1.3.- DOMINIO TEMPORAL VS FRECUENCIAL.

Las perturbaciones electromagnéticas, como en el caso de cualquier otro tipo de señales, pueden ser caracterizadas en el dominio temporal o en el frecuencial. En el dominio temporal, la perturbación se define en términos de amplitud en función del tiempo. En otras palabras, responde al registro de dicha perturbación mediante un osciloscopio.

Para estudiar una perturbación en el dominio frecuencial, se hace uso de la descomposición de las mismas en una suma de perturbaciones senoidales de distintas frecuencias según el método de desarrollo en serie de Fourier (para perturbaciones periódicas) o mediante la integral de Fourier (para perturbaciones no periódicas). Cabe señalar aquí que mientras estas herramientas matemáticas describen la perturbación en términos de frecuencia, amplitud y fase en Compatibilidad Electromagnética se ignora ésta última. Por lo tanto, a efectos prácticos la perturbación se define unicamente en términos de las amplitudes y frecuencias de sus componentes frecuenciales, tal y como se obtendría mediante un analizador de espectros.

Llegados a este punto cabe preguntarse cual de los dos dominios de representación resulta más adecuado para el estudio de las perturbaciones electromagnéticas. Las distintas componentes frecuenciales de una perturbación se propagarán por los diferentes mecanismos con una atenuación diferente en función de la frecuencia de la misma. Esto es debido a la variación de la impedancia del medio de propagación con la frecuencia. Esto da lugar a una forma temporal de la perturbación que depende del punto de medida entre la fuente y la víctima. Por otra parte, la susceptibilidad de los circuitos y dispositivos electrónicos dependen en gran medida de la frecuencia de la perturbación recibida. Esto nos lleva, por lo tanto, a la conclusión de que para los estudios de Compatibilidad Electromagnética resulta más conveniente la representación de las perturbaciones en el dominio frecuencial. De todas formas, las medidas temporales son útiles para identificar el origen y los fenómenos involucrados en la generación y propagación de las perturbaciones. De hecho, en este estudio se utilizarán observaciones temporales para inferir modelos equivalentes en el dominio frecuencial.

1.3.1.- Simulaciones y modelos, ¿en el dominio temporal o frecuencial?

A la hora de abordar el modelado del fenómeno EMI cabe preguntarse qué tipo de modelado será mas adecuado: el basado en el dominio temporal o en el frecuencial.

En la actualidad existen varios simuladores de circuitos basados en el dominio temporal (por ejemplo el programa PSPICE) ampliamente utilizados que disponen de refinados modelos de componentes. Aunque pueden funcionar con un paso de integración fijo, estos simuladores funcionan normalmente con un algoritmo numérico de resolución de paso de integración variable. Es decir, acortan el tiempo de discretización cuando alguna de las variables del circuito sufre un cambio brusco, mientras que lo alargan cuando las variables del circuito permanecen prácticamente inalteradas. De esta forma se reduce el volumen y tiempo de las simulaciones. Estos simuladores resultan ser herramientas muy útiles para acometer ciertas tareas: probar la funcionalidad de un diseño, elegir un determinado componente, estudiar el efecto de las dispersión de los valores de los componentes en las prestaciones de un circuito,etc. Sin embargo, presentan diversos inconvenientes cuando son utilizados como herramienta de estudio en el ámbito de las perturbaciones generadas por los convertidores conmutados.

El origen del problema está en que para realizar un estudio de Compatibilidad Electromagnética apoyándose en un "simulador temporal" es necesario un cambio de dominio, que se lleva a cabo gracias a la transformada de Fourier o a alguna variante numérica del tipo FFT. Esto impone dos restricciones importantes:

- la simulación temporal debe llevarse a cabo "a paso fijo". Con esto se garantiza que las muestras están equiespaciadas en el tiempo.
- se debe simular como mínimo un periodo completo de la señal de menor frecuencia presente en el circuito.

