permiten una sencilla identificación de los efectos físicos acaecidos en el sistema trifásico.

La potencia q_{zv} coincide con la potencia que se calculó mediante (2.102), y representa un *ratio de intercambio de energía entre las fuentes de tensión de secuencia homopolar como consecuencia de la circulación a través de ellas de las corrientes directas (corrientes de secuencia positiva y negativa responsables de la potencia activa instantánea suministrada por las fuentes de tensión de esa misma secuencia)*.

La potencia q_{zi} coincide con la potencia que se calculó mediante (2.113), y representa un *ratio de intercambio de energía entre las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa como consecuencia de la circulación a través de ellas de la corriente de secuencia homopolar (corriente directamente relacionada con la de neutro)*.

La ecuación (2.140) denota que q_{zv} y q_{zi} se pueden cancelar mutuamente, dando lugar a que q_z sea nula. Estas potencias imaginarias no deben ser entendidas individualmente como un detrimento en la eficiencia del suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente de tensión, sino que será su efecto combinado, el cual está recogido en q_z , el que realmente ofrece información acerca del mencionado detrimento en la eficiencia del suministro.

A partir de lo expuesto, las diferentes potencias instantáneas definidas en el dominio d - q - z pueden ser expresadas como:

$$\begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_q \\ q_z \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix} \quad ; \quad [M] = \begin{bmatrix} v_d & 0 & v_z \\ 0 & -v_{dz} & 0 \\ v_z & 0 & -v_d \end{bmatrix}. \quad (2.141)$$

En (2.141), a la transformación $[M]$ se le denomina *mapa de potencias*.

Lógicamente, si a partir de unos valores dados de potencia instantánea se quisieran determinar las corrientes que circulan por el sistema, habría que invertir el mapa de potencias, es decir:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_q \\ q_z \end{bmatrix} \quad ; \quad [M]^{-1} = \frac{1}{v_{dz}^2} \begin{bmatrix} v_d & 0 & v_z \\ 0 & -v_{dz} & 0 \\ v_z & 0 & -v_d \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{dz}^2} [M]. \quad (2.142)$$

Expandiendo (2.142), se puede hacer una nueva subdivisión de las corrientes del sistema, la cual da lugar a las expresiones mostradas en (2.143). En esas expresiones, i_{pd} e i_{pz} representan las subcomponentes activas de i_d e i_z , y son las que dan lugar al vector de corrientes activas en el dominio d - q - z . Hay que recordar que, según lo especificado hasta el momento, dichas corrientes activas son las óptimas, ya que permiten suministrar la potencia activa instantánea solicitada por la carga con un valor colectivo mínimo en las tres fases del sistema.

$$i_d = \underbrace{\frac{v_d}{v_{dz}^2} p_{3\phi}}_{i_{pd}} + \underbrace{\frac{v_z}{v_{dz}^2} q_z}_{i_{rd}}, \quad (2.143a)$$

$$i_q = -\frac{1}{v_{dz}} q_q, \quad (2.143b)$$

$$i_z = \underbrace{\frac{v_z}{v_{dz}^2} p_{3\phi}}_{i_{pz}} + \underbrace{\left(-\frac{v_d}{v_{dz}^2} q_z\right)}_{i_{rz}}. \quad (2.143c)$$

Lógicamente, las corrientes i_{pd} e i_{pz} de (2.143) coinciden con las corrientes activas que se obtuvieron mediante (2.128), es decir:

$$\vec{I}_p = \begin{bmatrix} i_{pd} \\ 0 \\ i_{pz} \end{bmatrix} = \frac{p_{3\phi}}{v_{dz}^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{p_{3\phi}}{v_{dz}^2} \vec{V}. \quad (2.144)$$

Por tanto, i_{rd} e i_{rz} son las subcomponentes no activas de las corrientes i_d e i_z , y darán lugar a un nuevo vector de corrientes no activas que se ha denominado \vec{I}_r , el cual se calculará mediante:

$$\vec{I}_r = \begin{bmatrix} i_{rd} \\ 0 \\ i_{rz} \end{bmatrix} = \frac{q_z}{v_{dz}^2} [T_{q(dz)}] \vec{V} \quad ; \quad [T_{q(dz)}] = \begin{bmatrix} v_z/v_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v_d/v_z \end{bmatrix}. \quad (2.145)$$

Por último, la componente i_q de (2.143) da lugar a un vector de corrientes normales, que se ha denominado \vec{I}_q , y que se formula como:

$$\vec{I}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ i_q \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{q_q}{v_{dz}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.146)$$

Por consiguiente, el vector original de corriente, \vec{I} , puede ser descompuesto en:

$$\vec{I} = \vec{I}_p + \vec{I}_q + \vec{I}_r. \quad (2.147)$$

Los módulos de los tres subvectores de corriente mostrados en (2.147) coinciden con las componentes i_p , i_q e i_r del vector \vec{I} cuando éste se expresa sobre las coordenadas p - q - r propuestas por *Kim* y *Akagi* [2.11].

En la Figura 2.7 se representan estos subvectores de corriente, así como los sistemas de coordenadas p - q - r y d - q - z .

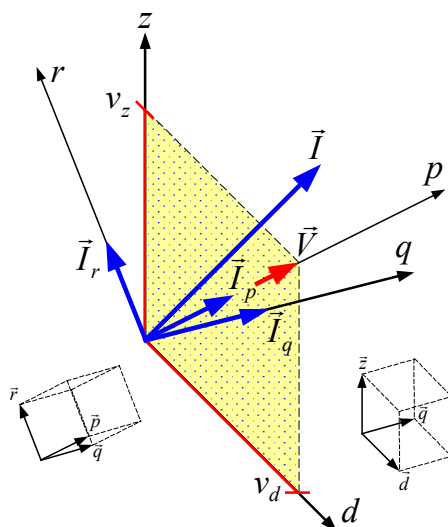


Figura 2.7. Sistemas de coordenadas d - q - z y p - q - r .

En la teoría p - q - r propuesta por *Kim* y *Akagi*, se definen dos potencias imaginarias instantáneas, $q_{q(pqr)}$ y $q_{r(pqr)}$, que surgen de:

$$\vec{q}_{q(pqr)} = \vec{V} \times \vec{I}_r \Rightarrow q_{q(pqr)} = -v_p i_r, \quad (2.148a)$$

$$\vec{q}_{r(pqr)} = \vec{V} \times \vec{I}_q \Rightarrow q_{r(pqr)} = v_p i_q. \quad (2.148b)$$

Realizando estos mismos cálculos con los vectores de corriente definidos en (2.145) y (2.146), se obtiene la relación que dichas potencias guardan con las definidas en el dominio d - q - z . Esta relación es:

$$q_{q(pqr)} = q_{z(dqz)} \quad \text{y} \quad q_{r(pqr)} = -q_{q(dqz)}. \quad (2.149)$$

La diferencia de signo de $q_{r(pqr)}$ se debe a que, en el dominio d - q - z , se forzó que q_q fuese positivo cuando la corriente de carga fuese inductiva. Salvando esta pequeña diferencia, las potencias imaginarias obtenidas en el dominio d - q - z son idénticas a las que se obtienen en el dominio p - q - r . Anteriormente, ya se expuso cuál era el significado físico de la potencia imaginaria $q_{q(dqz)}$. Sin embargo, el trasfondo físico de la potencia imaginaria $q_{z(dqz)}$ aún no ha sido definido. En la teoría propuesta por *Kim* y *Akagi* no existe una justificación explícita acerca del origen físico de esta potencia imaginaria, posiblemente porque el grado de abstracción asociado con las tensiones y corrientes en el dominio p - q - r hace que dicha justificación resulte compleja. Como se verá a continuación, trabajar en el dominio d - q - z permitirá esclarecer esta cuestión.

Los vectores de corriente \vec{I}_q e \vec{I}_r no dan lugar a transferencia alguna de energía con la carga, por lo que podrán ser cancelados mediante el uso de un acondicionador sin almacenamiento de energía. Son precisamente las corrientes representadas mediante \vec{I}_r las que dan lugar a que las corrientes directas (representadas mediante i_d), y las corrientes de secuencia homopolar (representadas mediante i_z), no sean las óptimas

para el suministro de la potencia activa instantánea demandada por la carga. Para evidenciar esto bastará con calcular la potencia activa instantánea desarrollada individualmente por cada una de las fases del sistema transformado al dominio d - q - z . Esto conduce a las siguientes expresiones:

$$p_d = v_d i_d = \underbrace{v_d i_{pd}}_{P_{pd}} + \underbrace{v_d i_{rd}}_{P_{rd}} \quad ; \quad p_z = v_z i_z = \underbrace{v_z i_{pz}}_{P_{pz}} + \underbrace{v_z i_{rz}}_{P_{rz}} \quad (2.150a)$$

$$p_{pd} + p_{pz} = v_d i_{pd} + v_z i_{pz} = \frac{v_d^2}{v_{dz}^2} P_{3\phi} + \frac{v_z^2}{v_{dz}^2} P_{3\phi} = P_{3\phi} = \vec{I}_p \cdot \vec{V}, \quad (2.150b)$$

$$p_{rd} + p_{rz} = v_d i_{rd} + v_z i_{rz} = \frac{v_d v_z}{v_{dz}^2} q_z - \frac{v_d v_z}{v_{dz}^2} q_z = 0 = \vec{I}_r \cdot \vec{V}. \quad (2.150c)$$

En condiciones no óptimas, es decir, cuando circulan las corrientes i_d y i_z , las potencias p_d y p_z de (2.150a) determinan respectivamente la potencia activa instantánea suministrada por el subsistema de secuencia positiva y negativa, y por el subsistema de secuencia homopolar. Si mediante el uso de un acondicionador de corriente se fuerza que $i_d = i_{pd}$ e $i_z = i_{pz}$, entonces, como muestra (2.150b), se conseguirá un suministro óptimo de la potencia activa instantánea solicitada por la carga. En esa situación óptima, las potencias activas instantáneas que suministrarían el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar, serían respectivamente p_{pd} y p_{pz} .

En (2.150a) se observa cómo, en condiciones no óptimas, las corrientes no activas i_{rd} e i_{rz} dan lugar a que cada uno de los subsistemas anteriormente mencionados desarrolle una potencia activa instantánea adicional (p_{rd} y p_{rz}). Sin embargo, como muestra (2.150c), estas potencias individuales se anulan mutuamente, por lo que no contribuyen a la transferencia neta de energía hacia la carga, y simplemente reflejan un intercambio de energía entre el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar (o entre las fases d y z del sistema transformado).

Teniendo en cuenta que las potencias p_{rd} y p_{rz} dependen directamente de q_z , se puede enunciar que *cuando en un sistema trifásico existen simultáneamente tensiones y corrientes homopolares, la potencia q_z refleja un detrimento en la eficiencia del suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente de tensión, que aparece como consecuencia del intercambio de energía entre el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar.*

En la Figura 2.8, se ha representado el sistema trifásico de cuatro hilos transformado al dominio d - q - z . En esta figura, mediante el uso de flechas, se simboliza el flujo de potencia instantánea, pudiéndose observar cuáles son las componentes que dan lugar a transferencia neta de energía hacia la carga, y cuáles originan un intercambio de energía entre las fases transformadas, o subsistemas de diferente secuencia.

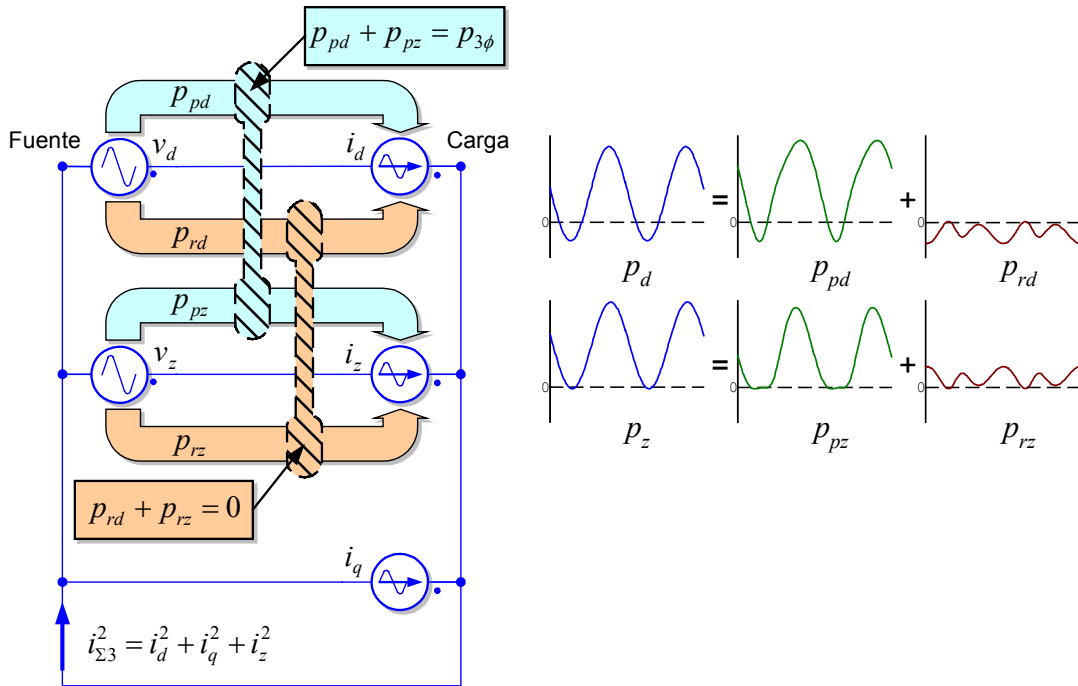


Figura 2.8. Flujo de potencia en el sistema transformado al dominio d - q - z .

Recapitulando, se puede entender que si q_{zv} representa un intercambio de energía entre las fuentes de tensión de secuencia homopolar, y q_{zi} representa lo mismo, pero entre fuentes de secuencia positiva y negativa, la potencia q_z , al obtenerse de la resta de las dos anteriores, surge de la falta de sincronización entre ambos intercambios de energía. Para demostrarlo analizaremos las potencias instantáneas desarrolladas por una fase cualquiera k de la fuente de tensión trifásica real que se mostró en la Figura 2.5, donde $k \in \{a, b, c\}$. Antes de proceder a este análisis, se recuerda el significado de las diferentes variables de tensión y corriente de la fase k , esto es:

$v_{k\pm}$ es la tensión de secuencia positiva y negativa.

v_h es la tensión de secuencia homopolar.

$i_{dk\pm}$ es la corriente directa (proporcional de secuencia positiva y negativa).

$i_{qk\pm}$ es la corriente normal (en cuadratura de secuencia positiva y negativa).

i_h es la corriente de secuencia homopolar.

Así mismo, se recuerda también que $v_d = |\vec{V}_{\pm}|$, $v_z = |\vec{V}_h|$ y $v_{dz} = |\vec{V}|$.

A partir de los vectores de corriente \vec{I}_p e \vec{I}_r , definidos en (2.144) y (2.145) respectivamente, las corrientes $i_{dk\pm}$ e i_h de la fase k se pueden dividir en una parte activa, y otra parte no activa, es decir:

$$i_{dk\pm} = i_{pdk\pm} + i_{rdk\pm} = \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}|^2} P_{3\phi} + \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_h|}{|\vec{V}_{\pm}|} q_z, \quad (2.151a)$$

$$i_h = i_{ph} + i_{rh} = \frac{v_h}{|\vec{V}|^2} P_{3\phi} - \frac{v_h}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_{\pm}|}{|\vec{V}_h|} q_z. \quad (2.151b)$$

Por tanto, suponiendo que $i_{qk\pm} = 0$, la potencia desarrollada por la fuente de secuencia positiva y negativa, y por la fuente de secuencia homopolar, de la fase k vale:

$$\begin{aligned} p_{k\pm} &= v_{k\pm} i_{dk\pm} + v_{k\pm} i_h = \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} + \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_h|}{|\vec{V}_{\pm}|} q_z + \frac{v_{k\pm} v_h}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} - \frac{v_{k\pm} v_h}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_{\pm}|}{|\vec{V}_h|} q_z \\ &= \dots = \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}_{\pm}|^2} p_{3\phi\pm} + \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q_{zi} \end{aligned} \quad (2.152a)$$

$$\begin{aligned} p_{kh} &= v_h i_h + v_h i_{dk\pm} = \frac{v_h^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} - \frac{v_h^2}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_{\pm}|}{|\vec{V}_h|} q_z + \frac{v_{k\pm} v_h}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} + \frac{v_{k\pm} v_h}{|\vec{V}|^2} \frac{|\vec{V}_h|}{|\vec{V}_{\pm}|} q_z \\ &= \dots = \frac{v_h^2}{|\vec{V}_h|^2} p_h + \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q_{zv} \end{aligned} \quad (2.152b)$$

donde $p_{3\phi\pm}$ es la potencia activa instantánea desarrollada por las tres fuentes de secuencia positiva y negativa, y p_h es la potencia activa instantánea desarrollada por las tres fuentes de secuencia homopolar.

A partir de (2.152a), se cumple que:

$$\sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}_{\pm}|^2} p_{3\phi\pm} = p_{3\phi\pm} \quad \text{y} \quad \sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q_{zi} = 0. \quad (2.153)$$

El sumatorio nulo de (2.153) evidencia que q_{zi} está directamente relacionada con la potencia adicional que desarrollan las fuentes de secuencia positiva y negativa como consecuencia de estar siendo atravesadas por corrientes de secuencia homopolar.

De la misma forma, a partir de (2.152b), se cumple que:

$$\sum_{k=a,b,c} \frac{v_h^2}{|\vec{V}_h|^2} p_h = p_h \quad \text{y} \quad \sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q_{zv} = 0. \quad (2.154)$$

El sumatorio nulo de (2.154) evidencia que q_{zv} está directamente relacionada con la potencia adicional que desarrollan las fuentes de secuencia homopolar como consecuencia de estar siendo atravesadas por corrientes directas, de secuencia positiva y negativa.

Cuando, mediante el uso de un acondicionador, se fuerza que por la fuente trifásica de tensión circulen las corrientes activas, se tendrá que:

$$i'_{dk\pm} = i_{pdk\pm} = \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}|} p_{3\phi}, \quad (2.155a)$$

$$i'_h = i_{ph} = \frac{v_h}{|\vec{V}|} p_{3\phi}. \quad (2.155b)$$

En estas condiciones, la nueva potencia desarrollada por la fuente de secuencia positiva y negativa, y por la fuente de secuencia homopolar, de la fase k vale:

$$p'_{k\pm} = v_{k\pm} i'_{dk\pm} + v_{k\pm} i'_h = \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} + \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q'_{zi}, \quad (2.156a)$$

$$p'_{kh} = v_h i'_h + v_h i'_{dk\pm} = \frac{v_h^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} + \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q'_{zv}, \quad (2.156b)$$

siendo:

$$q'_{zi} = q'_{zv} = \frac{|\vec{V}_{\pm}| |\vec{V}_h|}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi}. \quad (2.157)$$

En (2.156) se cumple que:

$$\sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} + \sum_{k=a,b,c} \frac{v_h^2}{|\vec{V}|^2} p_{3\phi} = p_{3\phi}, \quad (2.158a)$$

$$\sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q'_{zi} = \sum_{k=a,b,c} \frac{v_{k\pm}}{|\vec{V}_{\pm}|} \frac{v_h}{|\vec{V}_h|} q'_{zv} = 0. \quad (2.158b)$$

Los sumatorios nulos de (2.158b) indican que, en condiciones óptimas de suministro, es decir, cuando circulan las corrientes activas por la fuente de tensión trifásica, tanto las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa, como las fuentes de secuencia homopolar, se encuentran desarrollando una potencia adicional que viene determinada por el valor de q'_{zv} (o de q'_{zi} , ya que ambas potencias imaginarias son iguales). Hay que destacar que, en cada fase, la potencia adicional desarrollada por la fuente de secuencia positiva y negativa está perfectamente sincronizada con la potencia adicional desarrollada por la fuente de secuencia homopolar, lo que indica que el intercambio de energía entre ambas fuentes de diferente secuencia es nulo. Esto confirma el hecho de que, cuando circulan las corrientes activas, $q'_z = q'_{zv} - q'_{zi} = 0$.

Puede resultar sorprendente que en la situación óptima de suministro se desarrollen unas potencias adicionales tanto por las fuentes de secuencia positiva y negativa, como por las fuentes de secuencia homopolar. Esto puede inducir a pensar que estas potencias adicionales estarían dando lugar a un intercambio de energía entre las fuentes de idéntica secuencia de las tres fases. Sin embargo, hay que recordar que las corrientes activas se obtuvieron a partir del planteamiento de un problema de optimización del rendimiento de la fuente trifásica de tensión en su conjunto, y no de sus componentes individuales de tensión, por lo que será necesario evaluar la potencia instantánea desarrollada conjuntamente por las fuentes que constituyen cada fase para así poder determinar la naturaleza real del flujo de potencia instantánea existente en condiciones óptimas de suministro.

Si en las ecuaciones de (2.156) se inserta el valor de q'_{zv} y q'_{zi} , se obtiene que la potencia instantánea desarrollada por la fase k de la fuente trifásica ($v_k = v_{dk} + v_{zk}$) cuando circulan las corrientes activas vale:

$$p'_k = p'_{k\pm} + p'_{kh} = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}|^2} (v_{k\pm}^2 + v_h^2 + 2v_{k\pm}v_h) = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}|^2} v_k^2. \quad (2.159)$$

Esta ecuación indica que, cuando circulan las corrientes activas, las potencias instantáneas desarrolladas por las tres fases del sistema serán simultáneamente positivas o negativas a lo largo del tiempo (en función de que la carga absorba o devuelva energía), por lo que no existirá ningún tipo de intercambio de energía entre dichas fases, y confirma que dichas fases presentan un comportamiento estrictamente activo. Por tanto, en la situación óptima de suministro, los intercambios de energía entre las fuentes de secuencia positiva y negativa, y entre las fuentes de secuencia homopolar (representados por q'_{zv} y q'_{zi}), a pesar de encontrarse perfectamente sincronizados, se ven finalmente contrarrestados cuando se consideran la totalidad de las potencias instantáneas desarrolladas por cada fase de la fuente trifásica de tensión.

Aunque el planteamiento matemático de la potencia imaginaria q_z es totalmente coherente ante cualquier composición de las tensiones de fuente y de las corrientes de carga, para que a dicha potencia se le pueda asignar un trasfondo físico relacionado con el intercambio energético entre el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar, es preciso que existan, simultáneamente, tensiones y corrientes de secuencia homopolar, y tensiones y corrientes de secuencia positiva y negativa. Bajo el supuesto de que alguna de las corrientes o tensiones anteriormente mencionadas fuese nula, ya no se podría justificar que la pérdida en la capacidad de suministro de potencia activa por parte de la fuente tuviese su origen en un intercambio de energía entre dos subsistemas con diferente secuencia, sino que sería debida al intercambio de energía entre las fuentes de tensión de uno de estos subsistemas.

Para concluir con la presentación de las potencias instantáneas en el dominio $d-q-z$, se justificará que la división de potencias propuesta en (2.141) cumple con el principio de conservación de la potencia ($s^2 = p^2 + q^2$). Para ello se realizará el sumatorio cuadrático de los términos de potencia de la expresión (2.141), lo cual da como resultado:

$$\begin{aligned} p_{3\phi}^2 + q_q^2 + q_z^2 &= (v_d i_d + v_z i_z)^2 + (v_d^2 + v_z^2) i_q^2 + (v_z i_d - v_d i_z)^2 \\ &= \dots = (v_d^2 + v_z^2) (i_d^2 + i_q^2 + i_z^2) = |\vec{V}|^2 |\vec{I}|^2 = s^2. \end{aligned} \quad (2.160)$$

Por tanto, se podrá definir la potencia imaginaria total del sistema como:

$$q = \sqrt{q_q^2 + q_z^2} = \sqrt{q_q^2 + (q_{zv} - q_{zi})^2} \quad (2.161)$$

2.5. Estrategias de compensación en el dominio $d-q-z$

Como es sabido, en un sistema de múltiples fases, se da la circunstancia interesante de que, para unas tensiones dadas, el mismo valor de potencia activa instantánea puede ser suministrado mediante infinitas combinaciones de corriente. Atendiendo exclusivamente a la eficiencia del sistema de generación, la combinación de corrientes óptima es aquella que da lugar a un valor colectivo ($i_{\Sigma 3}$) que sea mínimo, ya que en ese caso las pérdidas de generación también serán mínimas. Una teoría de potencia instantánea debe permitir caracterizar las sollicitaciones de la carga, de forma que, todas aquellas corrientes que no den lugar a transferencia neta de energía por parte de la fuente se encuentren identificadas mediante un término de potencia imaginaria (reactiva, no activa, ...). Esta caracterización, además de permitirnos conocer el origen de la disminución de eficiencia en el sistema de generación, hace posible el diseño estrategias de compensación que consigan alcanzar un funcionamiento óptimo del sistema. El número de estrategias de compensación posibles depende, por un lado, de la cantidad de términos individuales de potencia imaginaria existentes, y por otro, de la cantidad de parámetros con que se caracterice la fuente de tensión. Una vez seleccionadas las componentes de la tensión de fuente que deban presentar un carácter predominantemente activo, la anulación de cada uno de estos términos de potencia imaginaria dará lugar a una estrategia de compensación diferente. Lógicamente, cada estrategia de compensación ocasionará un juego diferente de corrientes en el lado de fuente, aunque, en todo momento, la potencia activa instantánea suministrada por la fuente coincidirá con la consumida por la carga. Esta circunstancia permite el uso de un acondicionador de corriente “sin almacenamiento de energía”, el cual simplemente tendrá que inyectar en la red aquellas corrientes que sean las responsables de los diferentes términos de potencia imaginaria mencionados anteriormente.

Seguidamente, se considerará un escenario caracterizado por unas tensiones y corrientes genéricas (con componentes positiva, negativa y homopolar), y se evaluarán las corrientes resultantes en el lado de fuente como consecuencia de la acción de un acondicionador controlado sobre la base de la teoría $d-q-z$. En la Figura 2.9 se muestra la estructura de este sistema.

En la Figura 2.9, se aprecia como, primeramente, las variables de tensión y corriente asociadas a la carga (dominio $a-b-c$) son transformadas al dominio $d-q-z$ mediante el uso de (2.28) y (2.133). Posteriormente, mediante el uso del mapa de potencias ($[M]$), mostrado en (2.141), se calculan las diferentes potencias instantáneas asociadas a la carga. Lógicamente, a partir de estos valores calculados de potencia, y haciendo uso del mapa invertido de potencias ($[M]^{-1}$), mostrado en (2.142), se podrían reconstruir nuevamente las corrientes de carga, las cuales, bajo el supuesto de que el acondicionador no esté actuando, coincidirán con las de fuente.