Estas dos restricciones tienen como resultado simulaciones temporales muy lentas, voluminosas y con graves problemas de convergencia que, en muchas ocasiones, son irresolubles. Considérese el siguiente caso que intenta ser un ejemplo de una situación típica en el caso de los convertidores conmutados: un ondulador monofásico que genera un tensión de salida de 10Hz conmutando a 10kHz. Este es un ejemplo claro de una situación frecuente en Electrónica de Potencia: la coexistencia en el mismo circuito de constantes de tiempo muy diferentes. Estas diferencias pueden ser perfectamente del orden de tres décadas, como es el caso del ejemplo considerado. Si se desea utilizar un simulador temporal para estudiar las perturbaciones de este sistema se debe simular al menos 100ms para disponer de un periodo completo. Por otra parte, la simulación debe llevarse a cabo con paso de integración fijo y de valor muy pequeño, impuesto por la frecuencia de conmutación de 10kHz.

Otro inconveniente que presentan los simuladores temporales es la flexibilidad en su utilización. Cuando se introduce algún cambio en el circuito nos vemos obligados a repetir toda la simulación. Es decir, no permiten un tratamiento diferenciado de la fuente de perturbación y del camino de propagación, de forma que, por ejemplo, un cambio introducido en la primera obligue sólo a un cálculo parcial, evitando repetir toda la simulación.

Este sencillo ejemplo pone de manifiesto la inconveniencia de utilizar los modelos y simulaciones en el dominio temporal para llevar a cabo estudios de Compatibilidad

Electromagnética y justifica la elección de modelos basados en el dominio frecuencial como herramienta de simulación y modelado.

Los modelos y tipo de simulación utilizados en esta Tesis se basan en el dominio frecuencial y ofrecen la oportunidad de dar un tratamiento separado a la fuente de perturbación y al camino de propagación.

1.3.2.- La transformada de Fourier

La teoría de J.B. Fourier demuestra que cualquier señal temporal se puede descomponer como la suma de un número finito o infinito de senoides y cosenoides caracterizadas por su frecuencia, y amplitud. Gracias a esta teoría se puede asociar a una representación temporal, como la que se obtiene de un osciloscopio, una representación frecuencial caracterizada por las amplitudes de las senoides en las que se descompone la señal temporal, tal como ilustra la Figura 1.10.

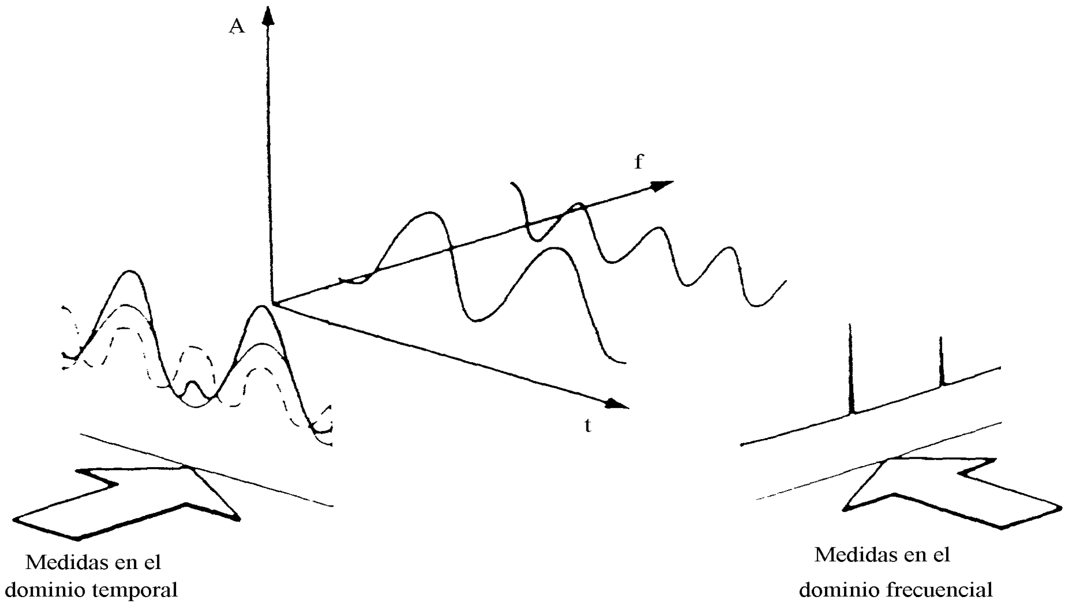

Fig. 1.10 *Representación temporal y frecuencial de una misma señal*

Mas concretamente, la teoría de J.B. Fourier demuestra que en un espacio de Hilbert cualquier función puede expresarse como la integración de un número finito o infinito de funciones trigonométricas. El método de la integral de Fourier permite la descomposición tanto de funciones periódicas como de funciones no periódicas en funciones trigonométricas o exponenciales imaginarias. La expresión de la integral de Fourier en forma exponencial es:

$$f(t) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}dt \tag{1.2}$$

en donde la función continua imaginaria *F(ω),* que recibe el nombre de Transformada de Fourier, es tal que

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \tag{1.3}$$

con

$$\omega = 2\pi f \tag{1.4}$$

Podemos observar que aparece una función *F(ω)* cuya variable independiente es ahora la frecuencia. Esta Transformada de Fourier nos permite asociar a una función temporal, *f(t)*, una función frecuencial, *F(ω).*

El estudio de funciones periódicas introduce una gran simplificación en el cálculo ya que entonces es lícito usar el método de descomposición en series de Fourier. En realidad, este método es un caso particular de la integral de Fourier en el que no se considera todo el espectro de frecuencias, sino solo las frecuencias múltiplos enteros de la frecuencia fundamental $(n*f_0=n/T)$, llamadas frecuencias armónicas. Este método de descomposición introduce dos grandes simplificaciones. En primer lugar, la función temporal no se corresponde con el resultado de la integración de una función frecuencial continua, sino que es la suma de un número finito o, en general, infinito de funciones de frecuencia discreta. En segundo lugar, para calcular la transformada de Fourier no es preciso considerar el intervalo -∞,∞ sino que basta con considerar un único periodo. Aceptando las anteriores restricciones, la integral de Fourier se convierte en el siguiente sumatorio:

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{j2n\pi t/T} \tag{1.5}$$

siendo

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) e^{-j2n\pi t/T} dt \tag{1.6}$$

En este caso, aparecen unos coeficientes discretos, C_n, que reciben el nombre de coeficientes complejos de Fourier, y que hacen las veces de transformada de Fourier para el caso de funciones periódicas.

Si deseamos obtener una expresión representable frecuencialmente de los coeficientes de Fourier, representaremos el módulo de cada coeficiente C_n en la frecuencia asociada a él, $n\omega_0$. De esta forma, los coeficientes quedan representados por un conjunto discreto de rayas espectrales separadas entre sí por la frecuencia fundamental. Esto se expresa matemáticamente como

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \delta(f - f_n) \tag{1.7}$$

donde se ha llamado X_n a los coeficientes de Fourier C_n. Cabe señalar que se obtiene un espectro discreto con una resolución espectral igual a la frecuencia fundamental considerada. Como se puede observar, esta forma tiene en consideración también frecuencias negativas (para n negativos). Es por ello que debemos diferenciar entre el espectro de frecuencias matemático en el que se tiene en cuenta a los coeficientes C_n correspondientes a las frecuencias positivas y negativas, y el espectro físico en el que unicamente tienen sentido los coeficientes de las frecuencias positivas. Esta construcción, para el caso en que la función f(t) sea una señal real, corresponde a calcular la parte real del espectro de Fourier.

Otra forma de expresar una señal en el dominio frecuencial es con la ayuda de los desarrollos en serie trigonométrica de Fourier. Esta forma se basa en descomponer la exponencial imaginaria de la expresión de la integral de Fourier en sus componentes trigonométricas de la forma:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + b_n \operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right) \tag{1.8}$$

siendo

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt \qquad n = 0,1,2,\ldots \tag{1.9}$$

y

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt \qquad n = 1,2,\ldots \tag{1.10}$$

Esta forma de tratar el desarrollo en serie de Fourier ahorra la tarea de operar con números imaginarios, pero aumenta el número de coeficientes de Fourier introduciendo los coeficientes a_n y b_n.