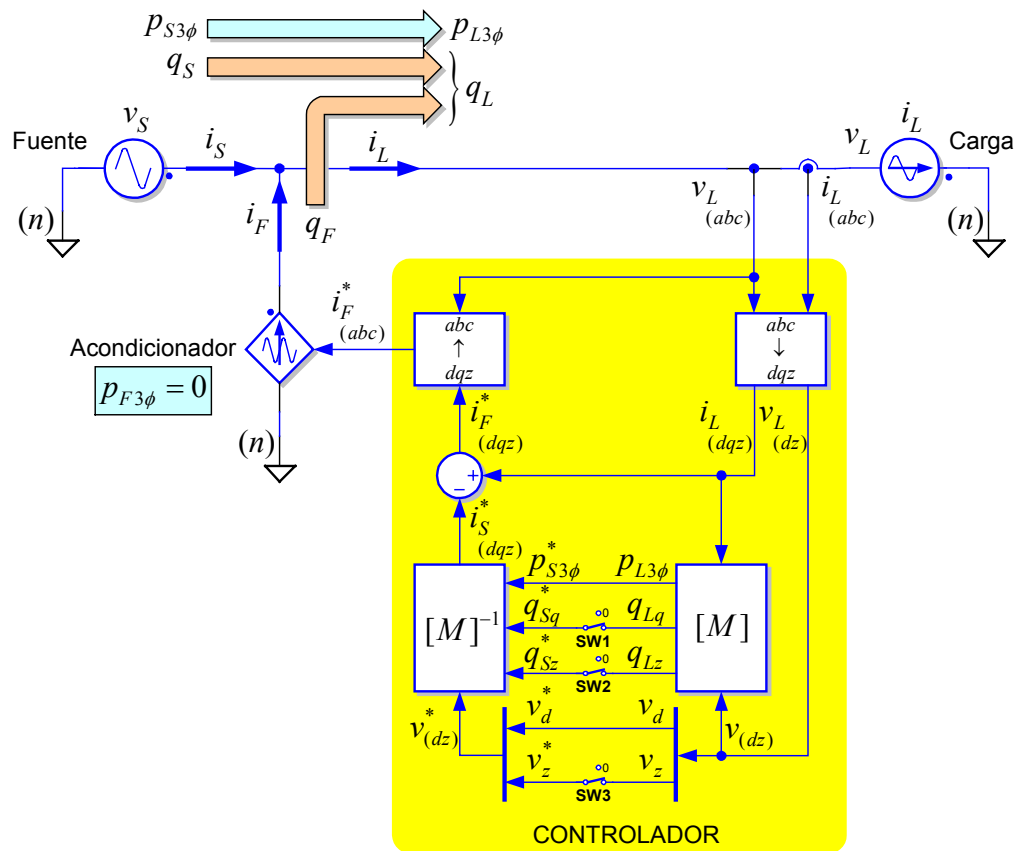


Figura 2.9. Sistema de acondicionamiento de corriente basado en la teoría $d-q-z$.

En el controlador de la Figura 2.9 se han representado tres conmutadores ($SW1$, $SW2$, $SW3$) que permitirán seleccionar las diferentes estrategias de compensación. En la posición de reposo ($SW_i=1$), la cual coincide con la mostrada en la Figura 2.9, el conmutador dejará pasar la señal que tenga en su entrada. En la posición alternativa ($SW_i=0$), existirá un cero en el contacto de salida del conmutador. Observando el bloque correspondiente al mapa invertido de potencias ($[M]^{-1}$), se aprecia cómo la potencia activa instantánea consumida por la carga es una entrada permanente del mismo. Por tanto, la corriente de salida es este bloque tomará diferentes apariencias en función del estado de los conmutadores, pero la potencia activa instantánea que surge a partir la interacción entre de dicha corriente con la tensión $v_{(dz)}^*$ siempre será la misma, y coincidirá con la consumida por la carga. Claramente, la salida del bloque $[M]^{-1}$ constituye la corriente de referencia en el lado de fuente (i_S^*), y en función del estado de los conmutadores, dará lugar a diferentes valores de potencia imaginaria instantánea en dicha fuente. La resta entre la corriente consumida por la carga, y la corriente de referencia de la fuente, da lugar a la corriente de referencia del acondicionador (i_F^*).

Pasaremos a continuación a evaluar el resultado de las diferentes estrategias de compensación. En esta evaluación, se considerará un escenario caracterizado por un juego de tensiones y corrientes genéricas como las mostradas en la Figura 2.10.

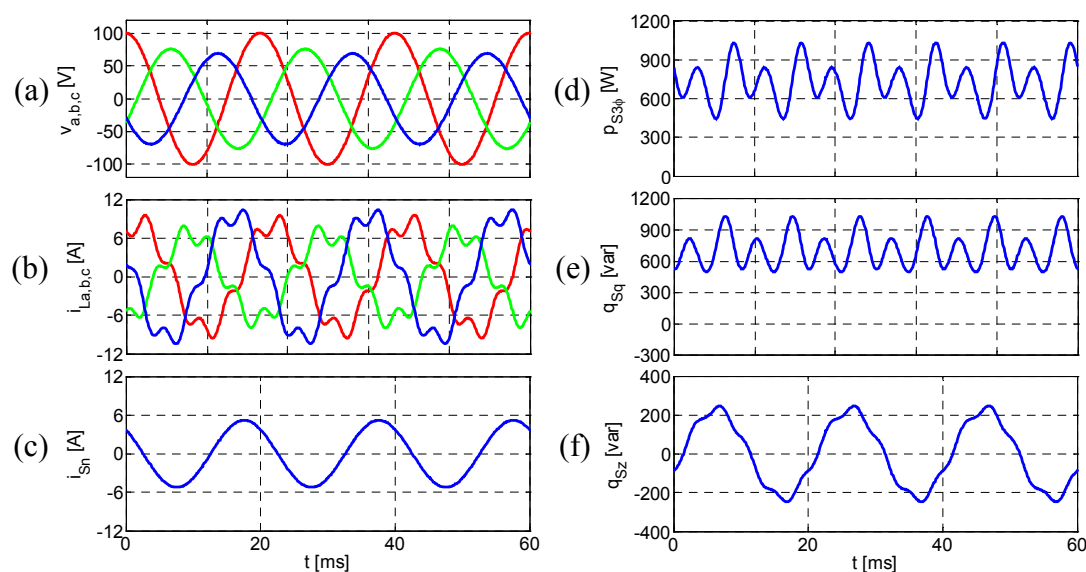


Figura 2.10. Tensiones, corrientes y potencias en una situación genérica.

Sin entrar en un excesivo detalle acerca de la composición exacta de estas tensiones y corrientes, se indicará que las tensiones de fuente, mostradas en la Figura 2.10a, están constituidas por componentes de frecuencia fundamental con secuencia positiva, negativa y homopolar. Las corrientes de carga, mostradas en la Figura 2.10b, están formadas por una componente de secuencia positiva y frecuencia fundamental (desfasada $-\pi/4$ rad respecto a la componente de secuencia positiva de la tensión), una componente de secuencia negativa de cinco veces la frecuencia fundamental, y una componente homopolar de frecuencia fundamental (desfasada $+\pi/4$ rad respecto a la componente homopolar de tensión), la cual coincide con un tercio de la corriente de neutro. Esta última corriente se muestra en la Figura 2.10c. Como dato orientativo, se dirá que la potencia aparente de este sistema, calculada mediante $S = V_{\Sigma} I_{\Sigma}$ (2.13), es $S=1057,1\text{VA}$, mientras que la potencia activa es $P=728,3\text{W}$. En las Figuras 2.10d, 2.10e y 2.10f se muestran las potencias instantáneas medidas en la fuente ($p_{S3\phi}$, q_{Sq} , q_{Sz}).

(S1) Estrategia instantánea de cancelación de q_q ($SW1=0$, $SW2=1$, $SW3=1$)

Mediante esta estrategia se hará que la potencia imaginaria q_q en el lado de fuente sea nula ($q_{Sq}=0$), manteniéndose inalterado el suministro de la potencia activa instantánea solicitada por la carga, es decir, se cancelará la componente de corriente i_q en la fuente ($i_{Sq}=0$). Esto implica que las corrientes normales (en cuadratura con la tensión y de secuencia positiva y negativa) no circularán por la fuente, siendo éstas suministradas a la carga mediante el acondicionador. Para conseguir este efecto hay que hacer $SW1=0$, $SW2=1$ y $SW3=1$. En la Figura 2.11 se muestra la posición del vector de corriente de carga (\vec{I}_L), y la posición que adoptará el vector de corriente de fuente (\vec{I}_S) cuando se emplea esta estrategia de compensación.

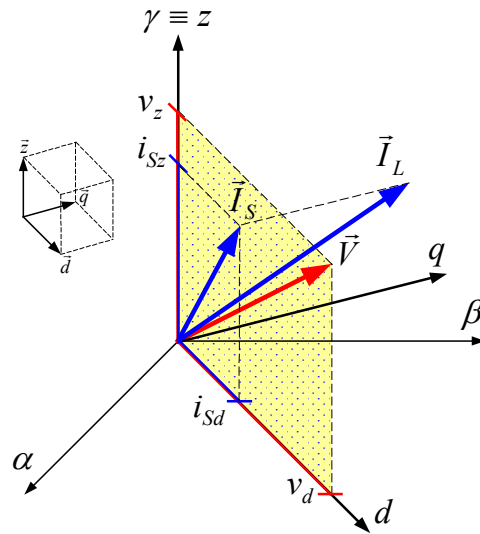


Figura 2.11. Posición del vector de corriente cuando $q_{Sq} = 0$.

Lógicamente, la cancelación de la componente de corriente i_{Sq} hace que el vector de corriente de fuente (\vec{I}_S) se encuentre ahora contenido dentro del plano de tensión, aunque aún no presenta la misma dirección que el vector \vec{V} .

La Figura 2.12 muestran las formas de onda resultantes del empleo de esta estrategia de compensación. En estas formas de onda se aprecia como la corriente de neutro en el lado de fuente permanece inalterada respecto a la de la situación original. Esto es evidente, ya que la componente sobre el eje z del vector \vec{I}_S es la misma que la del vector \vec{I}_L . Claramente, como muestra la Figura 2.12f, la potencia imaginaria q_{Sz} permanece también inalterada. La Figura 2.12e confirma que la potencia imaginaria q_{Sq} ha sido cancelada.

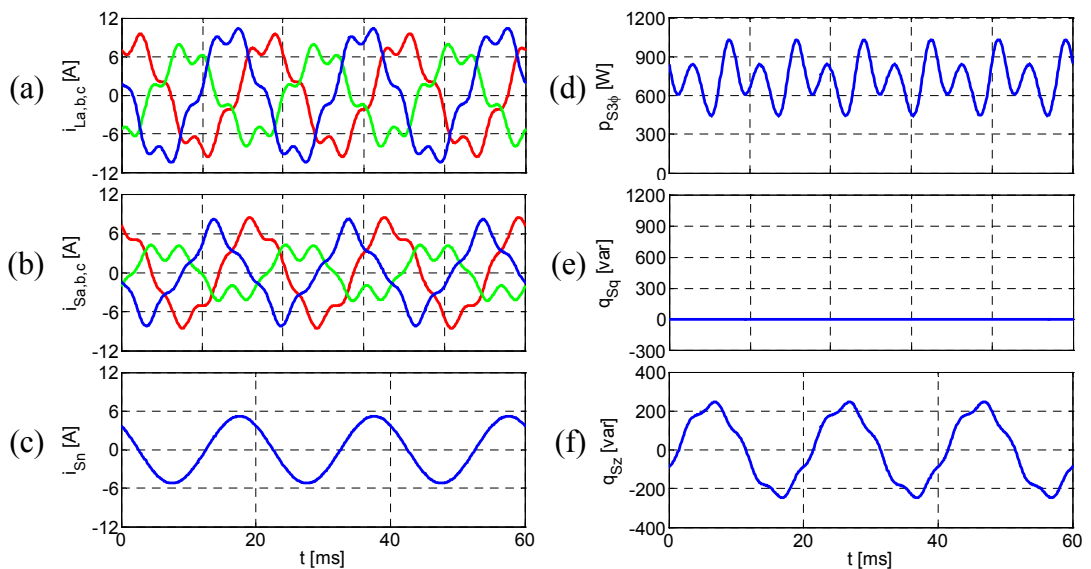


Figura 2.12. Tensiones, corrientes y potencias con $q_{Sq} = 0$.

(S2) Estrategia instantánea de cancelación de la corriente no activa (SW1=0, SW2=0, SW3=1)

Mediante esta estrategia se hará que las potencias imaginarias q_{sq} y q_{sz} en el lado de fuente sean nulas, manteniéndose inalterado el suministro de la potencia activa instantánea solicitada por la carga, es decir, se cancelarán la totalidad de las corrientes no activas en la fuente. En estas circunstancias, la fuente estará trabajando con un factor de potencia que es instantáneamente unitario. Para conseguir este efecto hay que hacer que $SW1=0$, $SW2=0$ y $SW3=1$.

Los resultados de esta estrategia coinciden con los que se obtendrían si se cancelasen las corrientes no activas obtenidas mediante la formulación propuesta por *Willems* [2.39], o si se anulasen las potencias imaginarias resultantes las teorías propuestas por *Nabae* [2.41], *Peng* [2.50], o *Kim* [2.44].

La interpretación geométrica propuesta por *Willems* acerca del vector de corrientes activas, la cual se formuló en (2.39), permite dibujar la Figura 2.13, en la cual se ha supuesto que el vector de corriente de carga ha sido desprovisto anteriormente de su componente i_{Lq} , por lo que en esta figura simplemente se muestra el vector \vec{I}_{Ldz} (vector de corriente de carga \vec{I}_L proyectado sobre el plano de tensión). En esta figura, se aprecia como el vector de corriente activa, el cual es ahora el vector de corriente de la fuente ($\vec{I}_s = \vec{I}_p$), es la proyección ortogonal del vector de corriente \vec{I}_L sobre el vector de tensión \vec{V} .

La Figura 2.14 muestra las forma de onda resultantes de esta estrategia de compensación. En la Figura 2.14c se aprecia como la corriente de neutro en el lado de fuente no es nula. Esto es lógico, ya que cómo el vector de corriente activa es instantáneamente proporcional al vector de tensión, si este último presenta una componente de secuencia homopolar, entonces el vector de corriente activa también poseerá una componente con dicha secuencia.

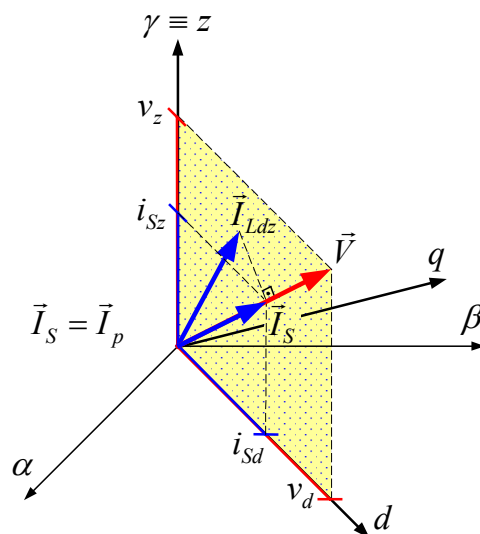


Figura 2.13. Posición del vector de corriente activa ($q_{sq} = 0$ y $q_{sz} = 0$).

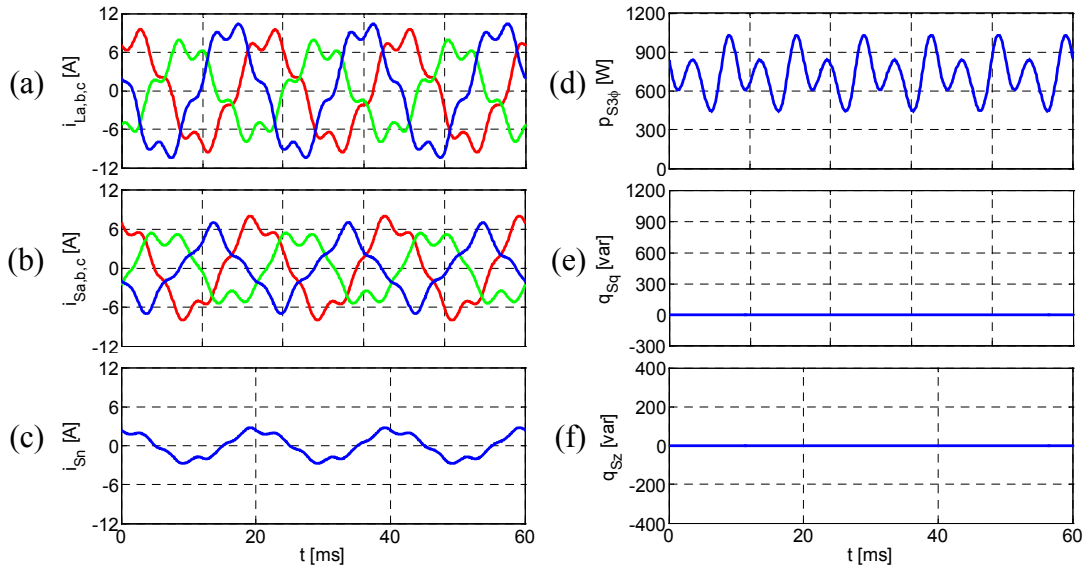


Figura 2.14. Tensiones, corrientes y potencias con $q_{Sq} = 0$ y $q_{Sz} = 0$.

(S3) Estrategia instantánea de cancelación de q_q sin corriente de neutro ($SW1=0$, $SW2=0$, $SW3=0$)

Mediante esta estrategia se cancelará completamente la corriente de neutro en el lado de fuente y se compensará la potencia reactiva imaginaria q_{Lq} , manteniéndose inalterado el suministro de la potencia activa instantánea solicitada por la carga. Esto implica que el acondicionador inyectará en la red, además de las corrientes normales, de secuencia positiva y negativa, la totalidad de las corrientes de secuencia homopolar consumidas por la carga. Para conseguir este efecto hay que hacer $SW1=0$, $SW2=0$ y $SW3=0$. Esta combinación en los conmutadores da lugar a las entradas al bloque $[M]^{-1}$ de la Figura 2.9 sean:

$$P_{S3\phi}^* = P_{L3\phi} \quad ; \quad q_{Sq}^* = 0 \quad ; \quad q_{Sz}^* = 0 \quad ; \quad v_d^* = v_d \quad ; \quad v_z^* = 0. \quad (2.162)$$

Si estos parámetros se sustituyen en la transformación de potencia a corriente mostrada en (2.142), se obtiene el vector de referencia de corriente de fuente (\vec{I}_S^*). Suponiendo que el vector de corriente de fuente (\vec{I}_S) seguirá fielmente al vector de referencia, se tiene que:

$$\vec{I}_S = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{Sz} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_d^2} \begin{bmatrix} v_d & 0 & 0 \\ 0 & -v_d & 0 \\ 0 & 0 & -v_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{L3\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{v_d} \begin{bmatrix} P_{L3\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.163)$$

En (2.163), se aprecia como el vector de corriente de fuente está constituido únicamente por componentes de secuencia positiva y negativa, es decir, la corriente de neutro será nula. Al circular esta corriente en el lado de fuente, la potencia activa instantánea solicitada por la carga será suministrada exclusivamente por las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa. La circulación de las corrientes directas (de secuencia positiva y negativa) a través de las fuentes de secuencia homopolar

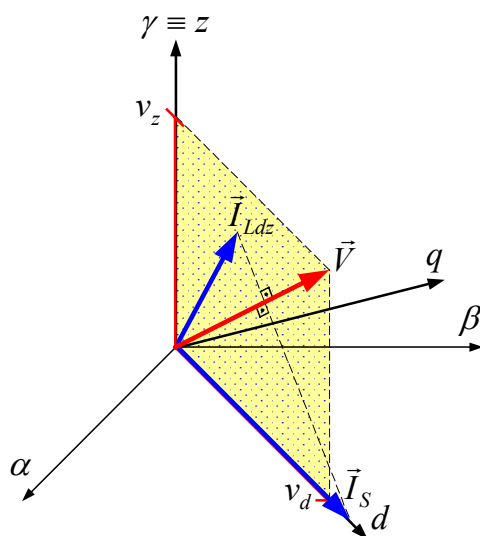


Figura 2.15. Posición del vector de corriente cuando $q_{sq} = 0$ e $i_{sz} = 0$.

dará lugar a un intercambio de energía entre estas fuentes. Con estas corrientes en el lado de fuente, se tiene que $q_{sq} = 0$ y que $q_{sz} = q_{szv} \neq 0$.

Si se utilizase la teoría $p-q$ de Akagi [2.35] para controlar el acondicionador, se habrían obtenido las mismas corrientes en el lado de fuente, aunque en ese caso, al considerarse el circuito de secuencia homopolar como un ente independiente, además de anular la potencia imaginaria instantánea, sería necesario realizar un trasvase de la potencia activa instantánea desarrollada por el circuito de secuencia homopolar hacia el circuito de secuencia positiva y negativa. Si el acondicionador se controlase mediante el uso de la teoría $p-q-r$ de Kim [2.44], al no existir una variable transformada que represente explícitamente las corrientes de secuencia homopolar, sería necesario hacer un cálculo adicional que permitiese establecer correctamente la referencia de potencia imaginaria instantánea en el lado de fuente.

En la Figura 2.15 se muestra la posición del vector de corriente de carga proyectado sobre el plano de tensión (\vec{I}_{Ldz}), y la posición que adoptará el vector de corriente de fuente (\vec{I}_S) cuando se emplea esta estrategia de compensación.

La Figura 2.16 muestra las forma de onda resultantes de esta estrategia de compensación. En la Figura 2.16c se aprecia como la corriente de neutro en el lado de fuente es permanentemente nula. La Figura 2.16f muestra la potencia imaginaria instantánea que aparece en el lado de fuente como consecuencia de la cancelación de la corriente de neutro, y está reflejando el intercambio de energía existente entre las fuentes de tensión de secuencia homopolar.

Llegados a este punto, se habrían mostrado las estrategias de compensación instantánea más representativas que se podrían implementar en un acondicionador sin almacenamiento de energía. Sin embargo, la teoría de la potencia instantánea en el dominio $d-q-z$ caracteriza las tensiones, corrientes y potencias del sistema con

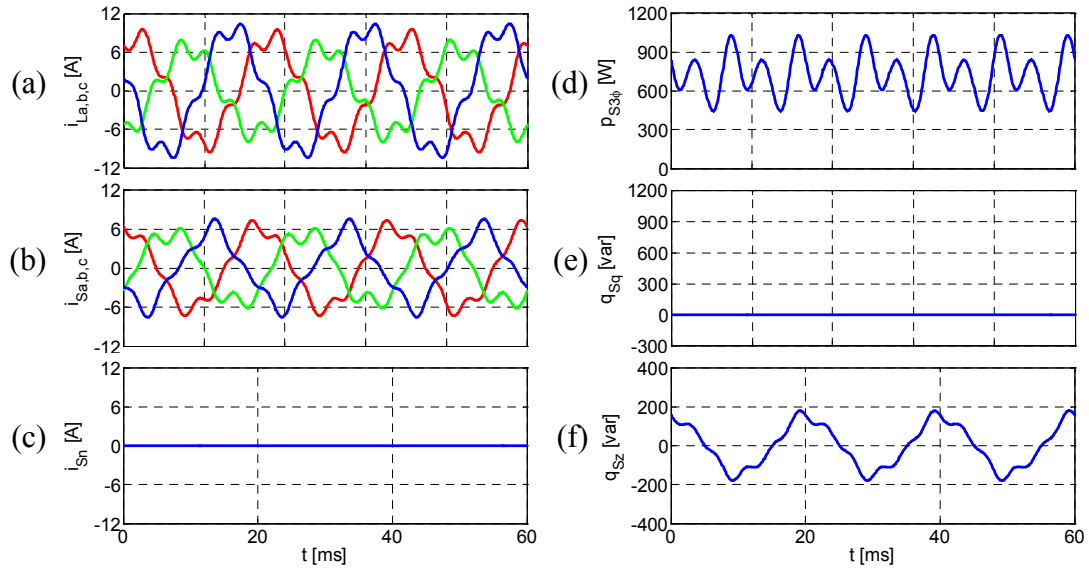


Figura 2.16. Tensiones, corrientes y potencias con $q_{Sq}^* = q_{Sq} = 0$, $q_{Sz}^* = 0$ y $v_{Sz}^* = 0$.

mayor grado de detalle que el resto de teorías, por lo que presenta más grados de libertad a la hora de plantear otras estrategias de compensación aplicables a este tipo de acondicionador. En la Tabla 2.1 se muestran las estrategias de compensación alternativas con $q_{Sq}^* = q_{Lq}$.

Estrategia	Conmutadores	Referencias
(S2')	SW1=1, SW2=0, SW3=1	$q_{Sq}^* = q_{Lq}$, $q_{Sz}^* = 0$, $v_z^* = v_z$
(S3')	SW1=1, SW2=0, SW3=0	$q_{Sq}^* = q_{Lq}$, $q_{Sz}^* = 0$, $v_z^* = 0$

Tabla 2.1. Estrategias de compensación alternativas aplicables a un acondicionador sin almacenamiento de energía con $q_{Sq}^* = q_{Lq}$.

Mediante el uso de estas estrategias alternativas se permitiría la circulación en el lado de fuente de las corrientes normales solicitadas por la carga ($i_{Sq} = i_{Lq}$). Por tanto, la posición del vector de corriente en el lado de fuente se podría determinar fácilmente añadiendo la componente i_{Lq} a los vectores de corriente resultantes de las estrategias de compensación S2 y S3, anteriormente expuestas.

En el dominio d-q-z, la potencia imaginaria q_{Lz} se encuentra constituida por dos componentes (q_{Lzv} y q_{Lzi}), lo que permite el diseño de estrategias de compensación parcial de dicha potencia imaginaria. Así es posible pensar en otras cuatro estrategias de compensación alternativas en las que:

- i)** $q_{Sq}^* = 0$, $q_{Sz}^* = q_{Lzv}$, $v_z^* = v_z$,
- ii)** $q_{Sq}^* = 0$, $q_{Sz}^* = q_{Lzi}$, $v_z^* = v_z$,
- iii)** $q_{Sq}^* = q_{Lq}$, $q_{Sz}^* = q_{Lzv}$, $v_z^* = v_z$,
- iv)** $q_{Sq}^* = q_{Lq}$, $q_{Sz}^* = q_{Lzi}$, $v_z^* = v_z$.