1.3.3.- Relación entre las Transformadas de Fourier y Laplace

Existe un camino alternativo para llegar a realizar una descomposición frecuencial de una función temporal. Esa vía alternativa se basa en la tranformada de Laplace. Dicha transformada de una función temporal definida para $t \geq 0$ se define como:

$$L[x(t)](s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \tag{1.11}$$

Es muy usual expresar funciones de transferencia en el dominio de Laplace. Este método de representación permite una rápida representación en función de la frecuencia con sólo realizar el cambio de variable

$$s=j\omega=j2\pi f \tag{1.12}$$

en donde *s* es la variable de Laplace. La forma de representar una señal periódica en términos de Laplace es expresar ésta como el producto de convolución de la señal elemental que se da en cada periodo por un "peine" de Dirac, de periodo *T*,esto es, una serie de impulsos de Dirac separados entre sí el periodo de la señal. Llamaremos a la función expresada en términos de Laplace *X(s)*. Así se puede escribir que

$$X(t) = x(t+mT) = X(t) * \delta_T(t) \tag{1.13}$$

En el espacio de Fourier (de dominio frecuencial) el producto de convolución queda transformado por un producto escalar, es por ello por lo que trasladaremos la expresión temporal anterior al dominio frecuencial. Para trasladar una expresión en el dominio de Laplace al dominio frecuencial basta con llevar a cabo el cambio de variable de la ecuación (1.12)

Llamaremos a la expresión Laplaciana en dominio frecuencial *X(j2πf)*, por otro lado la transformada de Fourier de un peine de Dirac es:

$$F\left(\delta_T(t)\right) = \frac{1}{T}\delta_{1/T}(f) \tag{1.14}$$

Por lo tanto, la expresión frecuencial de una señal periódica es:

$$x(f) = X(j2\pi f)\frac{1}{T}\delta_{1/T}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T}X(j2\pi f)\delta(f-f_n) \tag{1.15}$$

y la envolvente de esta función es:

$$Env\left(x(f)\right) = \frac{1}{T}X(j2\pi f) \tag{1.16}$$

Sustituyendo en la expresión de la definición de la transformada de Laplace (expresión 1.11) se pone de manifiesto la coincidencia entre la expresión encontrada de *X(f)* a través de los coeficientes C_n del desarrollo en serie de Fourier, y la función encontrada a través de la transformada de Laplace. Por lo tanto, se llega a la conclusión de que la envolvente del espectro frecuencial de una señal periódica se corresponde con la expresión frecuencial de su transformada de Laplace dividida por el periodo fundamental de la función y multiplicada por 2.

La multiplicación por 2 es para pasar del espectro matemático bilateral (con frecuencias negativas) al espectro físico unilateral (con frecuencias unicamente positivas).

Como ejemplo de la aplicación de la transformada de Laplace para determinar componentes frecuenciales se va a presentar el caso de una onda cuadrada de amplitud *E*, periodo *T* y ciclo de trabajo 0,5. Dicha función responde a la expresión:

$$f(t) = Eu(t) - 2Eu(t - \frac{T}{2}) + Eu(t - T) \tag{1.17}$$

y su representación temporal aparece en la Figura 1.11.

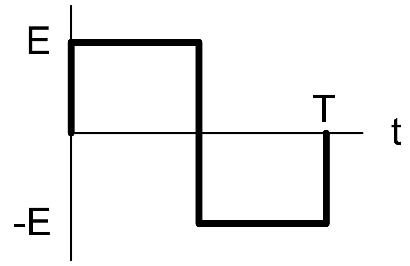

Fig. 1.11 *Representación temporal de una onda cuadrada*

Es conocido que la amplitud de la componente fundamental de la anterior onda es *4E/π*. Aplicando la transformada de Laplace a la expresión temporal, y llevando a cabo la sustitución $s=jn\omega_0$ se obtiene:

$$F(jn\omega_0) = \frac{E}{jn\omega_0}\left(1 - 2e^{-jn\omega_0\frac{T}{2}} + e^{-jn\omega_0 T}\right) \tag{1.18}$$

Teniendo en cuenta que

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T} \tag{1.19}$$

se llega a

$$F(jn\omega_0) = \frac{ET}{j2\pi n}\left(1 - 2e^{-j\pi n} + e^{-j2\pi n}\right) \tag{1.20}$$

Si se evalua el módulo de la anterior expresión para *n=1* (componente fundamental) se obtiene:

$$F(jn\omega_0)_{n=1} = \frac{4ET}{2\pi} \tag{1.21}$$

Dividiendo por *T* y multiplicando por 2 se obtiene el resultado esperado.

La metodología propuesta permite perfectamente obtener el espectro frecuencial de señales mas complejas gracias al teorema de superposición. Un tipo de señal muy común en Electrónica de Potencia es la señal *f(t)* considerada en el ejemplo anterior con una oscilación amortiguada superpuesta en las transiciones, tal como se muestra en la Figura 1.12.

Llamemos *g(t)* a la función senoidal amortiguada que responde a la expresión:

$$g(t) = Ae^{-\alpha t} sin(\omega_r t) \tag{1.22}$$

Si aceptamos que la función *g(t)* tiene una amortiguación tal que hace que se anule para *t<T/2*, la expresión temporal de la nueva función, *h(t)*, resultado de la composición de las funciones *f(t)* y *g(t)* será:

$$h(t) = f(t) + u(t)g(t) - u(t - \frac{T}{2})g(t - \frac{T}{2}) \tag{1.23}$$

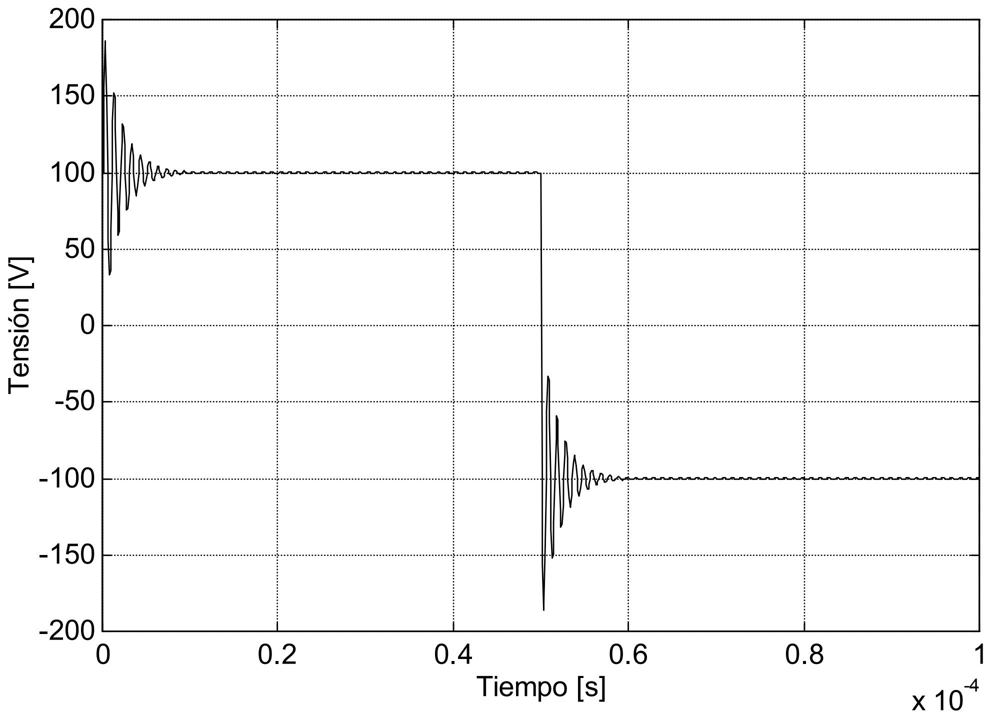

Fig. 1.12 *Onda cuadrada con oscilación amortiguada en las transiciones*

Pasando al dominio frecuencial se obtiene:

$$H(jn\omega_0) = F(jn\omega_0) + G(jn\omega_0)(1 - e^{jn\omega_0 \frac{T}{2}}) \tag{1.24}$$

Desarrollando la expresión anterior se obtiene:

$$H(jn\omega_0) = \frac{2}{T}\left[\frac{ET}{jn2\pi}(1 - 2e^{-jn\pi} + e^{-jn2\pi}) + \frac{A\omega_r}{\omega_r^2 + (jn\omega_0 - \alpha)^2}(1 - e^{-jn\pi}) \right] \tag{1.25}$$