En este documento, con el objetivo de no hacer una exposición excesivamente reiterativa, se ha optado por no explicar en detalle cada una de estas estrategias alternativas.

Es importante resaltar que cuando se impone $v_z^* = 0$, la referencia $q_{S_z}^*$ también tiene que ser igual a cero, ya que en otro caso no se podría utilizar un acondicionador sin almacenamiento de energía. Esto queda claro si se desarrolla la transformación de potencia a corriente mostrada en (2.142) considerando que:

$$p_{S3\phi}^* = p_{L3\phi} \quad ; \quad q_{S_q}^* \neq 0 \quad ; \quad q_{S_z}^* \neq 0 \quad ; \quad v_d^* = v_d \quad ; \quad v_z^* = 0. \quad (2.164)$$

En ese caso, las corrientes resultantes en el lado de fuente serían:

$$\vec{I}_S = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{Sz} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_d^2} \begin{bmatrix} v_d & 0 & 0 \\ 0 & -v_d & 0 \\ 0 & 0 & -v_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L3\phi} \\ q_{S_q}^* \\ q_{S_z}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{v_d} \begin{bmatrix} p_{L3\phi} \\ -q_{S_q}^* \\ -q_{S_z}^* \end{bmatrix}. \quad (2.165)$$

Si a partir de estas corrientes, se calculase la potencia activa instantánea suministrada por la fuente, se tendría que:

$$p_{S3\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I}_S = \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{Sz} \end{bmatrix} = p_{L3\phi} - \frac{v_z}{v_d} q_{S_z}^*. \quad (2.166)$$

En (2.166), se aprecia como la potencia activa instantánea suministrada por la fuente no coincide con la consumida por la carga (ni siquiera tiene por qué coincidir su valor medio), por lo que el uso de un acondicionador sin capacidad de intercambio de energía con la red sería una opción inviable en este caso.

Como se mostró en la Figura 2.4, el uso de estrategias de compensación instantáneas, como las descritas anteriormente, puede dar lugar a la aparición de armónicos adicionales en la corriente acondicionada, lo cual podría no ser aceptable en ciertos casos. Además, aunque el vector de corriente activa (\vec{I}_p) es el que consigue suministrar una determinada potencia activa instantánea con un valor instantáneamente mínimo en la corriente colectiva de las tres fases ($i_{\Sigma 3}$), quizás resulte más interesante que la corriente que circule por la fuente sea aquella que dé lugar a que el valor eficaz colectivo trifásico ($I_{\Sigma 3}$) sea mínimo, aunque para ello la potencia activa instantánea suministrada por la fuente tenga que experimentar alteraciones respecto a la solicitada por la carga. El valor eficaz colectivo trifásico de corriente se definió en (2.12), y está relacionado con las pérdidas de potencia en la fuente a lo largo de un periodo de red.

Según demostró Buchholz [2.13], si una carga trifásica se ve afectada por un vector de tensiones \vec{V} y un vector de corrientes \vec{I} , lo cual da lugar al consumo de una potencia activa instantánea $p_{L3\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I}$, el vector de corrientes \vec{I}_G que ocasiona el

mismo consumo de energía a lo largo de un periodo, pero que da lugar a que el valor eficaz colectivo trifásico $I_{\Sigma 3}$ sea mínimo, viene dado por:

$$\vec{I}_G = G \vec{V}, \quad (2.167)$$

donde:

$$G = \frac{P_{L3\phi}}{V_{\Sigma 3}^2}, \text{ con } P_{L3\phi} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{L3\phi} dt \text{ y } V_{\Sigma 3}^2 = \overline{v_{\Sigma 3}^2} = \frac{1}{T} \int_0^T (v_a^2 + v_b^2 + v_c^2) dt. \quad (2.168)$$

En este trabajo, al vector \vec{I}_G se le ha denominado vector de corriente monótonamente activa, ya que resulta del producto de las tensiones de red por una conductancia equivalente constante, es decir, resultaría de la aplicación de las tensiones de red sobre una carga equivalente constituida por una estrella con neutro de resistencias constantes. Esta carga equivalente consumiría energía de manera monótona, es decir, no puede almacenar ninguna energía, y por tanto no puede dar lugar a ningún tipo de intercambio energético con la fuente de tensión.

Si se supone que, mediante el uso de un acondicionador, se consigue que el vector de corriente monótonamente activa circule por el lado de fuente, entonces el valor medio de $p_{S3\phi}$ será igual al valor medio de $p_{L3\phi}$. Sin embargo, esto no implica que ambas potencias activas instantáneas sean permanentemente iguales, es decir, $p_{S3\phi} = \vec{V} \cdot \vec{I}_G \neq \vec{V} \cdot \vec{I} = p_{L3\phi}$. Según esto, el acondicionador estará intercambiando energía con la red, aunque el valor medio de la potencia activa instantánea puesta en juego por éste será nulo. Este intercambio de energía con la red sólo será posible si se dispone de un acondicionador de corriente con capacidad de almacenamiento de energía.

Haciendo la traslación del último término de la expresión (2.168) al dominio d-q-z se tiene que:

$$V_{dz}^2 = \overline{v_{dz}^2} = \frac{1}{T} \int_0^T (v_d^2 + v_z^2) dt. \quad (2.169)$$

Por lo que el vector de corriente monótonamente activa resultará de:

$$\vec{I}_G = \begin{bmatrix} i_{Gd} \\ i_{Gq} \\ i_{Gz} \end{bmatrix} = \frac{P_{L3\phi}}{V_{dz}^2} \vec{V} = \frac{P_{L3\phi}}{V_{dz}^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z \end{bmatrix}. \quad (2.170)$$

A partir de la expresión (2.170), se podría diseñar un bloque como el mostrado en la Figura 2.17. Mediante este bloque, se calcularían las referencias de corriente de fuente para que por ésta circulase el vector de corriente monótonamente activa. Este nuevo bloque sustituiría al nombrado como $[M]^{-1}$ en la Figura 2.9.

Pasaremos a continuación a evaluar las características de las corrientes resultantes en el lado de fuente cuando se utiliza este bloque dentro del sistema de control del acondicionador.

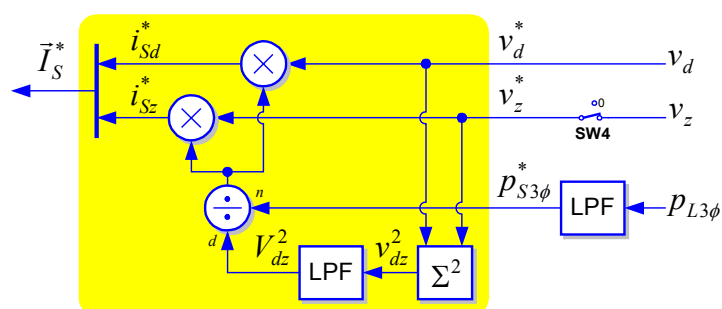


Figura 2.17. Bloque de obtención de referencias de corriente en el lado de fuente cuando se utilizan estrategias de compensación promediadas.

(S4) Estrategia promediada de cancelación de la corriente no-activa (SW4=1)

Mediante el uso de esta estrategia promediada se conseguirá que las corrientes circulantes en el lado de fuente coincidan con las corrientes monótonamente activas, es decir, se cancelarán la totalidad de las corrientes no activas en el lado de fuente y se minimizará el valor eficaz colectivo trifásico de corriente en los conductores. En este caso, el conjunto formado por la carga más el acondicionador se comportará como una estrella con neutro de resistencias iguales y constantes, por lo que las corrientes que circularán por la fuente serán monótonamente proporcionales a las tensiones de fase. Para conseguir esto, es preciso que el estado del conmutador de la Figura 2.17 sea $SW4=1$.

En este caso, el vector de corriente en el lado de fuente tendrá permanentemente la misma dirección que el vector de tensión, pero ahora, a diferencia de lo que ocurría con la estrategia S2, la relación de proporcionalidad entre ambos vectores será constante a lo largo del tiempo.

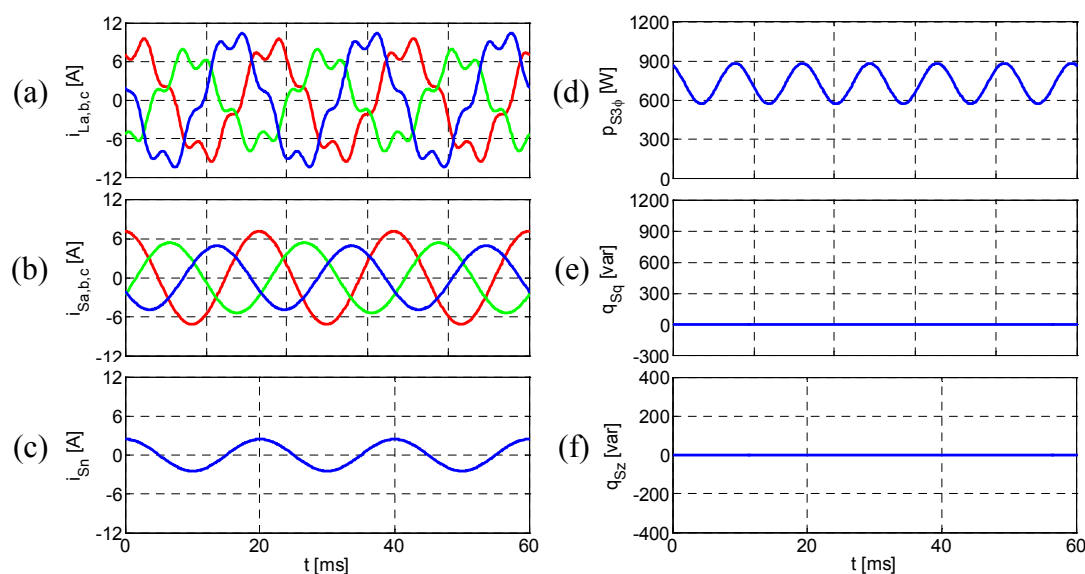


Figura 2.18. Tensiones, corrientes y potencias con $v_d^* = v_d$, $v_z^* = v_z$, y $P_{S3\phi}^* = \bar{P}_{L3\phi}$.

La Figura 2.18 muestra las formas de onda resultantes de la aplicación de esta estrategia. En ellas se puede apreciar la relación de proporcionalidad constante anteriormente citada. Las potencias imaginarias en el lado de fuente, representadas en las Figuras 2.18e y 2.18f, valen cero, lo que confirma que el vector de corriente mantiene la misma dirección que el vector de tensión.

(S5) Estrategia promediada de cancelación de q_q sin corriente de neutro (SW4=0)

Mediante esta estrategia promediada se cancelará completamente la corriente de neutro y se compensará la potencia reactiva imaginaria q_{Lq} de la carga, minimizándose en lo posible el valor eficaz trifásico colectivo de corriente en los conductores. En este caso, el conjunto formado por la carga más el acondicionador se comportará como una estrella sin neutro de resistencias iguales y constantes, la cual consume la misma potencia activa que la carga ($P_{L3\phi}$). Para conseguir esto, es preciso que el estado del conmutador de la Figura 2.17 sea $SW4=0$.

Si en la expresión (2.170) se hace que el valor de v_z sea igual a cero, la corriente que circulará por la fuente será:

$$\vec{I}_S = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{Sz} \end{bmatrix} = \frac{P_{L3\phi}}{V_d^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.171)$$

El vector de corriente obtenido mediante (2.171) difiere del vector de corriente monótonamente activa, es decir, el valor eficaz colectivo trifásico de la corriente en los conductores no presentará su valor mínimo, sin embargo, la potencia activa suministrada por la fuente ($P_{L3\phi}$) será la misma para ambos vectores de corriente.

En la expresión (2.171), se aprecia como la corriente que circula por la fuente estará constituida únicamente por componentes de secuencia positiva y negativa, es decir, la corriente de neutro en el lado de fuente habrá sido cancelada. En este caso, las fuentes de tensión de secuencia positiva y negativa serán las encargadas del suministro de la potencia activa instantánea solicitada por el conjunto formado por el acondicionador y la carga. Con estas corrientes en el lado de fuente, q_{Sq} será igual a cero, ya que la corriente que circula por la fuente no tiene componente i_{Sq} . Así mismo, el valor de q_{Sz} será diferente de cero, ya que como $q_{Sz} = q_{Szv} - q_{Szi}$, y teniendo en cuenta que ahora $q_{Szi} = 0$, entonces $q_{Sz} = q_{Szv} \neq 0$. En estas condiciones, la potencia imaginaria q_{Sz} estará representando el intercambio de energía existente entre las fuentes de secuencia homopolar como consecuencia de estar siendo recorridas por corrientes de secuencia positiva y negativa.

La Figura 2.19 muestra las formas de onda resultantes de la aplicación de esta estrategia promediada. Las formas de onda de corriente, mostradas en la Figura 2.19b, guardan una relación de proporcionalidad constante con las tensiones de

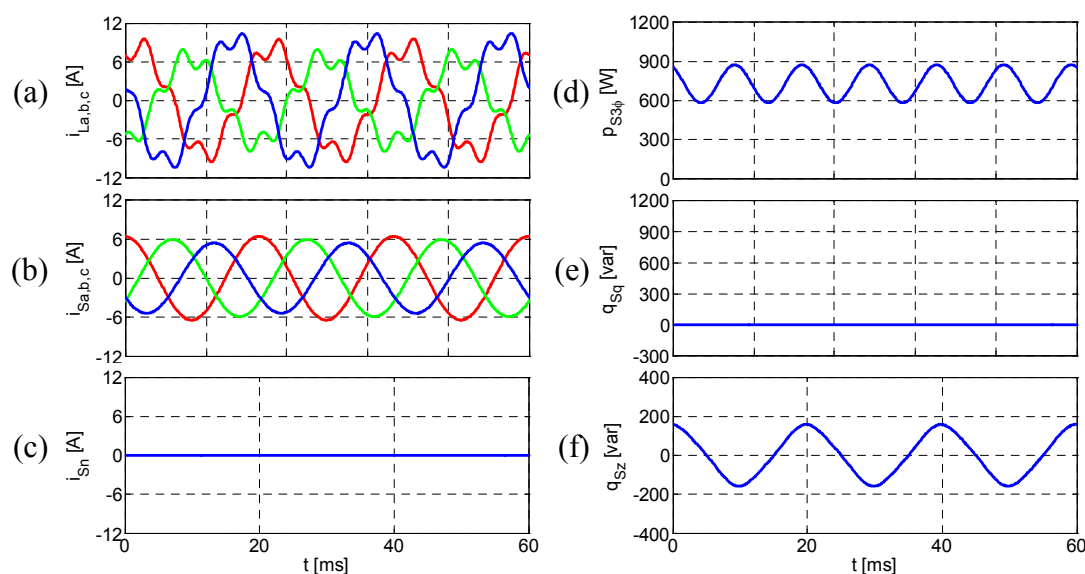


Figura 2.19. Tensiones, corrientes y potencias con $v_d^* = v_d$, $v_z^* = 0$, y $p_{S3\phi}^* = \bar{p}_{L3\phi}$..

secuencia positiva y negativa existentes en la fuente. En este caso, como la fuente de tensión presenta una componente secuencia negativa relativamente reducida, las corrientes circulantes por los conductores se aproximan bastante a un conjunto de sinusoides equilibradas. Sin embargo, ésta no es una característica generalizada de esta estrategia de compensación. La Figura 2.19f muestra la potencia imaginaria instantánea q_{S_z} , la cual refleja el intercambio de energía existente entre las fuentes de secuencia homopolar.

(S6) Estrategia para la obtención de corrientes sinusoidales equilibradas ($v_d^* = v_d^{+1}$, $SW4=0$)

En la mayoría de las ocasiones, interesará que las corrientes circulantes por los conductores del lado de fuente sean un conjunto de sinusoides equilibradas que estén en fase con la componente de secuencia positiva y frecuencia fundamental de la tensión de red. Mediante la estrategia aquí presentada se consigue precisamente esto, manteniéndose, claro está, el suministro de la potencia activa solicitada por la carga ($P_{L3\phi}$). Para conseguir este efecto, además de hacer $SW4=0$ ($v_z^* = 0$) en el bloque de la Figura 2.17, es preciso que la referencia de tensión v_d^* coincida con el módulo de un nuevo vector de tensión \vec{V}^{+1} . Este nuevo vector de tensión viene definido por la componente de secuencia positiva y frecuencia fundamental de la tensión de red.

Si supone la existencia de un nuevo sistema síncrono de referencia formado por los ejes ortogonales $d^{+1}-q^{+1}-z^{+1}$, en el cual, el eje d^{+1} mantiene siempre la misma dirección que el vector de tensión \vec{V}^{+1} , y el eje z^{+1} es el mismo que el eje z convencional, entonces la expresión de dicho vector de tensión sobre el nuevo sistema de referencia viene regida por (2.172), donde $|\vec{V}^{+1}|$ presenta un valor constante a lo largo del tiempo.

$$\vec{V}_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})}^{+1} = \begin{bmatrix} v_{d^{+1}}^{+1} \\ v_{q^{+1}}^{+1} \\ v_{z^{+1}}^{+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\vec{V}^{+1}| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.172)$$

Cuando en el bloque de control de la Figura 2.17 se hace que $v_z^* = 0$ y $v_d^* = |\vec{V}^{+1}|$, se obtiene que la corriente de referencia de fuente vale:

$$\vec{I}_S^*_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})} = \frac{P_{L3\phi}}{|\vec{V}^{+1}|^2} \begin{bmatrix} |\vec{V}^{+1}| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{P_{L3\phi}}{|\vec{V}^{+1}|^2} \vec{V}_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})}^{+1}. \quad (2.173)$$

Es importante resaltar que este vector de referencia de corriente guarda una relación de proporcional constante con el vector de tensión \vec{V}^{+1} , y por tanto, no se encuentra contenido en el plano de tensión (plano definido por la componentes d y z del vector \vec{V}), ya que los ejes d y d^{+1} no tienen la misma dirección.

Si las corrientes de fuente siguen fielmente a las de referencia, entonces, la expresión del vector de corriente de fuente sobre el sistema de referencia $d^{+1}-q^{+1}-z^{+1}$ es:

$$\vec{I}_S_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})} = \begin{bmatrix} i_{Sd^{+1}} \\ i_{Sq^{+1}} \\ i_{Sz^{+1}} \end{bmatrix} = \frac{P_{L3\phi}}{|\vec{V}^{+1}|^2} \vec{V}_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})}^{+1} = \frac{P_{L3\phi}}{v_{d^{+1}}^{+1}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.174)$$

En el vector de corriente obtenido mediante (2.174), la componente sobre el eje z^{+1} (idéntico al eje z) es nula, con lo que la corriente de neutro también será nula. Además, la componente sobre el eje d^{+1} es constante, ya que resulta del cociente de dos magnitudes que también son constantes. Mediante este vector de corriente, el valor eficaz colectivo trifásico de corriente en los conductores no será mínimo, sin embargo, la potencia activa suministrada por la fuente coincidirá con la solicitada por la carga ($P_{L3\phi}$).

Para trasladar el vector de corriente de fuente, obtenido en (2.174), al dominio $\alpha-\beta-\gamma$, es preciso realizar una modificación en la transformación $[T_{dqz}]^{-1}$, la cual se definió en (2.135b). Esta modificación consiste en sustituir las variables v_α y v_β de $[T_{dqz}]^{-1}$, por otras, denominadas v_α^{+1} y v_β^{+1} , que se obtienen de la transformación del vector de tensión de secuencia positiva y frecuencia fundamental al dominio $\alpha-\beta-\gamma$. Según esto, el vector de corriente de fuente expresado en el dominio $\alpha-\beta-\gamma$ será:

$$\vec{I}_S_{(\alpha\beta\gamma)} = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \\ i_{S\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha\beta}^{+1}} \begin{bmatrix} v_\alpha^{+1} & -v_\beta^{+1} & 0 \\ v_\beta^{+1} & v_\alpha^{+1} & 0 \\ 0 & 0 & v_{\alpha\beta}^{+1} \end{bmatrix} \vec{I}_S_{(d^{+1}q^{+1}z^{+1})}, \quad \text{donde} \quad \begin{bmatrix} v_\alpha^{+1} \\ v_\beta^{+1} \\ 0 \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta\gamma}] \vec{V}^{+1}. \quad (2.175)$$

Teniendo en cuenta que $v_{\alpha\beta}^{+1} = \sqrt{(v_\alpha^{+1})^2 + (v_\beta^{+1})^2} = v_{d^{+1}}$, la expresión (2.175) da lugar a (2.176).

$$\vec{I}_{S_{(\alpha\beta\gamma)}} = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \\ i_{S\gamma} \end{bmatrix} = \frac{P_{L3\phi}}{(v_{\alpha\beta}^{+1})^2} \begin{bmatrix} v_{\alpha}^{+1} \\ v_{\beta}^{+1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.176)$$

A partir de (2.176), la expresión del vector de corriente de fuente en el dominio d - q - z viene dada por:

$$\vec{I}_{S_{(dqz)}} = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \\ i_{Sz} \end{bmatrix} = [T_{dqz}] \vec{I}_{S_{(\alpha\beta\gamma)}} = \frac{P_{L3\phi}}{(v_{\alpha\beta}^{+1})^2 v_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} & 0 \\ -v_{\beta} & v_{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & v_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha}^{+1} \\ v_{\beta}^{+1} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.177)$$

La ecuación (2.177) desvela una cuestión interesante, y es que el vector de corriente de fuente, resultante de la estrategia de compensación aquí propuesta, presenta una componente i_{Sq} que no es nula, por lo que, según indica (2.141), la potencia imaginaria instantánea q_{Sq} tampoco será nula.

Si el vector de corriente de (2.176) se transforma al dominio a - b - c , se tiene que:

$$\vec{I}_{S_{(abc)}} = \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ i_{Sc} \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta\gamma}]^{-1} \vec{I}_{S_{(\alpha\beta\gamma)}} = \frac{P_{L3\phi}}{(v_a^{+1})^2 + (v_b^{+1})^2 + (v_c^{+1})^2} \begin{bmatrix} v_a^{+1} \\ v_b^{+1} \\ v_c^{+1} \end{bmatrix}. \quad (2.178)$$

La ecuación (2.178), expresada en el dominio a - b - c , es equivalente a la ecuación (2.174), expresada en el dominio d^+ - q^+ - z^+ , y evidencia que las corrientes que circularán por la fuente serán sinusoidales de secuencia positiva y frecuencia fundamental.

La aplicación de esta estrategia de compensación dará lugar a las formas de onda mostradas en la Figura 2.20. En esta figura se aprecia como las corrientes de fuente son ahora sinusoidales y equilibradas, por lo que no existe corriente de neutro. Como muestra la Figura 2.20e, la potencia imaginaria instantánea q_{Sq} no es nula, ya que, como indicaba (2.177), la componente i_{Sq} tampoco lo es. La potencia imaginaria q_{Sq} está representando el intercambio de energía entre las fases de la fuente como consecuencia de estar siendo recorridas por corrientes normales de secuencia positiva (i_{Sq}). La Figura 2.20f muestra la potencia imaginaria instantánea q_{Sz} , la cual tampoco es nula. La potencia imaginaria q_{Sz} representa el intercambio de energía entre las fuentes de secuencia homopolar como consecuencia de estar siendo recorridas por corrientes directas de secuencia positiva (i_{Sd}).

La expresión (2.178) es sumamente simple y resulta de gran utilidad práctica. De hecho, ésta será la expresión que se utilizará en el controlador energético propuesto en el Capítulo 6 para calcular las referencias de corriente del filtro activo de potencia. Cuando se utiliza la estrategia de compensación aquí presentada, se cumple que $P_{S3\phi} = P_{L3\phi}$, es decir, el valor medio de la potencia activa instantánea asociada al

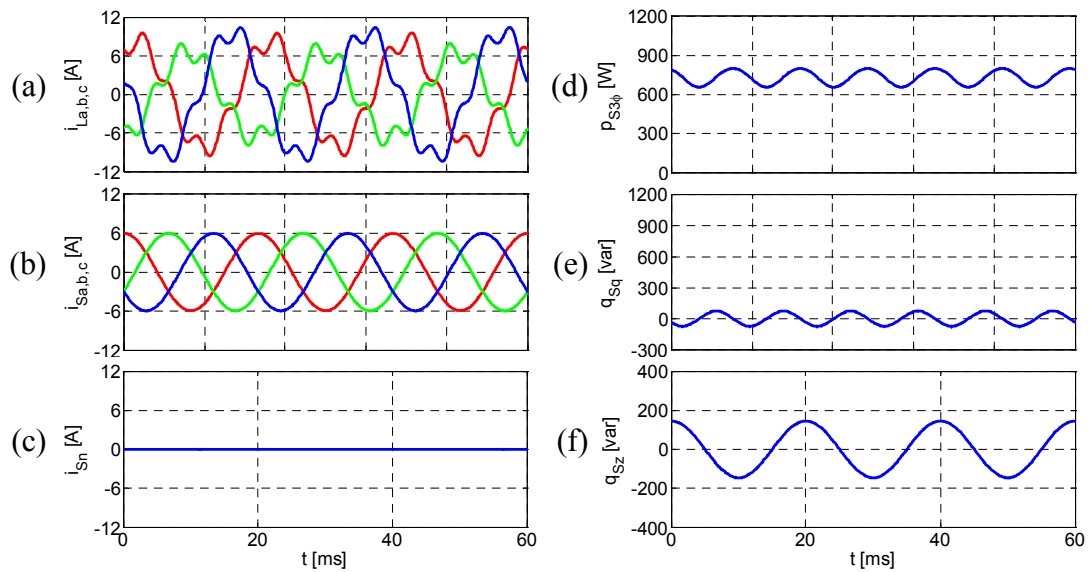


Figura 2.20. Tensiones, corrientes y potencias con $v_d^* = v_d^{+1}$, $v_z^* = 0$, y $p_{S3\phi}^* = \bar{P}_{L3\phi}$.

acondicionador es nulo. Esto implica que el valor medio de la energía almacenada en el mismo debe permanecer constante en todo momento. Esta característica será utilizada en el controlador energético que se presentará en el Capítulo 6, en el cual no se realizará un cálculo explícito de la potencia activa consumida por la carga ($P_{L3\phi}$), si no que dicha potencia será estimada a partir de la variación experimentada en el valor medio de la energía almacenada en el bus de continua del acondicionador. Esta modalidad de control reportará ventajas adicionales que serán convenientemente comentadas en el Capítulo 6.

Está claro que, para poder utilizar la estrategia de compensación aquí presentada, es preciso disponer de algún sistema que detecte con precisión la componente de secuencia positiva y frecuencia fundamental de las tensiones de fuente, incluso cuando dichas tensiones se encuentren distorsionadas y desequilibradas. Este sistema de detección se presenta en el Capítulo 3.