En la Figura 1.13 aparecen representadas las funciones $/F(jn\omega_0)/$ (negro), $/G(jn\omega_0)/$ (rojo), $/H(jn\omega_0)/$, (azul) para los siguientes valores numéricos:

$E=100V$; $T=100\mu s$; $A=50V$; $\alpha=500000$; $f_r=1MHz$

Para finalizar, cabe señalar que la representación frecuencial de una señal temporal obtenida por cualquiera de las vías anteriormente expuestas no es directamente comparable con la medida que nos ofrece un analizador de espectros. Como se ha visto, en el caso de las señales periódicas, se obtiene por cálculo un espectro discreto como el mostrado en la Figura 1.13, mientras que la lectura de un analizador de espectros arroja un espectro continuo. Para hacer comparable el resultado de la medida con un analizador de espectros con el resultado de una transformación matemática ésta última debe ser modificada. Para saber cómo modificar el resultado del cálculo matemático es necesario comprender el funcionamiento de un analizador de espectros. Este es el objetivo de los Apartados 1.4 y 1.5 del Capítulo 1.

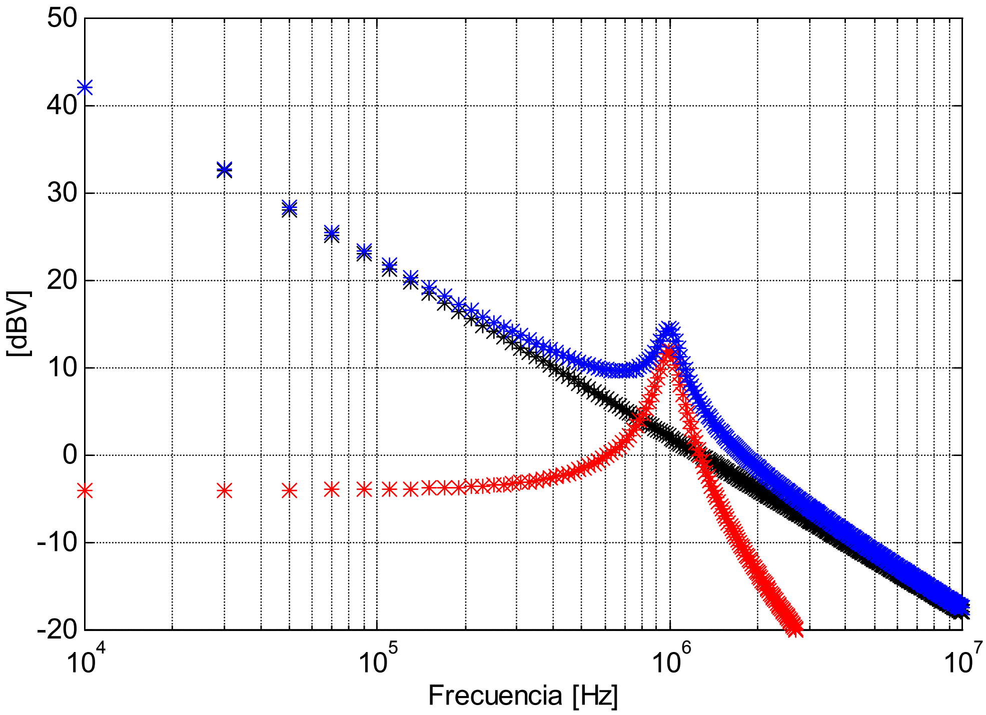

Fig. 1.13 *Espectro de la onda cuadrada (negro), oscilación amortiguada (rojo) y composición de las dos señales (azul)*

La relación entre las transformadas de Fourier y Laplace mostrada aquí es la herramienta que se utilizará para modelar la fuente de perturbación en el dominio frecuencial en el caso del ondulador. Este estudio, que se tratará en el Capítulo 3, considera como fuente de perturbación la tensión de salida del ondulador, que vendrá determinada por el tipo de modulación empleada. A partir del patrón de conmutación en el dominio temporal empleado se obtendrá el espectro frecuencial de dicha fuente de perturbación.