La simplicidad de la expresión (2.178) puede llegar a cuestionar la necesidad de la teoría de potencia instantánea en el dominio $d-q-z$. Sin embargo, hay que entender que la expresión (2.178) es simplemente la base del algoritmo de control de un acondicionador de corriente, y que su obtención, así como la disseminación de las potencias instantáneas asociadas a la misma, han podido ser convenientemente justificadas a partir de la existencia de la mencionada teoría de potencia instantánea. Esta teoría cubre un espectro más amplio que el de un simple algoritmo de control, y permite caracterizar, con rigurosidad y significado físico, la eficiencia instantánea del sistema de suministro, o las características del consumo instantáneo de potencia asociado a una carga genérica que trabaje en un sistema trifásico de cuatro hilos.

Las estrategias de compensación presentadas anteriormente no son las únicas posibles, sino que pueden existir otras, como por ejemplo aquellas que no cancelan

\bar{q}_{S_q} , \bar{q}_{S_z} , o ambas. A partir de la exposición realizada en este Apartado, la implementación de esas otras estrategias no encierra complicaciones particulares, y los efectos asociados a las mismas, tanto a nivel de corrientes como de potencias, resultan previsibles. Por este motivo, y con el objetivo de no incurrir en una exposición excesivamente reiterativa, se ha optado por no realizar un comentario explícito de esas estrategias de compensación alternativas.

2.5.1. Valor colectivo de corriente asociado con cada estrategia de compensación

En la exposición anterior, se han evidenciado las principales diferencias existentes, tanto a nivel de corrientes como de potencias en el lado de fuente, entre las diferentes estrategias de compensación presentadas, indicándose que las estrategias promediadas (*S4*, *S5* y *S6*) reducían el valor eficaz colectivo trifásico de las corrientes que circulaban en el lado de fuente. En este Apartado, se realizará una breve comparativa del valor colectivo de corriente asociado con cada estrategia de compensación.

La Figura 2.21 muestra, para las señales mostradas en el Apartado anterior, la evolución experimentada por el cuadrado del valor colectivo trifásico de corriente ($i_{\Sigma 3}^2$) en el lado de fuente durante medio periodo de red. Si se comparan las estrategias de compensación instantánea (*S1*, *S2* y *S3*), se observa que la estrategia *S2*, la cual daba lugar a la circulación del vector de corriente activa en el lado de fuente, presenta un valor colectivo de corriente que es permanentemente mínimo. Esto corrobora los postulados de *Depenbrock* [2.47] a este respecto.

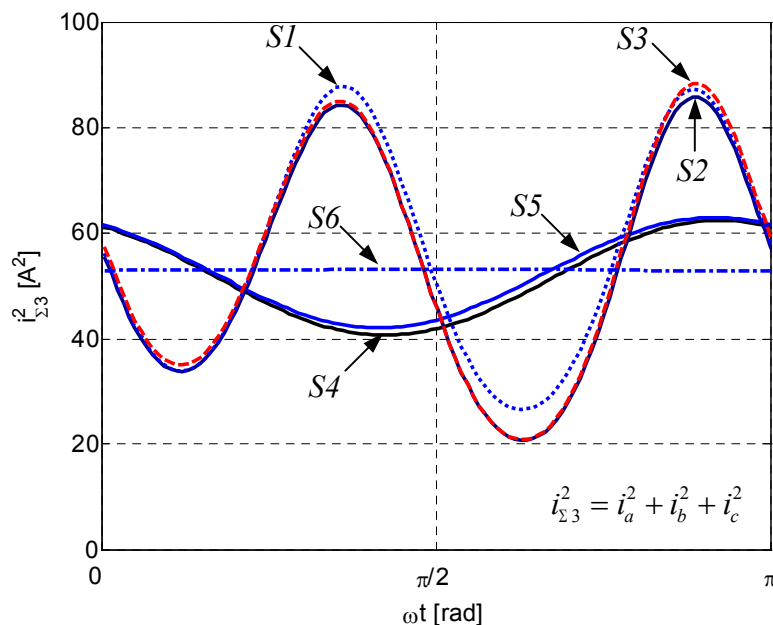


Figura 2.21. Valor colectivo trifásico de corriente para las diferentes estrategias de compensación.

Las estrategias de compensación promediada (*S4*, *S5* y *S6*) muestran una menor oscilación en el valor colectivo de la corriente. Lógicamente, en la estrategia *S6*, la cual corresponde a la circulación de corrientes sinusoidales y equilibradas en el lado de fuente, no existe oscilación en la evolución del valor colectivo de corriente.

Al trabajar con señales periódicas, el valor eficaz colectivo trifásico de corriente ofrece una información que posiblemente sea más interesante que la ofrecida por la evolución instantánea de dicho valor colectivo. El valor eficaz colectivo ofrece información acerca de las pérdidas de potencia activa en los conductores a lo largo de un periodo de red, entendiendo éstas como el promedio de las pérdidas de potencia activa instantánea en dichos conductores, es decir:

$$P_{loss} = \bar{p}_{loss} = R \frac{1}{T} \int_0^T (i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) dt = R (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2) = R I_{\Sigma 3}^2, \quad (2.179)$$

donde I_a , I_b e I_c son las corrientes eficaces en los conductores, y R es la resistencia de éstos, la cual se ha supuesto idéntica para las tres fases.

La Figura 2.22 muestra, para las señales mostradas en el Apartado anterior, el cuadrado del valor eficaz colectivo trifásico de corriente asociado con cada una de las estrategias anteriormente expuestas.

La estrategia *S4*, la cual daba lugar a la circulación del vector de corriente monótonamente activa en el lado de fuente, es la que posee un valor eficaz colectivo más bajo. Esto corrobora los postulados de *Buchholz* [2.47] a este respecto.

Desde un punto de vista de eficiencia energética, la estrategia *S6* no es la que consigue los mejores resultados, sin embargo, es la que satisface en mayor medida las especificaciones impuestas por los diferentes estándares en lo referente al contenido armónico de las corrientes circulantes en los conductores del sistema de potencia. Esto confirma que las normativas reguladoras de armónicos de corriente en la red no persiguen exclusivamente el aumento del rendimiento del sistema de potencia, sino que pretenden aumentar el grado de compatibilidad entre los sistemas de generación, distribución y consumo de energía eléctrica.

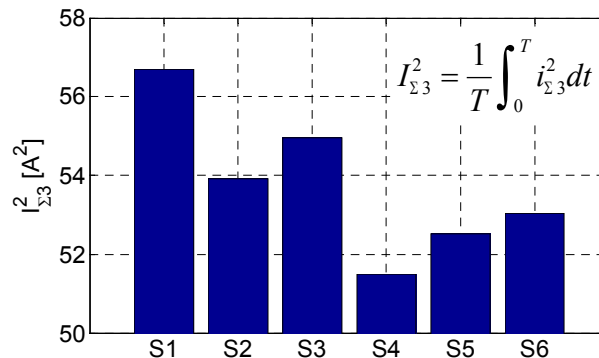


Figura 2.22. Valor eficaz colectivo trifásico de corriente para las diferentes estrategias de compensación.

2.6. Influencia del conductor de neutro en las corrientes activas

Los estudios realizados hasta el momento están directamente relacionados con el aumento de la eficiencia en la generación y transmisión de energía eléctrica en un sistema trifásico, ya que, por un lado, se pretende conocer la máxima potencia activa suministrable, manteniendo constantes las pérdidas en los conductores, y por otro, se persigue determinar aquella corriente que, manteniendo constante el suministro de potencia activa, permite minimizar dichas pérdidas. Sin embargo, hay que tener presente que se están estudiando sistemas trifásicos de cuatro hilos, por tanto, las pérdidas en el conductor de neutro no pueden ser ignoradas.

Las nuevas modalidades de consumo de energía eléctrica originan desequilibrios y distorsiones, tanto en las corrientes como en las tensiones del sistema de potencia, lo que ha dado lugar a que el conductor de neutro adquiera una mayor notoriedad. Esto ha originado que en los últimos años se sucedan las publicaciones técnicas que revisan las definiciones clásicas de potencia aparente, tensión efectiva e intensidad efectiva [2.53][2.52][2.46][2.54]. En estos años, también han aparecido publicaciones que tienen en cuenta la influencia del conductor de neutro a la hora de diseñar la estrategia de control del acondicionador activo de corriente [2.47][2.48]. Sin embargo, en estos últimos trabajos no se trata el conductor de neutro de una manera generalizada, sino que se asume que dicho conductor es idéntico al del resto de fases, presentando exactamente las mismas características eléctricas. En este Apartado se tendrá en cuenta la influencia de la resistencia particular del conductor de neutro en la determinación de las corrientes activas del sistema.

En general, la principal característica de un sistema de distribución trifásico de cuatro hilos, con relación a un sistema multiconductor genérico, es que consta de tres conductores idénticos en las fases, más un conductor de neutro que es diferente, tanto en su construcción y propiedades (en particular en su resistencia), como en su función. En el estudio que se presentará a continuación, asumiremos que los conductores de fase presentan una resistencia de valor R , mientras que la resistencia del conductor de neutro es igual a R_n . Por tanto se podrá definir un coeficiente (α) que relaciona ambas resistencias de la forma:

$$\alpha = \frac{R_n}{R}. \quad (2.180)$$

Según esto, las pérdidas instantáneas de potencia en este sistema de distribución serían:

$$p_{loss} = R(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 + \alpha i_n^2), \quad (2.181)$$

donde i_n representa la intensidad de neutro, y es igual a $i_a+i_b+i_c$.

Para trasladar la expresión (2.181) al dominio $d-q-z$, hay que tener en cuenta las igualdades siguientes:

$$i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 = i_d^2 + i_q^2 + i_z^2, \quad (2.182a)$$

$$i_n = i_a + i_b + i_c = 3 i_n = \sqrt{3} i_z. \quad (2.182b)$$

Por tanto, la expresión (2.181) puede ser escrita como:

$$p_{loss} = R(i_d^2 + i_q^2 + k_\alpha i_z^2), \quad (2.183)$$

donde $k_\alpha = 1 + 3\alpha$.

Atendiendo a las pérdidas de transmisión mostradas en (2.183), el sistema trifásico transformado al dominio $d-q-z$ se podría representar como muestra la Figura 2.23.

Cuando las pérdidas de transmisión coinciden con (2.183), la potencia activa instantánea suministrada por la fuente vale:

$$p_{3\phi} = v_d i_d + v_z i_z. \quad (2.184)$$

En este momento, si se supone que las tensiones vienen fijadas por la red, se podría determinar:

- i) la máxima potencia activa instantánea suministrable, manteniendo las pérdidas iguales a las especificadas en (2.183).
- ii) las corrientes que dan lugar a que las pérdidas de transmisión sean mínimas, manteniendo un suministro de potencia activa instantánea igual al especificado en (2.184).

La primera determinación consiste en encontrar el valor máximo de:

$$p_{3\phi_max} = v_d i_{pmd} + v_z i_{pmz}, \quad (2.185)$$

imponiendo como condición lo especificado en (2.186).

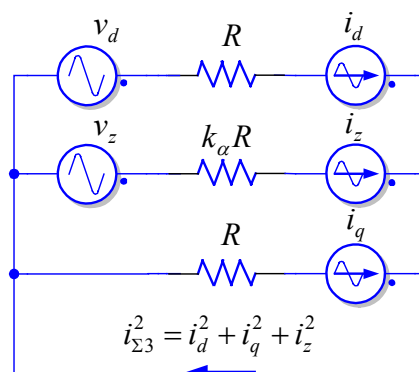


Figura 2.23. Consideración de las pérdidas de transmisión en el sistema trifásico transformado al dominio $d-q-z$.

$$p_{loss_max} = R[i_{pmd}^2 + i_{pmq}^2 + k_\alpha i_{pmz}^2] = p_{loss} \quad (2.186)$$

Por tanto, usando el multiplicador de *Lagrange*, habría que resolver:

$$\nabla(p_{3\phi_max} - \lambda p_{loss_max}) = 0 ; \quad \nabla f = \frac{\partial f}{\partial i_{pmd}} di_{pmd} + \frac{\partial f}{\partial i_{pmq}} di_{pmq} + \frac{\partial f}{\partial i_{pmz}} di_{pmz} . \quad (2.187)$$

El resultado de (2.187) es:

$$p_{3\phi_max} = s_\alpha = \sqrt{v_d^2 + \frac{1}{k_\alpha} v_z^2} \sqrt{i_d^2 + i_q^2 + k_\alpha i_z^2} . \quad (2.188)$$

La expresión (2.188) coincide con la potencia aparente instantánea del sistema, la cual se definió en el Apartado 2.2 como la máxima potencia activa instantánea que puede ser suministrada para un juego dado de tensiones, y un valor colectivo dado de corriente (o pérdidas en las líneas).

De la ecuación (2.188) se puede extraer la siguiente conclusión:

Si se acepta el convenio generalizado que establece que la potencia aparente instantánea se obtiene del producto de los valores colectivos de tensión y corriente; en el momento en que se tienen en cuenta las pérdidas originadas por las corrientes circulantes en la totalidad de conductores del sistema, ambos valores colectivos de tensión y corriente deben ser reformulados.

De esta forma, la potencia aparente instantánea quedaría definida como:

$$s_\alpha = v_{\Sigma\alpha} i_{\Sigma\alpha} \quad ; \quad v_{\Sigma\alpha}^2 = v_d^2 + \frac{1}{k_\alpha} v_z^2 \quad ; \quad i_{\Sigma\alpha}^2 = i_d^2 + i_q^2 + k_\alpha i_z^2 , \quad (2.189)$$

donde $v_{\Sigma\alpha}$ e $i_{\Sigma\alpha}$ representan los *valores colectivos ponderados* de tensión y corriente.

La segunda determinación que quedaba pendiente era encontrar el valor mínimo de:

$$i_{\Sigma p\alpha}^2 = i_{pad}^2 + i_{paq}^2 + k_\alpha i_{paz}^2 , \quad (2.190)$$

imponiendo que:

$$p_{3\phi_p} = v_d i_{pad} + v_z i_{paz} = p_{3\phi} , \quad (2.191)$$

Usando el multiplicador de *Lagrange*, habría que resolver:

$$\nabla(i_{\Sigma p\alpha}^2 - \lambda p_{3\phi_p}) = 0 ; \quad \nabla f = \frac{\partial f}{\partial i_{pad}} di_{pad} + \frac{\partial f}{\partial i_{paq}} di_{paq} + \frac{\partial f}{\partial i_{paz}} di_{paz} . \quad (2.192)$$

Resolviendo (2.192), se obtiene el vector de corriente mostrado en (2.193), el cual no es otra cosa que el vector de corriente activa cuando se tiene en cuenta la resistencia particular del conductor de neutro.

$$\vec{I}_{pa} = \begin{bmatrix} i_{pad} \\ i_{paq} \\ i_{paz} \end{bmatrix} = \frac{p_{3\phi}}{v_d^2 + \frac{1}{k_a} v_z^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z/k_a \end{bmatrix} \quad (2.193)$$

De la expresión (2.193) se puede extraer la siguiente conclusión:

Cuando se tiene en cuenta la resistencia particular del conductor de neutro, el vector de corriente activa (vector de corriente que da lugar a las mínimas pérdidas de transmisión en el suministro de una determinada potencia activa instantánea) no mantiene la misma dirección que el vector de tensión del sistema.

En la Figura 2.24 se ha representado: la proyección del vector de corriente original sobre el plano de tensión (\vec{I}_{dz}), el vector de corriente activa convencional (\vec{I}_p), y el vector de corriente activa cuando se tienen en cuenta la resistencia real del conductor de neutro (\vec{I}_{pa}). En esta figura se ha dibujado un vector auxiliar de tensión (\vec{V}') que es el que determina la posición del vector \vec{I}_{pa} .

Hasta ahora, daba igual hablar del módulo del vector de corriente (o tensión) que del valor colectivo de corriente (o tensión). Sin embargo, en el momento en que se tienen en cuenta las características particulares del conductor de neutro, el valor colectivo pasa a estar ponderado (2.189), por lo que ya no se mantiene la equivalencia anteriormente mencionada.

Para solventar esta incongruencia, se introducirá el concepto de *sistema trifásico equivalente*, el cual se define de la siguiente manera:

Si en un sistema trifásico de cuatro hilos (con resistencia R en las fases y αR en el neutro), la interacción entre un vector de tensión (\vec{V}) y un vector de corriente (\vec{I}) da lugar a que la fuente suministre una determinada potencia activa instantánea ($p_{3\phi}$) y a la existencia de unas determinadas pérdidas en los conductores (p_{loss}); se define el "sistema trifásico equivalente" como aquel sistema [CONT. DEF. PÁG. SIGU. ...]

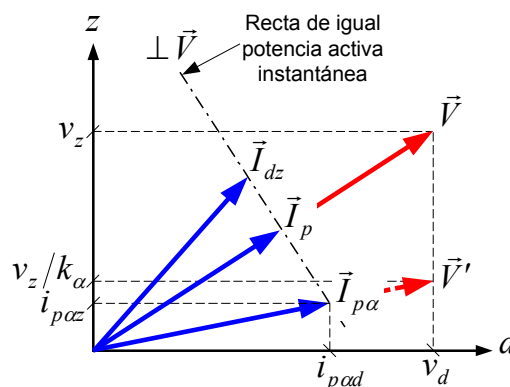


Figura 2.24. Influencia del conductor de neutro en la posición del vector de corriente activa.

[... CONT. DEF. PÁG. ANT.] *trifásico de cuatro hilos (con resistencia R en las fases y 0 en el neutro) en el que interactúan un “vector equivalente de tensión” (\vec{V}_e) y un “vector equivalente de corriente” (\vec{I}_e), de forma que, tanto la potencia activa instantánea suministrada por la fuente, como las pérdidas en los conductores, presentan los mismos valores que en el sistema original.*

Según esto, si el vector equivalente de corriente en el dominio d - q - z se designa como $\vec{I}_e = [i_{ed} \quad i_{eq} \quad i_{ez}]^T$, entonces se deberá cumplir que:

$$p_{loss} = R(i_{ed}^2 + i_{eq}^2 + i_{ez}^2) = R(i_d^2 + i_q^2 + k_\alpha i_z^2). \quad (2.194)$$

Por lo que el vector equivalente de corriente en el dominio d - q - z quedará definido como:

$$\vec{I}_e = \begin{bmatrix} i_{ed} \\ i_{eq} \\ i_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \sqrt{k_\alpha} i_z \end{bmatrix} = [T_{ai}] \vec{I}, \quad (2.195)$$

donde:

$$[T_{ai}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix}, \text{ y por tanto } [T_{ai}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix}. \quad (2.196)$$

El vector equivalente de corriente sí cumple la relación $|\vec{I}_e| = i_{za}$.

De la misma manera, si el vector equivalente de tensión en el dominio d - q - z se designa como $\vec{V}_e = [v_{ed} \quad 0 \quad v_{ez}]^T$, para que se mantenga el suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente, se deberá cumplir que:

$$p_{3\phi} = v_{ed}i_{ed} + v_{ez}i_{ez} = v_{ed}i_d + v_{ez}\sqrt{k_\alpha}i_z = v_d i_d + v_z i_z. \quad (2.197)$$

Despejando en (2.197) se obtiene que:

$$v_{ez} = \frac{1}{\sqrt{k_\alpha}} \left[(v_d - v_{ed}) \frac{i_d}{i_z} - v_z \right]. \quad (2.198)$$

La ecuación (2.198) admite infinitas soluciones, sin embargo, para que el vector equivalente de tensión sea independiente de la corriente del sistema, es preciso que v_d sea igual a v_{ed} . Por tanto, el vector equivalente de tensión quedará definido como:

$$\vec{V}_e = \begin{bmatrix} v_{ed} \\ 0 \\ v_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix} = [T_{av}] \vec{V}, \quad (2.199)$$

donde la matriz de transformación entre el vector real de tensión y el equivalente, $[T_{av}]$ está definida en (2.200).

$$[T_{av}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix}, \text{ y por tanto } [T_{av}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix}. \quad (2.200)$$

El vector equivalente de tensión sí cumple la relación $|\vec{V}_e| = v_{\Sigma\alpha}$.

A partir estos vectores equivalentes de tensión y corriente, el sistema trifásico equivalente, transformado al dominio d - q - z , se puede representar como muestra la Figura 2.25.

Teniendo en cuenta la homogeneidad de las ramas del circuito de la Figura 2.25, el vector equivalente de corriente activa se podría calcular como:

$$\vec{I}_{epa} = \begin{bmatrix} i_{epad} \\ i_{epaq} \\ i_{epaz} \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}_e|^2} \vec{V}_e = \frac{P_{3\phi}}{v_d^2 + \frac{1}{k_\alpha} v_z^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix}. \quad (2.201)$$

Este vector equivalente de corriente activa será el que consiga que la fuente suministre la misma potencia activa instantánea que cuando circulaba el vector de corriente original, a la vez que se minimizan las pérdidas en los conductores del sistema trifásico equivalente.

Utilizando la transformación inversa mostrada en (2.196), el vector de corriente activa del sistema trifásico real se obtendría mediante:

$$\vec{I}_{pa} = \begin{bmatrix} i_{pad} \\ i_{paq} \\ i_{paz} \end{bmatrix} = [T_{ai}]^{-1} \vec{I}_{epa} = \begin{bmatrix} i_{epad} \\ i_{epaq} \\ i_{epaz}/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{v_d^2 + \frac{1}{k_\alpha} v_z^2} \begin{bmatrix} v_d \\ 0 \\ v_z/k_\alpha \end{bmatrix}. \quad (2.202)$$

El resultado obtenido en (2.202) coincide con el que se mostró en (2.193), lo cual evidencia la utilidad del sistema trifásico equivalente para el cálculo de las corrientes activas del sistema trifásico real.

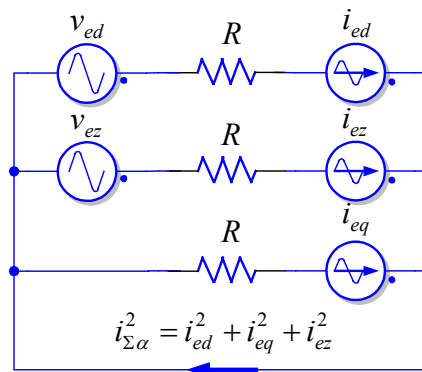


Figura 2.25. Sistema trifásico equivalente transformado al dominio d - q - z .

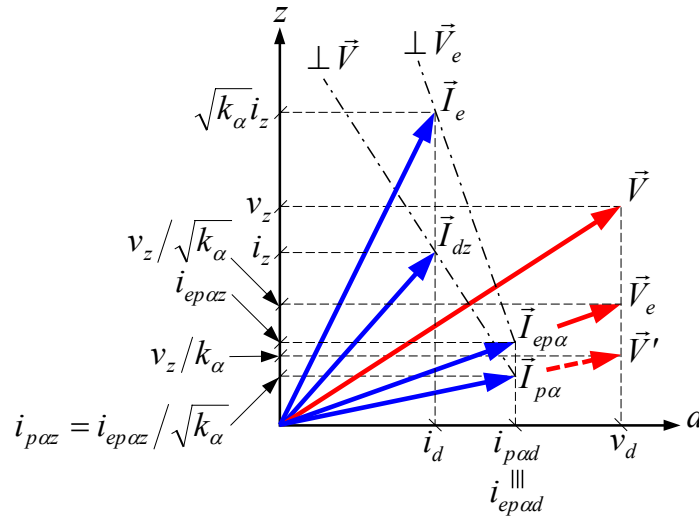


Figura 2.26. Vectores reales y equivalentes de tensión y corriente.

A modo de aclaración, en la Figura 2.26 se representan los vectores, reales y equivalentes, de tensión y corriente a los que se ha hecho alusión anteriormente.

Si se cumple que las normas de los vectores equivalentes de tensión y corriente coinciden con los respectivos valores colectivos ponderados, entonces también se cumplirá que:

$$s_{\alpha}^2 = |\vec{V}_e|^2 |\vec{I}_e|^2 = (\vec{V}_e \cdot \vec{I}_e)^2 + |\vec{V}_e \times \vec{I}_e|^2 = p_{3\phi}^2 + q_{\alpha}^2. \quad (2.203)$$

Esta formulación de la potencia aparente instantánea recoge con mayor rigurosidad el significado físico de la misma, es decir, representa *la máxima potencia activa instantánea suministrable para un juego dado de tensiones y corrientes, manteniendo constantes las pérdidas originadas en la totalidad de los conductores.*

Teniendo en cuenta que el mapa de potencias mostrado en (2.141) se obtuvo a partir del análisis de una expresión con la misma morfología que (2.203), dicho mapa seguirá siendo válido cuando se trabaje con el sistema trifásico equivalente, con la única salvedad de que ahora habrá que usar las variables equivalentes, es decir:

$$\begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_{\alpha q} \\ q_{\alpha z} \end{bmatrix} = [M_{\alpha}] \vec{I}_e \quad ; \quad [M_{\alpha}] = \begin{bmatrix} v_{ed} & 0 & v_{ez} \\ 0 & -v_{edz} & 0 \\ v_{ez} & 0 & -v_{ed} \end{bmatrix} \quad ; \quad [M_{\alpha}]^{-1} = \frac{1}{v_{edz}^2} [M_{\alpha}], \quad (2.204)$$

siendo $v_{edz} = \sqrt{v_{ed}^2 + v_{ez}^2}$.

Los significados físicos de las potencias imaginarias instantáneas de (2.204) son los mismos que los enunciados en el Apartado 2.4, con la única diferencia de que, ahora, el detrimento en la eficiencia del suministro de potencia activa instantánea se evalúa respecto a la máxima potencia activa instantánea suministrable definida anteriormente mediante s_{α} .

2.7. Sistema trifásico equivalente en el dominio $a-b-c$

En el Apartado anterior se tuvo en consideración la resistencia particular del conductor de neutro, y a partir de aquí, se llegó a la expresión (2.202), correspondiente al vector de corriente activa en el dominio $d-q-z$. En ese momento, se podría haber evidenciado que los vectores de corriente activa que se obtienen mediante las diferentes teorías de potencia instantánea existentes son casos particulares de la expresión (2.202). Sin embargo, se ha optado por poner de manifiesto este hecho dentro del dominio $a-b-c$, ya que así se aportará un mayor significado físico a la exposición.

En (2.75) se definió el vector de tensión en el dominio $a-b-c$ como:

$$\vec{V} = \vec{V}_{\pm} + \vec{V}_h, \quad (2.205)$$

donde el vector \vec{V}_{\pm} englobaba las componentes de tensión de secuencia positiva y negativa, y \vec{V}_h las componentes de secuencia homopolar. Cuando este vector se expresa en el dominio $d-q-z$ se cumple que:

$$v_d = |\vec{V}_{\pm}| \quad ; \quad v_z = |\vec{V}_h|. \quad (2.206)$$

Por tanto, a partir de la expresión (2.199), el vector equivalente de tensión en el dominio $a-b-c$ se podrá expresar como:

$$\vec{V}_e = \begin{bmatrix} v_{ea} \\ v_{eb} \\ v_{ec} \end{bmatrix} = \vec{V}_{\pm} + \frac{1}{\sqrt{k_a}} \vec{V}_h = \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{k_a}} \begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{eh} \\ v_{eh} \\ v_{eh} \end{bmatrix}, \quad (2.207)$$

donde $v_{eh} = v_h / \sqrt{k_a}$.

De la misma forma, el vector de corriente se define como:

$$\vec{I} = \vec{I}_{\pm} + \vec{I}_h. \quad (2.208)$$

En este caso, se cumple que:

$$\sqrt{i_d^2 + i_q^2} = |\vec{I}_{\pm}| \quad ; \quad i_z = |\vec{I}_h|. \quad (2.209)$$

Por tanto, según la expresión (2.195), el vector equivalente de corriente en el dominio $a-b-c$ de puede escribir como:

$$\vec{I}_e = \begin{bmatrix} i_{ea} \\ i_{eb} \\ i_{ec} \end{bmatrix} = \vec{I}_{\pm} + \sqrt{k_a} \vec{I}_{(h)} = \begin{bmatrix} i_{a\pm} \\ i_{b\pm} \\ i_{c\pm} \end{bmatrix} + \sqrt{k_a} \begin{bmatrix} i_h \\ i_h \\ i_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a\pm} \\ i_{b\pm} \\ i_{c\pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{eh} \\ i_{eh} \\ i_{eh} \end{bmatrix}, \quad (2.210)$$

donde $i_{eh} = \sqrt{k_a} i_h$.

A partir de estos vectores, se puede dibujar el circuito de la Figura 2.27, el cual representa el sistema trifásico equivalente en el dominio $a-b-c$.

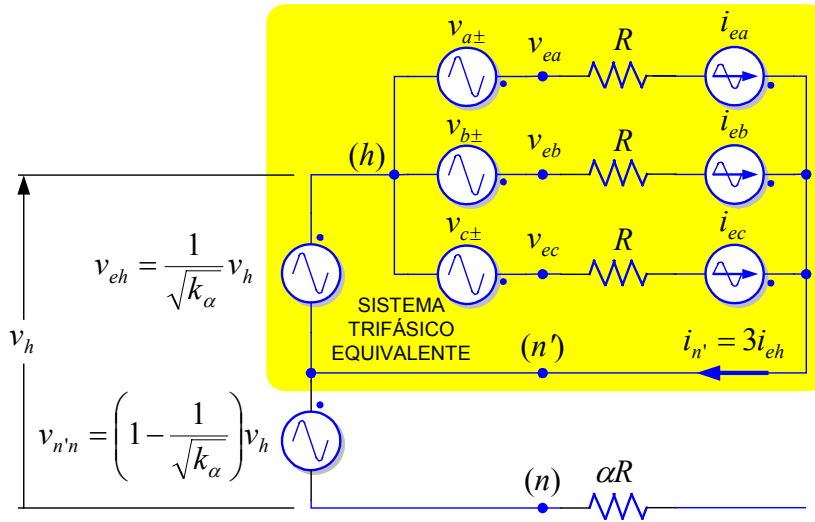


Figura 2.27. Sistema trifásico equivalente.

En la Figura 2.27, las tensiones v_{ea} , v_{eb} y v_{ec} se miden respecto al nodo (n') . En esta figura se aprecia cómo el aumento que experimenta la corriente homopolar, para así incrementar las pérdidas en los tres conductores de fase hasta a llegar a las pérdidas del circuito original, se ve acompañado de una reducción proporcional en la tensión homopolar, para así mantener constante el suministro de potencia activa instantánea. Por tanto, ya sea en lo referente a la potencia activa instantánea suministrada por la fuente, como a las pérdidas en los conductores, este sistema trifásico es equivalente al sistema trifásico original.

La tensión de flotación del neutro del circuito trifásico equivalente (n') respecto al neutro del circuito real (n) vale:

$$v_{n'n} = v_h - v_{eh} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{k_\alpha}}\right) v_h. \quad (2.211)$$

Pasaremos a continuación a expresar los valores colectivos ponderados de tensión y corriente en el dominio a - b - c .

Teniendo en cuenta que:

$$i_{\Sigma\alpha}^2 = \left|\vec{I}_e\right|^2 = i_{ed}^2 + i_{eq}^2 + i_{ez}^2 = i_d^2 + i_q^2 + k_\alpha i_z^2 = i_d^2 + i_q^2 + i_z^2 + 3\alpha i_z^2, \quad (2.212)$$

entonces el cuadrado del valor colectivo ponderado de corriente en el dominio a - b - c puede ser expresado de diferentes maneras, como son:

$$\begin{aligned} i_{\Sigma\alpha}^2 &= i_{ea}^2 + i_{eb}^2 + i_{ec}^2 = \left|\vec{I}_{(\pm)}\right|^2 + k_\alpha \left|\vec{I}_{(h)}\right|^2 \\ &= (i_a - i_h)^2 + (i_b - i_h)^2 + (i_c - i_h)^2 + 3k_\alpha i_h^2 \\ &= i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 + 3(k_\alpha - 1)i_h^2 = i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 + 9\alpha i_h^2 \\ &= i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 + \alpha i_n^2. \end{aligned} \quad (2.213)$$

De la misma forma, teniendo en cuenta que:

$$v_{\Sigma\alpha}^2 = |\vec{V}_e|^2 = v_{ed}^2 + v_{ez}^2 = v_d^2 + \frac{v_z^2}{k_\alpha}, \quad (2.214)$$

entonces el cuadrado del valor colectivo ponderado de tensión en el dominio *a-b-c* puede ser expresado como:

$$\begin{aligned} v_{\Sigma\alpha}^2 &= v_{ea}^2 + v_{eb}^2 + v_{ec}^2 = |\vec{V}_{(\pm)}|^2 + \frac{1}{k_\alpha} |\vec{V}_{(h)}|^2 \\ &= (v_a - v_h)^2 + (v_b - v_h)^2 + (v_c - v_h)^2 + \frac{3}{k_\alpha} v_h^2 \\ &= v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 - 3\left(1 - \frac{1}{k_\alpha}\right) v_h^2 \\ &= v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 - \left(\frac{\alpha}{1+3\alpha}\right) (v_a + v_b + v_c)^2 \\ &= \frac{1}{1+3\alpha} \left[v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 + \alpha (v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.215)$$

Si se define ahora una *tensión de referencia* que vale:

$$v_{ref} = \left(1 - \frac{1}{k_\alpha}\right) v_h = \frac{\alpha}{1+3\alpha} (v_a + v_b + v_c), \quad (2.216)$$

entonces el penúltimo término de la expresión (2.215) se puede escribir como:

$$v_{\Sigma\alpha}^2 = v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 - v_{ref} (v_a + v_b + v_c). \quad (2.217)$$

Reformulando esta última ecuación de la siguiente manera:

$$v_{\Sigma\alpha}^2 = v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 - 2v_{ref} (v_a + v_b + v_c) + v_{ref} (v_a + v_b + v_c) + 3v_{ref}^2 - 3v_{ref}^2, \quad (2.218)$$

se obtiene que:

$$\begin{aligned} v_{\Sigma\alpha}^2 &= (v_a - v_{ref})^2 + (v_b - v_{ref})^2 + (v_c - v_{ref})^2 + \frac{1}{\alpha} v_{ref}^2, \\ v_{\Sigma\alpha}^2 &= \sum_{i=a,b,c} (v_i - v_{ref})^2 + \frac{1}{\alpha} v_{ref}^2. \end{aligned} \quad (2.219)$$

Esta expresión recuerda la propuesta por *Deppenbrock* [2.47] para el caso particular de un sistema un sistema de cuatro conductores, donde ninguno de ellos es tratado como un conductor especial. Sin embargo, en (2.219) existe una importante diferencia, y es que en ella, el conductor de neutro sí se trata como un conductor especial, quedando ponderada su resistencia respecto a la del resto de conductores mediante el coeficiente α .

A partir del valor colectivo ponderado de la tensión, y de su vector equivalente, el vector equivalente de corriente activa en el dominio *a-b-c* se calculará como muestra (2.220).

$$\vec{I}_{epa} = \frac{P_{3\phi}}{|\vec{V}_e|^2} \vec{V}_e = \frac{P_{3\phi}}{u_{\Sigma\alpha}^2} \begin{bmatrix} v_{ea} \\ v_{eb} \\ v_{ec} \end{bmatrix} = g_\alpha \underbrace{\begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix}}_{\vec{I}_{epa\pm}} + \frac{g_\alpha}{\sqrt{k_\alpha}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix}}_{\vec{I}_{epah}} = g_\alpha \left\{ \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{eh} \\ v_{eh} \\ v_{eh} \end{bmatrix} \right\}, \quad (2.220)$$

donde $g_\alpha = p_{3\phi} / v_{\Sigma\alpha}^2$.

La circulación de estas corrientes por el sistema trifásico equivalente da lugar a que las pérdidas en los tres conductores de fase sean mínimas, y a que la potencia activa instantánea suministrada por la fuente sea la misma que cuando circulaban las corrientes originales. La ecuación (2.220) permite pensar en la existencia de una hipotética carga ideal que, alimentada mediante los conductores del sistema trifásico equivalente, dé lugar a que el conjunto (carga más conductores) se comporte como una estrella trifásica equilibrada con conexión a neutro, en la que la conductancia de cada una de sus tres ramas es igual a g_α . La conexión de esta carga ideal origina la circulación de las corrientes activas por el sistema trifásico equivalente. La Figura 2.28 muestra la estrella resultante cuando esta carga ideal es alimentada mediante los conductores del sistema trifásico equivalente.

La expresión (2.202) mostraba la relación entre los vectores de corriente activa, equivalente y real, en el dominio $d-q-z$. Trasladando esta expresión al dominio $a-b-c$, se obtiene que el vector de corriente activa en el sistema trifásico real es:

$$\vec{I}_{pa} = \vec{I}_{epa\pm} + \frac{1}{\sqrt{k_\alpha}} \vec{I}_{epah} = \underbrace{g_\alpha \vec{V}_\pm}_{\vec{I}_{pa\pm}} + \underbrace{\frac{g_\alpha}{k_\alpha} \vec{V}_h}_{\vec{I}_{pah}}, \quad (2.221a)$$

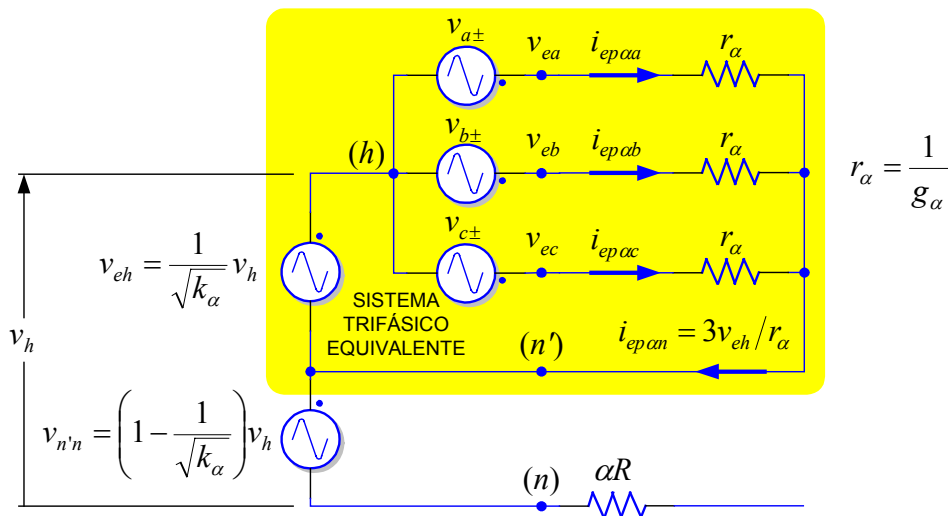


Figura 2.28. Circulación de corrientes activas en el sistema trifásico equivalente.

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{paa\pm} \\ i_{pab\pm} \\ i_{pac\pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{paa\alpha} \\ i_{pab\alpha} \\ i_{pac\alpha} \end{bmatrix} = g_\alpha \begin{bmatrix} v_{a\pm} \\ v_{b\pm} \\ v_{c\pm} \end{bmatrix} + \frac{g_\alpha}{k_\alpha} \begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix}. \quad (2.221b)$$

Recuérdese que estas corrientes activas son las que minimizan las pérdidas en los conductores, y dan lugar a que la fuente suministre la misma potencia activa instantánea que cuando circulaban las corrientes originales. Si se piensa que existe una hipotética carga ideal que, alimentada mediante los conductores del sistema trifásico real, da lugar a la circulación de las corrientes activas, entonces, atendiendo a la eficiencia del suministro, dicha carga será la óptima. Para justificar esta afirmación, basta pensar que la potencia activa instantánea suministrada por la fuente se invierte en cubrir la demanda instantánea de la carga, más las pérdidas en los conductores. Si la carga ideal da lugar a que, para una misma potencia activa instantánea suministrada por la fuente, las pérdidas en los conductores sean mínimas, esto implica que el consumo de potencia activa instantánea asociado a dicha carga es el máximo posible, lo cual, expresado en términos económicos, se traduce en un aumento del beneficio.

Cuando esta carga ideal se alimenta mediante los conductores del sistema trifásico real, el conjunto (carga ideal más conductores) se comporta como una estrella de cuatro ramas conectada a los bornes de la fuente del sistema, y las corrientes circulantes coinciden con las activas. En esta estrella, las tres ramas conectadas a las fases presentan una resistencia r_α , donde $r_\alpha = 1/g_\alpha$. Esto debe resultar evidente, ya que según (2.221), las componentes de secuencia positiva y negativa del vector de tensiones y del vector de corriente activa presentan una relación de proporcionalidad igual a g_α . La rama de la estrella que está conectada al neutro de la fuente presenta una resistencia $r_{n\alpha}$. Pasaremos seguidamente a determinar el valor de esta última resistencia.

Si la estrella anteriormente descrita se conecta a los bornes de la fuente de tensión del sistema trifásico real, la corriente que circula por la rama de neutro es:

$$i_{pan} = \frac{v_h}{\frac{1}{3}r_\alpha + r_{n\alpha}}, \quad (2.222)$$

Según la expresión (2.221b), cuando por las fases del sistema trifásico real circulan las corrientes activas, la corriente en el conductor de neutro vale:

$$i_{pan} = i_{paa} + i_{pab} + i_{pac} = \frac{3}{r_\alpha k_\alpha} v_h. \quad (2.223)$$

Igualando estas dos últimas ecuaciones, y despejando $r_{n\alpha}$ se obtiene que:

$$r_{n\alpha} = \frac{r_\alpha}{3}(k_\alpha - 1) = \alpha r_\alpha. \quad (2.224)$$

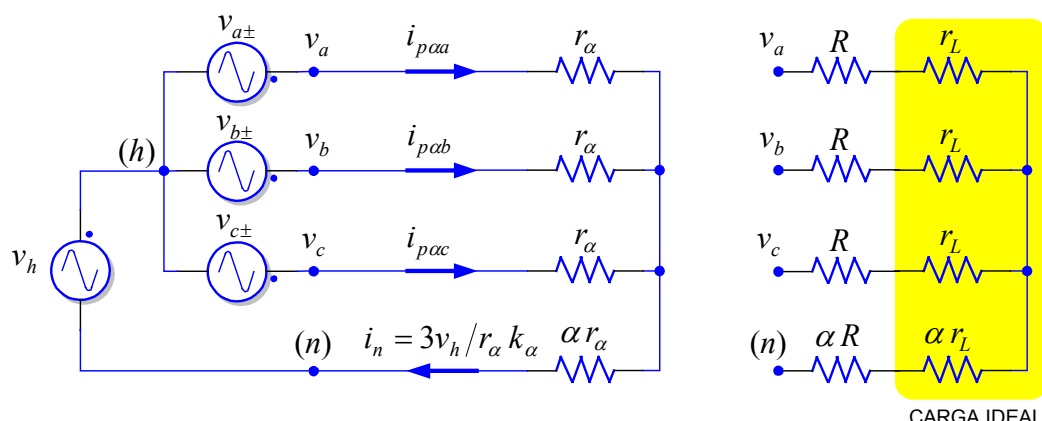


Figura 2.29. Circulación de corrientes activas en el sistema trifásico.

La Figura 2.29 muestra la estrella anteriormente descrita, la cual resulta de la alimentación de una hipotética carga ideal mediante los conductores del sistema trifásico.

Es importante resaltar que la relación entre la resistencia de las ramas de fase (r_α) y de la rama de neutro (αr_α) de la estrella resultante, es igual a la relación entre la resistencia de los conductores de fase (R) y del conductor de neutro (αR). Por tanto, según muestra la Figura 2.29, la hipotética carga ideal a la que anteriormente se hacía alusión, también será una estrella de cuatro ramas, con resistencia r_L en las ramas conectadas a los conductores de fase, y resistencia $r_{Ln} = \alpha r_L$ en la rama conectada al conductor de neutro, cumpliéndose que:

$$r_\alpha = R + r_L \quad ; \quad r_{n\alpha} = R_n + r_{Ln} \quad ; \quad \frac{r_{n\alpha}}{r_\alpha} = \frac{R_n}{R} = \frac{r_{Ln}}{r_L} = \alpha. \quad (2.225)$$

Mediante el uso de la tensión v_{ref} definida en (2.216), las corrientes activas mostradas en (2.221) se pueden expresar de una manera más compacta. Esto es:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix} &= \mathbf{g}_\alpha \begin{bmatrix} v_{a(\pm)} \\ v_{b(\pm)} \\ v_{c(\pm)} \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{g}_\alpha}{k_\alpha} \begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix} = \mathbf{g}_\alpha \begin{bmatrix} v_a - v_h \\ v_b - v_h \\ v_c - v_h \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{g}_\alpha}{k_\alpha} \begin{bmatrix} v_h \\ v_h \\ v_h \end{bmatrix} = \mathbf{g}_\alpha \begin{bmatrix} v_a - (1 - 1/k_\alpha)v_h \\ v_b - (1 - 1/k_\alpha)v_h \\ v_c - (1 - 1/k_\alpha)v_h \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix} &= \frac{P_{3\phi}}{\sum_{i=a,b,c} (v_i - v_{ref})^2 + \frac{1}{\alpha} v_{ref}^2} \begin{bmatrix} v_a - v_{ref} \\ v_b - v_{ref} \\ v_c - v_{ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.226)$$

Esta última ecuación nos permite concebir el sistema trifásico de otro modo, en el cual, las tensiones del sistema no se miden respecto al nodo de neutro (n), que es un nodo físico, sino que, como muestra la Figura 2.30, éstas se encuentran referenciadas a un nodo virtual (r). En esta figura, se ha supuesto que por el sistema circulan las corrientes activas.

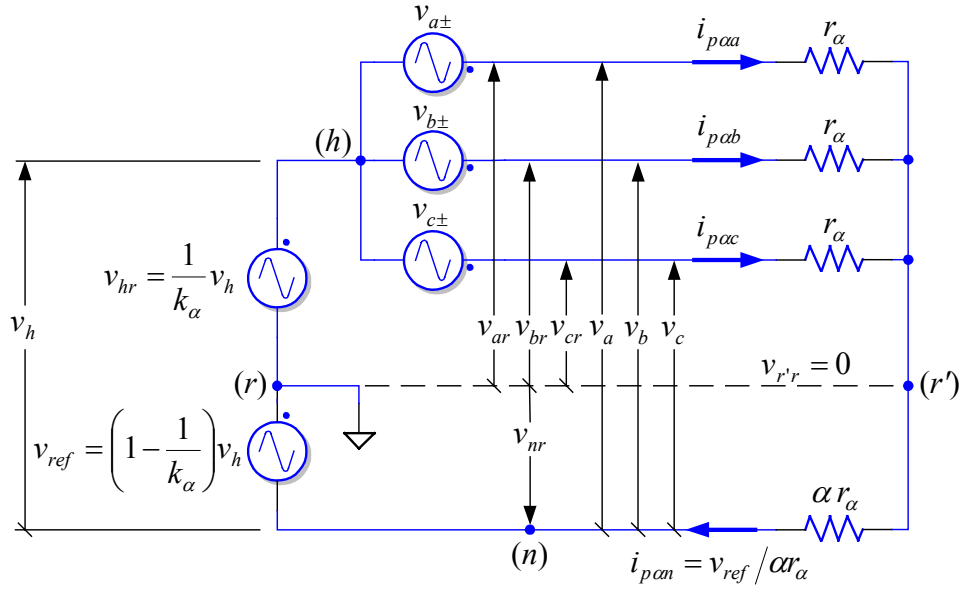


Figura 2.30. Sistema trifásico referenciado al nodo (r) .

Considerando esta nueva referencia de tensiones, la ecuación (2.226) puede ser rescrita como:

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix} = \frac{P_{3\phi}}{\sum_{i=a,b,c} v_{ir}^2 + \frac{1}{\alpha} v_{nr}^2} \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} = g_{\alpha} \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix}, \quad (2.227)$$

donde $v_{nr} = -v_{ref}$.

En esta ecuación, se aprecia como las corrientes activas de las fases y las tensiones v_{ar} , v_{br} , v_{cr} guardan una relación de proporcionalidad que es igual a $g_{\alpha} = 1/r_{\alpha}$. Esto implica que los nodos (r) y (r') se encuentran conectados virtualmente, es decir, $v_{r'r} = 0$. Según esto, la corriente de neutro activa, i_{pan} , y la tensión v_{ref} guardarán una relación de proporcionalidad igual a $1/\alpha r_{\alpha}$. Para comprobar esto último, basta con sumar las tres corrientes activas de la ecuación (2.227), obteniéndose:

$$\begin{aligned} i_{pan} &= i_{paa} + i_{pab} + i_{pac} = g_{\alpha} (v_{ar} + v_{br} + v_{cr}) \\ &= g_{\alpha} (v_a + v_b + v_c - 3v_{ref}) = \frac{3}{r_{\alpha}} (v_h - v_{ref}) = \frac{3}{r_{\alpha} (k_{\alpha} - 1)} v_{ref} = \frac{v_{ref}}{\alpha r_{\alpha}}. \end{aligned} \quad (2.228)$$

La ecuación (2.227) recuerda mucho a la propuesta por *Depenbrock* para el cálculo de las corrientes activas (*corrientes de potencia* en su denominación original) en un sistema de cuatro hilos [2.47]. La principal diferencia entre ambas ecuaciones estriba en que, en (2.227), el nodo de referencia (r) variará su posición respecto al nodo de neutro (n) en función de la relación existente entre la resistencia del conductor de neutro y la resistencia de los conductores de las fases (coeficiente α). De hecho, como se verá seguidamente, la ecuación propuesta por *Depenbrock* para el cálculo de las corrientes activas no es más que un caso particular de la ecuación (2.227).

2.7.1. Compensación de corrientes en el lado de carga

En las disquisiciones realizadas hasta el momento, las corrientes activas se han estudiado desde la perspectiva de la fuente del sistema. Bajo este punto de vista, para que unas determinadas corrientes en el lado de fuente se conviertan en sus correspondientes corrientes activas, es necesario modificar el consumo de potencia activa instantánea de la carga. Este enfoque pretende optimizar el consumo de la potencia activa instantánea suministrada por la fuente.

La compensación de la potencia instantánea consumida por una carga genérica persigue otro objetivo distinto. Cuando se utiliza un acondicionador de corrientes en el lado de carga, lo que se pretende es satisfacer la demanda de potencia instantánea de dicha carga, minimizando las pérdidas en los conductores que alimentan a la misma. Con este enfoque, lo que se pretende es minimizar la potencia activa instantánea suministrada por la fuente.

En la Figura 2.31 se muestra la conexión de un acondicionador (SAPF – *Shunt Active Power Filter*) en extremos de la carga. En este caso, se ha supuesto que los conductores de alimentación presentan una resistencia R en las fases, y λR en el neutro. En esta figura, las tensiones v_{La} , v_{Lb} y v_{Lc} se miden respecto al nodo de neutro en el lado de carga (n_L).

En el algoritmo de control del acondicionador de la Figura 2.31 existirá un parámetro α que surge de la estimación de la relación existente entre la resistencia de los conductores de fase y del conductor de neutro. En función del valor asignado al parámetro α , las corrientes que alimentan al conjunto acondicionador-carga tomarán diferentes apariencias. Con independencia del valor que adopte el parámetro α , la potencia activa instantánea suministrada por la fuente se invertirá en cubrir las pérdidas en los conductores, y en satisfacer los requisitos de potencia activa instantánea de la carga. A raíz de esta conservación de la potencia activa instantánea,

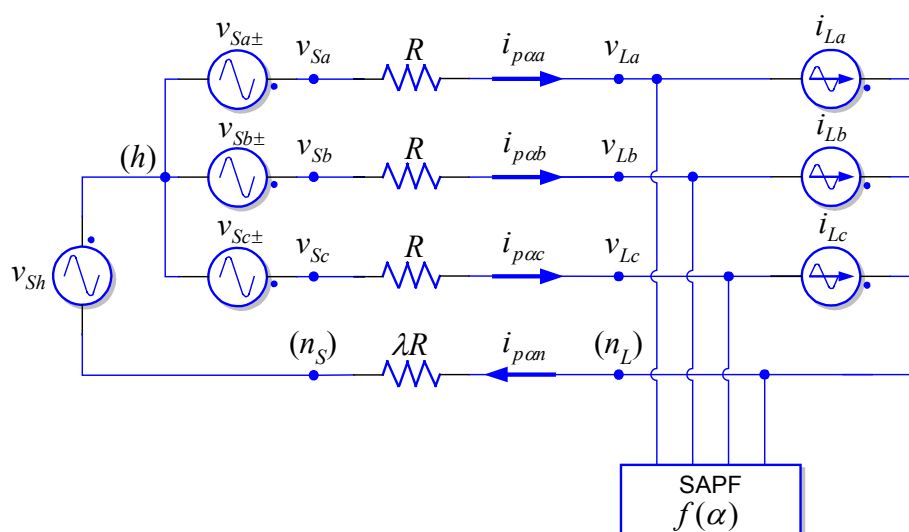


Figura 2.31. Compensación de corriente teniendo en cuenta las pérdidas en los conductores.

se podrá utilizar un acondicionador sin almacenamiento de energía.

Si las expresiones que determinan las corrientes activas se aplican en el lado de carga, se tiene que:

$$v_{Lk}^{(k=a,b,c)} = v_{Lk\pm} + v_{Lh} \quad , \quad v_{Lh} = \frac{1}{3} \sum_{k=a,b,c} v_{Lk} \quad , \quad k_a = 1 + 3\alpha \quad , \quad (2.229a)$$

$$v_{Lref} = \left(1 - \frac{1}{k_a}\right) v_{Lh} \quad , \quad (2.229b)$$

$$v_{L\Sigma a}^2 = \sum_{k=a,b,c} \left(v_{Lk} - v_{Lref} \right)^2 + \frac{1}{\alpha} v_{Lref}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} p_{L3\phi} = v_{La}i_{La} + v_{Lb}i_{Lb} + v_{Lc}i_{Lc} \\ g_L = \frac{p_{L3\phi}}{v_{L\Sigma a}^2} \quad , \quad r_L = \frac{1}{g_L} \end{array} \right. \quad (2.229c)$$

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix} = g_L \begin{bmatrix} v_{La} - v_{Lref} \\ v_{Lb} - v_{Lref} \\ v_{Lc} - v_{Lref} \end{bmatrix} \quad , \quad i_{pan} = \frac{1}{\alpha r_L} v_{Lref} \quad . \quad (2.229d)$$

Pasemos a continuación a evaluar cómo serían las corrientes activas resultantes de la acción de este acondicionador, en el cual, su algoritmo de control viene regido por las expresiones de (2.229).

Si en el algoritmo de control del acondicionador se hace que $\alpha = 0$, entonces se tendrá que $k_a = 1$, lo que implica que:

$$v_{Lref(\alpha=0)} = \left(1 - \frac{1}{k_a}\right) v_{Lh} = 0 \quad , \quad (2.230a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix}_{(\alpha=0)} = \frac{p_{L3\phi}}{\sum_{k=a,b,c} v_{Lk}^2} \begin{bmatrix} v_{La} \\ v_{Lb} \\ v_{Lc} \end{bmatrix} = \frac{1}{r_{L(\alpha=0)}} \begin{bmatrix} v_{La} \\ v_{Lb} \\ v_{Lc} \end{bmatrix} \quad , \quad (2.230b)$$

$$i_{pan(\alpha=0)} = \frac{1}{\alpha r_{L(\alpha=0)}} v_{ref} = \frac{0}{0} \quad ; \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} i_{pan(\alpha=0)} = \frac{3}{r_{L(\alpha=0)}} v_{Lh} = \frac{v_{La} + v_{Lb} + v_{Lc}}{r_{L(\alpha=0)}} \quad . \quad (2.230c)$$

Las corrientes de (2.230b) ya se mostraron en (2.95), y coinciden con las que se obtendrían si se aplicasen las teorías propuestas por *Willems* [2.39], *Nabae* [2.41], *Peng* [2.50], *Kim* [2.44], o la estrategia *S2*, para la determinación de las corrientes activas de la carga. El resultado obtenido es lógico, ya que se está suponiendo que el conductor de neutro no da lugar a pérdidas, por lo que no se establece ninguna restricción respecto a la corriente que circulará por el mismo. Por tanto, las corrientes por los conductores de fase serán proporcionales a las tensiones de fase (medidas éstas respecto al nodo de neutro n_L). En la Figura 2.32 se muestra la carga acondicionada resultante cuando $\alpha = 0$.

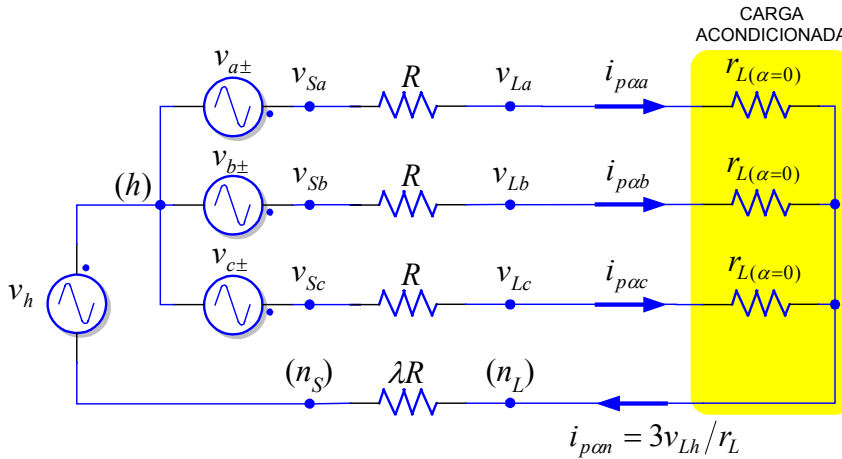


Figura 2.32. Carga acondicionada cuando $\alpha = 0$.

Si en el algoritmo de control del acondicionador se hace que $\alpha = \infty$, entonces se tendrá que $k_\alpha = \infty$, lo que implica que:

$$v_{Lref(\alpha=\infty)} = \left(1 - \frac{1}{k_\alpha}\right)v_{Lh} = v_{Lh}, \tag{2.231a}$$

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix}_{(\alpha=\infty)} = \frac{P_{L3\phi}}{\sum_{k=a,b,c} v_{Lk\pm}^2} \begin{bmatrix} v_{La\pm} \\ v_{Lb\pm} \\ v_{Lc\pm} \end{bmatrix} = \frac{1}{r_{L(\alpha=\infty)}} \begin{bmatrix} v_{La\pm} \\ v_{Lb\pm} \\ v_{Lc\pm} \end{bmatrix}, \tag{2.231b}$$

$$i_{pan(\alpha=\infty)} = \frac{1}{\alpha r_{L(\alpha=\infty)}} v_{Lref} = 0. \tag{2.231c}$$

Las corrientes de (2.231b) ya se mostraron en (2.81), y coinciden con las que se obtendrían si se aplicase la teoría $p-q$ propuesta por Akagi [2.34], o la estrategia S3, para la determinación de las corrientes activas de la carga. El resultado vuelve a ser lógico, ya que haciendo $\alpha = \infty$ se está suponiendo que el conductor de neutro tiene

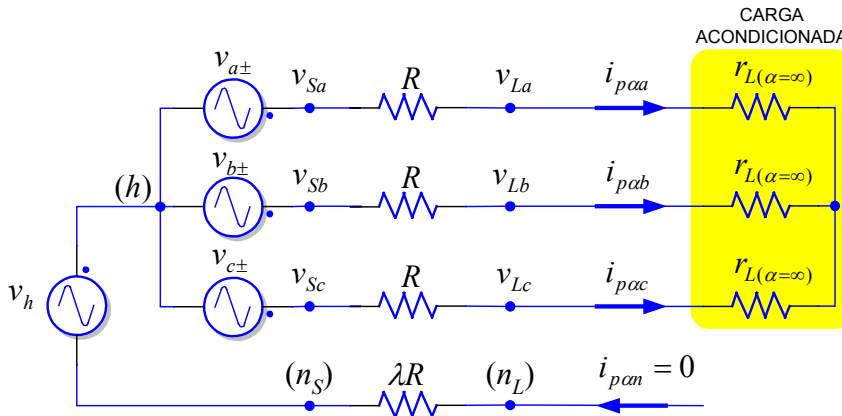


Figura 2.33. Carga acondicionada cuando $\alpha = \infty$.

resistencia infinita, por lo que cualquier circulación de corriente a través del mismo daría igual a pérdidas de potencia infinitas. Por este motivo, se anula la circulación de corriente en dicho conductor. La Figura 2.33 muestra la carga acondicionada resultante cuando $\alpha = \infty$.

Si en el algoritmo de control se hace que $\alpha = 1$, entonces se tendrá que $k_\alpha = 4$, lo que implica que:

$$v_{Lref(\alpha=1)} = \left(1 - \frac{1}{k_\alpha}\right) v_{Lh} = \frac{3}{4} v_{Lh} = \frac{1}{4} (v_{La} + v_{Lb} + v_{Lc}), \quad (2.232a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix}_{(\alpha=1)} = \frac{p_{L3\phi}}{\sum_{k=a,b,c} (v_{Lk} - v_{Lref})^2 + v_{Lref}^2} \begin{bmatrix} v_{La} - v_{Lref} \\ v_{Lb} - v_{Lref} \\ v_{Lc} - v_{Lref} \end{bmatrix}. \quad (2.232b)$$

Como las tensiones referenciadas al nodo virtual del lado de carga son:

$$v_{Lir} \quad (k=a,b,c,n) = v_{Lk} - v_{Lref}, \quad (2.232c)$$

entonces:

$$\begin{bmatrix} i_{paa} \\ i_{pab} \\ i_{pac} \end{bmatrix}_{(\alpha=1)} = \frac{p_{L3\phi}}{\sum_{k=a,b,c,n} v_{Lkr}^2} \begin{bmatrix} v_{Lar} \\ v_{Lbr} \\ v_{Lcr} \end{bmatrix} = \frac{1}{r_{L(\alpha=1)}} \begin{bmatrix} v_{Lar} \\ v_{Lbr} \\ v_{Lcr} \end{bmatrix} \quad (2.232d)$$

$$i_{pan(\alpha=1)} = \frac{1}{\alpha r_{L(\alpha=1)}} v_{Lref} = \frac{v_{Lref}}{r_{L(\alpha=1)}}. \quad (2.232e)$$

Estas corrientes coinciden con las que se obtendrían si se aplicase la teoría propuesta por *Depenbrock* [2.27] para la determinación de las corrientes activas de la carga. En este caso, se supone que existen cuatro conductores iguales para la trasmisión de energía de fuente a carga. Este enfoque asume que se está trabajando con un sistema

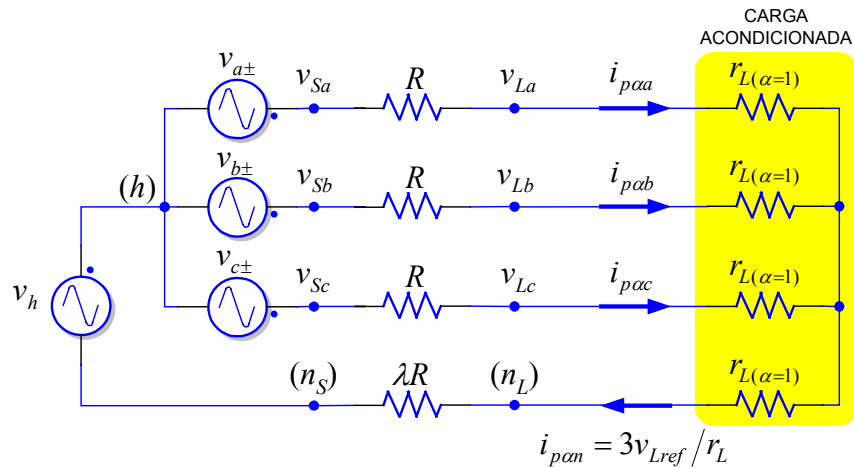


Figura 2.34. Carga acondicionada cuando $\alpha = 1$.

de cuatro fases, por lo que el conductor de neutro pasa a ser una fase más del sistema (sin ninguna diferencia). Consiguientemente, la carga acondicionada presentará un comportamiento resistivo equilibrado, es decir, estará formada por cuatro resistencias iguales. Las corrientes en los cuatro conductores serán proporcionales a sus respectivas tensiones de fase, entendiendo que estas tensiones de fase se miden respecto a un nodo virtual. En la Figura 2.34 se muestra la carga acondicionada resultante cuando $\alpha = 1$.

Según lo expuesto en este Apartado, ninguna de las estrategias de compensación mostradas anteriormente consigue un suministro óptimo de energía por parte la fuente. Sin necesidad de repetir ecuaciones, se debe entender que cuando en el algoritmo de control del acondicionador se hace $\alpha = \lambda$, la carga acondicionada resultante toma la apariencia mostrada en la Figura 2.35. Cuando se utiliza una estrategia de compensación instantánea, esta carga acondicionada consigue la máxima eficiencia en el sistema de suministro, ya que minimiza las pérdidas en los conductores, y por tanto, la potencia activa instantánea suministrada por la fuente es mínima.

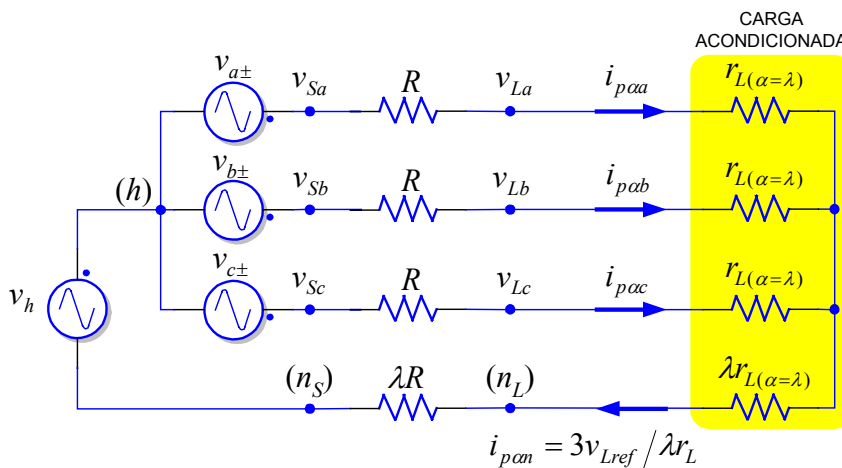


Figura 2.35. Carga acondicionada cuando $\alpha = \lambda$.

2.8. Actualización de las estrategias de compensación en el dominio $d-q-z$

La definición del sistema trifásico equivalente, y de sus correspondientes vectores equivalentes de tensión y corriente, ha conducido a la obtención del algoritmo mostrado en (2.229), mediante el cual se obtienen las corrientes activas asociadas a una carga genérica alimentada por un sistema trifásico de cuatro hilos. Este algoritmo, trabajando en el dominio $a-b-c$, tiene en cuenta las pérdidas de potencia originadas en el conductor de neutro. En la Figura 2.9, se mostró un sistema de control para el acondicionador de corriente que se apoyaba directamente en la teoría de potencia instantánea en el dominio $d-q-z$. En dicho sistema de control, mediante la selección de las referencias de potencia instantánea y de tensión útil en el lado de fuente, era posible establecer una amplia variedad de estrategias de compensación de

las corrientes de carga. Sin embargo, en la concepción de ese sistema de control, no se tuvo en cuenta la influencia de la resistencia particular del conductor de neutro. En este Apartado, se actualizará el mencionado sistema de control para que trabaje sobre el sistema trifásico equivalente. La superioridad conceptual de la teoría de potencia instantánea en el dominio $d-q-z$, respecto a los algoritmos de obtención de las corrientes activas mostrados en (2.229) o (2.202), permitirá que el controlador resultante disponga de más grados de libertad a la hora de establecer las características deseables en las corrientes circulantes en el lado de fuente. A continuación se expondrá la estructura del sistema de control actualizado que se muestra en la Figura 2.36. Como se puede apreciar, la única diferencia existente entre este diagrama de control, respecto al que se mostró en la Figura 2.9, consiste en la inclusión de unos bloques ($[T_{\alpha v}]$, $[T_{\alpha i}]$) que transforman los vectores de tensión y corriente de carga en sus correspondientes vectores equivalentes. De esta forma, las estrategias de compensación se aplicarán realmente sobre el sistema trifásico equivalente. Finalmente, las referencias de corriente obtenidas en el sistema trifásico equivalente serán convertidas en referencias reales mediante el bloque $[T_{\alpha i}]^{-1}$. En pos de una mayor claridad en la exposición, a continuación se reescribirán algunas expresiones que ya han aparecido anteriormente.

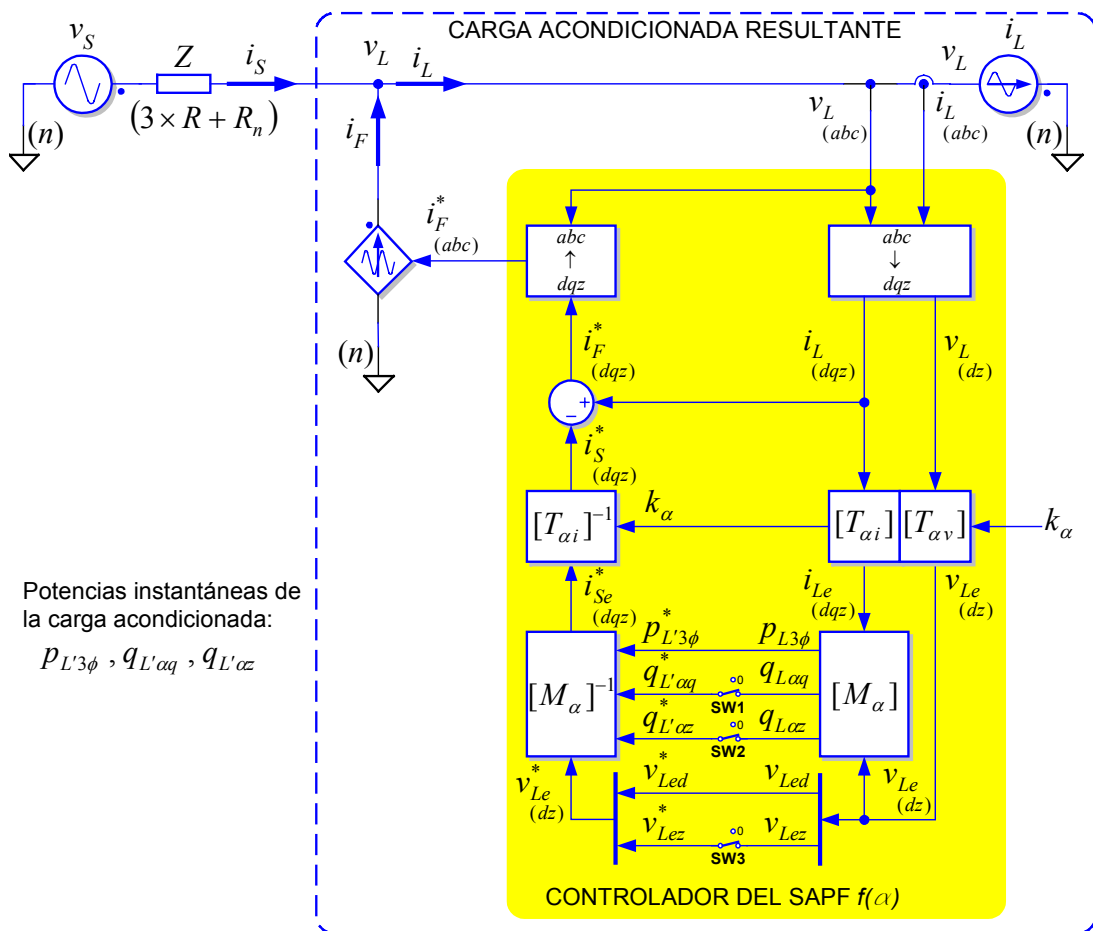


Figura 2.36. Sistema de acondicionamiento de corriente en el dominio $d-q-z$ considerando la influencia del conductor de neutro

Si los vectores (reales) de tensión y corriente asociados a la carga son:

$$\vec{V}_L = [v_{Ld} \quad 0 \quad v_{Lz}]^T ; \quad \vec{I}_L = [i_{Ld} \quad i_{Lq} \quad i_{Lz}]^T, \quad (2.233)$$

entonces, los vectores equivalentes de tensión y corriente vendrán definidos por:

$$\vec{V}_{Le} = \begin{bmatrix} v_{Led} \\ 0 \\ v_{Lez} \end{bmatrix} = [T_{\alpha v}] \vec{V}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Ld} \\ 0 \\ v_{Lz} \end{bmatrix}, \quad (2.234a)$$

$$\vec{I}_{Le} = \begin{bmatrix} i_{Led} \\ i_{Leq} \\ i_{Lez} \end{bmatrix} = [T_{\alpha i}] \vec{I}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{k_\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Ld} \\ i_{Lq} \\ i_{Lz} \end{bmatrix}, \quad (2.234b)$$

donde $k_\alpha = 1 + 3\alpha$ se determina a partir de la estimación de la resistencia de los conductores que alimentan a la carga ($\alpha = R_n/R$).

Como se puede apreciar en la Figura 2.36, el parámetro k_α pasa a ser ahora una entrada del sistema de control, y en función del valor que se asigne a la misma, se variará el papel desempeñado por el conductor de neutro en la compensación de las corrientes de carga.

A partir de (2.234), las potencias instantáneas asociadas a la carga se calculan mediante:

$$\begin{bmatrix} p_{L3\phi} \\ q_{L\alpha q} \\ q_{L\alpha z} \end{bmatrix} = [M_\alpha] \vec{I}_{Le}, \quad (2.235a)$$

donde:

$$[M_\alpha] = \begin{bmatrix} v_{Led} & 0 & v_{Lez} \\ 0 & -v_{Ledz} & 0 \\ v_{Lez} & 0 & -v_{Led} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad v_{Ledz} = \sqrt{v_{Led}^2 + v_{Lez}^2}. \quad (2.235b)$$

En el sistema de acondicionamiento de la Figura 2.36, suponiendo que las corrientes de referencia serán fielmente seguidas por el acondicionador, las corrientes equivalentes en el lado de fuente valdrán:

$$\vec{I}_{Se} = \begin{bmatrix} i_{Sed} \\ i_{Seq} \\ i_{Sez} \end{bmatrix} = [M_\alpha]^{-1} \begin{bmatrix} p_{L'3\phi}^* \\ q_{L'aq}^* \\ q_{L'az}^* \end{bmatrix}, \quad \text{donde} \quad [M_\alpha]^{-1} = \frac{1}{v_{Ledz}^2} \begin{bmatrix} v_{Led} & 0 & v_{Lez} \\ 0 & -v_{Ledz} & 0 \\ v_{Lez} & 0 & -v_{Led} \end{bmatrix}. \quad (2.236)$$

En (2.236), las potencias nombradas como $p_{L'3\phi}^*$, $q_{L'aq}^*$ y $q_{L'az}^*$, representan las potencias instantáneas que debería desarrollar la carga acondicionada resultante de cada estrategia de compensación, entendiendo que dicha carga estará constituida por la carga real, más el acondicionador de corriente.

Expandiendo (2.236) se obtiene que:

$$i_{Sed} = \frac{v_{Led}}{v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^* + \frac{v_{Lez}}{v_{Ledz}^2} q_{L'az}^* \quad (2.237a)$$

$$i_{Seq} = -\frac{1}{v_{Ledz}} q_{L'aq}^* \quad (2.237b)$$

$$i_{Sez} = \frac{v_{Lez}}{v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^* - \frac{v_{Led}}{v_{Ledz}^2} q_{L'az}^* \quad (2.237c)$$

Convirtiendo estas corrientes equivalentes en las corrientes reales del lado de fuente se llega a las siguientes expresiones:

$$i_{Sd} = \underbrace{\frac{v_{Ld}}{v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^*}_{i_{Spd}} + \underbrace{\frac{v_{Lz}}{\sqrt{k_\alpha} v_{Ledz}^2} q_{L'az}^*}_{i_{Srd}} \quad (2.238a)$$

$$i_{Sq} = -\frac{1}{v_{Ledz}} q_{L'aq}^* \quad (2.238b)$$

$$i_{Sz} = \underbrace{\frac{v_{Lz}}{k_\alpha v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^*}_{i_{Spz}} - \underbrace{\frac{v_{Ld}}{\sqrt{k_\alpha} v_{Ledz}^2} q_{L'az}^*}_{i_{Srz}} \quad (2.238c)$$

A partir de (2.238), la potencia instantánea consumida por la carga acondicionada en cada una de las fases del sistema transformado al dominio d - q - z será:

$$p_{L'd} = v_{Ld} i_{Sd} = \underbrace{\frac{v_{Ld}^2}{v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^*}_{P_{L'pd}} + \underbrace{\frac{v_{Ld} v_{Lz}}{\sqrt{k_\alpha} v_{Ledz}^2} q_{L'az}^*}_{P_{L'rd}} \quad (2.239a)$$

$$p_{L'q} = v_{Lq} i_{Sq} = 0 \quad (2.239b)$$

$$p_{L'z} = v_{Lz} i_{Sz} = \underbrace{\frac{v_{Lz}^2}{k_\alpha v_{Ledz}^2} p_{L'3\phi}^*}_{P_{L'pz}} - \underbrace{\frac{v_{Ld} v_{Lz}}{\sqrt{k_\alpha} v_{Ledz}^2} q_{L'az}^*}_{P_{L'rz}} \quad (2.239c)$$

En (2.238) se observa como la potencia $q_{L'az}^*$ está ligada a las corrientes normales, de secuencia positiva y negativa, que circularán desde el lado de fuente, i_{Sq} . Según muestra (2.239), estas corrientes no dan lugar a consumo de potencia activa instantánea por parte de la carga, y únicamente originan un intercambio de energía entre las fases, y pérdidas en los conductores que alimentan a dicha carga. En (2.238) también se aprecia como $q_{L'az}^*$ está relacionada con cierta fracción de las corrientes directas, de secuencia positiva y negativa, i_{Srd} , y de las corrientes de secuencia homopolar, i_{Srz} , que circulan desde el lado de fuente. En (2.239) se evidencia como

dichas corrientes dan lugar a que la carga acondicionada consuma unas potencias instantáneas ($p_{L'rd}$ y $p_{L'rz}$) que se contrarrestan entre sí, por lo que no darán lugar a un consumo neto de potencia activa instantánea por parte de dicha carga acondicionada, y únicamente originan un intercambio de energía entre el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar, el cual estará acompañado de las correspondientes pérdidas en los conductores que alimentan a dicha carga. Lógicamente, para conseguir un suministro óptimo será necesario que $q_{L'rq}^* = 0$ y $q_{L'rz}^* = 0$.

En (2.238), las componentes de corriente que dan lugar a la transferencia de energía hacia la carga coinciden con las corrientes activas, es decir:

$$\vec{I}_{Sp} = \begin{bmatrix} i_{Spd} \\ 0 \\ i_{Spz} \end{bmatrix} = \frac{P_{L'3\phi}^*}{v_{Ledz}^2} \begin{bmatrix} v_{Ld} \\ 0 \\ v_{Lz}/k_\alpha \end{bmatrix} = [T_{ai}]^{-1} g_\alpha [T_{av}] \vec{V}_L \quad (2.240)$$

Como se expuso en los Apartados 2.6 y 2.7, para que las corrientes activas calculadas mediante (2.240) den lugar a un suministro óptimo de potencia activa instantánea por parte de la fuente, es decir, con las mínimas pérdidas en los conductores que alimentan a la carga, es preciso que el coeficiente k_α refleje con exactitud la relación entre la resistencia de los conductores de fase y la del conductor de neutro.

En los resultados de simulación que se mostrarán a continuación, se ha establecido que la relación entre la resistencia de los conductores de fase y la resistencia del conductor de neutro es $\alpha = R_n/R = 3$. Según esto, el cálculo de las diferentes potencias instantáneas asociadas a la carga acondicionada debe realizarse mediante:

$$\begin{bmatrix} P_{L'3\phi} \\ q_{L'rq} \\ q_{L'rz} \end{bmatrix} = [M_{\alpha=3}] \vec{I}_{Se(\alpha=3)}. \quad (2.241)$$

Las potencias imaginarias calculadas mediante (2.411) serán las que reflejen realmente el detrimento en la eficiencia de suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente respecto a la situación óptima. Por este motivo, en las diferentes estrategias de compensación que se mostrarán a continuación, para poder comparar las corrientes acondicionadas, con las corrientes que circularían en la situación óptima, las potencias instantáneas que aparecerán representadas en los oscilogramas de cada estrategia de compensación se calcularán mediante la expresión (2.241).

En la Figura 2.37 se muestran las formas de onda de tensión, corriente y potencia asociadas a la carga no acondicionada. En estas formas de onda se aprecia como las tensiones y corrientes se encuentran severamente desequilibradas.

Pasaremos a continuación a evaluar el resultado de las estrategias de compensación más representativas del sistema de control de la Figura 2.36.

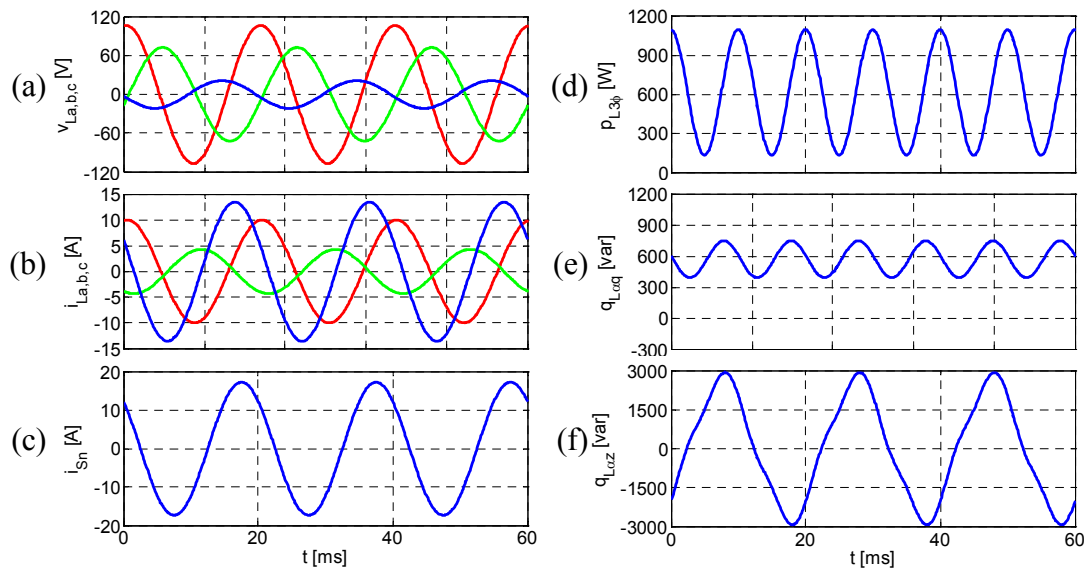


Figura 2.37. Tensiones, corrientes y potencias de la carga no acondicionada.

(SA1) Estrategia instantánea de cancelación de la corriente no activa considerando resistencia nula en el conductor de neutro ($SW1=0$, $SW2=0$, $SW3=1$, $\alpha=0$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada corresponderá a la mostrada en la Figura 2.32. En este caso se tiene que $k_\alpha = 1 + 3 \cdot 0 = 1$. Esta estrategia de compensación es equivalente a la estrategia S2 expuesta en el Apartado 2.5, la cual ofrece los mismos resultados que se obtendrían si se cancelasen las potencias imaginarias mediante un compensador basado en las teorías de *Nabae* [2.41], *Peng* [2.50], o *Kim* [2.44].

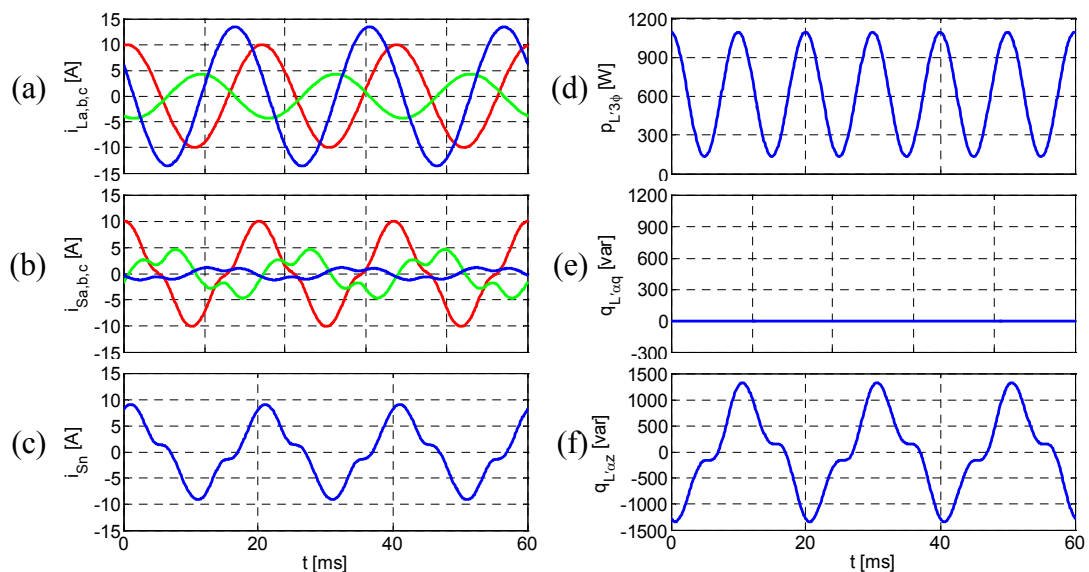


Figura 2.38. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $q_{L,aq}^* = 0$, $q_{L,az}^* = 0$ y $\alpha = 0$.

En la Figura 2.38 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación. Se puede observar como el error cometido en la estimación del coeficiente α del sistema de transmisión da lugar a que las corrientes activas calculadas no coincidan con las óptimas, lo que se traduce en que la potencia imaginaria instantánea $q_{L'az}$ de la carga acondicionada no sea nula.

(SA2) Estrategia instantánea de cancelación de la corriente no activa considerando igual resistencia en los conductores de fase y de neutro (SW1=0, SW2=0, SW3=1, $\alpha=1$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada corresponderá a la mostrada en la Figura 2.34. En este caso se tiene que $k_\alpha = 1 + 3 \cdot 1 = 4$. Es decir, en esta estrategia de compensación se informa al acondicionador de que el conductor de neutro es equivalente a los conductores de fase en lo referente a su capacidad de suministro de potencia activa hacia la carga.

Lógicamente, esta estrategia de compensación ofrece los mismos resultados que se obtendrían si se aplicase el método *FBD* propuesto por *Depenbrock* [2.27] para la determinación de las corrientes activas de la carga.

En la Figura 2.39 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación. Nuevamente, el error cometido en la estimación del coeficiente α del sistema de transmisión da lugar a que las corrientes activas calculadas no coincidan con las óptimas, por lo que la potencia imaginaria instantánea $q_{L'az}$ de la carga acondicionada no es nula.

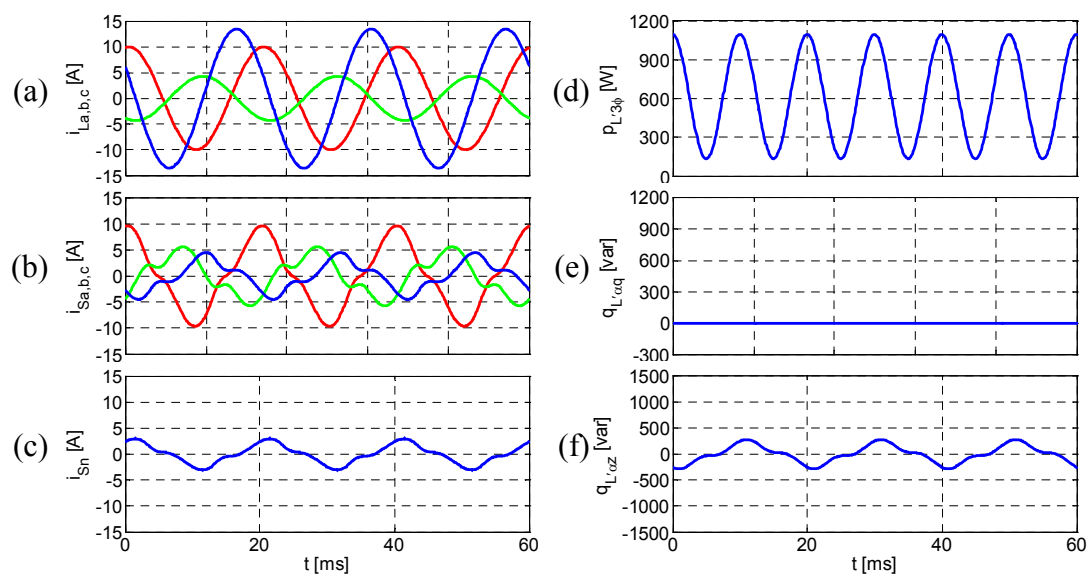


Figura 2.39. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $q_{L'aq}^* = 0$, $q_{L'az}^* = 0$ y $\alpha = 1$.

(SA3) Estrategia instantánea de cancelación de la corriente no activa considerando la resistencia real de los conductores de fase y de neutro (SW1=0, SW2=0, SW3=1, $\alpha=\lambda$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada corresponderá a la mostrada en la Figura 2.35. En el caso particular que se está simulando, se ha considerado que $\lambda = 3$, por lo que se tendrá que $k_\alpha = 1 + 3 \cdot 3 = 10$.

Esta estrategia de compensación ofrece resultados óptimos, dando lugar a las mínimas pérdidas en el sistema de transmisión cuando se utiliza un acondicionador sin almacenamiento de energía. En la Figura 2.40 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación. Se puede observar como ahora la totalidad de la potencia imaginaria instantánea asociada a la carga acondicionada es permanentemente nula.

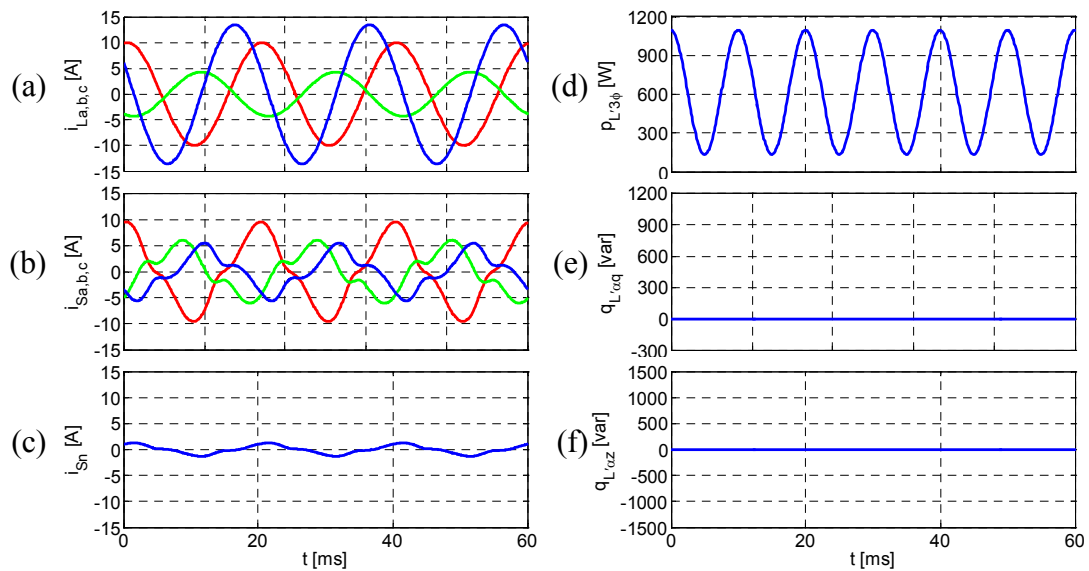


Figura 2.40. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $q_{L'\alpha q}^* = 0$, $q_{L'\alpha z}^* = 0$ y $\alpha = 3$.

(SA4) Estrategia instantánea de cancelación de la corriente no activa considerando resistencia infinita en el conductor de neutro (SW1=0, SW2=0, SW3=0)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada corresponderá a la mostrada en la Figura 2.33. En este caso se considera que $k_\alpha = 1 + 3 \cdot \infty = \infty$. Este valor de k_α implicaría que $v_{L\alpha z} = v_{Lz} / \sqrt{k_\alpha} = 0$, por lo que para implementar dicha estrategia en el controlador de la Figura 2.36 basta con hacer $SW3=0$, siendo así indiferente el valor que se le asigne realmente al coeficiente k_α . Es importante

resaltar que en este caso es imprescindible que $q_{L'az}^* = 0$, ya que en otro caso, como muestra (2.236) la componente i_{Sz} no sería nula.

Esta estrategia de compensación es equivalente a la estrategia *S3* expuesta en el Apartado 2.5, la cual ofrece los mismos resultados que se obtendrían si se cancelasen las potencias imaginarias mediante un compensador basado en la teoría *p-q* de Akagi [2.35].

En la Figura 2.41 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación. Nuevamente, el hecho de que las corrientes circulantes en el lado de fuente no coincidan con las óptimas, da lugar a que la potencia imaginaria instantánea $q_{L'az}$ de la carga acondicionada no sea nula.

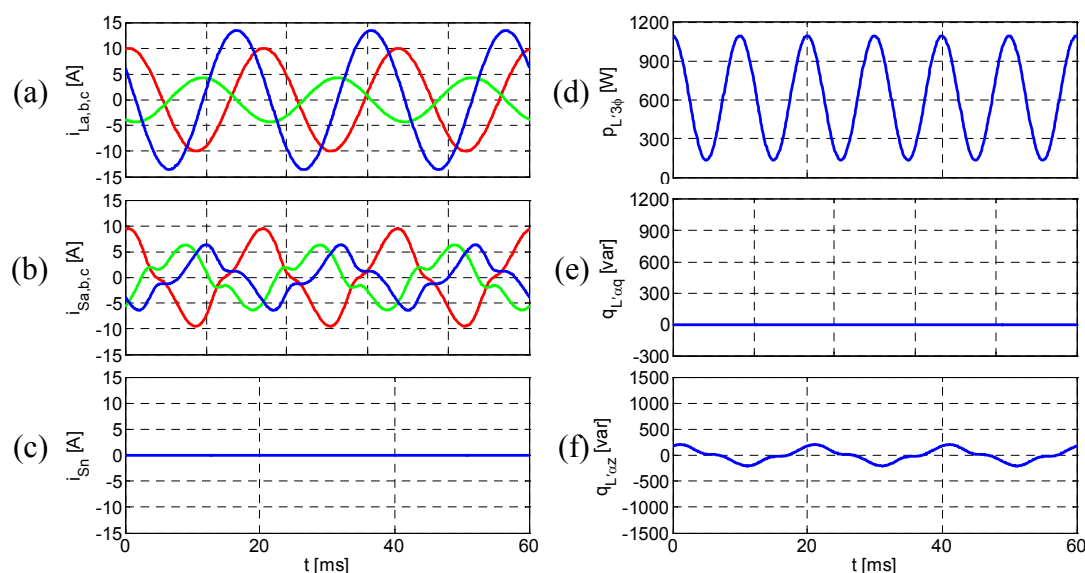


Figura 2.41. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $q_{L'αq}^* = 0$, $q_{L'az}^* = 0$ y $v_{Lez}^* = 0$.

Llegados a este punto, se habrían expuesto las estrategias de compensación instantánea más representativas del nuevo sistema de acondicionamiento. Para implementar las estrategias de compensación promediadas en el sistema de la Figura 2.36, bastaría con sustituir el bloque nombrado como $[M_α]^{-1}$ por aquél otro que se mostró en la Figura 2.17. Hay que resaltar que ahora, este nuevo bloque de control trabajará con las variables del sistema trifásico equivalente, en lugar de con las variables del sistema real. Como es sabido, las estrategias de compensación promediadas dan lugar a un valor colectivo de corriente menor que el que se obtiene con las estrategias de compensación instantánea, sin embargo, para llevar a la práctica dichas estrategias de compensación promediadas es preciso que el acondicionador de potencia sea capaz de intercambiar energía con la red, es decir, ya no se trataría de un acondicionador sin almacenamiento de energía.

Seguidamente se mostrarán las corrientes resultantes de la acción del acondicionador cuando se usa este nuevo bloque en el sistema de control de la Figura 2.36.

(SA5) Estrategia promediada de cancelación de la corriente no activa considerando resistencia nula en el conductor de neutro (SW4=1, $\alpha=0$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada tendrá la estructura de la mostrada en la Figura 2.32, siendo constante el valor de las resistencias que constituyen dicha carga.

Esta estrategia de compensación es equivalente a la estrategia S4 expuesta en el Apartado 2.5. En la Figura 2.42 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación.

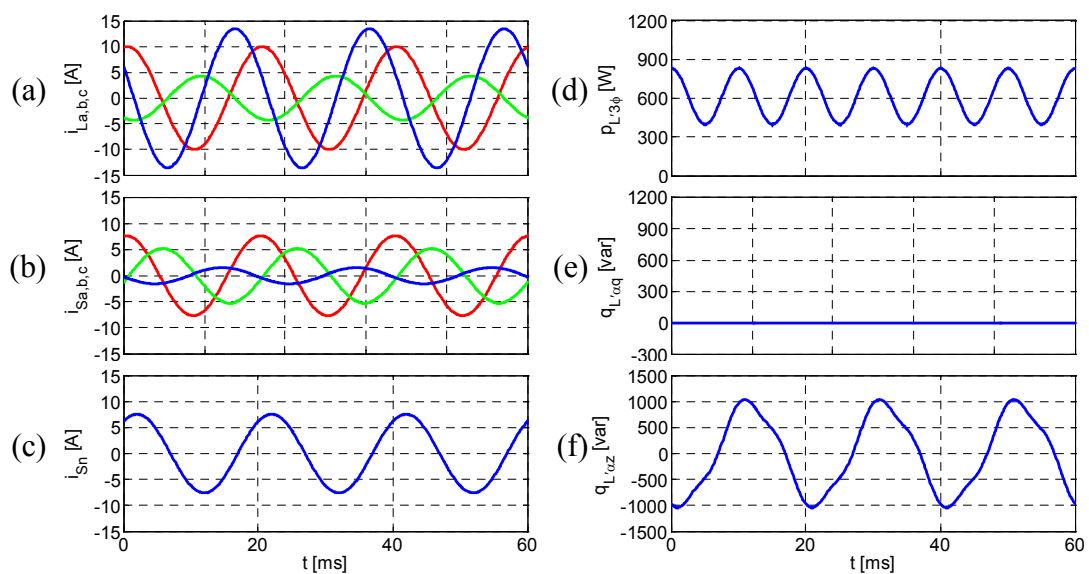


Figura 2.42. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $p_{L'3\phi}^* = \overline{p_{L3\phi}}$, $q_{L'\alpha q}^* = 0$, $q_{L'\alpha z}^* = 0$ y $\alpha = 0$.

(SA6) Estrategia promediada de cancelación de la corriente no activa considerando igual resistancia en los conductores de fase y de neutro (SW4=1, $\alpha=1$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada tendrá la estructura de la mostrada en la Figura 2.34, siendo constante el valor de las resistencias que constituyen dicha carga.

Mediante el uso de esta estrategia de compensación, las corrientes circulantes en el lado de fuente coincidirán con las corrientes activas definidas por *Buchholz* [2.13] para un sistema de cuatro hilos. En la Figura 2.43 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación.

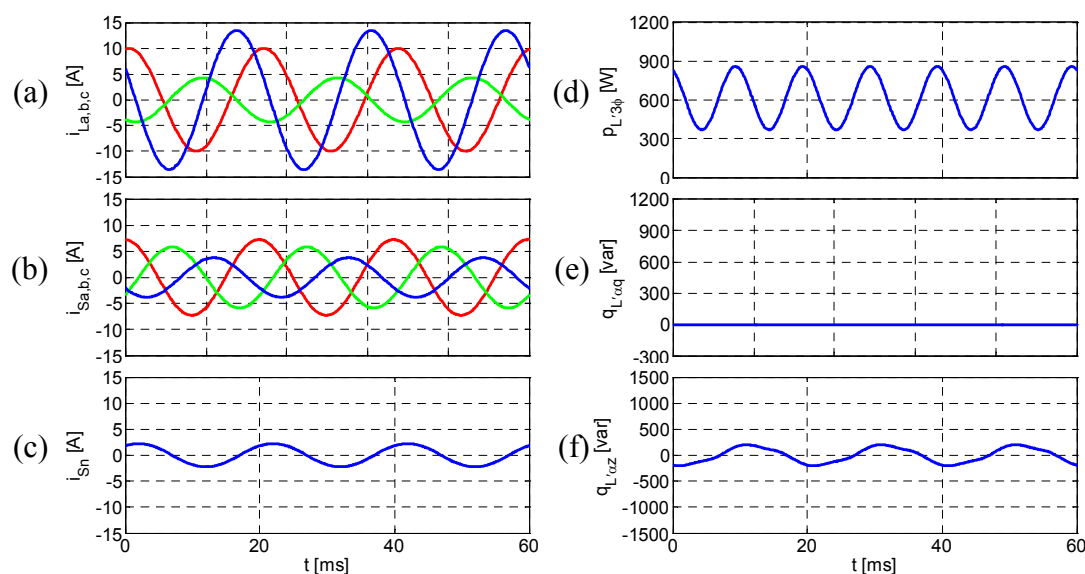


Figura 2.43. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $\overline{p_{L'3\phi}^*} = \overline{p_{L3\phi}}$, $q_{L'\alpha q}^* = 0$, $q_{L'\alpha z}^* = 0$ y $\alpha = 1$.

(SA7) Estrategia promediada de cancelación de la corriente no activa considerando la resistencia real de los conductores de fase y de neutro (SW4=1, $\alpha=\lambda$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada tendrá la estructura de la mostrada en la Figura 2.35, siendo constante el valor de las resistencias que constituyen dicha carga. En este caso se ha considerado que $\alpha=3$.

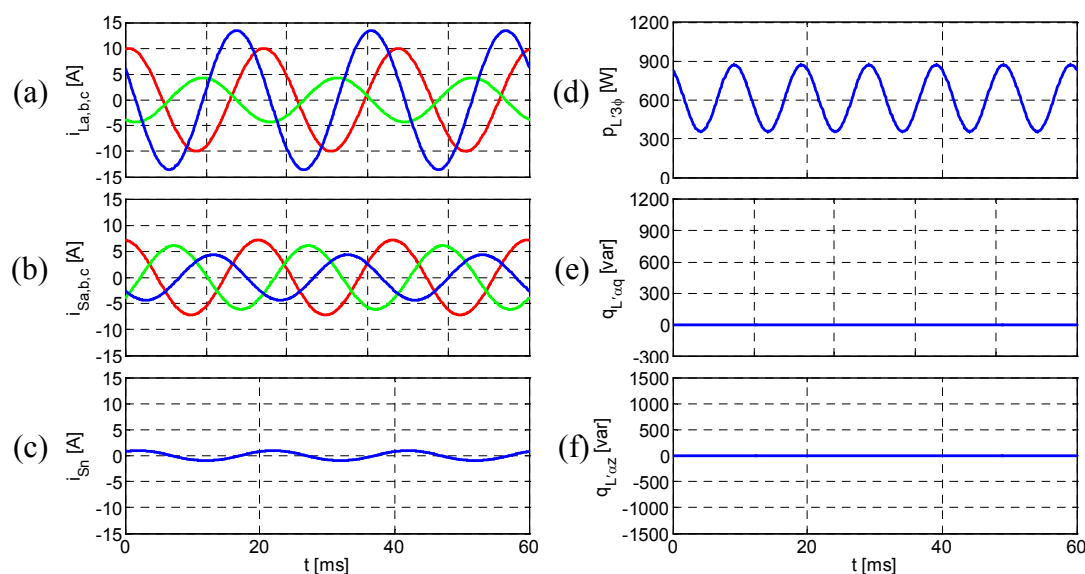


Figura 2.44. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $\overline{p_{L'3\phi}^*} = \overline{p_{L3\phi}}$, $q_{L'\alpha q}^* = 0$, $q_{L'\alpha z}^* = 0$ y $\alpha = 3$.

Esta estrategia de compensación consigue la máxima eficiencia en el suministro de la potencia activa consumida por la carga ($P_{L3\phi}$), ya que las pérdidas en los conductores (promediadas sobre un periodo de red) alcanzan el mínimo valor posible. En la Figura 2.44 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación.

(SA8) Estrategia promediada de cancelación de la corriente no activa considerando resistencia infinita en el conductor de neutro ($SW4=0$)

Mediante esta estrategia de compensación, la carga acondicionada tendrá la estructura de la mostrada en la Figura 2.33, siendo constante el valor de las resistencias que constituyen dicha carga.

Esta estrategia de compensación es equivalente a la estrategia S5 expuesta en el Apartado 2.5. En esta estrategia, al hacer $SW4=0$, se fuerza que $v_{Lez}^* = 0$, por lo que el resultado obtenido será independiente del valor asignado a k_α . En la Figura 2.45 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación.

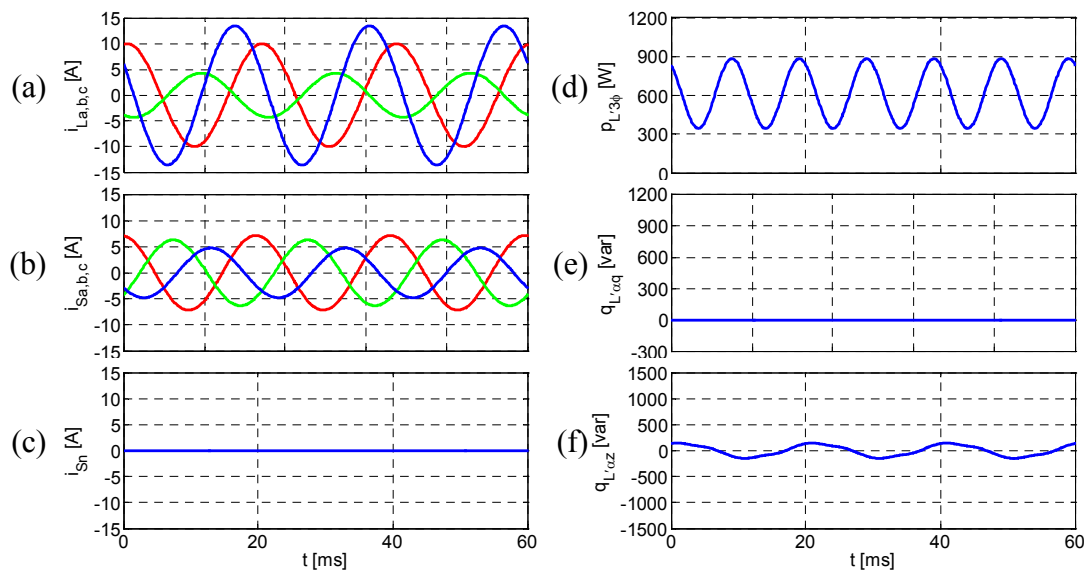


Figura 2.45. Tensiones, corrientes y potencias la carga acondicionada con $\overline{p_{L'3\phi}^*} = \overline{p_{L3\phi}}$, $q_{L'oaq}^* = 0$, $q_{L'oz}^* = 0$ y $v_{Lez}^* = 0$.

(SA9) Estrategia promediada para la obtención de corrientes sinusoidales equilibradas ($v_{Ld}^* = v_{Ld}^{+1}$, $SW4=0$)

Esta estrategia de compensación es exactamente igual a la estrategia S6 expuesta en el Apartado 2.5. Igual que ocurría en el caso anterior, al hacer $SW4=0$, se fuerza que $v_{Lez}^* = 0$, por lo que el resultado obtenido será independiente del valor asignado a k_α .

En la Figura 2.46 se muestran las formas de onda resultantes de esta estrategia de compensación.

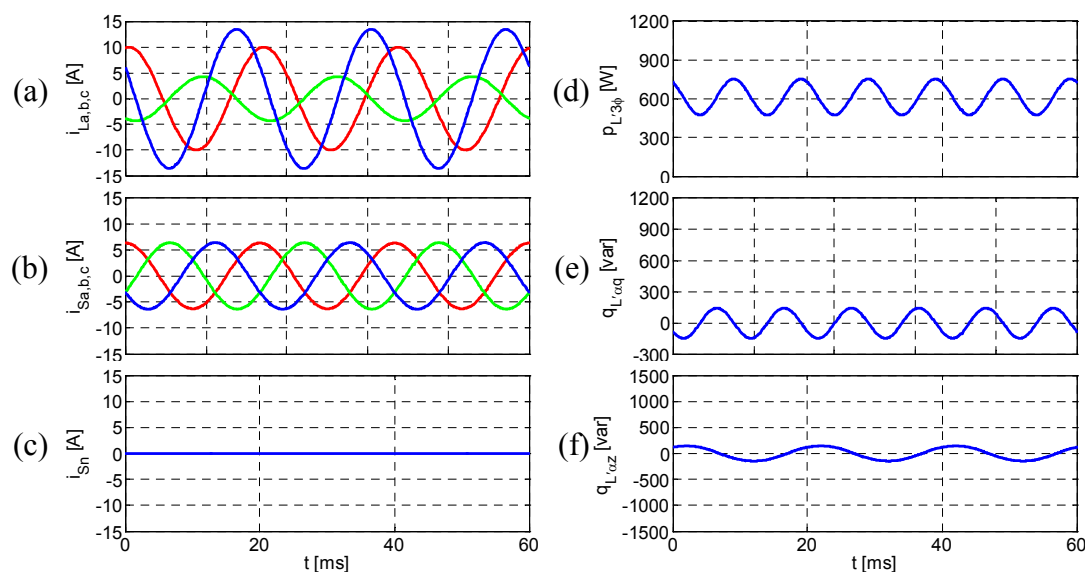


Figura 2.46. Tensiones, corrientes y potencias de la carga acondicionada con $p_{L'3\phi}^* = \overline{p_{L3\phi}}$, $q_{L'\alpha q}^* = 0$, $q_{L'\alpha z}^* = 0$, $v_{Led}^* = v_{Led}^{+1}$ y $v_{Lez}^* = 0$.

2.8.1. Valor colectivo ponderado de corriente en cada estrategia de compensación

En este Apartado realizaremos una breve comparación el valor colectivo ponderado de corriente asociado con cada una de las estrategias de compensación anteriormente expuestas.

La Figura 2.47 muestra, para las estrategias de compensación anteriores, la evolución experimentada por el cuadrado del valor colectivo ponderado de corriente en el lado de fuente ($i_{S\Sigma\alpha}^2$) durante medio periodo de red. Se recuerda que dicho valor colectivo ponderado vale $i_{S\Sigma\alpha}^2 = i_{Sa}^2 + i_{Sb}^2 + i_{Sc}^2 + \alpha i_{Sn}^2 = i_{Sd}^2 + i_{Sq}^2 + k_\alpha i_{Sz}^2$, y que en el escenario que se simuló anteriormente se consideró que $\alpha = 3 \Rightarrow k_\alpha = 10$.

La comparación de las estrategias de compensación instantánea (*SA1*, *SA2*, *SA3* y *SA4*), evidencia que la estrategia *SA3*, la cual resultaba de considerar la relación real de resistencias entre los conductores del sistema de transmisión, presenta un valor colectivo ponderado de corriente que es permanentemente mínimo. Esto corrobora que, cuando se utiliza un acondicionador sin almacenamiento de energía, la estrategia instantánea *SA3* es la que da lugar a la máxima eficiencia en el suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente. Las estrategias de compensación promediada (*SA5*, *SA6*, *SA7*, *SA8* y *SA9*) muestran una menor oscilación en el valor colectivo de la corriente que sus correspondientes estrategias instantáneas.

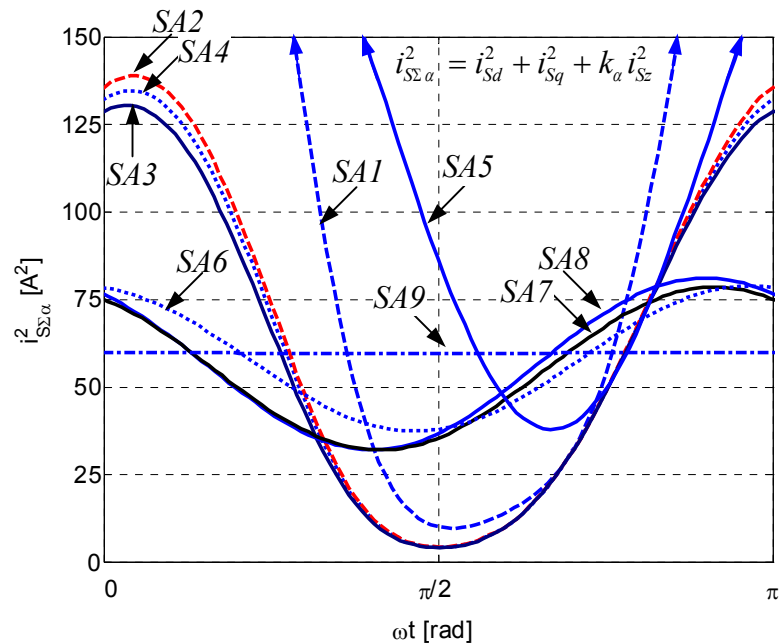


Figura 2.47. Valor colectivo ponderado de corriente para las diferentes estrategias de compensación actualizadas.

Lógicamente, en la estrategia *SA9*, la cual corresponde a la circulación de corrientes sinusoidales y equilibradas en el lado de fuente, no existe oscilación en la evolución del valor colectivo ponderado de corriente.

La Figura 2.48 muestra, para cada estrategia de compensación, el cuadrado del valor eficaz colectivo ponderado de corriente, el cual da idea de las pérdidas en los conductores a lo largo de un periodo de red. En esta figura se aprecia como la estrategia *SA7* consigue la máxima eficiencia en el suministro de la potencia activa

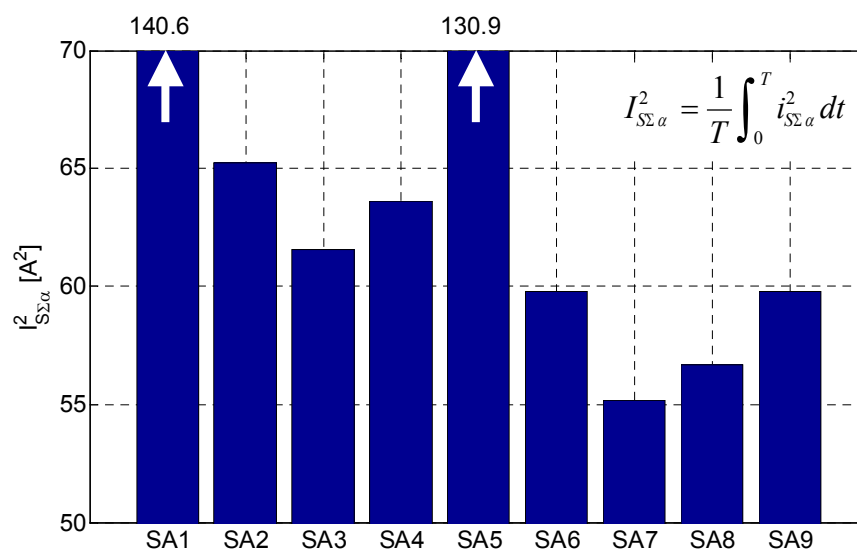


Figura 2.48. Valor eficaz colectivo ponderado de corriente para las diferentes estrategias de compensación actualizadas.

consumida por la carga ($P_{L3\phi}$). La puesta en práctica de esta estrategia de compensación implica la utilización de un acondicionador de corriente con capacidad de almacenamiento de energía, y da lugar a la circulación en el lado de fuente de las corrientes monótonamente activas, considerándose la relación real de resistencias entre los conductores del sistema de transmisión.

2.9. Conclusiones

En este Capítulo se han estudiado con detenimiento las potencias instantáneas puestas en juego en un sistema trifásico de cuatro hilos. En este estudio, tras realizar una revisión de las teorías de potencia instantánea de mayor impacto, se propone una nueva teoría basada en la formulación de las diferentes variables sobre un sistema de referencia síncrono (dominio $d-q-z$). Con relación a formulaciones anteriores, esta nueva formulación permite asignar un mayor significado físico tanto a las variables de tensión y corriente, como a las potencias instantáneas resultantes. Respecto a las teorías de potencia existentes, la caracterización de tensiones, corrientes, y potencias instantáneas en el dominio $d-q-z$ permite disponer de más grados de libertad en el diseño de estrategias de compensación de las corrientes solicitadas por la carga.

En el estudio llevado a cabo en este Capítulo, también se ha analizado la influencia de la resistencia particular del conductor de neutro sobre la eficiencia en el suministro de potencia activa por parte de la fuente. Cuando se consideran las resistencias reales de los conductores del sistema de transmisión, un análisis detallado de las pérdidas en el mismo permite la introducción del concepto del *sistema trifásico equivalente*. A partir de este sistema equivalente es posible la determinación de las corrientes activas que originan un suministro óptimo de potencia activa por parte de la fuente. La aplicación de la teoría de potencia instantánea en el dominio $d-q-z$ sobre las variables de tensión y corriente del sistema trifásico equivalente permite el diseño de estrategias de compensación en las que se puede seleccionar el papel desempeñado por el conductor de neutro en la transferencia de energía hacia la carga. De esta forma, es posible conseguir una estrategia de compensación óptima, en la que la fuente satisface los requisitos de suministro de potencia activa impuestos por la carga, con las mínimas pérdidas en el sistema de transmisión.

Las principales conclusiones obtenidas en este Capítulo son:

- i)* Las definiciones de potencia en el dominio de la frecuencia, aunque permiten caracterizar el consumo de la carga, no constituyen una base eficiente para el control de acondicionadores activos de potencia en sistemas trifásicos de cuatro hilos.
- ii)* La descomposición de corrientes propuesta por *Buchholz* [2.13], y su posterior extensión propuesta por *Depenbrock* [2.26] mediante el método *FBD*, conducen a la máxima eficiencia en el suministro de potencia activa instantánea por parte de la fuente de un sistema polifásico genérico en el que todos los conductores son tratados como iguales, incluido el

- conductor de neutro. Sin embargo, en los trabajos publicados por ambos autores no se enuncia ninguna teoría de potencia instantánea que permita describir los flujos de energía en dicho sistema.
- iii) La teoría $p-q$ propuesta por *Akagi* [2.35] resulta de utilidad en sistemas trifásicos de tres hilos. Sin embargo, la extrapolación de la misma para el control de acondicionadores de corriente en sistemas trifásicos de cuatro hilos, da lugar que las corrientes resultantes en el lado de fuente no sean las óptimas. Así mismo, para sistemas de cuatro hilos, la potencia imaginaria instantánea calculada mediante esta teoría simplemente refleja una fracción de los intercambios de energía que se producen en el sistema, lo cual se traduce en un incumplimiento del principio de conservación de la potencia.
 - iv) La expresión para la obtención de las corrientes activas propuesta por *Willems* [2.39] resulta de inmediata utilidad práctica en el control de acondicionadores de corriente en redes de cuatro hilos cuando se considera que la resistencia del conductor de neutro es nula. Sin embargo, la expresión propuesta por *Willems* no permite identificar los intercambios de energía existente en un sistema de cuatro hilos, ya que en realidad no está respaldada por una teoría de potencia.
 - v) Las teorías de potencia instantánea propuestas por *Nabae* [2.41], y por *Peng y Lai* [2.42] son aplicables a sistemas trifásicos de cuatro hilos con resistencia nula en el conductor de neutro. Las potencias imaginarias definidas en estas teorías no reportan un significado físico evidente, ya que simplemente provienen de una correcta reformulación de la teoría original de *Akagi*. En esta teoría, la omisión de los aspectos físicos, da lugar a que las tres potencias imaginarias definidas en la misma no sean linealmente independientes.
 - vi) La teoría $p-q-r$ propuesta por *Kim y Akagi* [2.11] conduce a una correcta descomposición de las corrientes activas y no activas de un sistema trifásico de cuatro hilos con resistencia nula en el conductor de neutro. Sin embargo, el alto grado de abstracción existente en las variables utilizadas hace complicado entender la relación entre dichas variables transformadas y las corrientes que realmente circulan por el sistema real. En esta teoría, la compactación en la representación de las tensiones de fuente dificulta la interpretación del verdadero significado físico de la potencia imaginaria q_q propuesta en la misma.
 - vii) La teoría de la potencia instantánea en el dominio $d-q-z$ trabaja con variables que representan, de una manera fácilmente comprensible, la composición de las tensiones y corrientes del sistema real. Las potencias imaginarias propuestas en esta teoría coinciden con las definidas en la teoría propuesta por *Kim*, sin embargo, al estar trabajando con unas variables de tensión y corriente más acordes con la realidad, es posible desvelar el verdadero significado físico de cada una de estas potencias imaginarias. La teoría de la potencia instantánea en el dominio $d-q-z$ permite realizar una aportación conceptual que revela que, en un sistema trifásico de cuatro hilos, la potencia imaginaria no sólo surge de un intercambio de energía entre las fases del sistema, sino que además viene

originada por un intercambio de energía entre el subsistema de secuencia positiva y negativa, y el subsistema de secuencia homopolar.

- viii) La teoría de la potencia instantánea en el dominio $d-q-z$ viene acompañada de una formulación simple y operativa, lo cual facilita el diseño y justificación de diferentes estrategias de compensación, tanto instantáneas como promediadas.
- ix) El análisis de la influencia de la resistencia particular del conductor de neutro sobre la eficiencia del suministro de potencia activa hacia la carga da lugar a una nueva formulación de los valores colectivos de tensión y corriente del sistema.
- x) La definición del sistema trifásico equivalente permite, mediante la aplicación sobre el mismo de la teoría de potencia instantánea, la determinación de las nuevas corrientes activas del sistema real.
- xi) Haciendo uso del sistema trifásico equivalente, y mediante la selección del papel que desempeñará el conductor de neutro en el sistema de transmisión de energía, es posible obtener un sistema de compensación generalizado que da lugar a diferentes composiciones de las corrientes activas circulantes en el lado de fuente. Como ha quedado demostrado, las corrientes activas que se obtienen mediante el uso de las teorías de potencia instantánea convencionales, no son otra cosa que situaciones particulares de esta estrategia de compensación generalizada.

2.10. Referencias del Capítulo 2

- [2.1] P. S. Filipski, Y. Baghzouz, and M. D. Cox, "Discussion of power definitions contained in the IEEE dictionary," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 9, pp. 1237-1244, July 1994.
- [2.2] DIN 40110 Teil 1: *Wechselstromgrößen; Zweileiter-Stromkreise*. Beuth-Verlag, Berlin. March 1994.
- [2.3] DIN 40110 Teil 2: *Mehrleiter-Stromkreise*. Beuth-Verlag, Berlin. November 2002.
- [2.4] IEEE Standard 1450-2000: *IEEE Trial-Use Standard Definitions for Power Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions*. IEEE, 21 June 2000. Upgraded to full-use December 2002.
- [2.5] S. Fryze, "Wirk-, Blind- und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nicht-sinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung," *ETZ-Arch. Elektrotech*, vol. 53, pp. 596-599, 625-627, 700-702. 1932.
- [2.6] H. Akagi, Y. Kanazawa and A. Nabae, "Generalized theory of the instantaneous reactive power in the three-phase circuits," in *Proc. Int. Power Elect. Conf. (IPEC'83)*, 1983, pp. 1375-1386.
- [2.7] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous reactive power compensator comprising switching devices without energy storage components," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 20, pp. 625-630, 1984.
- [2.8] J. L. Willems, "A new interpretation on the Akagi-Nabae power components for nonsinusoidal three-phase situations," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 41, pp. 523-527, Aug. 1992.
- [2.9] F. Z. Peng, G. W. Ott, Jr., D. J. Adams, "Harmonic and reactive power compensation based on the generalized reactive power theory for three-phase four-wire systems," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 45, pp. 293-297, Feb. 1996.
- [2.10] A. Nabae, L. Cao, and T. Tanaka, "A universal theory of instantaneous active-reactive current and power including zero-sequence component," in *Proc. IEEE Int. Conf. Harm. Quality Power (ICHQP'96)*, 1996, pp. 90-95.
- [2.11] H. S. Kim and H. Akagi, "The instantaneous power theory on the rotating $p-q-r$ reference frames," in *Proc. IEEE power Electron. Drive Syst. Conf. (PEDS'99)*, 1999, pp. 422-427.
- [2.12] L. S. Czarnecki, "On some misinterpretations of instantaneous reactive power $p-q$ theory," *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 19, pp. 828-836, May 2004.
- [2.13] F. Buchholz, "Das Begriffssystem Rechteistung. Wirkleistung, totale Blindleistung," Munich, Germany: Selbstverlag, 1950. (in German).
- [2.14] M. Depenbrock, "Untersuchungen über die Spannungs und Leistungsverhältnisse bei Umrichtern ohne Energiespeicher," Dr. Ing. Dissertation, Tech. Univ. Hannover, Germany, 1962. (in German).
- [2.15] M. Depenbrock, V. Staudt, and H. Wreder, "A concise assessment of original and modified instantaneous power theory applied to four-wire systems," in *Proc. Power Conversion Conf. (PCC'02)*, 2002, pp. 60-67.
- [2.16] L. M. Tolbert and T. G. Habetler, "Comparison of time-based non-active power definitions for active filtering," in *Proc. Int. Power Elect. Congress*, Oct. 2000, pp. 73-79.
- [2.17] L. M. Tolbert and T. G. Habetler, "Survey of active and nonactive power definitions," in *Proc. IEEE Power Electron. Spec. Conf. (PESC'00)*, 2000, pp. 73-79.
- [2.18] P. Lara, "Aportación a las Definiciones de Potencia en Régimen No Sinusoidal," Dr. Ing. dissertation, Univ. La Rioja, Spain, 2000.
- [2.19] S. Fryze, "Active, reactive y apparent power in non-sinusoidal systems," *Przeglad Elektrot.*, no. 7, 1931, pp. 193-203. (in Polish).
- [2.20] C. I. Budeanu, "Reactive and fictitious powers," Inst. Romain de l'Energie, Bucharest, Rumania, 1927. (in Romanian).
- [2.21] L. S. Czarnecki, "What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 36, pp. 1845-1854, Sept. 1987.
- [2.22] L. S. Czarnecki, "Distortion power in systems with nonsinusoidal voltage," in *Proc. IEE Elect. Power Applicat.*, vol. 139, 1992, pp. 276-280.
- [2.23] D. Yildirim and E. F. Fuchs, "Commentary on various formulations of distortion power D," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 19, pp. 50-52, May 1999.

- [2.24] S. Fryze, "Wirk-, Blind- und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nicht-sinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung", *ETZ-Arch. Elektrotech.*, vol. 53, 1932, pp. 596-599, 625-627, 700-702. (in German).
- [2.25] F. Buchholz, "Die Drehstrom-Scheinleistung bei Ungleichmassiger Belastung Der Drei Zweige," *Licht und Kraft*, no.2, 1922, pp. 9-11. (in German).
- [2.26] M. Depenbrock, "Wirk- und Blindleistungen periodischer Ströme in Ein- u. Mehrphasensystemen mit periodischen Spannungen beliebiger Kurvenform," *ETG-Fachberichte 6 - Blindleistung*, 1980, pp. 17-59.
- [2.27] M. Depenbrock, "The FBD-method, a generally applicable tool for analysing power relations," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, pp. 381-386, May 1993.
- [2.28] M. Depenbrock, "Variation power, variation currents: Physical background and measurements under nonsinusoidal conditions," in *Proc. Int. Work. Power Def. and Meas.*, 2000, pp.19-25.
- [2.29] C. L. Fortescue, "Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks," *Trans. AIEE*, pt. II, vol.37, pp. 1027-1140, 1918.
- [2.30] W. V. Lyon, *Application of the Method of Symmetrical Components*, New York: McGraw-Hill, 1937.
- [2.31] E. Clarke, *Circuit Analysis of AC Power Systems*, vol. 1, New York: Wiley, 1950.
- [2.32] R. H. Park, "Two reaction theory of synchronous machines. Generalized method of analysis – Part I," in *Proc. Winter Convention of AIEE*, 1929, pp. 716-730.
- [2.33] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, New York: Wiley-IEEE Press, 2002.
- [2.34] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, "Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits," in *Proc. IEEJ Int. Power Elec. Conf. (IPEC'83)*, 1983, pp. 1375-1386.
- [2.35] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, "Instantaneous reactive power compensator comprising switching devices without energy storage components," *IEEE Trans. on Ind. Applicat.*, vol. IA-20, pp. 625-630, May/June 1984.
- [2.36] H. Akagi, S. Ogasawara, and H. Kim, "The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems: A comprehensive approach," in *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, 1999, pp. 431-439.
- [2.37] A. Ferrero and G. Superti-Furga, "A new approach to the definition of power components in three-phase systems under nonsinusoidal conditions," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 40, pp. 568-577, June 1991.
- [2.38] L. S. Czarnecki, "Orthogonal decomposition of the currents in a 3-phase nonlinear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 37, pp. 30-34, March 1988.
- [2.39] J. L. Willems, "A new interpretation on the Akagi-Nabae power components for nonsinusoidal three-phase situations," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 41, pp. 523-527, Aug. 1992.
- [2.40] S. Togasawa, T. Murase, H. Nakano, and A. Nabae, "Reactive power compensation based on a novel cross-vector theory," *IEEJ Trans. Ind. Appl.*, vol. 114, pp. 340-341, March 1994. (in Japanese).
- [2.41] A. Nabae, H. Nakano, and S. Togasawa, "An instantaneous distortion current compensator without any coordinate transformation," in *Proc. Int. Power Elect. Conf.*, 1995, pp. 1651-1655.
- [2.42] F. Peng and J. Lai, "Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems," *IEEE Trans. Inst. and Meas.*, vol. 45, pp. 293-297, Feb. 1996.
- [2.43] A. Nabae and T. Tanaka, "A new definition of the instantaneous active-reactive current and power based on the instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 11, pp. 1238-1243, July 1996.
- [2.44] H. Kim, F. Blaaberg, B. Bak-Jensen, and J. Choi, "Instantaneous power compensation in three-phase systems by using $p-q-r$ theory," *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 17, pp. 701-710, Sept. 2002.
- [2.45] M. Depenbrock, V. Staudt, and H. Wrede, "Concerning 'Instantaneous power compensation in three-phase systems by using $p-q-r$ theory'," *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 19, pp. 1151-1152, July 2004.
- [2.46] J. L. Willems, "The choice of the voltage reference and generalization of the apparent power," in *Proc. Int. Work. Power Def. and Meas.*, Oct. 2003, pp.9-17.

- [2.47] M. Depenbrock, V. Staudt, and H. Wreder, "A theoretical investigation of original and modified instantaneous power theory applied to four-wire systems," *IEEE Trans. Industrial Applications*, vol. 39, July/Aug. 2003, pp. 1160-1167.
- [2.48] V. Staudt and H. Wreder, "Compensation strategies for four-conductor systems," in *Proc. Int. Work. Power Def. and Meas.*, Oct. 2003, pp.139-146.
- [2.49] L. Malesani, L. Rossetto, and P. Tenti, "Reactive power and hamonics compensation by AC/DC and AC/AC PWM converters," in *Proc. E.E.C.P.S.*, Capri, Italy, 1989, pp.1-7.
- [2.50] F. Z. Peng, G. W. Ott, and D. J. Adams, "Harmonic and reactive power compensation based on the generalized instantaneous reactive power theory for three-phase four-wire systems," *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 13, Nov. 1998, pp. 1174-1181.
- [2.51] A. Nabae, H. Nokano, and S. Togasawa, "An instantaneous distortion current compensator without any coordinate transformation," in *Proc. Int. Power Elect. Conf.*, 1995, pp. 1651-1655.
- [2.52] A. E. Emanuel, "Reflections on the effective voltage concept," in *Proc. Int. Work. Power Def. and Meas.*, 2003, pp.1-7.
- [2.53] J. L. Willems, "Reflections on apparent power and power factor in nonsinusoidal and polyphase situations," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 19, April 2004, pp. 835-840.
- [2.54] M. Depenbrock, "Generalized symmetrical components of 4-wire voltages," in *Proc. Int. Work. Power Def. and Meas.*, 2003, pp.19-23.

